



**UNIVERSIDAD MICHOACANA
DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO**



FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL

**DISEÑO DE UN EQUIPO EXCITADOR
DE MASAS EXCÉNTRICAS PARA
PUENTES**

**TESIS PROFESIONAL PARA OBTENER EL
GRADO DE MAESTRO EN INGENIERÍA
INFRAESTRUCTURA DEL TRANSPORTE EN LA
RAMA DE LAS VÍAS TERRESTRES**

**U
M
S
N
H**



AGRADECIMIENTO

Es difícil recordar y enumerar a cada uno de las personas que de alguna manera me proporcionaron su apoyo, en consejo, ánimos de aliento etc. Para la realización y buen fin termino de este documento.

Espero el resultado de esta tesis cubra el esfuerzo de todos y cada uno de los catedráticos que proporcionaron a mis compañeros y sobre todo en mi persona, un poquito de su conocimiento en el que desarrollan sus investigaciones, de lo que agradezco enormemente esperando a ver podido aprender un poco y en lo posible poder colaborar posterior mente y aprender un poco más.

No puede responder otra cosa que gracias y gracias
(William Shakespeare).

La gratitud es la memoria del corazón
(Jean Baptiste Massieu).

DISEÑO DE UN EQUIPO EXCITADOR DE MASAS EXCÉNTRICAS PARA PUENTES

CONTENIDO

CAPÍTULO I

ANTECEDENTES Y GENERALIDADES DEL EQUIPO DE MASAS EXCÉNTRICAS

	pp.
1.1 Introducción	1
1.2 Justificación	1
1.3 Antecedentes	2
1.4 Puentes carreteros en el Estado de Michoacán	7
1.5 Características de construcción	8
1.6 Cargas de diseño de los puentes existentes	8
1.7 Aplicaciones de Máquinas Excitadoras para Estructuras	11

CAPÍTULO II

PROPIEDADES ESTÁTICAS Y DINÁMICAS DE PUENTES TIPO

	pp.
2.1 Introducción	13
2.2 Morfologías de puentes	13
2.3 Puentes con tablero de Losa	15
2.4 Características morfológicas	15
2.5 Clasificación de los puentes apoyados en vigas	16
2.6 Separación entre las vigas	17
2.7 Tableros colados en el lugar	19
2.8 Influencia de la morfología	19
2.9 Dimensionamiento de tableros apoyados sobre vigas	20
2.10 Vigas de sección I	22
2.11 Vigas de sección en cajón	22
2.12 Geometría en los extremos de vigas	23
2.13 Características morfológicas de los tableros losa	25
2.14 Configuración longitudinal	27
2.14.1. Losas	28
2.15 Influencia de la sección transversal sobre el comportamiento resistente del tablero	29
2.15.1 Secciones aligeradas	29
2.15.2 Secciones de ala ancha	29
2.16 Influencia de la disposición de los apoyos	29
2.17 Pre dimensionamiento de tableros de losas	29
2.18 La geometría del tablero	32

CAPÍTULO III

CONSIDERACIONES DE DINÁMICA ESTRUCTURAL

	pp.
3.1 Vibración libre de vigas a flexión	69
3.2 Frecuencias de vibrar de un marco plano	70
3.3 Viga simplemente apoyada en vibración forzada	72
3.4 Ejemplo de aplicación 1	75
3.5 Ejemplo de aplicación 2	91
3.6 Fórmulas aproximadas para calcular las frecuencias fundamentales en flexión y en torsión de puentes.	94
3.6.1 Fórmula aproximada para calcular la frecuencia fundamental en torsión de un puente apoyado sobre dos vigas de acero	97

CAPÍTULO IV

DISEÑO DEL EQUIPO EXCITADOR MECÁNICO DE MASAS EXCÉNTRICAS

	pp.
4.1 Introducción	99
4.2 Partes que integran el equipo mecánico	99

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES GENERALES Y RECOMENDACIONES

	pp.
5.1 Conclusiones generales y recomendaciones	121

ANEXO A

pp.
123

ANEXO B

pp.
125

REFERENCIAS

pp.
143

ÍNDICE DE FIGURAS

CAPÍTULO I

No. Figura	Descripción	pp.
1.1	Esquematación general en sección de corte y planta de máquina	3
1.2	Máquina excitadora del Instituto de Ingeniería de la UNAM	5
1.3	Máquina excitadora de la Universidad de UAEMex	6
1.4	Figura de un Simulador de Terremotos	6
1.5	Fotografía de costado de un Simulador Sísmico	7
1.6	Tracto camión de 3 ejes, Semi-Remolque 2, Remolque 4, Peso 77 Toneladas (T3-S2-R4 (77 t))	8
1.7	Tracto camión de 3 ejes, Semi-Remolque 3, Peso 46 Toneladas (T3-S3-(46 t))	9
1.8	Tracto camión de 3 ejes, Semi-Remolque 2, Peso 32.8 Toneladas (HS-20 (32.8 t))	9
1.9	Tracto camión de 2 ejes, Semi-Remolque 1, Peso 24.5 Toneladas (HS-15 (24.5 t))	10
1.10	Camión con 2 ejes, Peso 13.6 Toneladas (H – 15 (13.6 t))	10
1.11	Parte posterior y dimensiones según Normativa	11

CAPÍTULO II

No. Figura	Descripción	pp.
2.1	Esquemas de las secciones transversales	17
2.2	Esquemas de sección trasversal de losas	16
2.3	Esquema de tipos de losas	17
2.4	Esquema de la sección trasversal de tableros de puentes	17
2.5	Esquema de la sección trasversal con diafragma	18
2.6	Sección trasversal tipo en losas con llaves de cortante y pretensado	18
2.7	Esquemas de las secciones transversales tipo en losas inclinadas o en curva	19
2.8	Esquema de la sección trasversal tipo en losas sobre vigas con Sección I	21
2.9	Sección trasversal de la viga tipo Guyon	21
2.10	esquema de una losas apoyada sobre vigas con sección tipo Guyon	22
2.11	Esquema de la sección trasversal tipo en losas sobre vigas de sección I	22

2.12	Esquema de la sección transversal tipo, en losas sobre vigas de sección en cajón	23
2.13	Diafragma sobre apoyos	23
2.14	Diafragma en su uso más común	23
2.15	Diafragma sobre un apoyo	24
2.16	Diafragma apoyando a dos tableros independientes	24
2.17	Diafragma sobre apoyo	24
2.18	Esquema de la sección transversal tipo en losas macizas con nervadura	25
2.19	Esquema secciones transversal tipo de losas macizas y aligeradas	26
2.20	Secciones transversales tipo en tableros losa de ala ancha	26
2.21	Configuración de tipos de estribos	27
2.22	Esquemas de la sección de losas macizas	30
2.23	Muestra los esquemas para la sección de losas aligeradas	30
2.24	Losas maciza de alas anchas	32
2.25	Puentes en cajón prefabricados	33
2.26	Sección en cajón	34
2.27	Tipo de apoyo y su longitud entre ellos	35
2.28	Secciones transversales tipo	35
2.29	Tipo de apoyo y su longitud entre ellos	37
2.30	Secciones transversales tipo en losas	37
2.31	Tipo de apoyo y su longitud entre ellos	38
2.32	Secciones transversales de losas tipo maciza y aligerada	39
2.33	Tipo de apoyo y su longitud entre ellos	40
2.34	Secciones transversales tipo de losas	40
2.35	Tipo de apoyo y su longitud entre ellos	42
2.36	Sección tipo de losa en T, con 8 m de claro	42
2.37	Tipo de apoyo y su longitud entre ellos	43
2.38	Sección Tipo de losa en T, con 8 m de claro	43
2.39	Tipo de apoyo y su longitud entre ellos	44
2.40	Secciones transversales tipo de losas macizas	44
2.41	Tipo de apoyo y su longitud entre ellos	45
2.42	sección tipo losa maciza	45
2.43	Tipo de apoyo y su longitud entre ellos	46
2.44	Sección transversal de losas en cajón (a) y en I (b)	46
2.45	Tipo de apoyo y su longitud entre ellos	47
2.46	losas apoyadas en sección T	47
2.47	Tipo de apoyo y su longitud entre ellos	48
2.48	Losas apoyadas en vigas de sección T	48
2.49	Tipo de apoyo y su longitud entre ellos	49
2.50	Losas en sección tipo T	50
2.51	Tipo de apoyo y su longitud entre ellos	51

2.52	Sección tipo de losas macizas	51
2.53	Tipo de apoyo y su longitud entre ellos	52
2.54	Losas con sección tipo en T	52
2.55	Tipo de apoyo y su longitud entre ellos	53
2.56	Losa sobre vigas con sección tipo I	53
2.57	Tipo de apoyo y su longitud entre ellos	54
2.58	Losas apoyadas en sección tipo I y sección tipo cajón	54
2.59	Tipo de apoyo y su longitud entre ellos	57
2.60	Losa sobre vigas I con diafragma	57
2.61	Tipo de apoyo y su longitud entre ellos	58
2.62	Losa sobre vigas I con diafragma	58
2.63	Tipo de apoyo y su longitud entre ellos	59
2.64	Losa sobre vigas I con diafragma	59
2.65	Tipo de apoyo y su longitud entre ellos	59
2.66	Secciones prefabricados tipo ballena	60
2.67	Planta vialidad del segundo piso ciudad de México	61
2.68	Figura Claro entre poyos -Periodo	65

CAPÍTULO III

No. Figura	Descripción	pp.
3.1	Marcos planos modelados con la formulación de masas consistentes	71
3.2	Porcentajes de error para el cálculo de las frecuencias de los modos anti simétricos de un marco cuadrado	71
3.3	Máquina sobre una viga simplemente apoyada	72
3.4	Amplitud de la respuesta estacionaria en dirección vertical en función de la frecuencia de excitación	74
3.5	Diafragma flexible de un puente con eje recto	75
3.6	Elementos de soporte de un puente continuo	76
3.7	Tipología del marco tipo	76
3.8	Esquema general del puente continuo	77
3.9	Tipología del diagrama de cuerpo libre del marco	78
3.10	Grados de libertad de los diafragmas	81
3.11	Grados de libertad del ejemplo del puente	82
3.12	Diagrama de vigas diafragma	84
3.13	Modos (vistos en planta) y periodos de vibración de la estructura	90
3.14	Representación de elementos marco y máquina excitadora	91
3.15	Esquema del diagrama de cuerpo libre marco y la máquina excitadora	92
3.16	Factor K usado para calcular la frecuencia fundamental en flexión	95

3.17	sección transversal de un puente apoyado sobre dos vigas de acero	98
------	---	----

CAPÍTULO IV

No. Figura	Descripción	pp.
4.1	Componentes del equipo excitador	100
4.2	Placas del excitador	101
4.3	Flechas, masas, placas, marco rígido, motor	103
4.4	Placas masa y contrapesos	105
4.5	Eje, masa, placas excéntricas	106
4.6	Engrane paso 80 de 20 dientes	107
4.7	Engrane paso 80 de 40 dientes	108
4.8	Sección de la polea	109
4.9	Variador de velocidad electrónico tipo digital	110
4.10	Gráficas de temperatura de funcionamiento variador de velocidad	112
4.11	Altitud de funcionamiento variador de velocidad	113
4.12	Vistas del Motor marca SIEMENS propuesto	115
4.13	Placa de las características del motor propuesto	115
4.14	Plano de taller	117
4.15	Plano de taller	118
4.16	Plano de taller	119

ÍNDICE DE TABLAS

CAPÍTULO II

No. Tabla	Descripción	pp.
2.1	Puentes con un sólo claro	13
2.2	Puentes con más de un claro	13
2.3	Clasificación de puentes sobre vigas	14
2.4	Dimensiones más comúnmente usadas en puentes	15
2.5	Tipos de calzadas según su claro y sección transversal	15
2.6	Influencia en la Morfología en el comportamiento de puentes	20
2.7	Principales características de las secciones tipo	36
2.8	Principales características de las secciones tipo	38
2.9	Principales características de las secciones tipo	40
2.10	Principales características de las secciones tipo	41
2.11	Principales características de las secciones tipo	42
2.12	Principales características de las secciones tipo	43
2.13	Principales características de las secciones tipo	44
2.14	Principales características de las secciones tipo	45
2.15	Principales características de las secciones tipo	47
2.16	Principales características de las secciones tipo	48
2.17	Principales características de las secciones tipo	49
2.18	Principales características de las secciones tipo	50
2.19	Principales características de las secciones tipo	52
2.20	Principales características de las secciones tipo	53
2.21	Principales características de las secciones tipo	54
2.22	Principales características de las secciones tipo	56
2.23	Principales características de las secciones tipo	57
2.24	Principales características de las secciones tipo	58
2.25	Principales características de las secciones tipo	59
2.26	Principales características de las secciones tipo	60
2.27	Principales características de las secciones tipo en orden ascendente para la frecuencia natural	63

CAPÍTULO III

No. Tabla	Descripción	pp.
3.1	Frecuencias y periodos del puente	89

CAPÍTULO IV

No. Tabla	Descripción	pp.
4.1	Características generales de baleros de tipo bola	106
4.2	Características generales de poleas con 3 ranuras	109
4.3	Características y especificaciones técnicas del variador	111
4.4	Condiciones de trabajo del variador de velocidad	113
4.5	Condiciones de voltaje variador de velocidad	114

OBJETIVOS

GENERALES

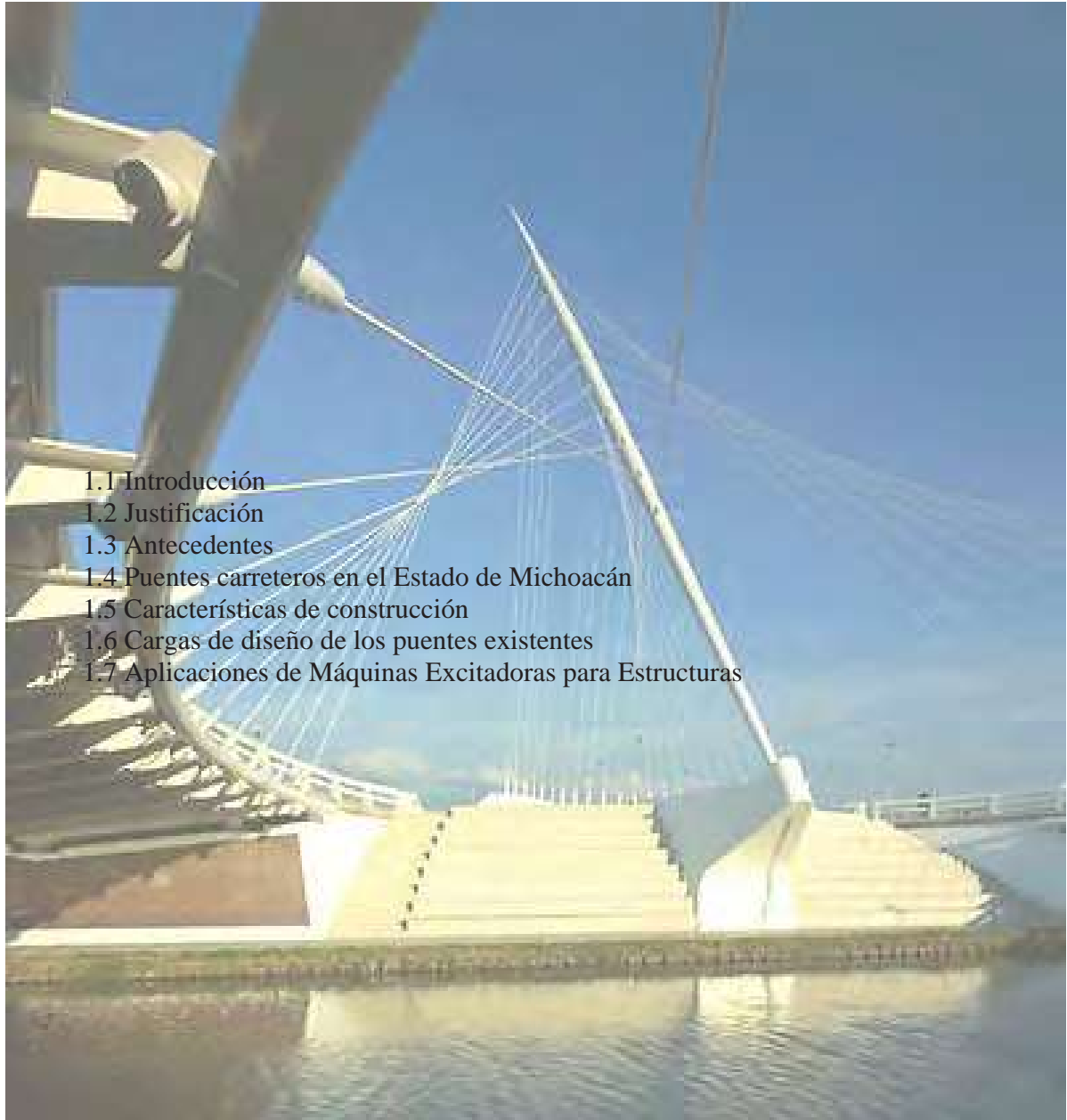
El objetivo de este trabajo de investigación primordialmente es el poder cuantificar tanto física como analíticamente las rigideces de los elementos de puentes existentes en el estado o/y país, para con esto poder predecir el estado estructural en el que se encuentran dichos elementos estructurales de puentes tipo.

PARTICULARES

Obtener un prototipo de una máquina excitadora de masas excéntricas para llevar a excitar los elementos que constituyen las pruebas sometiéndolos a vibración forzada y posteriormente poder diagnosticar el estado estructural, principalmente la rigidez de puentes carreteros en el estado de Michoacán.

CAPÍTULO I

ANTECEDENTES Y GENERALIDADES DE EQUIPO DE MASAS EXCÉNTRICAS



CAPÍTULO I

ANTECEDENTES Y GENERALIDADES DE EQUIPO DE MASAS EXCÉNTRICAS

1.1 INTRODUCCIÓN

Al diseñar una estructura deben satisfacerse diversos criterios de seguridad, funcionamiento adecuado y factibilidad. La seguridad es sin lugar a dudas la primera preocupación del ingeniero, ya que el colapso de la edificación podría significar no sólo grandes pérdidas económicas sino también la pérdida de vidas. Sin embargo, esto no es suficiente: la estructura debe soportar las cargas propias del uso de la edificación y del medio en que se ubica sin que se produzcan deformaciones excesivas u otros efectos indeseables que dificultarían su uso. Por otra parte, para que el diseño de una estructura pueda ser factible, no sólo desde el punto de vista constructivo sino también desde un punto de vista económico. Para que se pueda encontrar un equilibrio adecuado entre estos requisitos se necesita de un conocimiento lo más preciso posible de los efectos internos que se originarán en los múltiples componentes de la estructura como resultado de las acciones externas.

1.2 JUSTIFICACIÓN

Actualmente en México, existe un gran número de puentes carreteros que fueron diseñados con códigos de diseño de anteriores años; algunos de ellos se construyeron en los años 60's, 70's, 80's y mediados de los 90's. Muchos puentes fueron construidos antes del año 2000, actualmente no cumplen las características mínimas de seguridad para las cargas de servicio adoptadas por la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT) en México.

Las vías de comunicación terrestres, deben contemplar un programa de inspección, mantenimiento y reparación adecuada para todas las estructuras que la componen.

Para determinar el estado actual de las estructuras que componen a un puente carretero es preciso determinar sus propiedades, tanto estáticas como dinámicas, para posteriormente decidir si se lleva a cabo una reparación o la demolición de la estructura.

Los parámetros dinámicos más importantes en un puente y en cualquier estructura son: La rigidez estructural, el periodo de vibrar (inverso de la frecuencia de vibrar) y su amortiguamiento estructural. Cualquier cambio o degradación de estos parámetros significará un cambio en su comportamiento estructural, que puede representar daño estructural. Por lo tanto es necesario identificar estas propiedades en la estructura ya construida y en operación.

Las propiedades dinámicas "reales" de un puente se determinan experimentalmente, midiéndolas en el prototipo, para después compararlas con las supuestas como correctas durante el proceso de diseño. El cambio o deterioro de estas propiedades dinámicas, puede deberse al deterioro de los materiales durante el paso del tiempo o a daño presentado durante algún evento extraordinario de

la naturaleza, como puede ser un sismo o una avenida máxima que produzca socavación en la cimentación.

Una forma de predecir las propiedades dinámicas de un puente es comparando la respuesta medida en la estructura y la que se obtendría sin daño en forma analítica y durante el diseño de la misma.

En la red carretera del Estado de Michoacán existen 479 puentes. De una muestra analizada de 87 puentes, el 70% de ellos fueron construidos antes de 1970, incluso en 1940. Por anterior, han estado sometidos a una gran cantidad de sismos de diferentes magnitudes, los cuales han generado daño estructural con su consecuente pérdida de rigidez, que se ve reflejada en sus propiedades dinámicas reales (periodo, amortiguamiento). Aunado a lo anterior, las cargas vivas utilizadas para su diseño han cambiado aumentado con el paso de los años. Muchos de ellos se encuentran ubicados en zonas potencialmente sísmicas por lo que es primordial su correcto comportamiento durante efectos sísmicos. El colapso de un puente o su mal funcionamiento, puede causar desde un congestionamiento vehicular hasta la rotura de diversas actividades económicas, así como pérdidas humanas irreparables y pérdidas económicas millonarias. Para determinar las propiedades dinámicas reales de este tipo de estructuras y posteriormente evaluar sus condiciones de vulnerabilidad, reparación o sustitución, es necesario realizar pruebas en vibración forzada por medio de un excitador mecánico de masas excéntricas resonantes, que con la ayuda de mediciones dinámicas con acelerómetros colocados estratégicamente, permitan, mediante técnicas de identificación de sistemas, determinar sus propiedades dinámicas reales.

1.3 ANTECEDENTES

La respuesta experimental de un puente se puede medir por medio de acelerómetros ubicados estratégicamente en él y la excitación puede ser de dos tipos:

- Ambiental
- Armónica

La excitación ambiental es debida principalmente al paso de vehículos, ruido ambiental o movimientos naturales de la Tierra, ésta generalmente es aleatoria y con muy poca amplitud.

La excitación armónica no existe en la naturaleza, solamente se puede generar por algún medio externo, que pueda controlar y manipular tanto la amplitud del movimiento como la frecuencia característica de la excitación; tiene la ventaja de que cuando es controlada por algún medio, la respuesta experimental del sistema dinámico se puede comparar con la obtenida analíticamente, y por medio de Técnicas de Identificación de Sistemas ajustar las propiedades dinámicas reales de la estructura. Además de que en estructuras tipo puentes carreteros, la vibración ambiental es poco perceptible por los instrumentos de medición, debido a las características de rigidez de éstos.

El movimiento armónico simple es el más importante de los movimientos oscilatorios, pues constituye una buena aproximación a muchas de las oscilaciones que se dan en la naturaleza y es muy sencillo de describir matemáticamente como se muestra en la ecuación 1.

$$[M_0][\ddot{X}] + [C_0][\dot{X}] + [K_0][X] = [L_0]\{f\} \quad (1.1)$$

En donde: $[M_0][\ddot{X}]$ fuerza inercial, $[C_0][\dot{X}]$ fuerza de amortiguamiento, $[K_0][X]$ desplazamiento, $[L_0]\{f\}$ fuerza actuante.

Del análisis de señales y mediante técnicas de Identificación de Sistemas no paramétricas, se determinan las propiedades dinámicas "reales" de la estructura. De esta manera se podrán conocer la degradación de la rigidez de la estructura, periodo, amortiguamiento y formas modales, que comparadas con las obtenidas analíticamente mediante modelos numéricos, permitirán definir el posible daño que presentan los puentes y su posible vulnerabilidad ante eventos sísmicos.

Un excitador mecánico de masas excéntricas es un dispositivo usado para realizar estudios dinámicos en estructuras civiles, como puentes, edificios, etc.

En la Figura 1.1 se muestra el esquema de masas excéntricas; el cual consiste en un eje que tiene unido dos masas sujetas al eje las cuales giran en sentidos contrarios con un ángulo entre sí el cual le provoca una fuerza de oscilación y éste a su vez se trasmite al elemento que lo soporta, pudiéndose instrumentar para obtener su respuesta de vibratoria.

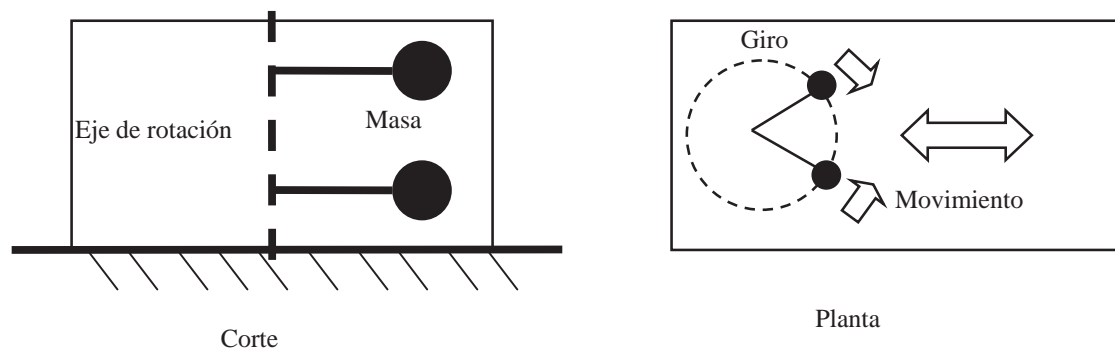


Figura 1.1 Esquemmatización general en sección de corte y planta de máquina.

El diseño de una estructura implica llevar a cabo un proceso de análisis de la misma, sujeta a las solicitaciones que se espera la afecten durante su vida útil. Generalmente, el proceso de análisis se realiza empleando un modelo matemático que representa el comportamiento de un modelo físico de la estructura en cuestión.

Para que los modelos empleados sean útiles se requiere que predigan, con cierta aproximación, el comportamiento estructural del prototipo. Esta utilidad se puede verificar parcialmente en el caso de dinámica estructural comparando las propiedades dinámicas, como son: frecuencias de vibración, amortiguamiento y formas modales, calculadas mediante el modelo, con las obtenidas de mediciones realizadas directamente al prototipo.

Además de la verificación de los modelos, las pruebas dinámicas también son útiles para el estudio de estructuras existentes, ya sea para su monitoreo o para su reparación y/o refuerzo.

Con el fin de obtener las propiedades dinámicas de los diversos tipos de estructuras, se ha realizado un gran número de pruebas dinámicas empleando diversas técnicas:

- Vibración libre (Douglas y Reid, 1982; Robson y Harik, 1998; Aiken y Nelly, 1990).
- Vibración forzada mediante excitadores mecánicos de masas excéntricas (Blume, 1935; Durón y Hall, 1986; Gilani et al., 1996; Hudson, 1964; Keightley, 1966; Proulx et al., 1997; Stephen et al., 1985).
- Vibración forzada mediante actuadores electro-hidráulicos (Salane y Baldwin, 1990).
- Mesa vibratoria (Aiken y nelly, 1990; Bertero et al., 1984).
- Sismos reales (Muria et al., 1992; Muria et al., 1993).
- Vibración ambiental (Stephen et al., 1985)

Equipo de masas excéntricas que consta de un par de masas, que giran en torno a un eje a velocidad controlada transmitiendo movimiento a través de su base a la estructura sacándole del reposo.

Mediante el empleo de mesas vibratorias así como de sismos reales, se puede estudiar el comportamiento de las estructuras tanto en el intervalo elástico como en el inelástico, incluso a la falla, parcial o total. En el caso de sismos reales, se tiene la desventaja que son poco frecuentes cuando son fuertes y realmente raros en el caso de intensidad extraordinaria. Ello obliga a mantener el sistema de medición en condiciones adecuadas de funcionamiento durante los meses o años que tarde en presentarse un sismo de intensidad esperada. En cuanto a las mesas vibratorias, tiene como límite de su capacidad el poder manejar adecuadamente hasta una determinada cantidad de masa de la estructura por ensayar, además de un gran costo de construcción y operación.

Con ciertas técnicas de vibración libre, en las que se deja oscilar libremente la estructura luego de sacarla de su condición de equilibrio estático, y de vibración ambiental, la cual aprovecha las oscilaciones inducidas en la estructura por el viento y por las perturbaciones del suelo, generadas éstas por el funcionamiento de maquinaria, tráfico de vehículos, oleaje y otros; se pueden realizar pruebas dinámicas dentro del intervalo elástico, únicamente.

Con el empleo de vibración forzada mediante excitadores mecánicos de masas excéntricas, así como de vibración forzada mediante actuadores electro-hidráulicos, se pueden realizar pruebas dentro del intervalo elástico y, bajo ciertas condiciones, se puede llevar a la estructura a incursionar dentro del intervalo inelástico (Bouwkamp y Re, 1970).

Con el empleo de Vibraciones por medio de Voladuras se distinguen los siguientes casos:

Análisis como vibraciones armónicas en registros análogos: Este grupo asume que el movimiento del suelo causado por una voladura, y registrado en medios análogos, se halla en estado sinusoidal estacionario en el intervalo de interés de la señal. La amplitud máxima y la frecuencia asociada pueden ser halladas entonces por simple inspección de la señal. Una descripción detallada y ejemplos del método se encuentran en Bollinger (1980) y Dowding (2001).

Análisis como vibraciones transitorias en registros análogos: Si la primera llegada de vibración es una onda impulsiva y es a la vez el máximo de la señal y dado que la curva de magnificación dinámica de los sensores es basada en la respuesta del estado estable del sensor, la información de vibración registrada ha sido transformada; si la señal es análoga y no se puede realizar corrección instrumental, entonces el método utilizado consiste en medir la amplitud y la

frecuencia de la señal en el máximo y luego realizar correcciones de las variables por medio de ecuaciones función de corrección instrumental preestablecidas para el sensor (Bollinger, 1980).

