



Universidad Michoacana
de San Nicolás de Hidalgo



FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL

División de estudios de posgrado
Maestría en ingeniería en el área de estructuras

Título de tesis:

**Condiciones de servicio sísmico-eólico
en edificios altos**

Presenta:

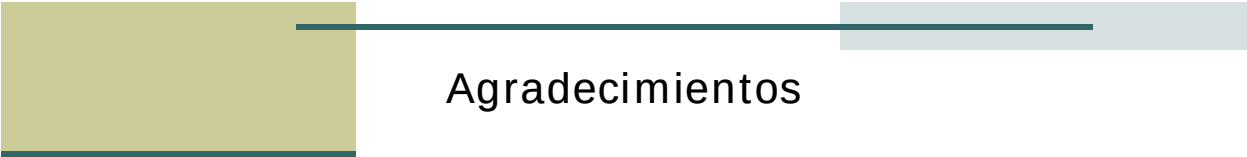
Juan Carlos Ortega Velázquez

Para obtener el título de Maestro en Ingeniería
en el Área de Estructuras

Asesor:

Dr. Hugo Hernández Barrios

Diciembre 2012



Agradecimientos

La presente Tesis es un esfuerzo en el cual, directa o indirectamente, participaron varias personas leyendo, opinando, corrigiendo, teniéndome paciencia, dando ánimo, acompañando en los momentos de crisis y en los momentos de felicidad.

Le agradezco a Dios, por haberme acompañado y guiado a lo largo de todo este tiempo, por ser mi fortaleza en los momentos de debilidad y por brindarme una vida llena de aprendizajes y sobre todo de felicidad.

A mis padres, por todo el apoyo y paciencia que han tenido conmigo desde que supieron de mi deseo por alcanzar otra de mis metas. Esto es el fruto de lo que siempre me han enseñado con hechos y no con palabras.

A mis hermanas y hermanos, quienes siempre al lado de mis padres me han apoyado.

A todos mis familiares y amigos, que de una u otra manera estuvieron pendientes a lo largo de este proceso, brindado su apoyo incondicional.

Extiendo mis agradecimientos al Dr. Hugo Hernández Barrios por haber confiado en mí, por la paciencia y por la dirección de este trabajo.

A la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo y a sus catedráticos que me impartieron en las aulas sus conocimientos y mostraron también sus valores permitiendo así una formación integral en mí.

Agradecimiento especial al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, CONACYT, por el apoyo brindado en mis estudios de grado a través de la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería Civil en el programa de Maestría en Ingeniería en el Área de Estructuras.

A todos, mi mayor reconocimiento y gratitud.

Juan Carlos Ortega Velázquez

Contenido

Índice de tablas.	IV
Índice de figuras.	VI

1 Introducción.

1.1 Variación de la velocidad media con la altura.	1
1.1.1 Perfil de velocidades modelo logarítmico.	1
1.1.2 Perfil de velocidades modelo exponencial.	4
1.2 Varianza y desviación estándar.	6
1.2.1 Variación de la RMS únicamente con la velocidad.	6
1.2.2 Variación de la RMS con la velocidad y altura.	7
1.3 Intensidad o índice de turbulencia.	9
1.3.1 Índice de turbulencia función de la velocidad.	9
1.4 Tiempo de promediación de la velocidad media.	11
1.5 Edificios altos en México.	15

2 Aceleraciones máximas debidas al viento con normas internacionales.

2.1 Reglamento japonés (AIJ, 2005).	23
2.1.1 Cargas eólicas en dirección longitudinal al viento.	25
2.1.2 Cargas eólicas en dirección transversal al viento.	29
2.1.3 Cargas eólicas por torsión debidas al viento.	32
2.1.4 Aceleración máxima en la dirección longitudinal.	34
2.1.5 Aceleración máxima en la dirección transversal.	34
2.1.6 Aceleración máxima debida a torsión.	35
2.1.7 Ejemplo de aplicación.	35
2.1.8 Análisis paramétrico.	36
2.2 Reglamento australiano (AS/NZS 1170.2:2002).	57
2.2.1 General.	57
2.2.2 Cálculo de las acciones del viento.	57
2.2.3 Factores de exposición de sitio.	59
2.2.4 Factor de forma aerodinámica.	60
2.2.5 Factor de respuesta dinámica.	64
2.2.6 Aceleraciones para estructuras sensibles al viento.	72
2.2.7 Ejemplos de aplicación.	73
2.2.8 Análisis paramétrico.	75
2.3 Reglamento norteamericano (ASCE7-05).	90
2.3.1 Cargas horizontales.	90

2.3.2	Presión de la velocidad.	90
2.3.3	Factor del efecto de ráfaga.	91
2.3.4	Respuesta en la dirección del flujo.	93
2.3.5	Ejemplo de aplicación.	95
2.3.6	Análisis paramétrico.	96
2.4	Euro código 2005.	104
2.4.1	Cargas horizontales.	104
2.4.2	Velocidad del viento y presión de la velocidad.	104
2.4.3	Factor estructural $c_s c_d$.	106
2.4.4	Respuesta en la dirección del flujo.	110
2.4.5	Ejemplo de aplicación.	112
2.4.6	Análisis paramétrico.	112
2.5	Solución exacta para edificios	120
2.5.1	Respuesta en la dirección del flujo del viento.	120
2.5.2	Respuesta en la dirección transversal al flujo del viento.	121
2.5.3	Respuesta en torsión.	122
2.5.4	Ejemplos de aplicación.	123
2.5.5	Análisis paramétrico.	125
2.6	Reglamento canadiense (NBCC 1995).	141
2.6.1	Cargas horizontales.	141
2.6.2	Presión de la velocidad.	141
2.6.3	Factor del efecto de ráfaga.	142
2.6.4	Respuesta en aceleración	145
2.6.5	Ejemplos de aplicación.	145
2.6.6	Análisis paramétrico.	147
2.7	Normas técnicas complementarias para diseño por viento (NTC 2004).	161
2.7.1	Análisis paramétrico.	162
2.8	Ejemplos de aplicación.	200

3 Aceleraciones máximas debidas al sismo en sistemas continuos.

3.1	Viga de flexión.	204
3.1.1	Ecuación diferencial de movimiento.	204
3.1.2	Vibración libre.	206
3.1.3	Ortogonalidad de los modos de vibración.	215
3.1.4	Vibración forzada sin amortiguamiento.	219
3.1.5	Vibración forzada con amortiguamiento.	229
3.2	Viga de corte.	234
3.2.1	Ecuación diferencial de movimiento.	234
3.2.2	Vibración libre.	236
3.2.3	Ortogonalidad de los modos de vibración.	240
3.2.4	Vibración forzada sin amortiguamiento.	241
3.2.5	Vibración forzada con amortiguamiento.	250
3.3	Viga de corte acoplada a una viga de flexión.	254
3.3.1	Ecuación diferencial de movimiento.	254

3.3.2	Análisis estático, modelo de Miranda.	256
3.3.3	Análisis dinámico, demanda de aceleraciones.	268
3.3.4	Análisis paramétrico.	287

4 Aceleraciones máximas debidas al viento en sistemas continuos.

4.1	Respuesta eólica estática.	293
4.1.1	Desplazamiento estático.	293
4.1.2	Desplazamiento estático con forma modal simple.	296
4.1.3	Desplazamiento estático con los modelos de la viga de flexión, viga de corte y viga acoplada.	300
4.1.4	Comparación de la respuesta estática con diferentes formas modales.	306
4.2	Respuesta eólica dinámica.	320
4.2.1	Fuerzas del viento.	320
4.2.2	Viga de flexión.	323
4.2.3	Viga de corte.	329
4.2.4	Viga de corte acoplada a una viga de flexión.	335

5 Conclusiones.

5.1	Resultados y conclusiones.	342
5.1.1	Comparación de resultados obtenidos con el reglamento japonés y el análisis sísmico.	342
5.1.2	Comparación de la respuesta máxima sísmica y eólica.	368

Bibliografía.	396
----------------------	------------

Índice de tablas

1 Introducción.

1.1.1	Longitud de rugosidad y coeficientes de arrastre del terreno para diversos terrenos.	2
1.1.2	Exponentes y altura de gradiente para un modelo del viento exponencial.	4
1.1.3	Exponentes y altura usados en ASCE 1993-2005.	5
1.2.1	Valores de β correspondientes a diversas longitudes de rugosidad.	7
1.4.1	Valores de conversión de velocidades según Mackey (a 10m de altura).	12
1.4.2	Valores de la intensidad de turbulencia propuesta por Davenport.	13
1.4.3	Factores de conversión según Simiu.	13
1.4.4	Relación entre velocidades promediadas en t a la velocidad media horaria.	14
1.4.5	Relación de velocidades máximas y su equivalente promediada en intervalos cortos de tiempo.	14
1.5.1	Ciudad y su número de edificios altos.	15
1.5.2	Edificios altos en la Ciudad de Acapulco, Guerrero.	16
1.5.3	Edificios altos en la Ciudad de México, D.F.	17
1.5.4	Edificios altos en la Ciudad de Guadalajara.	18
1.5.5	Edificios altos en la Ciudad de Monterrey.	19
1.5.5	Edificios altos en la Ciudad de Puebla.	20

2 Aceleraciones máximas debidas al viento con normas internacionales.

2.1.1	Categorías de terreno plano.	26
2.1.2	Parámetros usados para calcular E_r .	26
2.1.3	Variación de las dimensiones de los edificios analizados	36
2.1.4	Velocidad promediada a 3 segundos en (m/s) utilizadas en el análisis.	37
2.1.5	Velocidad promediada a 10 minutos en (m/s) utilizadas en el análisis.	37
2.2.1	Factor de terreno/altura para velocidades de viento de ráfaga en terrenos desarrollados completamente — estados límite de servicio — todas las regiones y estados de límite último —	60
2.2.2	Coeficientes de presión externa, $C_{p,e}$, para edificios cerrados rectangulares para muro en barlovento.	61
2.2.3	Coeficientes de presión externa, $C_{p,e}$, para edificios cerrados rectangulares para muro en sotavento.	62

2.2.4	Factor de reducción de área, K_a .	62
2.2.5	Factor de combinación para presiones de viento actuando de dos o más superficies del edificio para efectos en elementos estructurales principales.	63
2.2.6	Intensidad de turbulencia, I_z .	66
2.2.7	Valores de la relación de amortiguamiento estructural respecto al crítico de la estructura, ζ .	67
2.3.1	Constantes de exposición de terreno.	91
2.4.1	Categorías de terreno y parámetros del terreno.	106
2.4.2	Valores aproximados del decremento logarítmico del amortiguamiento estructural en el modo fundamental.	109
2.5.1	Velocidades promediadas a 1 hora en (m/s) .	125
2.5.2	Categorías de terreno para la solución exacta.	126
2.6.1	Exponente α , asociado a C_e .	142
2.6.2	Velocidades promediadas a 1 hora en (m/s) .	148
2.7.1	Velocidades regionales, V_R , según la importancia de la construcción y la zonificación eólica, (m/s) .	161
2.7.2	Velocidades de las zonas eólicas del DF a diferentes tiempos de promediación, (m/s) .	162
2.7.3	Tipos de terreno para el análisis paramétrico.	162
2.8.1	Velocidades de la zona eólica I del D.F. a diferentes tiempos de promediación, utilizadas en el ejemplo 1.	194
2.8.2	Velocidades de la Ciudad de Acapulco, Gro. a diferentes tiempos de promediación, utilizadas en el ejemplo 2.	200
2.8.3	Tipos de terreno para el análisis paramétrico.	200
2.8.4	Respuesta longitudinal a la dirección del viento, ejemplo 1.	202
2.8.5	Respuesta transversal a la dirección del viento, ejemplo 1.	202
2.8.6	Respuesta longitudinal a la dirección del viento, ejemplo 2.	203
2.8.7	Respuesta transversal a la dirección del viento, ejemplo 2.	203

3 Aceleraciones máximas debidas al sismo en sistemas continuos.

3.1.1	Masas modales de una viga en flexión en voladizo.	221
3.2.1	Masas modales de una viga de corte en voladizo.	243
3.3.1	Valores de a , b , c y d hallados en el estudio.	267
3.3.2	Valores de β_5 en función de la demanda de ductilidad.	267

4 Aceleraciones máximas debidas al viento en sistemas continuos.

4.1.1	Categorías de terreno y valores de α .	296
4.1.2	Valores propuestos de β para diferentes valores de α_0 tomando en cuenta la forma modal.	312
4.1.3	Valores propuestos de β para diferentes valores de α_0 tomando en cuenta la respuesta.	319

Índice de figuras

1 Introducción.

1.5.1	Organización de los edificios según su altura.	21
1.5.2	Organización de los edificios según su periodo fundamental.	22

2 Aceleraciones máximas debidas al viento con normas internacionales.

2.1.1	Relaciones geométricas de un edificio prismático.	24
2.1.2	Respuesta longitudinal de las aceleraciones para categoría I.	36
2.1.3	Respuesta longitudinal de las aceleraciones para categoría V.	41
2.1.4	Respuesta transversal de las aceleraciones para categoría I.	43
2.1.5	Respuesta transversal de las aceleraciones para categoría V.	45
2.1.6	Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento correspondiente a la categoría I.	47
2.1.7	Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento correspondiente a la categoría V.	48
2.1.8	Respuesta en dirección transversal al flujo del viento correspondiente a la categoría I.	49
2.1.9	Respuesta en dirección transversal al flujo del viento correspondiente a la categoría V.	50
2.1.10	Variación del cortante basal en dirección longitudinal y transversal para categoría II y IV.	53
2.1.11	Variación del momento de volteo en dirección longitudinal y transversal para categoría II y IV.	54
2.1.12	Variación de la aceleración en dirección longitudinal y transversal para categoría II y IV.	56
2.2.1	Notación para las alturas.	65
2.2.2	Coeficiente de espectro de fuerza transversal al viento para una sección cuadrada (3:1:1).	70
2.2.3	Coeficiente de espectro de fuerza transversal al viento para una sección cuadrada (6:1:1).	70
2.2.4	Coeficiente de espectro de fuerza transversal al viento para una sección rectangular (6:2:1).	71
2.2.5	Coeficiente de espectro de fuerza transversal al viento para una sección rectangular (6:1:2).	71
2.2.6	Respuesta longitudinal de las aceleraciones para categoría 1.	77
2.2.7	Respuesta longitudinal de las aceleraciones para categoría 4.	79
2.2.8	Respuesta transversal de las aceleraciones para categoría 1.	81
2.2.9	Respuesta transversal de las aceleraciones para categoría 4.	83
2.2.10	Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento	85

	correspondiente a la categoría 1.	
2.2.11	Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento correspondiente a la categoría 4.	86
2.2.12	Respuesta en dirección transversal al flujo del viento correspondiente a la categoría 1.	87
2.2.13	Respuesta en dirección transversal al flujo del viento correspondiente a la categoría 4.	88
2.3.1	Respuesta longitudinal de las aceleraciones para categoría D.	98
2.3.2	Respuesta longitudinal de las aceleraciones para categoría B.	100
2.3.3	Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento correspondiente a la categoría D.	101
2.3.4	Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento correspondiente a la categoría B.	102
2.4.1	Formas generales de estructuras que contempla el Euro código.	107
2.4.2	Respuesta longitudinal de las aceleraciones para categoría 0.	114
2.4.3	Respuesta longitudinal de las aceleraciones para categoría IV.	116
2.4.4	Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento correspondiente a la categoría 0.	117
2.4.5	Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento correspondiente a la categoría IV.	118
2.5.1	Respuesta longitudinal de las aceleraciones para categoría 1.	128
2.5.2	Respuesta longitudinal de las aceleraciones para categoría 4.	130
2.5.3	Respuesta transversal de las aceleraciones para categoría 1.	132
2.5.4	Respuesta transversal de las aceleraciones para categoría 4.	134
2.5.5	Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento correspondiente a la categoría 1.	135
2.5.6	Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento correspondiente a la categoría 4.	136
2.5.7	Respuesta en dirección transversal al flujo del viento correspondiente a la categoría 1.	138
2.5.8	Respuesta en dirección transversal al flujo del viento correspondiente a la categoría 4.	139
2.6.1	Factor de turbulencia de fondo.	144
2.6.2	Respuesta longitudinal de las aceleraciones para categoría A.	150
2.6.3	Respuesta longitudinal de las aceleraciones para categoría C.	152
2.6.4	Respuesta transversal de las aceleraciones para categoría A.	154
2.6.5	Respuesta transversal de las aceleraciones para categoría C.	156
2.6.6	Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento correspondiente a la categoría A.	157
2.6.7	Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento	158

	correspondiente a la categoría C.	
2.6.8	Respuesta en dirección transversal al flujo del viento correspondiente a la categoría A.	159
2.6.9	Respuesta en dirección transversal al flujo del viento correspondiente a la categoría C.	160
2.7.1	Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento para terreno abierto, (AIJ 2004).	163
2.7.2	Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento para centro de ciudad, (AIJ 2004).	164
2.7.3	Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento para terreno abierto, (AS/NZS 1170.2:2002).	165
2.7.4	Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento para centro de ciudad, (AS/NZS 1170.2:2002).	166
2.7.5	Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento para terreno abierto, (ASCE7-05).	167
2.7.6	Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento para centro de ciudad, (ASCE7-05).	168
2.7.7	Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento para terreno abierto, (BS EN 1991-1-4:2005).	169
2.7.8	Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento para centro de ciudad, (BS EN 1991-1-4:2005).	170
2.7.9	Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento para terreno abierto, (solución exacta).	171
2.7.10	Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento para centro de ciudad, (solución exacta).	172
2.7.11	Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento para terreno abierto, (NBCC 1995).	173
2.7.12	Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento para centro de ciudad, (NBCC 1995).	174
2.7.13	Respuesta en dirección transversal al flujo del viento para terreno abierto, (AIJ 2004).	175
2.7.14	Respuesta en dirección transversal al flujo del viento para centro de ciudad, (AIJ 2004).	176
2.7.15	Respuesta en dirección transversal al flujo del viento para terreno abierto, (AS/NZS 1170.2:2002).	177
2.7.16	Respuesta en dirección transversal al flujo del viento para centro de ciudad, (AS/NZS 1170.2:2002).	178
2.7.17	Respuesta en dirección transversal al flujo del viento para terreno abierto, (solución exacta).	179
2.7.18	Respuesta en dirección transversal al flujo del viento para centro de ciudad, (solución exacta).	180
2.7.19	Respuesta en dirección transversal al flujo del viento para terreno abierto, (NBCC 1995).	181
2.7.20	Respuesta en dirección transversal al flujo del viento para centro de ciudad, (NBCC 1995).	182
2.7.21	Respuesta longitudinal de las aceleraciones para terreno abierto, Zona I.	184
2.7.22	Respuesta longitudinal de las aceleraciones para terreno abierto, Zona II.	185

2.7.23	Respuesta longitudinal de las aceleraciones para centro de ciudad, Zona I.	187
2.7.24	Respuesta longitudinal de las aceleraciones para centro de ciudad, Zona II.	188
2.7.25	Respuesta longitudinal de las aceleraciones para terreno abierto, (BS EN 1991-1-4:2005).	190
2.7.26	Respuesta longitudinal de las aceleraciones para centro de ciudad, (BS EN 1991-1-4:2005).	191
2.7.27	Respuesta transversal de las aceleraciones para terreno abierto, Zona I.	193
2.7.28	Respuesta transversal de las aceleraciones para terreno abierto, Zona II.	195
2.7.29	Respuesta transversal de las aceleraciones para centro de ciudad, Zona I.	197
2.7.30	Respuesta transversal de las aceleraciones para centro de ciudad, Zona II.	199

3 Aceleraciones máximas debidas al sismo en sistemas continuos.

3.1.1	Viga con carga transversal al eje neutro.	204
3.1.2	Cargas actuantes en el elemento diferencial.	205
3.1.3	Viga en voladizo de flexión.	208
3.1.4	Formas modales de una viga en voladizo a flexión.	210
3.1.5	Viga simplemente apoyada.	210
3.1.6	Formas modales de una viga simplemente apoyada a flexión.	212
3.1.7	Modelo que considera la interacción suelo-estructura.	213
3.1.8	Variación de p , para el primer modo de vibración.	215
3.1.9	Función de la excitación lineal.	222
3.1.10	Acelerograma del sismo del 30 de septiembre de 1999 (SCT).	226
3.1.11	Respuesta en cada nivel del edificio con el sismo del 30 de septiembre de 1999 (SCT).	227
3.1.12	Acelerograma del sismo del 19 de septiembre de 1985 (SCT).	227
3.1.13	Respuesta en cada nivel del edificio con el sismo del 19 de septiembre de 1985 (SCT).	228
3.1.14	Respuesta del edificio con el sismo del 30 de septiembre de 1999 (SCT) para $\xi_1 = 0.05$ y $\xi_1 = 0.0$.	232
3.1.15	Respuesta del edificio con el sismo del 19 de septiembre de 1985 (SCT) para $\xi_1 = 0.05$ y $\xi_1 = 0.0$.	233
3.2.1	Marco plano modelado como viga de corte.	234
3.2.2	Cargas actuantes en el elemento diferencial.	235
3.2.3	Formas modales de una viga de corte en voladizo.	238
3.2.4	Comparación de los modos de vibrar.	239
3.2.5	Respuesta en cada nivel del edificio con el sismo del 30 de septiembre de 1999 (SCT).	249
3.2.6	Respuesta en cada nivel del edificio con el sismo del 19 de	250

	septiembre de 1985 (SCT).	
3.2.7	Respuesta del edificio con el sismo del 30 de septiembre de 1999 (SCT) para $\xi_1 = 0.05$ y $\xi_1 = 0.0$.	252
3.2.8	Respuesta del edificio con el sismo del 19 de septiembre de 1985 (SCT) para $\xi_1 = 0.05$ y $\xi_1 = 0.0$.	253
3.3.1	Modelo numérico de una viga de corte acoplada a una viga de flexión.	255
3.3.2	Diferentes variaciones de cargas laterales.	258
3.3.3	Variación del desplazamiento lateral para $\alpha = 0.01$.	259
3.3.4	Efecto de la aplicación de distintas distribuciones de cargas laterales en el desplazamiento lateral, para $\alpha = 6$.	260
3.3.5	Variación de β_1 en función del número de pisos.	262
3.3.6	Comparación de β_1 con la ecuación propuesta por Algan.	262
3.3.7	Variación del desplazamiento para diferentes estructuras.	263
3.3.8	Variación de la deriva a lo largo de la altura.	265
3.3.9	Gráfica la ecuación característica para $\alpha_0 = 3$.	272
3.3.10	Efecto de α_0 en las formas modales.	273
3.3.11	Respuesta del edificio con $\alpha_0 = 0$, para el sismo del 30 de septiembre de 1999 (SCT).	282
3.3.12	Respuesta del edificio con $\alpha_0 = 30$, para el sismo del 30 de septiembre de 1999 (SCT).	283
3.3.13	Respuesta del edificio con $\alpha_0 = 0$, para el sismo del 19 de septiembre de 1985 (SCT).	285
3.3.14	Respuesta del edificio con $\alpha_0 = 30$, para el sismo del 19 de septiembre de 1985 (SCT).	286
3.3.15	Respuestas máximas con $\alpha_0 = 0$.	288
3.3.16	Elementos mecánicos máximos para $\alpha_0 = 0$.	289
3.3.17	Respuestas máximas con $\alpha_0 = 30$.	291
3.3.18	Elementos mecánicos máximos para $\alpha_0 = 30$.	292

4 Aceleraciones máximas debidas al viento en sistemas continuos.

4.1.1	Respuesta del edificio y forma modal con $\beta = 1.552$.	299
4.1.2	Respuesta del edificio modelado como una viga de flexión considerando un solo modo.	302
4.1.3	Respuesta del edificio modelado como una viga de corte considerando un solo modo.	303
4.1.4	Respuesta del edificio modelado como una viga de flexión considerando 5 modos.	304
4.1.5	Respuesta del edificio modelado como una viga de corte considerando 5 modos.	305
4.1.6	Comparación de formas modales para $\alpha_0 = 0$.	307
4.1.7	Comparación de formas modales para $\alpha_0 = 2$.	308
4.1.8	Comparación de formas modales para $\alpha_0 = 6$.	308
4.1.9	Comparación de formas modales para $\alpha_0 = 8$.	309
4.1.10	Comparación de formas modales para $\alpha_0 = 12$.	310
4.1.11	Comparación de formas modales para $\alpha_0 = 16$.	310

4.1.12	Comparación de formas modales para $\alpha_0 = 20$.	311
4.1.13	Comparación de formas modales para $\alpha_0 = 30$.	311
4.1.14	Comparación de los desplazamientos para $\alpha_0 = 0$.	313
4.1.15	Comparación de los desplazamientos para $\alpha_0 = 2$.	314
4.1.16	Comparación de los desplazamientos para $\alpha_0 = 6$.	314
4.1.17	Comparación de los desplazamientos para $\alpha_0 = 8$.	315
4.1.18	Comparación de los desplazamientos para $\alpha_0 = 12$.	316
4.1.19	Comparación de los desplazamientos para $\alpha_0 = 16$.	316
4.1.20	Comparación de los desplazamientos para $\alpha_0 = 20$.	317
4.1.21	Comparación de los desplazamientos para $\alpha_0 = 30$.	318
4.2.1	Velocidades simuladas correspondientes a los niveles 10, 30 y 50 del edificio.	321
4.2.2	Fuerzas del viento actuantes en niveles 10, 30 y 50 del edificio.	322
4.2.3	Respuesta eólica del modelo a flexión sin amortiguamiento para centro de ciudad.	326
4.2.4	Respuesta eólica del modelo a flexión amortiguado para centro de ciudad con $\xi_1 = 0.01$ y $\xi_1 = 0$.	328
4.2.5	Respuesta eólica del modelo de corte sin amortiguamiento para centro de ciudad.	332
4.2.6	Respuesta eólica del modelo de corte amortiguado para centro de ciudad con $\xi_1 = 0.01$ y $\xi_1 = 0$.	334
4.2.7	Respuesta eólica del modelo de la viga de corte acoplada a una viga de flexión para centro de ciudad con $\alpha_0 = 0$.	339
4.2.8	Respuesta eólica del modelo de la viga de corte acoplada a una viga de flexión para centro de ciudad con $\alpha_0 = 30$.	341

5 Conclusiones.

5.1.1	Variación del cortante basal en dirección longitudinal y transversal para categoría II por viento, y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 0$.	343
5.1.2	Variación del momento de volteo en dirección longitudinal y transversal para categoría II por viento y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 0$.	344
5.1.3	Variación de las aceleraciones en dirección longitudinal y transversal para categoría II por viento y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 0$.	345
5.1.4	Variación del cortante basal en dirección longitudinal y transversal para categoría IV por viento, y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 0$.	346
5.1.5	Variación del momento de volteo en dirección longitudinal y transversal para categoría IV por viento y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 0$.	347
5.1.6	Variación de las aceleraciones en dirección longitudinal y transversal para categoría IV por viento y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 0$.	348

5.1.7	Variación del cortante basal en dirección longitudinal y transversal para categoría II por viento y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 30$.	349
5.1.8	Variación del momento de volteo en dirección longitudinal y transversal para categoría II por viento, y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 30$.	350
5.1.9	Variación de las aceleraciones en dirección longitudinal y transversal para categoría II por viento y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 30$.	351
5.1.10	Variación del cortante basal en dirección longitudinal y transversal para categoría IV por viento y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 30$.	352
5.1.11	Variación del momento de volteo en dirección longitudinal y transversal para categoría IV por viento y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 30$.	353
5.1.12	Variación de las aceleraciones en dirección longitudinal y transversal para categoría IV por viento y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 30$.	354
5.1.13	Variación del cortante basal en dirección longitudinal y transversal para categoría II por viento, y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 0$.	355
5.1.14	Variación del momento de volteo en dirección longitudinal y transversal para categoría II por viento y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 0$.	356
5.1.15	Variación de las aceleraciones en dirección longitudinal y transversal para categoría II por viento y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 0$.	357
5.1.16	Variación del cortante basal en dirección longitudinal y transversal para categoría IV por viento, y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 0$.	358
5.1.17	Variación del momento de volteo en dirección longitudinal y transversal para categoría IV por viento y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 0$.	359
5.1.18	Variación de las aceleraciones en dirección longitudinal y transversal para categoría IV por viento y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 0$.	360
5.1.19	Variación del cortante basal en dirección longitudinal y transversal para categoría II por viento, y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 30$.	361
5.1.20	Variación del momento de volteo en dirección longitudinal y transversal para categoría II por viento y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 30$.	362
5.1.21	Variación de las aceleraciones en dirección longitudinal y transversal para categoría II por viento y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 30$.	363
5.1.22	Variación del cortante basal en dirección longitudinal y transversal para categoría IV por viento, y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 30$.	364

5.1.23	Variación del momento de volteo en dirección longitudinal y transversal para categoría IV por viento y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 30$.	365
5.1.24	Variación de las aceleraciones en dirección longitudinal y transversal para categoría IV por viento y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 30$.	366
5.1.25	Respuesta máxima del edificio con el sismo del 30 de septiembre de 1999 (SCT) para $\alpha_0 = 0$.	369
5.1.26	Respuesta sísmica en el tiempo de desplazamientos correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 0$.	369
5.1.27	Respuesta sísmica en el tiempo de velocidades correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 0$.	370
5.1.28	Respuesta sísmica en el tiempo de aceleraciones correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 0$.	370
5.1.29	Respuesta máxima del edificio con el sismo del 30 de septiembre de 1999 (SCT) para $\alpha_0 = 5$.	371
5.1.30	Respuesta sísmica en el tiempo de desplazamientos correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 5$.	372
5.1.31	Respuesta sísmica en el tiempo de velocidades correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 5$.	372
5.1.32	Respuesta sísmica en el tiempo de aceleraciones correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 5$.	373
5.1.33	Respuesta máxima del edificio con el sismo del 30 de septiembre de 1999 (SCT) para $\alpha_0 = 10$.	374
5.1.34	Respuesta sísmica en el tiempo de desplazamientos correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 10$.	374
5.1.35	Respuesta sísmica en el tiempo de velocidades correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 10$.	375
5.1.36	Respuesta sísmica en el tiempo de aceleraciones correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 10$.	375
5.1.37	Respuesta máxima del edificio con el sismo del 30 de septiembre de 1999 (SCT) para $\alpha_0 = 30$.	376
5.1.38	Respuesta sísmica en el tiempo de desplazamientos correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 30$.	377
5.1.39	Respuesta sísmica en el tiempo de velocidades correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 30$.	377
5.1.40	Respuesta sísmica en el tiempo de aceleraciones correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 30$.	378
5.1.41	Comparación de la respuesta máxima sísmica para cada uno de los valores utilizados de α_0 .	379
5.1.42	Respuesta eólica máxima del edificio para $\alpha_0 = 0$.	380
5.1.43	Respuesta eólica en el tiempo de desplazamientos correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 0$.	381
5.1.44	Respuesta eólica en el tiempo de velocidades correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 0$.	381
5.1.45	Respuesta sísmica en el tiempo de aceleraciones correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 0$.	382

5.1.46	Respuesta eólica máxima del edificio para $\alpha_0 = 5$.	383
5.1.47	Respuesta eólica en el tiempo de desplazamientos correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 5$.	383
5.1.48	Respuesta eólica en el tiempo de velocidades correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 5$.	384
5.1.49	Respuesta eólica en el tiempo de aceleraciones correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 5$.	384
5.1.50	Respuesta eólica máxima del edificio para $\alpha_0 = 10$.	385
5.1.51	Respuesta eólica en el tiempo de desplazamientos correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 10$.	386
5.1.52	Respuesta eólica en el tiempo de velocidades correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 10$.	386
5.1.53	Respuesta eólica en el tiempo de aceleraciones correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 10$.	387
5.1.54	Respuesta eólica máxima del edificio para $\alpha_0 = 30$.	388
5.1.55	Respuesta eólica en el tiempo de desplazamientos correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 30$.	388
5.1.56	Respuesta eólica en el tiempo de velocidades correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 30$.	389
5.1.57	Respuesta eólica en el tiempo de aceleraciones correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 30$.	389
5.1.58	Comparación de la respuesta máxima eólica para cada uno de los valores utilizados de α_0 .	390
5.1.59	Comparación de la respuesta máxima sísmica y eólica para $\alpha_0 = 0$.	391
5.1.60	Comparación de la respuesta máxima sísmica y eólica para $\alpha_0 = 5$.	392
5.1.61	Comparación de la respuesta máxima sísmica y eólica para $\alpha_0 = 10$.	393
5.1.62	Comparación de la respuesta máxima sísmica y eólica para $\alpha_0 = 30$.	394



1

Introducción

1.1 Variación de la velocidad media con la altura

Se ha establecido que registros de velocidades del viento en periodos de tiempo entre 10 minutos y 2 horas, provee razonables valores estables de la componente media de la velocidad del viento. Un periodo de una hora cae en el promedio de este intervalo y es el periodo de registro en muchos países, en donde estaciones meteorológicas ubicadas en diversas partes del país miden y resumen la velocidad máxima diaria del viento.

La velocidad media horaria es registrada a una altura de 10 m, pero la velocidad incrementa conforme incrementa la altura sobre el terreno hasta que alcanza la velocidad gradiente, V_g , a una altura gradiente. Si el flujo del viento fuera laminar la velocidad debiera ser la misma para todos los intervalos de medición, sin embargo, debido a las fluctuaciones de la turbulencia, las definiciones de la velocidad dependen del tiempo de promediación en los registros.

La velocidad de ráfaga promediada cada 3 segundos, representa el promedio de una tormenta máxima en ese tiempo. La velocidad media horaria es la velocidad promedio medida en una tormenta durante una hora, y normalmente es la velocidad de referencia en las pruebas de túnel de viento. La velocidad media horaria es aproximadamente 1/1.53 veces la velocidad máxima promedio medida en 3 segundos.

En la práctica de la ingeniería es común suponer que los registros de velocidad del viento son estadísticamente estacionarios en periodos de 10 minutos a una hora (Simui y Miyata, 2006).

En México, la velocidad media se reporta como medida en terreno plano a 10m de altura y promediada a 3 segundos (MDOC, 2008), para diferentes periodos de recurrencia.

Existen dos leyes matemáticas para describir la variación de la velocidad del viento con la altura son: (1) la ley logarítmica y (2) la ley exponencial.

Los parámetros que intervienen en el cálculo de ambos modelos de variación de velocidad dependen de las condiciones del terreno y del tiempo de promediación de la velocidad en los registros.

1.1.1 Perfil de velocidades modelo logarítmico.

La ley logarítmica provee la velocidad media, $\bar{U}(z)$, a una altura z sobre la superficie del terreno con:

$$\bar{U}(z) = \frac{u_*}{K} \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) \quad (1.1.1)$$

Considerando la constante de Kármán como $K = 0.4$,

$$\bar{U}(z) = 2.5 u_* \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) \quad (1.1.2)$$

Donde, para una altura de 10 m

$$u_* = \frac{1}{2.5 \ln\left(\frac{10}{z_0}\right)} \bar{U}(10) \quad (1.1.3)$$

Ó bien:

$$u_* = \sqrt{K} \bar{U}(10) \quad (1.1.4)$$

Donde: u_* (m/s), es la velocidad de cortante o velocidad de fricción; z_0 (m), es la longitud de rugosidad; k , es el coeficiente de arrastre de la superficie y $\bar{U}(10)$, es la velocidad media a una altura de referencia de 10m sobre el nivel del terreno en (m/s).

Los valores de z_0 y de k se obtienen de la tabla 1.1.1 para diversos tipos de terrenos.

Tabla 1.1.1 Longitud de rugosidad y coeficientes de arrastre para diversos terrenos.

TIPO DE TERRENO	z_0 (m)	$k \cdot 10^3$
Arenoso	0.0001-0.001	1.2-1.9
Playa	0.005	0.7-2.6
Pastizales cortos	0.01-0.04	3.4-5.2
Pastizales altos	0.04-0.10	5.2-7.6
Bosques con pinos	0.90-1.00	28.0-30.0
Áreas suburbanas	0.20-0.40	10.5-15.4
Centros de ciudades	0.35-0.45	14.2-16.6
Centros de grandes ciudades	0.60-0.80	20.2-25.1

Si se conoce el coeficiente de arrastre del terreno, k , entonces los correspondientes valores para z_0 se obtienen de la ecuación (1.1.2), así:

$$z_0 = z \exp\left(-\frac{\bar{U}(z)}{2.5 u_*}\right) \quad (1.1.5)$$

La longitud de rugosidad z_0 puede ser interpretada como el tamaño de un vórtice característico, el cual se forma como resultado de la fricción entre el aire y

la rugosidad de la superficie y es la altura arriba del nivel del terreno en la cual la velocidad media es cero.

La ley logarítmica es aplicable a alturas que exceden a 10m, abajo de esta altura la velocidad se supone constante e igual a $U_{(10)}$. En códigos más actuales la ley logarítmica se ha modificado y la velocidad media con la altura z está dada por:

$$\bar{U}(z) = 2.5u_* \left[\ln\left(\frac{z}{z_0}\right) + 5.75\left(\frac{z}{\delta_x}\right) - 1.87\left(\frac{z}{\delta_x}\right)^2 - 1.33\left(\frac{z}{\delta_x}\right)^3 + 0.25\left(\frac{z}{\delta_x}\right)^4 \right] \quad (1.1.6)$$

Donde: δ_x , es la altura gradiente que depende del tipo de terreno de exposición x , y puede determinarse como:

$$\delta_x = \frac{u_*}{2\beta\omega \sin(\varphi)} = \frac{u_*}{\beta f_c} \quad (1.1.7)$$

Donde: ω , es la rotación angular de la tierra ($7.2722 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$); ϕ , es el ángulo local de la latitud y β es una constante tomada igual a 6.0.

Para alturas menores a 200m, los términos de orden superior pueden omitirse en la ecuación (1.1.6) de tal forma que:

$$\bar{U}(z) = 2.5u_* \left[\ln\left(\frac{z}{z_0}\right) + 5.75\left(\frac{z}{\delta_x}\right) \right] \quad (1.1.8)$$

Al sustituir el valor de δ_x y $z = 10\text{m}$, se tiene:

$$u_* = \frac{\bar{U}(z) - 0.12544545 \sin(\varphi)}{2.5 \ln\left(\frac{10}{z_0}\right)} \quad (1.1.9)$$

Como: $-1 < \sin(\varphi) < 1$

$$u_* = \frac{\bar{U}(z)}{2.5 \ln\left(\frac{10}{z_0}\right)} \quad (1.1.10)$$

La expresión (1.1.8) da valores de la velocidad media del orden de 6% mayores que la expresión (1.1.2) para alturas mayores a 200m, por lo que en estructuras como torres y edificios altos debe usarse la expresión (1.1.8).

1.1.2 Perfil de velocidades modelo exponencial

A cierta altura llamada altura gradiente, δ_x , la influencia de la fricción del terreno es despreciable y el aire se mueve únicamente bajo la influencia de la presión gradiente, lo anterior es llamado viento gradiente y ocurre a una velocidad llamada velocidad gradiente, $\bar{V}_g$. La altura gradiente para diferentes rugosidades del terreno se muestran en la tabla 1.1.2

Tomando en cuenta el efecto de la rugosidad, la velocidad promedio del viento varía con la altura de acuerdo a una ley exponencial. Para una rugosidad del terreno la forma del perfil depende del tiempo de promediación de la velocidad y para un tiempo de promediación específico la forma del perfil depende de la rugosidad del terreno.

El concepto del perfil de velocidad del viento del tipo exponencial con respecto a la velocidad gradiente fue sugerido por Davenport, quién propuso la ecuación (1.1.11), válida para cualquier tipo de rugosidad:

$$\bar{V}_{1h}(z) = \bar{V}_{1h}(\delta_x) \left[\frac{z}{\delta_x} \right]^{\alpha_x} \quad (1.1.11)$$

Donde: $\bar{V}_{1h}(z)$, es la velocidad media horaria del viento a una altura z de un terreno cualquiera categoría x .

Tabla 1.1.2 Exponentes y altura gradiente para un modelo del viento exponencial (Davenport, 1975).

CATEGORÍA	RUGOSIDAD DEL TERRENO	CANADÁ (1970) 1 HORA		ANSI, USA (1972) MILLA MÁS RÁPIDA (SOSTENIDA)	
		$\delta(m)$	α	$\delta(m)$	α
1	Terreno plano, abierto, costa	275	0.16	275	$1/7 \approx 0.14$
2	Área suburbana, pequeñas ciudades, áreas arboladas	395	0.28	365	$1/4.5 \approx 0.22$
3	Centros de grandes ciudades y terrenos muy rugosos	520	0.40	455	$1/3 \approx 0.33$

Los valores de los exponentes en la ley de variación dependen del tiempo de promediación de la velocidad en los registros de velocidades.

Otra forma de definir la variación de la velocidad del viento con la altura para el modelo exponencial, en lugar de la altura gradiente, $\delta_x(m)$, y la velocidad gradiente en un terreno categoría x , $\bar{V}_{horaria}(\delta_x)$, es usar la velocidad media horaria tomada a 10m de altura, $\bar{V}_{1h}(10)_{\text{terreno abierto}}$. En este caso el perfil de velocidades con la altura es:

$$\bar{V}_{1h}(z) = \bar{V}_{1h}(10)_{\text{terreno abierto}} \left[\frac{z}{10} \right]^{\alpha_{1h, \text{terreno abierto}}} \quad (1.1.12)$$

Este modelo es únicamente válido para terreno abierto y no puede ser extrapolado para otros tipos de terrenos.

Para perfiles de velocidad promediados a 3 segundos:

$$\bar{V}_{3s}(z) = \bar{V}_{3s}(10)_{\text{terreno abierto}} \left[\frac{z}{10} \right]^{\alpha_{3s, \text{terreno abierto}}} \quad (1.1.13)$$

Los valores de los exponentes se muestran en la Tabla 1.1.3.

Tabla 1.1.3 Exponentes y altura gradiente usados en ASCE 1993-2005.

EXPOSICIÓN	ASCE (1995-2005) 3s		ASCE (1995-2005) 1 HORA		NBC 1 HORA	
	$\delta(m)$	α	$\delta(m)$	α	$\delta(m)$	α
Centro de ciudades	—	—	—	—	520	0.40
Zona suburbana y pueblos	365.76	0.1428	365.76	0.25	400	0.28
Terreno abierto (aeropuertos)	274.32	0.1053	274.32	0.1538	274	0.16
Superficies de agua	213.36	0.0869	213.36	0.1111	—	—

Esta ecuación es válida para valores de $10m < z \leq \delta$.

1.2 Varianza y desviación estándar

La varianza de las fluctuaciones o los componentes de la velocidad de ráfaga se define como:

$$\sigma^2(u) = \frac{1}{T} \int_0^T \bar{u}(t)^T \bar{u}(t) dt = \sigma_u^2 + \sigma_v^2 + \sigma_w^2 \quad (1.2.1)$$

Donde:

$$\bar{u}(t) = \begin{bmatrix} u_u(t) \\ u_v(t) \\ u_w(t) \end{bmatrix} \quad (1.2.2)$$

Las varianzas a lo largo de los ejes x, y y z (u, v y w) son por lo tanto iguales a la media cuadrática del valor de las fluctuaciones en esas direcciones. De los registros de datos se ha observado que la mayor parte de la varianza está asociada con las fluctuaciones de la velocidad en la dirección del flujo medio. Si la dirección a lo largo del flujo paralelo al terreno es la dirección x, la dirección perpendicular al flujo y paralelo al terreno es la dirección y, y la dirección perpendicular al flujo es la dirección z, entonces se puede establecer normalmente que:

$$\sigma_u^2 \approx 10\sigma_v^2 \quad (1.2.3)$$

$$\sigma_v^2 > \sigma_w^2 \quad (1.2.4)$$

En general se supone que,

$$\sigma_u^2 \approx \sigma^2(u_u) = \frac{1}{T} \int_0^T u_u^2(t) dt \quad (1.2.5)$$

1.2.1 Variación de la rms únicamente con la velocidad

La varianza $\sigma^2(u)$ obviamente es función de la rugosidad del terreno y puede ser expresada en función de la velocidad de cortante o velocidad de fricción u_* como:

$$\sigma_u(u)^2 = \beta \sigma_*^2 \quad (1.2.6)$$

$$\sigma_u(u)^2 = \bar{u}^2 \quad (1.2.7)$$

Previamente se supuso que $\sigma_u(u)$ es independiente de la altura, y para propósitos ingenieriles la constante $\beta \approx 6$ cuando el tiempo de promediación es de una hora. Sin embargo en terrenos rugosos se ha reportado en la literatura que la constante puede tomar valores de $\beta \approx 4$. Normalmente se supone que β no varía con la altura. Los valores de β sugeridos para diseño estructural y obtenidos de una serie de observaciones se muestran en la Tabla 1.2.1

Tabla 1.2.1 Valores de β correspondientes a diversas longitudes de rugosidad

$z_0(m)$	0.005	0.07	0.03	0.30	1.00
β	6.5	6.0	6.0	5.25	4.85
$\sqrt{\beta}$	2.55	2.45	2.45	2.30	2.20

El tiempo de promediación en las ecuaciones (1.1.2) y (1.2.1) debe ser igual a la duración de fuertes vientos durante una tormenta, normalmente se supone que esta duración es de 10 minutos a una hora.

Los resultados experimentales (Aerodinámica Civil, cargas de viento en las edificaciones, Meseguer, Sanz, Perales y Pindado, 2001) muestran que las desviaciones estándar decrecen lentamente con la altura hasta la altura típica de estructuras ordinarias, admitiéndose que hasta alturas de entre 100 y 200m sobre terreno homogéneo, la desviación estándar de la componente transversal horizontal de la turbulencia es del orden del 75% de la desviación estándar de la componente longitudinal y del orden del 50% para el caso de la desviación estándar vertical,

$$\sigma_v \approx 0.75\sigma_u \quad (1.2.8)$$

$$\sigma_w \approx 0.5\sigma_u \quad (1.2.9)$$

Donde:

$$\sigma_u(u) \approx Au_* \quad (1.2.10)$$

El parámetro de proporcionalidad, A, es decreciente con la longitud de la rugosidad del terreno, z_0 . Dybye y Hasen (1997) proponen:

$$A \approx 2.5 \text{ para } z_0 = 0.05m$$

$$A \approx 1.8 \text{ para } z_0 = 0.30m$$

Como se puede ver en este planteamiento, se acepta que la desviación estándar de las fluctuaciones no dependen de la altura, sino únicamente de la rugosidad del terreno, z_0 .

1.2.2 Variación de la rms con velocidad y la altura

Actualmente es aceptado que la varianza varía con la altura y no sólo con la rugosidad del terreno y con la velocidad media del viento. Una expresión que toma en cuenta esta dependencia (Buchholdt, 1999) es:

$$\sigma_u(z) = 2.63\eta u_* \left[0.538 + \frac{z}{z_0} \right]^{\eta^{16}} \quad (1.2.11)$$

Donde:

$$\eta = 1 - \frac{z}{\delta} \quad (1.2.12)$$

La altura gradiente, δ , está dada por la expresión (1.1.7).

La desviación estándar de $\sigma_u(z)$ con la altura z provee una medida de la dispersión de la velocidad del viento alrededor del valor medio, $\bar{V}_{1h}(z)$, y es usado como una medida de la intensidad de la turbulencia, $I(z)$ o índice de turbulencia.

$$I_u(z) = \frac{\sigma_u(z)}{\bar{V}_{1h}(z)} \quad (1.2.13)$$

El índice de turbulencia, $I_u(z)$, disminuye con la altura debido fundamentalmente al incremento de la velocidad media con la altura.

1.3 Intensidad o índice de turbulencia

Otra característica importante del viento es la turbulencia. El viento en la capa límite atmosférica es turbulento, es decir, es caótico. Y para describirlo es necesario emplear métodos estadísticos. La velocidad del viento se describe descomponiendo esta velocidad en una velocidad media, $\bar{U}$, a la que se le superponen las componentes de agitación de la turbulencia correspondientes a cada dirección del sistema coordenado, u , v y w .

Cada componente de turbulencia se caracteriza mediante su:

- Desviación estándar,
- Escala de tiempo y escala de longitud integral
- Funciones de densidad espectral, que definen la distribución de la energía turbulenta.
- Co-espectro normalizado que especifica la correlación espacial.

Al analizar los fenómenos turbulentos del viento se suele considerar que las componentes de la fluctuación turbulenta varían en forma aleatoria en el tiempo pero no en el espacio, admitiendo que la variación de la velocidad que produce la turbulencia aparece simultáneamente en zonas cercanas, existiendo una cierta coherencia espacial entre las variaciones de la velocidad.

Si se considera un viento sobre un terreno homogéneo, el flujo de aire también será homogéneo horizontalmente, tal que sus características estadísticas no cambiarán en un plano horizontal.

1.3.1 Índice de turbulencia función de la velocidad

Sea $u(z)$ la velocidad de las fluctuaciones paralela a la dirección de la velocidad media en un flujo turbulento pasando de un punto con elevación, z , la intensidad de turbulencia longitudinal se define como:

$$I_u(u) = \frac{\sqrt{\bar{u}^2}}{\bar{U}(z)} = \frac{\sigma_u(z)}{\bar{U}(z)} \quad (1.3.1)$$

Donde: $\bar{U}(z)$, es la velocidad media del viento a una elevación z y $\sigma_u(u) = \sqrt{\bar{u}^2}$ es la media de la raíz cuadrada del valor de u .

La intensidad de turbulencia vertical y lateral se define de la misma manera. Si se acepta que la desviación estándar de las fluctuaciones depende únicamente de la rugosidad del terreno y no de la altura, es decir β no cambia con la altura, lo cual implica que la RMS de las fluctuaciones de la turbulencia en todos los niveles en cada terreno es constante (Simiu y Scanlan, 1996), se puede sustituir la expresión (1.1.2) y (1.2.1) en la expresión (1.3.1), tenemos:

$$I_u(u) \approx \frac{\sqrt{\beta}}{2.5 \ln\left(\frac{z}{z_0}\right)} \quad (1.3.2)$$

De la ecuación (1.3.1), considerando la velocidad media $\bar{U}(z)$, Davenport (1961) propuso:

$$I_u(u) = \sqrt{\frac{\int_0^\infty S_u(n) dn}{\bar{U}(z)}} = 2.45k^{0.5} \left(\frac{z}{10}\right)^{-\alpha} \quad (1.3.3)$$

Donde: $S_u(n)$, es el espectro de densidad de potencia de las ráfagas en la dirección longitudinal; α , es el exponente de la ley de variación exponencial de la velocidad horaria del viento (debe notarse que el exponente debe corresponder a la ley de variación de la velocidad con la altura, esto es una conclusión de Definition of wind profiles in ASCE 7, Zhou, Kareem, 2002) a una altura de 10m de referencia que depende de la rugosidad del terreno y k , es el coeficiente de rugosidad.

Se puede observar que:

1. para una altura fija, el índice de turbulencia se incrementa al incrementarse la rugosidad del terreno, k .
2. para una misma rugosidad del terreno, k , la intensidad de turbulencia decrece al incrementarse la altura sobre el terreno debido a la variación de la velocidad con la altura.

La expresión propuesta por Davenport fue modificada por Harris proponiendo:

$$I_u(u) = 2.58k^{0.5} \left(\frac{z}{10}\right)^{-\alpha} \quad (1.3.4)$$

Teniéndose que la σ_v no varía con la altura, por lo que la intensidad de la turbulencia disminuye con la altura principalmente debido a la velocidad media disminuye.

De la forma que tienen las ecuaciones (1.3. 3) y (1.3. 4), el perfil del índice de turbulencia se puede expresar como (Definition of wind profiles in ASCE 7, Zhou y Kareem, 2002):

$$I_u(u) = c \left(\frac{z}{10}\right)^{-d} \quad (1.3.5)$$

Donde: c y d son constantes que dependen de las condiciones del terreno.

Zhou y Kareem (2002) muestran que la suposición de que la RMS de las fluctuaciones de la turbulencia en un punto con la altura z , sea constante, requiere que los coeficientes de d sean iguales a los α de la ley de variación con la altura de un perfil de velocidades de un modelo exponencial.

1.4 Tiempo de promediación de la velocidad media (Relación entre velocidades medias)

La intensidad de la velocidad registrada es aleatoria en el tiempo, el intervalo de promediación tiene influencia en el valor obtenido. Por ejemplo, un registro de viento tomado en 17 horas registró una velocidad media de 10.3 m/s ; si el promedio se realiza en 30min el resultado es de 20 m/s ; y si se promedia en menos tiempo el resultado es de 26 m/s .

El análisis de la densidad espectral de potencia de las velocidades del viento provee los antecedentes de una selección adecuada del tiempo de promediación elegido (Wind, Snow and temperatura effects., Ghiocel y Lungu, 1975). Para obtener el espectro de potencia, la señal de la presión del anemómetro es convertida en una señal eléctrica por medio de ciertas analogías; la señal eléctrica es introducida en filtros eléctricos que tienen ciertas características de frecuencia y la potencia de salida de cada filtro es medida por el voltímetro. Gráficamente el espectro es obtenido dibujando la potencia obtenida por el voltímetro en la ordenada y la frecuencia de la velocidad en las abscisas (en escala logarítmica). La composición del viento se obtiene bajo la forma de ondas de diferentes frecuencias y amplitudes.

Aunque el espectro de potencia se obtiene en un sitio en particular y a cierta altura sobre el terreno, sus propiedades permanecen iguales independientemente de la rugosidad del terreno y de la altura.

El primero en obtener un espectro de viento fue Van Der Hoven y revela que el viento está formado por dos distintos tipos de flujo de aire: las fluctuaciones climáticas o macro-meteorológicas y los micro-meteorológicas o ráfagas. Esas fluctuaciones son separadas, por un intervalo estable estacionario cuya frecuencia es centrada aproximadamente en un intervalo de un ciclo por media hora a veinte minutos los cuales son óptimos por estabilidad. La mayoría de los códigos de diseño no está de acuerdo con lo anterior y sus tiempos de promediación son del 3s, 10min y 1h.

El problema está relacionado con el análisis dinámico de la respuesta de la estructura, en el cual el factor de ráfaga puede ser mayor cuando el intervalo de promediación de la velocidad es mayor.

La conversión de las velocidades del viento promediadas en un tiempo t , $\bar{V}_t$ en segundos a velocidades horarias, $\bar{V}_{1h}$.

Procedimiento propuesto por Mackey:

$$\frac{\bar{V}_t}{\bar{V}_{1h}} = 1 - 0.6226 \left(\frac{\sigma}{\bar{V}} \right)^{1.2716} \ln \left(\frac{t}{T} \right) \quad (1.4.1)$$

Donde: $\bar{V}_t$, es la velocidad media promediada en t; y $\bar{V}_{1h}$ es la velocidad media horaria, la cual se supone tomada a 10m de altura en terreno abierto.

En la Tabla 1.4.1 se muestran los valores de conversión considerando que el índice de turbulencia, $I_v = \frac{\sigma_v}{\bar{V}}$, es constante en 10m de altura para un terreno especificado. Se puede ver que según el tipo de terreno es la relación entre velocidades, por ejemplo para campo abierto:

Para un tiempo de 3s

$$\bar{V}_{3s} = 1.43 \bar{V}_{1h} \quad (1.4.2)$$

Para un tiempo de 10 minutos (600s),

$$\bar{V}_{600s} = 1.108 \bar{V}_{1h} \quad (1.4.3)$$

Por tanto la relación entre 3s y 10 minutos de promediación es:

$$\bar{V}_{3s} = 1.43 \left(\frac{\bar{V}_{600s}}{1.108} \right) = 1.29 \bar{V}_{600s} \quad (1.4.4)$$

Tabla 1.4.1 Valores de conversión de velocidades según Mackey (a 10m de altura)

INTENSIDAD DE LA TURBULENCIA $I_v = \frac{\sigma_v}{\bar{V}}$	INTERVALO DE TIEMPO DE PROMEDIACIÓN t EN SEGUNDOS								
	1	3	5	10	30	60	300	600	3600
Ciudad 0.26	1.922	1.977	1.738	1.662	1.538	1.461	1.279	1.202	1
Campo abierto 0.16	1.496	1.430	1.398	1.356	1.290	1.248	1.150	1.108	1
Costa 0.08	1.205	1.177	1.164	1.147	1.120	1.102	1.062	1.047	1

Procedimiento propuesto por Davenport (Harris, 1971):

Propone los valores indicados en la Tabla 1.4.2, en donde la velocidad en la altura gradiente es $\bar{V}_g$, y la velocidad media horaria a 10m de altura es $\bar{V}_{10m,1h}$.

Tabla 1.4.2 Valores de la intensidad de turbulencia propuestos por Davenport.

TIPO DE TERRENO	$\frac{\sigma_v}{\bar{V}_g}$	$\frac{\sigma_v}{\bar{V}_{10m,1h}}$
Centro de ciudad	0.115	0.58
Terreno arbolado	0.110	0.32
Campo abierto	0.106	0.18

Procedimiento propuesto por Simiu (1976):

Muestra una tabla para la conversión de velocidades medias promediadas en un tiempo t en segundos a velocidades medias horarias, la cual se puede considerar medida a 10m de altura en terreno abierto. Los resultados se muestran en la Tabla 1.4.3. Se puede ver que la relación entre la velocidad en 3s y la media horaria es:

$$\bar{V}_{3s} = 1.53\bar{V}_{1h} \quad (1.4.5)$$

Tabla 1.4.3 Factores de conversión de velocidades según Simiu.

t (s)	2	5	10	30	60	100	200	500	1000	3600
$\frac{\bar{V}_t}{\bar{V}_{1h}}$	1.53	1.47	1.42	1.28	1.24	1.18	1.13	1.07	1.03	1.00

Procedimiento propuesto por Simiu y Miyata (2007):

Se da una tabla para realizar la conversión de velocidades, que definen las relaciones medias; r_t que relaciona las velocidades promediadas en t segundos a velocidades medias horarias (3600s) a 10m de altura en terreno abierto.

Los valores propuestos se muestran en la Tabla 1.4.4. se puede ver que la relación entre la velocidad en 3s y la media horaria es:

$$\bar{V}_{3s} = 1.52\bar{V}_{1h} \quad (1.4.6)$$

La relación de $\bar{V}_{3s} = \bar{V}_{10min}$ es:

$$\bar{V}_{600s} = 0.724\bar{V}_{3s} \quad (1.4.7)$$

O bien:

$$\bar{V}_{3s} = 1.38\bar{V}_{600s} \quad (1.4.8)$$

Tabla 1.4.4 Relación entre velocidades promediadas en t a la velocidad media horaria.

$t(s)$	3	5	40	60	600	3600
r	1.52	1.49	1.29	1.25	1.10	1.00

Procedimiento en la referencia ISO 4354:1997 (Internacional Standard wind actions on structures, 1997):

Se propone para fines de comparación entre los diferentes códigos de diseño una equivalencia de velocidades medidas en diferentes tiempos (Tabla 1.4.5). Es decir, se da una relación entre velocidades máximas y las medidas en intervalos cortos de tiempo en terreno abierto a una altura de 10m sobre el terreno, suponiendo una densidad del aire de $\rho_{aire} = 1.2 \text{ kg/m}^3$.

Tabla 1.4.5 Relación de velocidades máximas (m/s) y su equivalente promediada en intervalos cortos de tiempo.

10 min	1 h	1 min (MILLA MÁS RÁPIDA)	3s	$\frac{\bar{V}_{3s}}{\bar{V}_{1h}}$	$\frac{\bar{V}_{10min}}{\bar{V}_{1h}}$	$\frac{\bar{V}_{3s}}{\bar{V}_{10min}}$
21	22.4	27	33	1.47	0.94	1.57
25	25.8	31	39	1.51	0.97	1.57
27	28.9	35	43	1.49	0.93	1.57
30	31.6	38	47	1.48	0.95	1.57
32	34.2	41	51	1.49	0.94	1.57
35	36.5	44	55	1.51	0.96	1.57
37	38.7	47	58	1.50	0.96	1.57
39	40.8	50	61	1.50	0.96	1.57
41	42.8	52	64	1.50	0.96	1.57
43	44.7	54	67	1.50	0.96	1.57
44	46.5	56	70	1.51	0.95	1.57
46	48.3	58	73	1.51	0.96	1.57
48	50	61	75	1.50	0.96	1.57

También se puede realizar la siguiente equivalencia para el cálculo de velocidades a diferentes tiempos de promediación (99-Con-Dyn/M0040, 2001), para velocidades medidas a 10m de altura sobre el terreno en terreno plano:

$$1.5\bar{U}_{1h} = \bar{U}_{10min} = 0.84\bar{U}_{1min} = 0.67\bar{U}_{3s} \quad (1.4.9)$$

1.5 Edificios altos en México

En las ciudades más importantes de México se han construido edificios de gran altura, que por su relación de esbeltez, H/B relación de la altura entre la dimensión lateral mínima del edificio, y tener formas exclusivas es necesario analizarlas específicamente sus condiciones de servicio por confort de quienes los habitan. Se han registrado y organizado los edificios altos más importantes de 5 ciudades, en la tabla 1.5.1 se encuentra el número de edificios de cada una de las ciudades.

Tabla 1.5.1 Ciudad y su número de edificios altos

CIUDAD	No. EDIFICIOS
C. México	38
Acapulco	27
Monterrey	20
Guadalajara	25
Puebla	18

Los edificios se han organizado de acuerdo a su altura y a su periodo fundamental de vibración, el cual es calculado de manera aproximada con la siguiente ecuación:

$$T = \frac{n}{10} \quad (1.5.1)$$

Donde: T (s), es el periodo fundamental del edificio; n, es el número de entresijos del edificio.

De la tabla 1.5.2 a la 1.5 se muestran algunos de los edificios altos más importantes de las ciudades antes mencionadas

Tabla 1.5.2 Edificios altos en la Ciudad de Acapulco, Guerrero.

EDIFICIO	IMAGEN	AÑO	USO	MATERIAL	ALTURA (m)	NIVELES	PERIODO (s)
Oceanic 2000		1994	Residencial	Concreto	123	33	3.3
Torre Coral		1988	Residencial	Concreto	122	31	3.1
Estrella del Mar		1972	Residencial	Concreto	100	26	2.6

Tabla 1.5.3 Edificios altos en la Ciudad de México, D.F.

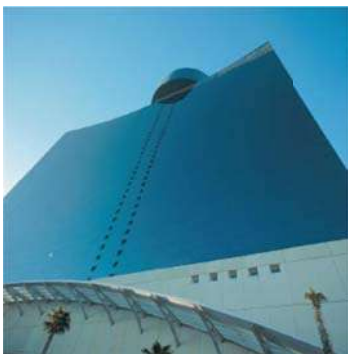
EDIFICIO	IMAGEN	AÑO	USO	MATERIAL	ALTURA (m)	NIVELES	PERIODO (s)
Torre Mayor		2003	Oficinas y Comercio	Mixto	225.6	64	6.4
Torre Ejecutiva Pemex		1982	oficinas	acero	214	52	5.2
World Trade Center México		1972	Oficinas y Comercio	concreto	191.3	52	5.2

Tabla 1.5.4 Edificios altos en la Ciudad de Guadalajara

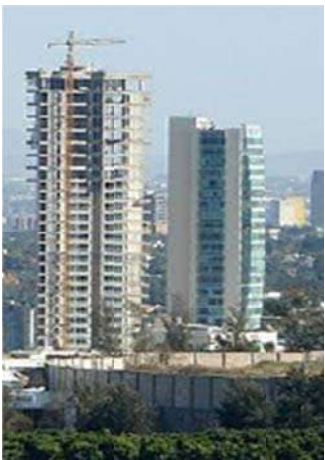
EDIFICIO	IMAGEN	AÑO	USO	MATERIAL	ALTURA (m)	NIVELES	PERIODO (s)
Torre Aura Altitude		2007	Residencial	Concreto	171	43	4.3
Torre Aura Lofts		2007	Residencial	Mixto	120	31	3.1
Torre Titanium		2007	Residencial	Mixto	115	27	2.7

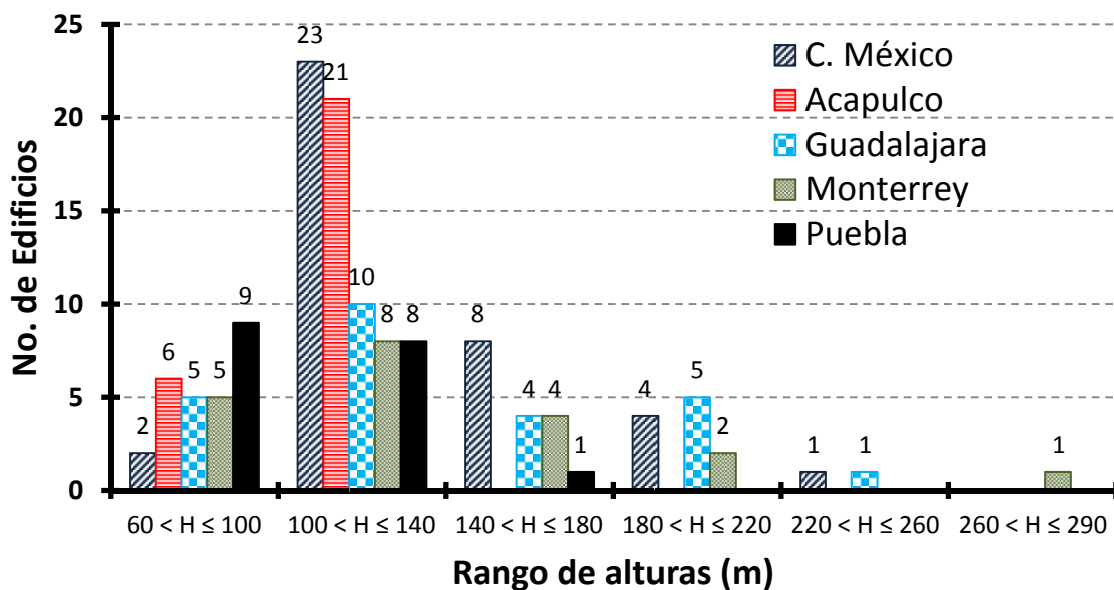
Tabla 1.5.5 Edificios altos en la Ciudad de Monterrey

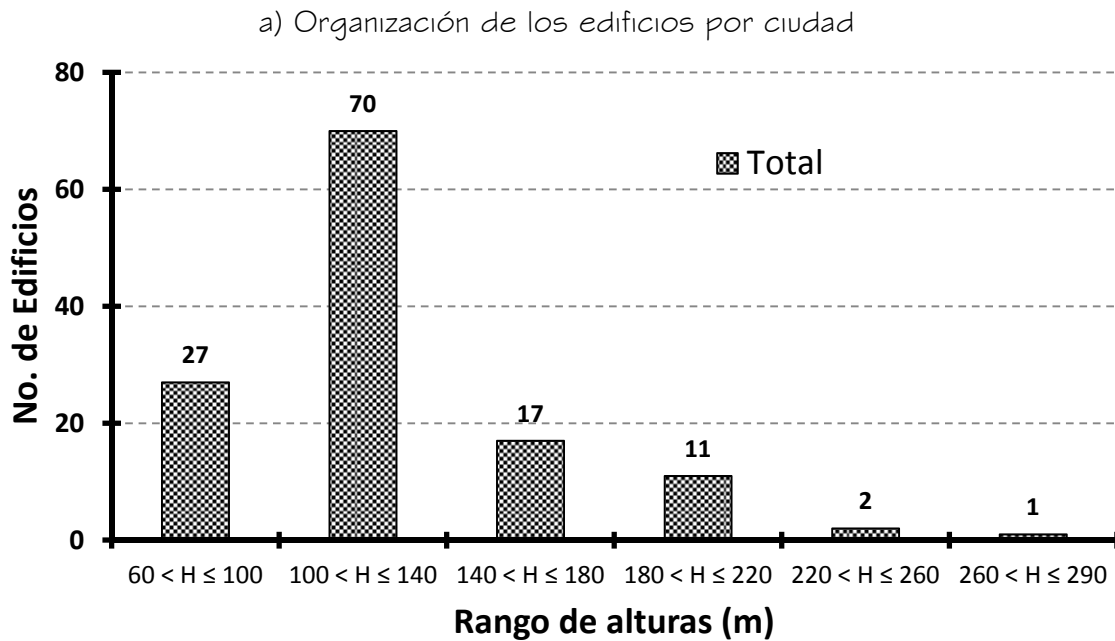
EDIFICIO	IMAGEN	AÑO	USO	MATERIAL	ALTURA (m)	NIVELES	PERIODO (s)
Torre CNCI		2000			167	43	4.3
Torre Comercial America		1991	Oficinas	Concreto	128	30	3
Torre del Parque 1		1996		Mixto	110	24	2.4
Torre del Parque 2		1998		Mixto	120	28	2.8

Tabla 1.5.6 Edificios altos en la Ciudad de Puebla

EDIFICIO	IMAGEN	AÑO	USO	MATERIAL	ALTURA (m)	NIVELES	PERIODO (s)
Torre Ejecutiva JV I		2005	Oficinas	Mixto	100	25	2.5
Torre Ejecutiva JV II		2003	Oficinas	Mixto	100	25	2.5
Torre Ejecutiva JV III		2008	Comercial y Oficinas	Concreto	130.7	30	3
Palacio de Justicia Federal	S/I	2006			90	17	1.7
Torre la Noria	S/I	1999			75	18	1.8

En la figura 1.5.1 a, se muestra la organización de los edificios de acuerdo a su altura para cada una de las ciudades y en la figura 1.5.1 b, se muestra la organización total de los edificios según su altura.



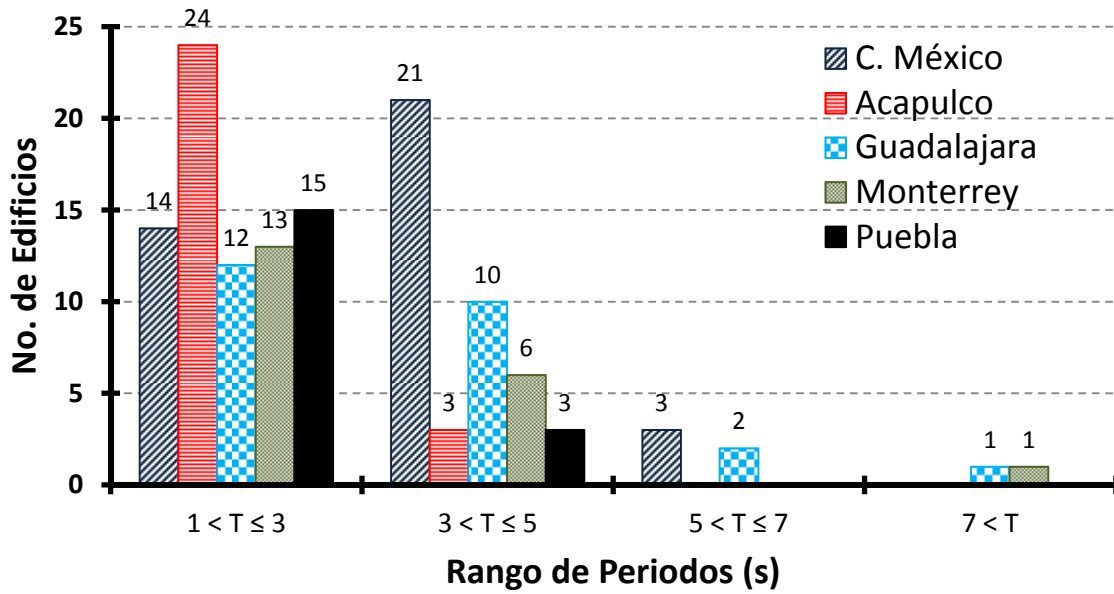


b) Organización de los edificios totales

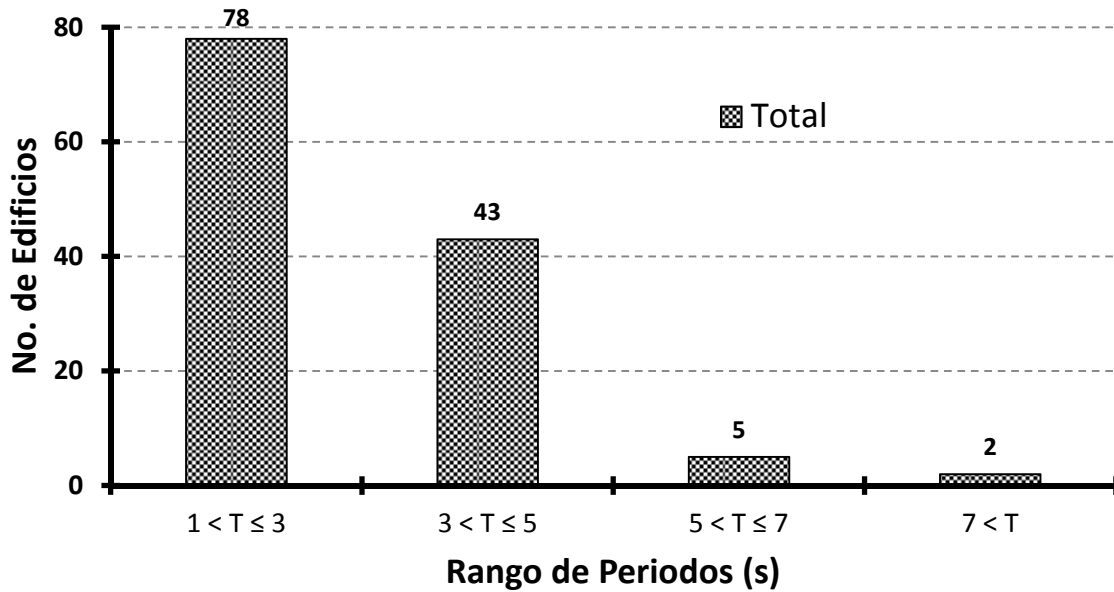
Figura 1.5.1 Organización de los edificios según su altura.

De la figura 1.5.1b se observa que, el 54.7% de los edificios registrados se encuentran entre los 100 y 140 metros de altura, el 21.1% se encuentra entre las alturas 60 y 100 metros, el 13.3% se encuentra entre los 140 y 180 metros de altura y un 10.9% corresponde a los edificios mayores que 180 metros de altura.

En la figura 1.5.2a, se muestra la organización de los edificios de acuerdo a su periodo fundamental para cada una de las ciudades. En la figura 1.5.2b, se muestra la organización total de los edificios según su periodo fundamental.



a) Organización de los edificios por ciudad



b) Organización de los edificios totales

Figura 1.5.2 Organización de los edificios según su periodo fundamental.

De la figura 1.5.2b se observa que de acuerdo a la ecuación (1.5.1), el 60.9% de los edificios tienen un periodo de 1 a 3 segundos, el 33.6% tienen un periodo de 3 a 5 segundos y un 5.5% tienen un periodo mayor a 5 segundos.

2

Aceleraciones máximas
debidas al viento con
normas internacionales

Los edificios que son altos o esbeltos son susceptibles a los efectos dinámicos del viento en las direcciones longitudinal y transversal al flujo del viento. Para considerar que un edificio alto responde a los efectos del viento, la mayoría de los reglamentos internacionales, coinciden en que se deben de cumplir con las siguientes condiciones:

- 1) La relación de la altura entre la dimensión lateral mínima del edificio debe ser aproximadamente igual a cinco.
- 2) Los edificios con periodo fundamental mayor o igual que 1 segundo.

Según la figura 1.5.2, en todos los edificios altos registrados, se deberían tomar en cuenta los efectos dinámicos del viento.

En los reglamentos internacionales se analizan los edificios considerando las cargas laterales que se producen sobre la edificación y las aceleraciones que se generan en los niveles superiores, como condición de servicio.

La respuesta del edificio en aceleración puede afectar la comodidad de los ocupantes y hacer colapsar por servicio por aceleraciones al edificio.

A continuación se presentan las formulaciones de diversos reglamentos internacionales de diseño, con los que se puede evaluar la respuesta de los edificios altos ante la acción del viento.

2.1 Reglamento Japonés (AIJ, 2005)

Se describen las cargas de viento para el diseño elástico de estructuras. Las cargas horizontales de viento para el diseño de edificios deben ser individualmente determinadas en la dirección longitudinal, transversal y torsional. La altura de referencia para el cálculo de las cargas es la altura media de la cubierta del edificio.

Consideraciones:

- 0 La altura de referencia es la altura media de la cubierta del edificio. Las cargas de viento son calculadas con la presión dinámica de la velocidad a esa altura de referencia.
- 0 Para edificios flexibles con muy alta relación de aspecto, debe verificarse la seguridad estructural contra el desprendimiento de vórtices inducida por las vibraciones y la inestabilidad aeroelástica.
- 0 Se debe considerar el incremento de las vibraciones debido a las construcciones vecinas.

- 0 La velocidad básica de diseño del viento se determina en un intervalo de medición de la velocidad media de 10 minutos en terreno plano, U_{10min} (m/s) y corresponde a un periodo de retorno de 100 años.
- 0 La respuesta de la aceleración que produce vibraciones debido al viento debe tomarse una velocidad de viento de un año de recurrencia.
- 0 Debe considerarse la posibilidad de que se produzcan efectos topográficos o tipo escudo, en el cálculo de las cargas de viento, por medio de pruebas de túnel de viento.
- 0 Deben verificarse la posibilidad de cambios de uso del edificio en el futuro.
- 0 Los edificios en los cuales deben considerarse las cargas horizontales de viento en la dirección transversal del viento y en la dirección torsional, satisfacen el siguiente requisito:

$$\frac{H}{\sqrt{BD}} \geq 3 \quad (2.1.1)$$

Donde:

- H Es la altura de referencia, (m).
- B Es el ancho del edificio, (m)
- D Es la profundidad del edificio (m).

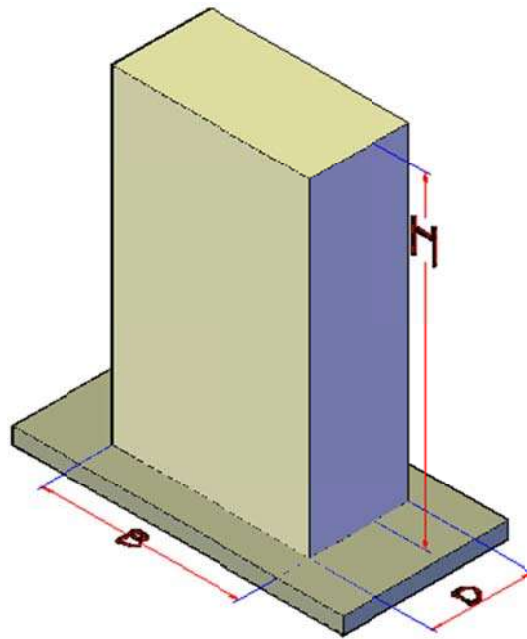


Figura 2.1.1 Relaciones geométricas de un edificio prismático.

2.1.1 Cargas eólicas en dirección longitudinal al viento

Las cargas horizontales en la dirección del viento sobre marcos estructurales se calculan con la ecuación (2.1.2):

$$W_D = q_H C_D G_D A \quad (2.1.2)$$

Donde:

- W_D Es la carga en la dirección longitudinal a la altura Z , (N) .
- q_H Es la presión de la velocidad, (N/m^2) .
- C_D Coeficiente de fuerza del viento.
- G_D Factor debido al efecto de ráfaga por carga del viento
- A Área proyectada en la altura Z , (m^2) .

La presión de velocidad de diseño, $q_H (N/m^2)$, se calcula con:

$$q_H = \frac{1}{2} \rho U_{H10min}^2 \quad (2.1.3)$$

Donde:

- ρ Es la densidad del aire, (kg/m^3) .
- U_{H10min} Es la velocidad del viento de diseño, (m/s) .

La velocidad de diseño, $U_{H10min} (m/s)$, se calcula en cada dirección con:

$$U_{H10min} = U_{010min} K_D E_H k_{rw} \quad (2.1.4)$$

Donde:

- U_{010min} Es la velocidad básica que depende de la localización geográfica del sitio de la construcción y corresponde a un periodo de retorno de 100 años en un intervalo de medición de 10 minutos en terreno plano, (m/s) .
- K_D Es el factor de direccionalidad del viento.
- E_H Es el factor del perfil de velocidad a una altura de referencia H .
- k_{rw} Es el factor de conversión del periodo de retorno.

El factor de perfil de velocidad del viento, E_H , está dado por la siguiente Ecuación:

$$E_H = E_r E_g \quad (2.1.5)$$

Donde:

- E_r Es el factor de exposición para diversas categorías de terreno plano.
- E_g Es el factor de topografía que se toma igual a la unidad para un terreno plano.

El factor de exposición está basado en diversas categorías de terreno plano, las cuales se definen en la tabla 2.1.1. Sin embargo, si el terreno cambia de categoría de suave a rugoso en una región más pequeña de $40H$, donde H es la altura de referencia, y a 3km en la dirección contraria al viento del sitio de la construcción, la categoría del terreno se supone igual a la categoría suave del terreno.

Tabla 2.1.1 Categorías de terreno plano.

CARACTERÍSTICA	CATEGORÍA	CONDICIÓN DE LA CONSTRUCCIÓN Y REGIÓN CONTRARIA AL VIENTO
Suave ↑ ↓ Rugoso	I	Abierto, con pocas obstrucciones, mar o lago
	II	Abierto, pocas obstrucciones, sembradíos, campos agrícolas
	III	Suburbana, terreno arbolado, edificio bajos (4 a 9 niveles)
	IV	Ciudad, edificios altos (4 a 9 niveles)
	V	Ciudad, alta concentración de edificios altos (con más de 10 niveles)

El factor de exposición se calcula con:

$$E_r = \begin{cases} 1.7 \left(\frac{Z}{Z_G} \right)^\alpha & \text{para } Z_b < Z \leq Z_G \\ 1.7 \left(\frac{Z_b}{Z_G} \right)^\alpha & \text{para } Z \leq Z_b \end{cases} \quad (2.1.6)$$

Donde: Z (m), es la altura medida a partir del terreno; Z_b , Z_G y α , son parámetros determinados según la tabla 2.1.2.

Tabla 2.1.2 Parámetros usados para calcular E_r .

CATEGORÍA	I	II	III	IV	V
Z_b (m)	5	5	10	20	30
Z_G (m)	250	350	450	550	650
α	0.10	0.15	0.20	0.27	0.35

La Intensidad de turbulencia, I_z , se define como:

$$I_z = I_{rz} E_{gl} \quad (2.1.7)$$

Donde: I_{rz} , es la intensidad de turbulencia a una altura Z sobre la categoría del terreno; E_{gl} , es el factor de topografía y es igual a la unidad para terreno plano.

La intensidad de turbulencia según la categoría del terreno, I_{rz} , se define como:

$$I_{rz} = \begin{cases} 0.10 \left(\frac{Z}{Z_G} \right)^{-\alpha-0.05} & \text{para } Z_b < Z \leq Z_G \\ 0.10 \left(\frac{Z_b}{Z_G} \right)^{-\alpha-0.05} & \text{para } Z \leq Z_b \end{cases} \quad (2.1.8)$$

La **Escala de turbulencia**, L_z , está definida independientemente de la categoría del terreno de la ubicación de la estructura:

$$L_z = \begin{cases} 100 \left(\frac{Z}{30} \right)^{0.5} & \text{para } 30 \text{ m} < Z \leq Z_G \\ 100 & \text{para } Z \leq 30 \text{ m} \end{cases} \quad (2.1.9)$$

El Factor de conversión del periodo de retorno, k_{rw} , se calcula con:

$$k_{rw} = 0.63(\lambda_u - 1)\ln(r) - 2.9\lambda_u + 3.9 \quad (2.1.10)$$

Donde:

$$\lambda_u = \frac{U_{500}}{U_{0.10min}} \quad (2.1.11)$$

U_{500} (m/s), velocidad referida a 10 minutos con un periodo de recurrencia de 500 años, sobre terreno plano abierto; r (años), periodo de retorno de diseño.

Factor del efecto de ráfaga.

Para el diseño de marcos estructurales en la dirección del viento, el factor del efecto de ráfaga, G_D , se calcula con:

$$G_{D.10min} = 1 + 2I_H g_D \sqrt{1 + \phi_D^2 R_D \left[\frac{C'_g}{C_g} \right]} \quad (2.1.12)$$

Donde: ϕ_D , es el factor de corrección por la forma modal; el factor pico se aproxima por:

$$g_D = \sqrt{2\ln(600v_D) + 1.2} \quad (2.1.13)$$

Donde se consideró $T = 600s = (60s)$ (10 minutos); es decir, 10 minutos de duración de ráfaga; la tasa de número de cruces por cero es:

$$v_D = f_D \sqrt{\frac{R_D}{1 + R_D}} \quad (2.1.14)$$

En donde: f_D , es la frecuencia natural para el primer modo de traslación en la dirección longitudinal del viento. La componente de la respuesta de fondo es:

$$R_D = \left[\frac{\pi}{4\xi_D} \right] F_D \quad (2.1.15)$$

Donde:

$$F_D = \left[\frac{0.57 - 0.3\alpha + 2R\sqrt{0.053 - 0.042\alpha}}{4(C'_g)^2} \right] F S_D \quad (2.1.16)$$

$$R = \frac{1}{1 + 20 \frac{f_D B}{U_{H 10min}}} \quad (2.1.17)$$

ξ_D , es la relación de amortiguamiento crítico para el primer modo en la dirección del viento

Espectro de densidad de potencia propuesto por Von Karman, o energía de ráfaga normalizada es:

$$F = \frac{4N}{[1 + 71N^2]^{5/6}} \quad (2.1.18)$$

Frecuencia reducida:

$$N = \frac{f_D L_H}{U_{H 10min}} \quad (2.1.19)$$

Factor de reducción de tamaño:

$$S_D = \frac{0.9}{\left[1 + 6 \left(\frac{f_D H}{U_{H 10min}} \right)^2 \right]^{0.5} \left[1 + 3 \left(\frac{f_D B}{U_{H 10min}} \right) \right]} \quad (2.1.20)$$

Coeficiente de momento de volteo:

$$C_g = \frac{1}{3 + 3\alpha} + \frac{1}{6} \quad (2.1.21)$$

La RMS de los coeficientes del momento de volteo:

$$C'_g = \frac{0.49 - 0.14\alpha}{0.63 \left(\frac{\sqrt{BH}}{L_H} \right)^{0.56} \left(1 + \frac{\left(\frac{H}{B} \right)^k}{\left(\frac{H}{B} \right)^k} } \quad (2.1.22)$$

$$\begin{cases} k = 0.07 & \text{si } \frac{H}{B} \geq 1 \\ k = 0.15 & \text{si } \frac{H}{B} < 1 \end{cases}$$

El factor de corrección por la forma modal en la dirección longitudinal del viento, ϕ_D , se calcula con la siguiente ecuación para edificios convencionales:

$$\phi_D = \frac{1}{2 + \beta} \frac{M}{M_D} \lambda \quad (2.1.23)$$

Donde: β es el exponente modal igual a 1.

$$\lambda = 1 - 0.4 \ln(\beta) \quad (2.1.24)$$

Vibración lineal de la primera forma modal en la dirección longitudinal al viento, μ :

$$\mu = \left(\frac{Z}{H} \right)^\beta \quad (2.1.25)$$

Masa generalizada del edificio en la dirección longitudinal de vibración, $M_D(kg)$:

$$M_D = \frac{BLH\rho_b}{3} \quad (2.2.26)$$

Masa total del edificio hasta lo alto, $M(kg)$:

$$M = BLH\rho_b \quad (2.1.27)$$

2.1.2 Cargas eólicas en dirección transversal al viento

En esta sección se define el procedimiento para estimar las cargas horizontales sobre marcos estructurales, debido al flujo del viento en la dirección transversal. El procedimiento debe ser aplicado a edificios que satisfagan las siguientes condiciones cuando el viento es normal a la cara frontal del edificio:

- o Edificios con sección uniforme con forma rectangular desde su primer nivel hasta el último
- o $\frac{H}{\sqrt{BD}} \leq 6$ (2.1.28)
- o $0.20 \leq \frac{D}{B} \leq 5$ (2.1.29)
- o $\frac{U_{H10min}}{f_L \sqrt{BD}} \leq 10$ (2.1.30)

Donde: $H(m)$ es la altura de referencia; $B(m)$ es el ancho proyectado del edificio; $D(m)$ es la profundidad del edificio (normal al viento); $U_{H10min} (m/s)$ es la velocidad de diseño; $f_L (Hz)$ es la frecuencia natural del primer modo en la dirección perpendicular al viento.

Las cargas causadas por el viento en la dirección transversal, considerando que la masa M , por unidad de altura es constante en la dirección vertical, se calculan con:

$$W_L = 3q_H C'_L A \frac{Z}{H} g_L \sqrt{1 + \phi_L^2 \left[\frac{\pi}{4\xi_L} \right] F_L} \quad (2.1.31)$$

Donde el área proyectada en la dirección normal al viento en la altura Z , es:

$$A = Bh \quad (2.1.32)$$

Y, h es la longitud vertical del área proyectada. El coeficiente que toma en cuenta las fluctuaciones del momento de volteo, es:

$$C'_L = 0.0082 \left(\frac{D}{B} \right)^3 - 0.071 \left(\frac{D}{B} \right)^2 + 0.22 \left(\frac{D}{B} \right) \quad (2.1.33)$$

y

$$g_L = \sqrt{2 \ln(600 f_L) + 1.2} \quad (2.1.34)$$

$$F_L = \frac{f_L}{\sigma_L^2} S_L(f_L) \quad (2.1.35)$$

Como el espectro de densidad de potencia del viento, $S_L(f_L)$, difiere según sea la sección transversal del edificio y de las características del viento, cuando $D/B < 3$, se puede ver un solo pico en la frecuencia de formación de vórtices, f_{s1} , en el espectro de fluctuaciones del momento de volteo. Por el contrario, cuando $D/B \geq 3$, se presentan dos picos en las frecuencias, f_{s1} y f_{s2} , en el espectro de densidad de potencia. La siguiente expresión se usa para calcular el espectro de densidad de potencia, la cual se obtiene considerando que el valor de la densidad espectral debe coincidir con los datos experimentales en el intervalo de altas frecuencias, en lugar de la frecuencia pico. Esto es debido al hecho de que la

frecuencia natural del edificio es generalmente mayor que la frecuencia pico, f_{s1} , del espectro de densidad de potencia (Tamura et al, 1996).

$$F_L = \sum_{j=1}^m \frac{4k_j(1 + 0.6\beta_j)\beta_j}{\pi} \frac{\left(\frac{f_L}{f_{sj}}\right)^2}{\left\{1 - \left(\frac{f_L}{f_{sj}}\right)^2\right\}^2 + 4(\beta_j)^2 \left(\frac{f_L}{f_{sj}}\right)^2} \quad (2.1.36)$$

$$k_1 = 0.85 \quad (2.1.37)$$

$$k_2 = 0.02$$

$$m = \begin{cases} 1, & \frac{D}{B} < 3 \\ 2, & \frac{D}{B} \geq 3 \end{cases} \quad (2.1.38)$$

Las constantes β_j están relacionadas al ancho de banda y a la frecuencia pico, f_{sj} , que depende de la relación de tamaño, D/B . La dependencia se establece en las siguientes ecuaciones:

$$f_{s1} = \frac{0.12}{\left\{1 + 0.38 \left(\frac{D}{B}\right)^2\right\}^{0.89}} \frac{U_{H\ 10min}}{B} \quad (2.1.39)$$

$$f_{s2} = \frac{0.56}{\left(\frac{D}{B}\right)^{0.85}} \frac{U_{H\ 10min}}{B} \quad (2.1.40)$$

$$\beta_1 = \left[\frac{\left(\frac{D}{B}\right)^4 + 2.3 \left(\frac{D}{B}\right)^2}{2.4 \left(\frac{D}{B}\right)^4 - 9.2 \left(\frac{D}{B}\right)^3 + 18 \left(\frac{D}{B}\right)^2 + 9.5 \left(\frac{D}{B}\right) - 0.15} \right] + \left[\frac{0.12}{\left(\frac{D}{B}\right)} \right] \quad (2.1.41)$$

$$\beta_2 = \frac{0.28}{\left(\frac{D}{B}\right)^{0.34}} \quad (2.1.42)$$

El factor de corrección por forma modal para las cargas en la dirección transversal del viento, ϕ_L es calculado de la ecuación:

$$\phi_L = \frac{M}{3M_L} \left(\frac{Z}{H} \right)^{(\beta-1)} \lambda \quad (2.1.43)$$

Donde: $W_L (N)$ carga en la dirección longitudinal del viento a una altura Z ; $q_H (N/m^2)$, presión de velocidad ; $A(m^2)$ área proyectada a la altura Z ; $B(m)$ ancho de la proyección; $D(m)$ profundidad; $Z(m)$ altura; $H(m)$ altura de referencia; ϕ_L coeficiente de corrección por la forma del modo de vibrar; $f_L(Hz)$ frecuencia natural del primer modo en la dirección transversal al viento; ξ_L porcentaje de amortiguamiento con respecto al crítico para el primer modo en la dirección longitudinal del viento y $U_{H10min} (m/s)$ es la velocidad de diseño; $M_L (kg)$ es la masa generalizada del edificio en la dirección transversal de vibración.

2.1.3 Cargas eólicas por torsión debidas a las cargas de viento

En esta sección se define el procedimiento para estimar la carga de viento torsional en marcos estructurales. El procedimiento debe ser aplicado a edificios que satisfagan las siguientes condiciones cuando el viento es normal a la cara frontal del edificio:

o Edificios con sección uniforme con forma rectangular desde su primer nivel hasta el último

$$o \quad \frac{H}{\sqrt{BD}} \leq 6 \quad (2.1.44)$$

$$o \quad 0.20 \leq \frac{D}{B} \leq 5 \quad (2.1.45)$$

$$o \quad \frac{U_{H10min}}{f_T \sqrt{BD}} \leq 10 \quad (2.1.46)$$

Donde: $B(m)$ ancho proyectado; $D(m)$ profundidad del edificio; $H(m)$ altura de referencia; $f_T(Hz)$ frecuencia natural del primer modo en torsión y $U_{H10min} (m/s)$ es la velocidad de diseño.

Las cargas de viento sobre marcos estructurales para cuantificar los efectos por torsión se calculan con la ecuación,

$$W_T = 1.8q_H C'_{TAB} \frac{Z}{H} g_T \sqrt{1 + (\phi_T)^2 R_T} \quad (2.1.47)$$

Donde:

$$C'_T = \left[0.0066 + 0.015 \left(\frac{D}{B} \right)^2 \right]^{0.78} \quad (2.1.48)$$

$$g_T = \sqrt{2 \ln(600 f_T)} 1.2 \quad (2.1.49)$$

$$R_T = \frac{\pi}{4\xi_T} F_T \quad (2.1.50)$$

$$U_T^* = \frac{U_{H\ 10min}}{f_T \sqrt{BD}} \quad (2.1.51)$$

$$F_T = \begin{cases} \frac{0.14 K_T^2 (U_T^*)^{2\beta_T} D (B^2 + D^2)^2}{\pi L^2 B^3} & [U_T^* \leq 4.5; 6 \leq U_T^* \leq 10] \\ F_{4.5} \exp \left[3.5 \ln \left(\frac{F_6}{F_{4.5}} \right) \ln \left(\frac{U_T^*}{4.5} \right) \right] & [4.5 < U_T^* < 6] \end{cases} \quad (2.1.52)$$

$F_{4.5}$ y F_6 son valores de F_T cuando $U_T^* = 4.5$ y 6 , respectivamente.

$$K_T = \begin{cases} \frac{-1.1 \left(\frac{D}{B} \right) + 0.97}{\left(\frac{D}{B} \right)^2 + 0.85 \left(\frac{D}{B} \right) + 3.3} + 0.17 & [U_T^* \leq 4.5] \\ \frac{0.077 \left(\frac{D}{B} \right) - 0.16}{\left(\frac{D}{B} \right)^2 - 0.96 \left(\frac{D}{B} \right) + 0.42} + \frac{0.35}{\left(\frac{D}{B} \right)} + 0.095 & [6 \leq U_T^* \leq 10] \end{cases} \quad (2.1.53)$$

$$\beta_T = \begin{cases} \frac{\left(\frac{D}{B} \right) + 0.36}{\left(\frac{D}{B} \right)^2 - 5.1 \left(\frac{D}{B} \right) + 9.1} + \frac{0.14}{\left(\frac{D}{B} \right)} + 0.14 & [U_T^* \leq 4.5] \\ \frac{0.44 \left(\frac{D}{B} \right)^2 - 0.0064}{\left(\frac{D}{B} \right)^4 - 0.26 \left(\frac{D}{B} \right)^2 + 0.10} + 0.20 & [6 \leq U_T^* \leq 10] \end{cases} \quad (2.1.54)$$

El factor de corrección por forma modal para las cargas en la dirección torsional, ϕ_T , es calculada de la ecuación:

$$\phi_T = \frac{M(B^2 + D^2)}{36I_T} \left(\frac{Z}{H} \right)^{(\beta-1)} \lambda \quad (2.1.55)$$

Donde: W_T ($N\ m$) es la carga de viento para diseño a torsión en la altura Z ; q_H (N/m^2) es la presión de velocidad del viento; $A(m^2)$ es el área proyectada en la altura Z ; $B(m)$ es el ancho proyectado; $D(m)$ profundidad; $H(m)$ altura de

referencia; $f_T(\text{Hz})$ frecuencia natural del primer modo en torsión y $U_{H10min}(\text{m/s})$ es la velocidad de diseño; ϕ_T , coeficiente de corrección por la forma del modo de vibrar; $L(\text{m})$ es el valor más grande de B y D ; y ζ_T porcentaje de amortiguamiento con respecto al crítico para el primer modo en torsión; $I_T(\text{kgm}^2)$ es el momento de inercia generalizado para vibración torsional, $M(\text{kg}_m)$ es la masa total del edificio hasta lo alto.

2.1.4 Aceleración máxima en la dirección longitudinal

La máxima respuesta de aceleración en la dirección longitudinal del viento para edificios ordinarios con planta rectangular en la dirección longitudinal del viento se calcula considerando la velocidad del viento con un año de periodo de recurrencia.

$$a_{Dm\acute{a}x} = g_{aD} \frac{q_H B H C_H 2 I_H C'_g \lambda \sqrt{R_D}}{M_D} \quad (2.1.56)$$

$$g_{aD} = \sqrt{2 \ln(600 f_D)} + 1.2 \quad (2.1.57)$$

Donde: $a_{Dm\acute{a}x}(\text{m/s}^2)$ es la máxima respuesta de aceleración en la dirección longitudinal del viento en la parte alta del edificio, $q_H(\text{N/m}^2)$ es la presión de velocidad; $B(\text{m})$ es el ancho proyectado del edificio, $H(\text{m})$ es la altura de referencia, C_H es el coeficiente de fuerza del viento, C_D , en la altura de referencia; C'_g es la RMS del coeficiente del momento de volteo, λ es el factor de corrección por forma modal para una fuerza de viento general; R_D es el factor de resonancia, $M_D(\text{kg}_m)$ es la masa generalizada del edificio para la dirección longitudinal de vibración; $f_D(\text{Hz})$ es la frecuencia natural para el primer modo en la dirección longitudinal del viento.

2.1.5 Aceleración máxima en la dirección transversal

La máxima respuesta de aceleración en la dirección transversal del viento en lo alto del edificio se calcula con la ecuación.

$$a_{Lm\acute{a}x} = g_{aL} \frac{q_H B H C'_L \lambda \sqrt{R_L}}{M_L} \quad (2.1.58)$$

$$g_{aL} = \sqrt{2 \ln(600 f_L)} + 1.2 \quad (2.1.59)$$

Donde: $a_{Lm\acute{a}x} (m/s^2)$ es la máxima de respuesta de aceleración en la dirección transversal al viento en lo alto del edificio, $q_H (N/m^2)$ es la presión de velocidad, $B(m)$ es el ancho proyectado del edificio, $H(m)$ es la altura de referencia, C'_L es la RMS del coeficiente de momento de volteo, λ es el factor de corrección por forma modal para una fuerza general del viento, R_L es el factor de resonancia; $M_L (kg_m)$ es la masa generalizada del edificio para la dirección de vibración transversal al viento y $f_L (Hz)$ es la frecuencia natural para el primer modo en la dirección transversal del viento.

2.1.6 Aceleración máxima debida a torsión

La máxima respuesta de aceleración debido a torsión en lo alto del edificio se calcula de la ecuación,

$$a_{Tm\acute{a}x} = g_{aT} \frac{0.6q_H B^2 H C'_T \lambda \sqrt{R_T}}{I_T} \quad (2.1.60)$$

$$g_{aT} = \sqrt{2 \ln(600 f_T)} + 1.2 \quad (2.1.61)$$

Donde: $a_{Tm\acute{a}x} (rad/s^2)$ es la máxima de respuesta de aceleración torsional en lo alto del edificio, $q_H (N/m^2)$ es la presión de velocidad, $B(m)$ es el ancho proyectado del edificio, $H(m)$ es la altura de referencia; C'_T es la RMS del coeficiente de momento torsional, λ es el factor de corrección por forma modal para una fuerza general del viento, R_T es el factor de resonancia; $I_T (kgm^2)$ es el momento de inercia generalizado del edificio para vibración torsional y $f_L (Hz)$ es la frecuencia natural para el primer modo en la dirección torsional.

2.1.7 Ejemplo de aplicación

En el siguiente ejemplo, se calcula el factor del efecto de ráfaga y las aceleraciones máximas en dirección longitudinal y transversal al flujo del viento. La velocidad de referencia se supondrá de **25.62 m/s**, que corresponde a una velocidad de tiempo de promediación de 10 minutos en terreno abierto, a 10 metros de altura y con un periodo de retorno de 50 años. La velocidad utilizada para el cálculo de las aceleraciones se supondrá con un periodo de retorno de 10 años, por lo que tendrá un valor de **21.52 m/s**. El edificio se desplantará en terreno V.

Las características del edificio son las siguientes:

La altura, ancho y profundidad del edificio son: 182.88 m , 30.48 m y 30.48 m , respectivamente.

La densidad del edificio es, $\rho_e = 192.03\text{ kg/m}^3$

Relación de amortiguamiento crítico para el primer modo en la dirección longitudinal y transversal son $\xi_D = 0.01$ y $\xi_L = 0.01$, respectivamente.

Frecuencia natural para el primer modo en la dirección longitudinal y transversal son $f_D = 0.01$ y $f_L = 0.01$, respectivamente.

Coeficiente de fuerza, $C_D = 1.3$

Densidad del aire, $\rho_a = 1.236\text{ kg/m}^3$

Resultados

Factor del efecto de ráfaga, $G_D = 2.283$

Aceleración longitudinal máxima, $a_{Dm\acute{a}x} = 0.0076g$

Aceleración transversal máxima, $a_{Lm\acute{a}x} = 0.0178g$

La aceleración más grande que se obtiene es en la dirección transversal, siendo 2.3 veces mayor que la obtenida en la dirección paralela al flujo.

2.1.8 Análisis paramétrico

Utilizando las formulaciones presentadas anteriormente, se realiza un análisis paramétrico de la respuesta en aceleración considerando la siguiente variación de dimensiones en los edificios.

Tabla 2.1.3 Variación de las dimensiones de los edificios analizados

Sección del edificio	Relación de dimensiones (H:B:D)	Comentario
Cuadrada	3:1:1	El viento actúa en cualquiera de sus dos lados de la sección transversal
	4.5:1:1	
	6:1:1	
Rectangular	6:1.5:1	El flujo del viento es perpendicular al lado largo de la sección transversal
	6:2:1	
	6:1:2	El flujo del viento es perpendicular al lado corto de la sección transversal

Debido a que la metodología de éste reglamento considera velocidades de diferentes periodos de retorno, tanto para el cálculo del factor de amplificación dinámico como para el cálculo de las aceleraciones, se utilizarán velocidades con un periodo de retorno de 200 años para el cálculo del factor de amplificación y velocidades con un periodo de retorno de 10 años para el cálculo de las aceleraciones como condición de servicio. Las velocidades utilizadas se encuentran

en la tabla 2.1.4 y fueron tomadas del Manual de Diseño de Obras Civiles de la CFE, 2008.

Tabla 2.1.4 Velocidades promediadas a 3 segundos en (m/s), utilizadas en el análisis

Velocidad con $Tr = 200$ años	Velocidad con $Tr = 10$ años
69.44	38.88
54.72	34.44
39.72	31.94
32.22	23.05

Las velocidades deberán ser promediadas a 10 minutos, ya que el código japonés así lo requiere, por lo que en la tabla 2.1.5 se presentan las velocidades a dicho tiempo de promediación.

La relación de una velocidad promediada a un tiempo de 3 segundos entre una a un tiempo de promediación de 10 minutos es de 1.57.

$$\frac{V_{3s}}{V_{10 \text{ min}}} = 1.57 \quad (2.1.62)$$

Donde:

V_{3s} Es la velocidad promediada a 3 segundos
 $V_{10 \text{ min}}$ Es la velocidad promediada a 10 minutos

Tabla 2.1.5 Velocidades promediadas a 10 minutos en (m/s), utilizadas en el análisis

Velocidad con $Tr = 200$ años	Velocidad con $Tr = 10$ años
44.23	24.76
34.85	21.93
25.3	20.34
20.52	14.68

Las características de los edificios son las siguientes:

Densidad de los edificios, $\rho_e = 192.03 \text{ kg/m}^3$

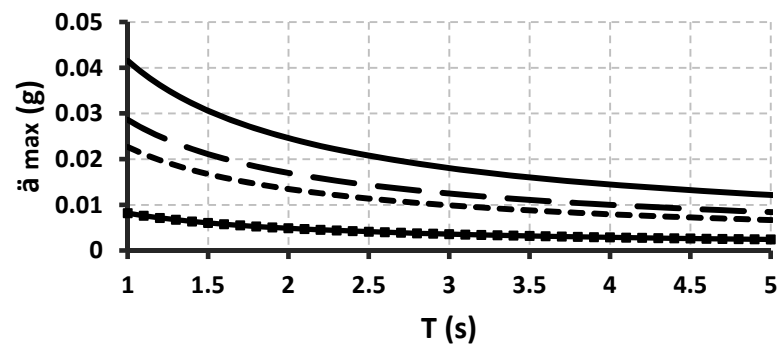
Relación de amortiguamiento crítico para el primer modo en la dirección longitudinal, $\xi_D = 0.01$

Relación de amortiguamiento crítico para el primer modo en la dirección transversal, $\xi_L = 0.01$

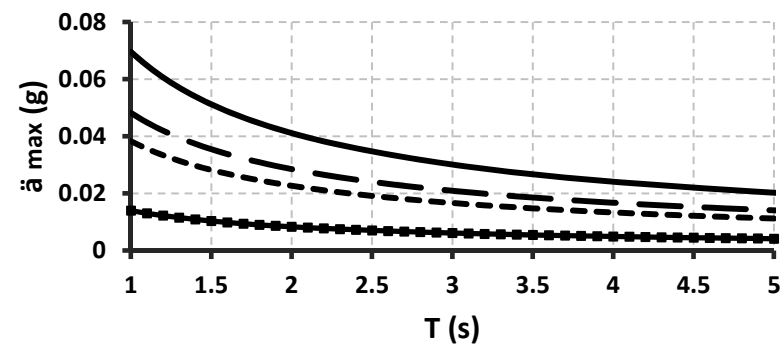
Coeficiente de fuerza, $C_D = 1.3$

Densidad del aire, $\rho_a = 1.2 \text{ kg/m}^3$

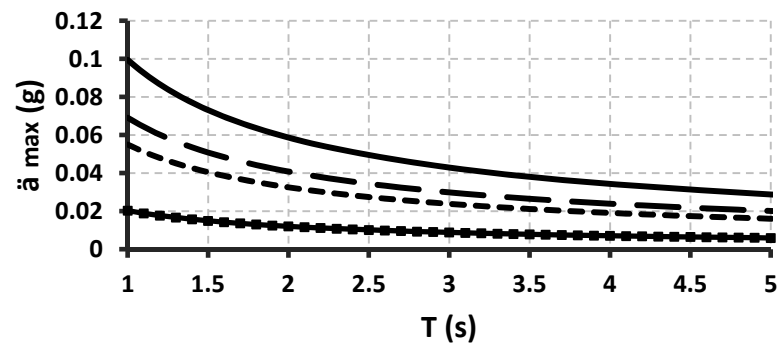
Respuesta longitudinal al viento



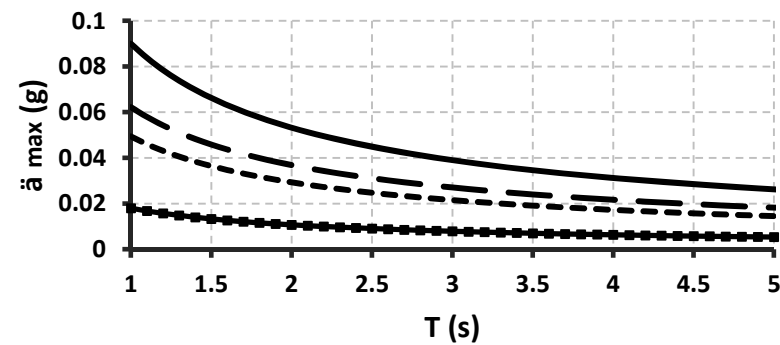
a) Sección cuadrada (3:1:1)



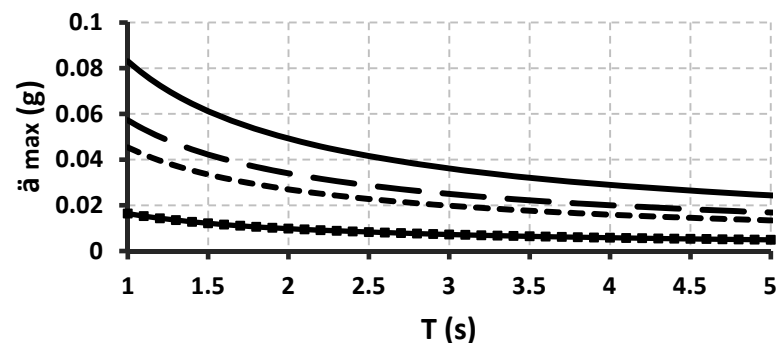
b) Sección cuadrada (4.5:1:1)



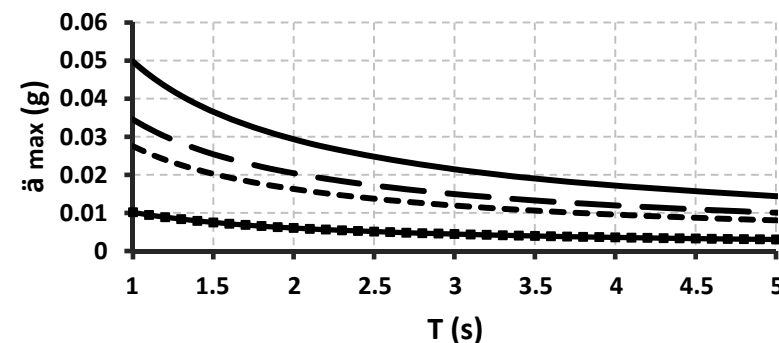
c) Sección cuadrada (6:1:1)



d) Sección rectangular (6:1.5:1)



e) Sección rectangular (6:2:1)



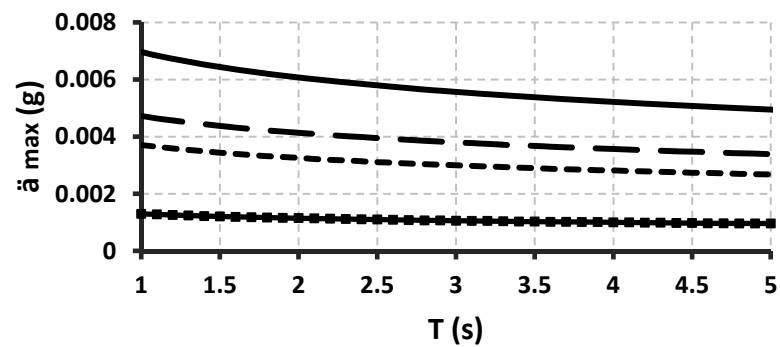
f) Sección rectangular (6:1:2)

— 24.77 m/s — · — 21.939 m/s - - - - 20.347 m/s —●— 14.685 m/s

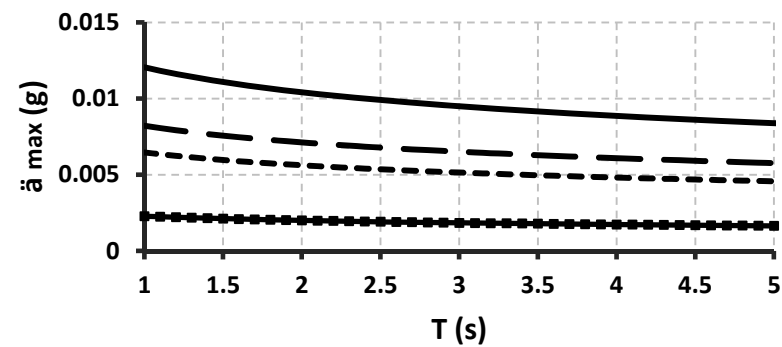
Figura 2.1.2 Respuesta longitudinal de las aceleraciones para categoría I

En la figura 2.1.2 se observa que, para velocidades bajas (14.68 m/s) las aceleraciones obtenidas tienen poca variación para los periodos de 1 segundo a 2.5 segundos y después permanecen prácticamente constantes. También, para velocidades mayores, la variación de las aceleraciones es mayor en edificios con periodos entre 1 segundo y 2.5 segundos aproximadamente. Las aceleraciones más grandes se obtienen para el caso del inciso c) ya que son los edificios más esbeltos.

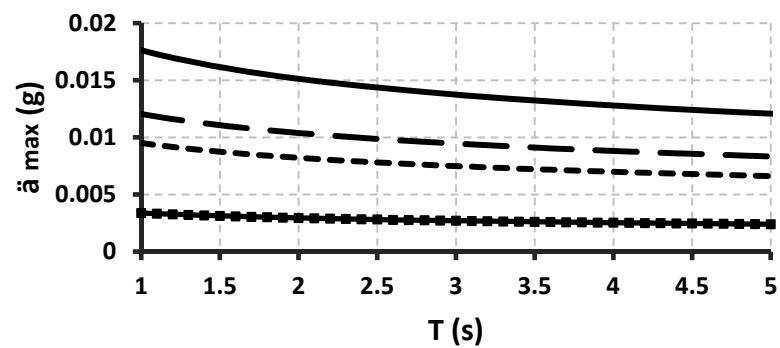
Las aceleraciones máximas se obtienen para el periodo de 1 segundo. Los resultados correspondientes a la velocidad de 14.68 m/s varían de $0.0023g$ hasta $0.02g$; para la velocidad de 20.34 m/s los valores de las aceleraciones oscilan de $0.0065g$ hasta $0.055g$; para la velocidad de 21.93 m/s las aceleraciones van desde $0.0081g$ hasta $0.069g$; y, los resultados para la velocidad de 24.77 m/s oscilan de $0.0118g$ a $0.099g$.



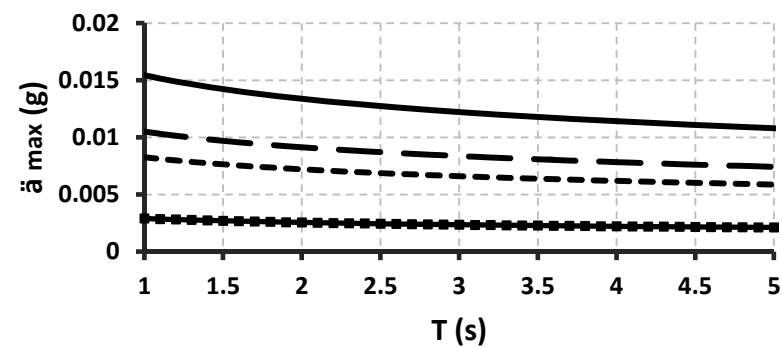
a) Sección cuadrada (3:1:1)



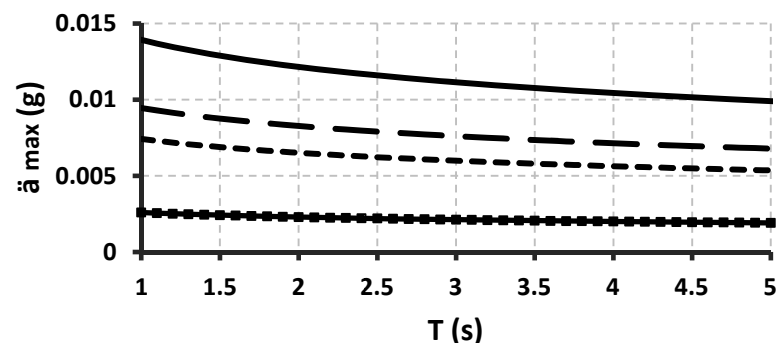
b) Sección cuadrada (4.5:1:1)



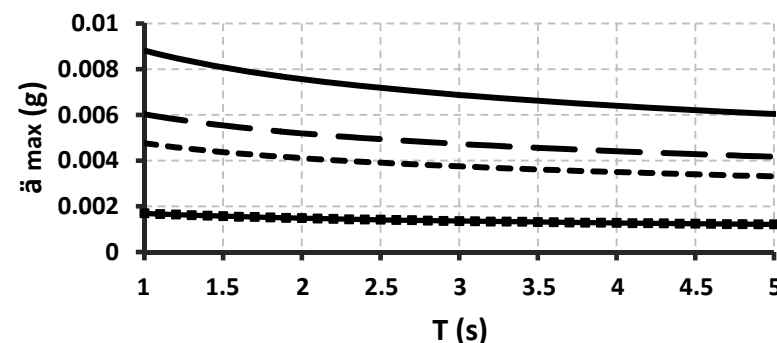
c) Sección cuadrada (6:1:1)



d) Sección rectangular (6:1.5:1)



e) Sección rectangular (6:2:1)



f) Sección rectangular (6:1:2)

— 24.77 m/s — - 21.939 m/s - - - - 20.347 m/s — 14.685 m/s

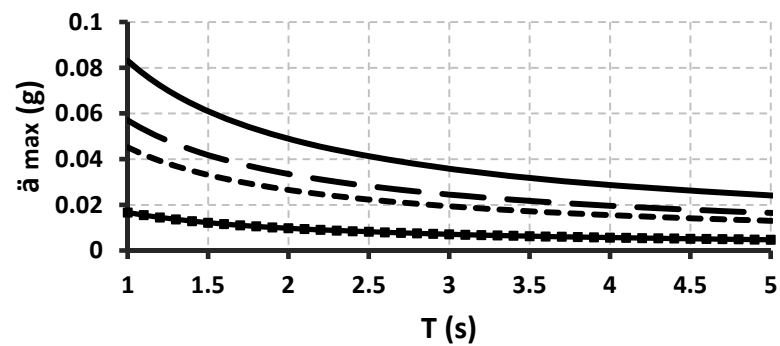
Figura 2.1.3 Respuesta longitudinal de las aceleraciones para categoría V

En la figura 2.1.3 se observa que, a diferencia de los resultados de la categoría I, en la categoría V las aceleraciones varían poco con respecto al periodo del edificio y son más pequeñas. Para la velocidad de **14.68 m/s**, las aceleraciones obtenidas permanecen prácticamente constantes. Las aceleraciones más grandes se obtienen para el caso del inciso c).

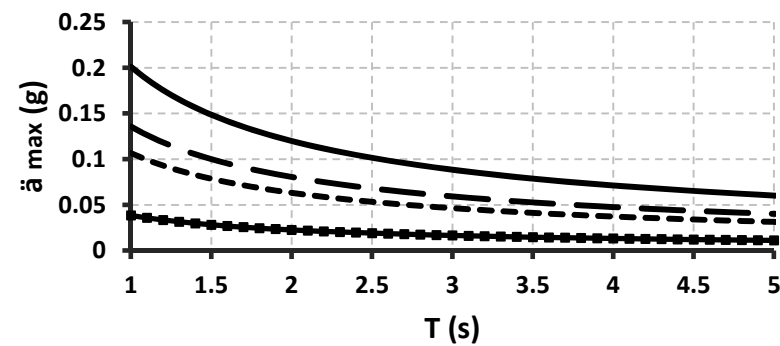
Al considerar las 6 relaciones de dimensiones de los edificios se tiene que, los resultados correspondientes a la velocidad de **14.68 m/s** varían de 0.00095g hasta 0.00339g; para la velocidad de **20.34 m/s** los valores de las aceleraciones oscilan de 0.0026g hasta 0.00952g; para la velocidad de **21.93 m/s** las aceleraciones van desde 0.00336g hasta 0.012g; y, los resultados para la velocidad de **24.77 m/s** oscilan de 0.0049g a 0.0176g.

Las aceleraciones máximas se obtienen para el periodo de 1 segundo y las obtenidas para un terreno categoría I son 5.5 veces aproximadamente más grandes que las obtenidas para la categoría V. Las aceleraciones mínimas son obtenidas para el periodo de 5 segundos y en el caso de la categoría I, los valores son 2.5 veces aproximadamente mayores que los obtenidos para la categoría V.

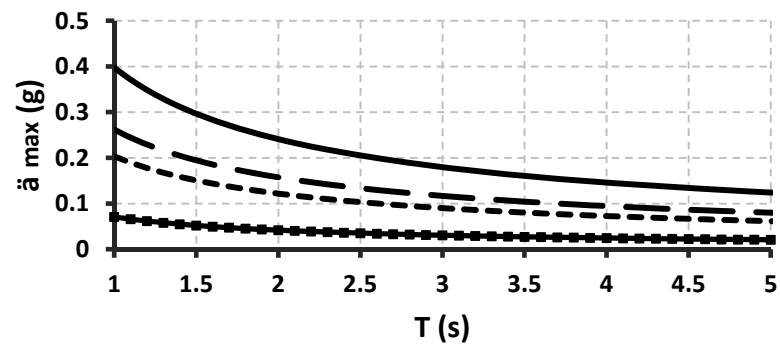
Respuesta transversal al viento



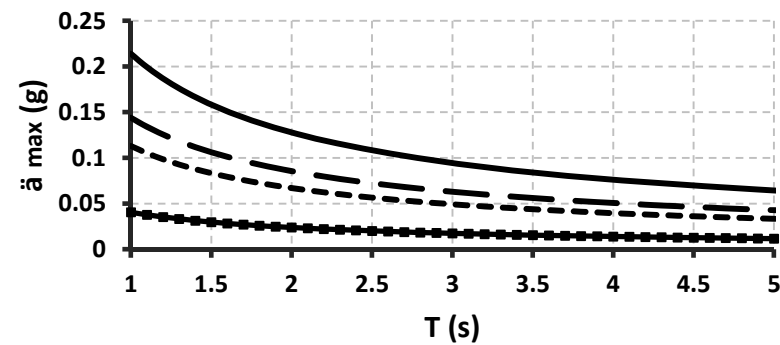
a) Sección cuadrada (3:1:1)



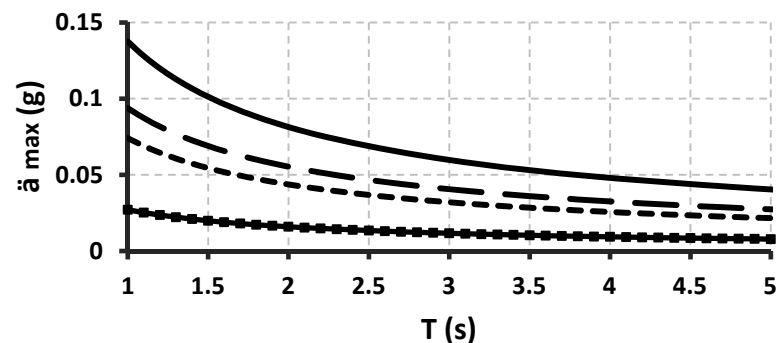
b) Sección cuadrada (4.5:1:1)



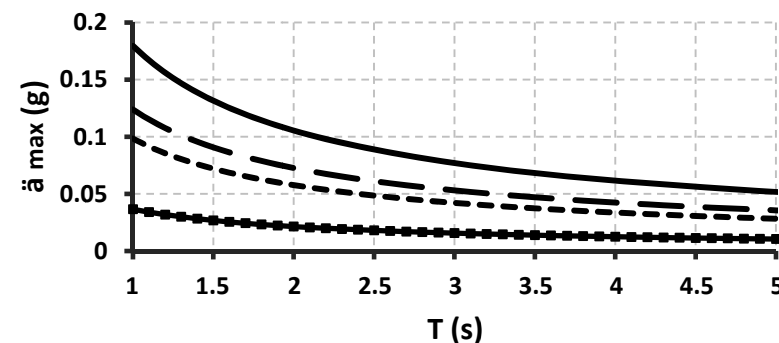
c) Sección cuadrada (6:1:1)



d) Sección rectangular (6:1.5:1)



e) Sección rectangular (6:2:1)



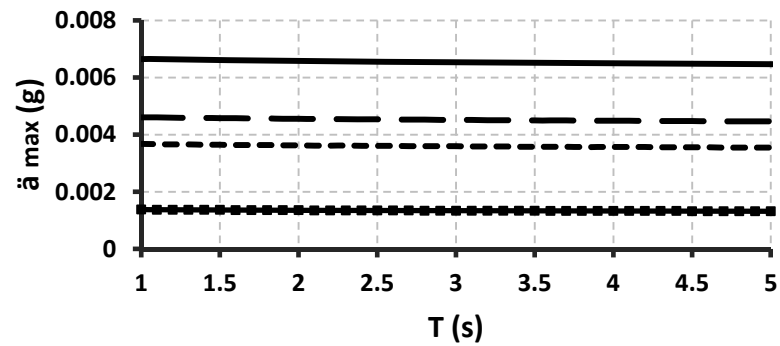
f) Sección rectangular (6:1:2)

— 24.77 m/s - · - 21.939 m/s - - - 20.347 m/s - · - 14.685 m/s

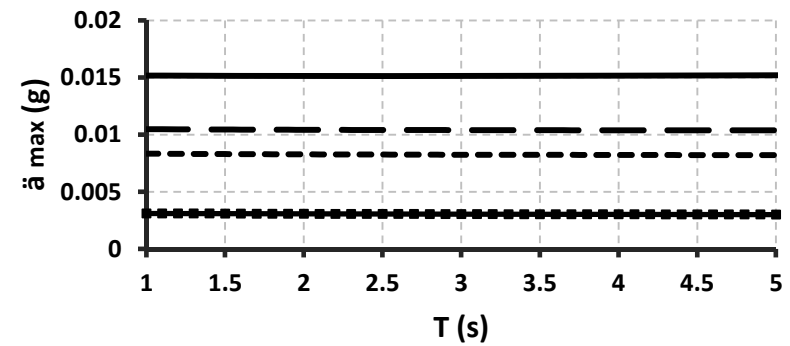
Figura 2.1.4 Respuesta transversal de las aceleraciones para categoría I

En la figura 2.1.4 se observa que, para velocidades bajas se produce la misma tendencia a las figuras anteriores, las aceleraciones tienden a ser constantes para los edificios con periodos mayores que 2 segundos aproximadamente. La variación de las aceleraciones es mayor cuando actúan velocidades más grandes.

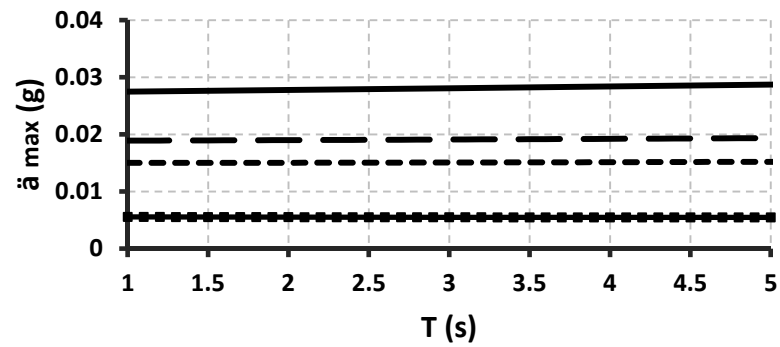
Las aceleraciones máximas se obtienen para el periodo de 1 segundo. Al considerar las 6 relaciones de dimensiones de los edificios se tiene que, los resultados correspondientes a la velocidad de **14.68 m/s** varían de 0.0046g hasta 0.0708g; para la velocidad de **20.34 m/s** los valores de las aceleraciones oscilan de 0.0126g hasta 0.203g; para la velocidad de **21.93 m/s** las aceleraciones van desde 0.0159g hasta 0.262g; y, los resultados para la velocidad de **24.77 m/s** oscilan de 0.023g a 0.397g.



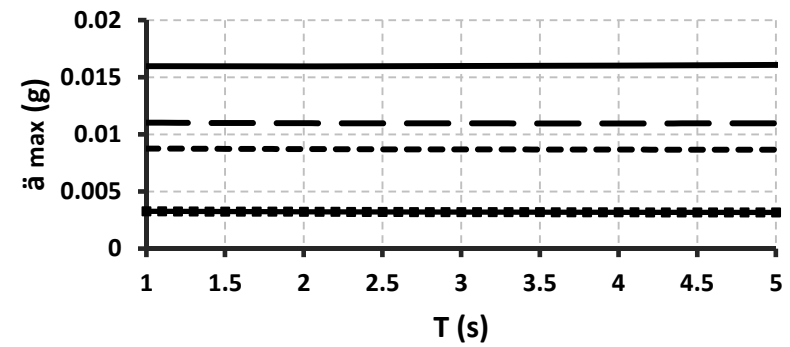
a) Sección cuadrada (3:1:1)



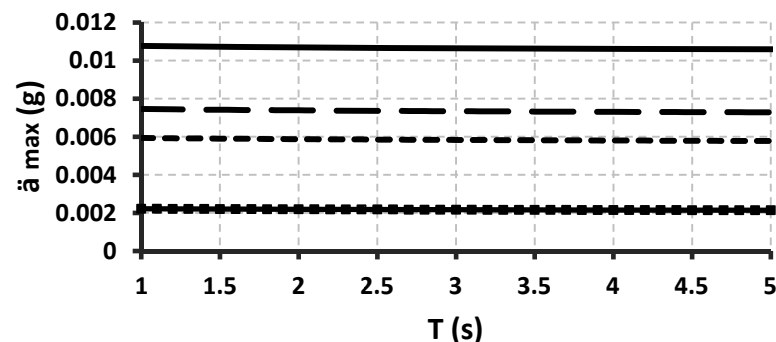
b) Sección cuadrada (4.5:1:1)



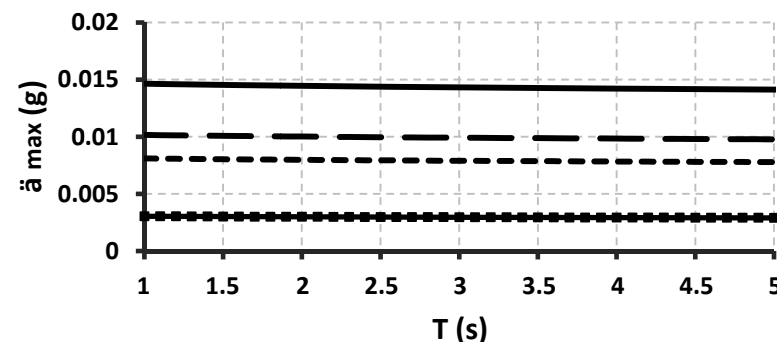
c) Sección cuadrada (6:1:1)



d) Sección rectangular (6:1.5:1)



e) Sección rectangular (6:2:1)



f) Sección rectangular (6:1:2)

— 24.77 m/s - - - 21.939 m/s - - - - 20.347 m/s ····· 14.685 m/s

Figura 2.1.5 Respuesta transversal de las aceleraciones para categoría V

En la figura 2.1.5 se observa que, a diferencia de los resultados de la categoría I, en la categoría V las aceleraciones son constantes prácticamente o sea varían poco con respecto al periodo del edificio y se obtienen aceleraciones más pequeñas.

Al considerar las 6 relaciones de dimensiones de los edificios se tiene que, los resultados correspondientes a la velocidad de **14.68 m/s** varían de 0.00132g hasta 0.00557g; para la velocidad de **20.34 m/s** los valores de las aceleraciones oscilan de 0.00355g hasta 0.015g; para la velocidad de **21.93 m/s** las aceleraciones van desde 0.00446g hasta 0.0189g; y, los resultados para la velocidad de **24.77 m/s** oscilan de 0.0064g a 0.0275g.

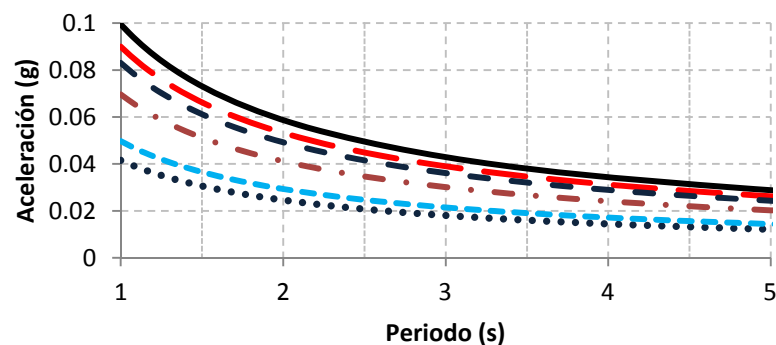
Si se toman en cuenta los valores máximos, las aceleraciones de la categoría I son 13.5 veces aproximadamente más grandes que las obtenidas para la categoría V. Las aceleraciones mínimas, en el caso de la categoría I, los valores son 3.5 veces aproximadamente mayores que los obtenidos para la categoría V.

De acuerdo con la relación de dimensiones y para la respuesta transversal, los edificios con relación 3:1:1 responden con menores valores de aceleración ya que son los edificios más rígidos; en los edificios con relación de

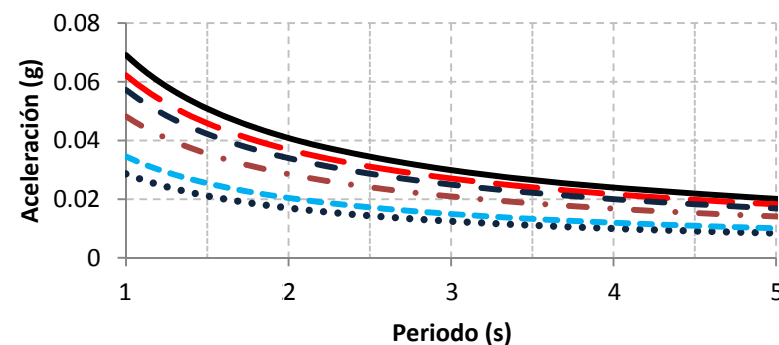
4.5:1:1, 6:1.5:1 y 6:1:2 se obtienen aceleraciones similares; en los edificios con relación 6:1:1 se obtienen las aceleraciones máximas, ya que son los más esbeltos.

De las figuras 2.1.6 a la 2.1.9 se muestran los resultados en las direcciones longitudinal y transversal a la dirección del viento, reuniendo las gráficas de cada una de las relaciones de dimensión (H:B:D) y para cada velocidad. En las figuras se consideran las siguientes leyendas: **C3** corresponde a los edificios con relación de dimensiones 3:1:1; **C4.5** corresponde a los edificios con relación de dimensiones 4.5:1:1; **C6** corresponde a los edificios con relación de dimensiones 6:1:1; **R1.5** corresponde a los edificios con relación de dimensiones 6:1.5:1; **R2** corresponde a los edificios con relación de dimensiones 6:2:1 y **R1-2** corresponde a los edificios con relación de dimensiones 6:1:2.

