



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE  
HIDALGO

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO  
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA



TESIS

CONTROL ÓPTIMO Y ROBUSTO PARA UN INVERSOR TRIFÁSICO

Que para obtener el grado de

MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

Presenta

**Paulina Orozco Zavala**

Director de Tesis

**Dr. Fernando Ornelas Tellez**

Co-director de Tesis

**Dr. Roberto Tapia Sánchez**

Morelia, Michoacán

AGOSTO 2015

# Índice general

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>13</b>
1.1	Antecedentes . . . . .	17
1.2	Hipótesis . . . . .	18
1.3	Objetivos . . . . .	18
1.4	Motivación . . . . .	18
1.5	Justificación . . . . .	19
1.6	Metodología . . . . .	19
1.7	Contribuciones . . . . .	19
1.8	Contenido de la Tesis . . . . .	20
<b>2</b>	<b>Control Óptimo para una Clase de Sistemas no Lineales</b>	<b>21</b>
2.1	Introducción . . . . .	21
2.2	Control Óptimo . . . . .	21
2.2.1	Índice de Desempeño . . . . .	23
2.2.2	Ecuación de Hamilton Jacobi Bellman . . . . .	24
2.2.3	Óptimo de una Función y de una Funcional . . . . .	25
2.2.4	Sistemas No Lineales SDCF . . . . .	25
2.3	Seguimiento Óptimo de Trayectoria . . . . .	26
2.4	Control Óptimo con Modos Deslizantes . . . . .	28
2.4.1	Modos Deslizantes . . . . .	28
2.4.2	Diseño del Controlador Óptimo con Modos Deslizantes . . . . .	31
2.5	Modos Deslizantes con $H^\infty$ . . . . .	33
2.6	Conclusiones . . . . .	37
<b>3</b>	<b>Inversor de Potencia Trifásico</b>	<b>41</b>
3.1	Introducción . . . . .	41
3.2	Inversor CD-CA . . . . .	41
3.3	Filtro LCL . . . . .	43
3.4	El inversor de Potencia Trifásico . . . . .	44
3.5	Transformación de Park . . . . .	47
3.6	Conclusiones . . . . .	51
<b>4</b>	<b>Aplicación de los Controladores para el Inversor</b>	<b>53</b>
4.1	Introducción . . . . .	53
4.2	Aplicación del Control Óptimo . . . . .	53
4.2.1	Resultados de Simulación . . . . .	56

---

4.3	Aplicación del Control Óptimo y Robusto Basado en Modos Deslizantes	57
4.3.1	Resultados de Simulación. . . . .	59
4.4	Aplicación del Control Óptimo Robusto Basado en H-infinito y Modos Deslizantes . . . . .	60
4.4.1	Resultados de Simulación. . . . .	63
4.5	Conclusiones . . . . .	66
<b>5</b>	<b>Conclusiones y Trabajo Futuro</b>	<b>71</b>
	<b>Bibliografía</b>	<b>73</b>

# Índice de figuras

1.1	Microred que aparece como un sólo bloque desde el punto de vista de la red eléctrica pública. . . . .	16
2.1	Retratos de fase de movimiento armónico simple. . . . .	29
2.2	Retrato de fase del sistema con un control de estructura variable. . . . .	30
2.3	Diagrama de bloques del sistema controlado mediante seguimiento óptimo de trayectoria con modos deslizantes. . . . .	38
2.4	Diagrama de bloques del sistema controlado mediante $H^\infty$ con modos deslizantes. . . . .	39
3.1	Diagrama esquemático de circuito inversor monofásico. . . . .	42
3.2	Formas de onda de voltaje de salida y corrientes en transistores. . . . .	42
3.3	Diagrama del circuito esquemático del inversor con un filtro $LCL$ para conexión con la red. . . . .	44
3.4	Formas de onda de los voltajes $e$ ; en línea sólida para el modelo “real” y discontinua para el modelo promediado. . . . .	45
3.5	Representación del filtro $LCL$ que conecta una fase individual del inversor con una fase individual de la red doméstica. . . . .	45
3.6	Diagrama de máquina síncrona ideal que muestra la ubicación geométrica de los ejes trifásicos y los ejes $d$ y $q$ . . . . .	47
3.7	Componentes del voltaje $V$ transformadas al marco $dq0$ . . . . .	50
4.1	Seguimiento de potencia Activa. . . . .	56
4.2	Seguimiento de potencia Reactiva. . . . .	57
4.3	Señales de control óptimo. . . . .	58
4.4	Corrientes de salida $i_{gd}$ y $i_{gq}$ . . . . .	59
4.5	Señales de referencia $P_{Ad}$ y resultantes $P_A^*$ (control óptimo) y $P_{ASM}^*$ (control óptimo con modos deslizantes) de los valores de Potencia Activa en watts (W). . . . .	61
4.6	Ampliación de las señales de referencia $P_{Ad}$ y resultantes $P_A^*$ Acercamiento durante el intervalo entre 0.9 y 0.95 segundos. . . . .	62
4.7	Señales de referencia $Q_{Rd}$ y resultantes $Q_R^*$ (control óptimo) y $Q_{RSM}^*$ (control óptimo con modos deslizantes) de los valores de Potencia Reactiva en volt ampére reactivos (var). . . . .	63

4.8	Ampliación de las señales de referencia $Q_{Rd}$ y resultantes $Q_R^*$ (control óptimo) y $Q_{RSM}^*$ (seguimiento óptimo de trayectoria con modos deslizantes) de los valores de Potencia Reactiva. Acercamiento durante el intervalo entre 0.9 y 0.95 segundos. . . . .	64
4.9	Señales de control correspondientes a la parte de seguimiento óptimo de trayectoria. . . . .	65
4.10	Señales de control compuestas por el seguimiento óptimo de trayectoria y control por modos deslizantes para brindar robustez ante incertidumbres. . . . .	66
4.11	Señales de referencia y resultantes para los valores de Potencia Activa. . . . .	67
4.12	Ampliación de la comparación de las señales para los valores de Potencia Activa. . . . .	68
4.13	Señales de referencia y resultantes para los valores de Potencia Reactiva . . . . .	68
4.14	Ampliación de las señales de referencia y resultantes para los valores de Potencia Reactiva . . . . .	69
4.15	Señales de control correspondientes al controlador óptimo con modos deslizantes. . . . .	69
4.16	Señales de control correspondientes al controlador $H_\infty$ con modos deslizantes. . . . .	70

# Lista de Acrónimos

---

Acrónimo	Significado
CFE	Comisión Federal de Electricidad
CD	Corriente Directa
CA	Corriente Alterna
PC	Convertidor de Potencia
SDRE	Ecuación de Riccati Dependiente del Estado
SDCF	Factorización de Coeficientes Dependientes del Estado
LQR	Regulador Cuadrático Lineal
LQG	Lineal Cuadrático Gaussiano
HJB	Hamilton Jacobi Bellman
DRE	Ecuación Diferencial de Riccati
VSS	Sistema de Estructura Variable
PWM	Modulación por Ancho de Pulso
PI	Proporcional-Integral
PLL	Lazo de seguimiento de fase

---



# Publicaciones

Como resultado de la investigación realizada, durante la elaboración de la presente tesis, se publicó el siguiente artículo en conferencia internacional:

- Orozco Zavala, Paulina; Ornelas Tellez, Fernando; Tapia Sanchez Roberto. “Optimal Tracking Control for a Three-Phase Power Inverter” XVI Autumn Meeting of Power, Electronics and Computer Science (ROPEC 2014). Ixtapa, México. Nov. 4-6, 2014.



# Agradecimientos

A mis padres que siempre me han impulsado para lograr el cumplimiento de todas mis metas.

A mis hermanos que son mis compañeros de vida.

A la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo por brindarme la oportunidad de participar en su excelente programa de posgrado.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el apoyo económico recibido.

A mi director y co-director de tesis por su guía y apoyo constantes sin los que no hubiera sido posible la realización de este trabajo.



# Resumen

En el presente documento de tesis se presentan diseños de controladores óptimos y robustos para regular los niveles de la transferencia de potencia activa y reactiva desde una microred eléctrica (definida como un conjunto autónomo de generadores, cargas, elementos de almacenamiento de energía, y la tecnología que controla dicho conjunto), hacia la red eléctrica pública, a través de un convertidor de potencia (inversor). Adicionalmente, se agrega un filtro *LCL* con la finalidad de mejorar la calidad de la energía generada en la microred que será inyectada a la red pública. Tanto el inversor (electrónica de potencia) como el filtro, son elementos importantes en la generación de energía eléctrica distribuida.

Los controladores propuestos para darle funcionalidad al inversor de potencia, están basados en estrategias óptimas y robustas, diseñadas para realizar tareas de seguimiento óptimo de trayectoria, cuya solución depende de la ecuación de Riccati dependiente del estado, resultando en una ley de control por retroalimentación de estados óptima para una clase de sistemas no lineales, que presenta la característica de ser factorizable en coeficientes dependientes del estado. El seguimiento óptimo de trayectoria se combina posteriormente con una ley de control robusta adicional, sintetizada a partir del enfoque de modos deslizantes, para darle robustez al esquema de control ante perturbaciones. Finalmente, se combinan modos deslizantes con un controlador óptimo basado en  $H^\infty$ . Estas técnicas de control resultan en esquemas híbridos, los cuales son óptimos y robustos ante perturbaciones.

Se obtienen resultados de la aplicación de cada uno de los controladores a nivel simulación, verificando la conveniencia de la utilización de un esquema de control específico para aplicaciones con características definidas.

*Palabras clave:* **Inversor trifásico, control óptimo y robusto, seguimiento de trayectoria, control de potencia activa y reactiva, modos deslizantes,  $H^\infty$ .**



# Abstract

In this thesis, an optimal and robust controller design is presented to regulate the active and reactive power to be transferred from a microgrid (which is defined as an autonomous set of generators, loads, energy storage devices and the technology needed to control the set operation) toward the utility grid, through a power converter (inverter). Additionally, an *LCL* filter is added, in order to improve the quality of the energy injected into the utility grid. Both the inverter (power electronics) as the filter, are important elements in a distributed generation scheme.

The proposed controllers provide of functionality to the power inverter, which are based on optimal and robust strategies. The controllers are designed to carry out optimal trajectory tracking, whose solution depends on the state-dependent Riccati equation, resulting in an optimal feedback control law for nonlinear systems, which have the characteristic of being state-dependent coefficient factorizable. The optimal trajectory tracking is then combined with an additional robust control law, synthesized by the sliding modes approach, to provide of robustness to the control scheme with respect to matched disturbances. Finally, sliding modes are combined with a  $H^\infty$ -based optimal controller. These control techniques are hybrid schemes, which are optimal and robust with respect to unmatched disturbances.

Simulation results are obtained from applying each controller. Also, the verification of each control scheme is performed and evaluated via simulations.



# 1 Introducción

La cantidad de energía obtenida de fuentes renovables tales como solar o eólica que se entrega a la red de suministro eléctrico, ha crecido significativamente en los últimos años. La calidad de la energía generada es crucial, ya que corrientes no senoidales inyectadas a la red pueden ocasionar caídas adicionales de tensión en las impedancias de la línea, incrementando así la distorsión del voltaje entregado a la carga.

De acuerdo con [1] uno de los mayores retos que ha enfrentado la Comisión Federal de Electricidad (CFE) desde su creación ha sido dotar del servicio eléctrico a comunidades alejadas más allá de donde es técnica y económicamente factible extender sus redes. Aún hasta la fecha de publicación de dicho documento, cerca de tres millones de mexicanos carecían del servicio. De acuerdo con la publicación, en algunos casos la necesidad ha sido atendida por medio de grupos electrógenos a diésel con el alto costo de operación y los impactos ambientales que ello implica. Refiere también que todas las localidades aún no servidas cuentan con recursos de energías renovables suficientes para la generación local de electricidad y que existen tecnologías para su aprovechamiento. Asegura que con el avance de tecnologías habilitadoras, es posible visualizar ya, de manera realista, esquemas en donde las comunidades remotas puedan tener ahora servicio eléctrico por medio de microrredes alimentadas con varios recursos de energías renovables locales en lo que se conoce como sistemas híbridos.

Debido al creciente interés en la explotación de las fuentes de energía renovables, es común contar con sistemas de generación distribuidos. En general, la generación distribuida puede definirse como generación de energía eléctrica dentro de las redes de distribución, o del lado del consumidor en la red [2]. La integración de sistemas de generación distribuidos en una red existente, puede resultar en múltiples beneficios. Estos beneficios incluyen reducción de pérdidas en la línea, impactos ambientales reducidos, neutralización de picos, incremento de la eficiencia energética general, mitigación de la congestión de transmisión y distribución y soporte de tensión [3]. Dichos sistemas con frecuencia incluyen varias microrredes. Para que el sistema sea confiable, las microrredes deben ser capaces de operar de manera aislada de la red eléctrica pública, pero también deben estar acopladas con ella. Esto es, la microrred tiene dos modos típicos de operación; el modo conectado a la red y el modo en isla. La microrred puede operar en cualquiera de los dos modos para proveer servicios de suministro de energía ininterrumpibles; el sistema puede desconectarse de la red eléctrica pública durante eventos importantes (por ejemplo, fallas o colapsos de

tensión), pero también puede desconectarse de manera intencional cuando la calidad de la energía generada en la microred cae por debajo de ciertos estándares [4].

De acuerdo con [5, 4], una microred, en general, se considera como un agrupamiento autónomo de fuentes de generación y consumidores finales que se coloca y opera para el beneficio de sus miembros, que pueden ser, un consumidor del suministro, un grupo de varios sitios o sitios dispersos que sin embargo operan de manera coordinada. Una microred está compuesta por múltiples fuentes de generación localizadas, dispositivos de almacenamiento de energía y cargas que normalmente estarían conectadas a la red eléctrica pública. Las fuentes de suministro pueden incluir generadores de motores reciprocantes (de combustión interna), microturbinas, celdas de combustible, generadores fotovoltaicos y otros generadores renovables de pequeña escala, además de dispositivos de almacenamiento y cargas controlables de los usuarios. Todas las fuentes y consumidores se interconectan de modo que permita que los dispositivos realicen funciones de control, las cuales son necesarias en esquemas distribuidos. Por ejemplo, el balance de energía del sistema debe mantenerse controlado y cargas no indispensables pueden reducirse o desconectarse durante momentos de déficit o altos costos. Aunque capaz de operar independientemente de la red eléctrica pública. La microred usualmente funciona interconectada, adquiriendo energía y servicios auxiliares de la red eléctrica pública cuando sea rentable y potencialmente vendiéndola de vuelta en ocasiones. Las características potenciales claves de la microred son las siguientes.

- Diseño en torno a los requerimientos totales de la red
- Provisión de un nivel heterogéneo de calidad de energía y confiabilidad al usuario final
- Aparición ante la red eléctrica pública como una sola entidad controlada

El uso de muchos otros términos es común para describir conceptos similares al de microredes, por ejemplo, centrales eléctricas virtuales, mini redes, redes inteligentes, redes de distribución inteligentes, generación embebida, generación in-situ, generación distribuida o dispersa.

Tal como aparece en [6], los objetivos de una microred son maximizar el uso y la capacidad de los activos de generación mediante la inteligencia construida en ella, para así incrementar las eficiencias y minimizar los costos. El núcleo principal en la microred es un sistema de tecnologías de la información, que permite la organización y el control de la red eléctrica como un ente único y una infraestructura de medición avanzada en las instalaciones de los usuarios. En paralelo a las tecnologías de la información, uno de los motores principales para la realización del concepto de microred, ha sido el desarrollo de inversores que enlazan tanto las fuentes que generan en corriente directa ( $CD$ ), como dispositivos de almacenamiento a la microred que opera en corriente alterna ( $CA$ ) y con el sistema eléctrico principal, manteniendo la operación de la microred aún cuando la red principal sufra una falla.

Aunque la definición de “red inteligente” (Smart Grid) es algo ambigua, usualmente contiene componentes que incluyen las características siguientes [7].

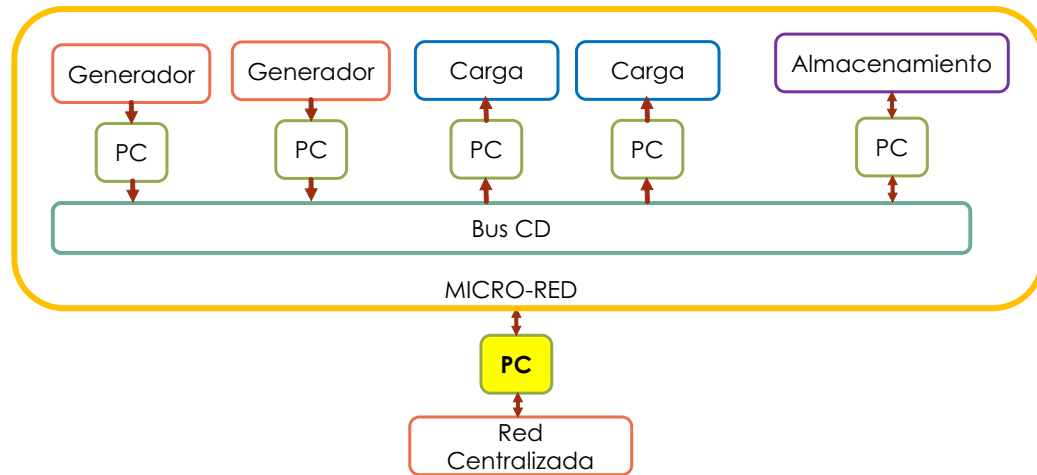
- Facilita numerosos atributos automatizados del sistema de transmisión y distribución que permiten que los sistemas sean observables, controlables y capaces de adaptarse y recuperarse automáticamente.
- Aloja y facilita fuentes de energía renovables, generación distribuida, sistemas de cogeneración, y almacenamiento de energía en ambos lados del medidor (lado de red y lado del consumidor).
- Permite y promueve respuesta y gestión de la demanda a través de la integración de medidores inteligentes, electrodomésticos inteligentes, información al consumidor y programas de incentivos.
- Prevee y fomenta protocolos de carga de vehículos eléctricos que permitan la programación de las cargas y posibles flujos de potencia bidireccionales vehículo-red.
- Con una creciente dependencia de computadoras, dispositivos electrónicos inteligentes, software y tecnologías de comunicación, asegurar ciberseguridad para la red debe ser una parte esencial de su desarrollo.

Los convertidores de potencia, tales como los inversores, pueden ser usados como interfaz entre la red eléctrica pública y una microred [8], donde la conexión con la red eléctrica pública se realiza mediante un filtro, con el propósito de conseguir bajos niveles de distorsión armónica; en [9] se presentan las ventajas del empleo que un filtro  $LCL$ , que, principalmente, consisten en la posibilidad de obtener bajos niveles de distorsión armónica aún a frecuencias moderadas de conmutación y emplear inductancias menores.

Dentro de una microred puede existir un bus de  $CD$ . Éste mantendrá un intercambio de energía con la red eléctrica pública y con todos los elementos incluidos en la microred. Es importante adaptar el tipo de energía suministrada o recibida por el bus de  $CD$  para que sea compatible con las cargas, generadores y unidades de almacenamiento a los que está conectada. Con este fin, se requiere de dispositivos eléctricos que permitan la conversión de energía, de una forma a otra (entre voltajes de  $CA$  y  $CD$  o variaciones de frecuencia en  $CA$ ). Dichos dispositivos son denominados convertidores de potencia. Un ejemplo de convertidor de potencia es el inversor, que convierte un nivel de voltaje de  $CD$  a un voltaje variable de  $CA$  con las características de diseño deseadas.

La Figura 1.1 muestra un esquema general de una microred con sus componentes y las interconexiones entre los mismos y con la red eléctrica pública mediante los bloques de convertidores de potencia que aparecen en la figura etiquetados como  $PC$ .

Como se mencionó anteriormente, una característica importante de la microred, es que desde el punto de vista de la red eléctrica pública a la que está conectada, se comporta como una sola unidad controlada; y en el punto específico en que se realiza el intercambio de energía entre el bus de  $CD$  y la red eléctrica pública, el convertidor



**Figura 1.1:** Microred que aparece como un sólo bloque desde el punto de vista de la red eléctrica pública.

de potencia que realiza el cambio de tipo de energía de  $CD$  a  $CA$ , es precisamente el inversor.