Análisis digital de señales: En este grupo se encuentran las técnicas de procesamiento que se aplican a señales digitales con el fin de encontrar algunos parámetros relevantes o para corregir la señal. Entre estas técnicas están: filtrado, análisis de Fourier, reconocimiento de tipo de ondas, integración y derivación numérica, etc.

Respuesta espectral: Este es el mismo método utilizado en dinámica de estructuras, en el cual se encuentra la respuesta máxima de una serie de sistemas estructurales de un grado de libertad bajo el efecto de una vibración temporal; Chopra (2001) es una referencia aconsejable sobre el método, y la aplicación en vibraciones por voladuras se encuentra en Dowding (2001).

Los primeros intentos de construir generadores mecánicos de fuerzas armónicas para estudios estructurales se remontan, al menos, a los años treinta del siglo XX. Blume (1935) describe un equipo de este tipo, equipado con masas rotatorias excéntricas que giran en planos verticales. El objetivo central del desarrollo del excitador descrito por Blume fue indagar en este tipo de máquinas era útil, los resultados reportados son muy alentadores, fundamentalmente en las pruebas de vibración realizadas en edificios.

Para 1958, a la División de Arquitectura del Estado de California le interesaba la construcción de un equipo generador de fuerzas armónicas para pruebas dinámicas en edificios de varios niveles. Encargaron al Instituto de Investigaciones en Ingeniería Sísmica el diseño y la construcción de ese equipo (Hudson, 1964), decidiéndose por una disposición de dos masas excéntricas que giran en contrasentido apoyadas en un eje vertical. Ese modelo de generador de fuerzas armónicas ha sido ampliamente usado en pruebas dinámicas realizadas en años subsecuentes.

En la República Mexicana, actualmente, únicamente existen dos centros de investigación que tienen máquinas excitadoras de estructuras. En 1970, en el Instituto de Ingeniería de la UNAM se diseñó y construyó un excitador mecánico para estudios de vibración forzada de estructuras y cimentaciones, por encargo del Instituto de Investigaciones Eléctricas (Nieto et al., 1970). Este tipo de excitador consta de cuatro masas excéntricas que giran respecto a dos ejes horizontales colineales: dos masas en cada eje.



Figura 1.2 Máquina excitadora del Instituto de Ingeniería de la UNAM

De las universidades de provincia, únicamente en la UAEM (Universidad Autónoma del Estado de México), se cuenta con una máquina excitadora, mucho más pequeña que la del II-UNAM y con menores propiedades de funcionamiento.

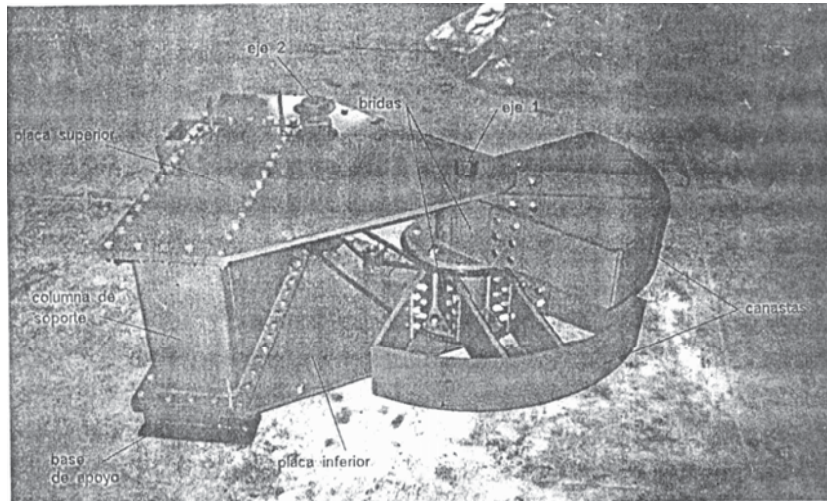


Figura 1.3 Máquina excitadora de la Universidad de UAEMex.

Algunos otros tipos de máquinas existentes en el mercado son como el que se muestra en la Figura 1.4, la cual entre sus principales características se encuentra el de la simulación de terremotos, el equipo ofrece sistemas que simulan los movimientos de tierra de una acción sísmica de espectros típicos del terremoto, tienen velocidades relativamente altas de desplazamiento y los especímenes de prueba puede ser masiva, estos factores requieren la generación de fuerzas elevadas y crean momentos inerciales grandes que se debe reaccionar por el mecanismo de la mesa sin introducir la distorsión en los resultados de la prueba; y el de la Figura 1.5 que muestra un simulador sísmico uniaxial de la Universidad del Valle de México



Figura 1.4 Fotografía de un Simulador de Terremotos

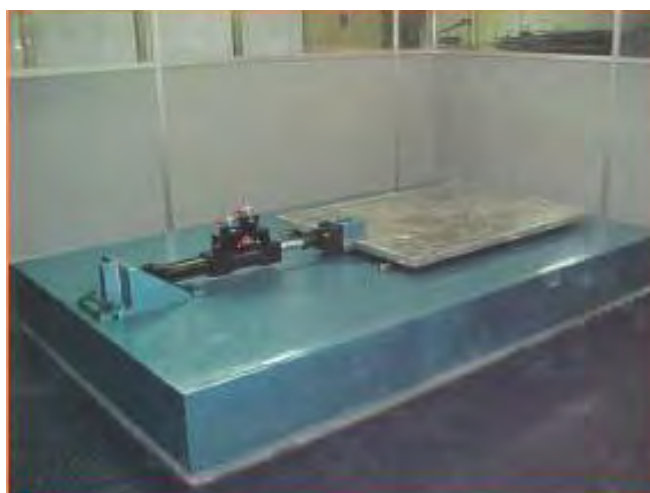


Figura 1.5 Fotografía de costado de un Simulador Sísmico

1.4 PUENTES CARRETEROS EN EL ESTADO DE MICHOACÁN

Los puentes son estructuras fundamentales en los sistemas carreteros del Estado de Michoacán, por lo que es primordial su correcto comportamiento en condiciones de operación y durante movimientos sísmicos. Como una herramienta de reducción de daños, han surgido procedimientos de mantenimiento de este tipo de estructuras. La necesidad de programas confiables de mantenimiento y rehabilitación de puentes se mostró después de los sismos de Northridge (1994) y de Kobe (1995). Durante esos sismos, entre 3% y 5% de los puentes expuestos sufrieron algún daño y se presentó el colapso total de algunas estructuras, con las consecuentes pérdidas económicas directas e indirectas (Mohele, 1995; Housner, 1995, Nakajima, 1996; y Pinto, 1999). Parte de las fallas ocurridas en puentes se debieron a concepciones sismorresistentes erróneas, deficiencias de los códigos de diseño y a la presencia de estructuras con capacidad sísmica reducida. Con adecuados procedimientos de revisión e identificación de sus propiedades dinámicas reales de los puentes que colapsaron, algunos de ellos se podrían haber detectado antes de la ocurrencia de un sismo y posiblemente ser reforzados, para evitar daños y pérdidas económicas.

El proceso de evaluación de programas de mantenimiento o refuerzo de puentes se puede dividir en tres (3) etapas: (1) evaluación preliminar que tiene por objeto detectar, dentro de un grupo numeroso de elementos, a las estructuras en condiciones de peligro, bajo la premisa de su diseño original y sus condiciones actuales. (2) La evaluación detallada que se basa en un análisis riguroso que muestra las condiciones reales y el grado de degradación de aquellos sistemas detectados en la evaluación preliminar. Con la información desarrollada en estas dos etapas se tiene una herramienta de decisión que permite definir programas específicos de mantenimiento, reparación o reposición de estructuras.

1.5 CARACTERÍSTICAS DE CONSTRUCCIÓN

Según Gómez et al., (2006) la gran mayoría de los puentes fueron construidos entre 1970 y 1980, con un 18% de ellas de una antigüedad mínima mayor a los 36 años, sólo 7 fueron construidos después del año 2000. El 58% de los puentes tienen longitud total menor a los 50 m y sólo dos superan los 400 m de longitud total. Además, el 33% de los puentes tienen claro único y el que tiene mayor número de claros contabiliza 14 segmentos.

1.6 CARGAS DE DISEÑO DE LOS PUENTES EXISTENTES

En cuanto a las cargas de diseño, como el 70% de los puentes fueron construidos antes de 1970, se proyectaron para resistir el paso de un vehículo tipo (H-15) con peso de 13.6 t., y carga máxima para un eje de 10.9 t.

De 1950 a 1960, el vehículo de diseño fue el HS-15 de 24.5 t con una descarga máxima por eje de 10.9 t y, a partir de 1970, se adoptó un incremento en el peso del vehículo tipo (HS-20), para llegar a una carga total de 32.8 t con una descarga máxima por eje de 14.6 t.

A partir de 1980, cargas como la T3-S3, con un peso total de 46 t., y otras de mayores pesos están circulando por nuestra red nacional, de tal manera que la normatividad vigente al peso y otras dimensiones de los vehículos, permita mayor carga en los ejes tándem que en el 66% de los reglamentos del ámbito mundial y en los tres ejes el reglamento mexicano permite mas carga que el 52% de todos los reglamentos del mundo. Pero es más notable en la doble combinación vehicular compuesta por tractor, semi-remolque y remolque (T3-S2-R4) de 77.5 t de peso y descarga máxima por eje de 18 t, en la que se supera el 96% de los países.

En las figuras a continuación se muestran los tipos y pesos de descarga, de los equipos rodantes tipo que transitan por los puentes de nuestras carreteras del país.

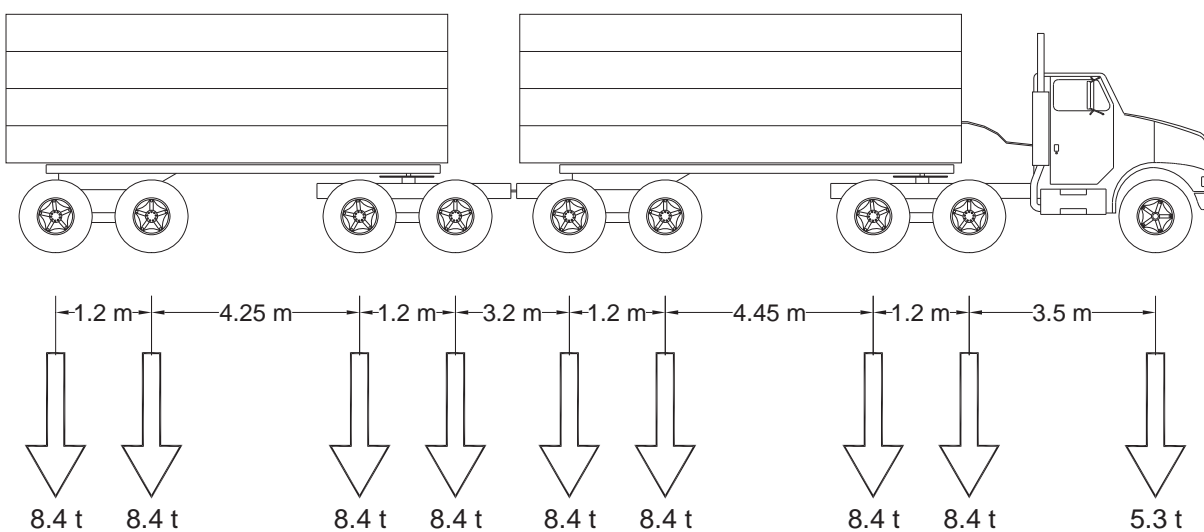


Figura 1.6 Tracto camión de 3 ejes, Semi-Remolque 2, Remolque 4, Peso 77 Toneladas (T3-S2-R4 (77 t)

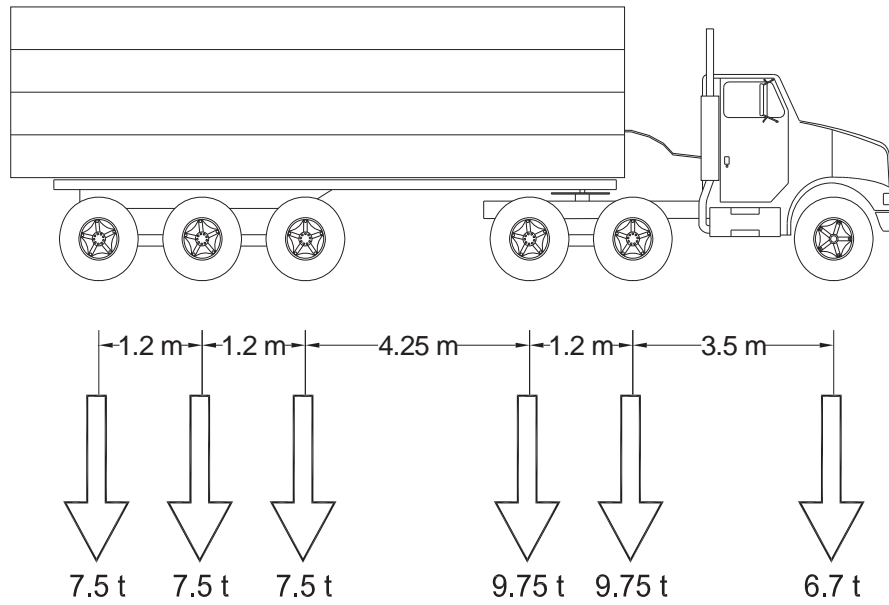


Figura 1.7 Tracto camión de 3 ejes, Semi-Remolque 3, Peso 46 Toneladas (T3-S3-(46 t))

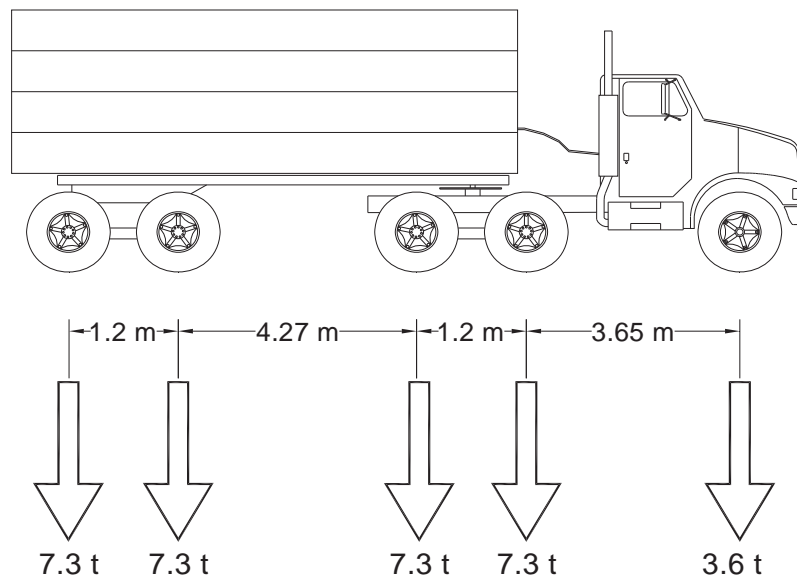


Figura 1.8 Tracto camión de 3 ejes, Semi-Remolque 2, Peso 32.8 Toneladas (HS-20 (32.8 t))

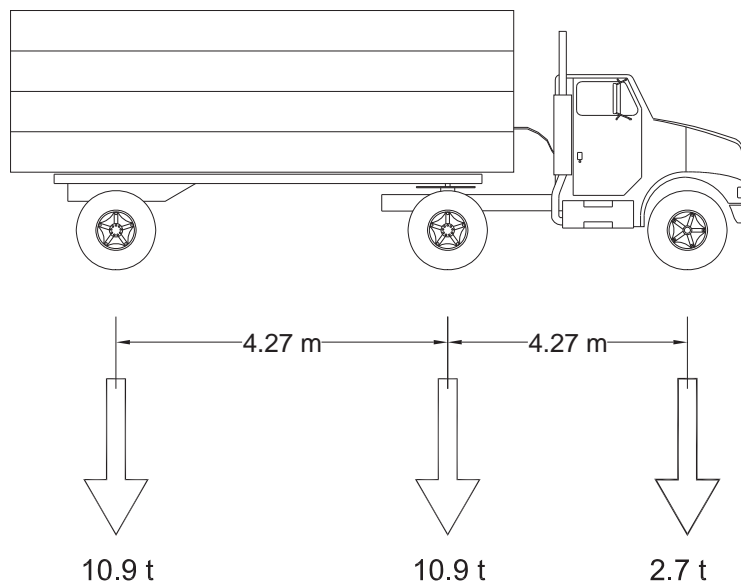


Figura 1.9 Tracto camión de 2 ejes, Semi-Remolque 1, Peso 24.5 Toneladas (HS-15 (24.5 t))

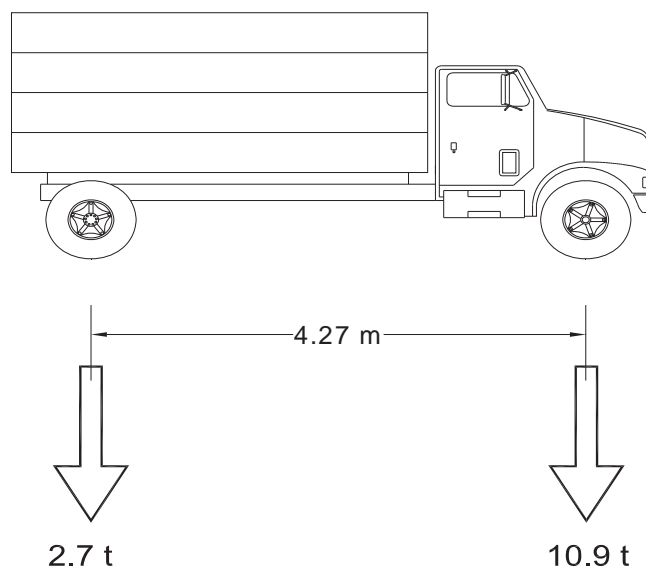


Figura 1.10 Camión con 2 ejes, Peso 13.6 Toneladas (H – 15 (13.6 t))

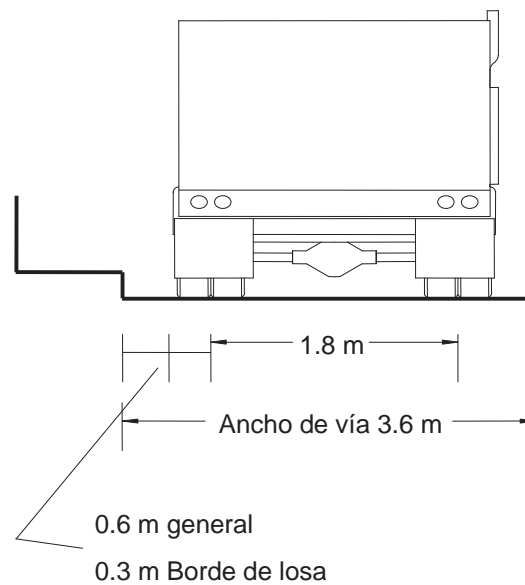


Figura 1.11 Parte posterior y dimensiones según Normativa.

1.7 APLICACIONES DE MÁQUINAS EXCITADORAS PARA ESTRUCTURAS

Las aplicaciones una máquina excitadora de estructuras de masas resonantes, numerosas y muy útiles para el estudio de:

- Características dinámicas del suelo
- Dinámica de cimentaciones de maquinaria y equipo
- Determinación de sollicitaciones de maquinaria
- Comportamiento dinámico de pilotes y pilas
- Comportamiento dinámico de cortinas de concreto y enrocamiento de presas
- Comportamientos dinámicos de obras civiles (Edificios, Puentes, Pisos de casas de máquinas, etc. ...)
- Excitación controlada para pruebas dinámicas en modelos en mesa vibratoria, etc. ...

CAPÍTULO II

PROPIEDADES ESTÁTICAS Y DINÁMICAS DE PUENTES TIPO



- 2.1 Introducción
- 2.2 Morfologías de puentes
- 2.3 Puentes con tablero de Losa
- 2.4 Características morfológicas
- 2.5 Clasificación de los puentes apoyados en vigas
- 2.6 Separación entre las vigas
- 2.7 Tableros colados en el lugar
- 2.8 Influencia de la morfología
- 2.9 Dimensionamiento de tableros apoyados sobre vigas
- 2.10 Vigas de sección I
- 2.11 Vigas de sección en cajón
- 2.12 Geometría en los extremos de vigas
- 2.13 Características morfológicas de los tableros losa
- 2.14 Configuración longitudinal
 - 2.14.1. Losas
- 2.15 Influencia de la sección transversal sobre el comportamiento resistente del tablero
 - 2.15.1 Secciones aligeradas
 - 2.15.2 Secciones de ala ancha
- 2.16 Influencia de la disposición de los apoyos
- 2.17 Pre dimensionamiento de tableros de losas
- 2.18 La geometría del tablero

CAPÍTULO II

PROPIEDADES ESTÁTICAS Y DINÁMICAS DE PUENTES TIPO

2.1 INTRODUCCIÓN

Este capítulo presenta una breve descripción de las secciones transversales y longitudes, así como las principales características físicas que permitirán calcular en un modelo numérico las propiedades dinámicas aproximadas de los puentes, principalmente su periodo fundamental de vibrar, para que se pueda determinar el intervalo de frecuencias que debe ser capaz de excitar el equipo de masas concéntricas con el fin de medir las propiedades dinámicas reales en los puentes.

2.2 MORFOLOGÍAS DE PUENTES

Con el fin de describir las características más relevantes de los puentes convencionalmente utilizados, en la Tabla 2.1 se muestra las características típicas de la estructuración de los puentes de un sólo claro (Monleón, 2000a).

Tabla 2.1 Puentes con un sólo claro

Estructuración y tipo de puente	Longitud del claro, L, (m)
Puentes de concreto o acero Losas, pórticos, y marcos de concreto	< 15
Tramos simples de vigas de concreto pretensado	15 a 50
Tramos simples de acero <ul style="list-style-type: none"> • Secciones en cajón con vigas a bajo de la calzadas • Vigas trianguladas sobre calzada 	50 a 100
Arcos o Marcos Atirantados de un solo claro, con tableros de concreto, mixto o acero	> 100

En la Tabla 2.2 se recomiendan algunas longitudes del claro típico que se sugiere en la construcción de puentes con varios claros, en esta tabla se presenta la longitud del claro y el tipo de calzada más recomendado.

Tabla 2.2 Puentes con más de un claro

Claro, L, (m)	Recomendación del tipo de estructuración
L < 20	Tramos continuos de concreto armado o concreto (losa maciza de sección constante)

Tabla 2.2 Puentes con más de un claro (continua)

20 a 50	Tramos continuos de concreto pretensado, clasificables como: <ul style="list-style-type: none"> • Su sección transversal (desde losa aligerada a sección cajón) • El proceso constructivo (desde cimbra a voladizos sucesivos)
50 a 150	Tramos continuos de concreto, construidos por avance en voladizo Tramos continuos de acero (para $L > 75$)
150 a 500	Tramos continuos de concreto, construido por avance en voladizo Tramos continuos de acero Puentes articulados, con tablero de concreto, mixto o de acero
$L > 500$	Puentes articulados, con tablero de acero Puentes colgantes ($L > 1,000$)

Aunque la longitud del claro es el principal elemento en estudio, en general no constituye un dato de partida, puesto que la posición de las pilas no suele estar predefinida, en realidad, la definición de éste es uno de los objetivos finales. Al existir un número elevado de variables en este tipo de problemas, y no todas medibles, la solución que se propone no puede determinarse a través de un método analítico y debe considerarse la experiencia del proyectista, en resumen:

1. Algunas variables, como las de tipo estáticas son subjetivas
2. La experiencia permite siempre una aproximación más simple y directa

Esta labor origina, además del tratamiento estadístico de determinados parámetros morfológicos (esbeltez de pilas y tableros, espesor y separación de vigas) con el fin de orientar mejor el pre dimensionamiento de los mismos. En la Tabla 2.3 se clasifican los tipos de vigas utilizados en los puentes según su sistema de pretensado.

Tabla 2.3 clasificación de puentes sobre vigas

Tipo de Estructura	Clasificación
Puentes de vigas metálicas	
Puentes de vigas pretensadas	I
Puentes de vigas pretensadas	II
Puentes de vigas pretensadas	IC
Puentes de vigas pretensadas	IIC

En la Tabla 2.3 se refiere a las fases de pretensado 1 ó 2, respectivamente, y están relacionadas con el sistema de continuidad de la losa superior, es decir:

- En la fase de pretensado 1:
 - Sin continuidad en la losa superior: I
 - Con continuidad en la losa superior: IC
- En la fase de pretensado 2:
 - Sin continuidad en la losa superior II
 - Con continuidad en la losa superior IIC

En la Tabla 2.4 se muestran las dimensiones más recomendable en puentes, en cuanto a su ancho, B (m) de calzada más los parapetos; la longitud entre apoyos, $L(m)$, y la altura de las pilas, $H(m)$.

Tabla 2.4 Dimensiones más comúnmente usadas en puentes

$B(m)$	$L(m)$	$H(m)$
7,10,12	15 a 38.4	(0 a 10); (10 a 20); (20 a 30)

2.3 PUENTES CON TABLERO LOSA

En la Tabla 2.5 se presentan los tipos de calzadas recomendados según los claros entre apoyos, así como el ancho efectivo B , de circulación.

Tabla 2.5 Tipos de calzadas según su claro y sección transversal

	Claro (m)					B
Calzada de concreto (1)	15	22	30	35		3.0 m (2.5 m útiles)
Calzadas metálicas (1)	15	20	25	30	35	2.6 m (2.4 m útiles)
Calzadas Metálicas Desmontables (1)	$L_{max}=23.9m, L_{I,N}=3.9m$ (Empotramiento)					2.65 m (2.25 m útiles)

2.4 CARACTERÍSTICAS MORFOLÓGICAS

Los tableros apoyados en vigas tienen su origen en una solución particular de dos problemas: son el constructivo y la resistencia (Monleón, 2000b). En los puentes que tienen losas planas simplemente apoyadas, la flexión longitudinal es dominante y su resistencia se puede mejorar si se distribuyen uniformemente o se usan nervaduras. En cuanto a la rigidez longitudinal de la estructura, ésta permite ahorrar material y la flexión es mejor resistida aumentando la altura de la sección resistente en la Figura 2.1 se presenta la sección transversal de losas macizas y de losas apoyadas sobre vigas.

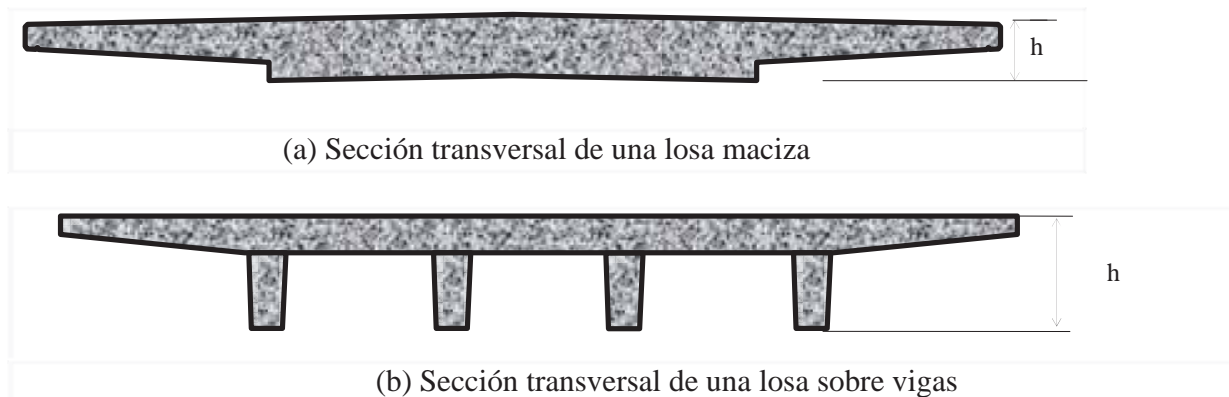


Figura 2.1 Esquemas de las secciones transversales

En los tableros de puentes estructurados a base de vigas cada uno de sus elementos longitudinales puede construirse por separado y posteriormente colocarse en el lugar correspondiente en la obra, con ello la pieza resulta más ligera y es posible evitar el cimbrado.

2.5 CLASIFICACIÓN DE LOS PUENTES APOYADOS EN VIGAS

En general, existen dos tipos de puentes sobre vigas:

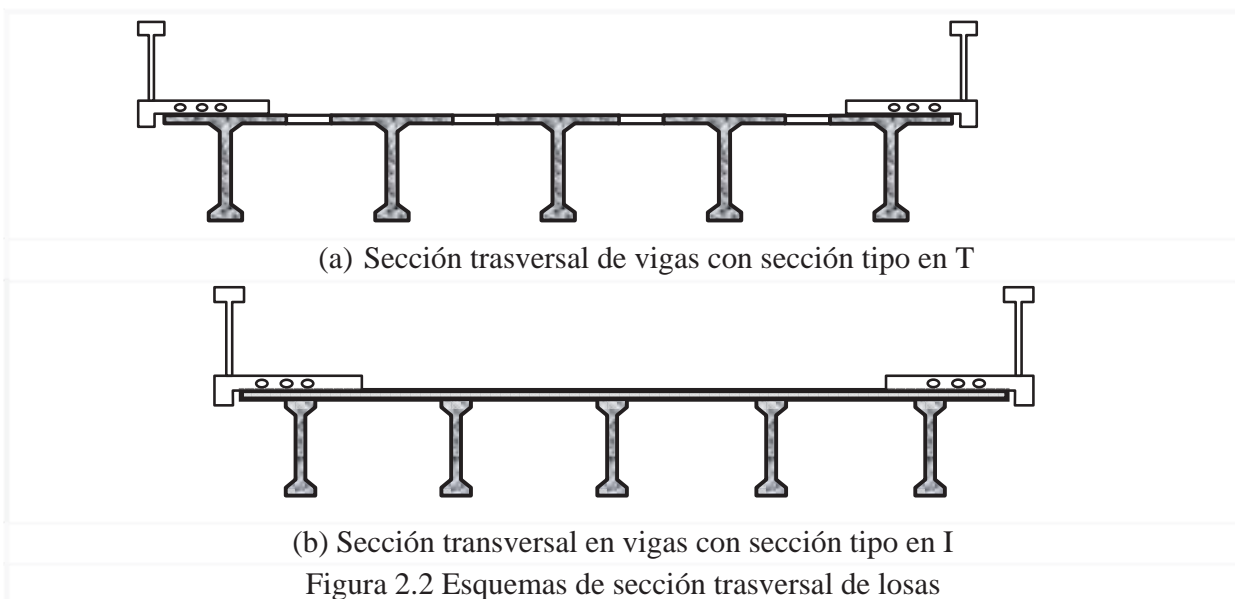
1. Los contruidos en el sitio mediante cimbrado y colado
2. Los formados por vigas prefabricadas “in situ” o en planta, que tienen la ventaja de que se pueden construir desde claros pequeños hasta de 45m.