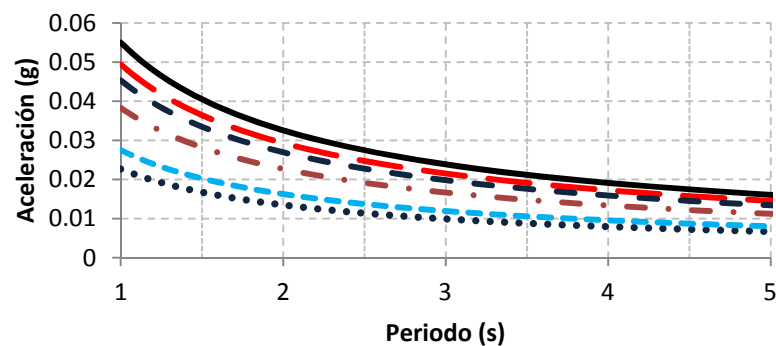
Respuesta longitudinal al viento



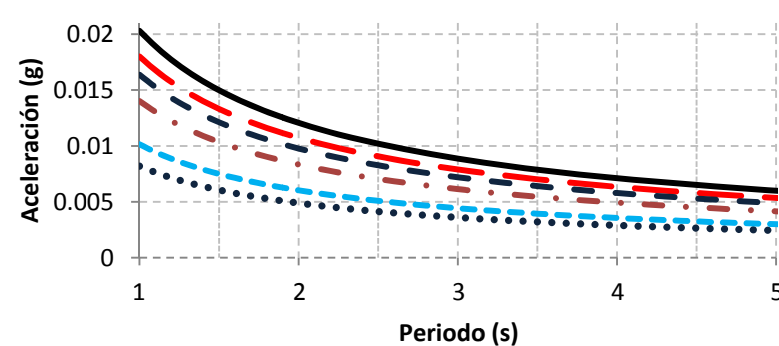
a) Respuesta para la velocidad de 24.77 m/s



b) Respuesta para la velocidad de 21.93 m/s



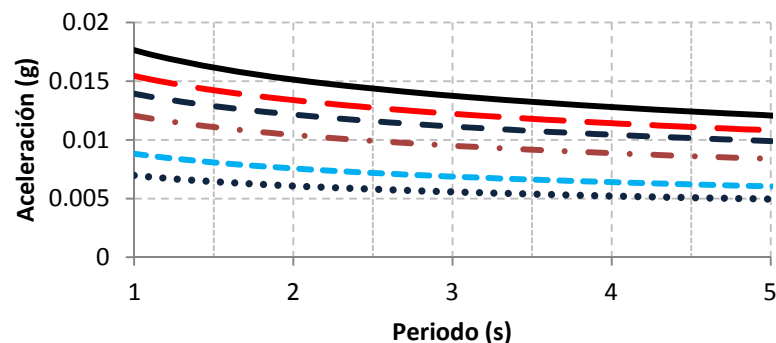
c) Respuesta para la velocidad de 20.34 m/s



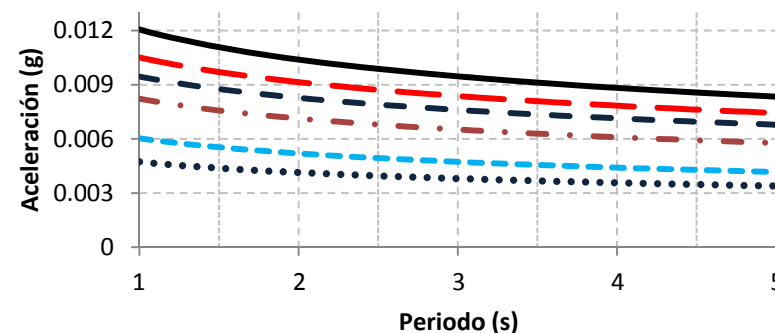
d) Respuesta para la velocidad de 14.68 m/s

..... C3 -.- C4.5 — C6 -.- R1.5 -.- R2 -.- R1-2

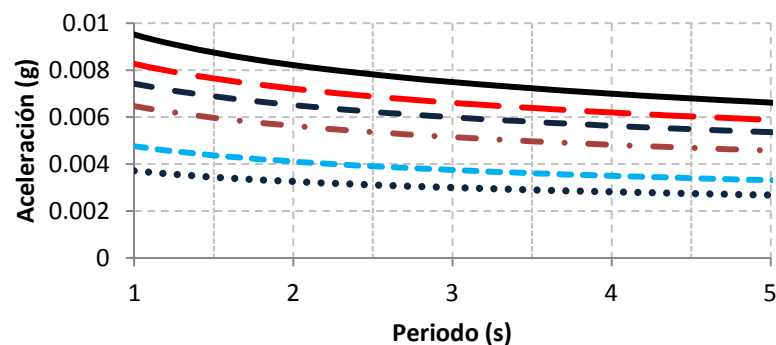
Figura 2.1.6 Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento correspondiente a la categoría I



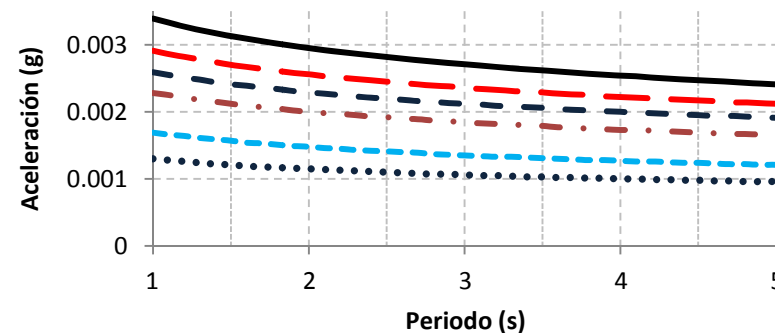
a) Respuesta para la velocidad de 24.77 m/s



b) Respuesta para la velocidad de 21.93 m/s



c) Respuesta para la velocidad de 20.34 m/s



d) Respuesta para la velocidad de 14.68 m/s

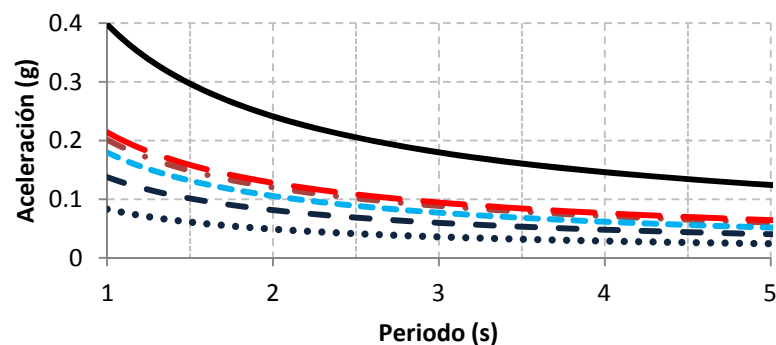
..... C3 -.- C4.5 — C6 -.- R1.5 -.- R2 -.- R1-2

Figura 2.1.7 Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento correspondiente a la categoría V

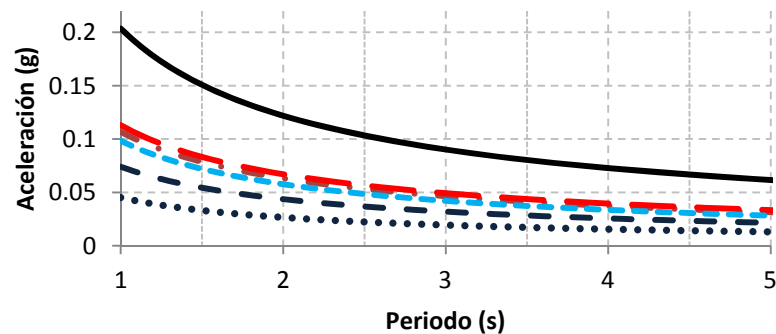
En las figuras 2.1.6 y 2.1.7 se observa que los edificios C3 y R1-2 son los menos flexibles en esta dirección por lo que resultan las aceleraciones mas bajas, sin embargo en los edificios R1-2 se obtienen mayores aceleraciones que en los edificios C3 y varían de 20% a 23% en la parte más dispersa y de 18% a 22% en la parte menos dispersa según la categoría I; en la categoría V, las aceleraciones varían de 26% a 30% en la parte más dispersa y de 22% a 25% en la parte menos dispersa. En las graficas de la categoría I correspondientes a los edificios C4.5, C6, R1.5 y R2 se observa

que tienen poca dispersión entre ellas. Los edificios C4.5 tienen menores aceleraciones y en los C6 se obtienen las mayores, de tal manera que las gráficas de R1.5 y R2 quedan intermedias. En porcentaje, los edificios C6 son entre 43% y 44% mayores que los C4.5 en la parte más dispersa y de 42% a 44% en la parte menos dispersa de las gráficas. Para la categoría V los porcentajes son desde 46% a 48% en la parte más dispersa y de 44% a 46% en la menos dispersa.

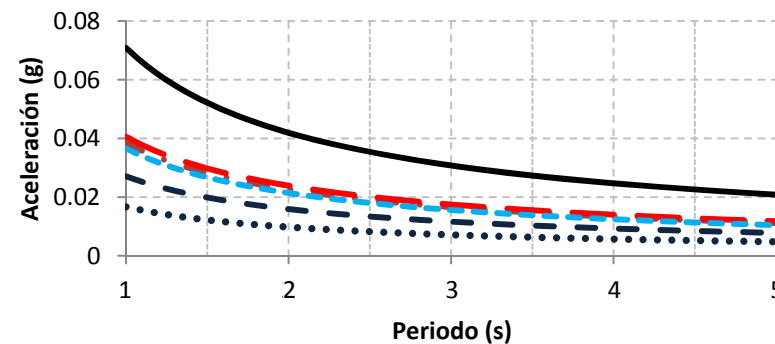
Respuesta transversal al viento



a) Respuesta para la velocidad de 24.77 m/s



b) Respuesta para la velocidad de 21.93 m/s

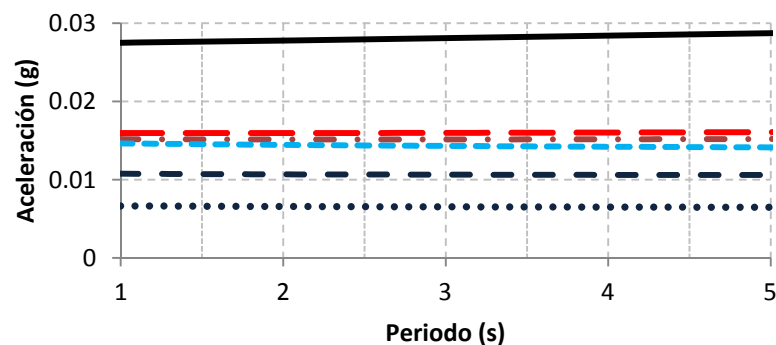


c) Respuesta para la velocidad de 20.34 m/s

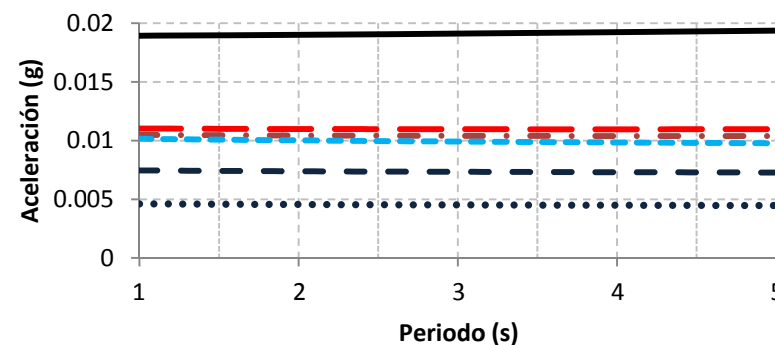
d) Respuesta para la velocidad de 14.68 m/s

..... C3 -.- C4.5 — C6 -.- R1.5 -.- R2 -.- R1-2

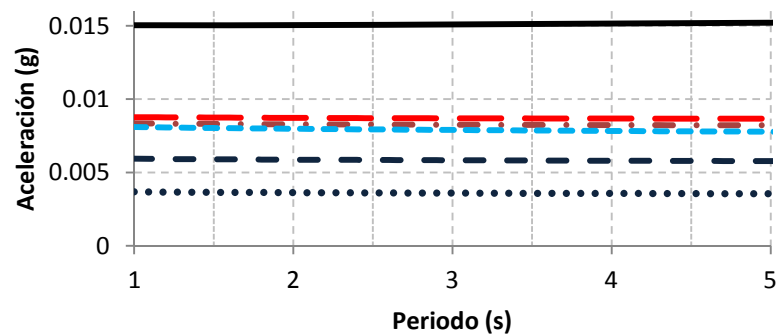
Figura 2.1.8 Respuesta en dirección transversal al flujo del viento correspondiente a la categoría I



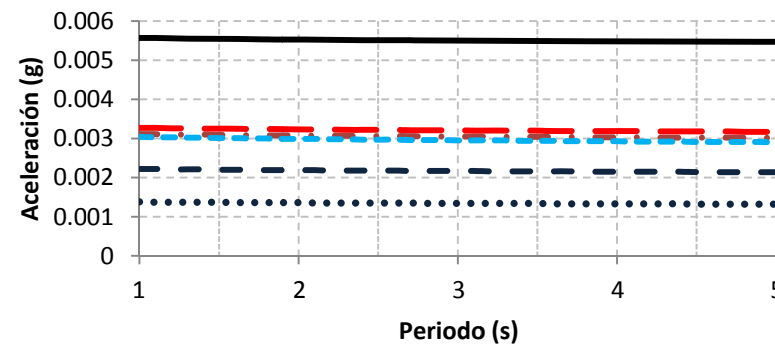
a) Respuesta para la velocidad de 24.77 m/s



b) Respuesta para la velocidad de 21.93 m/s



c) Respuesta para la velocidad de 20.34 m/s



d) Respuesta para la velocidad de 14.68 m/s

..... C3 - · - C4.5 — C6 — R1.5 - - R2 - - - R1-2

Figura 2.1.9 Respuesta en dirección transversal al flujo del viento correspondiente a la categoría V

En las figuras 2.1.8 y 2.1.9 se observa que los edificios C3 y R2 son los menos flexibles en esta dirección por lo que resultan las aceleraciones mas bajas. Las gráficas correspondientes a los edificios C4.5, R1.5 y R1-2 entre ellas existe poca dispersión, sin embargo en los edificios R1.5 se obtienen mayores aceleraciones que en los edificios C4.5 y R1-2. Las aceleraciones de R1.5 con respecto a R1-2 varían de 10% a 19% en la parte más dispersa y de 11% a 24%

en la parte menos dispersa de acuerdo la categoría I; en la categoría V, las aceleraciones varían de 9% a 14% en la parte más dispersa y de 7.5% a 9% en la parte menos dispersa.

Conforme a los resultados mostrados en las figuras 2.1.6 y 2.1.7, las aceleraciones obtenidas para edificios con sección cuadrada (C3, C4.5 y C6), aumentan al incrementarse la relación de esbeltez; si el viento actúa sobre el lado largo del edificio (R1.5, R2) las aceleraciones disminuyen con respecto a las obtenidas de los edificios C6; si la incidencia del viento es perpendicular al lado corto del edificio (R1-2), las aceleraciones se encuentran entre las obtenidas en los edificios C3 y C4.5.

Las aceleraciones transversales de los edificios con sección cuadrada se incrementan, si el edificio es más esbelto; con respecto a las aceleraciones de los edificios C6, la respuesta disminuye si los edificios son menos esbeltos en dirección transversal como es el caso de R1.5, C4.5 y R1-2. En todos los casos las aceleraciones transversales son mayores que las longitudinales a la dirección del viento, también en la categoría I las aceleraciones son más grandes que las obtenidas en categoría V.

En ésta parte se realiza un análisis paramétrico tomando las siguientes condiciones:

Sección transversal cuadrada de 30.48 m de longitud y altura variable.

Densidad de los edificios, $\rho_e = 192.03\text{ kg/m}^3$

Las relaciones de amortiguamiento crítico para el primer modo en la dirección longitudinal y transversal son, $\xi_D = 0.01$ y $\xi_L = 0.01$, respectivamente.

Densidad del aire, $\rho_a = 1.2\text{ kg/m}^3$

Los periodos de vibración son calculados según la ecuación (1.5.1)

$$T = \frac{n}{10}$$

Los resultados son obtenidos para 2 tipos de terrenos, se utiliza el terreno categoría II para la C. de Acapulco y velocidades de 200 y 10 años de periodo de retorno, promediadas a 10 minutos de 30.608 m/s y 21.231 m/s , respectivamente. La categoría IV es utilizada para tomar en cuenta el Distrito Federal, las velocidades para 200 y 10 años de periodo de retorno, promediadas a 10 minutos son de 24.841 m/s y 19.745 m/s , respectivamente.

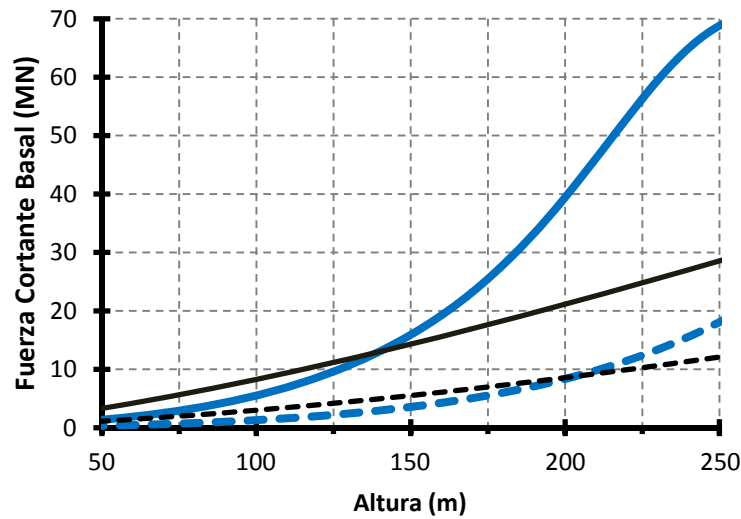
En la figura 2.1.10 se muestra la variación de la fuerza cortante con respecto a la altura y al periodo de vibración de los edificios, para las categorías II y IV. Se observa lo siguiente:

La fuerza cortante obtenida en dirección longitudinal al viento es igual a la fuerza transversal en la altura de 135m aproximadamente para categoría II y en 200m para categoría IV.

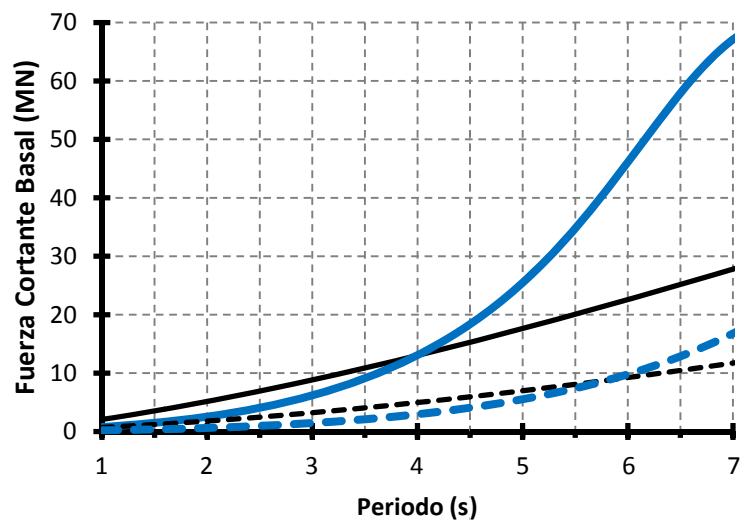
Los rangos en los que las fuerzas cortantes longitudinales al viento son mayores que las transversales son: $50\text{m} \leq H < 135\text{m}$ para categoría II y $50\text{m} \leq H < 200\text{m}$ para categoría IV. Las fuerzas cortantes transversales al viento son mayores que las longitudinales en: $135\text{m} < H$ para categoría II y $200\text{m} < H$ para categoría IV.

En la figura 2.1.10b se observa que, la fuerza cortante en dirección longitudinal al viento es igual a la obtenida en dirección transversal al viento, cuando el periodo es igual a 4 segundos para categoría II y en un periodo de 6 segundos para categoría IV.

Los rangos en los que las fuerzas cortantes longitudinales al viento son mayores que las transversales son: $1\text{s} \leq T < 4\text{s}$ para categoría II y $1\text{s} \leq T < 6\text{s}$ para categoría IV. Las fuerzas cortantes transversales al viento son mayores que las longitudinales en: $4\text{s} < T$ para categoría II y $6\text{s} < T$ para categoría IV.



a) Variación del cortante basal con la altura del edificio

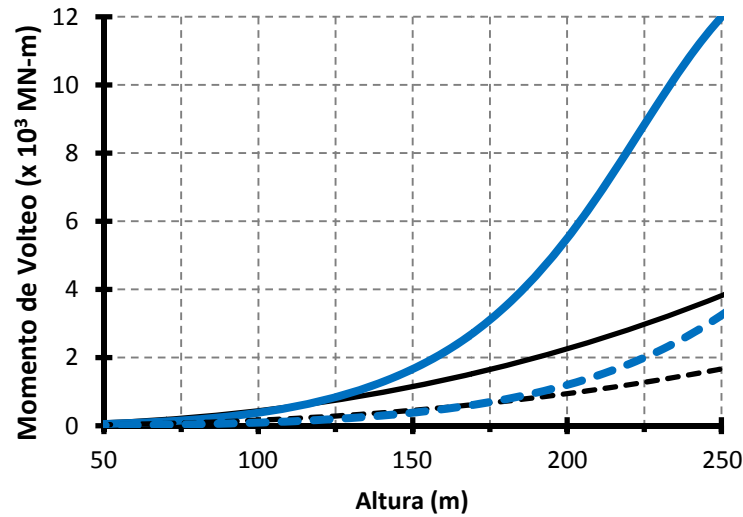


b) variación del cortante basal con el periodo fundamental del edificio

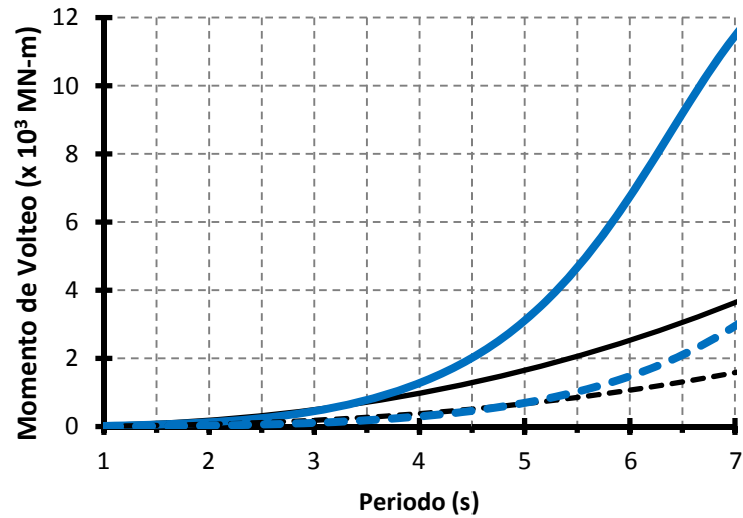
— Long C-II — Trans C-II ---- Long C-IV - - - Trans C-IV

Figura 2.1.10 Variación del cortante basal en dirección longitudinal y transversal para categoría II y IV

En la figura 2.1.11 se muestra la variación del momento de volteo con respecto a la altura y al periodo de vibración de los edificios, para las categorías II y IV.



a) Variación del momento de volteo con la altura del edificio



b) Variación del momento de volteo con el periodo fundamental del edificio

— Long C-II — Trans C-II ---- Long C-IV ---- Trans C-IV

Figura 2.1.11 Variación del momento de volteo en dirección longitudinal y transversal para categoría II y IV

En la figura 2.1.11a se muestra que, el momento de volteo obtenido en dirección longitudinal al viento es igual al momento de volteo transversal en la altura de 112m para categoría II y en 170m para categoría IV.

Los rangos en los que los momentos de volteo longitudinales al viento son mayores que los momentos transversales son: $50m \leq H < 112m$ para categoría II y $50m \leq H < 170m$ para categoría IV. Los momentos de volteo correspondientes a la dirección transversal al viento son mayores que las longitudinales en: $112m < H$ para categoría II y $170m < H$ para categoría IV.

En la figura 2.1.11b se observa que, el momento de volteo obtenido en dirección longitudinal al viento es igual al momento transversal en el periodo de 3.25 segundos para categoría II y en 4.9 segundos para categoría IV.

Los rangos en los que los momentos de volteo longitudinales al viento son mayores que los momentos transversales son: $1s \leq T < 3.25s$ para categoría II y $1s \leq T < 4.9s$ para categoría IV. Los momentos de volteo correspondientes a la dirección transversal al viento son mayores que las longitudinales en: $3.25s < T$ para categoría II y $4.9s < T$ para categoría IV.

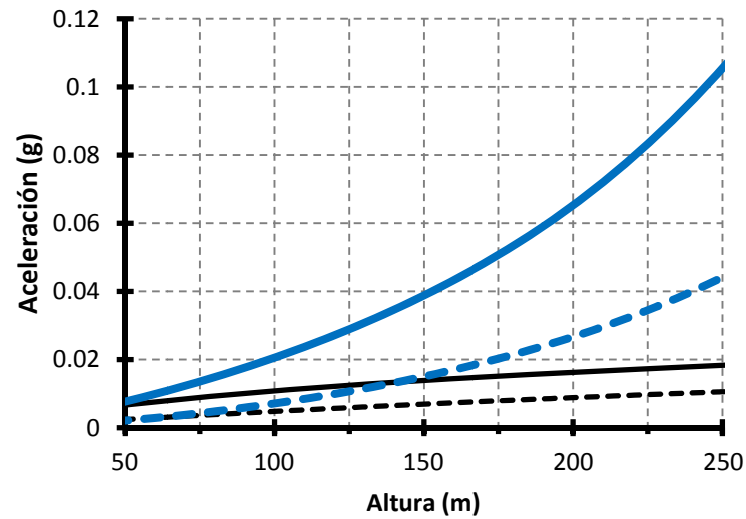
En la figura 2.1.12 se muestra la variación de las aceleraciones con respecto a la altura y al periodo de vibración de los edificios, para las categorías II y IV. Y de la cual se observa lo siguiente:

La aceleración obtenida en dirección longitudinal al viento es igual a la aceleración transversal en la altura de 60m para categoría IV, en la categoría II la aceleración transversal es mayor que la longitudinal.

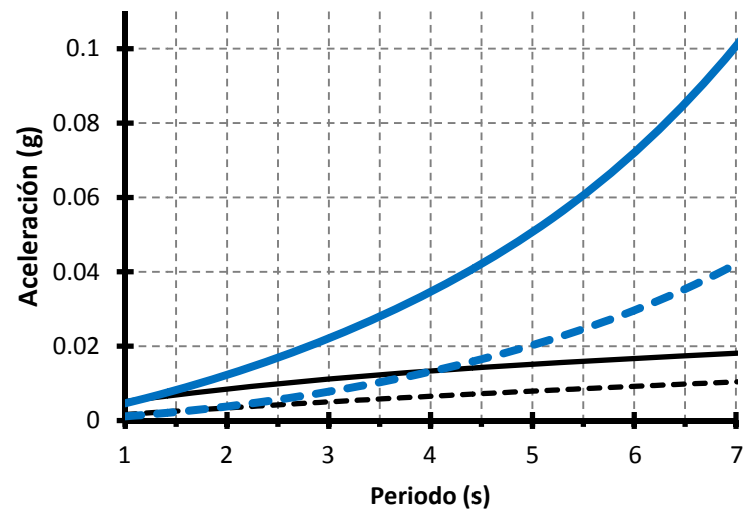
Los rangos en los que las fuerzas cortantes longitudinales al viento son mayores que las transversales son: $50m \leq H < 60m$ para categoría II.

En la figura 2.1.10b se observa que, la aceleración obtenida en dirección longitudinal al viento es igual a la aceleración en el periodo de 1.2 segundos para categoría II y en un periodo de 1.75 segundos para categoría IV.

Los rangos en los que las aceleraciones transversales al viento son mayores que las longitudinales en: $1.2s < T$ para categoría II y $1.75s < T$ para categoría IV.



a) Variación de la aceleración con la altura del edificio



b) Variación de la aceleración con el periodo fundamental del edificio

— Long C-II — Trans C-II ---- Long C-IV ---- Trans C-IV

Figura 2.1.12 Variación de la aceleración en dirección longitudinal y transversal para categoría II y IV

2.2 Reglamento Australiano (Australian/New Zealand Standard, AS/NZS 1170.2:2002)

2.2.1 General

Se presentan los procedimientos para determinar velocidades de viento y resultado de las acciones de viento para ser usado en el diseño estructural de estructuras sujeto a las acciones de viento aparte de los causados por tornados.

La norma cubre estructuras dentro de los siguientes criterios:

- a) Edificios menores que 200m de altura.
- b) Estructuras con tramos de techo menores que 100m.
- c) Otras estructuras como estructuras de baja altura, puentes y torres de transmisión.

En estructuras que tengan frecuencias naturales menores que 1 Hz, se llevará a cabo un análisis dinámico (ver sección 2.2.5).

Excepto donde se especifique, esta norma usa las unidades del SI de kilogramo, metro, segundo, Pascal, Newton y Hertz (kg, m, s, Pa, N, Hz).

2.2.2 Cálculo de las acciones del viento

El procedimiento para determinar las acciones del viento (W) en estructuras y elementos estructurales de estructuras o edificios puede ser como sigue:

- a) Determinar las velocidades de viento de sitio.
- b) Determinar las presiones de viento de diseño de las velocidades del viento de sitio.
- c) Determinar las presiones de viento de diseño y fuerzas distribuidas.
- d) Calcular las acciones del viento.

Velocidad de viento de sitio

Las velocidades de viento de sitio, $V_{sit,\beta}$, definida para las 8 direcciones cardinales (β) en la altura de referencia (z) a partir del terreno puede ser como sigue:

$$V_{sit,\beta} = V_R M_d (M_{z,cat} M_s M_t) \quad (2.2.1)$$

Donde:

V_R velocidad de viento de ráfaga regional a 3 segundos, en metros por segundo, para una probabilidad anual de excedencia de $1/R$

M_d Factor de dirección del viento para las 8 direcciones cardinales (β), igual a

	uno para todas las direcciones.
$M_{z,cat}$	Factor de Terreno/Altura
M_s	Factor de efecto de escudo
M_t	Factor de topografía

Presión del viento de diseño

Las presiones de viento de diseño, p , en Pascales, pueden ser determinadas para estructuras y partes de ellas como sigue:

$$p = 0.5\rho_{aire}(V_{des,\theta})^2 C_{fig} C_{dyn} \quad (2.2.2)$$

Donde:

p	Presión del viento de diseño actuando normal a una superficie, (Pa).
ρ_{aire}	Densidad del aire, la cual puede ser tomada como 1.2 kg/m^3
$V_{des,\theta}$	Velocidades de viento de diseño ortogonales (usualmente, $\theta = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ y 270°). <i>NOTA: Para algunas aplicaciones, $V_{des,\theta}$ puede ser un solo valor o ser expresado como una función de la altura (z) e.g., muros en barlovento de edificios altos ($>25\text{m}$).</i>
C_{fig}	Factor de forma aerodinámica
C_{dyn}	Factor de respuesta dinámico (el valor es 1.0 excepto donde las estructura es sensible al viento).

Acciones de viento

Fuerzas derivadas de la presión del viento

Para determinar las acciones del viento, las fuerzas, F en (N), en estructuras o elementos estructurales, tales como un muro o techo, puede ser la suma vectorial de las fuerzas calculadas de las presiones aplicadas a las áreas supuestas, A , como sigue:

$$F = \sum (p_z A_z) \quad (2.2.3)$$

Donde:

p_z	Presión del viento de diseño en (Pa) en la altura z
A_z	Un área de referencia en (m^2), en la altura z , sobre la cual la presión en esa altura p_z actúa

Fuerzas y momentos en estructuras completas

Para determinar las acciones de viento, las fuerzas resultantes totales y momentos de volteo en estructuras completas se puede tomar la suma de los efectos de las presiones externas en todas las superficies del edificio.

Para edificios cerrados rectangulares donde la relación d/h o d/b es mayor que 4, la fuerza resultante total en una estructura completa puede incluirse la fricción de arrastre.

Para efectos dinámicos, la combinación de la respuesta longitudinal y transversal al viento se puede calcular de acuerdo con la sección 2.6.

2.2.3 Factores de exposición de sitio

Factor de Terreno/Altura, $M_{z,cat}$

Definiciones de categorías de terreno

El terreno, sobre el cual el viento fluye hacia una estructura, puede ser evaluado basándose en las descripciones de categoría siguientes:

- Categoría 1 Terreno abierto expuesto con pocas o ninguna obstrucción y superficies de agua.
- Categoría 2 Superficies de agua, terreno abierto, con pocas obstrucciones con alturas entre 1.5 y 10m.
- Categoría 3 Terreno con obstrucciones numerosas y poco espaciadas de 3m a 5m de altura tales como áreas suburbanas.
- Categoría 4 Terreno con numerosas, altas (10m a 30m de altura) y poco espaciadas obstrucciones tales como centros de grandes ciudades y complejos industriales bien desarrollados.

Determinación del factor de terreno/altura

La variación con la altura z del efecto de la rugosidad del terreno en la velocidad del viento se puede tomar de los valores para perfiles desarrollados completamente dados en la tabla 2.2.1. Para valores intermedios de altura y categoría de terreno, usar interpolación lineal.

Tabla 2.2.1 Factor de terreno/altura para velocidades de viento de ráfaga en terrenos desarrollados completamente — estados límite de servicio — todas las regiones y estados de límite último — regiones A1 a A7, W y B

Altura (z) m	Factor de terreno/altura, $M_{z,cat}$			
	Terreno Categoría 1	Terreno Categoría 2	Terreno Categoría 3	Terreno Categoría 4
≤ 3	0.99	0.91	0.83	0.75
5	1.05	0.91	0.83	0.75
10	1.12	1.00	0.83	0.75
15	1.16	1.05	0.89	0.75
20	1.19	1.08	0.94	0.75
30	1.22	1.12	1.00	0.8
40	1.24	1.16	1.04	0.85
50	1.25	1.18	1.07	0.90
75	1.27	1.22	1.12	0.98
100	1.29	1.24	1.16	1.03
150	1.31	1.27	1.21	1.11
200	1.32	1.29	1.24	1.16
250	1.34	1.31	1.27	1.20
300	1.35	1.32	1.29	1.23
400	1.37	1.35	1.32	1.28
500	1.38	1.37	1.35	1.31

Factor de efecto de escudo, M_s

El factor de efecto de escudo es igual a 1.0 donde sus efectos no son aplicables para una dirección en particular o son ignorados.

Factor de Topografía, M_t

Puede tomarse el valor de 1.0 excepto para alguna dirección cardinal en particular.

2.2.4 Factor de forma aerodinámica

Se calcula el factor de forma aerodinámica, C_{fig} , para estructuras o parte de ellas. Valores de C_{fig} son usados para determinar las presiones aplicadas para cada superficie. Para calcular las presiones, el signo de C_{fig} indica la dirección de la presión en la superficie o elemento, valores positivos indican presiones que actúan hacia la superficie y para valores negativos la presión actúa alejándose de la superficie. Los efectos de la acción del viento usados para el diseño pueden ser la

suma de valores determinados para diferentes efectos de presión tales como la combinación de presiones internas y externas en edificios cerrados.

Evaluación del factor de forma aerodinámica

El factor de forma aerodinámica puede ser determinado para superficies específicas o partes de superficies como sigue:

Edificios cerrados

$$C_{fig} = C_{p,e} K_a K_c K_l K_p \quad \text{Para presiones externas}$$

Donde:

- $C_{p,e}$ Coeficiente de presión externa
- K_a Factor de reducción de área
- K_c Factor de combinación
- K_l Factor de presión local
- K_p Factor de reducción de revestimiento poroso

Presiones externas para edificios rectangulares cerrados

Coeficiente de presión externa, $C_{p,e}$

Los coeficientes de presión externa para superficies de edificios cerrados rectangulares están dados en las tablas 2.2.2 y 2.2.3 para muros.

Tabla 2.2.2 Coeficientes de presión externa, $C_{p,e}$, para edificios cerrados rectangulares para muro en barlovento

h	Coeficiente de presión externa, $C_{p,e}$
$> 25.0m$	0.8 (velocidad del viento varía con la altura)
$\leq 25.0m$	Para edificios en tierra 0.8 cuando la velocidad del viento varía con la altura; o 0.7 cuando la velocidad del viento es tomada para $z=h$
	Para edificios elevados 0.8 (velocidad del viento tomada en h)

Tabla 2.2.3 Coeficientes de presión externa, $C_{p,e}$, para edificios cerrados rectangulares para muro en sotavento

Dirección del viento θ , grados	Forma de techo	Pendiente de Techo α , grados	d/b	Coeficiente de Presión Externa, $C_{p,e}$
0	dos o cuatro aguas		≤ 1	-0.5
		< 10	2	-0.3
			≥ 4	-0.2
0	dos o cuatro aguas	10	Todos los valores	-0.3
0	dos o cuatro aguas	15		-0.3
0	dos o cuatro aguas	20		-0.4
0	dos o cuatro aguas	≤ 25	≤ 0.1	-0.75
90	dos aguas (ver nota 2)	Todos los valores	≤ 1	-0.5
			2	-0.3
			≥ 4	-0.2

NOTA:

1 Para valores intermedios de d/b y α , usar interpolación lineal

2 Para techos a cuatro aguas usar los mismos valores como $\theta = 0$

Factor de reducción de área, K_a , para techos y muros laterales

Para techos y muros laterales, el factor de reducción de área está dado en la tabla 2.2.4. Para todos los otros casos, $K_a = 1$.

Tabla 2.2.4 Factor de reducción de área, K_a

Área tributaria, m^2	Factor de reducción de área, K_a
≤ 10	1.0
25	0.9
≥ 100	0.8

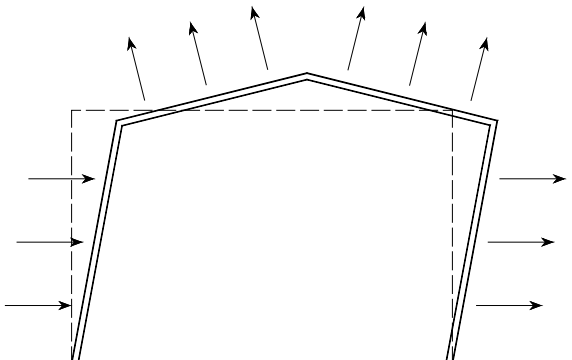
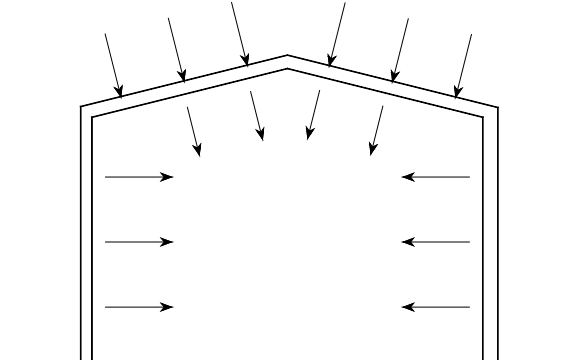
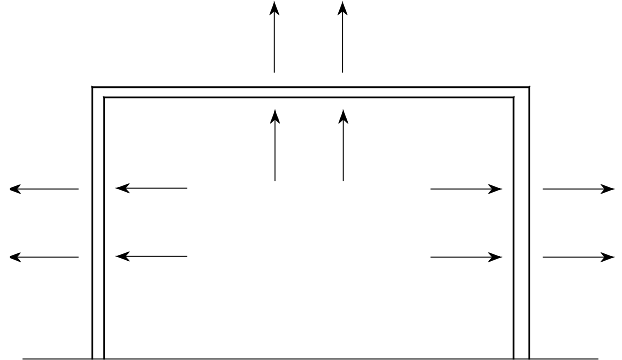
NOTA: para valores intermedio de área, usar interpolación lineal

Factor de combinación, K_c

Donde las presiones de viento actúen en dos o más superficies de un edificio cerrado contribuye simultáneamente a un efecto de acción estructural en un elemento estructural principal, el factor de combinación dado en la tabla 2.2.5 puede ser aplicado a las fuerzas combinadas calculadas para las superficies internas y externas críticas. Éste factor no puede ser aplicado para recubrimientos.

Para todas las superficies, K_c no puede ser menor que $0.8/K_a$

Tabla 2.2.5 Factor de combinación para presiones de viento actuando de dos o más superficies del edificio para efectos en elementos estructurales principales

Caso de diseño	K_c	Diagrama de ejemplo
Donde la acción del viento de alguna superficie contribuye 75% o más para una acción del viento	1.0	—
Presiones de muros en barlovento y sotavento en combinación con presiones de techo negativas o positivas	0.8	
Presiones positivas en techos en combinación con presiones internas negativas	0.8	
Presiones negativas en techos o muros en combinación con presiones internas positivas	0.95	
Todos los otros casos	1.0	—

NOTA: los factores de combinación menores que 1.0 pueden ser justificados por que las presiones de viento están ligeramente fluctuando y no ocurren simultáneamente en todas las superficies del edificio.

Factor de presión local, K_l

El factor de presión local se puede tomar como 1.0 en todos los casos excepto cuando las fuerzas sean aplicadas a los revestimientos, sus accesorios, los miembros que directamente soportan los recubrimientos, y los accesorios inmediatos de esos miembros. En esos casos K_l se puede tomar también como 1.0.

Factor de reducción de revestimiento permeable, K_p

El factor de reducción de revestimiento permeable se puede tomar como 1.0 excepto que donde una superficie externa consista de revestimiento permeable y la relación de solidez es menor que 0.999 y exceda de 0.99. La relación de solidez de la superficie es la relación de área sólida al área total de la superficie.

2.2.5 Factor de respuesta dinámica

Evaluación del factor de respuesta dinámico

El factor de respuesta dinámico, C_{dyn} , puede ser determinado para estructuras o elementos de estructuras con frecuencia fundamental natural en el primer modo como sigue:

- a) Mayor que 1.0 Hz, $C_{dyn} = 1.0$
- b) Menor que 1.0 Hz
 - 1. Para edificios altos y torres
 - a. Menor que 0.2 Hz no está contemplado por éste reglamento;
 - b. Entre 1.0 Hz y 0.2 Hz, C_{dyn} está definido para la respuesta longitudinal y transversal al viento; y
 - 2. Para techos en voladizo
 - a. menores que 0.5 Hz no está cubierto por éste reglamento;
 - b. Entre 1.0 Hz y 0.5 Hz, C_{dyn} está definido en el párrafo D5, apéndice D.

Para el cálculo de C_{dyn} , el valor de $V_{des,\theta}$ está calculado en la altura de referencia, h (Parte superior del edificio o torre).

Respuesta longitudinal al viento de edificios altos y torres

Factor de respuesta dinámico, C_{dyn}

Para calcular los efectos de la acción del viento (momentos de flexión, fuerzas cortantes, fuerzas en los miembros) en una altura s en la estructura (ver

figura 2.2.1), las presiones de viento en la estructura en una altura z deberá ser multiplicado por un factor de respuesta dinámico, C_{dyn} . Éste factor es dependiente de tanto de z como de s , y $s < z < h$. Para el cálculo de momentos de flexión en la base, deflexiones y aceleraciones en lo alto de la estructura, será usado un solo valor de C_{dyn} tomando $s = 0$.

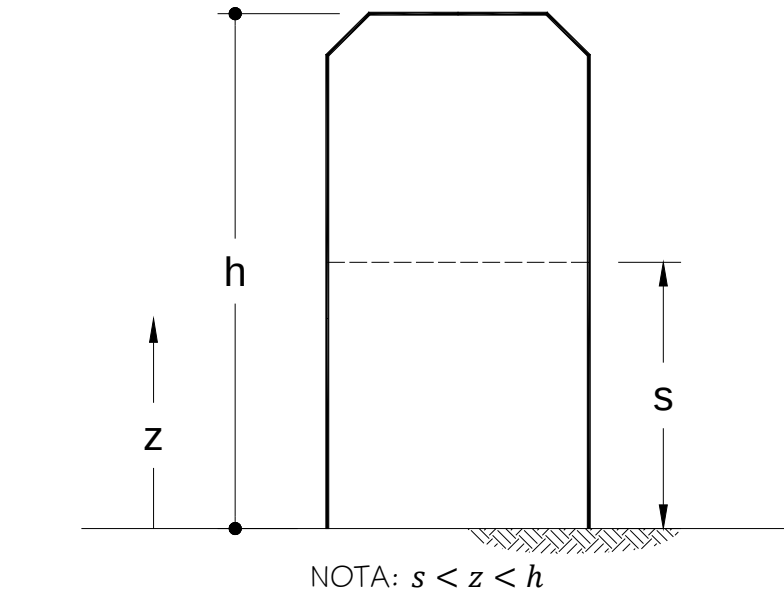


Figura 2.2.1 Notación para las alturas.

El factor de respuesta dinámico se calcula como sigue:

$$C_{dyn} = \frac{1 + 2I_h \left[g_v^2 B_s + \frac{H_s g_R^2 S E_t}{\zeta} \right]^{0.5}}{1 + 2g_v I_h} \quad (2.2.4)$$

Donde:

- s = Altura del nivel en el cual los efectos del viento son calculados para una estructura
- h = Altura a la cubierta promedio de una estructura a partir del terreno
- I_h = Intensidad de turbulencia, obtenida de la tabla 2.2.6, tomando $z = h$
- g_v = Factor pico para las fluctuaciones de velocidad en dirección opuesta al viento, el cual debe tomarse como 3.7
- B_s = Factor de respuesta de fondo, el cual es una medida paulatina de la variación de la componente de fondo de las fluctuaciones de la respuesta, causada por las bajas frecuencias de las variaciones de la velocidad del viento, dado como sigue donde b_{sh} es el ancho promedio de la estructura entre las alturas s y h , y L_h es una medida de la integral de la longitud de escala de turbulencia en la altura h , $L_h = 85(h/10)^{0.25}$

$$B_s = \frac{1}{1 + \frac{[0.26(h-s)^2 + 0.46b_{sh}^2]^{0.5}}{L_h}} \quad (2.2.5)$$

H_s = Factor de altura para la respuesta resonante, $H_s = 1 - (s/h)^2$

g_R = Factor pico para la respuesta resonante (10 min de periodo) dado por:

$$g_R = \sqrt{2 \log_e(600n_a)} \quad (2.2.6)$$

S = Factor de reducción de tamaño dado como sigue, donde n_a es la frecuencia natural del primer modo de vibración de una estructura en la dirección longitudinal al viento en Hz y b_{0h} es el ancho promedio de la estructura entre las alturas 0 y h:

$$S = \frac{1}{\left[1 + \frac{3.5n_a h(1 + g_v I_h)}{V_{des,\theta}}\right] \left[1 + \frac{4n_a b_{0h}(1 + g_v I_h)}{V_{des,\theta}}\right]} \quad (2.2.7)$$

E_t = Es $(\pi/4)$ veces el espectro de turbulencia en la dirección del flujo del viento, dado como sigue:

$$E_t = \frac{\pi N}{[1 + 70.8N^2]^{5/6}} \quad (2.2.8)$$

Donde:

N = Frecuencia reducida

$$N = \frac{n_a L_h [1 + g_v I_h]}{V_{des,\theta}} \quad (2.2.9)$$

n_a = Frecuencia natural del primer modo de vibración de una estructura en la dirección longitudinal al viento en Hz.

$V_{des,\theta}$ = Velocidad del viento de diseño determinada en la altura del edificio, h

ζ = Relación de amortiguamiento estructural con respecto al crítico de una estructura (ver tabla 2.2.7)

Tabla 2.2.6 Intensidad de turbulencia, I_z

Altura (z) m	Estados límite, regiones y categorías de terreno			
	Estados límite de servicio			
	Terreno Categoría 1 Todas las regiones	Terreno Categoría 2 Todas las regiones	Terreno Categoría 3 Todas las regiones	Terreno Categoría 4 Todas las regiones
	Estados de límite último			
	Categoría 1 Regiones A, W y B	Categoría 2 Regiones A, W y B	Categoría 3 Regiones A, W y B Categoría 1, 2 y 3 Regiones C y D	Categoría 4 Todas las regiones
≤ 3	0.171	0.207	0.271	0.342
5	0.165	0.196	0.271	0.342
10	0.157	0.183	0.239	0.342
15	0.152	0.176	0.225	0.342
20	0.147	0.171	0.215	0.342
30	0.140	0.162	0.203	0.305

40	0.133	0.156	0.195	0.285
50	0.128	0.151	0.188	0.270
75	0.118	0.140	0.176	0.248
100	0.108	0.131	0.166	0.233
150	0.095	0.117	0.150	0.210
200	0.085	0.107	0.139	0.196
250	0.080	0.098	0.129	0.183
300	0.074	0.092	0.121	0.173
400	0.068	0.082	0.108	0.155
500	0.058	0.074	0.098	0.141

NOTA: Para valores intermedios de altura, z y categoría de terreno, usar interpolación lineal

Tabla 2.2.7 Valores de la relación de amortiguamiento estructural respecto al crítico de la estructura, ζ

Niveles de carga y tipo de construcción	Relación de amortiguamiento estructural con respecto al crítico, ζ
Estados límite de servicio	
Construcción de acero	0.005 a 0.01
Concreto reforzado o pre-esforzado	0.005 a 0.01
Estados de límite último	
Marco de acero soldado	0.02
Marco de acero atornillado	0.05
Concreto reforzado	0.05

Respuesta transversal al viento

Respuesta transversal al viento de edificios cerrados altos y torres de sección transversal rectangular

- *Fuerza del viento estática equivalente*

La fuerza del viento estática transversal equivalente por unidad de altura, w_{eq} , como una función de z , (evaluada usando fuerza igual a masa por aceleración) en Newtons por metro:

$$w_{eq}(z) = 0.5 \rho_{aire} [V_{des,\theta}]^2 d C_{fig} C_{dyn} \quad (2.2.10)$$

Donde: $V_{des,\theta}$, esta evaluado en $z=h$; y d , es la profundidad horizontal de la estructura paralela al flujo del viento; y

$$C_{fig} C_{dyn} = 1.5 g_R \left(\frac{b}{d} \right) \frac{K_m}{(1 + g_v I_h)^2} \left(\frac{z}{h} \right)^k \sqrt{\frac{\pi C_{fs}}{\zeta}} \quad (2.2.11)$$

Donde:

K_m = Factor de corrección por la forma modal para la aceleración transversal al viento, dado por:

$$K_m = 0.76 + 0.24k \quad (2.2.12)$$

Donde:

k = Exponente de la variación de la forma modal fundamental:

= 1.5 para un cantiléver uniforme

= 0.5 para una estructura tipo marco esbelto (momento resistente)

= 1.0 para edificios con muros de cortante centrales y fachada resistente de momento.

= 2.3 Para una torre que disminuye su rigidez con la altura, o con una gran masa en la parte superior.

= al valor obtenido del ajuste $\varphi_1(z) = (z/h)^k$ a la forma modal calculada de la estructura

$\varphi_1(z)$ = primera forma modal como una función de la altura z , normalizada a la unidad en $z=h$

C_{fs} = Coeficiente del espectro de fuerza transversal generalizado para una forma modal lineal.

- *Momento de volteo basal transversal al viento*

El momento de volteo basal transversal al viento, M_c , en newtons metro (el cual es derivado por la integración desde 0 a h de $w_{eq}(z)zdz$), es como sigue:

$$M_c = 0.5g_R b \left[\frac{0.5\rho_{aire}[V_{des,\theta}]^2}{(1 + g_v I_h)^2} \right]^2 h^2 \left(\frac{3}{k+2} \right) K_m \sqrt{\frac{\pi C_{fs}}{\zeta}} \quad (2.2.13)$$

Donde: el valor de $\left(\frac{3}{k+2} \right) K_m$ es el factor de corrección por la forma modal para el momento de volteo transversal al viento.

- *Coeficiente del espectro de fuerza transversal al viento*

La velocidad reducida, V_n , debe ser calculada como sigue usando $V_{des,\theta}$ calculado en $z=h$:

$$V_n = \frac{V_{des,\theta}}{n_c b (1 + g_v I_h)} \quad (2.2.14)$$

Los valores del coeficiente del espectro de fuerza transversal generalizado para una forma modal lineal deben ser calculados a partir de la velocidad reducida como sigue (ver figuras 2.2.2 a 2.2.5):

a) Para una sección cuadrada 3:1:1 ($h:b:d$), donde V_n está en el rango de 2 a 16.

i) Para una intensidad de turbulencia de 0.12 en $2h/3$:

$$\log_{10} C_{fs} = 0.000353V_n^4 - 0.0134V_n^3 + 0.15V_n^2 - 0.345V_n - 3.19 \quad (2.2.15)$$

ii) Para una intensidad de turbulencia de 0.20 en $2h/3$:

$$\log_{10} C_{fs} = 0.00008V_n^4 - 0.0028V_n^3 + 0.0199V_n^2 + 0.13V_n - 2.985 \quad (2.2.16)$$

b) Para una sección cuadrada 6:1:1 ($h:b:d$), donde V_n está en el rango de 3 a 16.

i) Para una intensidad de turbulencia de 0.12 en $2h/3$:

$$\log_{10} C_{fs} = 0.000406V_n^4 - 0.0165V_n^3 + 0.201V_n^2 - 0.603V_n - 2.76 \quad (2.2.17)$$

ii) Para una intensidad de turbulencia de 0.20 en $2h/3$:

$$\log_{10} C_{fs} = 0.000334V_n^4 - 0.0125V_n^3 + 0.141V_n^2 - 0.384V_n - 2.36 \quad (2.2.18)$$

c) Para una sección rectangular 6:2:1 ($h:b:d$), donde V_n está en el rango de 2 a 18.

i) Para una intensidad de turbulencia de 0.12 en $2h/3$:

$$\log_{10} C_{fs} = \frac{-3.2 + 0.0683V_n^2 - 0.000394V_n^4}{1 - 0.02V_n^2 + 0.000123V_n^4} \quad (2.2.19)$$

ii) Para una intensidad de turbulencia de 0.20 en $2h/3$:

$$\log_{10} C_{fs} = \frac{-3 + 0.0637V_n^2 - 0.00037V_n^4}{1 - 0.02V_n^2 + 0.000124V_n^4} \quad (2.2.20)$$

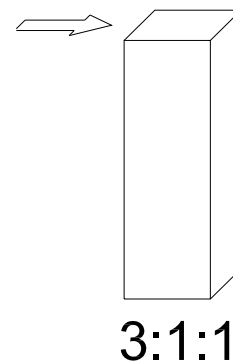
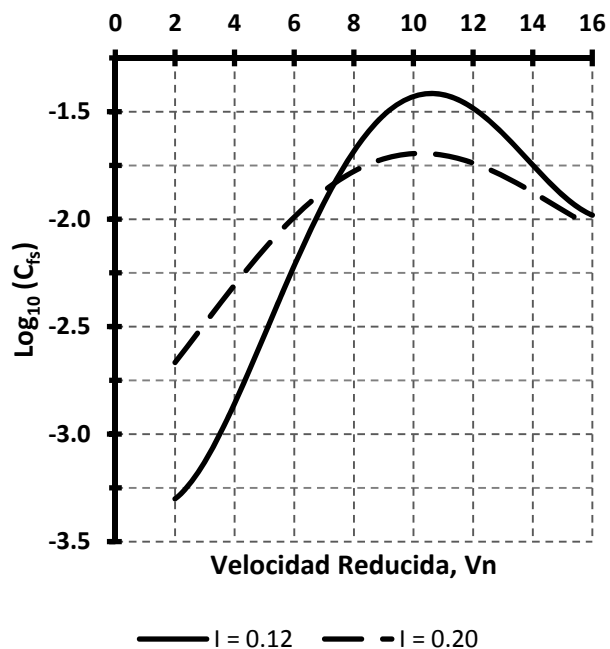
d) Para una sección rectangular 6:1:2 ($h:b:d$), donde V_n está en el rango de 2 a 16.

i) Para una intensidad de turbulencia de 0.12 en $2h/3$:

$$\log_{10} C_{fs} = 0.000457V_n^3 - 0.0226V_n^2 + 0.396V_n - 4.093 \quad (2.2.21)$$

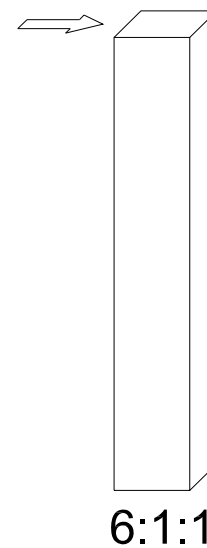
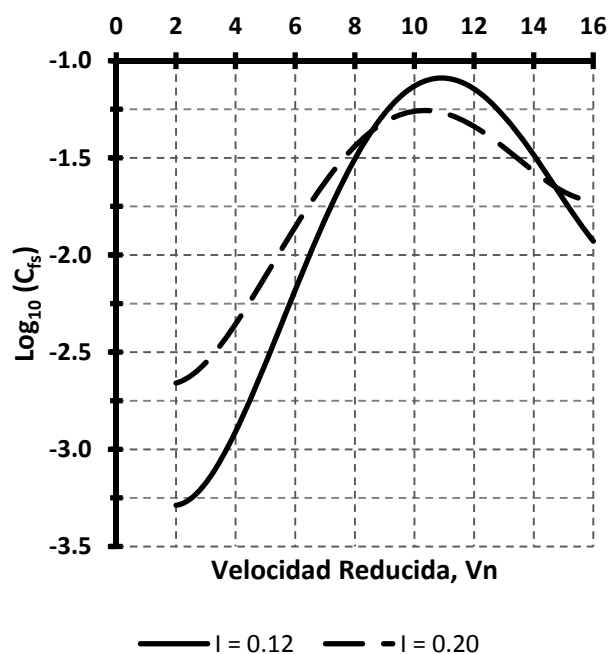
ii) Para una intensidad de turbulencia de 0.20 en $2h/3$:

$$\log_{10} C_{fs} = 0.00038V_n^3 - 0.0197V_n^2 + 0.363V_n - 3.82 \quad (2.2.22)$$



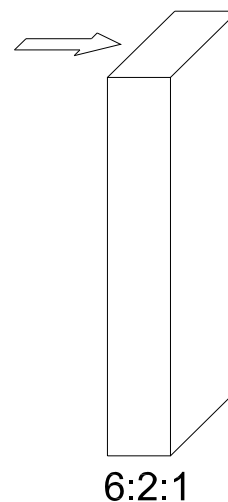
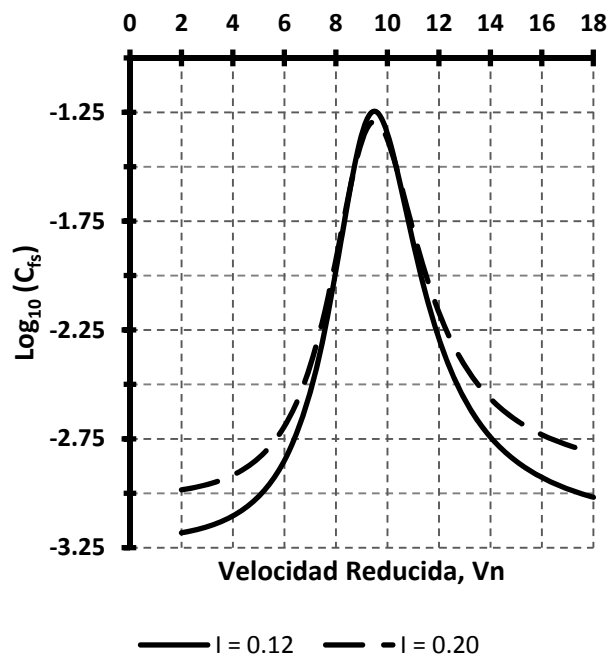
NOTA: La intensidad de turbulencia es calculada en $2h/3$

Figura 2.2.2 Coeficiente de espectro de fuerza transversal al viento para una sección cuadrada (3:1:1)



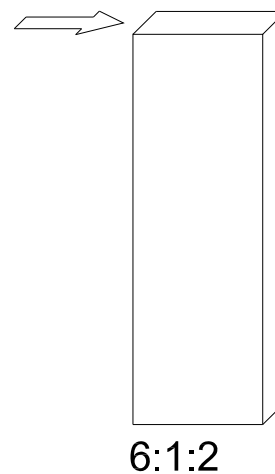
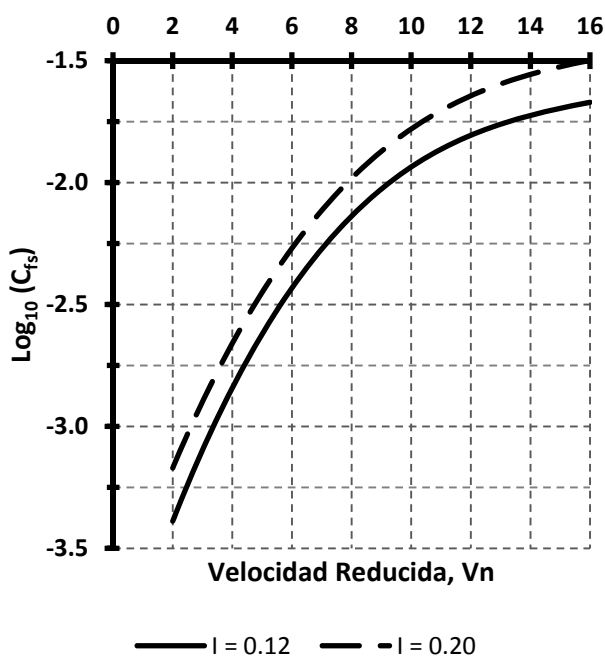
NOTA: La intensidad de turbulencia es calculada en $2h/3$

Figura 2.2.3 Coeficiente de espectro de fuerza transversal al viento para una sección cuadrada (6:1:1)



NOTA: La intensidad de turbulencia es calculada en $2h/3$

Figura 2.2.4 Coeficiente de espectro de fuerza transversal al viento para una sección rectangular (6:2:1)



NOTA: La intensidad de turbulencia es calculada en $2h/3$

Figura 2.2.5 Coeficiente de espectro de fuerza transversal al viento para una sección rectangular (6:1:2)

Combinación de la respuesta longitudinal y transversal al viento

El efecto total combinado de la acción dinámica, ε_t , tal como una carga axial en una columna, se calcula como sigue:

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{a,m} + \sqrt{(\varepsilon_{a,p} - \varepsilon_{a,m})^2 + \varepsilon_{c,p}^2} \quad (2.2.23)$$

Donde:

$\varepsilon_{a,m}$ Es el efecto de la acción derivado de la respuesta media longitudinal al viento, dado como sigue, donde los valores de g_v , I_h y C_{dyn} fueron definidos anteriormente:

$$= \varepsilon_{a,p} / [C_{dyn}(1 + 2g_v I_h)]$$

$\varepsilon_{a,p}$ Es el efecto de la acción derivado de la respuesta longitudinal al viento máxima.

$\varepsilon_{c,p}$ Es el efecto de la acción derivado de la respuesta transversal al viento máxima.

Nota: El factor $[C_{dyn}(1 + 2g_v I_h)]$ es un factor de ráfaga.

2.2.6 Aceleraciones para estructuras sensibles al viento

Aceleración por servicio

Para proporcionar cierto índice del movimiento por servicio, se ha notado que para edificios sensibles al viento, principalmente expuestos al flujo libre, los niveles de aceleración transversal al flujo del viento aceptables pueden ser excedidos si:

$$\frac{h^{1.3}}{m_0} > 0.0016 \quad (2.2.24)$$

Donde:

h Altura a la cubierta promedio de una estructura a partir del terreno

m_0 Masa promedio por unidad de altura, en kg/m

En condiciones de turbulencia alta, debido a la interferencia de otras construcciones, debe tomarse éste índice como una aproximación más conservadora. El diseñador deberá hacer un análisis más detallado del modelo en túnel de viento, si la desigualdad indica niveles de aceleración altos probables.

Aceleración máxima longitudinal al viento por servicio

La aceleración máxima en la parte superior de una estructura en la dirección longitudinal al viento, $\ddot{x}_{máx}$, en metros por segundo cuadrado, es como sigue:

$$\ddot{x}_{m\acute{a}x} = m_0 h^2 \times \text{componente resonante del momento flexionante basal m\acute{a}x}$$

$$= \frac{3}{m_0 h^2} \frac{\rho_{aire} g_R I_h \sqrt{\frac{SE_t}{\zeta}}}{(1 + 2g_v I_h)} \left\{ C_{fig,bar} \sum_{z=0}^h [V_{des,\theta}(z)]^2 b_z z \Delta z - C_{fig,sot} [V_{des,\theta}(h)]^2 \sum_{z=0}^h b_z z \Delta z \right\} \quad (2.2.25)$$

Donde:

- m_0 Masa promedio por unidad de altura, en kg/m
- ρ_{aire} Densidad del aire el cual se puede tomar como $1.2 kg/m^3$
- $V_{des,\theta}(z)$ Velocidad del viento de dise\~no como funci3n de la altura z
- $V_{des,\theta}(h)$ Velocidad del viento de dise\~no evaluada en la altura h
- b_z Ancho promedio de la estructura en la secci3n en la altura z
- Δz Altura de la secci3n de la estructura sobre la cual act\~ua la presi3n del viento

Aceleraci3n transversal al viento por servicio de edificios altos y torres de secci3n transversal rectangular

Aceleraci3n transversal m\acute{a}xima por servicio

La aceleraci3n m\acute{a}xima en la direcci3n transversal al viento, $\ddot{y}_{m\acute{a}x}$, en metros por segundo cuadrado, en la parte superior de una estructura con masa constante por unidad de altura, m_0 , se puede determinar como sigue:

$$\ddot{y}_{m\acute{a}x} = \frac{1.5 g_R b}{m_0} \left[\frac{0.5 \rho_{aire} [V_{des,\theta}]^2}{(1 + g_v I_h)^2} \right] K_m \sqrt{\frac{\pi C_{fs}}{\zeta}} \quad (2.2.26)$$

Donde:

- g_R Factor pico para la respuesta resonante (10 min de periodo) dado por:
- $$g_R = \sqrt{2 \log_e (600 n_c)} \quad (2.2.27)$$
- n_c Frecuencia natural del primer modo de vibraci3n de una estructura en la direcci3n transversal al viento en Hz.

2.2.7 Ejemplos de aplicaci3n

Ejemplo 1

El ejemplo siguiente est\~a desarrollado en la gu\~a de la norma AS/NZS 1170.2:2002 para ilustrar el procedimiento para c\~alculo el factor din\~amico as\~i como las aceleraciones producidas por el viento en las direcciones longitudinal y transversal al viento.

Los datos son los siguientes:

La altura, ancho y profundidad del edificio son: $H = 183 \text{ m}$, $B = 46 \text{ m}$ y $D = 30 \text{ m}$, respectivamente.

La densidad del edificio es, $\rho_e = 160 \text{ kg/m}^3$

Relación de amortiguamiento estructural con respecto al crítico es $\zeta = 0.05$

Relación de amortiguamiento estructural con respecto al crítico para condiciones de servicio es $\zeta = 0.01$

Frecuencia natural para el primer modo en la dirección longitudinal y transversal son $n_a = 0.2 \text{ Hz}$ y $n_c = 0.2 \text{ Hz}$, respectivamente.

Densidad del aire, $\rho_a = 1.2 \text{ kg/m}^3$

El terreno es de categoría 3

Resultados

Factor dinámico, $C_{dyn} = 0.968$

Factor dinámico para condiciones de servicio, $C_{dyn,res} = 0.265$

Aceleración longitudinal máxima, $\ddot{x}_{m\acute{a}x} = 0.00735g$

Aceleración transversal máxima, $\ddot{y}_{m\acute{a}x} = 0.0165g$

Donde: $g = 9.81 \text{ m/s}^2$; es el valor de la aceleración de la gravedad.

La aceleración más grande que se obtiene es en la dirección transversal, y es 2.24 veces mayor que la obtenida en la dirección paralela al flujo. El criterio que toma en cuenta ésta norma para indicar que se pueden presentar aceleraciones excesivas es según la ecuación (2.2.24). Al sustituir valores en la ecuación (2.2.24) se obtiene la siguiente desigualdad, $0.0039 > 0.0016$, lo cual indica que, las aceleraciones obtenidas pueden ser excesivas principalmente las transversales.

Ejemplo 2

Éste ejemplo es presentado en la norma ASCE/SEI 7-05 en la parte de comentarios, para ilustrar el cálculo del factor del efecto de ráfaga. En su solución, además de encontrar el valor del factor de ráfaga, se calcula también el desplazamiento y la aceleración como función de la altura.

En éste ejemplo se calcula, el factor de respuesta dinámico y las aceleraciones máximas en dirección longitudinal y transversal al flujo del viento. La velocidad de referencia se supondrá de 40.23 m/s , que corresponde a una velocidad de tiempo de promediación de 3 segundos en terreno abierto, a 10 metros de altura y con un periodo de retorno de 50 años. La velocidad utilizada para el cálculo de las aceleraciones se supondrá con un periodo de retorno de 10 años, por lo que tendrá un valor de 33.79 m/s . El edificio se desplantará en categoría 4.

Las características del edificio son las siguientes:

La altura, ancho y profundidad del edificio son: $H = 182.88 \text{ m}$, $B = 30.48 \text{ m}$ y $D = 30.48 \text{ m}$, respectivamente.

La densidad del edificio es, $\rho_e = 192.03 \text{ kg/m}^3$

Relación de amortiguamiento estructural con respecto al crítico es $\zeta = 0.05$

Relación de amortiguamiento estructural con respecto al crítico para condiciones de servicio es $\zeta = 0.01$

Frecuencia natural para el primer modo en la dirección longitudinal y transversal son $n_a = 0.2 \text{ Hz}$ y $n_c = 0.2 \text{ Hz}$, respectivamente.

Densidad del aire, $\rho_a = 1.236 \text{ kg/m}^3$

Resultados

Factor dinámico, $C_{dyn} = 0.916$

Factor dinámico para condiciones de servicio, $C_{dyn,res} = 0.34$

Aceleración longitudinal máxima, $\ddot{x}_{m\acute{a}x} = 0.00969g$

Aceleración transversal máxima, $\ddot{y}_{m\acute{a}x} = 0.03194g$

La aceleración más grande que se da en la dirección transversal, y es 3.3 veces mayor que la obtenida en la dirección paralela al flujo. De la ecuación (2.2.24) se obtiene, $0.00489 > 0.0016$, lo cual indica que, las aceleraciones obtenidas pueden ser excesivas principalmente las transversales.

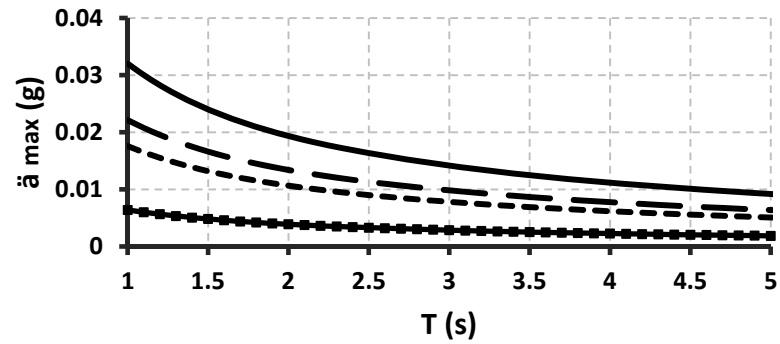
2.2.8 Análisis paramétrico

Utilizando las formulaciones presentadas anteriormente, se realiza un análisis paramétrico de la respuesta en aceleración considerando la variación de dimensiones en los edificios de acuerdo a la tabla 2.1.3.

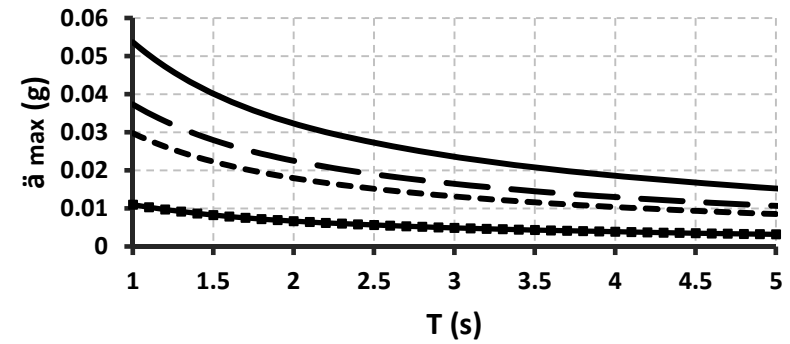
Las velocidades utilizadas, tanto para el cálculo de los elementos mecánicos como para el cálculo de las aceleraciones como condición de servicio, serán con un periodo de retorno de 200 años y de 10 años respectivamente. Las velocidades utilizadas se encuentran en la tabla 2.1.4.

Las características de los edificios son presentadas en el apartado 2.1.8

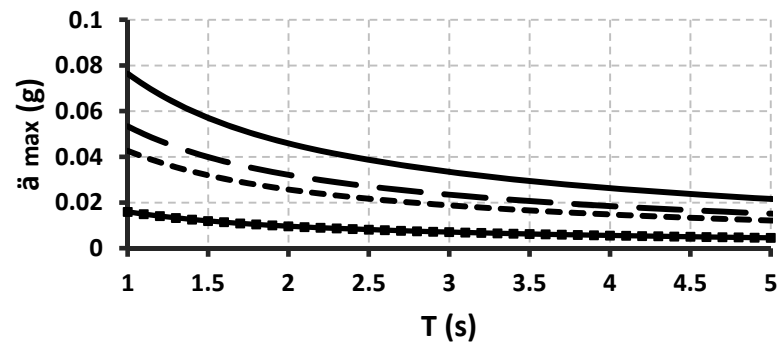
Respuesta longitudinal al viento



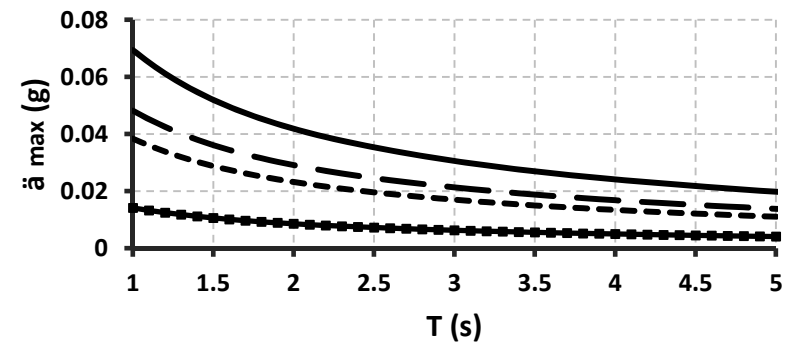
a) Sección cuadrada (3:1:1)



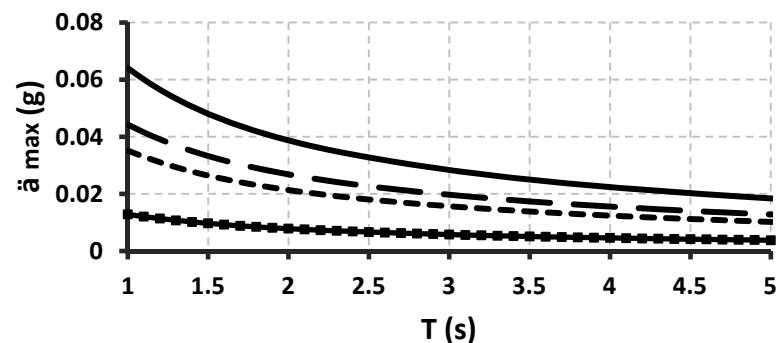
b) Sección cuadrada (4.5:1:1)



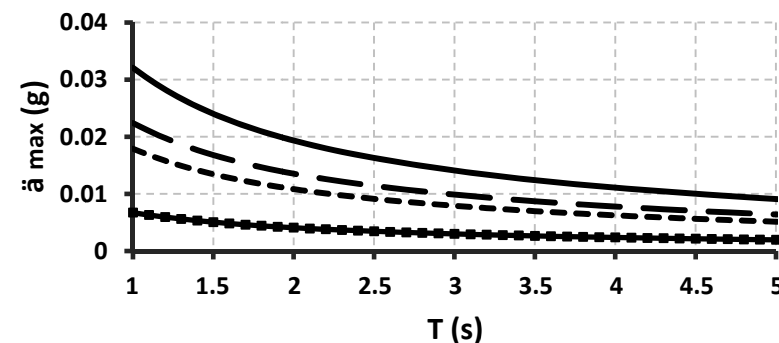
c) Sección cuadrada (6:1:1)



d) Sección rectangular (6:1.5:1)



e) Sección rectangular (6:2:1)



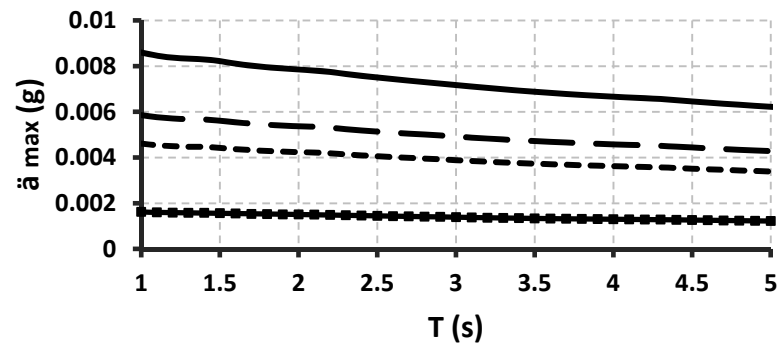
f) Sección rectangular (6:1:2)

— 38.89 m/s — 34.44 m/s - - - 31.94 m/s — 23.056 m/s

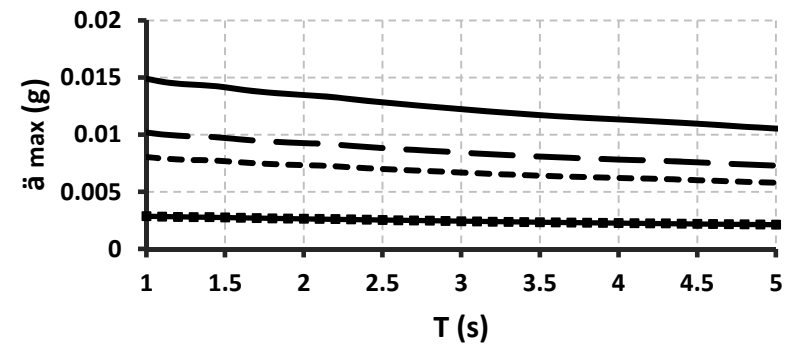
Figura 2.2.6 Respuesta longitudinal de las aceleraciones para categoría I

En la figura 2.2.6 se observa que, para la velocidad de 23.05 m/s las aceleraciones obtenidas tienen poca variación para los periodos de 1 a 2 segundos y para los periodos superiores las aceleraciones tienden a ser constantes. Al aumentar la velocidad, las aceleraciones disminuyen a mayor razón entre los periodos de 1 segundo y 2.5 segundos aproximadamente.

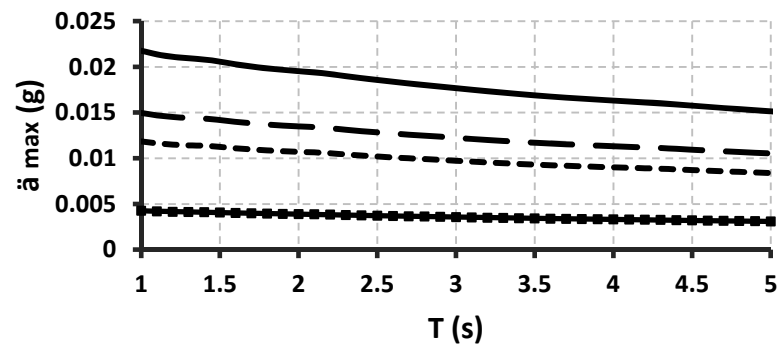
Las aceleraciones máximas se obtienen para el periodo de 1 segundo. Los resultados correspondientes a la velocidad de 23.05 m/s varían de $0.00185g$ hasta $0.0159g$; para la velocidad de 31.94 m/s los valores de las aceleraciones oscilan de $0.005g$ hasta $0.0426g$; para la velocidad de 34.44 m/s las aceleraciones van desde $0.0062g$ hasta $0.0533g$; y, los resultados para la velocidad de 38.89 m/s oscilan de $0.009g$ a $0.0763g$.



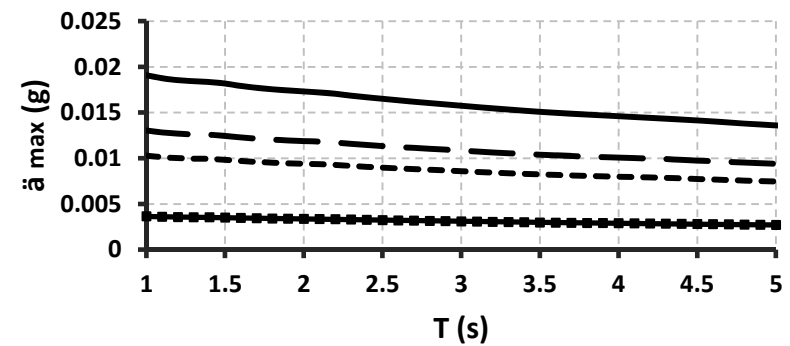
a) Sección cuadrada (3:1:1)



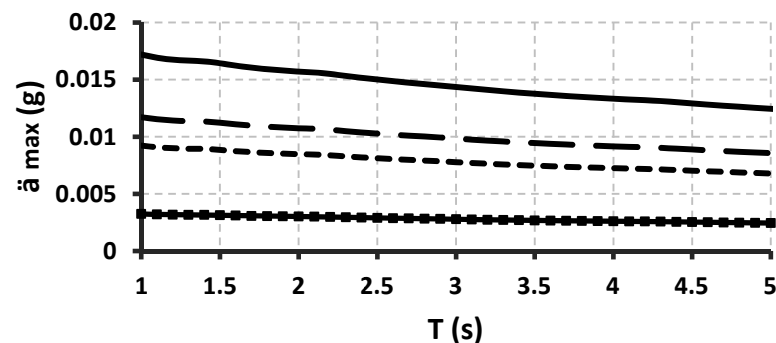
b) Sección cuadrada (4.5:1:1)



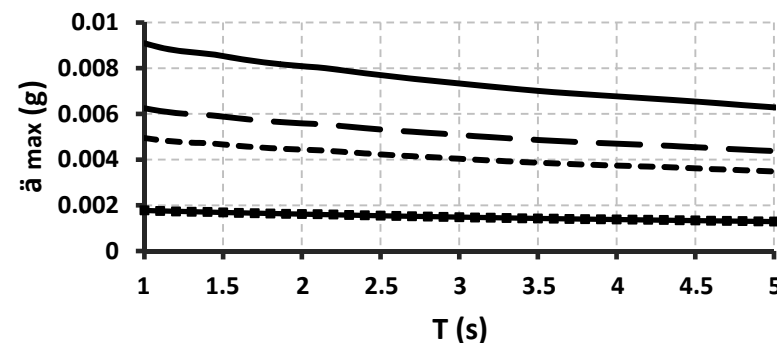
c) Sección cuadrada (6:1:1)



d) Sección rectangular (6:1.5:1)



e) Sección rectangular (6:2:1)



f) Sección rectangular (6:1:2)

— 38.89 m/s - - 34.44 m/s 31.94 m/s - · - 23.056 m/s

Figura 2.2.7 Respuesta longitudinal de las aceleraciones para categoría 4

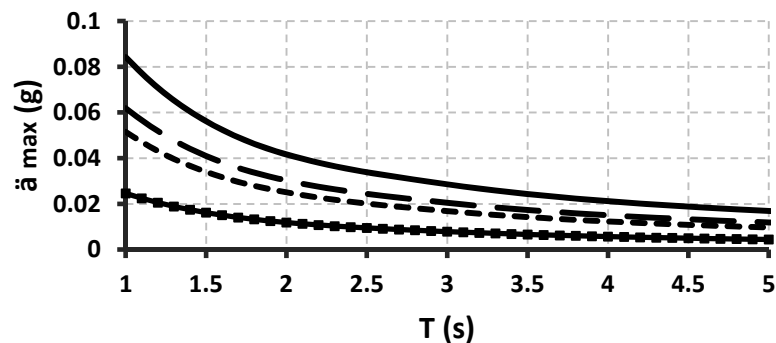
En la figura 2.2.7 se observa que, a diferencia de los resultados de la categoría 1, en la categoría 4 las aceleraciones varían linealmente de manera aproximada con respecto al periodo del edificio y son más pequeñas. Para la velocidad de **23.05 m/s**, las aceleraciones obtenidas permanecen prácticamente constantes.

Al considerar las 6 relaciones de dimensiones de los edificios se tiene que, los resultados correspondientes a la velocidad de **23.05 m/s** varían de 0.00121g hasta 0.00426g; para la velocidad de **31.94 m/s** los valores de las aceleraciones oscilan de 0.00336g hasta 0.0118g; para la velocidad de **34.44 m/s** las aceleraciones van desde 0.00425g hasta 0.0149g; y, los resultados para la velocidad de **38.89 m/s** oscilan de 0.00618g a 0.0217g.

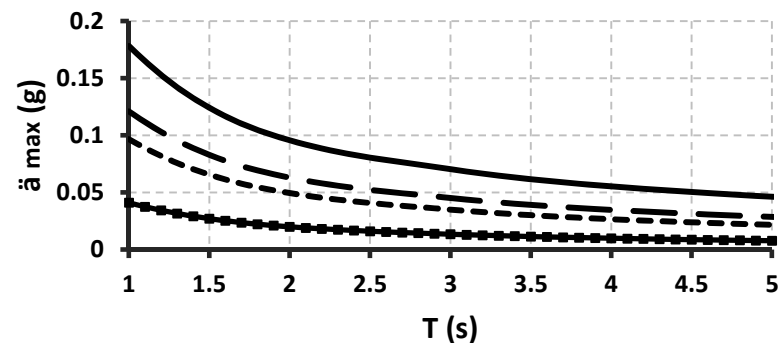
Las aceleraciones máximas se obtienen para el periodo de 1 segundo y las obtenidas para un terreno categoría 1 son 3.5 veces aproximadamente más grandes que las obtenidas para la categoría 4. Las aceleraciones mínimas son obtenidas para el periodo de 5 segundos y en el caso de la categoría 1, los valores son 1.5 veces aproximadamente mayores que los obtenidos para la categoría 4.

Las aceleraciones obtenidas para los edificios con relación de dimensiones 3:1:1 y 6:1:2 son prácticamente iguales teniendo mayor variación entre ellos en los periodos de 1 a 1.5 segundos; Los edificios con relación de dimensiones 6:1:1 responden tienen las aceleraciones máximas.

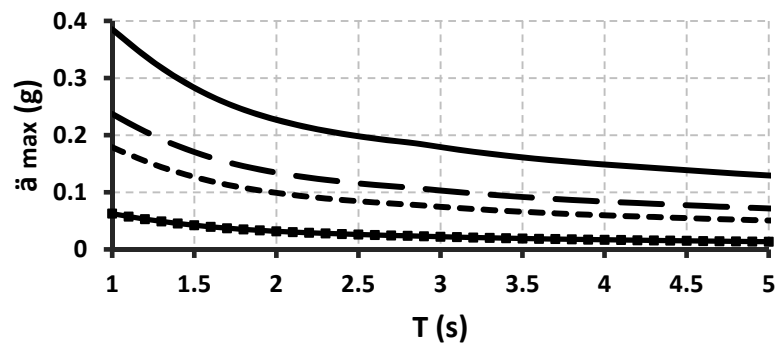
Respuesta transversal al viento



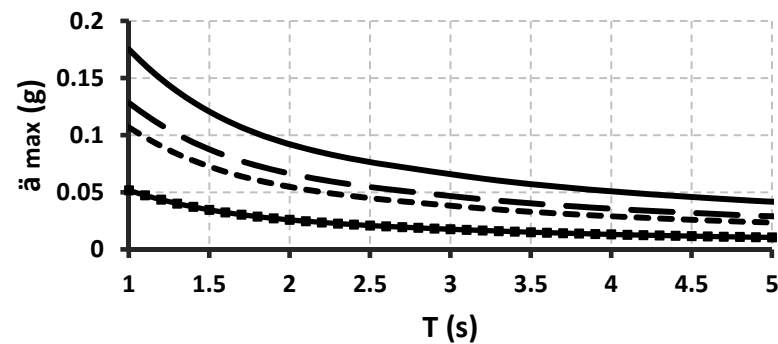
a) Sección cuadrada (3:1:1)



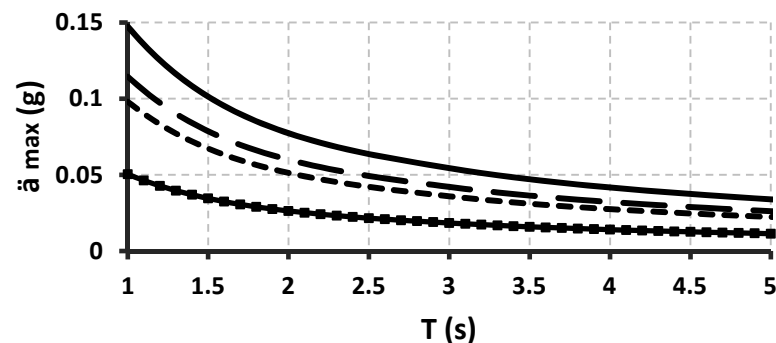
b) Sección cuadrada (4.5:1:1)



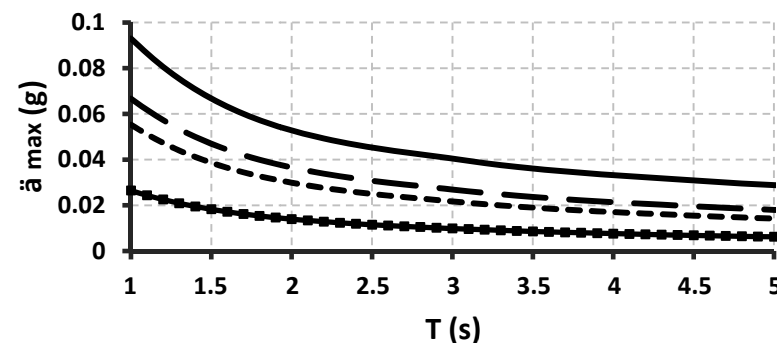
c) Sección cuadrada (6:1:1)



d) Sección rectangular (6:1.5:1)



e) Sección rectangular (6:2:1)



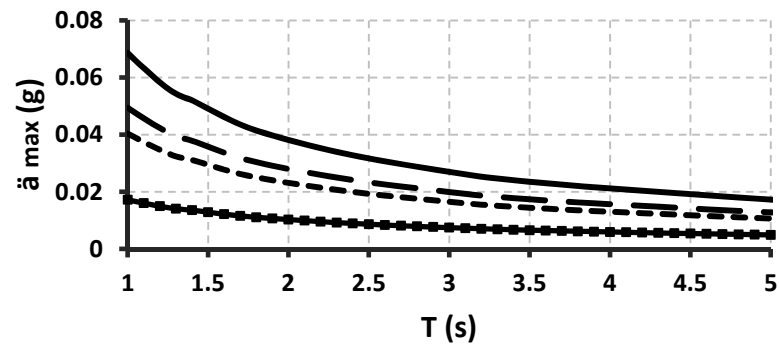
f) Sección rectangular (6:1:2)

— 38.89 m/s - - 34.44 m/s - - - 31.94 m/s - · - 23.056 m/s

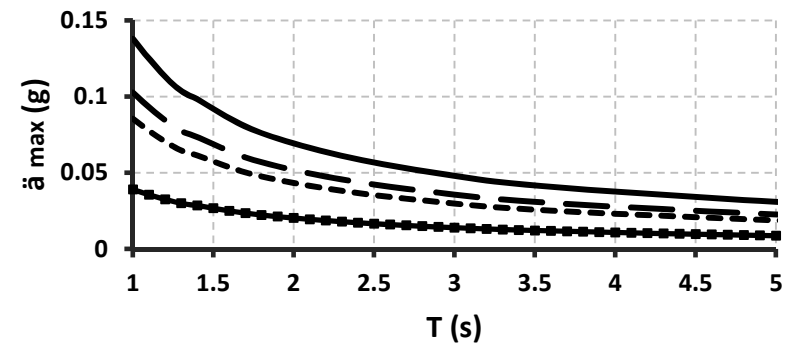
Figura 2.2.8 Respuesta transversal de las aceleraciones para categoría I

En la figura 2.2.8 se observa que, las aceleraciones correspondientes a los periodos de 2.5 a 5 segundos tienen poca dispersión, ya que las aceleraciones obtenidas de las velocidades mayores, disminuyen a mayor razón que la velocidad de 23.05 m/s .

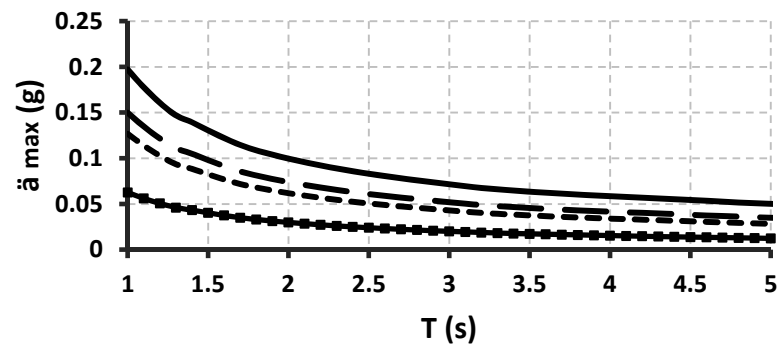
Al considerar las 6 relaciones de dimensiones de los edificios se tiene que, los resultados correspondientes a la velocidad de 23.05 m/s varían de $0.0043g$ hasta $0.0628g$; para la velocidad de 31.94 m/s los valores de las aceleraciones oscilan de $0.0095g$ hasta $0.1789g$; para la velocidad de 34.44 m/s las aceleraciones van desde $0.01165g$ hasta $0.237g$; y, los resultados para la velocidad de 38.89 m/s oscilan de $0.0165g$ a $0.385g$.



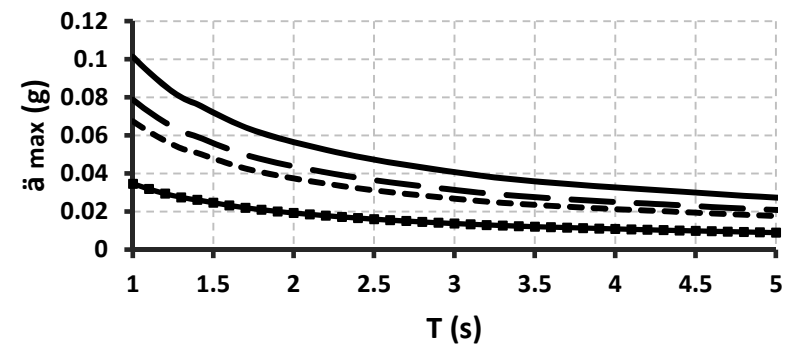
Sección cuadrada (3:1:1)



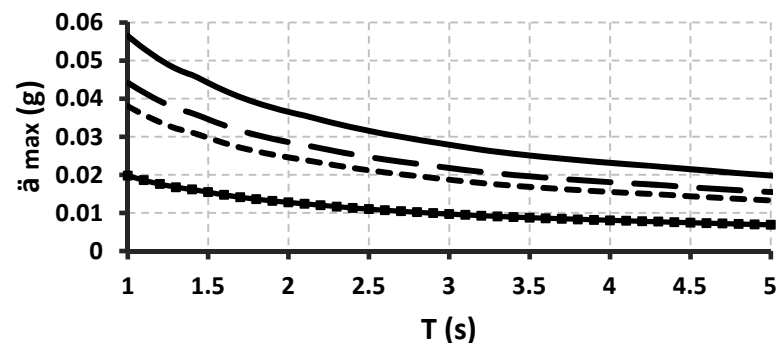
Sección cuadrada (4.5:1:1)



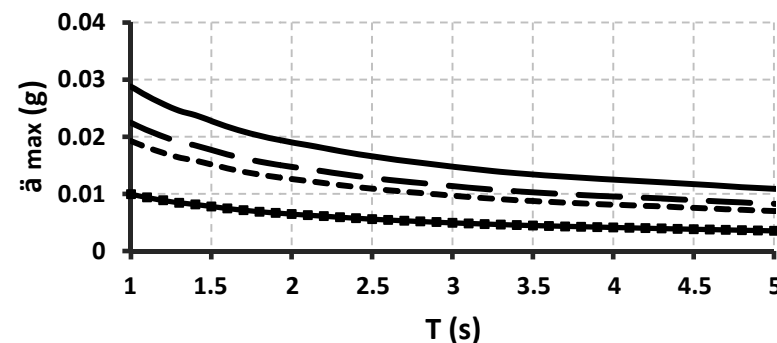
Sección cuadrada (6:1:1)



Sección rectangular (6:1.5:1)



Sección rectangular (6:2:1)



Sección rectangular (6:1:2)

— 38.89 m/s - 34.44 m/s ---- 31.94 m/s — 23.056 m/s

Figura 2.2.9 Respuesta transversal de las aceleraciones para categoría 4

De acuerdo con los resultados mostrados en la figura 2.2.9 se observa que, las aceleraciones son menores a las obtenidas para la categoría 1. Las aceleraciones tienen poca dispersión entre ellas sobre todo para periodos largos.

Al tomar en cuenta las 6 relaciones de dimensiones de los edificios se tiene que, los resultados correspondientes a la velocidad de **23.05 m/s** varían de 0.0048g hasta 0.0626g; para la velocidad de **31.94 m/s** los valores de las aceleraciones oscilan de 0.01048g hasta 0.1267g; para la velocidad de **34.44 m/s** las aceleraciones van desde 0.0125g hasta 0.149g; y, los resultados para la velocidad de **38.89 m/s** oscilan de 0.0169g a 0.197g.

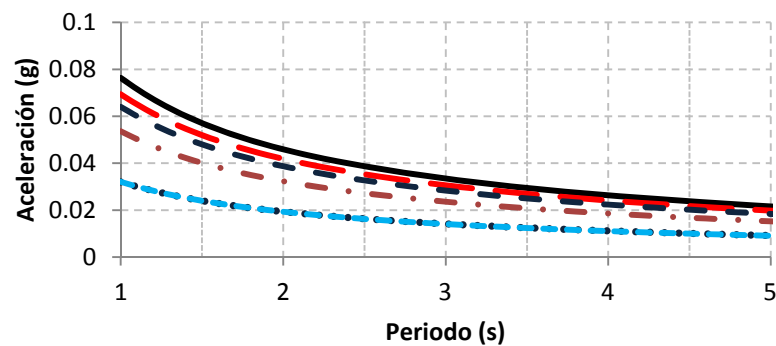
Si se toman en cuenta los valores máximos, las aceleraciones de la categoría 1 son 1.5 veces aproximadamente más grandes que las obtenidas para la categoría 4. Las aceleraciones mínimas, en el caso de la categoría 4, los valores son 1.1 veces aproximadamente mayores que los obtenidos para la categoría 1.

De acuerdo con la relación de dimensiones y para la respuesta transversal, para la categoría 1, los edificios con relación 3:1:1 y 6:1:2 responden con menores valores de aceleración ya que son los edificios más rígidos en ésta dirección; en los edificios con relación de 4.5:1:1, 6:1.5:1 y 6:1:2 se obtienen aceleraciones similares y poco dispersas con respecto a los de relación 6:1:2; en los edificios con relación 6:1:1 se obtienen las aceleraciones máximas.

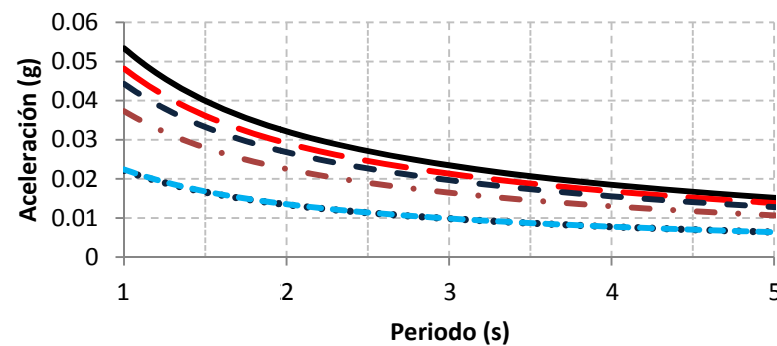
Para categoría 4, en los edificios con relación 6:1:2 se obtienen las aceleraciones más pequeñas; para los edificios que tienen una relación de dimensiones de 3:1:1 y 6:2:1 se obtienen aceleraciones similares; en los edificios con relación de 4.5:1:1 se obtienen aceleraciones mayores que en los edificios con relación 6:1.5:1 en los periodos de 1 hasta 3.5 segundos aproximadamente, y en los periodos a partir de 3.5 hasta 5 segundos las aceleraciones tienen valores cercanos.

De las figuras 2.2.10 a la 2.2.13 se muestran los resultados en las direcciones longitudinal y transversal a la dirección del viento, reuniendo las gráficas de cada una de las relaciones de dimensión (H:B:D) y para cada velocidad.

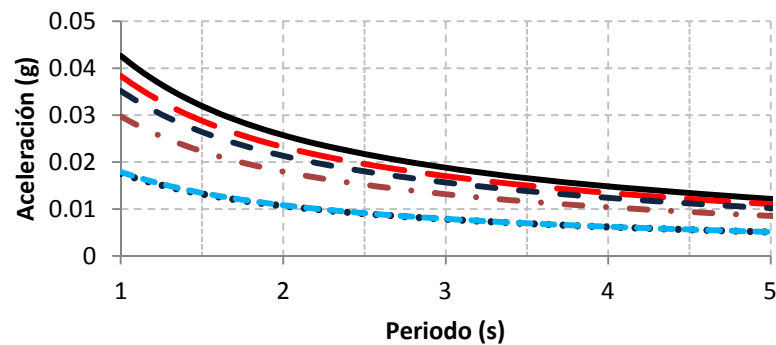
Respuesta longitudinal al viento



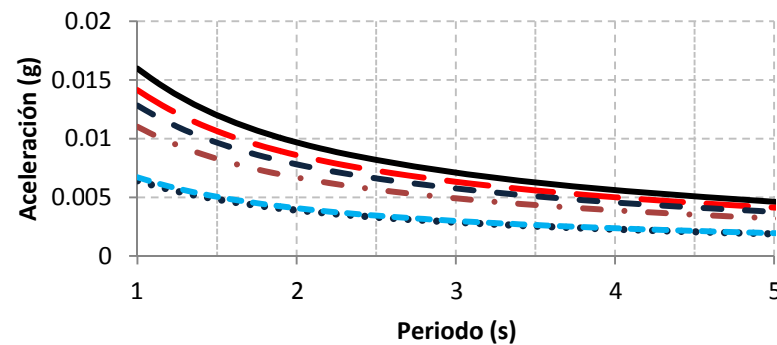
a) Respuesta para la velocidad de 38.89 m/s



b) Respuesta para la velocidad de 34.44 m/s



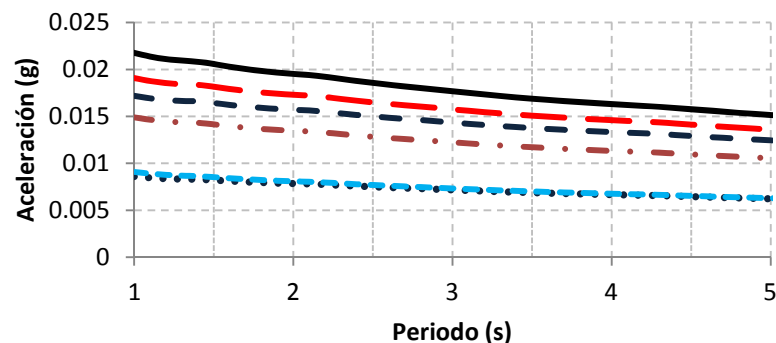
c) Respuesta para la velocidad de 31.94 m/s



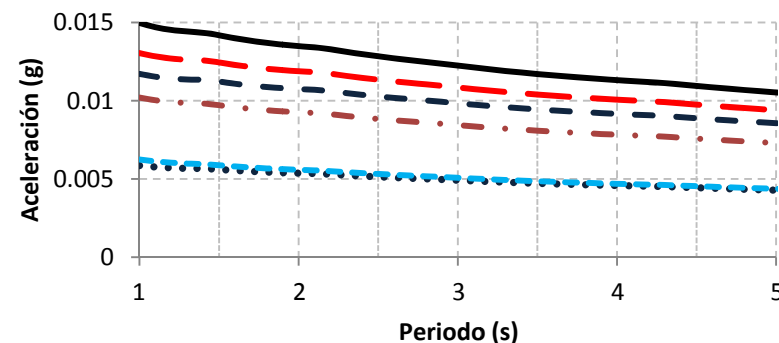
d) Respuesta para la velocidad de 23.05 m/s

..... C3 -.- C4.5 — C6 -.- R1.5 -.- R2 -.- R1-2

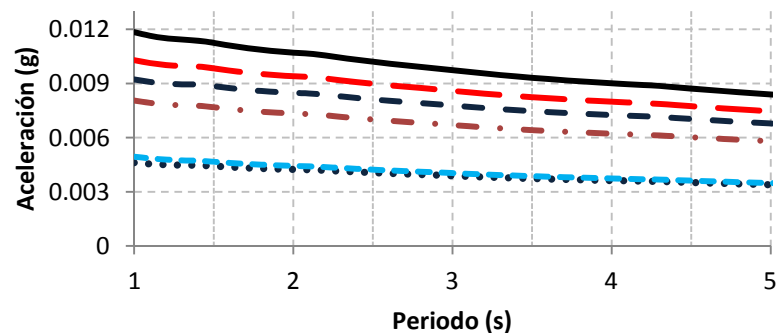
Figura 2.2.10 Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento correspondiente a la categoría I



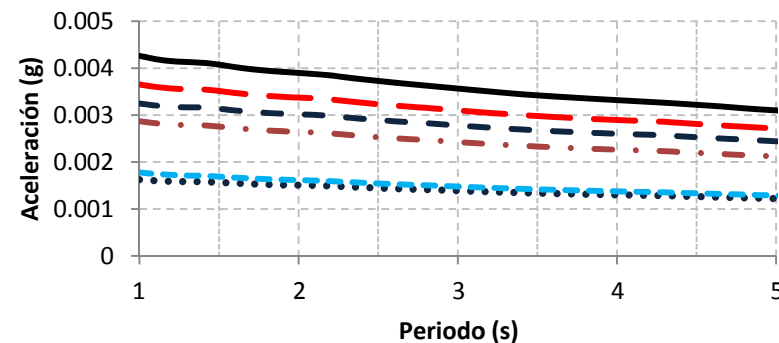
a) Respuesta para la velocidad de 38.89 m/s



b) Respuesta para la velocidad de 34.44 m/s



c) Respuesta para la velocidad de 31.94 m/s



d) Respuesta para la velocidad de 23.05 m/s

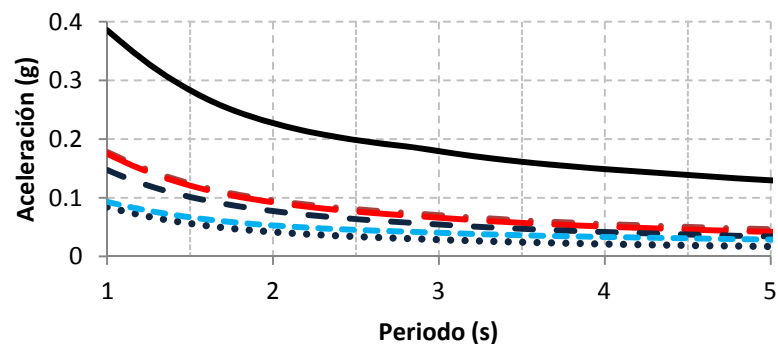
..... C3 -.- C4.5 — C6 - - - R1.5 - - - R2 - - - R1-2

Figura 2.2.11 Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento correspondiente a la categoría 4

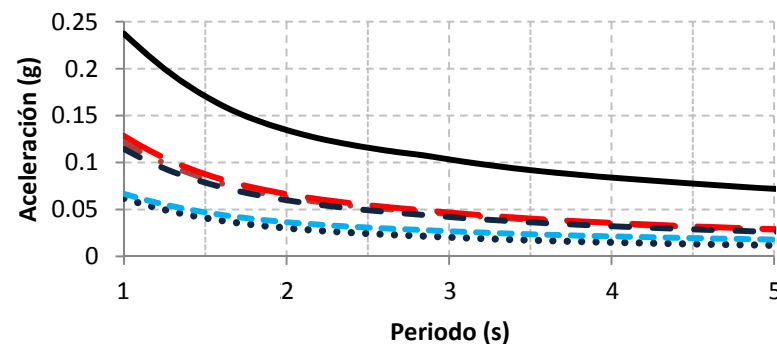
En las figuras 2.2.10 y 2.2.11 se observa que los edificios C3 y R1-2 son los menos flexibles en esta dirección por lo que resultan las aceleraciones mas bajas y tienen las aceleraciones prácticamente iguales tanto para la categoría 1 como en la categoría 4. En las graficas de la categoría 1 correspondientes a los edificios C4.5, C6, R1.5 y R2 se observa que tienen poca dispersión entre ellas. Los edificios C4.5 tienen menores aceleraciones y en los C6 se obtienen las mayores, en porcentaje, los edificios C6 son entre 42% y 45% mayores que los C4.5 en la parte más dispersa y de

41% a 44% en la parte menos dispersa de las gráficas. Para la categoría V los porcentajes son desde 46% a 48% en la parte más dispersa y de 43% a 46% en la menos dispersa.

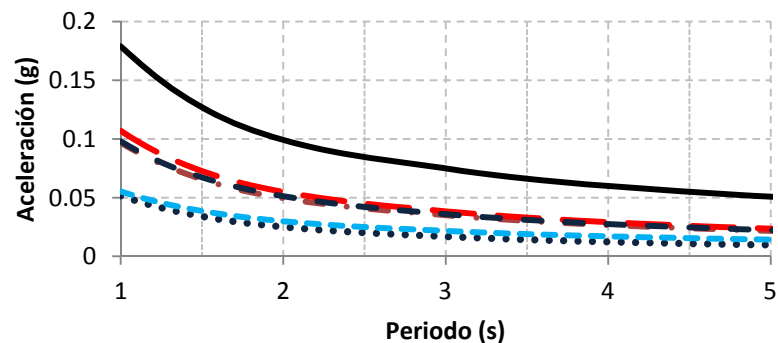
Respuesta transversal al viento



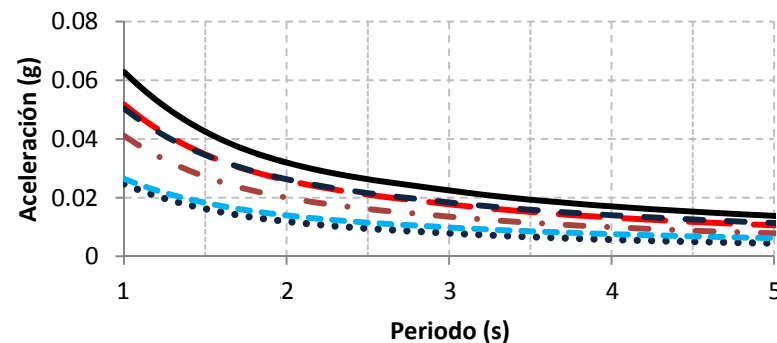
a) Respuesta para la velocidad de 38.89 m/s



b) Respuesta para la velocidad de 34.44 m/s



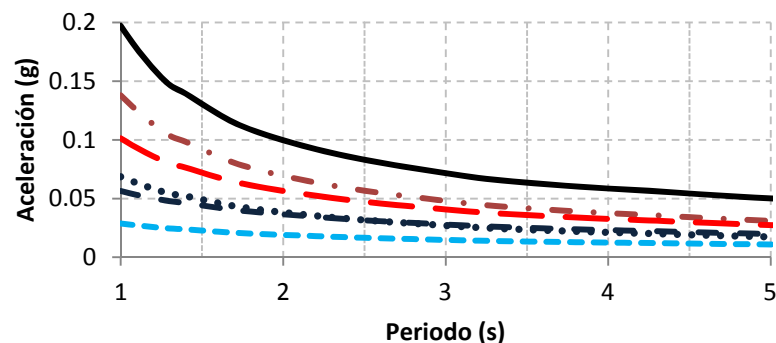
c) Respuesta para la velocidad de 31.94 m/s



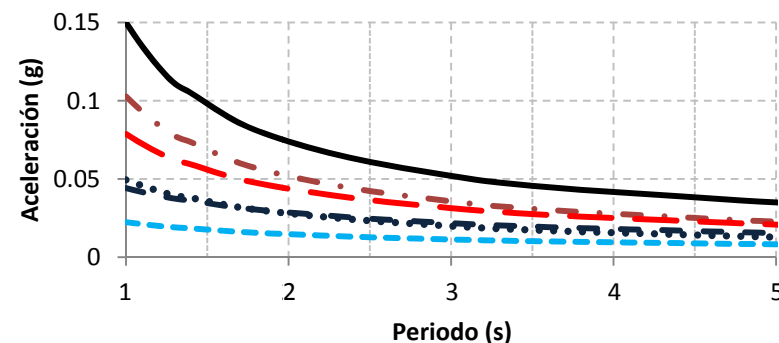
d) Respuesta para la velocidad de 23.05 m/s

..... C3 -.- C4.5 — C6 - - - R1.5 - - - R2 - - - R1-2

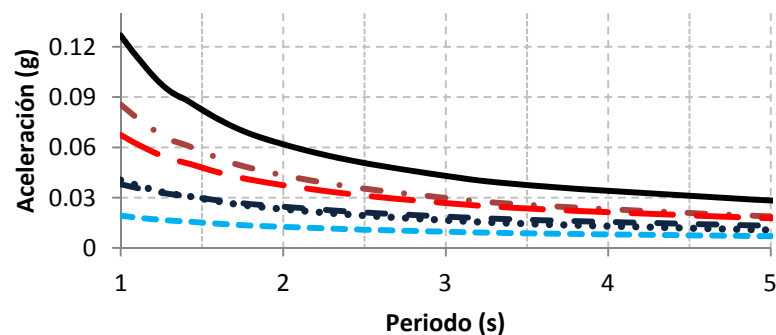
Figura 2.2.12 Respuesta en dirección transversal al flujo del viento correspondiente a la categoría I



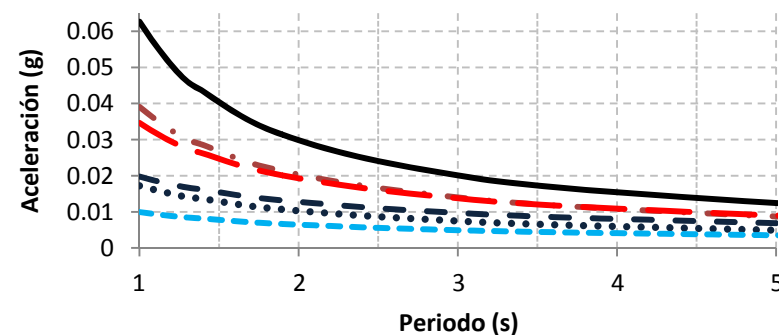
a) Respuesta para la velocidad de 38.89 m/s



b) Respuesta para la velocidad de 34.44 m/s



c) Respuesta para la velocidad de 31.94 m/s



d) Respuesta para la velocidad de 23.05 m/s

..... C3 - · - C4.5 — C6 — R1.5 — R2 - - - R1-2

Figura 2.2.13 Respuesta en dirección transversal al flujo del viento correspondiente a la categoría 4

En la figuras 2.2.12 se observa que en los edificios C3 y R1-2 se presentan las aceleraciones mas bajas, sin embargo en los edificios R1-2 se obtienen mayores aceleraciones. Las gráficas correspondientes a los edificios C4.5, R1.5 y R2 tienen poca dispersión, pero en los edificios R1.5 se obtienen mayores aceleraciones que en los edificios C4.5 y R2. Las aceleraciones de R1.5 con respecto a R2 varían de 9% a 18% en la parte más dispersa y de 5% a 23% en la parte menos dispersa.

En la figuras 2.2.13 se observa que en los edificios R1-2 se presentan las aceleraciones más bajas. Las aceleraciones en los edificios C3, para algunos periodos, son mayores que en los obtenidos en los edificios R2 tienen poca dispersión, pero en los edificios R1.5 se obtienen mayores aceleraciones que en los edificios C4.5 y R2, como en el caso de los incisos a), b) y c); las aceleraciones de los edificios C3 son menores para la velocidad más baja. Para ésta categoría las aceleraciones de C4.5 son mayores que las obtenidas en los edificios R1.5, y varían de 12% a 36% en la parte más dispersa y de 6% a 13% en la parte menos dispersa.

Conforme a los resultados mostrados en las figuras 2.2.10 y 2.2.11, las aceleraciones obtenidas para edificios con sección cuadrada (C3, C4.5 y C6), aumentan al incrementarse la relación de esbeltez; si el viento actúa sobre el lado largo del edificio (R1.5, R2) las aceleraciones disminuyen con respecto a las obtenidas de los edificios C6; si la incidencia del viento es perpendicular al lado corto del edificio (R1-2), las aceleraciones obtenidas son similares a las adquiridas en los edificios C3.

Las aceleraciones transversales en los edificios con sección cuadrada se incrementan, si el edificio es más esbelto; si el flujo del viento es perpendicular al lado corto del edificio, se obtienen las aceleraciones más bajas que en los demás edificios. Con respecto a las aceleraciones de los edificios C6, la respuesta disminuye si se aumenta la longitud del lado en el que incide el viento como es el caso de R1.5 y R2. En todos lo casos las aceleraciones transversales son mayores que las longitudinales a la dirección del viento, también en la categoría 1 las aceleraciones son más grandes que las obtenidas en categoría 4.

2.3 Reglamento norteamericano (ASCE7-05)

2.3.1 Cargas horizontales

Las cargas horizontales en la dirección del viento se calculan con la ecuación (2.3.1):

$$F = q_z C_D G_{f3s} A \quad (2.3.1)$$

Donde: q_z (N/m^2), es la presión de velocidad medida a una altura Z sobre la superficie del terreno; C_d , es el coeficiente de fuerza de viento; G_{f3s} , es el factor de ráfaga del viento; A (m^2), es el área proyectada en la altura Z .

2.3.2 Presión de la velocidad

La presión de la velocidad se calcula con la siguiente ecuación:

$$q_z = \frac{1}{2} \rho \hat{V}_{3s}^2 K_z K_d K_{zt} I \quad (2.3.2)$$

Donde: $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$, es el promedio de la densidad del aire; $\hat{V}_{3s}$ (m/s), es la velocidad de ráfaga a tres segundos a la altura de referencia Z ; K_{zt} , es el factor de topografía; I , es el factor de importancia; K_d es el factor de direccionalidad; K_z , es el factor de exposición, definido con (2.3.3).

Factor de exposición, K_z

$$K_z = \begin{cases} 2.01 \left(\frac{\bar{z}}{z_g} \right)^{2/\alpha} & \text{para } 4.57m \leq \bar{z} \leq z_g \\ 2.01 \left(\frac{4.57}{z_g} \right)^{2/\alpha} & \text{para } 4.57m \geq \bar{z} \end{cases} \quad (2.3.3)$$

La velocidad de ráfaga a 3s, $\hat{V}_{3s}$ (m/s), se determina con:

$$\hat{V}_{3s} = \hat{b} \left(\frac{\bar{z}}{10} \right)^{\hat{a}} \hat{V}_{ref} \quad (2.3.4)$$

Donde: $\hat{V}_{ref}$ (m/s), es la velocidad básica y corresponde a una velocidad de ráfaga a 3s medida a 10m de altura en campo abierto terreno tipo C; en la tabla 2.3.1 se muestran las constantes de exposición del terreno.

Terreno de exposición

Descripción del terreno

- B Áreas urbanas y suburbanas, áreas boscosas, o terrenos con numerosas obstrucciones próximas entre sí, del tamaño de viviendas unifamiliares o mayores. El uso de esta categoría de exposición está limitado a aquellas áreas para las cuales el terreno representativo de la Exposición B prevalece en la dirección de barlovento en una distancia de al menos 500 m ó 10 veces la altura del edificio u otra estructura, la que sea mayor.
- C Terrenos abiertos con obstrucciones dispersas, con alturas generalmente menores que 10 m. Esta categoría incluye campo abierto plano y terrenos agrícolas.
- D Áreas costeras planas, sin obstrucciones, expuestas al viento soplando desde aguas abiertas en una distancia de al menos 1600 m. Esta exposición se debe aplicar solamente a aquellos edificios y otras estructuras expuestas al viento soplando desde el agua. La exposición D se extiende tierra adentro desde la costa a una distancia de 500 m ó 10 veces la altura del edificio o estructura, la que sea mayor.

Tabla 2.3.1 Constantes de exposición de terreno.

EXPOSICIÓN	α	$Z_g(m)$	$\bar{a}$	$\bar{b}$	$\bar{\alpha}$	$\bar{b}$	c	$l(m)$	$\bar{\epsilon}$	$z_{min}(m)$
B	7.0	365.76	1/7	0.84	1/4	0.45	0.30	97.54	1/3	9.14
C	9.5	274.32	1/9.5	1.00	1/6.5	0.65	0.20	152.4	1/5	4.57
D	11.5	213.36	1/11.5	1.07	1/9	0.80	0.15	198.12	1/8	2.13

2.3.3 Factor del efecto de ráfaga

El Código ASCE7-05, considera estructuras rígidas y estructuras flexibles o dinámicamente sensibles, el cual se aplicará a una estructura flexible. Una estructura flexible tiene una frecuencia natural menor de 1 Hz ($T > 1s$). Cuando un edificio o cualquier estructura tienen una altura que excede en cuatro a la dimensión horizontal menor o cuando por alguna razón se cree que la frecuencia natural es menor de 1 Hz debe ser diseñado considerando las condiciones dinámicas.

El Factor del efecto de ráfaga se calculará como:

$$G_{f3s} = 0.925 \left(\frac{1 + 1.7I_{\bar{z}} \sqrt{g_Q^2 Q^2 + g_R^2 R^2}}{1 + 1.7g_v I_{\bar{z}}} \right) \quad (2.3.5)$$

Donde: El factor de respuesta pico, $g_Q = 3.4$; El factor de velocidad pico, $g_v = 3.4$; El factor de resonancia pico, g_R , está dado por:

$$g_R = \sqrt{2 \ln(T n_1)} + \frac{0.577}{\sqrt{2 \ln(T n_1)}} \quad (2.3.6)$$

En donde se toma como $T = 3600s$ y n_1 , es la frecuencia natural del edificio en la dirección longitudinal.

El factor de respuesta resonante está dado por:

$$R^2 = \frac{1}{\beta} R_n R_h R_B (0.53 + 0.47 R_L) \quad (2.3.7)$$

Donde: β es el porcentaje de amortiguamiento con respecto al crítico.

$$R_n = \frac{7.47 N_1}{(1 + 10.3 N_1)^{5/3}} \quad (2.3.8)$$

Frecuencia reducida:

$$N_1 = \frac{n_1 L_{\bar{z}}}{\bar{V}_{\bar{z}}} \quad (2.3.9)$$

La función de admitancia aerodinámica se aproxima con:

$$R_h = \frac{1}{\eta} - \frac{1}{2\eta^2} (1 - e^{-2\eta}) \text{ para } \eta > 0 \quad (2.3.10)$$

$$\eta = \frac{4.6 n_1 h}{\bar{V}_{\bar{z}}}$$

$$R_h = 1 \text{ para } \eta = 0$$

$$R_B = \frac{1}{\eta} - \frac{1}{2\eta^2} (1 - e^{-2\eta}) \text{ para } \eta > 0 \quad (2.3.11)$$

$$\eta = \frac{4.6 n_1 B}{\bar{V}_{\bar{z}}}$$

$$R_B = 1 \text{ para } \eta = 0$$

$$R_L = \frac{1}{\eta} - \frac{1}{2\eta^2} (1 - e^{-2\eta}) \text{ para } \eta > 0 \quad (2.3.12)$$

$$\eta = \frac{15.4 n_1 L}{\bar{V}_{\bar{z}}}$$

$$R_L = 1 \text{ para } \eta = 0$$

La velocidad media horaria a una altura $\bar{Z}$, se determina con:

$$\bar{V}_{\bar{Z}} = \bar{b} \left(\frac{\bar{Z}}{10} \right)^{\bar{\alpha}} \hat{V}_{ref} \quad (2.3.13)$$

La respuesta de fondo, Q^2 , es:

$$Q^2 = \frac{1}{1 + 0.63 \left(\frac{B + h}{L_{\bar{Z}}} \right)^{0.63}} \quad (2.3.14)$$

Donde: $L_{\bar{Z}}$ es la integral de la longitud de la escala de turbulencia en la altura equivalente, dado por:

$$L_{\bar{Z}} = l \left(\frac{\bar{Z}}{10} \right)^{\bar{\epsilon}} \quad (2.3.15)$$

La intensidad de turbulencia, $I_{\bar{Z}}$, con la altura $\bar{Z}$:

$$I_{\bar{Z}} = c \left(\frac{10}{\bar{Z}} \right)^{1/6} \quad (2.3.16)$$

Donde: $\bar{Z} = 0.6 h$, pero no menor que $Z_{\min}$ para todas las alturas de h ; B es el ancho del edificio; h , es la altura total del edificio y L es la profundidad del edificio

2.3.4 Respuesta en la dirección del flujo

Desplazamiento máximo en la dirección del viento

El desplazamiento máximo en la dirección del viento, $X_{m\acute{a}x}(z_s)$, está dado por:

$$X_{m\acute{a}x}(z_s) = F_e(z_s) \frac{1}{m_1(2\pi n_1)^2} K \phi(z) \quad (2.3.17)$$

Donde: $F_e(z_s)$, es la fuerza máxima equivalente aplicada en toda el área del edificio; $\phi(z)$, es la forma modal fundamental; m_1 , la masa modal fundamental del edificio; n_1 , es la frecuencia natural del edificio en la dirección longitudinal y K , está dado por:

$$K = (1.65)^{\hat{\alpha}} \frac{1}{(\hat{\alpha} + \xi + 1)} \quad (2.3.18)$$

Donde: ξ , es el exponente modal

Fuerza máxima equivalente, $F_e(z_s)$, se calcula con:

$$F_e(z_s) = \frac{1}{2} \rho (\hat{V}_{\bar{z}_{3s}})^2 B h C_{fx} G_{f3s} \quad (2.3.19)$$

$\hat{V}_{\bar{z}_{3s}}$, es la velocidad de ráfaga en 3 segundos a una altura de referencia, evaluada con:

$$\hat{V}_{\bar{z}_{3s}} = \hat{b} \left(\frac{\bar{z}}{10} \right)^{\hat{\alpha}} \hat{V}_{ref} \quad (2.3.20)$$

Donde: $\hat{V}_{ref}$, es la velocidad básica y corresponde a una velocidad de ráfaga de 3s medida a 10m de altura en campo abierto terreno de exposición C; C_{fx} , es el coeficiente de fuerza media en la dirección del viento; B, es el ancho del edificio; h, es la altura total del edificio.

La forma modal fundamental está dada por:

$$\phi(z) = \left(\frac{z}{h} \right)^{\xi} \quad (2.3.21)$$

La masa modal fundamental del edificio queda definida como:

$$m_1 = \frac{B L h \rho_b}{3} \quad (2.3.22)$$

Donde: ρ_b , es la densidad de masa por unidad de altura del edificio

RMS de la respuesta de aceleración en la dirección longitudinal

La RMS de la aceleración en la dirección longitudinal del viento, $\sigma_{\ddot{x}}(z)$, como función de la altura sobre la superficie del terreno está dada por la ecuación (2.3.23), para revisar las condiciones de servicio se recomienda usar una velocidad del viento con un periodo de recurrencia de 10 años.

$$\sigma_{\ddot{x}}(z) = 1.7 I_{\bar{z}} \bar{q}_z B h C_{fx} \phi(z) \frac{1}{m_1} K R \quad (2.3.23)$$

La presión del viento, $\bar{q}_z$, es:

$$\bar{q}_z = \frac{1}{2} \rho \bar{V}_{z1h}^2 \quad (2.3.24)$$

Donde: $\bar{V}_{z1h}$, es la velocidad media horaria a una altura Z , y se puede calcular como:

$$\bar{V}_{z1h} = \bar{b} \left(\frac{Z}{10} \right)^{\bar{\alpha}} \hat{V}_{ref} \quad (2.3.25)$$

Los valores de $\bar{b}$ y $\bar{\alpha}$ se obtienen de la tabla I

Aceleración máxima en la dirección longitudinal

La aceleración máxima en la dirección longitudinal del viento, en función de la altura sobre la superficie del terreno, está dada por:

$$\ddot{X}_{max}(z_s) = g_{\ddot{x}} \sigma_{\ddot{x}}(z) \quad (2.3.26)$$

Donde:

$$g_{\ddot{x}} = \sqrt{2 \ln(Tn_1)} + \frac{0.5772}{\sqrt{2 \ln(Tn_1)}} \quad (2.3.27)$$

T Es la máximo intervalo de tiempo en el cual la aceleración mínima es calculada, normalmente se toma de 3600 segundos, es decir 1 hora.

2.3.5 Ejemplo de aplicación

En el siguiente ejemplo, se calcula el factor del efecto de ráfaga, el desplazamiento máximo y la aceleración máxima en dirección longitudinal al flujo del viento. La velocidad de referencia se supondrá de **40.23 m/s**, que corresponde a una velocidad de tiempo de promediación de 3 segundos en terreno abierto, a 10 metros de altura y con un periodo de retorno de 50 años. La velocidad utilizada para el cálculo de las aceleraciones se supondrá con un periodo de retorno de 10 años, por lo que tendrá un valor de **33.79 m/s**. El edificio se desplantará en categoría B.

Las características del edificio son las siguientes:

La altura, ancho y profundidad del edificio son: **182.88 m**, **30.48 m** y **30.48 m**, respectivamente.

La densidad del edificio es, $\rho_e = 192.03 \text{ kg/m}^3$

Relación de amortiguamiento crítico para el primer modo en la dirección longitudinal es $\xi_D = 0.01$

Frecuencia natural para el primer modo en la dirección longitudinal es $f_D = 0.2\text{Hz}$

Coeficiente de fuerza, $C_D = 1.3$

Densidad del aire, $\rho_a = 1.236\text{ kg/m}^3$

Este ejemplo es presentado en la norma ASCE/SEI 7-05 en la parte de comentarios, para ilustrar el cálculo del factor del efecto de ráfaga. En su solución, además de encontrar el valor del factor de ráfaga, se calcula también el desplazamiento y la aceleración como función de la altura.

Resultados

Factor del efecto de ráfaga, $G_{f3s} = 1.062$

Desplazamiento longitudinal máximo, $X_{m\acute{a}x} = 31.423\text{cm}$

Aceleración longitudinal máxima, $\ddot{X}_{m\acute{a}x} = 0.0188g$

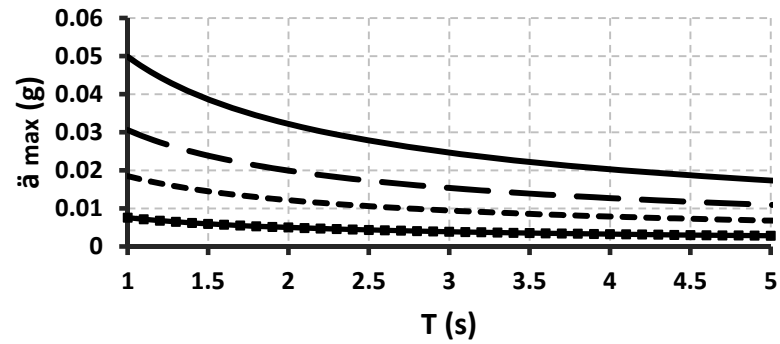
2.3.6 Análisis paramétrico

Al seguir el procedimiento presentado anteriormente, se realiza un análisis paramétrico de la respuesta en aceleración considerando la variación de dimensiones en los edificios de acuerdo a la tabla 2.1.3.

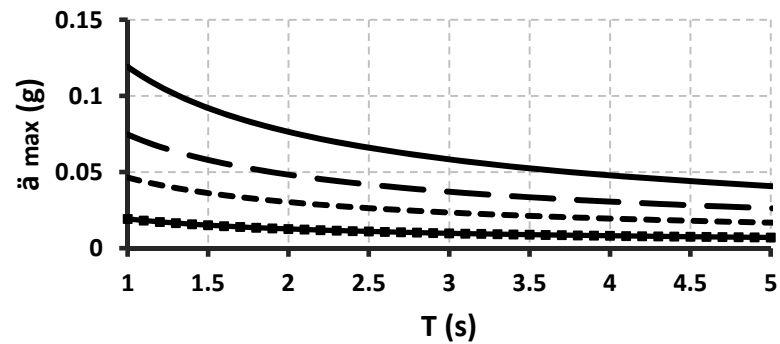
Las velocidades utilizadas para el cálculo del factor de ráfaga y el cálculo de las aceleraciones como condición de servicio, son con un periodo de retorno de 200 años y de 10 años respectivamente. Las velocidades utilizadas se encuentran en la tabla 2.1.4.