Para que la calidad de la energía que se inyecta a la red eléctrica pública desde la microred cumpla con los estándares requeridos, es importante mantener un control de los niveles de potencia activa y reactiva de manera dinámica, ya que la energía que se genera y consume dentro de la microred experimenta variaciones debidas, por ejemplo, a la conexión y desconexión de elementos de carga o a la naturaleza de las fuentes de generación empleadas. Para la regulación dinámica de dichos niveles de potencia, el control óptimo se presenta como una solución atractiva, ya que realizando seguimiento de trayectoria mediante esta técnica de control, es posible, no solamente manipular la tolerancia respecto al error en el seguimiento de una referencia dinámica, sino también moderar de manera conveniente el consumo de esfuerzo de control necesario para realizar este seguimiento. En [10] la teoría de control óptimo se describe como sigue: El objetivo del control óptimo es determinar las señales de control que causen que un proceso satisfaga las restricciones físicas y al mismo tiempo minimice (o maximice) algún criterio de desempeño. El presente documento se enfoca en la aplicación del esquema de control de seguimiento óptimo de trayectoria al intercambio de potencia en el circuito eléctrico constituido por la microred, la red eléctrica pública y el inversor (aunado al filtro  $LCL$ ) que las interconecta, solo y en combinación con el esquema de modos deslizantes, método basado en sistemas de estructura variable, cuyo fin es aplicar una acción de control fuerte cuando el sistema se desvía de la operación normal debido a cierto tipo de perturbaciones y aporta robustez ante este tipo de perturbaciones; y en contraste con la técnica de control  $H^\infty$  que es una forma particular de control óptimo, que se combina también con modos deslizantes.

## 1.1 Antecedentes

En [11] se revisa la utilización de convertidores de potencia para generación distribuida basada en sistemas eólicos. En [12] se plantean algunos retos técnicos que presenta la generación distribuida y se esboza un principio de control basado en control clásico para la salida de potencia activa y reactiva para el inversor de la microred que actúa como generador de voltaje. En [13] los autores presentan el control de potencia activa y reactiva para proporcionar una referencia de corriente que permita la operación de sistemas de generación distribuidos bajo condiciones de falla de la red. En [14] se propone un control basado en la reformulación de convertidores de potencia trabajando en el rango lineal para lograr la corrección del factor de potencia.

En [15] el problema del control de potencia se aborda desde un enfoque distinto; se presenta una regulación de potencia activa y reactiva basada en controladores integrales y *droop control* para un inversor, que adicionalmente simula una parte mecánica para asemejar un generador síncrono.

Para el diseño de controladores óptimos no lineales, se han desarrollado extensamente métodos basados la ecuación de Riccati dependiente del estado (SDRE) para estabilización[16], tal como aparece en [17, 18], en mucho menor medida, existen resultados para el seguimiento de trayectoria, como es el caso en [19], donde se desarrolla un control de seguimiento para una clase de sistemas no lineales con perturbaciones igualmente basado en un enfoque de la ecuación de Riccati, sin embargo, éste proporciona una solución aproximada. En el caso de [20, 21], se usa también una teoría de aproximación recursiva. La aplicación que se aborda en el presente documento, emplea la teoría desarrollada en [22], donde se propone un controlador óptimo de seguimiento, basado igualmente en el enfoque de SDRE, aplicable, mediante una ley de control por retroalimentación de estados óptima, a una clase de sistemas no lineales que pueden presentarse en forma de una factorización de coeficientes dependientes del estado (SDCF). Dicho control presenta la ventaja de que la solución que proporciona no es una solución aproximada.

Otra herramienta para la atenuación o rechazo de perturbaciones de manera óptima es la técnica conocida como  $H^\infty$ , la cual está basada en la solución de la ecuación de Hamilton-Jacobi-Isaacs [23], Por otro lado, en [24] se presenta, a manera de tutorial, un ejercicio de encontrar todos los controladores (ganancias) que cumplen con un criterio específico usando teoría de  $H^\infty$ , que busca minimizar el efecto de la perturbación sobre una salida, lo cual se establece a través de una condición de atenuación, mientras que en [25] se hace un análisis de las propiedades de robustez de la técnica, presentándola en combinación con modos deslizantes y se emplean simulaciones para mostrar la efectividad de dicha combinación para una aplicación de estabilización.

## 1.2 Hipótesis

Es posible la aplicación de algoritmos de control óptimo y control robusto para el diseño y la regulación de potencia activa y reactiva en un inversor trifásico, tal que se tenga un intercambio eficiente de energía entre la microred y la red eléctrica pública.

## 1.3 Objetivos

**Objetivo general:** Desarrollar un esquema de control óptimo y robusto para, la conexión a la red eléctrica pública mediante un inversor trifásico, para el cual se implementan esquemas de control que involucran control óptimo, modos deslizantes y  $H^\infty$ , evaluando el desempeño de dichos esquemas a nivel simulación.

**Objetivos particulares:**

- Diseñar un controlador óptimo para lograr seguimiento de trayectoria en sistemas de control no lineales.
- Diseñar una estrategia de control robusto basada en modos deslizantes, para dar robustez ante perturbaciones al controlador óptimo del punto anterior, resultando en un controlador óptimo y robusto.
- Diseñar un controlador óptimo robusto, basado en  $H^\infty$ , para el inversor trifásico.
- Modelar un inversor de potencia trifásico y realizar su conexión a la red eléctrica pública a través de un filtro  $LCL$ , para transferir energía de calidad a la red.
- Aplicar y evaluar, a nivel simulación, los controladores propuestos para el control de la potencia activa y reactiva en el inversor.

## 1.4 Motivación

Debido a la creciente relevancia que ha tomado el tema de la generación distribuida consiguiente al interés en la explotación de energías renovables, cada vez es más común que se cuente con medios para generación en el punto de consumo constituido en general como una microred. Para garantizar que el suministro sea ininterrumpido, es necesario que dichas microredes estén conectadas a la red eléctrica pública y para ello se debe realizar la conversión apropiada de energía que se transfiere hacia y desde la red eléctrica pública. En el caso de la energía que se transfiere a la red eléctrica pública desde la microred, ya sea que se cuente con un bus de  $CD$  o se tome la energía directamente de las unidades de almacenamiento, es necesario el uso de un inversor, y como se explica en [12], el control del flujo de potencia activa y reactiva a la red eléctrica pública, es llevado a cabo por dicho inversor.

## 1.5 Justificación

Los sistemas de generación distribuida requieren que se controlen los valores de potencia activa y reactiva para que la energía generada de manera local pueda acoplarse con la de la red eléctrica pública. Entonces, es deseable diseñar un algoritmo que permita la regulación de las componentes de la potencia: potencias activa y reactiva. Una vez establecidas las referencias de potencia activa y reactiva que pueden obtenerse directamente de la red eléctrica pública, es posible realizar el control mediante seguimiento de trayectoria para el inversor.

El control óptimo se presenta como una solución atractiva para el control del inversor porque permite evaluar el desempeño del algoritmo de control para realizar seguimiento de trayectorias y el gasto de energía, lo que permite obtener la respuesta apropiada para adaptarse a las necesidades y características del sistema.

## 1.6 Metodología

Se inicia trabajando con un esquema de control no lineal basado en la SDRE para realizar el seguimiento óptimo de trayectoria para sistemas no lineales SDCF. Posteriormente, a través de la inclusión de una etapa de control mediante modos deslizantes, se proporciona al controlador robustez ante incertidumbres paramétricas y perturbaciones “*match*” (término empleado comunmente en la literatura para designar perturbaciones que se encuentran dentro del espacio de control). Para el caso de las perturbaciones “*unmatch*” que no puedan ser rechazadas por el control mediante modos deslizantes, se emplea, de manera adicional a éste, un controlador diseñado con  $H^\infty$  que idealmente atenúe el efecto de tales perturbaciones y, en el peor de los casos, no lo amplifique. Finalmente, se valida el funcionamiento de cada una de las leyes de control obtenidas mediante simulación.

## 1.7 Contribuciones

Las contribuciones de la tesis son las siguientes:

- Diseño de controladores óptimos y robustos para sistemas no lineales SDCF afectados por perturbaciones. Esto se logra mediante la combinación de un seguidor óptimo de trayectoria (basado en la SDRE o en la teoría de  $H^\infty$ ), con un controlador que opera con base en modos deslizantes.
- Aplicación de los controladores propuestos para el control de potencia activa y reactiva en un inversor trifásico; aplicación en la que el un convertidor de potencia es un elemento importante dentro del esquema de generación distribuida, que además permite evaluar el desempeño de los controladores.

## 1.8 Contenido de la Tesis

La tesis está organizada como sigue: en el Capítulo 2 se establecen los preliminares teóricos y matemáticos sobre el control óptimo, el control óptimo robusto, basado en modos deslizantes, y el control mediante modos deslizantes con  $H^\infty$  para realizar el seguimiento óptimo en una clase de sistemas no lineales perturbados. El Capítulo 3 presenta la descripción del circuito a analizar, su modelo matemático y su transformación al marco de referencia  $dq0$ . En el Capítulo 4 se muestra la aplicación del seguimiento de trayectoria al inversor trifásico. Finalmente, el Capítulo 5 contiene las conclusiones del trabajo desarrollado de acuerdo al alcance en el cumplimiento de los objetivos planteados, así como la descripción de posibles trabajos futuros.

## 2 Control Óptimo para una Clase de Sistemas no Lineales

*En este capítulo se presenta la teoría que corresponde al control óptimo, seguimiento óptimo de trayectoria y el esquema de control óptimo y robusto, que combina el seguimiento óptimo con modos deslizantes y después modos deslizantes con  $H^\infty$ . Así mismo, se diseñan los tres controladores que se emplearán en la aplicación .*

### 2.1 Introducción

De los diversos objetivos que pueden perseguirse al momento de realizar una acción de control sobre un sistema (robustez, adaptabilidad, etc.), la optimización es un objetivo bastante deseable, ya que permite mantener una relación aceptable entre las limitaciones del sistema controlado y el desempeño que puede esperarse del mismo, garantizando que es la mejor *u óptima* operación de acuerdo a los parámetros de diseño e índice de desempeño. También es deseable que cumpla con otros objetivos de manera simultánea, por lo que es común complementar un controlador óptimo con esquemas de control que por ejemplo, aporten robustez ante perturbaciones al sistema controlado.

Es posible clasificar la optimización en estática y dinámica [26]. Con respecto a esta clasificación, se dice que se trata de una optimización estática cuando la *planta* (o sistema a controlar), opera bajo condiciones de estado estable; es decir, las condiciones no cambian durante la operación y por lo tanto, es posible describir la planta mediante ecuaciones algebraicas. En cambio, se llama optimización dinámica si la planta se controla bajo condiciones dinámicas, esto es, las variables del sistema cambian con respecto al tiempo; por lo que es necesario emplear ecuaciones diferenciales para su descripción. Este trabajo de tesis trata un esquema de optimización dinámica, particularmente, control óptimo. Sin embargo, para simplificar la notación de las ecuaciones diferenciales, en general, en éstas no aparece de manera explícita la dependencia del tiempo.

### 2.2 Control Óptimo

El diseño de un sistema de control clásico es generalmente un proceso de prueba y error, en el que es posible emplear diversos métodos de análisis de manera itera-

tiva para determinar los parámetros de diseño de un sistema de control “aceptable”. Un desempeño aceptable se define generalmente en términos de criterios en el dominio del tiempo o la frecuencia, tales como tiempo de levantamiento, tiempo de asentamiento, sobredisparo, márgenes de ganancia y fase, y ancho de banda. Sin embargo, es necesario que los complejos sistemas de múltiples entradas y múltiples salidas, que se requieren para cumplir con las demandas de la tecnología actual, satisfagan criterios de desempeño radicalmente distintos. Por ejemplo, el diseño de un sistema de control de posición para una astronave que minimice el consumo de combustible, no es algo que se pueda solucionar de forma simple mediante los métodos clásicos. Para la síntesis de estos complejos sistemas, se cuenta con un enfoque directo denominado Control Óptimo.

En términos generales, el problema de control óptimo consiste en encontrar una entrada de control  $u^*$  que haga que el sistema  $\dot{x} = g(x(t), u(t), t)$  siga una trayectoria óptima  $x^*(t)$  que minimice (o maximice) un funcional de costo o índice de desempeño  $J$ , y considerando las limitaciones físicas tanto del sistema como del mecanismo de control.

Para formular un problema de control óptimo se requiere:

- un modelo matemático de la planta o proceso (generalmente en variables de estado),
- la especificación del índice de desempeño, y
- establecer las condiciones de frontera y limitaciones físicas de los estados y las señales de control.

El problema de control lineal óptimo cuadrático tiene sus orígenes en el trabajo de N. Wiener, en filtrado cuadrático medio para control de disparo de armas durante la Segunda Guerra Mundial. Wiener resolvió el problema de diseñar filtros que minimizen un criterio de error cuadrático medio de la forma

$$J = \int_0^{\infty} E \{e^2(t)\}$$

donde  $e(t)$  es el error y  $E \{x\}$  representa el valor esperado de la variable aleatoria  $x$ .

En 1957 R. Bellman introdujo la técnica de programación dinámica para resolver problemas de control óptimo en tiempo discreto. Pero, la mayor contribución a los sistemas de control óptimo fue hecha por L.S. Potryagin y sus asociados, al desarrollar el principio del máximo, descrito en su libro [27]. En la misma época, R.E. Kalman propuso la teoría del regulador lineal cuadrático (LQR) y lineal cuadrático Gaussiano (LQG) para diseñar controles óptimos retroalimentados. C.J. Riccati publicó sus resultados en 1724 en la solución para ciertos tipos de ecuaciones diferenciales no

lineales en la forma de la ecuación matricial de Riccati, misma que aparece en todas las técnicas de filtrado de Kalman y muchos otros campos.

En control cuadrático lineal, el término “lineal” se refiere a la planta, mientras que el término “cuadrático” se refiere al índice de desempeño que involucra un error y/o control de tipo cuadrático.

### 2.2.1 Índice de Desempeño

De acuerdo al enfoque de control óptimo, se pretende llevar al sistema a cierto objetivo, u ocasionar que siga una variable de estado o una trayectoria, mientras se minimiza o maximiza un índice de desempeño que puede tomar diversas formas, y la selección del índice de desempeño deseado, depende del problema de optimización al cual se aplica [26, 10]. A continuación se presentan los problemas típicos y la forma del índice de desempeño correspondiente

- Problema de tiempo mínimo: Se trata de transferir un sistema de un estado arbitrario inicial  $x(t_0) = x_0$  a un estado final específico  $x(t_f) = x_f$  en el mínimo tiempo. El índice de desempeño a evaluar es

$$J = \int_{t_0}^{t_f} dt = t_f - t_0 = t^* \quad (2.1)$$

- Problema de mínimo esfuerzo de control: El objetivo es llevar al sistema de un estado inicial arbitrario  $x(t_0) = x_0$  a un estado final específico  $x(t_f) = x_f$  empleando el mínimo esfuerzo de control. El término “mínimo esfuerzo de control” dependerá de la aplicación física y las variables a controlar.

Para el caso de una astronave, por ejemplo. Sea  $u(t)$  el empuje del motor de cohete, y se asume que la magnitud del empuje es proporcional a la tasa de consumo de combustible. El índice de desempeño correspondiente puede formularse como

$$J = \int_{t_0}^{t_f} |u(t)| dt \quad (2.2)$$

Para varias entradas de control, el índice de desempeño a minimizar es

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \sum_{i=1}^m \beta_i |u_i(t)| dt \quad (2.3)$$

donde  $i$  representa a la  $i$  –ésima entrada de control y  $\beta_i$  es el factor de ponderación no-negativo correspondiente.

- Problema de control terminal. Se pretende minimizar la desviación del estado final real  $x_a(t_f)$  de un sistema de su valor final deseado  $x_d(t_f)$ . El error terminal es  $x(t_f) = x_a(t_f) - x_d(t_f)$ . Un índice de desempeño posible es

$$J = x'(t_f)Fx(t_f) \quad (2.4)$$

que también es conocida como funcional de costo terminal, donde  $F$  es una matriz semi-definida positiva (o no-negativa).

- Problema de seguimiento óptimo: Se busca mantener el estado del sistema  $x(t)$  tan cerca como sea posible a un valor de referencia deseado  $r(t)$ , en el intervalo  $[t_0, t_f]$ . En seguimiento el criterio de desempeño se selecciona como uno cuadrático de la forma

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} (e^T Q e + u^T R u) dt \quad (2.5)$$

donde  $Q$  y  $R$  son matrices simétricas definidas positivas que ponderan el error de seguimiento y el esfuerzo de control, respectivamente. El error  $e$ , dado como una diferencia entre la referencia y el valor real, está definido como  $e = r(t) - x(t)$ .

El control óptimo se presenta como una opción atractiva, precisamente porque brinda la posibilidad de utilizar el criterio de optimización más pertinente de acuerdo a las características, requerimientos y limitaciones del sistema a controlar.

El índice de desempeño es también conocido como funcional de costo.

## 2.2.2 Ecuación de Hamilton Jacobi Bellman

La ecuación de Hamilton Jacobi Bellman (HJB) es una ecuación diferencial parcial que es fundamental para la teoría de control óptimo. La solución de la ecuación HJB es la *función de valor*, lo que da el costo óptimo para un determinado sistema dinámico con una función de costo asociada.

Cuando se resuelve localmente, la ecuación de HJB es una condición necesaria, pero cuando se resuelve sobre la totalidad del espacio de estados, la ecuación HJB es una condición necesaria y suficiente para la solución del óptimo.

Sea el sistema  $\dot{x} = f(x) + g(x)u$ , con condiciones de frontera  $x(t_0) = x_0$  y con índice de desempeño  $J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} h(x, u) dt$ , Hamilton y Jacobi demostraron que la solución al problema anterior está dada al resolver la ecuación

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -\min_u \left\{ \frac{1}{2} h(x, u) + \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right)^T [f(x) + g(x)u] \right\} \quad (2.6)$$

la cual se conoce como ecuación de Hamilton-Jacobi.

### 2.2.3 Óptimo de una Función y de una Funcional

- Extremos de una función: Una función  $f$  con dominio  $D$  tiene un extremo relativo en el punto  $q^*$  si existe un  $\epsilon > 0 \forall q \in D$  tal que  $\|q - q^*\| < \epsilon$  para incrementos positivos y negativos de  $q$ .

El incremento de  $f(q)$  tiene el mismo signo

- Si  $f(q) - f(q^*) \geq 0 \implies$  Mínimo relativo
- Si  $f(q) - f(q^*) \leq 0 \implies$  Máximo relativo

Si  $\epsilon \rightarrow \infty$  y se cumplen las desigualdades anteriores, entonces se determinan extremos globales.

Para localizar extremos, se buscan los puntos por los cuales la diferencial es cero (condición necesaria), es decir,  $df = 0$ . La condición suficiente para determinar el tipo de extremos es la evaluación de la segunda derivada. Así,

- Si  $d^2f > 0 \implies$  Mínimo relativo
- Si  $d^2f < 0 \implies$  Máximo relativo

- Extremos de una funcional: Una funcional  $J$  con dominio  $\Omega$  tiene un extremo relativo en  $x^*(t)$  si hay un  $\epsilon > 0 \forall x(t) \in \Omega$  tal que  $\|x(t) - x^*(t)\| < \epsilon$ , donde el incremento además tiene el mismo signo. Así,

- Si  $J(x) - J(x^*) \geq 0 \implies$  Mínimo relativo
- Si  $J(x) - J(x^*) \leq 0 \implies$  Máximo relativo

### 2.2.4 Sistemas No Lineales SDCF

Las técnicas de la ecuación de Riccati dependiente del estado (SDRE) son métodos de diseño de control que proporcionan un medio sistemático y efectivo para el diseño de controladores, observadores y filtros no lineales [28, 29].

El método conlleva la factorización (es decir, parametrización) de las dinámicas no lineales en el vector de estado y el producto de una función de matrices de valor que dependen del estado en sí. Al hacer esto, el algoritmo de SDRE incluye completamente las no linealidades del sistema, llevando el sistema no lineal a una estructura semejante a la lineal (no única) que contiene matrices de coeficientes dependientes del estado, y minimizando un índice de desempeño de estructura cuadrática. Entonces se resuelve una ecuación diferencial de Riccati (DRE), usando las matrices de coeficientes dependientes del estado para obtener la ley de control óptima. Los coeficientes de dicha ecuación dependerán del punto determinado del espacio de estado. El algoritmo implica entonces resolver una ecuación de Riccati dependiente del estado. El hecho de que la parametrización no sea única crea grados extra de libertad. [16]

Para un sistema

$$\dot{x} = A(x)x + B(x)u \quad (2.7)$$

$$y = C(x)x \quad (2.8)$$

donde  $A(x) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B(x) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ,  $C(x) \in \mathbb{R}^{p \times n}$  (n:orden del sistema, m:número de entradas, p:número de salidas), a partir de la ecuación de HJB se obtiene la matriz diferencial de Riccati dada por

$$\dot{P}(x) = -Q(x) - P(x)A(x) - A^T(x)P(x) + P(x)B(x)R^{-1}(x)B^T(x)P(x) \quad (2.9)$$

para la ley de control

$$u = -R^{-1}B^T(x)P(x)x \quad (2.10)$$

donde  $P(x)$  y  $Q(x)$  son matrices semidefinidas positivas y simétricas, y  $R(x)$  es definida positiva y simétrica;  $R(x)$  y  $Q(x)$  son las matrices de ponderación en la funcional de costo.