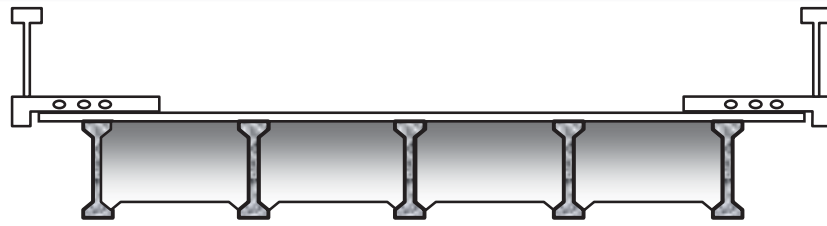
Los tableros de vigas prefabricadas se caracterizan por la forma y separación entre las vigas, además, por la posible disposición de diafragmas transversales. En la Figura 2.2 se muestran esquemáticamente las secciones transversales de tableros con vigas T Figura 2.2(a), vigas I Figura 2.2(b) y vigas de sección I Figura 2.2(c) con diafragma. En general las vigas cuentan con una forma bien definida, determinadas por su relación del momento estático, Q , radio de giro, G . Si $Q > G$, como frecuentemente se tiene en puentes cortos ($L \leq 20m$), la variación de los momentos flexionantes longitudinales son muy importantes y se requieren secciones con un radio de giro obtenido con:

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} \quad (2.1)$$

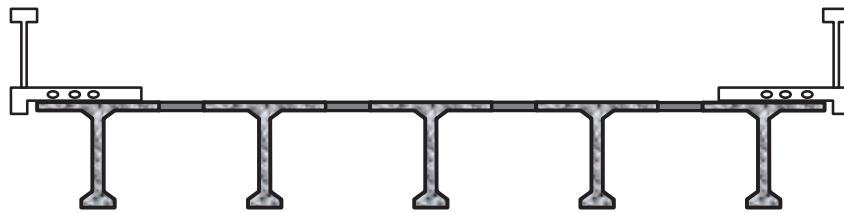
donde, i_y es el radio de giro, I_y es el momento de inercia y A es el área de la sección transversal.

Para aumentar el radio de giro se puede aumentar la sección superior e inferior y adelgazando el alma, tal como se ilustra en las Figuras 2.3(a) y 2.3(b). En el caso de losas apoyadas sobre vigas I cuando actúan las sobrecargas la losa superior ya es colaborante. Además, las vigas con un radio de giro, i_y , grande son más favorables para el pretensado en clase I.

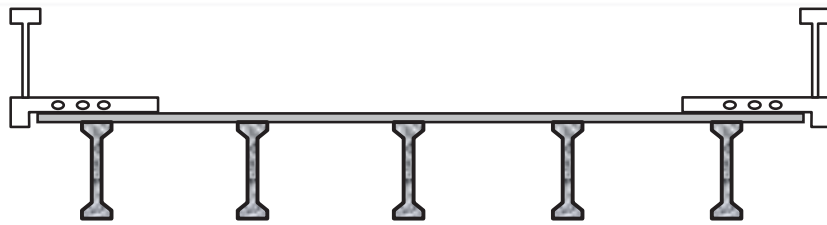




(c) Sección transversal de vigas con sección en I y con diafragma
 Figura 2.2 Esquemas de sección transversal de losas (continua)



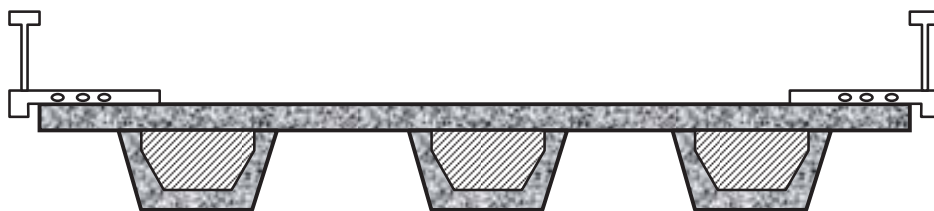
(a) Losa tipo sobre vigas de sección en T



(b) Losa tipo sobre vigas de sección en I
 Figura 2.3 Esquema de tipos de losas

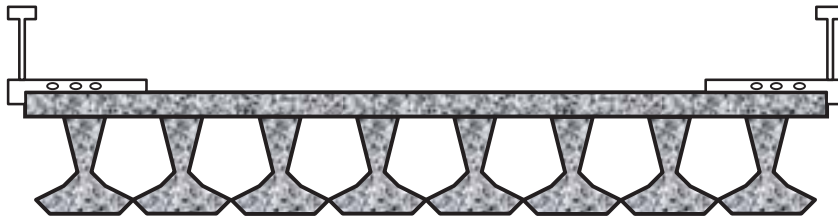
2.6 SEPARACIÓN ENTRE LAS VIGAS

Respecto a la separación entre las vigas, en términos generales puede afirmarse que la tendencia en los últimos 20 años ha sido ir aumentando la separación entre ellas. Esto motivado principalmente para la posibilidad de mover mayores pesos, lo cual permite disponer de vigas más eficientes Figura 2.4(a); en la Figura 2.4(b) se muestra una sección transversal formada por vigas pretensadas por adherencia, con menor eficacia a causa de las restricciones en la colocación de los cables, pero más económicas para claros cortos.



(a) losas sobre vigas de sección en cajón

Figura 2.4 Esquema de la sección transversal de tableros de puentes



(b) losas sobre vigas pretensadas

Figura 2.4 Esquema de la sección transversal de tableros de puentes (continua)

Los diafragmas colocados transversalmente también favorecen el aumento del espaciamiento entre las vigas Figuras 2.5 sin tener la necesidad de aumentar el espesor de la losa de calzada, sólo que complica el proceso constructivo (demora en el prefabricado, armado, cimbrado y colado en obra) por lo que se han abandonado su uso.

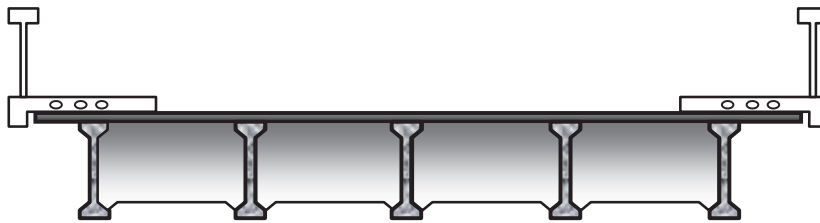
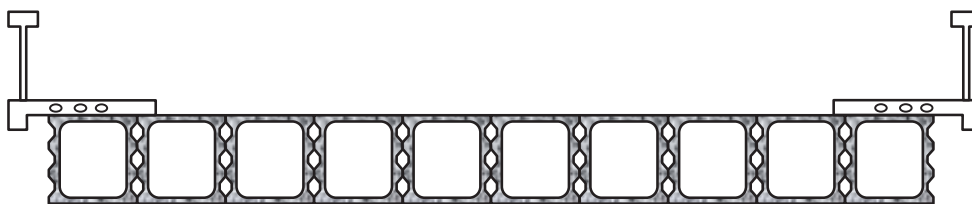
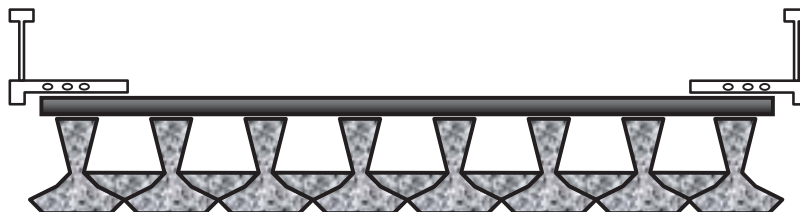


Figura 2.5 Esquema de la sección transversal con diafragma

Una variante consiste en la mejor la distribución transversal de las cargas disminuyendo el desplazamiento vertical entre elementos mediante llaves de cortante Figura 2.6(a), o bien colando "in situ" una trabe sobre la sección inferior de las vigas Figura 2.6(b), ambas opciones se aplican en claros cortos y son poco utilizadas en México.



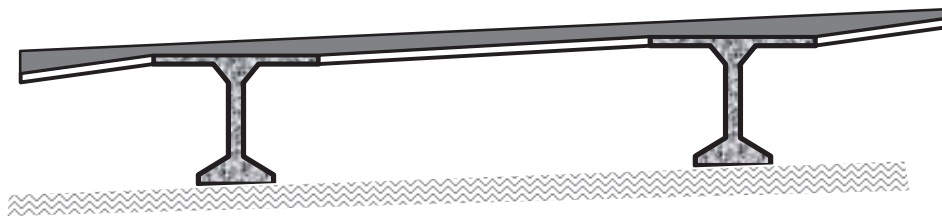
(a) vigas de sección tipo cajón llave



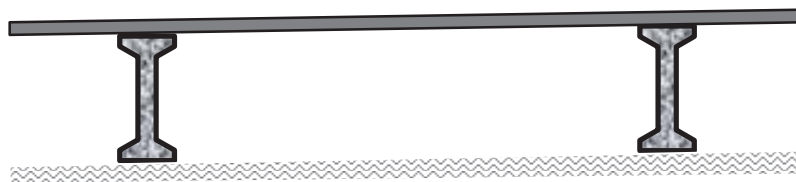
(b) vigas de sección pretensado y diafragma

Figura 2.6 Sección transversal tipo en losas con llaves de cortante y pretensado

En puentes curvos conviene colocar losas sobrepuestas en las traves, con el fin de no aumentar la carga muerta Figura 2.7. La elaboración de losas coladas en el sitio nos ocasiona un posible retraso constructivo en los elementos prefabricados, se simplifican en el caso de losas simplemente apoyadas en las que sólo se debe prolongar el alma.



(a) Losas inclinadas sobre vigas T



(b) Losas inclinadas sobre vigas I

Fig. 2.7 Esquemas de las secciones transversales tipo en losas inclinadas o en curva

2.7 TABLEROS COLADOS EN EL LUGAR

Los tableros colados en el sitio tienen sólo una mejor resistencia relacionada con su distribución uniforme de su rigidez. El número de nervaduras longitudinales disminuye con el claro y su forma se simplifica, siendo usual la disposición de dos vigas en los tableros de mayor longitud. Su industrialización es rentable sólo en los casos en que el número de claros sea importante, debiendo entonces diseñarse en continuidad longitudinal, dando lugar a puentes construido de claro a claro, mediante cimbras deslizantes.

2.8 INFLUENCIA DE LA MORFOLOGÍA

Los parámetros morfológicos que rigen la eficacia del tipo de tablero, es decir, que mejor distribuyen las cargas transversalmente, son:

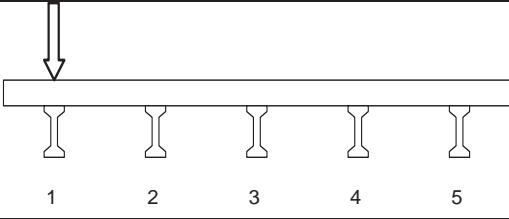
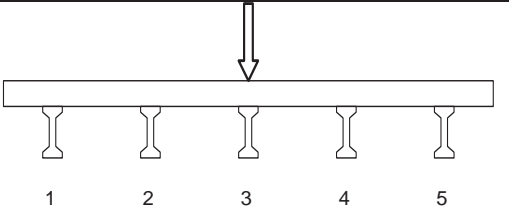
- La forma de medir la relación entre la rigidez de flexión entre la losa y la vigas es determinable por medio de la siguiente expresión:

$$\frac{Lh_c^3}{12I_y} \quad (2.2)$$

en donde: L es el ancho de la sección transversal, h_c es el peralte de su sección transversal y I_y es el momento de inercia sobre el eje y .

- La rigidez a torsión de las vigas, EI_w ó GJ según corresponda. A menor rotación θ_x de la viga, mayor empotramiento de la losa.
- La proximidad entre vigas, la presencia de contraventeos y la relación existente entre la longitud del claro y el ancho de la sección, L / B .

Tabla 2.6 Influencia en la Morfología en el comportamiento de puentes

		L=40 m, h=2 m		L=20 m, h=2 m		L=20 m, h=1 m	
		w/w_{max}	σ/σ_{max}	w/w_{max}	σ/σ_{max}	w/w_{max}	σ/σ_{max}
	Viga 1	1	1	1	1	1	1
	Viga 2	0.456	0.330	0.251	0.145	0.351	0.231
	Viga 3	0.130	0.048	0.039	-0.0046	0.063	0.011
	Viga 4	-0.013	-0.025	-0.0077	-0.0062	-0.014	-0.017
	Viga 5	-0.095	-0.031	-0.054	-0.014	-0.044	-0.0036
	Viga 1	0.3	0.101	0.055	-0.0058	0.128	0.030
	Viga 2	0.680	0.452	0.323	0.208	0.514	0.340
	Viga 3	1	1	1	1	1	1
	Viga 4	0.680	0.452	0.323	0.208	0.514	0.340
	Viga 5	0.300	0.101	0.055	-0.0058	0.128	0.030

En la Tabla 2.6 se presenta una relación de la variación obtenida para diferente claro y alturas de calzadas sobre vigas donde se puede apreciar la eficiencia de los tableros, es decir, la eficiencia al distribuir el esfuerzo sobre todo el tablero.

2.9 DIMENSIONAMIENTO DE TABLEROS APOYADOS SOBRE VIGAS

Para el dimensionamiento de tableros apoyados sobre vigas es importante tener en cuenta las siguientes características:

- 1) Se recomienda la longitud de: $L \leq 45m$
- 2) La relación recomendable entre el peralte de las traveses a longitud del claro, h / L , debe de estar comprendida de: $(1 / 30)$ a $(1 / 10)$. Simultáneamente que se tenga una relación de $h / L \cong 1 / 17$. Para estructuraciones tipo marco, con separación entre vigas, s , grande, se recomienda $h / L \approx 1 / 10$. Para el caso en que la separación es pequeña o en el caso pretensado por adherencia, se recomienda $h / L \approx 1 / 30$.
- 3) El peralte de la losa superior, h_c , por lo general se recomienda del orden: $s / 12 - 0.05m$.

Sobre la Figura 2.8 se presenta en forma esquemática las características a considerar para la obtención del dimensionamiento de la sección transversal en un puente tipo apoyado sobre vigas de sección en I. En dicha figura L es la longitud entre apoyos, s es la distancia entre vigas, h es el peralte efectivo de las vigas y h_c es el peralte total de la losa.

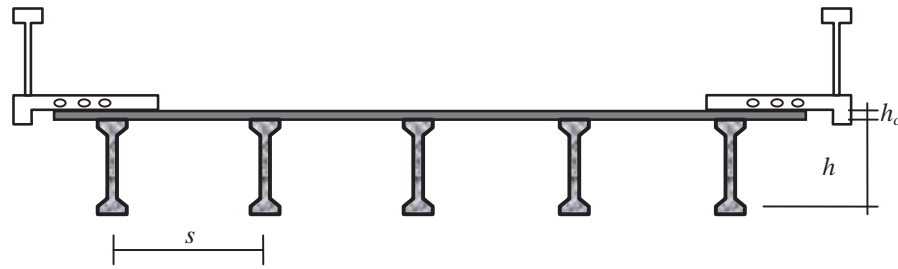


Figura 2.8 Esquema de la sección transversal tipo en losas sobre vigas con sección I

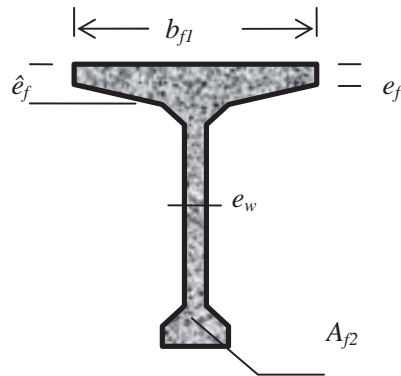


Figura 2.9 Sección transversal de la viga tipo Guyon

En la Figura 2.9 se presenta la sección tipo Guyon con sus principales características con relación a su pre diseño las expresiones 2.3 a la 2.8 son las que se proponen para el cálculo de las dimensiones de una viga de ala ancha con sección transversal tipo Guyon son:

$$s = (L / 36 + 2) \quad (2.3)$$

$$e_w = (h / 36 + \theta_{varilla} + 0.05) \quad (2.4)$$

$$\hat{e}_f = (s / 9 - 0.06) \quad (2.5)$$

$$e_f = 0.5 \text{ a } 0.6 \hat{e}_f \quad (2.6)$$

$$b_{f1} = 0.9h \quad (2.7)$$

$$(h / s)A_{f2} \approx L / 150 - 1 / 12 \quad (2.8)$$

en donde; b_{f1} es el ancho patín superior, e_f , \hat{e}_f son espesores del patín superior en metros; e_w es el espesor del alma de la viga en metros, A_{f2} es el área del patín inferior (m^2) y L es la longitud del tablero en metros.

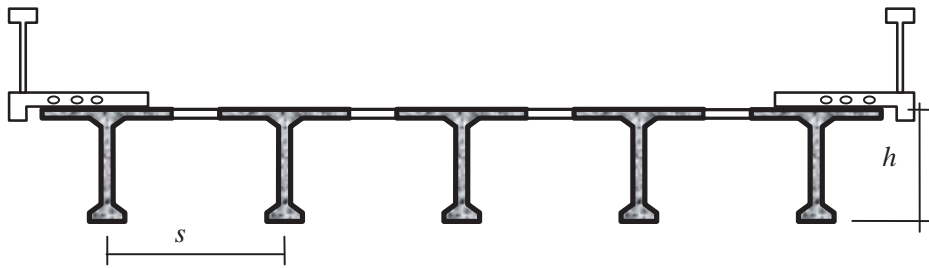


Figura 2.10 esquema de una losa apoyada sobre vigas con sección tipo Guyon

2.10 VIGAS DE SECCIÓN I

En las vigas con sección transversal con forma de I se requiere más cuidado en cuanto a la relación al pandeo lateral y a la flexión (no cuenta con la ayuda que le proporciona la losa superior). El área de la cabeza superior es similar a la de la cabeza inferior. En la Figura 2.12 se esquematiza la sección de vigas en sección de tipo I, así como las variables necesarias para obtener un prediseño.

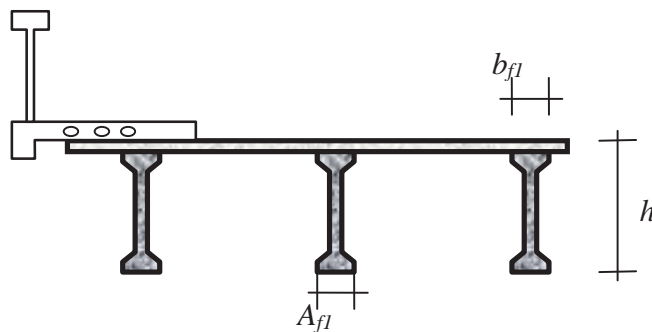


Figura 2.11 Esquema de la sección transversal tipo en losas sobre vigas de sección I

Para proponer el ancho del patín se puede considerar la expresión $b_{f1} = 0.3h$ ó $b_{f1} = 0.4h$, donde h es la altura total de las vigas y losa; y para el patín superior e inferior A_{f1} que es igual a A_{f2} , puede considerarse la expresión 2.8 presentada anteriormente.

2.11 VIGAS DE SECCIÓN EN CAJÓN

Las vigas con sección transversal en cajón son más costosas que las de sección abierta, puesto que se necesita un molde interior adicional y el espesor del alma de la viga, e_w , es grande. En cambio mejoran la distribución de cargas en la sección transversal (GJ mayor) y permite un mejor control de la flexión en la losa superior. En la Figura 2.12 se ilustra la sección transversal de un puente apoyado sobre vigas con sección en cajón.

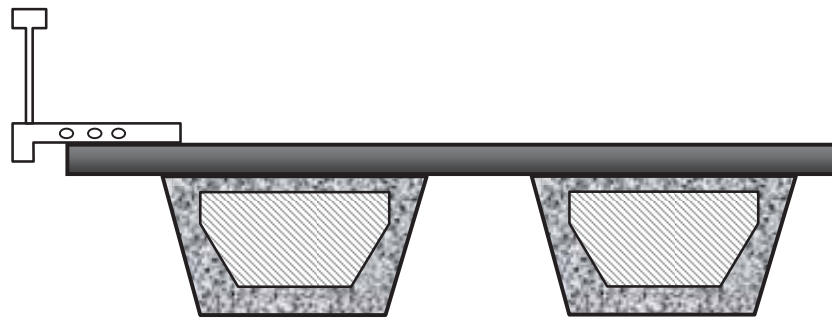


Figura 2.12 Esquema de la sección transversal tipo, en losas sobre vigas de sección en cajón

2.12 GEOMETRÍA EN LOS EXTREMOS DE VIGAS

Una disposición que favorece la transición de las tensiones tangenciales cerca de los apoyos consiste en aumentar linealmente el espesor del alma de las vigas. Por otra parte el diafragma que se coloca sobre los apoyos y que se construyen en obra, permite restringir el giro a la torsión de cada una de las vigas longitudinales, favoreciendo de esta manera la distribución de cargas del tren de diseño en las Figuras 2.13 a 2.17 se muestran las formas y tipos de diafragmas en los extremos de apoyos, así como la transición que se tiene de las vigas a los apoyos.

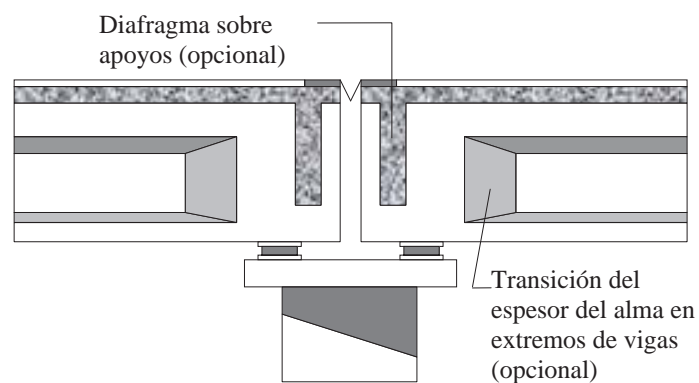


Figura 2.13 Diafragma sobre apoyos

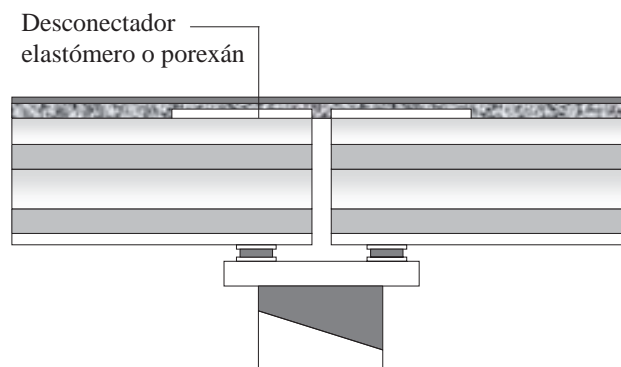


Figura 2.14 Diafragma en su uso más común

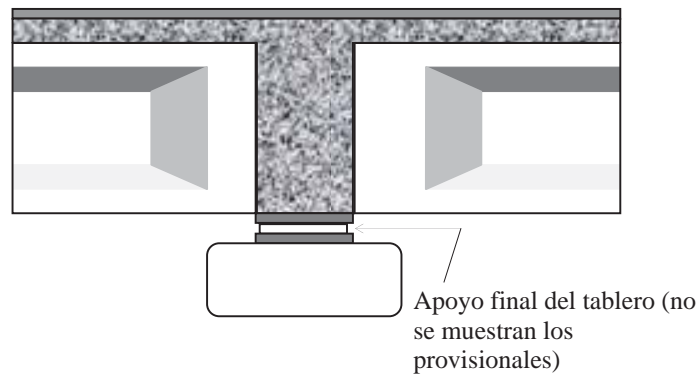


Figura 2.15 Diafragma sobre un apoyo

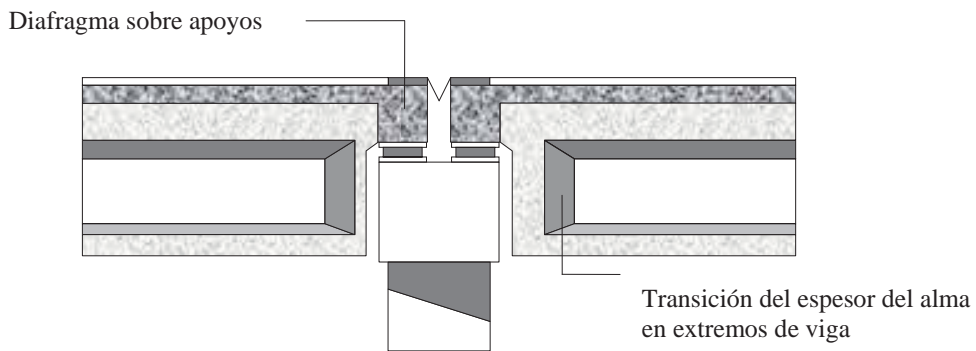


Figura 2.16 Diafragma apoyando a dos tableros independientes

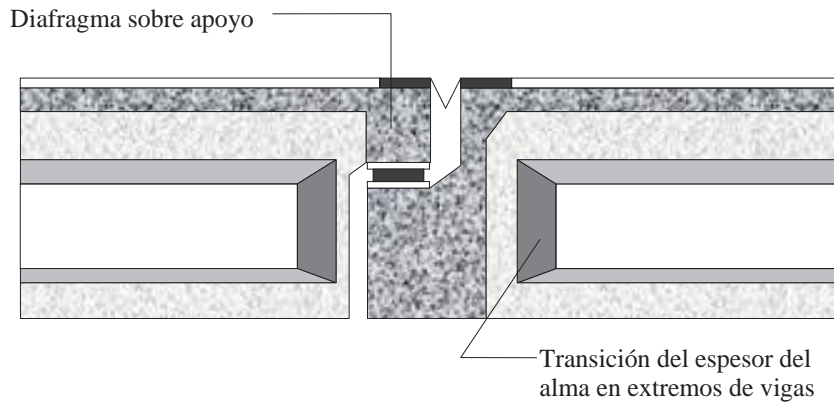


Figura 2.17 Diafragma sobre apoyo

Sin embargo, la disposición más común consiste prescindir de estas mejoras, dando a cambio continuidad a la losa superior, desconectando al entorno de los apoyos extremos. Con ello se pretende reducir al máximo las operaciones en la obra, con el fin de reducir los plazos y no depender de la disponibilidad de carpinteros y fierros. Otra práctica en desuso, por la misma causa, es la disposición de diafragmas intermedios aún cuando favorecen la distribución transversalmente de las cargas. Además, desde un punto de vista estético, en el caso de requerir

pretensado, la presencia de anclajes en la cara vista lateralmente perjudica el aspecto del puente. Abundando en la continuidad funcional y estructural, la formación de un diafragma entre extremos no solo permite la colocación de acopladores para los cables del pretensado de continuidad, sino también posibilita la supresión de apoyos individuales en las vigas.

La separación entre vigas crece, pasando de un máximo de 3.5m en vigas prefabricadas a un mínimo de 5m en vigas coladas en sitio.

La esbeltez entre claros simplemente apoyados se reduce pero ello puede compensarse con la posibilidad de continuar el tablero.

$$L/18 \leq h \leq L/10 \quad (2.9)$$

La ecuación 2.9 proporciona una sugerencia para proponer un peralte (h) de la estructura (espesor de losa más espesor de diafragmas), a partir de la longitud entre apoyos.

2.13 CARACTERÍSTICAS MORFOLÓGICAS DE LOS TABLEROS LOSA

Los tableros losa, al sacrificar la eficiencia estructural a la sencillez constructiva, se sitúan en el extremo opuesto de los tableros de vigas.

La evidente sencillez geométrica de estas construcciones permite una ejecución “in situ” simple económica si la longitud total es moderada. Además, se adapta perfectamente a cualquier geometría en planta.

En la Figura 2.18 se observa la variante de losa sobre vigas con un diafragma colado transversalmente

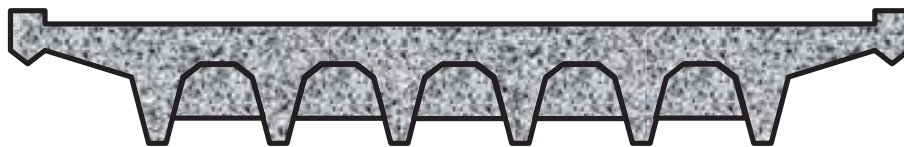


Figura 2.18 Esquema de la sección transversal tipo en losas macizas con nervadura

Al presentar una distribución uniforme de rigidez a flexión, la losa maciza Figura 2.19(a) constituye la solución estructural menos eficiente para el diseño de la sección transversal de un puente (omite las direcciones principales de flexión inducida por la posición en la planta de los apoyos). Este defecto puede atenuarse aligerando la sección transversal mediante huecos circulares Figura 2.19(b) ó rectangulares Figura 2.19(c). Ambas disposiciones permiten abordar claros mayores al reducir el peso propio manteniendo la rigidez.