Las características de los edificios son presentadas en el apartado 2.1.8

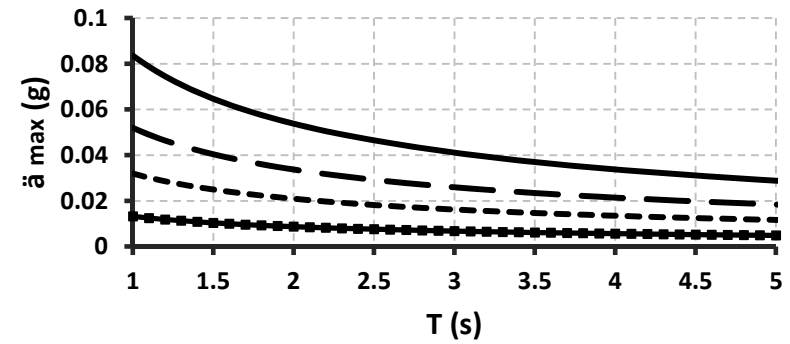
Respuesta longitudinal al viento



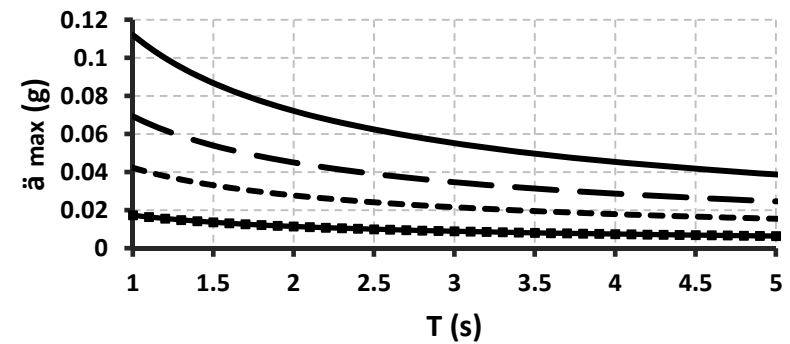
Sección cuadrada (3:1:1)



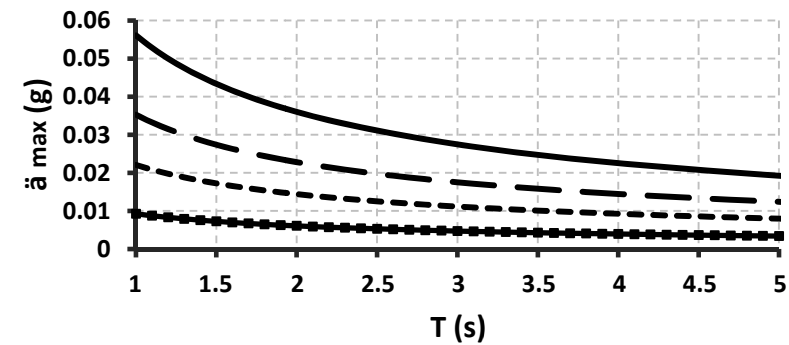
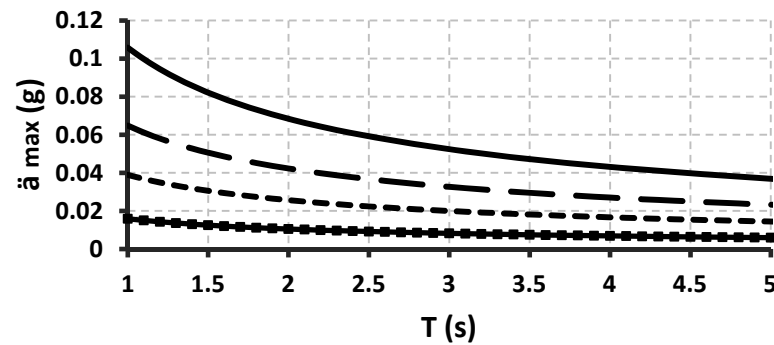
Sección cuadrada (6:1:1)



Sección cuadrada (4.5:1:1)



Sección rectangular (6:1.5:1)

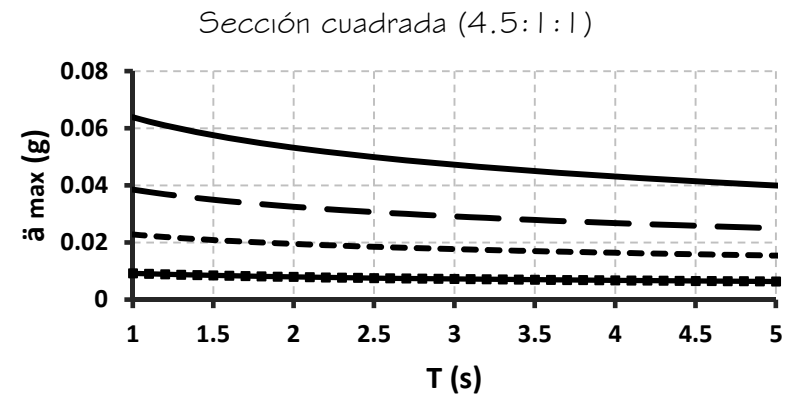
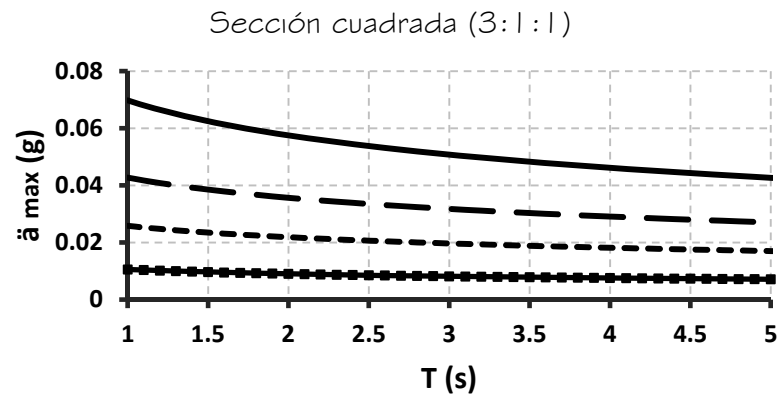
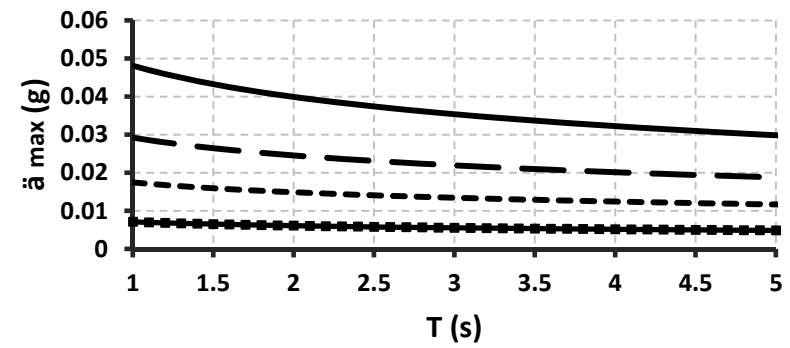
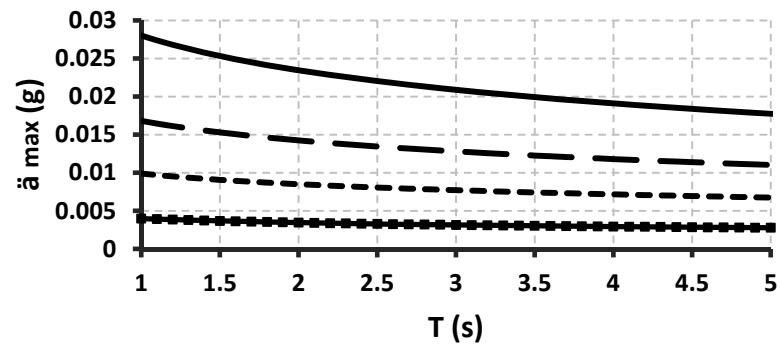


— 38.89 m/s — 34.44 m/s - - - 31.94 m/s — 23.056 m/s

Figura 2.3.1 Respuesta longitudinal de las aceleraciones para categoría D

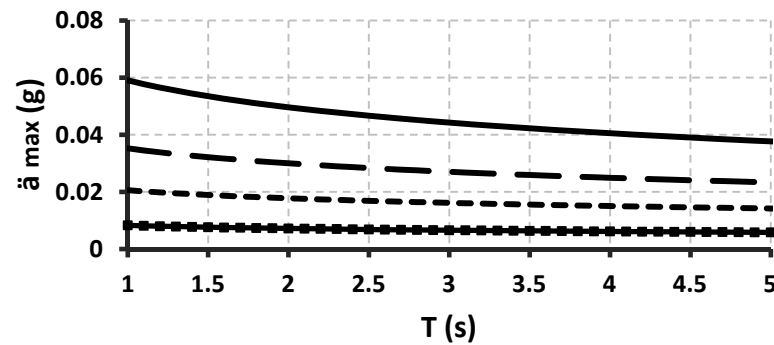
En la figura 2.3.1 se observa que, para la velocidad de 23.05 m/s las aceleraciones obtenidas tienen poca variación, por lo que las aceleraciones tienden a ser constantes. Las aceleraciones tienden a disminuir con el aumento del valor del periodo.

Los resultados correspondientes a la velocidad de 23.05 m/s varían de $0.0028g$ hasta $0.0193g$; para la velocidad de 31.94 m/s los valores de las aceleraciones oscilan de $0.00673g$ hasta $0.0464g$; para la velocidad de 34.44 m/s las aceleraciones van desde $0.0108g$ hasta $0.0746g$; y, los resultados para la velocidad de 38.89 m/s oscilan de $0.0171g$ a $0.119g$.

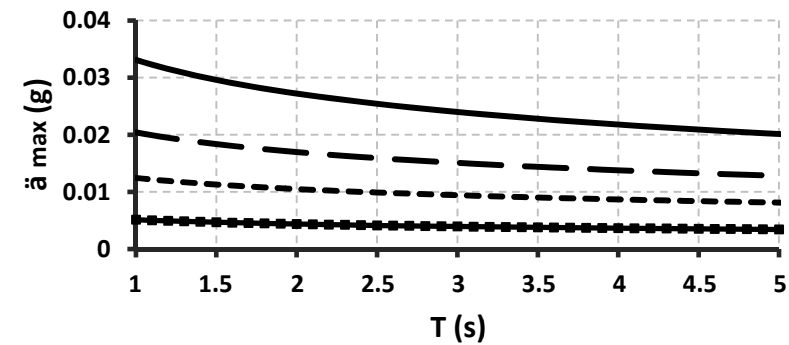


Sección cuadrada (6:1:1)

Sección rectangular (6:1.5:1)



Sección rectangular (6:2:1)



Sección rectangular (6:1:2)

— 38.89 m/s - - 34.44 m/s - - - 31.94 m/s - · - 23.056 m/s

Figura 2.3.2 Respuesta longitudinal de las aceleraciones para categoría B

En la figura 2.3.2 se observa que, a diferencia de los resultados de la categoría D, en la categoría B las aceleraciones tienen menor variación con respecto al periodo del edificio y son más pequeñas.

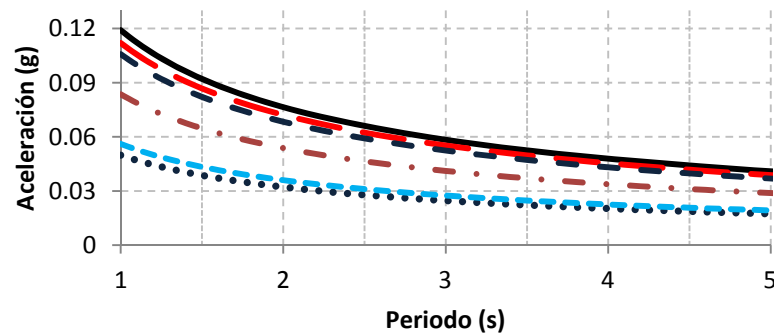
Al considerar las 6 relaciones de dimensiones de los edificios se tiene que, los resultados correspondientes a la velocidad de **23.05 m/s** varían de 0.00276g hasta 0.01059g; para la velocidad de **31.94 m/s** los valores de las aceleraciones oscilan de 0.0067g hasta 0.0258g; para la velocidad de **34.44 m/s** las aceleraciones van desde 0.0109g hasta 0.0427g; y, los resultados para la velocidad de **38.89 m/s** oscilan de 0.0176g a 0.0697g.

Las aceleraciones máximas se obtienen para el periodo de 1 segundo y las obtenidas para un terreno categoría D son 1.5 veces aproximadamente más grandes que las obtenidas para la categoría B.

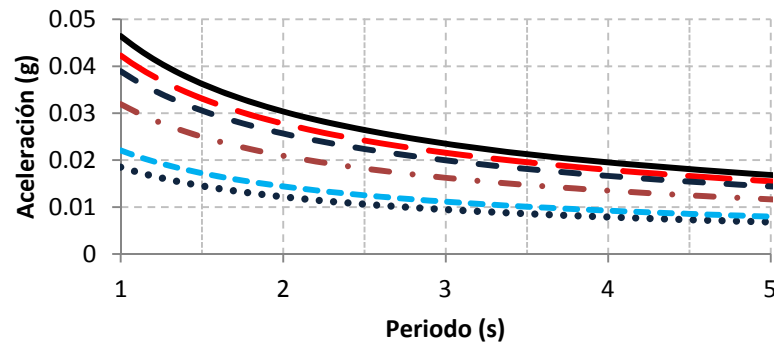
Las aceleraciones obtenidas para los edificios con relación de dimensiones 3:1:1 y 6:1:2 tienen poca dispersión entre ellas, ya que son los edificios más rígidos en ésta dirección; los edificios con relación de dimensiones 6:1.5:1 y 6:2:1 tienen aceleraciones similares entre ellos y están poco dispersas con respecto a los edificios con relación 6:1:1. Las aceleraciones máximas se presentan en los edificios con mayor esbeltez.

En las figuras 2.3.3 y 2.3.4 se muestran los resultados en las direcciones longitudinal y transversal a la dirección del viento, reuniendo las gráficas de cada una de las relaciones de dimensión (H:B:D) y para cada velocidad.

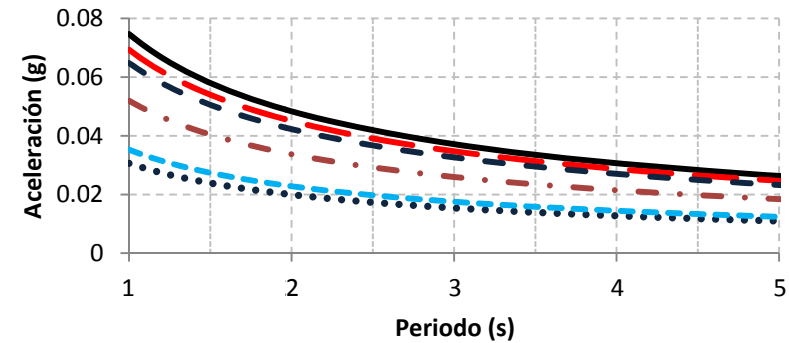
Respuesta longitudinal al viento



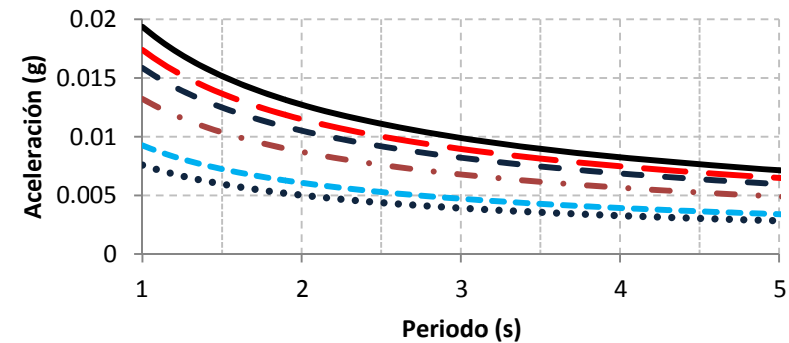
a) Respuesta para la velocidad de 38.89 m/s



c) Respuesta para la velocidad de 31.94 m/s



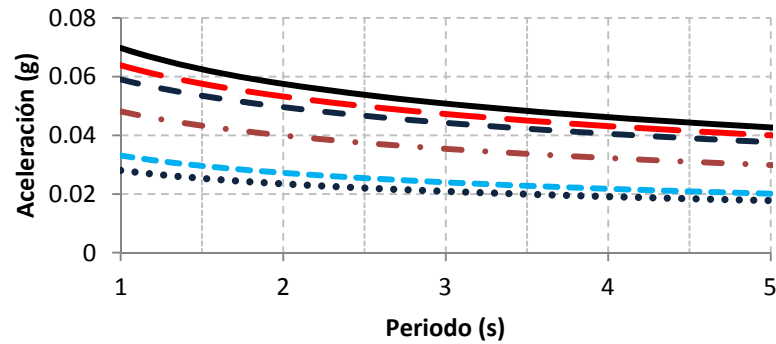
b) Respuesta para la velocidad de 34.44 m/s



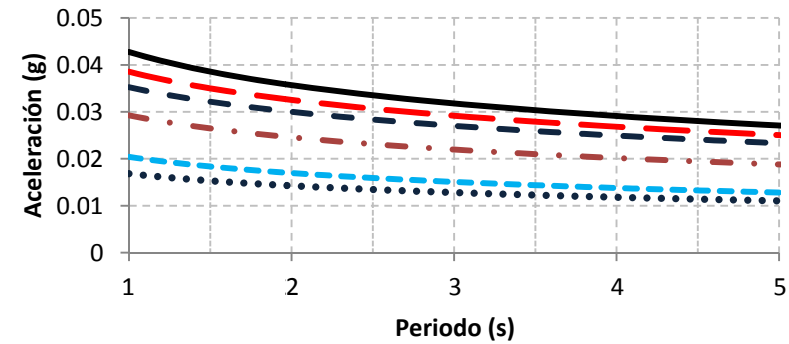
d) Respuesta para la velocidad de 23.05 m/s

..... C3 -.- C4.5 — C6 -.- R1.5 -.- R2 -.- R1-2

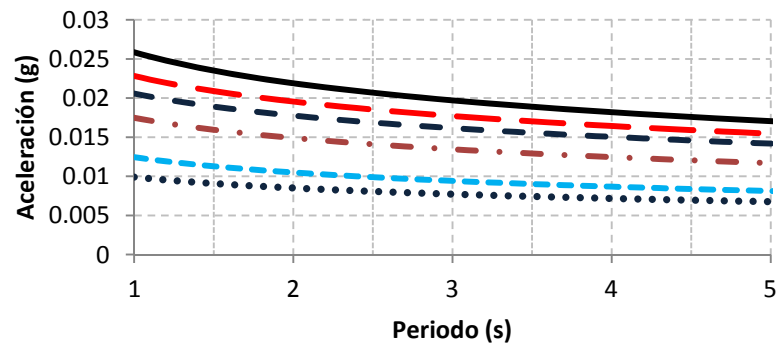
Figura 2.3.3 Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento correspondiente a la categoría D



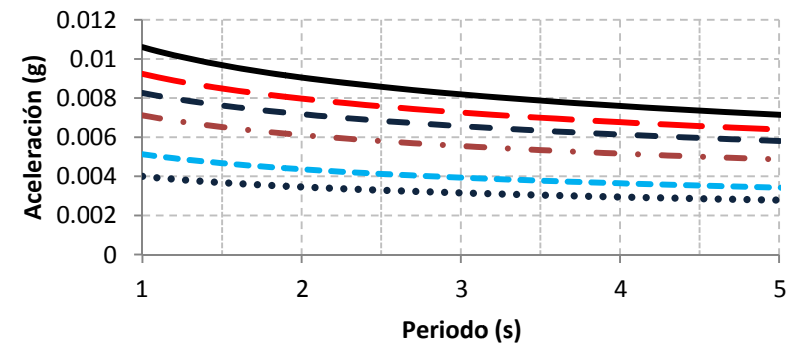
a) Respuesta para la velocidad de 38.89 m/s



b) Respuesta para la velocidad de 34.44 m/s



c) Respuesta para la velocidad de 31.94 m/s



d) Respuesta para la velocidad de 23.05 m/s

..... C3 -.- C4.5 — C6 - - R1.5 - - R2 - - R1-2

Figura 2.3.4 Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento correspondiente a la categoría B

En las figuras 2.3.3 y 2.3.4 se observa que en los edificios C3 y R1-2 resultan las aceleraciones mas bajas, pero en los edificios R1-2 se obtienen mayores aceleraciones que en los edificios C3 y varían de 12% a 22% en la parte más

dispersa y de 10% a 19% en la parte menos dispersa según la categoría D; en la categoría B, las aceleraciones varían de 18% a 28% en la parte más dispersa y de 13% a 22% en la parte menos dispersa.

En las graficas de la categoría D correspondientes a los edificios C6, R1.5 y R2 se observa que tienen poca dispersión entre ellas. Los edificios R2 tienen menores aceleraciones y en los C6 se obtienen las mayores, en porcentaje, los edificios C6 son entre 12% y 22% mayores que los R2 en la parte más dispersa y de 10% a 19% en la parte menos dispersa de las gráficas. Para la categoría B, los porcentajes son desde 18% a 28% en la parte más dispersa y de 13% a 22% en la menos dispersa.

Conforme a los resultados mostrados en las figuras 2.3.3 y 2.3.4, las aceleraciones obtenidas para edificios con sección cuadrada (C3, C4.5 y C6), aumentan al incrementarse la relación de esbeltez; si el viento actúa sobre el lado largo del edificio (R1.5, R2) las aceleraciones disminuyen con respecto a las obtenidas de los edificios C6; si la incidencia del viento es perpendicular al lado corto del edificio (R1-2), las aceleraciones se encuentran entre las obtenidas en los edificios C3 y C4.5.

Las aceleraciones obtenidas en la categoría D son mayores a las de la categoría B.

2.4 Euro código 2005

2.4.1 Cargas horizontales

Las fuerzas horizontales en la dirección del viento, F_e , que actúan sobre una estructura o sobre un componente estructural se calcula con:

$$F_w = \{c_s c_d\} C_f q_p(z_e) A_{ref} \quad (2.4.1)$$

Donde:

$q_p(z_e)$ Es la presión de velocidad máxima de diseño medida a una altura de referencia z_e sobre la superficie del terreno, (N/m^2).

$c_s c_d$ Es el factor estructural.

A_{ref} Es el área proyectada en la altura Z , (m^2).

C_f Es el coeficiente de presión.

2.4.2 Velocidad del viento y presión de la velocidad

Valores básicos

El valor fundamental de la velocidad del viento básica, $v_{b,o}$, es la velocidad media del viento promediada a 10 minutos a 10 m del nivel del terreno en categoría de terreno II.

La velocidad del viento básica debe ser calculada de la expresión (2.4.2)

$$v_b = c_{dir} c_{season} v_{b,o} \quad (2.4.2)$$

Donde:

v_b Es la velocidad del viento básica, (m/s).

$v_{b,o}$ Es el valor fundamental de la velocidad del viento básica, (m/s).

c_{dir} Es el factor de direccionalidad, el valor recomendado es 1.0.

c_{season} Es el factor de temporalidad tomando como al unidad.

Viento medio

Variación con la altura

La velocidad del viento media, $v_m(z)$, en la altura z sobre el terreno depende de la rugosidad del terreno, orografía y de la velocidad del viento básica, v_b , y debe ser determinada usando la expresión (2.4.3)

$$v_m(z) = C_r(z)C_o(z)v_b \quad (2.4.3)$$

Donde:

$C_r(z)$ Es el factor de rugosidad

$C_o(z)$ Es el factor de orografía, el valor recomendado es la unidad.

Rugosidad del terreno

El factor de rugosidad, $C_r(z)$, considera la variabilidad de la velocidad del viento media en el sitio de la estructura y está dado por la expresión (2.4.4)

$$C_r(z) = \begin{cases} k_r \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) & \text{para } z_{\min} \leq z \leq z_{\max} \\ C_r(z_{\min}) & \text{para } z \leq z_{\min} \end{cases} \quad (2.4.4)$$

Donde:

z_0 Es la longitud de rugosidad

k_r Es el factor de terreno, depende de la longitud de rugosidad, z_0 , calculado usando:

$$k_r = 0.19 \left(\frac{z_0}{z_{0,II}} \right)^{0.07} \quad (2.4.5)$$

Donde:

$z_{0,II} = 0.05 \text{ m}$ Para categoría de terreno II, tabla I

$z_{\min}$ Es la altura mínima definida en la tabla I

$z_{\max}$ Es tomado como 200 m

z_0 y $z_{\min}$ dependen de la categoría de terreno. Los valores recomendados están dados en la tabla 2.4.1 en 5 categorías de terreno.

Turbulencia del viento

$$I_v(z) = \begin{cases} \frac{1}{\ln\left(\frac{z}{z_0}\right)} & \text{para } z_{\min} \leq z \leq z_{\max} \\ I_v(z_{\min}) & \text{para } z \leq z_{\min} \end{cases} \quad (2.4.6)$$

Tabla 2.4.1 Categorías de terreno y parámetros del terreno.

Categoría del terreno	z_0 (m)	z_{min} (m)
0.- Mar o área de costa expuesta a mar abierto.	0.003	1
I.- Lagos o áreas horizontales planas con despreciable vegetación y sin obstáculos.	0.01	1
II.- Área con poca vegetación tal y como pastizales y obstáculos aislados (árboles, edificios) con separación de al menos 20 veces la altura del obstáculo.	0.05	2
III.- Área con cubierta regular de vegetación o edificios o con obstáculos aislados con separación máxima de 20 veces la altura de los obstáculos (tal como villas, terreno suburbano y campos permanentes).	0.30	5
IV.- Área en la cual al menos 15% de la superficie está cubierta por edificios cuya altura promedio excede de 15m.	1.0	10

Presión de la velocidad máxima

La presión de la velocidad máxima, $q_p(z)$, en la altura z se deberá determinar con la expresión (2.4.7)

$$q_p(z) = \frac{1}{2} \rho [v_m(z)]^2 [1 + 7I_v(z)] \quad (2.4.7)$$

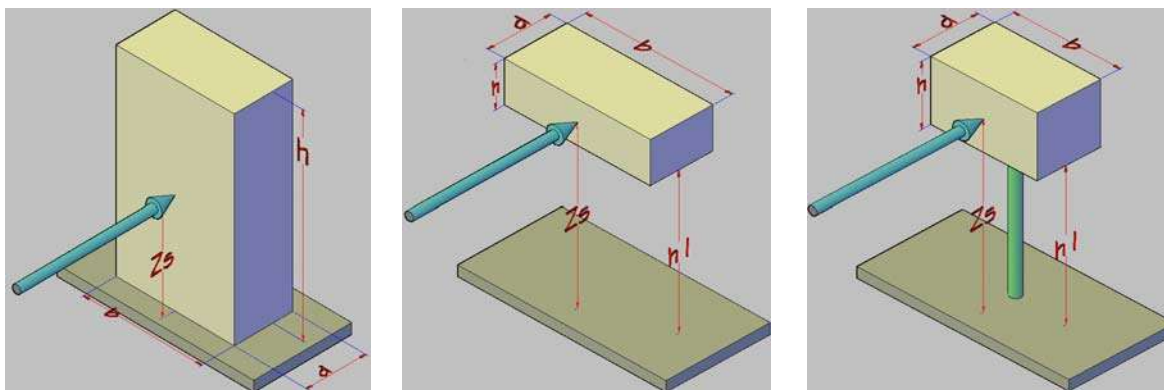
Donde:

- $v_m(z)$ Es la velocidad del viento media a la altura z , (m/s).
- $I_v(z)$ Es la intensidad de turbulencia en la altura, z .
- ρ Es la densidad del aire, (kg/m^3).

2.4.3 Factor estructural $c_s c_d$

El factor de amplificación dinámico está dado por la ecuación (2.4.8) y debe ser usado si las siguientes condiciones se cumplen:

- La estructura corresponde a una de las formas generales mostradas en la figura 2.4.1.
- Sólo el modo fundamental de vibrar en la dirección del viento es significativo y la forma modal tiene signo constante.
- La contribución de la respuesta del segundo y los modos superiores de vibrar en la dirección longitudinal es despreciable.



a) $z_s = 0.6h \geq z_{\min}$

Estructuras verticales tales como edificios

b) $z_s = h_1 + \frac{h}{2} \geq z_{\min}$

Estructuras horizontales, tales como vigas

c) $z_s = h_1 + \frac{h}{2} \geq z_{\min}$

Estructuras con masas concentradas, tales como anuncios espectaculares, o tanques elevados.

Figura 2.4.1 Formas generales de estructuras que contempla el Euro código.

$$c_s c_d = \frac{1 + 2k_p I_v(z_s) \sqrt{B^2 + R^2}}{1 + 7I_v(z_s)} \quad (2.4.8)$$

Donde:

k_p Es el factor pico definido como la relación del valor máximo de la parte de las fluctuaciones de la respuesta a su desviación estándar.

B^2 El factor de respuesta de fondo.

R^2 Es el factor de respuesta en resonancia.

Longitud de la escala de turbulencia, $L(z)$, para alturas z menores que 200 m es calculada con la expresión (2.4.9)

$$L(z) = \begin{cases} 300 \left(\frac{z}{200} \right)^\alpha & \text{para } z \geq z_{\min} \\ L(z_{\min}) & \text{para } z < z_{\min} \end{cases} \quad (2.4.9)$$

Donde:

$$\alpha = 0.67 + 0.05 \ln(z_0)$$

La función de densidad espectral de potencia, $S_L(z, n)$, se calcula con la expresión (2.4.10)

$$S_L(z, n) = \frac{6.8 f_L(z, n)}{[1 + 10.2 f_L(z, n)]^{5/3}} \quad (2.4.10)$$

Donde:

$f_L(z, n)$ Es la frecuencia adimensional, tomando $n = n_{1,x}$

$$f_L(z, n) = \frac{n L(z)}{v_m(z)} \quad (2.4.11)$$

$v_m(z)$ Es la velocidad media, (m/s)

Factor pico, k_p

$$k_p = \sqrt{2 \ln(Tv)} + \frac{0.6}{\sqrt{2 \ln(Tv)}} \geq 3 \quad (2.4.12)$$

En donde:

T Es el tiempo promedio de la velocidad media en éste caso es de 10 minutos, por lo tanto, $T = 600$ s.

v Es la frecuencia de cruces por cero, (Hz).

$$v = n_{1,x} \sqrt{\frac{R^2}{B^2 + R^2}} \geq 0.08 H_z \quad (2.4.13)$$

$n_{1,x}$ Frecuencia natural de vibración, en la dirección del viento, (H_z).

El factor de respuesta de fondo, B^2 , es:

$$B^2 = \frac{1}{1 + 0.90 \left(\frac{b+h}{L(z_s)} \right)^{0.63}} \quad (2.4.14)$$

Donde:

b y h Son el ancho y la altura de la estructura, (m)

$L(z_s)$ Es la longitud de la escala de turbulencia en una altura de referencia z_s .

El factor de respuesta en resonancia está dado por:

$$R^2 = \frac{\pi^2}{2\delta} S_L(z_s, n_{1,x}) R_h(\eta_h) R_b(\eta_b) \quad (2.4.15)$$

Donde:

La función de admitancia aerodinámica se aproxima con:

$$R_h = \frac{1}{\eta_h} - \frac{1}{2\eta_h^2} (1 - e^{-2\eta_h}) \text{ para } \eta_h > 0 \quad (2.4.16)$$

$$\eta_h = \frac{4.6h}{L(z_s)} f_L(z_s, n_{1,x})$$

$$R_h = 1 \text{ para } \eta_h = 0$$

$$R_b = \frac{1}{\eta_b} - \frac{1}{2\eta_b^2} (1 - e^{-2\eta_b}) \text{ para } \eta_b > 0 \quad (2.4.17)$$

$$\eta_b = \frac{4.6b}{L(z_s)} f_L(z_s, n_{1,x})$$

$$R_b = 1 \text{ para } \eta_b = 0$$

δ , es el decremento logarítmico total del amortiguamiento del modo fundamental en flexión, dado por:

$$\delta = \delta_s + \delta_a + \delta_d \quad (2.4.18)$$

Donde:

δ_s Es el decremento logarítmico del amortiguamiento estructural. Algunos valores recomendados para δ_s se dan en la tabla 2.4.2.

δ_a Es el decremento logarítmico del amortiguamiento aerodinámico del modo fundamental. Para la vibración longitudinal puede determinarse con:

$$\delta_a = \frac{1}{2} \rho v_m(z) b \frac{C_f}{n_{1,x} m_e} \quad (2.4.19)$$

δ_d Es el debido a mecanismos especiales y se debe calcular experimentalmente.

m_e , es la masa generalizada de la estructura en la dirección longitudinal de vibración, se puede calcular con:

$$m_e = \frac{bdh\rho_s}{3} \quad (2.4.20)$$

En donde:

ρ_s Es la densidad del edificio, (kg/m^3)

d Es la profundidad del edificio, (m)

Tabla 2.4.2 Valores aproximados del decremento logarítmico del amortiguamiento estructural en el modo fundamental.

ESTRUCTURA TIPO	AMORTIGUAMIENTO ESTRUCTURAL, δ_s
Edificios de concreto reforzado	0.10
Edificios de acero	0.05
Estructuras mixtas: concreto-acero	0.08
Postes de concreto reforzado y chimeneas	0.03
Postes de acero sin recubrimiento soldadas sin aislamiento térmico externo.	0.012
Postes de acero soldadas sin recubrimiento con aislamiento térmico externo	0.020

Postes de acero con un recubrimiento con aislamiento térmico externo.	$h/b < 18$	0.020
	$20 \leq h/b < 24$	0.040
	$h/b \geq 26$	0.014
Postes de acero con dos o más recubrimientos con aislamiento térmico externo	$h/b < 18$	0.020
	$20 \leq h/b < 24$	0.040
	$h/b \geq 26$	0.025
Postes de acero con recubrimiento interno de tabique		0.070
Poste de acero con fuste interno recubierto		0.030
Postes acoplados sin recubrimiento		0.015
Postes atirantados sin recubrimiento		0.04
Cables	En paralelo	0.06
	En espiral	0.020

2.4.4 Respuesta en la dirección del flujo

Para condiciones de servicio, se debe determinar el máximo desplazamiento en la dirección longitudinal del viento y la desviación estándar de la aceleración longitudinal de la estructura a la altura z .

Desplazamiento máximo en la dirección del viento

El desplazamiento máximo en la dirección del viento, $X_{\max}(z_s)$, está dado por:

$$X_{\max}(z_s) = F_e(z_s) \frac{1}{m_{1,x}(2\pi n_{1,x})^2} K_x \Phi_{1,x}(z) \quad (2.4.21)$$

Donde:

$F_e(z_s)$ Es la fuerza efectiva aplicada en toda el área del edificio, definida con la ecuación (2.4.1).

$n_{1,x}$ Es la frecuencia natural del edificio en la dirección longitudinal.

$m_{1,x}$ Es la masa generalizada de la estructura en la dirección longitudinal de vibración, definida con la ecuación (2.4.20).

K_x Es el factor de corrección por la forma modal, aproximado con:

$$K_x = \frac{(2\zeta + 1) \left\{ (\zeta + 1) \left[\ln \left(\frac{z_s}{z_0} \right) + 0.5 \right] - 1 \right\}}{(\zeta + 1)^2 \ln \left(\frac{z_s}{z_0} \right)} \quad (2.4.22)$$

Donde: ζ , es el exponente modal.

$\Phi_{1,x}(z)$ Es la forma modal fundamental, dada por:

$$\Phi_{1,x}(z) = \left(\frac{z}{h} \right)^\zeta \quad (2.4.23)$$

RMS de la respuesta de aceleración en la dirección longitudinal

La RMS de la aceleración en la dirección longitudinal del viento, $\sigma_{\ddot{x}}(z)$, como función de la altura sobre la superficie del terreno está dada por la ecuación (2.4.24), para revisar las condiciones de servicio se recomienda usar una velocidad del viento con un periodo de recurrencia de 10 años.

$$\sigma_{\ddot{x}}(z) = \frac{C_f \rho b H I_v(z_s) [v_m(z_s)]^2}{m_{1,x}} K_x R \Phi_{1,x}(z) \quad (2.4.24)$$

Donde:

$v_m(z_s)$ Es la velocidad de diseño a la altura Z_s , evaluada en un periodo de retorno de 10 años, definida con la ecuación (2.4.3).

ρ Es la densidad del aire.

$m_{1,x}$ Es la masa modal equivalente en la dirección longitudinal del viento, definida con la ecuación (2.4.20).

K_x Es el factor de corrección por la forma modal, calculado con la ecuación (2.4.22).

$I_v(z_s)$ Es la intensidad de turbulencia en la altura de referencia, Z_s . Definida con la ecuación (2.4.6).

$\Phi_{1,x}(z)$ Es la forma modal fundamental, dada por la ecuación (2.4.23).

b Es el ancho del edificio, (m)

C_f Es el coeficiente de fuerza

Aceleración máxima en la dirección longitudinal

La aceleración máxima en la dirección longitudinal del viento, en función de la altura sobre la superficie del terreno, está dada por:

$$\ddot{x}_{m\acute{a}x}(z_s) = k_p \sigma_{\ddot{x}}(z) \quad (2.4.25)$$

Donde:

$$k_p = \sqrt{2 \ln(T\nu)} + \frac{0.6}{\sqrt{2 \ln(T\nu)}} \quad (2.4.26)$$

T , Es el tiempo promedio de la velocidad media (en este caso 10 minutos), por lo que $T = 600s$; ν , es la frecuencia de cruces por cero, tomando $n_{1,x} = \nu$.

2.4.5 Ejemplo de aplicación

En el siguiente ejemplo, se calcula el factor estructural y la aceleración máxima en dirección longitudinal al flujo del viento. La velocidad de referencia se supondrá de **25.62 m/s**, que corresponde a una velocidad de tiempo de promediación de 10 minutos en terreno abierto, a 10 metros de altura y con un periodo de retorno de 50 años. La velocidad utilizada para el cálculo de las aceleraciones se supondrá con un periodo de retorno de 10 años, por lo que tendrá un valor de **21.52 m/s**. El edificio se desplantará en terreno IV.

Las características del edificio son las siguientes:

La altura, ancho y profundidad del edificio son: **182.88 m**, **30.48 m** y **30.48 m**, respectivamente.

La densidad del edificio es, $\rho_e = 192.03 \text{ kg/m}^3$

Relación de amortiguamiento crítico para el primer modo en la dirección longitudinal es $\xi_D = 0.01$.

Frecuencia natural para el primer modo en la dirección longitudinal es $f_D = 0.01$

Coeficiente de fuerza, $C_D = 1.3$

Densidad del aire, $\rho_a = 1.236 \text{ kg/m}^3$

Resultados

Factor estructural = 2.283

Aceleración longitudinal máxima, $(g) = 0.1013$

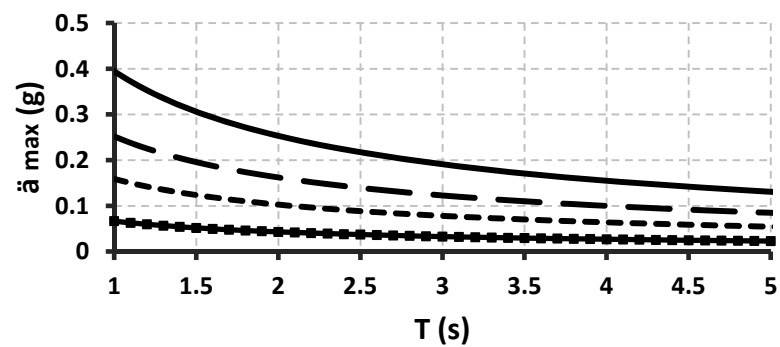
2.4.6 Análisis paramétrico

Al seguir el procedimiento presentado anteriormente, se realiza un análisis paramétrico de la respuesta en aceleración considerando la variación de dimensiones en los edificios de acuerdo a la tabla 2.1.3.

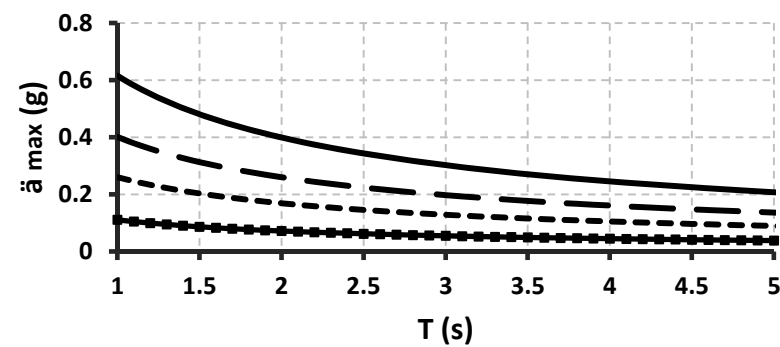
Las velocidades utilizadas, tanto para el cálculo de los elementos mecánicos como para el cálculo de las aceleraciones como condición de servicio, serán con un periodo de retorno de 200 años y de 10 años respectivamente. Las velocidades utilizadas se encuentran en la tabla 2.1.5.

Las características de los edificios son presentadas en el apartado 2.1.8

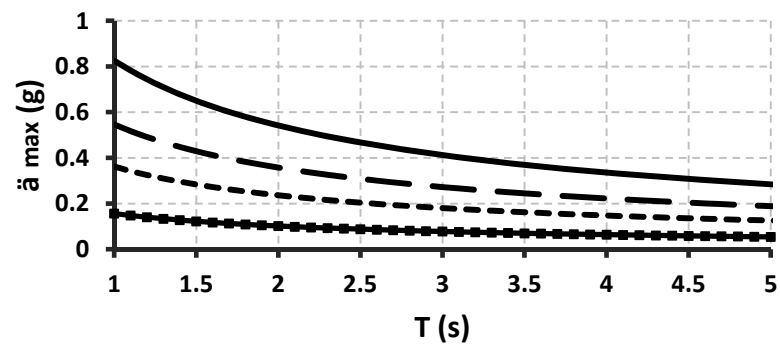
Respuesta longitudinal al viento



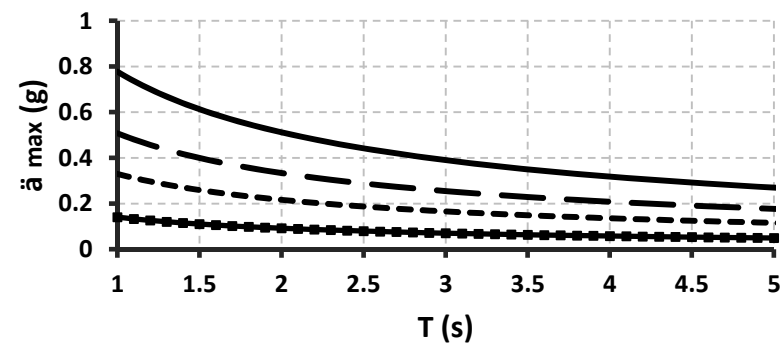
a) Sección cuadrada (3:1:1)



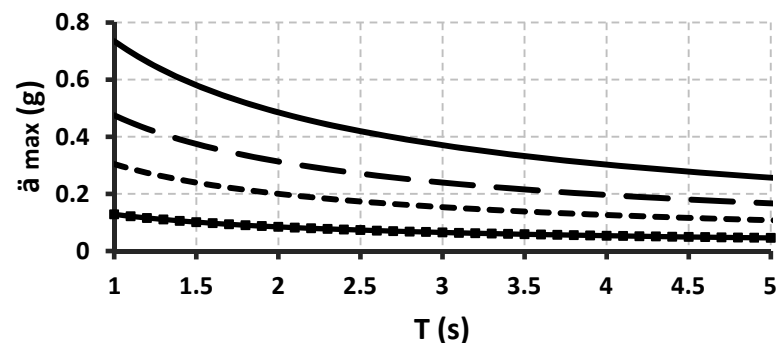
b) Sección cuadrada (4.5:1:1)



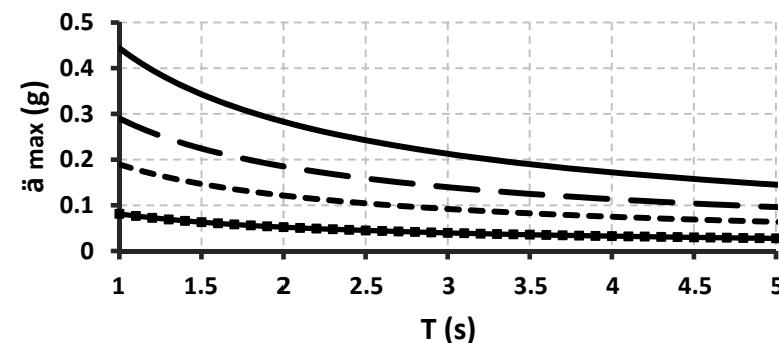
c) Sección cuadrada (6:1:1)



d) Sección rectangular (6:1.5:1)



e) Sección rectangular (6:2:1)

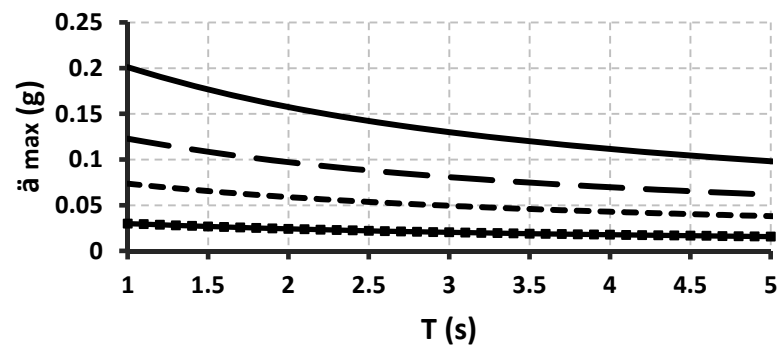


f) Sección rectangular (6:1:2)

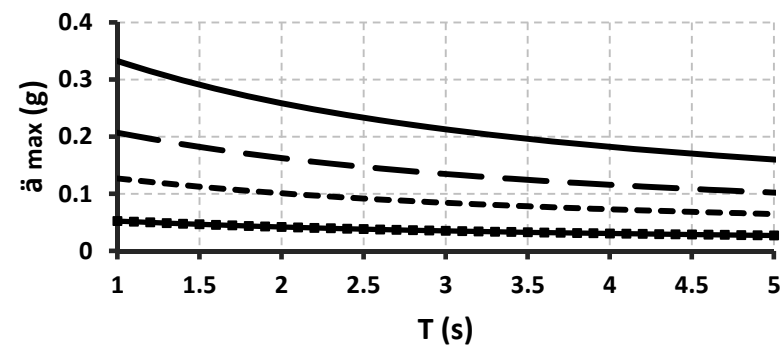
— 24.77 m/s - - 21.939 m/s - - - 20.347 m/s - · - 14.685 m/s

Figura 2.4.2 Respuesta longitudinal de las aceleraciones para categoría O

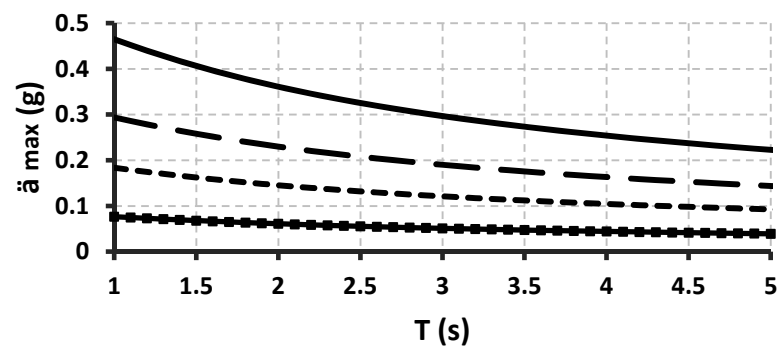
De acuerdo a los resultados mostrados en la figura 2.4.3, los resultados correspondientes a la velocidad de **14.68 m/s** varían de 0.0227g hasta 0.156g; para la velocidad de **20.34 m/s** los valores de las aceleraciones oscilan de 0.053g hasta 0.362g; para la velocidad de **21.93 m/s** las aceleraciones van desde 0.0835g hasta 0.546 g; y, los resultados para la velocidad de **24.77 m/s** oscilan de 0.129g a 0.826g.



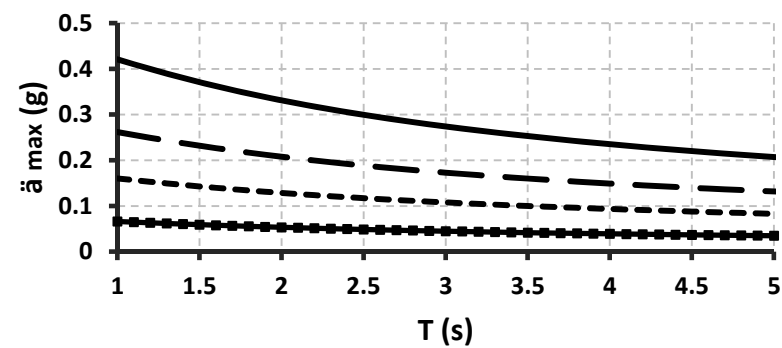
a) Sección cuadrada (3:1:1)



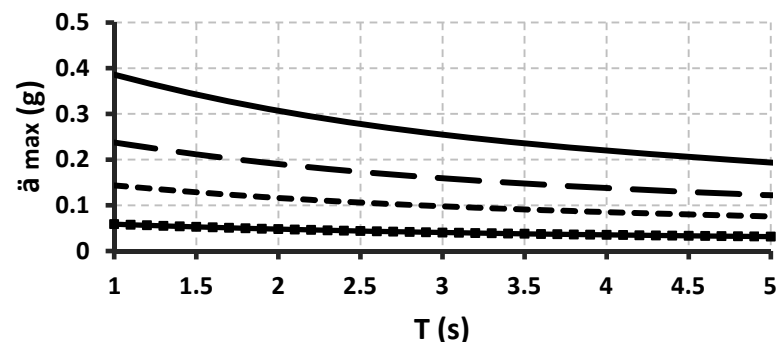
b) Sección cuadrada (4.5:1:1)



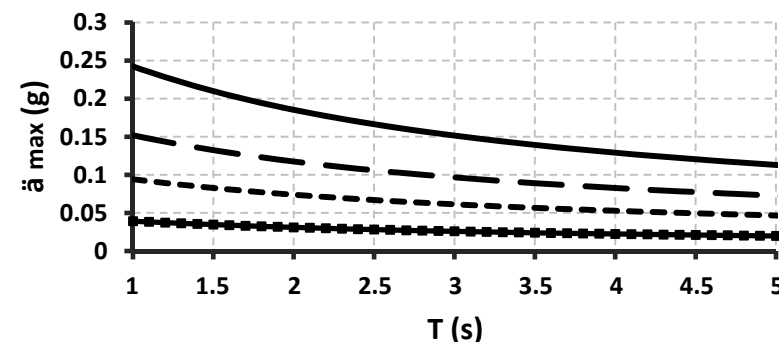
c) Sección cuadrada (6:1:1)



d) Sección rectangular (6:1.5:1)



e) Sección rectangular (6:2:1)



f) Sección rectangular (6:1:2)

— 24.77 m/s - - - 21.939 m/s - - - - 20.347 m/s - · - · 14.685 m/s

Figura 2.4.3 Respuesta longitudinal de las aceleraciones para categoría IV

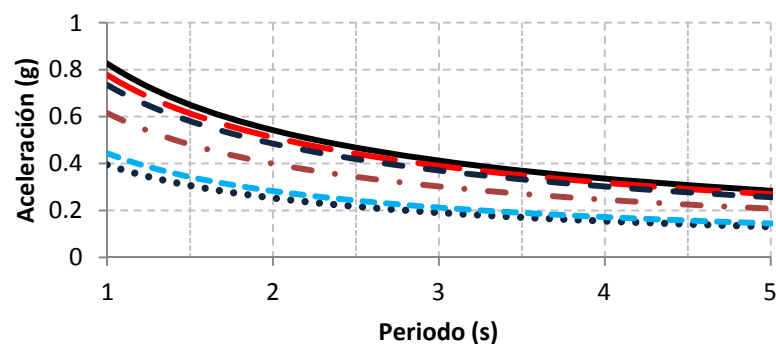
De acuerdo a los resultados mostrados en la figura 2.4.3 y al considerar las 6 relaciones de dimensiones de los edificios se tiene que, los resultados correspondientes a la velocidad de **14.68 m/s** varían de 0.0156g hasta 0.0765g; para la velocidad de **20.34 m/s** los valores de las aceleraciones oscilan de 0.0377g hasta 0.183g; para la velocidad de **21.93 m/s** las aceleraciones van desde 0.0609g hasta 0.293g; y, los resultados para la velocidad de **24.77 m/s** oscilan de 0.097g a 0.464g.

Las aceleraciones máximas se obtienen para el periodo de 1 segundo y las obtenidas para un terreno categoría O son 2 veces aproximadamente más grandes que las obtenidas para la categoría IV. Las aceleraciones mínimas son obtenidas para el periodo de 5 segundos y en el caso de la categoría O, los valores son 1.4 veces aproximadamente mayores que los obtenidos para la categoría IV.

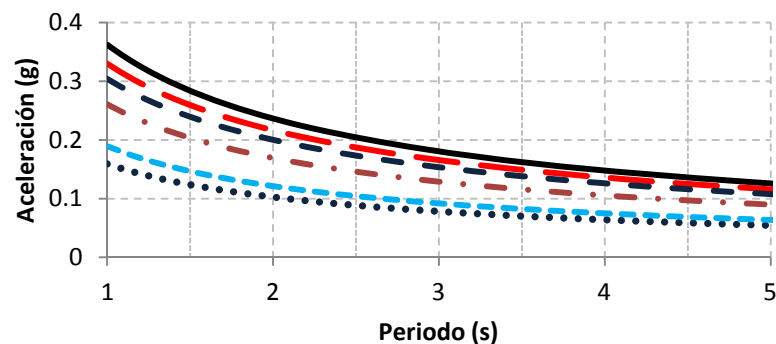
De acuerdo con la relación de dimensiones, en los edificios con relación 3:1:1 y 6:1:2 se presentan las aceleraciones más bajas ya que son los edificios más rígidos; en los edificios con relación de 6:1.5:1 y 6:2:1 se obtienen aceleraciones similares o con poca dispersión entre ellos; en los edificios con relación 6:1:1 se obtienen las aceleraciones máximas, ya que son los más esbeltos.

En las figuras 2.4.4 y 2.4.5 se muestran los resultados en las direcciones longitudinal y transversal a la dirección del viento, reuniendo las gráficas de cada una de las relaciones de dimensión (H:B:D) y para cada velocidad.

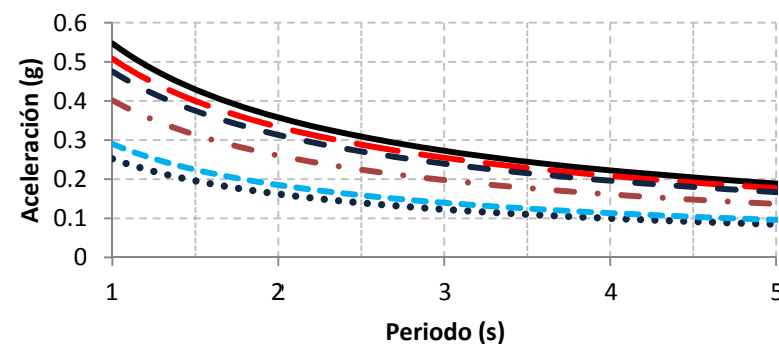
Respuesta longitudinal al viento



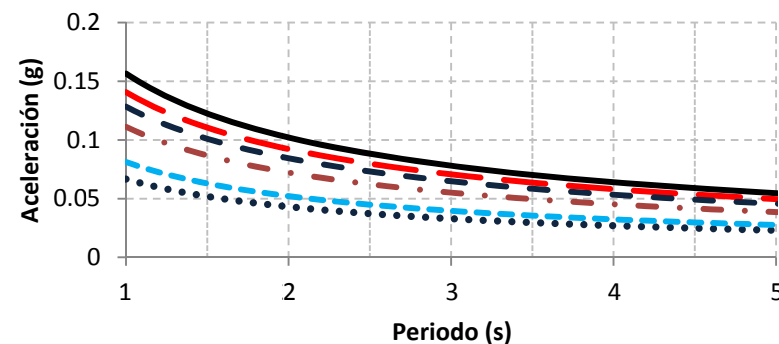
a) Respuesta para la velocidad de 24.77 m/s



c) Respuesta para la velocidad de 20.34 m/s



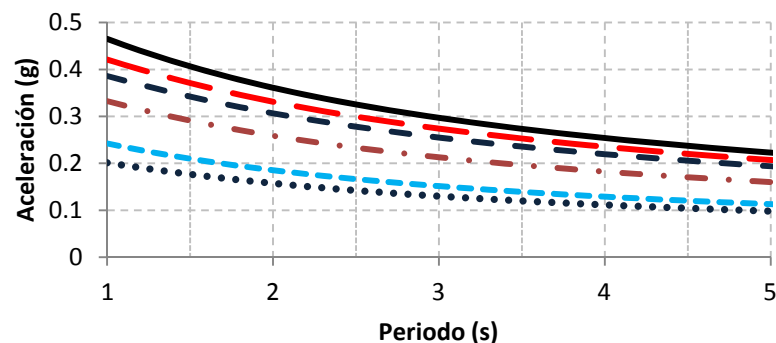
b) Respuesta para la velocidad de 21.93 m/s



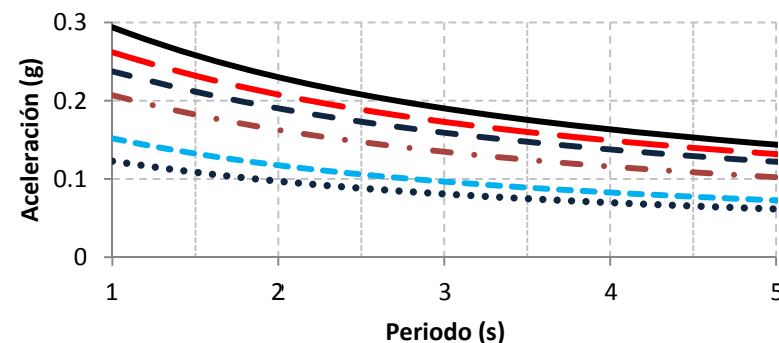
d) Respuesta para la velocidad de 14.68 m/s

..... C3 -.- C4.5 — C6 -.- R1.5 -.- R2 -.- R1-2

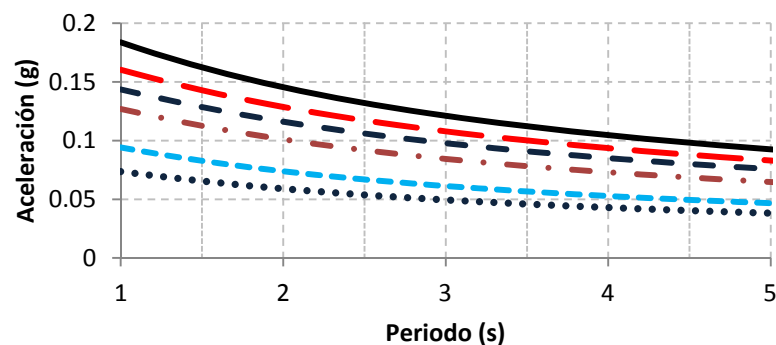
Figura 2.4.4 Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento correspondiente a la categoría 0



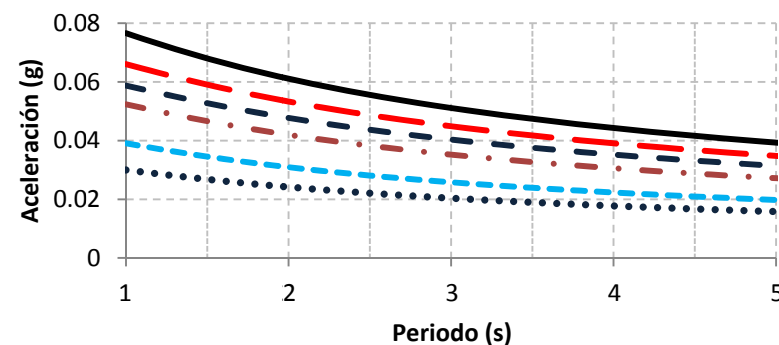
a) Respuesta para la velocidad de 24.77 m/s



b) Respuesta para la velocidad de 21.93 m/s



c) Respuesta para la velocidad de 20.34 m/s



d) Respuesta para la velocidad de 14.68 m/s

..... C3 - · - C4.5 — C6 — R1.5 - - R2 - - - R1-2

Figura 2.4.5 Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento correspondiente a la categoría IV

En las figuras 2.4.4 y 2.4.5 se observa que en los edificios C3 y R1-2 resultan las aceleraciones mas bajas, pero en los edificios R1-2 se obtienen mayores aceleraciones que en los edificios C3 y varían de 12% a 21% en la parte más dispersa y de 10% a 19% en la parte menos dispersa según la categoría O; en la categoría IV, las aceleraciones varían de 20% a 30% en la parte más dispersa y de 15% a 25% en la parte menos dispersa.

En las graficas de la categoría O correspondientes a los edificios C6, R1.5 y R2 se percibe que tienen poca dispersión entre ellas. Los edificios R2 tienen menores aceleraciones y en los C6 se obtienen las mayores, en porcentaje, los edificios C6 son entre 12% y 21% mayores que los R2 en la parte más dispersa y de 10% a 19% en la parte menos dispersa de las gráficas. Para la categoría IV, los porcentajes son desde 20% a 30% en la parte más dispersa y de 15% a 25% en la menos dispersa.

De acuerdo a los resultados mostrados en las figuras 2.4.4 y 2.4.5, las aceleraciones obtenidas para edificios con sección cuadrada (C3, C4.5 y C6), aumentan al incrementarse la relación de esbeltez; si el viento actúa sobre el lado largo del edificio (R1.5, R2) las aceleraciones disminuyen con respecto a las obtenidas de los edificios C6; si la incidencia del viento es perpendicular al lado corto del edificio (R1-2), las aceleraciones se encuentran entre las obtenidas en los edificios C3 y C4.5.

2.5 Solución exacta para edificios

2.5.1 Respuesta en la dirección del flujo del viento

La solución cerrada de la respuesta longitudinal al viento para edificios con sección rectangular en planta, está dada por las siguientes expresiones

Desplazamiento máximo en la dirección del viento

El desplazamiento máximo en la dirección del viento, $x_{m\acute{a}x}(z)$, en la altura z está dado por:

$$x_{m\acute{a}x}(z) \approx \frac{0.5\rho u_*^2 C_D b z}{M_1 (2\pi n_1)^2} [J + 3.75(B + R)^{1/2}] \quad (2.5.1)$$

Donde:

- ρ Es la masa específica del aire.
- n_1 Es la frecuencia fundamental del edificio.
- M_1 Es la masa modal fundamental de la estructura. Si la masa específica promedio del edificio, ρ_b , es independiente de la altura z , $M_1 = bdH\rho_b/3$.
- b Es el ancho del edificio (normal al viento).
- J Es la respuesta media.
- B Es la respuesta cuasi-estática.
- R Es la respuesta resonante.

$$u_* = \frac{\bar{V}_{(H)}}{2.5 \ln\left(\frac{H}{z_0}\right)} \quad (2.5.2)$$

$$J = 0.78Q^2 \quad (2.5.3)$$

$$Q = 2 \ln\left(\frac{H}{z_0}\right) - 1 \quad (2.5.4)$$

$$B = \frac{6.71Q^2}{1 + 0.26\left(\frac{b}{H}\right)} \quad (2.5.5)$$

$$R = \frac{0.59Q^2 N_1^{-2/3} C_{Df}^2}{\zeta_1 C_D^2} \frac{C_{(\eta_1)}}{1 + 3.95 N_1 \left(\frac{b}{H}\right)} \quad (2.5.6)$$

$$N_1 = \frac{n_1 H}{u_* Q} \quad (2.5.7)$$

$$C_{Df}^2 = C_w^2 + C_l^2 + 2C_w C_l C_{(\eta_2)} \quad (2.5.8)$$

$$C_D = C_w + C_l \quad (2.5.9)$$

$$C_{(\eta)} = \frac{1}{\eta} - \frac{1 - e^{-2\eta}}{2\eta^2} \quad (2.5.10)$$

$$\eta_1 = 3.55N_1 \quad (2.5.11)$$

$$\eta_2 = \frac{12.32N_1\Delta}{H} \quad (2.5.12)$$

Donde:

$\bar{V}_{(H)}$ Es la velocidad media horaria del viento en la altura H

H Es la altura del edificio.

d Es la profundidad del edificio en planta (dimensión paralela a la dirección del viento).

ζ_1 Es la relación de amortiguamiento.

C_w Es el coeficiente de presión promedio en la cara de barlovento.

C_l Es el coeficiente de presión promedio en la cara de sotavento.

z_0 Es la longitud de rugosidad de superficie.

Δ Es la dimensión más pequeña de H , b y d

Aceleración máxima en la dirección longitudinal

La aceleración máxima en la dirección longitudinal del viento, en función de la altura z sobre la superficie del terreno, está dada por:

$$\ddot{x}_{\text{máx}}(z) \approx 4 \frac{0.5\rho u_*^2 C_D b z}{M_1} R^{1/2} \quad (2.5.13)$$

La relación, P , entre la respuesta longitudinal calculada tomando en cuenta la amplificación dinámica y por otro lado despreciándola se puede escribir como:

$$P \approx \frac{J + 3.5(B + R)^{1/2}}{J + 3.5B^{1/2}} \quad (2.5.14)$$

2.5.2 Respuesta en la dirección transversal al flujo del viento

Desplazamiento máximo en la dirección transversal al viento

El desplazamiento máximo en la dirección transversal al viento a la altura z , está dado por:

$$y_{m\acute{a}x}(z) = C \left[\frac{\bar{V}_{(H)}}{n_1 \sqrt{A}} \right]^p \frac{\sqrt{A}}{\zeta_1^{1/2}} \frac{\rho}{\rho_b} \frac{z}{H} \quad (2.5.15)$$

Donde:

A Es el área de la sección transversal del edificio

p y C Son constantes empíricas, cuyos valores son $p = 3.3$ y $C = 0.00065$

Aceleración máxima en la dirección transversal al viento

La aceleración máxima está dada por la siguiente expresión:

$$\ddot{y}_{m\acute{a}x} = (2\pi n_1)^2 y_{m\acute{a}x}(z) \quad (2.5.16)$$

2.5.3 Respuesta en torsión

La respuesta en torsión debida a la excentricidad del centro aerodinámico con respecto al centro elástico, es estimada con expresiones empíricas y parámetros basados en pruebas de túnel de viento.

El momento torsional basal máximo se puede obtener con la siguiente expresión:

$$T_{m\acute{a}x}[\bar{V}_{(H)}] \approx 0.9\{\bar{T}[\bar{V}_{(H)}] + 3.8T_{rms}[\bar{V}_{(H)}]\} \quad (2.5.17)$$

Donde:

$\bar{T}$ Es el momento torsional basal medio.

T_{rms} Es el valor de la RMS del momento torsional basal fluctuante.

$$\bar{T}[\bar{V}_{(H)}] = 0.038\rho L^4 H n_T^2 \left[\frac{\bar{V}_{(H)}}{n_T L} \right]^2 \quad (2.5.18)$$

$$T_{rms}[\bar{V}_{(H)}] = 0.0017 \frac{1}{\zeta_T^{1/2}} \rho L^4 H n_T^2 \left[\frac{\bar{V}_{(H)}}{n_T L} \right]^{2.68} \quad (2.5.19)$$

Donde:

n_T y ζ_T Son la frecuencia natural y la relación de amortiguamiento en el modo fundamental en torsión.

Aceleración máxima torsional

La aceleración horizontal máxima por torsión es calculada en la parte alta del edificio en una distancia, v , del centro elástico y se obtiene con:

$$\ddot{\phi}_{m\acute{a}x} v = \frac{7.6 T_{rms} v}{\rho_b A H r_m^2} \quad (2.5.20)$$

Donde:

$\ddot{\varphi}_{m\acute{a}x}$ Es la aceleración angular máxima.

r_m Es el radio de giro de la sección transversal del edificio.

Para una sección transversal rectangular se tiene que:

$$L = \frac{b^2 + d^2}{2\sqrt{bd}} \quad (2.5.21)$$

$$r_m = 0.5 \sqrt{\frac{b^2 + d^2}{3}} \quad (2.5.22)$$

2.5.4 Ejemplos de aplicación

Ejemplo 1

El ejemplo siguiente está desarrollado en — Simiu E. y Miyata T., (1996), “Design of Buildings and Bridges for wind, A Practical Guide for ASCE-7 Standard User and Designers of Special Structures”, John Wiley and Sons. —

Se ilustra el procedimiento para el cálculo de los desplazamientos y aceleraciones en las direcciones longitudinal, transversal al viento y las aceleraciones en torsión.

Los datos son los siguientes:

La altura, ancho y profundidad del edificio son: $H = 656 \text{ ft} = 199.94 \text{ m}$, $B = 115 \text{ ft} = 35.052 \text{ m}$ y $D = 115 \text{ ft} = 35.052 \text{ m}$, respectivamente.

La densidad del edificio es, $\rho_e = 200 \text{ kg/m}^3$

Las relaciones de amortiguamiento longitudinal y en torsión son, $\zeta_1 = 0.01$ y $\zeta_T = 0.01$, respectivamente

Las frecuencias naturales para el primer modo en la dirección longitudinal y en torsión son $n_1 = 0.175 \text{ Hz}$ y $n_T = 0.3 \text{ Hz}$, respectivamente.

Densidad del aire, $\rho_a = 1.25 \text{ kg/m}^3$

La longitud de rugosidad de superficie, $z_0 = 3.28 \text{ ft} = 1 \text{ m}$

La velocidad media horaria a la altura H es, $\bar{V}_{(H)} = 129.54 \text{ ft/s} = 39.48 \text{ m/s}$

Resultados

Desplazamiento longitudinal máximo, $x_{m\acute{a}x} = 48.027 \text{ cm}$

Aceleración longitudinal máxima, $\ddot{x}_{m\acute{a}x} = 0.0241g$

Desplazamiento transversal máximo, $y_{m\acute{a}x} = 66.39 \text{ cm}$

Aceleración transversal máxima, $\ddot{y}_{m\acute{a}x} = 0.081g$

Aceleración en torsión máxima, $\ddot{\phi}_{m\acute{a}x}v = 0.038g$

Donde: $g = 9.81 \text{ m/s}^2$; es el valor de la aceleración de la gravedad.

El desplazamiento y la aceleración más grande que se obtiene es en la dirección transversal, son 1.38 y 3.36 veces mayor que la obtenida en la dirección paralela al flujo, respectivamente.

Ejemplo 2

Éste ejemplo es presentado en la norma ASCE/SEI 7-05 en la parte de comentarios, para ilustrar el cálculo del factor del efecto de ráfaga. En su solución, además de encontrar el valor del factor de ráfaga, se calcula también el desplazamiento y la aceleración como función de la altura.

La velocidad de referencia se supondrá de 22.23 m/s , que corresponde a una velocidad de tiempo de promediación de 1 hora en terreno abierto, a 10 metros de altura y con un periodo de retorno de 10 años. El edificio se desplantará en terreno 4.

Las características del edificio son las siguientes:

La altura, ancho y profundidad del edificio son: 182.88 m , 30.48 m y 30.48 m , respectivamente.

La densidad del edificio es, $\rho_e = 192.03 \text{ kg/m}^3$

Las relaciones de amortiguamiento longitudinal y en torsión son, $\zeta_1 = 0.01$ y $\zeta_T = 0.01$, respectivamente

Las frecuencias naturales para el primer modo en la dirección longitudinal y en torsión son $n_1 = 0.2 \text{ Hz}$ y $n_T = 0.2 \text{ Hz}$, respectivamente.

El coeficiente de fuerza para el muro de barlovento y sotavento, $C_w = 0.8$ y $C_l = 0.5$.

Densidad del aire, $\rho_a = 1.236 \text{ kg/m}^3$

Resultados

Aceleración longitudinal máxima, $\ddot{x}_{m\acute{a}x} = 0.0617g$

Aceleración transversal máxima, $\ddot{y}_{m\acute{a}x} = 0.23g$

La aceleración más grande que se da en la dirección transversal, y es 3.7 veces mayor que la obtenida en la dirección longitudinal.

2.5.5 Análisis paramétrico

Al seguir el procedimiento presentado anteriormente, se realiza un análisis paramétrico de la respuesta en aceleración considerando la variación de dimensiones en los edificios de acuerdo a la tabla 2.1.3.

Las velocidades utilizadas para el cálculo de las aceleraciones como condición de servicio, tienen un periodo de retorno de 10 años y promediadas a 1 hora, por lo que, las velocidades de la tabla 2.1.4 se son convertidas de acuerdo a la ecuación (2.5.23), (ver tabla 2.5.1).

La relación de una velocidad promediada a un tiempo de 3 segundos entre una a un tiempo de promediación de 1 hora es de 1.52.

$$\frac{V_{3s}}{V_{1h}} = 1.52 \quad (2.5.23)$$

Donde:

V_{3s} Es la velocidad promediada a 3 segundos
 V_{1h} Es la velocidad promediada a 1 hora

Tabla 2.5.1 Velocidades promediadas a 1 hora en (m/s)

Velocidad con $Tr = 200$ años	Velocidad con $Tr = 10$ años
45.68	25.58
36.0	22.66
26.13	21.01
21.19	15.16

Para poder usar las formulas anteriormente presentadas, es necesario calcular la velocidad media horaria para la altura H , $\bar{V}_{(H)}$, a partir de la velocidad de referencia (tabla 2.5.1). La velocidad media horaria a una altura z , es calculada con la siguiente ecuación:

$$\bar{V}_{(z)} = \bar{V}_{ref} \left(\frac{z}{10} \right)^\alpha \quad (2.5.24)$$

Donde:

$\bar{V}_{ref}$ Es la velocidad de referencia medida a 10m de altura en terreno plano y con un tiempo de promediación de 1 hora, (m/s).
 z Es la altura a la que se desea conocer la velocidad, $\bar{V}$.
 α Es el exponente de variación del perfil de velocidades que depende del tipo de terreno.

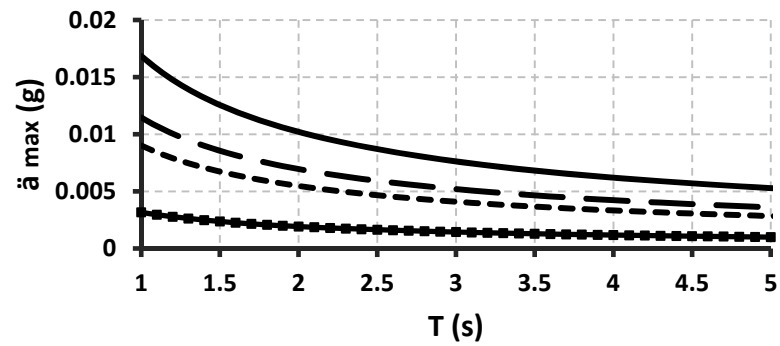
Los tipos de terreno que consideraron son descritos en la tabla 2.5.2, tomados del MDOC 2008.

Tabla 2.5.2 Categorías de terreno para la solución exacta

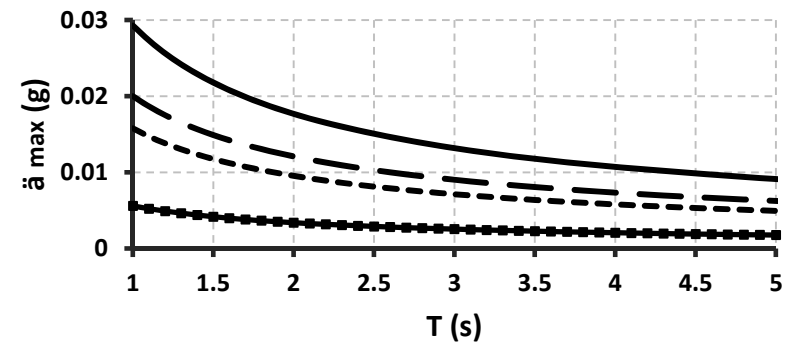
Categoría del terreno	α
1) Terreno abierto, prácticamente plano, sin obstrucciones y superficies de agua.	0.12
2) Terreno plano u ondulado con pocas obstrucciones.	0.16
3) Terreno cubierto por numerosas obstrucciones estrechamente espaciadas.	0.21
4) Terreno con numerosas obstrucciones largas, altas y estrechamente espaciadas.	0.29

Las características de los edificios son presentadas en el apartado 2.1.8

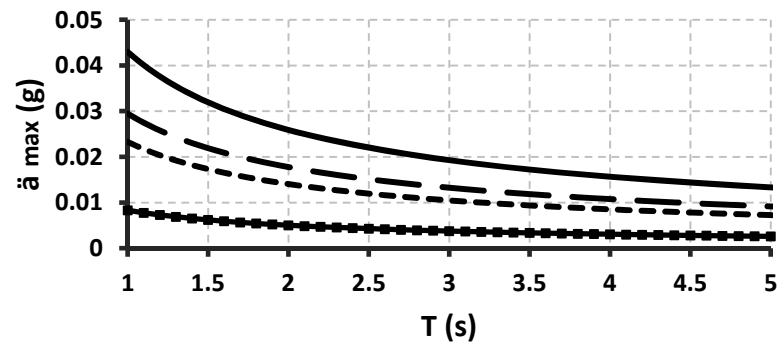
Respuesta longitudinal al viento



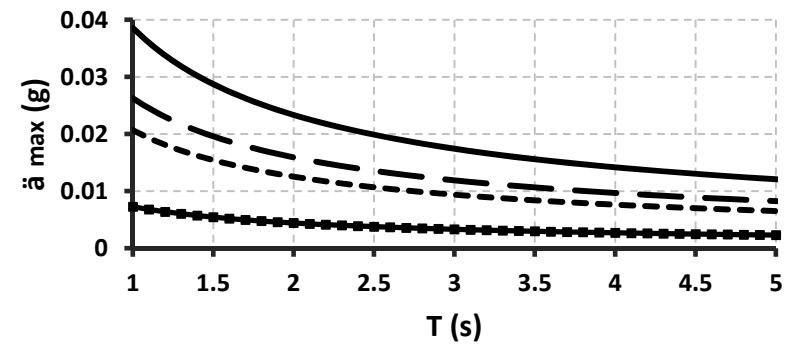
a) Sección cuadrada (3:1:1)



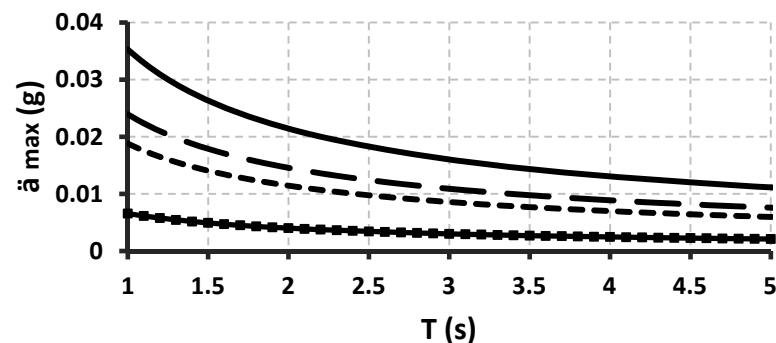
b) Sección cuadrada (4.5:1:1)



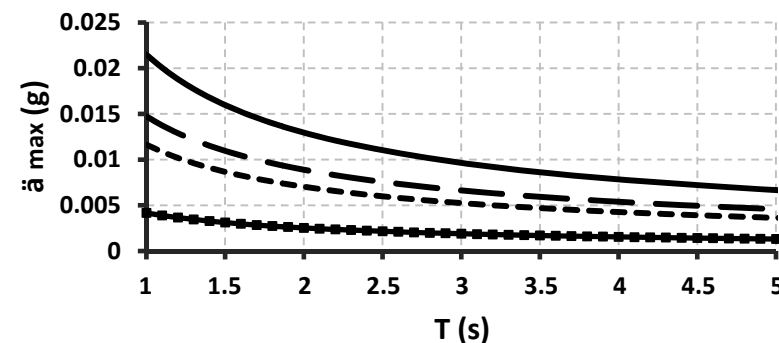
c) Sección cuadrada (6:1:1)



d) Sección rectangular (6:1.5:1)



e) Sección rectangular (6:2:1)



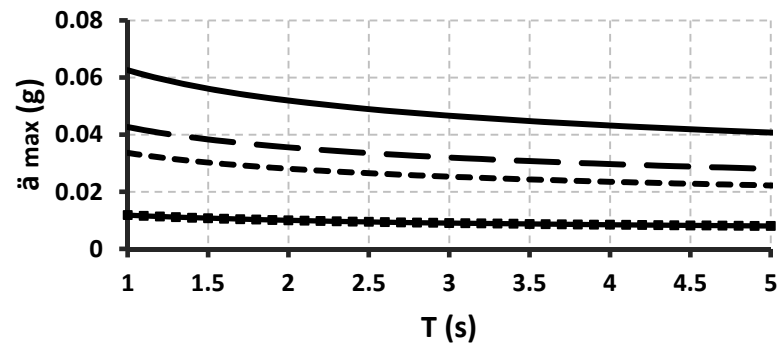
f) Sección rectangular (6:1:2)

— 25.585 m/s - - 22.661 m/s - - - 21.016 m/s - · - 15.168 m/s

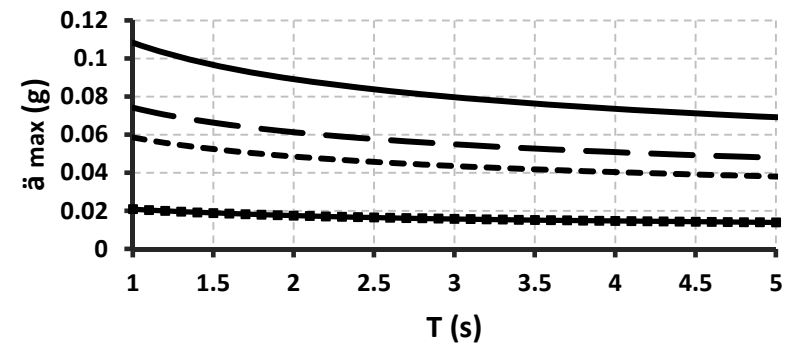
Figura 2.5.1 Respuesta longitudinal de las aceleraciones para categoría I

En la figura 2.5.1 se observa que, para la velocidad de 15.16 m/s las aceleraciones obtenidas tienen poca variación con respecto al periodo y permanecen prácticamente constantes a partir de 2 segundos de periodo. También, para velocidades mayores, la variación de las aceleraciones es mayor en edificios con periodos entre 1 segundo y 2.5 segundos aproximadamente.

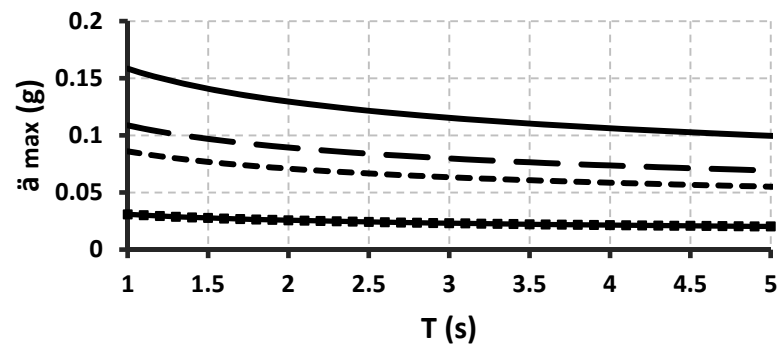
Las aceleraciones máximas se obtienen para el periodo de 1 segundo. Los resultados correspondientes a la velocidad de 15.16 m/s varían de $0.0009g$ hasta $0.0083g$; para la velocidad de 21.01 m/s los valores de las aceleraciones oscilan de $0.0028g$ hasta $0.0232g$; para la velocidad de 22.66 m/s las aceleraciones van desde $0.0035g$ hasta $0.0294g$; y, los resultados para la velocidad de 25.58 m/s oscilan de $0.0052g$ a $0.0429g$.



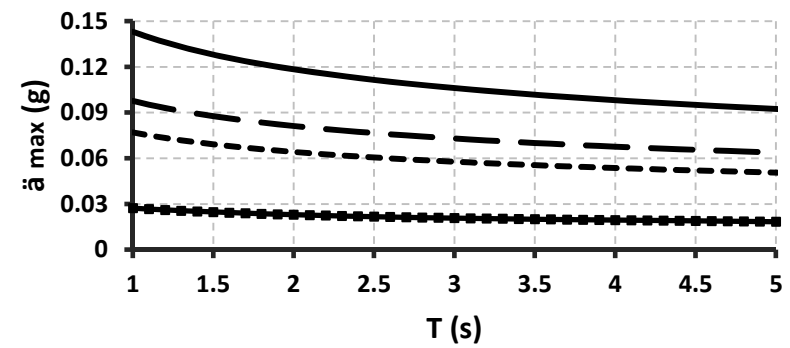
a) Sección cuadrada (3:1:1)



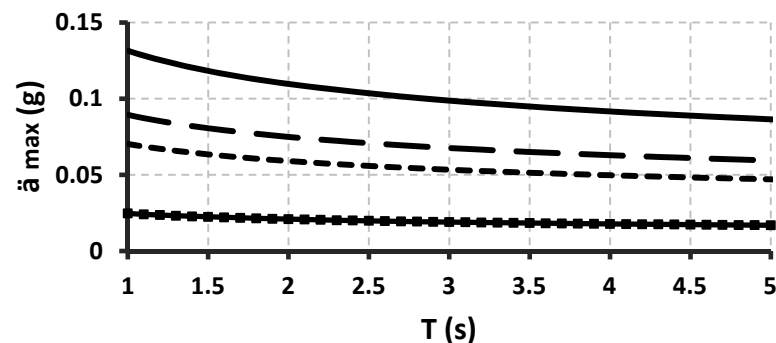
b) Sección cuadrada (4.5:1:1)



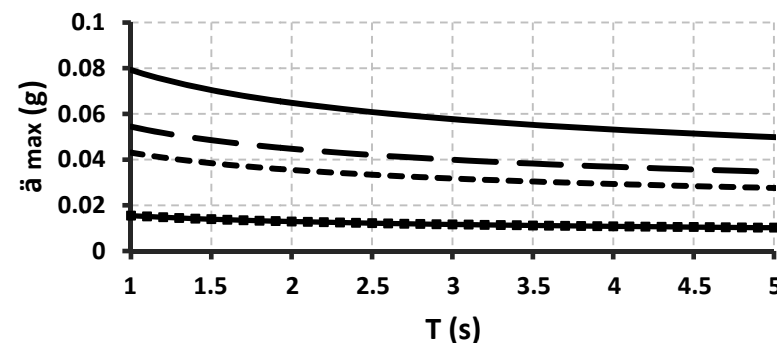
c) Sección cuadrada (6:1:1)



d) Sección rectangular (6:1.5:1)



e) Sección rectangular (6:2:1)



f) Sección rectangular (6:1:2)

— 25.585 m/s - - 22.661 m/s 21.016 m/s - · - 15.168 m/s

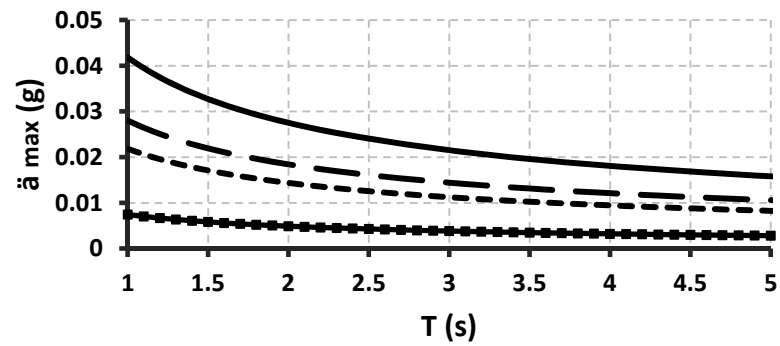
Figura 2.5.2 Respuesta longitudinal de las aceleraciones para categoría 4

En la figura 2.5.2 se observa que, para ésta categoría, las aceleraciones varían poco con respecto al periodo del edificio y son más pequeñas que las obtenidas en la categoría I.

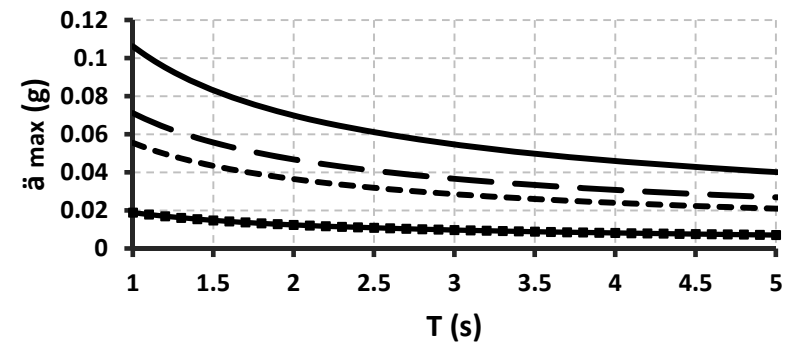
Al considerar las 6 relaciones de dimensiones de los edificios se tiene que, los resultados correspondientes a la velocidad de **15.16 m/s** varían de 0.008g hasta 0.0309g; para la velocidad de **21.01 m/s** los valores de las aceleraciones oscilan de 0.0221g hasta 0.0861g; para la velocidad de **22.66 m/s** las aceleraciones van desde 0.0279g hasta 0.108g; y, los resultados para la velocidad de **25.58 m/s** oscilan de 0.0405g a 0.158g.

Según la relación de dimensiones, en los edificios con relación 3:1:1 se presentan las aceleraciones más pequeñas con respecto a los edificios con otras relaciones; en los edificios con relación de 6:1.5:1, 6:2:1 y 6:1:1 se obtienen aceleraciones poco dispersas entre ellas a partir de 3 segundos de periodo, sin embargo, en los edificios con relación 6:1:1 se presentan las aceleraciones máximas.

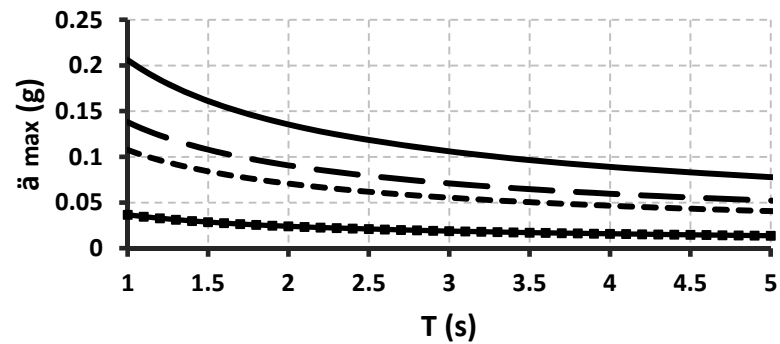
Respuesta transversal al viento



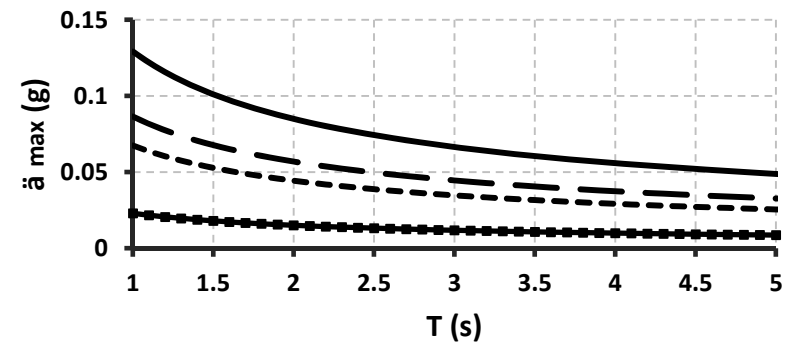
a) Sección cuadrada (3:1:1)



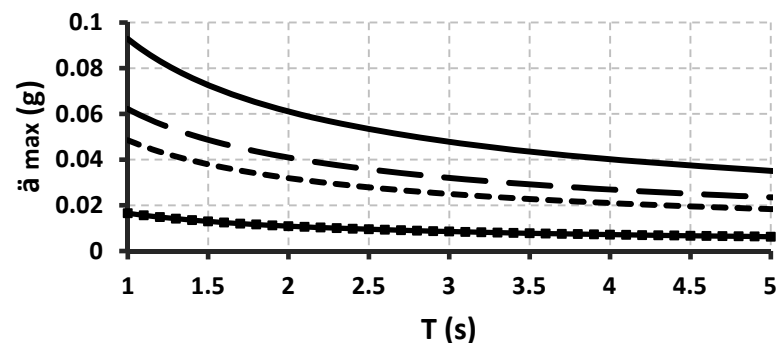
b) Sección cuadrada (4.5:1:1)



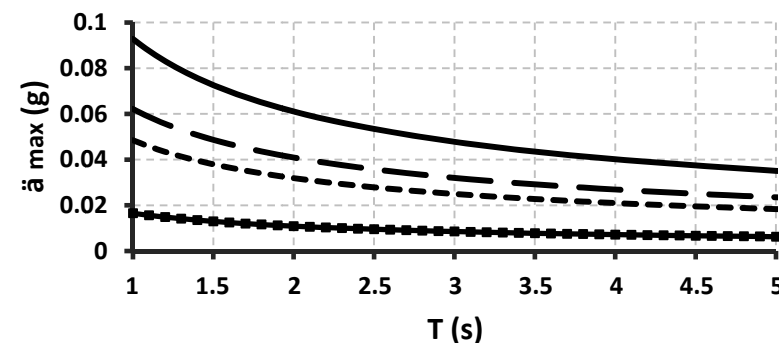
c) Sección cuadrada (6:1:1)



d) Sección rectangular (6:1.5:1)



e) Sección rectangular (6:2:1)

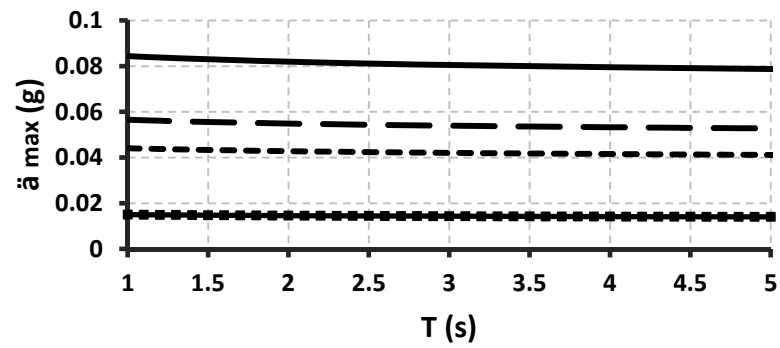


f) Sección rectangular (6:1:2)

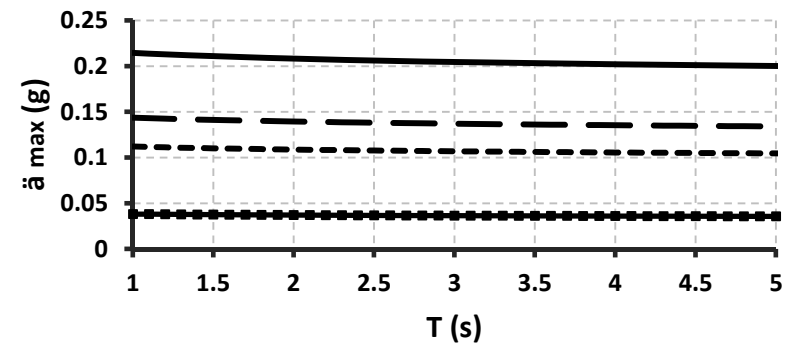
— 25.585 m/s - - 22.661 m/s - - - 21.016 m/s - · - 15.168 m/s

Figura 2.5.3 Respuesta transversal de las aceleraciones para categoría I

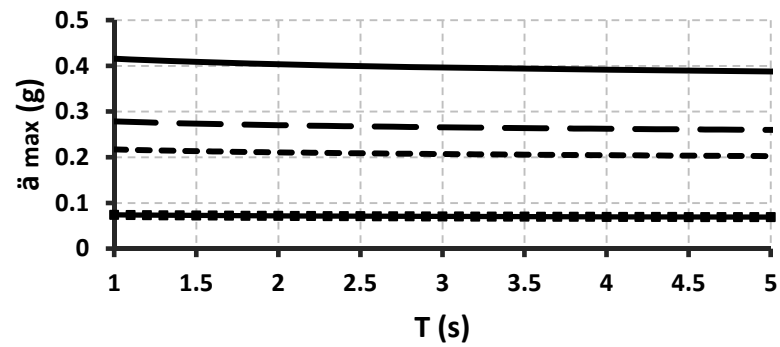
De acuerdo a los resultados mostrados en la figura 2.5.3 y al tomar en cuenta las 6 relaciones de dimensiones de los edificios se tiene que, las aceleraciones correspondientes a la velocidad de **15.168 m/s** varían de 0.00278g hasta 0.0366 g; para la velocidad de **21.01 m/s** los valores de las aceleraciones oscilan de 0.008g hasta 0.1075g; para la velocidad de **22.66 m/s** las aceleraciones van desde 0.0104 g hasta 0.137g; y, los resultados para la velocidad de **25.58 m/s** oscilan de 0.0156g a 0.205g.



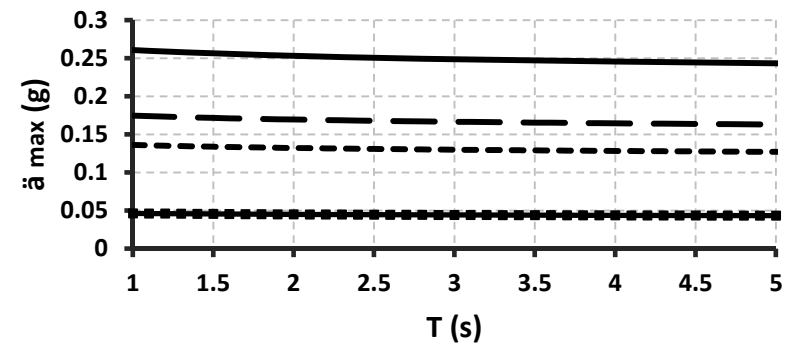
a) Sección cuadrada (3:1:1)



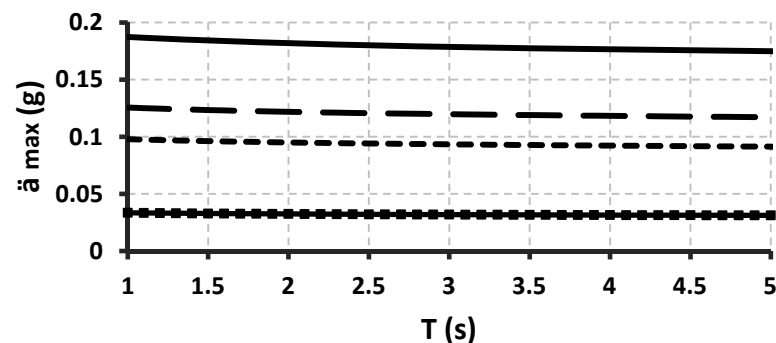
b) Sección cuadrada (4.5:1:1)



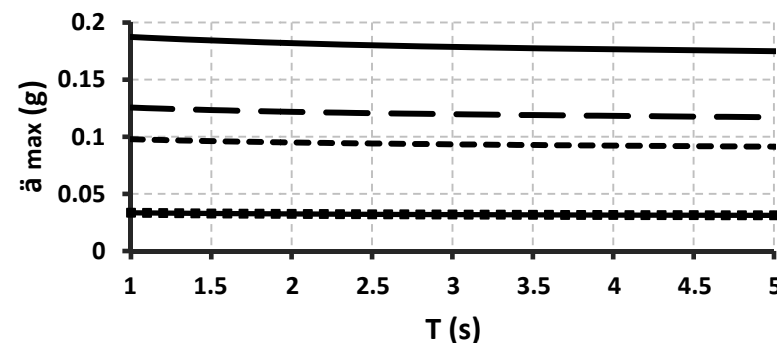
c) Sección cuadrada (6:1:1)



d) Sección rectangular (6:1.5:1)



e) Sección rectangular (6:2:1)



f) Sección rectangular (6:1:2)

— 25.585 m/s - - - 22.661 m/s - - - - 21.016 m/s - · - 15.168 m/s

Figura 2.5.4 Respuesta transversal de las aceleraciones para categoría 4

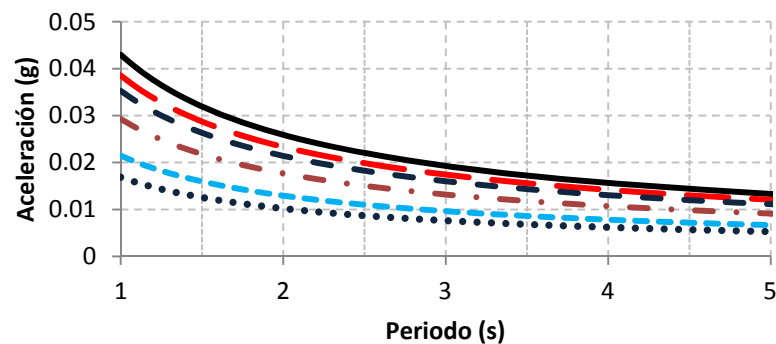
En la figura 2.5.4 se observa que, a diferencia de los resultados de la categoría I, en la categoría 4 las aceleraciones prácticamente son constantes y se obtienen aceleraciones más pequeñas.

Al considerar las 6 relaciones de dimensiones de los edificios se tiene que, los resultados correspondientes a la velocidad de **15.16 m/s** varían de 0.014g hasta 0.074g; para la velocidad de **21.01 m/s** los valores de las aceleraciones oscilan de 0.0411g hasta 0.217g; para la velocidad de **22.66 m/s** las aceleraciones van desde 0.0527g hasta 0.278g; y, los resultados para la velocidad de **25.58 m/s** oscilan de 0.0787g a 0.415 g.

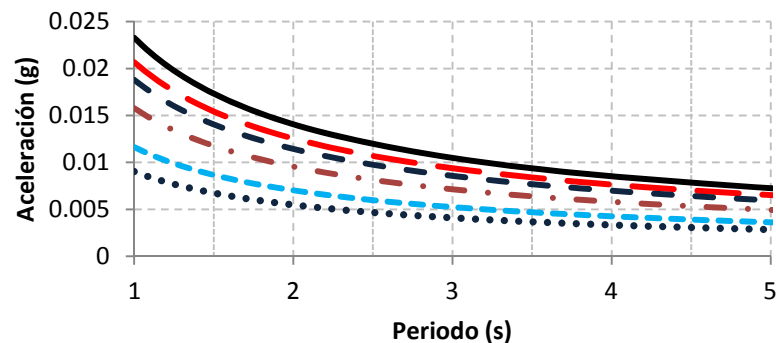
De acuerdo con la relación de dimensiones y para la respuesta transversal, en los edificios con relación 3:1:1 se presentan los valores más pequeños de aceleración; en los edificios con relación de 6:2:1 y 6:1:2 se obtienen aceleraciones iguales; en los edificios con relación 6:1:1 se obtienen las aceleraciones máximas, ya que son los más esbeltos.

De las figuras 2.5.5 a la 2.5.8 se muestran los resultados en las direcciones longitudinal y transversal a la dirección del viento, reuniendo las gráficas de cada una de las relaciones de dimensión (H:B:D) y para cada velocidad.

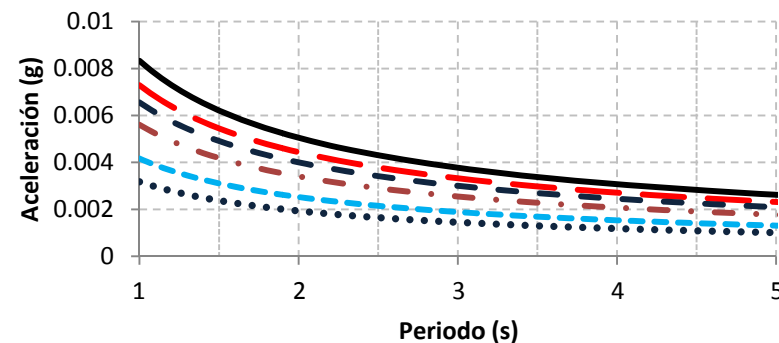
Respuesta longitudinal al viento



a) Respuesta para la velocidad de 25.58 m/s



b) Respuesta para la velocidad de 22.66 m/s

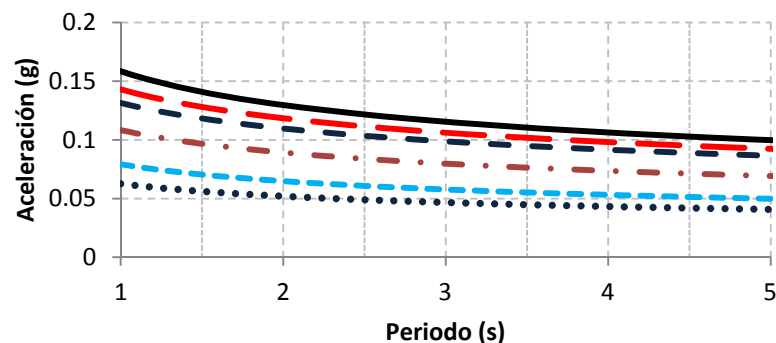


c) Respuesta para la velocidad de 21.01 m/s

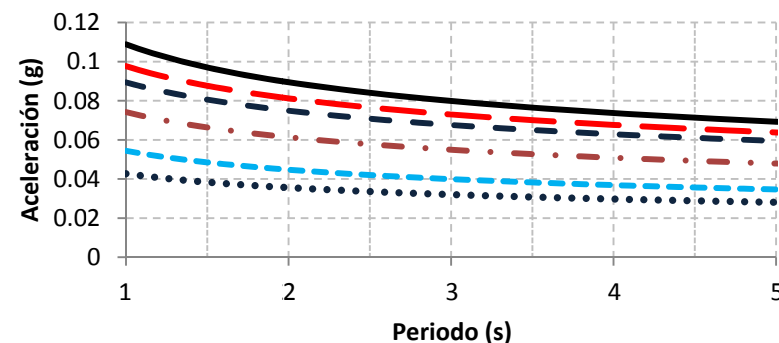
d) Respuesta para la velocidad de 15.16 m/s

..... C3 -.- C4.5 — C6 -.- R1.5 -.- R2 -.- R1-2

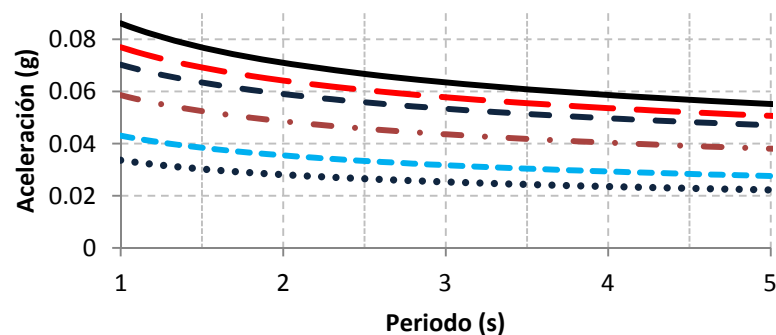
Figura 2.5.5 Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento correspondiente a la categoría I



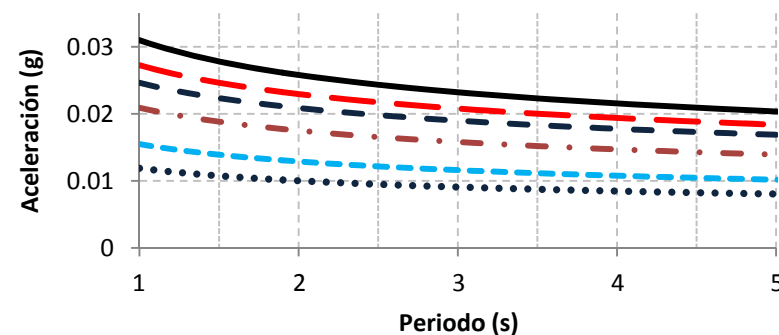
a) Respuesta para la velocidad de 25.58 m/s



b) Respuesta para la velocidad de 22.66 m/s



c) Respuesta para la velocidad de 21.01 m/s



d) Respuesta para la velocidad de 15.16 m/s

..... C3 -.- C4.5 — C6 -.- R1.5 -.- R2 -.- R1-2

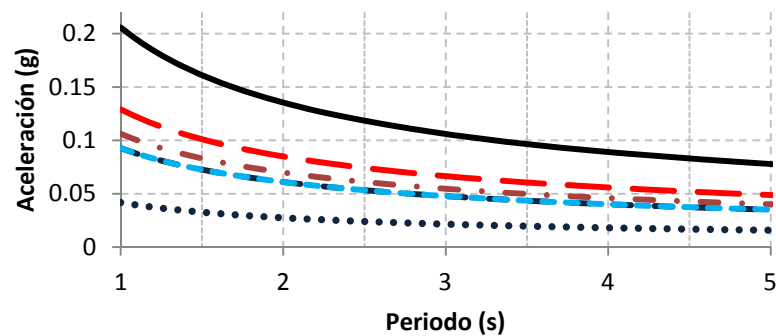
Figura 2.5.6 Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento correspondiente a la categoría 4

En las figuras 2.5.5 y 2.5.6 se observa que los edificios C3 y R1-2 son los más robustos en esta dirección por lo que resultan las aceleraciones mas bajas, sin embargo en los edificios R1-2 se obtienen mayores aceleraciones que en los edificios C3 y varían de 27% a 31% en la parte más dispersa y de 25% a 29% en la parte menos dispersa según la categoría I; en la categoría 4, las aceleraciones varían de 26% a 30% en la parte más dispersa y de 22% a 26% en la parte menos dispersa.

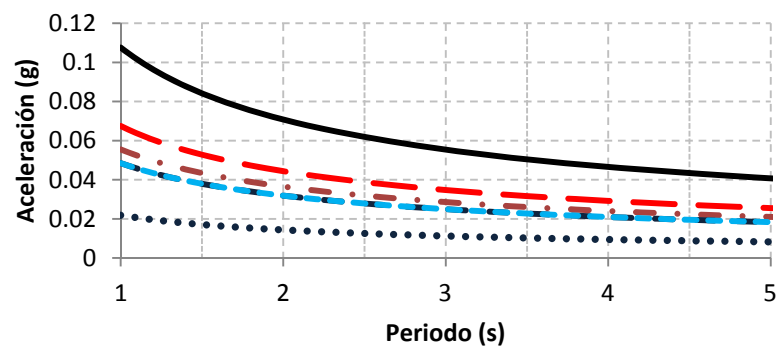
En las graficas de la categoría 1 correspondientes a los edificios C6, R1.5 y R2 se observa que tienen poca dispersión entre ellas. Los edificios R2 tienen menores aceleraciones y en los C6 se obtienen las mayores, de tal manera que la gráfica de R1.5 queda intermedia. En porcentaje, los edificios C6 son entre 21% y 26% mayores que los R2 en la parte más dispersa y de 19% a 24% en la parte menos dispersa de las gráficas. Para la categoría 4 los porcentajes son desde 20% a 25% en la parte más dispersa y de 15% a 20% en la menos dispersa.

De acuerdo a los resultados mostrados en las figuras 2.5.5 y 2.5.6, las aceleraciones obtenidas para edificios con sección cuadrada (C3, C4.5 y C6), aumentan si los edificios son mas esbeltos; si el viento actúa sobre el lado largo del edificio (R1.5, R2) las aceleraciones disminuyen con respecto a las obtenidas de los edificios C6; si la incidencia del viento es perpendicular al lado corto del edificio (R1-2), las aceleraciones se encuentran entre las obtenidas en los edificios C3 y C4.5.

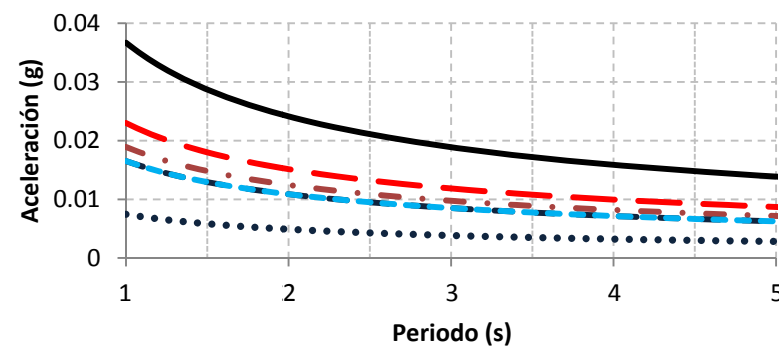
Respuesta transversal al viento



a) Respuesta para la velocidad de 25.58 m/s



b) Respuesta para la velocidad de 22.66 m/s

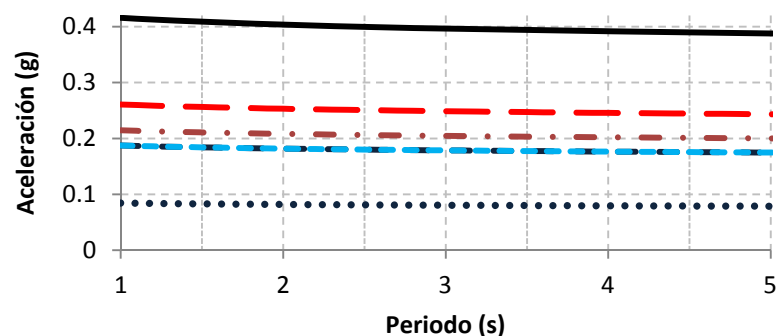


c) Respuesta para la velocidad de 21.01 m/s

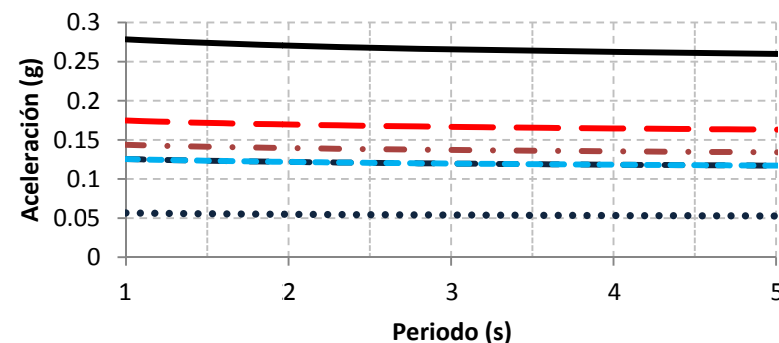
d) Respuesta para la velocidad de 15.16 m/s

..... C3 - · - C4.5 — C6 - - - R1.5 - - - R2 - - - R1-2

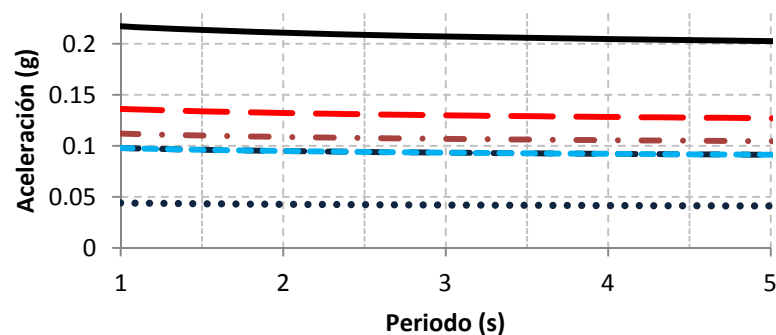
Figura 2.5.7 Respuesta en dirección transversal al flujo del viento correspondiente a la categoría I



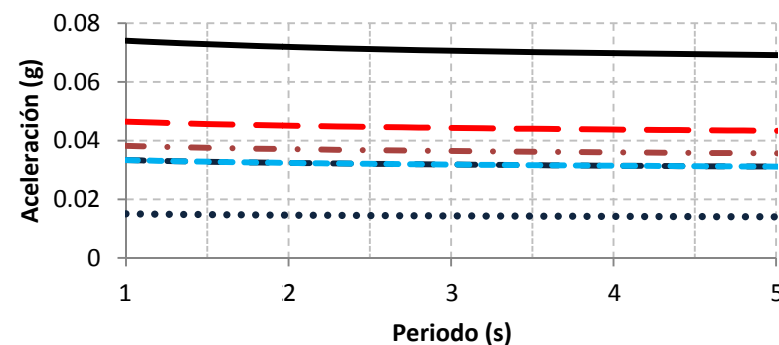
a) Respuesta para la velocidad de 25.58 m/s



b) Respuesta para la velocidad de 22.66 m/s



c) Respuesta para la velocidad de 21.01 m/s



d) Respuesta para la velocidad de 15.16 m/s

..... C3 - · - C4.5 — C6 - - R1.5 - - R2 - - R1-2

Figura 2.5.8 Respuesta en dirección transversal al flujo del viento correspondiente a la categoría 4

En las figuras 2.5.7 y 2.5.8 se observa que los edificios C3 son los más rígidos en esta dirección por lo que resultan las aceleraciones mas bajas. En los edificios R2 y R1-2 se obtienen las mismas aceleraciones, ya que la ecuación (2.5.15) está en función del área de la sección transversal del edificio y la velocidad a la altura H y para éste caso tienen los mismos valores.

En los edificios R1.5 se obtienen mayores aceleraciones que en los edificios C4.5 y varían de manera constante con 21% desde el periodo de 1 segundo hasta 5 segundos tanto para la categoría 1 como para la categoría 4.

Para el cálculo de las aceleraciones transversales, sólo se toma en cuenta el área de la sección transversal y la velocidad horaria a la altura H , por lo que se puede calcular la aceleración para cualquier forma de la sección y las velocidades dependen del perfil de velocidades que se considere para cada tipo de terreno. Las aceleraciones transversales son mayores que las longitudinales a la dirección del viento, pero en la categoría 1 las aceleraciones son más pequeñas que las obtenidas en categoría 4.

2.6 Reglamento canadiense NBCC 1995

2.6.1 Cargas horizontales

Las cargas horizontales en la dirección del viento se calculan con la ecuación (2.6.1):

$$F = q C_D C_{g \text{ horario}} A \quad (2.6.1)$$

Donde:

- q Es la presión de velocidad medida a una altura Z sobre la superficie del terreno, (N/m^2) .
- $C_{g \text{ horario}}$ Es el factor de ráfaga del viento.
- A Es el área proyectada en la altura Z , (m^2) .
- C_d Es el coeficiente de fuerza de viento.

2.6.2 Presión de la velocidad

La presión de la velocidad se calcula con la siguiente ecuación:

$$q = \frac{1}{2} \rho \bar{V}_{H \ 1h,n}^2 \quad (2.6.2)$$

Donde:

- ρ Es el promedio de la densidad del aire igual a 1.2 kg/m^3
- $\bar{V}_{H \ 1h,n}$ Es la velocidad del viento media en la parte superior de la estructura, H , en un terreno de exposición "n" donde se ubicará la estructura, (m/s) .

La velocidad del viento media, $\bar{V}_{H \ 1h}$, se calcula con:

$$\bar{V}_{H \ 1h,n} = \bar{V}_{1h,abierto} \sqrt{C_{eH}} \quad (2.6.3)$$

Donde:

- $\bar{V}_{1h,abierto}$ Es la velocidad del viento de referencia medida a 10m de altura en terreno abierto en un intervalo de medición de 1 hora, (m/s) .
- C_{eH} Es el factor de exposición que depende de la rugosidad general del terreno sobre el cual el viento actúa.

Para determinar el factor de exposición se definen tres categorías de terreno:

Exposición A: corresponde a una exposición estándar o a un terreno abierto con pocos edificios, árboles u otras obstrucciones o superficies de agua. Este es la exposición en la cual se basa la velocidad de referencia.

$$C_e = \left(\frac{H}{10}\right)^\alpha \text{ para } 1.0 \leq C_e \leq 2.5 \quad (2.6.4)$$

Exposición B: corresponde a una exposición rugosa, áreas urbanas o suburbanas, terrenos arbolados o centros de grandes pueblos o provincias con pocos o escasos edificios altos.

$$C_e = 0.5 \left(\frac{H}{12.7}\right)^\alpha \text{ para } 0.5 \leq C_e \leq 2.5 \quad (2.6.5)$$

Exposición C: corresponde a una exposición muy rugosa, centros de grandes ciudades con altas concentraciones de edificios altos, al menos el 50% de los edificios exceden los cuatro niveles. La exposición sólo es aplicable a centros de grandes ciudades y debe ser usado con precaución debido a que pueden ocurrir cambios locales y efectos de desprendimiento de vórtices en las proximidades de edificios altos.

$$C_e = 0.4 \left(\frac{H}{30}\right)^\alpha \text{ para } 0.4 \leq C_e \leq 2.5 \quad (2.6.6)$$

Tabla 2.6.1 Exponente α , asociado a C_e .

EXPOSICIÓN	α
A	0.28
B	0.5
C	0.72

Donde:

H Es la altura total del edificio, (m).

2.6.3 Factor del efecto de ráfaga

La expresión general para calcular los efectos de carga pico o máximos, W_p , es:

$$W_p = \mu + g_p \sigma \quad (2.6.7)$$

Donde:

- μ Es el efecto de la carga media.
- g_p Es el factor estadístico pico.
- σ Es la raíz cuadrada de la media (RMS) de los efectos de la carga.

El factor estadístico pico es calculado con la siguiente expresión:

$$g_p = \sqrt{2 \ln(Tv)} + \frac{0.577}{\sqrt{2 \ln(Tv)}} \quad (2.6.8)$$

Con: $T = 3600s$ y

$$v = f_n \sqrt{\frac{sF_n}{sF_n + \beta B}} \quad (2.6.9)$$

El factor por efecto de ráfaga se puede escribir:

$$C_g = 1 + g_p \left(\frac{\sigma}{\mu} \right) \quad (2.6.10)$$

La forma de las fluctuaciones de la carga de viento, σ , varia con la excitación, esto es debido a la ráfaga o a las fuerzas inducidas por el movimiento.

El valor del coeficiente de variación, $\left(\frac{\sigma}{\mu} \right)$, puede ser expresado como:

$$\frac{\sigma}{\mu} = \sqrt{\frac{K}{C_e} \left(B + \frac{sF_n}{\beta} \right)} \quad (2.6.11)$$

Donde: K, es el factor relacionado al coeficiente de rugosidad de la superficie del terreno, que toma los valores:

$K = 0.08$ Para exposición A.

$K = 0.10$ Para exposición B.

$K = 0.14$ Para exposición C.

C_{eH} , es el factor de exposición evaluado en lo alto del edificio.

B, es el factor de turbulencia de fondo y es evaluado con la siguiente expresión:

$$B = \frac{4}{3} \int_0^{914/H} \left(\frac{1}{1 + \frac{xH}{457}} \right) \left(\frac{1}{1 + \frac{xW}{122}} \right) \left[\frac{x}{(1 + x^2)^{4/3}} \right] dx \quad (2.6.12)$$

Donde:

W Es el ancho del edificio perpendicular al viento, (m).

H Es la altura de la cara de barlovento del edificio, (m).

Se puede obtener el valor de B también con la figura 2.6.1.

El factor de reducción de tamaño, s , es obtenido como sigue:

$$s = \frac{\pi}{3} \left(\frac{1}{1 + \frac{8f_n H}{3\bar{V}_{H1h,n}}} \right) \left(\frac{1}{1 + \frac{10f_n W}{\bar{V}_{H1h,n}}} \right) \quad (2.6.13)$$

Donde:

f_n Es la frecuencia natural de vibración de la estructura en la dirección longitudinal

del viento, (Hz).

La relación de energía de ráfaga en la frecuencia natural de la estructura:

$$F_n = \frac{x_0^2}{(1 + x_0^2)^{4/3}} \quad (2.6.14)$$

Con:

$$x_0 = \frac{1220f_n}{\bar{V}_{H1h,n}} \quad (2.6.15)$$

Donde:

β Es la relación de amortiguamiento crítico en la dirección longitudinal del viento.

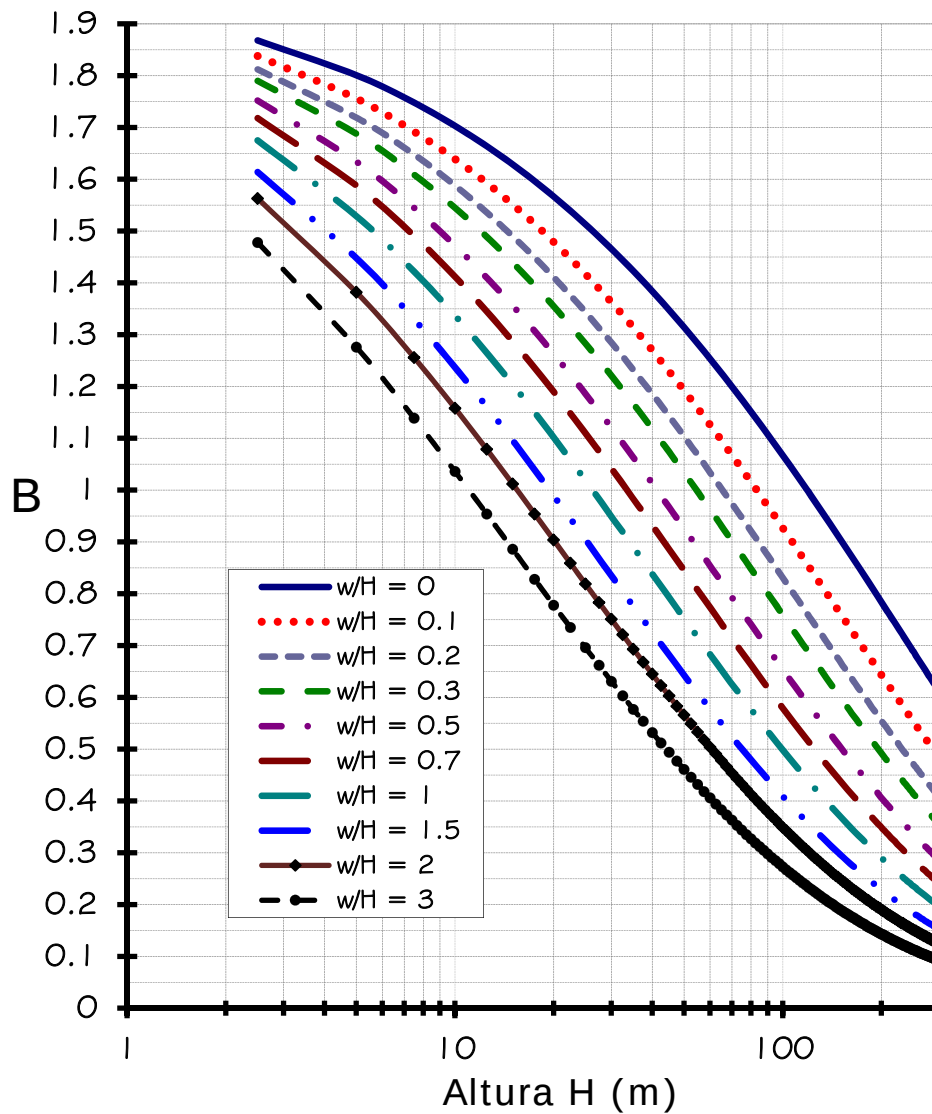


Figura 2.6.1 Factor de turbulencia de fondo

2.6.4 Respuesta en aceleración

Aceleración máxima en dirección longitudinal al viento

La aceleración máxima en la dirección del viento, a_D , está dada por:

$$\frac{a_D}{g} = g_p \sqrt{\frac{KsF_n}{C_e\beta_D}} \left(\frac{3.9}{2 + \alpha} \right) \left(\frac{C_e q}{D\rho_e} \right) \quad (2.6.16)$$

Donde:

- D Es la profundidad del edificio paralelo al flujo del viento, (m)
- β_D Es el coeficiente de amortiguamiento en dirección longitudinal al viento.
- ρ_e Es la densidad del edificio en (kg/m³).
- g Es el valor de la aceleración de la gravedad, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.
- q Es la presión de la velocidad de referencia, $q = \frac{1}{2} \rho \bar{V}_{1h,abierto}^2$.

Aceleración máxima en dirección transversal al viento

La aceleración máxima en dirección transversal al viento, a_W , es calculada con la siguiente ecuación:

$$a_W = f_w^2 g_p \sqrt{WD} \left(\frac{a_r}{\rho_e g \sqrt{\beta_w}} \right) \quad (2.6.17)$$

Donde:

- f_w Es la frecuencia natural de vibración en la dirección transversal al viento, (Hz)
- β_w Es el coeficiente de amortiguamiento en la dirección transversal al viento.
- a_r Es calculado con la siguiente ecuación:

$$a_r = 0.0785 \left(\frac{\bar{V}_{H1h,n}}{f_w \sqrt{WD}} \right)^{3.3} \quad (2.6.18)$$

2.6.5 Ejemplos de aplicación

Ejemplo 1

El ejemplo siguiente está desarrollado en — Bungale S. Taranath Ph.D., S.E., (2005). “*Wind and earthquake Resistant buildings Structural analysis and design*”, Marcel Dekker —

Se utiliza el reglamento de Canadá (NBCC 1995) para el cálculo del factor del efecto de ráfaga, la aceleración en la dirección del flujo del viento y la aceleración en la dirección transversal al flujo del viento

Los datos son los siguientes:

Velocidad de referencia de 26.4 m/s medida a 10 m de altura en terreno tipo A.

La altura, ancho y profundidad del edificio son: $H = 240 \text{ m}$, $W = 50 \text{ m}$ y $D = 50 \text{ m}$, respectivamente.

La densidad del edificio es, $\rho_e = 195 \text{ kg/m}^3$

Relación de amortiguamiento crítico para el primer modo en la dirección longitudinal y transversal son $\beta_D = 0.01$ y $\beta_W = 0.01$, respectivamente.

Frecuencia natural para el primer modo en la dirección longitudinal y transversal son $f_n = 0.125$ y $f_w = 0.125$, respectivamente.

Coeficiente de fuerza, $C_d = 1.3$

Densidad del aire, $\rho_a = 1.3 \text{ kg/m}^3$

El terreno de exposición es tipo B

Resultados

El factor de turbulencia de fondo es calculado con la ecuación (2.6.12) y resulta, $B = 0.48105$

Factor del efecto de ráfaga, $C_g = 2.809$

Aceleración longitudinal máxima, $a_D = 0.0277g$

Aceleración transversal máxima, $a_W = 0.0498g$

Donde: $g = 9.81 \text{ m/s}^2$; es el valor de la aceleración de la gravedad.

La aceleración más grande que se obtiene es en la dirección transversal, 1.8 veces mayor que en la dirección paralela al flujo, ya que el edificio es más esbelto en esa dirección. Según las recomendaciones de la referencia anterior, se puede tomar como valor límite de las aceleraciones producidas por el viento en $0.03g$, por lo que la aceleración máxima transversal sobrepasa éste valor.

Otro criterio para limitar las aceleraciones en los niveles superiores, es considerar como máximo $0.02g$ (20mili-g) para velocidades con periodo de retorno de 10 años.

Ejemplo 2

Este ejemplo es presentado en la norma ASCE/SEI 7-05 en la parte de comentarios, para ilustrar el cálculo del factor del efecto de ráfaga. En su solución, además de encontrar el valor del factor de ráfaga, se calcula también el desplazamiento y la aceleración como función de la altura.

Para utilizar el reglamento de Canadá, es necesario convertir las velocidades de 3 segundos a 1 hora de tiempo de promediación. Como en éste reglamento no

se presenta el procedimiento para el cálculo del desplazamiento máximo, sólo se calcula el factor del efecto de ráfaga y las aceleraciones correspondientes a la dirección longitudinal y transversal al viento.

La velocidad de referencia se supondrá de 22.23 m/s , que corresponde a una velocidad de tiempo de promediación de 1 hora en terreno abierto, a 10 metros de altura y con un periodo de retorno de 10 años, para el cálculo de las aceleraciones. El edificio se desplantará en terreno de exposición tipo C.

Las características del edificio son las siguientes:

La altura, ancho y profundidad del edificio son: 182.88 m , 30.48 m y 30.48 m , respectivamente.

La densidad del edificio es, $\rho_e = 192.03 \text{ kg/m}^3$

Relación de amortiguamiento crítico para el primer modo en la dirección longitudinal y transversal son $\beta_D = 0.01$ y $\beta_W = 0.01$, respectivamente.

Frecuencia natural para el primer modo en la dirección longitudinal y transversal son $f_n = 0.01$ y $f_w = 0.01$, respectivamente.

Coeficiente de fuerza, $C_d = 1.3$

Densidad del aire, $\rho_a = 1.236 \text{ kg/m}^3$

Resultados

El factor de turbulencia de fondo es calculado con la ecuación (2.6.12) y resulta, $B = 0.616$

Factor del efecto de ráfaga, $C_g = 2.709$

Aceleración longitudinal máxima, $a_D = 0.0162g$

Aceleración transversal máxima, $a_W = 0.0261g$

La aceleración más grande se genera en la dirección transversal, 1.6 veces mayor que en la dirección paralela al flujo, por que el edificio es más esbelto en esa dirección.

2.6.6 Análisis paramétrico

Al seguir el procedimiento presentado anteriormente, se realiza un análisis paramétrico de la respuesta en aceleración considerando la variación de dimensiones en los edificios de acuerdo a la tabla 2.1.3.

Las velocidades utilizadas para el cálculo de las aceleraciones como condición de servicio, tienen un periodo de retorno de 10 años y promediadas a 1 hora, por lo que, las velocidades de la tabla 2.1.4 se son convertidas de acuerdo a la ecuación (2.5.23), (ver tabla 2.6.2).