Es importante hacer notar que la dependencia del tiempo en las ecuaciones no aparece explícitamente y esto obedece únicamente a la simplicidad en la notación.

Las técnicas de SDRE se definen por sus estructuras semejantes a las lineales, que tienen matrices con coeficientes dependientes del estado. El regulador no lineal SDRE tiene la misma estructura que el regulador cuadrático lineal (LQR) de horizonte infinito, como se mostrará posteriormente.

## 2.3 Seguimiento Óptimo de Trayectoria

El criterio de desempeño que se emplea para el seguimiento de trayectoria, permite que las variables de salida sigan una referencia que puede variarse a medida que transcurre el tiempo, por lo que resulta particularmente útil en las aplicaciones en que se requiere tener un control de la salida momento a momento durante la operación de la planta.

En [22] se presenta un control de seguimiento de trayectoria óptimo para una clase de sistemas no lineales que sea posible factorizar de la forma siguiente, como se describe en (2.7)-(2.8)

$$\dot{x} = A(x)x + B(x)u$$

$$y = C(x)x$$

Para el seguimiento óptimo se inicia definiendo el error de seguimiento como

$$e = r - y = r - C(x)x \quad (2.11)$$

donde  $r$  es la referencia a seguir por la salida del sistema  $y$ .

En este caso, el funcional de costo asociado  $J$  es cuadrático, el cual está representado por

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} (e^T Q e + u^T R u) dt \quad (2.12)$$

donde  $Q$  y  $R$  son matrices simétricas definidas positivas que ponderan el error de seguimiento y el esfuerzo de control, respectivamente. El funcional de costo (2.12) se diferencia del funcional de costo cuadrático usado en control óptimo para estabilización. La diferencia principal entre ambos recae en el hecho de que para realizar seguimiento, se pondera el error de seguimiento  $e$  y no el comportamiento del vector de estado  $x$ .

También en [22, 30] se demuestra que para un sistema controlable y observable, con la forma de (2.7)-(2.8), la ley de control óptimo está dada por

$$u^*(x) = -R^{-1}B^T(x)(P(x)x - z(x)) \quad (2.13)$$

donde  $P(x)$  es la solución única de la ecuación diferencial de Riccati

$$\begin{aligned} \dot{P}(x) = & -C^T(x)QC(x) + P(x)B(x)R^{-1}B^T(x)P(x) \\ & -A^T(x)P(x) - P(x)A(x) \end{aligned} \quad (2.14)$$

con condición de frontera  $P(\infty) = 0$ ; y  $z(x)$  es la solución a la ecuación diferencial vectorial

$$\dot{z}(x) = -\left[A(x) - B(x)R^{-1}B^T(x)P(x)\right]^T z(x) - C^T(x)Qr \quad (2.15)$$

con condición de frontera  $z(\infty) = 0$ .

La función de valor óptimo para el funcional de costo (2.12) con la ley de control óptimo (2.13) es

$$J^* = \frac{1}{2}x^T(t_0)P(t_0)x(t_0) - z^T(t_0)x(t_0) + \varphi(t_0) \quad (2.16)$$

donde  $\varphi$  es la solución a la función escalar diferenciable

$$\dot{\varphi} = -\frac{1}{2}r^T Qr + \frac{1}{2}z^T B(x)R^{-1}B^T(x)z \quad (2.17)$$

con  $\varphi(\infty) = 0$ .

## 2.4 Control Óptimo con Modos Deslizantes

Un sistema en general está sujeto a perturbaciones, por lo que es recomendable agregar robustez al método de control. Una manera de obtener un controlador robusto es usando una versión especial de control on-off que se conoce como sistema de estructura variable (VSS). La idea fundamental es aplicar una acción de control fuerte cuando el sistema se desvía del comportamiento deseado. El término “estructura variable” se refiere al hecho de que la estructura del controlador puede modificarse durante la operación del sistema según se requiera [31].

### 2.4.1 Modos Deslizantes

En modos deslizantes, es posible cambiar la estructura de un sistema no lineal empleando distintos controladores en diferentes partes del espacio de estados del sistema. Así, la ley de control se cambia deliberadamente durante el proceso de control mediante reglas definidas que dependen del estado del sistema, esto fuerza al sistema a deslizarse a lo largo de una sección transversal de la trayectoria descrita por el comportamiento deseado del sistema [31, 32]. Para ilustrar la técnica, es posible contrastarla con la del diseño del regulador de estado lineal. Para ello se considera el ejemplo del doble integrador dado por

$$\ddot{y}(t) = u(t) \quad (2.18)$$

se considera el efecto de aplicar una ley de control por retroalimentación

$$u(t) = -ky(t) \quad (2.19)$$

donde  $k$  es un escalar positivo que se elegiría de acuerdo a diversos procedimientos de diseño, tales como minimización cuadrática o el método del lugar de las raíces.

Para analizar movimiento dentro de la trayectoria cerrada se puede hacer uso de su retrato de fase, que esencialmente es una gráfica de velocidad contra posición. Para obtener la relación entre velocidad y posición, se sustituye (2.19) en (2.18) y se multiplica la nueva ecuación por  $\dot{y}$ , lo cual resulta en

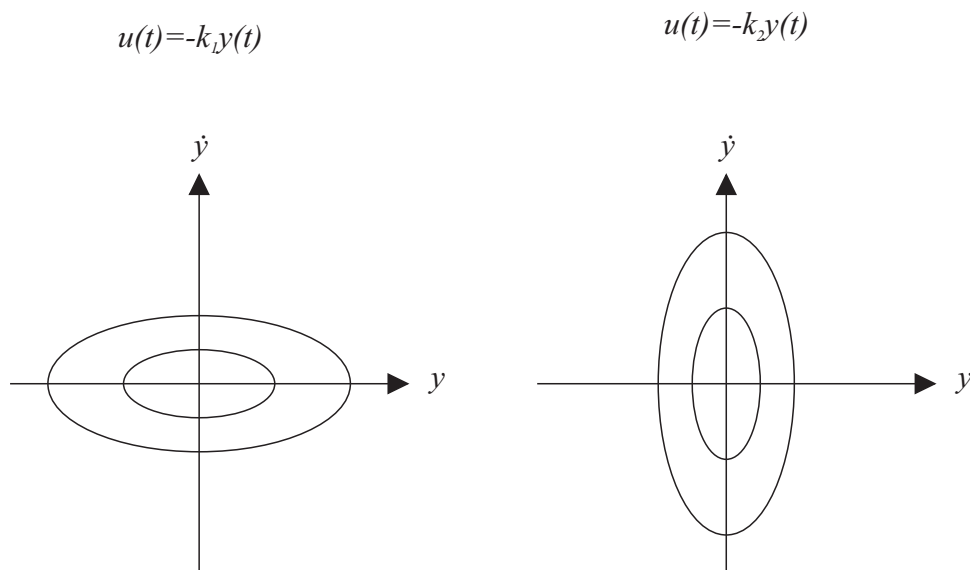
$$\dot{y}\ddot{y} = -k\dot{y}y$$

Integrando esta expresión se obtiene la relación buscada

$$\dot{y}^2 + ky^2 = c$$

donde  $c$  es una constante de integración positiva que dependerá de las condiciones iniciales.

El retrato de fase correspondiente consiste en familias de elipses que dependen de las condiciones iniciales como se muestra en la Figura 2.1 y ninguna de ellas es asintóticamente estable.



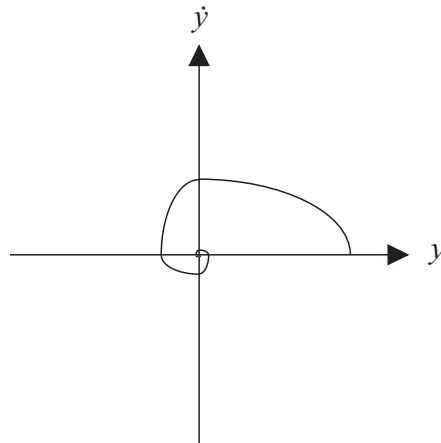
**Figura 2.1:** Retratos de fase de movimiento armónico simple.

En sistemas de estructura variable se permite que el control cambie su estructura; es decir, que pase en cualquier momento de un miembro a otro de un conjunto de posibles funciones de estado. El problema de diseño será entonces seleccionar los parámetros de cada estructura y definir la lógica de conmutación entre estructuras.

A cambio de este aumento en la complejidad, será posible combinar propiedades útiles de cada estructura e incluso potencialmente obtener características que no están presentes en ninguna de las estructuras empleadas. Si por ejemplo se considera la ley de control por casos siguiente

$$u(t) = \begin{cases} -k_1 y(t) & \text{si } y\dot{y} < 0 \\ -k_2 y(t) & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.20)$$

donde  $0 < k_1 < 1 < k_2$ , el plano de fase se divide por la ley de control en cuatro cuadrantes separados por los ejes del plano. En cada región actúa de manera alterna  $k_1 y(t)$  o  $k_2 y(t)$ , dando como resultado el plano de fase que aparece en la Figura 2.2, donde es posible apreciar que a partir de los dos retratos de fase que no eran asintóticamente estables por separado, al cambiar entre uno y otro, se forma un espiral que avanza hacia el origen, dando lugar a un nuevo retrato de fase con un comportamiento asintóticamente estable.



**Figura 2.2:** Retrato de fase del sistema con un control de estructura variable.

Un ejemplo más generalizado de ley de estructura variable sería

$$u(t) = \begin{cases} -1 & \text{si } s(y, \dot{y}) > 0 \\ 1 & \text{si } s(y, \dot{y}) < 0 \end{cases} \quad (2.21)$$

donde la función deslizante  $s$  se define por  $s(y, \dot{y}) = my + \dot{y}$ , donde  $m$  es un escalar de diseño positivo. La ecuación (2.21) normalmente se encuentra en la literatura como

$$u(t) = -sgn(s(t)) \quad (2.22)$$

donde  $sgn(\cdot)$  es la función signo que tiene la propiedad de que  $s \cdot sgn(s) = |s|$  [31, 32, 33, 34].

Al trabajar con el control por modos deslizantes, existe un periodo de tiempo inicial en el que el sistema aún no alcanza la superficie deslizante y es sensible incluso a perturbaciones que satisfacen la condición "*match*". Cuando se emplea el control por modos deslizantes combinado con otro esquema de control, el seguimiento óptimo de trayectoria, por ejemplo, el término de la ley de control que corresponde al seguimiento permite que las trayectorias del sistema inicien en la superficie desde el inicio del proceso, resultando en la robustez del sistema desde el primer instante de tiempo.

### 2.4.2 Diseño del Controlador Óptimo con Modos Deslizantes

Una vez que se ha logrado el objetivo de seguimiento de trayectoria mediante el control óptimo para los valores de potencia activa y reactiva deseados, es deseable que el sistema sea robusto ante perturbaciones; para ello se agrega una etapa de control con modos deslizantes diseñada para rechazar perturbaciones que cumplan con la condición "*match*". La desventaja de este esquema de control será la presencia de chattering (oscilaciones de alta frecuencia) en las señales de control, que aparece definido como un fenómeno indeseable de oscilaciones con frecuencia y amplitud finitas y que puede ser causado por dinámicas no modeladas del sistema o por la implementación en tiempo discreto de modos deslizantes.

El sistema a controlar puede representarse por la ecuación en espacio de estados:

$$\dot{x} = A(x)x + B(x)u + \phi \quad (2.23)$$

donde  $x \in \mathbb{R}^n$  es el vector de estado y  $u \in \mathbb{R}^m$  es el vector de entradas de control. La función  $\phi$  representa las incertidumbres que afectan al sistema debido a variaciones paramétricas, dinámicas no modeladas y/o perturbaciones externas.

En el caso del sistema del inversor,  $u = u^*$  se ha diseñado para realizar seguimiento de trayectoria con un controlador asumiendo que  $\phi = 0$ , esto es, que no existen incertidumbres en el sistema; para un sistema no ideal, este seguimiento se aleja de la trayectoria deseada debido a perturbaciones presentes. Las trayectorias del sistema ideal ( $\phi = 0$ ) están dadas por las soluciones de:

$$\dot{x}^* = A(x)x^* + B(x)u^*. \quad (2.24)$$

Para hacer posible el diseño de control óptimo con modos deslizantes, es necesario considerar que:

$\text{rank}\{B(x)\} = m \forall x \in \mathbb{R}^n$ ; y que la perturbación  $\phi$  cumple con la condición "match":  $\phi \in \text{Im}\{B(x)\}$ ; esto es, existe un vector  $\gamma \in \mathbb{R}^m$  tal que

$$\phi = B(x)\gamma. \quad (2.25)$$

Desde el punto de vista del control, esta condición significa que los efectos producidos por  $\phi$  en el sistema, también pueden ser producidos por  $u$  y viceversa.

la función  $\gamma$  se considera que está acotada superiormente, es decir,

$$\|\gamma\| \leq \gamma^+. \quad (2.26)$$

El objetivo de control será diseñar el control  $u$  con la siguiente forma:

$$u = u^* + u_1 \quad (2.27)$$

donde  $u^*$  es el control óptimo diseñado para el sistema (2.24) y  $u_1$  es la parte de control con modos deslizantes que garantiza la compensación de incertidumbres desconocidas que cumplen con la condición "match".

Dado que  $\phi = B(x)\gamma$ , al sustituir (2.27) en (2.23) se obtiene

$$\dot{x} = A(x)x + B(x)(u^* + u_1 + \gamma).$$

La superficie deslizante está dada por la ecuación  $s(x) = 0$ , con  $s(x)$  definida por la expresión

$$s(x) = G(x(t) - x(0)) + (GB(x))^{-1}G \int_0^t (A(x)x(\tau) + B(x)u^*(\tau))d\tau \quad (2.28)$$

donde  $G \in \mathbb{R}^{m \times n}$  es una matriz de proyección que satisface la condición  $\det[GB] \neq 0$  y  $\tau$  es una variable auxiliar.

Entonces, la derivada de  $s$  con respecto del tiempo toma la forma

$$\dot{s}(x) = GB(x)(u_1 + \gamma). \quad (2.29)$$

El control  $u_1$  se diseña como

$$u_1 = -M(x, t) \frac{(GB(x))^T s}{\|(GB(x))^T s\|} \quad (2.30)$$

donde  $M(x, t) > \gamma^+(x, t)$ .

Por lo tanto, tomando la función candidata de Lyapunov  $V = \frac{1}{2}s^T s$ , y dado (2.26), se obtiene la siguiente desigualdad:

$$\dot{V} = \left( (GB(x))^T s, \dot{s} \right) = (s, u_1 + \gamma) \leq -\| (GB(x))^T s \| (M - \gamma^+) < 0 \quad (2.31)$$

Entonces, se garantiza la existencia de la superficie deslizante[25].

El modelo de sistemas de control de estructura variable, se ha usado ampliamente en aplicaciones diversas desde su concepción debido a que a pesar de que representa en algunos casos un gran esfuerzo de control, combinado con otros esquemas de control, como es el caso de control óptimo en el presente trabajo, aporta robustez ante incertidumbres paramétricas y perturbaciones que cumplan con las condiciones descritas.

La Figura 2.3 muestra de manera gráfica la interacción entre las ecuaciones que conforman el sistema y los controladores que producen las señales de control que se suman antes de convertirse en la nueva entrada del sistema.

## 2.5 Modos Deslizantes con $H^\infty$

Los métodos de  $H^\infty$  se emplean para obtener controladores que permitan la estabilización de la planta con desempeño garantizado. Las técnicas de  $H^\infty$  ofrecen la ventaja de que son aplicables de manera sencilla a sistemas multivariables; algunas de sus desventajas son el nivel de comprensión matemática necesario para aplicarlas de manera exitosa y la necesidad de un modelo razonablemente bueno del sistema a controlar. Es importante tener en cuenta que el controlador resultante es óptimo únicamente con respecto a la función de costo prescrita.

Las técnicas de  $H^\infty$  pueden emplearse, como en esta tesis, para minimizar el impacto de perturbaciones en lazo cerrado. Dependiendo del planteamiento del problema, el impacto será medido ya sea en términos de estabilización o seguimiento de trayectoria.

En el enfoque moderno, cuando el estado completo está disponible a partir de mediciones, el sistema a tratar tiene la forma

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(x)x + B_w(x)w + B(x)u \\ y &= C(x)x \end{aligned} \quad (2.32)$$

donde  $x \in \mathbb{R}^n$  es el estado,  $u \in \mathbb{R}^m$  la entrada de control,  $w \in \mathbb{R}^r$  es un término que incluye las perturbaciones a ser rechazadas o atenuadas,  $y \in \mathbb{R}^s$  es la salida y las

matrices  $A(x)$ ,  $B_w(x)$ ,  $B(x)$  y  $C(x)$  son de dimensiones apropiadas. El objetivo es minimizar la norma  $H^\infty$  de la relación de transferencia  $T_{yw}$ , que mide el efecto de  $w$  sobre  $y$ . Se asume que el par  $(C(x), A(x))$  es detectable [25].

*Controlabilidad, estabilizabilidad, observabilidad y detectabilidad*

La ecuación de estado 2.32 o el par  $(AB)$  correspondiente se dice controlable si para un estado inicial cualquiera  $x(0) = x_0$  y un estado final cualquiera, existe una entrada que transfiera  $x_0$  a  $x_1$  en un tiempo finito. De no ser así, se dice que la ecuación o el par es no controlable[35].

Una noción ligeramente menos fuerte o restrictiva que la de controlabilidad es la estabilizabilidad. Se dice que un sistema es estabilizable cuando es posible hacer que todas las variables de estado no controlables tengan dinámicas estables. Entonces, aún cuando algunas de las variables no puedan ser controladas, todas las variables permanecerán acotadas durante la operación del sistema[36].

Se dice que la ecuación en espacio de estados 2.32 es observable si para un estado inicial desconocido cualquiera  $x(0)$ , existe un tiempo finito  $t_1 > 0$  tal que el conocimiento de la entrada  $u$  y la salida  $y$  sobre  $[0, t_1]$  es suficiente para determinar de manera única el estado inicial  $x(0)$ . De no ser así, se dice que la ecuación es no observable [35].

De manera similar a lo que ocurre con la estabilizabilidad, el concepto de detectabilidad implica la relajación de la observabilidad, que resulta de buscar convergencia en lugar de valores de estado precisos. En [37] se define la detectabilidad como la propiedad de que en un sistema, los estados converjan a cero cuando las entradas y salidas sean cero, y, en general, esten acotados por un límite que depende únicamente de la magnitud de las entradas y salidas. En otras palabras, un sistema es detectable si todos los estados no controlables convergen asintóticamente a cero, por lo que la detectabilidad también es llamada observabilidad asintótica.

A continuación se presenta un resultado de control  $H^\infty$  para el problema de estabilización, que sigue de cerca lo descrito en [24] para el caso lineal, ya que el problema de  $H^\infty$  permite generalizar el objetivo de control a sistemas no lineales y evaluar la estabilidad [23].

Considerando el par  $(A(x), B(x))$  estabilizable y el par  $(C(x), A(x))$  detectable, entonces existe un controlador que satisface la norma

$$\|T_{yw}\|_\infty < \gamma \quad (2.33)$$

siempre y cuando exista una matriz real simétrica y definida positiva  $P(x)$ , que satisfaga la ecuación de Riccati

$$P(x)A(x) + A^T(x)P(x) - P(x)\left(B(x)B^T(x) - \gamma^{-2}B_w(x)B_w^T(x)\right)P(x) + C^T(x)C(x) = 0 \quad (2.34)$$

donde el controlador resultante es

$$u = -B^T(x) P(x) x \quad (2.35)$$

Para el caso de seguimiento óptimo de trayectoria, y al mismo tiempo rechazo/atenuación de perturbaciones, el índice de desempeño se plantea como

$$J = \int_{t_0}^{\infty} (e^T Q e + u^T u - \gamma^2 w^T w) dt$$

donde  $e = r - y$ , para una señal de referencia  $r$ , a seguir por la salida  $y$ .