Los aligeramientos rectangulares Figura 2.19(c) son más eficientes pero resultan más caros, al utilizar moldes no recuperables se tiene la ventaja de realiza el colado por etapas; losa inferior y almas con cimbra recuperable y losa superior con cimbra no recuperable, que puede ser una prelosa de concreto. La losa nervada Figura 2.18 reduce el problema, a un costo de una pérdida de su rigidez.

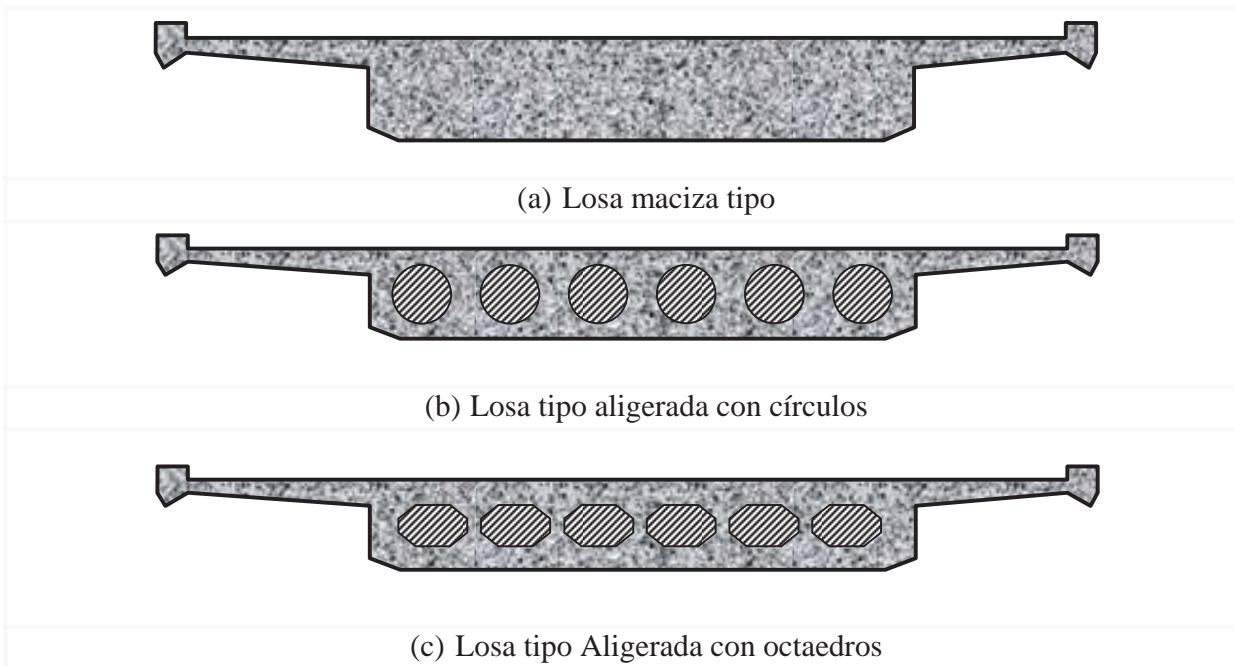


Figura 2.19 se esquematizan las secciones trasversal tipo de losas macizas y aligeradas

Alternativamente, el rendimiento estructural puede mejorar concentrando la rigidez de la sección. El ancho del tablero se puede completar alargando los voladizos laterales Figura 2.20(a). Las opciones aligeradas son con oquedades circulares Figura 2.20(b) ó rectangulares, inclusive de canto variable Figura 2.20(c) permiten extender los claros máximos asociados a estas morfologías, aunque estructuralmente el resultado se aproxima un poco más a una viga y resulta más complejo y en forma general más costoso.

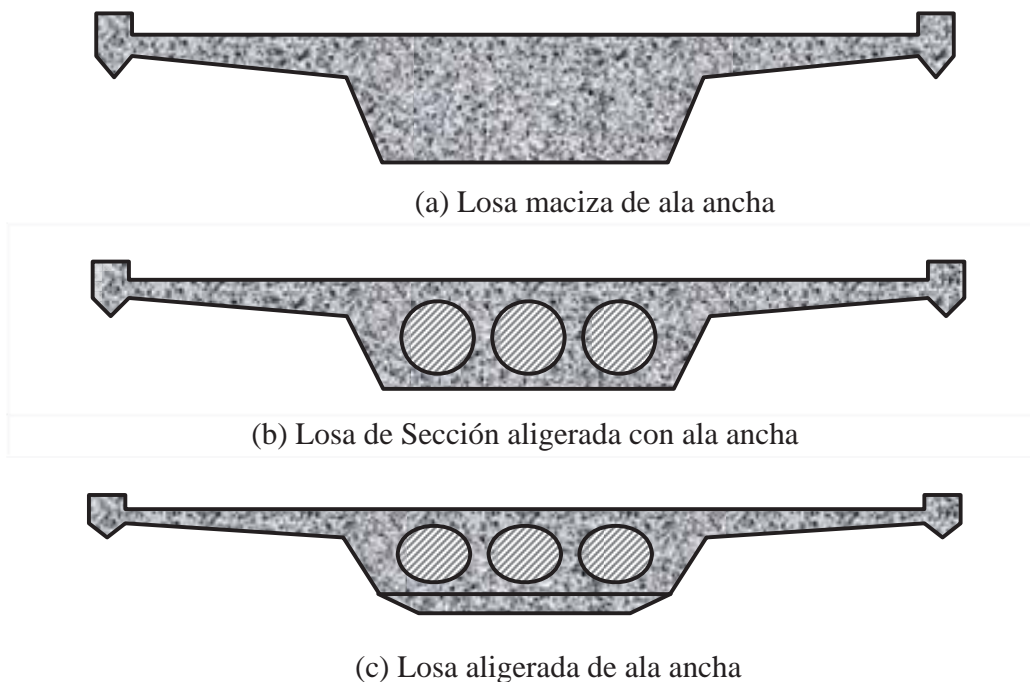


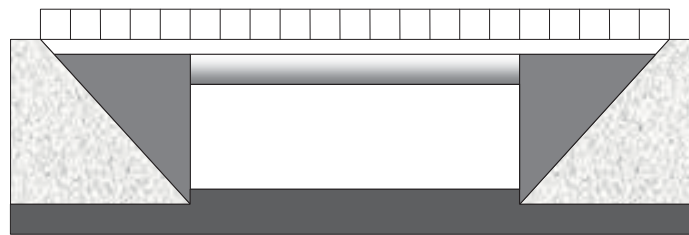
Figura 2.20 secciones trasversales tipo en tableros losa de ala ancha

La Figura 2.20 se pueden apreciar los esquemas de secciones transversales tipo en losas con alargamiento en sus voladizos (ala ancha)

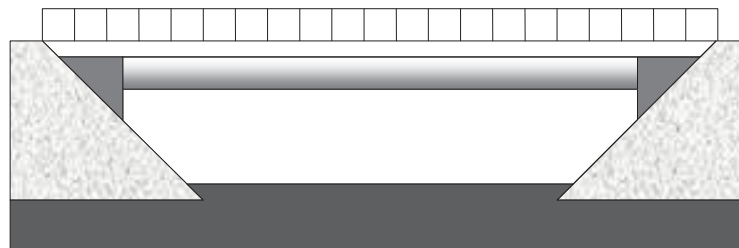
2.14 CONFIGURACIÓN LONGITUDINAL

En losas simplemente apoyadas el diseño de los estribos (Muros de vuelta o aletas) tiene como principal dificultad la estética de la obra.

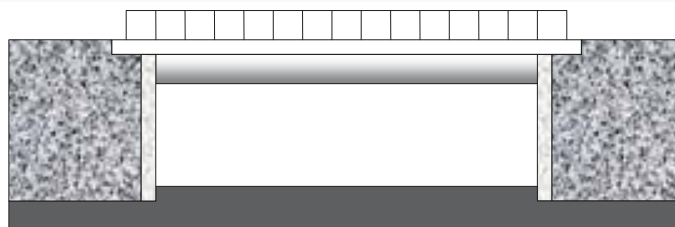
En la Figura 2.21 son ilustrados una gama de tipos de estribos que son comúnmente utilizados en puentes.



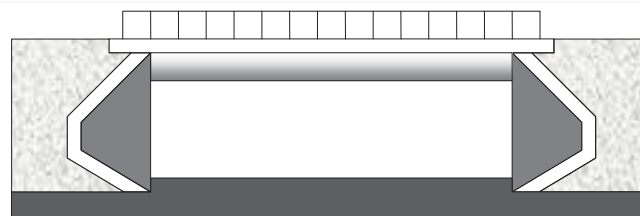
(a) Estribo cerrado con muro de vuelta



(b) Estribo cerrado con mejoras

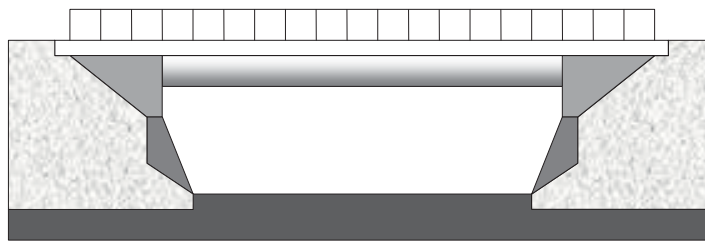


(c) Estribo con aletas

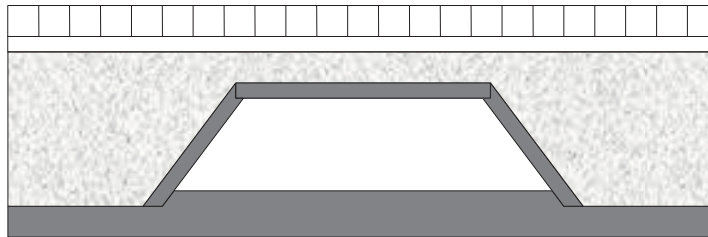


(d) Estribo con aletas mejorado

Figura 2.21 Configuración de tipos de estribos



(e) Estribo cerrado con doble cuerpo



(f) Estribo trapecial

Figura 2.21 Configuración de tipos de estribos (Continua)

La Figura 2.21 se muestra una losa simplemente apoyada, Figura 2.21(a) estribo de tipo cerrados, Figura 2.21(b) de un aspecto mejorado de la solución anterior, con la característica de aumentar el claro de la losa, e incrementando su costo, Figura 2.21(c) estribo de tipo aleta, Figura 2.21(d) aspecto mejorado de la disposición anterior, consiste en doblar las aletas, Figura 2.21(e) estribos cerrados con doble cuerpo también el pretender monolitismo a la solución inicial, al dividir el muro frontal en dos porciones, Figura 2.21(f) estructura trapecial que resuelve correctamente el diseño del paso inferior cuando los claros son cortos

2.14.1 Losas

Losas continuas con un comportamiento estructural, son enormemente tributarios tanto de su forma de la sección transversal como del diseño de las pilas y de la posible variación del espesor de su calzada.

Las losas de aspecto uniforme para un buen reparto de cargas, es necesario contener la deformación de la sección transversal de la losa en la sección del apoyo, disponiendo pórticos transversales o bien pilas múltiples.

Losas con los tableros aligerados con perforaciones circulares, rectangulares etc. y variación lineal del espesor entorno a sus apoyos sobre las pilas.

Losas con alas anchas, en estos casos la escasa deformación del núcleo de la sección transversal en su plano garantiza un buen comportamiento frente a las cargas excéntricas. La elevada rigidez torsional permite un eficaz transporte de las mismas a lo largo del tablero y permite apoyos únicos y diseño de pilas más esbeltas, secciones cilíndricas y pilas de doble apoyo en los claros donde así son requeridas.

Debido a la gran anchura de los tableros, las rotaciones de torsión se coaccionan sobre cada pila. Ellos se permite fragmentar longitudinalmente el diagrama de momento torsional, evitando el

traslado de esta acción a los estribos, tal y como sucede en el caso anterior. A cambio, suele exigir anclar los apoyos.

2.15 INFLUENCIA DE LA SECCIÓN TRASVERSAL SOBRE EL COMPORTAMIENTO RESISTENTE DEL TABLERO

2.15.1 SECCIONES ALIGERADAS

La presencia de aligeramientos induce una mayor deformabilidad del sistema.

2.15.2 SECCIONES DE ALA ANCHA

Siempre que la proporción longitud / ancho (L / B) sea adecuada, la flexión transversal o la distorsión de los posible aligeramientos serán fenómenos parásito despreciables. En tal caso, los modelos más recomendables serán los tableros sobre vigas.

2.16 INFLUENCIA DE LA DISPOSICIÓN DE LOS APOYOS

En estribos, para proporcionar condiciones de apoyo próximos a los apoyos lineales ideales, la distribución de los neoprenos deberá ser regular y para esto se aconseja utilizar la siguiente expresión:

$$3h \leq s \leq 5h \quad (2.10)$$

Con esta disposición se traslada a los apoyos intermedios, losas anchas, pilas pantalla o bien columnas múltiples, el peso propio puede resistirse prácticamente sin flexión transversal.

Cuando el número de apoyos se reduce, la flexión transversal se aumenta, principalmente en torno a las pilas. Si sólo se dispone de una columna, los momentos flexionantes adquiere una distribución amplia en esta zona, en cambio, una sección de idéntica anchura pero amplio voladizo lateral provoca concentración de rigidez a lo largo de la línea del apoyo. Esta propiedad produce la elongación de las direcciones principales deflexión, prevaleciendo de nuevo el mecanismo resistente longitudinal frente a la transversal.

2.17 PREDIMENSIONAMIENTO DE TABLEROS DE LOSAS

En general para todos los tableros de losas los claros con l longitud anterior mentes descritas corresponden a losas de concreto pretensado simplemente apoyadas. Para losas de concreto armado, se puede considerar con la expresión:

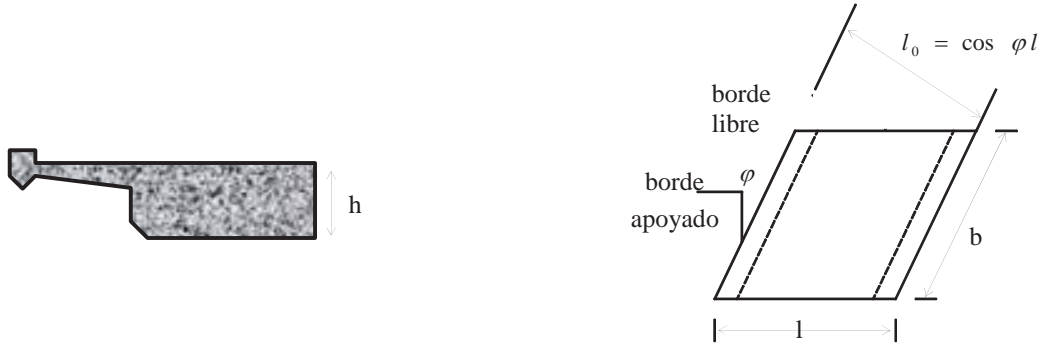
$$l = 0.6l \quad (2.11)$$

Si el tablero descansa sobre varias líneas de apoyo o bien si forma el hueco de un marco, estas pueden aumentarse del 10 al 20 %.

Se propone utilizar la siguiente expresión para determinar el espesor de losas macizas:

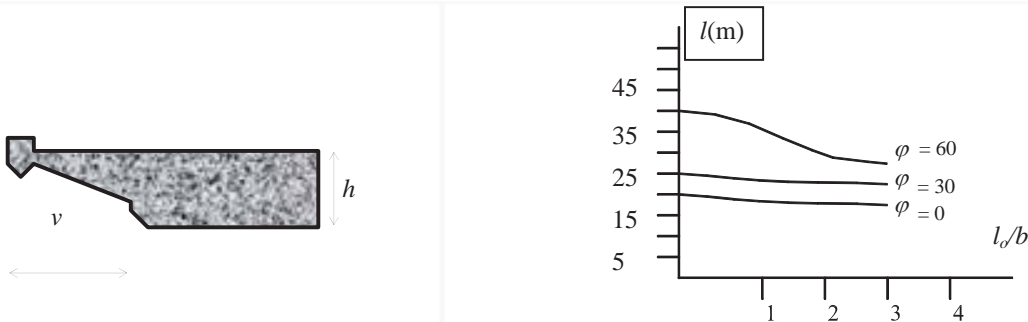
$$h \leq 0.80m, l_0 \leq 20m \quad (2.12)$$

En la Figura 2.22 son mostradas las consideraciones que deberán ocupar parte del diseño del peralte del cuerpo así como los alerones propuestos; el detalle del remate de las aristas es típico de las obras alemanas y suizas, sin embargo el uso de elementos en voladizo prefabricados permite simplificar el diseño de estas zonas.



(a) Peralte en sección de losa maciza

Figura 2.22 Esquemas de la sección de losas macizas



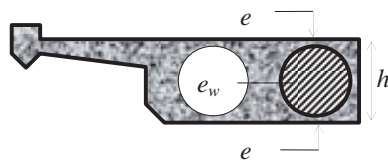
(b) Alerón de losa maciza y algunas características

Figura 2.22 Esquemas de la sección de losas macizas (Continua)

Los bordes libres del tablero pueden acabarse con pequeños voladizos Figura 2.22(a) con $v \leq 1.0m$. Sin embargo, si la losa es oblicua la concentración de esfuerzos que se producen en esta zona requieren un diseño más robusto. La Figura 2.23 muestra los tipos de oquedades que se utilizan generalmente para el aligeramiento de losas, así como las principales características y recomendaciones para éstas

Para proponer un espesor de losas aligeradas se tiene:

$$h \leq 1.2m, l_0 \leq 30m \quad (2.13)$$



(a) Losa aligerada circular

Figura 2.23 Muestra los esquemas para la sección de losas aligeradas

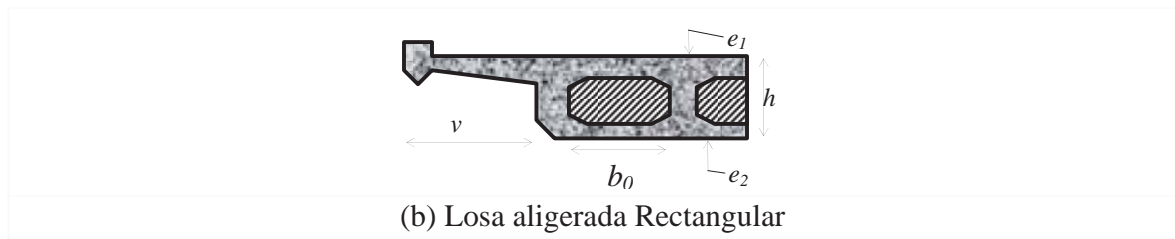


Figura 2.23 Muestra los esquemas para la sección de losas aligeradas (continua)

La Figura 2.23(a) con aligeramiento circular se recomiendan las siguientes características en sus dimensiones, diámetro del hueco

$$\theta = 0.6 \text{ a } 0.75 h \quad (2.14)$$

para el espesor entre el hueco y la altura de el elemento

$$e = 0.15 \text{ a } 0.20 m \quad (2.15)$$

y para el ala

$$v \leq 1.0 m \quad (2.16)$$

de la Figura 2.24b con aligeramiento rectangular se tiene que para el ancho del hueco

$$b_o \leq 6 e_1 \quad (2.17)$$

para el espesor de la oquedad superior y el peralte total se tiene

$$e_1 \leq 0.15 m \quad (2.18)$$

y para el inferior

$$e_2 \leq 0.12 m \quad (2.19)$$

y para el alerón tenemos

$$v \leq 1.0 m \quad (2.20)$$

la separación entre aligeramientos circulares puede tomarse igual a h, resultando en general del alma

$$e_w = 0.3 \text{ a } 0.4m \quad (2.21)$$

Si los aligeramientos son rectangulares, conviene aumentar este espesor de tal forma que el área aligerada no exceda el 50% de la superficie total de la sección. Con esta disposición, se garantiza una deformación moderada a cortante (distorsión de las celdas).

En ambos casos, para adecuar el diseño al flujo de tensiones tangenciales inducidas por la fuerzas de torsión, las nervaduras exteriores (apoyos) deben ser algo más gruesos que los interiores.

En la Figura 2.24(a), 2.24(b) se tiene losas macizas de alas anchas con las características recomendables para el espesor se tiene que para la Figura 2.24(a)

$$h \leq 1.0m, l_o \leq 25m \quad (2.22)$$

losas aligerada de alas anchas para el espesor de la Figura 2.24(b)

$$h \leq 1.4m, l_o \leq 35m \quad (2.23)$$

los valores recomendables para los espesores del hueco y la losa:

$$e_1 = 0.15 \text{ a } 0.20m \quad (2.24)$$

$$e_2 \leq v/7 \quad (2.25)$$

$$e_2 = 0.35m \quad (2.26)$$

$$v \leq 2.50m \quad (2.27)$$

El diámetro del hueco ϕ se puede obtener a partir de la Figura 2.24(b)

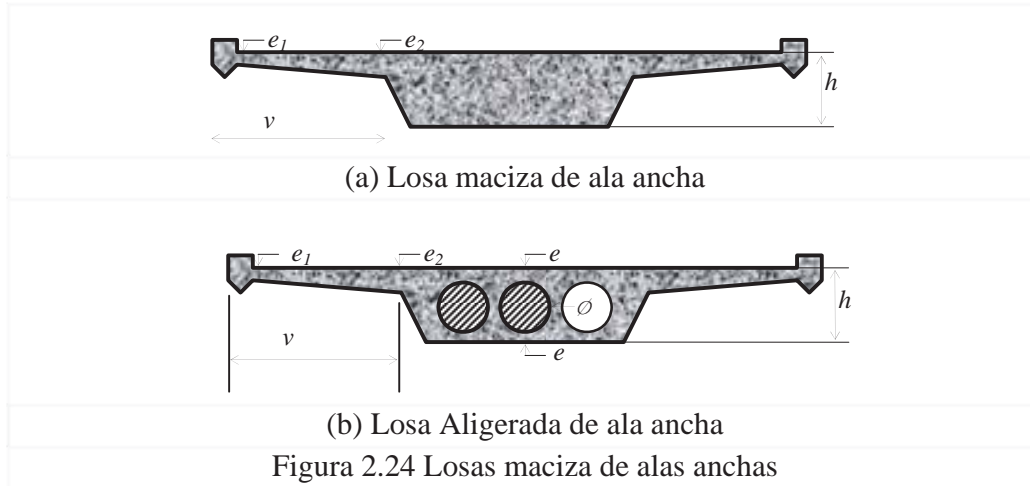


Figura 2.24 Losas maciza de alas anchas

Si el tablero posee variación longitudinal entre sus claros, los criterios anteriores pueden utilizar la medida siguiente para el espesor, h de la losa

$$0.80m \leq h \leq 1.80m \quad (2.28)$$

para una longitud, L entre apoyos:

$$L \leq 45.0m \quad (2.29)$$

siendo L el claro entre apoyos mayor

2.18 LA GEOMETRÍA DEL TABLERO

En relación con la función básica del tablero la construcción de la pared delgada, consiste en proporcionar el ancho suficiente para el servicio requerido. Por ello, se presentarán las distintas opciones de evolución de las secciones transversales cuando crece el ancho B .

El ancho de la superestructura B es en general un dato de proyecto, impuesto a priori.

El peralte h , aunado con el espesor de la losa superior e inferior, e_{f1} y e_{f2} respectivamente, proporcionar la resistencia a la flexión de la estructura que se requiere.

El peralte e_w y separación b_f de las almas influirán sobre la resistencia a la torsión y la sensibilidad a la distorsión y el arrastre de cortante.

La inclinación de las almas l/n aportará nuevas posibilidades estéticas

Las flexiones transversales cobran importancia en la losa superior, que recibe directamente la carga del tráfico. Estas pueden acotarse convenientemente si la separación entre las almas se mantienen dentro de los intervalos: 4.5, 7.0 m; en tableros de puentes para los cuales se suele tener $B > 8m$

Por lo tanto, los tableros anchos deberán conseguirse:

- Aumentando el número de almas

- Rigidizando el cajón
- Disponiendo varias vigas en cajón (contiguas)

La alternativa que consiste en aumentar el espesor de la losa superior e_{f1} no es recomendable puesto que penaliza un exceso de peso propio, además de verse favorecidos tanto el arrastre del cortante así como la distorsión de la sección transversal, por el implícito aumento de B (ambos fenómenos implican una pérdida de eficacia de la estructura al afectar la distribución uniforme de las tensiones normales prevista por la teoría de flexión de vigas)

Cajón en un cuerpo (un claro) con esta tipología se puede llegar hasta 13 m de ancho sin causar importantes pérdidas de eficiencia resistente, causadas por distorsión o arrastre excesivo de cortante

Cajón en dos cuerpos (dos claros) esta disposición permite acotar directamente la flexión local de la losa superior manteniendo la proporción de los voladizos propuesto anteriormente puede utilizarse en anchos B de 20 m con dos cuerpo y prácticamente hasta 30 m utilizando 3 cuerpos.

En su des favorabilidades se encuentra su mayor complejidad de ejecución en la obra, que se ve agravada cuando su espesor es variable. Esta circunstancia dificulta por lo tanto su aplicación en grandes claros.

Cajón con losa superior nervada (tres claros) esta opción se adapta mejor a la prefabricación por dovelas, con la cual resulta más sencillo abordar formas complejas, y no interfiere con una posible variación del espesor.

Permite mantener espesores moderador en la losa al invertir en ella la dirección de la flexión principal (que ahora será función de la separación entre nervaduras longitudinales de dovelas $\langle\langle b_f \rangle\rangle$ y acota la distorsión.

Cajón con voladizos apuntalados (cuatro claros) por las propiedades colocadas al cajón, los efectos perturbadores, distorsiones y arrastres de cortante, ya puede cobrar cierta importancia. De ahí que se asignen espesores de pared algo mayores que los usuales y/o se dispongan de diafragmas intermedios.

Los voladizos se elaboran en una segunda fase, pudiendo incluso prefabricarse junto con los puntales. Esta disposición no es muy compatible con la variación de los espesores

En la Figura 2.25 es ilustrado el tipo de losa de puentes en cajón y voladizo, así como sus características recomendadas y variantes que se utilizan en ellos

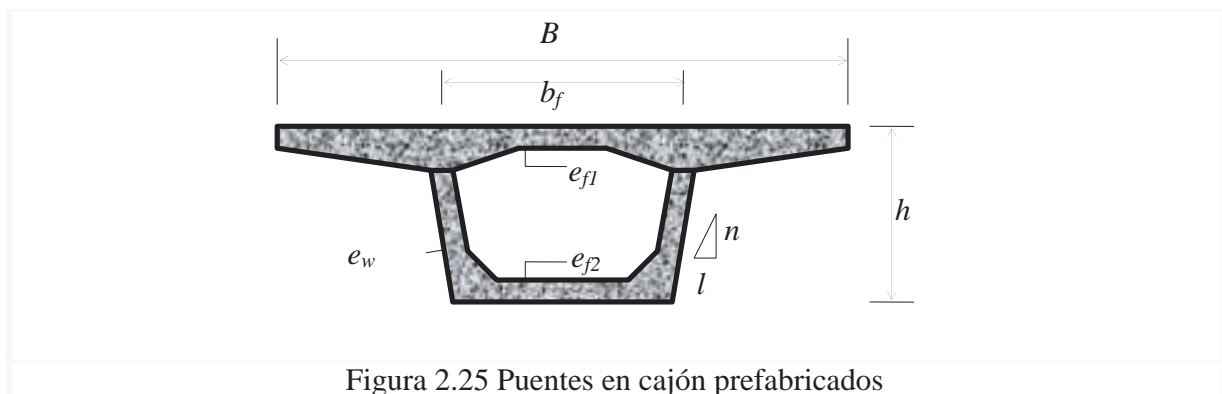
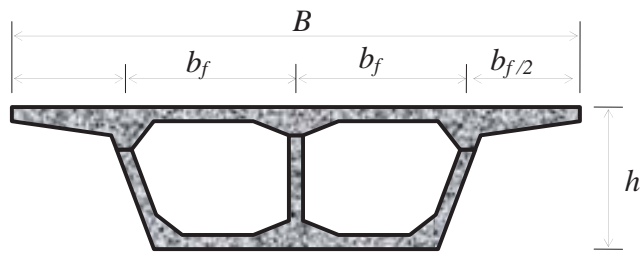
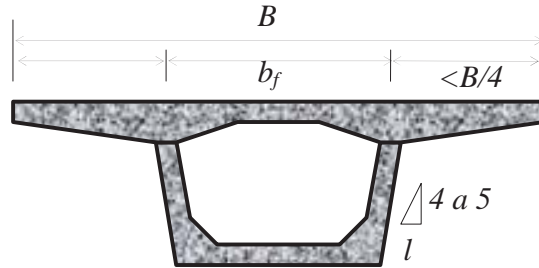


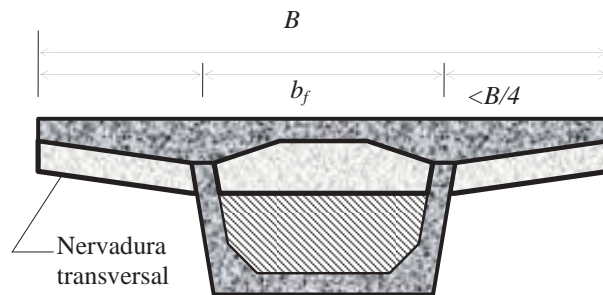
Figura 2.25 Puentes en cajón prefabricados



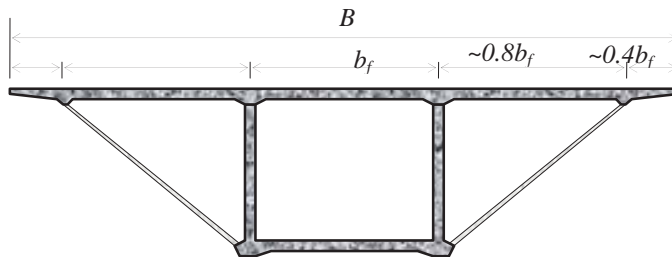
(a) Sección en cajón para claros de 13 a 20 m



(b) Sección en doble cajón para claro de 20 m



(c) Sección en cajón para claros de 25 m



(d) Sección en cajón para claros de 35 m

Figura 2.26 Sección en cajón

En la Figura 2.26 (a), (b), (c), (d) se presentan los esquemas de secciones en cajón con algunas de sus características y recomendaciones; de la Figura 2.26(a) para un ancho total de calzada se recomienda:

$$13 \geq B \leq 20m \quad (2.30)$$

ancho del cajón:

$$b_f = 4.5a7m \quad (2.31)$$

Figura 2.26(b) se propone para un ancho de calzada:

$$B \leq 13m \quad (2.32)$$

ancho del cajón:

$$b_f = 4.5a7m \quad (2.33)$$

Figura(c) se propone un ancho de calzada

$$13 \geq B \leq 25m \quad (2.34)$$

ancho del cajón

$$b_f = 6.5a13m \quad (2.35)$$

Figura(d) se propone un ancho de calzada

$$18 \geq B \leq 32m \quad (2.36)$$

ancho del cajón

$$b_f = 5.5a9.5m \quad (2.37)$$

A continuación se representa en figuras principalmente, algunas características tipo de puentes así como sus secciones transversales, así como un resumen en tablas de las principales características geométricas, cargas tipo representativas a las que se someten las estructuras de los puentes carreteros, así como las principales características esperadas analíticamente.