La relación de una velocidad promediada a un tiempo de 3 segundos entre una a un tiempo de promediación de 1 hora es de 1.52.

$$\frac{V_{3s}}{V_{1h}} = 1.52$$

Donde:

V_{3s} Es la velocidad promediada a 3 segundos

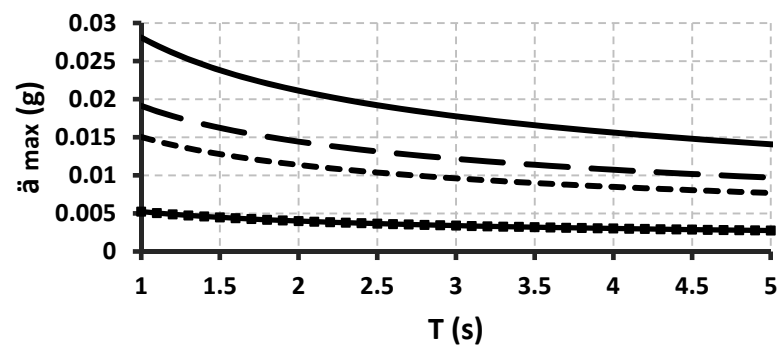
V_{1h} Es la velocidad promediada a 1 hora

Tabla 2.6.2 Velocidades promediadas a 1 hora en (m/s)

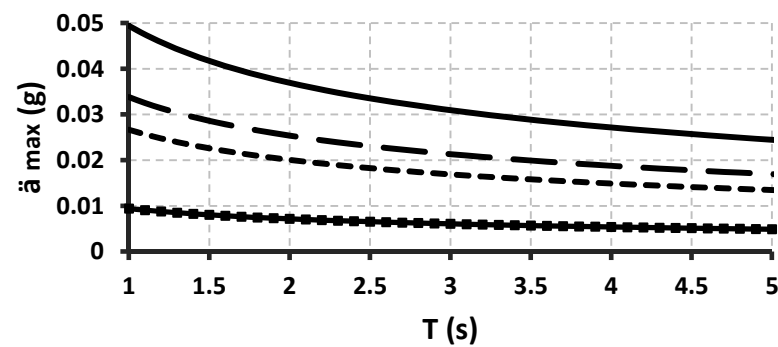
Velocidad con $Tr = 200$ años	Velocidad con $Tr = 10$ años
45.68	25.58
36.0	22.66
26.13	21.01
21.19	15.16

Las características de los edificios son presentadas en el apartado 2.1.8

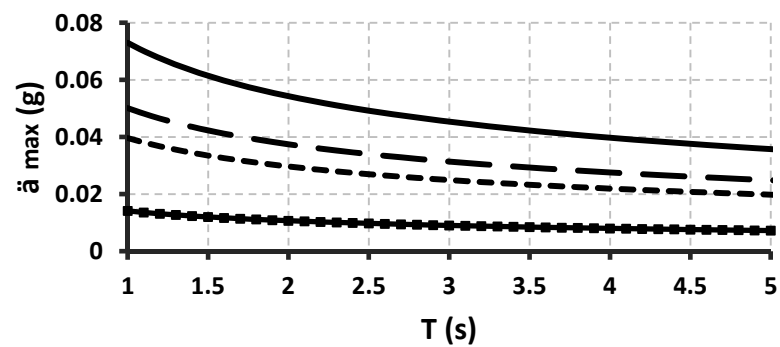
Respuesta longitudinal al viento



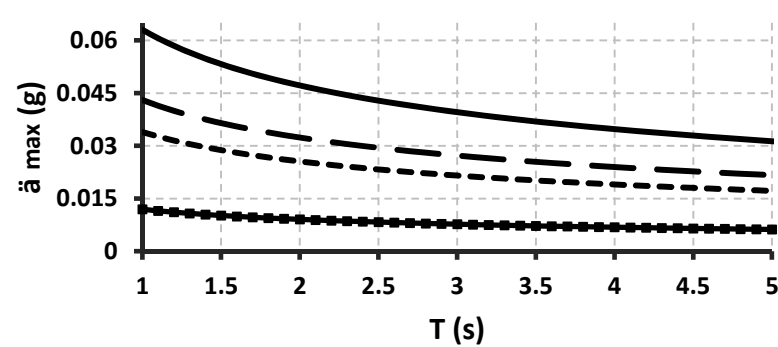
a) Sección cuadrada (3:1:1)



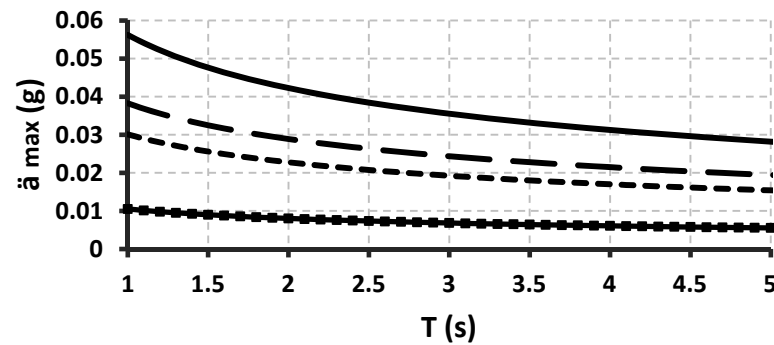
b) Sección cuadrada (4.5:1:1)



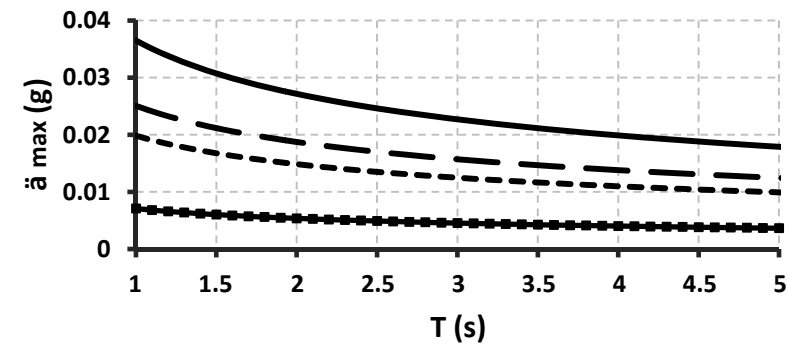
c) Sección cuadrada (6:1:1)



d) Sección rectangular (6:1.5:1)



e) Sección rectangular (6:2:1)



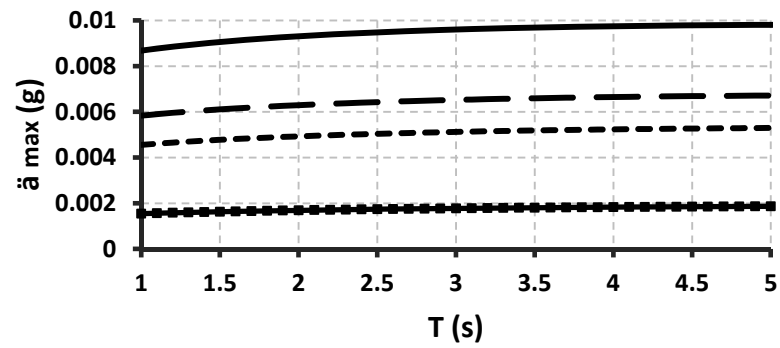
f) Sección rectangular (6:1:2)

— 25.585 m/s - - 22.661 m/s - - - 21.016 m/s - · - 15.168 m/s

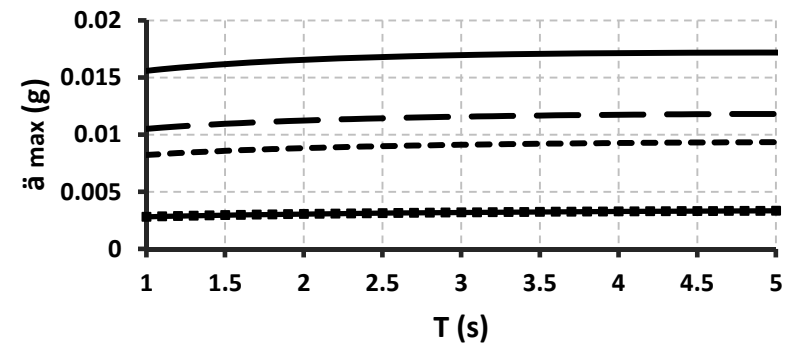
Figura 2.6.2 Respuesta longitudinal de las aceleraciones para categoría A

En la figura 2.6.2 se observa que, para la velocidad de 15.16 m/s las aceleraciones obtenidas tienen poca variación con respecto al periodo. Las aceleraciones de los edificios disminuyen con el incremento de los periodos.

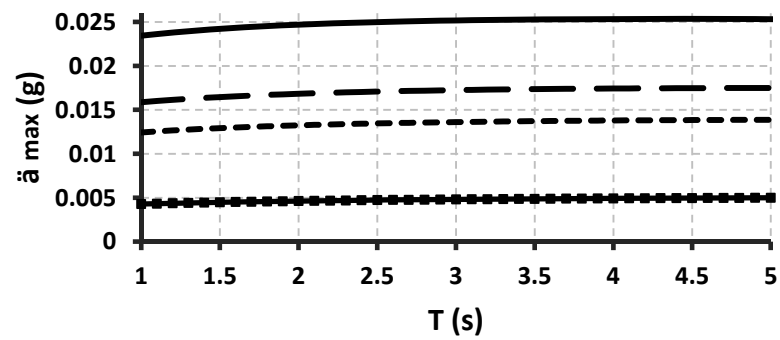
Las aceleraciones máximas se obtienen para el periodo de 1 segundo. Los resultados correspondientes a la velocidad de 15.16 m/s varían de $0.0027g$ hasta $0.0141g$; para la velocidad de 21.01 m/s los valores de las aceleraciones oscilan de $0.0076g$ hasta $0.0396g$; para la velocidad de 22.66 m/s las aceleraciones van desde $0.0096g$ hasta $0.0501g$; y, los resultados para la velocidad de 25.58 m/s oscilan de $0.0139g$ a $0.0729g$.



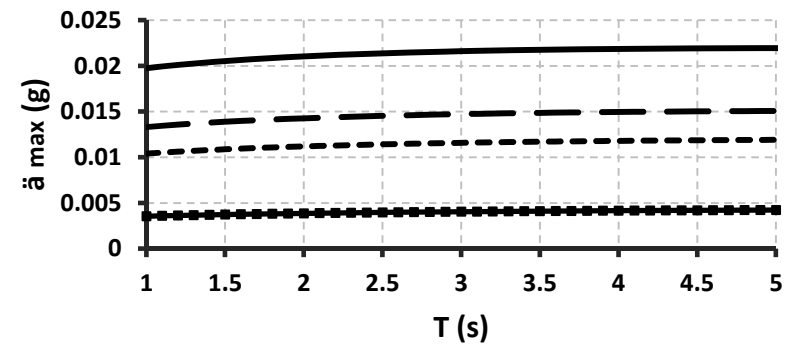
a) Sección cuadrada (3:1:1)



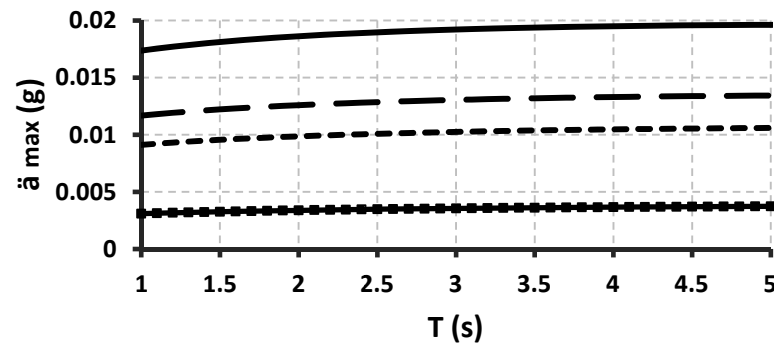
b) Sección cuadrada (4.5:1:1)



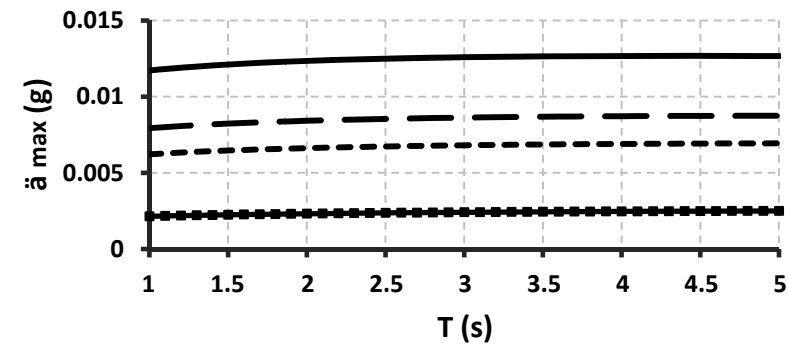
c) Sección cuadrada (6:1:1)



d) Sección rectangular (6:1.5:1)



e) Sección rectangular (6:2:1)



f) Sección rectangular (6:1:2)

— 25.585 m/s - - 22.661 m/s - - - 21.016 m/s ··· 15.168 m/s

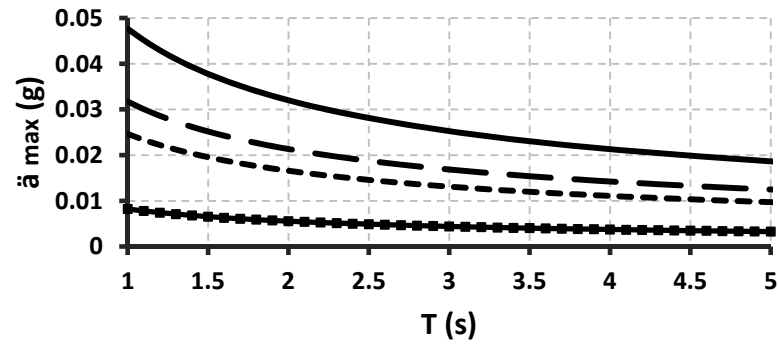
Figura 2.6.3 Respuesta longitudinal de las aceleraciones para categoría C

En la figura 2.6.3 se observa que, para ésta categoría, las aceleraciones se incrementan con el periodo y son más pequeñas que las obtenidas en la categoría A.

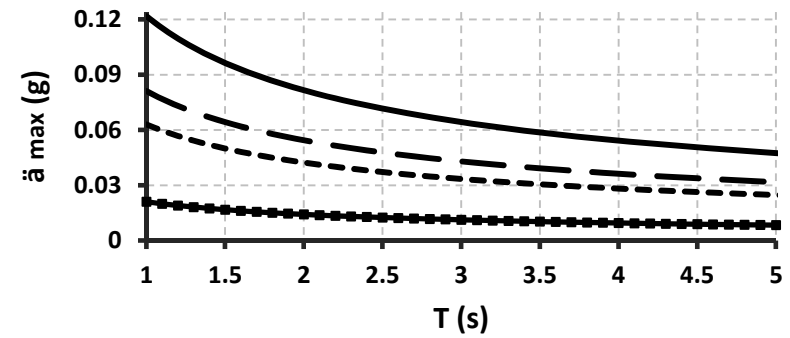
Al considerar las 6 relaciones de dimensiones de los edificios se tiene que, los resultados correspondientes a la velocidad de **15.16 m/s** varían de 0.0015g hasta 0.005g; para la velocidad de **21.01 m/s** los valores de las aceleraciones oscilan de 0.0045g hasta 0.0138g; para la velocidad de **22.66 m/s** las aceleraciones van desde 0.0058g hasta 0.0174g; y, los resultados para la velocidad de **25.58 m/s** oscilan de 0.0086g a 0.0253g.

Según la relación de dimensiones, en los edificios con relación 3:1:1 se presentan las aceleraciones más pequeñas con respecto a los edificios con otras relaciones; en los edificios con relación 6:1:1 se presentan las aceleraciones máximas.

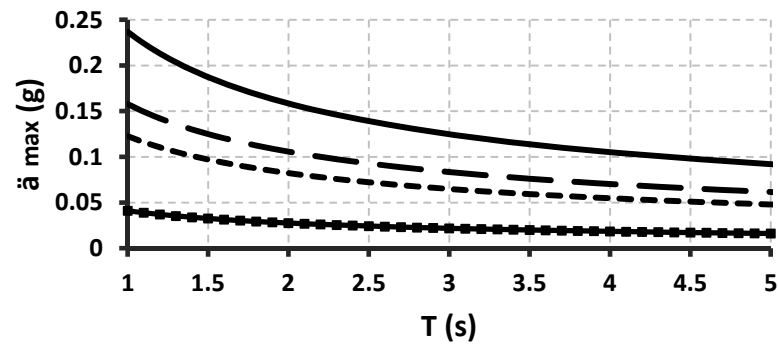
Respuesta transversal al viento



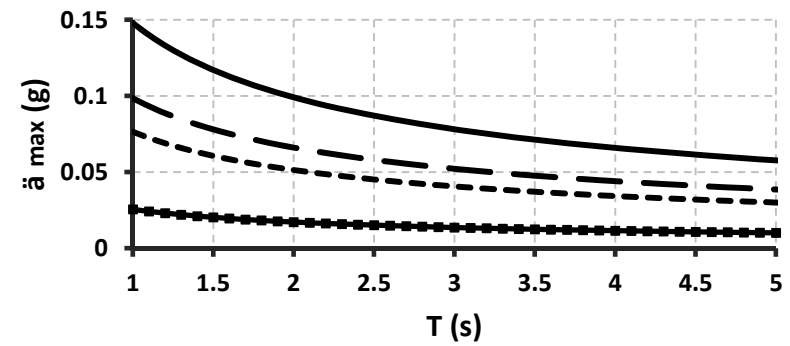
a) Sección cuadrada (3:1:1)



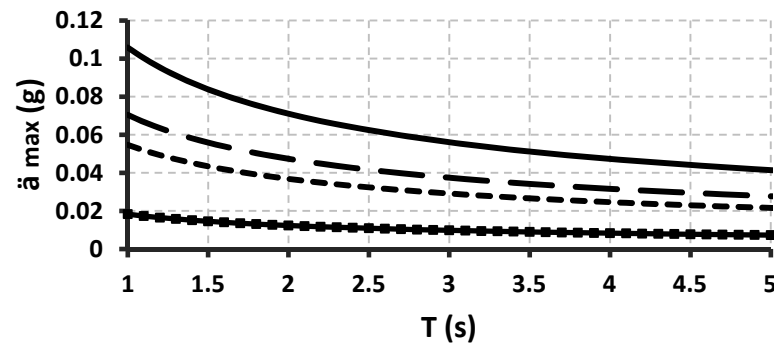
b) Sección cuadrada (4.5:1:1)



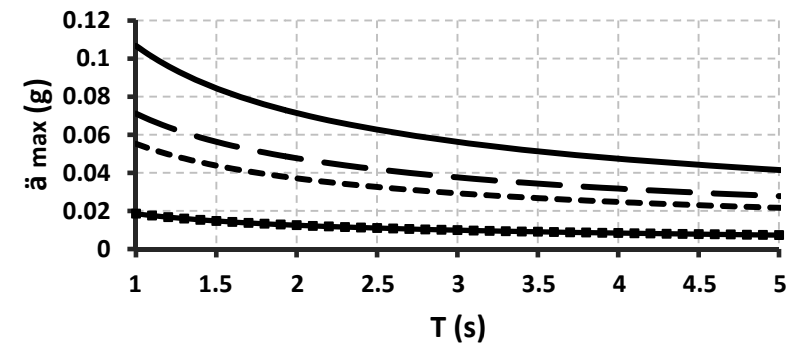
c) Sección cuadrada (6:1:1)



d) Sección rectangular (6:1.5:1)



e) Sección rectangular (6:2:1)

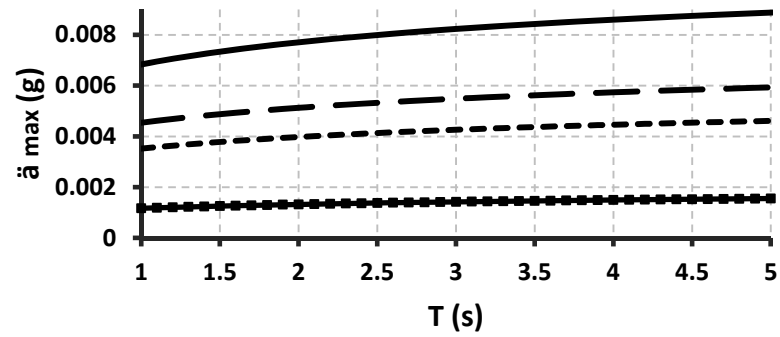


f) Sección rectangular (6:1:2)

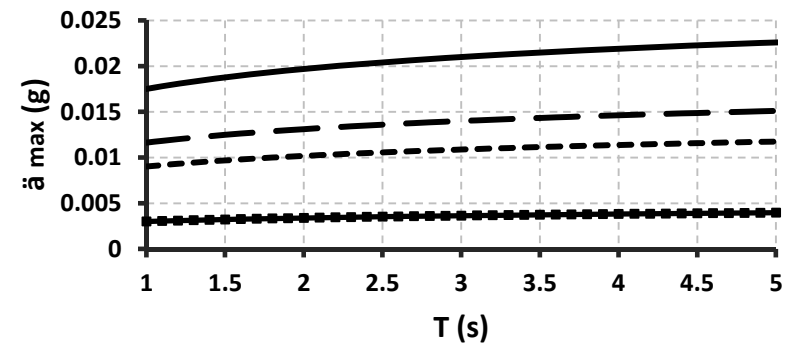
— 25.585 m/s - - 22.661 m/s - - - 21.016 m/s - · - 15.168 m/s

Figura 2.6.4 Respuesta transversal de las aceleraciones para categoría A

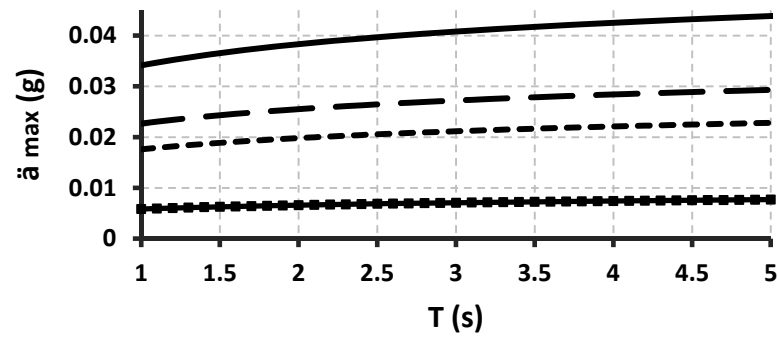
De acuerdo a los resultados mostrados en la figura 2.6.4 y al tomar en cuenta las 6 relaciones de dimensiones de los edificios se tiene que, las aceleraciones correspondientes a la velocidad de 15.168 m/s varían de $0.0032g$ hasta $0.041g$; para la velocidad de 21.01 m/s los valores de las aceleraciones oscilan de $0.0096g$ hasta $0.122g$; para la velocidad de 22.66 m/s las aceleraciones van desde $0.0123g$ hasta $0.157g$; y, los resultados para la velocidad de 25.58 m/s oscilan de $0.0184g$ a $0.236g$.



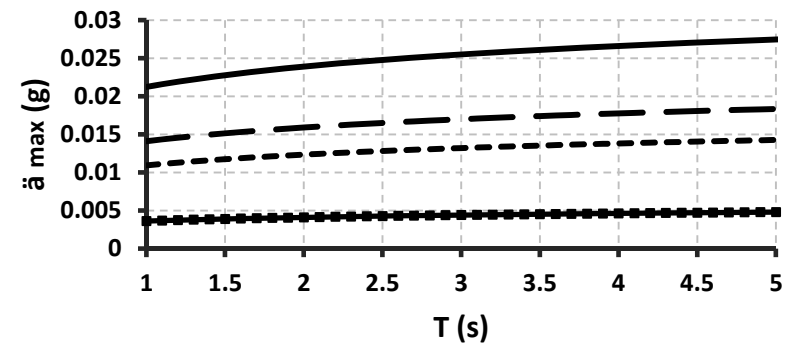
a) Sección cuadrada (3:1:1)



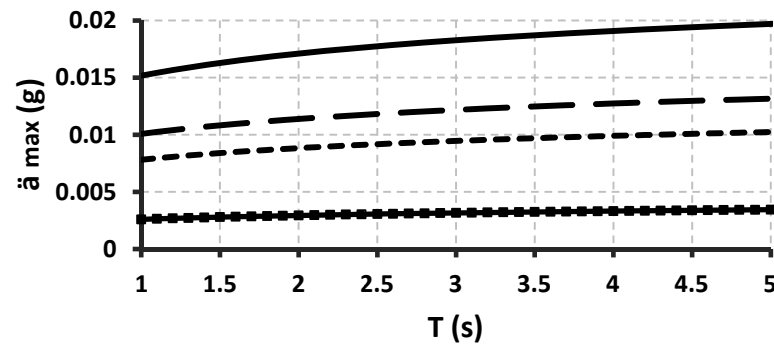
b) Sección cuadrada (4.5:1:1)



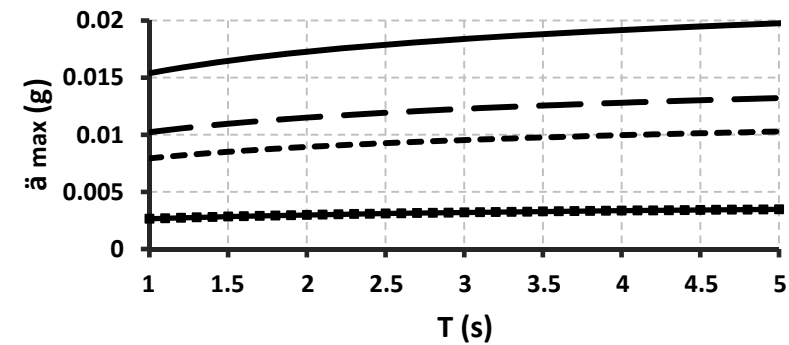
c) Sección cuadrada (6:1:1)



d) Sección rectangular (6:1.5:1)



e) Sección rectangular (6:2:1)



f) Sección rectangular (6:1:2)

— 25.585 m/s — - 22.661 m/s - - - 21.016 m/s — 15.168 m/s

Figura 2.6.5 Respuesta transversal de las aceleraciones para categoría C

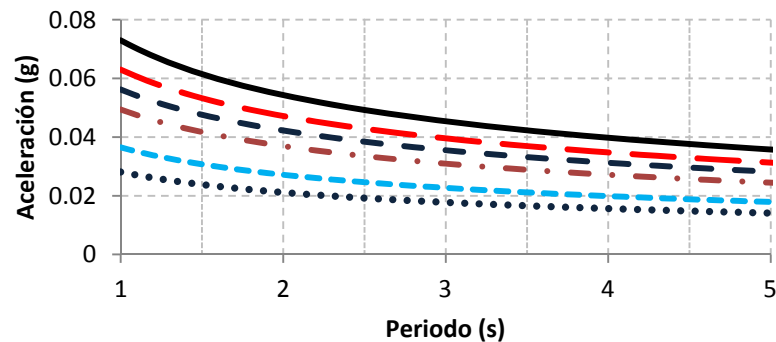
En la figura 2.6.5 se observa que, a diferencia de los resultados de la categoría A, en la categoría C las aceleraciones se incrementan conforme aumenta el periodo y se obtienen aceleraciones más pequeñas.

Al considerar las 6 relaciones de dimensiones de los edificios se tiene que, los resultados correspondientes a la velocidad de **15.16 m/s** varían de 0.00116g hasta 0.0077g; para la velocidad de **21.01 m/s** los valores de las aceleraciones oscilan de 0.0035g hasta 0.0228g; para la velocidad de **22.66 m/s** las aceleraciones van desde 0.0045g hasta 0.029g; y, los resultados para la velocidad de **25.58 m/s** oscilan de 0.0065g a 0.0439 g.

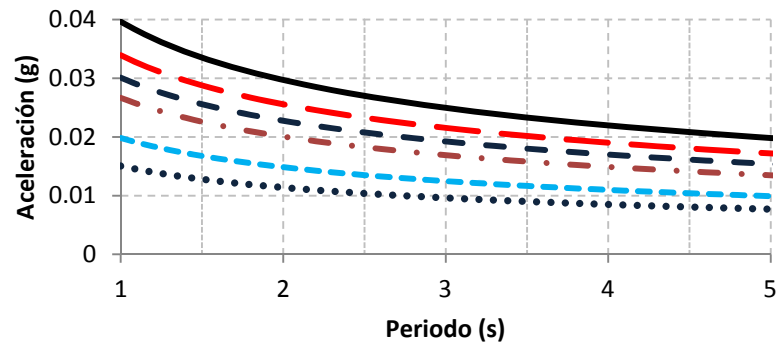
De acuerdo con la relación de dimensiones y para la respuesta transversal, en los edificios con relación 3:1:1 se presentan los valores más pequeños de aceleración; en los edificios con relación 6:1:1 se obtienen las aceleraciones máximas, ya que son los más esbeltos.

De las figuras 2.6.6 a la 2.6.9 se muestran los resultados en las direcciones longitudinal y transversal a la dirección del viento, reuniendo las gráficas de cada una de las relaciones de dimensión (H:B:D) y para cada velocidad.

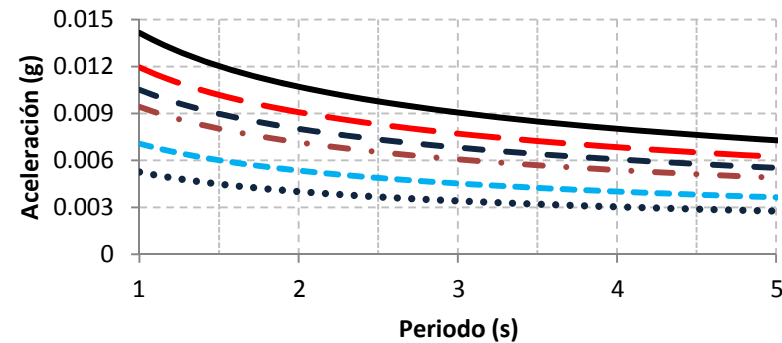
Respuesta longitudinal al viento



a) Respuesta para la velocidad de 25.58 m/s



b) Respuesta para la velocidad de 22.66 m/s

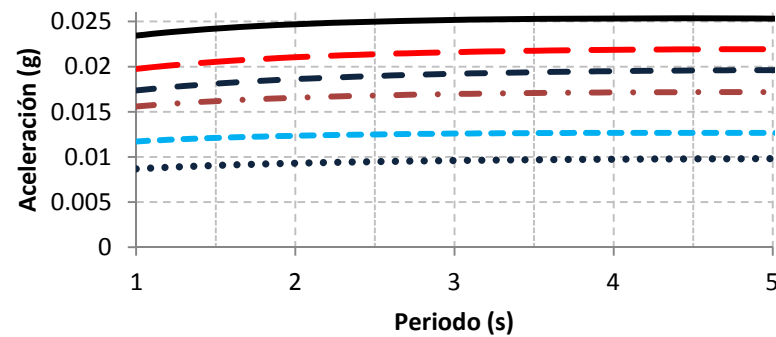


c) Respuesta para la velocidad de 21.01 m/s

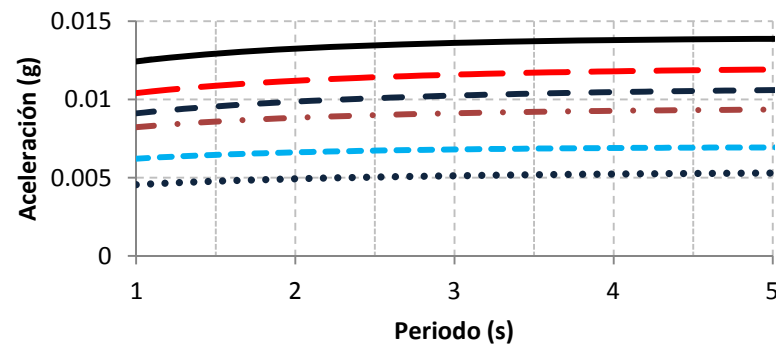
d) Respuesta para la velocidad de 15.16 m/s

..... C3 -.- C4.5 — C6 -.- R1.5 -.- R2 -.- R1-2

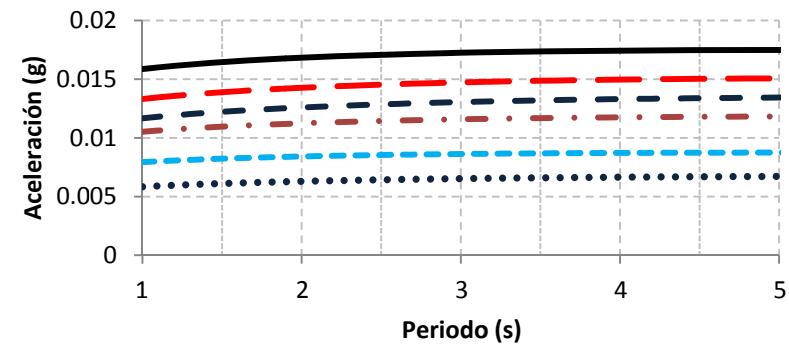
Figura 2.6.6 Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento correspondiente a la categoría A



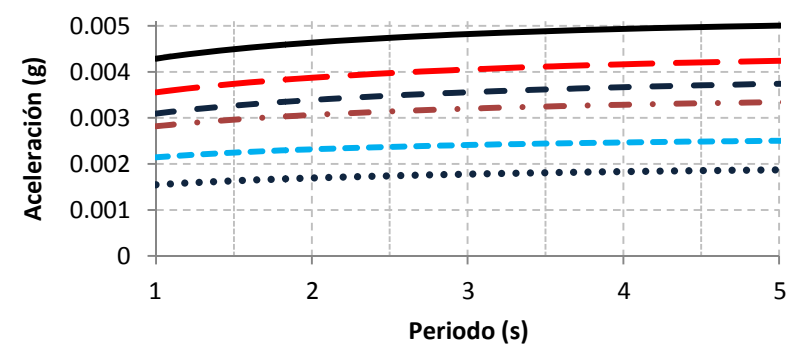
a) Respuesta para la velocidad de 25.58 m/s



c) Respuesta para la velocidad de 21.01 m/s



b) Respuesta para la velocidad de 22.66 m/s



d) Respuesta para la velocidad de 15.16 m/s

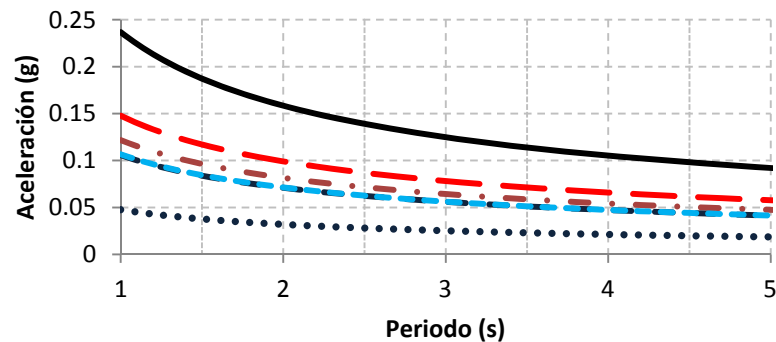
..... C3 - · - C4.5 — C6 - - R1.5 - - R2 - - R1-2

Figura 2.6.7 Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento correspondiente a la categoría C

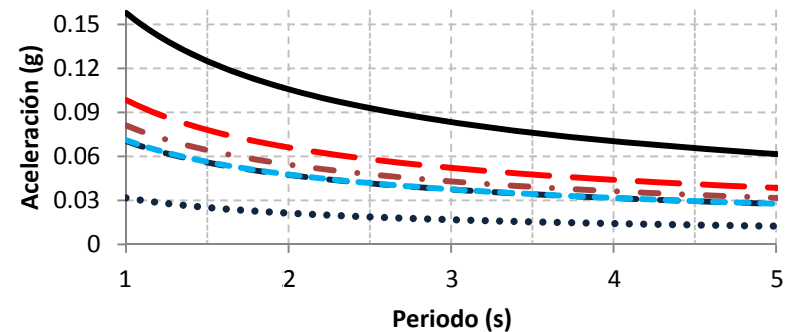
En las figuras 2.6.6 y 2.6.7 se observa que los edificios C3 y R1-2 son los menos flexibles en esta dirección por lo que resultan las aceleraciones más bajas. Los edificios C6 al tener mayor flexibilidad, responden con aceleraciones más grandes que con otra relación de dimensiones. Las aceleraciones obtenidas para edificios con sección cuadrada (C3, C4.5 y C6), aumentan si los edificios son mas esbeltos; si el viento actúa sobre el lado largo del edificio (R1.5, R2) las

aceleraciones disminuyen con respecto a las obtenidas de los edificios C6; si la incidencia del viento es perpendicular al lado corto del edificio (R1-2), las aceleraciones se encuentran entre las obtenidas en los edificios C3 y C4.5.

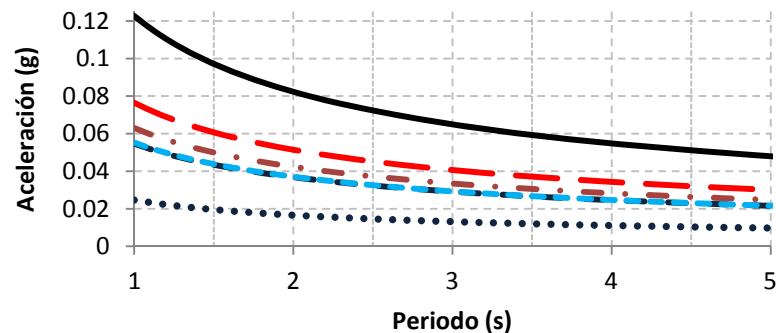
Respuesta transversal al viento



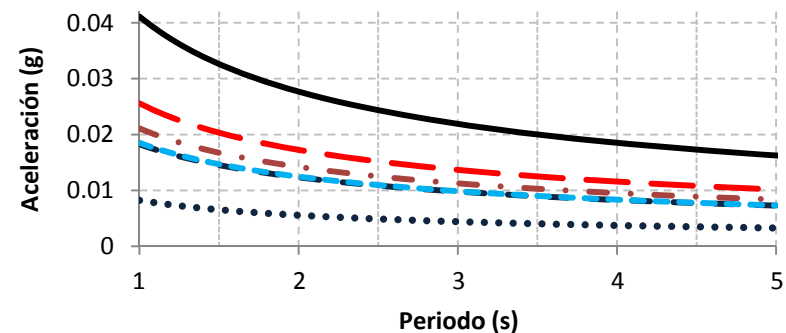
a) Respuesta para la velocidad de 25.58 m/s



b) Respuesta para la velocidad de 22.66 m/s



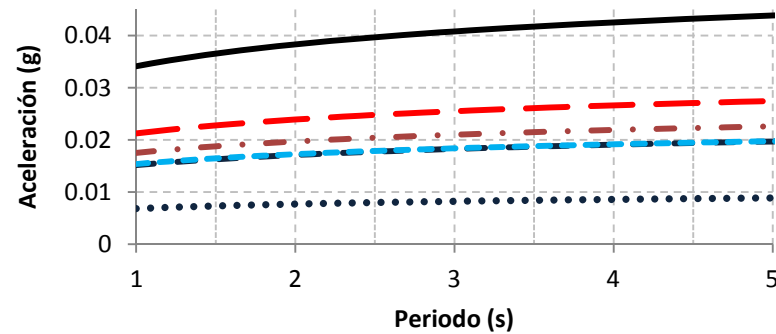
c) Respuesta para la velocidad de 21.01 m/s



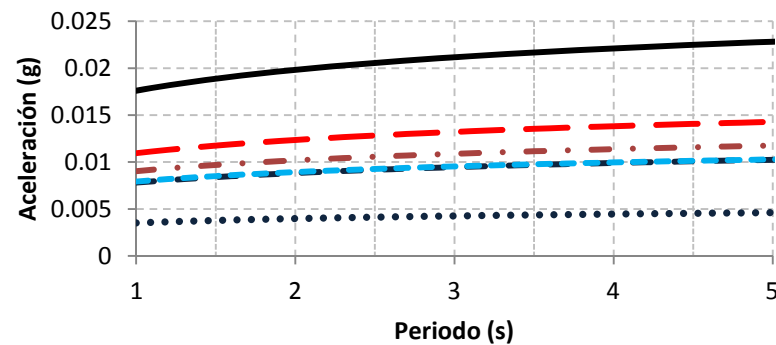
d) Respuesta para la velocidad de 15.16 m/s

..... C3 -.- C4.5 — C6 -.- R1.5 -.- R2 -.- R1-2

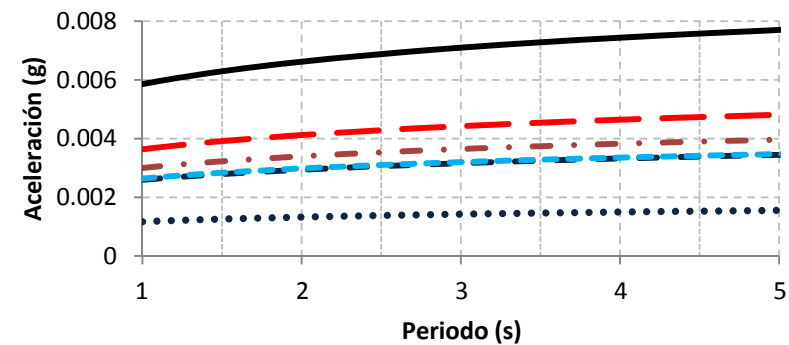
Figura 2.6.8 Respuesta en dirección transversal al flujo del viento correspondiente a la categoría A



a) Respuesta para la velocidad de 25.58 m/s



b) Respuesta para la velocidad de 22.66 m/s



c) Respuesta para la velocidad de 21.01 m/s

d) Respuesta para la velocidad de 15.16 m/s

..... C3 - - - C4.5 — C6 - - - R1.5 - - - R2 - - - R1-2

Figura 2.6.9 Respuesta en dirección transversal al flujo del viento correspondiente a la categoría C

En las figuras 2.6.8 y 2.6.9 se observa que los edificios C3 son los más rígidos en esta dirección por lo que resultan las aceleraciones mas bajas. En los edificios R2 y R1-2 se obtienen las mismas aceleraciones, ya que las ecuaciones (2.7.17) y (2.7.18) están en función de la sección transversal del edificio y en éste caso tienen los mismos valores.

2.7 Normas técnicas complementarias para diseño por viento (NTC 2004)

En estas normas se indican los procedimientos para calcular los empujes y succiones estáticos, fuerzas dinámicas paralelas y transversales al flujo principal causadas por turbulencia, vibraciones transversales al flujo causadas por vórtices alternantes e inestabilidad aeroelástica. Se indica también que, en la revisión de los desplazamientos relativos, éstos no excedan los desplazamientos permisibles.

Las NTC-2004 para diseño por viento, no presentan procedimientos para el cálculo de las aceleraciones en alguna dirección, generados por la acción del viento. En lo que se refiere a los estados límite de servicio, solamente se indica la revisión de los desplazamientos.

De acuerdo a lo anterior, en este trabajo se utilizan los procedimientos de los reglamentos internacionales descritos anteriormente para calcular las aceleraciones producidas por la acción del viento. Las velocidades del viento tomadas en cuenta serán, según la zonificación eólica del D.F.

La velocidad regional es la velocidad máxima del viento que se presenta a una altura de 10 m de altura, para condiciones de terreno plano con obstáculos aislados, promediada a 3 segundos de ráfaga. La zonificación y los valores de la velocidad regional se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 2.7.1 Velocidades regionales, VR, según la importancia de la construcción y la zonificación eólica, m/s

Periodo de retorno, años	Importancia de la construcción		
	A	B	Temporal
	200	50	10
Zona I Delegaciones de: Álvaro Obregón, Azcapotzalco, Benito Juárez, Coyoacán, Cuauhtémoc, G.A. Madero, Iztacalco, Iztapalapa, Miguel Hidalgo y Venustiano Carranza	39	36	31
Zona II Delegaciones de: Magdalena Contreras, Cuajimalpa, Milpa Alta, Tlalpan y Xochimilco	35	32	28

2.7.1 Análisis paramétrico

Se realiza un análisis paramétrico de la respuesta en aceleración con los reglamentos descritos anteriormente, considerando las velocidades de la tabla 2.7.1 según la zona eólica del DF.

Las velocidades de referencia que se utilizan en los distintos reglamentos están promediados a diferentes tiempos, por lo que, en la tabla 2.7.2 se encuentran las velocidades a diferentes tiempos de promediación con un periodo de retorno de 200 y 10 años.

Tabla 2.7.2 Velocidades de las zonas eólicas del DF a diferentes tiempos de promediación, (m/s).

Tiempo de promediación	Zona I		Zona II	
	Tr = 200 años	Tr = 10 años	Tr = 200 años	Tr = 10 años
3 segundos	39	31	35	28
10 minutos	24.84	19.74	22.3	17.83
1 hora	25.65	20.39	23.02	18.42

Los tipos de terreno para los cuales se hace el análisis son de acuerdo a la tabla 2.7.3.

Tabla 2.7.3 Tipos de terreno para el análisis paramétrico

Terreno	Reglamento	Categoría de terreno
Abierto	Japonés	I
	Australiano	I
	Norteamericano	D
	Euro código	O
	Solución exacta	I
	Canadiense	A
Centro de ciudad	Japonés	V
	Australiano	4
	Norteamericano	B
	Euro código	IV
	Solución exacta	4
	Canadiense	C

Las características de los edificios son presentadas en el apartado 2.1.7

De las figuras 2.7.1 a la 2.7.20 se muestran los resultados en las direcciones longitudinal y transversal al viento, reuniendo las gráficas de cada una de las relaciones de dimensión (H:B:D) para cada zona eólica.

Respuesta longitudinal a la dirección del viento

REGLAMENTO JAPONÉS

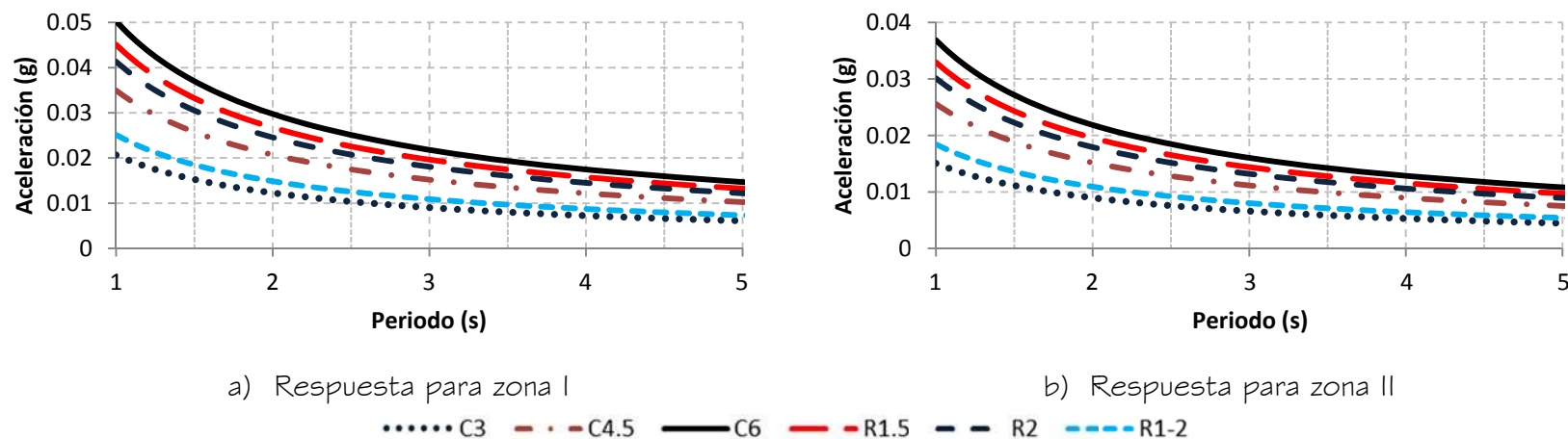
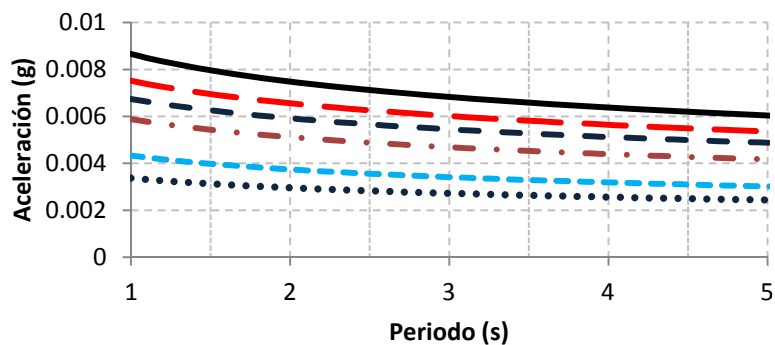
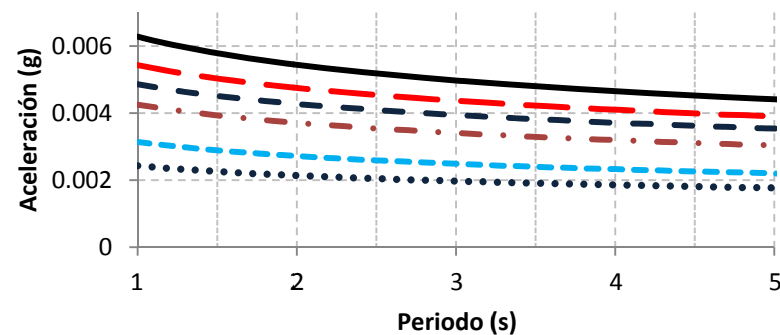


Figura 2.7.1 Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento para terreno abierto, (AIJ 2004).

De la figura 2.7.1 se puede observar que, las mayores aceleraciones se obtienen en la zona eólica I y en porcentaje con respecto a la zona II son de 36% a 37% en la zona más dispersa de las gráficas y de 35% a 36% en la zona menos dispersa, manteniéndose dichos porcentajes para cada una de las relaciones de dimensión.



a) Respuesta para zona I



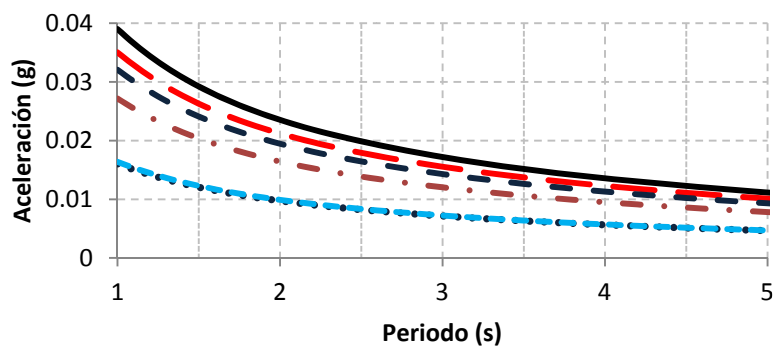
b) Respuesta para zona II

..... C3 -.- C4.5 — C6 -.- R1.5 -.- R2 -.- R1-2

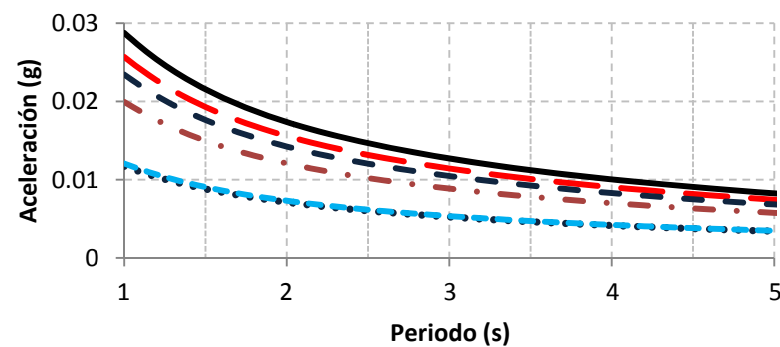
Figura 2.7.2 Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento para centro de ciudad, (AIJ 2004).

De la figura 2.7.2 se puede observar que, las mayores aceleraciones se obtienen en la zona eólica I y en porcentaje con respecto a la zona II son de 36% a 38%, manteniéndose dichos porcentajes para cada una de las relaciones de dimensión.

REGLAMENTO AUSTRALIANO



a) Respuesta para zona I

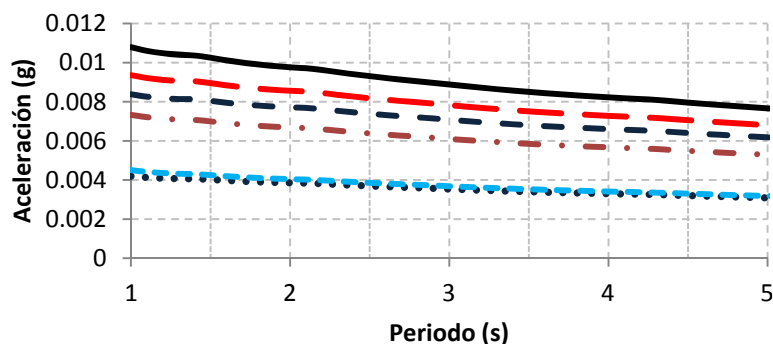


b) Respuesta para zona II

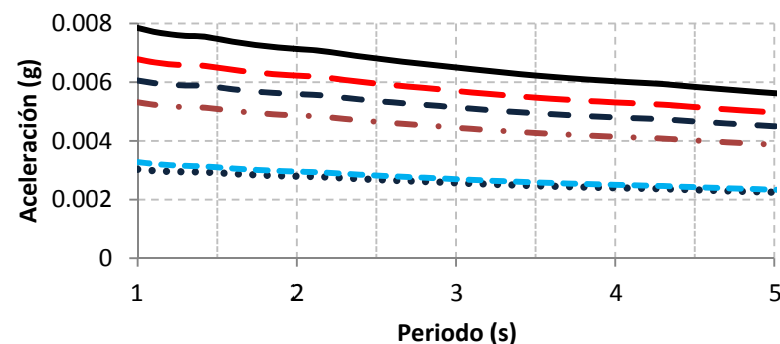
..... C3 -.- C4.5 — C6 -.- R1.5 -.- R2 -.- R1-2

Figura 2.7.3 Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento para terreno abierto, (AS/NZS 1170.2:2002).

De la figura 2.7.3 se puede notar que, las aceleraciones de la zona eólica I son mayores que las obtenidas en la zona II aproximadamente de 35% a 36%, dichos porcentajes son tomando en cuenta cada una de las relaciones de dimensión.



a) Respuesta para zona I



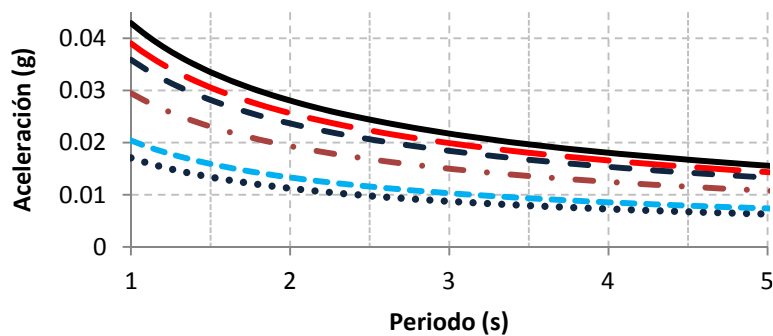
b) Respuesta para zona II

..... C3 -.- C4.5 — C6 - - - R1.5 - - - R2 - - - R1-2

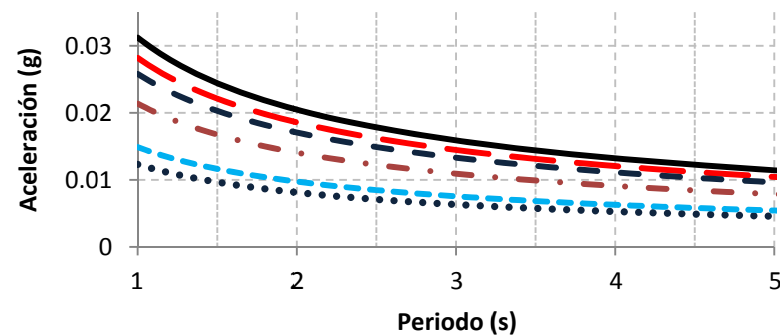
Figura 2.7.4 Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento para centro de ciudad, (AS/NZS 1170.2:2002).

De la figura 2.7.4 se puede notar que, las aceleraciones de la zona eólica I son mayores que las obtenidas en la zona II aproximadamente de 36% a 38%, dichos porcentajes son tomando en cuenta cada una de las relaciones de dimensión.

REGLAMENTO NORTEAMERICANO



a) Respuesta para zona I

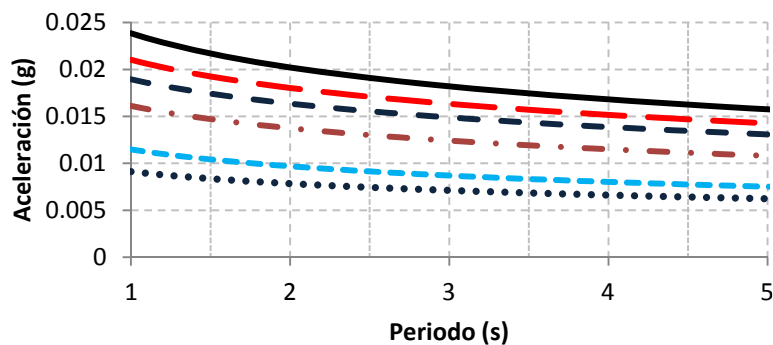


b) Respuesta para zona II

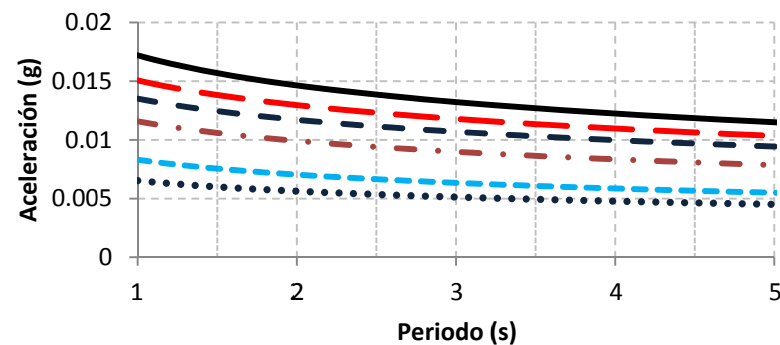
..... C3 -.- C4.5 — C6 -.- R1.5 -.- R2 -.- R1-2

Figura 2.7.5 Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento para terreno abierto, (ASCE7-05).

De la figura 2.7.5 se puede notar que, las aceleraciones de la zona eólica I son mayores que las obtenidas en la zona II aproximadamente de 36% a 38%, dichos porcentajes son tomando en cuenta cada una de las relaciones de dimensión.



a) Respuesta para zona I



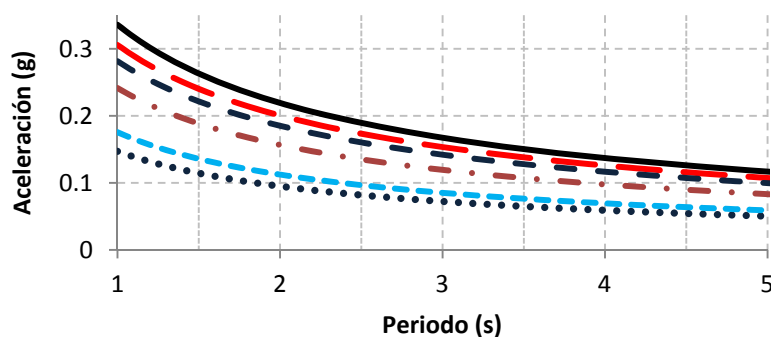
b) Respuesta para zona II

.....C3 -.-C4.5 —C6 -.-R1.5 -.-R2 -.-R1-2

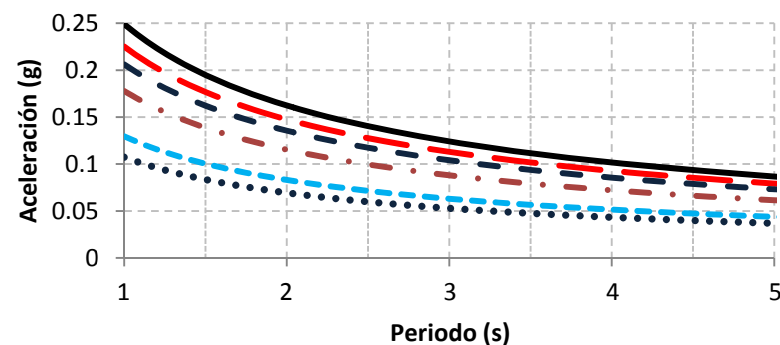
Figura 2.7.6 Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento para centro de ciudad, (ASCE7-05).

De la figura 2.7.6 se puede notar que, las aceleraciones de la zona eólica I son mayores que las obtenidas en la zona II aproximadamente hasta un 40% en la parte más dispersa y un 37% en la menos dispersa, dichos porcentajes son tomando en cuenta cada una de las relaciones de dimensión.

EURO CÓDIGO 2005



a) Respuesta para zona I

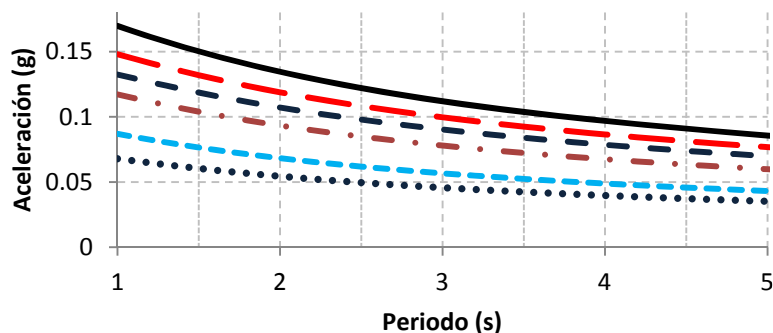


b) Respuesta para zona II

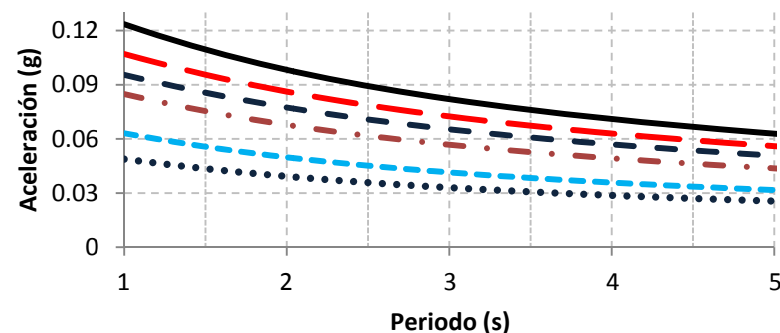
..... C3 -.- C4.5 — C6 — R1.5 — R2 -.- R1-2

Figura 2.7.7 Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento para terreno abierto, (BS EN 1991-1-4:2005).

De los resultados mostrados en la figura 2.7.7 se puede observar lo siguiente, las aceleraciones de la zona eólica I son mayores que las obtenidas en la zona II aproximadamente hasta un 37% en la parte más dispersa y un 36% en la menos dispersa, dichos porcentajes son tomando en cuenta cada una de las relaciones de dimensión.



a) Respuesta para zona I



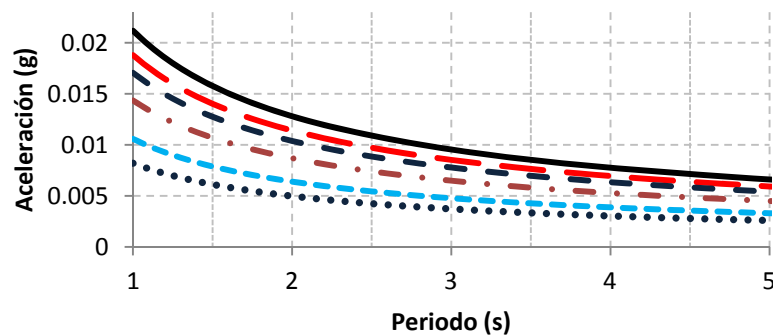
b) Respuesta para zona II

.....C3 -.-C4.5 —C6 -.-R1.5 -.-R2 -.-R1-2

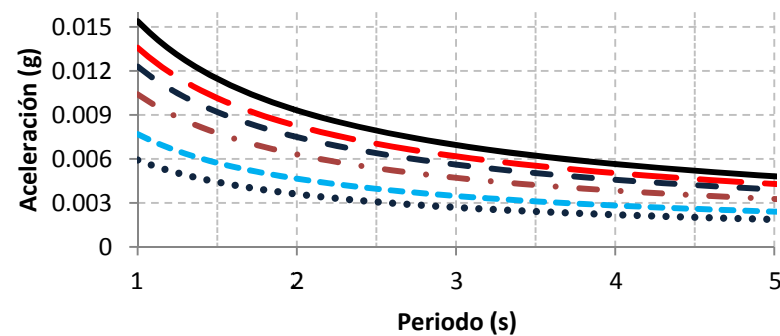
Figura 2.7.8 Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento para centro de ciudad, (BS EN 1991-1-4:2005).

De los resultados mostrados en la figura 2.7.8 se puede observar lo siguiente, las aceleraciones de la zona eólica I son mayores que las obtenidas en la zona II aproximadamente hasta un 39% en la parte más dispersa y un 38% en la menos dispersa, dichos porcentajes son tomando en cuenta cada una de las relaciones de dimensión.

SOLUCIÓN EXACTA



a) Respuesta para zona I

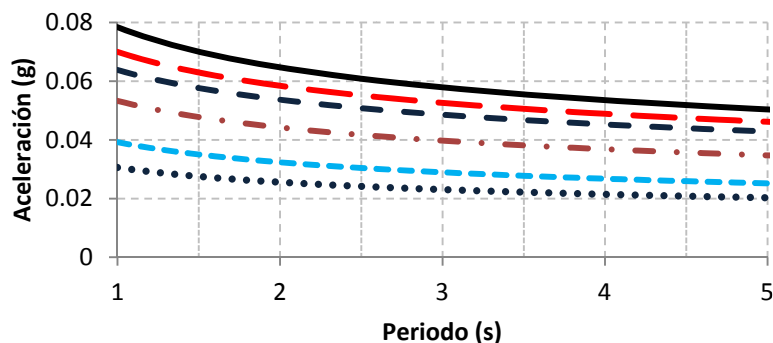


b) Respuesta para zona II

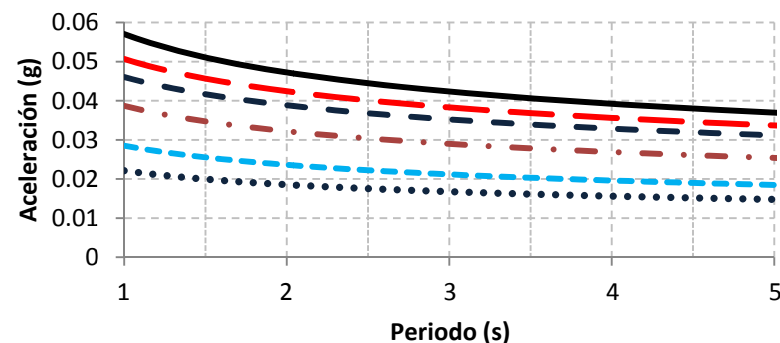
..... C3 - - - C4.5 — C6 — R1.5 — R2 - - - R1-2

Figura 2.7.9 Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento para terreno abierto, (solución exacta).

De los resultados mostrados en la figura anterior se puede observar lo siguiente, las aceleraciones de la zona eólica I son mayores que las obtenidas en la zona II en un 38%, dichos porcentajes son tomando en cuenta cada una de las relaciones de dimensión.



a) Respuesta para zona I



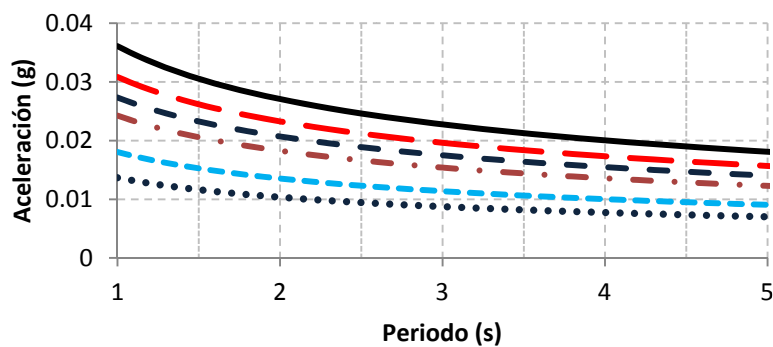
b) Respuesta para zona II

.....C3 -.-C4.5 —C6 -.-R1.5 -.-R2 -.-R1-2

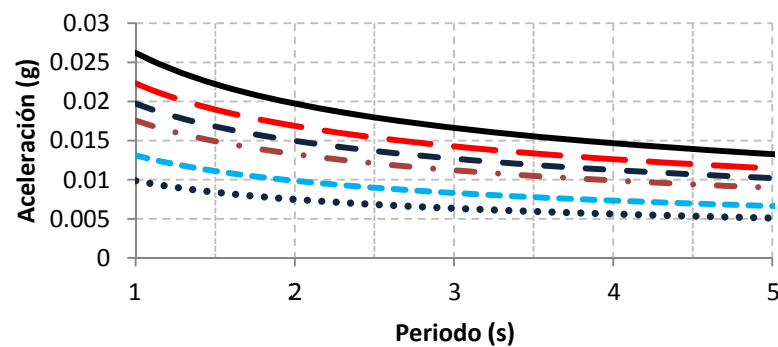
Figura 2.7.10 Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento para centro de ciudad, (solución exacta).

De los resultados mostrados en la figura 2.7.10 se puede observar lo siguiente, las aceleraciones de la zona eólica I son mayores que las obtenidas en la zona II aproximadamente hasta un 38% en la parte más dispersa y un 37% en la menos dispersa, dichos porcentajes son tomando en cuenta cada una de las relaciones de dimensión.

REGLAMENTO CANADIENSE



c) Respuesta para zona I

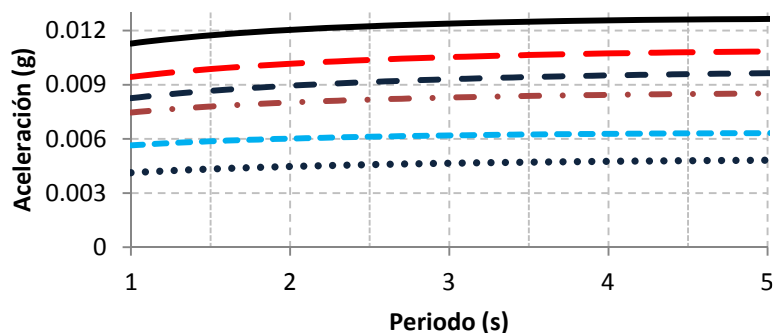


d) Respuesta para zona II

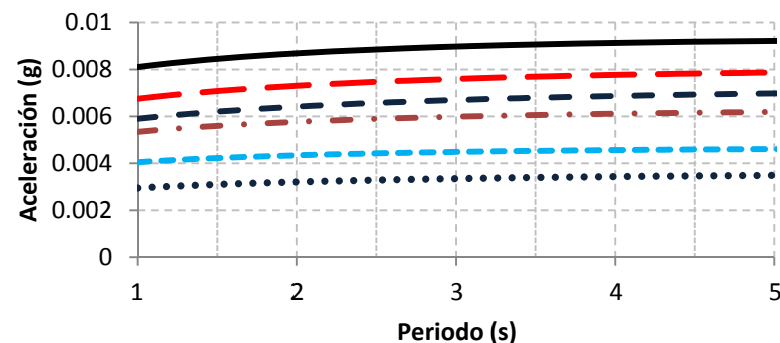
..... C3 - · - C4.5 — C6 - - R1.5 - · - R2 - - - R1-2

Figura 2.7.1 | Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento para terreno abierto, (NBCC 1995).

De los resultados mostrados en la figura anterior se puede observar lo siguiente, las aceleraciones de la zona eólica I son 37% mayores que las obtenidas en la zona II, dichos porcentajes permanecen constantes con respecto a los periodos y las relaciones de dimensión.



c) Respuesta para zona I



d) Respuesta para zona II

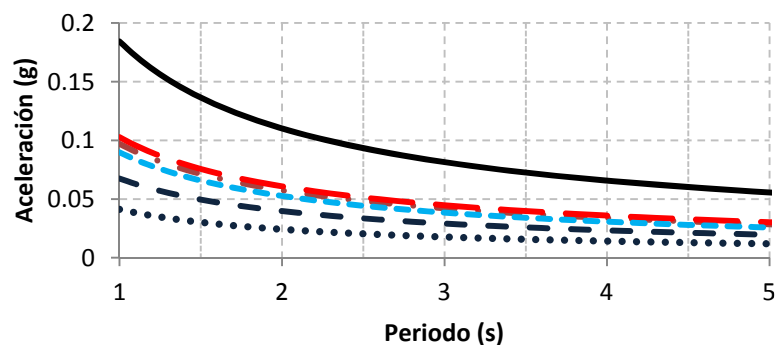
.....C3 -.-C4.5 —C6 - -R1.5 - -R2 - -R1-2

Figura 2.7.12 Respuesta en dirección longitudinal al flujo del viento para centro de ciudad, (NBCC 1995).

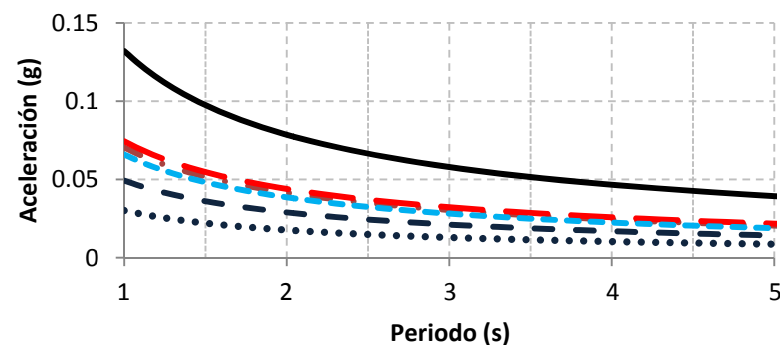
De los resultados mostrados en la figura 2.7.12 se puede observar lo siguiente, las aceleraciones de la zona eólica I son mayores que las obtenidas en la zona II aproximadamente un 39% de manera constante con respecto a los periodos y las relaciones de dimensión.

Respuesta transversal a la dirección del viento

REGLAMENTO JAPONÉS



a) Respuesta para zona I

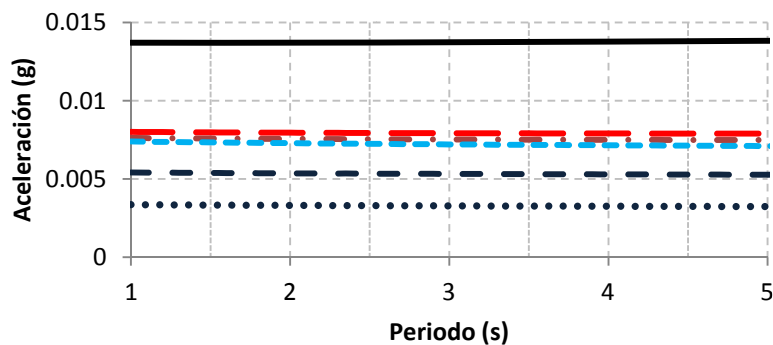


b) Respuesta para zona II

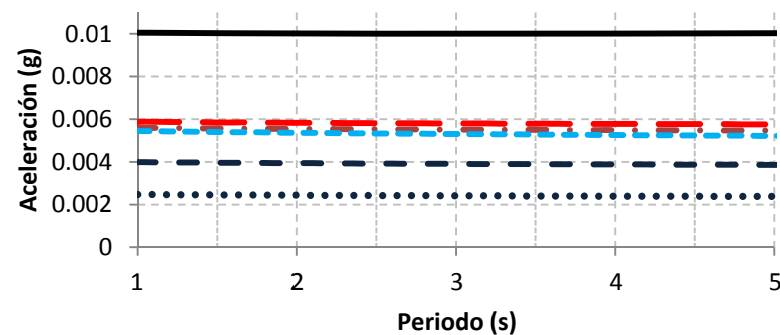
..... C3 - - - C4.5 — C6 — R1.5 - - R2 - - - R1-2

Figura 2.7.13 Respuesta en dirección transversal al flujo del viento para terreno abierto, (AIJ 2004).

De la figura 2.7.13 se obtiene que, las aceleraciones de la zona eólica I son mayores que las conseguidas en la zona II aproximadamente hasta un 39% en la parte más dispersa y un 41% en la menos dispersa, tomando en cuenta cada una de las relaciones de dimensión.



a) Respuesta para zona I



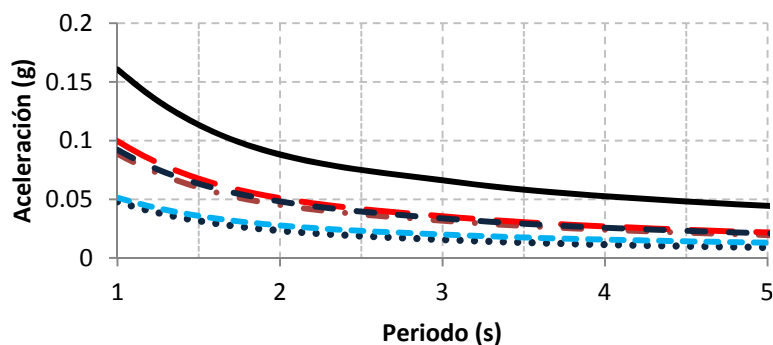
b) Respuesta para zona II

..... C3 - - - C4.5 — C6 - - - R1.5 - - - R2 - - - R1-2

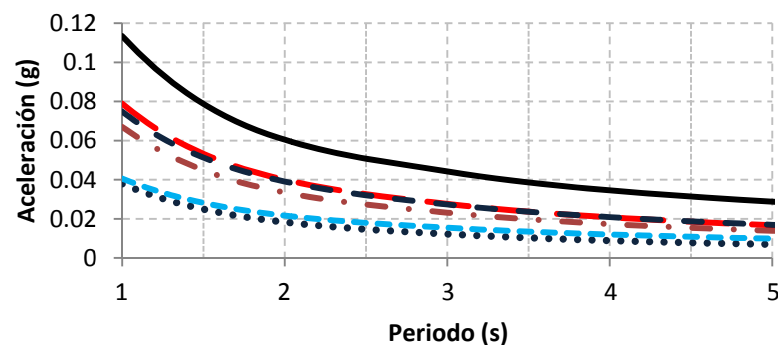
Figura 2.7.14 Respuesta en dirección transversal al flujo del viento para centro de ciudad, (AIJ 2004).

De la figura 2.7.14 se obtiene que, las aceleraciones de la zona eólica I son mayores que las conseguidas en la zona II aproximadamente hasta un 38% en periodo de 5 segundos y un 36% en periodo de 1 segundo, tomando en cuenta cada una de las relaciones de dimensión.

REGLAMENTO AUSTRALIANO



a) Respuesta para zona I

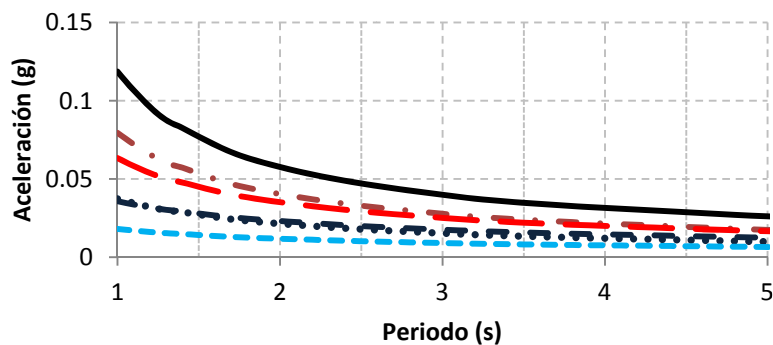


b) Respuesta para zona II

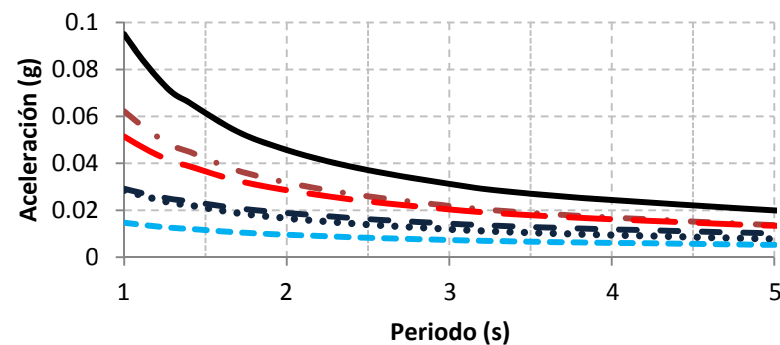
..... C3 - - - C4.5 — C6 — R1.5 - - - R2 - - - R1-2

Figura 2.7.15 Respuesta en dirección transversal al flujo del viento para terreno abierto, (AS/NZS 1170.2:2002).

De la figura 2.7.15 se observa que, las aceleraciones de la zona eólica I son mayores que las generadas en la zona II aproximadamente de 26% a 42% en la parte con mayor dispersión de las gráficas y de 30% a 54% en la menos dispersa.



a) Respuesta para zona I



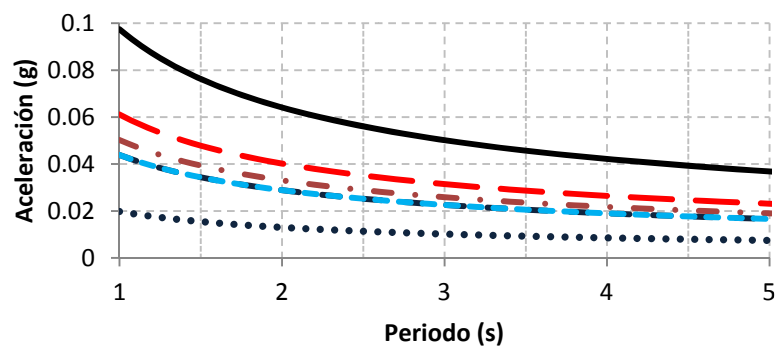
b) Respuesta para zona II

.....C3 -.-C4.5 —C6 -.-R1.5 -.-R2 -.-R1-2

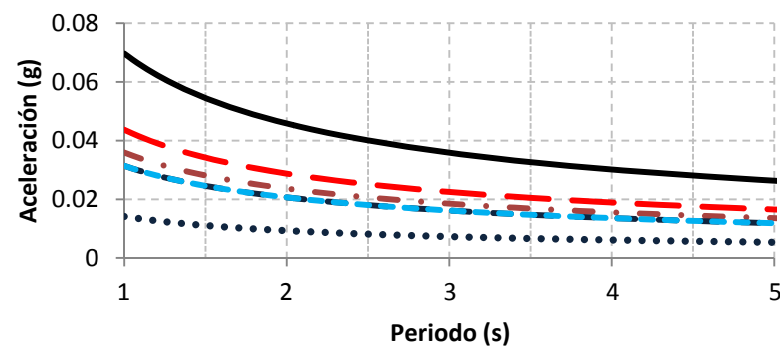
Figura 2.7.16 Respuesta en dirección transversal al flujo del viento para centro de ciudad, (AS/NZS 1170.2:2002).

De la figura 2.7.16 se observa que, las aceleraciones de la zona eólica I son mayores que las generadas en la zona II aproximadamente de 25% a 30% en la parte con mayor dispersión de las gráficas y de 28% a 30% en la menos dispersa.

SOLUCIÓN EXACTA



a) Respuesta para zona I

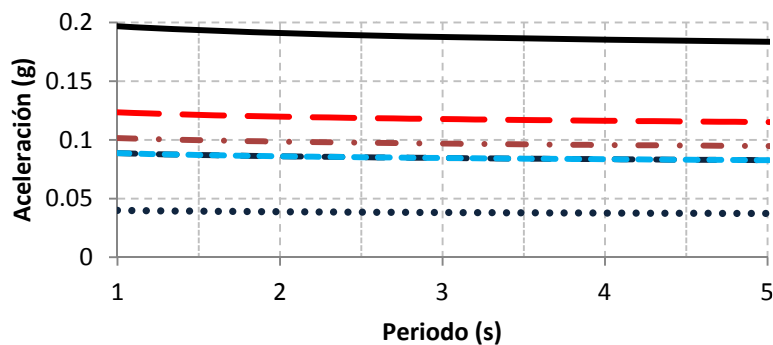


b) Respuesta para zona II

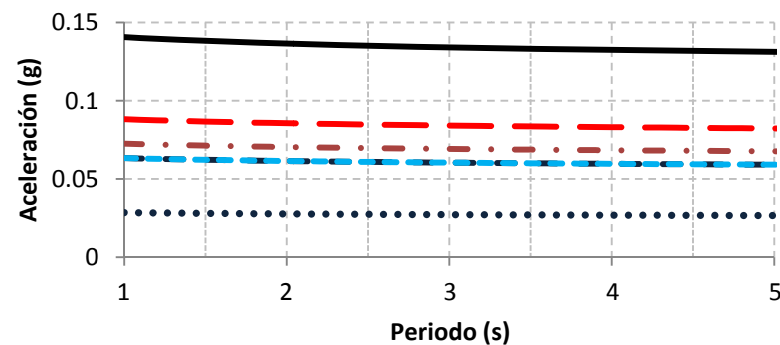
..... C3 - · - C4.5 — C6 - - - R1.5 - - - R2 - - - R1-2

Figura 2.7.17 Respuesta en dirección transversal al flujo del viento para terreno abierto, (solución exacta).

De la figura 2.7.17 se observa que, las aceleraciones de la zona eólica I son mayores que las generadas en la zona II aproximadamente del 40% de manera constante con respecto a los periodos y las relaciones de dimensión.



a) Respuesta para zona I



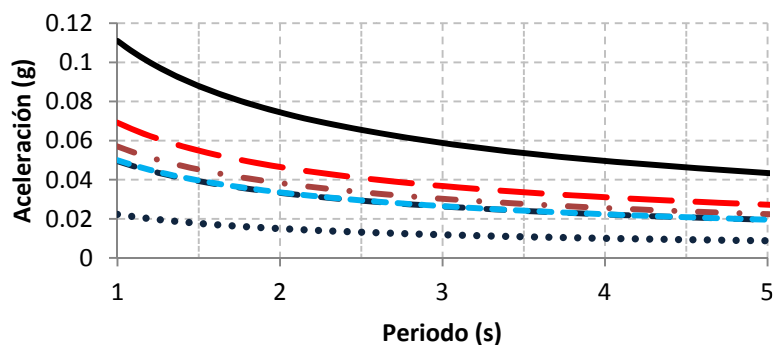
b) Respuesta para zona II

..... C3 - . - C4.5 — C6 - - - R1.5 - - - R2 - . . - R1-2

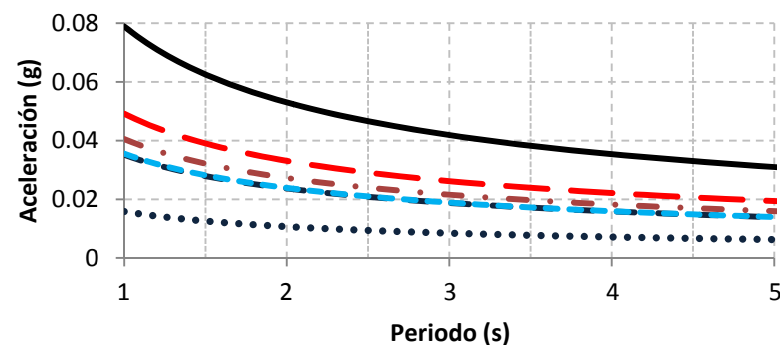
Figura 2.7.18 Respuesta en dirección transversal al flujo del viento para centro de ciudad, (solución exacta).

De la figura 2.7.18 se observa que, las aceleraciones de la zona eólica I son mayores que las generadas en la zona II aproximadamente del 40% de manera constante con respecto a los periodos y las relaciones de dimensión.

REGLAMENTO CANADIENSE



e) Respuesta para zona I

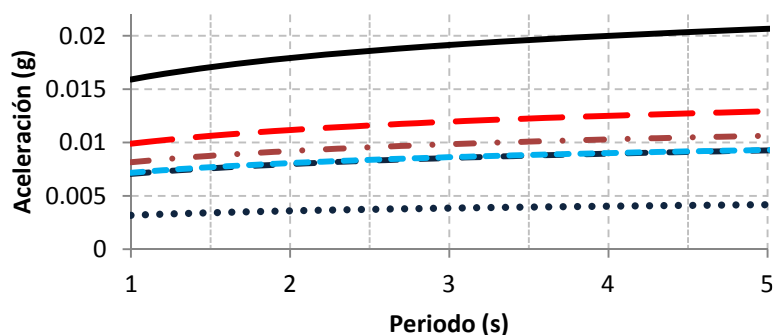


f) Respuesta para zona II

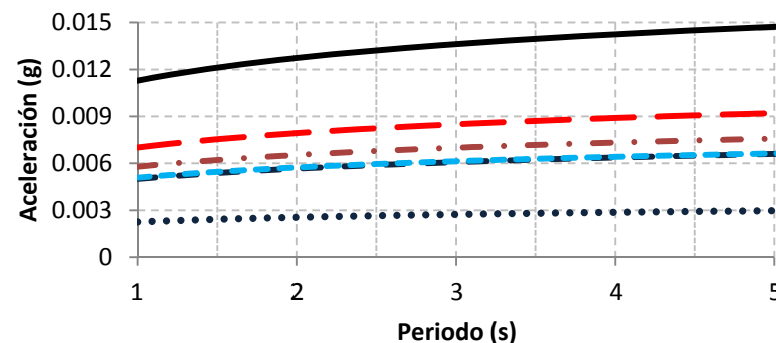
..... C3 - · - C4.5 — C6 - - - R1.5 - - - R2 - - - R1-2

Figura 2.7.19 Respuesta en dirección transversal al flujo del viento para terreno abierto, (NBCC 1995).

De los resultados mostrados en la figura anterior se puede observar lo siguiente, las aceleraciones de la zona eólica I son mayores que las obtenidas en la zona II en un 40% manteniéndose dicho porcentaje con el aumento de los periodos y tomando en cuenta cada una de las relaciones de dimensión.



e) Respuesta para zona I



f) Respuesta para zona II

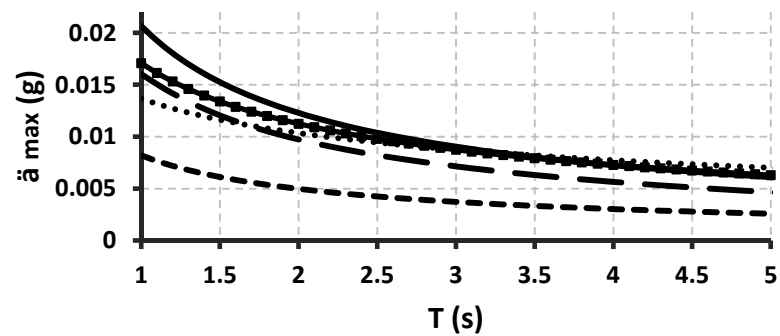
.....C3 -.-C4.5 —C6 -.-R1.5 -.-R2 -.-R1-2

Figura 2.7.20 Respuesta en dirección transversal al flujo del viento para centro de ciudad, (NBCC 1995).

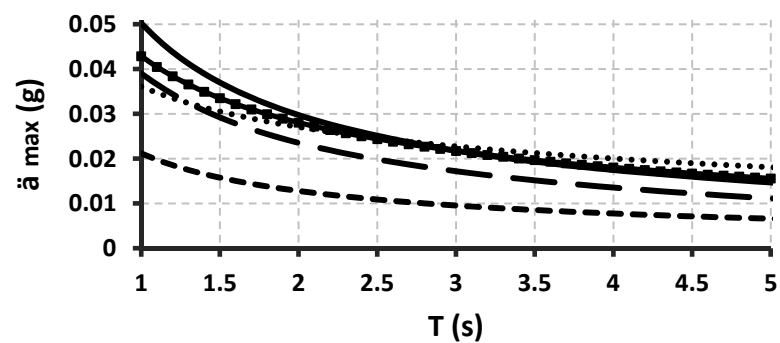
De los resultados mostrados en la figura 2.7.20 se puede observar lo siguiente, las aceleraciones de la zona eólica I son mayores que las obtenidas en la zona II aproximadamente hasta un 38% en la parte más dispersa y un 37% en la menos dispersa, dichos porcentajes son tomando en cuenta cada una de las relaciones de dimensión.

De las figuras 2.7.21 a la 2.7.30 se muestran las aceleraciones, agrupando las gráficas que corresponden a cada reglamento y para cada una de las relaciones de dimensión.

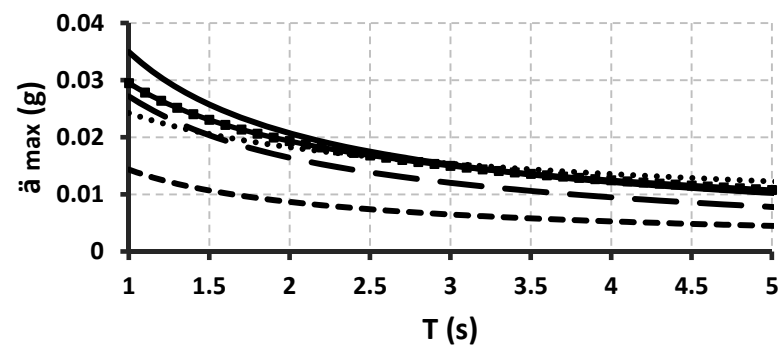
Respuesta longitudinal a la dirección del viento



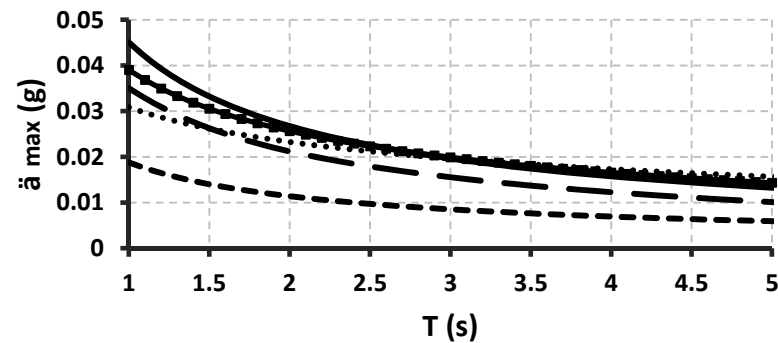
a) Sección cuadrada (3:1:1)



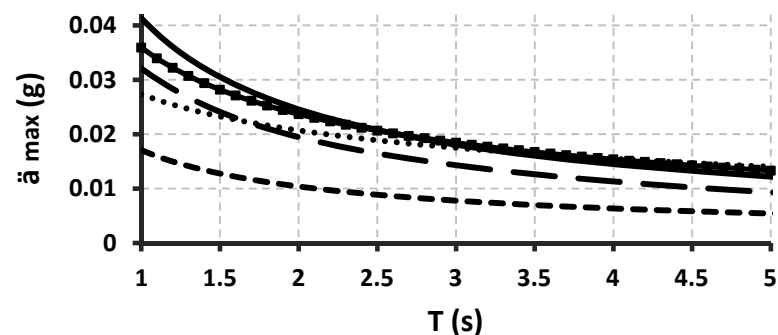
c) Sección cuadrada (6:1:1)



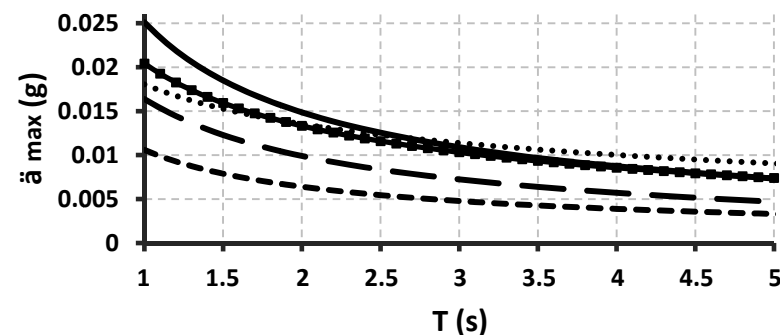
b) Sección cuadrada (4.5:1:1)



d) Sección rectangular (6:1.5:1)



e) Sección rectangular (6:2:1)

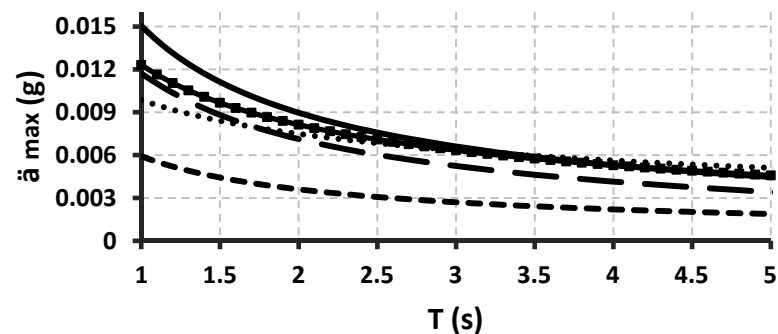


f) Sección rectangular (6:1:2)

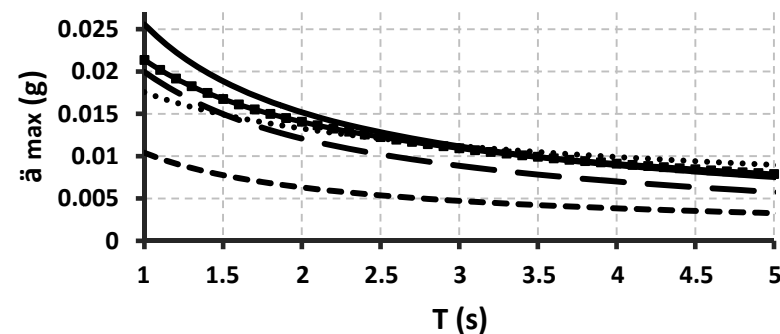
— Japonés — Australiano - - - Exacta — ASCE Canada

Figura 2.7.21 Respuesta longitudinal de las aceleraciones para terreno abierto, Zona I.

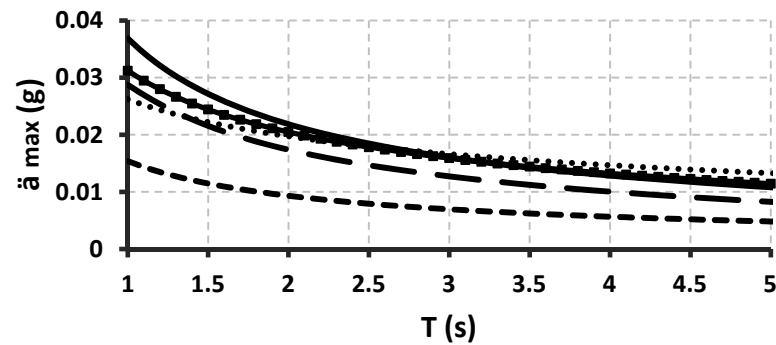
De los resultados mostrados en la figura 2.7.21 se observa que, las aceleraciones más pequeñas se obtienen con la solución exacta. Las aceleraciones máximas se obtienen con el reglamento japonés hasta aproximadamente periodos de 3 segundos, posteriormente las aceleraciones más grandes se obtienen con el reglamento canadiense.



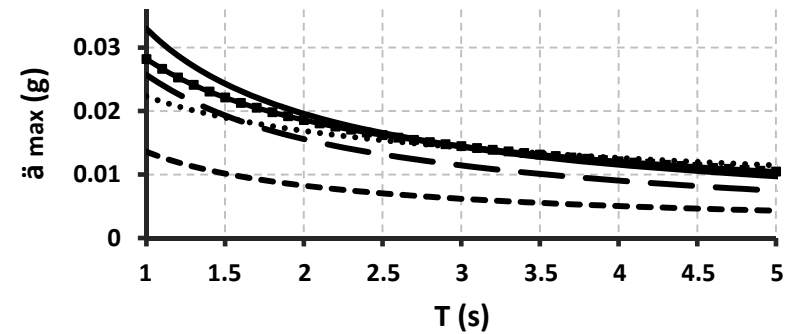
a) Sección cuadrada (3:1:1)



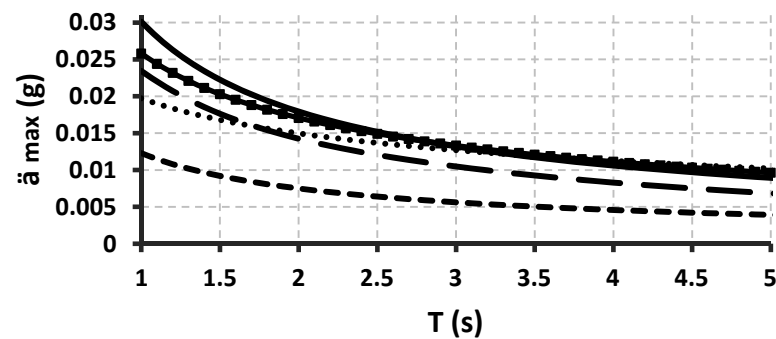
b) Sección cuadrada (4.5:1:1)



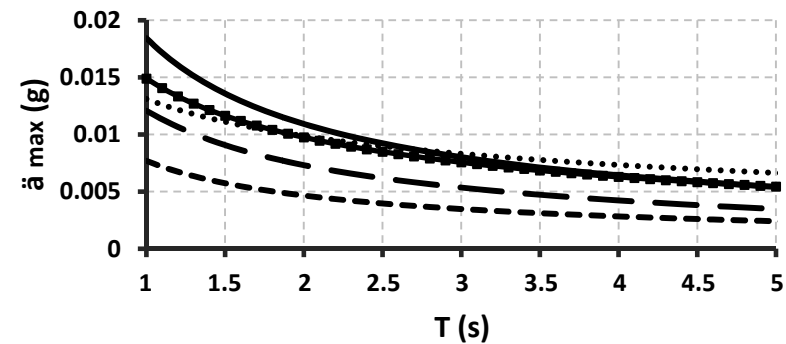
c) Sección cuadrada (G:1:1)



d) Sección rectangular (G:1.5:1)



e) Sección rectangular (G:2:1)

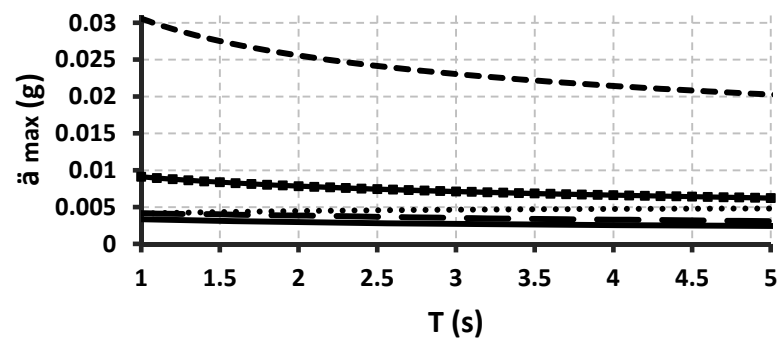


f) Sección rectangular (G:1:2)

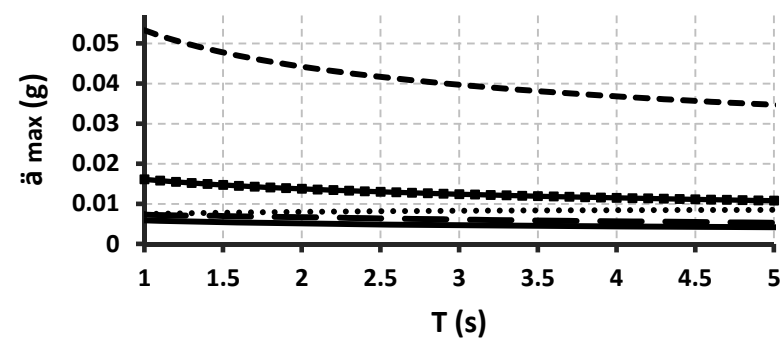
— Japonés — Australiano - - - Exacta — ASCE Canada

Figura 2.7.22 Respuesta longitudinal de las aceleraciones para terreno abierto, Zona II.

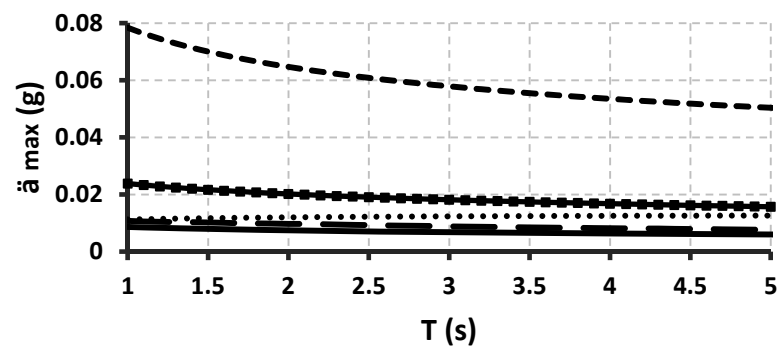
De los resultados mostrados en la figura 2.7.22 se observa que, las aceleraciones más pequeñas se obtienen con la solución exacta. Las aceleraciones máximas se obtienen con el reglamento japonés hasta aproximadamente periodos de 3 segundos, posteriormente las aceleraciones más grandes son generadas por el reglamento canadiense. En el rango aproximado de $3s \leq T \leq 5s$, las gráficas de las aceleraciones obtenidas en los reglamentos japonés, canadiense y ASCE tienen poca dispersión entre ellas.



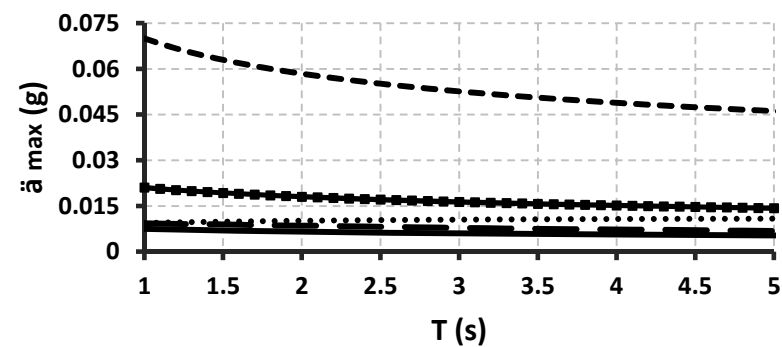
a) Sección cuadrada (3:1:1)



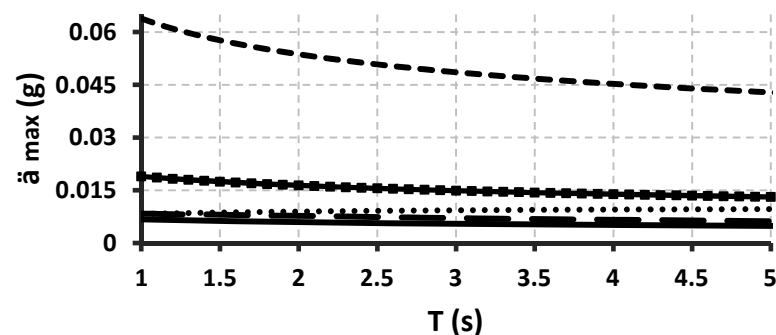
b) Sección cuadrada (4.5:1:1)



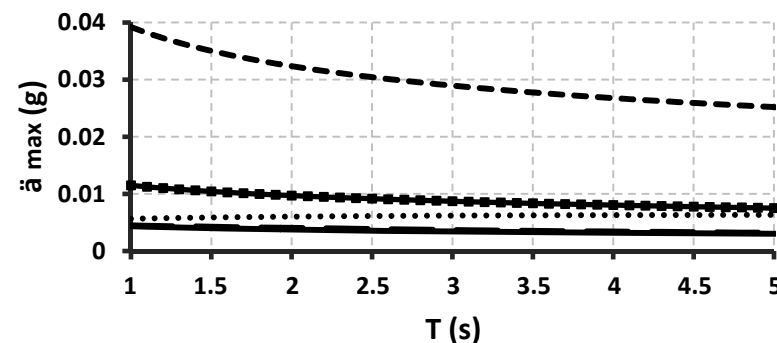
c) Sección cuadrada (6:1:1)



d) Sección rectangular (6:1.5:1)



e) Sección rectangular (6:2:1)

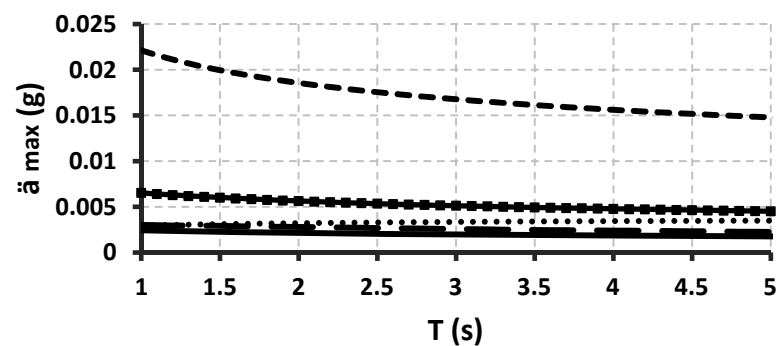


f) Sección rectangular (6:1:2)

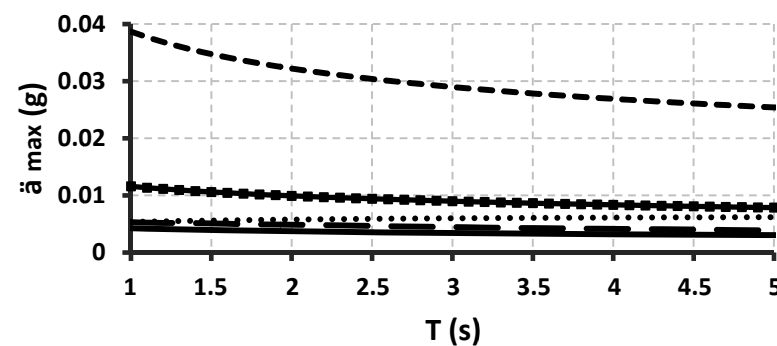
— Japonés — Australiano - - - Exacta - . - ASCE Canada

Figura 2.7.23 Respuesta longitudinal de las aceleraciones para centro de ciudad, Zona I.

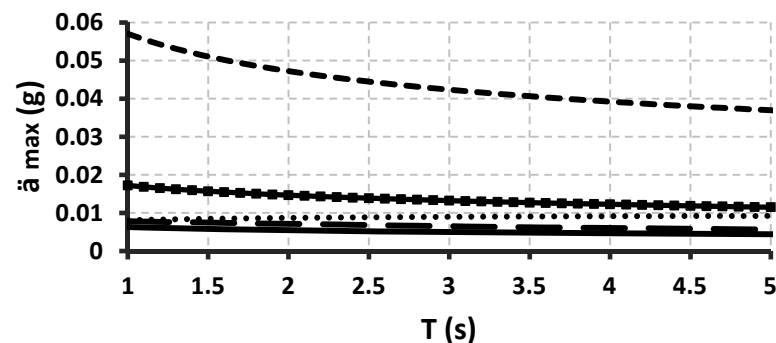
De los resultados mostrados en la figura 2.7.23 se observa que, las aceleraciones más pequeñas se obtienen con el reglamento japonés, sin embargo existe poca dispersión entre los resultados de los reglamentos japonés, australiano y canadiense; las aceleraciones máximas se obtienen con la solución exacta.



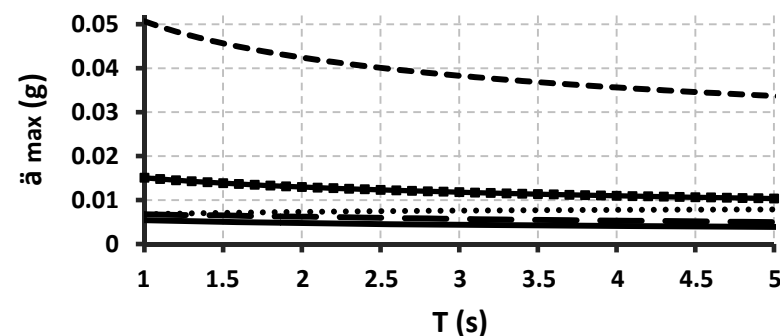
a) Sección cuadrada (3:1:1)



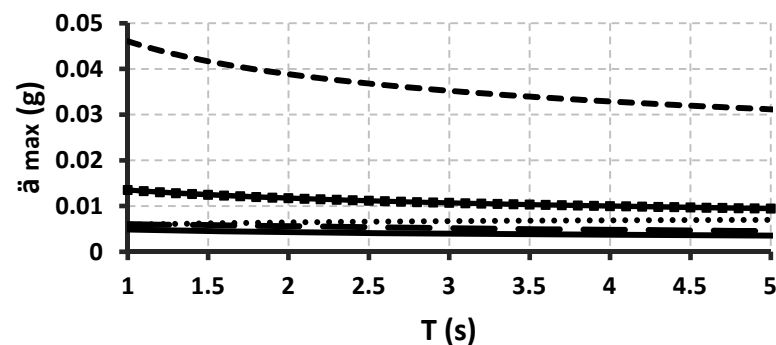
b) Sección cuadrada (4.5:1:1)



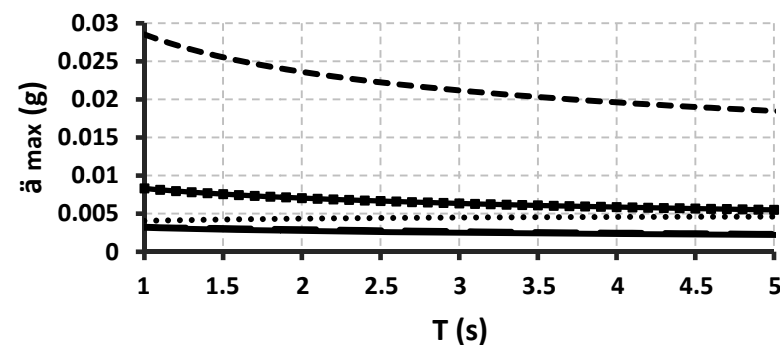
c) Sección cuadrada (G:1:1)



d) Sección rectangular (G:1.5:1)



e) Sección rectangular (G:2:1)



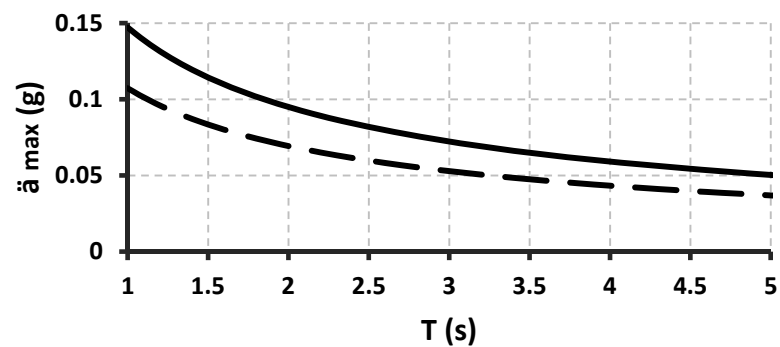
f) Sección rectangular (G:1:2)

— Japonés — Australiano - - - Exacta — ASCE Canada

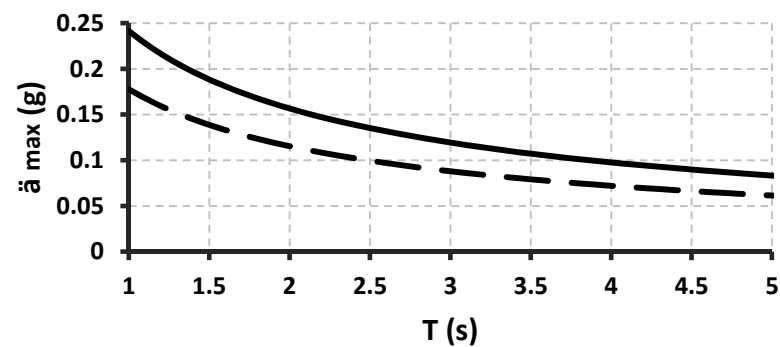
Figura 2.7.24 Respuesta longitudinal de las aceleraciones para centro de ciudad, Zona II.

De los resultados mostrados en la figura 2.7.24 se observa que, existe poca dispersión en los datos obtenidos de entre los reglamentos japonés, australiano y canadiense pero las aceleraciones más pequeñas se obtienen con el reglamento japonés; las aceleraciones máximas se obtienen con la solución exacta.

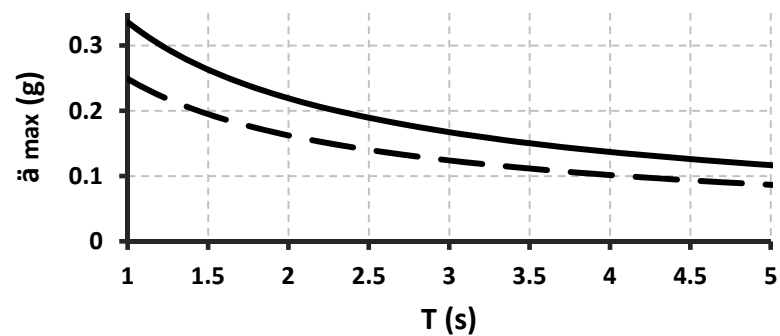
EURO CÓDIGO 2005



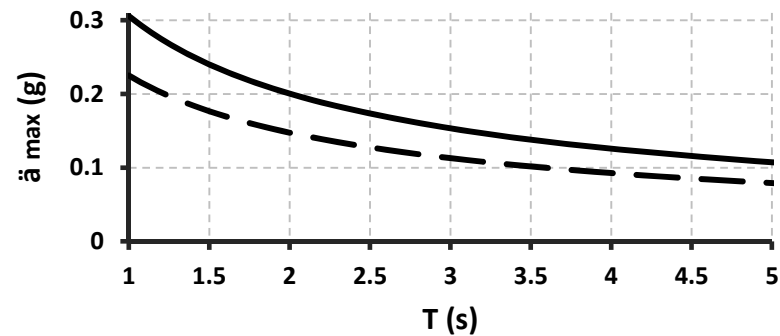
a) Sección cuadrada (3:1:1)



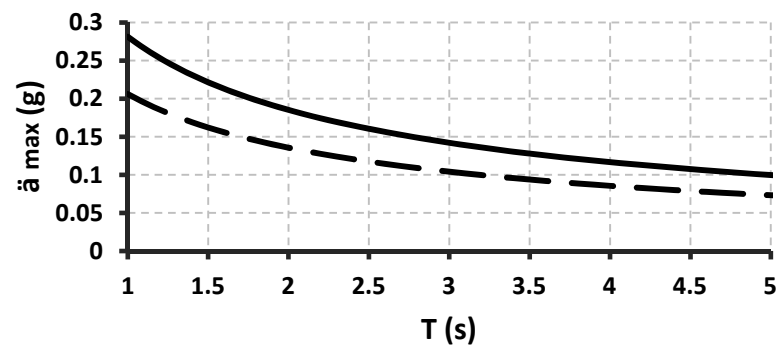
b) Sección cuadrada (4.5:1:1)



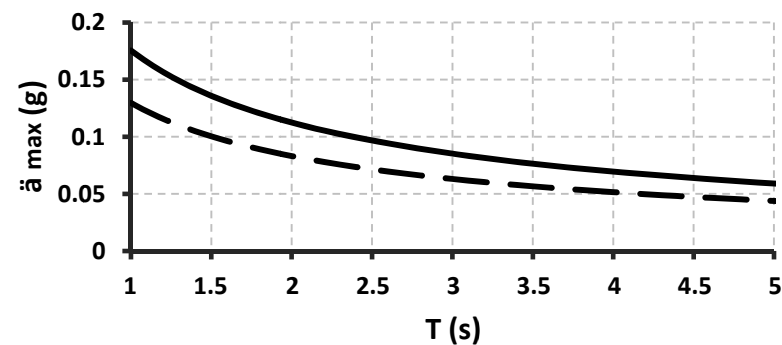
c) Sección cuadrada (6:1:1)



d) Sección rectangular (6:1.5:1)



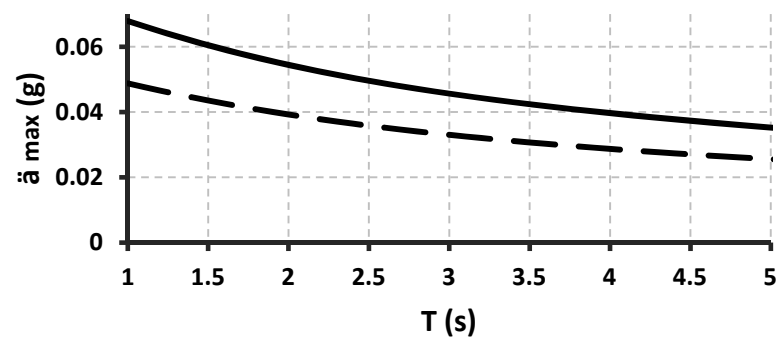
e) Sección rectangular (6:2:1)



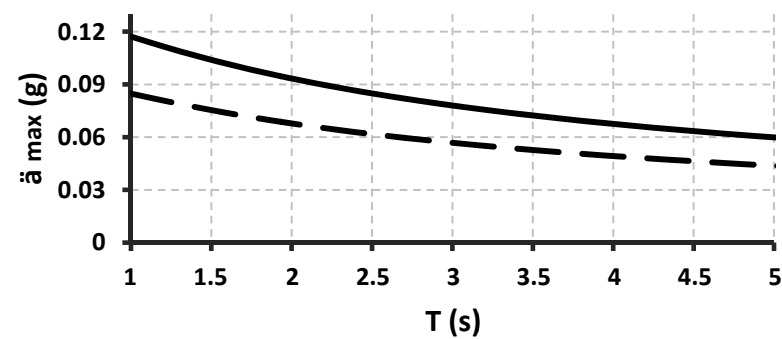
f) Sección rectangular (6:1:2)

— Zona I - - Zona II

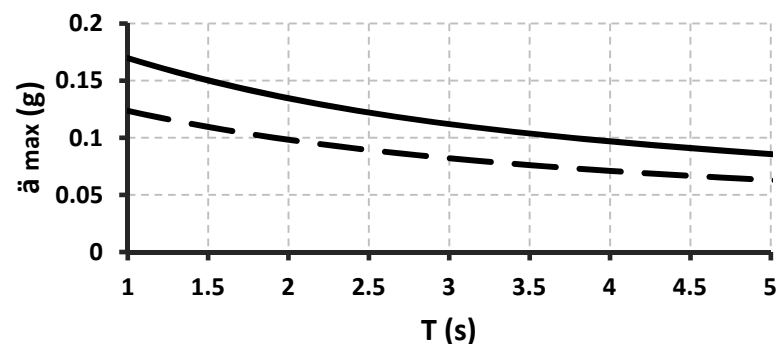
Figura 2.7.25 Respuesta longitudinal de las aceleraciones para terreno abierto, (BS EN 1991-1-4:2005).



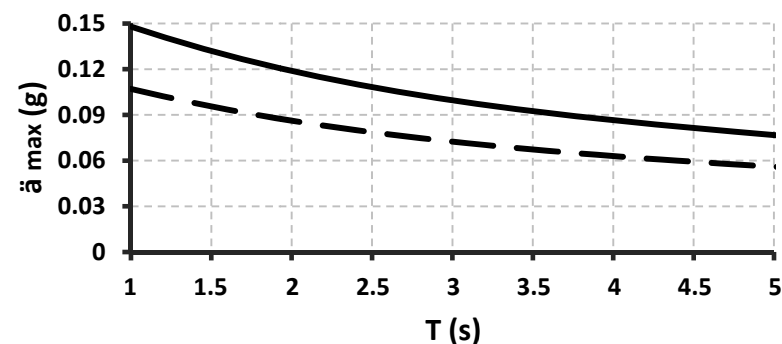
a) Sección cuadrada (3:1:1)



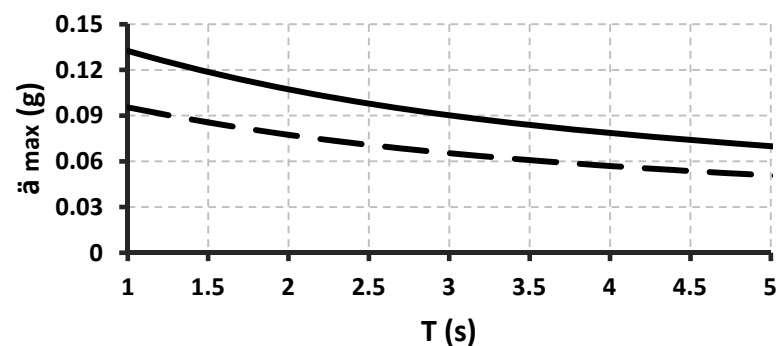
b) Sección cuadrada (4.5:1:1)



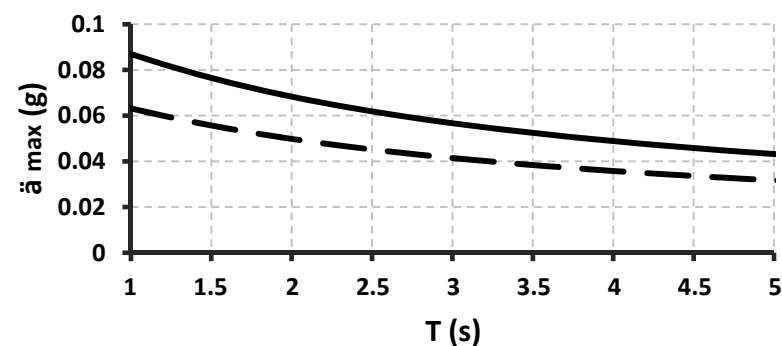
c) Sección cuadrada (6:1:1)



d) Sección rectangular (6:1.5:1)



e) Sección rectangular (6:2:1)



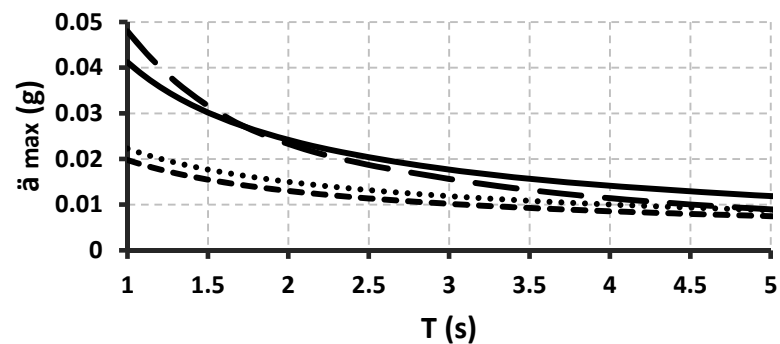
f) Sección rectangular (6:1:2)

— Zona I - - Zona II

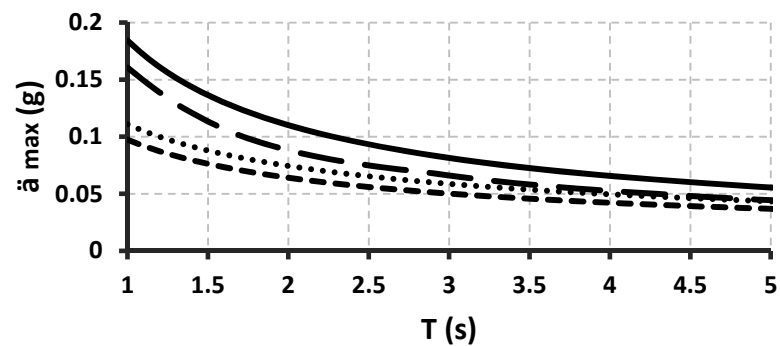
Figura 2.7.26 Respuesta longitudinal de las aceleraciones para centro de ciudad, (BS EN 1991-1-4:2005).

En las figuras 2.7.25 y 2.7.26 se muestran los resultados obtenidos por el euro código, las aceleraciones correspondientes a terreno abierto son mayores que las obtenidas en centro de ciudad. Debido a que las aceleraciones son más grandes que en cualquier otro procedimiento descrito anteriormente, las gráficas no fueron incluidas en las figuras anteriores a la 2.7.25.

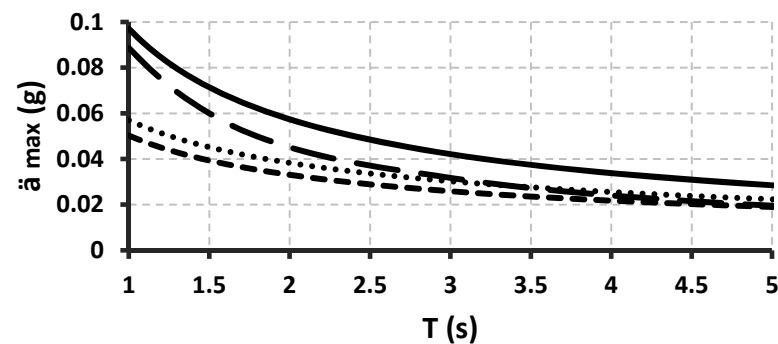
Respuesta transversal a la dirección del viento



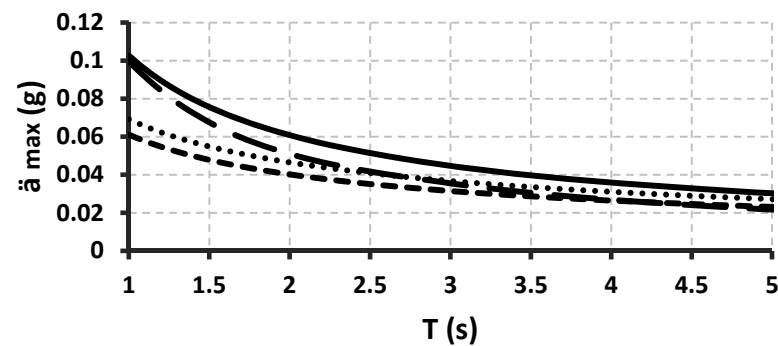
a) Sección cuadrada (3:1:1)



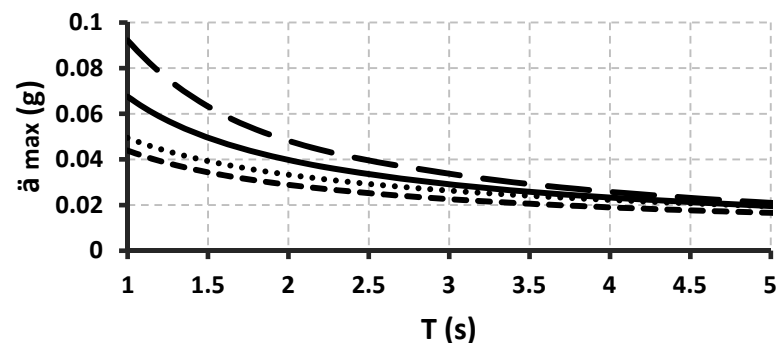
c) Sección cuadrada (6:1:1)



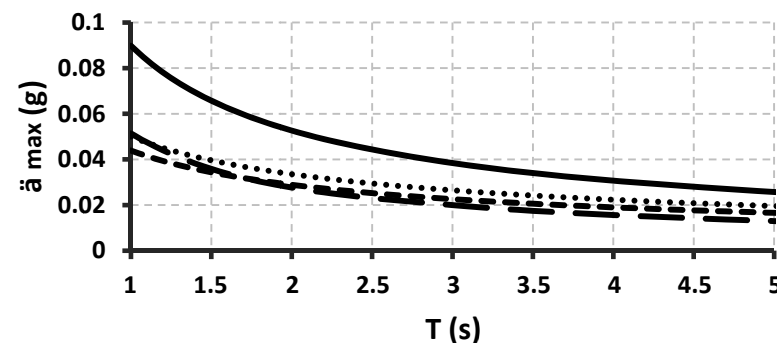
b) Sección cuadrada (4.5:1:1)



d) Sección rectangular (6:1.5:1)



e) Sección rectangular (6:2:1)

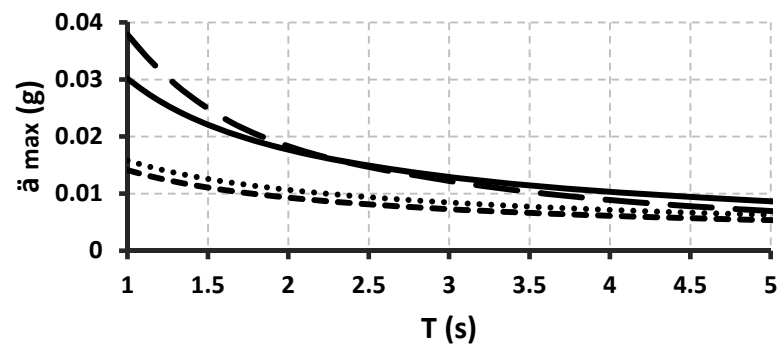


f) Sección rectangular (6:1:2)

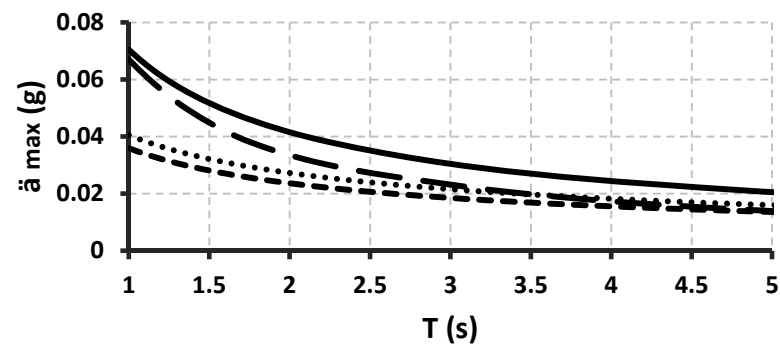
— Japonés - - Australiano Exacta Canada

Figura 2.7.27 Respuesta transversal de las aceleraciones para terreno abierto, Zona I.

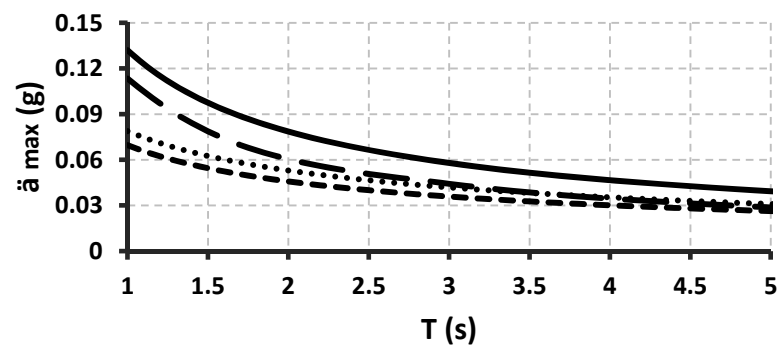
De los resultados mostrados en la figura 2.7.27 se observa que, las aceleraciones más pequeñas se obtienen con la solución exacta. Las aceleraciones máximas, en el inciso a) se obtienen con el reglamento australiano hasta aproximadamente periodos de 1.7 segundos, posteriormente las aceleraciones más grandes son generadas por el reglamento japonés. Para los incisos b), c), d) y f) las aceleraciones máximas se obtienen con el reglamento japonés. En los edificios con relación de dimensiones (6:2:1) las aceleraciones más grandes son obtenidas con el reglamento australiano.



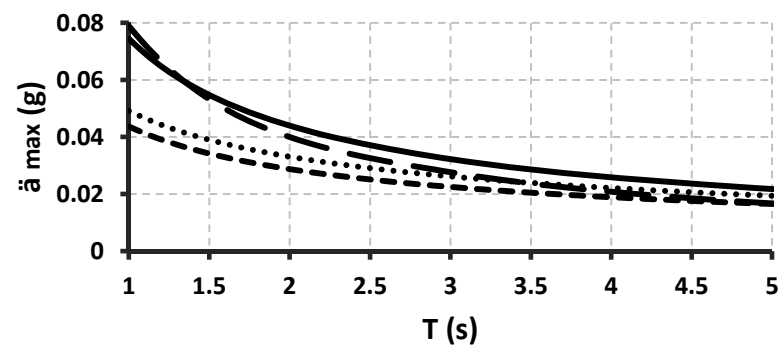
a) Sección cuadrada (3:1:1)



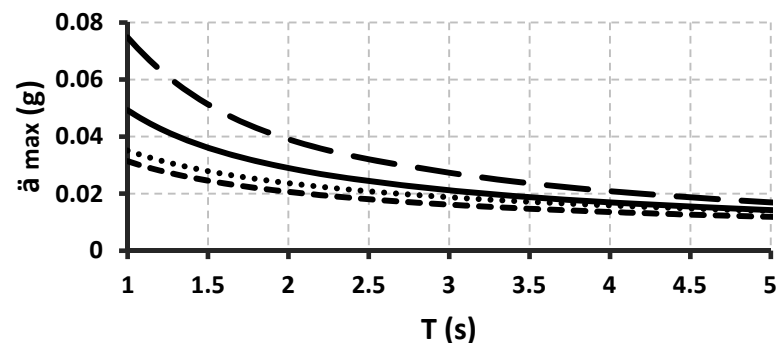
b) Sección cuadrada (4.5:1:1)



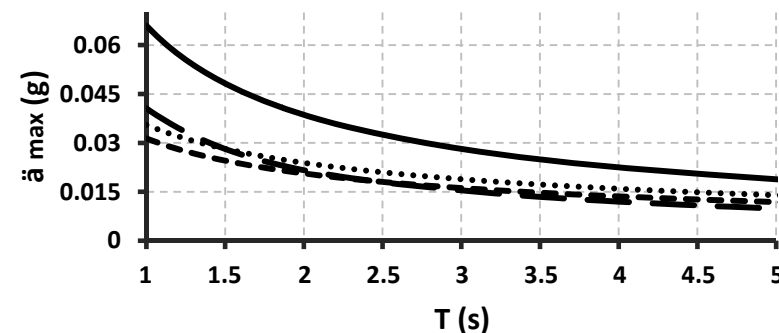
c) Sección cuadrada (6:1:1)



d) Sección rectangular (6:1.5:1)



e) Sección rectangular (6:2:1)

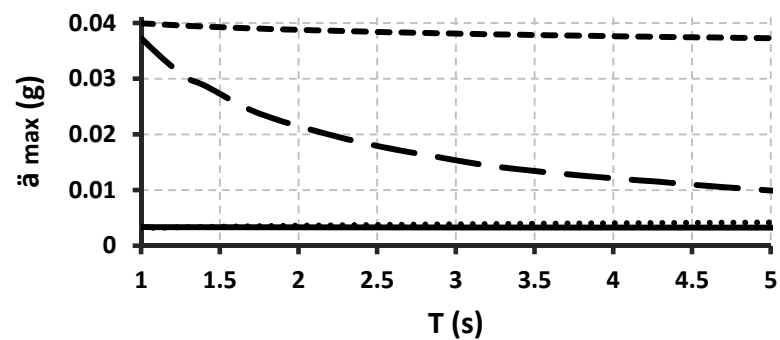


f) Sección rectangular (6:1:2)

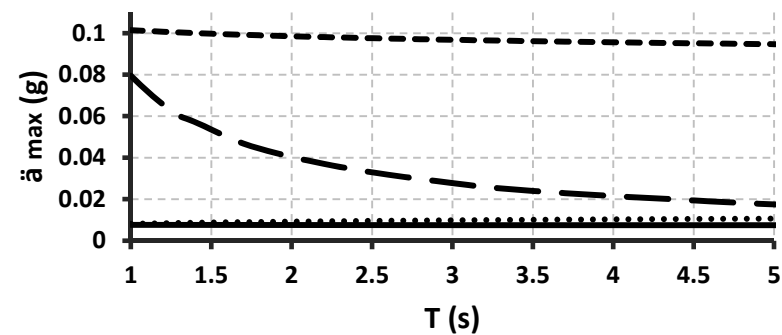
— Japonés - - Australiano Exacta - Canada

Figura 2.7.28 Respuesta transversal de las aceleraciones para terreno abierto, Zona II.