Para el sistema (2.32), se plantea el Hamiltoniano como

$$H(x, w, u) = L(x, w, u) + \frac{\partial V}{\partial x} [A(x)x + B_w(x)w + B(x)u] \quad (2.36)$$

con  $L(x, w, u) = e^T Q e + u^T u - \gamma^2 w^T w$ , el cual resulta en

$$H(x, w, u) = e^T Q e + u^T u - \gamma^2 w^T w + \frac{\partial V}{\partial x} A(x)x + \frac{\partial V}{\partial x} B_w(x)u + \frac{\partial V}{\partial x} B(x)w. \quad (2.37)$$

Minimizando  $H$  con respecto a  $u$  y  $w$

$$\alpha_1 = w^* = \frac{1}{2\gamma^2} \quad y \quad \alpha_2 = u^* = \frac{1}{2} B^T \frac{\partial V}{\partial x}$$

sustituyendo  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  en  $H(x, w^*, u^*)$ , y usando la notación  $V_x = \frac{\partial V}{\partial x}$ , se llega a

$$V_x A(x)x + e^T Q e + \frac{1}{4\gamma^2} V_x B_w(x) B_w^T(x) V_x - \frac{1}{4} V_x B(x) V_x^T = 0. \quad (2.38)$$

Proponiendo  $V_x = x^T P(x)x - z^T(x)x + \phi$ , donde  $P(x)$  es la solución única de la ecuación diferencial de Riccati y  $z(x)$  es la solución a la ecuación diferencial vectorial, entonces (2.38) resulta en

$$\begin{aligned} \dot{P}(x) = & C^T(x)QC(x) - P(x) \left( B(x)R^{-1}B^T(x) - \frac{1}{\gamma^2}B_w(x)B_w^T(x) \right) \\ & + A^T(x)P(x) + P(x)A(x) \end{aligned} \quad (2.39)$$

$$\dot{z}(x) = \left( A(x) - \left( B(x)R^{-1}B^T(x) - \frac{1}{\gamma^2}B_w(x)B_w^T(x) \right) P(x) \right)^T z(x) + C^T(x)Qr, \quad (2.40)$$

$$\begin{aligned} \dot{P}(x) = & C^T(x)QC(x) - P(x) \left( B(x)R^{-1}B^T(x) \right. \\ & \left. - \frac{1}{\gamma^2}B_w(x)B_w^T(x) \right) P(x) \\ & + A^T(x)P(x) + P(x)A(x) \end{aligned} \quad (2.41)$$

y el controlador óptimo por  $H^\infty$  resulta en

$$u^* = -B^T(x)(P(x)x - z(x)) \quad (2.42)$$

De manera similar al procedimiento llevado a cabo en la Subsección 2.4.2, se pretende emplear modos deslizantes para rechazar las perturbaciones que cumplan con la condición “*match*” y diseñar el control continuo usando técnicas de  $H^\infty$  para atenuar las incertidumbres que sean “*unmatch*”.

Finalmente, el controlador  $H^\infty$  para seguimiento, en combinación con modos deslizantes, es

$$u = u^* + u_1, \quad (2.43)$$

con  $u^*$  como aparece en (2.42), y  $u_1$  como está definida en (2.30).

En la Figura 2.4 se muestra un diagrama de bloques que contiene el sistema afectado por una perturbación  $\phi$  además de los bloques que corresponden al control mediante  $H^\infty$  y modos deslizantes que permitirán un seguimiento óptimo de trayectoria que será más robusto que el anterior gracias a que permite la atenuación de ciertas perturbaciones que no puede rechazar.

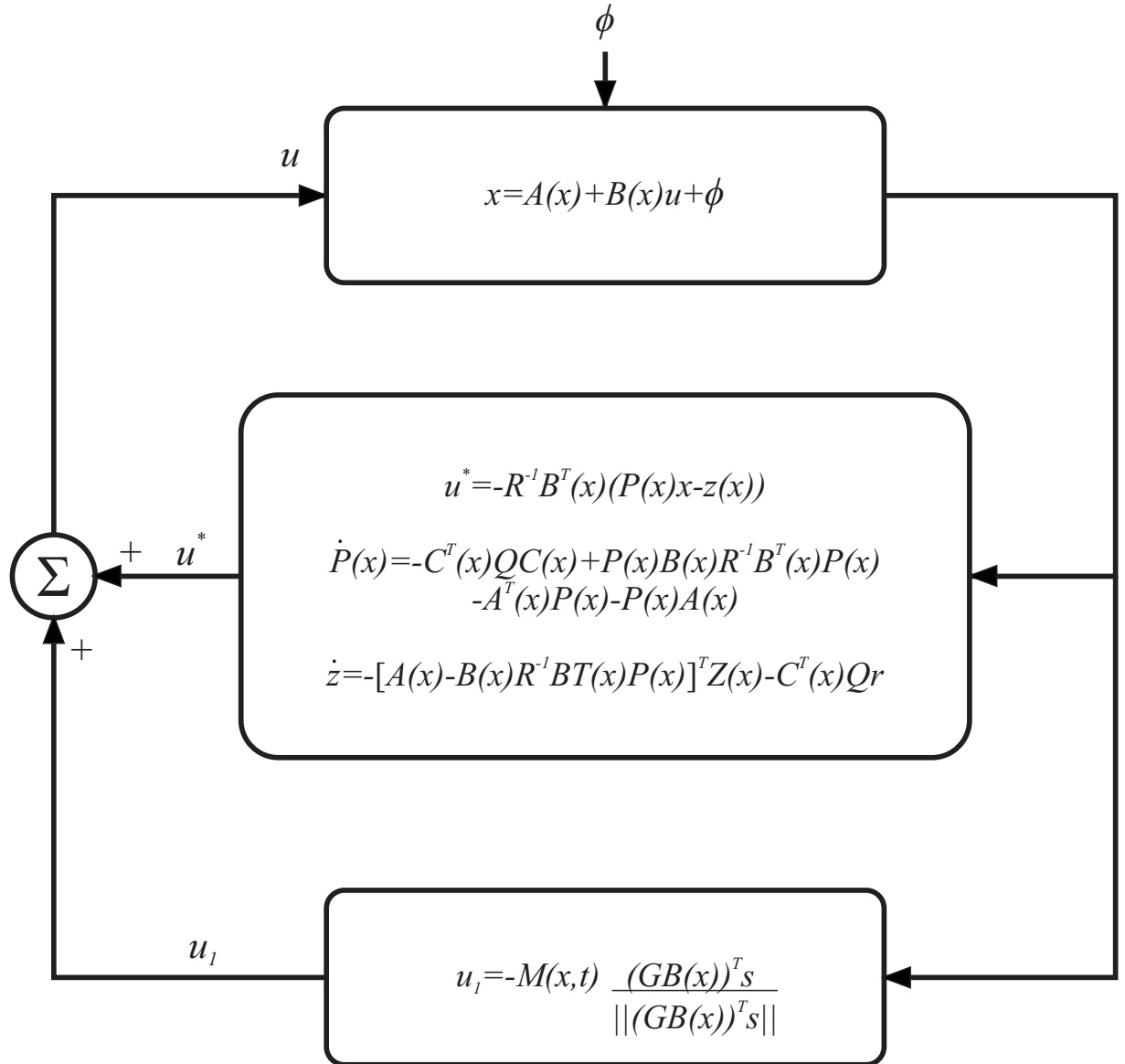
La Tabla 2.1 muestra un resumen de los controladores propuestos en esta tesis. En el controlador óptimo con modos deslizantes, la porción del controlador que corresponde a control óptimo ( $u^*(x)$ ) se obtiene de manera idéntica a como se hace para la primera estrategia, y en  $H^\infty$  con modos deslizantes, se emplea la misma  $u_1$  que aparece en la segunda estrategia.

**Tabla 2.1:** Resumen de Controladores

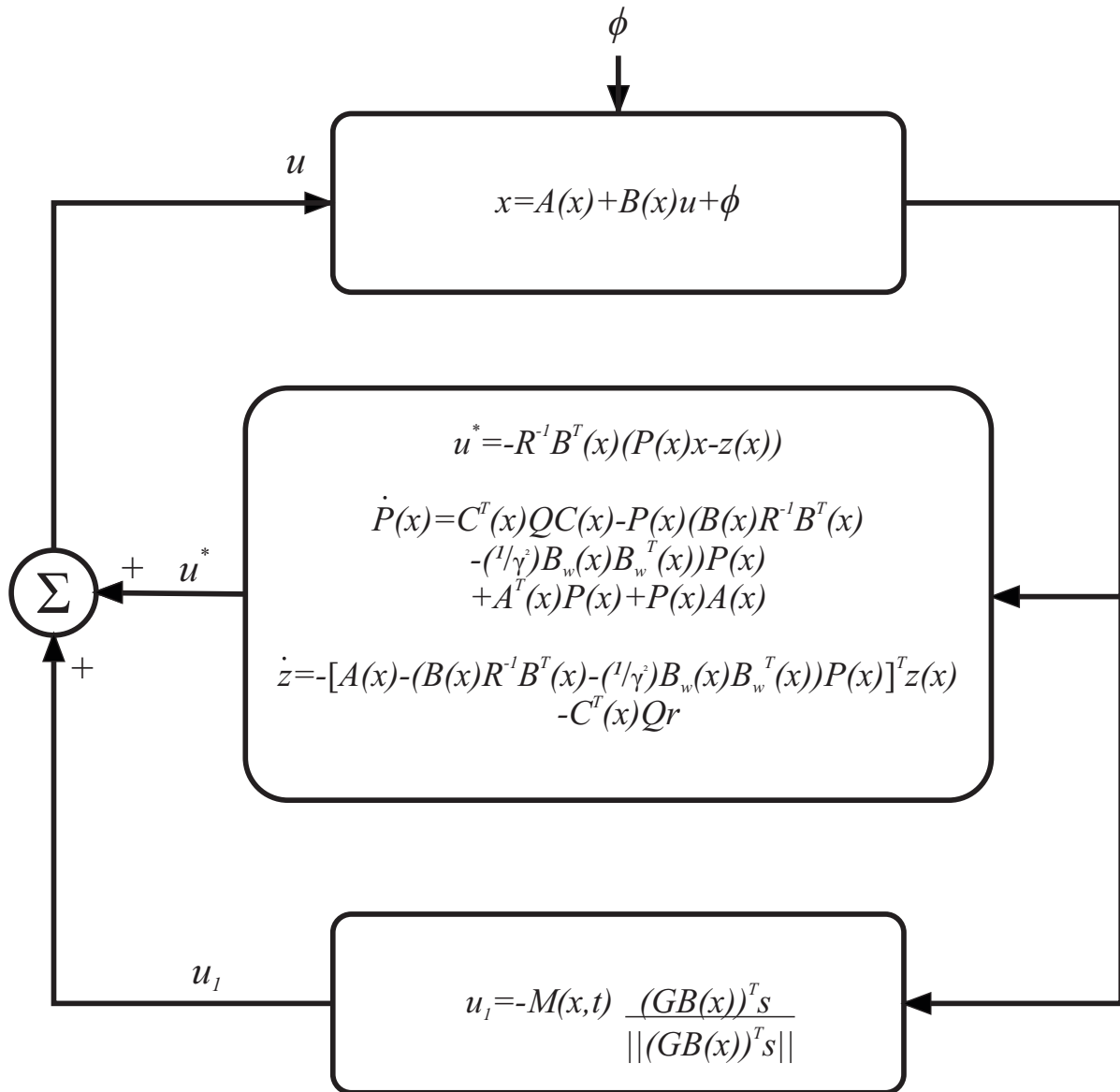
Estrategia	Controlador
Control Óptimo (CO)	$u^*(x) = -R^{-1}B^T(x)(P(x)x - z(x))$ $\dot{P}(x) = -C^T(x)QC(x) + P(x)B(x)R^{-1}B^T(x)P(x) - A^T(x)P(x) - P(x)A(x)$ $\dot{z}(x) = -\left[A(x) - B(x)R^{-1}B^T(x)P(x)\right]^T z(x) - C^T(x)Qr$
CO con Modos Deslizantes	$u = u^* + u_1$ $u_1 = -M(x, t) \frac{(GB(x))^T s}{\ (GB(x))^T s\ }$
$H^\infty$ con Modos Deslizantes	$u = u^* + u_1$ $\dot{P}(x) = C(x)^T QC(x) - P(x) \left( B(x) R^{-1} B^T(x) - \frac{1}{\gamma^2} B_w(x) B_w^T(x) \right) P(x) + A^T(x) P(x) + P(x) A(x)$ $\dot{z}(x) = \left( A(x) \left( B(x) R^{-1} B^T(x) - \frac{1}{\gamma^2} B_w(x) B_w^T(x) \right) P(x) \right)^T z(x) + C(x)^T Qr$

## 2.6 Conclusiones

El seguimiento óptimo de trayectoria permite evaluar tanto el error de seguimiento, como el esfuerzo de control que resulta aceptable emplear, de este modo este rápido esquema de control posibilita un control dinámico apegado a una referencia. Aunque es una opción atractiva para este tipo de aplicaciones, el seguimiento óptimo de trayectoria no rechaza ni atenúa en ningún grado las perturbaciones que puedan afectar al sistema, y dado que todo sistema real se ve afectado por ellas, es deseable combinar este método con otros para aprovechar sus características. Se presenta entonces la opción de agregar una etapa de modos deslizantes que será efectiva rechazando perturbaciones que cumplan con la condición match. Lo ideal sería contar con algo que permitiera, si bien, no rechazar las perturbaciones que no cumplen con la condición, al menos atenuarlas. En este caso se propone emplear la técnica de  $H^\infty$  que es una forma particular de control óptimo y que puede hacer seguimiento de trayectoria. Se combina con modos deslizantes de modo que, sin importar si las perturbaciones que afectan al sistema cumplen con la condición match o no, el controlador realice una acción al respecto. En este capítulo se diseñaron dos controladores híbridos que tienen la forma  $u = u^* + u_1$ , donde  $u^*$  se obtiene a partir de algún método de seguimiento óptimo de trayectoria y  $u_1$  se obtiene de una etapa de modos deslizantes.



**Figura 2.3:** Diagrama de bloques del sistema controlado mediante seguimiento óptimo de trayectoria con modos deslizantes.



**Figura 2.4:** Diagrama de bloques del sistema controlado mediante  $H^\infty$  con modos deslizantes.



## 3 Inversor de Potencia Trifásico

*Este capítulo presenta una descripción del circuito eléctrico correspondiente al convertidor de potencia en su configuración de inversor trifásico, así como su modelado matemático y la transformación del mismo al marco  $dq0$ , mediante la aplicación de la transformación de Park descrita en el Capítulo 2.*

### 3.1 Introducción

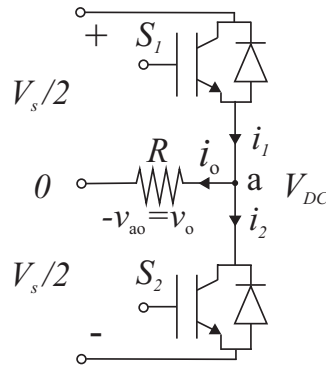
En el Capítulo 1 se mencionó la importancia de los convertidores de potencia, en particular de los inversores, en el paradigma de la generación distribuida y la estructura de las microrredes. En este capítulo se planteará el modelo matemático en  $dq0$  que describe al inversor trifásico conectado al bus de  $CD$  de una microrred por un lado y, mediante un filtro  $LCL$ , a la red eléctrica pública por el otro.

### 3.2 Inversor CD-CA

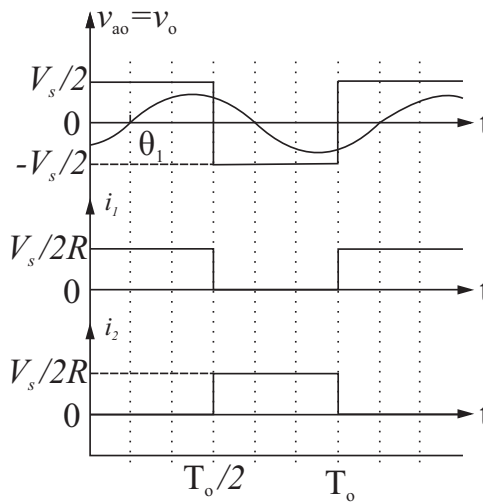
Los convertidores CD-CA son conocidos como inversores. Su función es convertir una entrada de voltaje de CD en una salida de voltaje simétrica de CA de la magnitud y frecuencia deseadas. El voltaje de salida puede ser fijo o variable a una frecuencia fija o variable. Una salida de voltaje variable puede generarse variando la entrada de voltaje de CD y manteniendo la ganancia del inversor constante. Por otro lado, si el voltaje de entrada de CD está fijo y no se puede controlar, la manera de obtener un voltaje de salida variable es variar la ganancia del inversor, la cual se define como la razón entre la salida de voltaje en CA y la entrada de voltaje en CD.

El principio del inversor monofásico se puede explicar mediante la Figura 3.1. Cuando sólo el transistor  $S_1$  está encendido por un tiempo  $T_0/2$ , el voltaje instantáneo a través de la carga  $v_0$  es  $V_s/2$ . Si únicamente  $S_2$  está encendido por un tiempo  $T_0$ , el voltaje a través de la carga será  $-V_s/2$ .

El circuito lógico deberá estar diseñado de tal forma que  $S_1$  y  $S_2$  nunca estén encendidos al mismo tiempo. La Figura 3.2 muestra las formas de onda del voltaje de salida y las corrientes en los transistores para una carga resistiva. El inversor requiere una fuente de CD de tres líneas de modo que cuando un transistor está apagado, su voltaje inverso es  $V_s$  y no  $V_s/2$ . Esta topología de inversor es conocida como medio puente.



**Figura 3.1:** Diagrama esquemático de circuito inversor monofásico.



**Figura 3.2:** Formas de onda de voltaje de salida y corrientes en transistores.

Para una carga inductiva, la corriente no cambia de inmediato al cambiar el voltaje de salida, debido a la energía almacenada en la carga. Si  $S_1$  se apaga cuando  $t = T_o/2$ , la corriente de carga continuará pasando por el diodo de  $S_2$ , la carga y la mitad inferior de la fuente de alimentación hasta alcanzar el nivel de cero; del mismo modo, cuando  $S_1$  se enciende en el momento  $t = T_o/2$ , la corriente pasa por el diodo de  $S_2$ , la carga y la mitad inferior de la fuente de CD. Los diodos correspondientes a cada uno de los interruptores, al momento de entrar en conducción, regresan la energía a la fuente de CD, por lo que se conocen como diodos de retroalimentación.

Cualquier dispositivo de conmutación puede sustituir a los transistores. Si  $t_{off}$  es el tiempo de apagado, es necesario que exista un tiempo mínimo de retardo  $t_d$  entre el dispositivo a la salida y el disparo en el siguiente dispositivo en la entrada para evitar un cortocircuito a través de los dos dispositivos. Por lo que el tiempo máximo de conducción en un dispositivo específico sería  $t_{on} = T_o/2 - t_d$ , esto aunado a que el circuito lógico debe considerar el tiempo de encendido y apagado de los dispositivos prácticos.

En la mayor parte de las aplicaciones la potencia de salida debida a la corriente fundamental es, en general, la potencia útil, y la potencia debida a las corrientes armónicas se disipa en forma de calor y aumenta la temperatura de la carga. Suponiendo un inversor sin pérdidas, la potencia promedio absorbida por la carga debe ser igual a la potencia promedio suministrada por la fuente de CD.

Los inversores se han mejorado a lo largo del tiempo a medida que se han desarrollado transistores de conmutación más poderosos con sistemas de control más sofisticados. Van desde inversores monofásicos básicos de baja potencia que simplemente generan una forma de onda cuadrada a los sofisticados dispositivos empleados en la red eléctrica pública que producen salidas sinusoidales con control completo del factor de potencia.

Una variedad ampliamente usada, emplea modulación por ancho de pulsos o *PWM* para controlar los transistores, lo que proporciona una excelente forma de onda de la salida. La idea del *PWM* es combinar una señal moduladora sinusoidal de cualquier frecuencia que se requiera, con una señal portadora de mucho mayor frecuencia.