En la Figura 2.27 tenemos una sección longitudinal característica de un puente con un claro de 8.0 metros entre sus apoyos. La Figura 2.28 presenta una clasificación de la sección tipo, así como la carga de diseño HS 15, HS 20, que se espera como mínimo que deberá soportar la estructura, tanto en sección sólida como aligerada de concreto reforzado.

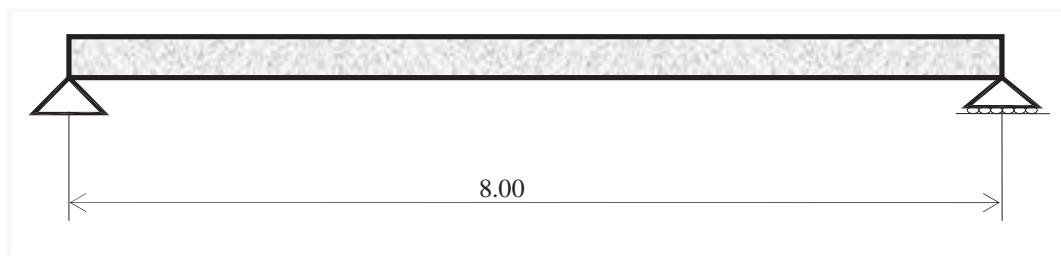
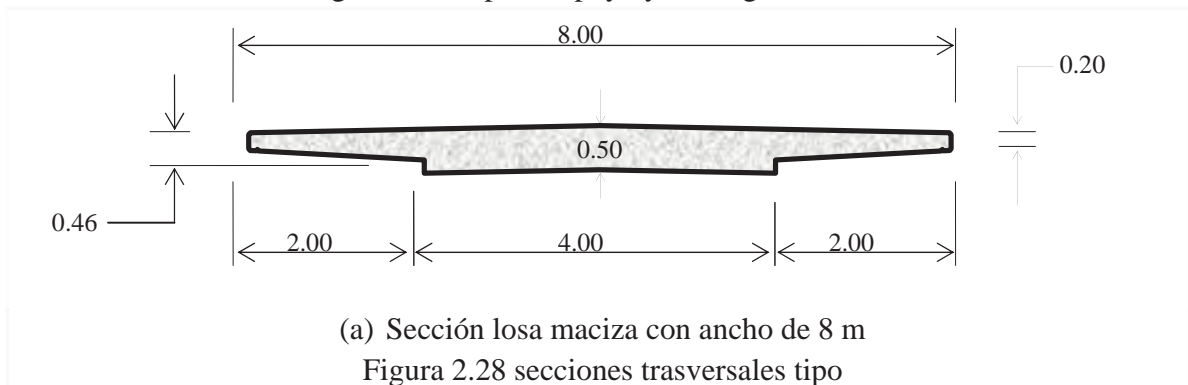
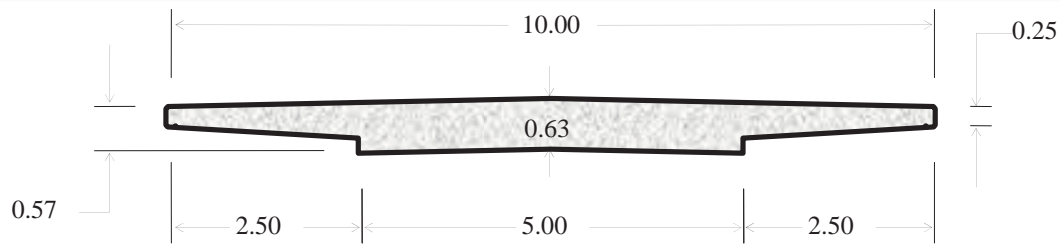


Figura 2.27 Tipo de apoyo y su longitud entre ellos.

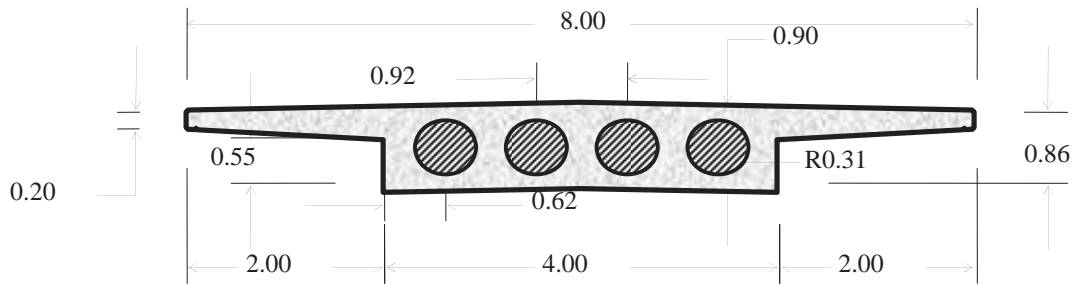


(a) Sección losa maciza con ancho de 8 m

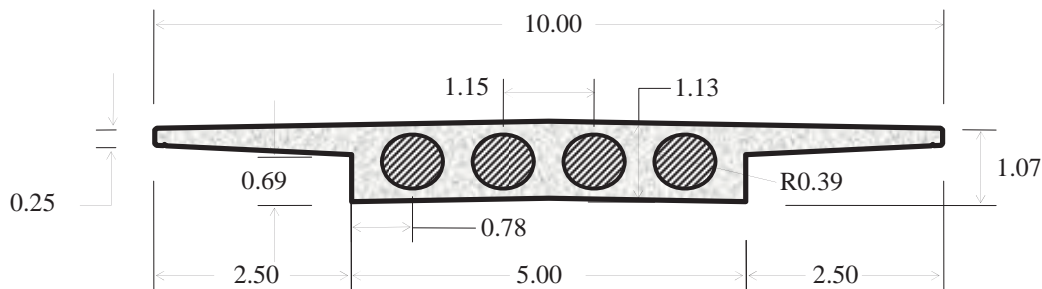
Figura 2.28 secciones transversales tipo



(b) Sección losa maciza de calzada de 10 m



(c) Sección losa aligerada en calzada de 8 m



(d) Sección losa aligerada en calzada de 10 m

Figura 2.28 secciones transversales tipo (continua)

Las Figuras 2.28 corresponden a la Sección tipo, en sus diferentes secciones transversales para la longitud entre apoyos correspondiente.

Tabla 2.7 Principales características de las secciones tipo.

Sección Tipo	Área Sección Transversal (m ²)	I _x (m ⁴)	I _y (m ⁴)	E _c Módulo Elástico Concreto (N/m ²)	Ancho Sección Transversal (m)	Claro Libre Apoyo (m)	Frecuencia Natural Estimada (Hz)	Periodo (s)
Losa Plana	3.0965	0.0529	12.2976	217,662,241.50	8.00	8.00	3.0259	0.3305
Losa Plana	3.0965	0.0529	12.2976	153,910,446.97	8.00	8.00	2.5445	0.3930
Losa Plana	4.8382	0.1293	30.0235	217,662,241.50	10.00	8.00	3.7846	0.2642
Losa Plana	4.8382	0.1293	30.0235	153,910,446.97	10.00	8.00	3.1824	0.3142
Losa Plana Aligerada	3.4890	0.2817	13.1243	217,662,241.50	8.00	8.00	6.5781	0.1520
Losa Plana Aligerada	3.4890	0.2817	13.1243	153,910,446.97	8.00	8.00	5.5315	0.1808
Losa Plana Aligerada	5.4513	0.6867	32.0417	217,662,241.50	10.00	8.00	8.2166	0.1217
Losa Plana Aligerada	5.4513	0.6867	32.0417	153,910,446.97	10.00	8.00	6.9093	0.1447

En la Tabla 2.7 Se resumen las principales características calculadas para un claro de 8.0 m, el áreas de la sección trasversal, Momentos de Inercia, Módulo de elasticidad del concreto, ancho de la sección trasversal, frecuencia natural estimada de la sección trasversal horizontal del puente, así como su periodo natural de vibrar.

En la Figura 2.29 tenemos una sección longitudinal característica de un puente con un claro de 10.0 metros entre sus apoyos. La Figura 2.30 presenta una clasificación de la sección tipo, así como la carga de diseño HS 15, HS 20, que se recomienda como mínimo que deberá soportar la estructura, tanto en sección maciza como aligerada de concreto reforzado.

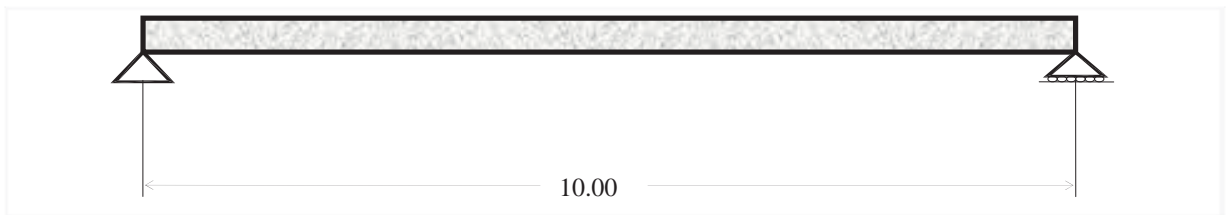
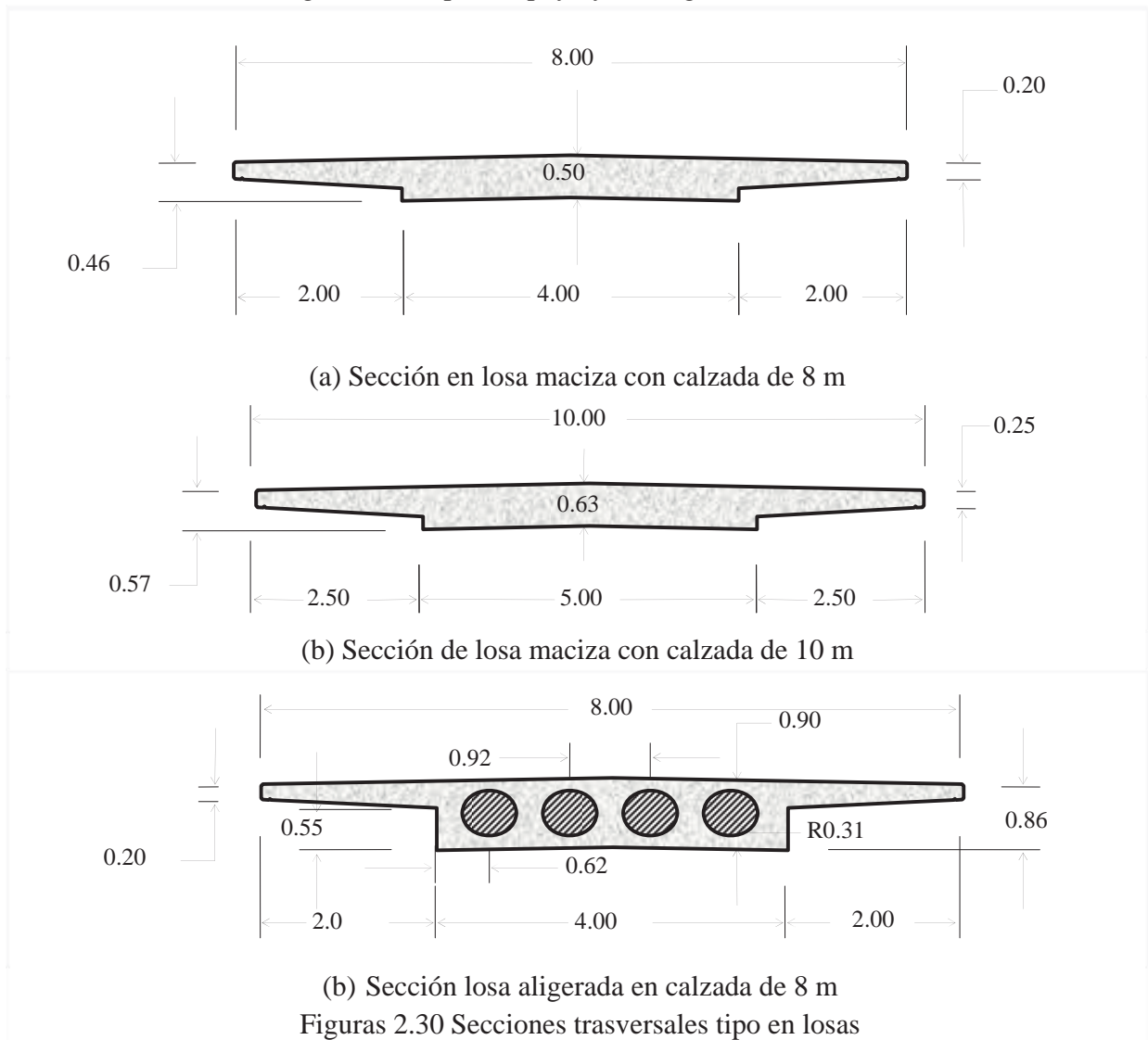
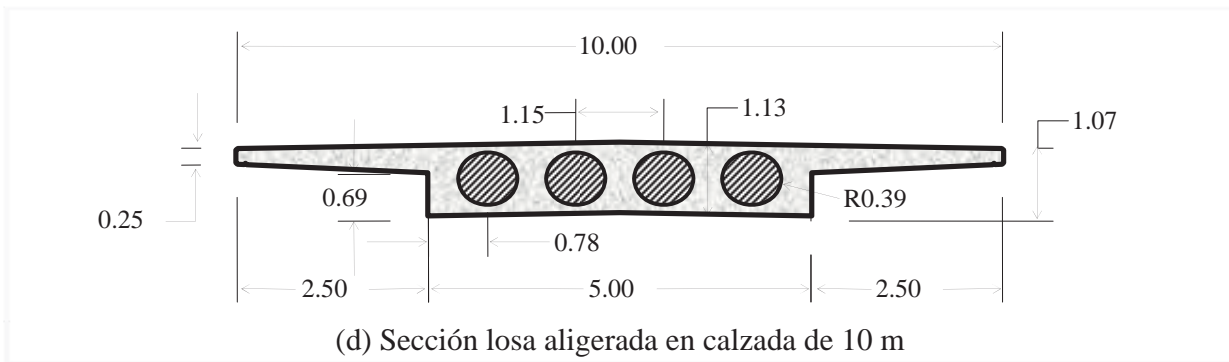


Figura 2.29 Tipo de apoyo y su longitud entre ellos.



(b) Sección losa aligerada en calzada de 8 m
Figuras 2.30 Secciones transversales tipo en losas



(d) Sección losa aligerada en calzada de 10 m

Figuras 2.30 Secciones transversales tipo en losas (continua)

Las Figura 2.30 corresponden a la Sección tipo, en sus diferentes secciones transversales para la longitud entre apoyos correspondiente.

En la Tabla 2.8 Se resumen las principales características calculadas para un claro libre entre apoyos de 10.0 m, el áreas de la sección transversal, Momentos de Inercia, Módulo de elasticidad del concreto, ancho de la sección transversal, frecuencia natural estimada de la sección transversal horizontal del puente, así como su periodo natural de vibrar.

Tabla 2.8 Principales características de las secciones tipo.

Sección Tipo	Área Sección Transversal (m ²)	I _x (m ⁴)	I _y (m ⁴)	Ec Módulo Elástico Concreto (N/m ²)	Ancho Sección Transversal (m)	Claro Libre Apoyo (m)	Frecuencia Natural Estimada (Hz)	Periodo (s)
Losa Plana	3.0965	0.0529	12.2976	217,662,241.50	8.00	10.00	1.9366	0.5164
Losa Plana	3.0965	0.0529	12.2976	153,910,446.97	8.00	10.00	1.6285	0.6141
Losa Plana	4.8382	0.1293	30.0235	217,662,241.50	10.00	10.00	2.4221	0.4129
Losa Plana	4.8382	0.1293	30.0235	153,910,446.97	10.00	10.00	2.0368	0.4910
Losa Plana Aligerada	3.4890	0.2817	13.1243	217,662,241.50	8.00	10.00	4.2100	0.2375
Losa Plana Aligerada	3.4890	0.2817	13.1243	153,910,446.97	8.00	10.00	3.5402	0.2825
Losa Plana Aligerada	5.4513	0.6867	32.0417	217,662,241.50	10.00	10.00	5.2586	0.1902
Losa Plana Aligerada	5.4513	0.6867	32.0417	153,910,446.97	10.00	10.00	4.4220	0.2261

En la Figura 2.31 tenemos una sección longitudinal característica de un puente con un claro de 12.0 metros entre sus apoyos. La Figura 2.32 presenta una clasificación de la sección tipo, así como la carga de diseño HS 15, HS 20, que se recomienda como mínimo que deberá soportar la estructura, tanto en sección maciza como aligerada de concreto reforzado.

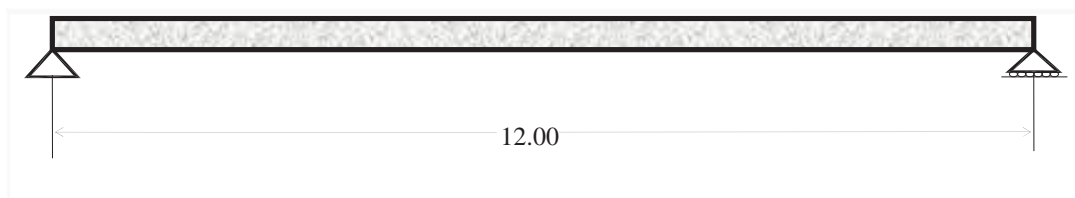


Figura 2.31 Tipo de apoyo y su longitud entre ellos.

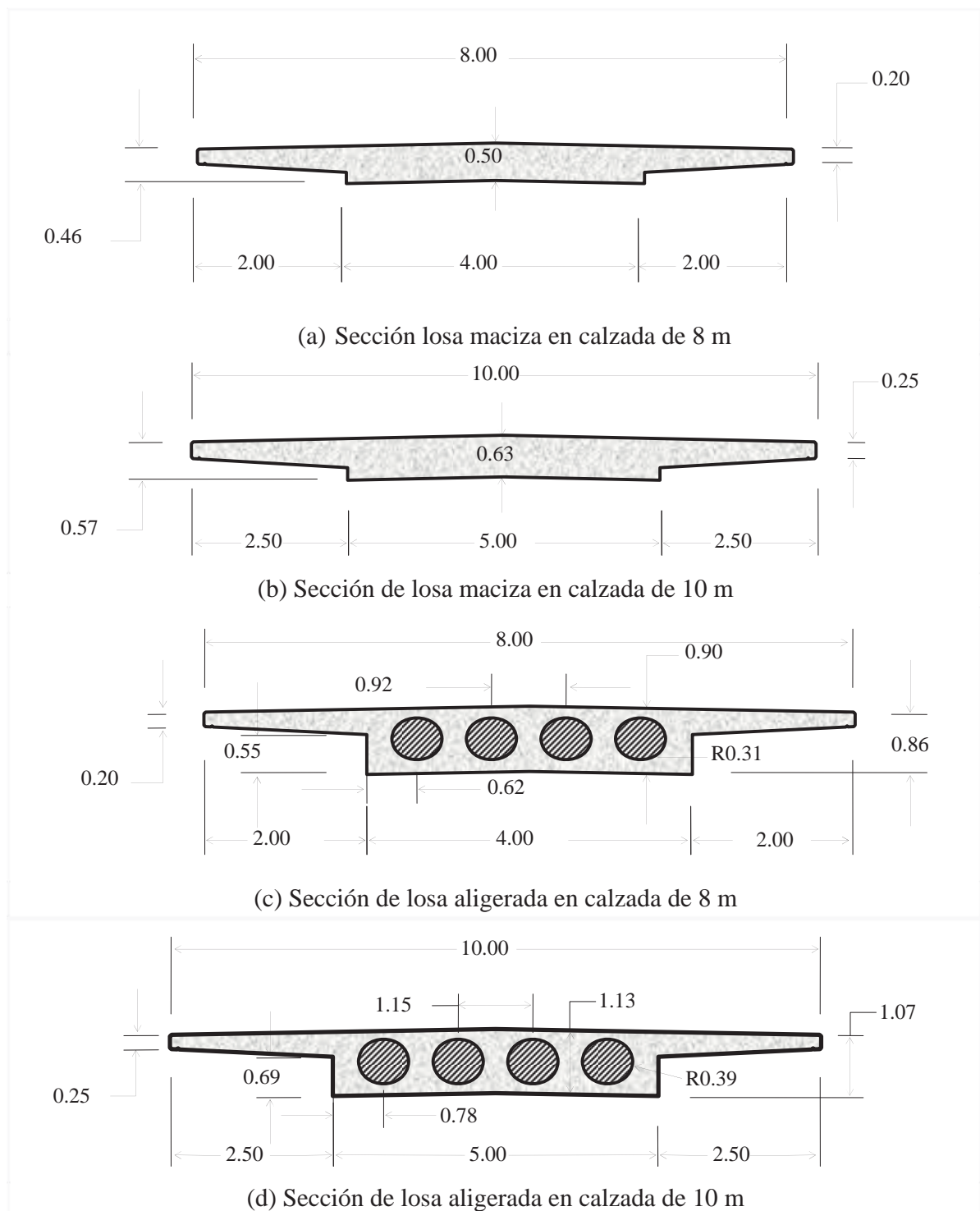


Figura 2.32 secciones transversales de losas tipo maciza y aligerada

Las Figura 2.32 corresponden a la sección tipo en losas aligeradas y macizas, en sus diferentes secciones transversales para la longitud entre apoyos correspondiente.

En la Tabla 2.9 se resumen de las principales característica calculadas para un claro libre de 12.0 m, el áreas de la sección trasversal, Momentos de Inercia, Módulo de elasticidad del concreto,

ancho de la sección transversal, frecuencia natural estimada de la sección transversal horizontal del puente, así como su periodo natural de vibrar.

Tabla 2.9 Principales características de las secciones tipo.

Sección Tipo	Área Sección Transversal (m ²)	I _x (m ⁴)	I _y (m ⁴)	Ec Módulo Elástico Concreto (N/m ²)	Ancho Sección Transversal (m)	Claro Libre Apoyo (m)	Frecuencia Natural Estimada (Hz)	Periodo (s)
Losa Plana	3.0965	0.0529	12.2976	217,662,241.50	8.00	12.00	1.3448	0.7436
Losa Plana	3.0965	0.0529	12.2976	153,910,446.97	8.00	12.00	1.1309	0.8843
Losa Plana	4.8382	0.1293	30.0235	217,662,241.50	10.00	12.00	1.6820	0.5945
Losa Plana	4.8382	0.1293	30.0235	153,910,446.97	10.00	12.00	1.4144	0.7070
Losa Plana Aligerada	3.4890	0.2817	13.1243	217,662,241.50	8.00	12.00	2.9236	0.3420
Losa Plana Aligerada	3.4890	0.2817	13.1243	153,910,446.97	8.00	12.00	2.4585	0.4068
Losa Plana Aligerada	5.4513	0.6867	32.0417	217,662,241.50	10.00	12.00	3.6518	0.2738
Losa Plana Aligerada	5.4513	0.6867	32.0417	153,910,446.97	10.00	12.00	3.0708	0.3256

En la Figura 2.33 tenemos una sección longitudinal característica de un puente con un claro de 14.0 metros entre sus apoyos. La Figura 2.34 presenta una clasificación de la sección tipo, así como la carga de diseño HS 15, HS 20, que se recomienda como mínimo que deberá soportar la estructura, tanto en sección maciza como aligerada de concreto reforzado.

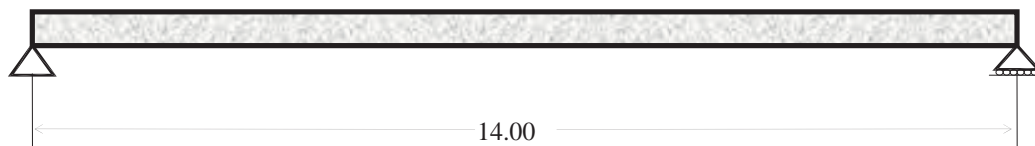
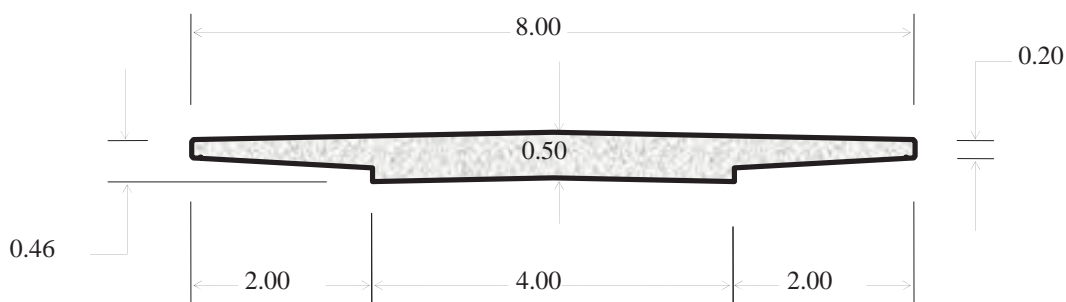
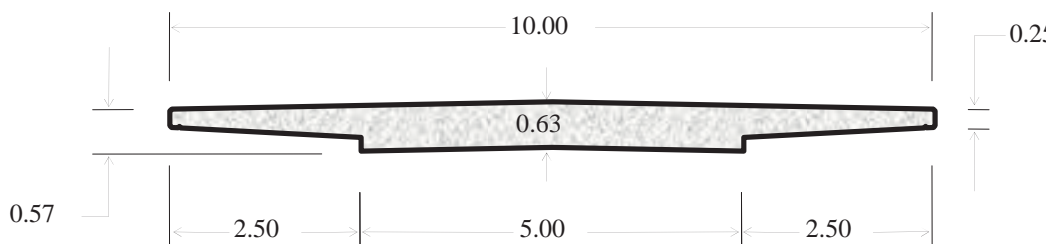


Fig. 2.33 Tipo de apoyo y su longitud entre ellos.



(a) Sección de losa maciza de claro de 8 m



(b) Sección de losa maciza en claro de 10 m

Figura 2.34 secciones transversales tipo de losas

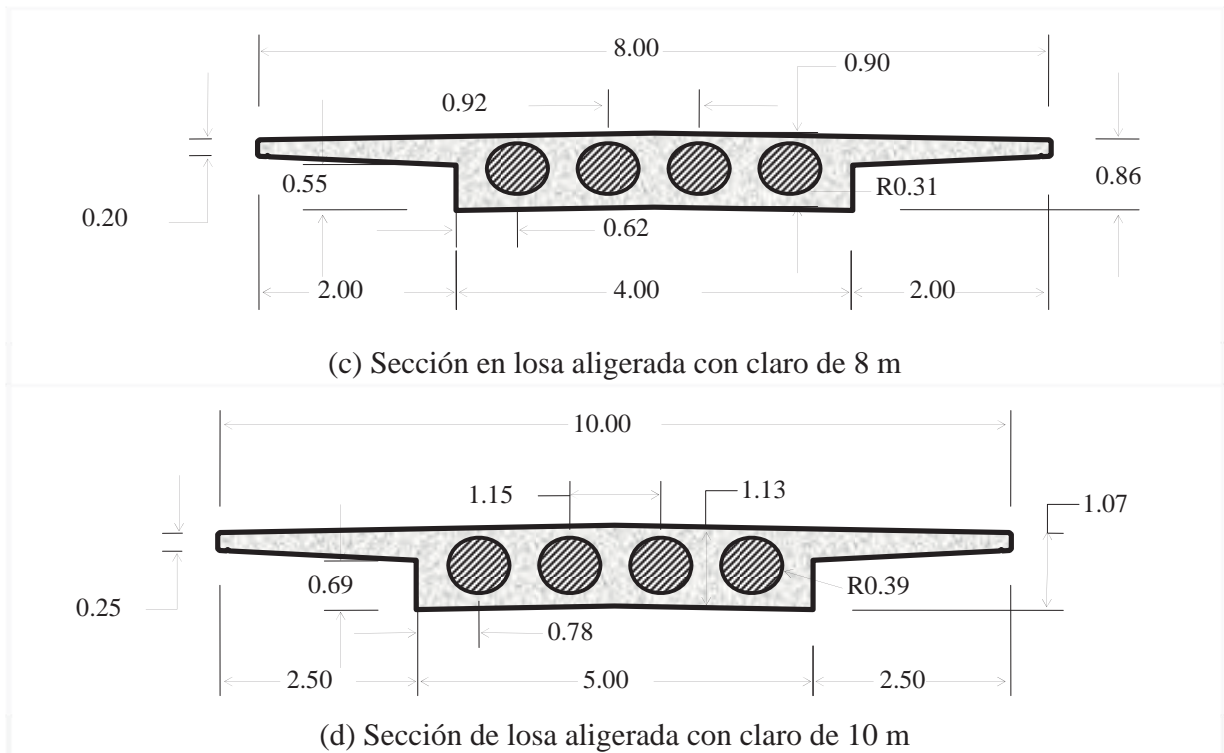


Figura 2.34 secciones transversales tipo de losas (continua)

Las Figuras 2.34 corresponden a la Sección tipo, en sus diferentes secciones transversales aligeradas y macizas para la longitud entre apoyos le corresponde.