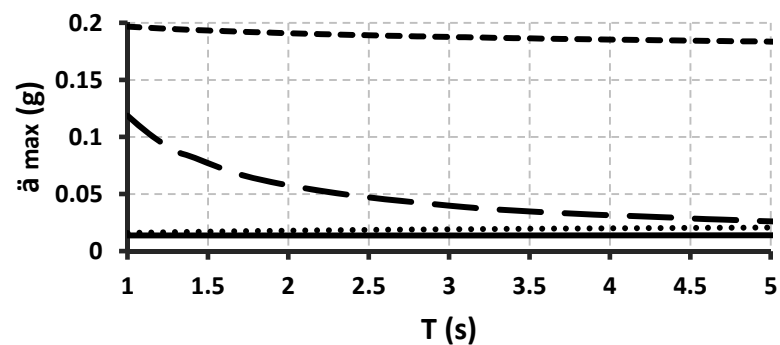
De los resultados mostrados en la figura 2.7.28 se observa que, las aceleraciones más pequeñas se obtienen con la solución exacta. Las aceleraciones máximas, en el inciso a) se obtienen con el reglamento australiano hasta aproximadamente periodos de 2.3 segundos, posteriormente las aceleraciones más grandes son generadas por el reglamento japonés. Para los incisos b), c), d) y f) las aceleraciones máximas se obtienen con el reglamento japonés. En los edificios con relación de dimensiones (6:2:1) las aceleraciones más grandes son obtenidas con el reglamento australiano.



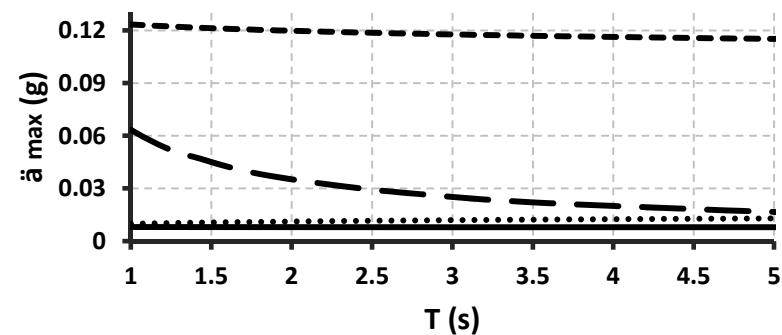
a) Sección cuadrada (3:1:1)



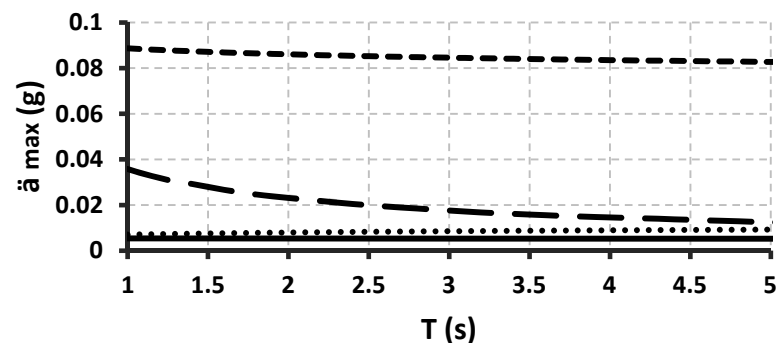
b) Sección cuadrada (4.5:1:1)



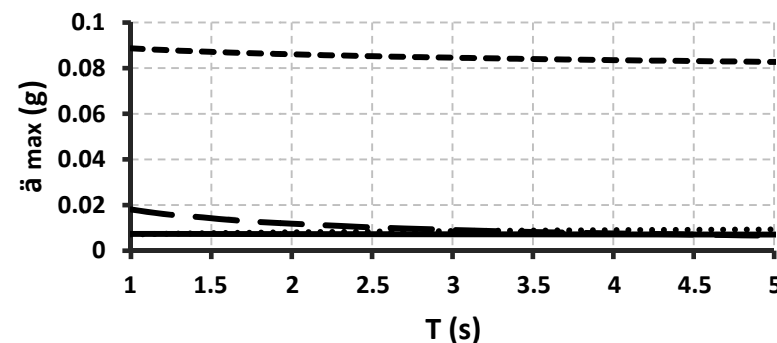
c) Sección cuadrada (6:1:1)



d) Sección rectangular (6:1.5:1)



e) Sección rectangular (6:2:1)

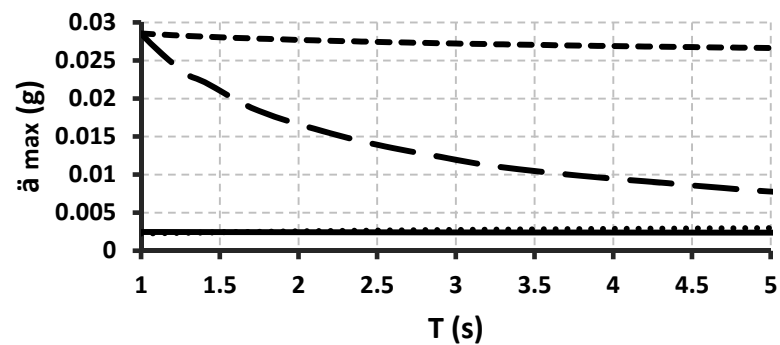


f) Sección rectangular (6:1:2)

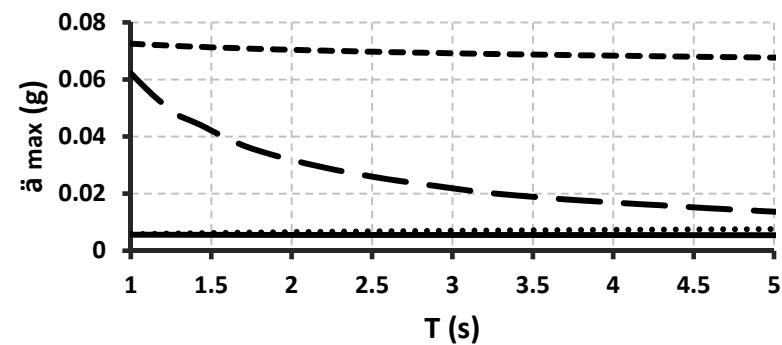
— Japonés — Australiano - - - Exacta ······ Canada

Figura 2.7.29 Respuesta transversal de las aceleraciones para centro de ciudad, Zona I.

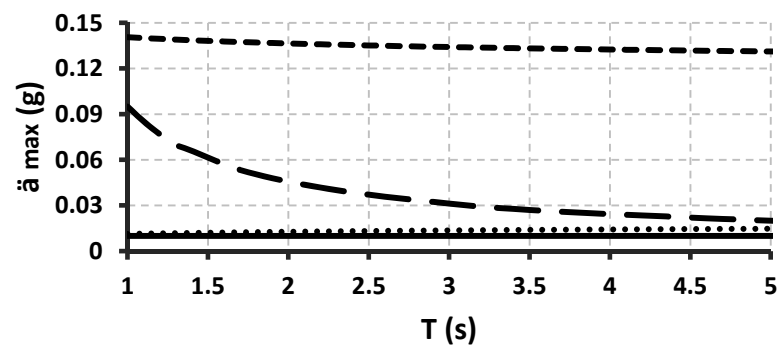
De los resultados mostrados en la figura 2.7.29 se observa que, las aceleraciones más pequeñas se obtienen con el reglamento japonés y son constantes con el periodo; las aceleraciones máximas se obtienen con la solución exacta y tienen poca variación con el incremento del periodo; los resultados obtenidos con el reglamento australiano varían de manera significativa sobre todo en los edificios con sección cuadrada, cuando el viento es perpendicular al lado corto del edificio las aceleraciones tienden a los valores del reglamento japonés. Las aceleraciones obtenidas con el reglamento canadiense permanecen prácticamente constantes y sus valores son similares a la del reglamento japonés.



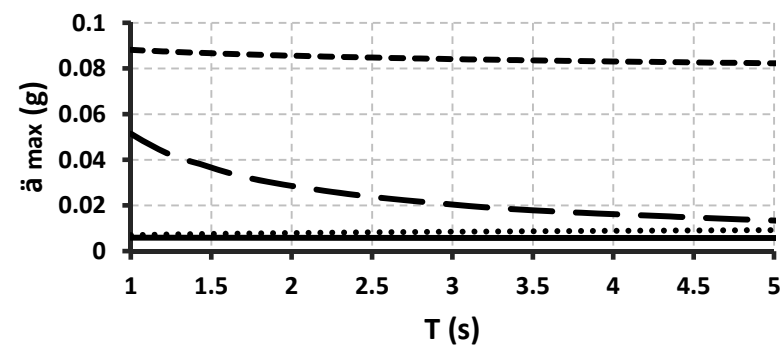
a) Sección cuadrada (3:1:1)



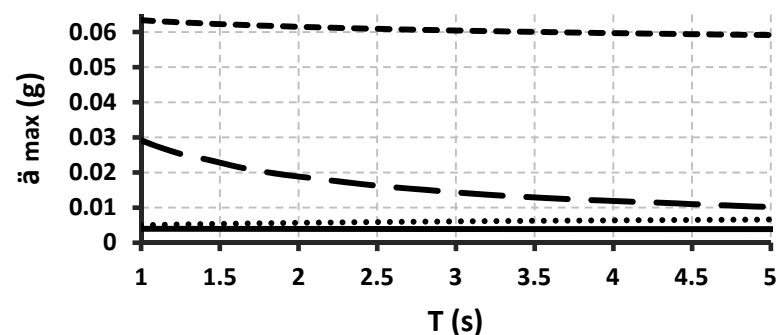
b) Sección cuadrada (4.5:1:1)



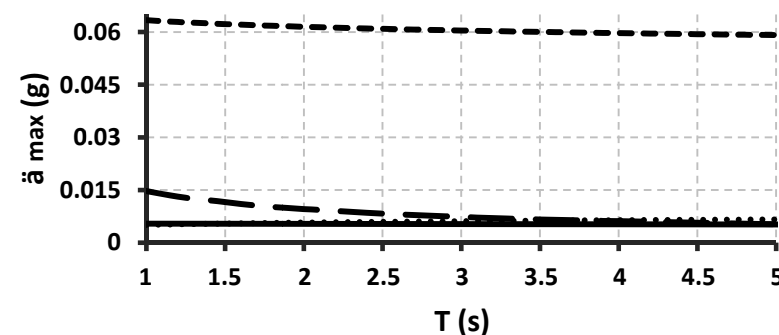
c) Sección cuadrada (6:1:1)



d) Sección rectangular (6:1.5:1)



e) Sección rectangular (6:2:1)



f) Sección rectangular (6:1:2)

— Japonés - Australiano - - Exacta ······ Canada

Figura 2.7.30 Respuesta transversal de las aceleraciones para centro de ciudad, Zona II.

De los resultados mostrados en la figura 2.7.30 se observa que, las aceleraciones más pequeñas se obtienen con el reglamento japonés y son constantes con el periodo; las aceleraciones máximas se obtienen con la solución exacta y decrecen al aumento del periodo, sin embargo tienen poca variación; los resultados obtenidos con el reglamento australiano varían de manera significativa sobre todo en los edificios con sección cuadrada, cuando el viento es perpendicular al lado corto del edificio las aceleraciones tienden a los valores del reglamento japonés. Las aceleraciones obtenidas con el reglamento canadiense son casi iguales que las obtenidas con el reglamento japonés.

2.8 Ejemplos de aplicación

Se analiza un edificio ubicado en dos categorías diferentes y con los procedimientos descritos en los subcapítulos anteriores. En el primer ejemplo el edificio es analizado en terreno urbano y en éste caso las velocidades utilizadas son tomadas de las NTC 2004 de la zona I; el segundo ejemplo el edificio es analizado en terreno abierto y en éste caso se utilizan las velocidades registradas en la Ciudad de Acapulco, Gro., obtenidas del MDOC 2008.

Las velocidades utilizadas en el ejemplo 1 son las siguientes:

Tabla 2.8.1 Velocidades de la zona eólica I del D.F. a diferentes tiempos de promediación, utilizadas en el ejemplo 1.

Tiempo de promediación	Velocidad, (m/s)	
	Tr = 200 años	Tr = 10 años
3 segundos	39	31
10 minutos	24.84	19.74
1 hora	25.65	20.39

Las velocidades utilizadas en el ejemplo 2 son las siguientes:

Tabla 2.8.2 Velocidades de la Ciudad de Acapulco, Gro. a diferentes tiempos de promediación, utilizadas en el ejemplo 2.

Tiempo de promediación	Velocidad, (m/s)	
	Tr = 200 años	Tr = 10 años
3 segundos	48.1	33.33
10 minutos	30.61	21.23
1 hora	31.615	21.93

Los tipos de terreno para los cuales se hace el análisis son de acuerdo a la tabla 2.8.3.

Tabla 2.8.3 Tipos de terreno para el análisis paramétrico

Terreno	Reglamento	Categoría de terreno
Abierto	Japonés	II
	Australiano	2
	Norteamericano	C
	Euro código	II
	Solución exacta	2
	Canadiense	A
Urbano	Japonés	IV
	Australiano	4
	Norteamericano	B
	Euro código	IV
	Solución exacta	4
	Canadiense	C

Los datos del edificio son los siguientes:

La altura, ancho y profundidad del edificio son: $H = 182.88 \text{ m}$, $B = 30.48 \text{ m}$ y $D = 30.48 \text{ m}$, respectivamente.

La densidad del edificio es, $\rho_e = 192.03 \text{ kg/m}^3$

Relación de amortiguamiento crítico para el primer modo en la dirección longitudinal y transversal son $\beta_L = 0.01$ y $\beta_T = 0.01$, respectivamente.

Frecuencia natural para el primer modo en la dirección longitudinal y transversal son $f_L = 0.2 \text{ Hz}$ y $f_T = 0.2 \text{ Hz}$, respectivamente.

Coeficiente de presión para el muro en barlovento, $C_b = 0.8$

Coeficiente de presión para el muro en sotavento, $C_s = 0.5$

Densidad del aire, $\rho_a = 1.2 \text{ kg/m}^3$

La variación de la forma modal se considera lineal.

Los resultados se muestran en las tablas siguientes:

Resultados del ejemplo 1

Tabla 2.8.4 Respuesta longitudinal a la dirección del viento, ejemplo 1

Respuesta	Reglamento					
	Japonés AIJ, 2005 (10 minutos)	Australiano AS/NZS 1170.2:2002 (3 segundos)	Norteamericano ASCE 7-2005 (3 segundos)	Europeo BS EN 1991-1-4-4:2005 (10 minutos)	Solución exacta (1 hora)	Canadiense NBCC 1995 (1 hora)
Factor de amplificación	2.166	0.915	1.05	1.584	—	2.916
Desplazamiento (cm)	—	—	28.341	111.99	64.02	—
Aceleración (g)	0.00786	0.00724	0.01491	0.0804	0.0475	0.01208
Cortante Basal (MN)	7.374	6.611	14.479	12.76	—	7.451
Momento de Volteo (MN-m)	740.494	656.323	1469.852	1252.981	—	776.456

Tabla 2.8.5 Respuesta transversal a la dirección del viento, ejemplo 1

Respuesta	Reglamento					
	Japonés AIJ, 2005 (10 minutos)	Australiano AS/NZS 1170.2:2002 (3 segundos)	Norteamericano ASCE 7-2005 (3 segundos)	Europeo BS EN 1991-1-4-4:2005 (10 minutos)	Solución exacta (1 hora)	Canadiense NBCC 1995 (1 hora)
Desplazamiento (cm)	—	—	—	—	107.49	—
Aceleración (g)	0.021	0.0245	—	—	0.173	0.0196
Cortante Basal (MN)	6.004	3.364	—	—	—	—
Momento de Volteo (MN-m)	787.231	410.193	—	—	—	—

De acuerdo a los resultados de la respuesta longitudinal, la aceleración y el desplazamiento se presentan con el euro código y los elementos mecánicos son mayores con el ASCE; la respuesta mínima es obtenida con el reglamento australiano. La aceleración transversal máxima se obtiene con la solución exacta y los elementos mecánicos son mayores con el reglamento japonés; la respuesta mínima se obtiene con el reglamento australiano.

Resultados del ejemplo 2

Tabla 2.8.6 Respuesta longitudinal a la dirección del viento, ejemplo 2

Respuesta	Código					
	Japonés AIJ, 2005 (10 minutos)	Australiano AS/NZS 1170.2:2002 (3 segundos)	Norteamericano ASCE 7-2005 (3 segundos)	Europeo BS EN 1991-1-4-4:2005 (10 minutos)	Solución exacta (1 hora)	Canadiense NBCC 1995 (1 hora)
Factor de amplificación	2.205	0.973	1.145	1.91	—	2.652
Desplazamiento (cm)	—	—	55.485	277.33	26.671	—
Aceleración (g)	0.0149	0.0125	0.0205	0.151	0.0128	0.02117
Cortante Basal (MN)	18.442	14.771	32.153	31.496	—	20.915
Momento de Volteo (MN-m)	1801.804	1418.04	3206.3	3033.369	—	2043.331

Tabla 2.8.7 Respuesta transversal a la dirección del viento, ejemplo 2

Respuesta	Código					
	Japonés AIJ, 2005 (10 minutos)	Australiano AS/NZS 1170.2:2002 (3 segundos)	Norteamericano ASCE 7-2005 (3 segundos)	Europeo BS EN 1991-1-4-4:2005 (10 minutos)	Solución exacta (1 hora)	Canadiense NBCC 1995 (1 hora)
Desplazamiento (cm)	—	—	—	—	39.257	—
Aceleración (g)	0.0518	0.0426	—	—	0.06319	0.0509
Cortante Basal (MN)	27.303	15.808	—	—	—	—
Momento de Volteo (MN-m)	3480.586	1927.323	—	—	—	—

De acuerdo a los resultados de la respuesta longitudinal, la aceleración y el desplazamiento se presentan con el euro código y los elementos mecánicos son mayores con el ASCE; la respuesta mínima es obtenida con el reglamento australiano. La aceleración transversal máxima se obtiene con la solución exacta y los elementos mecánicos son mayores con el reglamento japonés; la respuesta mínima se obtiene con el reglamento australiano.



3

Aceleraciones máximas debidas al sismo en sistemas continuos



3.1 Viga de flexión

En el análisis de los edificios con sistema estructural a base de muros de corte, es común utilizar el modelo de una viga en voladizo que trabaja a flexión; por lo que en éste sub capítulo se estudia en primer lugar, la ecuación diferencial de una viga a flexión de sección constante, modelada como un sistema continuo, sometida a cargas transversales al eje del elemento.

Posteriormente, se trabaja el problema de vibración libre en sistemas continuos, para tres casos como: viga en voladizo, viga apoyada-apoyada y viga en voladizo tomando en cuenta la interacción suelo-estructura. En esta parte se obtienen las formas modales de los modelos utilizados.

Después, se examina la ortogonalidad de los modos de vibrar en sistemas continuos. Finalmente se resuelve el problema de vibración forzada de una viga en voladizo empotrada en su base, sin amortiguamiento y con amortiguamiento, ante la acción sísmica definida por un acelerograma.

3.1.1 Ecuación diferencial de movimiento

Se considera una viga de flexión, de sección constante o variable, la cual está sujeta a una carga, $P(x, t)$, transversal al eje del elemento. En la figura 3.1.1, se presenta el problema tomando en cuenta apoyos simples, sin embargo, se puede tener un apoyo cualquiera.

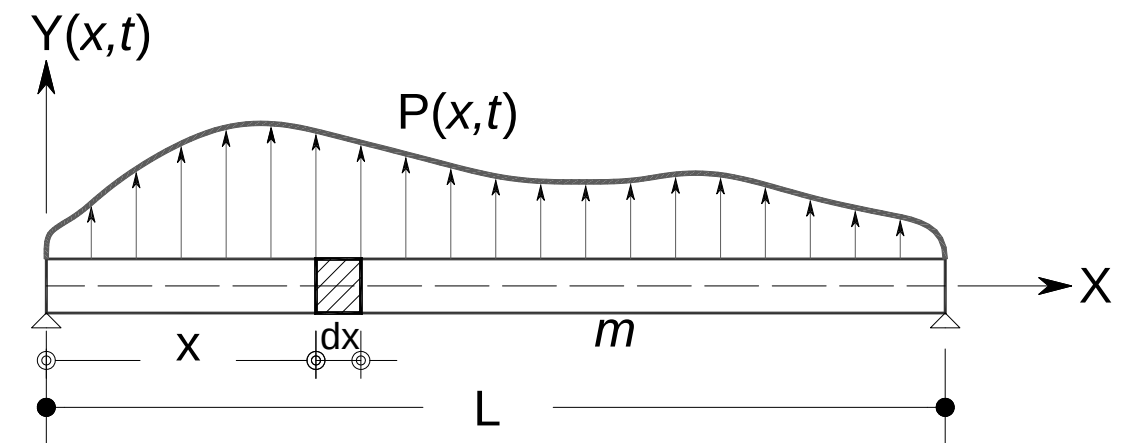


Figura 3.1.1 Viga con carga transversal al eje neutro.

Donde:

L Es la longitud de la viga

$\bar{m}$ Es masa por unidad del longitud

$P(x, t)$ Es la carga que actúa en la viga y que depende de la posición y del tiempo

Aislado un elemento diferencial, como muestra la figura 3.1.2, se tienen las siguientes cargas:

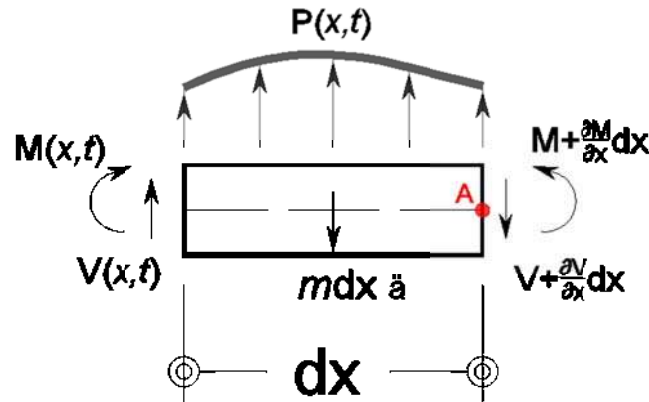


Figura 3.1.2 Cargas actuantes en el elemento diferencial.

Sean V , M la fuerza cortante y el momento flexionante, respectivamente. $\ddot{a}$, la aceleración de la viga. Haciendo sumatoria de fuerzas verticales se tiene que:

$$V - \left(V + \frac{\partial V}{\partial x} dx \right) - \bar{m} dx \ddot{a} + P dx = 0$$

$$\ddot{a} = \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2}$$

Simplificando la expresión

$$\frac{\partial V}{\partial x} = P - \bar{m} \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} \quad (3.1.1)$$

Haciendo sumatoria de momentos con respecto al punto A e igualando a cero, se obtiene lo siguiente:

$$M + V dx + P \frac{(dx)^2}{2} - \bar{m} dx \ddot{a} \left(\frac{dx}{2} \right) - M - \frac{\partial M}{\partial x} dx = 0$$

Simplificando

$$V = \frac{\partial M}{\partial x} \quad (3.1.2)$$

De la resistencia de materiales se conoce la siguiente igualdad

$$M = EI(x) \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} \quad (3.1.3)$$

Derivando la ecuación (3.1.3)

$$V = \frac{\partial}{\partial x} \left[EI(x) \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} \right]$$

$$V = E \frac{\partial I(x)}{\partial x} \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} + EI(x) \frac{\partial^3 Y}{\partial x^3}$$

Derivando esta última expresión y sustituyendo en la ecuación (3.1.1)

$$EI(x) \frac{\partial^4 Y}{\partial x^4} + 2E \frac{\partial I(x)}{\partial x} \frac{\partial^3 Y}{\partial x^3} + E \frac{\partial^2 I(x)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} = P - \bar{m} \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} \quad (3.1.4)$$

La ecuación (3.1.4), es la ecuación general de una viga en flexión, de inercia variable, sujeta a carga transversal al eje. Si la viga es de sección constante, los términos en los que aparece la inercia son cero. De tal manera que la ecuación (3.1.4) se reduce a:

$$EI \frac{\partial^4 Y}{\partial x^4} + \bar{m} \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = P \quad (3.1.5)$$

3.1.2 Vibración libre

El problema se reduce a la ecuación (3.1.6), ya que para vibración libre $P = 0$.

$$EI \frac{\partial^4 Y}{\partial x^4} + \bar{m} \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = 0 \quad (3.1.6)$$

Por el método de variables separables, se propone la siguiente solución como el producto de una función modal, $v(x)$, y una función que depende del tiempo, $y(t)$.

$$Y(x, t) = v(x)y(t) \quad (3.1.7)$$

Calculando $\frac{\partial^4 Y}{\partial x^4}$ y $\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2}$; y sustituyendo en la ecuación (3.1.6) se obtiene

$$-\frac{\bar{m}}{EI} v(x) \ddot{y} = v^{IV} y(t)^1$$

Separando variables

$$\frac{v^{IV}}{v(x)} = -\frac{\bar{m}}{EI} \frac{\ddot{y}}{y(t)} = a^4 \quad (3.1.8)$$

¹ se ha escrito como $(\quad)^1$ a la derivada con respecto a la posición x y a $(\quad)^1$ a la derivada respecto del tiempo t

De aquí, el problema se desacopla en dos problemas definidos por 2 ecuaciones diferenciales ordinarias

$$v^{IV} - a^4 v(x) = 0$$

$$\frac{d^4 v}{dx^4} - a^4 v(x) = 0 \quad (3.1.9)$$

$$\ddot{y} + \frac{\bar{m}}{EI} a^4 y(t) = 0$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{\bar{m}}{EI} a^4 y(t) = 0 \quad (3.1.10)$$

La ecuación (3.1.10) describe el problema de vibración libre sin amortiguamiento de un sistema de un grado de libertad, SIGL, sin embargo debe cumplirse lo siguiente:

$$W_n^2 = \frac{EI}{\bar{m}} a^4 \quad (3.1.11)$$

Para calcular el valor de la frecuencia natural del sistema, W_n , es necesario conocer el valor de a a partir de la ecuación (3.1.9), cuya solución es:

$$v(x) = A \operatorname{sen}(ax) + B \cos(ax) + C \operatorname{senh}(ax) + D \cosh(ax) \quad (3.1.12)$$

Donde: Las constantes A, B, C y D dependen de las condiciones de contorno

3.1.2.1 Viga en voladizo

Considerando una viga en voladizo a flexión, como se muestra en la figura 3.1.3, las condiciones de contorno son:

1. En $x = 0 \Rightarrow v(x) = 0$
2. En $x = 0 \Rightarrow \theta(x) = 0$
3. En $x = L \Rightarrow V = 0$
4. En $x = L \Rightarrow M = 0$

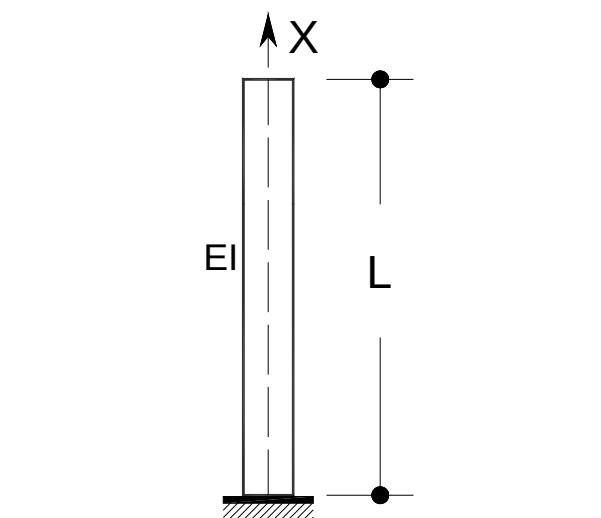


Figura 3.1.3 Viga en voladizo de flexión.

Las condiciones de contorno son reemplazadas como sigue: el cortante es determinado con $v'''(x)$ y el momento con $v''(x)$.

$$\begin{aligned}v' &= Aa \cos(ax) - Ba \sin(ax) + Ca \cosh(ax) + Da \sinh(ax) \\v'' &= -Aa^2 \sin(ax) - Ba^2 \cos(ax) + Ca^2 \sinh(ax) + Da^2 \cosh(ax) \\v''' &= -Aa^3 \cos(ax) + Ba^3 \sin(ax) + Ca^3 \cosh(ax) + Da^3 \sinh(ax)\end{aligned}$$

Sustituyendo los valores, en forma matricial se tiene:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ \cos(aL) & -\sin(aL) & -\cosh(aL) & -\sinh(aL) \\ \sin(aL) & \cos(aL) & -\sinh(aL) & -\cosh(aL) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.1.13)$$

Para que se cumpla la ecuación (3.1.2), el determinante de los coeficientes debe ser igual a cero.

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ \cos(aL) & -\sin(aL) & -\cosh(aL) & -\sinh(aL) \\ \sin(aL) & \cos(aL) & -\sinh(aL) & -\cosh(aL) \end{vmatrix} = 0$$

De donde se obtiene:

$$1 + \cos(p) \cosh(p) = 0 \quad (3.1.14)$$

Donde: $p = aL$

Las tres primeras raíces de p , son:

$$p_1 = 1.875; \quad p_2 = 4.694; \quad p_3 = 7.854$$

A partir de la tercera raíz se cumple, aproximadamente que:

$$p_n \approx (2n - 1) \frac{\pi}{2}$$

Del sistema de ecuaciones, definido con (3.1.13), los valores de las constantes son:

$$A = 1; \quad B = -D; \quad C = -1;$$

$$D = \frac{\cos(p) + \cosh(p)}{\sinh(p) - \sin(p)}$$

Las formas modales son calculadas con la ecuación (3.1.12) sustituyendo los valores de las constantes. En la figura 3.1.4 se muestran las cuatro primeras formas modales de una viga en voladizo con una longitud de 4m.

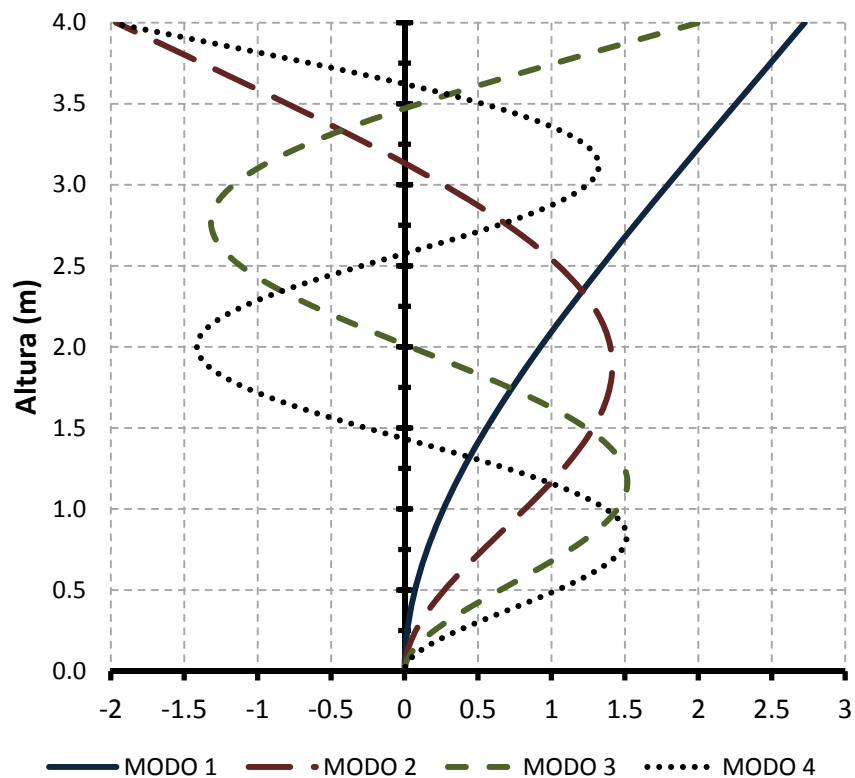


Figura 3.1.4 Formas modales de una viga en voladizo a flexión.

3.1.2.2 Viga simplemente apoyada

Para el caso de una viga simplemente apoyada a flexión, como se muestra en la figura 3.1.5, las condiciones de contorno son:

1. En $x = 0 \Rightarrow v(x) = 0$
2. En $x = 0 \Rightarrow M(x) = 0$
3. En $x = L \Rightarrow v(x) = 0$
4. En $x = L \Rightarrow M = 0$

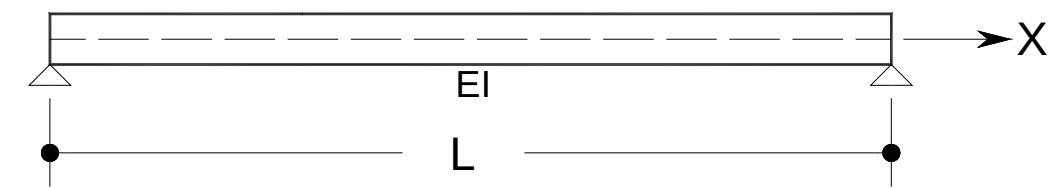


Figura 3.1.5 Viga simplemente apoyada.

De donde resulta el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ \text{sen}(p) & \cos(p) & \sinh(p) & \cosh(p) \\ -\text{sen}(p) & -\cos(p) & \sinh(p) & \cosh(p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.1.15)$$

Resolviendo el determinante de los coeficientes e igualando a cero, se obtiene el siguiente polinomio característico

$$\text{sen}(p) \sinh(p) = 0 \quad (3.1.16)$$

Las raíces son: $p_i = \pi i$

Los valores de las constantes son los siguientes

$$A = 1; B = D = 0; \\ C = -\frac{\text{sen}(p)}{\sinh(p)}$$

Sustituyendo los valores de las constantes en la ecuación (3.1.12), se encuentran las formas. En la figura 3.1.6 se muestran las cuatro primeras formas modales de una viga simplemente apoyada con una longitud de 4m.

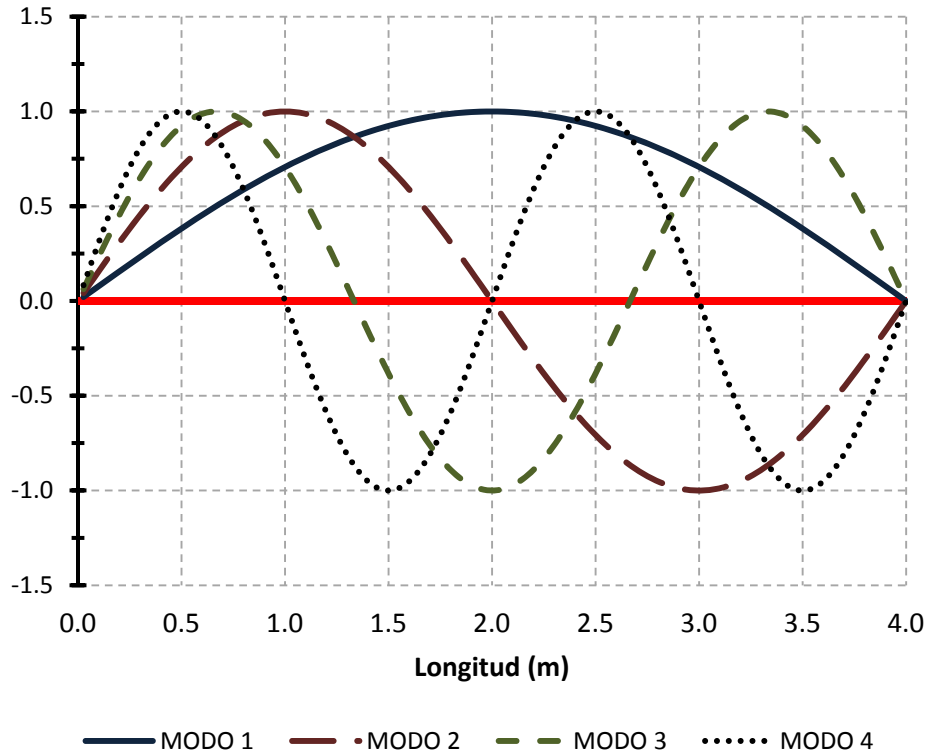


Figura 3.1.6 Formas modales de una viga simplemente apoyada a flexión.

3.1.2.3 Interacción suelo estructura

El modelo de la viga a flexión, considerando la interacción suelo estructura, se muestra en la figura 3.1.7 la cual es de sección constante, con masa uniforme distribuida y simplemente apoyada en su base con 2 resortes: uno horizontal de rigidez lineal k_d y el otro de rigidez de rotación k_r .

Las condiciones de borde son:

1. En $x = 0 \Rightarrow V = -k_d * v(0)$
2. En $x = 0 \Rightarrow M = k_r * \theta(0)$
3. En $x = L \Rightarrow V = 0$
4. En $x = L \Rightarrow M = 0$

Al desplazar lateralmente la viga en su base, se genera una fuerza restitutiva en el resorte de sentido contrario al desplazamiento, por lo que se tiene que:

$$\mu = \frac{k_d}{EI} \quad \lambda = \frac{k_r}{EI} \quad (3.1.17)$$

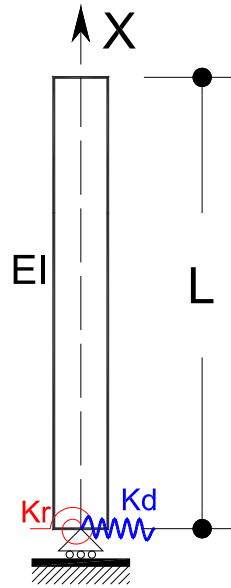


Figura 3.1.7 Modelo que considera la interacción suelo-estructura.

Se conoce que:

$$V = EI \frac{d^3 v}{dx^3} = EI v'''$$

De la condición 1

$$EI v'''(0) = -k_d v(0)$$

$$v'''(0) + \frac{k_d}{EI} v(0) = 0 \quad (3.1.18)$$

De donde:

$$-Aa^3 + Ca^3 + \frac{k_d}{EI} (B + D) = 0$$

$$-Aa^3 + Ca^3 + \mu(B + D) = 0 \quad (3.1.19)$$

De la condición 2, se tiene que:

$$EI \frac{d^2 v}{dx^2}(0) - k_r v'(0) = 0 \Rightarrow v''(0) - \frac{k_r}{EI} v'(0) = 0$$

$$\begin{aligned} -Ba^2 + Da^2 - \frac{k_r}{EI} (Aa + Ca) &= 0 \\ Ba - Da + \lambda(A + C) &= 0 \end{aligned} \quad (3.1.20)$$

Considerando la tercera y cuarta condición, desarrolladas anteriormente, las condiciones de contorno son escritas en forma matricial como sigue:

$$\begin{bmatrix} a^3 & -\mu & -a^3 & -\mu \\ \lambda & a & \lambda & -a \\ \cos(aL) & -\operatorname{sen}(aL) & -\cosh(aL) & -\operatorname{senh}(aL) \\ \operatorname{sen}(aL) & \cos(aL) & -\operatorname{senh}(aL) & -\cosh(aL) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.1.21)$$

Resolviendo el determinante de los coeficientes e igualando a cero, se obtiene el siguiente polinomio característico

$$\begin{aligned} p \left(\frac{p^2}{j} + \frac{1}{i} \right) \operatorname{sen}(p) \cosh(p) - p \left(\frac{1}{i} - \frac{p^2}{j} \right) \cos(p) \operatorname{senh}(p) \\ - \left(1 - \frac{p^4}{ij} \right) \cos(p) \cosh(p) - \left(1 + \frac{p^4}{ij} \right) = 0 \end{aligned} \quad (3.1.22)$$

Donde:

$$i = \frac{k_r L}{EI} \quad j = \frac{k_a L^3}{EI} \quad (3.1.23)$$

$$a = \frac{p}{L}$$

El valor de W_n se encuentra con la ecuación (3.1.11), por lo que, con el valor de p es posible calcular el valor de la frecuencia natural.

En la figura 3.1.8 se presenta la variación de p , para el primer modo de vibración, tomando en cuenta los siguientes valores: $j = 1$ a 500 e $i = 0.5, 5, 50, 500$. De la cual se hacen las siguientes observaciones:

Si el valor de i es alto, implica tener un suelo duro. En el caso de $i = 500$ se considera tener una base empotrada. De igual manera para valores altos de j indica tener suelos duros. Para considerar suelos blandos, los valores de i y j deberán ser bajos.

Al considerar una base empotrada con $i = 500$, se observa que al aumentar el valor de j , el parámetro p se aproxima al valor de 1.875 que corresponde al valor que se obtiene en el primer modo de vibración considerando una base empotrada. Para valores de $i \leq 50$ y $j \leq 50$ indican que al disminuir la rigidez relativa lineal y rotacional, disminuye también la frecuencia natural.

En suelos blandos y suelos de dureza intermedia o de baja resistencia, existe una amplificación en el periodo fundamental de vibración, siendo mayor para valores muy bajos de i y j .

Arboleda (1989), en base al modelo presentado concluye lo siguiente:

- Si $0 < i < 5$ o $0 < j < 10$ el suelo no es apto para una cimentación superficial.

- Si $5 < i < 50$ y $10 < j < 20$ se debe considerar el efecto de la interacción suelo estructura en el análisis.
- Si $i > 50$ y $j > 60$ se debe analizar con base empotrada.

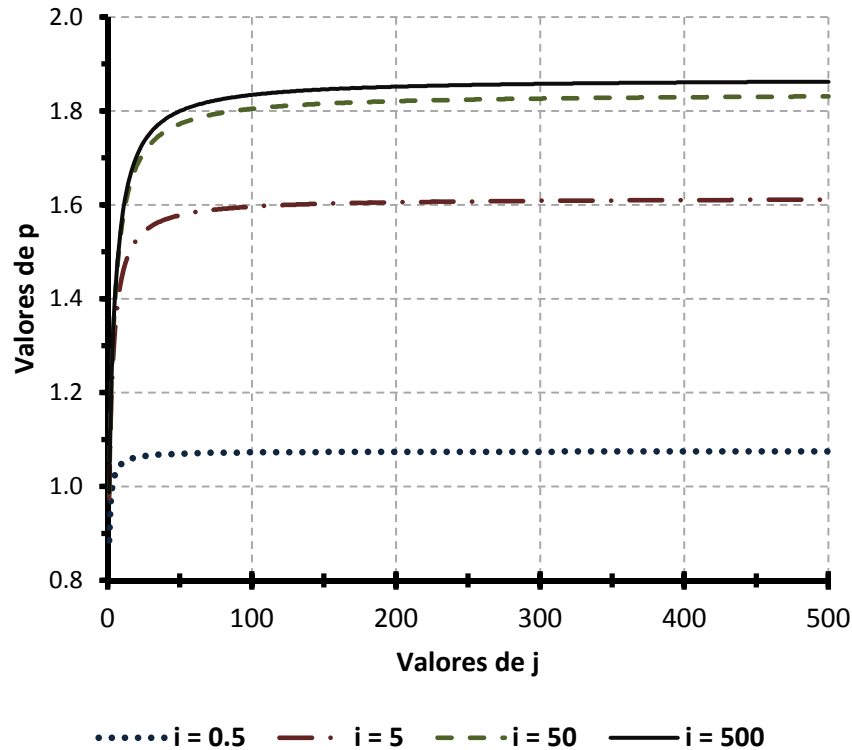


Figura 3.1.8 Variación de p , para el primer modo de vibración.

3.1.3 Ortogonalidad de los modos de vibración

La ecuación diferencial de una viga a flexión en vibración libre es reescrita como sigue:

$$[EI Y'']'' + \bar{m} \ddot{Y} = 0$$

La solución planteada es:

$$Y(x, t) = \phi(x)y(t)$$

Al sustituir la solución en la ecuación diferencial se tiene:

$$[EI \phi'']'' y(t) + \bar{m} \phi(x) \ddot{y} = 0$$

Separando variables

$$\frac{[EI \phi'']''}{\bar{m} \phi(x)} = -\frac{\ddot{y}}{y(t)} \quad (3.1.24)$$

Tomando en cuenta que de las ecuaciones (3.1.9), (3.1.10) se obtiene la ecuación (3.1.11), por lo que:

$$-\frac{\ddot{y}}{y(t)} = W_n^2$$

Haciendo $\lambda = W_n^2$

$$\ddot{y} + \lambda y(t) = 0 \quad (3.1.25)$$

De la ecuación (3.1.24) se tiene:

$$[EI \phi'']'' - \bar{m} \phi(x) W_n^2 = 0$$

Para el modo j :

$$[EI \phi_j'']'' - \bar{m} \phi_j(x) W_{nj}^2 = 0$$

Multiplicando la expresión anterior por $\phi_i(x)$ en que $i \neq j$ e integrando la ecuación resultante entre 0 y L se encuentra:

$$\int_0^L [EI \phi_j'']'' \phi_i(x) dx - W_{nj}^2 \int_0^L \bar{m} \phi_j(x) \phi_i(x) dx = 0$$

Integrando por partes la primera integral, tomando $u = \phi_i(x)$ y dv al resto, se tiene:

$$\left\{ [EI \phi_j'']' \phi_i(x) \right\}_0^L - \int_0^L [EI \phi_j'']' \phi_i' dx$$

Sustituyendo

$$\left\{ [EI \phi_j'']' \phi_i(x) \right\}_0^L - \int_0^L [EI \phi_j'']' \phi_i' dx - W_{nj}^2 \int_0^L \bar{m} \phi_j(x) \phi_i(x) dx = 0$$

Para una viga en voladizo se tienen las siguientes condiciones: en $x = L$ el cortante vale cero, el cual está relacionado con la tercera derivada de $\phi(x)$; El desplazamiento en $x = 0$ es cero, o sea $\phi(0) = 0$. Por lo que el primer término de la ecuación anterior se reduce a cero, tal que:

$$-\int_0^L [EI \phi_j^{II}]^I \phi_i^I dx - W_{nj}^2 \int_0^L \bar{m} \phi_j(x) \phi_i(x) dx = 0$$

Integrando nuevamente por partes el primer término tomando $u = \phi_i^I$ y dv el resto se llega a:

$$-\{EI \phi_j^{II} \phi_i^I\}_0^L + \int_0^L EI \phi_j^{II} \phi_i^{II} dx$$

La ecuación completa resulta de la siguiente forma

$$-\{EI \phi_j^{II} \phi_i^I\}_0^L + \int_0^L EI \phi_j^{II} \phi_i^{II} dx - W_{nj}^2 \int_0^L \bar{m} \phi_j(x) \phi_i(x) dx = 0$$

Tomando en cuenta que para la viga en voladizo se tiene que en $x = L$ el momento es igual a cero, el cual está relacionado con la segunda derivada de $\phi(x)$; el giro para $x = 0$ es igual a cero, $\phi_i^I(0) = 0$. Así el primer término es anulado, por lo que la ecuación anterior resulta:

$$\begin{aligned} \int_0^L EI \phi_j^{II} \phi_i^{II} dx - W_{nj}^2 \int_0^L \bar{m} \phi_j(x) \phi_i(x) dx &= 0 \\ \int_0^L EI \phi_j^{II} \phi_i^{II} dx &= W_{nj}^2 \int_0^L \bar{m} \phi_j(x) \phi_i(x) dx \end{aligned} \quad (3.1.26)$$

De manera similar para el modo i , se tiene:

$$[EI \phi_i^{II}]^{II} - \bar{m} \phi_i(x) W_{ni}^2 = 0$$

Multiplicando la expresión anterior por $\phi_j(x)$ en que $i \neq j$ e integrando la ecuación resultante entre 0 y L se encuentra y repitiendo el cálculo se llega a:

$$\int_0^L EI \phi_i^{II} \phi_j^{II} dx = W_{ni}^2 \int_0^L \bar{m} \phi_i(x) \phi_j(x) dx \quad (3.1.27)$$

Para el caso en que $W_{ni}^2 \neq W_{nj}^2$, al restar la ecuación (3.1.26) menos (3.1.27) se halla:

$$\int_0^L \bar{m} \phi_i(x) \phi_j(x) dx = 0 \quad (3.1.28)$$

Sustituyendo la ecuación (3.1.28) en (3.1.26) o (3.1.27) se halla:

$$\int_0^L EI \phi_i'' \phi_j'' dx = 0 \quad (3.1.29)$$

Las dos últimas ecuaciones son las condiciones de ortogonalidad para una viga en voladizo que trabaja a flexión.

3.1.3.1 Valores propios y modos normalizados

Para el caso en que el modo i es igual al modo j , de la ecuación (3.1.27) resulta:

$$W_{ni}^2 = \frac{\int_0^L EI [\phi_i'']^2 dx}{\int_0^L \bar{m} \phi_i^2(x) dx} = \lambda_i \quad (3.1.30)$$

Con la ecuación anterior se pueden encontrar los valores propios en la viga en voladizo. Si el modo $i = j$, las condiciones de ortogonalidad son diferentes de cero.

$$\int_0^L \bar{m} \phi_i^2(x) dx \neq 0$$

$$\int_0^L EI [\phi_i'']^2 dx \neq 0$$

Los modos de vibración son normalizados de la siguiente manera:

$$\phi_i(x) = \frac{\phi_i(x)}{\sqrt{\int_0^L \bar{m} \phi_i^2(x) dx}} \quad (3.1.31)$$

De donde resulta que:

$$\int_0^L \bar{m} \phi_i^2(x) dx = 1 \quad (3.1.32)$$

Por lo que la ecuación (3.1.30) resulta:

$$W_{ni}^2 = \int_0^L EI [\phi_i'']^2 dx \quad (3.1.33)$$

3.1.4 Vibración forzada sin amortiguamiento

La viga de flexión en voladizo es resuelta cuando es sometida a una acción sísmica definida por un acelerograma y cuya ecuación diferencial es:

$$[EI Y'']'' + \bar{m} \ddot{Y} = -\bar{m} a(t) \quad (3.1.34)$$

Donde: $a(t)$, es la aceleración del terreno.

La solución es planteada de la siguiente manera:

$$Y(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) y_i(t) \quad (3.1.35)$$

Sustituyendo la ecuación (3.1.35) en (3.1.34)

$$\sum_{i=1}^{\infty} [EI \phi_i'']'' y_i(t) + \sum_{i=1}^{\infty} \bar{m} \phi_i(x) \ddot{y}_i = -\bar{m} a(t)$$

Al multiplicar la ecuación anterior por $\phi_j(x)$ e integrar entre 0 y L

$$\sum_{i=1}^{\infty} y_i(t) \int_0^L [EI \phi_i'']'' \phi_j(x) dx + \sum_{i=1}^{\infty} \ddot{y}_i \int_0^L \bar{m} \phi_i(x) \phi_j(x) dx = -a(t) \int_0^L \bar{m} \phi_j(x) dx$$

Al resolver por partes la primera de las integrales y aplicando las condiciones de borde para una viga en voladizo se encuentra que:

$$\sum_{i=1}^{\infty} y_i(t) \int_0^L EI \phi_i'' \phi_j'' dx + \sum_{i=1}^{\infty} \ddot{y}_i \int_0^L \bar{m} \phi_i(x) \phi_j(x) dx = -a(t) \int_0^L \bar{m} \phi_j(x) dx$$

Tomando en cuenta la ortogonalidad de los modos de vibración o sea, sólo hay valores para $i = j$, se tiene que para el modo j :

$$y_j(t) \int_0^L EI (\phi_j'')^2 dx + \ddot{y}_j \int_0^L \bar{m} \phi_j^2(x) dx = -a(t) \int_0^L \bar{m} \phi_j(x) dx$$

Al dividir la expresión anterior por $\int_0^L \bar{m} \phi_j^2(x) dx$ y sustituyendo la ecuación (3.1.30), resulta:

$$\ddot{y}_j + y_j(t) W_{nj}^2 = -a(t) \frac{\int_0^L \bar{m} \phi_j(x) dx}{\int_0^L \bar{m} \phi_j^2(x) dx} \quad (3.1.36)$$

La masa modal, m_j^* , se denomina como:

$$m_j^* = \frac{\left[\int_0^L \bar{m} \phi_j(x) dx \right]^2}{\int_0^L \bar{m} \phi_j^2(x) dx} \quad (3.1.37)$$

Al sustituir la ecuación (3.1.37) en la (3.1.36) se tiene:

$$\ddot{y}_j + y_j(t) W_{nj}^2 = -a(t) \frac{m_j^*}{\int_0^L \bar{m} \phi_j^2(x) dx}$$

De la expresión anterior se encuentra la respuesta en el tiempo

$$y_j(t) = -\frac{m_j^*}{W_{nj} \int_0^L \bar{m} \phi_j^2(x) dx} \int_0^t a(\tau) \sin[W_{nj}(t - \tau)] d\tau \quad (3.1.38)$$

La tabla I contiene los valores de las primeras cinco masas modales para una viga de flexión, en voladizo, de 4.0 m de longitud. Las masas modales son calculadas con la ecuación (3.1.37), la cual es reescrita de la siguiente forma:

$$m_j^* = \bar{m} L \frac{\left[\int_0^L \phi_j(x) dx \right]^2}{\int_0^L \phi_j^2(x) dx}$$

Tabla 3.1.1 Masas modales de una viga en flexión en voladizo

Modo j	$\frac{m_j^*}{\bar{m}}$
1	0.61306
2	0.18831
3	0.06475
4	0.03309
5	0.02001
$\Sigma =$	0.91923

Se establece en las normas sísmicas que el número mínimo de modos de vibración sea tal que la suma de las masas modales sea mayor de 0.9, por lo que de acuerdo con los resultados obtenidos se debe trabajar con 5 modos de vibrar.

3.1.4.1 Respuesta en el tiempo

La respuesta en el tiempo de una viga a flexión en voladizo ante una excitación en la base definida por un acelerograma está dada por la ecuación (3.1.38).

$$y_j(t) = -\frac{m_j^*}{W_{nj} \int_0^L \bar{m} \phi_j(x) dx} \int_0^t a(\tau) \text{sen}[W_{nj}(t - \tau)] d\tau$$

Sin embargo, es necesario desarrollar la integral que contiene la aceleración en el tiempo. A continuación se presenta tal desarrollo:

$$\begin{aligned} \int_0^t a(\tau) \text{sen}[W_{nj}(t - \tau)] d\tau &= \int_0^t a(\tau) [\text{sen}(W_{nj}t) \cos(W_{nj}\tau) - \text{sen}(W_{nj}\tau) \cos(W_{nj}t)] d\tau \\ &= \text{sen}(W_{nj}t) \int_0^t a(\tau) \cos(W_{nj}\tau) d\tau - \cos(W_{nj}t) \int_0^t a(\tau) \text{sen}(W_{nj}\tau) d\tau \end{aligned}$$

Por lo que la ecuación se reescribe como sigue:

$$y_j(t) = -\frac{m_j^*}{W_{nj} \int_0^L \bar{m} \phi_j(x) dx} \left[\text{sen}(W_{nj}t) \int_0^t a(\tau) \cos(W_{nj}\tau) d\tau - \cos(W_{nj}t) \int_0^t a(\tau) \text{sen}(W_{nj}\tau) d\tau \right]$$

El cálculo de las frecuencias naturales de vibración se hace tomando en cuenta que $a = p/L$.

$$W_n^2 = \frac{EI}{\bar{m}} a^4 \Rightarrow W_n = \frac{p^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\bar{m}}}$$

Debido a que la excitación está representada por secuencias de líneas rectas en intervalos de tiempo iguales, como se muestra en la figura 3.1.9, es posible calcular la integral de Duhamel de manera exacta para obtener la respuesta en el tiempo del sistema.

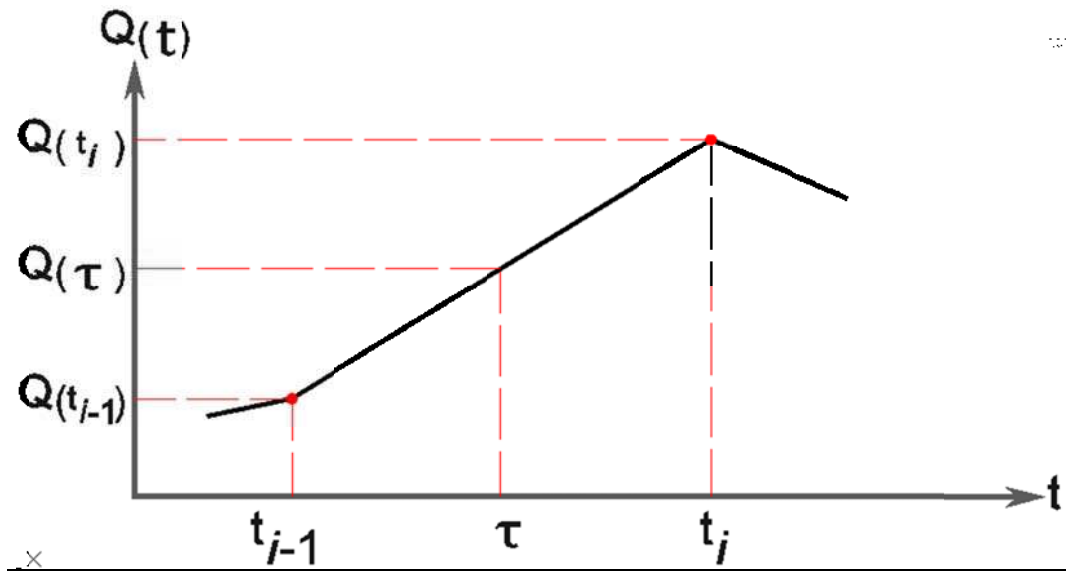


Figura 3.1.9 Función de la excitación lineal.

La ecuación (3.1.36) se puede escribir de la siguiente forma,

$$\ddot{y}_j + y_j(t) W_{nj}^2 = Q_j(t) \quad (3.1.39)$$

Donde:

$$Q_j(t) = -a(t) \frac{\int_0^L \phi_j(x) dx}{\int_0^L \phi_j^2(x) dx} \quad (3.1.40)$$

Así, la respuesta en el tiempo se escribe como:

$$y_j(t) = \frac{1}{W_{nj}} \int_0^t Q_j(\tau) \text{sen}[W_{nj}(t - \tau)] d\tau$$

Luego, independientemente del modo de vibrar

$$y(t) = \frac{1}{W_n} [A(t)\text{sen}(W_n t) - B(t)\text{cos}(W_n t)] \quad (3.1.41)$$

Donde:

$$A(t) = \int_0^t Q(\tau)\text{cos}(W_n \tau) d\tau \quad (3.1.42)$$

$$B(t) = \int_0^t Q(\tau)\text{sen}(W_n \tau) d\tau \quad (3.1.43)$$

De la figura 3.1.9 se observa que, la excitación, $Q(t)$, es recta dentro del intervalo (t_{i-1}, t_i) , por lo que se puede expresar como,

$$Q(t) = Q(t_{i-1}) + s \cdot (\tau - t_{i-1}) \quad (3.1.44)$$

Donde: s , es la pendiente de la recta y se calcula como sigue,

$$s = \frac{Q(t_i) - Q(t_{i-1})}{t_i - t_{i-1}} \quad (3.1.45)$$

De la ecuación (3.1.44) se obtienen las integrales exactas de las ecuaciones (3.1.42) y (3.1.43) para cada instante de tiempo, así que,

$$A(t_i) = A(t_{i-1}) + \frac{1}{W_n^2} [s \text{cos}(W_n \tau) + W_n Q(\tau)\text{sen}(W_n \tau)] \Big|_{t_{i-1}}^{t_i} \quad (3.1.46)$$

$$B(t_i) = B(t_{i-1}) + \frac{1}{W_n^2} [s \text{sen}(W_n \tau) - W_n Q(\tau)\text{cos}(W_n \tau)] \Big|_{t_{i-1}}^{t_i} \quad (3.1.47)$$

De tal forma que, se puede calcular la velocidad, $\dot{y}$, y la aceleración relativa, $\ddot{y}$, del sistema de manera exacta.

$$\dot{y} = A(t)\text{cos}(W_n t) + B(t)\text{sen}(W_n t) \quad (3.1.48)$$

$$\ddot{y} = -W_n^2 y(t) + Q(t) \quad (3.1.49)$$

La respuesta en desplazamiento del sistema es calculada con la ecuación (3.1.35) para cualquier altura y tiempo.

$$Y(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) y_i(t)$$

Y de manera análoga, se calcula la respuesta en velocidad y aceleración relativa del sistema para cualquier tiempo y altura.

$$\dot{Y}(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) \dot{y}_i \quad (3.1.50)$$

$$\ddot{Y}(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) \ddot{y}_i \quad (3.1.51)$$

La aceleración absoluta, $\ddot{Y}^t(x, t)$, del sistema en cualquier altura es aproximada por la suma de la aceleración del terreno y la aceleración relativa,

$$\ddot{Y}^t(x, t) \cong a(t) + \ddot{Y}(x, t) \quad (3.1.52)$$

Como las formas modales están definidas por la ecuación (3.1.12), las expresiones $\int_0^L \phi_j(x) dx$ y $\int_0^L \phi_j^2(x) dx$ se pueden calcular de forma exacta con las siguientes ecuaciones.

Solución de $\int_0^L \phi_j(x) dx$

$$\int_0^L \phi_j(x) dx = \int_0^L [A \operatorname{sen}(ax) + B \cos(ax) + C \operatorname{senh}(ax) + D \cosh(ax)] dx$$

Como $A = 1$ y $C = -1$, entonces

$$\int_0^L \phi_j(x) dx = \int_0^L \left[\operatorname{sen}\left(\frac{p}{L}x\right) + B \cos\left(\frac{p}{L}x\right) - \operatorname{senh}\left(\frac{p}{L}x\right) + D \cosh\left(\frac{p}{L}x\right) \right] dx$$

Al resolver las integrales se obtiene,

$$\int_0^L \phi_j(x) dx = \frac{L}{p} [B \operatorname{sen}(p) - \cos(p) - \cosh(p) + D \operatorname{senh}(p) + 2] \quad (3.1.53)$$

Solución de $\int_0^L \phi_j^2(x) dx$

$$\int_0^L \phi_j^2(x) dx = \int_0^L \left[\operatorname{sen}\left(\frac{p}{L}x\right) + B \cos\left(\frac{p}{L}x\right) - \operatorname{senh}\left(\frac{p}{L}x\right) + D \cosh\left(\frac{p}{L}x\right) \right]^2 dx$$

Al resolver las integrales se obtiene,

$$\int_0^L \phi_j^2(x) dx = \frac{c_1}{8p} [c_2 + c_3 + c_4 c_5 - c_6 - c_7] \quad (3.1.54)$$

Donde

$$\begin{aligned}
 c_1 &= Le^{-2p} \\
 c_2 &= e^{4p}(D-1)^2 \\
 c_3 &= 4(D-1)[(B-1)\cos(p) + (B+1)\sin(p)]e^{3p} \\
 c_4 &= 4e^{2p} \\
 c_5 &= (B^2-1)\sin(p)\cos(p) + 2B\sin^2(p) + B^2p + 2B + D(Dp+3) \\
 c_6 &= 4(D+1)[(B+1)\cos(p) + (1-B)\sin(p)]e^p \\
 c_7 &= (D+1)^2
 \end{aligned} \tag{3.1.55}$$

3.1.4.2 Ejemplos de aplicación

Se modela un edificio como una viga de flexión sin amortiguamiento y el cual es sometido a dos registros sísmicos. En el ejemplo 1, el edificio se somete al evento registrado el día 30 de septiembre de 1999 en el D.F. (registro de la SCT, figura 3.1.10), ya que se considera como sismo de servicio. En el ejemplo 2, el edificio se somete al evento registrado el 19 de septiembre de 1985 en el D.F. (registro de la SCT, figura 3.1.12), debido a que se considera como sismo de colapso.

Los datos del edificio son:

Altura del edificio, $H = 182.88m$
 Ancho del edificio, $B = 30.48m$
 Profundidad del edificio, $D = 30.48m$
 Número de niveles considerados, $niveles = 50$
 Periodo fundamental de vibrar, $T_1 = 5s$
 Densidad del edificio, $\rho_e = 192.03 kg/m^3$

Se desea conocer la respuesta máxima del edificio en cada uno de los niveles.

La respuesta es graficada con respecto a la altura normalizada a la unidad en la altura total del edificio, (z/H) .

Resultados del ejemplo 1

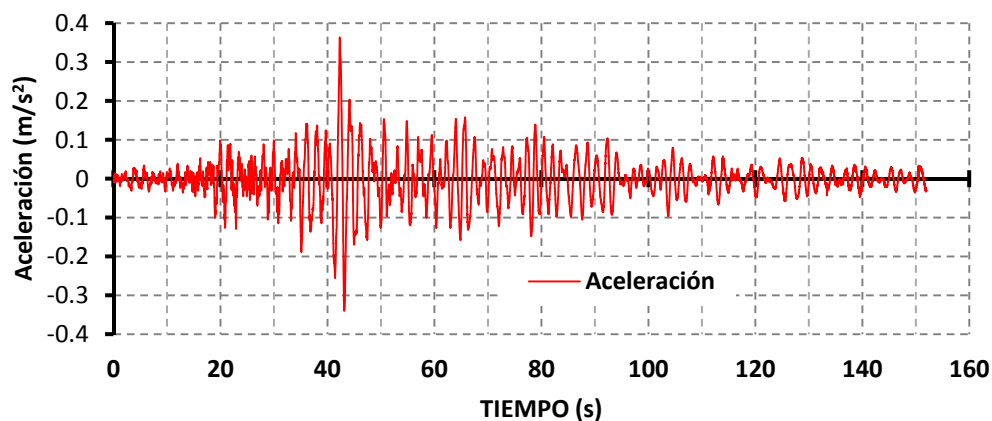
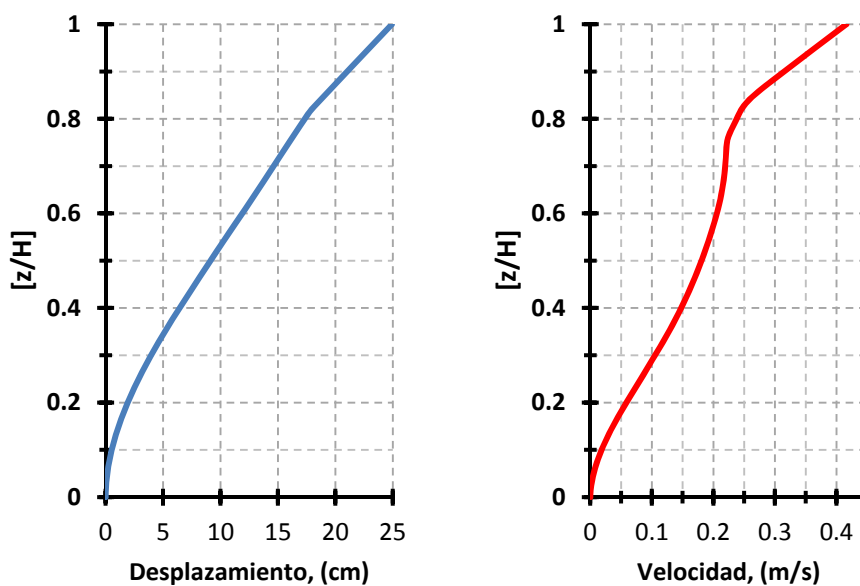


Figura 3.1.10 Acelerograma del sismo del 30 de septiembre de 1999 (SCT).

En la figura 3.1.11 se muestra la demanda de desplazamientos, velocidades y aceleraciones del edificio bajo la acción sísmica registrada el 30 de septiembre de 1999.



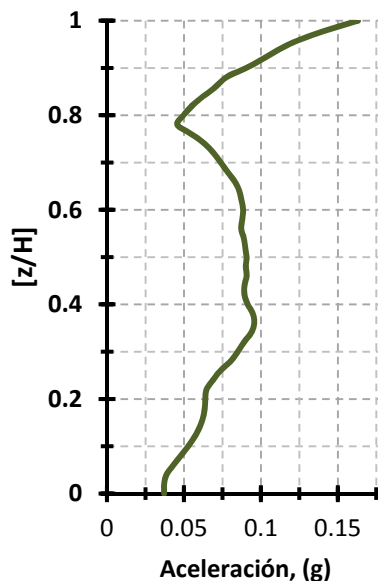


Figura 3.1.11 Respuesta en cada nivel del edificio con el sismo del 30 de septiembre de 1999 (SCT).

Resultados del ejemplo 2

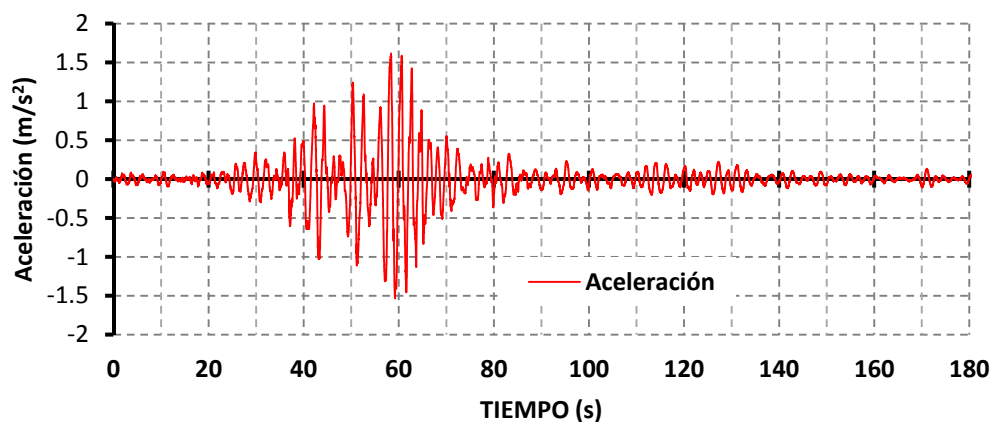


Figura 3.1.12 Acelerograma del sismo del 19 de septiembre de 1985 (SCT).

En la figura 3.1.13 se muestra la demanda de desplazamientos, velocidades y aceleraciones del edificio bajo la acción sísmica registrada el 19 de septiembre de 1985.

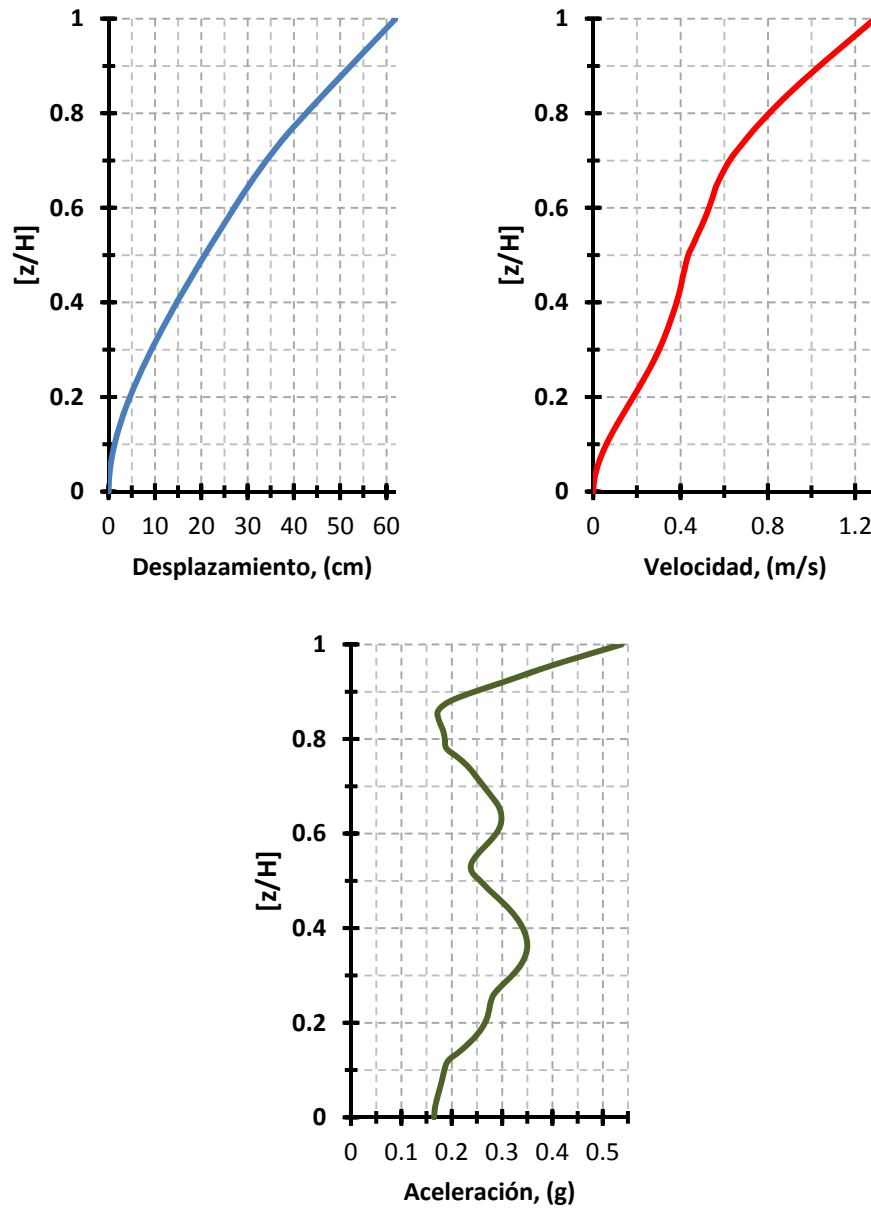


Figura 3.1.13 Respuesta en cada nivel del edificio con el sismo del 19 de septiembre de 1985 (SCT).

3.1.5 Vibración forzada con amortiguamiento

La viga de flexión en voladizo, ecuación (3.1.34), fue resuelta sin considerar amortiguamiento y su respuesta en el tiempo se obtiene de la ecuación (3.1.36) o (3.1.39). Si se considera amortiguamiento clásico en la viga de flexión, la solución es planteada como la multiplicación de una función que depende de la posición por otra función que depende del tiempo.

La función que depende de la posición esta definida por la ecuación (3.1.12) y la ecuación que depende del tiempo es,

$$\ddot{y}_j + 2\xi_{nj}W_{nj}\dot{y}_j + W_{nj}^2y_j(t) = Q_j(t) \quad (3.1.56)$$

Donde:

$Q_j(t)$ Esta definida en la ecuación (3.1.40)

ξ_{nj} Es el amortiguamiento asociado al modo j .

La ecuación (3.1.56) es solucionada de manera exacta con la integral de Duhamel, de manera similar al apartado anterior. Por lo que, la respuesta en el tiempo se escribe como:

$$y_j(t) = \frac{1}{W_{dj}} \int_0^t Q_j(\tau) e^{-\xi_{nj}W_{nj}(t-\tau)} \text{sen}[W_{dj}(t-\tau)] d\tau$$

De manera que, para cualquier modo la solución se desarrolla como sigue,

$$y(t) = \frac{e^{-\xi_n W_n t}}{W_d} [A(t) \text{sen}(W_d t) - B(t) \cos(W_d t)] \quad (3.1.57)$$

Donde:

$$A(t) = \int_0^t Q(\tau) e^{\xi_n W_n \tau} \cos(W_d \tau) d\tau \quad (3.1.58)$$

$$B(t) = \int_0^t Q(\tau) e^{\xi_n W_n \tau} \text{sen}(W_d \tau) d\tau \quad (3.1.59)$$

Como las ecuaciones (3.1.44) y (3.1.45) siguen siendo válidas para éste caso, entonces, las integrales en (3.1.58) y (3.1.59) se resuelven para cada instante de tiempo de la siguiente forma,

$$\begin{aligned}
 A(t_i) = A(t_{i-1}) &+ \frac{e^{\xi_n W_n \tau}}{W_n^2} \left[(\xi_n W_n Q(\tau) + s(1 - 2\xi_n^2)) \cos(W_d \tau) \right. \\
 &\left. + \frac{W_d}{W_n} (W_n Q(\tau) - 2\xi_n s) \sin(W_d \tau) \right] \Bigg|_{t_{i-1}}^{t_i}
 \end{aligned} \quad (3.1.60)$$

$$\begin{aligned}
 B(t_i) = B(t_{i-1}) &+ \frac{e^{\xi_n W_n \tau}}{W_n^2} \left[(\xi_n W_n Q(\tau) + s(1 - 2\xi_n^2)) \sin(W_d \tau) \right. \\
 &\left. - \frac{W_d}{W_n} (W_n Q(\tau) - 2\xi_n s) \cos(W_d \tau) \right] \Bigg|_{t_{i-1}}^{t_i}
 \end{aligned} \quad (3.1.61)$$

La velocidad, $\dot{y}$, y la aceleración relativa, $\ddot{y}$, del sistema se obtienen de manera exacta con las siguientes ecuaciones.

$$\dot{y} = e^{-\xi_n W_n t} [A(t) \cos(W_d t) + B(t) \sin(W_d t)] + \xi_n W_n y(t) \quad (3.1.62)$$

$$\ddot{y} = -W_n^2 y(t) - 2\xi_n W_n \dot{y} + Q(t) \quad (3.1.63)$$

Donde:

W_d Es la frecuencia amortiguada en (rad/s) definida en la ecuación (3.1.64)

$$W_d = W_n \sqrt{1 - \xi_n^2} \quad (3.1.64)$$

La respuesta relativa del sistema se calcula con las ecuaciones (3.1.35), (3.1.50) y (3.1.51). Para el cálculo de la aceleración absoluta, sigue siendo válida la ecuación (3.1.52).

El amortiguamiento se supone tipo Rayleigh, así que, el cálculo del amortiguamiento correspondiente a los modos superiores, ($j > 2$), se calcula como:

$$\xi_j = \frac{1}{2\omega_j} (\alpha + \beta \omega_j^2) \quad (3.3.65)$$

Las constantes α y β se definen como:

$$\alpha = \frac{2\omega_1 \omega_2 (\xi_1 \omega_2 - \xi_2 \omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \quad (3.3.66)$$

$$\beta = \frac{2(\xi_2 \omega_2 - \xi_1 \omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \quad (3.3.67)$$

Donde:

ω_j Es la frecuencia circular del modo j , (rad/s).

- ω_1 y ω_2 Son las frecuencias correspondientes al primero y segundo modo, respectivamente.
- ξ_1 y ξ_2 Son los amortiguamientos correspondientes al primero y segundo modo, respectivamente.

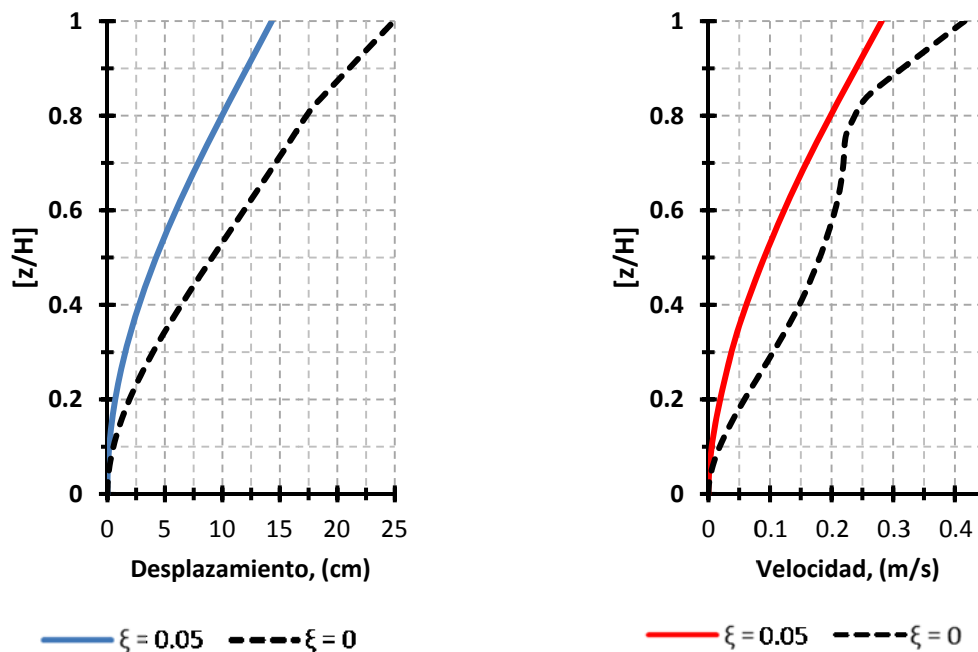
3.1.5.1 Ejemplos de aplicación

Se retoma el edificio utilizado en los ejemplo 1 y 2, se somete a los mismos registros sísmicos. En el tercer ejemplo, el edificio se somete al evento registrado el día 30 de septiembre de 1999 en D.F. y en el cuarto ejemplo, el edificio se somete al evento registrado el 19 de septiembre de 1985 en el D.F. Como dato adicional, se considera que los amortiguamientos asociados al primero y segundo modo son, $\xi_1 = 0.05$ y $\xi_2 = 0.02$, respectivamente.

Se desea conocer la respuesta máxima del edificio en cada uno de los niveles.

Resultados del ejemplo 3

En la figura 3.1.14 se muestra la demanda de desplazamientos, velocidades y aceleraciones del edificio, con amortiguamiento de $\xi_1 = 0.05$ en el modo fundamental bajo la acción sísmica registrada el 30 de septiembre de 1999. Adicionalmente se grafica la respuesta del edificio considerando $\xi_1 = 0.0$.



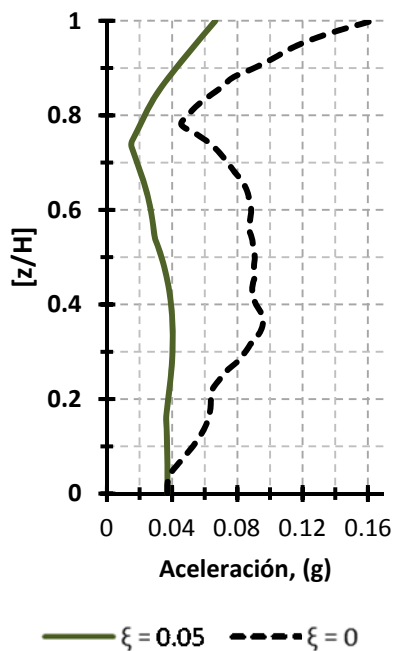


Figura 3.1.14 Respuesta del edificio con el sismo del 30 de septiembre de 1999 (SCT) para $\xi_1 = 0.05$ y $\xi_1 = 0.0$.

Resultados del ejemplo 4

En la figura 3.1.15 se muestra la demanda de desplazamientos, velocidades y aceleraciones del edificio, con amortiguamiento de $\xi_1 = 0.05$ en el modo fundamental bajo la acción sísmica registrada el 19 de septiembre de 1985. Adicionalmente se grafica la respuesta del edificio considerando $\xi_1 = 0.0$.

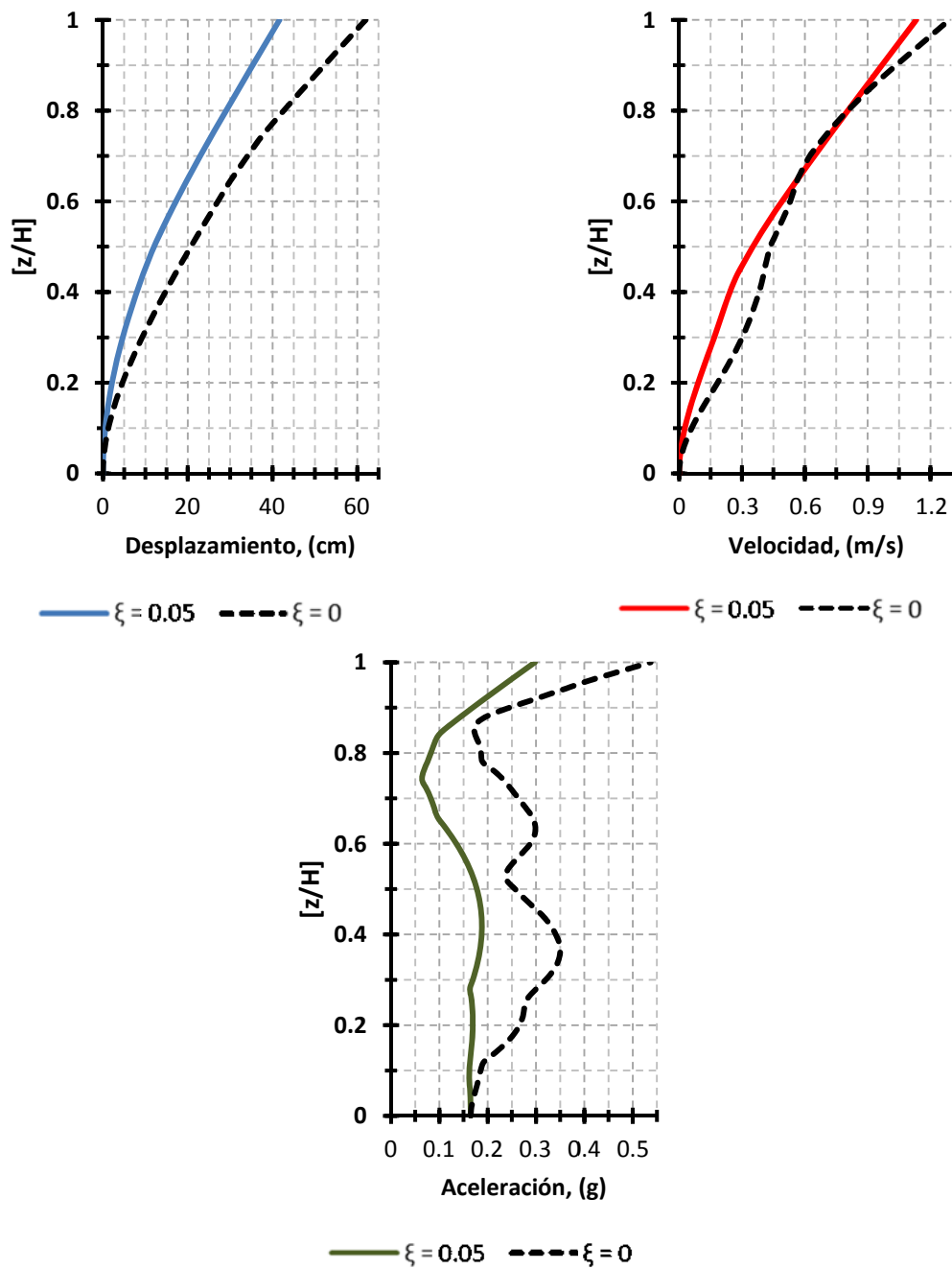


Figura 3.1.15 Respuesta del edificio con el sismo del 19 de septiembre de 1985 (SCT) para $\xi_1 = 0.05$ y $\xi_1 = 0.0$.

3.2 Viga de Corte

Se desarrolla el análisis de una viga de corte en voladizo y de sección constante, modelada como un sistema continuo. Es habitual, utilizar éste modelo para estudiar marcos formados por vigas y columnas sin muros de corte.

El análisis se inicia con la deducción de la ecuación diferencial de una viga de corte de sección constante, modelada como un sistema continuo, sometida a cargas transversales al eje del elemento.

Posteriormente se resuelve el problema de vibración libre y se comparan los dos primeros modos de vibrar de una viga de corte con una viga de flexión. Después, se estudia la ortogonalidad de los modos de vibrar en sistemas continuos. Finalmente se resuelve el problema de vibración forzada de una viga de corte de sección constante en voladizo empotrada en su base, sin amortiguamiento y con amortiguamiento, ante la acción sísmica definida por un acelerograma.

3.2.1 Ecuación diferencial de movimiento

Un marco plano, compuesto por columnas y vigas, se puede modelar como una viga de corte, en voladizo, como se muestra en la figura 3.2.1. El modelo considerado se analiza como un sistema continuo, por lo cual se tiene un número infinito de grados de libertad.

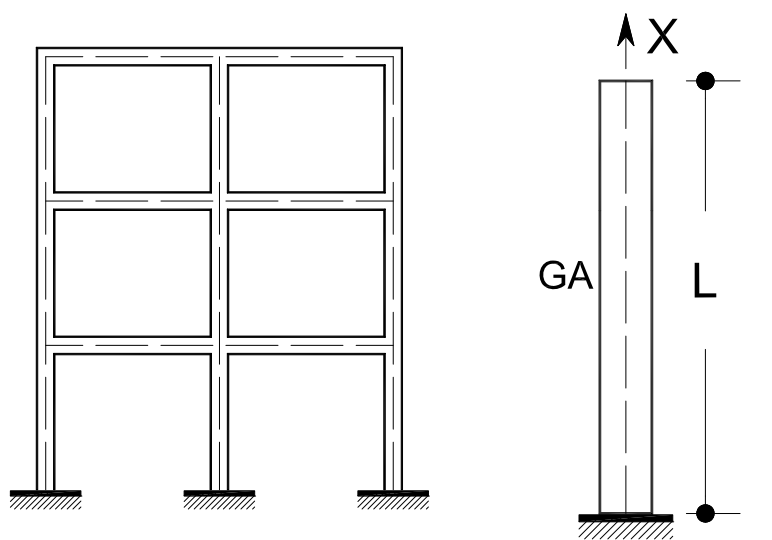


Figura 3.2.1 Marco plano modelado como viga de corte.

Se considera que la viga está sujeta a una carga, $P(x,t)$, transversal al eje del elemento. Aislando un elemento diferencial, como muestra la figura 3.2.2, se tienen las siguientes cargas:

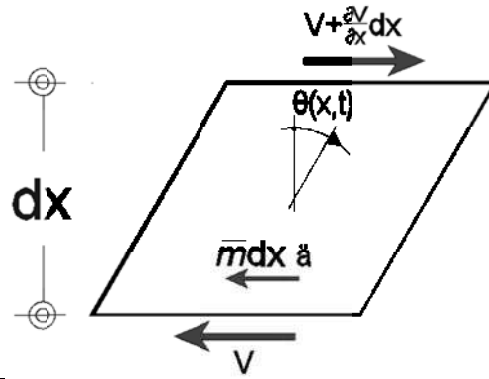


Figura 3.2.2 Cargas actuantes en el elemento diferencial.

Donde:

V Es la fuerza cortante

$\bar{m}$ Es masa por unidad de longitud

$\ddot{a}$ Es la aceleración de la viga

Haciendo sumatoria de fuerzas se tiene que:

$$V - \left(V + \frac{\partial V}{\partial x} dx \right) + \bar{m} dx \ddot{a} + P dx = 0$$

$$\ddot{a} = \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2}$$

Simplificando la expresión

$$\frac{\partial V}{\partial x} - \bar{m} \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = P \quad (3.2.1)$$

De la teoría de la elasticidad se conoce que:

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \Rightarrow \theta(x,t) = \frac{V(x,t)/A_c(x,t)}{G(x)}$$

Donde:

A_c Es el área efectiva de corte que es igual al área de la sección transversal dividida por el factor de corte β

$$\theta(x,t) = \beta \frac{V(x,t)}{G(x)A(x)}$$

Se conoce que la rotación θ es la derivada de $Y(x,t)$ con respecto de x , por lo que:

$$\theta(x,t) = \beta \frac{V(x,t)}{G(x)A(x)} = \frac{\partial Y}{\partial x}$$

De donde

$$V = \frac{G(x)A(x)}{\beta} \frac{\partial Y}{\partial x} \quad (3.2.2)$$

Si la viga es de sección constante, al derivar la ecuación (3.2.2) con respecto de x y al reemplazar en la ecuación (3.2.1) se tiene:

$$\frac{GA}{\beta} \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} - \bar{m} \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = P \quad (3.2.3)$$

3.2.2 Vibración libre

El problema se reduce a la ecuación (3.2.4):

$$\frac{GA}{\beta} \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} - \bar{m} \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = 0 \quad (3.2.4)$$

Por el método de separación de variables, se propone la siguiente solución como el producto de una función modal, $\phi(x)$, y una función que depende del tiempo, $y(t)$.

$$Y(x, t) = \phi(x) y(t) \quad (3.2.5)$$

Calculando $\frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}$ y $\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2}$; y sustituyendo en la ecuación (3.2.4) se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{GA}{\beta} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} y(t) - \bar{m} \phi(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} &= 0 \\ \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} y(t) - \frac{\bar{m}\beta}{GA} \phi(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} &= 0 \end{aligned}$$

Separando variables

$$\frac{\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}}{\phi(x)} = \frac{\bar{m}\beta}{GA} \frac{\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}}{y(t)} = -a^2 \quad (3.2.6)$$

De aquí, el problema se desacopla en dos problemas definidos por 2 ecuaciones diferenciales ordinarias

$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} + a^2 \phi(x) = 0 \quad (3.2.7)$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{GA}{\bar{m}\beta} a^2 y(t) = 0 \quad (3.2.8)$$

La ecuación (3.2.8) describe el problema de vibración libre sin amortiguamiento de un S I GL, sin embargo debe cumplirse lo siguiente:

$$W_n^2 = \frac{GA}{\bar{m}\beta} a^2 \quad (3.2.9)$$

Para calcular el valor de la frecuencia natural del sistema, W_n , es necesario conocer el valor de a a partir de la ecuación (3.2.7), cuya solución es:

$$\phi(x) = A \operatorname{sen}(ax) + B \cos(ax) \quad (3.2.10)$$

Donde: Las constantes A y B dependen de las condiciones de contorno

Para la viga en voladizo, como se muestra en la figura 3.2.1, las condiciones de contorno son:

1. En $x = 0 \Rightarrow \phi(x) = 0$
2. En $x = 0 \Rightarrow V(x) = 0$

El cortante es calculado con la ecuación (3.2.2) al reemplazar en ella la primera derivada de la ecuación (3.2.5) con respecto de x .

$$V = \frac{GA}{\beta} \phi' y(t)^1$$

Para que el cortante sea cero en $x = L$ se debe cumplir que:

$$\phi'(L) = 0$$

De la primera condición se obtiene:

$$\phi(0) = 0 \Rightarrow B = 0$$

De la segunda condición se tiene que:

$$\begin{aligned} \phi' &= A a \cos(ax) - B a \operatorname{sen}(ax) \\ \phi'(L) &= 0 = \cos(p) \end{aligned}$$

¹ se ha escrito como (') a la derivada con respecto a la posición x y a ($\dot{}$) a la derivada respecto del tiempo t

Por lo que la ecuación a resolver es:

$$\cos(p) = 0$$

$$p = a L \quad (3.2.11)$$

Las raíces son:

$$p = (2n - 1) \frac{\pi}{2} \quad (3.2.12)$$

En la figura 3.2.3 se muestran las cuatro primeras formas modales de una viga de corte en voladizo con una longitud de 4m.

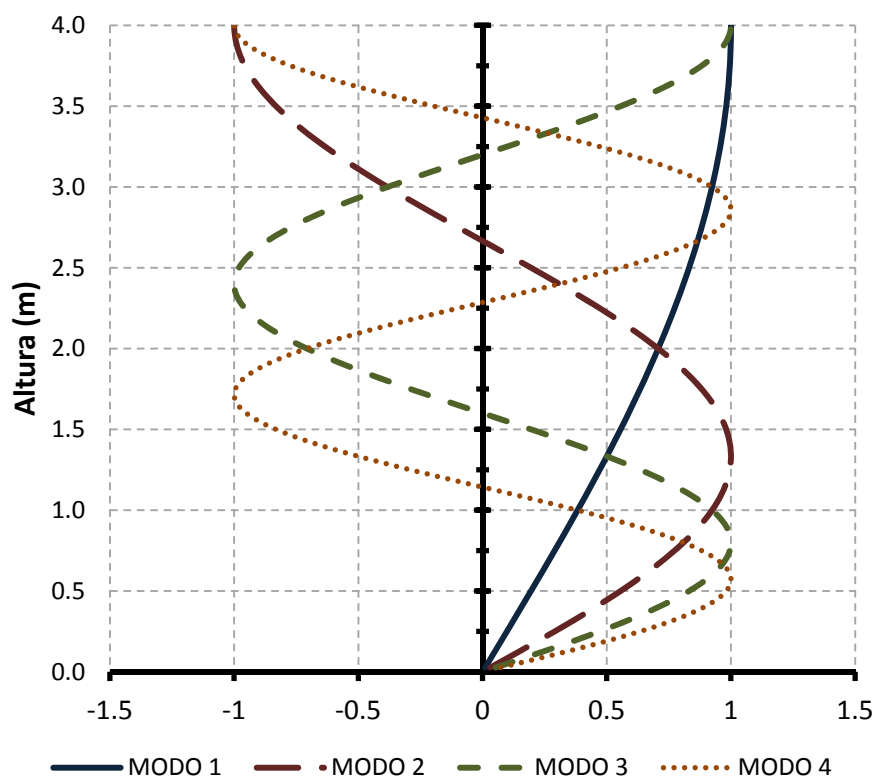


Figura 3.2.3 Formas modales de una viga de corte en voladizo.

En la figura 3.2.4 se muestran los primeros modos de vibrar de una viga de flexión y una de corte.

En la viga de corte se aprecia que en la parte inferior se tienen las mayores amplitudes y en la viga de flexión las mayores amplitudes se presentan en la parte superior. De lo anterior, lo ideal es tener una combinación entre el comportamiento de una viga de flexión con una viga de corte.

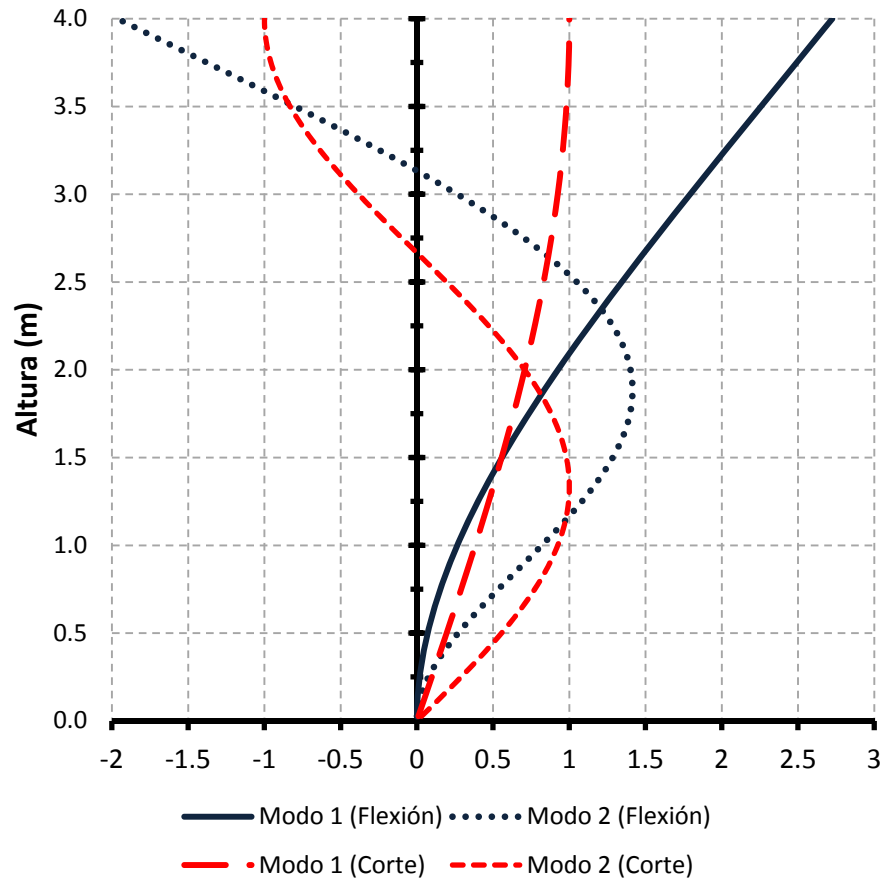


Figura 3.2.4 Comparación de los modos de vibrar.

3.2.2.1 Frecuencias de vibración

A continuación se reescribe la ecuación (3.2.9)

$$W_n = a \sqrt{\frac{GA}{\bar{m}\beta}}$$

Al sustituir la ecuación (3.2.12) en la ecuación (3.2.11), se despeja a , por lo que el valor de W_n resulta:

$$W_n = \frac{(2n-1)\pi}{2L} \sqrt{\frac{GA}{\bar{m}\beta}} \quad (3.2.13)$$

La relación que existe entre las frecuencias de los modos superiores con respecto al primer modo es:

$$\frac{W_n}{W_1} = 2n - 1 \quad (3.2.14)$$

3.2.3 Ortogonalidad de los modos de vibración

La ecuación (3.2.7) es escrita de la siguiente manera:

$$[\phi']^I + a^2 \phi(x) = 0$$

Para el modo i se tiene:

$$[\phi_i']^I + a^2 \phi_i(x) = 0$$

Multiplicando la expresión anterior por $\phi_j(x)$ e integrando la ecuación resultante entre 0 y L se encuentra:

$$\int_0^L \phi_j(x) [\phi_i']^I dx + a^2 \int_0^L \phi_j(x) \phi_i(x) dx = 0$$

Integrando por partes la primera integral, tomando $u = \phi_j(x)$ y dv al resto, se tiene:

$$\{\phi_j(x) \phi_i'\}_0^L - \int_0^L \phi_j' \phi_i^I dx$$

Para una viga en voladizo se tienen las siguientes condiciones: en $x = L$ el cortante vale cero, $\phi_i'(L) = 0$; el desplazamiento en $x = 0$ es cero, o sea $\phi_j(0) = 0$. Por lo que el primer término de la expresión anterior se reduce a cero, tal que:

$$\begin{aligned} - \int_0^L \phi_j' \phi_i^I dx + a^2 \int_0^L \phi_j(x) \phi_i(x) dx &= 0 \\ a^2 \int_0^L \phi_j(x) \phi_i(x) dx &= \int_0^L \phi_j' \phi_i^I dx \end{aligned}$$

El valor de a^2 para el modo i vale:

$$a^2 = W_{ni}^2 \frac{\bar{m} \beta}{GA}$$

Al sustituir a^2 en la última ecuación se llega a:

$$W_{ni}^2 \int_0^L \bar{m} \phi_j(x) \phi_i(x) dx = \frac{GA}{\beta} \int_0^L \phi_i' \phi_j' dx \quad (3.2.15)$$

Se procede de forma similar para el modo j , y se llega a:

$$W_{nj}^2 \int_0^L \bar{m} \phi_i(x) \phi_j(x) dx = \frac{GA}{\beta} \int_0^L \phi_j' \phi_i' dx \quad (3.2.16)$$

Si se resta la ecuación (3.2.16) menos la ecuación (3.2.15) se obtiene que:

$$(W_{nj}^2 - W_{ni}^2) \int_0^L \bar{m} \phi_i(x) \phi_j(x) dx = 0$$

Para $i \neq j$

$$\int_0^L \bar{m} \phi_i(x) \phi_j(x) dx = 0 \quad (3.2.17)$$

$$\int_0^L \frac{GA}{\beta} \phi_j' \phi_i' dx = 0 \quad (3.2.18)$$

3.2.4 Vibración forzada sin amortiguamiento

La viga de corte en voladizo es resuelta cuando es sometida a una acción sísmica definida por un acelerograma y cuya ecuación diferencial es:

$$\left[\frac{GA}{\beta} Y' \right]' - \bar{m} \ddot{Y} = -\bar{m} a(t) \quad (3.2.19)$$

Donde: $a(t)$, es la aceleración del suelo.

La solución es planteada de la siguiente manera:

$$Y(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) y_i(t) \quad (3.2.20)$$

Al sustituir la ecuación (3.2.20) en (3.2.19)

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{GA}{\beta} \phi_i' \right]^I y_i(t) - \sum_{i=1}^{\infty} \bar{m} \phi_i(x) \ddot{y}_i = -\bar{m} a(t)$$

Al multiplicar la ecuación anterior por $\phi_j(x)$ e integrar entre 0 y L

$$\sum_{i=1}^{\infty} y_i(t) \int_0^L \left[\frac{GA}{\beta} \phi_i' \right]^I \phi_j(x) dx - \sum_{i=1}^{\infty} \ddot{y}_i \int_0^L \bar{m} \phi_i(x) \phi_j(x) dx = -a(t) \int_0^L \bar{m} \phi_j(x) dx$$

Al resolver por partes la primera de las integrales y aplicando las condiciones de borde para una viga en voladizo se encuentra que:

$$-\sum_{i=1}^{\infty} y_i(t) \int_0^L \frac{GA}{\beta} \phi_i' \phi_j' dx - \sum_{i=1}^{\infty} \ddot{y}_i \int_0^L \bar{m} \phi_i(x) \phi_j(x) dx = -a(t) \int_0^L \bar{m} \phi_j(x) dx$$

Tomando en cuenta la ortogonalidad de los modos de vibración o sea, sólo hay valores para $i = j$, se tiene que para el modo i :

$$y_i(t) \int_0^L \frac{GA}{\beta} (\phi_i')^2 dx + \ddot{y}_i \int_0^L \bar{m} \phi_i^2(x) dx = a(t) \int_0^L \bar{m} \phi_i(x) dx$$

Al dividir la expresión anterior por $\int_0^L \bar{m} \phi_i^2(x) dx$ y sustituyendo la ecuación (3.2.16), resulta:

$$\ddot{y}_i + W_{ni}^2 y_i(t) = a(t) \frac{\int_0^L \bar{m} \phi_i(x) dx}{\int_0^L \bar{m} \phi_i^2(x) dx} \quad (3.2.21)$$

La masa modal, m_i^* , se denomina como:

$$m_i^* = \frac{\left[\int_0^L \bar{m} \phi_i(x) dx \right]^2}{\int_0^L \bar{m} \phi_i^2(x) dx} \quad (3.2.22)$$

Por lo que la respuesta en el tiempo es:

$$y_i(t) = \frac{m_i^*}{W_{ni} \int_0^L \bar{m} \phi_i(x) dx} \int_0^t a(\tau) \text{sen}[W_{ni}(t - \tau)] d\tau \quad (3.2.23)$$

La ecuación que define la forma modal de una viga de corte se escribe a continuación:

$$\phi_i(x) = A \operatorname{sen} \left[\frac{(2i-1)\pi}{2L} x \right]$$

Para simplificar el cálculo de m_i^* , se sustituye la ecuación anterior en la ecuación (3.2.21):

$$m_i^* = \frac{\left[\int_0^L \bar{m} \phi_i(x) dx \right]^2}{\int_0^L \bar{m} \phi_i^2(x) dx} = \frac{(\bar{m})^2 \left\{ \int_0^L A \operatorname{sen} \left[\frac{(2i-1)\pi}{2L} x \right] dx \right\}^2}{\bar{m} \int_0^L A^2 \operatorname{sen}^2 \left[\frac{(2i-1)\pi}{2L} x \right] dx}$$

$$m_i^* = \frac{\bar{m} \left\{ \left(-\frac{(2i-1)\pi}{2L} \cos \left[\frac{(2i-1)\pi}{2L} x \right] \right)_0^L \right\}^2}{\left\{ \frac{x}{2} - \frac{L/\pi}{2(2i-1)} \operatorname{sen} \left[\frac{(2i-1)\pi}{2L} x \right] \cos \left[\frac{(2i-1)\pi}{2L} x \right] \right\}_0^L}$$

$$m_i^* = \frac{\bar{m} \frac{4L^2}{(2i-1)^2 \pi^2}}{\frac{L}{2}} = \frac{8 \bar{m} L}{(2i-1)^2 \pi^2}$$

Donde: $\bar{m} L$, es la masa total, M_t , por lo que la masa modal es:

$$m_i^* = \frac{8M_t}{(2i-1)^2 \pi^2} \quad (3.2.23)$$

En la tabla 3.2.1 se presentan las masas modales de los primeros 5 modos de vibrar.

Tabla 3.2.1 Masas modales de una viga de corte en voladizo

Modo i	$\frac{m_i^*}{M_t}$
1	0.8106
2	0.0901
3	0.0325
4	0.0166
5	0.01
$\Sigma =$	0.9597

Se establece en las normas sísmicas que el número mínimo de modos de vibración sea tal que la suma de las masas modales sea mayor de 0.9, por lo que de acuerdo con los resultados obtenidos se debe trabajar con 5 modos de vibrar.

3.2.4.1 Respuesta en el tiempo

La ecuación (3.2.21) se puede escribir de la siguiente forma,

$$\ddot{y}_i + y_i(t) W_{ni}^2 = Q_i(t) \quad (3.2.24)$$

Donde:

$$Q_i(t) = a(t) \frac{\int_0^L \phi_i(x) dx}{\int_0^L \phi_i^2(x) dx} \quad (3.2.25)$$

Así, la respuesta en el tiempo se escribe como:

$$y_i(t) = \frac{1}{W_{ni}} \int_0^t Q_i(\tau) \text{sen}[W_{ni}(t - \tau)] d\tau \quad (3.2.26)$$

De tal forma que se puede utilizar el procedimiento que se ha desarrollado en el apartado 3.1.4 para calcular la respuesta en el tiempo.

La respuesta en desplazamiento del sistema es calculada con la ecuación (3.2.20) para cualquier altura y tiempo.

$$Y(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) y_i(t)$$

La respuesta de la velocidad y aceleración relativa del sistema para cualquier tiempo y altura.

$$\dot{Y}(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) \dot{y}_i \quad (3.2.27)$$

$$\ddot{Y}(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) \ddot{y}_i \quad (3.2.28)$$

La aceleración absoluta, $\ddot{Y}^t(x, t)$, del sistema en cualquier altura es aproximada por la suma de la aceleración del terreno y la aceleración relativa,

$$\ddot{Y}^t(x, t) \cong a(t) + \ddot{Y}(x, t) \quad (3.2.29)$$

Como las formas modales están definidas como,

$$\phi(x) = A \text{sen}\left(\frac{p}{L} x\right)$$

Donde: $A = 1$

Así que, las integrales $\int_0^L \phi_i(x)dx$ y $\int_0^L \phi_i^2(x)dx$ se pueden calcular de forma exacta con las siguientes ecuaciones.

Solución de $\int_0^L \phi_i(x)dx$

$$\int_0^L \phi_i(x)dx = \int_0^L \text{sen}\left(\frac{p}{L}x\right)dx$$

Al resolver la integral se obtiene,

$$\int_0^L \phi_i(x)dx = \frac{L}{p}[1 - \cos(p)] \quad (3.2.30)$$

Solución de $\int_0^L \phi_i^2(x)dx$

$$\int_0^L \phi_i^2(x)dx = \int_0^L \text{sen}^2\left(\frac{p}{L}x\right)dx$$

Al resolver la integral se obtiene,

$$\int_0^L \phi_i^2(x)dx = \frac{L}{2}\left[1 - \frac{\text{sen}(p)\cos(p)}{p}\right] \quad (3.2.31)$$

De tal manera que,

$$\frac{\int_0^L \phi_i(x)dx}{\int_0^L \phi_i^2(x)dx} = \frac{2[\cos(p) - 1]}{\text{sen}(p)\cos(p)} \quad (3.2.32)$$

Entonces,

$$Q_i(t) = a(t) \left\{ \frac{2[\cos(p) - 1]}{\text{sen}(p)\cos(p)} \right\}$$

3.2.4.2 Cortante basal

La ecuación con la que se calcula el cortante basal es:

$$V(x, t) = \frac{GA}{\beta} \phi^I y(t)$$

Al reemplazar el valor de $y_i(t)$ para el modo i , se tiene que:

$$V(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{m_i^*}{W_{ni}} \frac{\int_0^t a(\tau) \text{sen}[W_{ni}(t - \tau)] d\tau}{\int_0^L \bar{m} \phi_i(x) dx} \frac{GA}{\beta} \phi^I$$

Se denomina:

$$A_i(t) = W_{ni} \int_0^t a(\tau) \text{sen}[W_{ni}(t - \tau)] d\tau \quad (3.2.33)$$

El cortante en cualquier punto de la viga es calculado con:

$$V(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{m_i^*}{W_{ni}^2} \frac{\frac{GA}{\beta} \phi^I}{\int_0^L \bar{m} \phi_i(x) dx} A_i(t) \quad (3.2.34)$$

El cortante en la base de la viga, V_0 , es denominado cortante basal

$$V_0 = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{m_i^*}{W_{ni}^2} \frac{\frac{GA}{\beta} \phi^I(0)}{\int_0^L \bar{m} \phi_i(x) dx} A_i(t) \quad (3.2.35)$$

A continuación se escribe la ecuación (3.2.7) para el modo i :

$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} + a^2 \phi(x) = 0 \Rightarrow \left(\frac{GA}{\beta} \phi_i^I \right)^I - W_{ni}^2 \bar{m} \phi_i(x) = 0$$

Al multiplicar por dx e integrar de 0 a L se tiene que:

$$\int_0^L \left(\frac{GA}{\beta} \phi_i^I \right)^I dx - W_{ni}^2 \int_0^L \bar{m} \phi_i(x) dx = 0$$

$$\left(\frac{GA}{\beta}\phi_i^I\right)_{x=L} - \left(\frac{GA}{\beta}\phi_i^I\right)_{x=0} - W_{ni}^2 \int_0^L \bar{m} \phi_i(x) dx = 0$$

De la condición de borde para una viga en voladizo, $\phi_i^I(x=L)=0$, se llega a:

$$-\left[\frac{GA}{\beta}\phi_i^I(0)\right]_{x=0} - W_{ni}^2 \int_0^L \bar{m} \phi_i(x) dx = 0$$

$$\frac{\frac{GA}{\beta}\phi_i^I(0)}{W_{ni}^2 \int_0^L \bar{m} \phi_i(x) dx} = -1$$

Por lo que la ecuación (3.2.26) resulta:

$$V_0 = -\sum_{i=1}^{\infty} m_i^* A_i(t)$$

$$V_0 = -\sum_{i=1}^{\infty} m_i^* W_{ni} \int_0^t a(\tau) \text{sen}[W_{ni}(t-\tau)] d\tau$$

Al desarrollar $\text{sen}[W_{ni}(t-\tau)]$, se ha omitido el signo ya que no tiene importancia para el cálculo del cortante basal. Luego:

$$V_0 = \sum_{i=1}^{\infty} m_i^* W_{ni} \left[\text{sen}(W_{ni}t) \int_0^t a(\tau) \cos(\tau) d\tau - \cos(W_{ni}t) \int_0^t a(\tau) \text{sen}(\tau) d\tau \right] \quad (3.2.36)$$

3.2.4.3 Ejemplos de aplicación

Se modela un edificio como una viga de corte sin amortiguamiento y el cual es sometido a dos registros sísmicos. En el ejemplo 1, el edificio se somete al evento registrado el día 30 de septiembre de 1999 en el D.F.. En el ejemplo 2, el edificio se somete al evento registrado el 19 de septiembre de 1985 en el D.F.

Los datos del edificio son:

Altura del edificio, $H = 182.88m$

Ancho del edificio, $B = 30.48m$

Profundidad del edificio, $D = 30.48m$

Número de niveles considerados, *niveles* = 50

Periodo fundamental de vibrar, $T_1 = 5s$

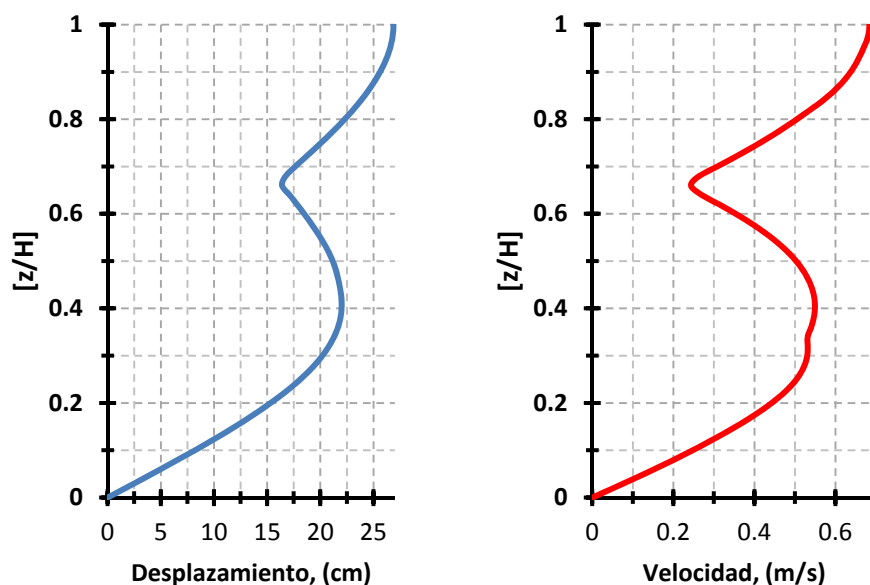
Densidad del edificio, $\rho_e = 192.03 \text{ kg/m}^3$

Se desea conocer la respuesta máxima del edificio en cada uno de los niveles.

La respuesta es graficada con respecto a la altura normalizada a la unidad en la altura total del edificio, (z/H) .

Resultados del ejemplo 1

En la figura 3.2.5 se muestra la demanda de desplazamientos, velocidades y aceleraciones del edificio bajo la acción sísmica registrada el 30 de septiembre de 1999.



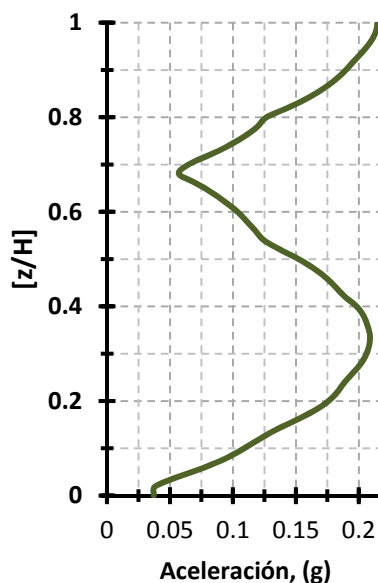
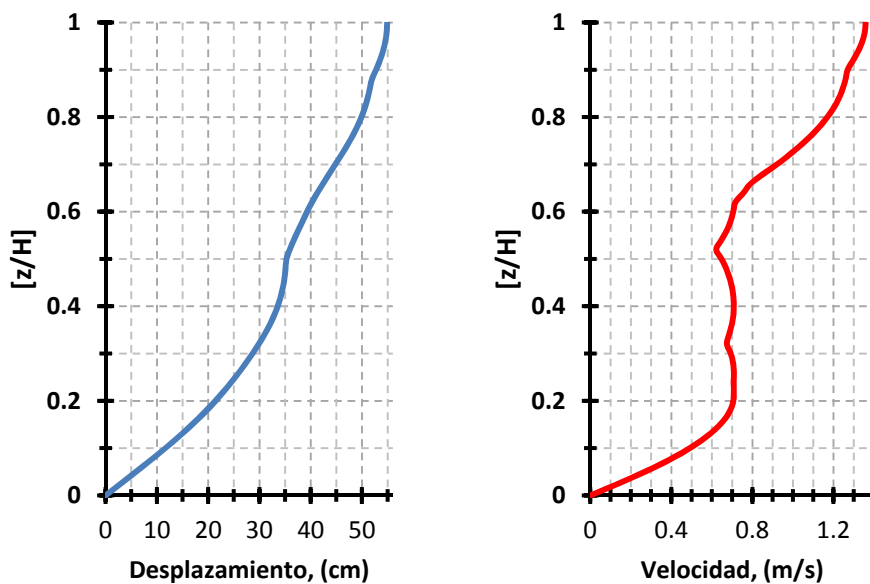


Figura 3.2.5 Respuesta en cada nivel del edificio con el sismo del 30 de septiembre de 1999 (SCT).

Resultados del ejemplo 2

En la figura 3.2.6 se muestra la demanda de desplazamientos, velocidades y aceleraciones del edificio bajo la acción sísmica registrada el 19 de septiembre de 1985.



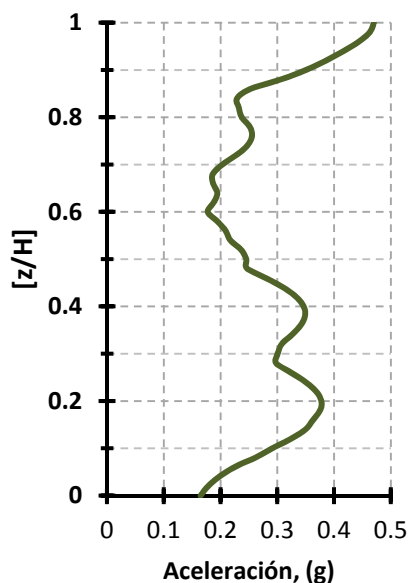


Figura 3.2.6 Respuesta en cada nivel del edificio con el sismo del 19 de septiembre de 1985 (SCT).

3.2.5 Vibración forzada con amortiguamiento

La viga de corte en voladizo, ecuación (3.2.19), fue resuelta sin considerar amortiguamiento y su respuesta en el tiempo se obtiene de la ecuación (3.2.21) o (3.2.24). Si se considera amortiguamiento clásico en la viga de corte, la solución es planteada como la multiplicación de dos funciones, una que depende de la posición, $\phi_i(x)$, por otra función que depende del tiempo, $y_i(t)$.

La ecuación que depende del tiempo esta definida como,

$$\ddot{y}_i + 2\xi_{ni}W_{ni}\dot{y}_i + W_{ni}^2y_i(t) = Q_i(t) \quad (3.2.37)$$

Donde:

$Q_i(t)$ Esta definida en la ecuación (3.2.25)

ξ_{ni} Es el amortiguamiento asociado al modo i .

La ecuación (3.2.37) es solucionada de manera exacta con la integral de Duhamel, de manera similar al apartado 3.1.5. Por lo que, la respuesta en el tiempo se escribe como:

$$y_i(t) = \frac{1}{W_{di}} \int_0^t Q_i(\tau) e^{-\xi_{ni} W_{ni}(t-\tau)} \text{sen}[W_{di}(t-\tau)] d\tau \quad (3.2.38)$$

De tal forma que se puede utilizar el procedimiento que se ha desarrollado en el apartado 3.1.5 para calcular la respuesta en el tiempo.

La respuesta relativa del sistema se calcula con las ecuaciones (3.2.20), (3.2.27) y (3.2.28), la aceleración absoluta es calculada con la ecuación (3.2.29).

3.2.5.1 Ejemplos de aplicación

Se retoma el edificio utilizado en los ejemplo 1 y 2, se somete a los mismos registros sísmicos. En el ejemplo 3, el edificio se somete al evento registrado el día 30 de septiembre de 1999 en D.F. (registro de la SCT, figura 3.1.10) y en el ejemplo 4, el edificio se somete al evento registrado el 19 de septiembre de 1985 en el D.F. (registro de la SCT, figura 3.1.10). Como dato adicional, se considera que los amortiguamientos asociados al primero y segundo modo son, $\xi_1 = 0.05$ y $\xi_2 = 0.02$, respectivamente.

Se desea conocer la respuesta máxima del edificio en cada uno de los niveles.

Resultados del ejemplo 3

En la figura 3.2.7 se muestra la demanda de desplazamientos, velocidades y aceleraciones del edificio, con amortiguamiento de $\xi_1 = 0.05$ en el modo fundamental bajo la acción sísmica registrada el 30 de septiembre de 1999. Adicionalmente se grafica la respuesta del edificio considerando $\xi_1 = 0.0$.

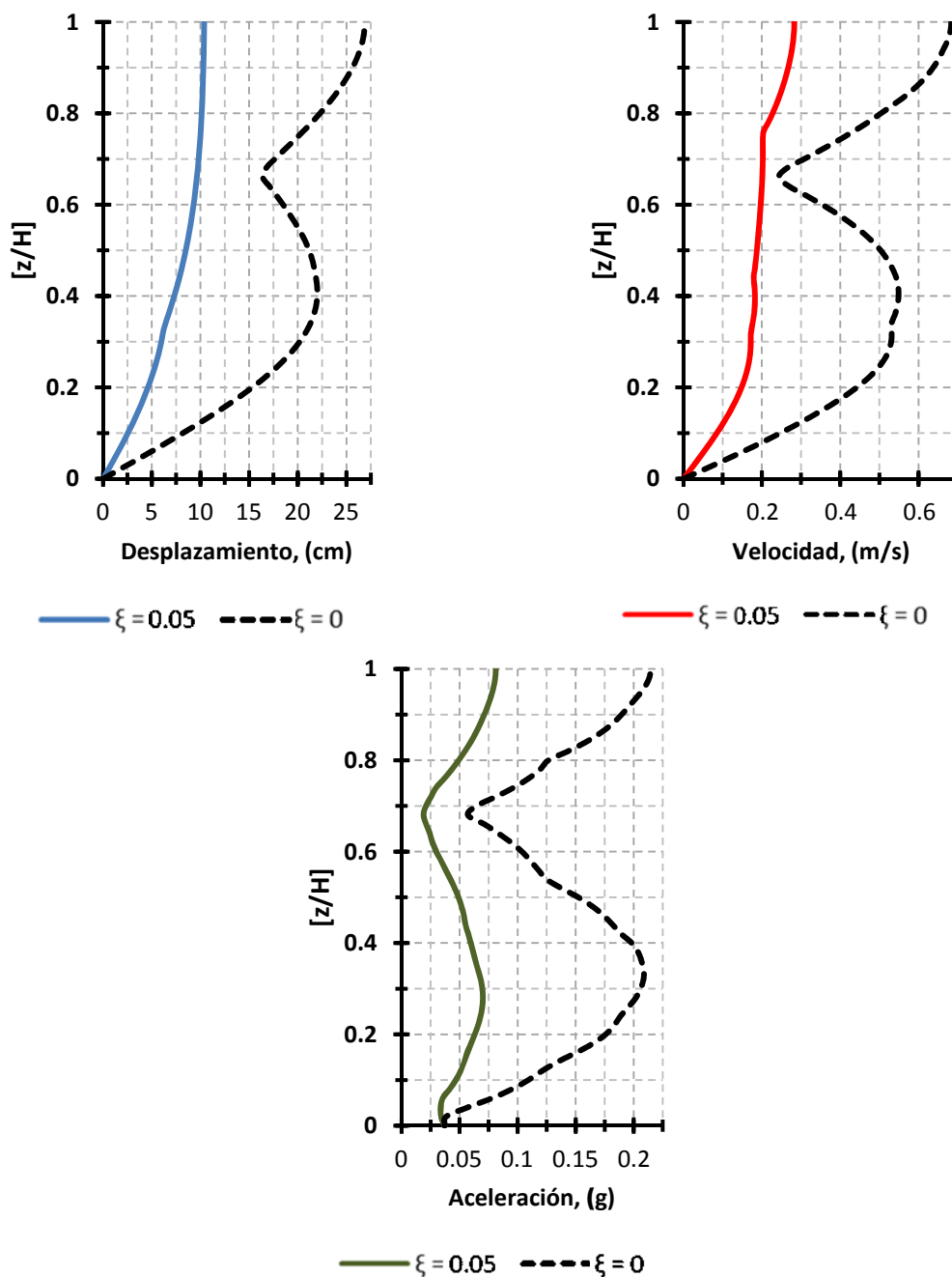


Figura 3.2.7 Respuesta del edificio con el sismo del 30 de septiembre de 1999 (SCT) para $\xi_1 = 0.05$ y $\xi_1 = 0.0$.

Resultados del ejemplo 4

En la figura 3.2.8 se muestra la demanda de desplazamientos, velocidades y aceleraciones del edificio, con amortiguamiento de $\xi_1 = 0.05$ en el modo fundamental bajo la acción sísmica registrada el 19 de septiembre de 1985. Adicionalmente se grafica la respuesta del edificio considerando $\xi_1 = 0.0$.

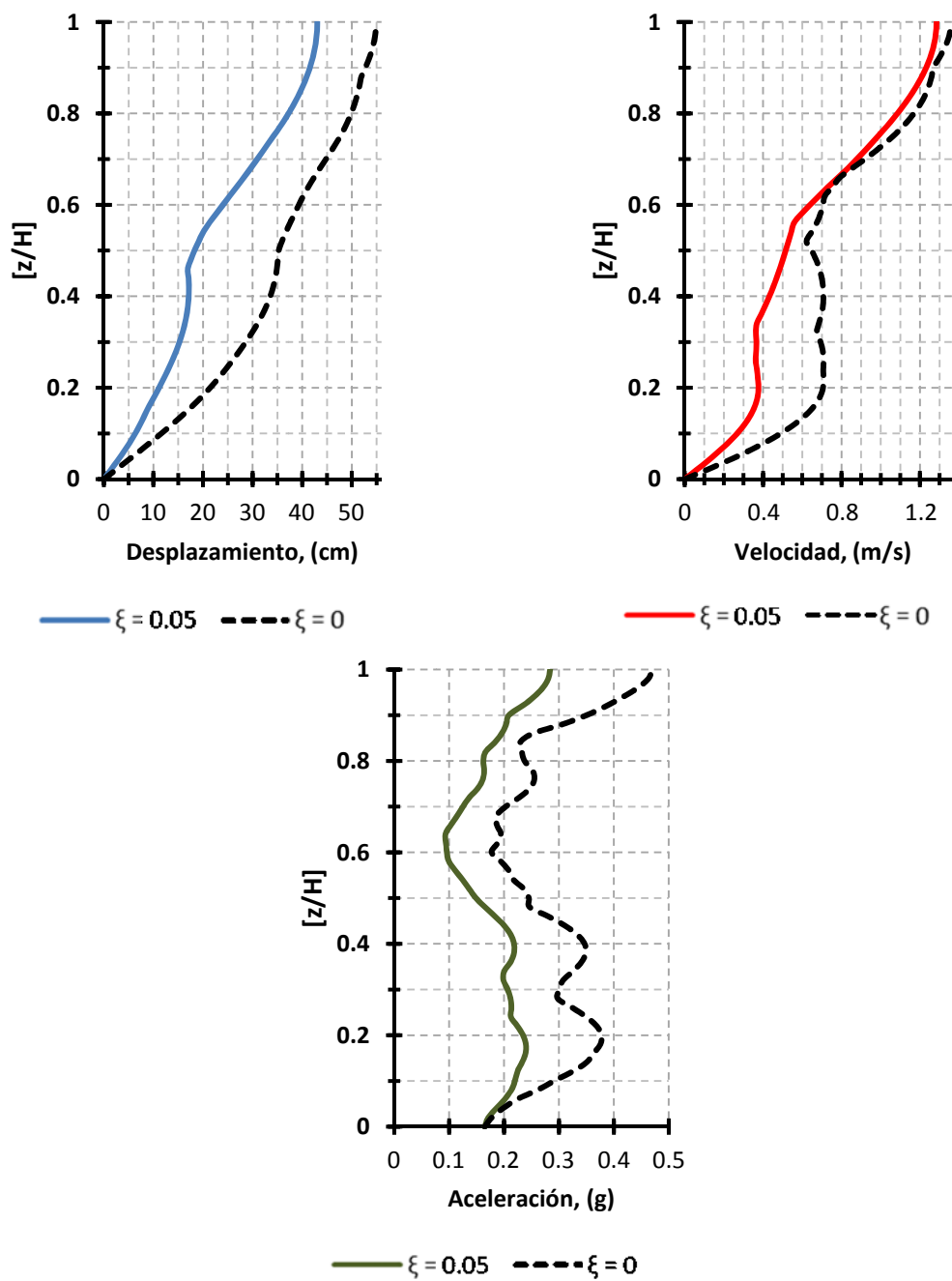


Figura 3.2.8 Respuesta del edificio con el sismo del 19 de septiembre de 1985 (SCT) para $\xi_1 = 0.05$ y $\xi_1 = 0.0$.

3.3 Viga de corte acoplada a una viga de flexión

En el análisis de los edificios con sistema estructural mixto es conveniente utilizar el modelo de la viga de corte acoplada a una viga de flexión; por lo que en éste sub capítulo se estudia en primer lugar, la ecuación diferencial del modelo de una viga acoplada como un sistema continuo.

Posteriormente, se trabaja en la solución estática para el modelo acoplado con carga lateral a lo largo de la altura — Miranda, (1999) —.

Después, se estudia la respuesta en el tiempo de la viga acoplada bajo la acción de sismo y el cual es definido por un acelerograma, de acuerdo a la metodología propuesta en — Miranda y Taghavi, (2005) —. También, se presentan las formulaciones para el cálculo de los elementos mecánicos en el tiempo y para un análisis espectral.

Finalmente se realiza un análisis paramétrico de la respuesta de la viga acoplada bajo la acción de un sismo de servicio y otro de colapso.

3.3.1 Ecuación diferencial de movimiento

Se estudia el comportamiento de una viga de corte acoplada a una viga de flexión, éste es el modelo de numérico de cálculo de un edificio compuesto por columnas, vigas y muros de corte. En la figura 3.3.1 se muestra un marco plano, compuesto por columnas y vigas (modelo de una viga de corte); y un muro de corte (modelo de una viga de flexión) unidos entre sí por conectores rígidos axialmente. Se muestra también, en la figura 3.3.1 la viga en voladizo con las características de los dos modelos anteriores, así, el modelo considerado es analizado como un sistema continuo.

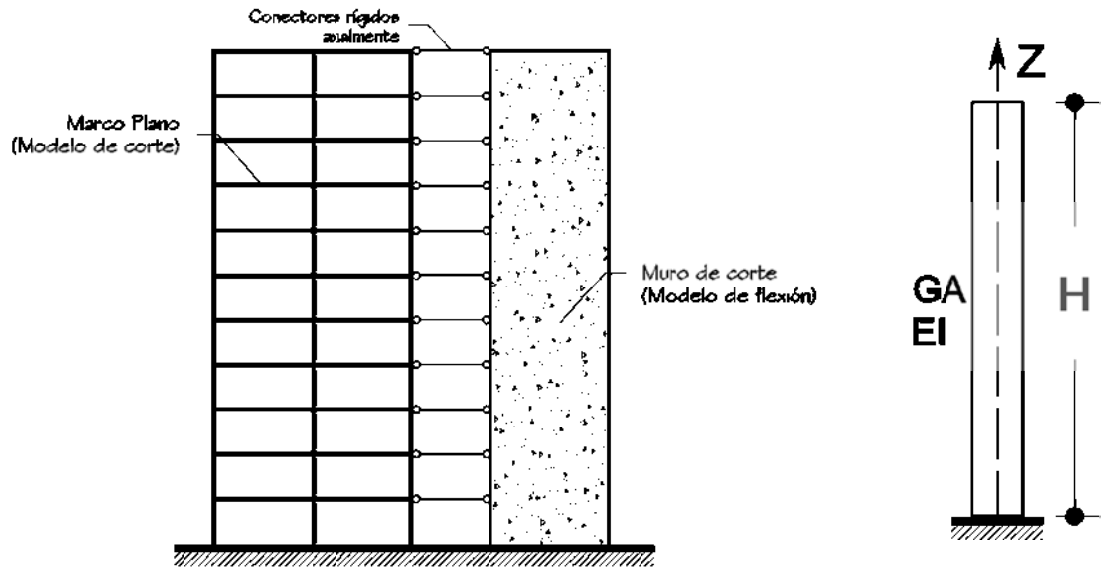


Figura 3.3.1 Modelo numérico de una viga de corte acoplada a una viga de flexión.