### 3.3 Filtro LCL

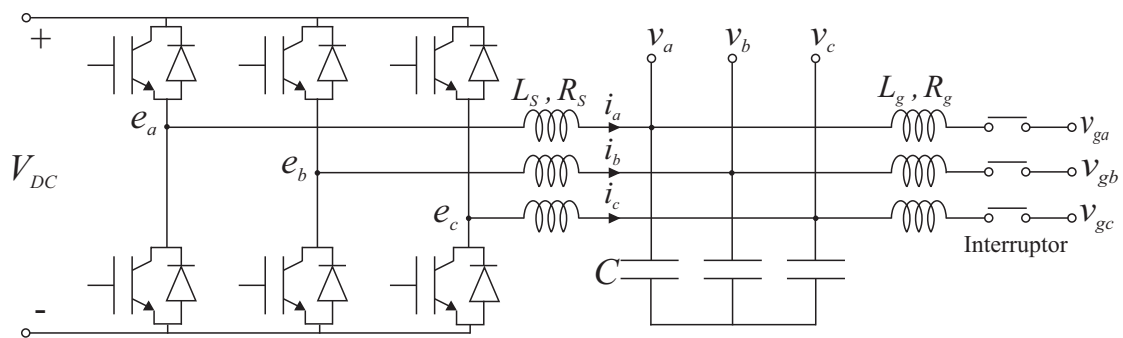
En sistemas de generación distribuida, los convertidores de potencia actúan como interfaces activas y normalmente están compuestos por un inversor conectado a la red eléctrica pública mediante un filtro  $L$  en serie, cuyo objetivo es reducir la distorsión armónica causada por la conmutación de los dispositivos semiconductores en la corriente generada, y que consiste en colocar únicamente un inductor en serie con la salida del convertidor [38]. Sin embargo, con un filtro  $L$  se hace necesario trabajar con altas frecuencias de conmutación para obtener simultáneamente un alto desempeño dinámico y suficiente atenuación de las armónicas causadas por el *PWM* [9, 39]. En contraste se ha observado que el uso de filtros *LCL* puede lograr bajos niveles de distorsión armónica incluso a frecuencias de conmutación moderadas y con una inductancia menor, lo cual representa una ventaja importante en sistemas de alta potencia en los que la frecuencia de conmutación es limitada, por lo que se convierten en una solución más compacta y económicamente más conveniente [9]. El uso de un filtro *LCL*, además de una mayor complejidad, presenta el inconveniente de que aparece una resonancia, lo que compromete la estabilidad del sistema y lo hace más susceptible a perturbaciones de la red. Por ello, se requiere de controladores más sofisticados para garantizar la estabilidad y el rechazo de perturbaciones. En particular, los esquemas de control deben ser capaces de minimizar la distorsión armónica, lo que se ha convertido en una característica casi obligatoria para el diseño del controlador.

En la presente tesis se aplicará un controlador óptimo a un convertidor  $CD - CA$  trifásico, comúnmente denominado inversor trifásico, conectado a la red eléctrica pública mediante un filtro *LCL*.

### 3.4 El inversor de Potencia Trifásico

Los inversores trifásicos se emplean habitualmente para aplicaciones de alta potencia, tales como fuentes de energía ininterrumpible y controladores de motores *AC*, donde se usan para proveer energía a cargas trifásicas. Un inversor trifásico puede obtenerse conectando tres inversores de fase sencilla (monofásicos) en una configuración en paralelo, donde cada inversor genera un desplazamiento de la salida (adelantado o atrasado) por  $120^\circ$  (de la señal de referencia) con respecto a las otras para obtener voltajes balanceados trifásicos. [40, 41].

El inversor trifásico usado en esta tesis, se muestra en Figura 3.3, el cual genera señales con forma de onda senoidal por medio de la conmutación de interruptores electrónicos y en combinación con el filtro *LCL*.



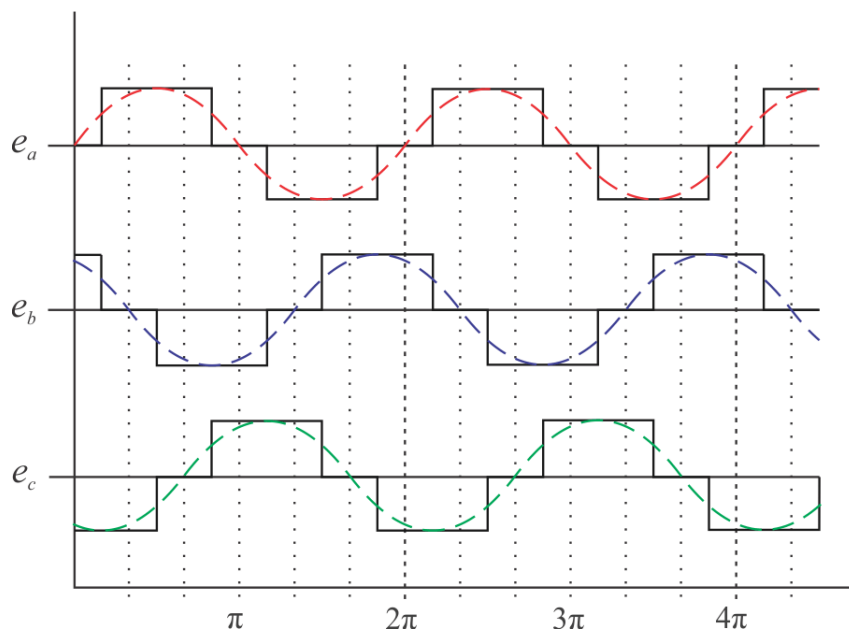
**Figura 3.3:** Diagrama del circuito esquemático del inversor con un filtro *LCL* para conexión con la red.

Con el fin de simplificar el análisis, se empleó un modelo promediado [42][43] del inversor; es decir, se trabajará con señales senoidales ideales como las que se muestran en la Figura 3.4 en líneas discontinuas y que describen de manera aproximada el comportamiento de las señales conmutadas representadas por líneas sólidas. El uso de modelos promediados es posible cuando se considera una frecuencia de conmutación alta para los interruptores. Cabe señalar que la figura no pretende representar ningún método de conmutación en específico, ya que gracias al empleo del modelo promediado, el análisis es independiente del método de conmutación que se seleccione.

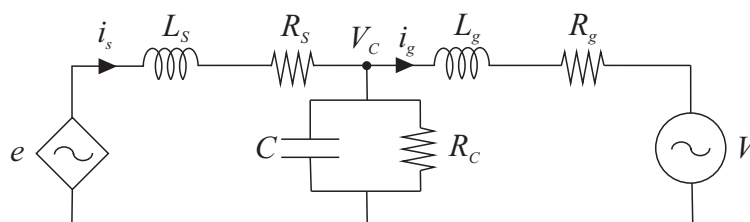
Para cada fase, el inversor, incluyendo el filtro *LCL*, puede representarse por el circuito que se muestra en la Figura 3.5, cuyas dinámicas pueden calcularse haciendo uso de las leyes de Kirchhoff como

de la ley de voltaje de Kirchhoff en la primera malla

$$L_s \frac{di_s}{dt} = -R_s i_s + e - V_C \tag{3.1}$$



**Figura 3.4:** Formas de onda de los voltajes  $e$ ; en línea sólida para el modelo “real” y discontinua para el modelo promediado.



**Figura 3.5:** Representación del filtro LCL que conecta una fase individual del inversor con una fase individual de la red doméstica.

de la ley de voltaje de Kirchoff en la segunda malla

$$L_g \frac{di_g}{dt} = -R_g i_g + V_C - V \quad (3.2)$$

de la ley de corriente de Kirchoff en el nodo  $V_C$

$$C \frac{dV_C}{dt} = -\frac{V_C}{R_C} + i_s - i_g \quad (3.3)$$

donde

$L_s$  es el inductor del lado del inversor del filtro  $LCL$ ,

$R_s$  es la resistencia interna de  $L_s$ ,

$C$  es el capacitor del filtro  $LCL$ ,

$R_C$  es la resistencia interna de  $C$ ,

$V_C$  representa el voltaje en el nodo del capacitor,

$L_g$  es el inductor del lado de la red doméstica del filtro  $LCL$ ,

$R_g$  es la resistencia interna de  $L_g$ ,

$i_s$  representa la corriente que fluye a través de  $L_s$ ,

$i_g$  representa la corriente que fluye a través de  $L_g$ ,

$e$  representa la salida de voltaje trifásico de  $AC$  del inversor,

$V$  representa el voltaje trifásico de  $AC$  de la red doméstica,

las corrientes ( $i_s$  e  $i_g$ ) y los voltajes ( $e$  y  $V$ ) se representan por los vectores:

$$i_s = \begin{bmatrix} i_{L_s a} & i_{L_s b} & i_{L_s c} \end{bmatrix}$$

$$i_g = \begin{bmatrix} i_{L_g a} & i_{L_g b} & i_{L_g c} \end{bmatrix}$$

$$e = \begin{bmatrix} e_a & e_b & e_c \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} V_a & V_b & V_c \end{bmatrix}$$

Como puede verse en la Figura 3.5, ambas,  $e$  y  $V$  son fuentes de voltaje de  $AC$ . El análisis del sistema resulta difícil de llevar a cabo, principalmente porque el sistema está compuesto por ecuaciones que involucran las tres fases ( $a, b, c$ ) de ambas fuentes como funciones sinusoidales, por lo que un controlador del convertidor trifásico tendría que realizar el control simultáneo de las tres fases, que sería el equivalente a controlar tres convertidores.

Mientras que es posible, empleando únicamente un compensador proporcional-integral ( $PI$ ) seguir una referencia de  $CD$ , el compensador requeriría ser de orden mayor y tener un ancho de banda más grande si se requiere seguir una referencia sinusoidal. En un convertidor de potencia trifásico, invariablemente se querrá seguir referencias sinusoidales de corriente o voltaje.

Existen representaciones alternativas equivalentes conocidas como marcos de referencia que permiten transformar las características del problema a resolver. El marco de referencia  $\alpha - \beta$  que se describe a detalle en [44], por ejemplo, permite transformar el problema de controlar un sistema de tres convertidores a un problema equivalente de controlar dos subsistemas equivalentes. El marco de referencia  $dq0$  posee el mismo mérito, además de las características siguientes:

- Si el control se lleva a cabo en el marco  $dq0$ , un problema de seguimiento de referencia sinusoidal se transforma en un problema equivalente de seguimiento de referencia en  $CD$ .
- Convencionalmente los componentes de grandes sistemas eléctricos se formulan y analizan en el marco  $dq0$ . Por ello, la representación del convertidor en  $dq0$  posibilita tareas de análisis y diseño, basadas en metodologías que se emplean comúnmente en sistemas de potencia, en un marco unificado.

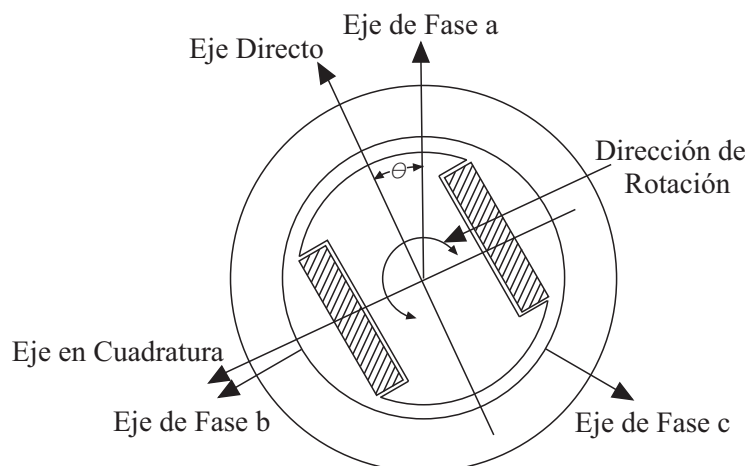
El cambio de marco de referencia de  $abc$  a  $dq0$  se lleva a cabo mediante la transformación de Park.

### 3.5 Transformación de Park

Para la simplificación de los cálculos se aplica un cambio de marco de referencia, de las coordenadas de las fases  $abc$  al marco conocido como  $dq0$ , la transformación que permite realizar dicho cambio fue introducida por Robert H. Park en [45], por lo que se conoce como transformación de Park, y fue desarrollada para el cálculo de corriente, potencia y torque en un tipo de máquinas síncronas trifásicas.

El objetivo de la transformación es encontrar una equivalencia para los valores trifásicos ( $abc$ ) senoidales en valores constantes en régimen permanente ( $dq0$ ); geoméricamente, se puede considerar como la proyección de tres valores de fase senoidales en dos ejes que rotan con la misma velocidad angular que los valores de fase senoidales. Estos ejes se conocen como directo ( $d$ ) y en cuadratura ( $q$ ); en cuadratura porque se encuentra a  $90^\circ$  del directo.

La Figura 3.6 muestra la ubicación de los ejes trifásicos, así como los ejes directo y en cuadratura en una máquina eléctrica como es descrito en [45].



**Figura 3.6:** Diagrama de máquina síncrona ideal que muestra la ubicación geométrica de los ejes trifásicos y los ejes  $d$  y  $q$ .

Para el cambio de marco de referencia de  $abc$  a  $dq0$  [46, 45], se toma en consideración la relación

$$\mathbf{f}_{dq0} = \mathbf{K}\mathbf{f}_{abc} \quad (3.4)$$

donde

$$(\mathbf{f}_{dq0})^\top = [f_d \quad f_q \quad f_0] \quad (3.5)$$

$$(\mathbf{f}_{abc})^\top = [f_a \quad f_b \quad f_c] \quad (3.6)$$

$$\mathbf{K} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \sin \theta & \sin \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \theta & \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}, \quad (3.7)$$

siendo  $\theta$  el desplazamiento angular del cuadro de referencia arbitrario, relacionado con la velocidad angular  $\omega$  por

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

La ventaja de esta transformación es que permitirá trabajar con valores constantes en régimen permanente, a pesar de que físicamente se trate de valores trifásicos senoidales, reduciendo además el orden del sistema de tres a dos señales de entrada, ya que una de ellas tomará el valor de cero en todo momento.

Para llevar a cabo la transformación mencionada, se emplea (3.4) [45, 46]:

De (3.4) se sigue que

$$\mathbf{f}_{abc} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{f}_{dq0} \quad (3.8)$$

donde

$$\mathbf{K}^{-1} = \begin{bmatrix} \sin \theta & \cos \theta & 1 \\ \sin \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) & 1 \\ \sin \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.9)$$

De [46], para elementos capacitivos e inductivos

$$\mathbf{K}p\mathbf{K}^{-1} = \omega \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

donde  $p$  es el operador  $\frac{d}{dt}$  y  $\omega = 2\pi f$ ;  $f$  representa la frecuencia de la señal de referencia.

El sistema (3.1)-(3.3) con (3.4) se convierte en

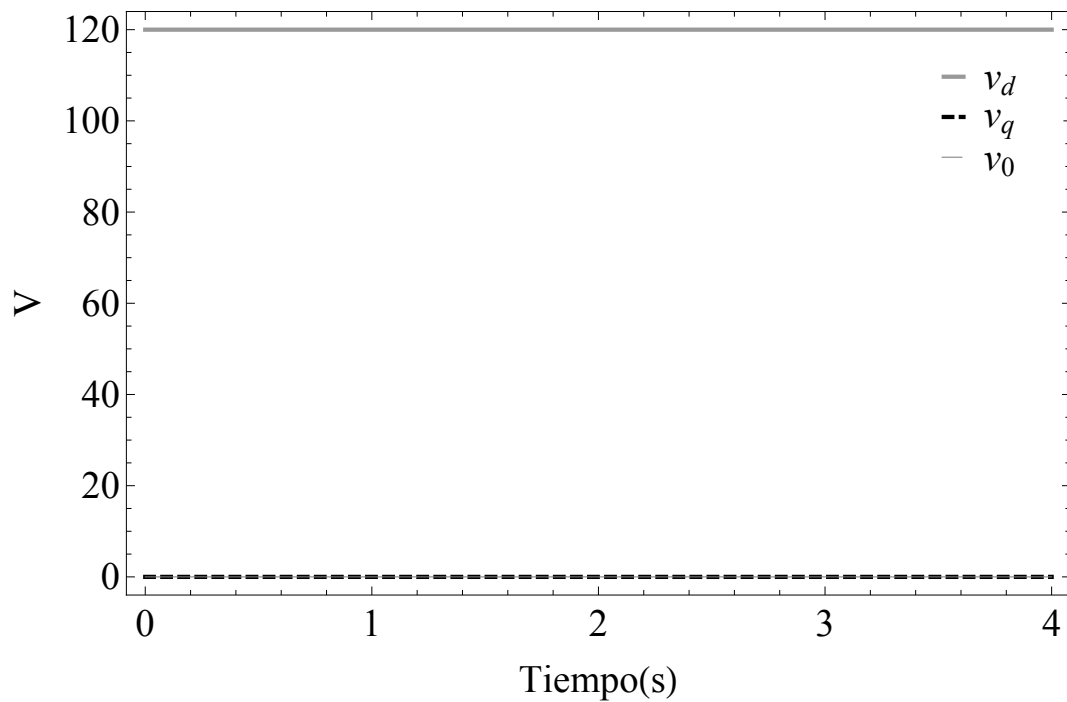
$$\begin{aligned} \frac{di_{sd}}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s}i_{sd} + \omega i_{sq} + \frac{1}{L_s}e_d - \frac{1}{L_s}V_{Cd} \\ \frac{di_{sq}}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s}i_{sq} - \omega i_{sd} + \frac{1}{L_s}e_q - \frac{1}{L_s}V_{Cq}, \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \frac{di_{gd}}{dt} &= -\frac{R_g}{L_g}i_{gd} + \omega i_{gq} + \frac{1}{L_g}V_{Cd} - \frac{1}{L_g}V_d \\ \frac{di_{gq}}{dt} &= -\frac{R_g}{L_g}i_{gq} - \omega i_{gd} + \frac{1}{L_g}V_{Cq} - \frac{1}{L_g}V_q, \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} \frac{dV_{Cd}}{dt} &= -\frac{V_{Cd}}{R_C C} + \omega V_{Cq} + \frac{1}{C}i_{sd} - \frac{1}{C}i_{gd} \\ \frac{dV_{Cq}}{dt} &= -\frac{V_{Cq}}{R_C C} - \omega V_{Cd} + \frac{1}{C}i_{sq} - \frac{1}{C}i_{gq} \end{aligned} \quad (3.12)$$

La potencia activa  $P_A$  y potencia reactiva  $Q_R$  se definen en [44] como

$$P_A = \frac{3}{2}(V_d i_{gd} + V_q i_{gq}) \quad (3.13)$$



**Figura 3.7:** Componentes del voltaje  $V$  transformadas al marco  $dq0$

$$Q_R = \frac{3}{2} (V_q i_{gd} - V_d i_{gq}) \quad (3.14)$$

donde los subíndices  $d$  y  $q$  en corrientes y voltajes, representan las componentes *directa* y en *cuadratura* del marco de referencia  $dq0$ , mientras que las componentes correspondientes a 0 son omitidas por simplicidad, ya que tienen un valor de cero.

Desde el punto de vista de control, la red eléctrica pública puede considerarse como una perturbación que afecta al circuito inversor-filtro  $LCL$ . Entonces, para manejar dicha perturbación, se diseña un exosistema para representarla incrementando el orden del sistema, agregando las ecuaciones adicionales siguientes

$$\frac{dV_d}{dt} = 0 \quad (3.15)$$

$$\frac{dV_q}{dt} = 0 \quad (3.16)$$

donde  $V_d(0) = V_d$  y  $V_q(0) = V_q$ , como se muestra con fines ilustrativos en la Figura 3.7 para las señales

$$V_a = 120 \sin(\omega t)$$

$$V_b = 120 \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$V_c = 120 \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

donde  $\omega = 2\pi f$ , para  $f = 60Hz$ , que vectorialmente se puede presentar como  $V = \begin{bmatrix} V_a & V_b & V_c \end{bmatrix}$ .

El sistema (3.10)-(3.16) constituye el modelo del circuito inversor-filtro-red eléctrica pública en el marco de referencia  $dq0$ .

Comparado con un controlador en el marco de referencia  $\alpha - \beta$ , el control en el marco  $dq0$  requiere de un mecanismo de sincronización que usualmente se consigue mediante un lazo de seguimiento de fase (*PLL*) (sistema de control que genera una señal de salida con una fase afín a la fase de una señal de entrada), lo cual puede considerarse como una desventaja del control en el marco  $dq0$ , sin embargo, en general se considera que los beneficios superan esta desventaja.

## 3.6 Conclusiones

El inversor trifásico, compuesto por tres circuitos de inversor de medio puente, es capaz de convertir el voltaje de CD del bus de una microred en un voltaje de salida de AC de la magnitud y frecuencia deseables para permitir la transferencia de energía hacia la red eléctrica pública. Para reducir la distorsión armónica, la conexión con la red eléctrica pública se realizó mediante un filtro LCL, y al considerar que se trabaja con altas frecuencias de conmutación para los transistores, el análisis se llevó a cabo sobre un modelo promediado. Para simplificar el diseño del controlador, se trabajó en el marco de referencia  $dq0$ , que además es el marco de referencia en el que se realizan análisis de las grandes redes. El siguiente capítulo presenta la aplicación de los esquemas de control propuestos para el inversor trifásico conectado a la red eléctrica, con el objetivo de regular la potencia a transferir.