Tabla 2.10, Resumen de las principales característica calculadas para un claro libre de 14.0 m, el áreas de la sección transversal, Momentos de Inercia, Módulo de elasticidad del concreto, ancho de la sección transversal, frecuencia natural estimada de la sección transversal horizontal del puente, así como su periodo natural de vibrar.

Tabla 2.10 Principales características de las secciones tipo.

Sección Tipo	Área Sección Transversal (m ²)	I _x (m ⁴)	I _y (m ⁴)	Ec Módulo Elástico Concreto (N/m ²)	Ancho Sección Transversal (m)	Claro Libre Apoyo (m)	Frecuencia Natural Estimada (Hz)	Periodo (s)
Losa Plana	3.0965	0.0529	12.2976	217,662,241.50	8.00	14.00	0.9880	1.0121
Losa Plana	3.0965	0.0529	12.2976	153,910,446.97	8.00	14.00	0.8308	1.2036
Losa Plana	4.8382	0.1293	30.0235	217,662,241.50	10.00	14.00	1.2358	0.8092
Losa Plana	4.8382	0.1293	30.0235	153,910,446.97	10.00	14.00	1.0392	0.9623
Losa Plana Aligerada	3.4890	0.2817	13.1243	217,662,241.50	8.00	14.00	2.1480	0.4656
Losa Plana Aligerada	3.4890	0.2817	13.1243	153,910,446.97	8.00	14.00	1.8062	0.5536
Losa Plana Aligerada	5.4513	0.6867	32.0417	217,662,241.50	10.00	14.00	2.6830	0.3727
Losa Plana Aligerada	5.4513	0.6867	32.0417	153,910,446.97	10.00	14.00	2.2561	0.4432

En la Figura 2.35 tenemos una sección longitudinal característica de un puente con un claro de 15.0 metros entre sus apoyos. La Figura 2.36 presenta una clasificación de la sección tipo, así

como la carga de diseño HS 15, HS 20, que se recomienda como mínimo que deberá soportar la estructura, en sección de losa nervada.

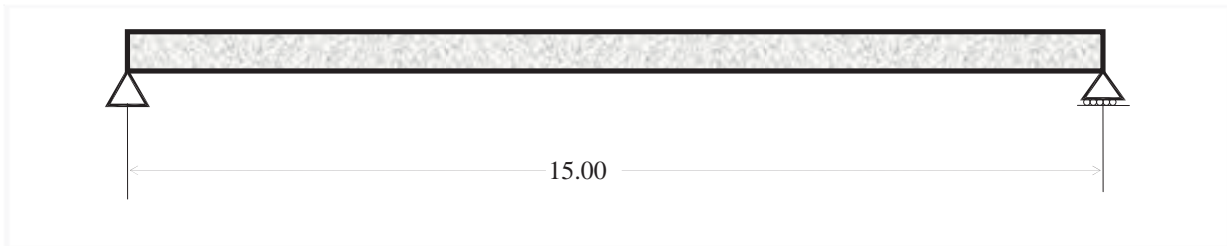


Figura 2.35 Tipo de apoyo y su longitud entre ellos.

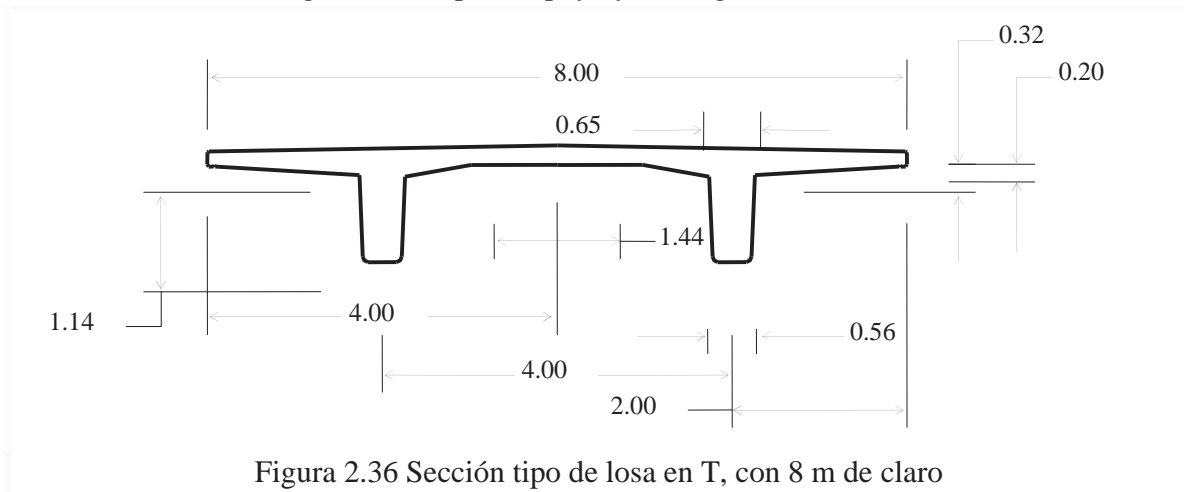


Figura 2.36 Sección tipo de losa en T, con 8 m de claro

Las Figura 2.36 corresponden a la Sección tipo en forma de T, que en su forma de la sección transversal para una longitud entre apoyos correspondiente de 15m

En la Tabla 2.11 Resumen de las principales característica calculadas para un claro libre de 15.0 m, el áreas de la sección trasversal, Momentos de Inercia, Módulo de elasticidad del concreto, ancho de la sección trasversal, frecuencia natural estimada de la sección transversal horizontal del puente, así como su periodo natural de vibrar.

Tabla 2.11 Principales características de las secciones tipo.

Sección Tipo	Área Sección Transversal (m ²)	I _x (m ⁴)	I _y (m ⁴)	Ec Módulo Elástico Concreto (N/m ²)	Ancho Sección Transversal (m)	Claro Libre Apoyo (m)	Frecuencia Natural Estimada (Hz)	Periodo (s)
Losa Nervaduras	3.6630	0.6531	17.2267	217,662,241.50	8.00	15.00	2.7805	0.3596
Losa Nervaduras	3.6630	0.6531	17.2267	153,910,446.97	8.00	15.00	2.3381	0.4277

En la Figura 2.37 tenemos una sección longitudinal característica de un puente con un claro de 16.0 metros entre sus apoyos. La Figura 2.38 presenta una clasificación de la sección tipo, así como la carga de diseño HS 15, HS 20, que se recomienda como mínimo que deberá soportar la estructura, en sección de losa nervada.

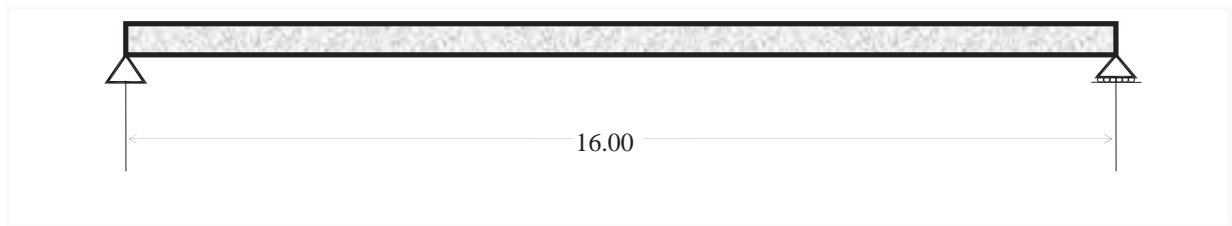


Fig. 2.37 Tipo de apoyo y su longitud entre ellos.

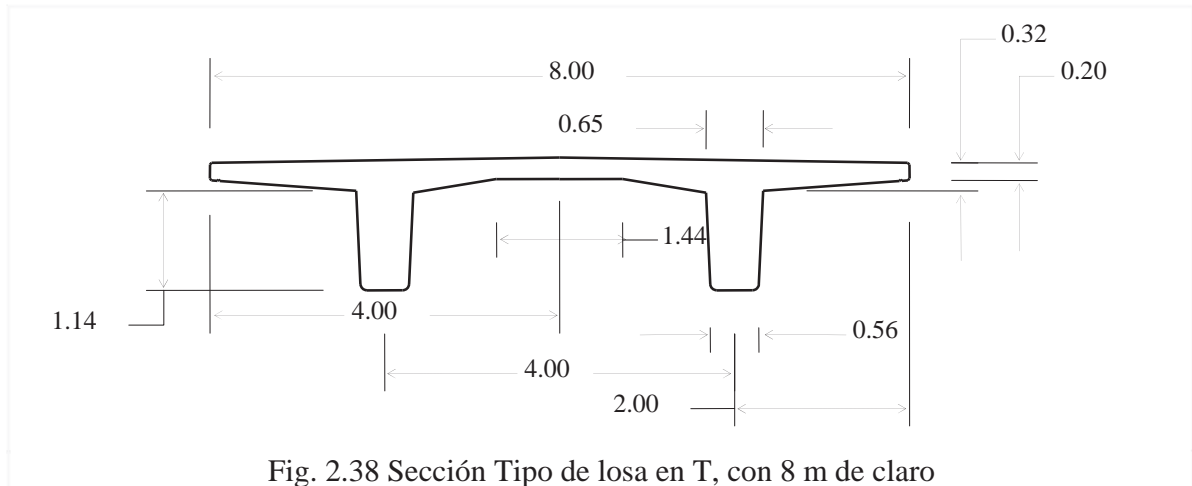


Fig. 2.38 Sección Tipo de losa en T, con 8 m de claro

Las Figura 2.38 corresponden a la Sección tipo, en su sección Transversal para la longitud entre apoyos correspondiente.

En la Tabla 2.12 Resumen de las principales característica calculadas para un claro libre de 16.0 m, el áreas de la sección trasversal, Momentos de Inercia, Módulo de elasticidad del concreto, ancho de la sección trasversal, frecuencia natural estimada de la sección trasversal horizontal del puente, así como su periodo natural de vibrar.

Tabla 2.12 Principales características de las secciones tipo.

Sección Tipo	Área Sección Transversal (m ²)	I _x (m ⁴)	I _y (m ⁴)	Ec Módulo Elástico Concreto (N/m ²)	Ancho Sección Transversal (m)	Claro Libre Apoyo (m)	Frecuencia Natural Estimada (Hz)	Periodo (s)
Losa Nervaduras	3.6630	0.6531	17.2267	217,662,241.50	8.00	16.00	2.4438	0.4092
Losa Nervaduras	3.6630	0.6531	17.2267	153,910,446.97	8.00	16.00	2.0550	0.4866

En la Figura 2.39 tenemos una sección longitudinal característica de un puente con un claro de 18.0 metros entre sus apoyos. La Figura 2.40 presenta una clasificación de la sección tipo, así como la carga de diseño HS 15, HS 20, que se recomienda como mínimo que deberá soportar la estructura, en sección de losa maciza plana.

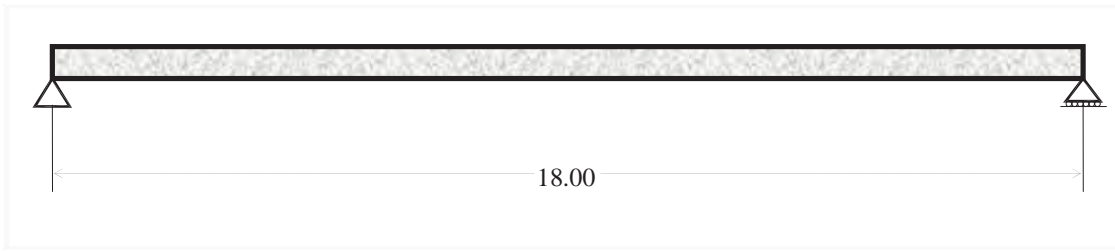


Fig. 2.39 Tipo de apoyo y su longitud entre ellos.

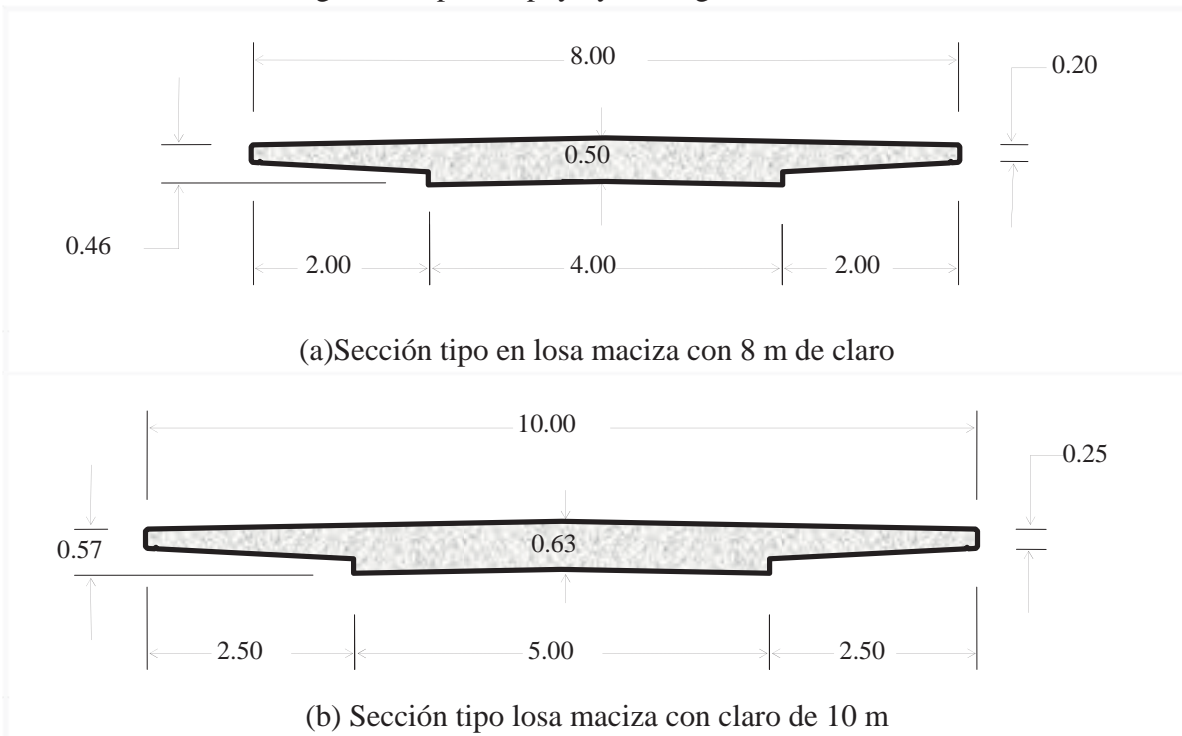


Figura 2.40 Secciones transversales tipo de losas macizas

Figura 2.40 corresponde a la Sección tipo, en sus diferentes secciones transversales para la longitud entre apoyos correspondiente.

En la Tabla 2.13 Resumen de las principales característica calculadas para un claro libre de 18.0 m, el áreas de la sección transversal, Momentos de Inercia, Módulo de elasticidad del concreto, ancho de la sección transversal, frecuencia natural estimada de la sección transversal horizontal del puente, así como su periodo natural de vibrar.

Tabla 2.13 Principales características de las secciones tipo.

Sección Tipo	Área Sección Transversal (m ²)	I _x (m ⁴)	I _y (m ⁴)	Ec Módulo Elástico Concreto (N/m ²)	Ancho Sección Transversal (m)	Claro Libre Apoyo (m)	Frecuencia Natural Estimada (Hz)	Periodo (s)
Losa Plana	3.0965	0.0529	12.2976	217,662,241.50	8.00	18.00	0.5977	1.6731
Losa Plana	3.0965	0.0529	12.2976	153,910,446.97	8.00	18.00	0.5026	1.9896
Losa Nervaduras	4.1756	0.1293	30.0235	217,662,241.50	10.00	18.00	0.8047	1.2427
Losa Nervaduras	4.1756	0.1293	30.0235	153,910,446.97	10.00	18.00	0.6767	1.4778

En la Figura 2.41 tenemos una sección longitudinal característica de un puente con un claro de 20.0 metros entre sus apoyos. La Figura 2.42 presenta una clasificación de la sección tipo, así como la carga de diseño HS 20, que se recomienda como mínimo que deberá soportar la estructura, en sección de losa maciza plana.

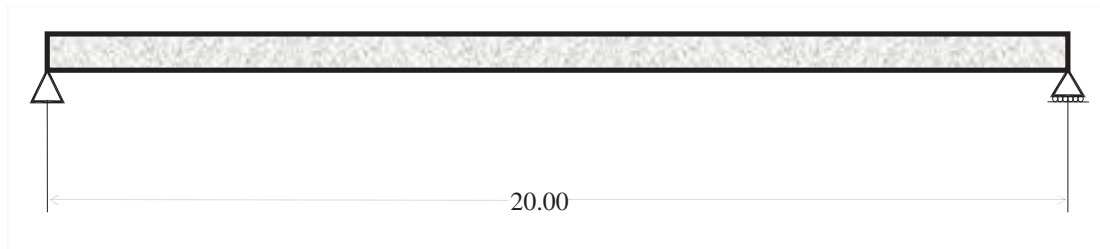


Fig. 2.41 Tipo de apoyo y su longitud entre ellos.

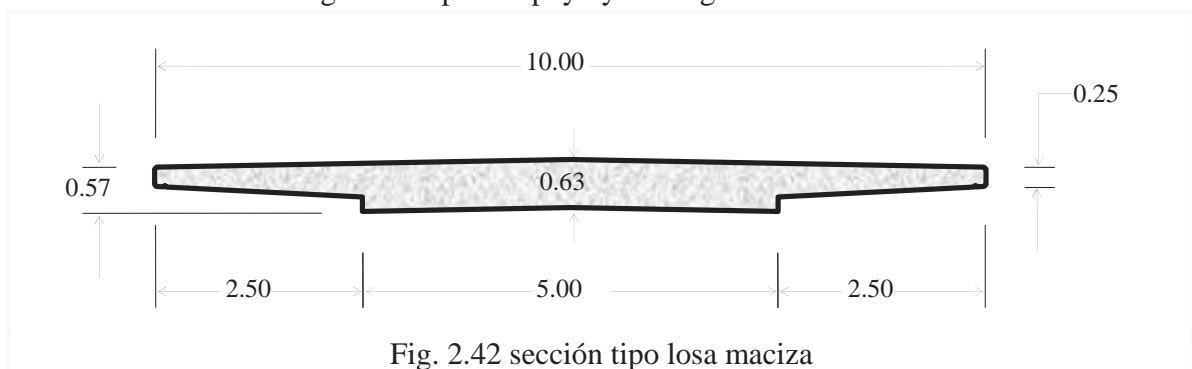


Fig. 2.42 sección tipo losa maciza

Las Figuras 2.42 corresponden a la Sección tipo, en su sección transversal para la longitud entre apoyos correspondiente.

En la Tabla 2.14 Resumen de las principales características calculadas para un claro libre de 20.70 m, el área de la sección trasversal, Momentos de Inercia, Módulo de elasticidad del concreto, ancho de la sección trasversal, frecuencia natural estimada de la sección trasversal horizontal del puente, así como su periodo natural de vibrar.

Tabla 2.14 Principales características de las secciones tipo.

Sección Tipo	Área Sección Transversal (m ²)	I _x (m ⁴)	I _y (m ⁴)	E _c Módulo Elástico Concreto (N/m ²)	Ancho Sección Transversal (m)	Claro Libre Apoyo (m)	Frecuencia Natural Estimada (Hz)	Periodo (s)
Losa Nervaduras	3.6630	0.0529	12.2976	217,662,241.50	8.00	20.00	0.4451	2.2465
Losa Nervaduras	3.6630	0.0529	12.2976	153,910,446.97	8.00	20.00	0.3743	2.6716
Losa Nervaduras	4.1756	0.1293	30.0235	217,662,241.50	10.00	20.00	0.6518	1.5342
Losa Nervaduras	4.1756	0.1293	30.0235	153,910,446.97	10.00	20.00	0.5481	1.8245

En la Figura 2.43 tenemos una sección longitudinal característica de un puente con un claro de 20.70 metros entre sus apoyos. La Figura 2.44 presenta una clasificación de la sección tipo, así como la carga de diseño T3-S2-R4, que se recomienda como mínimo que deberá soportar la estructura, en sección de cajón y vigas I.

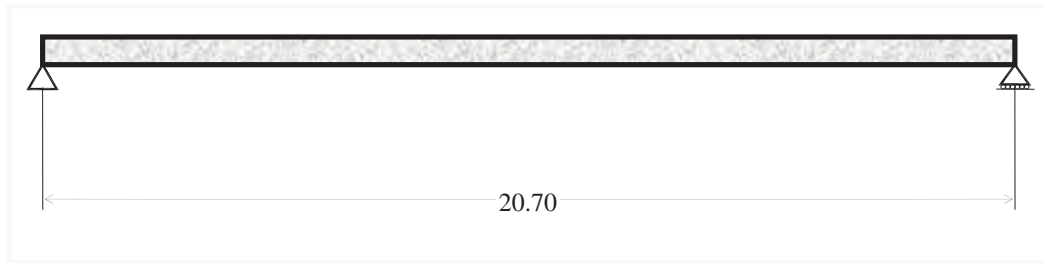
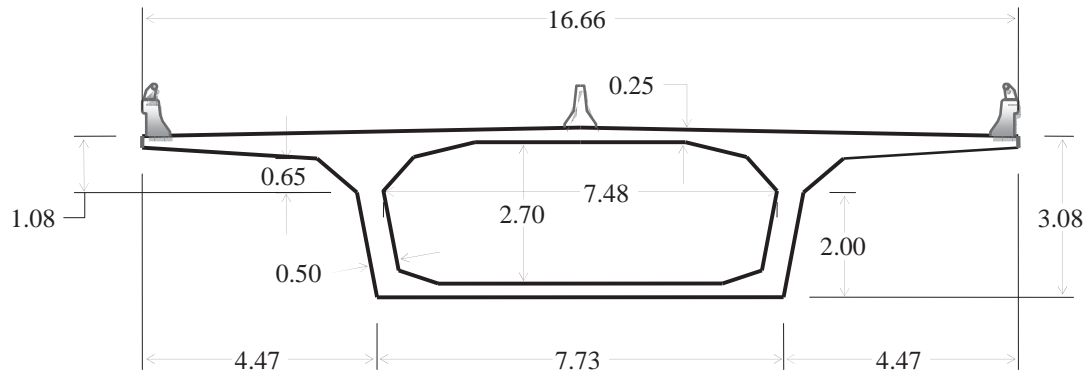
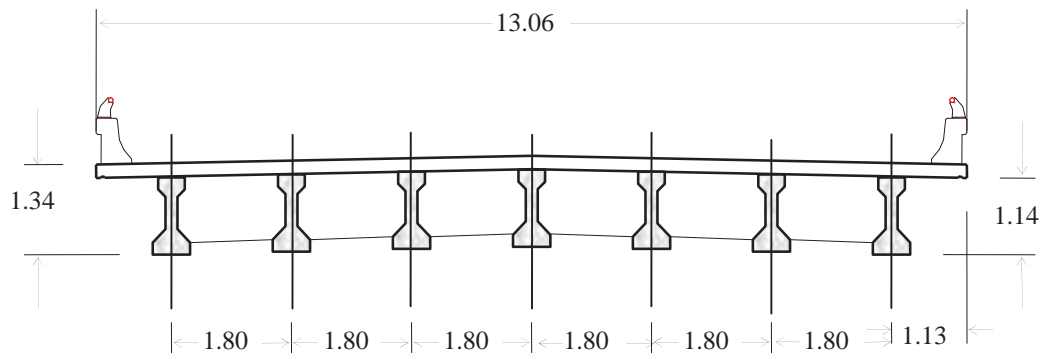


Fig. 2.43 Tipo de apoyo y su longitud entre ellos.



(a) Losa con sección tipo en cajón



(b) Losa con sección tipo sobre vigas I

Figura 2.44 Sección transversal de losas en cajón (a) y en I (b)

Las Figuras 2.44 corresponde a la sección tipo cajón y sobre vigas I, presentando así también sus con sus características geométricas en sus secciones transversales para la longitud entre apoyos correspondiente.

En la Tabla 2.15 Resumen de las principales característica calculadas para un claro libre de 20.70 m, el áreas de la sección trasversal, Momentos de Inercia, Módulo de elasticidad del concreto, ancho de la sección transversal, frecuencia natural estimada de la sección transversal horizontal del puente, así como su periodo natural de vibrar.

Tabla 2.15 Principales características de las secciones tipo.

Sección Tipo	Área Sección Transversal (m ²)	I _x (m ⁴)	I _y (m ⁴)	Ec Módulo Elástico Concreto (N/m ²)	Ancho Sección Transversal (m)	Claro Libre Apoyo (m)	Frecuencia Natural Estimada (Hz)	Periodo (s)
Sección cajón	11.6359	15.4600	202.5923	217,662,241.50	16.66	20.70	3.9857	0.2509
Sección cajón	11.6359	15.4600	202.5923	153,910,446.97	16.66	20.70	3.3516	0.2984
Sección Vigas I	5.1768	1.0868	70.3606	217,662,241.50	13.06	20.70	1.5843	0.6312
Sección Vigas I	5.1768	1.0868	70.3606	153,910,446.97	13.06	20.70	1.3323	0.7506

En la Figura 2.45 tenemos una sección longitudinal característica de un puente con un claro de 22.0 metros entre sus apoyos. La Figura 2.46 presenta una clasificación de la sección tipo, así como la carga de diseño HS 15, HS 20 que se recomienda como mínimo que deberá soportar la estructura, en sección de losa sobre nervaduras.

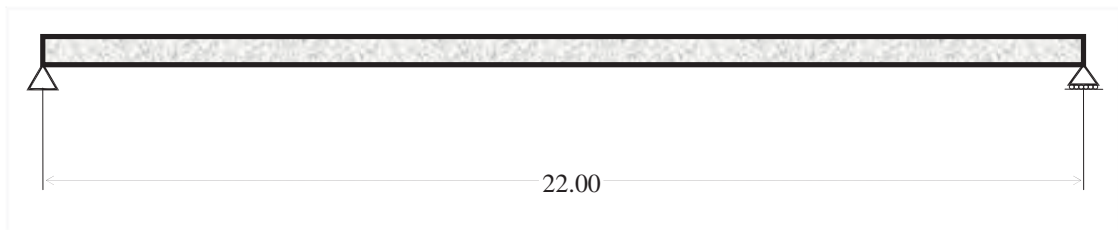


Fig. 2.45 Tipo de apoyo y su longitud entre ellos.

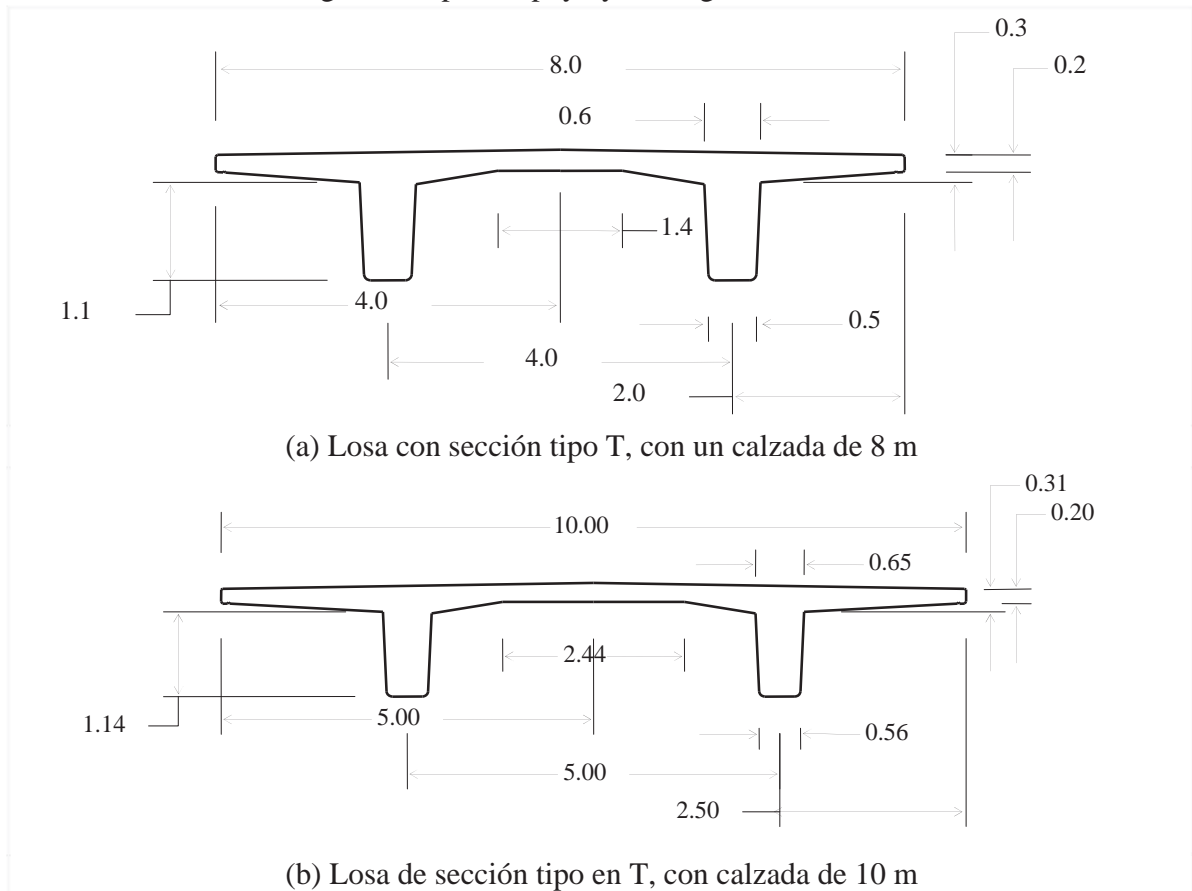


Figura 2.46 losas apoyadas en sección T

Las Figuras 2.46 corresponden a la Sección tipo, en sus secciones Transversales para la longitud entre apoyos correspondiente.