El modelo se caracteriza por dos parámetros de rigidez, uno de corte $C_1(z)$ y otro de flexión $C_2(z)$.

$$C_1(z) = \frac{GA(z)}{\beta} \quad C_2(z) = EI(z) \quad (3.3.1)$$

Donde:

- G Es el módulo de corte de la viga
- E Es el módulo de elasticidad
- β Es el factor de forma por corte
- $A(z)$ Es el área transversal de la viga de corte
- $I(z)$ Es el momento de inercia a flexión de la viga a flexión

Del equilibrio de fuerzas horizontales se tiene que:

$$[C_2(z) Y'']'' - [C_1(z) Y']' = w(z) \quad (3.3.2)$$

Donde:

$w(z)$ Es la distribución de la carga perpendicular al eje del elemento

Al considerar las fuerzas de inercia en el modelo, la ecuación (3.3.2) resulta:

$$[C_2(z) Y'']'' - [C_1(z) Y']' + \bar{m} \ddot{Y} = w(z) \quad (3.3.3)$$

Donde:

$\bar{m}$ Es la masa por unidad de longitud

En el caso de vibración libre se tiene que:

$$[C_2(z) Y'']'' - [C_1(z) Y']' + \bar{m} \ddot{Y} = 0 \quad (3.3.4)$$

La solución que se plantea es:

$$Y(z, t) = \phi(z) y(t) \quad (3.3.5)$$

Luego, al reemplazar la ecuación (3.3.5) en la ecuación (3.3.4) se halla:

$$[C_2(z) \phi'']'' - [C_1(z) \phi']' + \bar{m} \ddot{y} = 0^1 \quad (3.3.6)$$

Para este caso, las condiciones de contorno son:

1. En $z = 0 \Rightarrow \phi(z) = 0$
2. En $z = 0 \Rightarrow \phi' = 0$
3. En $z = L \Rightarrow \phi'' = 0$
4. En $z = L \Rightarrow [C_2(z) \phi'']' - C_1(z) \phi' = 0$

De forma similar a los subcapítulos anteriores, se puede continuar con el desarrollo de la solución, sin embargo, se presenta el modelo desarrollado por Eduardo Miranda en (Miranda, 1999) que para este caso es más importante.

3.3.2 Análisis estático, modelo de Miranda

Si se considera una viga de sección constante, pero sin considerar la respuesta en el tiempo, al desarrollar la ecuación (3.3.2) se tiene que:

$$[EI u'']'' - \left[\frac{GA}{\beta} u' \right]' = w(z)$$

Donde:

$u(z)$ Es el desplazamiento en el punto z

Se divide la ecuación anterior por EI y se reescribe como:

$$u^{IV} - \frac{\alpha^2}{H^2} u'' = \frac{w(z)}{EI} \quad (3.3.7)$$

Donde:

$$\frac{\alpha^2}{H^2} = \frac{GA_c}{EI} \quad (3.3.8)$$

Para valores pequeños del α , el comportamiento es de una viga de flexión (si $\alpha = 0$ es una viga de flexión), para valores altos del α el comportamiento es de una viga de corte (si $\alpha = \infty$ es una viga de corte). Por lo que, un comportamiento de la

¹Se ha escrito como (¹) a la derivada con respecto a la posición z o x y a ([·]) a la derivada respecto del tiempo t

viga que tenga propiedades tanto de corte como de flexión, depende del valor que tenga α

La distribución de la carga lateral considerada por Miranda, está definida por:

$$w(z) = W_{m\acute{a}x} \frac{1 - e^{-\alpha z/H}}{1 - e^{-\alpha}} \quad (3.3.9)$$

Donde:

$W_{m\acute{a}x}$ Es el valor máximo de la carga distribuida

Mediante el parámetro α se pueden tener variaciones de carga como: triangular si $\alpha = 0.01$, parabólica si $\alpha = 2.03$ y una carga uniformemente distribuida si α tiene un valor alto.

En la figura 3.3.2 se muestran diferentes variaciones de cargas laterales a lo largo de la altura de una viga, para los valores de $\alpha = 0.01, 2, 5$ y 2000 . La altura es normalizada a la altura total, H , y la carga lateral al valor máximo, $W_{m\acute{a}x}$.

3.3.2.1 Respuesta en desplazamiento

La respuesta de la ecuación diferencial, E.D. (3.3.7), encontrada por (Miranda, 1999) para la variación de la carga lateral definida por la ecuación (3.3.9) es:

$$u(z) = \frac{W_{m\acute{a}x} H^4}{EI(1 - e^{-\alpha})} \left[C_1 \sinh\left(\alpha \frac{z}{H}\right) + C_2 \cosh\left(\alpha \frac{z}{H}\right) + C_3 e^{-\alpha z/H} + C_4 \left(\frac{z}{H}\right)^2 + C_5 \left(\frac{z}{H}\right) + C_6 \right] \quad (3.3.10)$$

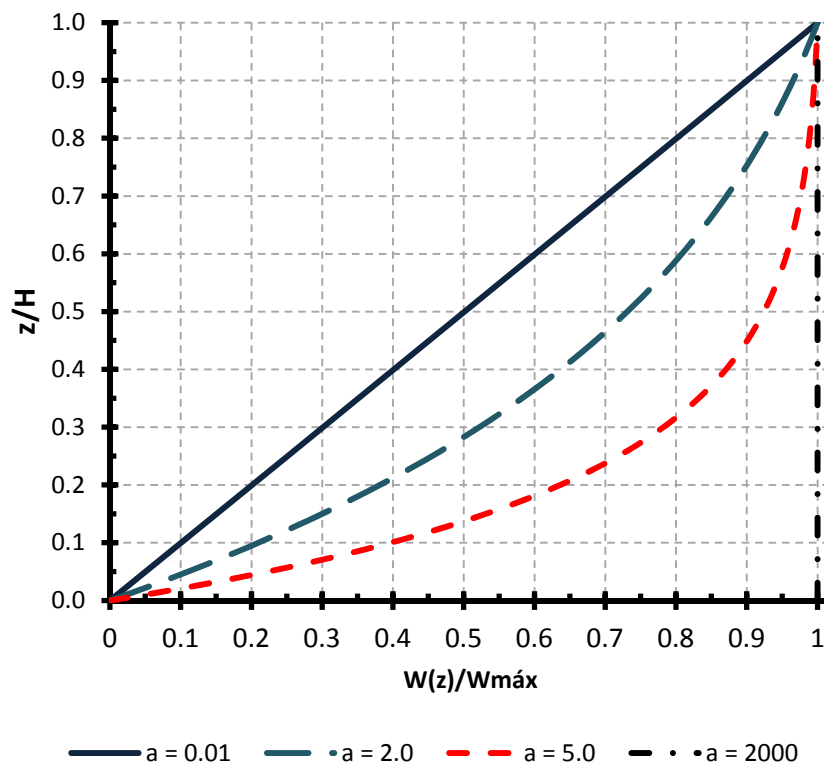


Figura 3.3.2 Diferentes variaciones de cargas laterales.

Las constantes de integración para la viga en voladizo son:

$$C_1 = \frac{\alpha^2 e^{-a} - a^2 e^{-a} - a^3 + a \alpha^2 - \alpha^2}{a \alpha^3 (a^2 - \alpha^2)} \quad (3.3.11)$$

$$C_2 = \frac{a^2 e^{-a} - \alpha^2 e^{-a} + a^3 - a \alpha^2 + \alpha^2 \sinh(\alpha)}{a \alpha^3 (a^2 - \alpha^2) \cosh(\alpha)} + \frac{\alpha^2 e^{-a} + a^2 - \alpha^2}{\alpha^4 (a^2 - \alpha^2)} \frac{1}{\cosh(\alpha)} \quad (3.3.12)$$

$$C_3 = -\frac{1}{a^2 (a^2 - \alpha^2)} \quad (3.3.13)$$

$$C_4 = -\frac{1}{2\alpha^2} \quad (3.3.14)$$

$$C_5 = \frac{a^2 e^{-a} - \alpha^2 e^{-a} + a^3 - a \alpha^2}{a \alpha^2 (a^2 - \alpha^2)} \quad (3.3.15)$$

$$C_6 = C_1 \frac{\sinh(\alpha)}{\cosh(\alpha)} + \frac{1}{a^2 (a^2 - \alpha^2)} - \frac{\alpha^2 e^{-a} + a^2 - \alpha^2}{\alpha^4 (a^2 - \alpha^2)} \frac{1}{\cosh(\alpha)} \quad (3.3.16)$$

En la figura 3.3.3 se muestra el desplazamiento lateral de cuatro vigas en voladizo, de las cuales, cada una corresponde a cada valor de $\alpha = 1, 2, 10$ y 35 . Las

vigas tienen una altura de $H = 15 \text{ m}$, se considera que $EI = 1$ y están sometidas a una carga triangular cuyo valor máximo de carga es $W_{\text{máx}} = 2 \text{ t/m}$

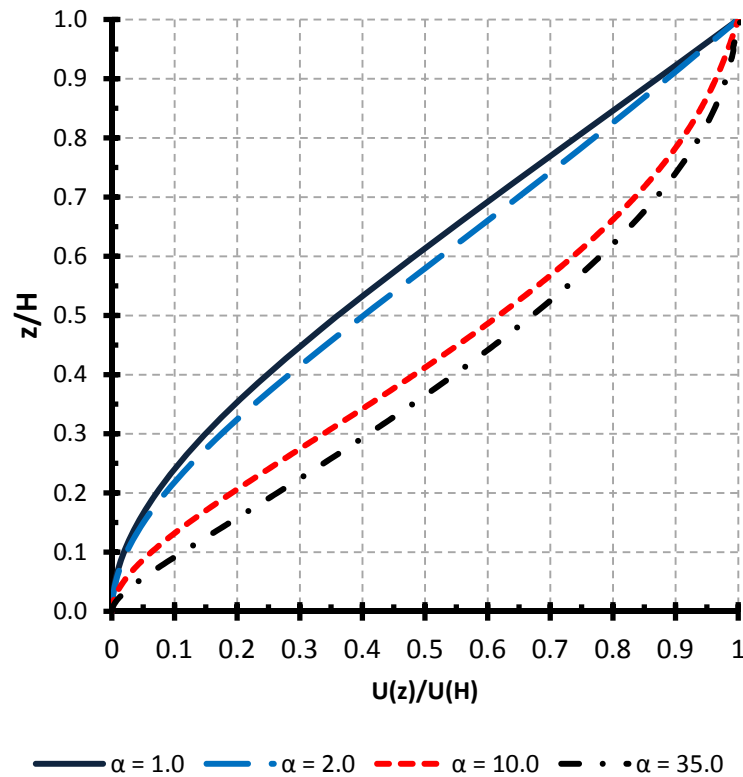


Figura 3.3.3 Variación del desplazamiento lateral para $\alpha = 0.01$.

De la figura 3.3.3 se observa que el comportamiento de las vigas con $\alpha = 1$ y 2 son de flexión y las vigas con $\alpha = 10$ y 35 sus comportamientos son como estructuras de corte.

La respuesta en desplazamiento de una viga en voladizo es influenciada por el tipo de distribución de la carga lateral aplicada. En la figura 3.3.4 se muestra el efecto de la aplicación de distintas distribuciones de cargas como son: carga triangular, parabólica y carga uniformemente distribuida; aplicadas a una viga con las siguientes características:

$$\alpha = 6 \quad EI = 1 \quad H = 15 \text{ m} \quad W_{\text{máx}} = 2 \text{ t/m}$$

En la figura 3.3.4 se observa que, la carga lateral uniformemente distribuida es la que produce mayores desplazamientos y los desplazamientos son menores cuando se aplica una carga triangular.

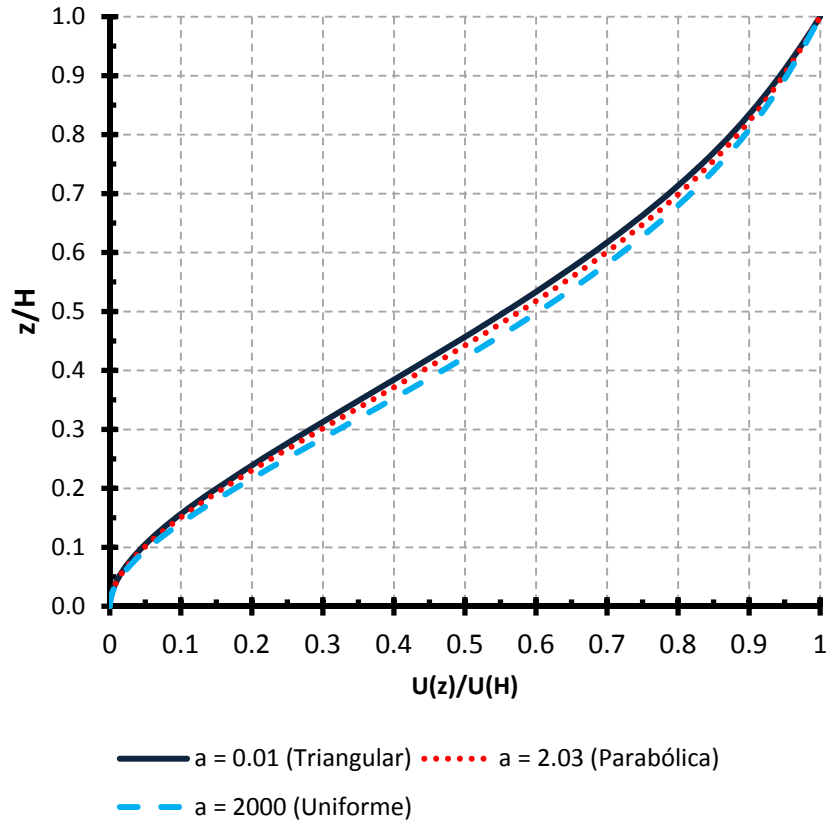


Figura 3.3.4 Efecto de la aplicación de distintas distribuciones de cargas laterales en el desplazamiento lateral, para $\alpha = 6$.

3.3.2.2 Aplicaciones

Una de las principales aplicaciones es poder evaluar el desplazamiento lateral de un edificio, $u(z)$, ante un sismo por su espectro de respuesta elástica.

Sea S_d el desplazamiento espectral elástico asociado al periodo de vibración, T , el desplazamiento lateral en cualquier punto del edificio se obtiene en forma aproximada con la siguiente ecuación:

$$u_j = \beta_1 \psi_j S_d \quad (3.3.17)$$

Donde:

- β_1 Es un parámetro que permite pasar los desplazamientos de un S I GL a un sistema de múltiples grados de libertad.
- ψ_j Es la forma del desplazamiento lateral evaluado en el piso j
- u_j Es el desplazamiento lateral en el piso j

El parámetro β_1 se define como el factor de participación modal γ_1 multiplicado por el desplazamiento modal en el tope del edificio.

$$\beta_1 = \frac{\sum_{j=1}^N m_j \phi_j}{\sum_{j=1}^N m_j \phi_j^2} \phi_N \quad (3.3.18)$$

Donde:

- N Es número de pisos
- m_j Es la masa del piso j
- ϕ_j Es el valor modal en el piso j
- ϕ_N Es el valor modal en el último piso

Para el caso, de que la masa sea igual en todos los pisos y los modos de vibración sean normalizados a la unidad en el último nivel, la ecuación (3.3.18) es:

$$\beta_1 = \frac{\sum_{j=1}^N \phi_j}{\sum_{j=1}^N \phi_j^2}$$

La nomenclatura utilizada por — Miranda (1999) — se tiene:

$$\beta_1 = \frac{\sum_{j=1}^N \psi_j}{\sum_{j=1}^N \psi_j^2} \quad (3.3.19)$$

Donde:

$$\psi_j = \psi(z_j) = \frac{u(z_j)}{u(H)} \quad (3.3.20)$$

Al sustituir la ecuación (3.3.10) en la ecuación (3.3.20) y al evaluar el desplazamiento lateral en $u(H)$ se tiene:

$$\psi(z_j) = \frac{C_1 \sinh\left(\alpha \frac{z}{H}\right) + C_2 \cosh\left(\alpha \frac{z}{H}\right) + C_3 e^{-\alpha z/H} + C_4 \left(\frac{z}{H}\right)^2 + C_5 \left(\frac{z}{H}\right) + C_6}{C_1 \sinh(\alpha) + C_2 \cosh(\alpha) + C_3 e^{-\alpha} + C_4 + C_5 + C_6} \quad (3.3.21)$$

En la figura 3.3.5 se muestran las curvas del parámetro β_1 para edificios de 1 a 20 pisos y para los siguientes valores $\alpha = 2, 4, 8$ y 30 . Se consideró una altura de entre piso de 3m. Las curvas muestran que para valores bajos de α , en estos edificios, los valores de β_1 son altos y para edificios con comportamiento como viga de flexión, los valores de β_1 son bajos.

En la figura 3.3.6 se comparan las curvas del parámetro β_1 cuando $\alpha = 0.5$ y 1 con las que se encuentran con la ecuación (3.3.22) propuesta por — Algan (1982) —

$$\beta_1 = \frac{3N}{2N + 1} \quad (3.3.22)$$

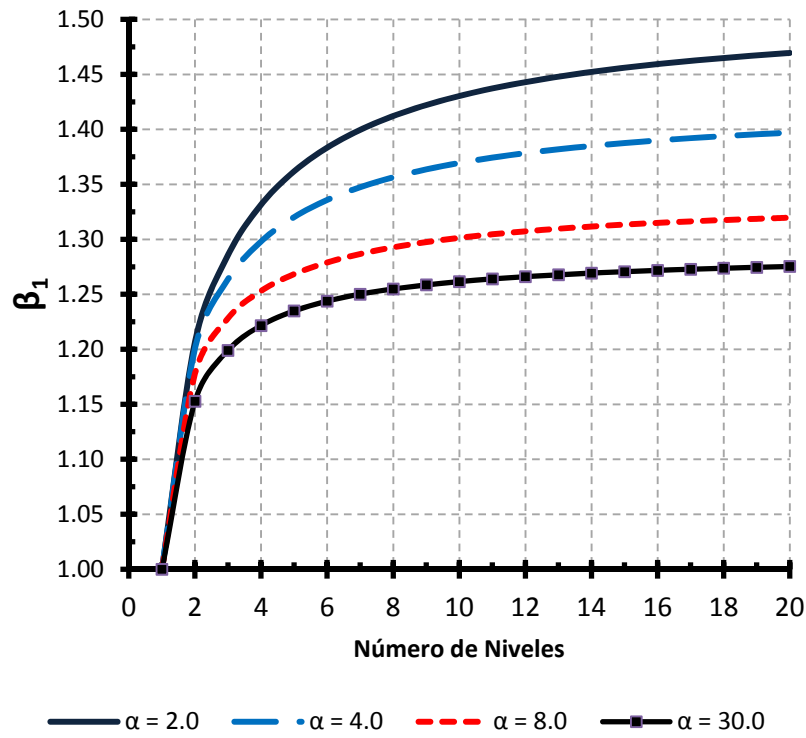


Figura 3.3.5 Variación de β_1 en función del número de pisos.

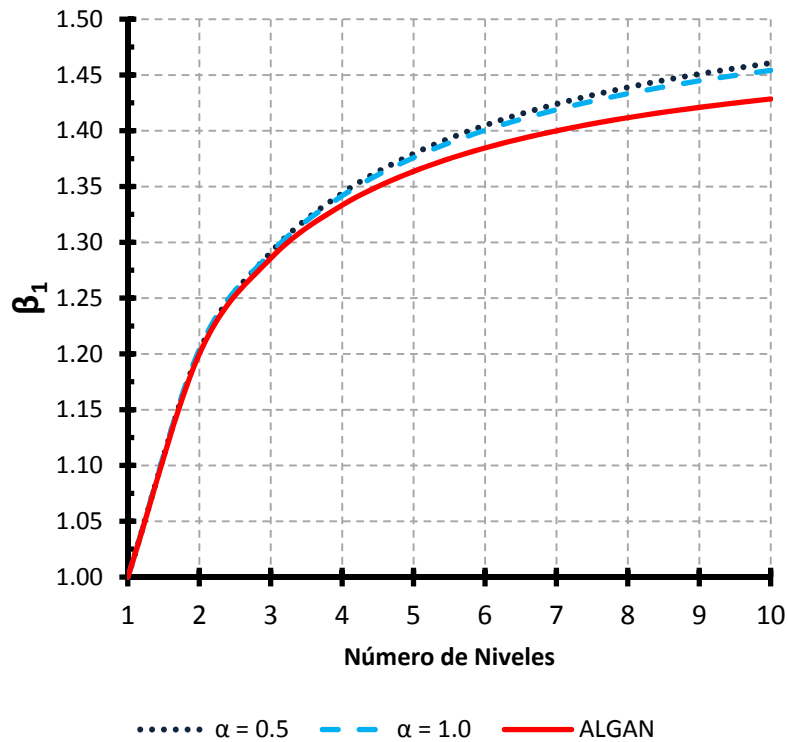


Figura 3.3.6 Comparación de β_1 con la ecuación propuesta por Algan.

La ecuación (3.3.22) fue deducida para una viga de corte con sección constante, por lo que, es aplicable a estructuras en base a columnas y vigas.

De la figura 3.3.6 se observa que, el parámetro β_1 varía poco a partir de los 10 pisos. Los resultados obtenidos de la ecuación (3.3.22) coinciden con la curva para $\alpha = 2$.

De la ecuación (3.3.17) se puede encontrar el valor de la relación $u(z)/S_d = \beta_1 \psi_j$ y con ello, la variación de los desplazamientos en diferentes estructuras cuyo comportamiento sea definido por el valor del parámetro α .

En la figura 3.3.7 se muestra la relación $u(z)/S_d$ para cuatro estructuras definidas por los siguientes valores $\alpha = 0.5, 3, 8$ y 30 . Las estructuras son de 20 niveles y están sometidas a una carga triangular invertida, $a = 0.01$. La función ψ_j es normalizada a la unidad en el tope del edificio.

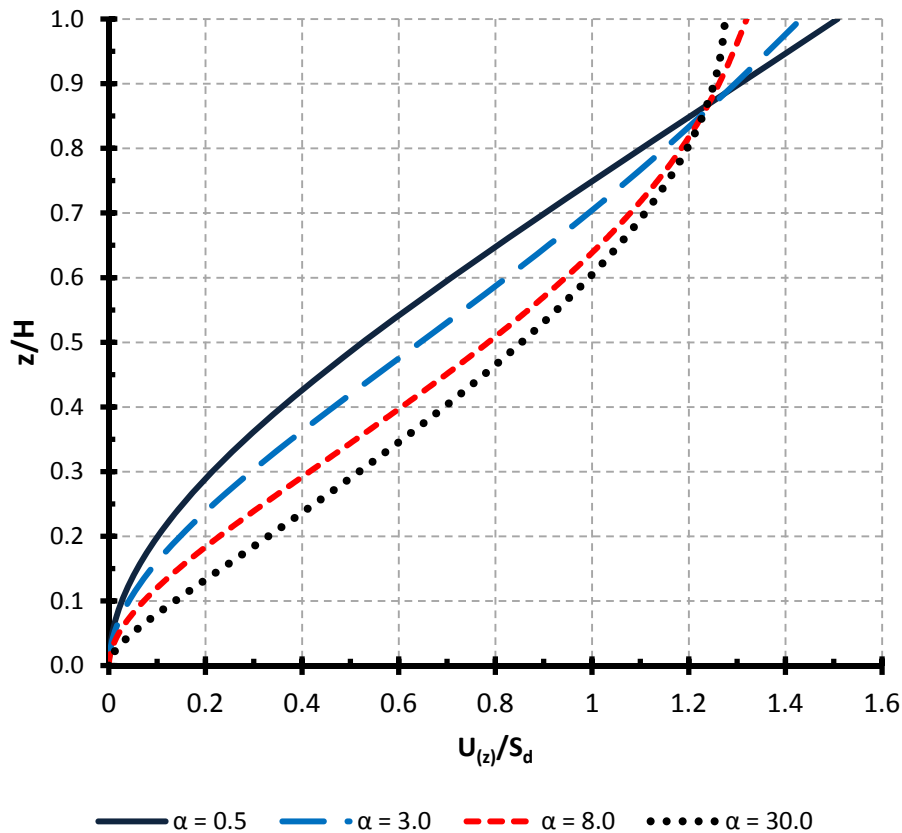


Figura 3.3.7 Variación del desplazamiento para diferentes estructuras.

De la figura 3.3.7 se observa que, las estructuras que tienen mayores desplazamientos antes del punto donde $z/H \cong 0.85$, después sus desplazamientos son menores con respecto a las otras estructuras.

3.3.2.3 Deriva de piso

Es importante conocer las derivas en cada uno de los pisos en los edificios para saber si se encuentran dentro de la tolerancia marcada por las normativas sísmicas y sobre todo tomar medidas en los pisos en donde sus derivas sean mayores.

La deriva de piso, γ_j , es definida como la relación entre el desplazamiento relativo de piso dividido por la altura de piso, h_j .

$$\gamma_j = \frac{u_{j+1} - u_j}{h_j} \quad (3.3.23)$$

La deriva de piso es aproximadamente igual a la derivada de u con respecto a z . La derivada a lo largo de la viga multiplicada por $\frac{H}{u(H)}$ es calculada como sigue:

$$\frac{du(z/H)}{dz} \frac{H}{u(H)} = \frac{C_1 \alpha \cosh\left(\alpha \frac{z}{H}\right) + C_2 \alpha \sinh\left(\alpha \frac{z}{H}\right) - C_3 \alpha e^{-\alpha z/H} + 2C_4 \left(\frac{z}{H}\right) + C_5}{C_1 \sinh(\alpha) + C_2 \cosh(\alpha) + C_3 e^{-\alpha} + C_4 + C_5 + C_6} \quad (3.3.24)$$

La deriva global es el valor del desplazamiento en el último piso dividido por la altura total.

En la figura 3.3.8 se muestra la variación de la deriva de piso normalizada por el producto $\frac{H}{u(H)}$ para $\alpha = 2, 5, 10$ y 30 tomando una carga triangular. De los resultados obtenidos se observa que los valores más grandes se obtienen para los pisos inferiores cuando $\frac{z}{H} \leq 0.5$ aproximadamente.

El parámetro β_2 se define como la relación entre la deriva de piso con respecto a la deriva global, γ_g , del edificio. La deriva global relaciona el desplazamiento lateral máximo en el tope con respecto a la altura del edificio H .

$$\beta_2 = \frac{\text{Max}(\gamma_j)}{\gamma_g} = \frac{\text{Max}(\gamma_j)}{\frac{H}{u(H)}} = \text{Max} \left[\frac{du(z)}{dz} \frac{H}{u(H)} \right] \quad (3.3.25)$$

Para encontrar los valores máximos de $\frac{du}{dz}$ se debe hallar la segunda derivada e igualar a cero:

$$\frac{d^2u}{dz^2} = C_1 \alpha^2 \sinh\left(\alpha \frac{z}{H}\right) + C_2 \alpha^2 \cosh\left(\alpha \frac{z}{H}\right) + C_3 \alpha^2 e^{-\alpha z/H} + 2C_4 = 0 \quad (3.3.26)$$

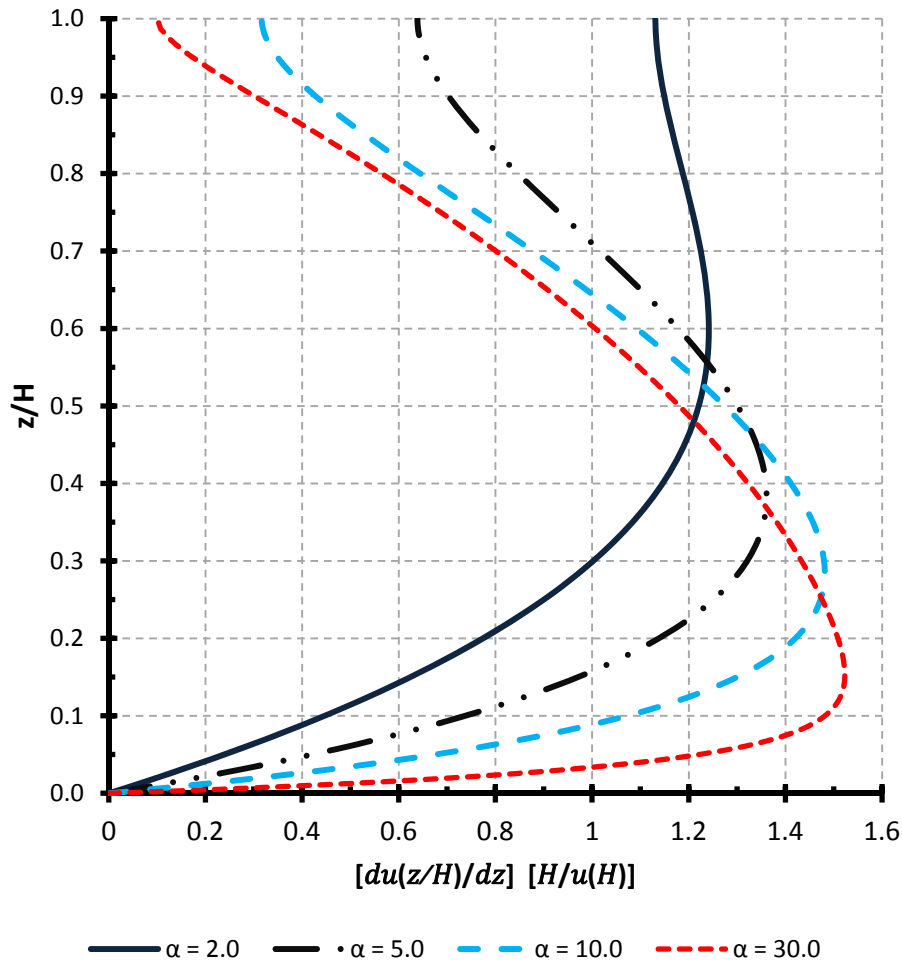


Figura 3.3.8 Variación de la deriva a lo largo de la altura.

Una vez hallado el valor de $\frac{z}{H}$ con la ecuación (3.3.26) se reemplaza en la ecuación (3.3.24) y se encuentra el valor de β_2 .

Los parámetros β_1 y β_2 son utilizados para encontrar la deriva máxima de piso en forma rápida. En el Centro de Investigaciones Científicas de la Politécnica del Ejército en el 2005 se desarrolló el proyecto denominado “Evaluación rápida de la deriva máxima de piso en edificios de hormigón armado” del que a continuación se presenta un resumen.

3.3.2.4 Evaluación rápida de la deriva máxima de piso

El parámetro β_5 es incluido en la forma propuesta por — Miranda (1997, 2000, 2001) — para evaluar la deriva máxima de piso γ , edificios de concreto armado. La deriva máxima de piso es calculada con la siguiente ecuación:

$$\gamma = \frac{\beta_1 \beta_2 \beta_3 \beta_4 \beta_5}{H} S_d \quad (3.3.27)$$

Donde:

- β_1 Es el valor de paso del S I GL al sistema de múltiples grados de libertad.
- β_2 Es un factor de amplificación que permite determinar la distorsión máxima de entrepiso a partir de la deriva global de la estructura.
- β_3 Es Un factor que permite calcular los desplazamientos laterales máximos con comportamiento inelástico a partir de los desplazamientos laterales máximos con comportamiento elástico.
- β_4 Es un factor que sirve para determinar el cociente entre la distorsión máxima de entrepiso y la distorsión global pero calculado en una estructura con comportamiento inelástico con relación a la misma relación pero calculada con comportamiento elástico.
- β_5 Es un factor que toma en cuenta el modelo de histéresis utilizado para hallar la respuesta no lineal.
- H Es la altura total del edificio.
- S_d Es el desplazamiento espectral elástico asociado al periodo efectivo, T_e , de la estructura.

Para el cálculo de β_1 se recomienda utilizar la ecuación de — Algan (1982) —

El parámetro β_2 en base al análisis de 3840 resultados de 120 edificios de 1 a 10 pisos, se obtuvo que:

$$\beta_2 = -0.0231 N^2 + 0.3018 N + 0.6759 \quad (3.3.28)$$

Donde:

N Es el número de pisos.

El parámetro β_3 es basado en 63 sismos registrados con aceleraciones mayores al 10% de la aceleración de la gravedad, registrados en Colombia, Perú, Argentina y Chile.

$$\beta_3 = \frac{\mu}{[c(\mu - 1) + 1]^{1/c}} \quad (3.3.29)$$

$$c(T, \alpha) = \frac{T_e^{2.07}}{1 + T_e^{2.07}} + \frac{0.381}{T_e} \quad \text{para } \alpha = 0 \quad (3.3.30)$$

$$c(T, \alpha) = \frac{T_e^{1.247}}{1 + T_e^{1.247}} + \frac{0.248}{T_e} \quad \text{para } \alpha = 0.05 \quad (3.3.31)$$

Donde:

- μ Es la ductilidad del sistema.
- α Es la relación entre la rigidez post fluencia con respecto a la rigidez elástica.

En la obtención de las ecuaciones (3.3.29) a (3.3.31) no fue tomado en cuenta el tipo de suelo. Para tomar en cuenta el tipo de suelo se encontró la ecuación (3.3.32) del Código Ecuatoriano de la Construcción, CEC-2000:

$$\beta_3 = 1 + \left[\left(\frac{a}{\mu^b} + c \right) \left(\frac{T}{T_s} \right)^d \right]^{-1} \quad (3.3.32)$$

Donde:

Tabla 3.3.1 Valores de a , b , c y d hallados en el estudio.

Suelo	a	b	c	d	T_s
S1	30	1.34	-1.49	0.6	0.5
S2	71.8	2	-1.5	0.5	0.52
S3	81.04	2	-2.55	0.5	0.82
S4	86	2.1	-2.6	0.48	2

S1 Suelo muy duro o roca.

S2 Suelo de dureza intermedia.

S3 Suelo blando.

S4 Suelo muy blando.

El parámetro β_4 se obtiene de la ecuación (3.3.33), La cual se obtuvo del análisis de 1944 casos correspondientes a 72 edificios de 1 a 6 pisos.

$$\beta_4 = 0.029 N + 0.9796 \quad (3.3.33)$$

Para el parámetro β_5 se recomienda utilizar los resultados presentados en la tabla 3.3.2, los cuales se derivaron a partir del estudio de — Lee *et al* (1999) —

Tabla 3.3.2 Valores de β_5 en función de la demanda de ductilidad.

Ductilidad	1	2	3	4	5	6
β_5	1	1.14	1.17	1.19	1.22	1.23

3.3.3 Análisis dinámico, demanda de aceleraciones

El método a seguir es el propuesto por — Miranda y Taghavi (2005) — para el cálculo de la demanda de aceleración aproximada en edificios. El modelo es presentado en la figura 3.3.1 (el eje Z es cambiado a X), cuando dicho modelo está sujeto a una excitación en la base, la ecuación diferencial parcial que gobierna éste sistema es:

$$\rho(x) \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} + c(x) \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + \frac{1}{H^4} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI(x) \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \right) - \frac{1}{H^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(GA(x) \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right) = -\rho(x) \frac{\partial^2 u_g(t)}{\partial t^2} \quad (3.3.34)$$

Donde:

- $\rho(x)$ Es la masa por unidad de longitud del modelo.
- $u(x,t)$ Es el desplazamiento lateral en el instante t a una altura adimensional x (relación entre la altura del piso desde el nivel de terreno y la altura total del edificio).
- $c(x)$ Es el coeficiente de amortiguamiento por unidad de longitud.
- $EI(x)$ Es la rigidez en flexión en la altura del edificio.
- $GA(x)$ Es la rigidez a cortante del sistema.
- H Es la altura total del edificio.
- $u_g(t)$ Es el desplazamiento de la base del edificio en el instante t .

El modelo se simplifica al considerar constante a la masa por unidad de longitud y al coeficiente de amortiguamiento. Tanto la distribución de rigidez a flexión como la de cortante se redefinen como el producto entre la rigidez en la base del edificio por una función adimensional $S(x)$ que describe la variación de la rigidez con la altura. Por lo anterior las rigideces son expresadas de la siguiente manera:

$$EI(x) = EI_0 S(x) \quad (3.3.35)$$

$$GA(x) = GA_0 S(x) \quad (3.3.36)$$

$$\text{Si } S(x) = 1$$

De tal manera que la ecuación (3.3.34) resulta:

$$\rho \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} + c \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + \frac{EI_0}{H^4} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \right) - \frac{GA_0}{H^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right) = -\rho \frac{\partial^2 u_g(t)}{\partial t^2} \quad (3.3.37)$$

Al dividir la ecuación (3.3.37) por EI_0 se tiene:

$$\frac{\rho}{EI_0} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} + \frac{c}{EI_0} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + \frac{1}{H^4} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \right) - \frac{\alpha_0^2}{H^4} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right) = -\frac{\rho}{EI_0} \frac{\partial^2 u_g(t)}{\partial t^2} \quad (3.3.38)$$

Donde: α_0 , es un parámetro adimensional definido como:

$$\alpha_0 = H \left(\frac{GA_0}{EI_0} \right)^{1/2} \quad (3.3.39)$$

3.3.3.1 Vibración libre sin amortiguamiento

La ecuación (3.3.38) se reduce a la expresión (3.3.40) para el caso de vibración libre sin amortiguamiento.

$$\frac{\rho}{EI_0} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} + \frac{1}{H^4} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \right) - \frac{\alpha_0^2}{H^4} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right) = 0 \quad (3.3.40)$$

Se plantea la siguiente solución,

$$u(x,t) = \sum_{i=1}^m u_i(x,t) = \sum_{i=1}^m \phi_i(x) q_i(t) \quad (3.3.41)$$

Donde:

$u_i(x,t)$ Es la contribución de i -ésimo modo a la respuesta.

$\phi_i(x)$ Es la amplitud de la forma modal del modo de vibración i en la altura adimensional x .

$q_i(t)$ Es la respuesta de deformación de un sistema de un grado de libertad (S I GL) sujeto al movimiento ingresado en su base.

Al sustituir la solución (3.3.41) en la ecuación (3.3.40) se tiene,

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{EI_0} \sum_{i=1}^m \phi_i(x) \ddot{q}_i + \frac{1}{H^4} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\sum_{i=1}^m \phi_i'' q_i(t) \right] - \frac{\alpha_0^2}{H^4} \frac{\partial}{\partial x} \left[\sum_{i=1}^m \phi_i' q_i(t) \right] &= 0 \\ \sum_{i=1}^m \frac{\rho}{EI_0} \phi_i(x) \ddot{q}_i + \sum_{i=1}^m q_i(t) \left[\frac{1}{H^4} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\phi_i'') - \frac{\alpha_0^2}{H^4} \frac{\partial}{\partial x} (\phi_i') \right] &= 0 \end{aligned}$$

Por separación de variables se llega a,

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{EI_0} \frac{\ddot{q}_i}{q_i(t)} + \left[\frac{1}{H^4} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\phi_i'') - \frac{\alpha_0^2}{H^4} \frac{\partial}{\partial x} (\phi_i') \right] \frac{1}{\phi_i(x)} &= 0 \\ \left[\frac{1}{H^4} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\phi_i'') - \frac{\alpha_0^2}{H^4} \frac{\partial}{\partial x} (\phi_i') \right] \frac{1}{\phi_i(x)} &= -\frac{\rho}{EI_0} \frac{\ddot{q}_i}{q_i(t)} = \frac{\rho}{EI_0} \omega_i^2 \end{aligned}$$

$$\left[\frac{\partial^4 \phi_i(x)}{\partial x^4} - \alpha_0^2 \frac{\partial^2 \phi_i(x)}{\partial x^2} \right] \frac{1}{\phi_i(x)} = -\frac{\rho H^4}{EI_0} \frac{\ddot{q}_i}{q_i(t)} = \frac{\rho H^4}{EI_0} \omega_i^2$$

Al separar las variables se obtienen las ecuaciones desacopladas (3.3.44) y (3.3.45),

$$\ddot{q}_i + \omega_i^2 q_i(t) = 0 \quad (3.3.42)$$

Si,

$$q_i(t) = \Gamma_i D_i(t) \quad (3.3.43)$$

Entonces, la ecuación (3.3.42) se escribe como,

$$\ddot{D}_i + \omega_i^2 D_i(t) = 0 \quad (3.3.44)$$

Luego,

$$\left[\frac{d^4 \phi_i(x)}{dx^4} - \alpha_0^2 \frac{d^2 \phi_i(x)}{dx^2} \right] \frac{1}{\phi_i(x)} = \frac{\rho H^4}{EI_0} \omega_i^2$$

$$\frac{d^4 \phi_i(x)}{dx^4} - \alpha_0^2 \frac{d^2 \phi_i(x)}{dx^2} - \omega_i^2 \frac{\rho H^4}{EI_0} \phi_i(x) = 0 \quad (3.3.45)$$

La solución general de la ecuación (3.3.45) es:

$$\phi_i(x) = A_1 \sen(\gamma_i x) + A_2 \cos(\gamma_i x) + A_3 \sinh\left(x \sqrt{\alpha_0^2 + \gamma_i^2}\right) + A_4 \cosh\left(x \sqrt{\alpha_0^2 + \gamma_i^2}\right) \quad (3.3.46)$$

Donde:

A_1, A_2, A_3 y A_4 Son las constantes que dependen de las condiciones de contorno.

γ_i Es el parámetro eigen-valor.

La frecuencia circular de vibración es calculada con la siguiente ecuación:

$$\omega_i^2 = \frac{EI_0}{\rho H^4} \gamma_i^2 (\alpha_0^2 + \gamma_i^2) \quad (3.3.47)$$

De acuerdo con el modelo considerado se tienen las siguientes condiciones de contorno:

I. En la parte fija del modelo, los desplazamientos y las rotaciones son nulas

$$\phi_i(x)|_{x=0} = 0 \quad (3.3.48)$$

$$\left. \frac{d\phi_i(x)}{dx} \right|_{x=0} = 0 \quad (3.3.49)$$

2. En el extremo libre del modelo, para la altura adimensional $x = 1$, los momentos y las fuerzas cortantes son nulas.

$$\left. \frac{d^2 \phi_i(x)}{dx^2} \right|_{x=1} = 0 \quad (3.3.50)$$

$$\left. \frac{d^3 \phi_i(x)}{dx^3} - \alpha_0^2 \frac{d\phi_i(x)}{dx} \right|_{x=1} = 0 \quad (3.3.51)$$

De las ecuaciones (3.3.48) a (3.3.51), la forma modal de vibración correspondiente al i -ésimo modo de vibración, normalizado a 1 en $x = 1$, se calcula como:

$$\phi_i(x) = \frac{\sin(\gamma_i x) - \gamma_i (\alpha_0^2 + \gamma_i^2)^{-1/2} \sinh\left(x \sqrt{\alpha_0^2 + \gamma_i^2}\right) + \eta_i \left[\cosh\left(x \sqrt{\alpha_0^2 + \gamma_i^2}\right) - \cos(\gamma_i x) \right]}{\sin(\gamma_i) - \gamma_i (\alpha_0^2 + \gamma_i^2)^{-1/2} \sinh\left(\sqrt{\alpha_0^2 + \gamma_i^2}\right) + \eta_i \left[\cosh\left(\sqrt{\alpha_0^2 + \gamma_i^2}\right) - \cos(\gamma_i) \right]} \quad (3.3.52)$$

Donde:

$$\eta_i = \frac{\gamma_i^2 \sin(\gamma_i) + \gamma_i \sqrt{\alpha_0^2 + \gamma_i^2} \sinh\left(\sqrt{\alpha_0^2 + \gamma_i^2}\right)}{\gamma_i^2 \cos(\gamma_i) + (\alpha_0^2 + \gamma_i^2) \cosh\left(\sqrt{\alpha_0^2 + \gamma_i^2}\right)} \quad (3.3.53)$$

Al sustituir la ecuación (3.3.52) en (3.3.51) se llega a la ecuación característica, de la cual se calculan los valores de γ_i asociados al modo de vibración i y como función de α_0 .

$$2 + \left[2 + \frac{\alpha_0^4}{\gamma_i^2 (\alpha_0^2 + \gamma_i^2)} \right] \cos(\gamma_i) \cosh\left(\sqrt{\alpha_0^2 + \gamma_i^2}\right) + \left[\frac{\alpha_0^2}{\gamma_i \sqrt{\alpha_0^2 + \gamma_i^2}} \right] \sin(\gamma_i) \sinh\left(\sqrt{\alpha_0^2 + \gamma_i^2}\right) = 0 \quad (3.3.54)$$

Las raíces encontradas de la ecuación característica desde el valor más pequeño y siguiendo de forma ascendente, corresponden a los valores del primer modo y a los modos superiores de vibrar del edificio. La relación entre el periodo fundamental de vibrar y los periodos superiores está dada por:

$$\frac{T_i}{T_1} = \frac{\gamma_1}{\gamma_i} \sqrt{\frac{\alpha_0^2 + \gamma_1^2}{\alpha_0^2 + \gamma_i^2}} \quad (3.3.55)$$

En la figura 3.3.9 se grafica la ecuación característica para $\alpha_0 = 3$

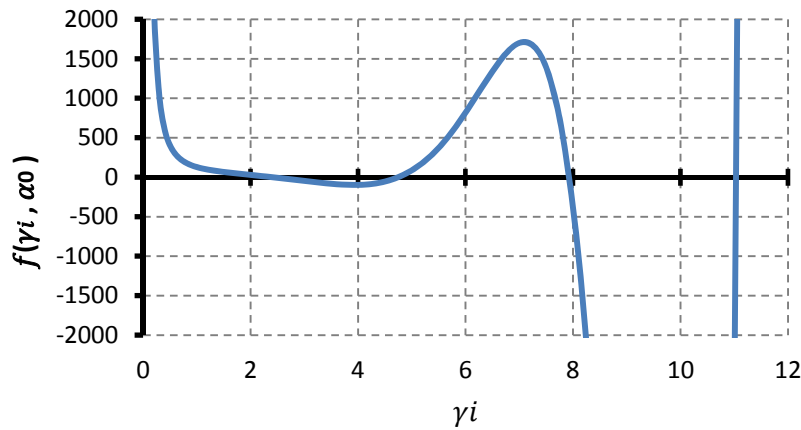
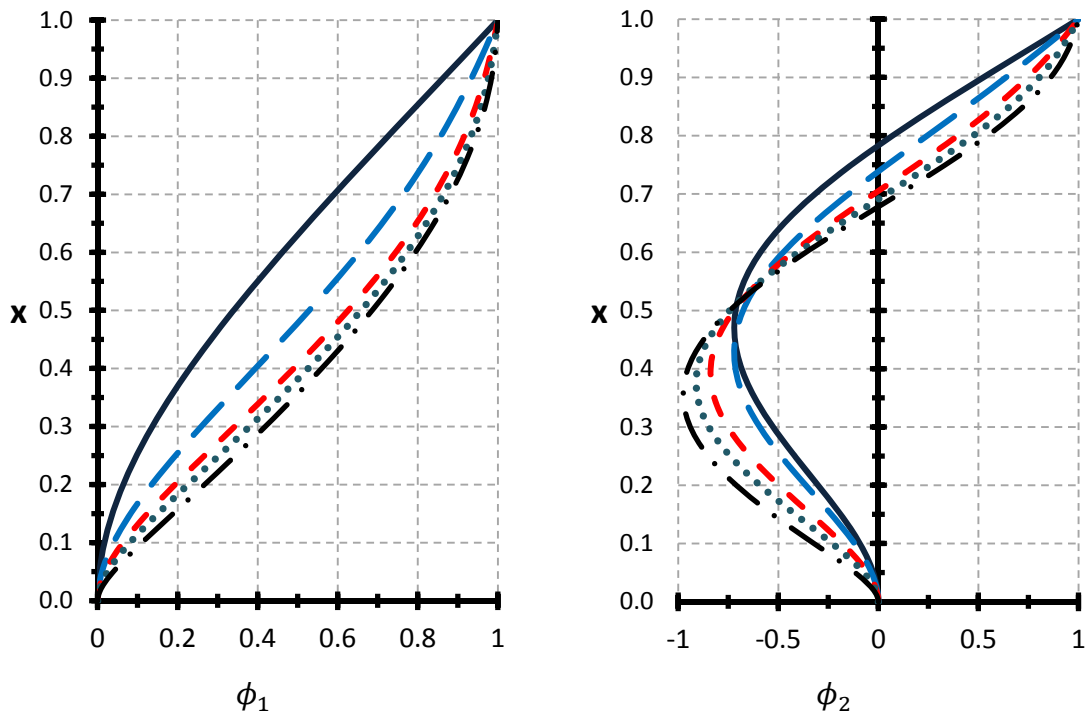


Figura 3.3.9 Gráfica la ecuación característica para $\alpha_0 = 3$.

Cuando $\alpha_0 = 3$, las primeras 4 raíces de la ecuación característica son: $\gamma_1 = 1.9378$, $\gamma_2 = 4.859$, $\gamma_3 = 7.921$ y $\gamma_4 = 11.031$.

En la figura 3.3.10 se muestran las tres primeras formas modales para diferentes valores de α_0 . Las formas modales fueron calculadas con la ecuación (3.3.52) y normalizadas a la unidad en el extremo libre del modelo.



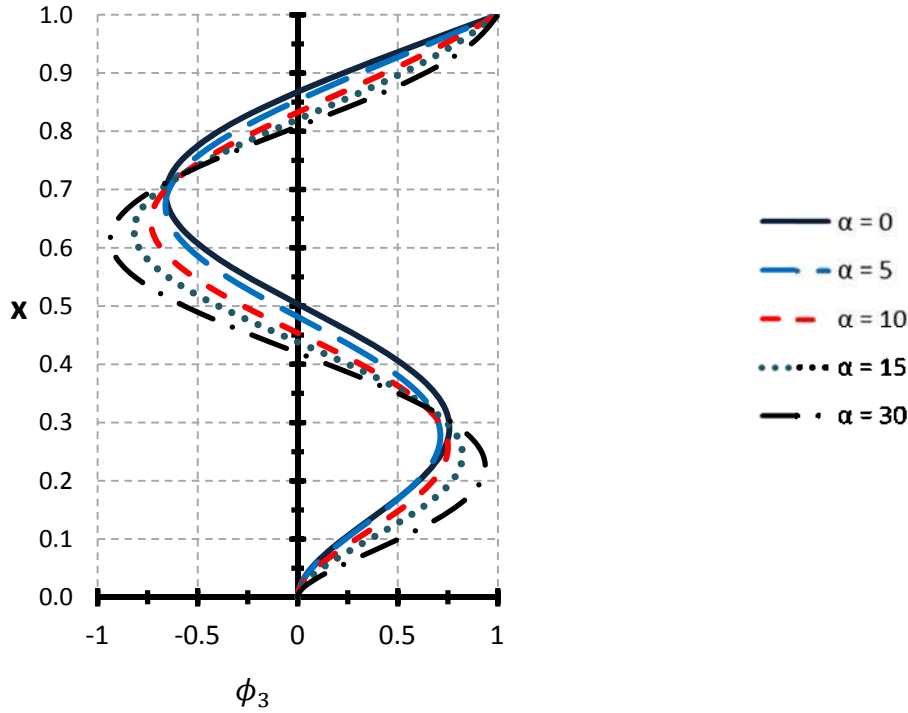


Figura 3.3.10 Efecto de α_0 en las formas modales.

De la figura 3.3.10 se observa que para el caso del primer modo, las amplitudes se incrementan conforme aumenta el valor de α_0 , la diferencia máxima de la amplitud de la forma modal ocurre a la mitad de la altura de la estructura. En el segundo modo, las diferencias más grandes se presentan en $x \cong 0.25$ y $x \cong 0.75$. Para el caso del tercer modo, las diferencias de las formas modales más grandes se presentan en $x \cong 0.15$, $x \cong 0.5$ y $x \cong 0.85$.

3.3.3.2 Vibración forzada con amortiguamiento

La viga acoplada se resuelve cuando es sometida a una acción sísmica definida por un acelerograma y cuya ecuación (3.3.38) es:

$$\frac{\rho}{EI_0} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} + \frac{c}{EI_0} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + \frac{1}{H^4} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \right] - \frac{\alpha_0^2}{H^4} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right] = - \frac{\rho}{EI_0} \frac{\partial^2 u_g(t)}{\partial t^2}$$

Como solución se propone la ecuación (3.3.41), que se escribe a continuación,

$$u(x,t) = \sum_{i=1}^m u_i(x,t) = \sum_{i=1}^m \phi_i(x) q_i(t)$$

Sustituyendo la solución en la ecuación diferencial (3.3.38)

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{EI_0} \sum_{i=1}^m \phi_i(x) \ddot{q}_i + \frac{c}{EI_0} \sum_{i=1}^m \phi_i(x) \dot{q}_i + \frac{1}{H^4} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\sum_{i=1}^m \phi_i'' q_i(t) \right] - \frac{\alpha_0^2}{H^4} \frac{\partial}{\partial x} \left[\sum_{i=1}^m \phi_i' q_i(t) \right] \\ = - \frac{\rho}{EI_0} \frac{\partial^2 u_g(t)}{\partial t^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m \frac{\rho}{EI_0} [\phi_i(x) \ddot{q}_i] + \sum_{i=1}^m \left[\frac{c}{EI_0} \phi_i(x) \dot{q}_i \right] + \sum_{i=1}^m q_i(t) \left[\frac{1}{H^4} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\phi_i'') - \frac{\alpha_0^2}{H^4} \frac{\partial}{\partial x} (\phi_i') \right] \\ = - \frac{\rho}{EI_0} \frac{\partial^2 u_g(t)}{\partial t^2} \end{aligned}$$

Como,

$$\left[\frac{1}{H^4} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\phi_i'') - \frac{\alpha_0^2}{H^4} \frac{\partial}{\partial x} (\phi_i') \right] = \frac{\rho}{EI_0} \omega_i^2 \phi_i(x)$$

Entonces,

$$\sum_{i=1}^m \frac{\rho}{EI_0} [\ddot{q}_i] \phi_i(x) + \sum_{i=1}^m \frac{c}{EI_0} [\dot{q}_i] \phi_i(x) + \sum_{i=1}^m \frac{\rho}{EI_0} \omega_i^2 [q_i(t)] \phi_i(x) = - \frac{\rho}{EI_0} \ddot{u}_g$$

Multiplicando la expresión anterior por $\phi_j(x)$ e integrando de cero a uno,

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m \frac{\rho}{EI_0} [\ddot{q}_i] \int_0^1 \phi_i(x) \phi_j(x) dx + \sum_{i=1}^m \frac{c}{EI_0} [\dot{q}_i] \int_0^1 \phi_i(x) \phi_j(x) dx \\ + \sum_{i=1}^m \frac{\rho}{EI_0} \omega_i^2 [q_i(t)] \int_0^1 \phi_i(x) \phi_j(x) dx = - \frac{\rho}{EI_0} \int_0^1 \ddot{u}_g \phi_j(x) dx \end{aligned}$$

Tomando en cuenta las condiciones de ortogonalidad,

$$\text{Si } i \neq j \quad \int_0^1 \phi_i(x) \phi_j(x) dx = 0 \quad (3.3.56)$$

$$\text{Si } i = j \quad \int_0^1 \phi_i(x) \phi_i(x) dx = 1 \quad (3.3.57)$$

Por lo que para el modo i , se tiene

$$\frac{\rho}{EI_0} [\ddot{q}_i] \int_0^1 \phi_i^2(x) dx + \frac{c}{EI_0} [\dot{q}_i] \int_0^1 \phi_i^2(x) dx + \frac{\rho}{EI_0} \omega_i^2 [q_i(t)] \int_0^1 \phi_i^2(x) dx = - \frac{\rho}{EI_0} \int_0^1 \ddot{u}_g \phi_i(x) dx$$

Dividiendo la expresión anterior por $\int_0^1 \phi_i^2(x) dx$

$$\frac{\rho}{EI_0} [\ddot{q}_i] + \frac{c}{EI_0} [\dot{q}_i] + \frac{\rho}{EI_0} \omega_i^2 [q_i(t)] = -\frac{\rho}{EI_0} \frac{\int_0^1 \ddot{u}_g \phi_i(x) dx}{\int_0^1 \phi_i^2(x) dx}$$

Multiplicando por EI_0/ρ

$$[\ddot{q}_i] + \frac{c}{\rho} [\dot{q}_i] + \omega_i^2 [q_i(t)] = -\frac{\int_0^1 \ddot{u}_g \phi_i(x) dx}{\int_0^1 \phi_i^2(x) dx}$$

Como se considera amortiguamiento clásico y $\ddot{u}_g$ sólo depende del tiempo, se tiene que,

$$\ddot{q}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i(t) = -\ddot{u}_g \frac{\int_0^1 \phi_i(x) dx}{\int_0^1 \phi_i^2(x) dx} \quad (3.3.58)$$

Llamando,

$$\Gamma_i = \frac{\int_0^1 \phi_i(x) dx}{\int_0^1 \phi_i^2(x) dx} \quad (3.3.59)$$

$$\ddot{q}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i(t) = -\ddot{u}_g \Gamma_i$$

La solución se puede escribir como:

$$q_i(t) = \Gamma_i D_i(t) \quad (3.3.60)$$

De tal manera que,

$$\Gamma_i \ddot{D}_i + 2\xi_i \omega_i \Gamma_i \dot{D}_i + \omega_i^2 \Gamma_i D_i(t) = -\ddot{u}_g \Gamma_i$$

Dividiendo por Γ_i , la expresión anterior

$$\ddot{D}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{D}_i + \omega_i^2 D_i(t) = -\ddot{u}_g \quad (3.3.61)$$

Así, la respuesta que depende del tiempo se obtiene de la ecuación (3.3.58) o (3.3.61).

La respuesta relativa del sistema se puede escribir como,

$$u(x, t) = \sum_{i=1}^m u_i(x, t) = \sum_{i=1}^m \Gamma_i \phi_i(x) D_i(t) \quad (3.3.62)$$

$$\dot{u}(x, t) = \sum_{i=1}^m \dot{u}_i(x, t) = \sum_{i=1}^m \Gamma_i \phi_i(x) \dot{D}_i \quad (3.3.63)$$

$$\ddot{u}(x, t) = \sum_{i=1}^m \ddot{u}_i(x, t) = \sum_{i=1}^m \Gamma_i \phi_i(x) \ddot{D}_i \quad (3.3.63)$$

Donde:

$u_i(x, t)$ Es la contribución de i -ésimo modo a la respuesta en desplazamiento.

$\dot{u}_i(x, t)$ Es la contribución de i -ésimo modo a la respuesta en velocidad.

$\ddot{u}_i(x, t)$ Es la contribución de i -ésimo modo a la respuesta en aceleración.

$D_i(t)$ Es la respuesta de deformación de un SIGL sujeto al movimiento ingresado en su base.

La aceleración absoluta, $\ddot{u}^t$, del modelo simplificado en cualquier altura es aproximada por la suma de la aceleración del terreno y la aceleración de los primeros m modos de vibración, o sea:

$$\ddot{u}^t(x, t) \cong \ddot{u}_g + \ddot{u}(x, t) \quad (3.3.64)$$

Es importante hacer notar que, si se utiliza un número infinito de modos de vibración, la respuesta calculada será igual a la respuesta real del modelo continuo.

3.3.3.3 Respuesta en el tiempo

La respuesta en el tiempo se obtiene de la ecuación (3.3.58) o (3.3.61) utilizando el procedimiento descrito en el apartado 3.1.5, en donde $Q(t) = -\ddot{u}_g \Gamma_i$ o $Q(t) = -\ddot{u}_g$.

Para el análisis en el tiempo, los elementos mecánicos se obtienen de la siguiente manera.

Cortante Basal, $V_B(t)$

$$V_B(t) = \sum_{i=1}^m V_{b,i}(t) \quad (3.3.65)$$

Donde:

$V_{b,i}(t)$ Es el cortante basal en el tiempo correspondiente al i -ésimo modo, (N), calculado como:

$$V_{b,i}(t) = \omega_i^2 \rho H \left[\int_0^1 \phi_i(x) dx \right] q_i(t) \quad (3.3.66)$$

Momento de volteo, $M_V(t)$

$$M_V(t) = \sum_{i=1}^m M_{v,i}(t) \quad (3.3.67)$$

Donde:

$M_{v,i}(t)$ Es momento de volteo en el tiempo correspondiente al i -ésimo modo, $(N - m)$, calculado como:

$$M_{v,i}(t) = \omega_i^2 \rho H^2 \left[\int_0^1 \phi(x) x dx \right] q_i(t) \quad (3.3.68)$$

Donde:

ω_i Es la frecuencia circular del i -ésimo modo de vibración, (rad/s) .

H Es la altura total del edificio, (m) .

ρ Es la masa por unidad de longitud del edificio, (kg/m) .

$q_i(t)$ Es la respuesta de deformación calculada de la ecuación (3.3.58).

Debido a que los elementos mecánicos máximos asociados a cada uno de los modos ocurren en tiempos diferentes, se usa la combinación de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS).

$$R_{m\acute{a}x} \approx \sqrt{\sum_{i=1}^m (r_{m\acute{a}x,i})^2} \quad (3.3.69)$$

Donde:

$R_{m\acute{a}x}$ Es la respuesta máxima.

$r_{m\acute{a}x,i}$ Es la respuesta máxima del modo i

3.3.3.4 Respuesta espectral

Para un análisis espectral la respuesta en desplazamiento y elementos mecánicos máximos son calculados de la siguiente forma.

Desplazamiento relativo máximo, $[u(x)]_{m\acute{a}x}$, a cierta altura del modelo, está dado por la ecuación (3.3.70)

$$[u(x)]_{m\acute{a}x} = \sum_{i=1}^{\infty} [u_i(x)]_{m\acute{a}x} \quad (3.3.70)$$

Donde:

$[u_i(x)]_{m\acute{a}x}$ Es el desplazamiento máximo del i -ésimo modo. calculado con la

ecuación (3.3.71)

$$[u_i(x)]_{\text{máx}} = \Gamma_i \phi_i(x) S_d \quad (3.3.71)$$

Donde:

S_d Es el desplazamiento espectral, obtenido de un espectro de respuesta.

El cortante basal máximo para cada modo, $(V_{b,i})_{\text{máx}}$, se calcula como:

$$(V_{b,i})_{\text{máx}} = \rho H \Gamma_i \left[\int_0^1 \phi_i(x) dx \right] S_d \quad (3.3.72)$$

Donde:

S_d Es la pseudo-aceleración obtenida de un espectro de respuesta en (m/s^2)

El momento de volteo máximo para cada modo, $(M_{v,i})_{\text{máx}}$, se calcula como:

$$(M_{v,i})_{\text{máx}} = \rho H^2 \Gamma_i \left[\int_0^1 \phi_i(x) x dx \right] S_d \quad (3.3.73)$$

3.3.3.5 Cálculo de las integrales en las que interviene la función de la forma modal

Las integrales en las que aparece la forma modal se pueden calcular de manera exacta. A continuación, se presentan las soluciones de las integrales que contienen la función de los modos evaluadas de 0 a 1.

Solución de $\int_0^1 \phi_i(x) dx$

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \phi_i(x) dx \\ &= \int_0^1 \frac{\sin(\gamma_i x) - \gamma_i (\alpha_0^2 + \gamma_i^2)^{-1/2} \sinh \left(x \sqrt{\alpha_0^2 + \gamma_i^2} \right) + \eta_i \left[\cosh \left(x \sqrt{\alpha_0^2 + \gamma_i^2} \right) - \cos(\gamma_i x) \right]}{\sin(\gamma_i) - \gamma_i (\alpha_0^2 + \gamma_i^2)^{-1/2} \sinh \left(\sqrt{\alpha_0^2 + \gamma_i^2} \right) + \eta_i \left[\cosh \left(\sqrt{\alpha_0^2 + \gamma_i^2} \right) - \cos(\gamma_i) \right]} dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \int_0^1 \phi_i(x) dx \\
 & - \frac{\cos(\gamma_i) - 1}{\gamma_i} - \frac{\gamma_i \left[\cosh \left(\sqrt{\alpha_0^2 + \gamma_i^2} \right) - 1 \right]}{\alpha_0^2 + \gamma_i^2} + \eta_i \left[\frac{\sinh \left(\sqrt{\alpha_0^2 + \gamma_i^2} \right)}{\sqrt{\alpha_0^2 + \gamma_i^2}} - \frac{\sen(\gamma_i)}{\gamma_i} \right] \quad (3.3.74) \\
 = & \frac{\sen(\gamma_i) - \gamma_i(\alpha_0^2 + \gamma_i^2)^{-1/2} \sinh \left(\sqrt{\alpha_0^2 + \gamma_i^2} \right) + \eta_i \left[\cosh \left(\sqrt{\alpha_0^2 + \gamma_i^2} \right) - \cos(\gamma_i) \right]}{\sen(\gamma_i) - \gamma_i(\alpha_0^2 + \gamma_i^2)^{-1/2} \sinh \left(\sqrt{\alpha_0^2 + \gamma_i^2} \right) + \eta_i \left[\cosh \left(\sqrt{\alpha_0^2 + \gamma_i^2} \right) - \cos(\gamma_i) \right]}
 \end{aligned}$$

Solución de $\int_0^1 \phi_i^2(x) dx$

$$\begin{aligned}
 & \int_0^1 \phi_i^2(x) dx \\
 = & \int_0^1 \left\{ \frac{\sen(\gamma_i x) - \gamma_i(\alpha_0^2 + \gamma_i^2)^{-1/2} \sinh \left(x \sqrt{\alpha_0^2 + \gamma_i^2} \right) + \eta_i \left[\cosh \left(x \sqrt{\alpha_0^2 + \gamma_i^2} \right) - \cos(\gamma_i x) \right]}{\sen(\gamma_i) - \gamma_i(\alpha_0^2 + \gamma_i^2)^{-1/2} \sinh \left(\sqrt{\alpha_0^2 + \gamma_i^2} \right) + \eta_i \left[\cosh \left(\sqrt{\alpha_0^2 + \gamma_i^2} \right) - \cos(\gamma_i) \right]} \right\}^2 dx \\
 & \int_0^1 \phi_i^2(x) dx = \frac{N_1 + N_2 N_3 + N_4 (N_5 + N_6) + N_7 N_8 - N_9}{D_1 (D_2 + D_3 + D_4)^2} \quad (3.3.75)
 \end{aligned}$$

Donde

$$\begin{aligned}
 N_1 &= \gamma_i e^{4B} (2\gamma_i^2 + \alpha_0^2) (\eta_i B - \gamma_i)^2 \\
 N_2 &= 8\gamma_i e^{3B} A (\gamma_i - \eta_i B) \\
 N_3 &= (\eta_i B + \gamma_i) \cos(\gamma_i) + (\eta_i \gamma_i - B) \sen(\gamma_i) \\
 N_4 &= 4e^{2B} B (2\gamma_i^2 + \alpha_0^2) \\
 N_5 &= (\eta_i^2 - 1) A \sen(\gamma_i) \cos(\gamma_i) - 2\eta_i A \sen^2(\gamma_i) \\
 N_6 &= \gamma_i (2\eta_i^2 A + \eta_i \gamma_i + \alpha_0^2) \\
 N_7 &= 8\gamma_i e^B A (\gamma_i + \eta_i B) \\
 N_8 &= (\eta_i B - \gamma_i) \cos(\gamma_i) - (\eta_i \gamma_i + B) \sen(\gamma_i) \\
 N_9 &= \gamma_i (2\gamma_i^2 + \alpha_0^2) (\eta_i B + \gamma_i)^2 \\
 D_1 &= 2\gamma_i B (2\gamma_i^2 + \alpha_0^2) \\
 D_2 &= e^{2B} (\eta_i B - \gamma_i)
 \end{aligned} \quad (3.1.76)$$

$$D_3 = 2e^B B [\text{sen}(\gamma_i) - \eta_i \cos(\gamma_i)]$$

$$D_4 = \eta_i B + \gamma_i$$

Solución de $\int_0^1 \phi_i(x) x dx$

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \phi_i(x) x dx \\ &= \int_0^1 \left\{ \frac{\text{sen}(\gamma_i x) - \gamma_i (\alpha_0^2 + \gamma_i^2)^{-1/2} \sinh \left(x \sqrt{\alpha_0^2 + \gamma_i^2} \right) + \eta_i \left[\cosh \left(x \sqrt{\alpha_0^2 + \gamma_i^2} \right) - \cos(\gamma_i x) \right]}{\text{sen}(\gamma_i) - \gamma_i (\alpha_0^2 + \gamma_i^2)^{-1/2} \sinh \left(\sqrt{\alpha_0^2 + \gamma_i^2} \right) + \eta_i \left[\cosh \left(\sqrt{\alpha_0^2 + \gamma_i^2} \right) - \cos(\gamma_i) \right]} \right\} x dx \\ & \int_0^1 \phi_i(x) x dx = \frac{n_1 + n_2(n_3 + n_4 - n_5) - n_6}{d_1(d_2 + d_3 + d_4)} \end{aligned} \quad (3.3.77)$$

Donde:

$$\begin{aligned} n_1 &= \gamma_i^2 e^{2B} (B - 1) (\eta_i B - \gamma_i) \\ n_2 &= 2e^B B \\ n_3 &= (\eta_i + \gamma_i) A \cos(\gamma_i) \\ n_4 &= A (\eta_i \gamma_i - 1) \text{sen}(\gamma_i) \\ n_5 &= \eta_i (2\gamma_i^2 + \alpha_0^2) \\ n_6 &= \gamma_i^2 (B + 1) (\eta_i B + \gamma_i) \\ d_1 &= A \gamma_i^2 \\ d_2 &= e^{2B} (\eta_i B - \gamma_i) \\ d_3 &= 2e^B B [\text{sen}(\gamma_i) - \eta_i \cos(\gamma_i)] \\ d_4 &= \eta_i B + \gamma_i \\ A &= \alpha_0^2 + \gamma_i^2 \\ B &= \sqrt{\alpha_0^2 + \gamma_i^2} \end{aligned} \quad (3.1.78)$$

3.3.3.6 Ejemplos de aplicación

Se modela un edificio como una viga de corte acoplada a una viga de flexión y el cual es sometido a dos registros sísmicos. En el ejemplo 1, el edificio se somete al evento registrado el día 30 de septiembre de 1999 en el D.F. registro

de la SCT. En el ejemplo 2, el edificio se somete al evento registrado el 19 de septiembre de 1985 en el D.F. registro de la SCT.

Los datos del edificio son:

Altura del edificio, $H = 182.88m$

Ancho del edificio, $B = 30.48m$

Profundidad del edificio, $D = 30.48m$

Número de niveles considerados, $niveles = 50$

Periodo fundamental de vibrar, $T_1 = 5s$

Densidad del edificio, $\rho_e = 192.03 kg/m^3$

Los amortiguamientos asociados al primero y segundo modo son, $\xi_1 = 0.05$ y $\xi_2 = 0.02$, respectivamente.

Para cada uno de los ejemplos el edificio se modela como una viga de flexión por lo que $\alpha_0 = 0$ y como una viga de corte por lo que $\alpha_0 = 30$.

Se desea conocer la respuesta máxima del edificio en cada uno de los niveles.

La respuesta es graficada con respecto a la altura normalizada a la unidad en la altura total del edificio, (z/H) .

Resultados del ejemplo 1

En la figura 3.3.11 se muestra la demanda de desplazamientos, velocidades y aceleraciones del edificio para $\alpha_0 = 0$, bajo la acción sísmica registrada el 30 de septiembre de 1999. Adicionalmente se grafica la respuesta obtenida del modelo de sólo flexión.

El desplazamiento máximo obtenido es de **14.3cm**, la velocidad máxima es **0.281 m/s** y la aceleración máxima es **0.066g**. La respuesta máxima se presenta en la altura total del edificio.

Los elementos mecánicos obtenidos son:

Cortante máximo registrado, **4.131 MN**

Cortante máximo por combinación modal, **4.946 MN**

Momento de volteo máximo registrado, **0.284 GN · m**

Momento de volteo máximo por combinación modal, **0.397 GN · m**

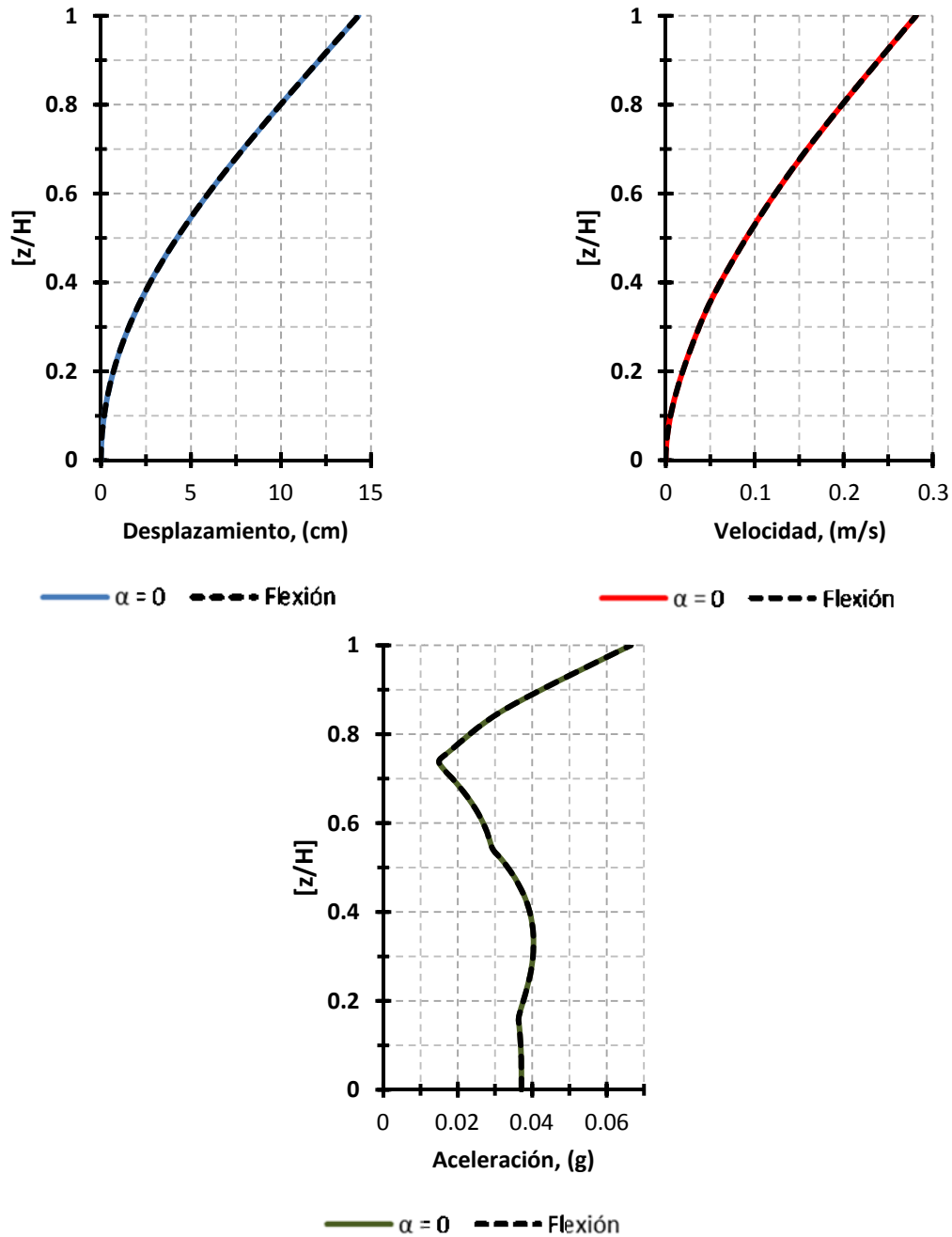


Figura 3.3.11 Respuesta del edificio con $\alpha_0 = 0$, para el sismo del 30 de septiembre de 1999 (SCT).

En la figura 3.3.12 se muestra la demanda de desplazamientos, velocidades y aceleraciones del edificio para $\alpha_0 = 30$, bajo la acción sísmica registrada el 30 de septiembre de 1999. Adicionalmente se grafica la respuesta obtenida del modelo de sólo cortante.

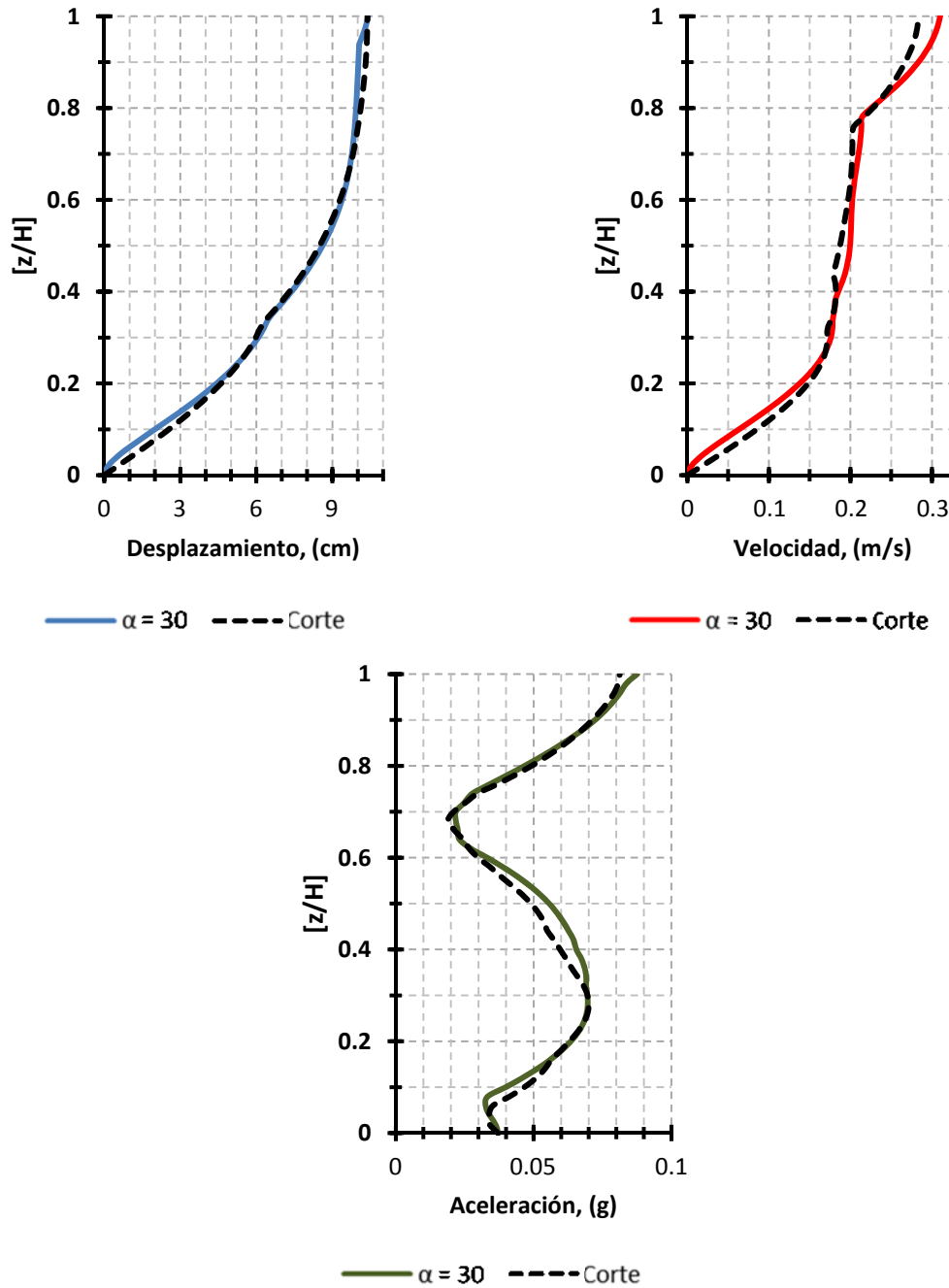


Figura 3.3.12 Respuesta del edificio con $\alpha_0 = 30$, para el sismo del 30 de septiembre de 1999 (SCT).

El desplazamiento máximo obtenido es de 10.4cm , la velocidad máxima es 0.31 m/s y la aceleración máxima es 0.0875g . La respuesta máxima se presenta en la altura total del edificio.

Los elementos mecánicos obtenidos son:

Cortante máximo registrado, 6.207 MN

Cortante máximo por combinación modal, 5.8506 MN

Momento de volteo máximo registrado, $0.3233 \text{ GN} \cdot \text{m}$

Momento de volteo máximo por combinación modal, $0.4538 \text{ GN} \cdot \text{m}$

Resultados del ejemplo 2

En la figura 3.3.13 se muestra la demanda de desplazamientos, velocidades y aceleraciones del edificio para $\alpha_0 = 0$, bajo la acción sísmica registrada el 19 de septiembre de 1985. Adicionalmente se grafica la respuesta obtenida del modelo de sólo flexión.

El desplazamiento máximo obtenido es de 41.65 cm , la velocidad máxima es 1.132 m/s y la aceleración máxima es $0.297g$. La respuesta máxima se presenta en la altura total del edificio.

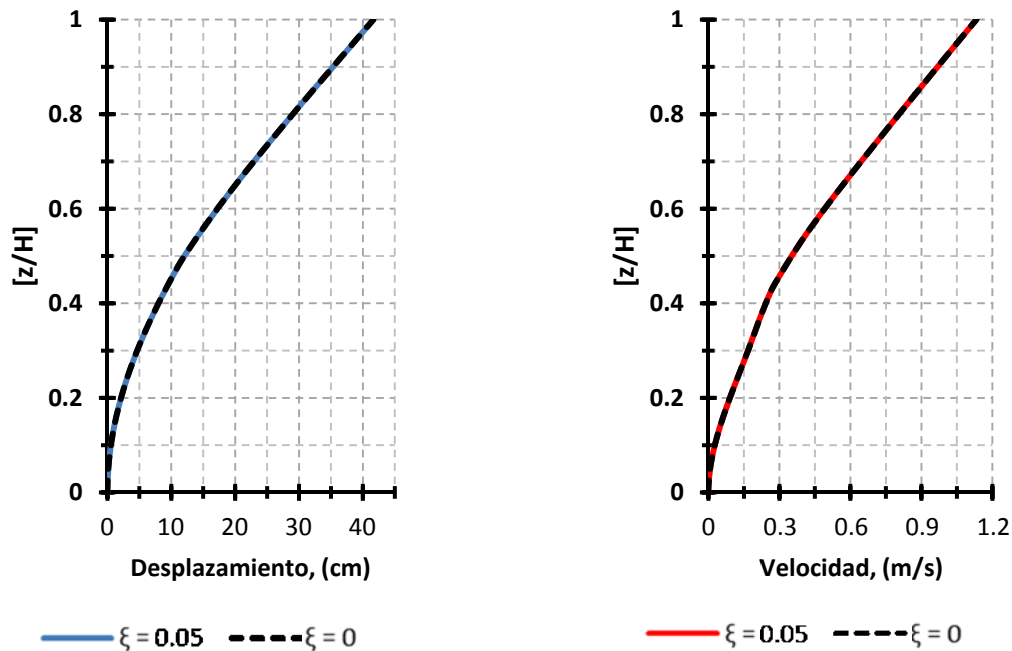
Los elementos mecánicos obtenidos son:

Cortante máximo registrado, 17.715 MN

Cortante máximo por combinación modal, 21.586 MN

Momento de volteo máximo registrado, $0.855 \text{ GN} \cdot \text{m}$

Momento de volteo máximo por combinación modal, $1.303 \text{ GN} \cdot \text{m}$



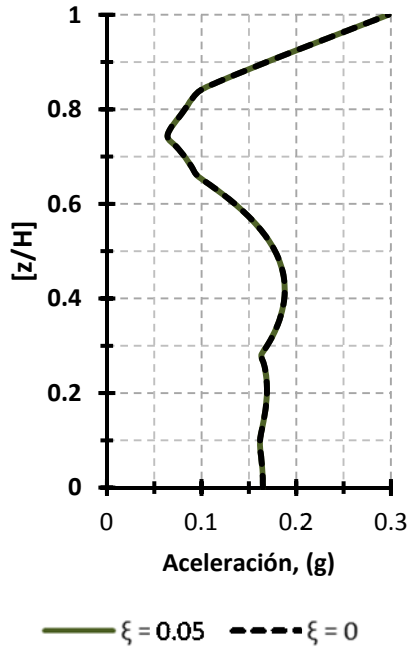


Figura 3.2.13 Respuesta del edificio con $\alpha_0 = 0$, para el sismo del 19 de septiembre de 1985 (SCT).

En la figura 3.3.14 se muestra la demanda de desplazamientos, velocidades y aceleraciones del edificio para $\alpha_0 = 30$, bajo la acción sísmica registrada el 19 de septiembre de 1985. Adicionalmente se grafica la respuesta obtenida del modelo de sólo cortante.

El desplazamiento máximo obtenido es de **42.31cm**, la velocidad máxima es **1.27 m/s** y la aceleración máxima es **0.2582g**. La respuesta máxima se presenta en la altura total del edificio.

Los elementos mecánicos obtenidos son:

Cortante máximo registrado, **14.5128 MN**

Cortante máximo por combinación modal, **16.898 MN**

Momento de volteo máximo registrado, **1.1703 GN · m**

Momento de volteo máximo por combinación modal, **1.3567 GN · m**

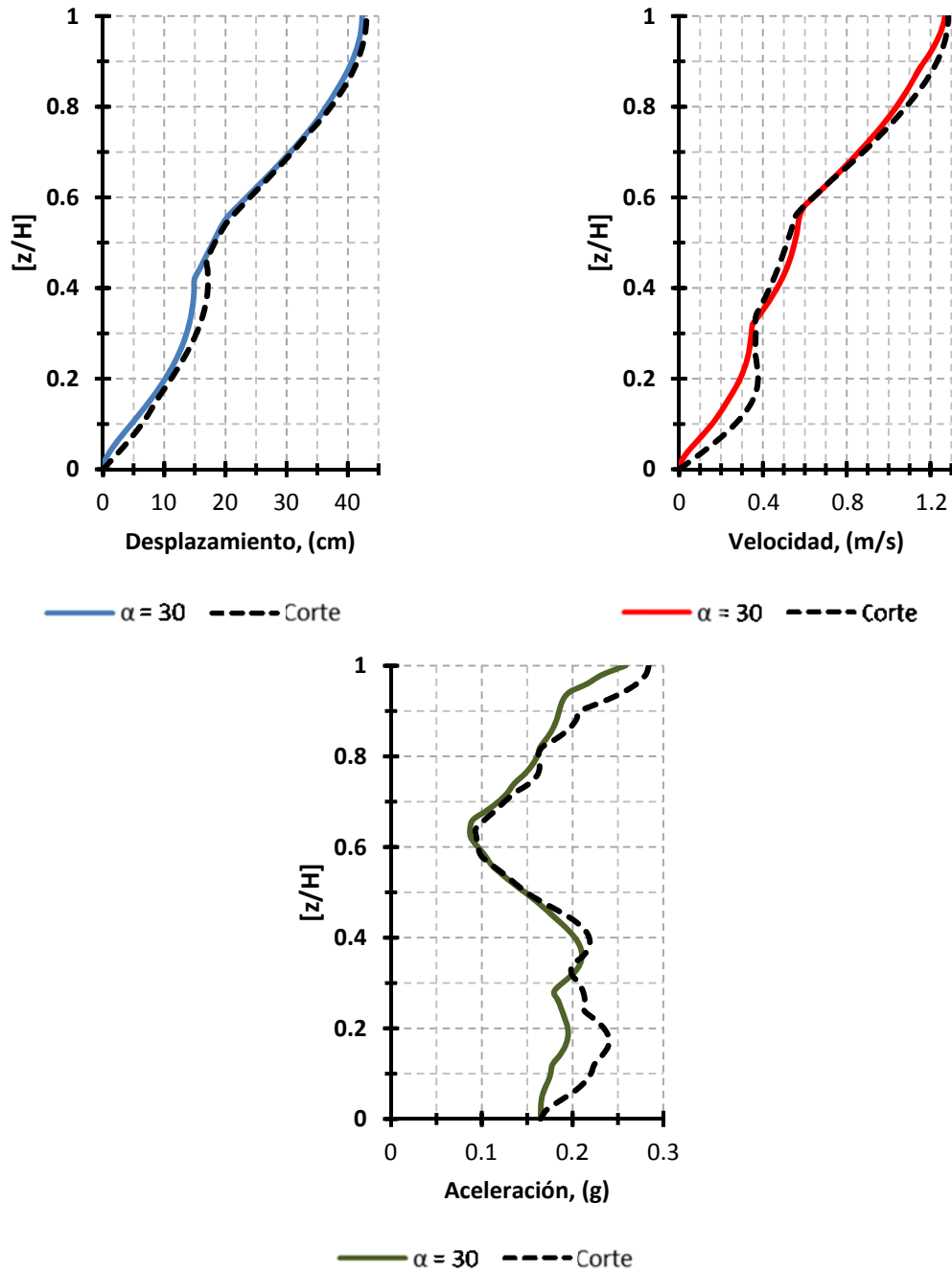


Figura 3.3.14 Respuesta del edificio con $\alpha_0 = 30$, para el sismo del 19 de septiembre de 1985 (SCT).

De las figuras 3.3.11 y 3.3.13 se puede ver la respuesta de la viga acoplada con $\alpha_0 = 0$ es igual a la respuesta de la viga de flexión, apartado 3.1, de tal manera que es válido el procedimiento utilizado para ambos resultados.

De acuerdo a los resultados mostrados en las figuras 3.3.12 y 3.3.14 se puede ver la respuesta de la viga acoplada con $\alpha_0 = 30$ difiere a la respuesta de la

viga de corte, ya que es necesario tomar un valor de α_0 mayor que 30 para llegar a la misma respuesta, sin embargo se tiene buena aproximación.

La respuesta del edificio ante el sismo de servicio con $\alpha_0 = 0$, los desplazamientos son mayores en la parte superior que los obtenidos con $\alpha_0 = 30$; Las velocidades con $\alpha_0 = 0$ son menores que las obtenidas con $\alpha_0 = 30$ en la parte más alta del edificio, así como la aceleración. Los elementos mecánicos resultan más grandes cuando $\alpha_0 = 30$.

La respuesta del edificio ante el sismo de servicio con $\alpha_0 = 0$, los desplazamientos son menores en la parte superior que los obtenidos con $\alpha_0 = 30$, así como la velocidad; las aceleraciones con $\alpha_0 = 0$ son mayores que las obtenidas con $\alpha_0 = 30$ en la parte más alta del edificio. Las fuerzas cortantes en la base son más grandes si $\alpha_0 = 0$ y los momentos de volteo resultan más grandes cuando $\alpha_0 = 30$.

3.3.4 Análisis paramétrico

Se realiza un análisis paramétrico de la respuesta máxima de desplazamiento, velocidad, aceleración, fuerza cortante basal y momento de volteo para edificios con sección transversal cuadrada de 30.48 m y para los valores de $\alpha_0 = 0$ y 30

Densidad de los edificios, $\rho_e = 192.03 \text{ kg/m}^3$

Los amortiguamientos asociados al primero y segundo modo son, $\xi_1 = 0.05$ y $\xi_2 = 0.02$, respectivamente.

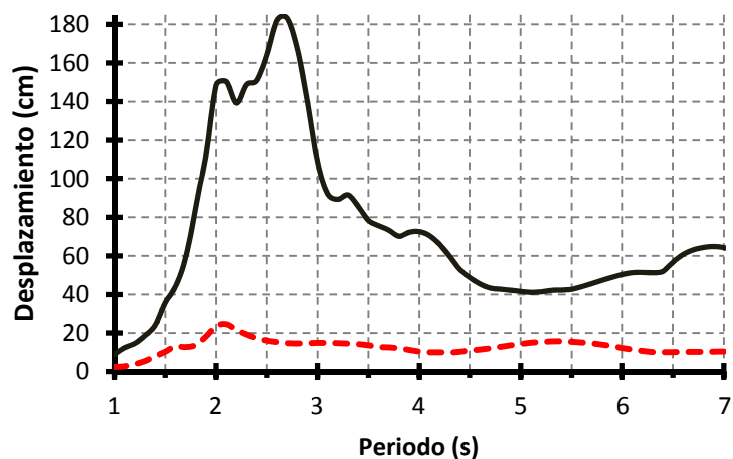
Densidad del aire, $\rho_a = 1.2 \text{ kg/m}^3$

Los periodos de vibración asociados al primer modo son calculados según la ecuación (1.5.1)

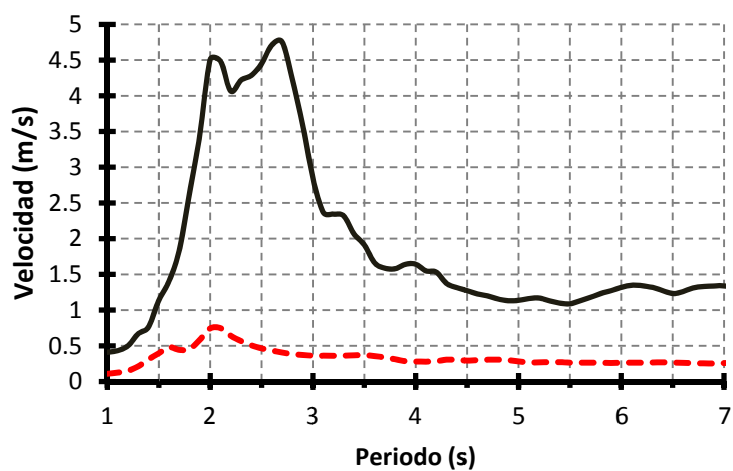
$$T_1 = \frac{n}{10}$$

Se usan los sismos registrados en la SCT del 30 de septiembre de 1999, para condiciones de servicio y el 19 de septiembre de 1985, para colapso.

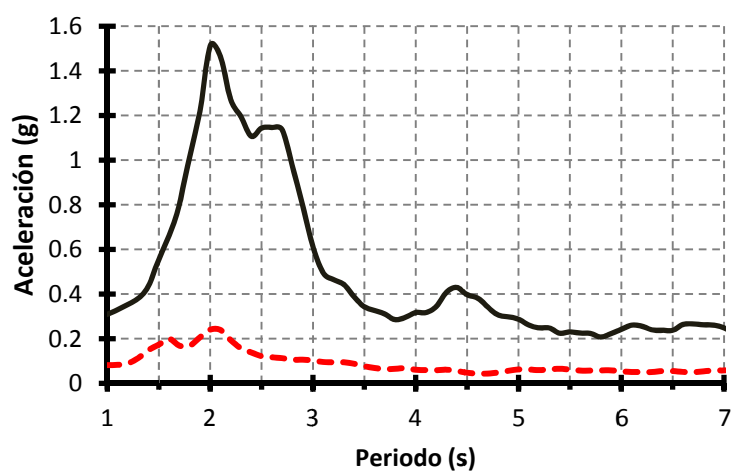
En la figura 3.3.15 se muestran los resultados de la respuesta máxima en desplazamiento y velocidad relativa, y aceleración absoluta con $\alpha_0 = 0$.



a) Desplazamientos máximos



b) Velocidades máximas



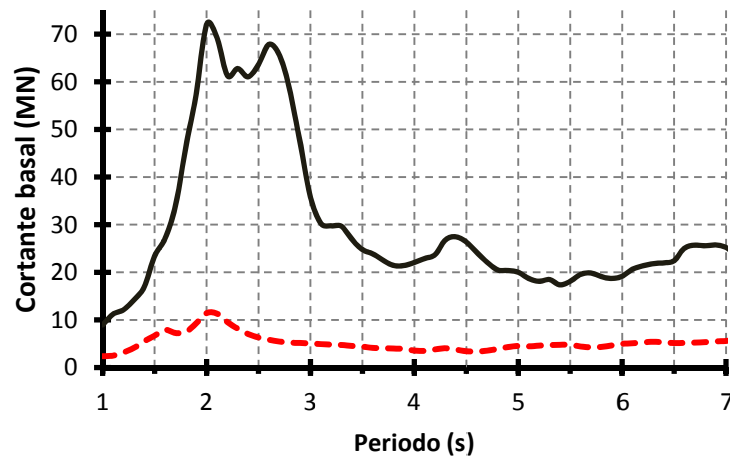
c) aceleraciones absolutas máximas

--- Sismo de servicio — Sismo de colapso

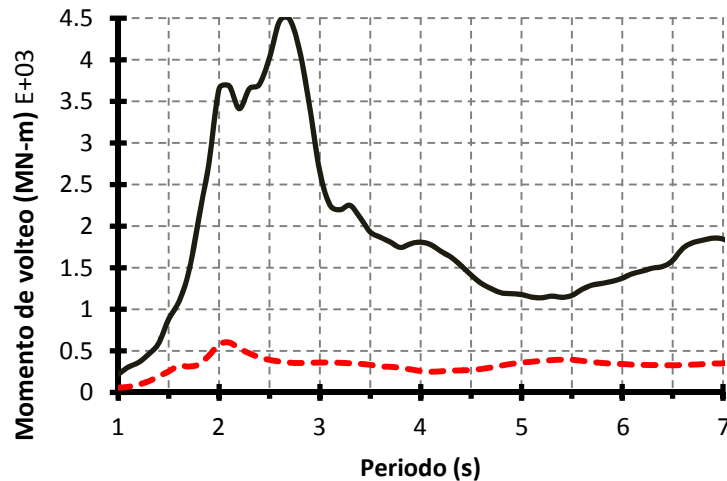
Figura 3.3.15 Respuestas máximas con $\alpha_0 = 0$.

En la figura 3.3.15 se observa que, los valores máximos con el sismo de servicio son: **24.5 cm** en desplazamiento para un periodo de **2.1 s**, **0.747 m/s** en velocidad para un periodo de **2.1 s** y **0.24 g** para aceleración en el periodo de **2.0 s**. Los valores máximos asociados al sismo de colapso son: **183.24 cm** en desplazamiento para un periodo de **2.7 s**, **4.75 m/s** en velocidad para un periodo de **2.7 s** y **1.51 g** para aceleración en el periodo de **2.0 s**.

En la figura 3.3.16 se muestran los resultados obtenidos de los elementos mecánicos máximos con $\alpha_0 = 0$



a) Fuerzas cortantes máximas



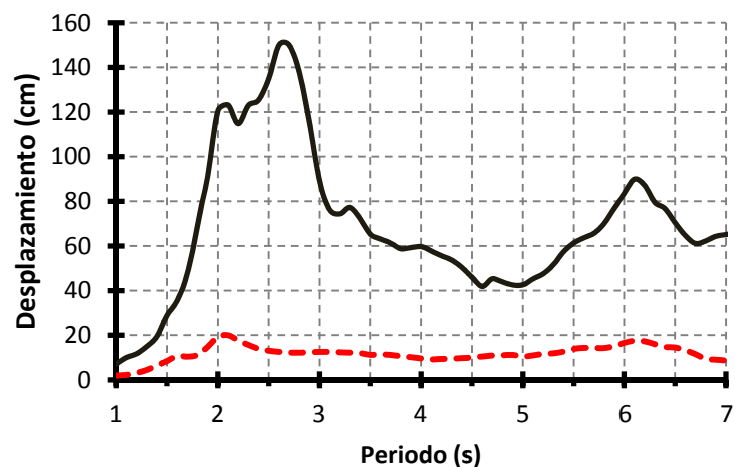
b) Momentos de volteo máximos

--- Sismo de servicio — Sismo de colapso

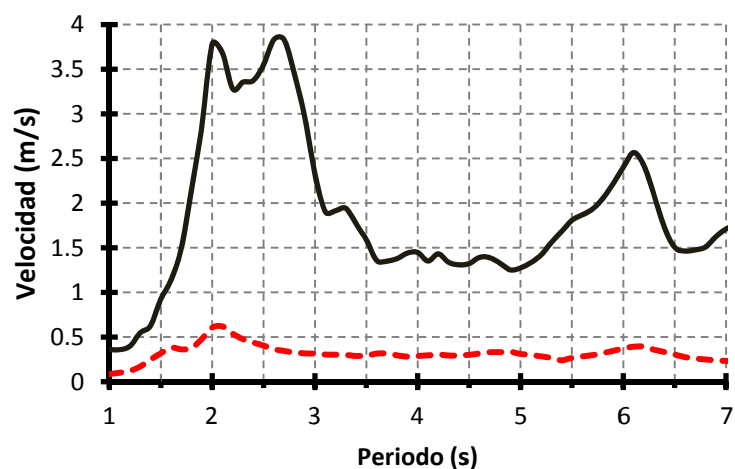
Figura 3.3.16 Elementos mecánicos máximos para $\alpha_0 = 0$.

De los elementos mecánicos máximos mostrados en la figura 3.3.16 se observa que, los valores máximos alcanzados con el sismo de servicio son: **11.41 MN** de fuerza cortante basal para un periodo de **2.0 s** y **0.6 GN·m** en momento de volteo para un periodo de **2.1 s**. Los valores máximos asociados al sismo de colapso son: **72.04 MN** de fuerza cortante basal para un periodo de **2.0 s** y **4.48 GN·m** en momento de volteo para un periodo de **2.7 s**.

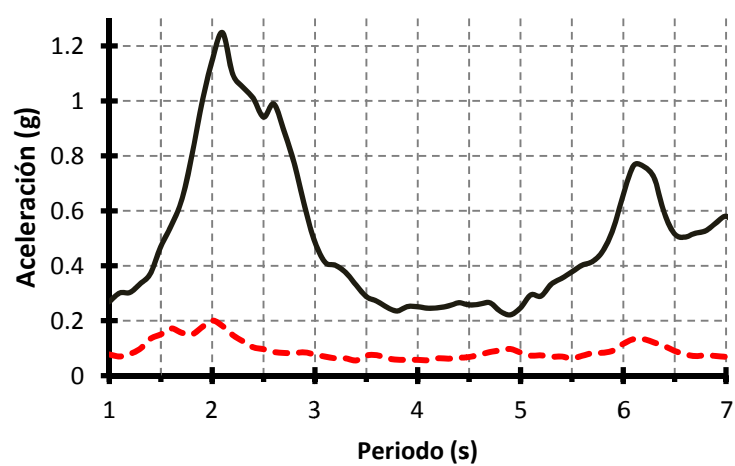
En la figura 3.3.17 se muestran los resultados de la respuesta máxima en desplazamiento y velocidad relativa, y aceleración absoluta con $\alpha_0 = 30$. Se observa que, los valores máximos con el sismo de servicio son: **19.95 cm** en desplazamiento para un periodo de **2.1 s**, **0.618 m/s** en velocidad para un periodo de **2.1 s** y **0.2 g** para aceleración en el periodo de **2.0 s**. Los valores máximos asociados al sismo de colapso son: **150.02 cm** en desplazamiento para un periodo de **2.7 s**, **3.83 m/s** en velocidad para un periodo de **2.6 s** y **1.248 g** para aceleración en el periodo de **2.1 s**.



a) Desplazamientos máximos



b) Velocidades máximas

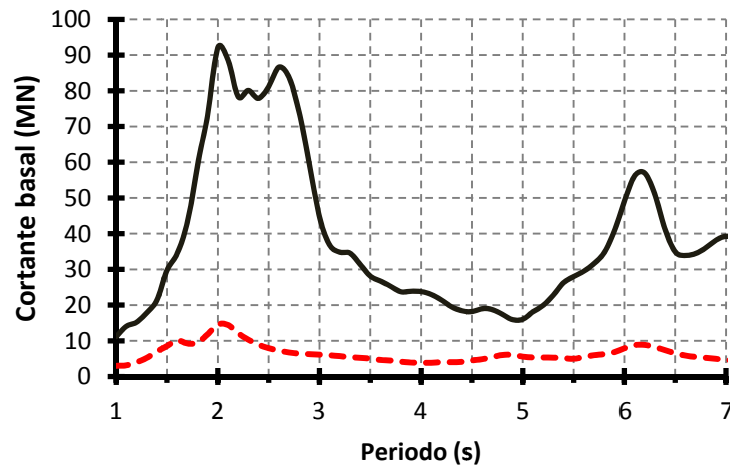


c) aceleraciones absolutas máximas

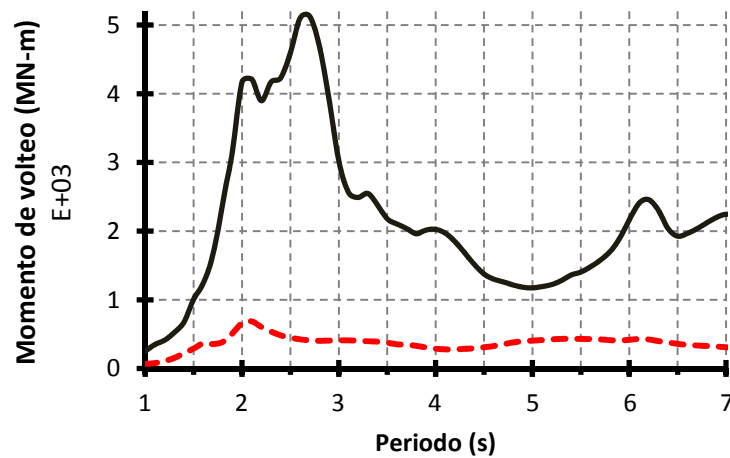
--- Sismo de servicio — Sismo de colapso

Figura 3.3.17 Respuestas máximas con $\alpha_0 = 30$.

En la figura 3.3.18 se muestran los resultados obtenidos de los elementos mecánicos máximos con $\alpha_0 = 30$



a) Fuerzas cortantes máximas



b) Momentos de volteo máximos

--- Sismo de servicio — Sismo de colapso

Figura 3.3.18 Elementos mecánicos máximos para $\alpha_0 = 30$.

De los elementos mecánicos máximos mostrados en la figura 3.3.18 se observa que, los valores máximos alcanzados con el sismo de servicio son: **14.55 MN** de fuerza cortante basal para un periodo de **2.0 s** y **0.686 GN·m** en momento de volteo para un periodo de **2.1 s**. Los valores máximos asociados al sismo de colapso son: **92.08 MN** de fuerza cortante basal para un periodo de **2.0 s** y **5.126 GN·m** en momento de volteo para un periodo de **2.1 s**.

4

Aceleraciones máximas debidas al viento en sistemas continuos

4.1 Respuesta eólica estática

En este sub capítulo se estudia la respuesta estática de edificios modelados como una viga de flexión, de corte y una viga acoplada como sistemas continuos, bajo la acción del viento.

La respuesta en desplazamiento de los edificios es obtenida considerando una forma modal simple, igual a la utilizada en los reglamentos vistos en el capítulo 2 y, posteriormente se encuentra la respuesta de los edificios utilizando los modelos vistos en el capítulo 3.

Se hace la comparativa de la forma modal utilizada en los reglamentos y del desplazamiento con respecto de la viga de corte acoplada a una viga de flexión. También se proponen valores del exponente de variación de la forma modal simple, β , que se ajusten mejor a los de la respuesta obtenida con la viga acoplada correspondientes a ciertos valores del parámetro α_0 según el tipo de estructuración de los edificios.

4.1.1 Desplazamiento estático.

En el capítulo anterior se da solución a las ecuaciones diferenciales que gobiernan el comportamiento de las vigas de flexión, corte y acoplada sometidas a un registro sísmico. En tales ecuaciones se propone como solución, la multiplicación de una función que define las formas modales de la viga por otra función que depende del tiempo.

$$u(x, t) = \sum_{i=1}^n \phi_i(x) q_i(t) \quad (4.1.1)$$

De manera general, la respuesta en el tiempo de una viga tiene la siguiente forma,

$$\ddot{q}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i(t) = \frac{Q_i(t)}{M_i}$$

Donde:

$$Q_i(t) = \int_0^H -\bar{m} \ddot{u}_g \phi_i(x) dx \quad (4.1.2)$$

$$M_i = \int_0^H \bar{m} \phi_i^2(x) dx \quad (4.1.3)$$

Por lo que la ecuación (4.1.2) sólo es válida cuando se tiene una excitación en la base de la viga, definida por un registro de aceleraciones del terreno. Pero, si en la viga actúa una fuerza lateral, $F(x, t)$, la ecuación diferencial como función del tiempo resulta.

$$\ddot{q}_i + 2\xi_i\omega_i\dot{q}_i + \omega_i^2 q_i(t) = \frac{Q_i(t)}{M_i} \quad (4.1.4)$$

Donde:

$$Q_i(t) = \int_0^H F(x, t)\phi_i(x)dx \quad \text{Para la viga de flexión y de corte} \quad (4.1.5)$$

$$Q_i(t) = \int_0^1 F(x, t)\phi_i(x)dx \quad \text{Para la viga acoplada}$$

$F(x, t)$ Es la fuerza por unidad de longitud de la viga, (N/m) .

$\bar{m}$ Es la masa por unidad de longitud de la viga, (kg/m) .

Como $F(x, t)$ depende del tiempo, la carga es tal que,

$$F(x, t) = F(t)\delta(x - x_1) \quad (4.1.6)$$

Donde $\delta(x - x_1)$ está definido como:

$$\delta(x - x_1) = 0 \quad \text{para } x \neq x_1 \quad (4.1.7)$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \int_0^{\Delta x} (x - x_1)dx = 1$$

De tal forma que la estructura está sujeta a una carga concentrada, $F(t)$, actuando en un punto con coordenada x_1 , la fuerza generalizada, $Q_i(t)$, se puede escribir de la siguiente manera,

$$Q_i(t) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \int_{x_1}^{x_1+\Delta x} F(x, t)\phi_i(x)dx = F(t)\phi_i(x) \quad (4.1.8)$$

Si ahora la carga es independiente del tiempo, la fuerza generalizada es:

$$Q_i(x) = \int_0^H \bar{F}(x)\phi_i(x)dx \quad (4.1.9)$$

La ecuación (4.1.9) se utiliza para las vigas de flexión y cortante, para la viga acoplada los límites de integración cambian de cero a uno.

El desplazamiento medio estático es:

$$q_i(x) = \frac{Q_i(x)}{\omega_i^2 M_i} \quad (4.1.10)$$

Entonces la ecuación (4.1.1) se puede escribir de la siguiente manera,

$$\bar{u}(x) = \sum_{i=1}^n \frac{Q_i(x)}{\omega_i^2 M_i} \phi_i(x) \quad (4.1.11)$$

De la ecuación (4.1.11) se observa que, la respuesta media de la viga depende de la forma modal y de la frecuencia según sea el modelo de viga que se utilice.

La fuerza media del viento sobre un edificio de ancho B , se puede escribir como:

$$\bar{F}(x) = \frac{1}{2} \rho_a v_D^2(x) C_D B \quad (4.1.12)$$

Donde:

- ρ_a Es la densidad del aire, (kg/m^3) .
- $v_D(x)$ Es velocidad de diseño a la altura x , (m/s) .
- C_D Es el coeficiente de fuerza.
- B Es el ancho del edificio, (m) .

La variación de la velocidad con la altura se calcula de la siguiente manera,

$$v_D(x) = v_{ref} \left(\frac{x}{10} \right)^\alpha \quad (4.1.13)$$

Donde:

- v_{ref} Es la velocidad de referencia medida a una altura de 10m con tiempo de promediación de 10 minutos, (m/s) .
- x Es la altura a la que se desea conocer la velocidad, (m) .
- α Es el exponente de variación del perfil de velocidades, que depende del tipo de terreno, tabla 4.1.1.

La tabla 4.4.1 contiene la descripción de los tipos de los tipos de terreno y los valores del exponente de variación (Dyrbye C. y Hansen S., 1999).

Tabla 4.1.1 Categorías de terreno y valores de α .

Categoría	Descripción del terreno	α
1	Lagos o áreas horizontales planas con despreciable vegetación y sin obstáculos.	0.12
2	Área con poca vegetación tal y obstáculos aislados (árboles, edificios).	0.16
3	Áreas suburbanas o industriales y campos permanentes.	0.22
4	Área urbana en la cual al menos 15% de la superficie está cubierta por edificios.	0.3

4.1.2 Desplazamiento estático con forma modal simple.

En los reglamentos vistos en el capítulo 2, se calcula la variación de la forma modal fundamental o asociada al primer modo, con la siguiente ecuación:

$$\phi(x) = \left(\frac{x}{H}\right)^\beta \quad (4.1.14)$$

Donde:

- x Es la altura a la que se desea conocer la amplitud de la forma modal, (m).
- H Es la altura total del edificio, (m).
- β Es el exponente de variación de la forma modal

Si se sustituye la ecuación (4.1.12) y (4.1.14) en (4.1.9) la fuerza generalizada resulta como,

$$Q(x) = \int_0^H \left[\frac{1}{2} \rho_a v_D^2(x) C_D B \right] \left(\frac{x}{H}\right)^\beta dx$$

Al sustituir la ecuación de la velocidad de diseño en la expresión anterior se tiene,

$$Q(x) = \frac{1}{2} \rho_a C_D B \int_0^H \left[v_{ref} \left(\frac{x}{10}\right)^\alpha \right]^2 \left(\frac{x}{H}\right)^\beta dx$$

$$Q(x) = \frac{1}{2} \rho_a C_D B \frac{v_{ref}^2}{10^{2\alpha} H^\beta} \int_0^H x^{2\alpha+\beta} dx$$

$$Q(x) = \frac{1}{2} \rho_a C_D B \frac{v_{ref}^2}{10^{2\alpha} H^\beta} \left[\frac{x^{2\alpha+\beta+1}}{2\alpha+\beta+1} \right]_0^H$$

Así que, la fuerza generalizada resulta,

$$Q = \frac{1}{2} \rho_a C_D B \frac{v_{ref}^2}{10^{2\alpha}} \frac{H^{2\alpha+1}}{2\alpha + \beta + 1} \quad (4.1.15)$$

Ahora, se sustituye la ecuación (4.1.14) en (4.1.3), la masa generalizada se calcula como,

$$M = \int_0^H \bar{m} \phi_i^2(x) dx$$

Como la masa por unidad de longitud, $\bar{m}$, es constante,

$$M = \bar{m} \int_0^H \left(\frac{x}{H}\right)^{2\beta} dx$$

Luego, la masa por unidad de longitud es,

$$M = \frac{\bar{m}H}{2\beta + 1} \quad (4.1.16)$$

Al sustituir las ecuaciones (4.1.15) y (4.1.16) en (4.1.10)

$$q = \frac{\frac{1}{2} \rho_a C_D B \frac{v_{ref}^2}{10^{2\alpha}} \frac{H^{2\alpha+1}}{2\alpha + \beta + 1}}{\omega^2 \frac{\bar{m}H}{2\beta + 1}}$$

Luego,

$$q = \frac{\frac{1}{2} \rho_a C_D B \frac{v_{ref}^2}{10^{2\alpha}} \left(\frac{H^{2\alpha+1}}{2\alpha + \beta + 1}\right)}{\omega^2 \left(\frac{\bar{m}H}{2\beta + 1}\right)}$$

$$q = \left[\frac{2\beta + 1}{2(2\alpha + \beta + 1)}\right] \frac{\rho_a C_D B}{\omega^2 \bar{m}} \left[v_{ref} \left(\frac{H}{10}\right)^\alpha\right]^2$$

Si $v_D(H) = v_{ref} \left(\frac{H}{10}\right)^\alpha$ es la velocidad de diseño a la altura H. Entonces, $v_D^2(H) = v_{ref}^2 \left(\frac{H}{10}\right)^{2\alpha}$ es la velocidad de diseño a la altura H al cuadrado. Así que, el desplazamiento estático resulta,

$$q = \left[\frac{2\beta + 1}{2(2\alpha + \beta + 1)}\right] \frac{\rho_a C_D B}{\omega^2 \bar{m}} v_D^2(H) \quad (4.1.17)$$

Por lo tanto la respuesta media es,

$$\bar{u}(x) = \left\{ \left[\frac{2\beta + 1}{2(2\alpha + \beta + 1)} \right] \frac{\rho_a C_D B}{\omega^2 \bar{m}} v_D^2(H) \right\} \left(\frac{x}{H} \right)^\beta \quad (4.1.18)$$

Con la ecuación (4.1.18) se calcula la respuesta estática a cualquier altura de la viga, tomando como forma modal la utilizada en los reglamentos.

4.1.2.1 Ejemplo de aplicación 1

En el siguiente ejemplo, se calcula la respuesta media de desplazamiento, de un edificio ubicado en categoría I, de acuerdo a la tabla 4.1.1.

La velocidad de referencia se supondrá de **40.23 m/s**, que corresponde a una velocidad de tiempo de promediación de 3 segundos en terreno abierto, a 10 metros de altura.

Las características del edificio son las siguientes:

La altura, ancho y profundidad del edificio son: **182.88 m**, **30.48 m** y **30.48 m**, respectivamente.

La densidad del edificio es, **$\rho_e = 192.03 \text{ kg/m}^3$**

El periodo de vibración para el primer modo es **$T_1 = 5\text{s}$**

El exponente de la forma modal es, **$\beta = 1.552$**

Coeficiente de fuerza, **$C_D = 1.3$**

Densidad del aire, **$\rho_a = 1.25 \text{ kg/m}^3$**

Solución

La velocidad de referencia es cambiada a un tiempo de promediación de 10 minutos con la ecuación (2.1.62)

$$v_{ref} = \frac{v_{ref,3s}}{1.57}$$

$$v_{ref} = \frac{40.23 \text{ m/s}}{1.57} = 25.624 \text{ m/s}$$

La velocidad de diseño a la altura H es calculada con la expresión (4.1.13), al sustituir valores resulta,

$$v_D(H) = v_{ref} \left(\frac{H}{10} \right)^\alpha$$

$$v_D(182.88) = 25.624 \left(\frac{182.88}{10} \right)^{0.12} = 36.317 \text{ m/s}$$

La masa por unidad de longitud se calcula como:

$$\bar{m} = \rho_e DB = 192.03(30.48)^2 = 178401.707 \text{ kg/m}$$

Así, el desplazamiento estático resulta,

$$q = \left[\frac{2(1.552) + 1}{2(2(0.12) + 1.552 + 1)} \right] \left[\frac{(1.25)(1.3)(30.48)}{178401.707 \left(\frac{2\pi}{5} \right)^2} \right] (36.317)^2$$

$$q = 0.17042 \text{ m}$$

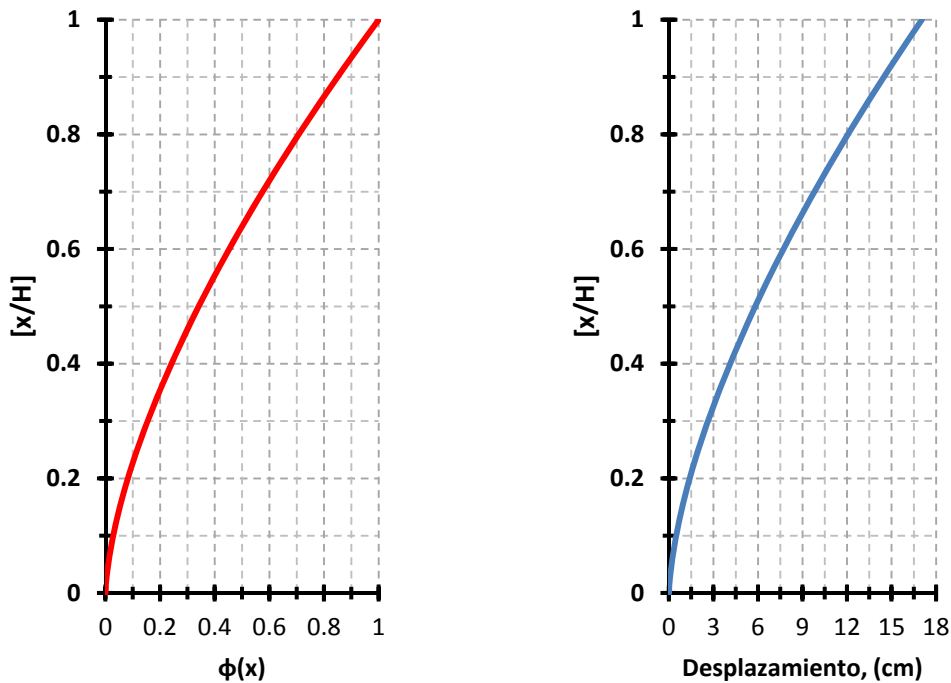
Entonces, el desplazamiento en cualquier punto de la altura se calcula con la ecuación (4.1.18), escrita de la siguiente forma:

$$\bar{u}(x) = q \left(\frac{x}{H} \right)^\beta$$

$$\bar{u}(x) = 0.17042 \left(\frac{x}{H} \right)^{1.552}$$

El desplazamiento máximo se obtiene en la parte superior del edificio, ya que la forma modal vale la unidad, $\bar{u}(182.88\text{m}) = 17.042\text{cm}$

En la figura 4.1.1 se muestran los desplazamientos del edificio a lo largo de su altura y la forma modal con $\beta = 1.552$.



a) Forma modal con $\beta = 1.552$

b) Desplazamientos del edificio

Figura 4.1.1 Respuesta del edificio y forma modal con $\beta = 1.552$.

De acuerdo a la figura anterior, se ve que el edificio trabaja como una viga de flexión con $\beta = 1.552$.

4.1.3 Desplazamiento estático con los modelos de la viga de flexión, viga de corte y viga acoplada.

La respuesta media obtenida de la ecuación (4.1.11), se puede calcular para cualquier modelo de viga, ya que sólo depende de las formas modales y en el cálculo de las frecuencias de cada una de ellas. En los casos en que un edificio se modele como una viga de flexión o viga de corte y siguiendo el mismo procedimiento que en el apartado 4.1.2, la respuesta en cualquier punto del edificio se calcula como:

$$\bar{u}(x) = \frac{\rho_a C_D B v_{ref}^2}{2\bar{m}(10^{2\alpha})} \sum_{i=1}^n \left[\frac{\int_0^H x^{2\alpha} \phi_i(x) dx}{\omega_i^2 \int_0^H \phi_i^2(x) dx} \right] \phi_i(x) \quad (4.1.19)$$

Si se considera una viga de flexión, la forma modal será,

$$\phi_i(x) = \text{sen}\left(\frac{p}{H}x\right) + B \cos\left(\frac{p}{H}x\right) - \sinh\left(\frac{p}{H}x\right) + D \cosh\left(\frac{p}{H}x\right)$$

Pero si se modela el edificio como una viga de corte, la forma modal será calculada como,

$$\phi_i(x) = \text{sen}\left(\frac{p}{H}x\right)$$

Cuando el edificio se modele como una viga de corte acoplada a una viga de flexión, la respuesta se calcula con la siguiente expresión,

$$\bar{u}(x) = \frac{\rho_a C_D B v_{ref}^2}{2\bar{m}(10^{2\alpha})} \sum_{i=1}^n \left[\frac{\int_0^1 x^{2\alpha} \phi_i(x) dx}{\omega_i^2 \int_0^1 \phi_i^2(x) dx} \right] \phi_i(x) \quad (4.1.20)$$

En las ecuaciones (4.1.19) y (4.1.20) se nota que, en la respuesta del edificio se puede tomar en cuenta más de un modo de vibración, a diferencia si se considera la forma modal utilizada en los reglamentos.

El cálculo de las integrales expresadas en el numerador, de las ecuaciones (4.1.19) y (4.1.20) son realizadas de manera numérica. El método para encontrar el valor de las integrales de forma numérica es el siguiente:

Se tiene una función, $F(z)$, discretizada en N puntos con una separación h_m entre cada punto (elementos diferenciales), la integral definida de a hasta b de la función $F(z)$ se calcula de la siguiente forma:

$$I = \int_a^b F(z) dz \cong \sum_{m=1}^N \int_{z_m - \frac{h_m}{2}}^{z_m + \frac{h_m}{2}} f(z) dz \quad (4.1.21)$$

Para la solución de la ecuación anterior se utilizarán las siguientes expresiones,

Primer punto

$$z_1 = \frac{h_m}{12} [3.5f_1 + 3f_2 - 0.5f_3] \quad (4.1.22)$$

Puntos intermedios

$$z_m = \frac{h_m}{12} [f_{m-1} + 10f_m + f_{m+1}] \quad (4.1.23)$$

Último punto

$$z_N = \frac{h_m}{12} [3.5f_N + 3f_{N-1} - 0.5f_{N-2}] \quad (4.1.24)$$

Donde:

- f Es la función evaluada en cada uno de los puntos discretizados.
- h_m Es el paso entre los puntos discretizados.
- z Es el valor de la integral correspondiente a cada uno de los puntos.

4.1.3.1 Ejemplo de aplicación 2

En el siguiente ejemplo, se calcula la respuesta media de desplazamiento, de un edificio modelado como una viga de flexión, de corte y como una viga acoplada, ubicado en categoría I. En la respuesta se toma en cuenta sólo el primer modo y adicionalmente se calcula la distorsión de entre piso y la distorsión global.

La velocidad de referencia se supondrá de **25.624 m/s**, que corresponde a una velocidad de tiempo de promediación de 10 minutos en terreno abierto, a 10 metros de altura.

Las características del edificio son las siguientes:

La altura, ancho y profundidad del edificio son: **182.88 m**, **30.48 m** y **30.48 m**, respectivamente.

La densidad del edificio es, $\rho_e = 192.03 \text{ kg/m}^3$

El periodo de vibración para el primer modo es $T_1 = 5s$
 Para el modelo de la viga acoplada se usa, $\alpha_0 = 0$ y 30
 Coeficiente de fuerza, $C_D = 1.3$
 Densidad del aire, $\rho_a = 1.25 \text{ kg/m}^3$

Resultados

En la figura 4.1.2 se muestran los resultados del edificio modelado como una viga de flexión y como una viga acoplada con $\alpha_0 = 0$ tomando un solo modo de vibración.

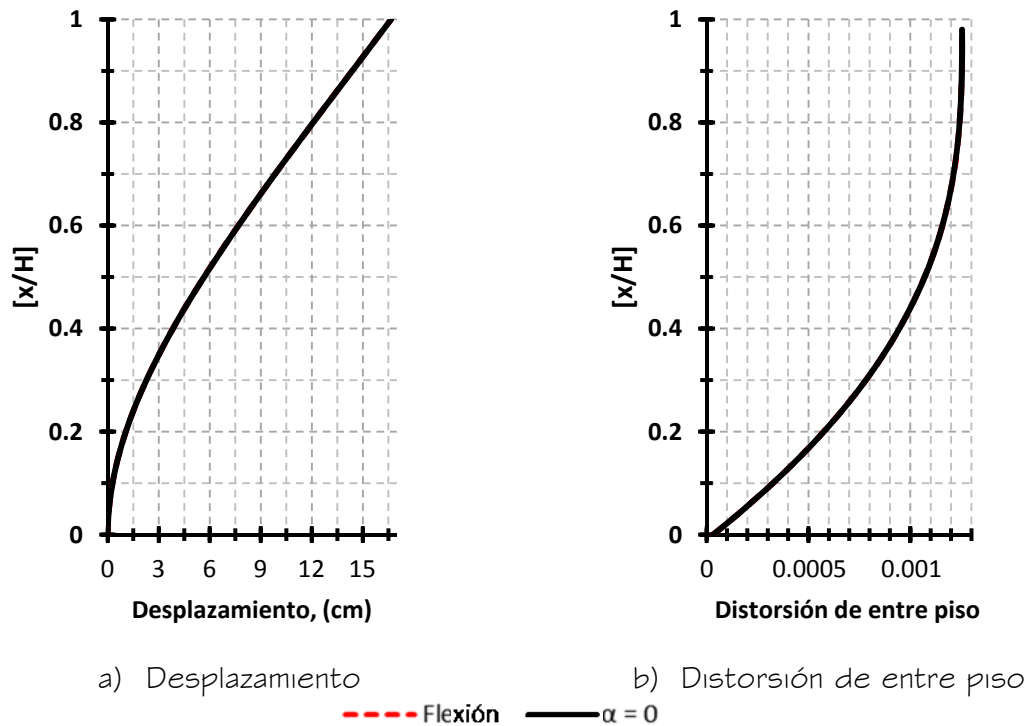


Figura 4.1.2 Respuesta del edificio modelado como una viga de flexión considerando un solo modo.

El desplazamiento máximo obtenido en la parte más alta del edificio es de **16.66 cm**, la distorsión máxima es de **0.001254** y permanece constante en los últimos 4 niveles del edificio y la distorsión global resulta de **0.000911**.

En la figura 4.1.3 se muestran los resultados del edificio modelado como una viga de corte y como una viga acoplada con $\alpha_0 = 30$ tomando un solo modo de vibración.

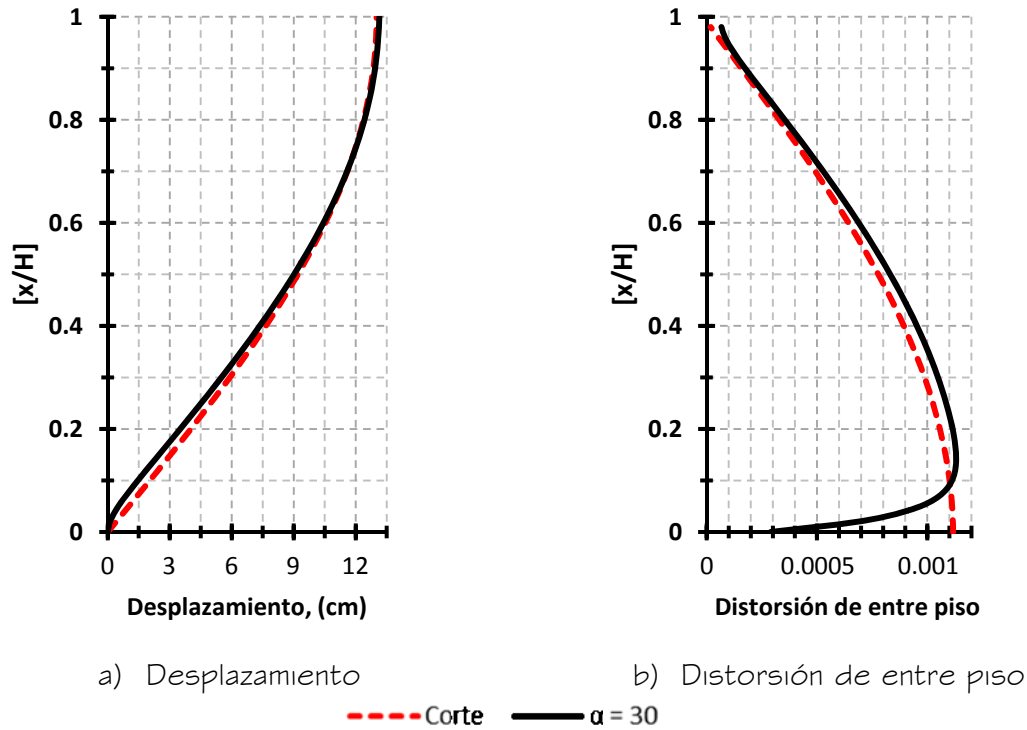


Figura 4.1.3 Respuesta del edificio modelado como una viga de corte considerando un solo modo.

El desplazamiento máximo obtenido en la parte más alta del edificio es de **13.01 cm** en la viga de corte y de **13.15 cm** en la viga acoplada, la distorsión máxima es de **0.001117** en el primer nivel para la viga de corte y para la viga acoplada la máxima se presenta en el nivel 8 con un valor de **0.001131**, en ambos casos la distorsión disminuye con la altura del edificio y la distorsión global resulta de **0.000711** y **0.000718** para la viga de corte y acoplada, respectivamente.

Si se toman en cuenta 5 modos de vibrar los resultados son los siguientes,

En la figura 4.1.4 se muestran los resultados del edificio modelado como una viga de flexión y como una viga acoplada con $\alpha_0 = 0$ tomando 5 modos de vibración.

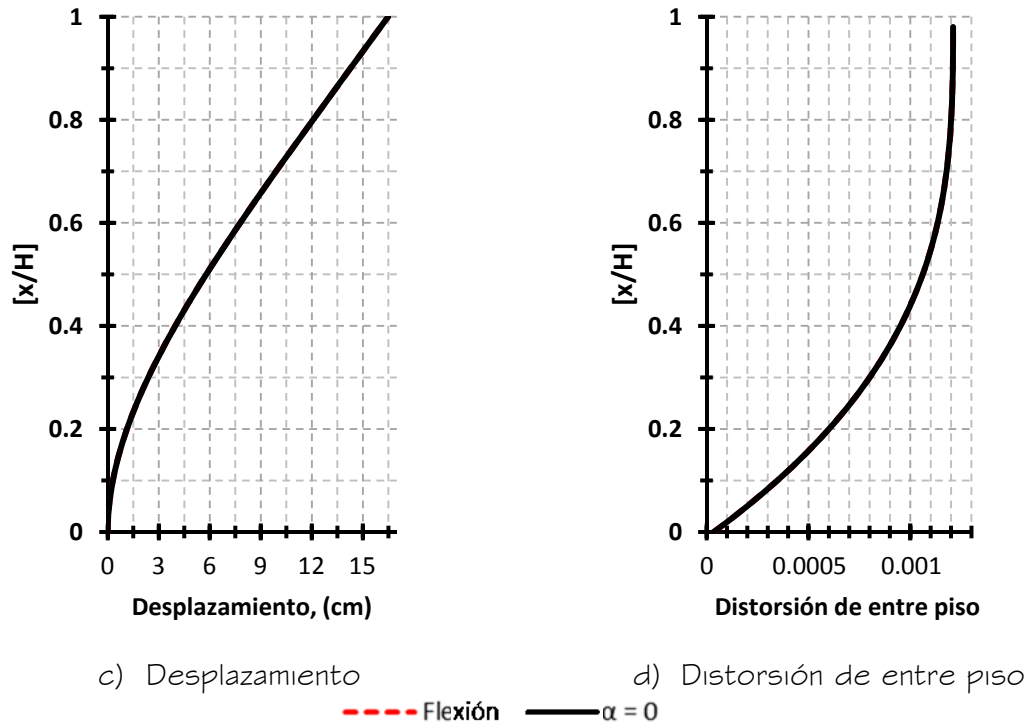


Figura 4.1.4 Respuesta del edificio modelado como una viga de flexión considerando 5 modos.

El desplazamiento máximo obtenido en la parte más alta del edificio es de **16.48 cm**, la distorsión máxima es de **0.00121** y permanece constante en los últimos 3 niveles del edificio y la distorsión global resulta de **0.000901**.

En la figura 4.1.5 se muestran los resultados del edificio modelado como una viga de corte y como una viga acoplada con $\alpha_0 = 30$ tomando 5 modos de vibración.

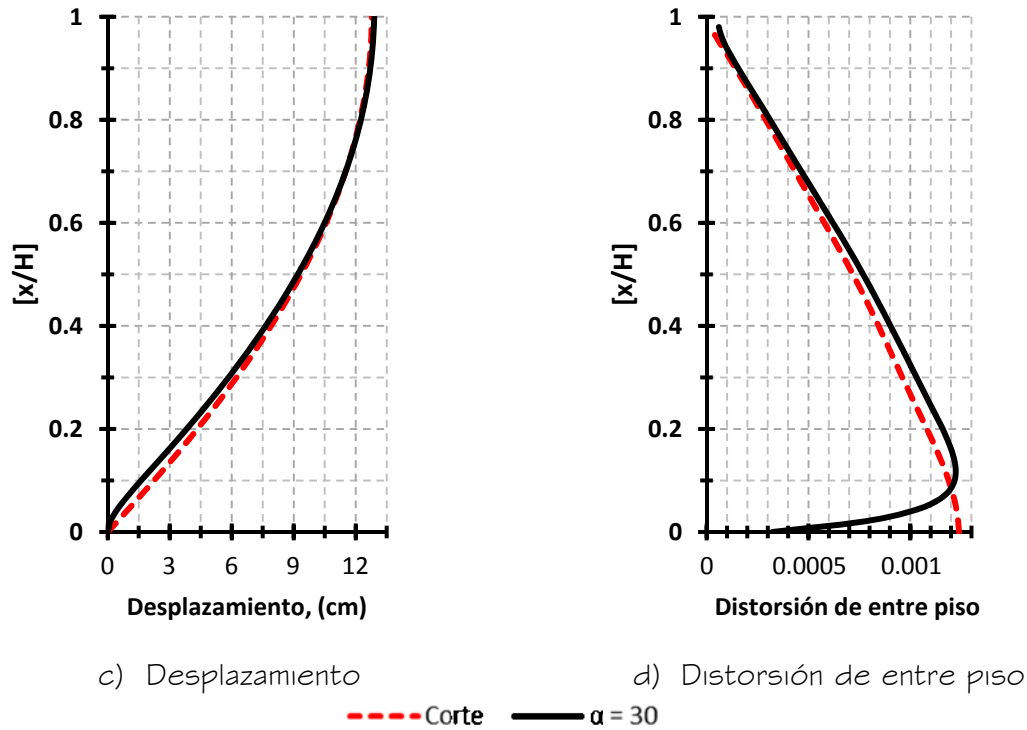


Figura 4.1.5 Respuesta del edificio modelado como una viga de corte considerando 5 modos.