# 4 Aplicación de los Controladores para el Inversor

*En este capítulo, las leyes de control obtenidas en el Capítulo 2 se aplican al sistema SDCF obtenido del circuito analizado en el Capítulo 3 y se presentan los resultados obtenidos en simulación para cada uno de los controladores diseñados. Todas las simulaciones cuyos resultados aparecen en el capítulo fueron realizadas haciendo uso de Wolfram Mathematica®.*

## 4.1 Introducción

Tres controladores distintos fueron diseñados para el sistema del inversor. Ahora cada uno de ellos se aplicará a una variación del sistema que permita destacar sus características sobresalientes. El seguimiento óptimo de trayectoria se probará sobre un sistema ideal, donde la perturbación  $\phi$  es igual a cero en todo momento, de modo que se espera verificar que en estas condiciones, se realiza un seguimiento perfecto aún con los cambios bruscos de pendiente en las funciones definidas a tramos que se emplearán como referencias. El seguimiento óptimo de trayectoria con modos deslizantes se probará con un sistema afectado por una perturbación que se encuentra dentro de su espacio de control (match), lo que permitirá comparar su desempeño rechazando este tipo de perturbaciones con el resultado obtenido de sólo realizar seguimiento. Finalmente, el controlador constituido por  $H^\infty$  con modos deslizantes se probará con una perturbación que no cumple con la condición de afectar a las ecuaciones que incluyen entradas de control (unmatch), para comprobar así si es que efectivamente existe una atenuación del efecto de este tipo de perturbaciones.

## 4.2 Aplicación del Control Óptimo

El sistema descrito por (3.10)-(3.16) puede representarse mediante una factorización de coeficientes dependientes del estado como

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(x)x + B(x)u \\ y &= C(x)x \end{aligned} \tag{4.1}$$

donde  $A(x)$  está dada por

$$A(x) = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_s} & \omega & 0 & 0 & -\frac{1}{L_s} & 0 & 0 & 0 \\ -\omega & -\frac{R_s}{L_s} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R_g}{L_g} & \omega & \frac{1}{L_g} & 0 & -\frac{1}{L_g} & 0 \\ 0 & 0 & -\omega & -\frac{R_g}{L_g} & 0 & \frac{1}{L_g} & 0 & -\frac{1}{L_g} \\ \frac{1}{C} & 0 & -\frac{1}{C} & 0 & -\frac{1}{CR_C} & \omega & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & 0 & -\frac{1}{C} & -\omega & -\frac{1}{CR_C} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

y

$$B(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_s} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.3)$$

$$C(x) = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & V_d & V_q & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_q & -V_d & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$x^T = \begin{bmatrix} i_{sd} & i_{sq} & i_{gd} & i_{gq} & V_{Cd} & V_{Cq} & V_d & V_q \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$u = \begin{bmatrix} e_d \\ e_q \end{bmatrix}. \quad (4.6)$$

Entonces, las salidas a controlar son

$$y = C(x)x = \begin{bmatrix} P_A \\ Q_R \end{bmatrix}$$

Note que, aunque el esquema de control fue desarrollado para sistemas donde es posible una factorización dependiente del estado, en el caso particular del inversor, las entradas en las matrices  $A(x)$  y  $B(x)$  no son dependientes del estado (por lo que a partir de ahora serán escritas simplemente como  $A$  y  $B$ , respectivamente), mientras que  $C(x)$  es una matriz dependiente del estado. La Tabla 4.1 muestra los valores de los parámetros usados en el circuito de la Figura 3.5. Al no contar con un modelo real, los valores se tomaron de [15].

**Tabla 4.1:** Valores de componentes pasivos

Parámetro	Valor
$L_s = L_g$	0.002 H
$R_s = R_g$	0.135 $\Omega$
$C$	$5 \times 10^{-6}$ F
$R_C$	10000 $\Omega$
$f$	60 Hz
$\omega$	$2\pi f$ rad/s

**Tabla 4.2:** Valores de la fuente  $V$ .

Parámetro	Valor
$V_a$	$120 \sin(\omega t)$ V
$V_b$	$120 \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3})$ V
$V_c$	$120 \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3})$ V

Los voltajes de la red eléctrica pública se describen en la Tabla 4.2 y se presentan en la Figura 3.5 como fuente  $V$ .

Las variables  $P$  y  $z$ , correspondientes a la ecuación diferencial usada para el controlador (2.13), se calculan tomando en cuenta la selección de las matrices  $Q$  y  $R$ , respectivamente como

$$Q = \begin{bmatrix} 200 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$R = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}. \quad (4.8)$$

Los valores correspondientes a las matrices de ponderación  $Q$  y  $R$  se seleccionaron mediante un proceso de prueba y error.

El vector de referencia  $r$ , que contiene los valores deseados para las potencias activa y reactiva, está dado por

$$r = \begin{bmatrix} P_{Ad} \\ Q_{Rd} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

donde

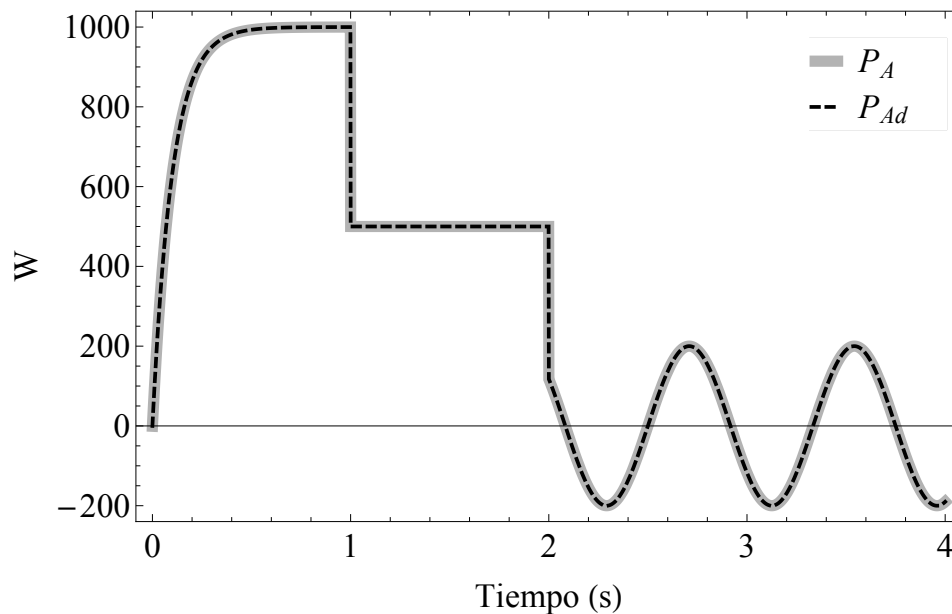
$$P_{Ad} = \begin{cases} 1000(1 - e^{-10t})W & , 0 < t < 1 \\ 500W & , 1 \leq t < 2 \\ 200 \sin(\omega t/50) W & , 2 \leq t < 4 \end{cases}$$

$$Q_{Rd} = \begin{cases} 2000(1 - e^{-10t})var & , 0 < t < 1 \\ -500var & , 1 \leq t < 2 \\ 200 \sin(\omega t/50) var & , 2 \leq t < 4 \end{cases}$$

### 4.2.1 Resultados de Simulación

Las señales de control óptimo se obtienen por medio de (2.13) con (2.14)-(2.15).

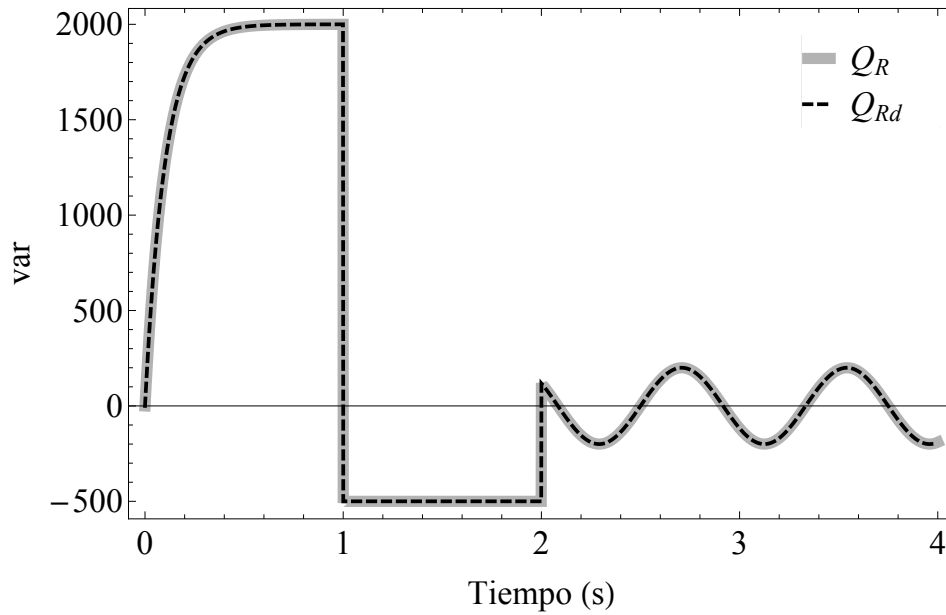
La Figura 4.1 muestra la referencia deseada para la potencia activa  $P_{Ad}$  así como el valor real de potencia activa  $P_A$ , obtenido mediante (3.13) y dado en watts (W).



**Figura 4.1:** Seguimiento de potencia Activa.

Las referencias definidas a tramos se emplearon únicamente con fines demostrativos, para facilitar la observación del desempeño del seguimiento. En la Figura 4.2, puede observarse la referencia deseada para la potencia reactiva  $Q_{Rd}$ , acompañada del valor de  $Q_R$ , calculado a partir de (3.14) y dado en unidades de volt-ampére reactivos (var). Como cabría esperar, en la ausencia de perturbaciones, el seguimiento que se logra mediante el control óptimo, resulta perfecto en la simulación.

Las señales correspondientes a las leyes de control óptimo que permiten el seguimiento se muestran en la Fig. 4.3; éstas son señales de entrada de voltaje dadas en volts (V).



**Figure 4.2:** Seguimiento de potencia Reactiva.

Las corrientes de salida del filtro  $LCL$ , que interconecta el inversor con la red eléctrica pública, aparecen en la Figura 4.4, dadas en amperes ( $A$ ).

### 4.3 Aplicación del Control Óptimo y Robusto Basado en Modos Deslizantes

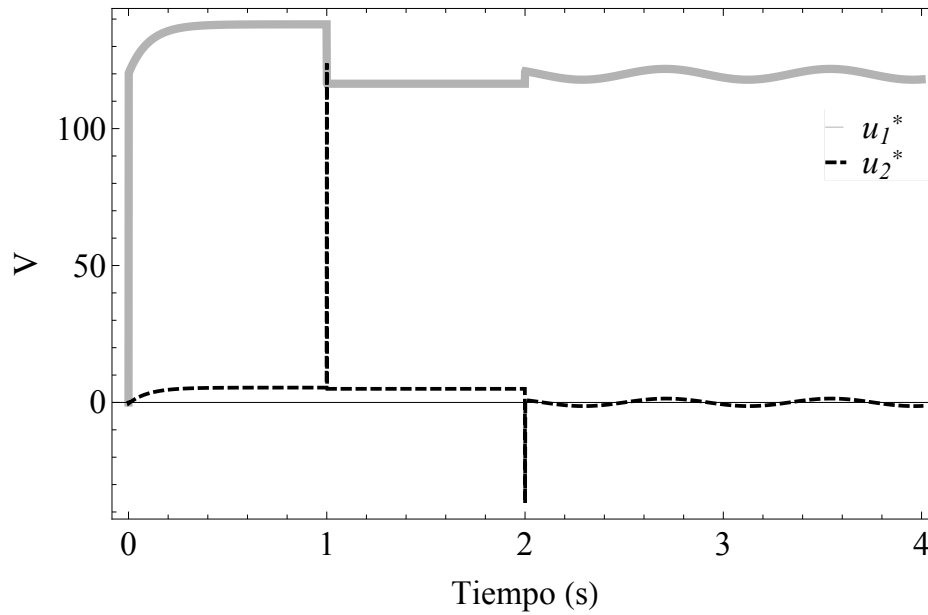
Para el sistema del filtro  $LCL$  que permite el intercambio de energía entre el inversor que se encuentra en el lado de la microrred y la red eléctrica pública representado por

$$\dot{x} = Ax + B(u^* + u_1) + \phi$$

las matrices  $A$  y  $B$  están dadas por

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_s} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.11)$$

La parte de control óptimo correspondiente a  $u^*$ , está diseñada para el sistema



**Figura 4.3:** Señales de control óptimo.

nominal, donde  $u^*$  es la solución del problema de seguimiento óptimo sujeto al índice de desempeño cuadrático lineal

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} (e^T Q e + u^T R u) dt \tag{4.12}$$

En la Sección 4.2 se detalla el proceso para la obtención de las leyes de control que permiten el seguimiento óptimo de trayectoria para el filtro *LCL*.

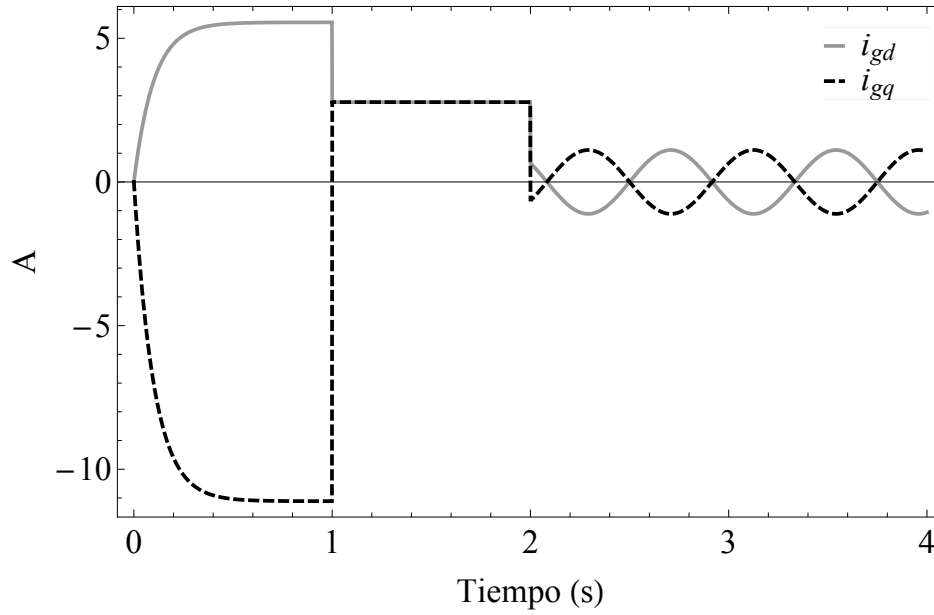
Como perturbación que afecta la sistema se considera que  $\phi = B\gamma$  y la ley de control de modos deslizantes es

$$u_1 = \begin{bmatrix} u_{11} \\ u_{12} \end{bmatrix} = -300 \operatorname{sign} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix}$$

con  $\gamma$  como aparece en la Subsección 4.3.1

donde el vector  $s$  que contiene a  $s_1$  y  $s_2$  se calcula a partir de (2.28). Dado que la única restricción con respecto a  $G$  es que  $\det GB \neq 0$ , se selecciona

$$G = \begin{bmatrix} L_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



**Figura 4.4:** Corrientes de salida  $i_{gd}$  y  $i_{gq}$ .

así  $GB = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ , cuyo determinante es 1.

### 4.3.1 Resultados de Simulación.

Para el sistema con una perturbación de la forma

$$\gamma = \begin{bmatrix} 6 \sin(3\omega t) \\ 15 \sin\left[(3\omega t) - \frac{2\pi}{3}\right] \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

y que cumple con la condición "match", es decir que afecta al sistema justo en el punto donde se lleva a cabo la acción de control; las ecuaciones correspondientes a la corriente en el inductor del lado del inversor son ahora

$$\begin{aligned} \frac{di_{sd}}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s}i_{sd} + \omega i_{sq} + \frac{1}{L_s}e_d - \frac{1}{L_s}(u_1^* + u_{11} + \gamma_1)V_{Cd} \\ \frac{di_{sq}}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s}i_{sq} - \omega i_{sd} + \frac{1}{L_s}e_q - \frac{1}{L_s}(u_2^* + u_{12} + \gamma_2)V_{Cq}, \end{aligned} \quad (4.14)$$

mientras que el resto de las ecuaciones permanecen inalteradas. En el chapter 2 se hizo mención del requerimiento de que la perturbación que afecte a un sistema, sea

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_s} & \omega & 0 & 0 & -\frac{1}{L_s} & 0 & 0 & 0 \\ -\omega & -\frac{R_s}{L_s} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R_g}{L_g} & \omega & \frac{1}{L_g} & 0 & -\frac{1}{L_g} & 0 \\ 0 & 0 & -\omega & -\frac{R_g}{L_g} & 0 & \frac{1}{L_g} & 0 & -\frac{1}{L_g} \\ \frac{1}{C} & 0 & -\frac{1}{C} & 0 & -\frac{1}{CR_C} & \omega & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & 0 & -\frac{1}{C} & -\omega & -\frac{1}{CR_C} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

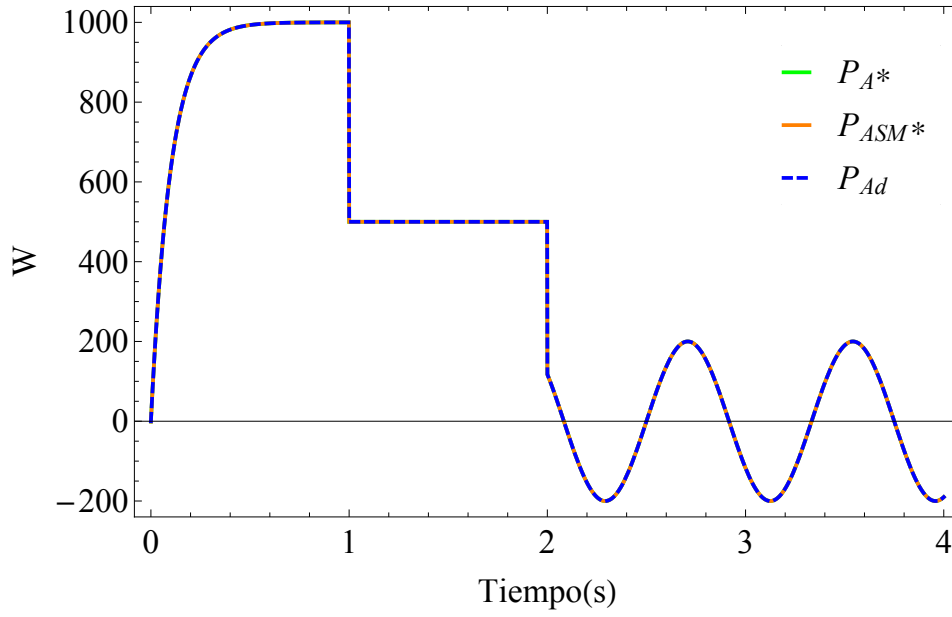
de estas características para que un esquema de modos deslizantes sea capaz de rechazarla. Así, se observa en Figura 4.5 - Figura 4.6, que al añadir la parte de control mediante modos deslizantes, es posible obtener una respuesta de seguimiento que no sea afectada por la perturbación presente. Debido a la diferencia en magnitudes entre la perturbación y la referencia en las Figura 4.5 y Figura 4.7 el efecto de la perturbación en las Potencias Activa y Reactiva resulta imperceptible. Por ello, en las Figura 4.6 y Figura 4.8 se representan acercamientos que permiten visualizar claramente que, para  $P_{ASM}^*$  y  $Q_{RSM}^*$ , que corresponden a los valores de Potencia Activa y Reactiva obtenidos mediante el empleo de control óptimo con modos deslizantes, se logra rechazar la perturbación de las características descritas. Esto en contraste con  $P_A^*$  y  $Q_R^*$ , para las que únicamente se usa la ley de control correspondiente al seguimiento óptimo, y que claramente se ven afectadas por la perturbación.

La Figura 4.9 muestra la señal de seguimiento de trayectoria óptimo  $u^*$ , mientras que en la Figura 4.10 aparece la señal compuesta por el seguimiento óptimo y el control mediante modos deslizantes  $u^*SM$ . En esta última puede notarse el costo de control que es la presencia de chattering característica de cuando se trabaja con modos deslizantes.