En la Tabla 2.16 Resumen de las principales característica calculadas para un claro libre de 22.0 m, el áreas de la sección transversal, Momentos de Inercia, Módulo de elasticidad del concreto, ancho de la sección transversal, frecuencia natural estimada de la sección transversal horizontal del puente, así como su periodo natural de vibrar.

Tabla 2.16 Principales características de las secciones tipo.

Sección Tipo	Área Sección Transversal (m ²)	Ix (m ⁴)	Iy (m ⁴)	Ec Módulo Elástico Concreto (N/m ²)	Ancho Sección Transversal (m)	Claro Libre Apoyo (m)	Frecuencia Natural Estimada (Hz)	Periodo (s)
Losa Nervaduras	3.6630	0.6531	17.2267	217,662,241.50	8.00	22.00	1.2926	0.7736
Losa Nervaduras	3.6630	0.6531	17.2267	153,910,446.97	8.00	22.00	1.0869	0.9200
Losa Nervaduras	4.1756	0.6972	30.9619	217,662,241.50	10.00	22.00	1.2509	0.7994
Losa Nervaduras	4.1756	0.6972	30.9619	153,910,446.97	10.00	22.00	1.0519	0.9507

En la Figura 2.47 tenemos una sección longitudinal característica de un puente con un claro de 24.0 metros entre sus apoyos. La Figura 2.48 presenta una clasificación de la sección tipo, así como la carga de diseño HS 15, HS 20 que se recomienda como mínimo que deberá soportar la estructura, en sección de losa sobre nervaduras.

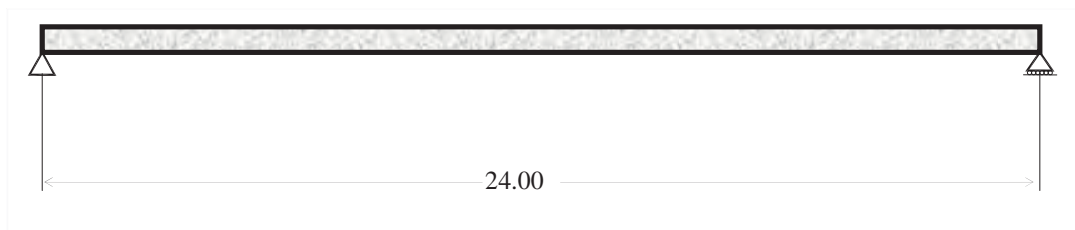
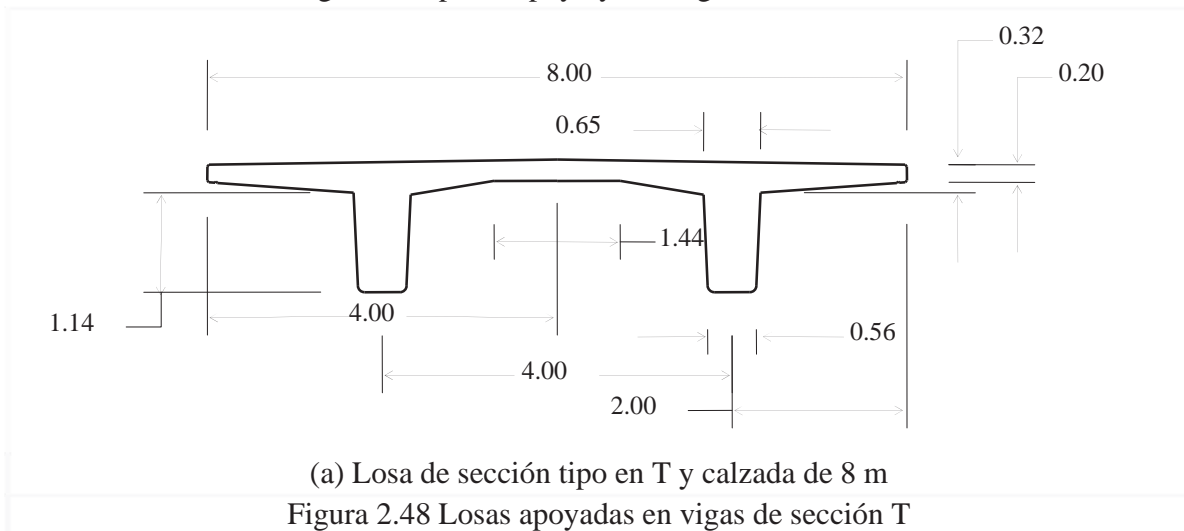
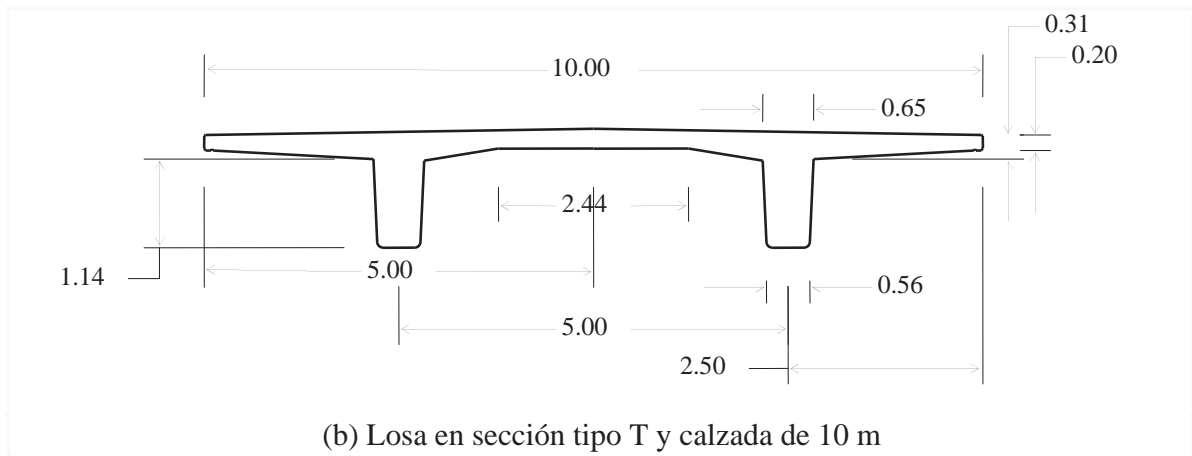


Fig. 2.47 Tipo de apoyo y su longitud entre ellos.



(a) Losa de sección tipo en T y calzada de 8 m
Figura 2.48 Losas apoyadas en vigas de sección T



(b) Losa en sección tipo T y calzada de 10 m

Figura 2.48 Losas apoyadas en vigas de sección T (continua)

Las Figuras 2.48 corresponden a la Sección tipo, en sus diferentes secciones Transversales para la longitud entre apoyos correspondiente.

En la Tabla 2.17 Resumen de las principales característica calculadas para un claro libre de 24.0 m, el áreas de la sección trasversal, Momentos de Inercia, Módulo de elasticidad del concreto, ancho de la sección trasversal, frecuencia natural estimada de la sección trasversal horizontal del puente, así como su periodo natural de vibrar.

Tabla 2.17 Principales características de las secciones tipo.

Sección Tipo	Área Sección Transversal (m ²)	I _x (m ⁴)	I _y (m ⁴)	Ec Módulo Elástico Concreto (N/m ²)	Ancho Sección Transversal (m)	Claro Libre Apoyo (m)	Frecuencia Natural Estimada (Hz)	Periodo (s)
Losa Nervaduras	3.6630	0.6531	17.2267	217,662,241.50	8.00	24.00	1.0861	0.9207
Losa Nervaduras	3.6630	0.6531	17.2267	153,910,446.97	8.00	24.00	0.9133	1.0949
Losa Nervaduras	4.1756	0.6972	30.9619	217,662,241.50	10.00	24.00	1.0511	0.9514
Losa Nervaduras	4.1756	0.6972	30.9619	153,910,446.97	10.00	24.00	0.8839	1.1314

En la Figura 2.49 tenemos una sección longitudinal característica de un puente con un claro de 25.0 metros entre sus apoyos. La Figura 2.50 presenta una clasificación de la sección tipo, así como la carga de diseño HS 15, HS 20 que se recomienda como mínimo que deberá soportar la estructura, en sección de losa sobre nervaduras.

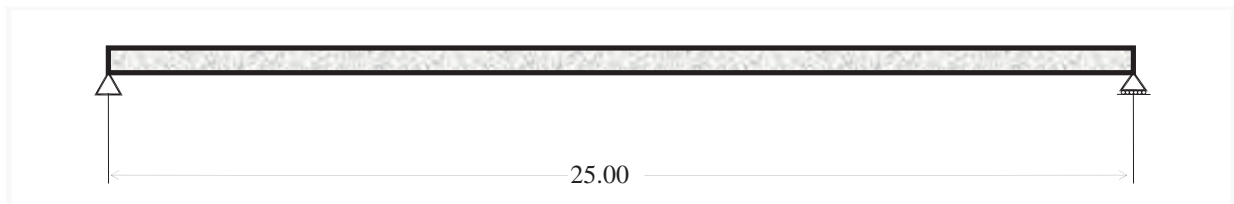
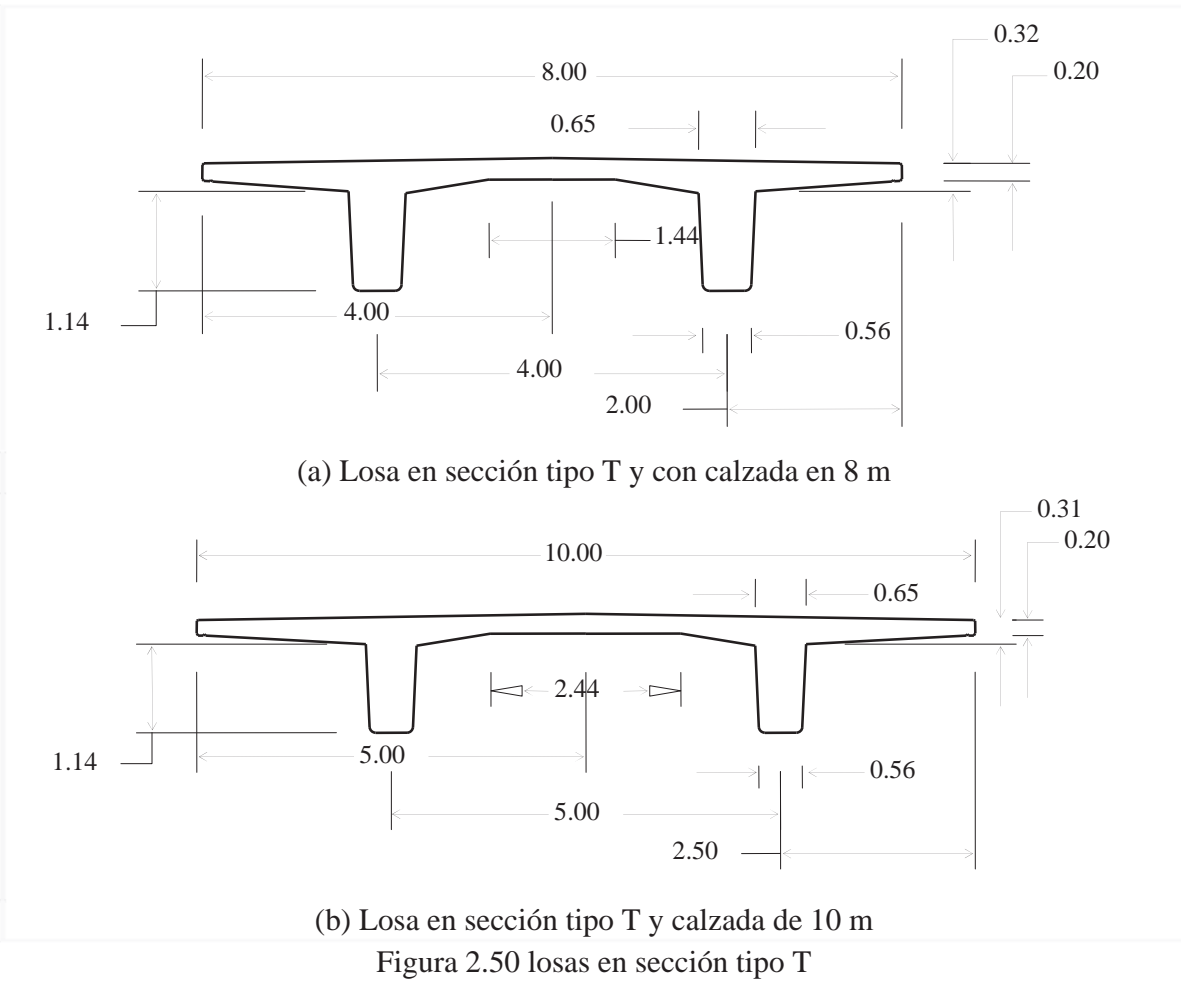


Fig. 2.49 Tipo de apoyo y su longitud entre ellos.



Las Figuras 2.50 corresponden a la Sección tipo, en su secciones Transversales para la longitud entre apoyos correspondiente.

En la Tabla 2.18 Resumen de las principales característica calculadas para un claro libre de 25.0 m, el áreas de la sección trasversal, Momentos de Inercia, Módulo de elasticidad del concreto, ancho de la sección trasversal, frecuencia natural estimada de la sección trasversal horizontal del puente, así como su periodo natural de vibrar.

Tabla 2.18 Principales características de las secciones tipo.

Sección Tipo	Área Sección Transversal (m ²)	I _x (m ⁴)	I _y (m ⁴)	Ec Módulo Elástico Concreto (N/m ²)	Ancho Sección Transversal (m)	Claro Libre Apoyo (m)	Frecuencia Natural Estimada (Hz)	Periodo (s)
Losa Nervaduras	3.6630	0.6531	17.2267	217,662,241.50	8.00	25.00	1.0010	0.9990
Losa Nervaduras	3.6630	0.6531	17.2267	153,910,446.97	8.00	25.00	0.8417	1.1880
Losa Nervaduras	4.1756	0.6972	30.9619	217,662,241.50	10.00	25.00	0.9687	1.0323
Losa Nervaduras	4.1756	0.6972	30.9619	153,910,446.97	10.00	25.00	0.8146	1.2277

En la Figura 2.51 tenemos una sección longitudinal característica de un puente con un claro de 26.0 metros entre sus apoyos. La Figura 2.52 presenta una clasificación de la sección tipo, así

como la carga de diseño HS 15, HS 20 que se recomienda como mínimo que deberá soportar la estructura, en sección de losa plana maciza.

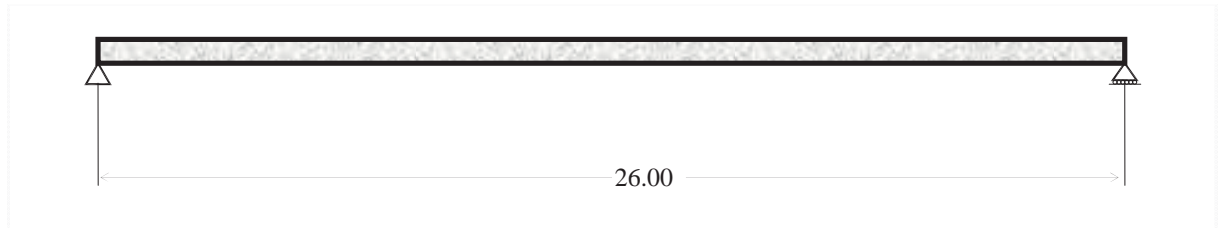


Fig. 2.51 Tipo de apoyo y su longitud entre ellos.

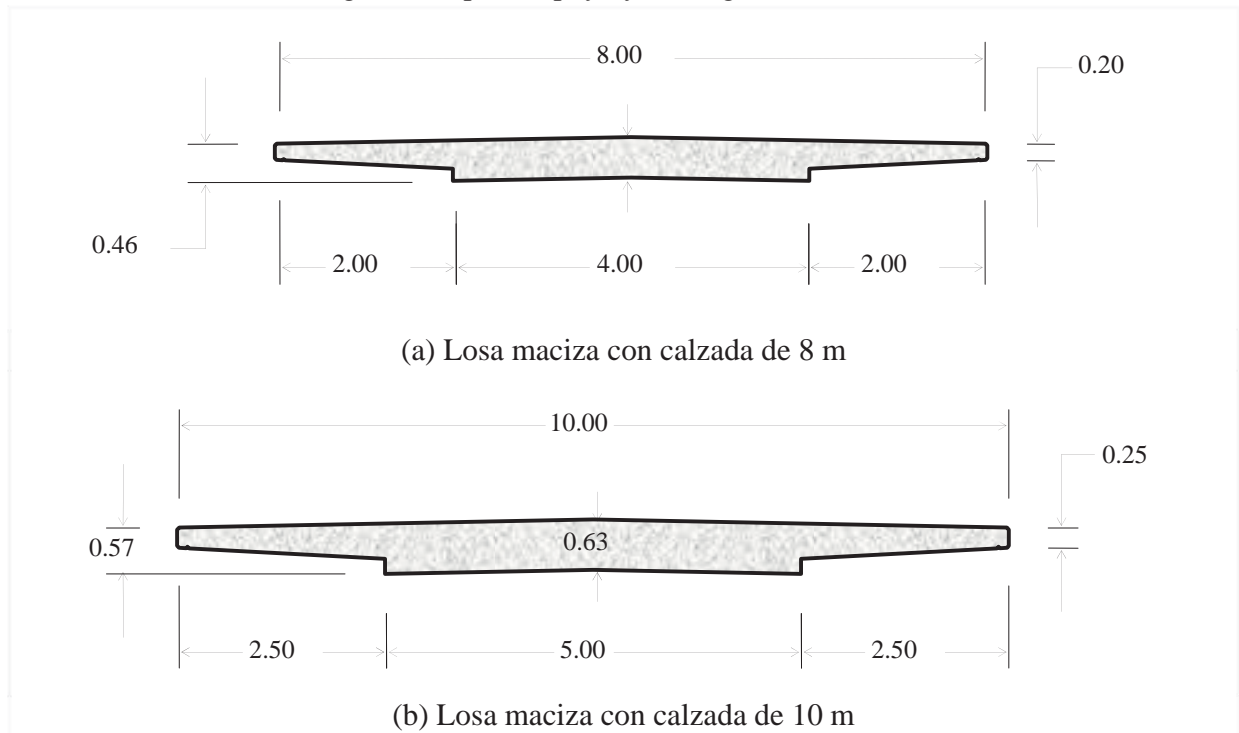


Figura 2.52 sección tipo de losas macizas

Las Figuras 2.52 corresponden a la Sección tipo, en sus diferentes secciones Transversales para la longitud entre apoyos correspondiente.

En la Tabla 2.19 Resumen de las principales características calculadas para un claro libre de 26.0 m, el área de la sección transversal, Momentos de Inercia, Módulo de elasticidad del concreto, ancho de la sección transversal, frecuencia natural estimada de la sección transversal horizontal del puente, así como su periodo natural de vibrar.

Tabla 2.19 Principales características de las secciones tipo.

Sección Tipo	Área Sección Transversal (m ²)	Ix (m ⁴)	Iy (m ⁴)	Ec Módulo Elástico Concreto (N/m ²)	Ancho Sección Transversal (m)	Claro Libre Apoyo (m)	Frecuencia Natural Estimada (Hz)	Periodo (s)
Losa Nervaduras	3.6630	0.0529	12.2976	217,662,241.50	8.00	26.00	0.2634	3.7966
Losa Nervaduras	3.6630	0.0529	12.2976	153,910,446.97	8.00	26.00	0.2215	4.5150
Losa Nervaduras	4.1756	0.1293	30.0235	217,662,241.50	10.00	26.00	0.3857	2.5928
Losa Nervaduras	4.1756	0.1293	30.0235	153,910,446.97	10.00	26.00	0.3243	3.0834

En la Figura 2.53 tenemos una sección longitudinal característica de un puente con un claro de 28.0 metros entre sus apoyos. La Figura 2.54 presenta una clasificación de la sección tipo, así como la carga de diseño HS 20 que se recomienda como mínimo que deberá soportar la estructura, en sección de losa de nervadura.

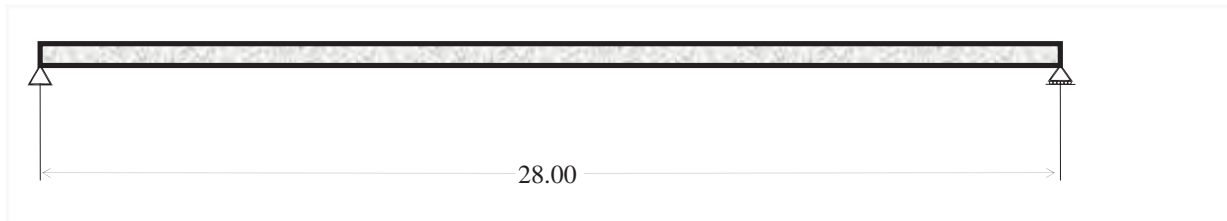
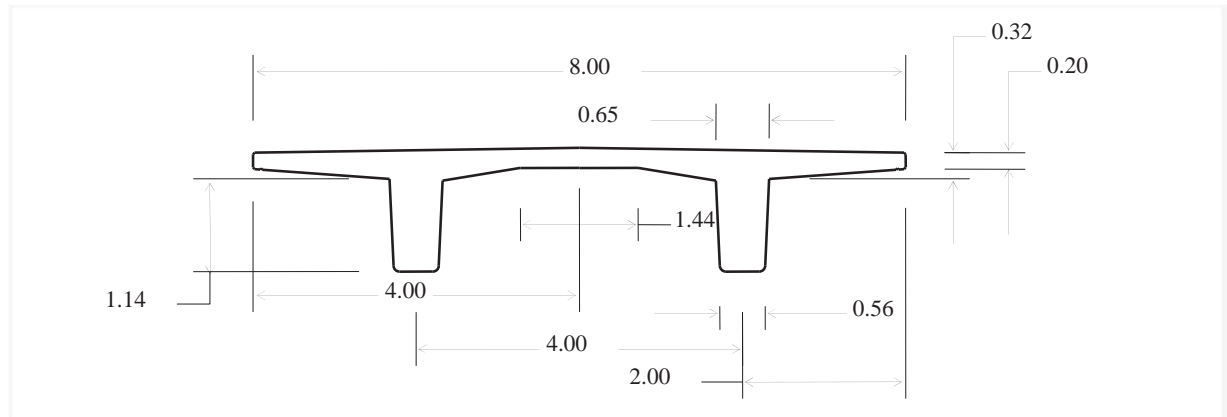
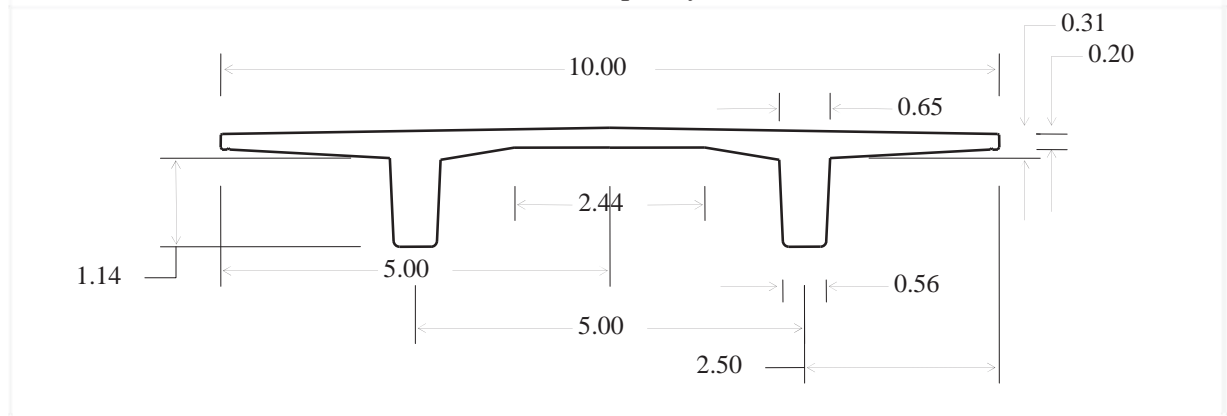


Fig. 2.53 Tipo de apoyo y su longitud entre ellos.



(a) Losa con sección tipo T y calzada de 8 m



(b) Losa en sección tipo T y calzada de 10 m

Figura 2.54 Losas con sección tipo en T

Las Figuras 2.54 corresponden a la Sección tipo, en sus diferentes secciones transversales para la longitud entre apoyos correspondiente.

En la Tabla 2.20 Resumen de las principales características calculadas para un claro libre de 28.0 m, el áreas de la sección transversal, Momentos de Inercia, Módulo de elasticidad del concreto, ancho de la sección transversal, frecuencia natural estimada de la sección transversal horizontal del puente, así como su periodo natural de vibrar.

Tabla 2.20 Principales características de las secciones tipo.

Sección Tipo	Área Sección Transversal (m ²)	Ix (m ⁴)	Iy (m ⁴)	Ec Módulo Elástico Concreto (N/m ²)	Ancho Sección Transversal (m)	Claro Libre Apoyo (m)	Frecuencia Natural Estimada (Hz)	Periodo (s)
Losa Nervaduras	3.6630	0.6531	17.2267	217,662,241.50	8.00	28.00	0.7980	1.2532
Losa Nervaduras	3.6630	0.6531	17.2267	153,910,446.97	8.00	28.00	0.6710	1.4903
Losa Nervaduras	4.1756	0.6972	30.9619	217,662,241.50	10.00	28.00	0.7722	1.2950
Losa Nervaduras	4.1756	0.6972	30.9619	153,910,446.97	10.00	28.00	0.6494	1.5400

En la Figura 2.55 tenemos una sección longitudinal característica de un puente con un claro de 29.0 metros entre sus apoyos. La Figura 2.56 presenta una clasificación de la sección tipo, así como la carga de diseño T3-S2-R4 que se recomienda como mínimo que deberá soportar la estructura, en sección de losa sobre vigas I.

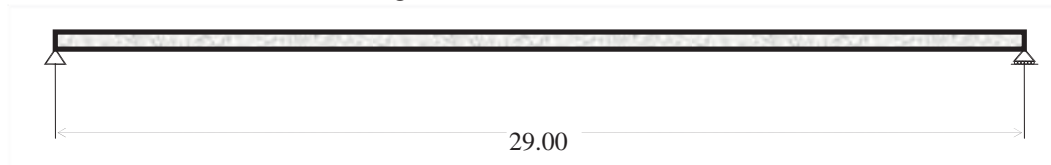


Fig. 2.55 Tipo de apoyo y longitud entre ellos.

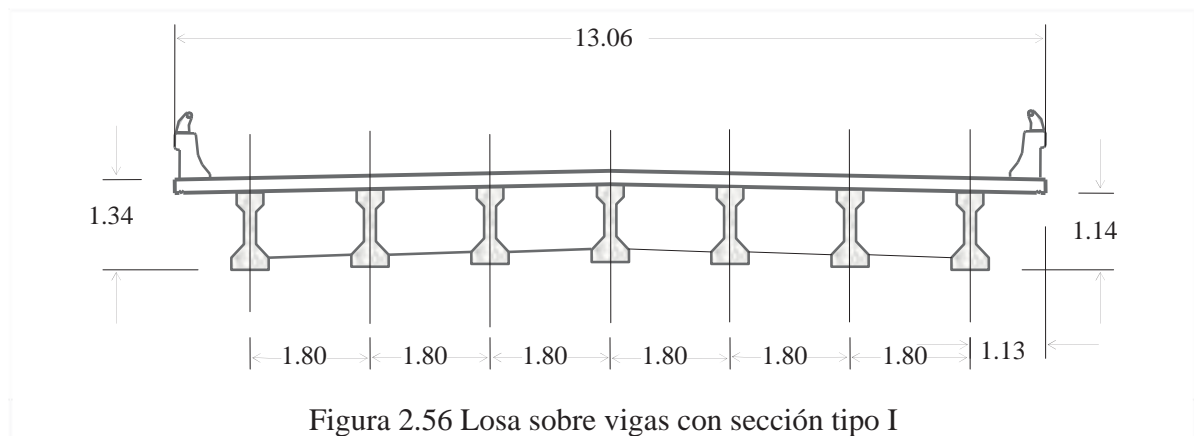


Figura 2.56 Losa sobre vigas con sección tipo I

La Figura 2.56 corresponde a la Sección tipo, en su sección transversal sobre vigas I, para la longitud entre apoyos correspondiente.

En la Tabla 2.21 Resumen de las principales características calculadas para un claro libre de 29.0 m, el áreas de la sección transversal, Momentos de Inercia, Módulo de elasticidad del concreto,

ancho de la sección transversal, frecuencia natural estimada de la sección transversal horizontal del puente, así como su periodo natural de vibrar.

Tabla 2.21 Principales características de las secciones tipo.

Sección Tipo	Área Sección Transversal (m ²)	I _x (m ⁴)	I _y (m ⁴)	E _c Módulo Elástico Concreto (N/m ²)	Ancho Sección Transversal (m)	Claro Libre Apoyo (m)	Frecuencia Natural Estimada (Hz)	Periodo (s)
Sección Vigas I	5.1768	1.0868	70.3606	217,662,241.50	13.06	29.00	0.8072	1.2388
Sección Vigas I	5.1768	1.0868	70.3606	153,910,446.97	13.06	29.00	0.6788	1.4732

En la Figura 2.57 tenemos una sección longitudinal característica de un puente con un claro de 30.0 metros entre sus apoyos. La Figura 2.58 presenta una clasificación de la sección tipo, así como la carga de diseño HS 20 que se recomienda como mínimo que deberá soportar la estructura, en sección de cajón y en vigas de pre-esfuerzo.