El desplazamiento máximo obtenido en la parte más alta del edificio es de **12.77 cm** en la viga de corte y de **12.89 cm** en la viga acoplada, la distorsión máxima es de **0.001239** en el primer nivel para la viga de corte y para la viga acoplada la máxima se presenta en el nivel 7 con un valor de **0.001223**, en ambos casos la distorsión disminuye con la altura del edificio y la distorsión global resulta de **0.000698** y **0.000705** para la viga de corte y acoplada, respectivamente.

Los resultados con un solo modo en comparación con los obtenidos con 5 modos son: los desplazamientos son de **1% a 2%** mayores con un solo modo que con 5 modos, la distorsión global es de **1% a 2%** menor con un solo modo que con 5 modos tanto para la viga de flexión como la viga de corte; las distorsiones de entre piso máximas para la viga de flexión son casi **4%** mayores tomando un modo de vibrar, en la viga de corte los valores son casi **10%** mayores con 5 modos y para la viga acoplada con $\alpha_0 = 30$, los resultados son **7.5%** mayores con 5 modos.

4.1.4 Comparación de la respuesta estática con diferentes formas modales.

En el modelado de un edificio como una viga de corte, flexión o con un sistema combinado, tanto la respuesta como la forma modal dependen del valor de β en el caso de la forma modal usada en los reglamentos y de α_0 cuando el edificio se modela como una viga acoplada.

En el euro código 2005 (BS EN 1991-1-4-4:2005) se hacen las siguientes recomendaciones para el valor de β , según el tipo de estructuración del edificio.

- $\beta = 1$ Para edificios con un sistema estructural con un núcleo central y marcos perimetrales (sistema combinado).
- $\beta = 1.5$ Para edificios esbeltos, soportados por núcleos de concreto reforzado o sistemas a base de muros de corte (sistema como viga de flexión).
- $\beta = 0.6$ Para edificios a base de marcos esbeltos (sistema como viga de corte).

En el reglamento australiano 2002 (AS/NZS 1170.2:2002) se hacen las siguientes recomendaciones para el valor de β , según el tipo de estructuración del edificio.

- $\beta = 1$ Para edificios con un sistema estructural con un núcleo central y marcos perimetrales (sistema combinado).
- $\beta = 1.5$ Para edificios esbeltos, soportados por núcleos de concreto reforzado o sistemas a base de muros de corte (sistema como viga de flexión).
- $\beta = 0.5$ Para edificios a base de marcos esbeltos (sistema como viga de corte).

En (Blevins, 2001) es recomendado un valor de $\beta = 1.86$ para la forma modal de un cantiléver en flexión.

En (Miranda y Reyes, 2002) se hacen las siguientes recomendaciones para el valor de α_0 según el tipo de estructuración.

- $\alpha_0 = 0 \text{ a } 2$ Para edificios con un sistema estructural a base de muros de corte.
- $\alpha_0 = 1.5 \text{ a } 6$ Para edificios con sistemas combinados, marcos esbeltos y muros de cortante o marcos y contravientos.
- $\alpha_0 = 5 \text{ a } 20$ Para edificios a base de marcos esbeltos.

A continuación, se realiza una comparación de las formas modales de acuerdo a los datos anteriores y se hacen algunas recomendaciones para valores de β que se ajusten mejor a las formas modales obtenidas con la viga acoplada.

Los valores de α_0 utilizados en las comparaciones son,

$\alpha_0 = 0$ y 2	Para edificios modelados como viga de flexión.
$\alpha_0 = 6$	Para edificios con sistemas combinados.
$\alpha_0 = 8, 12, 16, 20$ y 30	Para edificios a base de marcos esbeltos.

Edificios modelados como viga de flexión

En la figura 4.1.6 se hace la comparación de las formas modales para diferentes valores de β con la forma modal de $\alpha_0 = 0$.

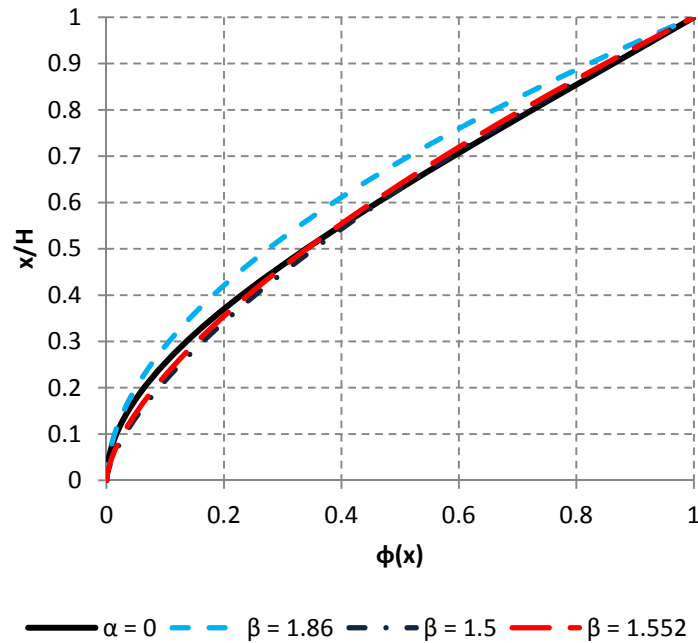
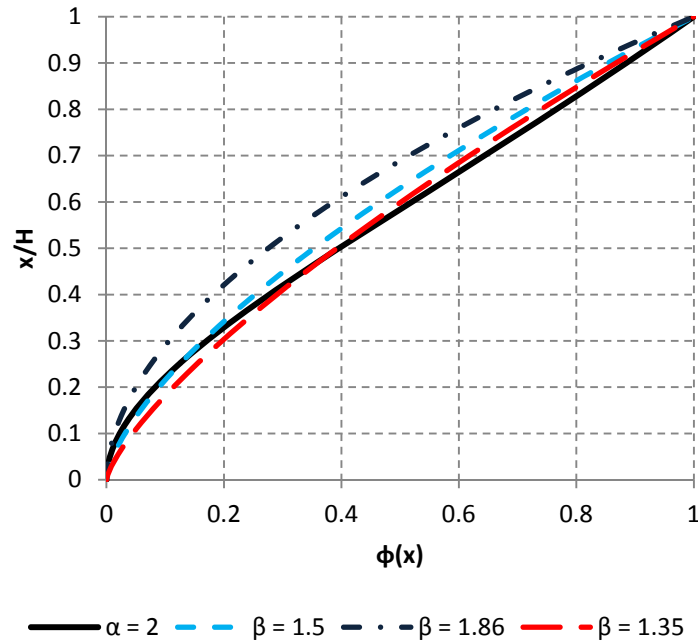


Figura 4.1.6 Comparación de formas modales para $\alpha_0 = 0$.

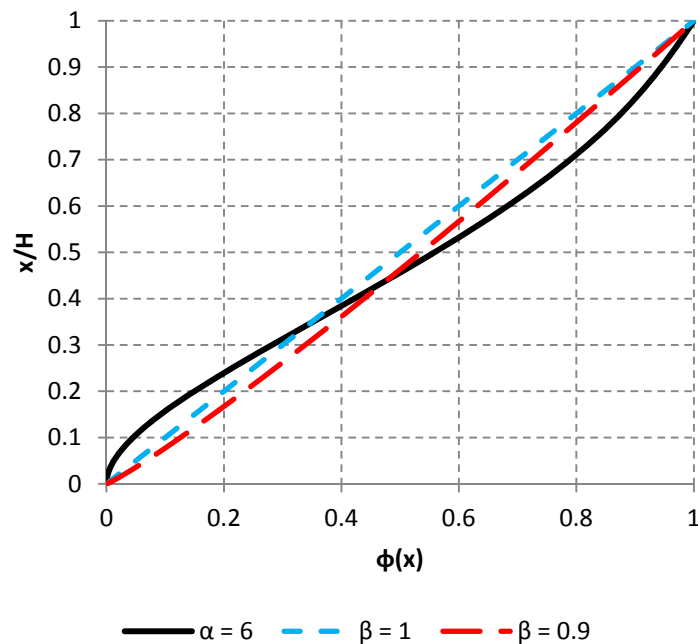
En la figura 4.1.6 se observa que el valor de $\beta = 1.552$ se ajusta mejor a la forma modal con $\alpha_0 = 0$ y el valor con el que se ajusta menos es con $\beta = 1.86$

En la figura 4.1.7 se hace la comparación de las formas modales para diferentes valores de β con la forma modal de $\alpha_0 = 2$. Se observa que el valor de $\beta = 1.35$ se ajusta mejor a la forma modal con $\alpha_0 = 2$ y el valor con el que se ajusta menos es con $\beta = 1.86$.


 Figura 4.1.7 Comparación de formas modales para $\alpha_0 = 2$.

Edificios con sistemas combinados

En la figura 4.1.8 se hace la comparación de las formas modales para diferentes valores de β con la forma modal de $\alpha_0 = 6$.


 Figura 4.1.8 Comparación de formas modales para $\alpha_0 = 6$.

En la figura 4.1.8 se observa que el valor de $\beta = 0.9$ se ajusta mejor a la forma modal con $\alpha_0 = 6$ y el valor con el que se ajusta menos es con $\beta = 1.0$

Edificios a base de marcos esbeltos.

En la figura 4.1.9 se hace la comparación de las formas modales para diferentes valores de β con la forma modal de $\alpha_0 = 8$.

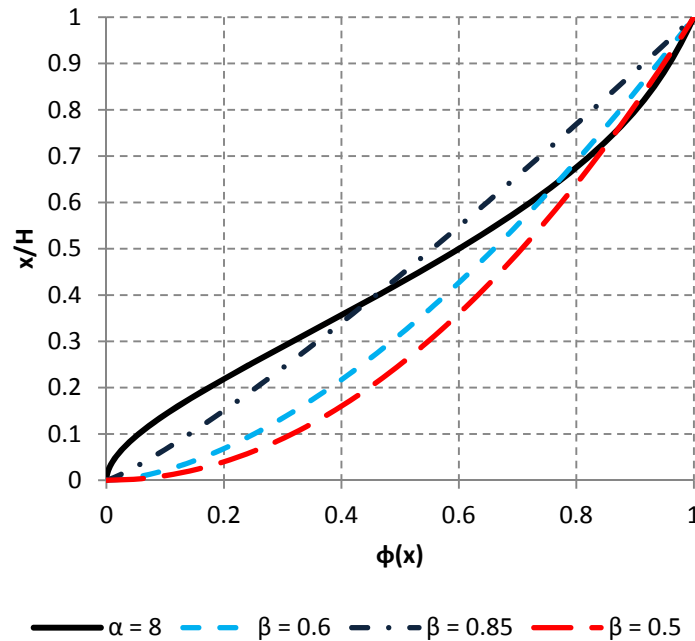


Figura 4.1.9 Comparación de formas modales para $\alpha_0 = 8$.

En la figura 4.1.9 se observa que el valor de $\beta = 0.85$ se ajusta mejor a la forma modal con $\alpha_0 = 8$ y el valor con el que se ajusta menos es con $\beta = 0.5$

En la figura 4.1.10 se hace la comparación de las formas modales para diferentes valores de β con la forma modal de $\alpha_0 = 12$. Se observa que el valor de $\beta = 0.77$ se ajusta mejor a la forma modal con $\alpha_0 = 12$ y el valor con el que se ajusta menos es con $\beta = 0.5$.

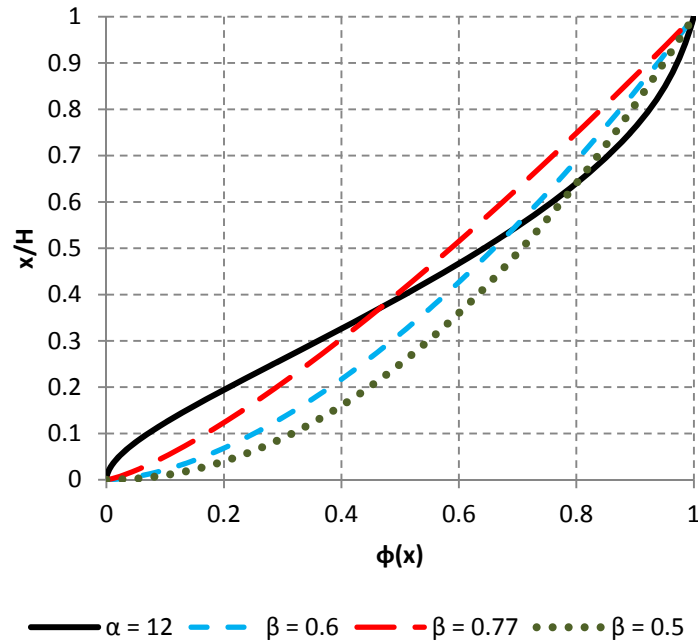


Figura 4.1.10 Comparación de formas modales para $\alpha_0 = 12$.

Comparación de las formas modales para diferentes valores de β con la forma modal de $\alpha_0 = 16$, figura 4.1.11.

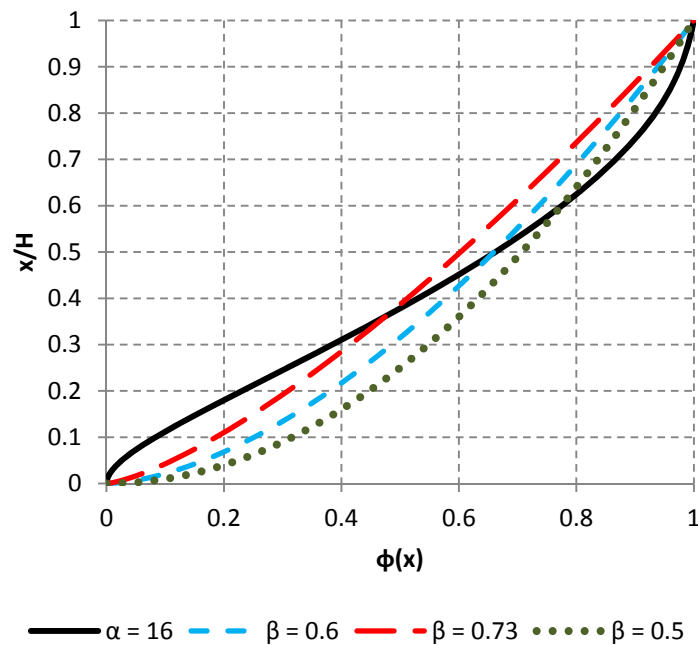


Figura 4.1.11 Comparación de formas modales para $\alpha_0 = 16$.

En la figura 4.1.11 se observa que el valor de $\beta = 0.73$ se ajusta mejor a la forma modal con $\alpha_0 = 16$ y el valor con el que se ajusta menos es con $\beta = 0.5$

Comparación de las formas modales para diferentes valores de β con la forma modal de $\alpha_0 = 20$, figura 4.1.12. Se observa que el valor de $\beta = 0.7$ se ajusta mejor a la forma modal con $\alpha_0 = 20$ y el valor con el que se ajusta menos es con $\beta = 0.5$.

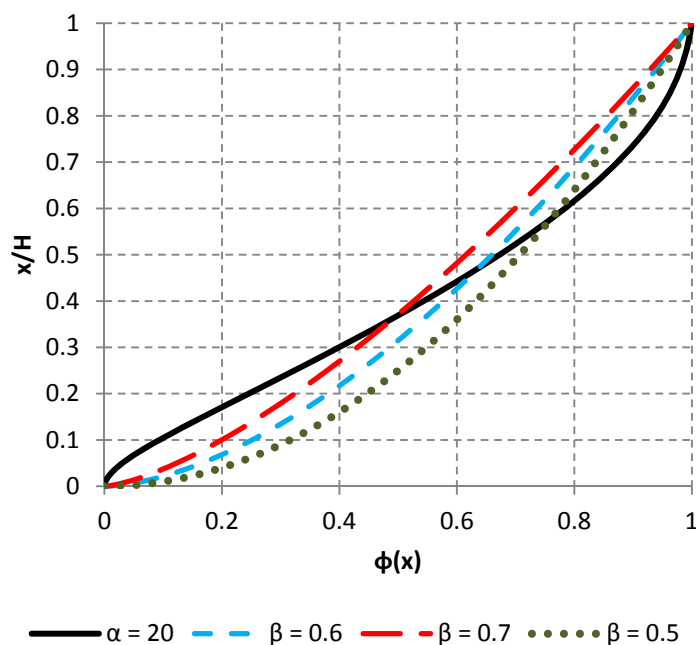


Figura 4.1.12 Comparación de formas modales para $\alpha_0 = 20$.

Comparación de las formas modales para diferentes valores de β con la forma modal de $\alpha_0 = 30$, figura 4.1.13.

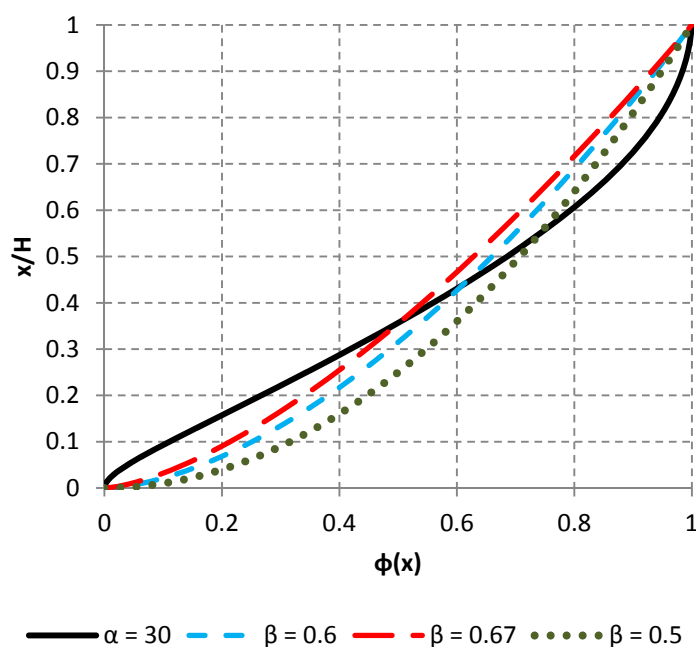


Figura 4.1.13 Comparación de formas modales para $\alpha_0 = 30$.

En la figura 4.1.13 se observa que el valor de $\beta = 0.7$ se ajusta mejor a la forma modal con $\alpha_0 = 30$ y el valor con el que se ajusta menos es con $\beta = 0.5$

De acuerdo a los resultados mostrados en las figuras anteriores se observa que, se puede tener una buena aproximación con $\beta = 1.552$ y 1.35 para edificios que tengan un comportamiento como viga de flexión; si se desea modelar un edificio como viga de corte o con un sistema combinado con una forma modal simple, no se puede obtener una forma modal que se apegue a la de una viga de corte o para valores intermedios de α_0 .

En la tabla 4.1.2 se encuentran los valores de α_0 y β recomendados en la literatura pero también los valores de β propuestos para cada valor de α_0 .

Ahora se hace la comparación de los desplazamientos obtenidos para cada uno de los valores considerados de β y α_0 , para el edificio utilizado en el ejemplo 1, los datos son los siguientes:

La velocidad de referencia es 24.84 m/s , que corresponde a una velocidad de tiempo de promediación de 10 minutos para la zona eólica I del D.F., el edificio se desplantará en terreno categoría 4 de acuerdo a la tabla 4.1.1

Las características del edificio son las siguientes:
La altura, ancho y profundidad del edificio son: 182.88 m , 30.48 m y 30.48 m , respectivamente.

La densidad del edificio es, $\rho_e = 192.03 \text{ kg/m}^3$

El periodo de vibración para el primer modo es $T_1 = 5 \text{ s}$

Coeficiente de fuerza, $C_D = 1.3$

Densidad del aire, $\rho_a = 1.2 \text{ kg/m}^3$

Tabla 4.1.2 Valores propuestos de β para diferentes valores de α_0 tomando en cuenta la forma modal.

Sistema estructural	α	β			
	Viga Acoplada	Australiano AS/NZS 1170.2:2002	Euro código BS EN 1991-1-4-4:2005	Propuesto	Blevins
Muros de corte (Flexión)	0	1.5	1.5	1.552	1.86
	2			1.35	
Combinado	6	1	1	0.9	—
A base de marcos (Cortante)	8	0.5	0.6	0.85	—
	12			0.77	—
	16			0.73	—
	20			0.7	—
	30			0.67	—

Edificios modelados como viga de flexión

En la figura 4.1.14 se hace la comparación de los desplazamientos para diferentes valores de β con la forma modal de $\alpha_0 = 0$.

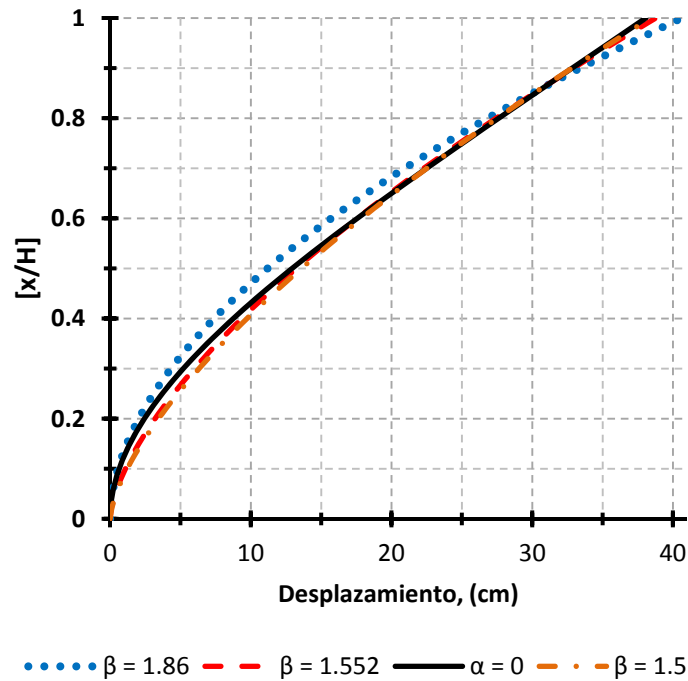


Figura 4.1.14 Comparación de los desplazamientos para $\alpha_0 = 0$.

En la figura 4.1.14 se observa que el valor de $\beta = 1.552$ se ajusta mejor a la forma modal con $\alpha_0 = 0$ y el valor con el que se ajusta menos es con $\beta = 1.86$. El desplazamiento máximo con $\alpha_0 = 0$ es de 38.06 cm y con $\beta = 1.552$ es de 38.77 cm .

En la figura 4.1.15 se hace la comparación de los desplazamientos para diferentes valores de β con la forma modal de $\alpha_0 = 2$. Se observa que el valor de $\beta = 1.35$ se ajusta mejor a la forma modal con $\alpha_0 = 2$ y el valor con el que se ajusta menos es con $\beta = 1.86$. El desplazamiento máximo con $\alpha_0 = 2$ es de 36.4 cm y con $\beta = 1.35$ es de 37.35 cm .

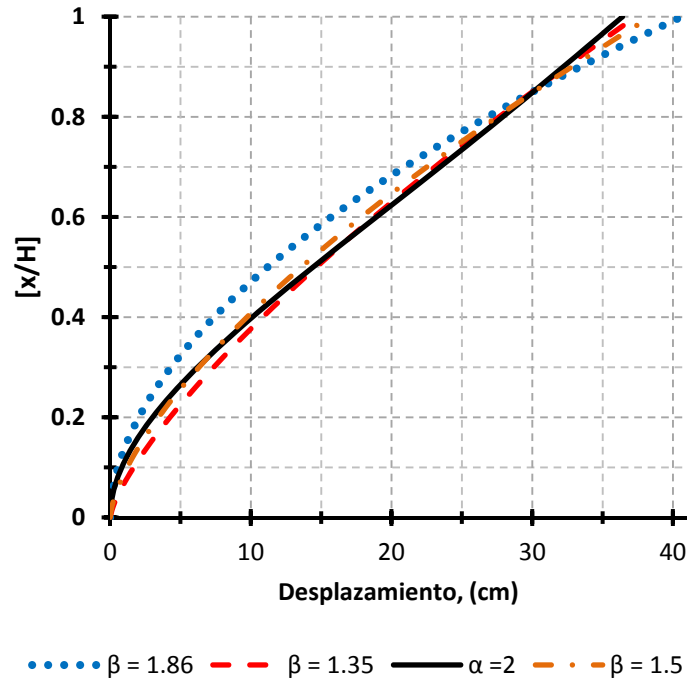


Figura 4.1.15 Comparación de los desplazamientos para $\alpha_0 = 2$.

Edificios con sistemas combinados

En la figura 4.1.16 se hace la comparación de los desplazamientos para diferentes valores de β con la forma modal de $\alpha_0 = 6$.

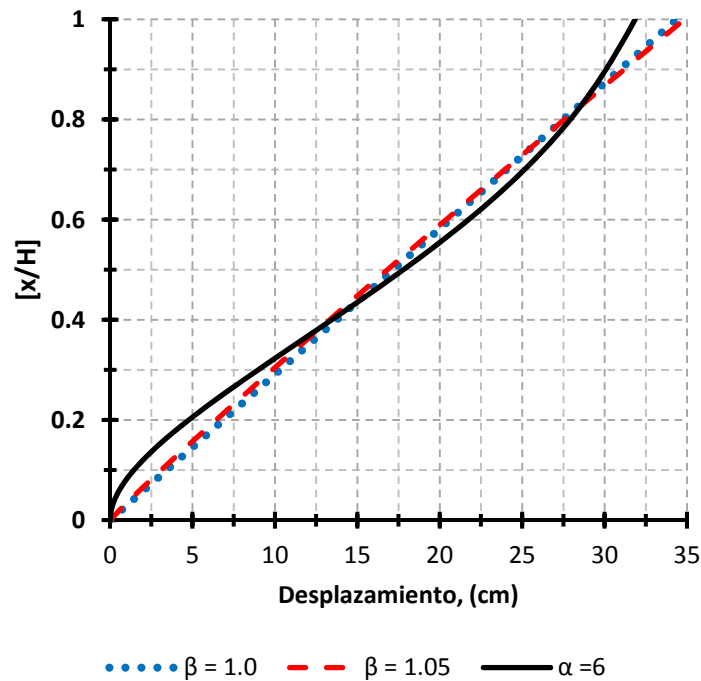


Figura 4.1.16 Comparación de los desplazamientos para $\alpha_0 = 6$.

En la figura 4.1.16 se observa que, el valor de $\beta = 1.05$ se ajusta mejor a la forma modal con $\alpha_0 = 6$ y el valor con el que se ajusta menos es con $\beta = 1.0$. El desplazamiento máximo con $\alpha_0 = 6$ es de 31.84 cm y con $\beta = 1.05$ es de 34.83 cm .

Edificios a base de marcos esbeltos.

En la figura 4.1.17 se hace la comparación de los desplazamientos para diferentes valores de β con la forma modal de $\alpha_0 = 8$.

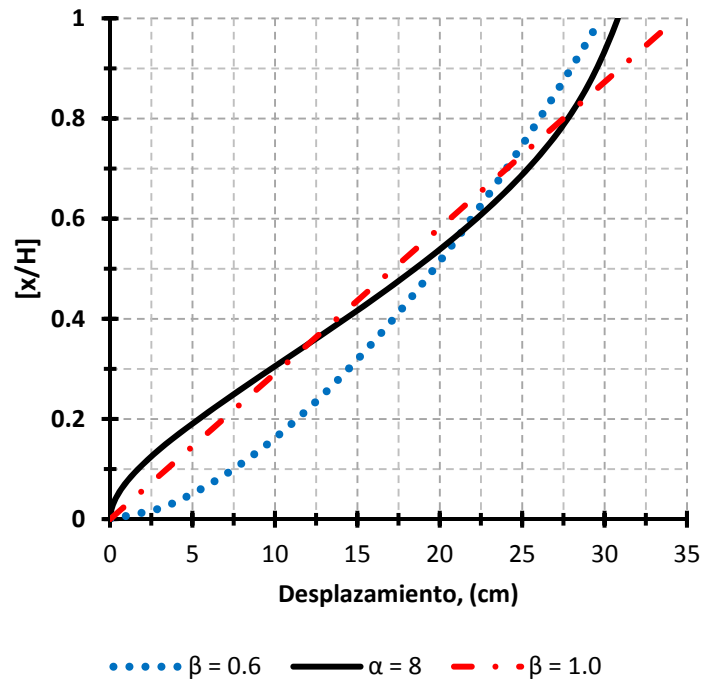


Figura 4.1.17 Comparación de los desplazamientos para $\alpha_0 = 8$.

En la figura 4.1.17 se observa que el valor de $\beta = 1.0$ se ajusta mejor a la forma modal con $\alpha_0 = 8$ y el valor con el que se ajusta menos es con $\beta = 0.6$. El desplazamiento máximo con $\alpha_0 = 8$ es de 30.8 cm y con $\beta = 1.0$ es de 34.36 cm .

Comparación de los desplazamientos para diferentes valores de β con la forma modal de $\alpha_0 = 12$, figura 4.1.18. Se observa que el valor de $\beta = 0.89$ se ajusta mejor a la forma modal con $\alpha_0 = 12$ y el valor con el que se ajusta menos es con $\beta = 0.6$. El desplazamiento máximo con $\alpha_0 = 12$ es de 29.79 cm y con $\beta = 0.89$ es de 33.24 cm .

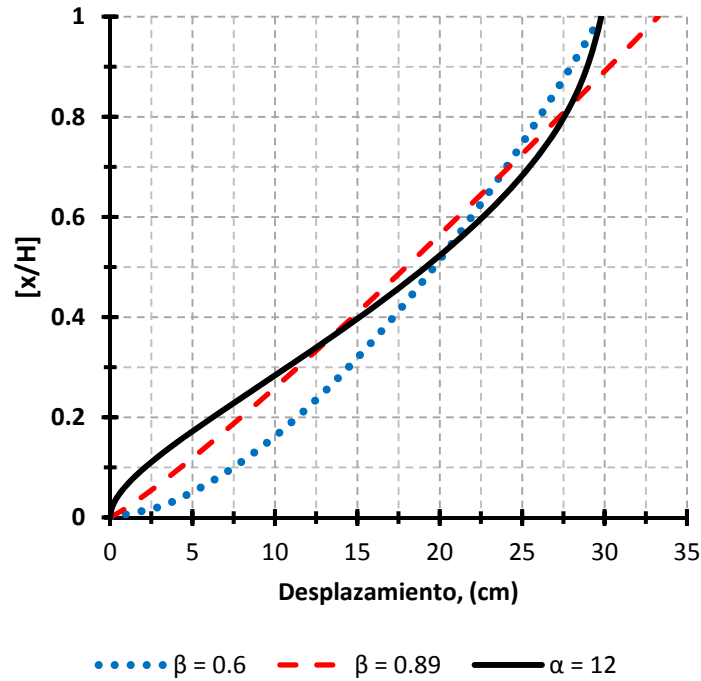


Figura 4.1.18 Comparación de los desplazamientos para $\alpha_0 = 12$.

Comparación de los desplazamientos para diferentes valores de β con la forma modal de $\alpha_0 = 16$, figura 4.1.19.

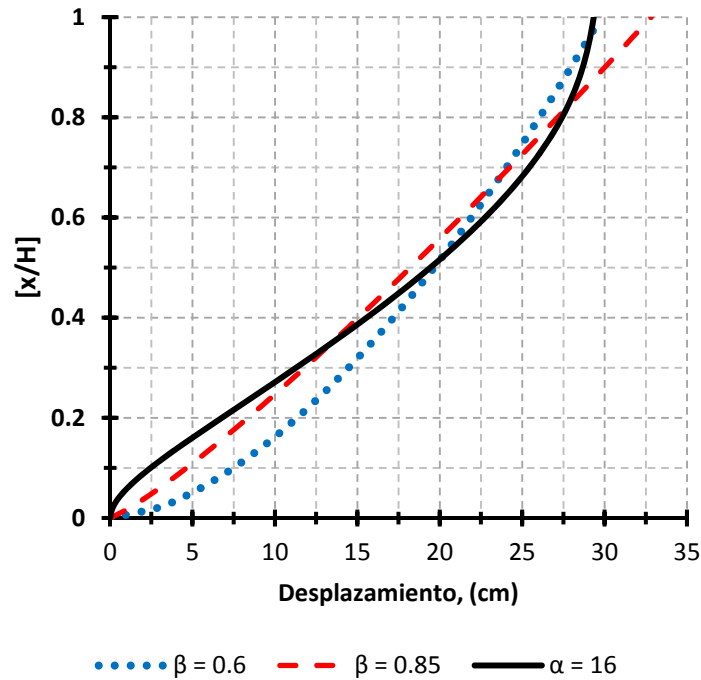


Figura 4.1.19 Comparación de los desplazamientos para $\alpha_0 = 16$.

En la figura 4.1.19 se observa que el valor de $\beta = 0.85$ se ajusta mejor a la forma modal con $\alpha_0 = 16$ y el valor con el que se ajusta menos es con $\beta = 0.6$. El desplazamiento máximo con $\alpha_0 = 16$ es de 29.33 cm y con $\beta = 0.85$ es de 32.81 cm .

Comparación de los desplazamientos para diferentes valores de β con la forma modal de $\alpha_0 = 20$, figura 4.1.20. Se observa que el valor de $\beta = 0.83$ se ajusta mejor a la forma modal con $\alpha_0 = 20$ y el valor con el que se ajusta menos es con $\beta = 0.6$. El desplazamiento máximo con $\alpha_0 = 20$ es de 29.08 cm y con $\beta = 0.83$ es de 32.59 cm .

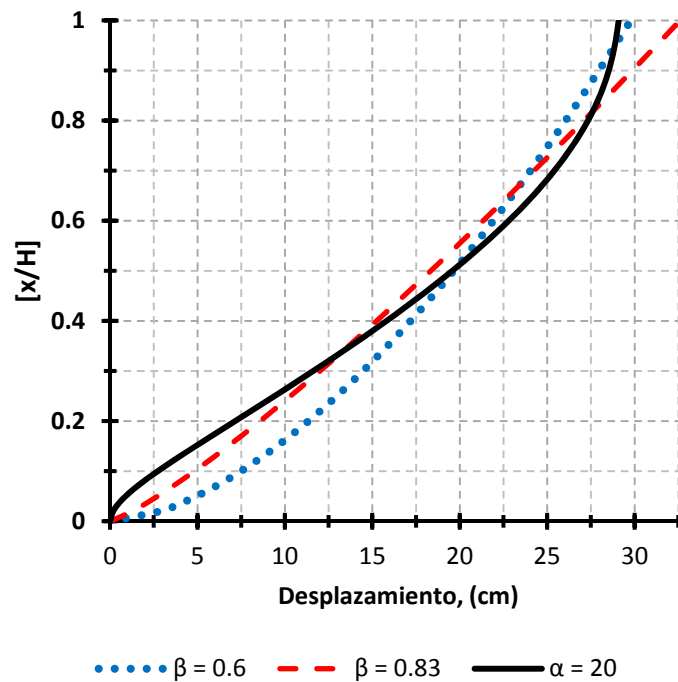


Figura 4.1.20 Comparación de los desplazamientos para $\alpha_0 = 20$.

Comparación de los desplazamientos para diferentes valores de β con la forma modal de $\alpha_0 = 30$, figura 4.1.21. Se observa que el valor de $\beta = 0.79$ se ajusta mejor a la forma modal con $\alpha_0 = 30$ y el valor con el que se ajusta menos es con $\beta = 0.6$. El desplazamiento máximo con $\alpha_0 = 30$ es de 28.78 cm y con $\beta = 0.79$ es de 32.14 cm .

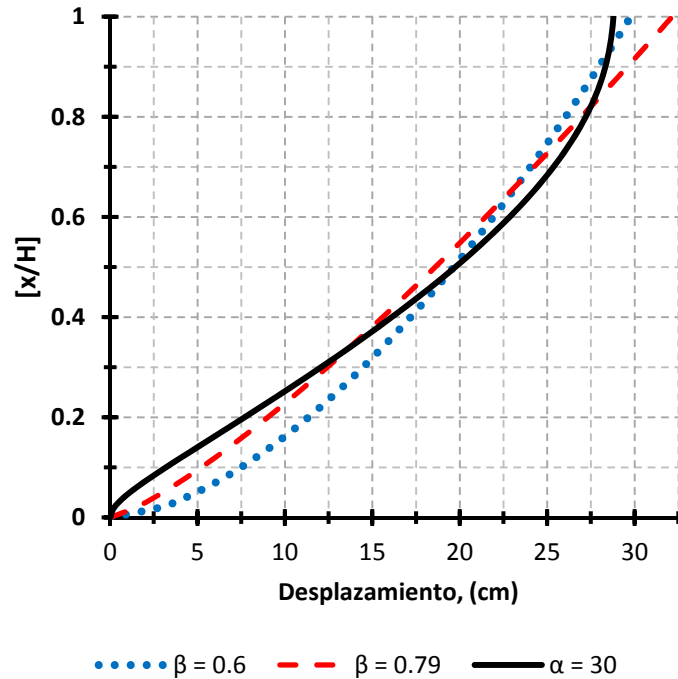


Figura 4.1.21 Comparación de los desplazamientos para $\alpha_0 = 30$.

De acuerdo a los resultados mostrados en las figuras anteriores se observa que, se puede tener una buena aproximación con $\beta = 1.552$ y 1.35 para edificios que tengan un comportamiento como viga de flexión; si se desea modelar un edificio como viga de corte o con un sistema combinado con una forma modal simple, no se pueden obtener desplazamientos en los niveles intermedios de tal manera que éstos se apeguen a la de una viga de corte o para valores intermedios de α_0 .

En la tabla 4.1.3 se encuentran los valores de α_0 y β recomendados en la literatura pero también los valores de β propuestos para cada valor de α_0 .

Tabla 4.1.3 Valores propuestos de β para diferentes valores de α_0 tomando en cuenta la respuesta.

Sistema estructural	α	β			
	Viga Acoplada	Australiano AS/NZS 1170.2:2002	Euro código BS EN 1991-1-4-4:2005	Propuesto	Blevins
Muros de corte (Flexión)	0	1.5	1.5	1.552	1.86
	2			1.35	
Combinado	6	1	1	1.05	—
A base de marcos (Cortante)	8	0.5	0.6	1	—
	12			0.89	—
	16			0.85	—
	20			0.83	—
	30			0.79	—

4.2 Respuesta eólica dinámica

En este sub capítulo se estudia la respuesta dinámica longitudinal de edificios modelados como una viga de flexión, de corte y una viga acoplada como sistemas continuos, bajo la acción del viento.

Como inicio, se presenta la forma de calcular las fuerzas longitudinales del viento sobre un edificio, sobre el lado perpendicular al flujo del viento. También se muestran las velocidades de viento simuladas, para algunos de los niveles del edificio analizado.

Posteriormente, se resuelve el problema de vibración forzada de una viga de flexión, de corte y una viga acoplada en voladizo, empotrada en su base, sin amortiguamiento y con amortiguamiento, ante la acción del viento. En cada uno de los problemas, se presenta un ejemplo de aplicación; para el caso de la viga acoplada, se hace la comparación de su respuesta con los modelos de la viga de flexión y la viga de corte.

4.2.1 Fuerzas del viento

Las fuerzas producidas por la interacción del viento en la dirección del flujo, $F(x, t)$, son calculadas con la siguiente expresión:

$$F(x, t) = \frac{1}{2} \rho_a C_D B v_D^2(x, t) \quad (4.2.1)$$

Donde:

- ρ_a Es la densidad del aire en (kg/m^3) .
- C_D Es el coeficiente de fuerza.
- B Es el ancho del edificio, lado perpendicular al flujo del viento en (m) .
- $v_D(x, t)$ Es la velocidad del viento que actúa en la viga y que depende de la posición x y del tiempo t , en (m/s) .

Las velocidades del viento, $v_D(x, t)$, utilizadas para el cálculo de las fuerzas son obtenidas de simulaciones de viento. Se utilizan registros de velocidades simuladas en cada uno de los niveles del edificio, de tal manera que, para cada instante de tiempo se tiene un perfil de velocidades y por lo tanto un perfil de fuerzas que actúa en el edificio.

En los ejemplos de aplicación presentados en éste sub capítulo, se utilizarán velocidades simuladas para la respuesta longitudinal al flujo del viento y se tomará en cuenta un registro de velocidades simuladas en cada uno de los niveles del edificio considerado.

Se obtienen velocidades simuladas para un edificio con una altura de 182.88m, sección cuadrada de 30.48m de lado, 50 niveles y el terreno de desplante es centro de ciudad. La velocidad de referencia es la correspondiente a la zona eólica I del D.F. de 31 m/s promediada a 3 segundos a 10 metros de altura y con periodo de retorno de 10 años.

En la figura 4.2.1 se muestran las velocidades simuladas correspondientes a los niveles 10, 30 y 50 del edificio.

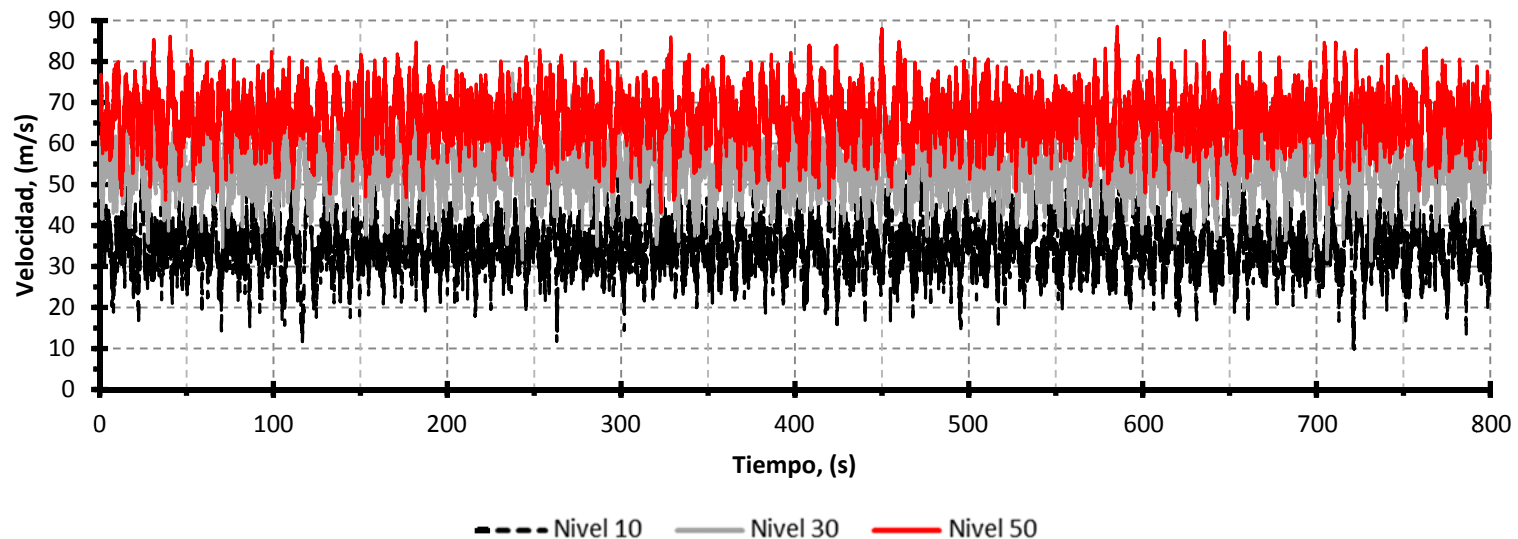


Figura 4.2.1 Velocidades simuladas correspondientes a los niveles 10, 30 y 50 del edificio.

En la figura 4.2.2 se muestran las fuerzas del viento que actúan en los niveles 10, 30 y 50 del edificio, las cuales fueron obtenidas según la ecuación (4.2.1).

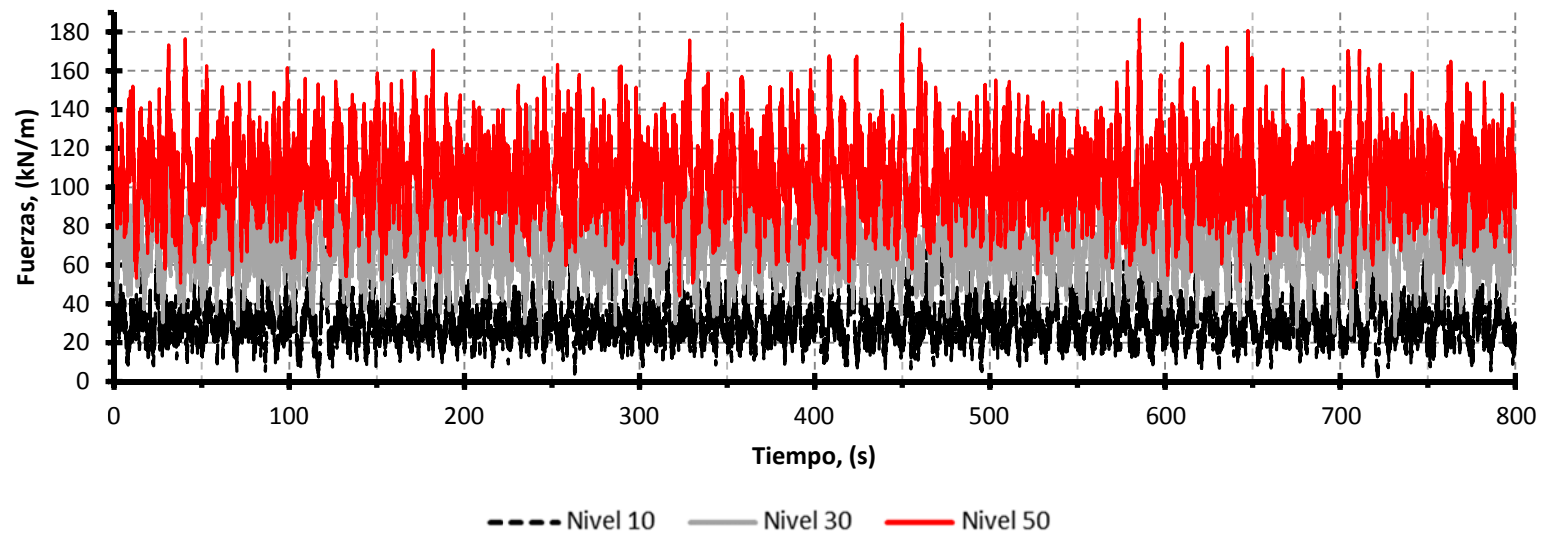


Figura 4.2.2 Fuerzas del viento actuantes en niveles 10, 30 y 50 del edificio.

4.2.2 Viga de flexión

Se estudia la respuesta longitudinal de edificios altos modelados como una viga de flexión, de sección constante, sometidos a fuerzas laterales, $F(x, t)$, producidas por la acción del viento.

La ecuación diferencial que gobierna el problema sin considerar amortiguamiento, deducida en el apartado 3.1, es escrita de la siguiente forma:

$$EI \frac{\partial^4 Y}{\partial x^4} + \bar{m} \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = F(x, t) \quad (4.2.2)$$

Donde:

- $\bar{m}$ Es masa por unidad de longitud
- $F(x, t)$ Es la carga derivada de la acción del viento que actúa en la viga, y que depende de la posición y del tiempo

En los apartados 4.2.2.1 y 4.2.2.3 se presenta la solución del modelo de la viga de flexión en vibración forzada sin amortiguamiento y con amortiguamiento, respectivamente.

4.2.2.1 Vibración forzada sin amortiguamiento

Se resuelve el caso del modelo de la viga de flexión en voladizo, sin amortiguamiento, sometido a las fuerzas laterales del viento en dirección longitudinal. La ecuación (4.2.1) se escribe como:

$$[EI Y'']'' + \bar{m} \ddot{Y} = F(x, t) \quad (4.2.3)$$

La solución es planteada de la siguiente manera:

$$Y(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) y_i(t) \quad (4.2.4)$$

Sustituyendo la ecuación (4.2.4) en (4.2.3) se tiene,

$$\sum_{i=1}^{\infty} [EI \phi_i'']'' y_i(t) + \sum_{i=1}^{\infty} \bar{m} \phi_i(x) \ddot{y}_i = F(x, t)$$

Al multiplicar la expresión anterior por $\phi_j(x)$ e integrar entre 0 y H

$$\sum_{i=1}^{\infty} y_i(t) \int_0^H [EI \phi_i^{IV}] \phi_j(x) dx + \sum_{i=1}^{\infty} \ddot{y}_i \int_0^H \bar{m} \phi_i(x) \phi_j(x) dx = \int_0^H F(x, t) \phi_j(x) dx$$

Al resolver por partes la primera de las integrales y aplicando las condiciones de borde para una viga en voladizo se encuentra que:

$$\sum_{i=1}^{\infty} y_i(t) \int_0^H EI \phi_i^{IV} \phi_j^{II} dx + \sum_{i=1}^{\infty} \ddot{y}_i \int_0^H \bar{m} \phi_i(x) \phi_j(x) dx = \int_0^H F(x, t) \phi_j(x) dx$$

Tomando en cuenta la ortogonalidad de los modos de vibración o sea, sólo hay valores para $i = j$,

$$y_i(t) \int_0^H EI (\phi_i^{IV})^2 dx + \ddot{y}_i \int_0^H \bar{m} \phi_i^2(x) dx = \int_0^H F(x, t) \phi_i(x) dx$$

Al dividir la expresión anterior por $\int_0^H \bar{m} \phi_i^2(x) dx$ y sustituyendo la ecuación (3.1.30), resulta:

$$\ddot{y}_i + W_{ni}^2 y_i(t) = \frac{\int_0^H F(x, t) \phi_i(x) dx}{\int_0^H \bar{m} \phi_i^2(x) dx} \quad (4.2.5)$$

Escrita de otra forma,

$$\ddot{y}_i + W_{ni}^2 y_i(t) = Q_i(t) \quad (4.2.6)$$

Donde:

$$Q_i(t) = \frac{\int_0^H F(x, t) \phi_i(x) dx}{\int_0^H \bar{m} \phi_i^2(x) dx} \quad (4.2.7)$$

H Es la altura total del edificio, (m)

Así que, la respuesta en el tiempo se escribe como:

$$y_i(t) = \frac{1}{W_{nj}} \int_0^t Q_i(\tau) \text{sen}[W_{ni}(t - \tau)] d\tau \quad (4.2.8)$$

Igualmente, es posible calcular la integral de Duhamel de manera exacta para obtener la respuesta en el tiempo del sistema utilizando el procedimiento presentado en el apartado 3.1.4.1.

La respuesta en velocidad y aceleración relativa del sistema para cualquier tiempo y altura se calculan con las siguientes expresiones.

$$\dot{Y}(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) \dot{y}_i \quad (4.2.9)$$

$$\ddot{Y}(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) \ddot{y}_i \quad (4.2.10)$$

4.2.2.2 Ejemplo de aplicación 1

Se modela un edificio como una viga de flexión sin amortiguamiento y el cual es sometido a la acción del viento por medio de velocidades simuladas. La velocidad de referencia es la correspondiente a la zona I del D.F. con periodo de retorno de 10 años para condiciones de servicio. El terreno se considera como centro de ciudad.

Los datos del edificio son:

Altura del edificio, $H = 182.88m$

Ancho del edificio, $B = 30.48m$

Profundidad del edificio, $D = 30.48m$

Número de niveles considerados, $niveles = 50$

Periodo fundamental de vibrar, $T_1 = 5s$

Densidad del edificio, $\rho_e = 192.03 kg/m^3$

Se desea conocer la respuesta máxima del edificio en cada uno de los niveles. La respuesta es graficada con respecto a la altura normalizada a la unidad en la altura total del edificio, (z/H) .

Resultados

En la figura 4.2.3 se muestra la demanda de desplazamientos, velocidades y aceleraciones del edificio bajo la acción eólica para centro de ciudad.

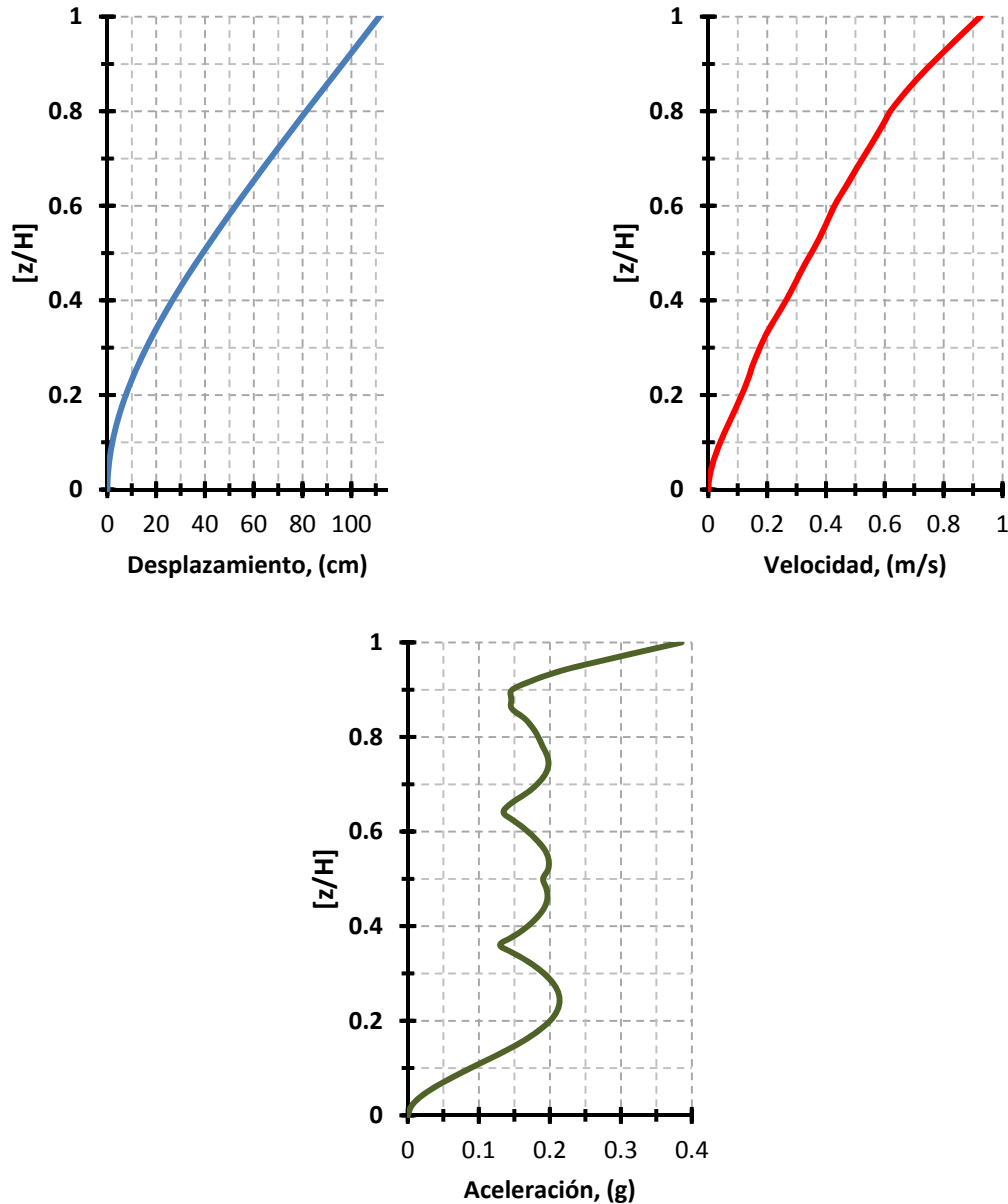


Figura 4.2.3 Respuesta eólica del modelo a flexión sin amortiguamiento para centro de ciudad.

En el modelo a flexión sin amortiguamiento se obtiene un desplazamiento máximo de **111.42cm**, la velocidad máxima es de **0.924 m/s** y la aceleración máxima es de **0.385g**. Se observa en la figura 4.2.3, que la respuesta máxima ocurre en el último nivel del edificio.

4.2.2.3 Vibración forzada con amortiguamiento

Si en la viga de flexión se considera amortiguamiento clásico, la respuesta en el tiempo se obtiene solucionando la siguiente ecuación.

$$\ddot{y}_i + 2\xi_{ni}W_{ni}\dot{y}_i + W_{ni}^2y_i(t) = \frac{\int_0^H F(x,t)\phi_i(x)dx}{\int_0^H \bar{m}\phi_i^2(x)dx} \quad (4.2.11)$$

O bien,

$$\ddot{y}_i + 2\xi_{ni}W_{ni}\dot{y}_i + W_{ni}^2y_i(t) = Q_i(t) \quad (4.2.12)$$

Donde:

ξ_{ni} Es el amortiguamiento asociado al modo i .

La ecuación (4.2.12) es solucionada de manera exacta con la integral de Duhamel. Por lo que, la respuesta en el tiempo se escribe como:

$$y_i(t) = \frac{1}{W_{di}} \int_0^t Q_i(\tau) e^{-\xi_{ni}W_{ni}(t-\tau)} \text{sen}[W_{di}(t-\tau)] d\tau \quad (4.2.13)$$

De ésta manera, la respuesta en el tiempo se puede obtener aplicando las formulaciones utilizadas en el apartado 3.1.5.

4.2.2.4 Ejemplo de aplicación 2

Se modela el edificio, del ejemplo de aplicación 1, como una viga de flexión amortiguada y el cual es sometido a la acción del viento por medio de velocidades simuladas. Como dato adicional, se considera que los amortiguamientos asociados al primero y segundo modo son, $\xi_1 = 0.01$ y $\xi_2 = 0.005$, respectivamente.

Se desea conocer la respuesta máxima del edificio en cada uno de los niveles. La respuesta es graficada con respecto a la altura normalizada a la unidad en la altura total del edificio, (z/H) .

Resultados

En la figura 4.2.4 se muestra la demanda de desplazamientos, velocidades y aceleraciones del edificio bajo la acción eólica para centro de ciudad. Adicionalmente se grafica la respuesta del edificio considerando $\xi_1 = 0$.

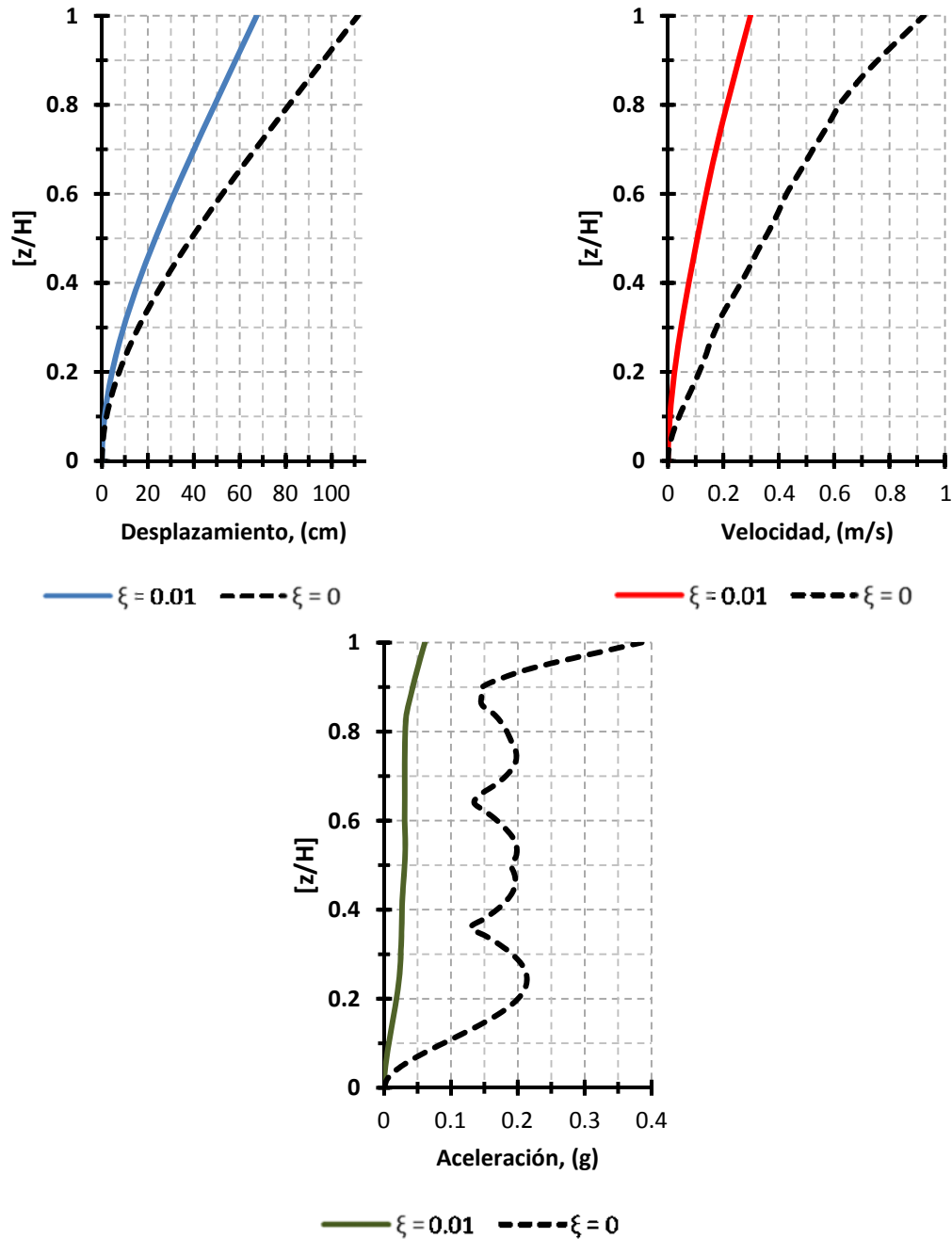


Figura 4.2.4 Respuesta eólica del modelo a flexión amortiguado para centro de ciudad con $\xi_1 = 0.01$ y $\xi_1 = 0$.

En el modelo a flexión amortiguado se obtiene un desplazamiento máximo de **67.34 cm**, la velocidad máxima es de **0.297 m/s** y la aceleración máxima es de **0.061 g**. Se observa en la figura 4.2.4, que la respuesta máxima ocurre en el último nivel del edificio.

4.2.3 Viga de corte

Se estudia la respuesta longitudinal de edificios altos modelados como una viga de corte, de sección constante, sometidos a las fuerzas laterales, $F(x, t)$, producidas por la acción del viento.

La ecuación diferencial que gobierna el problema sin considerar amortiguamiento, deducida en el apartado 3.2, se escribe de la siguiente forma:

$$\frac{GA}{\beta} \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} - \bar{m} \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = F(x, t) \quad (4.2.14)$$

En los apartados 4.2.3.1 y 4.2.3.3 se presenta la solución del modelo de la viga de flexión en vibración forzada sin amortiguamiento y con amortiguamiento, respectivamente.

4.2.3.1 Vibración forzada sin amortiguamiento

Se resuelve el caso del modelo de la viga de flexión en voladizo, sin amortiguamiento, sometido a las fuerzas laterales del viento en dirección longitudinal. La ecuación (4.2.14) se escribe como:

$$\left[\frac{GA}{\beta} Y^I \right]^I - \bar{m} \ddot{Y} = F(x, t) \quad (4.2.15)$$

La solución es planteada de la siguiente manera:

$$Y(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) y_i(t) \quad (4.2.16)$$

Al sustituir la ecuación (4.2.16) en (4.2.15)

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{GA}{\beta} \phi_i^I \right]^I y_i(t) - \sum_{i=1}^{\infty} \bar{m} \phi_i(x) \ddot{y}_i = F(x, t)$$

Al multiplicar la ecuación anterior por $\phi_j(x)$ e integrar entre 0 y H

$$\sum_{i=1}^{\infty} y_i(t) \int_0^H \left[\frac{GA}{\beta} \phi_i^I \right]^I \phi_j(x) dx - \sum_{i=1}^{\infty} \ddot{y}_i \int_0^H \bar{m} \phi_i(x) \phi_j(x) dx = \int_0^H F(x, t) \phi_j(x) dx$$

Al resolver por partes la primera de las integrales y aplicando las condiciones de borde para una viga en voladizo se encuentra que:

$$-\sum_{i=1}^{\infty} y_i(t) \int_0^H \frac{GA}{\beta} \phi_i' \phi_j' dx - \sum_{i=1}^{\infty} \ddot{y}_i \int_0^H \bar{m} \phi_i(x) \phi_j(x) dx = \int_0^H F(x, t) \phi_j(x) dx$$

Tomando en cuenta la ortogonalidad de los modos de vibración o sea, sólo hay valores para $i = j$

$$y_i(t) \int_0^H \frac{GA}{\beta} (\phi_i')^2 dx + \ddot{y}_i \int_0^H \bar{m} \phi_i^2(x) dx = - \int_0^H F(x, t) \phi_i(x) dx$$

Al dividir la expresión anterior por $\int_0^H \bar{m} \phi_i^2(x) dx$ y sustituyendo la ecuación (3.2.16), resulta:

$$\ddot{y}_i + W_{ni}^2 y_i(t) = - \frac{\int_0^H F(x, t) \phi_i(x) dx}{\int_0^H \bar{m} \phi_i^2(x) dx} \quad (4.2.17)$$

Escrita de otra forma,

$$\ddot{y}_i + W_{ni}^2 y_i(t) = Q_i(t) \quad (4.2.18)$$

Donde:

$$Q_i(t) = - \frac{\int_0^H F(x, t) \phi_i(x) dx}{\int_0^H \bar{m} \phi_i^2(x) dx} \quad (4.2.19)$$

H Es la altura total del edificio, (m)

Así que, la respuesta en el tiempo se escribe como:

$$y_i(t) = \frac{1}{W_{ni}} \int_0^t Q_i(\tau) \text{sen}[W_{ni}(t - \tau)] d\tau \quad (4.2.20)$$

Del mismo modo que en la ecuación (4.2.8), es posible calcular la integral de Duhamel de manera exacta para obtener la respuesta en el tiempo del sistema utilizando el procedimiento presentado en el apartado 3.1.4.1.

La respuesta en velocidad y aceleración relativa del sistema para cualquier tiempo y altura se calculan con las siguientes expresiones.

$$\dot{Y}(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) \dot{y}_i \quad (4.2.21)$$

$$\ddot{Y}(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) \ddot{y}_i \quad (4.2.22)$$

4.2.3.2 Ejemplo de aplicación 3

Se modela el edificio, del ejemplo de aplicación 1, como una viga de corte sin amortiguamiento y el cual es sometido a la acción del viento por medio de velocidades simuladas.

Se desea conocer la respuesta máxima del edificio en cada uno de los niveles. La respuesta es graficada con respecto a la altura normalizada a la unidad en la altura total del edificio, (z/H) .

Resultados

En la figura 4.2.5 se muestra la demanda de desplazamientos, velocidades y aceleraciones del edificio bajo la acción eólica para centro de ciudad.

En el modelo de corte sin amortiguamiento se obtiene un desplazamiento máximo de **77.25 cm**, la velocidad máxima es de **0.678 m/s** y la aceleración máxima es de **0.177g**. Se observa en la figura 4.2.5, que la respuesta máxima ocurre en el último nivel del edificio.

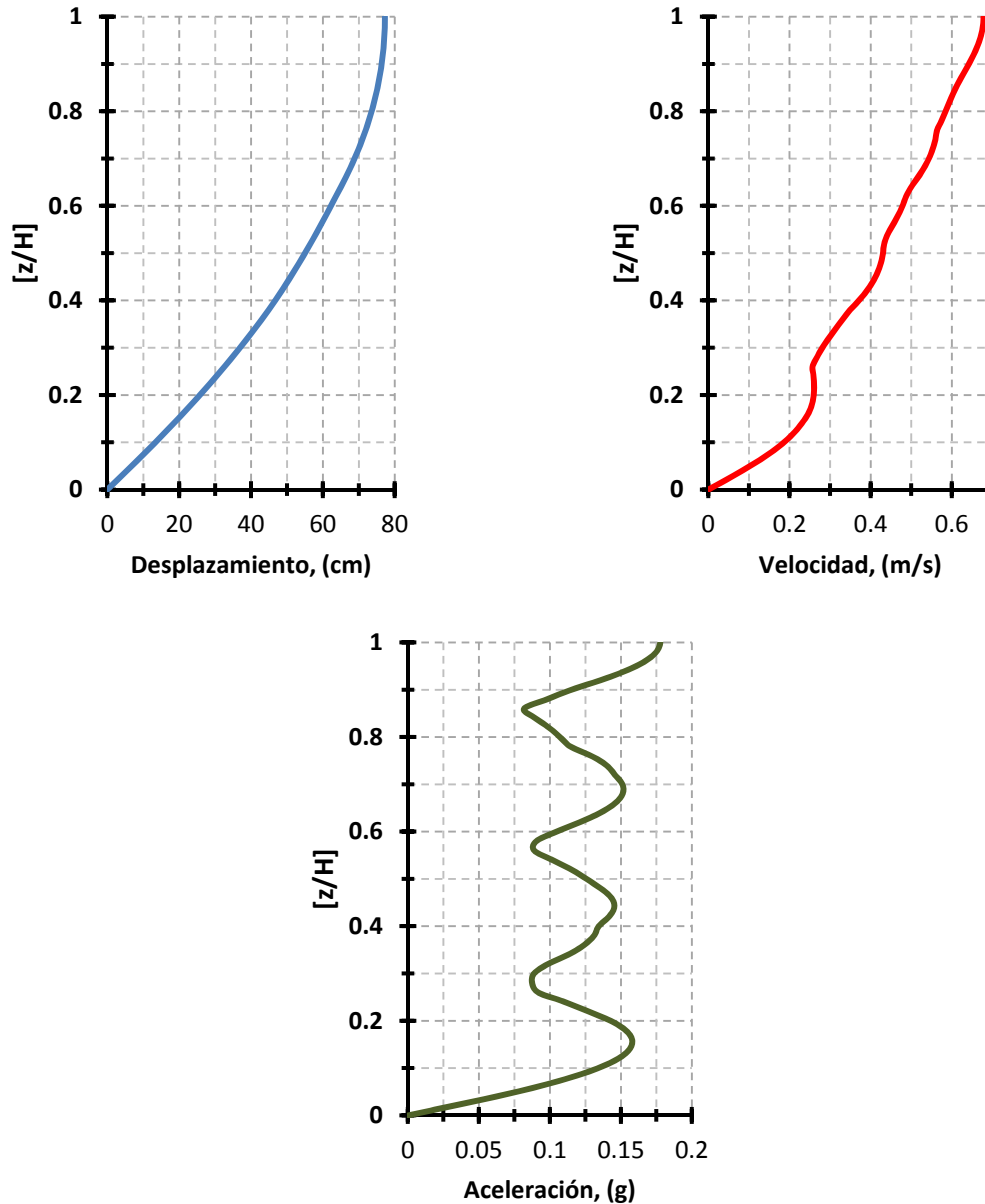


Figura 4.2.5 Respuesta eólica del modelo de corte sin amortiguamiento para centro de ciudad.

4.2.3.3 Vibración forzada con amortiguamiento

Si en la viga de corte se considera amortiguamiento clásico, la respuesta en el tiempo se obtiene solucionando la siguiente ecuación.

$$\ddot{y}_i + 2\xi_{ni}W_{ni}\dot{y}_i + W_{ni}^2y_i(t) = -\frac{\int_0^H F(x,t)\phi_i(x)dx}{\int_0^H \bar{m}\phi_i^2(x)dx} \quad (4.2.23)$$

O bien,

$$\ddot{y}_i + 2\xi_{ni}W_{ni}\dot{y}_i + W_{ni}^2y_i(t) = Q_i(t) \quad (4.2.24)$$

Donde:

ξ_{ni} Es el amortiguamiento asociado al modo i .

La ecuación (4.2.12) es solucionada de manera exacta con la integral de Duhamel. Por lo que, la respuesta en el tiempo se escribe como:

$$y_i(t) = \frac{1}{W_{di}} \int_0^t Q_i(\tau) e^{-\xi_{ni}W_{ni}(t-\tau)} \text{sen}[W_{di}(t-\tau)] d\tau \quad (4.2.25)$$

De ésta manera, la respuesta en el tiempo se puede obtener aplicando las formulaciones utilizadas en el apartado 3.1.5.

4.2.3.4 Ejemplo de aplicación 4

Se modela el edificio, del ejemplo de aplicación 1, como una viga de corte amortiguada y el cual es sometido a la acción del viento por medio de velocidades simuladas. Como dato adicional, se considera que los amortiguamientos asociados al primero y segundo modo son, $\xi_1 = 0.01$ y $\xi_2 = 0.005$, respectivamente.

Se desea conocer la respuesta máxima del edificio en cada uno de los niveles. La respuesta es graficada con respecto a la altura normalizada a la unidad en la altura total del edificio, (z/H) .

Resultados

En la figura 4.2.6 se muestra la demanda de desplazamientos, velocidades y aceleraciones del edificio bajo la acción eólica para centro de ciudad. Adicionalmente se grafica la respuesta del edificio considerando $\xi_1 = 0$.

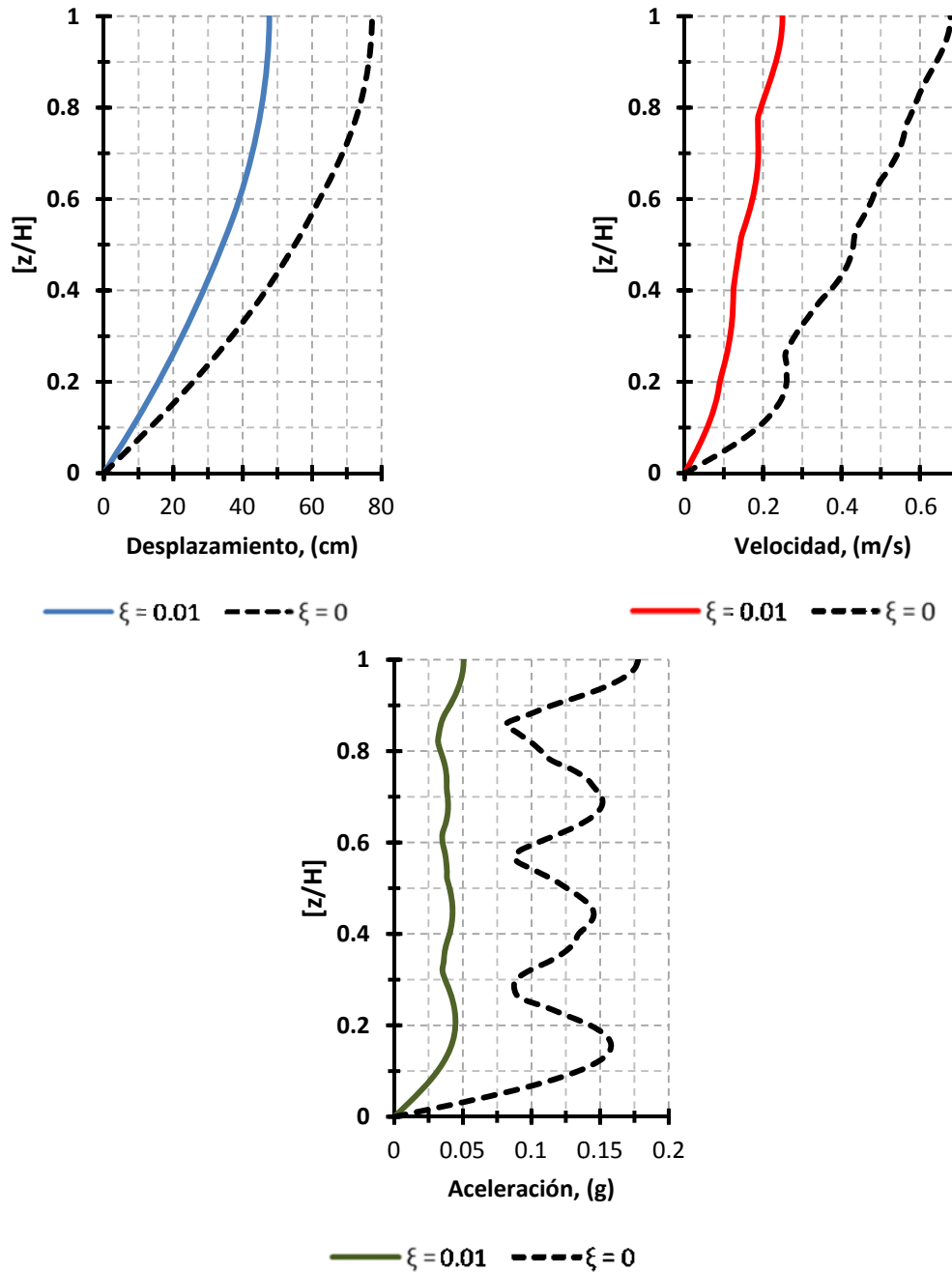


Figura 4.2.6 Respuesta eólica del modelo de corte amortiguado para centro de ciudad con $\xi_1 = 0.01$ y $\xi_1 = 0$.

En el modelo de corte amortiguado se obtiene un desplazamiento máximo de **47.68 cm**, la velocidad máxima es de **0.249 m/s** y la aceleración máxima es de **0.0506 g**. Se observa en la figura 4.2.6, que la respuesta máxima ocurre en el último nivel del edificio.

4.2.4 Viga de corte acoplada a una viga de flexión

Se estudia la viga de corte acoplada con una viga de flexión cuando dicho modelo, está sujeto a las fuerzas del viento. La ecuación diferencial parcial que gobierna éste sistema es:

$$\rho(x) \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} + c(x) \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + \frac{1}{H^4} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \right] - \frac{1}{H^2} \frac{\partial}{\partial x} \left[GA(x) \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right] = F(x,t) \quad (4.2.26)$$

Donde:

- $\rho(x)$ Es la masa por unidad de longitud del modelo.
- $u(x,t)$ Es el desplazamiento lateral en el instante t a una altura adimensional x (relación entre la altura del piso desde el nivel de terreno y la altura total del edificio).
- $c(x)$ Es el coeficiente de amortiguamiento por unidad de longitud.
- $EI(x)$ Es la rigidez en flexión en la altura del edificio.
- $GA(x)$ Es la rigidez a cortante del sistema.
- H Es la altura total del edificio.
- $F(x,t)$ Es la fuerza del viento en el instante t a una altura adimensional x .

El modelo se simplifica al considerar constante a la masa por unidad de longitud y al coeficiente de amortiguamiento. Si se toma la distribución de rigidez a flexión y la de cortante como el producto de la rigidez en la base del edificio por una función adimensional $S(x)$ que describe la variación de la rigidez con la altura, las rigideces son expresadas como las ecuaciones (3.3.35) y (3.3.36) de la siguiente manera:

$$EI(x) = EI_0 S(x)$$

$$GA(x) = GA_0 S(x)$$

$$\text{Si } S(x) = 1$$

Entonces, la ecuación (4.2.26) resulta:

$$\rho \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} + c \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + \frac{EI_0}{H^4} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \right] - \frac{GA_0}{H^2} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right] = F(x,t) \quad (4.2.27)$$

Al dividir la ecuación (4.2.27) por EI_0 se tiene:

$$\frac{\rho}{EI_0} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} + \frac{c}{EI_0} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + \frac{1}{H^4} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \right] - \frac{\alpha_0^2}{H^4} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right] = \frac{1}{EI_0} F(x,t) \quad (4.2.28)$$

Donde: α_0 , es un parámetro adimensional definido con la ecuación (3.3.39)

4.2.4.1 Vibración forzada con amortiguamiento

La viga acoplada es sometida a las fuerzas laterales del viento en dirección longitudinal y cuya ecuación (4.2.28) es:

$$\frac{\rho}{EI_0} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} + \frac{c}{EI_0} \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} + \frac{1}{H^4} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} \right] - \frac{\alpha_0^2}{H^4} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right] = \frac{1}{EI_0} F(x, t)$$

Como solución se propone la ecuación (4.2.29),

$$u(x, t) = \sum_{i=1}^m u_i(x, t) = \sum_{i=1}^m \phi_i(x) q_i(t) \quad (4.2.29)$$

Sustituyendo la solución en la ecuación diferencial (4.2.28)

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{EI_0} \sum_{i=1}^m \phi_i(x) \ddot{q}_i + \frac{c}{EI_0} \sum_{i=1}^m \phi_i(x) \dot{q}_i + \frac{1}{H^4} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\sum_{i=1}^m \phi_i'' q_i(t) \right] - \frac{\alpha_0^2}{H^4} \frac{\partial}{\partial x} \left[\sum_{i=1}^m \phi_i' q_i(t) \right] \\ = \frac{1}{EI_0} F(x, t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m \frac{\rho}{EI_0} [\phi_i(x) \ddot{q}_i] + \sum_{i=1}^m \left[\frac{c}{EI_0} \phi_i(x) \dot{q}_i \right] + \sum_{i=1}^m q_i(t) \left[\frac{1}{H^4} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\phi_i'') - \frac{\alpha_0^2}{H^4} \frac{\partial}{\partial x} (\phi_i') \right] \\ = \frac{1}{EI_0} F(x, t) \end{aligned}$$

Como,

$$\left[\frac{1}{H^4} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\phi_i'') - \frac{\alpha_0^2}{H^4} \frac{\partial}{\partial x} (\phi_i') \right] = \frac{\rho}{EI_0} \omega_i^2 \phi_i(x)$$

Entonces,

$$\sum_{i=1}^m \frac{\rho}{EI_0} [\ddot{q}_i] \phi_i(x) + \sum_{i=1}^m \frac{c}{EI_0} [\dot{q}_i] \phi_i(x) + \sum_{i=1}^m \frac{\rho}{EI_0} \omega_i^2 [q_i(t)] \phi_i(x) = \frac{1}{EI_0} F(x, t)$$

Multiplicando la expresión anterior por $\phi_j(x)$ e integrando de cero a uno,

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m \frac{\rho}{EI_0} [\ddot{q}_i] \int_0^1 \phi_i(x) \phi_j(x) dx + \sum_{i=1}^m \frac{c}{EI_0} [\dot{q}_i] \int_0^1 \phi_i(x) \phi_j(x) dx \\ + \sum_{i=1}^m \frac{\rho}{EI_0} \omega_i^2 [q_i(t)] \int_0^1 \phi_i(x) \phi_j(x) dx = \frac{1}{EI_0} \int_0^1 F(x, t) \phi_j(x) dx \end{aligned}$$

Tomando en cuenta las condiciones de ortogonalidad,

$$\begin{aligned} \text{Si } i \neq j \quad \int_0^1 \phi_i(x) \phi_j(x) dx &= 0 \\ \text{Si } i = j \quad \int_0^1 \phi_i(x) \phi_i(x) dx &= 1 \end{aligned}$$

Por lo que para el modo i , se tiene

$$\frac{\rho}{EI_0} [\ddot{q}_i] \int_0^1 \phi_i^2(x) dx + \frac{c}{EI_0} [\dot{q}_i] \int_0^1 \phi_i^2(x) dx + \frac{\rho}{EI_0} \omega_i^2 [q_i(t)] \int_0^1 \phi_i^2(x) dx = \frac{1}{EI_0} \int_0^1 F(x, t) \phi_i(x) dx$$

Dividiendo la expresión anterior por $\int_0^1 \phi_i^2(x) dx$

$$\frac{\rho}{EI_0} [\ddot{q}_i] + \frac{c}{EI_0} [\dot{q}_i] + \frac{\rho}{EI_0} \omega_i^2 [q_i(t)] = \frac{1}{EI_0} \frac{\int_0^1 F(x, t) \phi_i(x) dx}{\int_0^1 \phi_i^2(x) dx}$$

Multiplicando por EI_0/ρ

$$[\ddot{q}_i] + \frac{c}{\rho} [\dot{q}_i] + \omega_i^2 [q_i(t)] = \frac{\int_0^1 F(x, t) \phi_i(x) dx}{\rho \int_0^1 \phi_i^2(x) dx}$$

Como se considera amortiguamiento clásico, se tiene que,

$$\ddot{q}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i(t) = \frac{\int_0^1 F(x, t) \phi_i(x) dx}{\rho \int_0^1 \phi_i^2(x) dx} \quad (4.2.30)$$

Escrita de otra forma,

$$\ddot{q}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i(t) = Q_i(t) \quad (4.2.31)$$

Donde:

$$Q_i(t) = \frac{\int_0^1 F(x, t) \phi_i(x) dx}{\rho \int_0^1 \phi_i^2(x) dx} \quad (4.2.32)$$

La ecuación (4.2.31) es solucionada de manera exacta con la integral de Duhamel. Por lo que, la respuesta en el tiempo se escribe como:

$$q_i(t) = \frac{1}{\omega_i} \int_0^t Q_i(\tau) e^{-\xi_i \omega_i (t-\tau)} \text{sen}[\omega_{di}(t-\tau)] d\tau \quad (4.2.33)$$

De ésta manera, la respuesta en el tiempo se puede obtener aplicando las formulaciones utilizadas en el apartado 3.1.5.

La respuesta relativa del sistema se puede escribir como,

$$u(x, t) = \sum_{i=1}^m u_i(x, t) = \sum_{i=1}^m \phi_i(x) q_i(t) \quad (4.2.34)$$

$$\dot{u}(x, t) = \sum_{i=1}^m \dot{u}_i(x, t) = \sum_{i=1}^m \phi_i(x) \dot{q}_i \quad (4.2.35)$$

$$\ddot{u}(x, t) = \sum_{i=1}^m \ddot{u}_i(x, t) = \sum_{i=1}^m \phi_i(x) \ddot{q}_i \quad (4.2.36)$$

Donde:

$u_i(x, t)$ Es la contribución de i -ésimo modo a la respuesta en desplazamiento.

$\dot{u}_i(x, t)$ Es la contribución de i -ésimo modo a la respuesta en velocidad.

$\ddot{u}_i(x, t)$ Es la contribución de i -ésimo modo a la respuesta en aceleración.

4.2.4.2 Ejemplo de aplicación 5

Se modela el edificio, del ejemplo de aplicación 1, como una viga de corte acoplada a una viga de flexión y el cual es sometido a la acción del viento por medio de velocidades simuladas. Se considera que los amortiguamientos asociados al primero y segundo modo son, $\xi_1 = 0.01$ y $\xi_2 = 0.005$, respectivamente.

Se desea conocer la respuesta máxima del edificio en cada uno de los niveles, si se utiliza $\alpha_0 = 0$ para un modelo de flexión y $\alpha_0 = 30$ para un modelo de corte. La respuesta es graficada con respecto a la altura normalizada a la unidad en la altura total del edificio, (z/H) .

Resultados

Respuesta del edificio modelado con $\alpha_0 = 0$

En la figura 4.2.7 se muestra la demanda de desplazamientos, velocidades y aceleraciones del edificio bajo la acción eólica para centro de ciudad. Adicionalmente se grafica la respuesta obtenida del modelo de flexión.

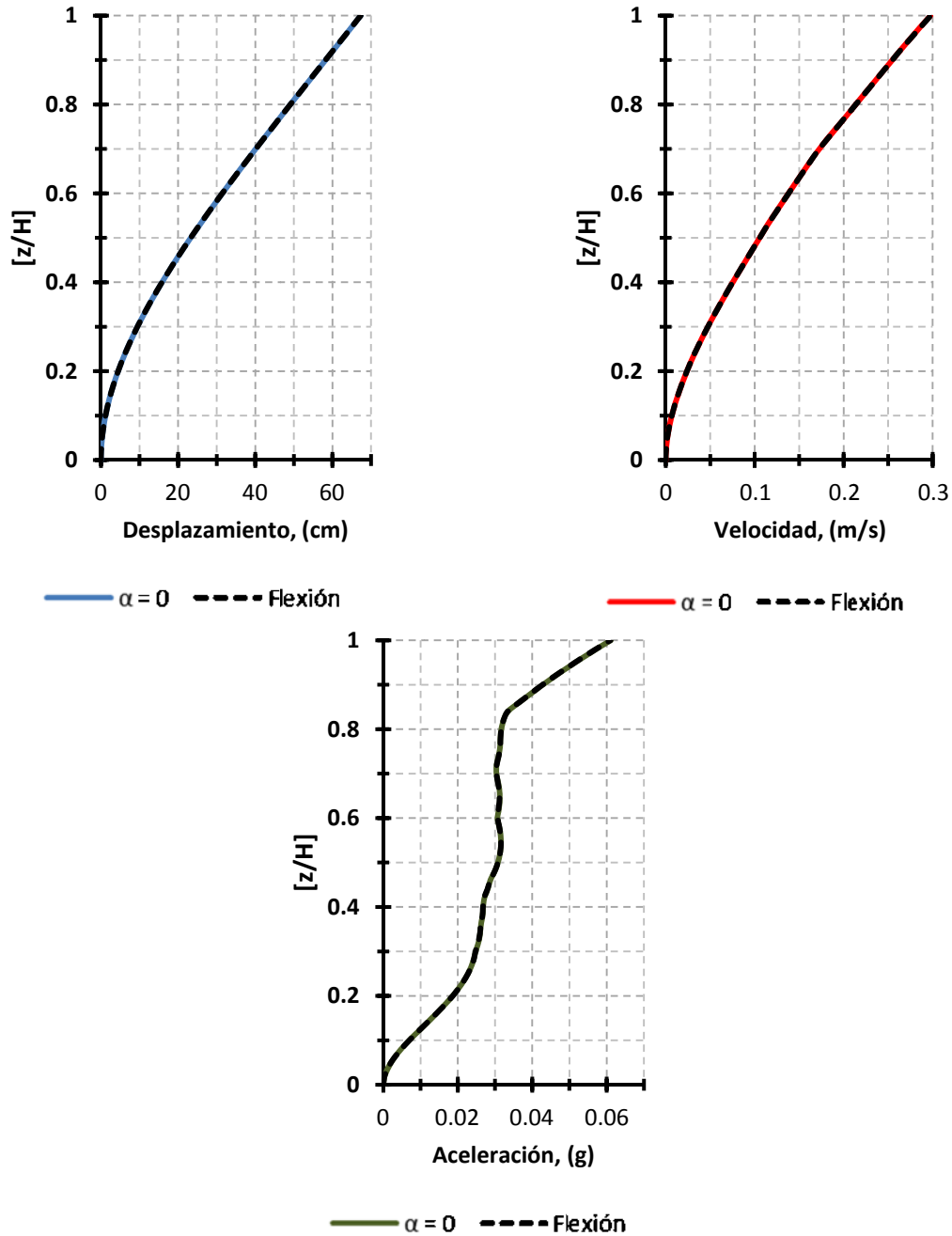


Figura 4.2.7 Respuesta eólica del modelo de la viga de corte acoplada a una viga de flexión para centro de ciudad con $\alpha_0 = 0$.

En el modelo de la viga acoplada con $\alpha_0 = 0$ se obtiene un desplazamiento máximo de **67.34 cm**, la velocidad máxima es de **0.297 m/s** y la aceleración máxima es de **0.061g**. Se observa en la figura 4.2.7, que la respuesta máxima ocurre en el último nivel del edificio y es igual a la obtenida con el modelo de la viga de flexión.

Respuesta del edificio modelado con $\alpha_0 = 30$

En la figura 4.2.8 se muestra la demanda de desplazamientos, velocidades y aceleraciones del edificio bajo la acción eólica para centro de ciudad. Adicionalmente se grafica la respuesta obtenida del modelo de corte.

En el modelo de la viga acoplada con $\alpha_0 = 30$ se obtiene un desplazamiento máximo de **49.79 cm**, la velocidad máxima es de **0.25 m/s** y la aceleración máxima es de **0.0707g**. Se observa en la figura 4.2.8, que la respuesta máxima ocurre en el último nivel del edificio y la diferencia con el modelo de la viga de corte se reduce si el valor de α_0 es mayor.

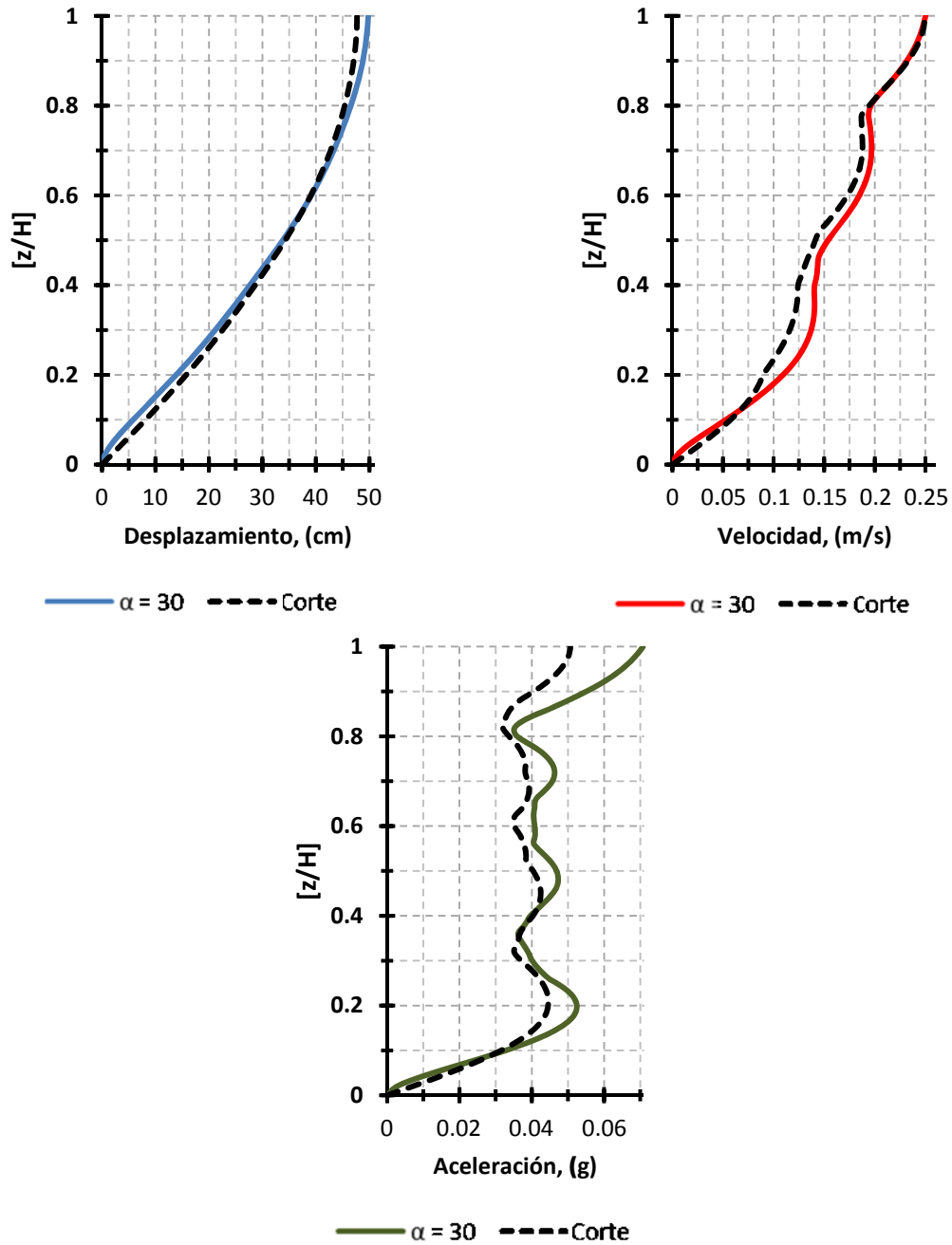


Figura 4.2.8 Respuesta eólica del modelo de la viga de corte acoplada a una viga de flexión para centro de ciudad con $\alpha_0 = 30$.



5

Conclusiones

5.1 Resultados y conclusiones

En este apartado se hace la comparación de la respuesta paramétrica obtenida del reglamento japonés para las categorías de terreno II y IV con la respuesta paramétrica obtenida por el sismo de servicio y sismo de colapso para edificios modelados como vigas acopladas con valores de $\alpha_0 = 0$ y 30.

Posteriormente, se compara la respuesta para condiciones de servicio sísmica con la respuesta eólica, ambos paso a paso, de un edificio modelado como una viga acoplada para los valores de $\alpha_0 = 0, 5, 10$ y 30.

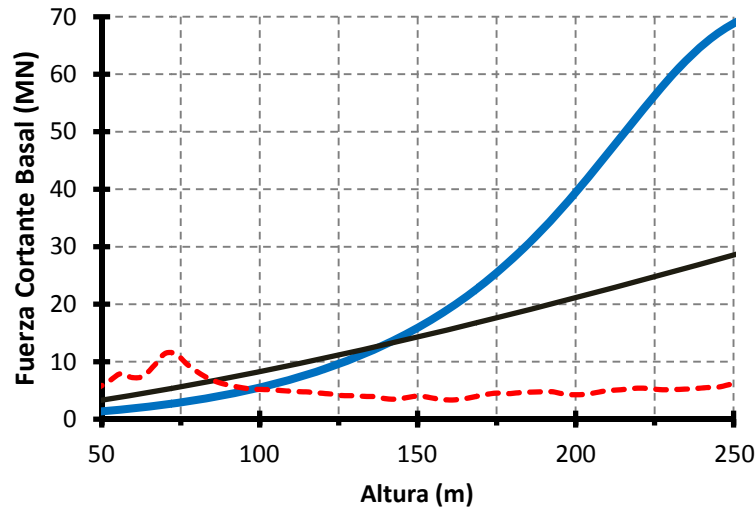
5.1.1 Comparación de resultados obtenidos con el reglamento japonés y el análisis sísmico

Se realiza la comparativa de los resultados obtenidos con la norma japonesa correspondientes a las categorías de terreno II y IV en dirección longitudinal y transversal al flujo del viento presentados en las figuras 2.1.10 a la 2.1.12, con los resultados obtenidos de los análisis sísmicos mostrados en las figuras 3.3.15 a la 3.3.18 correspondientes al evento sísmico registrado el día 30 de septiembre de 1999 en la SCT para condiciones de servicio y el evento sísmico registrado el día 19 de septiembre de 1985 en la SCT para condiciones de colapso.

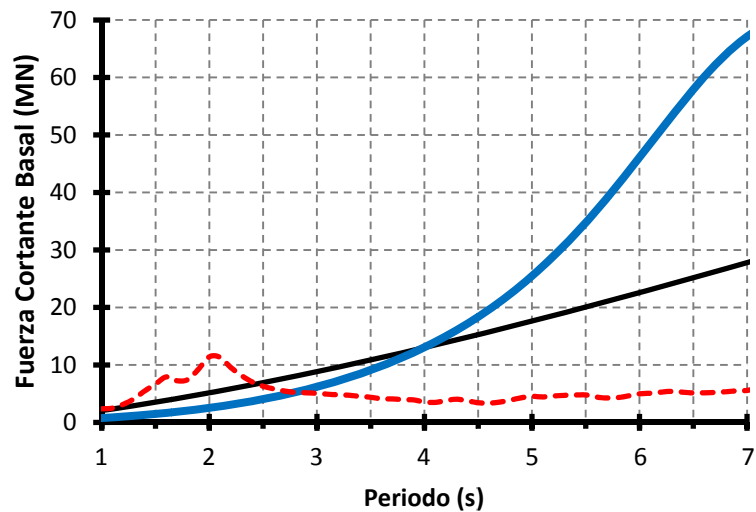
En el análisis sísmico se han tomado en cuenta los valores de $\alpha_0 = 0$ y 30, considerando como un modelo de una viga de flexión y uno de corte, respectivamente.

COMPARACIÓN DE RESULTADOS CON EL SISMO DE SERVICIO

En la figura 5.1.1 se muestra la variación de la fuerza cortante con respecto a la altura y al periodo de vibración de los edificios, para la categoría de terreno II y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 0$.



a) Variación del cortante basal con la altura del edificio



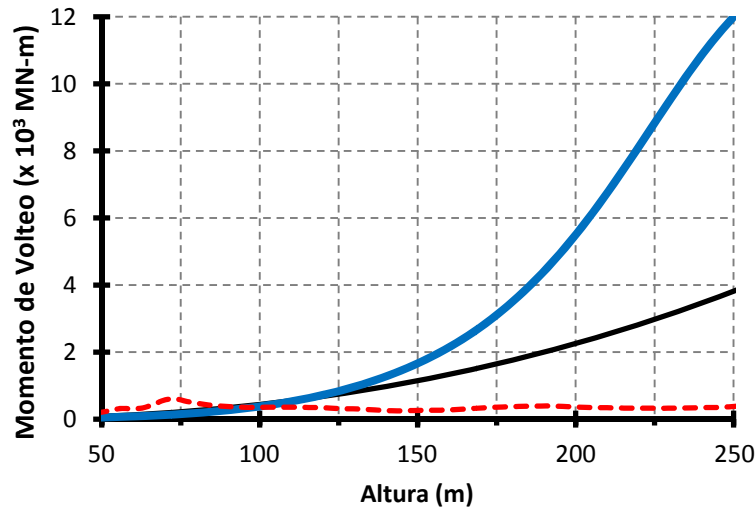
b) Variación del cortante basal con el periodo fundamental del edificio

— Long C-II — Trans C-II - - - Sismo de servicio

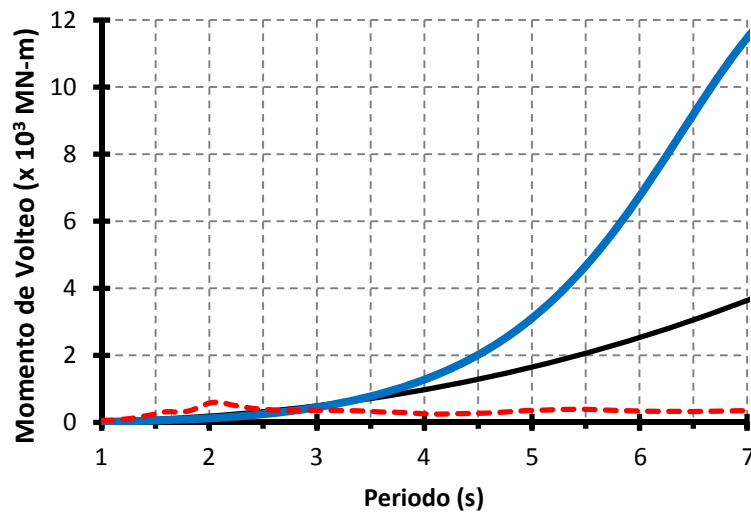
Figura 5.1.1 Variación del cortante basal en dirección longitudinal y transversal para categoría II por viento, y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 0$.

De acuerdo a la figura 5.1.1 se observa que, el cortante basal producido por el viento en la dirección longitudinal es mayor que el producido por el sismo de servicio, para la categoría II cuando la altura es mayor que 87.5m y a partir de 2.5 segundos de periodo del edificio; y para la dirección transversal a una altura de mayor que 98m y de 2.8 segundos de periodo.

En la figura 5.1.2 se muestra la variación del momento de volteo con respecto a la altura y al periodo de vibración de los edificios, para la categoría de terreno II y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 0$.



a) Variación del momento de volteo con la altura del edificio



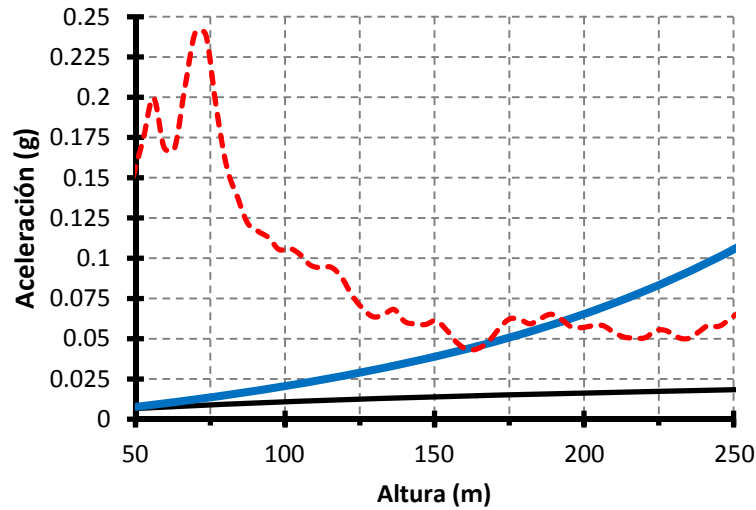
b) Variación del momento de volteo con el periodo fundamental del edificio

— Long C-II — Trans C-II - - - Sismo de servicio

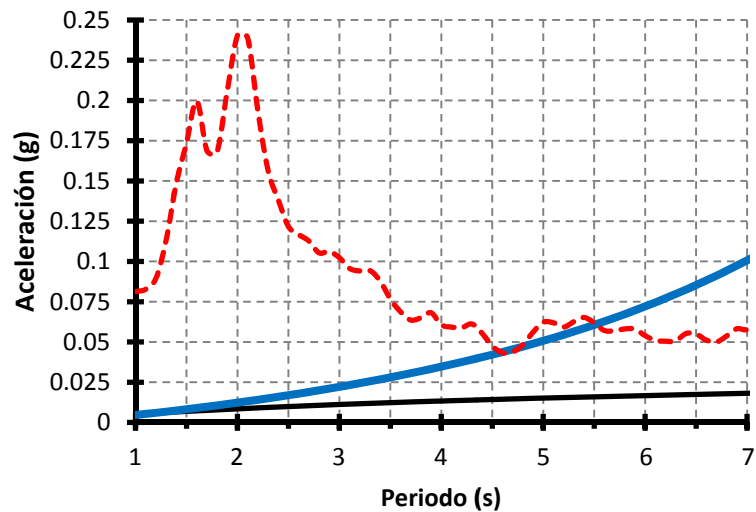
Figura 5.1.2 Variación del momento de volteo en dirección longitudinal y transversal para categoría II por viento y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 0$.

En la figura 5.1.2 se observa que, para la dirección longitudinal al viento el momento de volteo es mayor que el producido por el sismo de servicio, para la categoría II cuando la altura es mayor que 94.5m y a partir de 2.7 segundos de periodo del edificio y para la dirección transversal a partir de una altura de 98m y de 2.8 segundos de periodo.

En la figura 5.1.3 se muestra la variación de las aceleraciones con respecto a la altura y al periodo de vibración de los edificios, para la categoría de terreno II y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 0$.



a) Variación de las aceleraciones con la altura del edificio



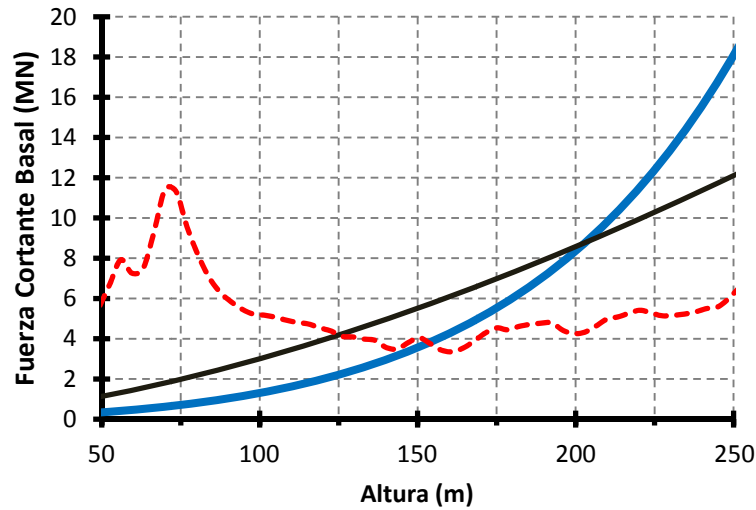
b) Variación de las aceleraciones con el periodo fundamental del edificio

— Long C-II — Trans C-II - - - Sismo de servicio

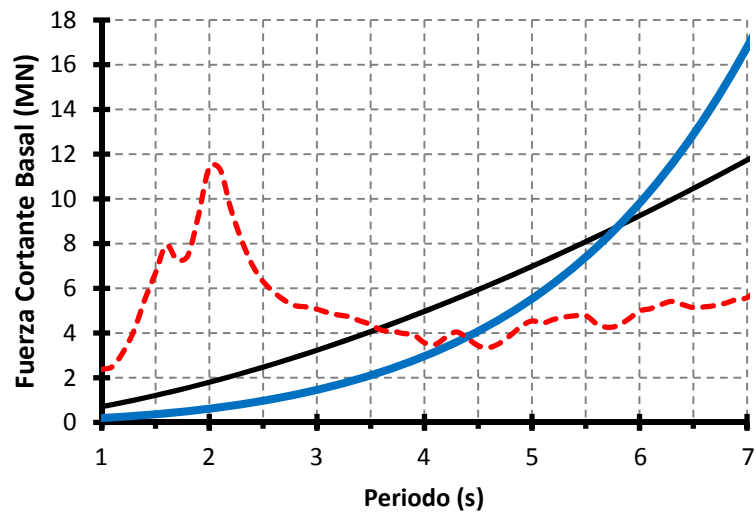
Figura 5.1.3 Variación de las aceleraciones en dirección longitudinal y transversal para categoría II por viento y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 0$.

En la figura 5.1.3 se observa que, la aceleración producida por el viento en dirección transversal es mayor que la producida por el sismo de servicio cuando la altura es mayor que 196m y a partir de 5.6 segundos de periodo del edificio.

En la figura 5.1.4 se muestra la variación de la fuerza cortante con respecto a la altura y al periodo de vibración de los edificios, para la categoría de terreno IV y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 0$.



a) Variación del cortante basal con la altura del edificio



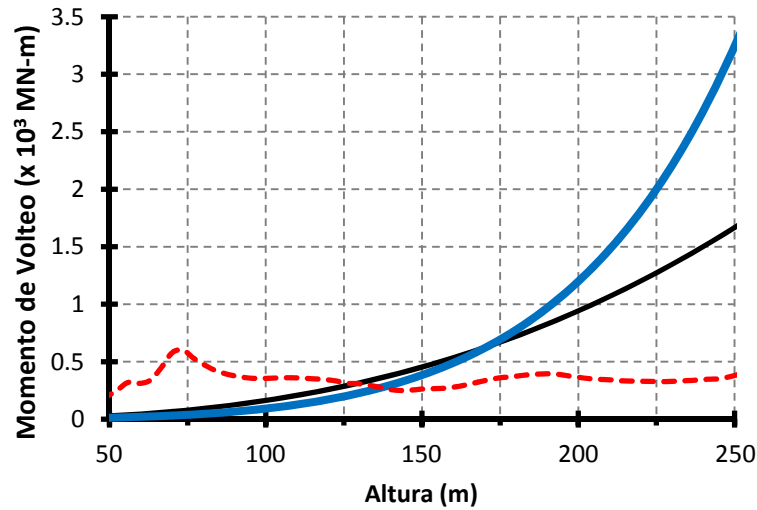
b) Variación del cortante basal con el periodo fundamental del edificio

— Long C-IV — Trans C-IV - - - Sismo de servicio

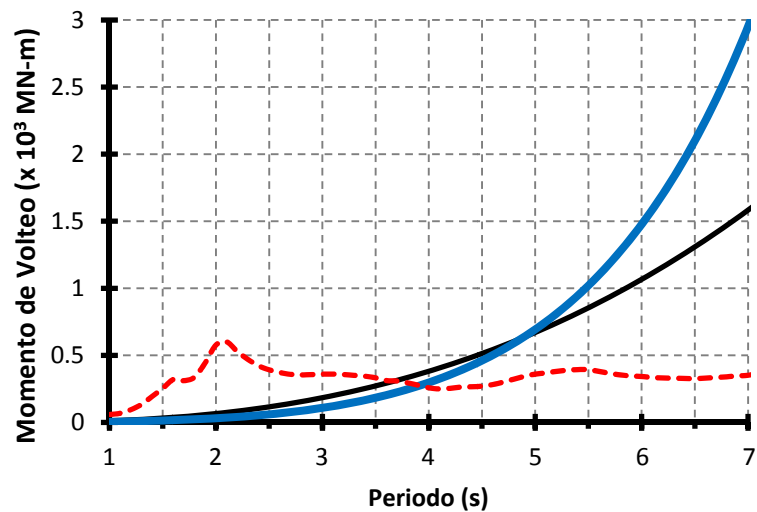
Figura 5.1.4 Variación del cortante basal en dirección longitudinal y transversal para categoría IV por viento, y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 0$.

De la figura 5.1.4 se obtiene que, el cortante basal producido por el viento en la dirección longitudinal es mayor que el producido por el sismo de servicio cuando la altura es mayor que 126m y a partir de 3.6 segundos de periodo del edificio y para dirección transversal al viento es mayor a partir de una altura de 154m y 4.4 segundos de periodo.

En la figura 5.1.5 se muestra la variación del momento de volteo con respecto a la altura y al periodo de vibración de los edificios, para la categoría de terreno IV y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 0$.



a) Variación del momento de volteo con la altura del edificio



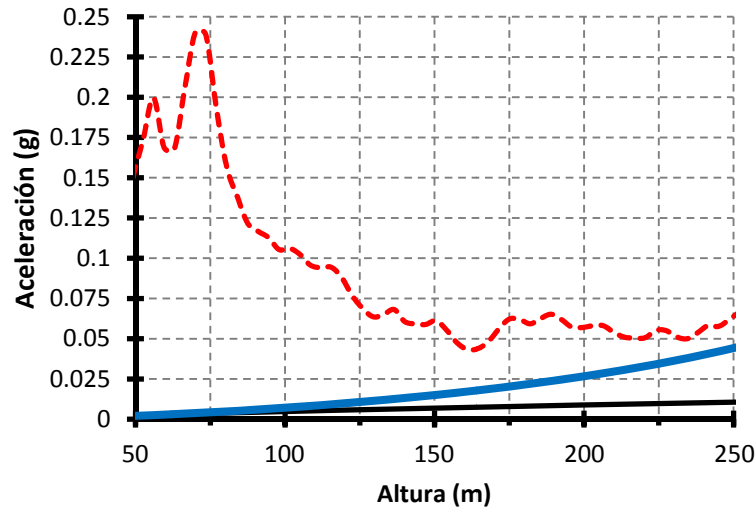
b) Variación del momento de volteo con el periodo fundamental del edificio

— Long C-IV — Trans C-IV - - - Sismo de servicio

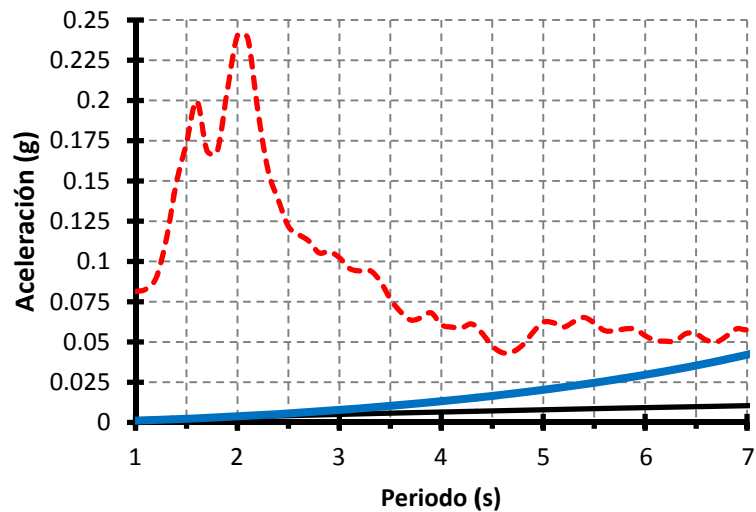
Figura 5.1.5 Variación del momento de volteo en dirección longitudinal y transversal para categoría IV por viento y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 0$.

En la figura 5.1.5 se observa que, para la dirección longitudinal al viento el momento de volteo es mayor que el producido por el sismo de servicio cuando la altura es mayor que 129.5m y a partir de 3.7 segundos de periodo del edificio y para la dirección transversal es mayor a partir de una altura de 140m y de 4 segundos de periodo.

En la figura 5.1.6 se muestra la variación de las aceleraciones con respecto a la altura y al periodo de vibración de los edificios, para la categoría de terreno IV y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 0$.



a) Variación de las aceleraciones con la altura del edificio



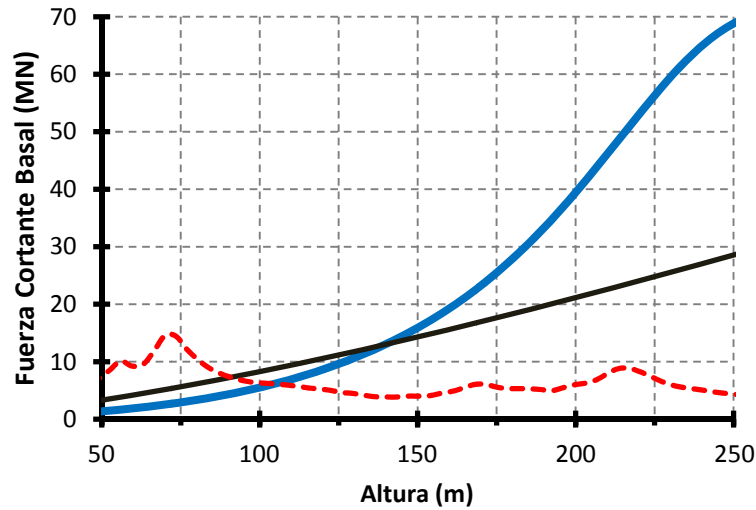
b) Variación de las aceleraciones con el periodo fundamental del edificio

— Long C-IV — Trans C-IV - - - Sismo de servicio

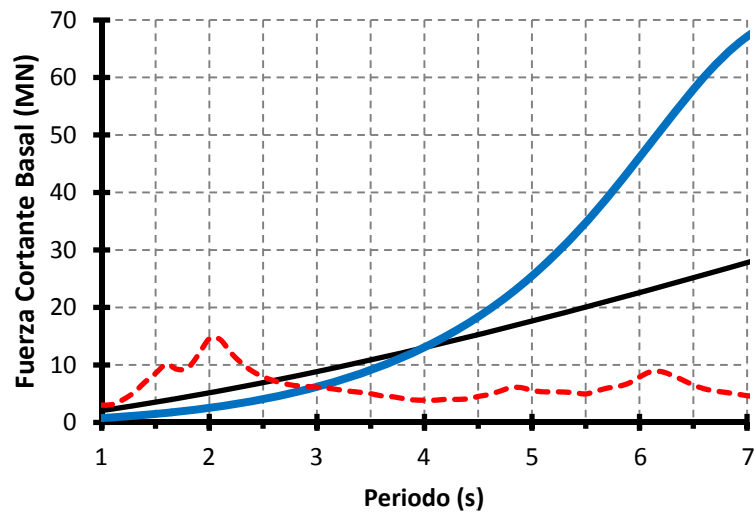
Figura 5.1.6 Variación de las aceleraciones en dirección longitudinal y transversal para categoría IV por viento y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 0$.

En la figura 5.1.6 se observa que, las aceleraciones producidas por el sismo de servicio son mayores que las obtenidas por el viento en las direcciones longitudinal y transversal.

En la figura 5.1.7 se muestra la variación de la fuerza cortante con respecto a la altura y al periodo de vibración de los edificios, para la categoría de terreno II, y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 30$.



a) Variación del cortante basal con la altura del edificio



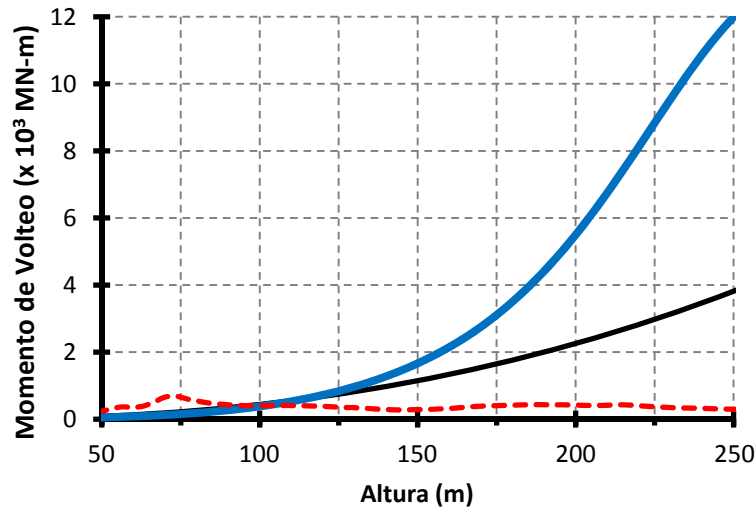
b) Variación del cortante basal con el periodo fundamental del edificio

— Long C-II — Trans C-II - - - Sismo de servicio

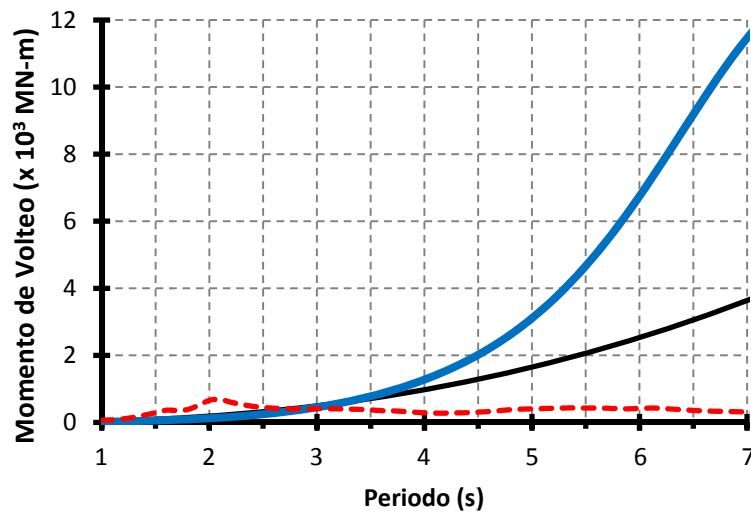
Figura 5.1.7 Variación del cortante basal en dirección longitudinal y transversal para categoría II por viento y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 30$.

De los resultados mostrados en la figura 5.1.7 se observa que, el cortante basal producido por el viento en la dirección longitudinal es mayor que el producido por el sismo de servicio cuando la altura es mayor que 91 m y a partir de 2.6 segundos de periodo del edificio y la dirección transversal es mayor a partir de una altura de 105 m y de 3 segundos de periodo.

En la figura 5.1.8 se muestra la variación del momento de volteo con respecto a la altura y al periodo de vibración de los edificios, para la categoría de terreno II y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 30$.



a) Variación del momento de volteo con la altura del edificio



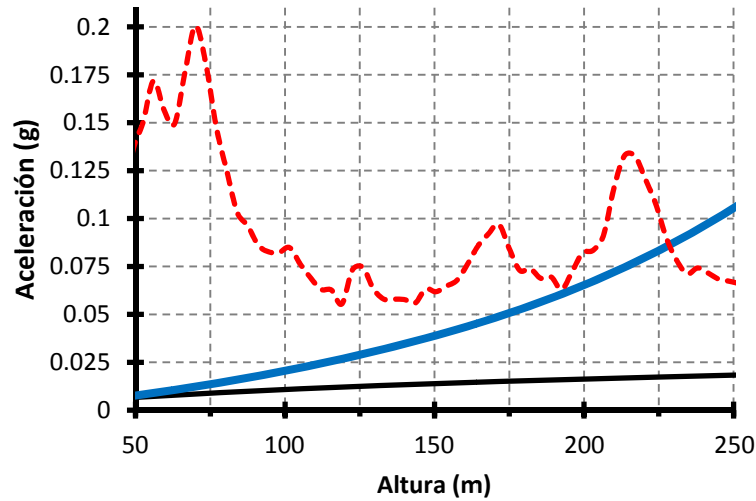
b) Variación del momento de volteo con el periodo fundamental del edificio

— Long C-II — Trans C-II - - - Sismo de servicio

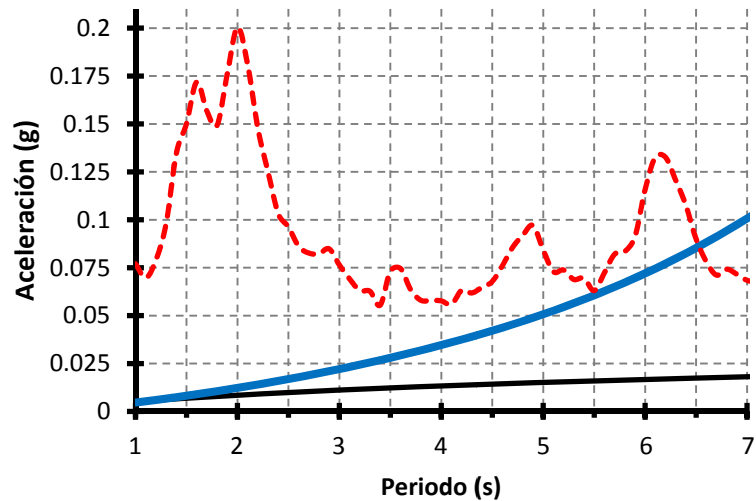
Figura 5.1.8 Variación del momento de volteo en dirección longitudinal y transversal para categoría II por viento, y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 30$.

En la figura 5.1.8 se observa que, para la dirección longitudinal al viento el momento de volteo es mayor que el producido por el sismo de servicio cuando la altura es mayor que 98m y a partir de 2.8 segundos de periodo del edificio y para la dirección transversal a partir de una altura de 105m y de 3 segundos de periodo.

En la figura 5.1.9 se muestra la variación de las aceleraciones con respecto a la altura y al periodo de vibración de los edificios, para la categoría de terreno II y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 30$.



a) Variación de las aceleraciones con la altura del edificio



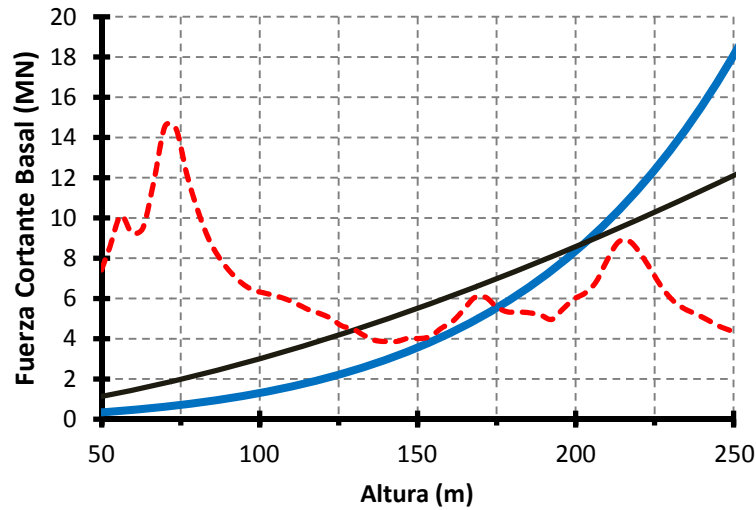
b) Variación de las aceleraciones con el periodo fundamental del edificio

— Long C-II — Trans C-II - - - Sismo de servicio

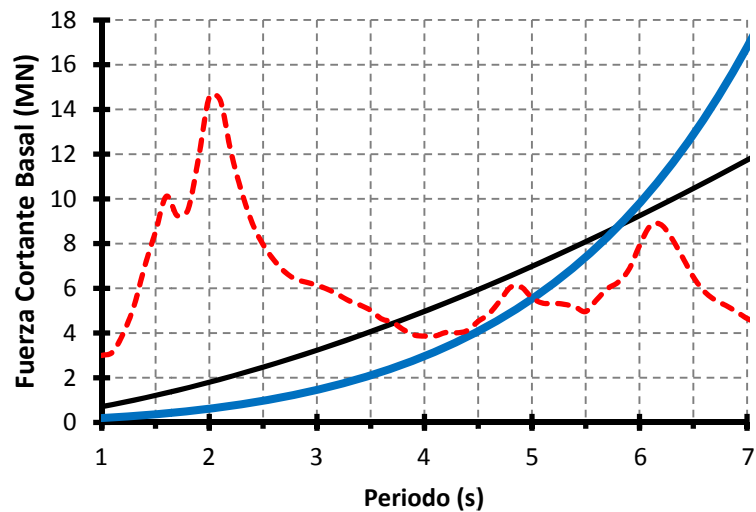
Figura 5.1.9 Variación de las aceleraciones en dirección longitudinal y transversal para categoría II por viento y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 30$.

En la figura 5.1.9 se observa que, la aceleración producida por el viento en dirección transversal es mayor que la producida por el sismo de servicio cuando la altura es mayor que 231 m y a partir de 6.6 segundos de periodo del edificio.

En la figura 5.1.10 se muestra la variación de la fuerza cortante con respecto a la altura y al periodo de vibración de los edificios, para la categoría de terreno IV y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 30$.



a) Variación del cortante basal con la altura del edificio



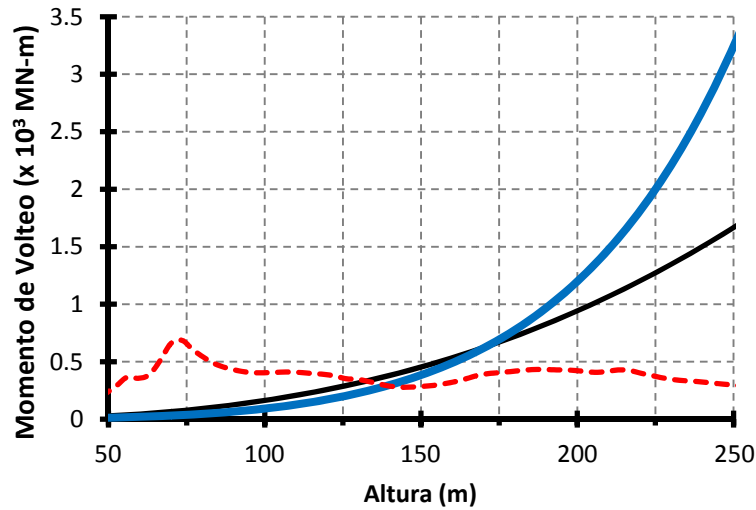
b) Variación del cortante basal con el periodo fundamental del edificio

— Long C-IV — Trans C-IV - - - Sismo de servicio

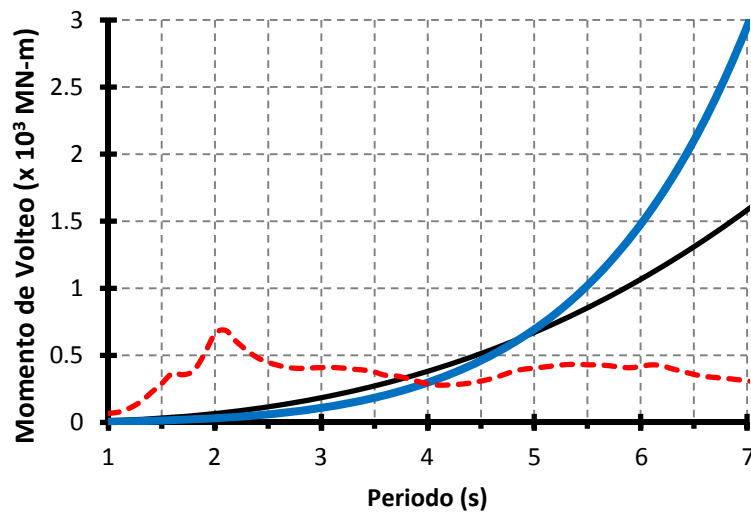
Figura 5.1.10 Variación del cortante basal en dirección longitudinal y transversal para categoría IV por viento y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 30$.

De acuerdo a la figura 5.1.10 se observa que, el cortante basal producido por el viento en la dirección longitudinal es mayor que el producido por el sismo de servicio cuando la altura es mayor que 133m y a partir de 3.8 segundos de periodo del edificio y la dirección transversal es mayor a partir de una altura de 178.5m y de 5.1 segundos de periodo.

En la figura 5.1.11 se muestra la variación del momento de volteo con respecto a la altura y al periodo de vibración de los edificios, para la categoría de terreno IV y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 30$.



a) Variación del momento de volteo con la altura del edificio



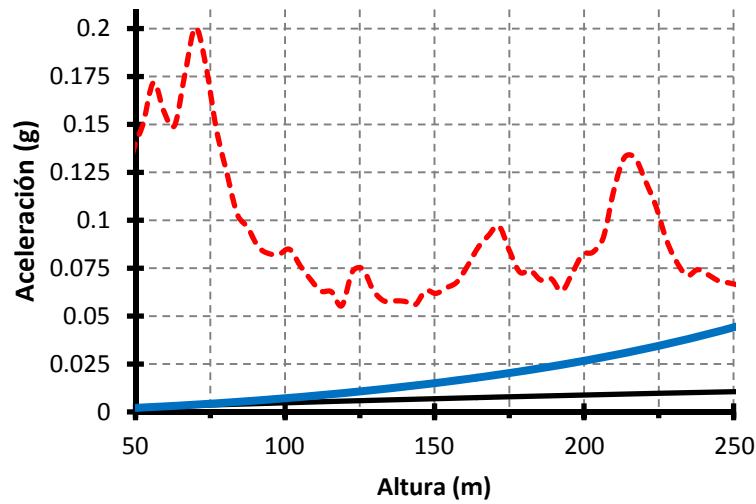
b) Variación del momento de volteo con el periodo fundamental del edificio

— Long C-IV — Trans C-IV - - - Sismo de servicio

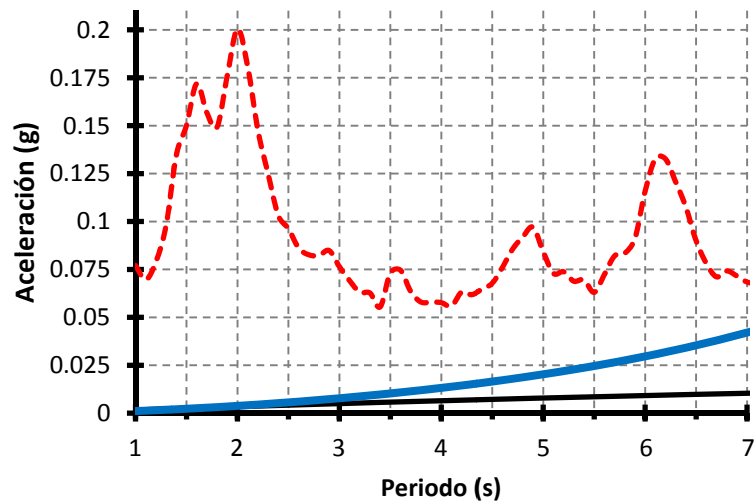
Figura 5.1.11 Variación del momento de volteo en dirección longitudinal y transversal para categoría IV por viento y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 30$.

En la figura 5.1.11 se observa que, para la dirección longitudinal al viento el momento de volteo es mayor que el producido por el sismo de servicio cuando la altura es mayor que 133m y a partir de 3.8 segundos de periodo del edificio y para la dirección transversal a partir de una altura de 140m y de 4 segundos de periodo.

En la figura 5.1.12 se muestra la variación de las aceleraciones con respecto a la altura y al periodo de vibración de los edificios, para la categoría de terreno IV y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 30$.



a) Variación de las aceleraciones con la altura del edificio



b) Variación de las aceleraciones con el periodo fundamental del edificio

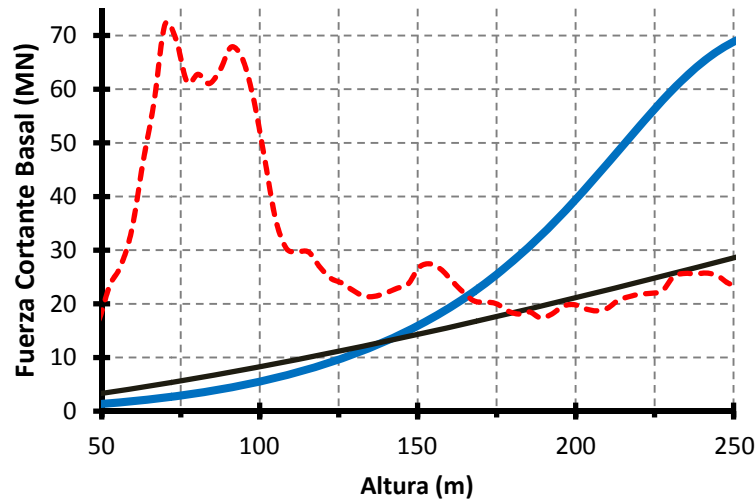
— Long C-IV — Trans C-IV - - - Sismo de servicio

Figura 5.1.12 Variación de las aceleraciones en dirección longitudinal y transversal para categoría IV por viento y el sismo de servicio con $\alpha_0 = 30$.