## 4.4 Aplicación del Control Óptimo Robusto Basado en H-infinito y Modos Deslizantes

Para el sistema del filtro  $LCL$  que permite el intercambio de energía entre el inversor que se encuentra en el lado de la microred y la red eléctrica pública representado por

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_w w + Bu \\ y &= C(x)x \end{aligned} \quad (4.15)$$



**Figura 4.5:** Señales de referencia  $P_{Ad}$  y resultantes  $P_A^*$  (control óptimo) y  $P_{ASM}^*$  (control óptimo con modos deslizantes) de los valores de Potencia Activa en watts (W).

con funcional de costo

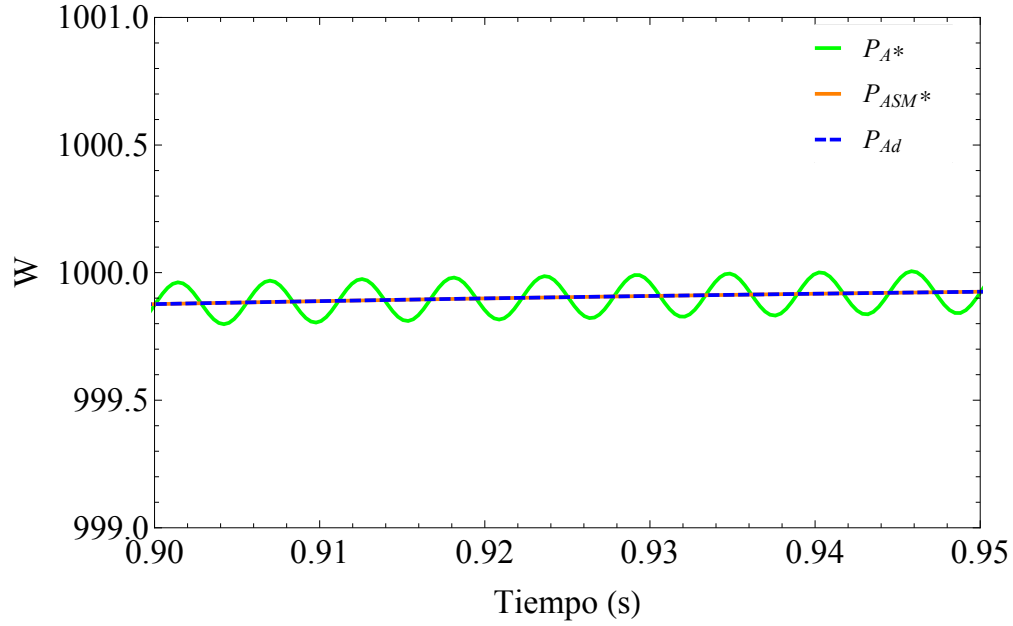
$$J = \int_0^{\infty} (u^T u + e^T Q e - \gamma^2 w^2 w) dt \quad (4.16)$$

así las ecuaciones de Riccati para seguimiento,

$$\begin{aligned} \dot{P}(x) = & C(x)^T Q C(x) - P(x) \left( B R^{-1} B^T - \frac{1}{\gamma^2} B_w B_w^T \right) P(x) \\ & + A^T P(x) + P(x) A \end{aligned} \quad (4.17)$$

$$\dot{z}(x) = \left( A - \left( B R^{-1} B^T - \frac{1}{\gamma^2} B_w B_w^T \right) P(x) \right)^T z(x) + C(x)^T Q r \quad (4.18)$$

donde



**Figura 4.6:** Ampliación de las señales de referencia  $P_{Ad}$  y resultantes  $P_A^*$   $P_{ASM^*}$  Acercamiento durante el intervalo entre 0.9 y 0.95 segundos.

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_s} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

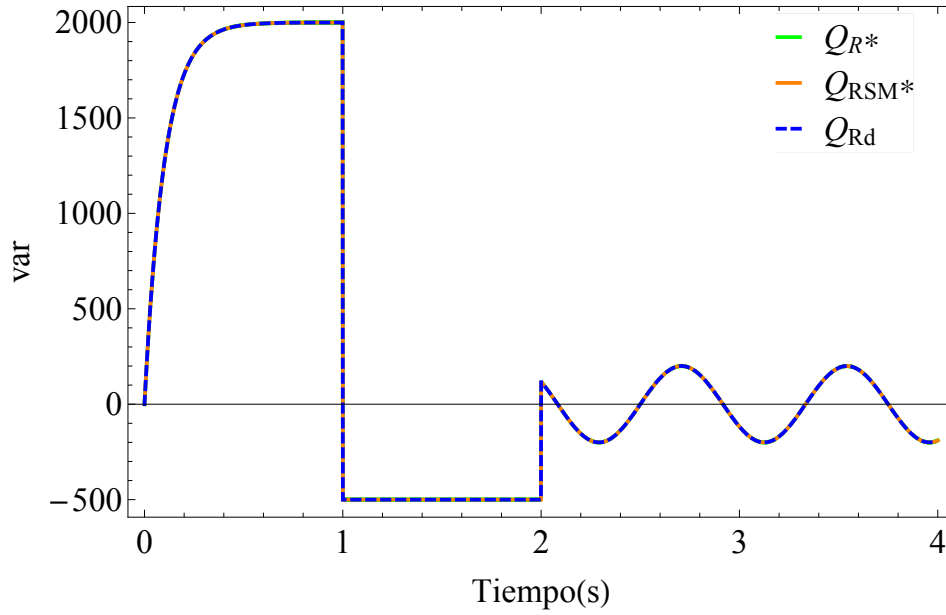
$$C(x) = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & V_d & V_q & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_q & -V_d & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$x^T = \begin{bmatrix} i_{sd} & i_{sq} & i_{gd} & i_{gq} & V_{Cd} & V_{Cq} & V_d & V_q \end{bmatrix}$$

Se emplean los valores de  $Q$  y  $R$  proporcionados en (4.7) y (4.8), y el vector de referencia  $r$ , que contiene los valores deseados para las potencias activa y reactiva, está dado por (4.9), así,

$$Q = \begin{bmatrix} 200 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$



**Figura 4.7:** Señales de referencia  $Q_{Rd}$  y resultantes  $Q_R^*$  (control óptimo) y  $Q_{RSM}^*$  (control óptimo con modos deslizantes) de los valores de Potencia Reactiva en volt ampére reactivos (var).

Nuevamente los valores en las matrices de ponderación  $Q$  y  $R$  fueron obtenidos mediante un proceso de prueba y error.

$$r = \begin{bmatrix} P_{Ad} \\ Q_{Rd} \end{bmatrix}$$

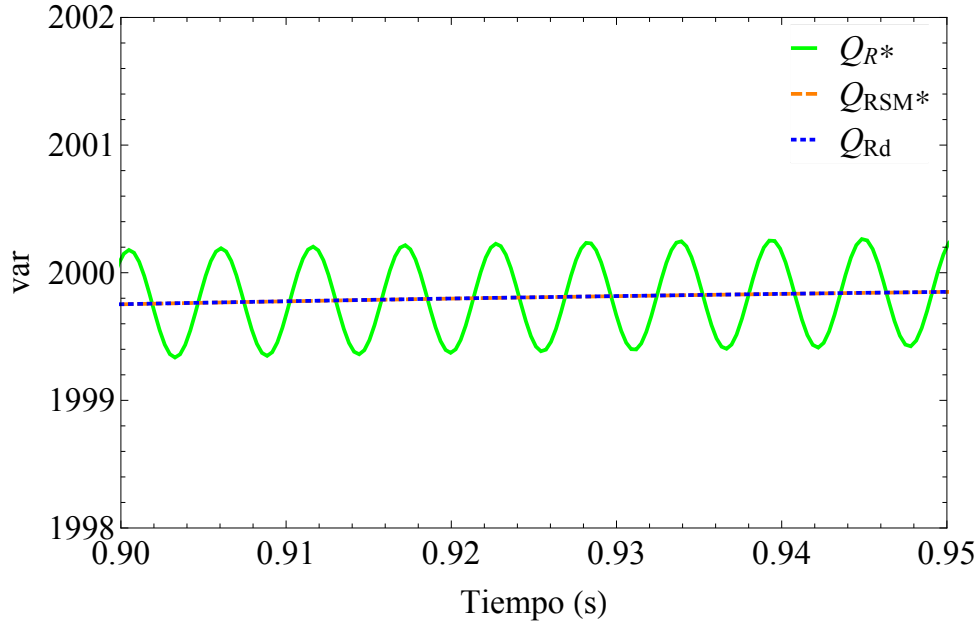
$$\text{donde } P_{Ad} = \begin{cases} 1000(1^{-10t})W & , 0 < t < 1 \\ 500W & , 1 \leq t < 2 \\ 200 \sin(\theta/50) W & , 2 \leq t < 4 \end{cases} \text{ y}$$

$$Q_{Rd} = \begin{cases} 2000(1^{-10t})var & , 0 < t < 1 \\ -500var & , 1 \leq t < 2 \\ 200 \sin(\theta/50) var & , 2 \leq t < 4 \end{cases}.$$

#### 4.4.1 Resultados de Simulación.

Para el sistema con una perturbación de la forma

$$\gamma = \begin{bmatrix} 6 \sin(3\omega t) \\ 15 \sin\left[(3\omega t) - \frac{2\pi}{3}\right] \end{bmatrix}$$



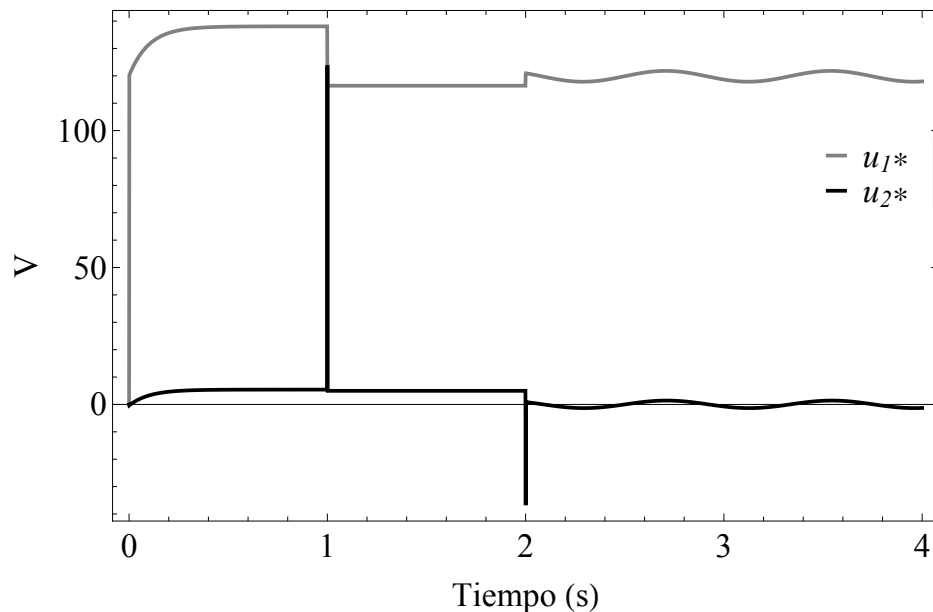
**Figura 4.8:** Ampliación de las señales de referencia  $Q_{Rd}$  y resultantes  $Q_R^*$  (control óptimo) y  $Q_{RSM}^*$  (seguimiento óptimo de trayectoria con modos deslizantes) de los valores de Potencia Reactiva. Acercamiento durante el intervalo entre 0.9 y 0.95 segundos.

la perturbación afecta ahora a la corriente en el inductor del lado de la red eléctrica pública, descrita por (3.11), por lo que las primeras cuatro ecuaciones del sistema quedarían como

$$\begin{aligned} \frac{di_{sd}}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s}i_{sd} + \omega i_{sq} + \frac{1}{L_s}e_d - \frac{1}{L_s}(u_1^* + u_{11})V_{Cd} \\ \frac{di_{sq}}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s}i_{sq} - \omega i_{sd} + \frac{1}{L_s}e_q - \frac{1}{L_s}(u_2^* + u_{12})V_{Cq}, \end{aligned} \quad (4.19)$$

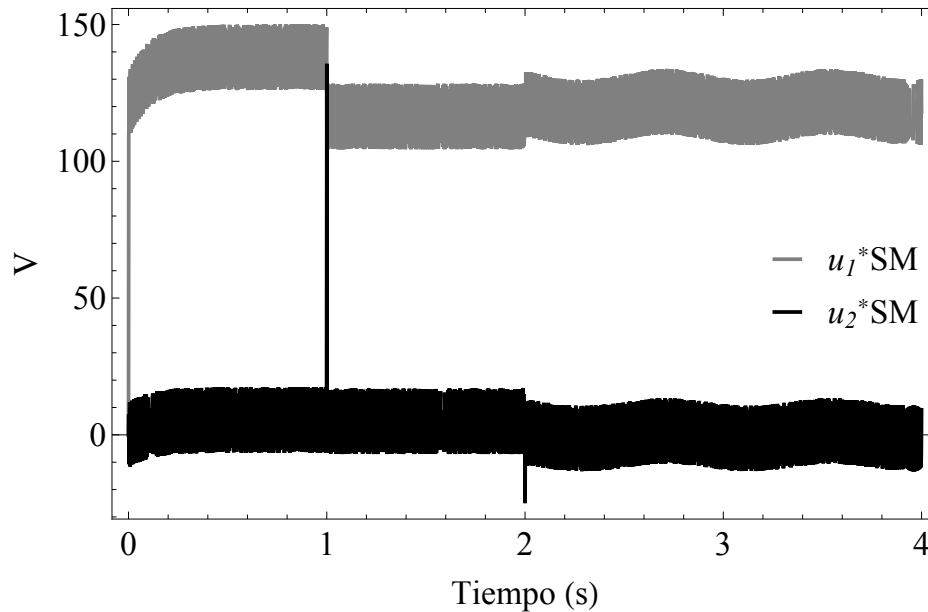
$$\begin{aligned} \frac{di_{gd}}{dt} &= -\frac{R_g}{L_g}i_{gd} + \omega i_{gq} + \frac{1}{L_g}V_{Cd} - \frac{1}{L_g}\gamma_1 V_d \\ \frac{di_{gq}}{dt} &= -\frac{R_g}{L_g}i_{gq} - \omega i_{gd} + \frac{1}{L_g}V_{Cq} - \frac{1}{L_g}\gamma_2 V_q, \end{aligned} \quad (4.20)$$

donde la perturbación  $\gamma$  aparece en ecuaciones donde no hay entradas de control, es decir que dicha perturbación no cumple con la condición *match*.



**Figura 4.9:** Señales de control correspondientes a la parte de seguimiento óptimo de trayectoria.

En la Figura 4.11 se muestra la referencia  $P_{Ad}$ , y los valores simulados de  $P_A^*$  (control óptimo con modos deslizantes) y  $P_{AH^\infty}$  (control  $H^\infty$  con modos deslizantes) para la Potencia Activa, mientras que en la Figura 4.13 aparece la referencia  $Q_{Rd}$  y valores simulados  $Q_R^*$  (control óptimo con modos deslizantes) y  $Q_{RH^\infty}$  (control  $H^\infty$  con modos deslizantes) para la Potencia Reactiva. De acuerdo con la teoría, el seguimiento óptimo de trayectoria no tiene la capacidad de rechazar perturbaciones, por lo que es necesario complementarlo con otras técnicas de control para conseguir un controlador robusto. Igualmente se sabe que en el esquema de modos deslizantes se pide como condición que las perturbaciones que afecten al sistema se encuentren en el espacio de control para que sea efectivo en el rechazo de las mismas. En este caso, en el que no se cumple con tal condición, los valores de  $P_A^*$  y  $Q_R^*$ , obtenidos mediante simulación, presentan el efecto total de la perturbación, mientras que se espera que al emplear la técnica de  $H_\infty$  en combinación con modos deslizantes, sea posible obtener una respuesta de seguimiento que atenúe el efecto de la perturbación. En Figura 4.12, que muestra una ampliación de la comparación de la referencia  $P_{Ad}$  y valores simulados de  $P_A^*$  (control óptimo con modos deslizantes) y  $P_{AH^\infty}$  (control  $H^\infty$  con modos deslizantes) para la Potencia Activa, y Figura 4.14 donde es posible observar la ampliación de la referencia  $Q_{Rd}$  y los valores simulados de  $Q_R^*$  (control óptimo con modos deslizantes) y  $Q_{RH^\infty}$  (control  $H^\infty$  con modos deslizantes) para la Potencia Reactiva, se aprecia el detalle de la comparativa en un acercamiento al intervalo entre 0.9 y 0.95 segundos. Se hace patente que en el caso del controlador que incluye  $H^\infty$  existe una atenuación del efecto de la perturbación sobre los valores



**Figura 4.10:** Señales de control compuestas por el seguimiento óptimo de trayectoria y control por modos deslizantes para brindar robustez ante incertidumbres.

simulados de la potencia, con respecto al controlador conformado por el seguimiento óptimo de trayectoria y modos deslizantes.

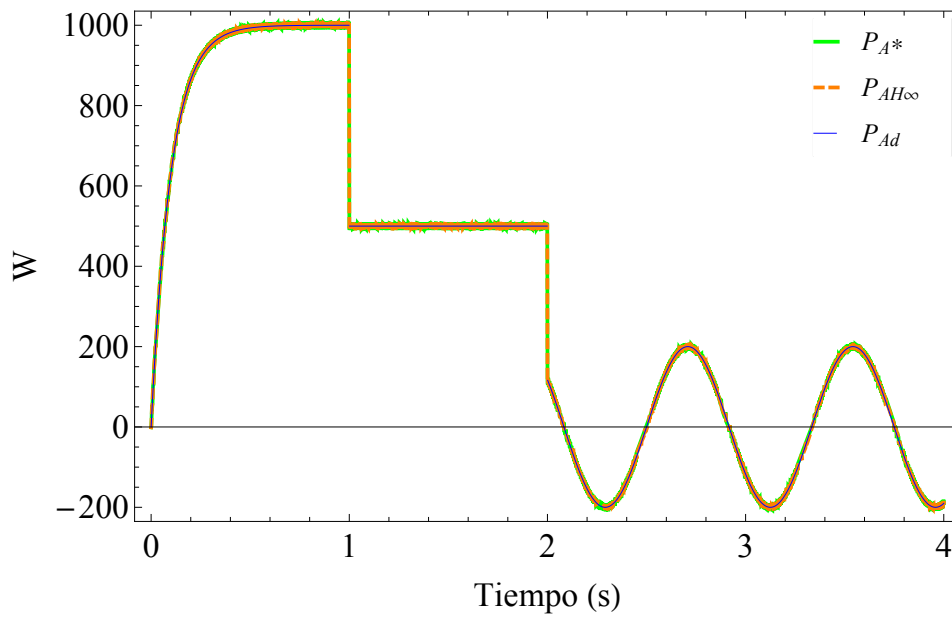
La Figura 4.15 muestra las señales de control correspondientes al controlador óptimo con modos deslizantes  $u^*$ ; en la Figura 4.16 aparecen las señales compuestas por el control  $H^\infty$  y el control mediante modos deslizantes  $u^\infty$ . Mientras que existe una enorme similitud en cuanto a la magnitud del esfuerzo de control requerido para ambos controladores híbridos (con la salvedad de los disparos correspondientes a los cambios drásticos en las referencias que se presentan en los segundos 1 y 2), hay una diferencia importante en cuanto al resultado de control, particularmente en la Potencia Reactiva, donde la atenuación de la perturbación es mucho más notoria.

## 4.5 Conclusiones

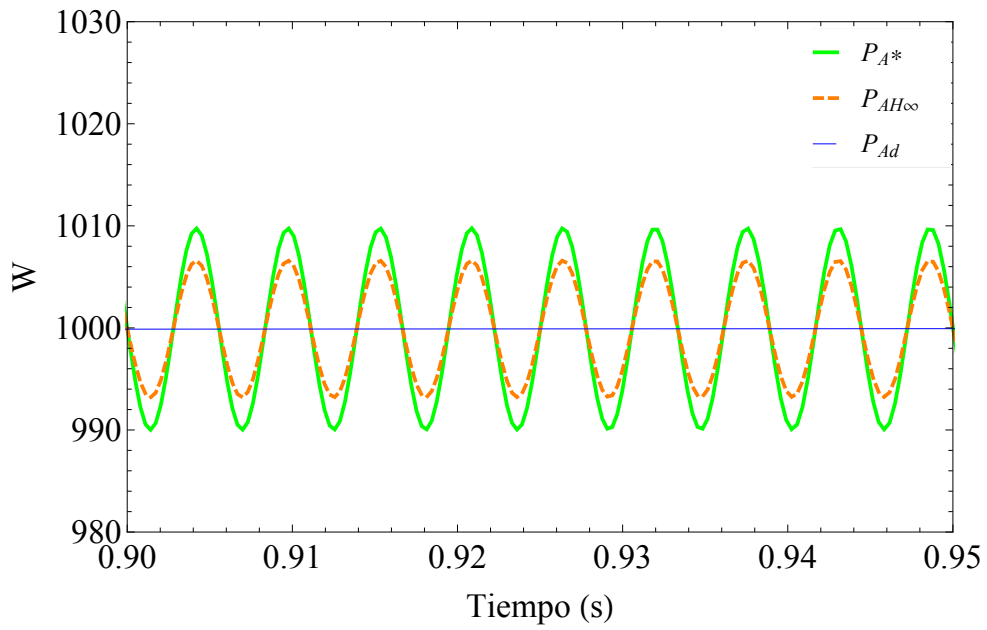
El seguimiento óptimo de trayectoria opera de manera ideal para un sistema no perturbado, mientras que combinarlo con modos deslizantes efectivamente aporta robustez ante las perturbaciones que cumplen con la condición match, resulta mucho más útil que, empleando modos deslizantes, el seguimiento óptimo se realice mediante  $H^\infty$ , de este modo, el efecto de las perturbaciones que no cumplan con la condición se atenuará por medio de  $H^\infty$ , y el de las que sí, se eliminará en la etapa de modos deslizantes.

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_s} & \omega & 0 & 0 & -\frac{1}{L_s} & 0 & 0 & 0 \\ -\omega & -\frac{R_s}{L_s} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R_g}{L_g} & \omega & \frac{1}{L_g} & 0 & -\frac{1}{L_g} & 0 \\ 0 & 0 & -\omega & -\frac{R_g}{L_g} & 0 & \frac{1}{L_g} & 0 & -\frac{1}{L_g} \\ \frac{1}{C} & 0 & -\frac{1}{C} & 0 & -\frac{1}{CR_C} & \omega & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & 0 & -\frac{1}{C} & -\omega & -\frac{1}{CR_C} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

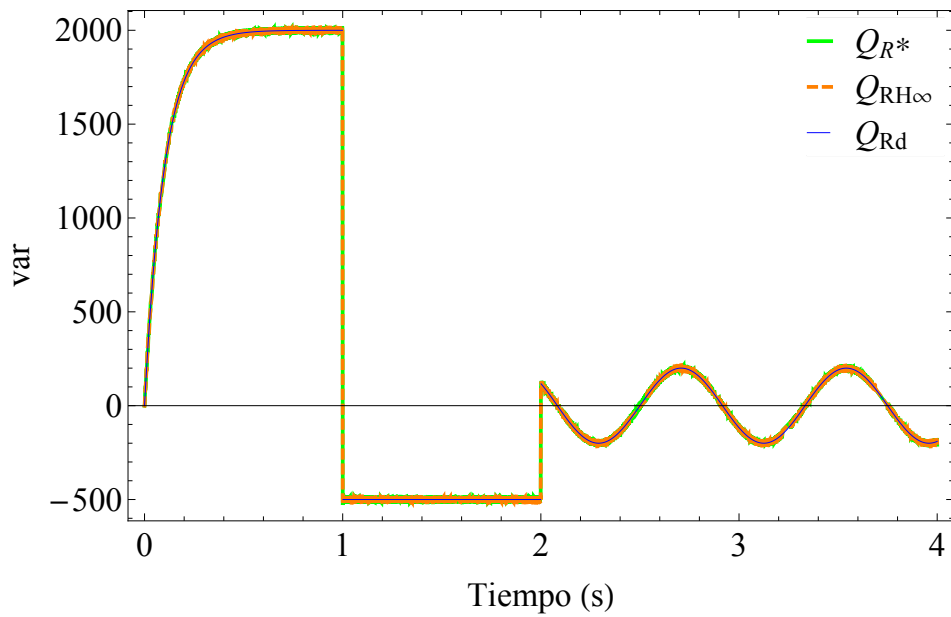

---



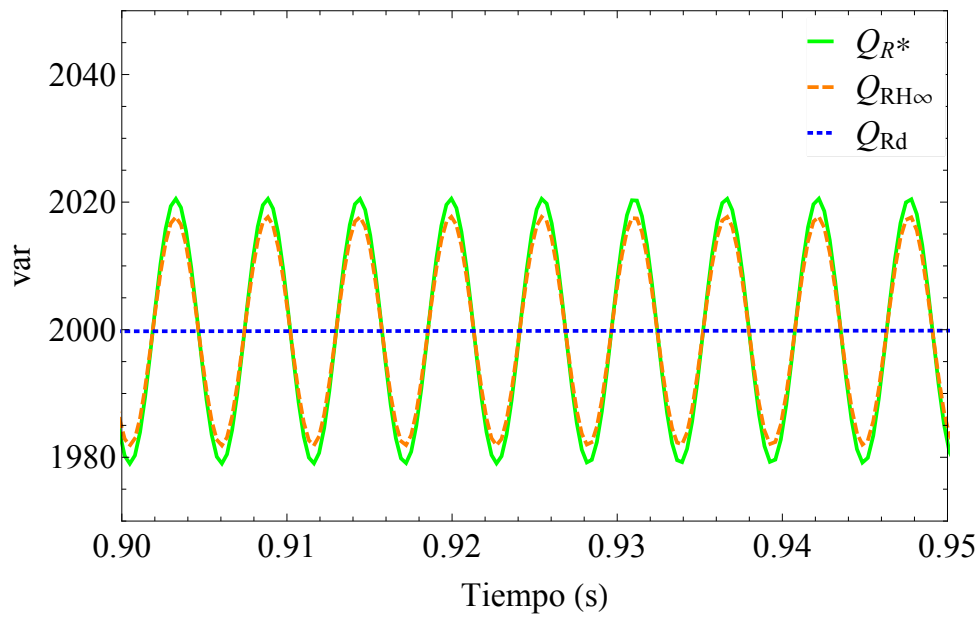
**Figura 4.11:** Señales de referencia y resultantes para los valores de Potencia Activa.



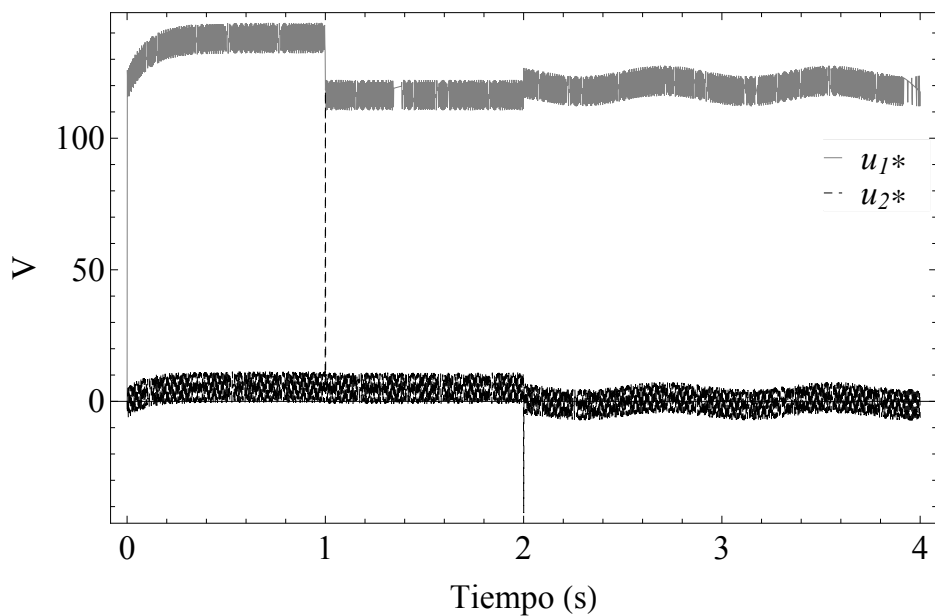
**Figura 4.12:** Ampliación de la comparación de las señales para los valores de Potencia Activa.



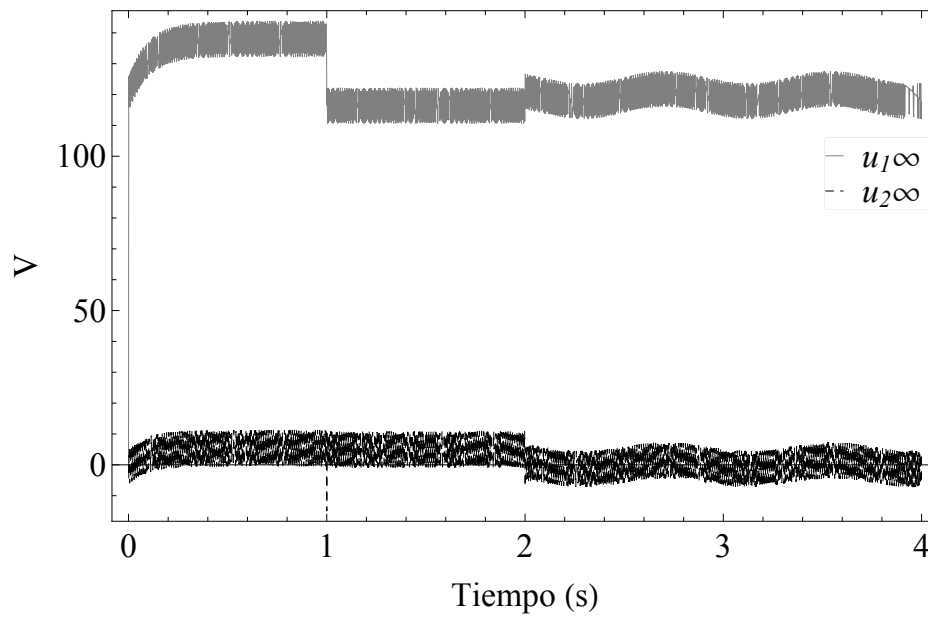
**Figura 4.13:** Señales de referencia y resultantes para los valores de Potencia Reactiva



**Figura 4.14:** Ampliación de las señales de referencia y resultantes para los valores de Potencia Reactiva



**Figura 4.15:** Señales de control correspondientes al controlador óptimo con modos deslizantes.



**Figura 4.16:** Señales de control correspondientes al controlador  $H_\infty$  con modos deslizantes.

## 5 Conclusiones y Trabajo Futuro

En este trabajo de tesis se han diseñado tres controladores para regular la potencia activa y reactiva, intercambiada por un inversor trifásico y la red eléctrica pública. Se comenzó con un esquema de controlador óptimo de seguimiento, basado en el enfoque de SDRE, para sistemas SDCF, y se mostró que aunque en esta aplicación particular, no todas las matrices son dependientes del estado, el análisis teórico aún es aplicable; y más aún, que es posible hacerlo robusto ante ciertas perturbaciones mediante la combinación con otras técnicas de control, particularmente, combinándolo primeramente con modos deslizantes y a continuación sustituyéndolo en esta combinación por otro controlador óptimo que es  $H^\infty$ . Los controladores diseñados tienen como objetivo permitir la regulación de potencia activa y reactiva de manera dinámica en el inversor, donde se realiza la transferencia de energía de una microred hacia la red eléctrica pública en el marco de redes distribuidas. El desarrollo de los tres controladores, permite comparar sus características y desempeño, y dado que las técnicas empleadas corresponden a esquemas de control óptimo, es posible adaptarlas a las limitaciones y requerimientos del sistema a controlar.

Es posible apreciar mediante los resultados obtenidos en simulación que, en el caso en el que las perturbaciones que afectan al sistema son "*match*", el desempeño del controlador de seguimiento óptimo de trayectoria en combinación con modos deslizantes resulta apropiado; sin embargo, cuando aparecen perturbaciones que afectan la dinámica de ecuaciones que no se controlan de manera directa, es decir, perturbaciones que no cumplen con la condición "*match*", resulta más conveniente emplear la combinación del controlador  $H^\infty$  con modos deslizantes, ya que este controlador atenúa el efecto que tienen dichas perturbaciones sobre el sistema controlado. De este modo se cuenta con un controlador óptimo y robusto que rechaza las perturbaciones que cumplan con la condición *match* y atenúa las que no lo hagan.

Se plantea como trabajo futuro la implementación en tiempo real de los esquemas de control para el convertidor, lo que posibilitará un análisis de la calidad de la energía sobre los circuitos conmutados involucrados en el convertidor y proporcionará nuevos parámetros de comparación entre los controladores diseñados, por ejemplo, en cuanto a la viabilidad, facilidad y costos de implementación.



# Bibliografía

- [1] J. M. Huacuz, “El inventario de las energías renovables en el marco de la transición energética de México,” in *Boletín IIE Cuantificación de las energías renovables en México*, vol. 37, (México), pp. 92–100, 2013.
- [2] T. Ackermann, G. Andersson, and L. Söder, “Distributed generation: A definition,” *Electric Power Systems Research*, vol. 57, no. 3, pp. 195–204, 2001.
- [3] P. Chiradeja, “Benefit of distributed generation: A line loss reduction analysis,” in *Transmission and Distribution Conference and Exhibition: Asia and Pacific, 2005 IEEE/PES*, pp. 1–5, 2005.
- [4] Z. Zhang, Y. Li, and W. Chen, “The research on micro-grid mode conversion,” in *Electricity Distribution (CICED), 2012 China International Conference on*, (Shanghai, China), pp. 1–7, Sept 2012.
- [5] Microgrid Team at Berkeley Lab, “<https://building-microgrid.lbl.gov>,” 2015.
- [6] R. Velázquez, H. G. Sarmiento, J. L. Silva, G. Vidrio, and R. Nieva, “Introducción al concepto de microrredes,” in *Boletín IIE Rendencias tecnológicas*, vol. 34, (México), pp. 102–108, 2010.
- [7] G. M. Masters, *Renewable and efficient electric power systems*. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, 2013.
- [8] T. Liu, X. Hao, X. Yang, J. Liu, B. Zhang, and L. Huang, “A novel current dual-loop control strategy for three-phase grid-connected VSI with LCL filter,” in *Proc. IEEE IPEMC, vol. 1*, (Harbin, China), pp. 626–630, Jun 2012.
- [9] G. Escobar, S. Pettersson, and C. Ho, “Control of single-phase inverter connected to the grid through an LCL filter,” in *Proc. of the 38th IEEE Conf. on Industrial Electronics Society*, (Montreal, QC, Canada), pp. 3406–3411, 2012.
- [10] D. E. Kirk, *Optimal Control Theory: An Introduction*. Englewood Cliffs, NJ, USA: Prentice-Hall, 1970.
- [11] F. Blaajberg, M. Liserre, and K. Ma, “Power electronics converters for wind turbine systems,” *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol. 48, no. 2, pp. 708–719, 2012.
- [12] N. Hatziargyriou and A. Meliopoulos, “Distributed energy sources: technical challenges,” in *Power Engineering Society Winter Meeting, 2002. IEEE*, vol. 2, pp. 1017–1022 vol.2, 2002.

- [13] A. V. Timbus, P. Rodriguez, R. Teodorescu, M. Liserre, and F. Blaabjerg, “Control of single-phase inverter connected to the grid through an LCL filter,” in *Proc. of the IEEE Symposium on Industrial Electronics Vol. 2*, (Montreal, QC, Canada), pp. 1601–1607, 2006.
- [14] L. P. D. Noia, I. Spina, F. Genduso, and R. Miceli, “Controlled fault-tolerant power converters for power quality enhancement,” in *Proc. of the IEEE European Modelling Symposium*, (Manchester, North West England, UK), pp. 365–369, 2013.
- [15] Q.-C. Zhong and G. Weiss, “Synchronverters: Inverters that mimic synchronous generators,” *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 58, no. 4, pp. 1259–1267, 2011.
- [16] T. Cimen, “State-dependdnt riccati equation (sdre) control: A survey,” in *Proc. of the 17th IFAC World Congress*, (Seoul, Korea), pp. 3761–3775, 2008.
- [17] Y. Zhang, S. K. Agrawal, P. R. Hemanshu, and M. J. Piovoso, “Optimal control using state dependent riccati equation (sdre) for a flexible cable transporter system with arbitrarily varying lengths,” in *Proc. of 2005 IEEE Conference on Control Applications*, (Toronto, Ont., Canada), pp. 1063–1068, 2005.
- [18] J. Imae, H. Sagami, T. Kobayashi, and Z. Guisheng, “Nonlinear control design method based on state-dependent riccati equation (sdre) via quasi-newton method,” in *Proc. of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control Vol. 3*, (Atlantis, Paradise Island, Bahamas), pp. 2740–2741 Vol. 3, 2004.
- [19] D.-X. Gao, G.-Y. Tang, and B.-L. Zhang, “Approximate optimal tracking control for a class of nonlinear systems with disturbances,” in *Proc. of the 6th IEEE WCICA Vol. 1*, (Dalian, Liaoning, China), pp. 521–525, 2006.
- [20] T. Cimen and S. P. Banks, “Nonlinear optimal tracking control with application to super-tankers for autopilot design,” *Automatica*, vol. 40, no. 11, pp. 1845–1863, 2004.
- [21] F. E. Udwardia, “Optimal tracking control of nonlinear dynamical systems,” in *Proc. of the Royal Society of London*, vol. Series A, Vol. 464, pp. 2341–2363, 2008.
- [22] F. Ornelas, J. J. Rico, and R. Ruiz, “Optimal tracking for state-dependent coefficient factorized nonlinear systems,” *Asian Journal of Control*, vol. 16, no. 3, pp. 1–14, 2014.
- [23] A. Isidori and A. Astolfi, “Disturbance attenuation and  $h_{\infty}$ -control via measurement feedback in nonlinear systems,” *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 37, no. 9, pp. 1283–1293, 1992.
- [24] J. C. Doyle, K. Glover, P. P. Khargonkear, and B. A. Francis
- [25] L. Fridman, A. Poznyak, and F. J. Bejarano, *Robust Output LQ Optimal Control via Integral Sliding Modes*. NY, USA: Birkhauser, 2014.

- [26] D. S. Naidu, *Optimal Control Systems*. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 2003.
- [27] L. S. Pontryagin, V. G. Boltyanskii, R. V. Gamkrelidze, and E. F. Mischenko, *The Mathematical Theory of Optimal Processes*. New York, NY, USA: Interscience Publishers, Inc., 1962.
- [28] J. R. Cloutier, “State-dependent riccati equation techniques: An overview,” in *Proc. of the 1997 American Control Conf., 1997.*, vol. 2, pp. 932–936, jun 1997.
- [29] J. R. Cloutier and D. T. Stansbery, “The capabilities and art of state-dependent riccati equation-based design,” in *Proceedings of the American Control Conference*, (Anchorage, AK, U. S.), pp. 86–91, May 2002.
- [30] F. Ornelas, J. J. Rico, and E. N. Sanchez, “Optimal tracking for a class of nonlinear system based on the state dependent Riccati equation,” in *Proc. of the 10th IEEE Conf. on CCE*, (Mexico City, Mexico), pp. 42–47, 2013.
- [31] K. J. Astrom and B. Wittenmark, *Adaptive Control*. USA: Addison-Wesley, 1995.
- [32] C. Edwards and S. Spurgeon, *Sliding Mode Control Theory and Applications*. Padstow, UK: Taylor & Francis, 1998.
- [33] V. I. Utkin, “Variable structure systems with sliding modes,” *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. ac-22, no. 2, pp. 212–222, 1977.
- [34] V. Utkin, J. Guldner, and J. Shi, *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*. Padstow, UK: Taylor & Francis, 1999.
- [35] C.-T. Chen, *Linear System Theory and Design*. Oxford University Press, Inc., 2013.
- [36] B. D. O. Anderson and J. B. Moore, *Optimal Control: Linear Quadratic Methods*. Englewood Cliffs, NJ, USA: Prentice-Hall, 1990.
- [37] E. D. Sontag and Y. Wang, “Detectability of nonlinear systems,” in *in Proc. Conf. on Information Science and Systems (CISS 96), Princeton, NJ*, pp. 1031–1036, 1996.
- [38] J. Lettl, J. Bauer, and L. Linhart, “Comparison of different filter types for grid connected inverter,” in *PIERS Proceedings*, (Marrakesh, Morocco), pp. 1426–1429, March 2011.
- [39] M. Lindgren and j. Svensson, “Control of a voltage-source converter connected to the grid through an lcl-filter–application to active filtering,” in *PESC 98 Record. 29th Annual IEEE*, vol. 1, pp. 229–235, May 1998.
- [40] N. Mohan, T. M. Undeland, and W. P. Robbins, *Power Electronics: converters, applications and design*. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, 1995.
- [41] M. H. Rashid, *Power Electronics: circuits, devices and applications*. Englewood Cliffs, NJ, USA: Prentice-Hall, 1993.

- 
- [42] S. R. Sanders and G. C. Verghese, “Synthesis of averaged circuit models for switched power converters,” *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, vol. 38, no. 8, pp. 905–915, 1991.
- [43] B. Lehman and R. M. Bass, “Switching frequency dependent averaged models for pwm dc-dc converters,” *IEEE Trans. on Power Electronics*, vol. 11, no. 1, pp. 89–98, 1996.
- [44] A. Yazdani and R. Iravani, *Voltage-Sourced Converters in Power Systems*. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, 2010.
- [45] R. H. Park, “Two-reaction theory of synchronous machines generalized method of analysis-part i,” *AIEE Trans.*, vol. 48, no. 3, pp. 716–727, 1929.
- [46] P. C. Krause, O. Wasynczuk, and S. D. Sudhoff, *Electric Machinery and Drive Systems*. New York, NY, USA: John Wiley and Sons, Inc., 2002.