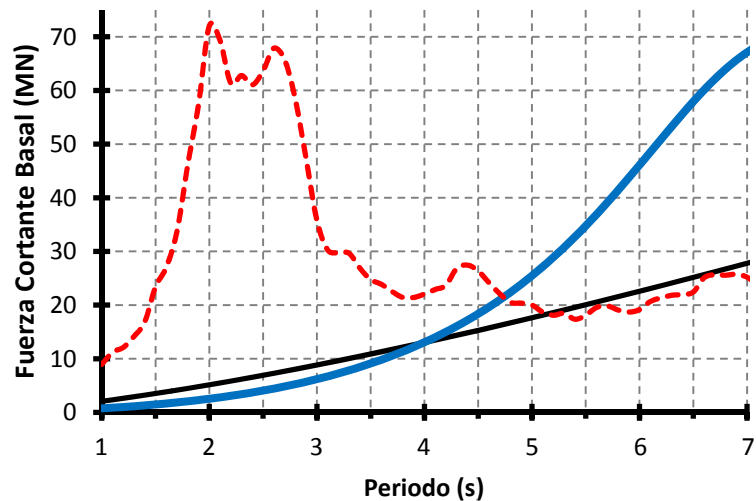
En la figura 5.1.12 se observa que, las aceleraciones producidas por el sismo de servicio son mayores que las obtenidas por el viento en las direcciones longitudinal y transversal.

COMPARACIÓN DE RESULTADOS CON EL SISMO DE COLAPSO

En la figura 5.1.13 se muestra la variación de la fuerza cortante con respecto a la altura y al periodo de vibración de los edificios, para la categoría de terreno II y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 0$.



a) Variación del cortante basal con la altura del edificio



b) Variación del cortante basal con el periodo fundamental del edificio

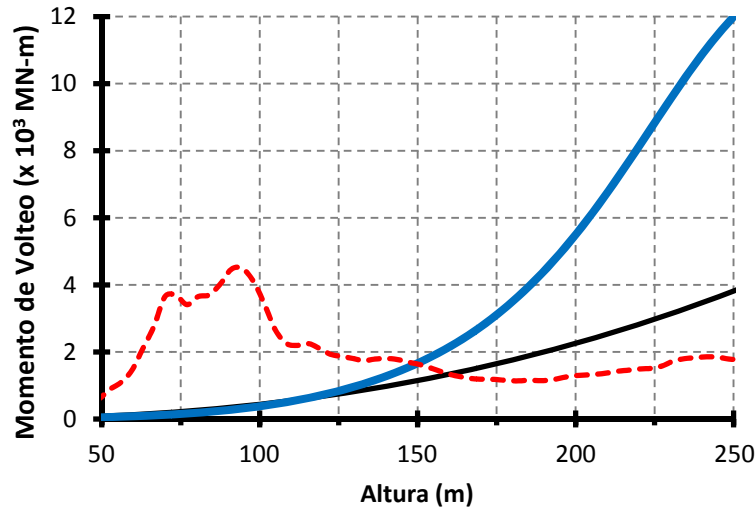
— Long C-II — Trans C-II - - - Sismo de colapso

Figura 5.1.13 Variación del cortante basal en dirección longitudinal y transversal para categoría II por viento, y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 0$.

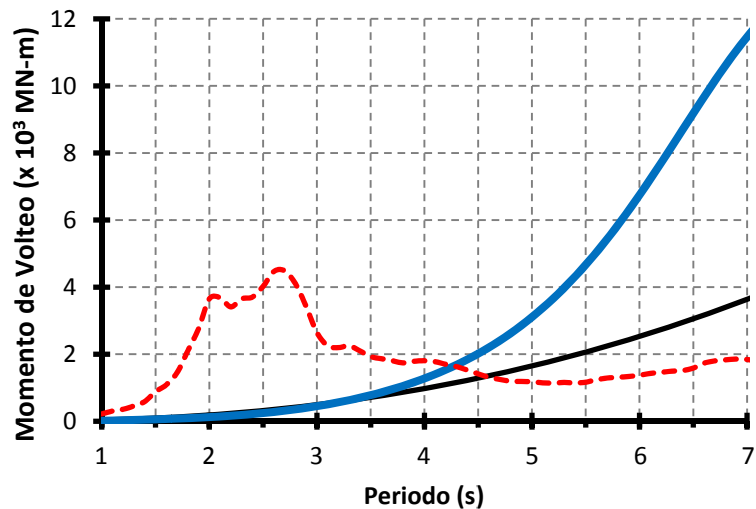
De acuerdo a la figura 5.1.13 se observa que, el cortante basal producido por el viento en la dirección longitudinal es mayor que el producido por el sismo de colapso cuando la altura es mayor que 182m y a partir de 5.2 segundos de

periodo del edificio y la dirección transversal es mayor a partir de una altura de 168 m y de 4.8 segundos de periodo.

En la figura 5.1.14 se muestra la variación del momento de volteo con respecto a la altura y al periodo de vibración de los edificios, para la categoría de terreno II y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 0$.



a) Variación del momento de volteo con la altura del edificio



b) Variación del momento de volteo con el periodo fundamental del edificio

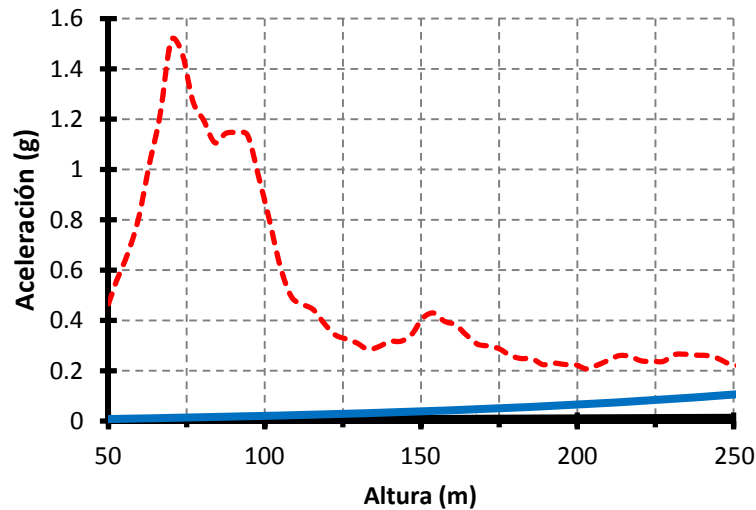
— Long C-II — Trans C-II - - - Sismo de colapso

Figura 5.1.14 Variación del momento de volteo en dirección longitudinal y transversal para categoría II por viento y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 0$.

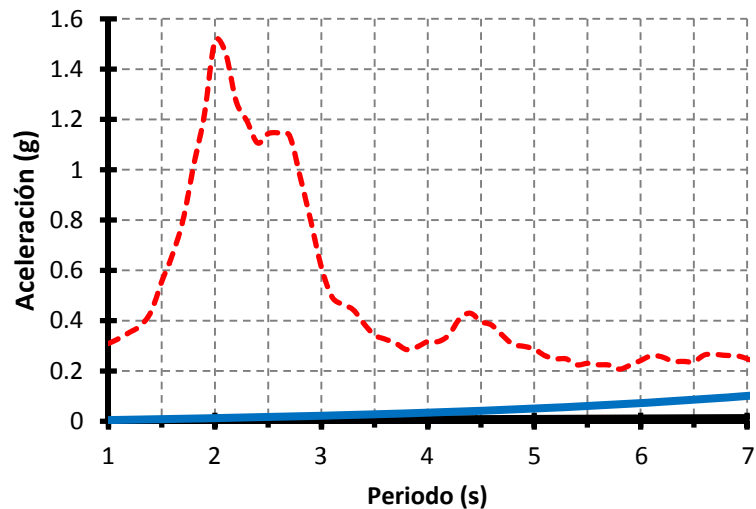
En la figura 5.1.14 se observa que, para la dirección longitudinal al viento el momento de volteo es mayor que el producido por el sismo de colapso cuando la altura es mayor que 161 m y a partir de 4.6 segundos de periodo del edificio y

para la dirección transversal es mayor a partir de una altura de 150.5m y de 4.3 segundos de periodo.

En la figura 5.1.15 se muestra la variación de las aceleraciones con respecto a la altura y al periodo de vibración de los edificios, para la categoría de terreno II y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 0$.



a) Variación de las aceleraciones con la altura del edificio



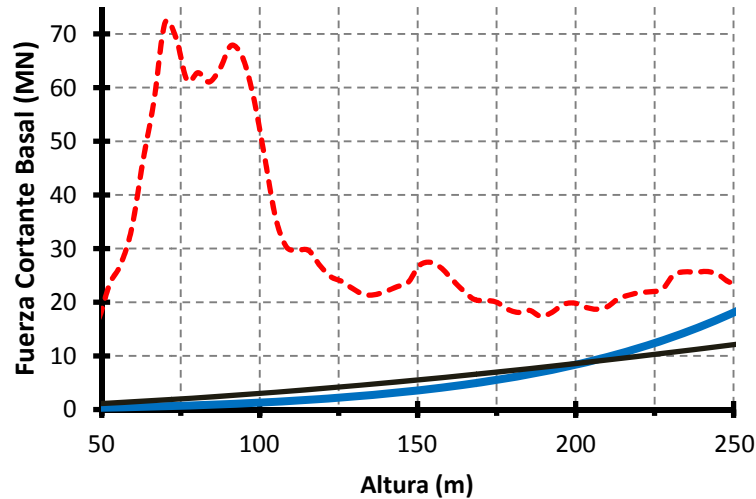
b) Variación de las aceleraciones con el periodo fundamental del edificio

— Long C-II — Trans C-II - - - Sismo de colapso

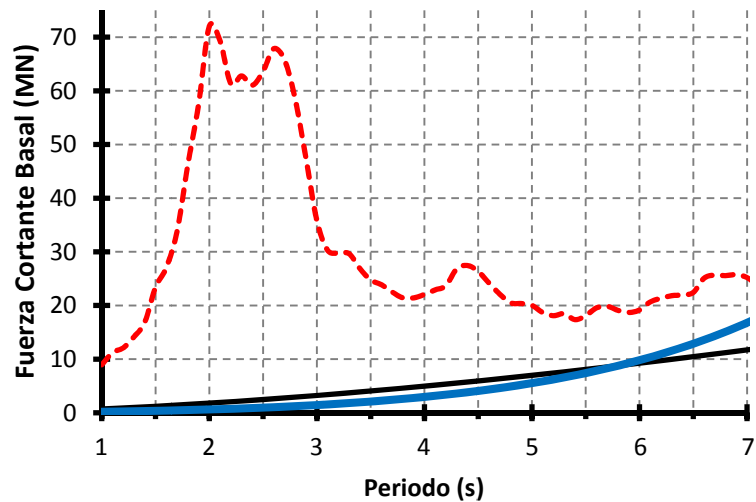
Figura 5.1.15 Variación de las aceleraciones en dirección longitudinal y transversal para categoría II por viento y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 0$.

En la figura 5.1.15 se observa que, las aceleraciones producidas por el sismo de colapso son mayores que las obtenidas por el viento en las direcciones longitudinal y transversal.

En la figura 5.1.16 se muestra la variación de la fuerza cortante con respecto a la altura y al periodo de vibración de los edificios, para la categoría de terreno IV y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 0$.



a) Variación del cortante basal con la altura del edificio



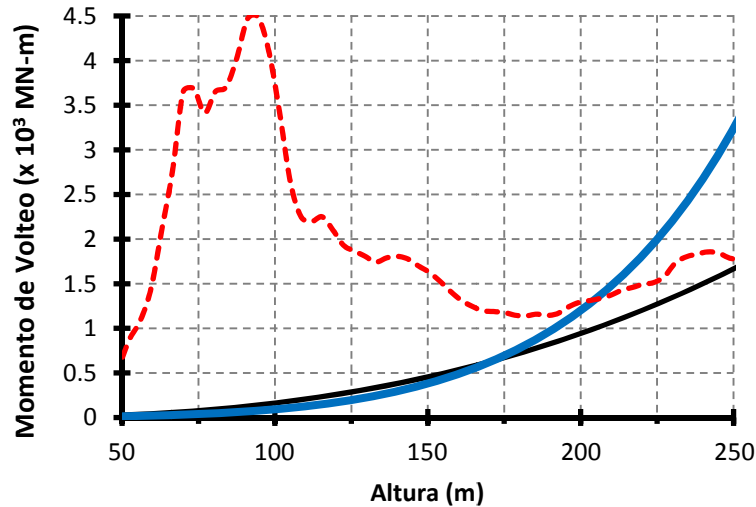
b) Variación del cortante basal con el periodo fundamental del edificio

— Long C-IV — Trans C-IV - - - Sismo de colapso

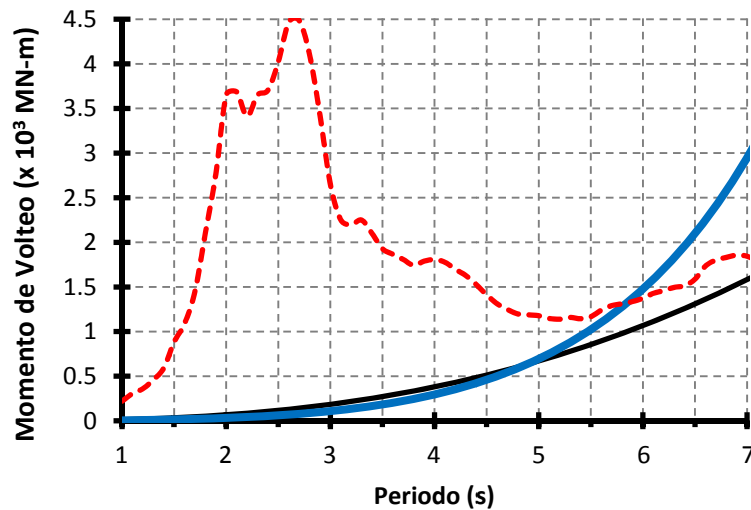
Figura 5.1.16 Variación del cortante basal en dirección longitudinal y transversal para categoría IV por viento, y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 0$.

En la figura 5.1.16 se observa que, el cortante basal producido por el sismo de colapso es mayor que el obtenido por el viento en las direcciones longitudinal y transversal.

En la figura 5.1.17 se muestra la variación del momento de volteo con respecto a la altura y al periodo de vibración de los edificios, para la categoría de terreno IV y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 0$.



a) Variación del momento de volteo con la altura del edificio



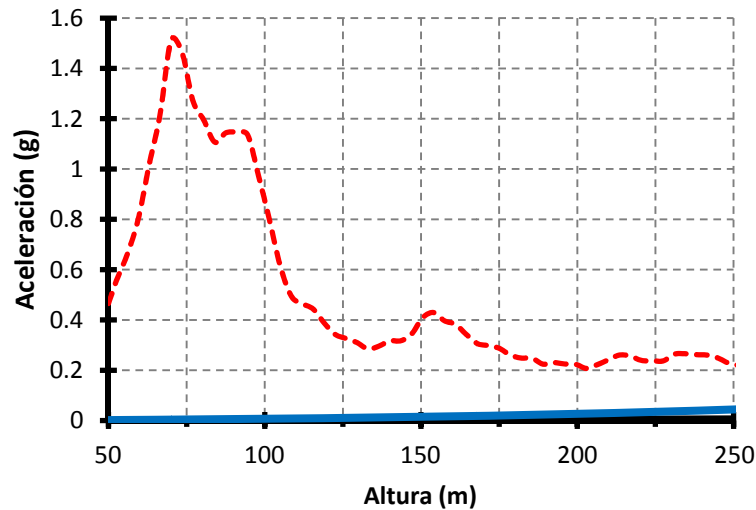
b) Variación del momento de volteo con el periodo fundamental del edificio

— Long C-IV — Trans C-IV - - - Sismo de colapso

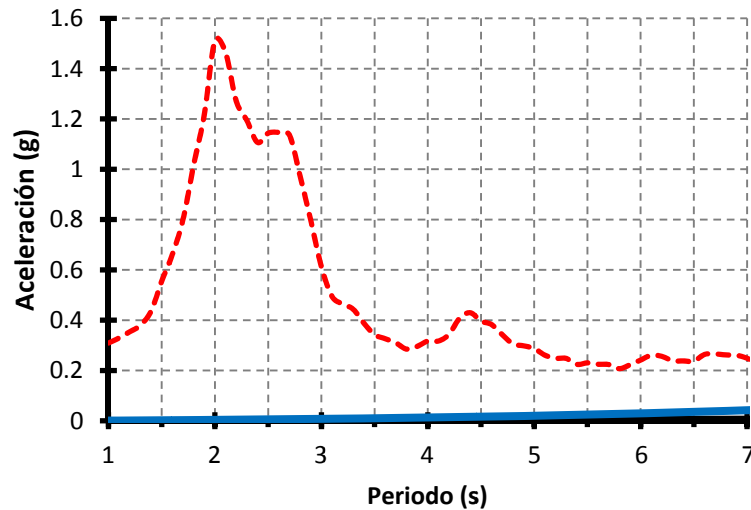
Figura 5.1.17 Variación del momento de volteo en dirección longitudinal y transversal para categoría IV por viento y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 0$.

En la figura 5.1.17 se observa que, el momento producido por el viento en dirección transversal es mayor que la producida por el sismo de colapso cuando la altura es mayor que 206.5m y a partir de 5.9 segundos de periodo del edificio.

En la figura 5.1.18 se muestra la variación de las aceleraciones con respecto a la altura y al periodo de vibración de los edificios, para la categoría de terreno IV y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 0$.



a) Variación de las aceleraciones con la altura del edificio



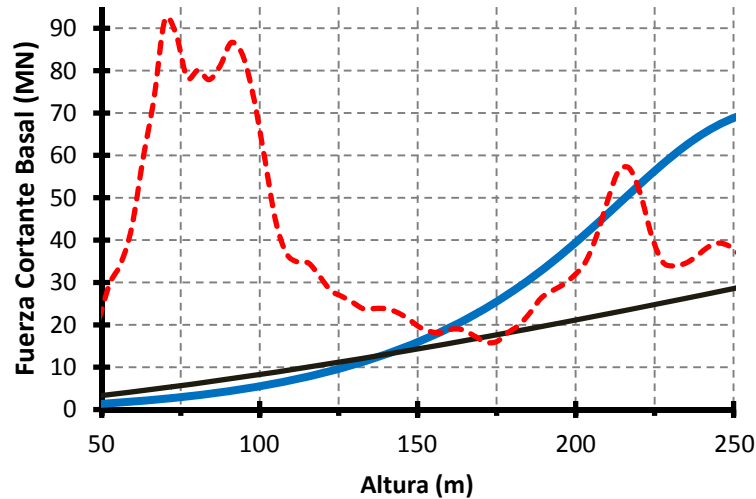
b) Variación de las aceleraciones con el periodo fundamental del edificio

— Long C-IV — Trans C-IV - - - Sismo de colapso

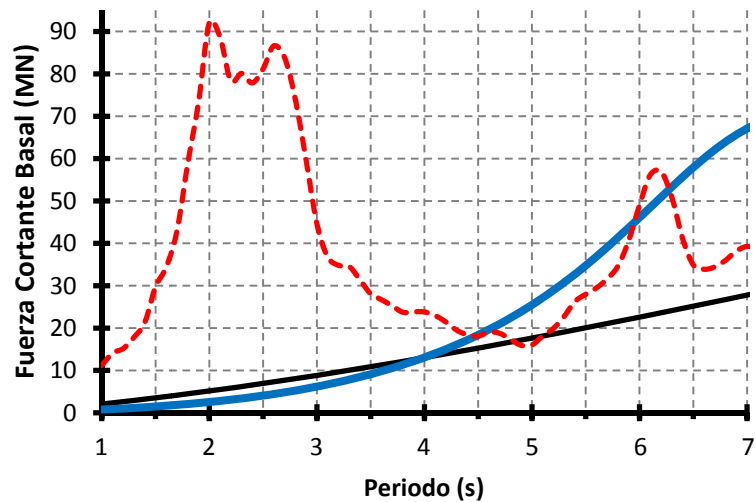
Figura 5.1.18 Variación de las aceleraciones en dirección longitudinal y transversal para categoría IV por viento y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 0$.

En la figura 5.1.18 se observa que, las aceleraciones producidas por el sismo de colapso son mayores que las obtenidas por el viento en las direcciones longitudinal y transversal.

En la figura 5.1.19 se muestra la variación de la fuerza cortante con respecto a la altura y al periodo de vibración de los edificios, para la categoría de terreno II y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 30$.



a) Variación del cortante basal con la altura del edificio



b) Variación del cortante basal con el periodo fundamental del edificio

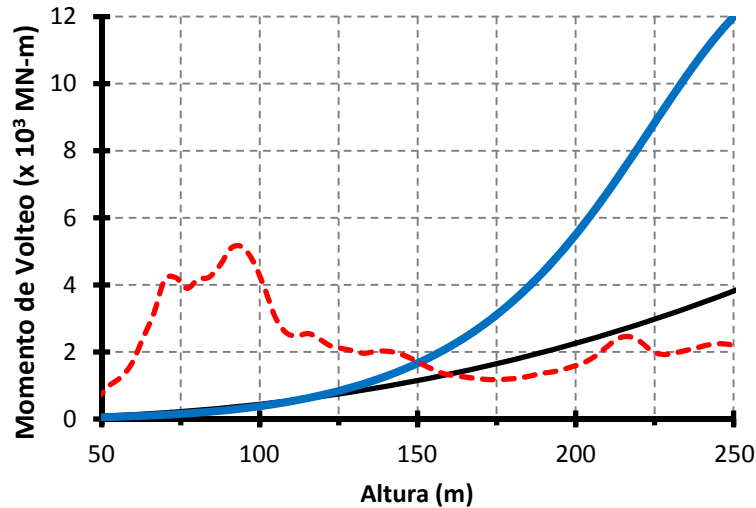
— Long C-II — Trans C-II - - - Sismo de colapso

Figura 5.1.19 Variación del cortante basal en dirección longitudinal y transversal para categoría II por viento, y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 30$.

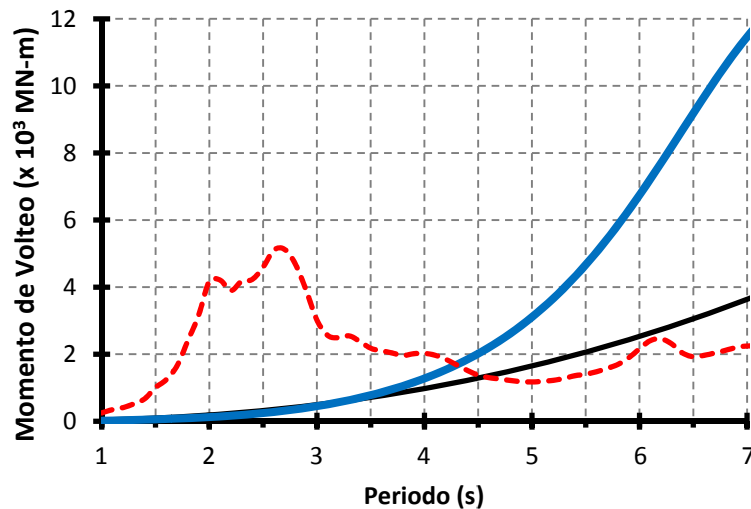
De la figura 5.1.19 se observa que, el cortante basal producido por el viento en la dirección longitudinal es mayor que el producido por el sismo de colapso en el rango de 171.5m a 178.5m de altura y de 4.9 segundo a 5.1 segundos de periodo. En la dirección transversal, los resultados son mayores en el rango de 157.5m a 206.5m y para alturas mayores que 220.5m, con respecto a

los periodos los resultados son mayores en el rango de 4.5 a 5.9 segundos y para periodos mayores que 6.3 segundos.

En la figura 5.1.20 se muestra la variación del momento de volteo con respecto a la altura y al periodo de vibración de los edificios, para la categoría de terreno II y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 30$.



a) Variación del momento de volteo con la altura del edificio



b) Variación del momento de volteo con el periodo fundamental del edificio

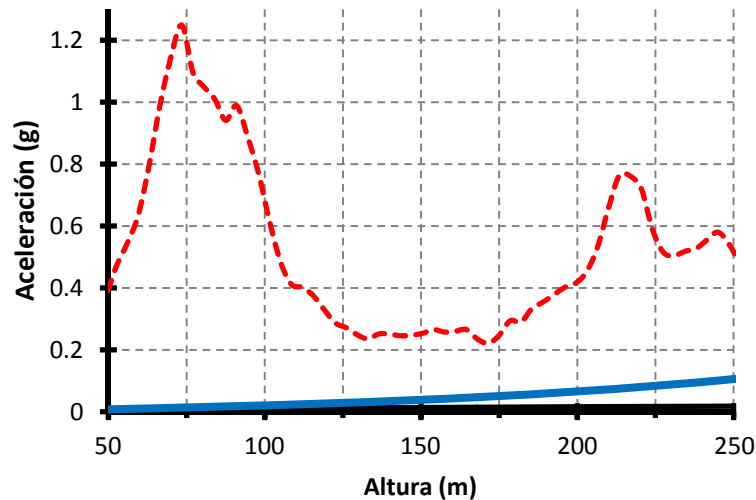
— Long C-II — Trans C-II - - - Sismo de colapso

Figura 5.1.20 Variación del momento de volteo en dirección longitudinal y transversal para categoría II por viento y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 30$.

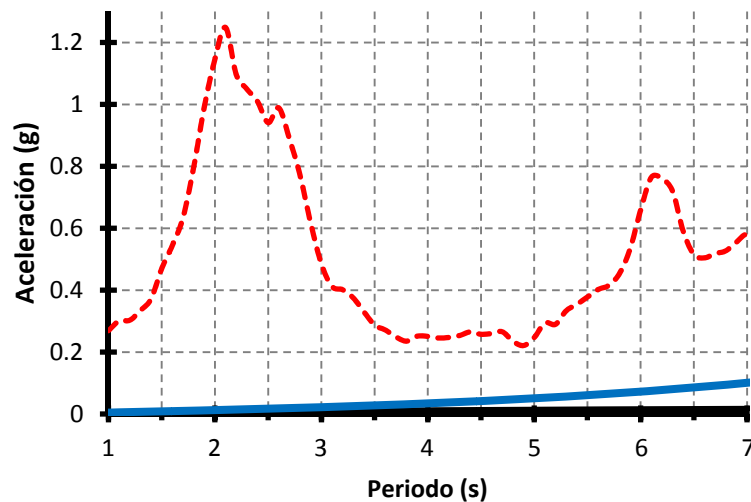
En la figura 5.1.20 se observa que, en la dirección longitudinal al viento el momento de volteo es mayor que el producido por el sismo de colapso cuando la

altura es mayor que 161m y a partir de 4.6 segundos de periodo del edificio y para la dirección transversal es mayor a partir de una altura de 150.5m y de 4.3 segundos de periodo.

En la figura 5.1.21 se muestra la variación de las aceleraciones con respecto a la altura y al periodo de vibración de los edificios, para la categoría de terreno II y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 30$.



a) Variación de las aceleraciones con la altura del edificio



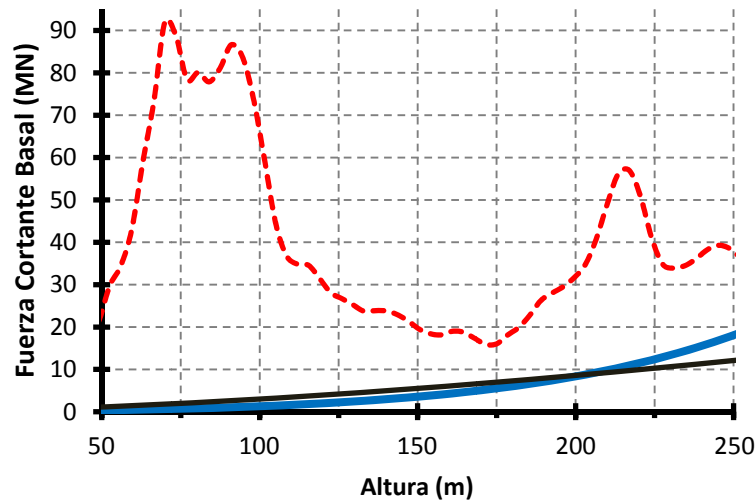
b) Variación de las aceleraciones con el periodo fundamental del edificio

— Long C-II — Trans C-II - - - Sismo de colapso

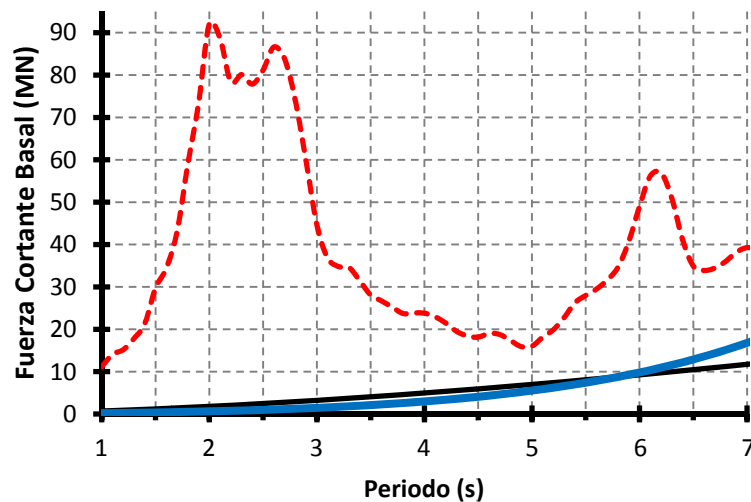
Figura 5.1.21 Variación de las aceleraciones en dirección longitudinal y transversal para categoría II por viento y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 30$.

En la figura 5.1.21 se observa que, las aceleraciones producidas por el sismo de colapso son mayores que las obtenidas por el viento en las direcciones longitudinal y transversal.

En la figura 5.1.22 se muestra la variación de la fuerza cortante con respecto a la altura y al periodo de vibración de los edificios, para la categoría de terreno IV y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 30$.



a) Variación del cortante basal con la altura del edificio



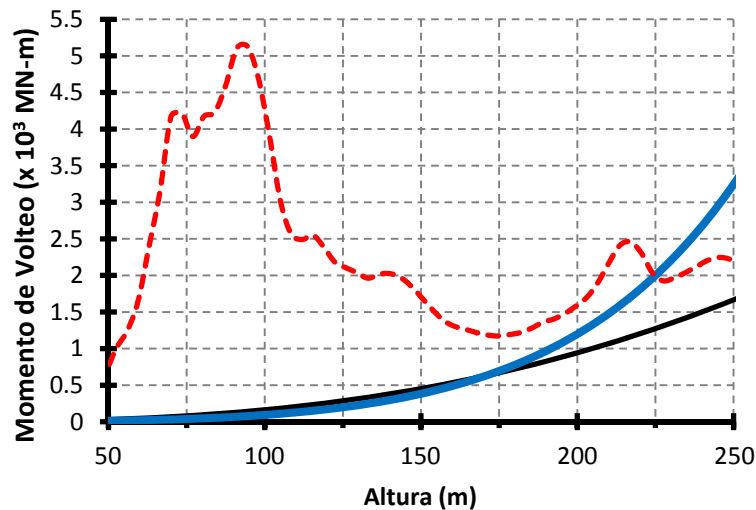
b) Variación del cortante basal con el periodo fundamental del edificio

— Long C-IV — Trans C-IV - - - Sismo de colapso

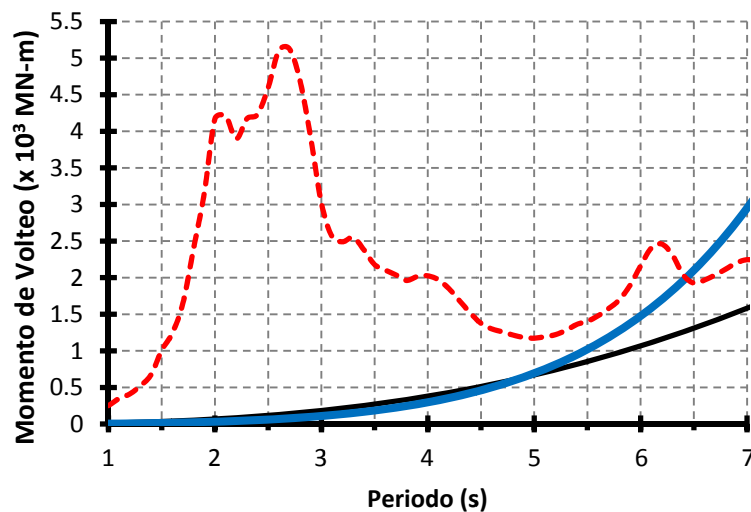
Figura 5.1.22 Variación del cortante basal en dirección longitudinal y transversal para categoría IV por viento, y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 30$.

De acuerdo a los resultados mostrados en la figura 5.1.22 se observa que, el cortante basal producido por el sismo de colapso es mayor que el obtenido por el viento en las direcciones longitudinal y transversal.

En la figura 5.1.23 se muestra la variación del momento de volteo con respecto a la altura y al periodo de vibración de los edificios, para la categoría de terreno IV y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 30$.



a) Variación del momento de volteo con la altura del edificio



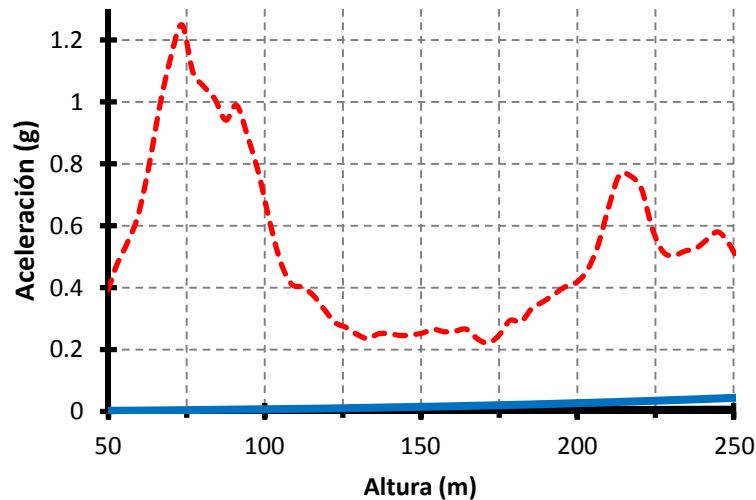
b) Variación del momento de volteo con el periodo fundamental del edificio

— Long C-IV — Trans C-IV - - - Sismo de colapso

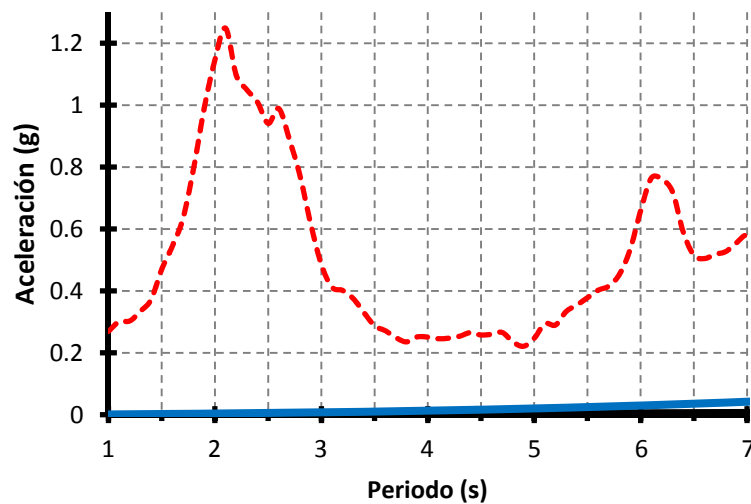
Figura 5.1.23 Variación del momento de volteo en dirección longitudinal y transversal para categoría IV por viento y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 30$.

En la figura 5.1.23 se observa que, el momento de volteo producido por el viento en dirección transversal es mayor que la producida por el sismo de colapso cuando la altura es mayor que 225m y a partir de 6.4 segundos de periodo del edificio.

En la figura 5.1.24 se muestra la variación de las aceleraciones con respecto a la altura y al periodo de vibración de los edificios, para la categoría de terreno IV y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 30$.



a) Variación de las aceleraciones con la altura del edificio



b) Variación de las aceleraciones con el periodo fundamental del edificio

— Long C-IV — Trans C-IV - - - Sismo de colapso

Figura 5.1.24 Variación de las aceleraciones en dirección longitudinal y transversal para categoría IV por viento y el sismo de colapso con $\alpha_0 = 30$.

En la figura 5.1.24 se observa que las aceleraciones producidas por el sismo de colapso son mayores que las obtenidas por el viento en las direcciones longitudinal y transversal.

En el criterio de diseño convencional de edificios altos en general, se contempla que las cargas producidas por el sismo gobiernan el diseño y no las producidas por la acción del viento. Las cargas laterales debidas al viento se incrementan de manera considerable al aumentar la altura de los edificios y llegan a ser mayores a las que se producen con el sismo, de tal manera que, los elementos mecánicos producidos por el viento tanto en dirección longitudinal como transversal al viento tienen mayor relevancia en edificios altos, que los obtenidos con el análisis sísmico.

5.1.2 Comparación de la respuesta máxima sísmica y eólica

Se estudia la respuesta de un edificio modelado como una viga de corte acoplada a una viga de flexión, de sección constante, sometido a la acción sísmica y a la del viento, considerando los valores de $\alpha_0 = 0, 5, 10$ y 30 y sólo los primeros cuatro modos de vibración.

Los datos del edificio son:

Altura del edificio, $H = 182.88m$

Ancho del edificio, $B = 30.48m$

Profundidad del edificio, $D = 30.48m$

Número de niveles considerados, *niveles* = 50

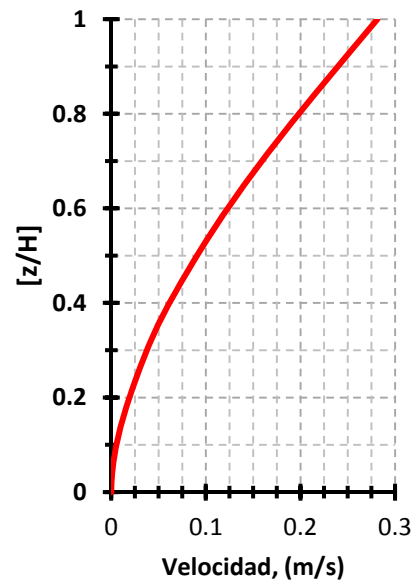
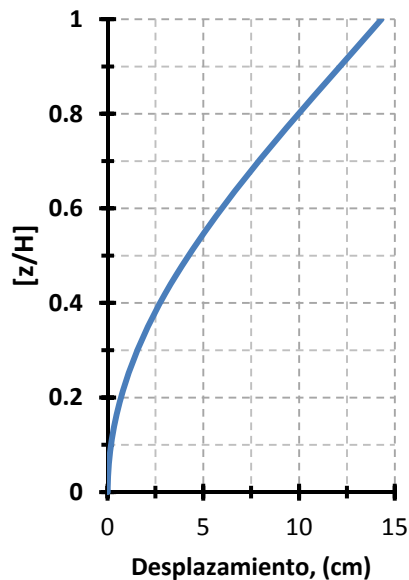
Periodo fundamental de vibrar, $T_1 = 5s$

Densidad del edificio, $\rho_e = 192.03 kg/m^3$

ANÁLISIS SÍSMICO

Para el análisis sísmico se utiliza el registro considerado de servicio y los amortiguamientos asociados al primero y segundo modo, $\xi_1 = 0.05$ y $\xi_2 = 0.02$, respectivamente.

Respuesta para $\alpha_0 = 0$



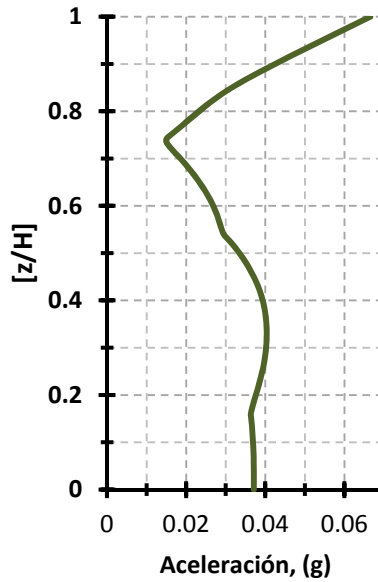


Figura 5.1.25 Respuesta máxima del edificio con el sismo del 30 de septiembre de 1999 (SCT) para $\alpha_0 = 0$.

El desplazamiento máximo obtenido es de **14.3cm**, la velocidad máxima es **0.281 m/s** y la aceleración máxima es **0.066g**. La respuesta máxima se presenta en la altura total del edificio.

Los elementos mecánicos obtenidos son:

Cortante máximo registrado, **4.131 MN**

Cortante máximo por combinación modal, **4.946 MN**

Momento de volteo máximo registrado, **0.284 GN · m**

Momento de volteo máximo por combinación modal, **0.397 GN · m**

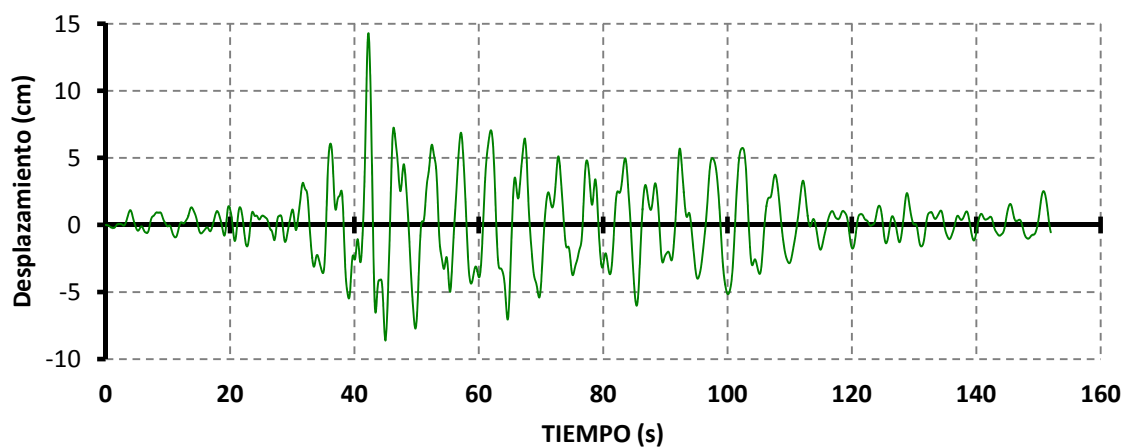


Figura 5.1.26 Respuesta sísmica en el tiempo de desplazamientos correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 0$.

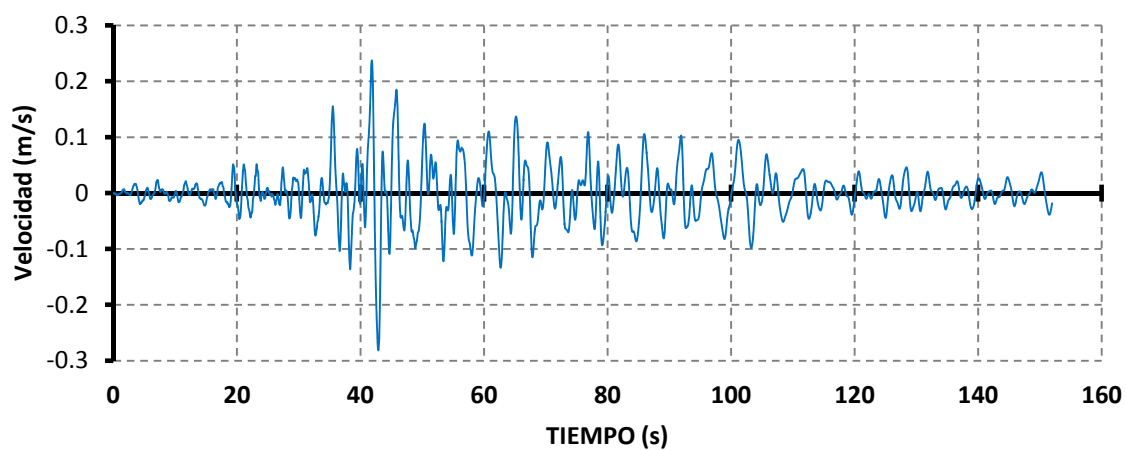


Figura 5.1.27 Respuesta sísmica en el tiempo de velocidades correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 0$.

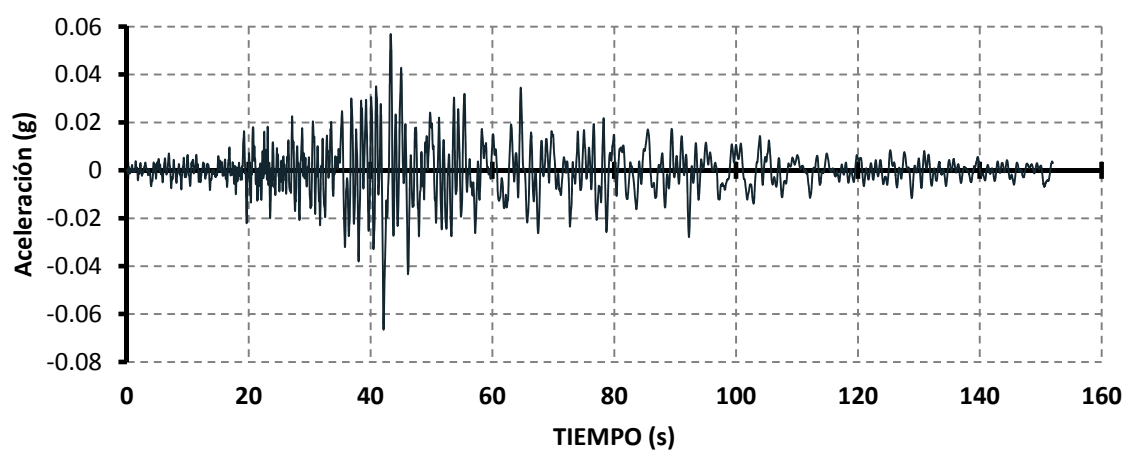


Figura 5.1.28 Respuesta sísmica en el tiempo de aceleraciones correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 0$.

Respuesta para $\alpha_0 = 5$

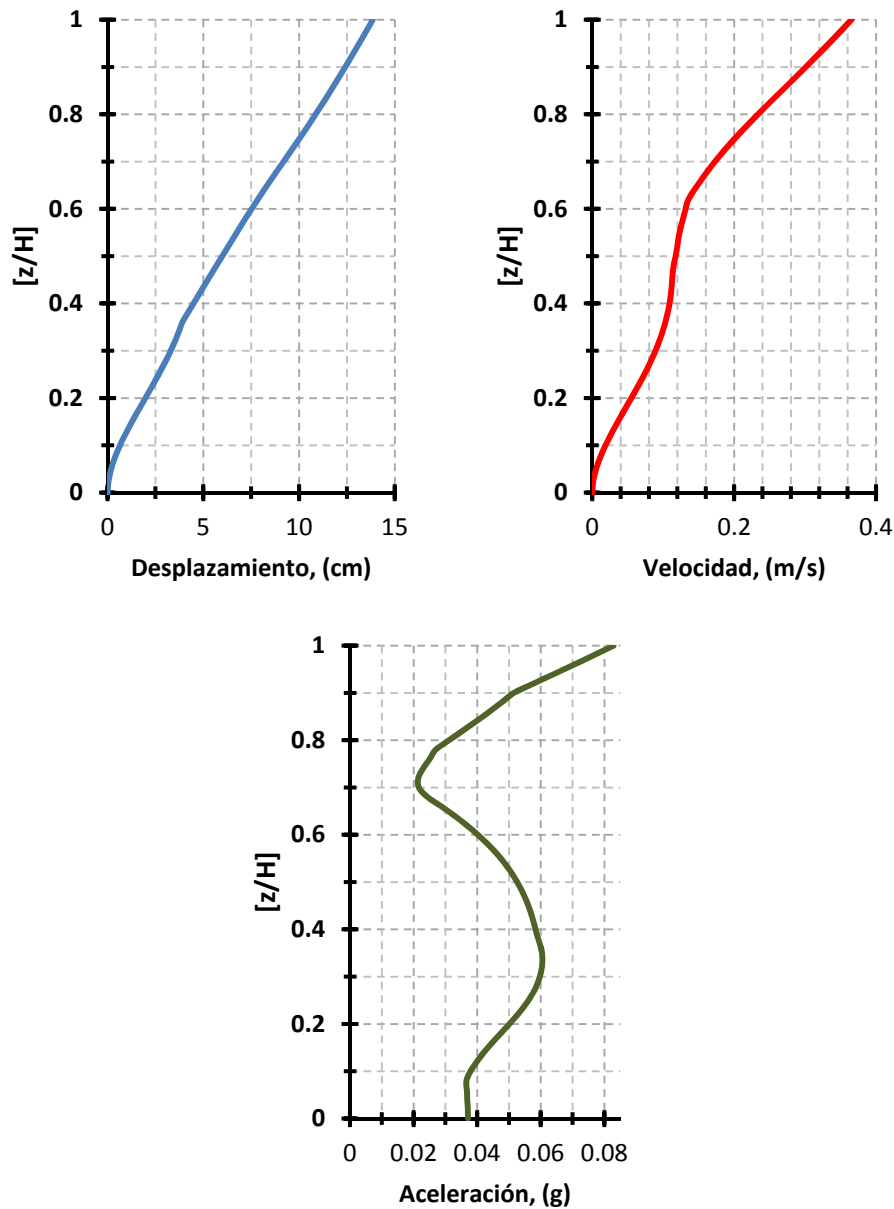


Figura 5.1.29 Respuesta máxima del edificio con el sismo del 30 de septiembre de 1999 (SCT) para $\alpha_0 = 5$.

El desplazamiento máximo obtenido es de **13.84 cm**, la velocidad máxima es **0.365 m/s** y la aceleración máxima es **0.082 g**. La respuesta máxima se presenta en la altura total del edificio.

Los elementos mecánicos obtenidos son:

Cortante máximo registrado, **5.897 MN**

Cortante máximo por combinación modal, **5.512 MN**

Momento de volteo máximo registrado, $0.375 \text{ GN} \cdot \text{m}$

Momento de volteo máximo por combinación modal, $0.399 \text{ GN} \cdot \text{m}$

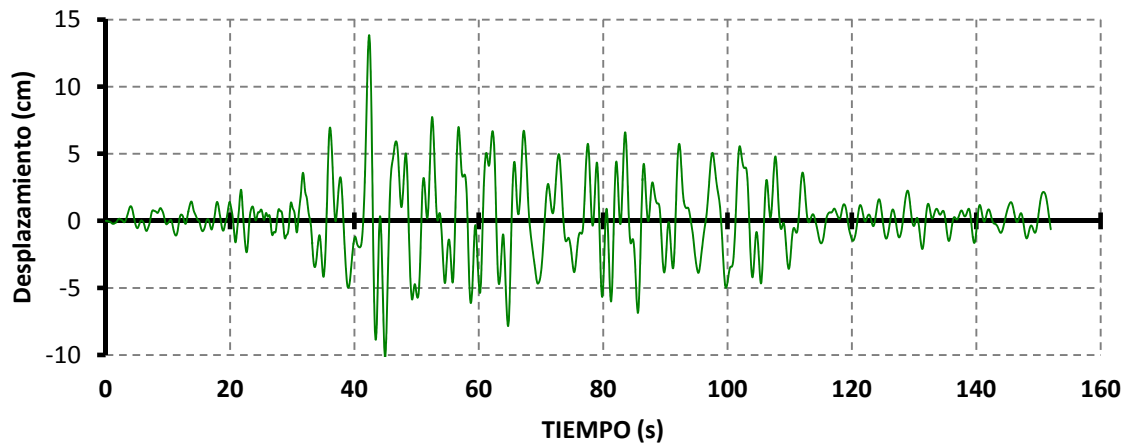


Figura 5.1.30 Respuesta sísmica en el tiempo de desplazamientos correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 5$.

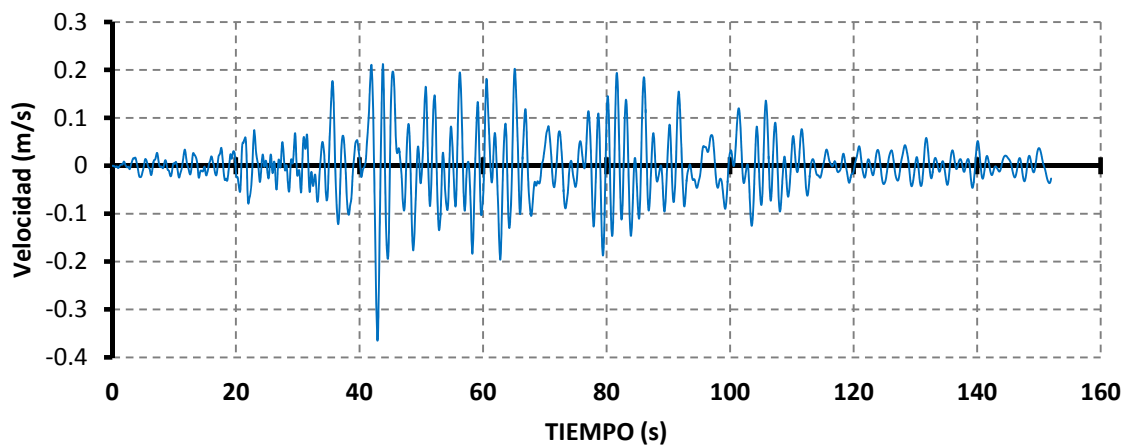


Figura 5.1.31 Respuesta sísmica en el tiempo de velocidades correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 5$.

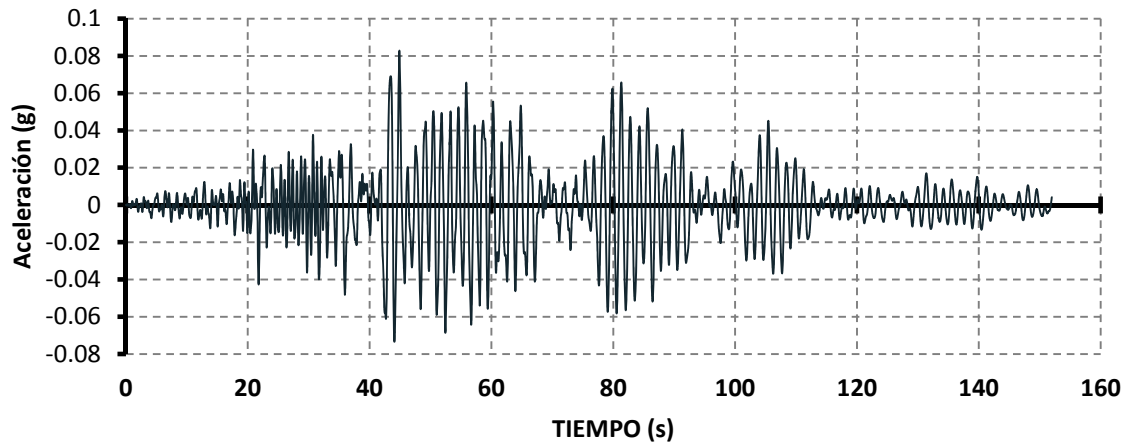
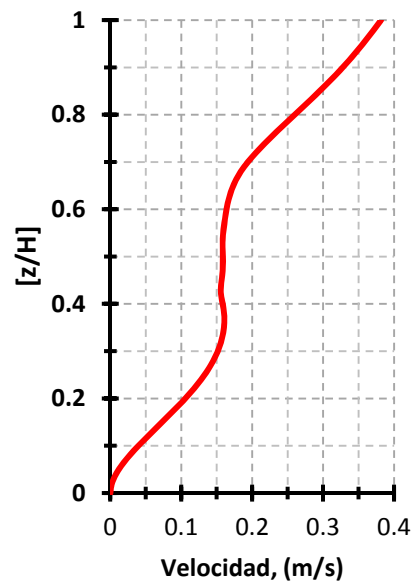
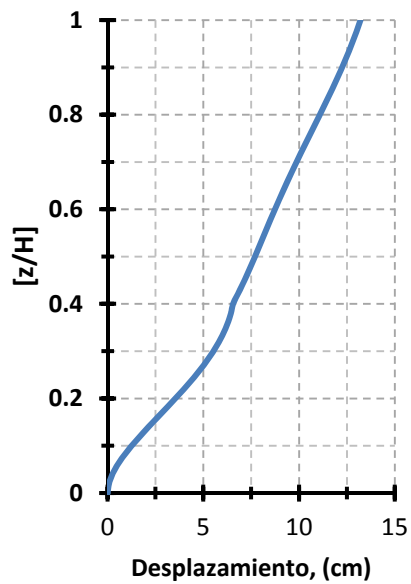


Figura 5.1.32 Respuesta sísmica en el tiempo de aceleraciones correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 5$.

Respuesta para $\alpha_0 = 10$



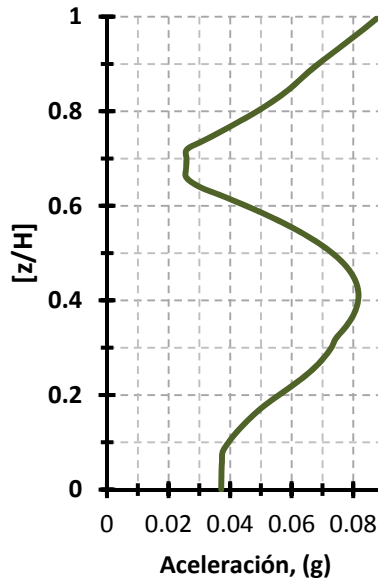


Figura 5.1.33 Respuesta máxima del edificio con el sismo del 30 de septiembre de 1999 (SCT) para $\alpha_0 = 10$.

El desplazamiento máximo obtenido es de **13.2 cm**, la velocidad máxima es **0.381 m/s** y la aceleración máxima es **0.0883 g**. La respuesta máxima se presenta en la altura total del edificio.

Los elementos mecánicos obtenidos son:

Cortante máximo registrado, **6.552 MN**

Cortante máximo por combinación modal, **6.482 MN**

Momento de volteo máximo registrado, **0.402 GN · m**

Momento de volteo máximo por combinación modal, **0.418 GN · m**

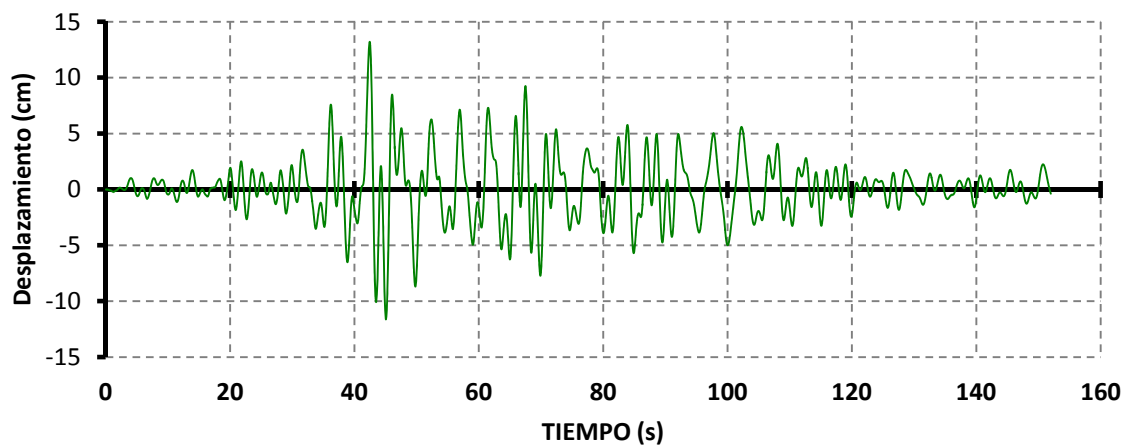


Figura 5.1.34 Respuesta sísmica en el tiempo de desplazamientos correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 10$.

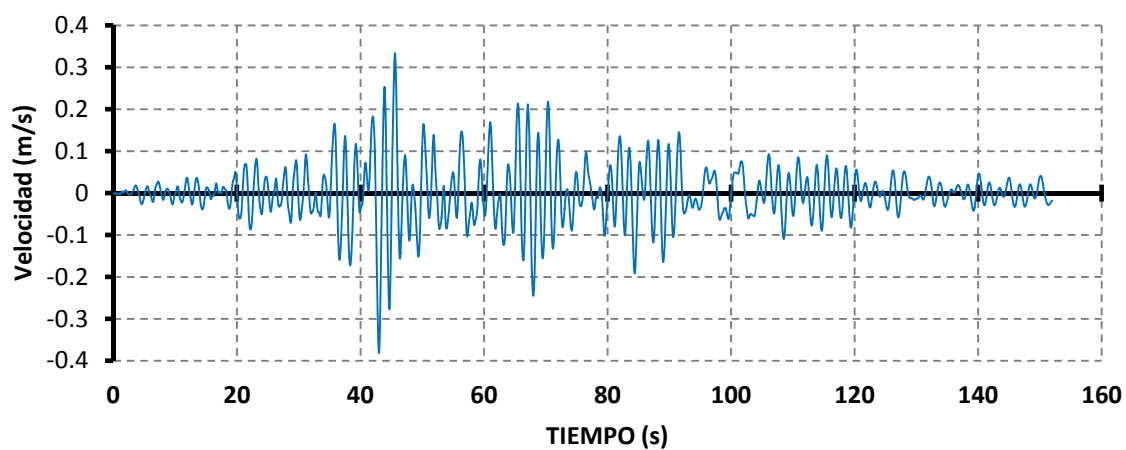


Figura 5.1.35 Respuesta sísmica en el tiempo de velocidades correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 10$.

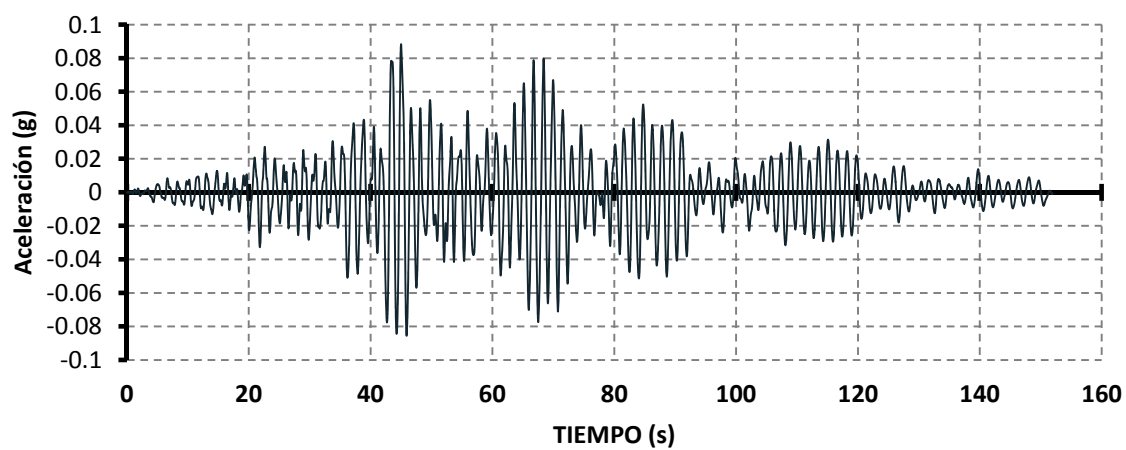


Figura 5.1.36 Respuesta sísmica en el tiempo de aceleraciones correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 10$.

Respuesta para $\alpha_0 = 30$

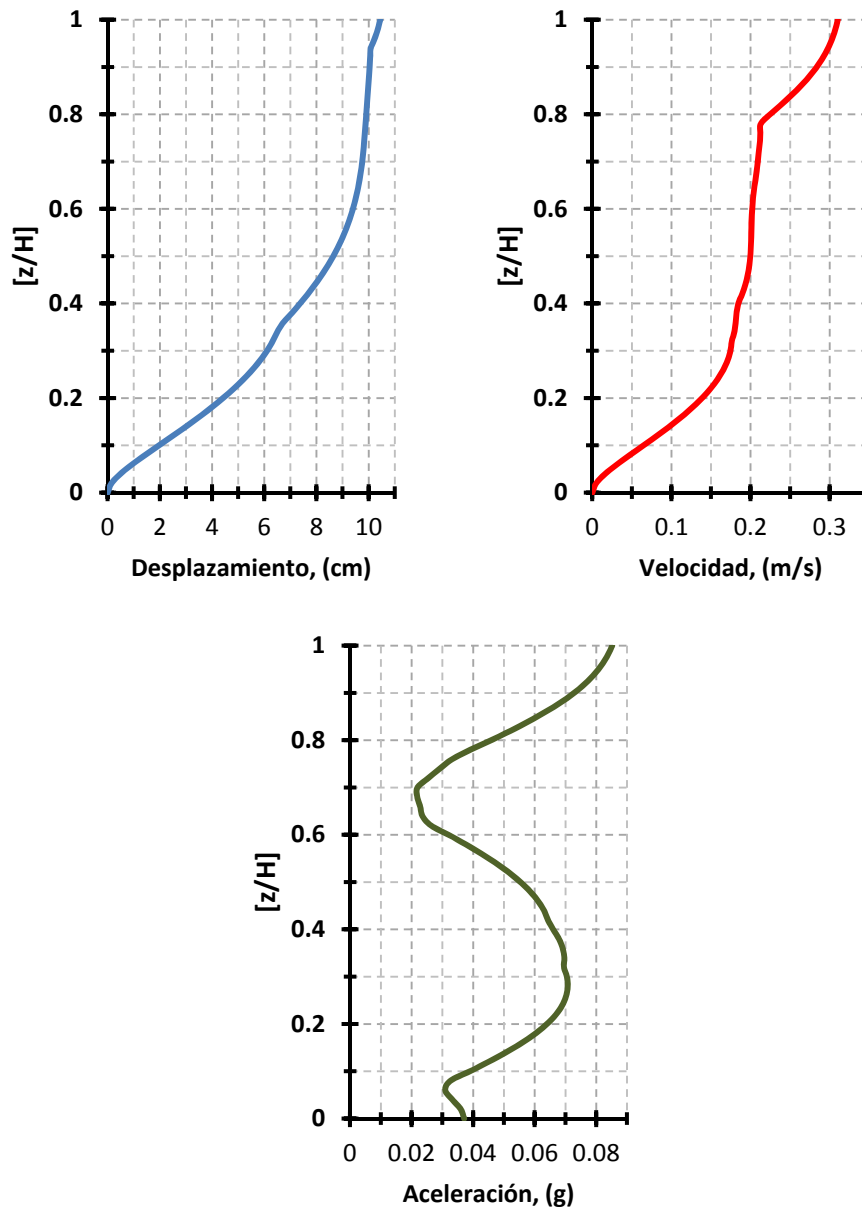


Figura 5.1.37 Respuesta máxima del edificio con el sismo del 30 de septiembre de 1999 (SCT) para $\alpha_0 = 30$.

El desplazamiento máximo obtenido es de **10.44cm**, la velocidad máxima es **0.31 m/s** y la aceleración máxima es **0.0851g**. La respuesta máxima se presenta en la altura total del edificio.

Los elementos mecánicos obtenidos son:

Cortante máximo registrado, **5.836 MN**

Cortante máximo por combinación modal, **5.824 MN**

Momento de volteo máximo registrado, $0.382 \text{ GN} \cdot \text{m}$

Momento de volteo máximo por combinación modal, $0.442 \text{ GN} \cdot \text{m}$

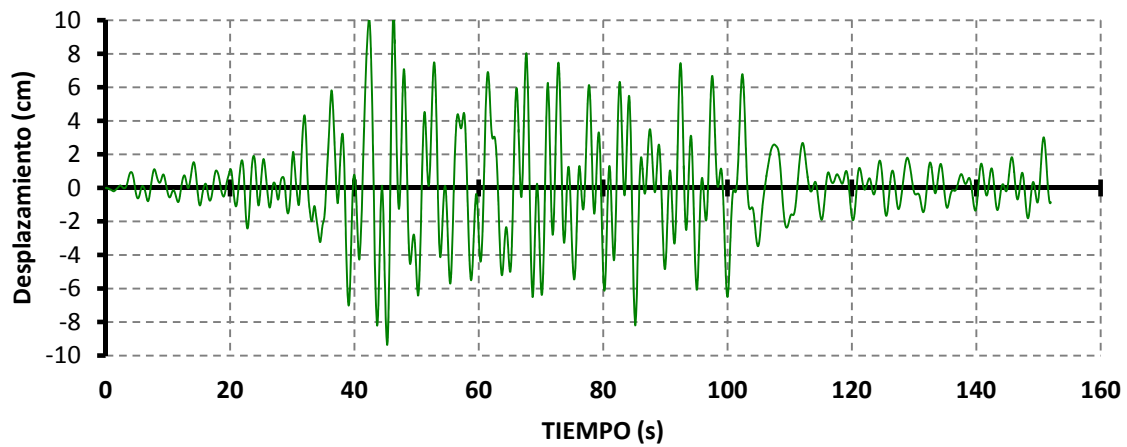


Figura 5.1.38 Respuesta sísmica en el tiempo de desplazamientos correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 30$.

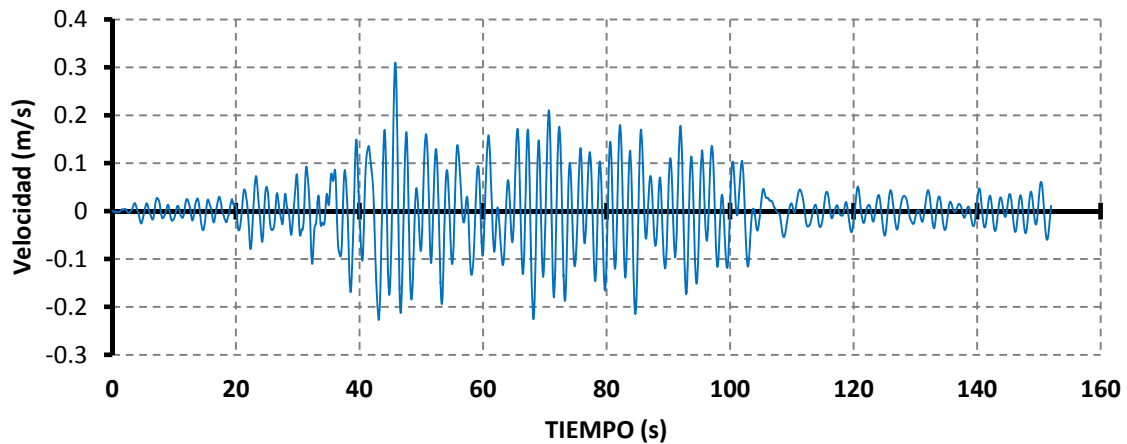


Figura 5.1.39 Respuesta sísmica en el tiempo de velocidades correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 30$.

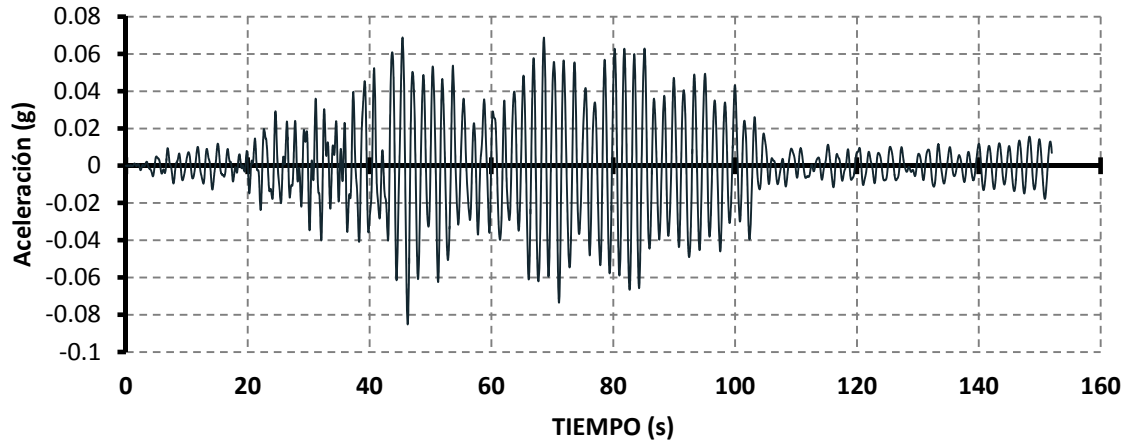
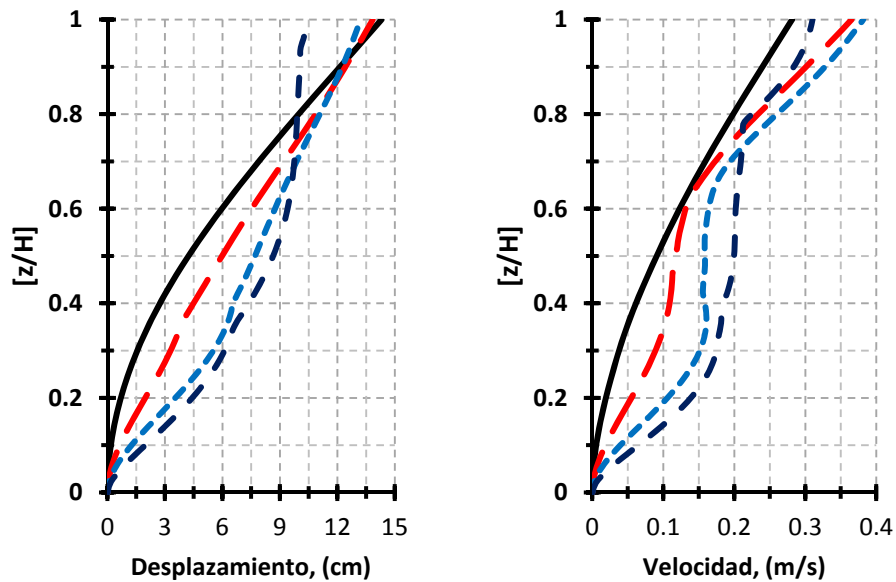


Figura 5.1.40 Respuesta sísmica en el tiempo de aceleraciones correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 30$.

En la figura 5.1.41 se muestra la comparación de las respuestas máximas debidas al sismo para cada uno de los valores utilizados de α_0 .



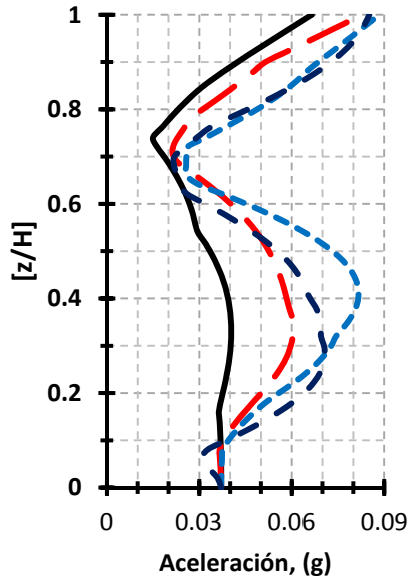


Figura 5.1.41 Comparación de la respuesta máxima sísmica para cada uno de los valores utilizados de α_0 .

De la figura 5.1.41 se observa que el desplazamiento en los niveles superiores es mayor con valores bajos de α_0 y el desplazamiento disminuye al aumentar el valor de α_0 ; en los niveles inferiores del edificio los desplazamientos son mayores al aumentar el valor de α_0 .

Las velocidades obtenidas son menores para $\alpha_0 = 0$. En los niveles menores a la altura adimensional de 0.72, las velocidades máximas se obtienen cuando $\alpha_0 = 30$ y para los niveles mayores de 0.72 las velocidades máximas se obtienen con $\alpha_0 = 10$.

Las aceleraciones mas pequeñas se obtienen con $\alpha_0 = 0$. Las aceleraciones máximas se obtienen para $\alpha_0 = 30$ en las alturas adimensionales de 0.1 a 0.26 y de 0.84 a 0.96; para $\alpha_0 = 10$ se obtienen aceleraciones máximas en las alturas adimensionales de 0.26 a 0.84 y en los últimos niveles.

ANÁLISIS EÓLICO

Para el análisis eólico se utilizan registros de velocidades simuladas para cada uno de los niveles del edificio, en la figura 4.2.1 se muestran las velocidades utilizadas en los niveles 10, 30 y 50; los amortiguamientos asociados al primero y segundo modo, $\xi_1 = 0.01$ y $\xi_2 = 0.005$, respectivamente.

Respuesta para $\alpha_0 = 0$

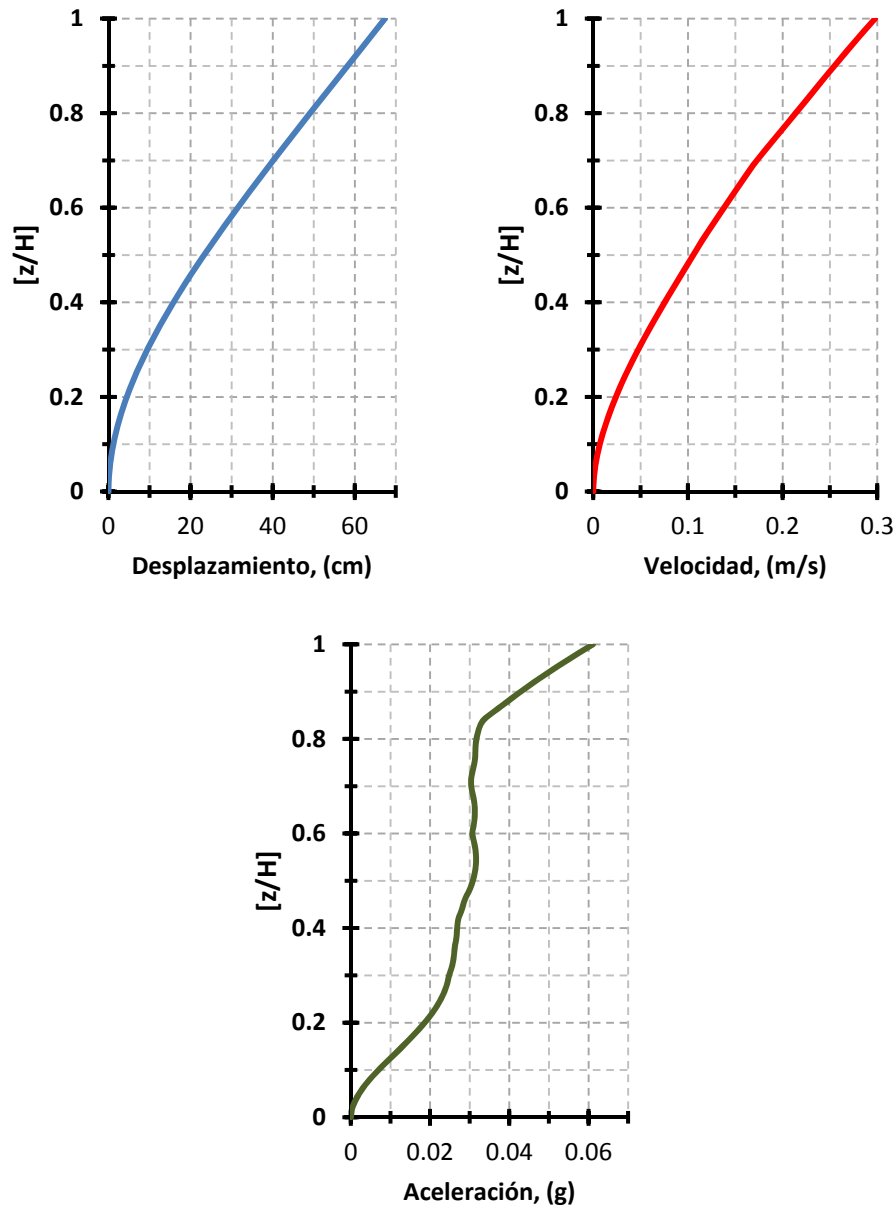


Figura 5.1.42 Respuesta eólica máxima del edificio para $\alpha_0 = 0$.

El desplazamiento máximo obtenido es de **67.34 cm**, la velocidad máxima es **0.297 m/s** y la aceleración máxima es **0.061g**. La respuesta máxima se presenta en la altura total del edificio.

Los elementos mecánicos obtenidos son:

Cortante máximo registrado, **16.262 MN**

Cortante máximo por combinación modal, **14.145 MN**

Momento de volteo máximo registrado, $1.887 \text{ GN} \cdot \text{m}$

Momento de volteo máximo por combinación modal, $1.819 \text{ GN} \cdot \text{m}$

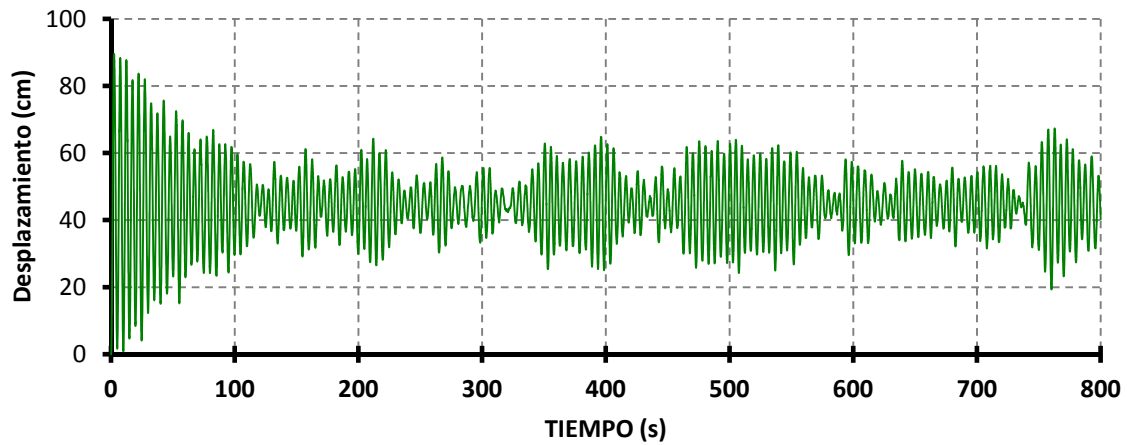


Figura 5.1.43 Respuesta eólica en el tiempo de desplazamientos correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 0$.

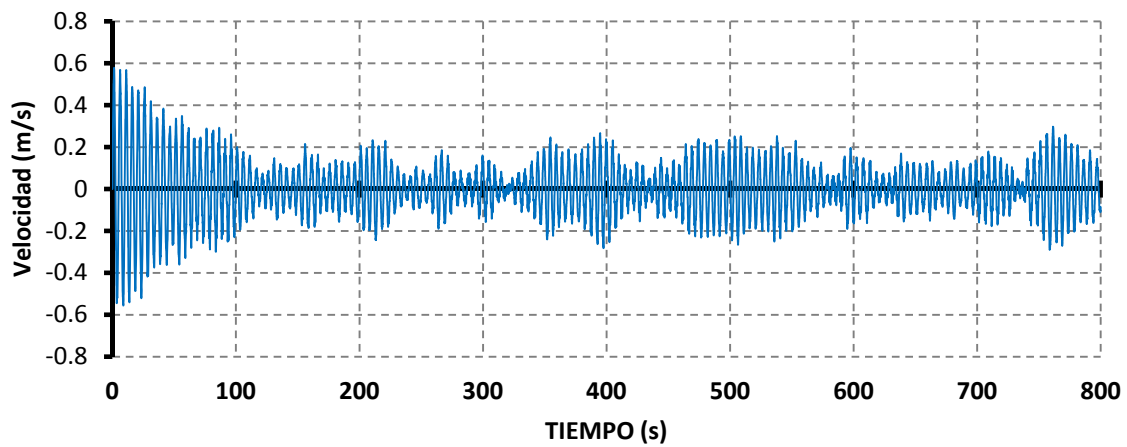


Figura 5.1.44 Respuesta eólica en el tiempo de velocidades correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 0$.

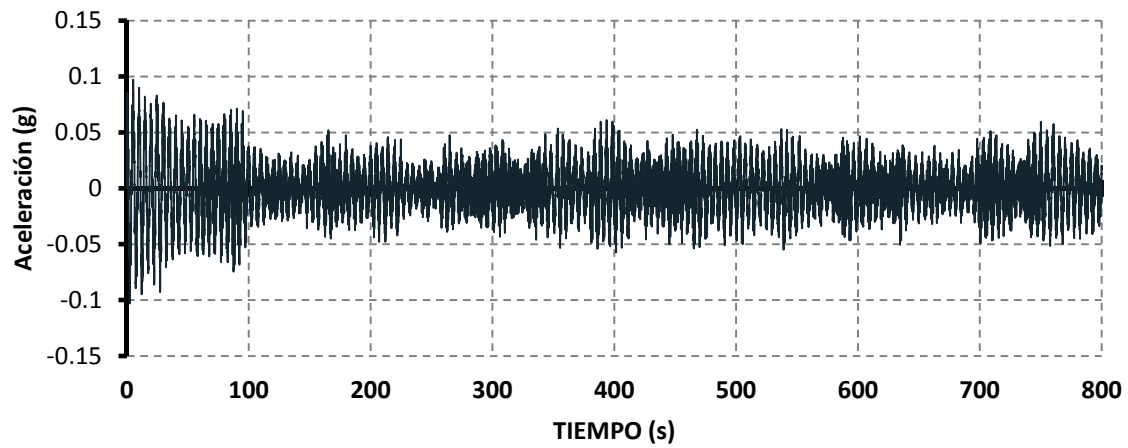
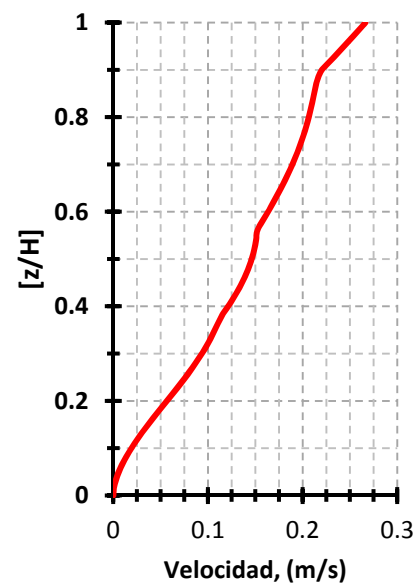
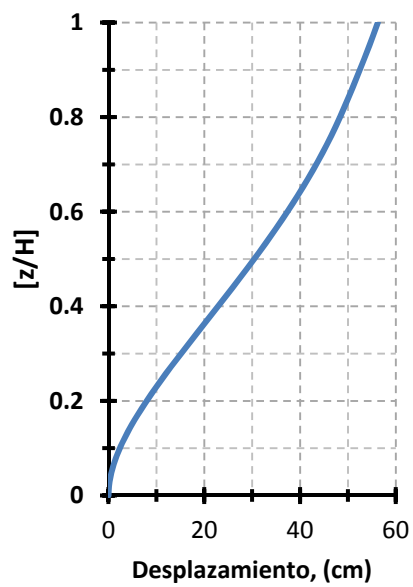


Figura 5.1.45 Respuesta sísmica en el tiempo de aceleraciones correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 0$.

Respuesta para $\alpha_0 = 5$



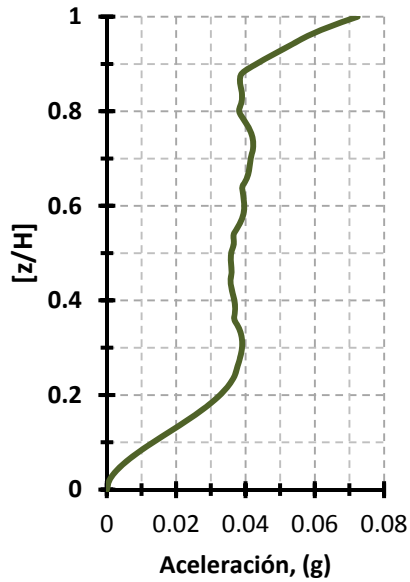


Figura 5.1.46 Respuesta eólica máxima del edificio para $\alpha_0 = 5$.

El desplazamiento máximo obtenido es de **56.23 cm**, la velocidad máxima es **0.266 m/s** y la aceleración máxima es **0.072g**. La respuesta máxima se presenta en la altura total del edificio.

Los elementos mecánicos obtenidos son:

Cortante máximo registrado, **16.135 MN**

Cortante máximo por combinación modal, **15.099 MN**

Momento de volteo máximo registrado, **1.861 GN · m**

Momento de volteo máximo por combinación modal, **1.85 GN · m**

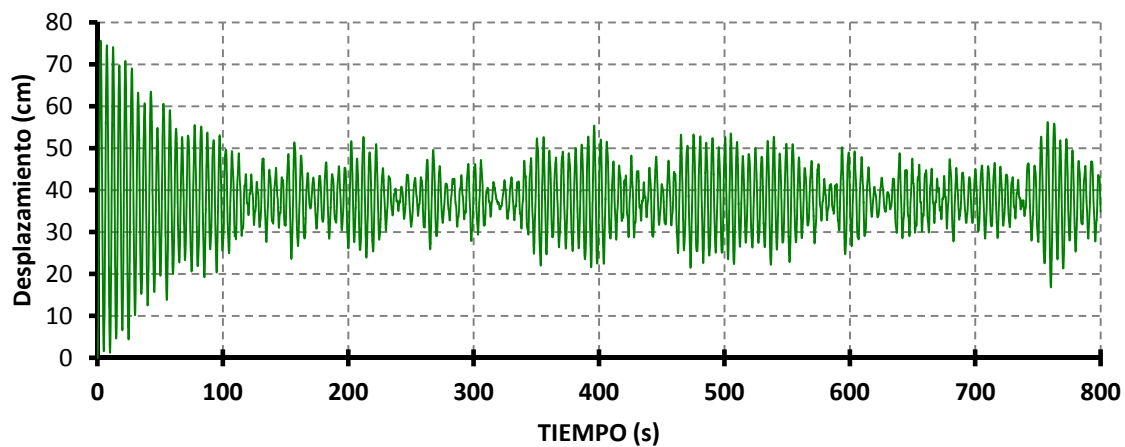


Figura 5.1.47 Respuesta eólica en el tiempo de desplazamientos correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 5$.

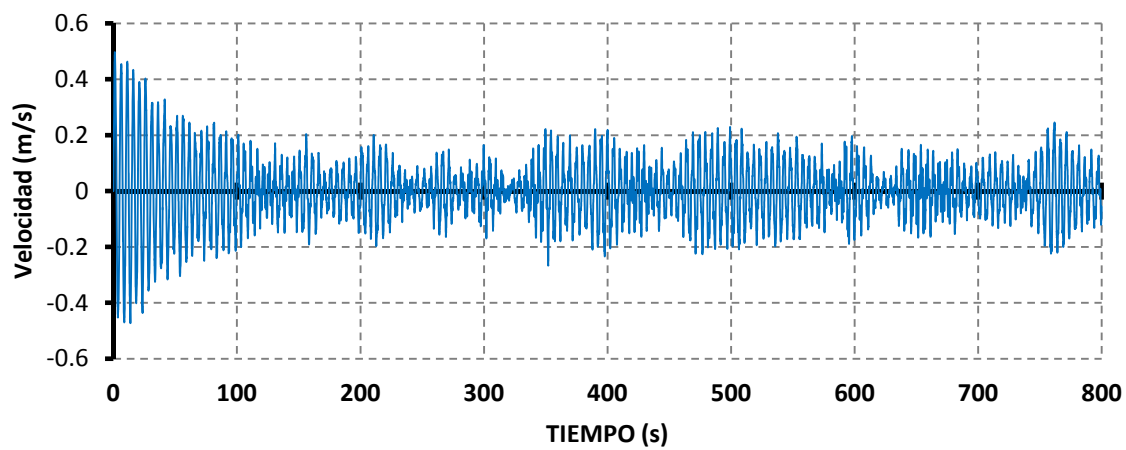


Figura 5.1.48 Respuesta eólica en el tiempo de velocidades correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 5$.

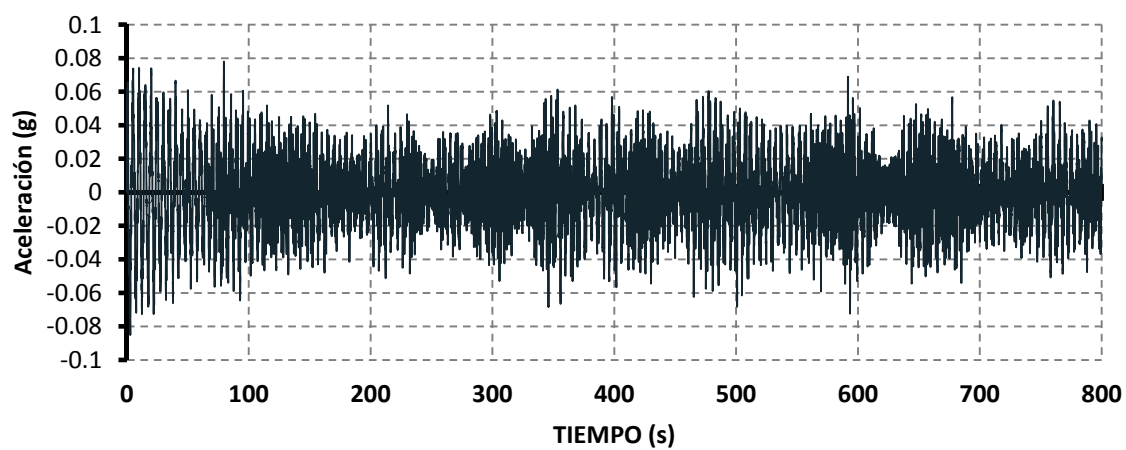


Figura 5.1.49 Respuesta eólica en el tiempo de aceleraciones correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 5$.

Respuesta para $\alpha_0 = 10$

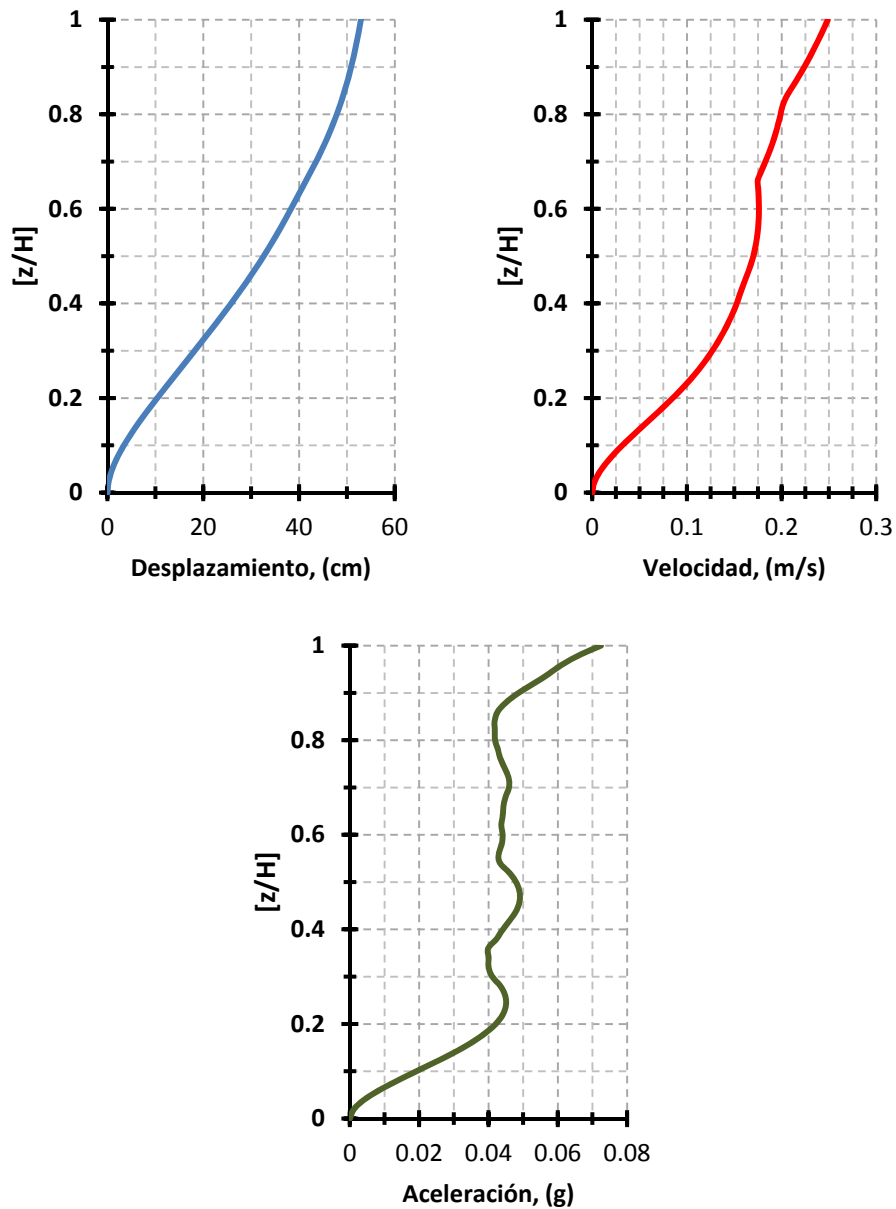


Figura 5.1.50 Respuesta eólica máxima del edificio para $\alpha_0 = 10$.

El desplazamiento máximo obtenido es de **52.9 cm**, la velocidad máxima es **0.248 m/s** y la aceleración máxima es **0.0724 g**. La respuesta máxima se presenta en la altura total del edificio.

Los elementos mecánicos obtenidos son:

Cortante máximo registrado, **16.169 MN**

Cortante máximo por combinación modal, **15.408 MN**

Momento de volteo máximo registrado, **1.863 GN · m**

Momento de volteo máximo por combinación modal, $1.846 \text{ GN} \cdot \text{m}$

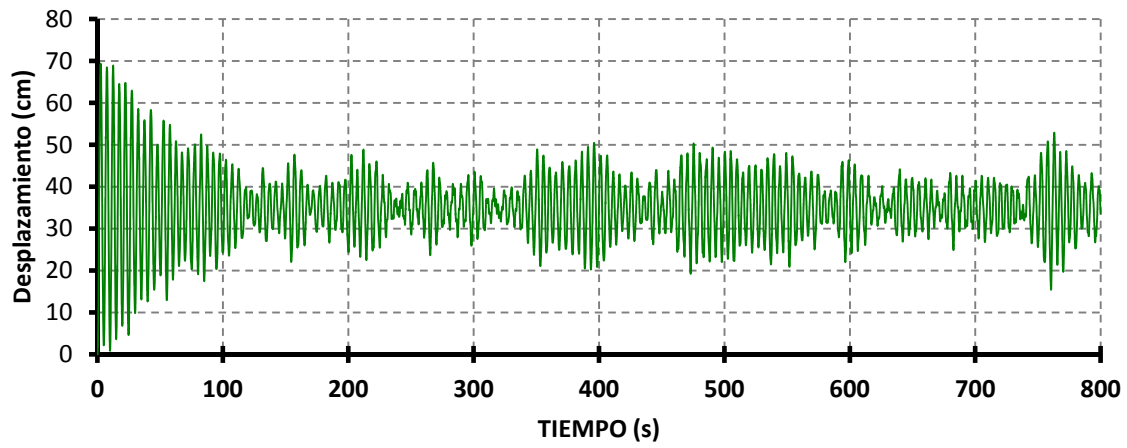


Figura 5.1.51 Respuesta eólica en el tiempo de desplazamientos correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 10$.

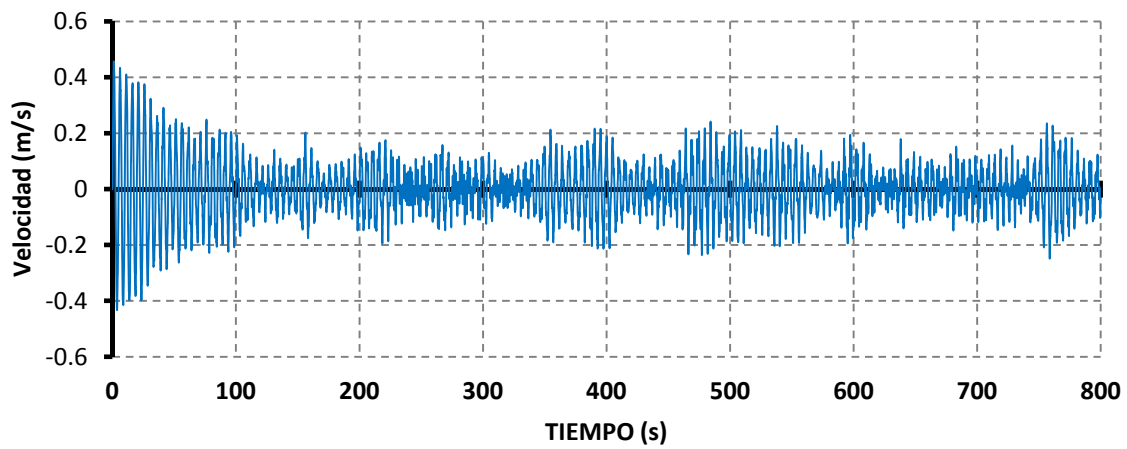


Figura 5.1.52 Respuesta eólica en el tiempo de velocidades correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 10$.

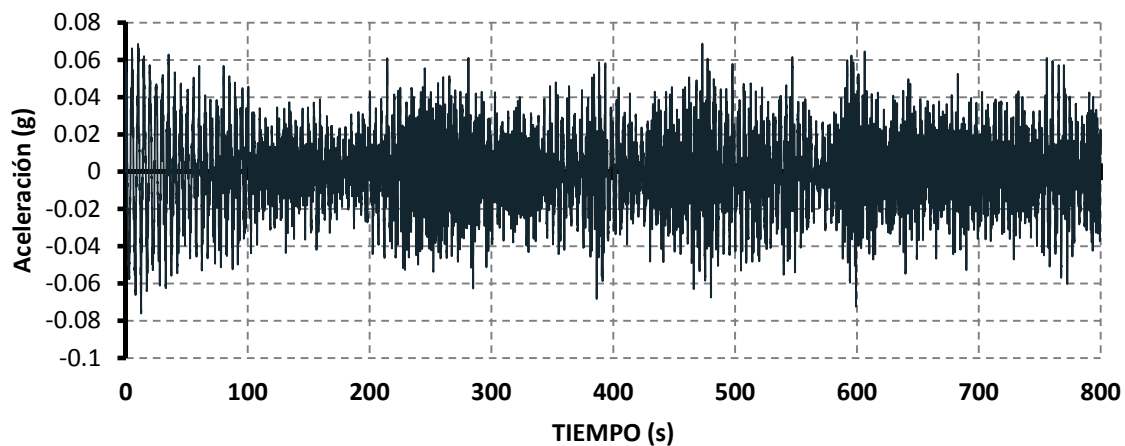
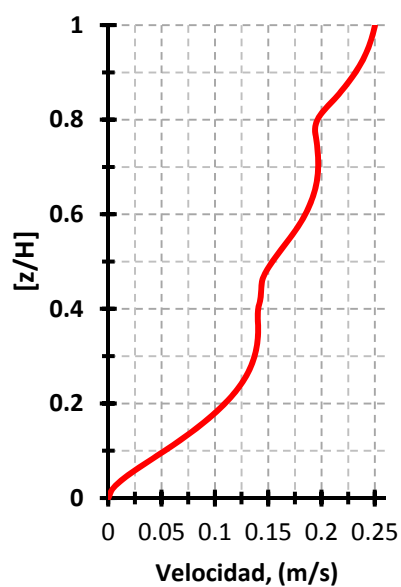
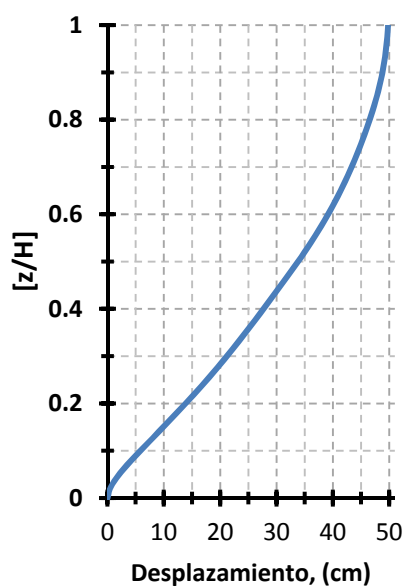


Figura 5.1.53 Respuesta eólica en el tiempo de aceleraciones correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 10$.

Respuesta para $\alpha_0 = 30$



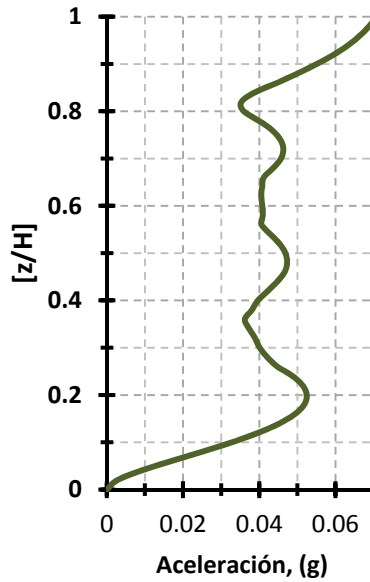


Figura 5.1.54 Respuesta eólica máxima del edificio para $\alpha_0 = 30$.

El desplazamiento máximo obtenido es de **49.79 cm**, la velocidad máxima es **0.25 m/s** y la aceleración máxima es **0.0707g**. La respuesta máxima se presenta en la altura total del edificio.

Los elementos mecánicos obtenidos son:

Cortante máximo registrado, **16.819 MN**

Cortante máximo por combinación modal, **15.645 MN**

Momento de volteo máximo registrado, **1.862 GN · m**

Momento de volteo máximo por combinación modal, **1.837 GN · m**

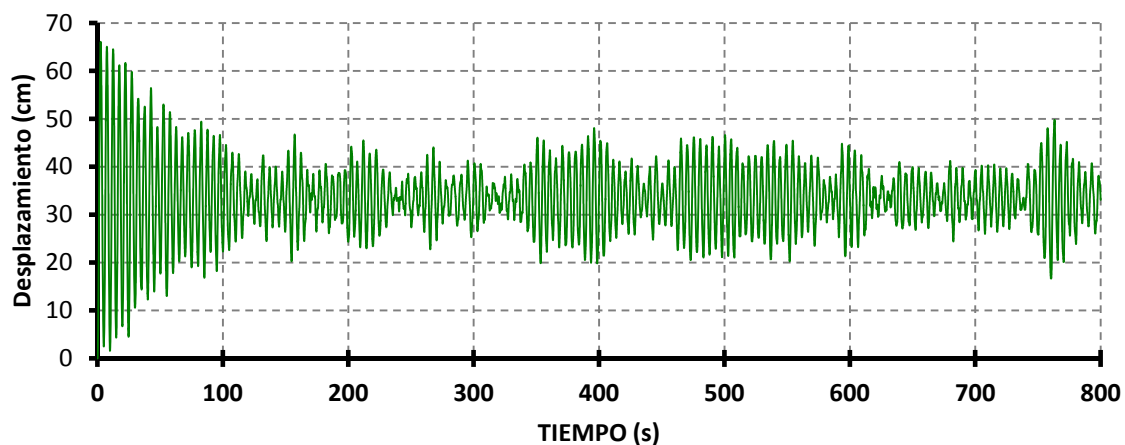


Figura 5.1.55 Respuesta eólica en el tiempo de desplazamientos correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 30$.

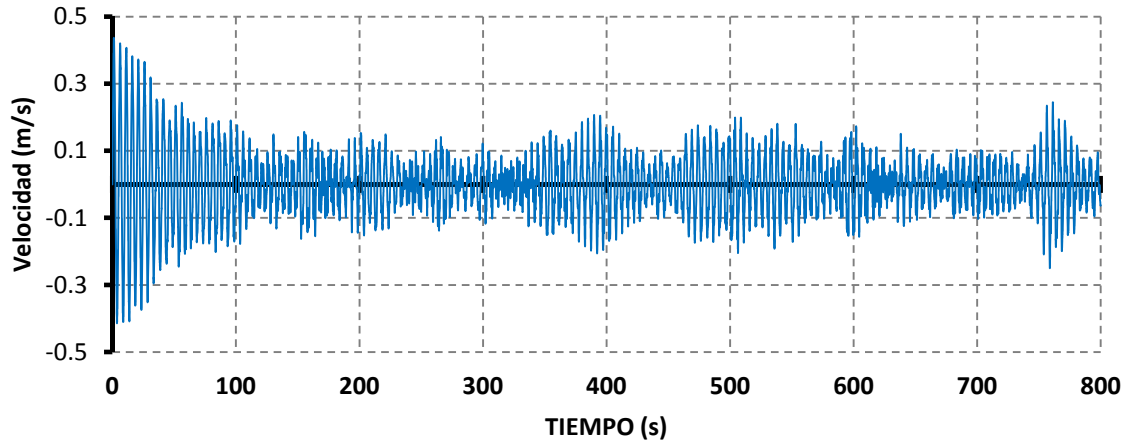


Figura 5.1.56 Respuesta eólica en el tiempo de velocidades correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 30$.

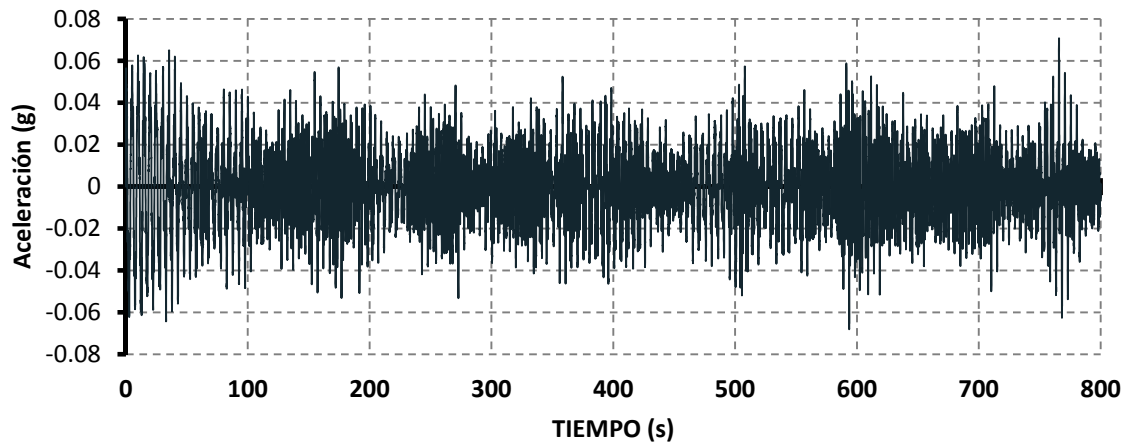


Figura 5.1.57 Respuesta eólica en el tiempo de aceleraciones correspondiente al último nivel para $\alpha_0 = 30$.

En la figura 5.1.58 se muestra la comparación de las respuestas máximas debidas al viento para cada uno de los valores utilizados de α_0 .

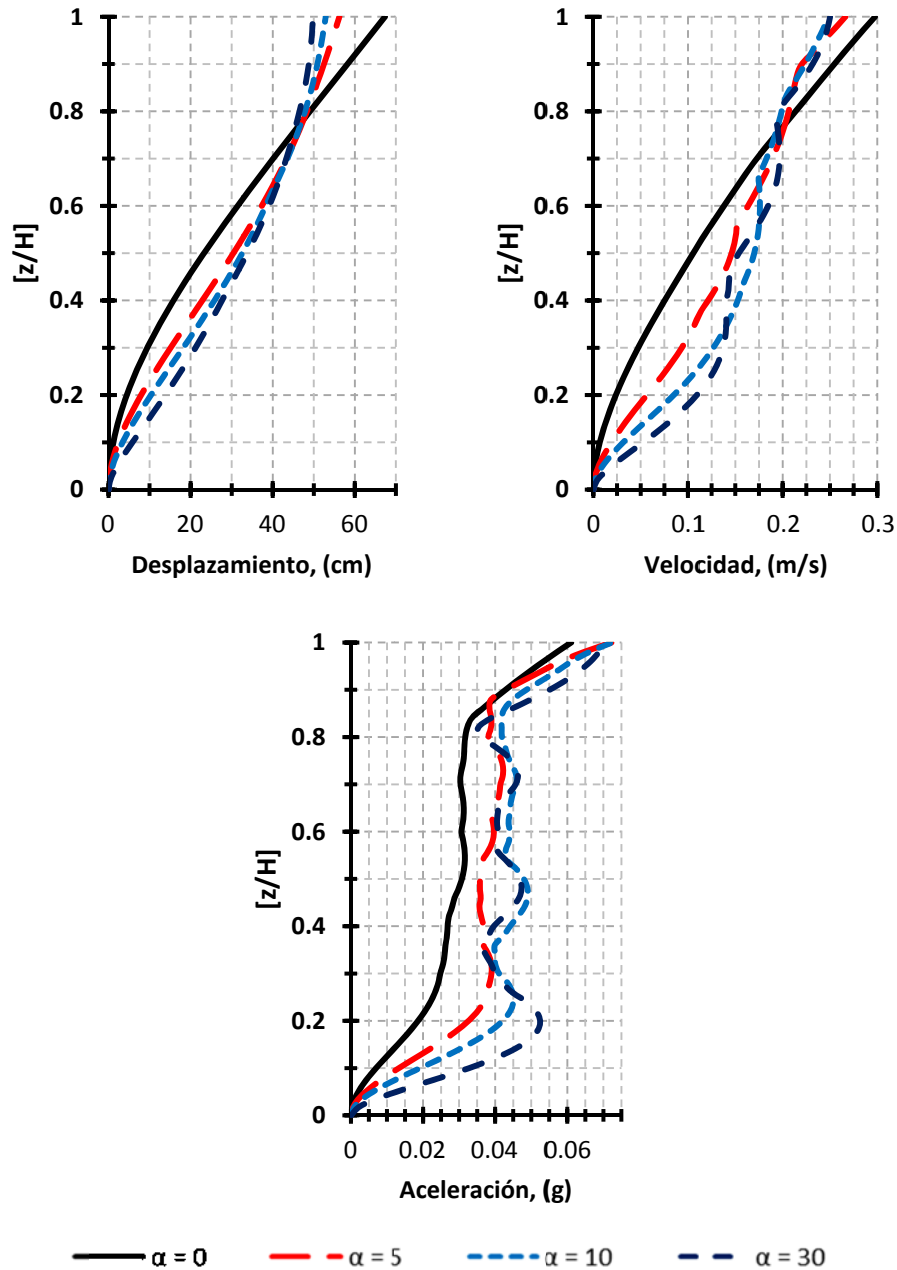


Figura 5.1.58 Comparación de la respuesta máxima eólica para cada uno de los valores utilizados de α_0 .

De la figura 5.1.58 se observa que el desplazamiento en los niveles superiores es mayor con valores bajos de α_0 y el desplazamiento disminuye al aumentar el valor de α_0 ; en los niveles inferiores del edificio los desplazamientos son mayores al aumentar el valor de α_0 .

Las velocidades obtenidas son menores para $\alpha_0 = 0$ en las alturas adimensionales de 0 a 0.76. En los niveles menores a la altura adimensional de 0.76, las velocidades máximas se incrementan al tener valores de $\alpha_0 > 0$ y para los

niveles mayores de 0.76 las velocidades máximas se obtienen con $\alpha_0 = 0$. Las aceleraciones mas pequeñas se obtienen con $\alpha_0 = 0$. Las aceleraciones máximas se obtienen para $\alpha_0 = 30$ en las alturas adimensionales de 0 a 0.26 y de 0.84 a 0.98; para $\alpha_0 = 10$ se obtienen aceleraciones máximas en las alturas adimensionales de 0.26 a 0.84 y en el último nivel.

En las figuras de la 5.1.59 a la 5.1.62, se muestran las comparaciones de las respuesta máximas obtenidas del análisis sísmico y eólico para cada uno de los valores de α_0 .

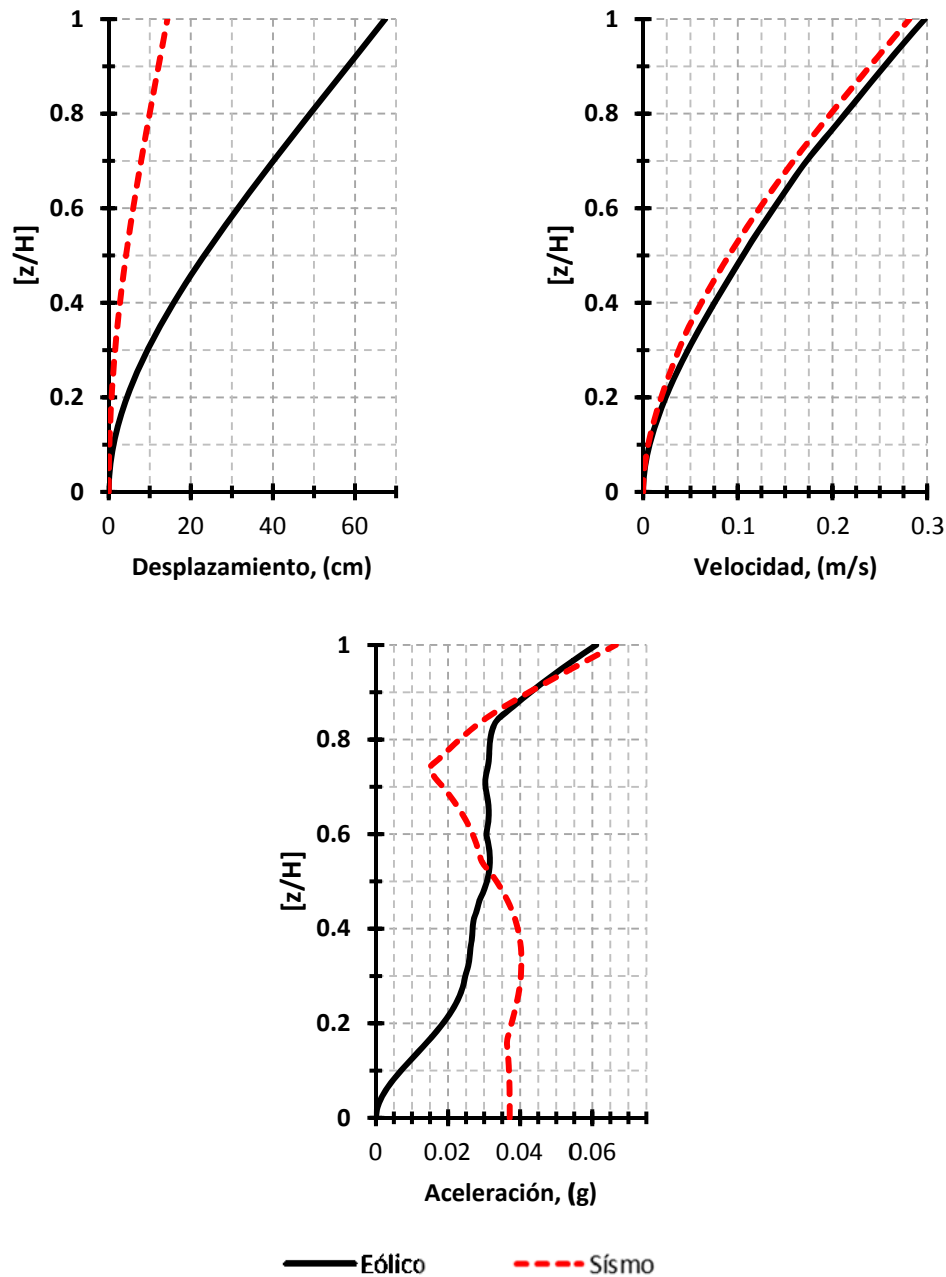


Figura 5.1.59 Comparación de la respuesta máxima sísmica y eólica para $\alpha_0 = 0$.

De la figura 5.1.59 se puede ver que las respuestas en desplazamiento y velocidad debidas al viento, son mayores que la obtenida con el análisis sísmico. Los niveles que se encuentran entre las alturas adimensionales de 0.52 a 0.9, las aceleraciones obtenidas por viento son mayores que las generadas por el sismo de servicio.

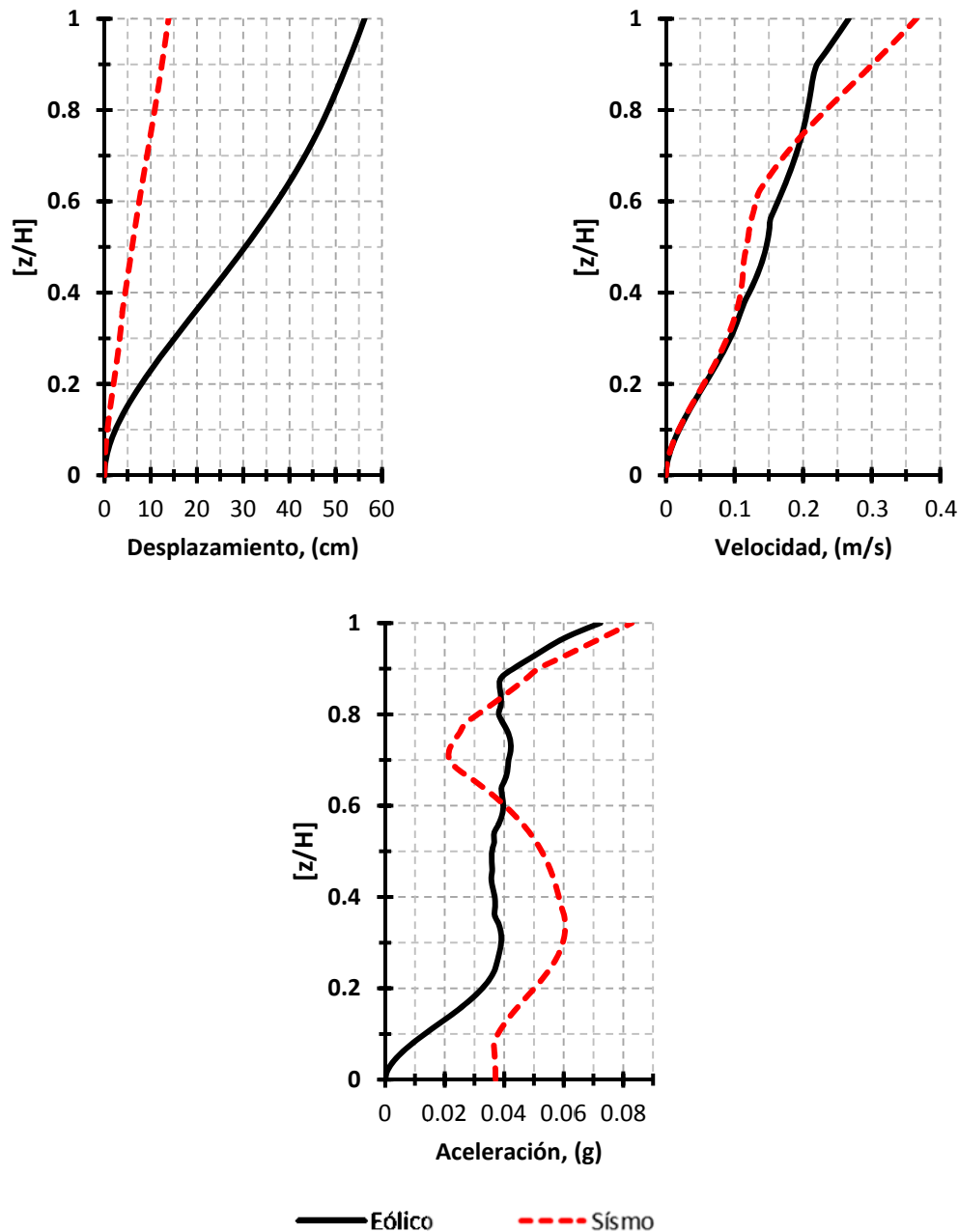


Figura 5.1.60 Comparación de la respuesta máxima sísmica y eólica para $\alpha_0 = 5$.

De la figura 5.1.60 se observa que las respuestas en desplazamiento debida al viento, es mayor que la obtenida con el análisis sísmico. Las velocidades obtenidas con el análisis eólico son mayores que las obtenidas con el sismo de

servicio entre las alturas de 0 a 0.72. Los niveles que se encuentran entre las alturas adimensionales de 0.6 a 0.82, las aceleraciones obtenidas por viento son mayores que las generadas por el sismo de servicio.

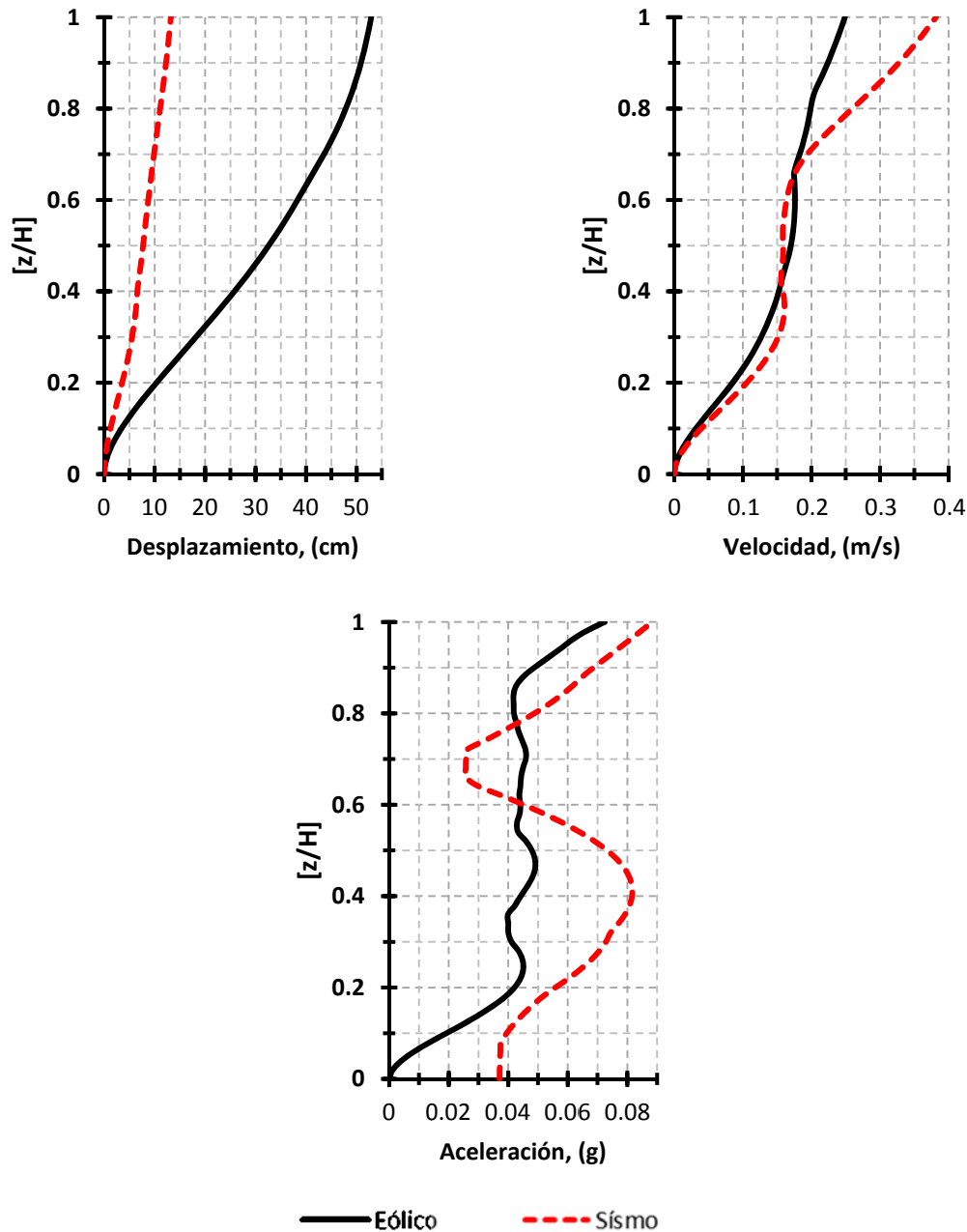


Figura 5.1.61 Comparación de la respuesta máxima sísmica y eólica para $\alpha_0 = 10$.

De la figura 5.1.61 se observa que las respuestas en desplazamiento debida al viento, es mayor que la obtenida con el análisis sísmico. Los niveles que se encuentran entre las alturas adimensionales de 0.42 a 0.66, las velocidades obtenidas por viento son mayores que las obtenidas por el sismo de servicio. Los niveles que se encuentran entre las alturas adimensionales de 0.6 a 0.78, las

aceleraciones obtenidas por viento son mayores que las generadas por el sismo de servicio.

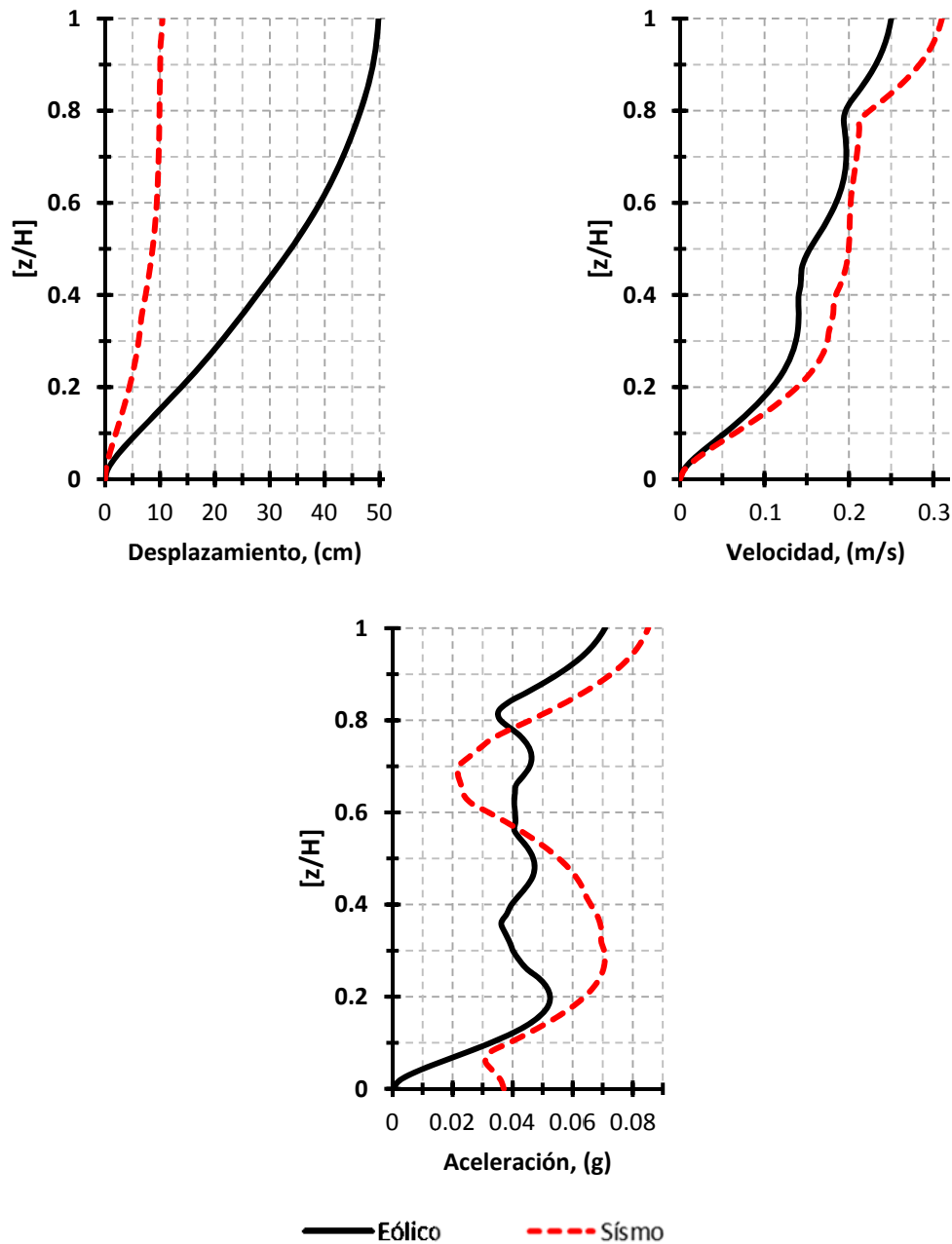


Figura 5.1.62 Comparación de la respuesta máxima sísmica y eólica para $\alpha_0 = 30$.

De la figura 5.1.62 se observa que la respuesta en desplazamiento debida al viento, es mayor que la obtenida con el análisis sísmico. La velocidad debida al viento, es menor que la obtenida con el análisis sísmico. Los niveles que se encuentran entre las alturas adimensionales de 0.56 a 0.78, las aceleraciones obtenidas por viento son mayores que las generadas por el sismo de servicio.

La respuesta de las edificaciones bajo la fuerza del viento es importante, ya que el viento actúa de manera continua sobre ellas, de tal manera que se puede afectar la comodidad de los ocupantes y en el caso de los edificios altos tiene mayor importancia para su diseño.

En el diseño por servicio de edificios altos deberá regir el análisis eólico ya que en algunos niveles, las aceleraciones producidas por el viento son mayores que las obtenidas bajo el sismo de servicio así como los desplazamientos y los elementos mecánicos. Aunque en algunos niveles se presenten aceleraciones mayores por sismo, los valores obtenidos con el análisis eólico no pueden ser ignorados sobre todo en los niveles superiores.

Bibliografía

AS/NZS 1170.2:2002, (2005), "Australian/New Zealand Standard, Structural design actions", Part 2: Wind Actions.

BS EN 1991-1-4:2005, (2005), "Eurocode 1: Actions on structures", Part 1-4: General actions-Wind Actions, British Standard.

ASCE/SEI 7-2005, (2005), "Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures", American Society of Civil Engineers, ISBN 0-7844-0809-2.

AIJ, (2004), "Architectural Institute of Japan Recommendations for Loads on Buildings", Chapter 6, Wind Loads.

Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Viento. Gaceta Oficial del Distrito Federal, Tomo II, No. 103-Bis, 6 de octubre de 2004

Liu, H. (1999). *"Wind Engineering — A Handbook for structural Engineers"*. New Jersey": Prentice Hall.

Simiu E. y Miyata T., (1996), "Design of Buildings and Bridges for wind, A Practical Guide for ASCE-7 Standard User and Designers of Special Structures", John Wiley and Sons.

Bungale S. Taranath Ph.D., S.E., (2005). *"Wind and earthquake Resistant buildings Structural analysis and design"*, Marcel Dekker.

Tedesco J. Mc Dougal W. Ross C., (1998). *"Structural dynamics: theory and applications"*, Addison-Wesley.

Taghavi S, and Miranda E. (2005), "Approximate floor acceleration demands in multistory buildings II: Applications" *Journal of Structural Engineering*, ASCE. 131(2), 212-220.

Miranda E. and Taghavi, S. (2005), "Approximate floor acceleration demands in multistory buildings. I: Formulation", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 131 (2), 203-211.

Miranda E. and Reyes C J., (2002), "Approximate lateral drift demands in multistory buildings with nonuniform stiffness", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 128 (7), 840-849.

Miranda E. (1999), "Approximate seismic lateral deformation demands in multistory buildings subjected to earthquakes", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 125 (4), 417-425.

Chopra, A. K. (2001). *"Dynamics of structures: theory and applications to earthquake engineering"*, 2nd Ed., Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J.