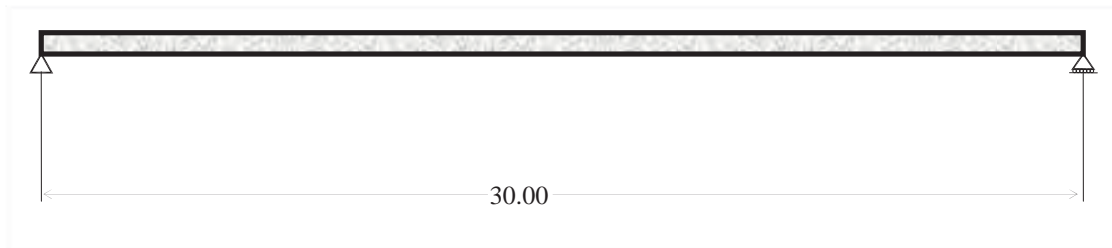
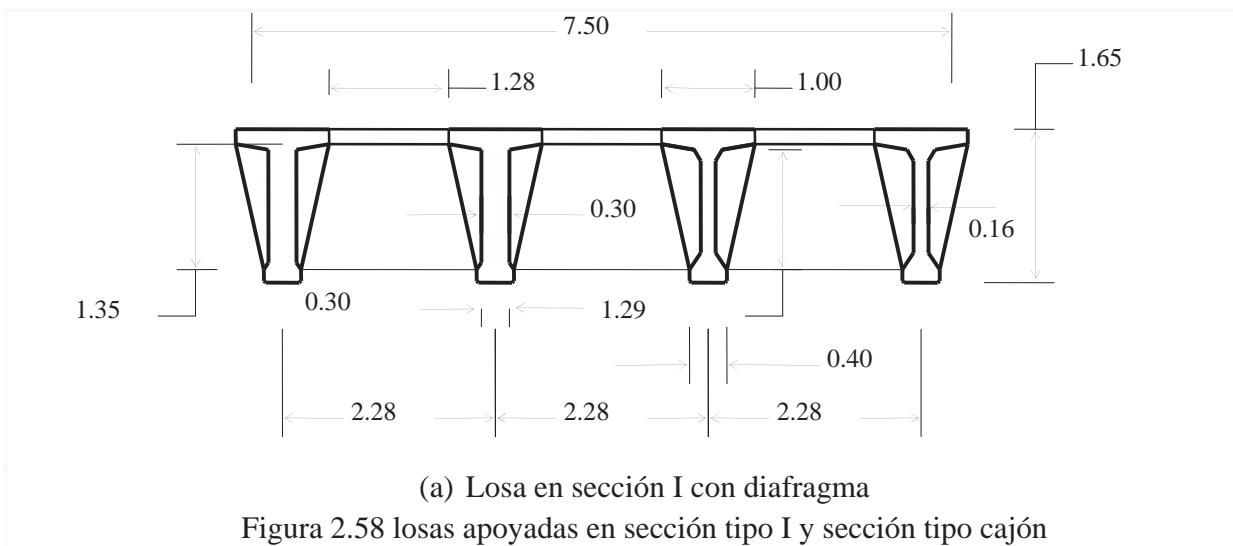
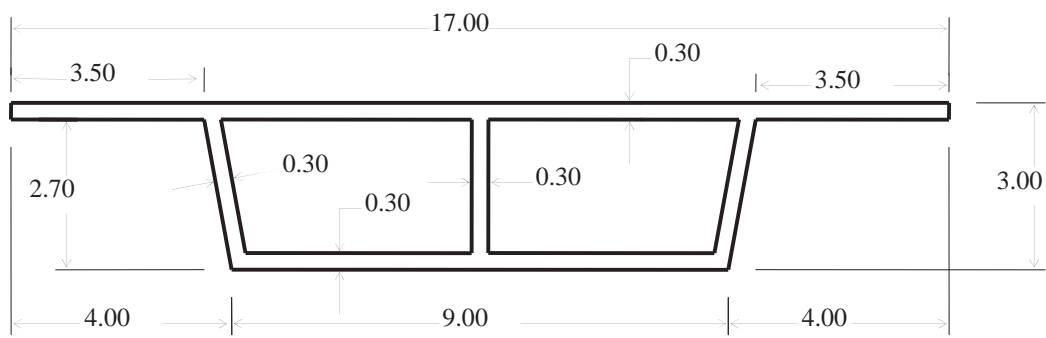


Fig. 2.57 Tipo de apoyo y su longitud entre ellos.

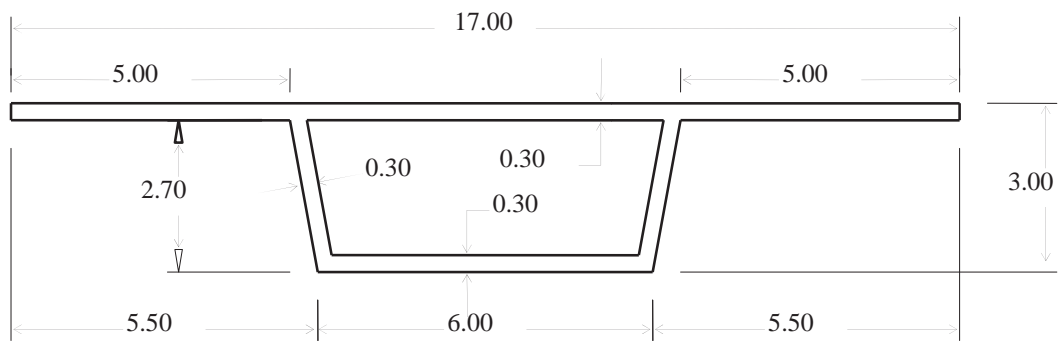


(a) Losa en sección I con diafragma

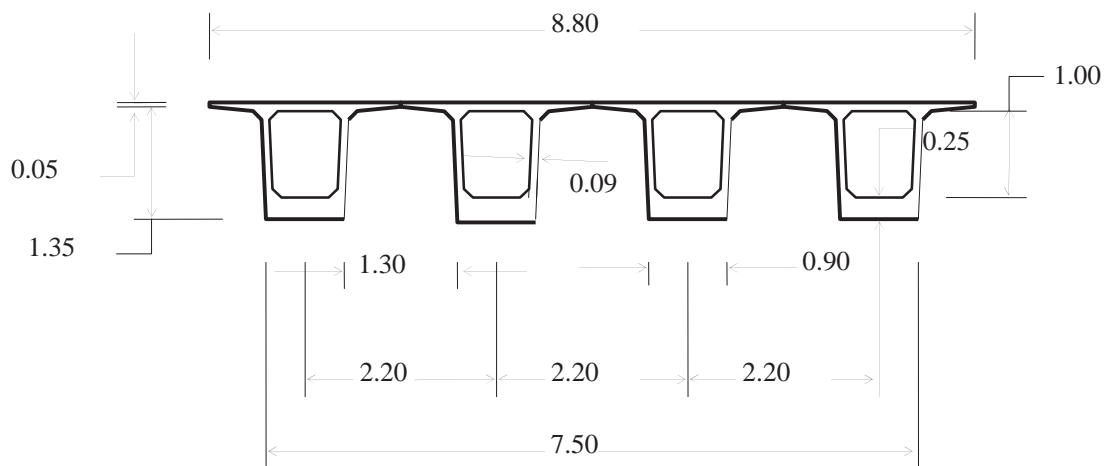
Figura 2.58 losas apoyadas en sección tipo I y sección tipo cajón



(b) Losa con sección en cajón de 2 huecos



(c) Losa de sección en cajón de 1 hueco



(d) Losa en cajón de vigas huecas

Figura 2.58 losas apoyadas en sección tipo I y sección tipo cajón (continua)

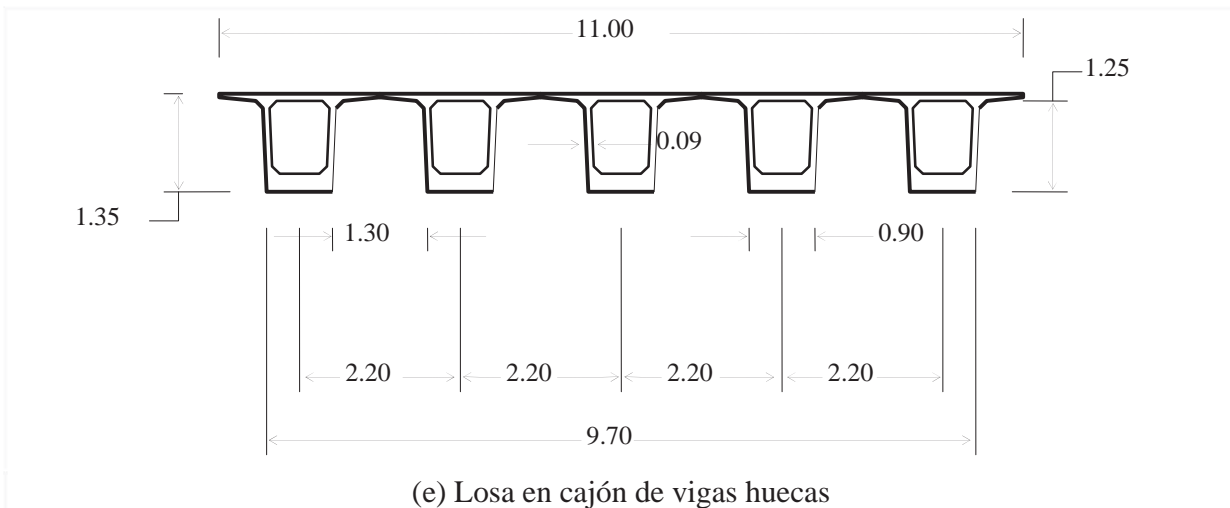


Figura 2.58 losas apoyadas en sección tipo I y sección tipo cajón (continua)

Las Figura 2.58(a) nos muestra una losa apoyada sobre vigas de sección en I con diafragma, Figuras 2.58(b, c, d, e) corresponden a la secciones tipo en cajón, para la longitud entre apoyos correspondiente.

En la Tabla 2.22 Resumen de las principales característica calculadas para un claro libre de 30.0 m, el áreas de la sección transversal, Momentos de Inercia, Módulo de elasticidad del concreto, ancho de la sección transversal, frecuencia natural estimada de la sección transversal horizontal del puente, así como su periodo natural de vibrar.

Tabla 2.22 Principales características de las secciones tipo.

Sección Tipo	Área Sección Transversal (m ²)	I _x (m ⁴)	I _y (m ⁴)	E _c Módulo Elástico Concreto (N/m ²)	Ancho Sección Transversal (m)	Claro Libre Apoyo (m)	Frecuencia Natural Estimada (Hz)	Periodo (s)
Sup Estru Preesfuer	11.6600	2.3200	56.1700	217,662,241.50	7.50	30.00	0.7343	1.3618
Sup Estru Preesfuer	11.6600	2.3200	56.1700	153,910,446.97	7.50	30.00	0.6175	1.6194
Sección cajón	10.0029	14.3168	172.1928	217,662,241.50	17.00	30.00	1.9695	0.5077
Sección cajón	10.0029	14.3168	172.1928	153,910,446.97	17.00	30.00	1.6562	0.6038
Sección cajón	8.3811	11.0131	142.7160	217,662,241.50	17.00	30.00	1.8871	0.5299
Sección cajón	8.3811	11.0131	142.7160	153,910,446.97	17.00	30.00	1.5869	0.6302
Sección cajón	2.5297	0.6805	15.7943	217,662,241.50	8.80	30.00	0.8538	1.1712
Sección cajón	2.5297	0.6805	15.7943	153,910,446.97	8.80	30.00	0.7180	1.3928
Sección cajón	3.1622	0.8506	31.2215	217,662,241.50	11.00	30.00	0.8538	1.1712
Sección cajón	3.1622	0.8506	31.2215	153,910,446.97	11.00	30.00	0.7180	1.3928

En la Figura 2.59 tenemos una sección longitudinal característica de un puente con un claro de 35.0 metros entre sus apoyos. La Figura 2.60 presenta una clasificación de la sección tipo, así como la carga de diseño HS 20 que se recomienda como mínimo que deberá soportar la estructura, en sección de vigas de pre-esfuerzo.

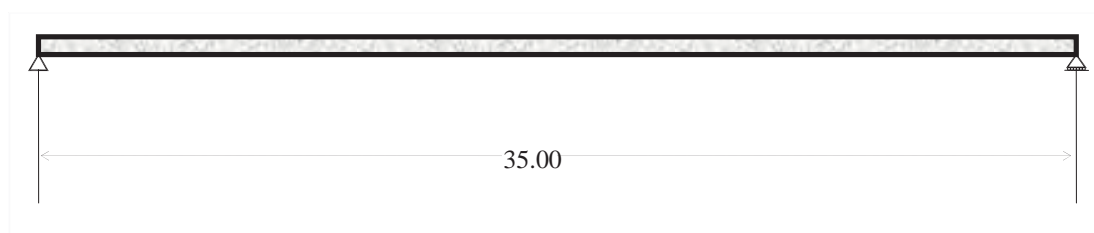


Fig. 2.59 Tipo de apoyo y su longitud entre ellos.

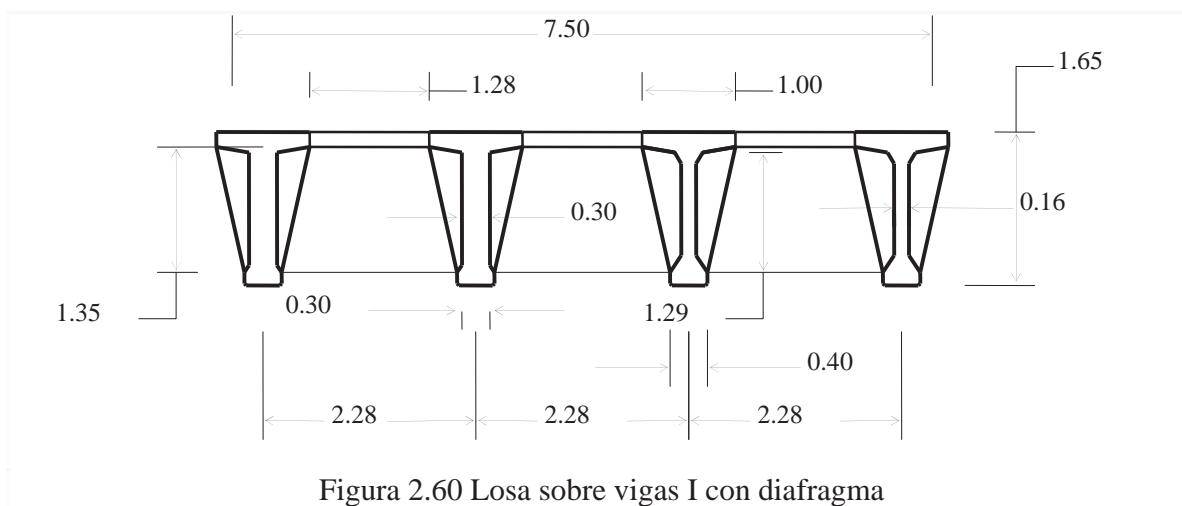


Figura 2.60 Losa sobre vigas I con diafragma

La Figura 2.60 corresponde a la Secciones tipo, en su sección Transversal en vigas de pre-esfuerzo, para la longitud entre apoyos correspondiente.

En la Tabla 2.23 Resumen de las principales característica calculadas para un claro libre de 35.0 m, el áreas de la sección trasversal, Momentos de Inercia, Módulo de elasticidad del concreto, ancho de la sección trasversal, frecuencia natural estimada de la sección trasversal horizontal del puente, así como su periodo natural de vibrar.

Tabla 2.23 Principales características de las secciones tipo.

Sección Tipo	Área Sección Transversal (m ²)	I _x (m ⁴)	I _y (m ⁴)	Ec Módulo Elástico Concreto (N/m ²)	Ancho Sección Transversal (m)	Claro Libre Apoyo (m)	Frecuencia Natural Estimada (Hz)	Periodo (s)
Sup Estru Preesfuer	11.6600	2.3200	56.1700	217,662,241.50	7.50	35.00	0.5395	1.8535
Sup Estru Preesfuer	11.6600	2.3200	56.1700	153,910,446.97	7.50	35.00	0.4537	2.2042

En la Figura 2.61 tenemos una sección longitudinal característica de un puente con un claro de 40.0 metros entre sus apoyos. La Figura 2.62 presenta una clasificación de la sección tipo, así como la carga de diseño HS 20 que se recomienda como mínimo que deberá soportar la estructura, en sección de vigas de pre-esfuerzo.

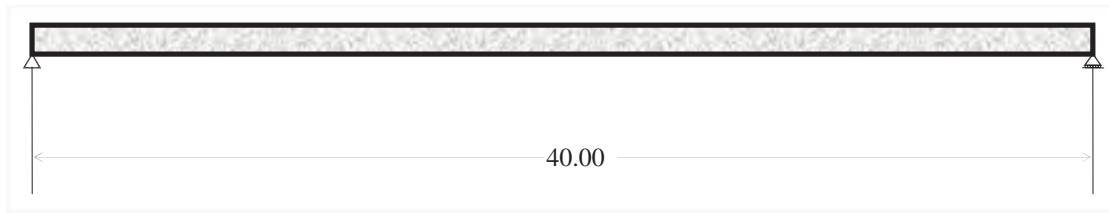


Fig. 2.61 Tipo de apoyo y su longitud entre ellos.

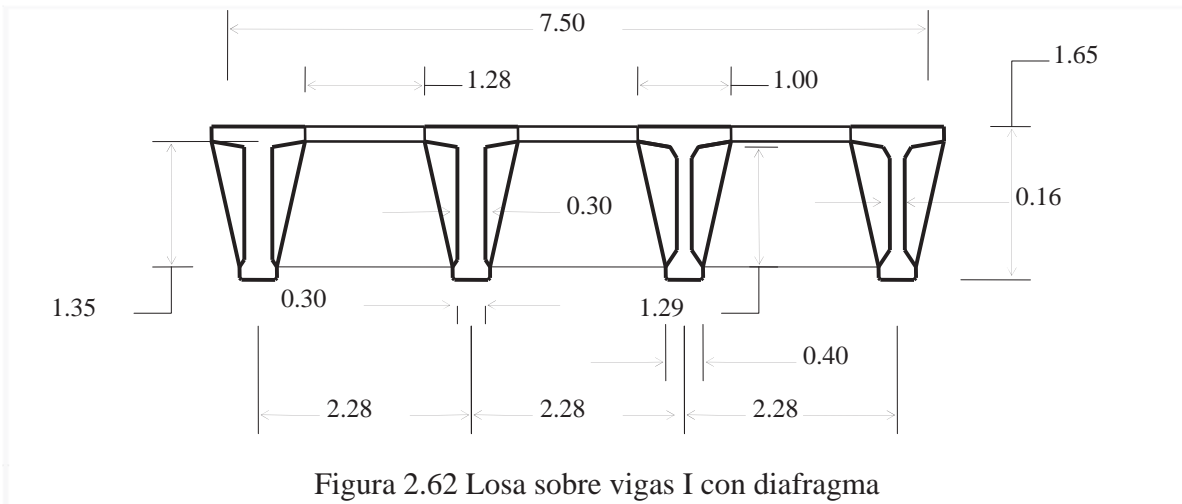


Figura 2.62 Losa sobre vigas I con diafragma

Las Figura 2.62 corresponden a la Secciones tipo, en su sección Transversal en vigas de pre-esfuerzo, para la longitud entre apoyos correspondiente.

En la Tabla 2.24 Resumen de las principales característica calculadas para un claro libre de 40.0 m, el áreas de la sección transversal, Momentos de Inercia, Módulo de elasticidad del concreto, ancho de la sección transversal, frecuencia natural estimada de la sección transversal horizontal del puente, así como su periodo natural de vibrar.

Tabla 2.24 Principales características de las secciones tipo.

Sección Tipo	Área Sección Transversal (m ²)	I _x (m ⁴)	I _y (m ⁴)	Ec Módulo Elástico Concreto (N/m ²)	Ancho Sección Transversal (m)	Claro Libre Apoyo (m)	Frecuencia Natural Estimada (Hz)	Periodo (s)
Sup Estru Preesfuer	11.6600	2.3200	56.1700	217,662,241.50	7.50	40.00	0.4131	2.4209
Sup Estru Preesfuer	11.6600	2.3200	56.1700	153,910,446.97	7.50	40.00	0.3473	2.8790

En la Figura 2.63 tenemos una sección longitudinal característica de un puente con un claro de 45.0 metros entre sus apoyos. La Figura 2.64 presenta una clasificación de la sección tipo, así como la carga de diseño HS 20 que se recomienda como mínimo que deberá soportar la estructura, en sección de vigas de pre-esfuerzo.

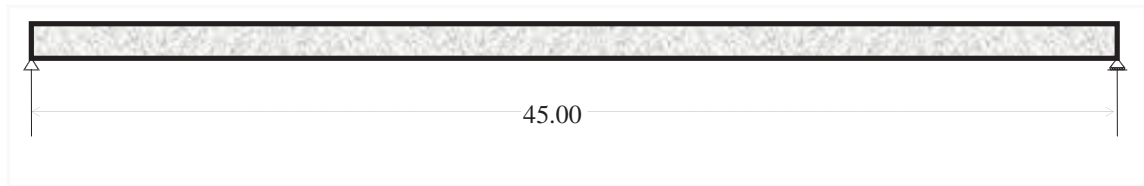


Fig. 2.63 Tipo de apoyo y su longitud entre ellos.

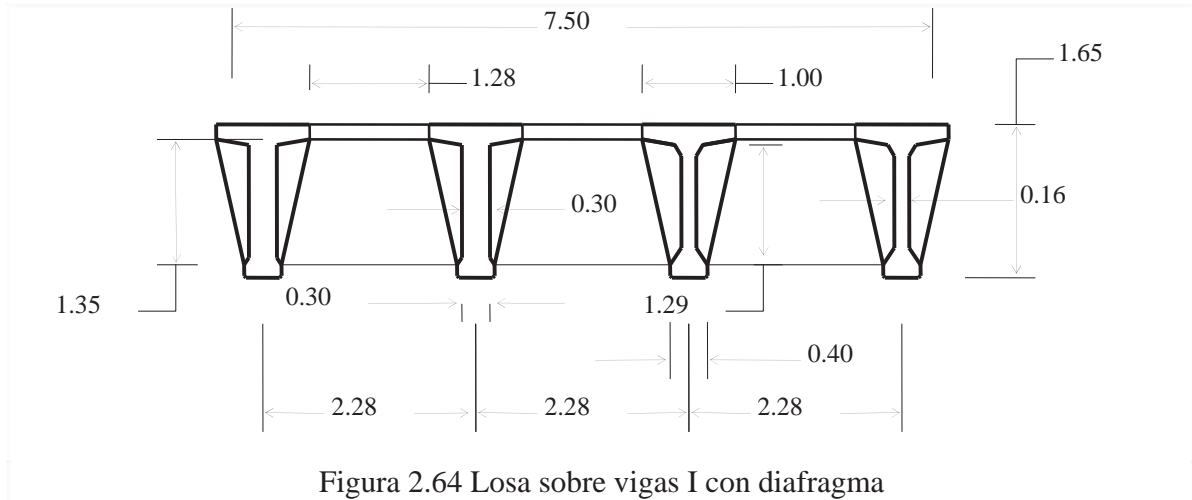


Figura 2.64 Losa sobre vigas I con diafragma

La Figura 2.64 corresponde a la Sección tipo, en su sección Transversal en vigas de pre-esfuerzo, para la longitud entre apoyos correspondiente.

En la Tabla 2.25 Resumen de las principales características calculadas para un claro libre de 45.0 m, el áreas de la sección transversal, Momentos de Inercia, Módulo de elasticidad del concreto, ancho de la sección transversal, frecuencia natural estimada de la sección transversal horizontal del puente, así como su periodo natural de vibrar.

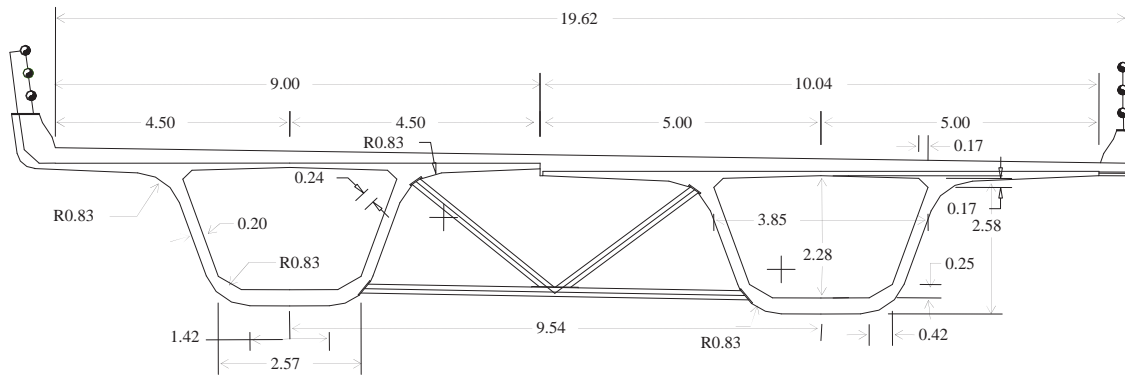
Tabla 2.25 Principales características de las secciones tipo.

Sección Tipo	Área Sección Transversal (m ²)	I _x (m ⁴)	I _y (m ⁴)	E _c Módulo Elástico Concreto (N/m ²)	Ancho Sección Transversal (m)	Claro Libre Apoyo (m)	Frecuencia Natural Estimada (Hz)	Periodo (s)
Sup Estru Preesfuer	11.6600	2.3200	56.1700	217,662,241.50	7.50	45.00	0.3264	3.0640
Sup Estru Preesfuer	11.6600	2.3200	56.1700	153,910,446.97	7.50	45.00	0.2744	3.6437

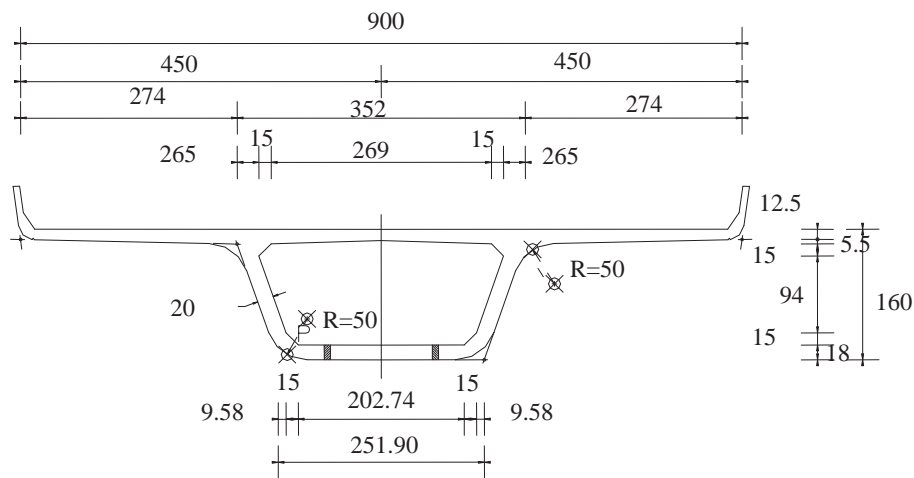
En la Figura 2.65 tenemos una sección longitudinal característica de un puente con longitudes que oscilan entre 71.00, 57.00, 38.00, 35.38, 35.00, 33.00, 30.00, 29.00, 27.00m de longitud entre sus apoyos. La Figura 2.66 presenta una clasificación de la sección tipo, así como la carga de diseño HS 20, T3-S2-R4 que se recomienda como mínimo que deberá soportar la estructura, en sección cajón.



Fig. 2.65 Tipo de apoyo y su longitud entre ellos.



(a) Losa sobre vigas tipo ballena en 2 módulos



(b) Losa sobre vigas tipo ballena en 1 módulo

Figura 2.66 Secciones prefabricados tipo ballena

Las Figuras 2.66 corresponden a la secciones tipo ballena en uno y dos cuerpos, con variación entre la longitud de sus apoyos.

En la Tabla 2.26 Resumen de las principales característica calculadas para diferentes claros libres, el áreas de la sección transversal, Momentos de Inercia, Módulo de elasticidad del concreto, ancho de la sección transversal, frecuencia natural estimada de la sección transversal horizontal del puente, así como su periodo natural de vibrar.

Tabla 2.26 Principales características de las secciones tipo.

Sección Tipo	Área Sección Transversal (m ²)	I _x (m ⁴)	I _y (m ⁴)	Ec Módulo Elástico Concreto (N/m ²)	Ancho Sección Transversal (m)	Claro Libre Apoyo (m)	Frecuencia Natural Estimada (Hz)	Periodo (s)
Sección cajón	10.7948	10.0893	315.5018	217,662,241.50	19.62	27.57	1.8845	0.5307
Sección cajón	10.7948	10.0893	315.5018	153,910,446.97	19.62	27.57	1.5846	0.6311
Sección cajón	2.6352	0.9334	12.9250	217,662,241.50	9.00	27.57	1.1601	0.8620
Sección cajón	2.6352	0.9334	12.9250	153,910,446.97	9.00	27.57	0.9755	1.0251
Sección cajón	10.7948	10.0893	315.5018	217,662,241.50	19.62	29.33	1.6651	0.6006
Sección cajón	10.7948	10.0893	315.5018	153,910,446.97	19.62	29.33	1.4002	0.7142

la frecuencia natural esperado; para este fin se recurrió a la norma europea en la cual nos proporciona una expresión con la que es posible calcular este valor; el manual seleccionado para este fin es el denominado EUROCÓDIGO EN 1991-1-4:2005(E) en el que se obtuvo la expresión, con la que puede estimarse dicha frecuencia, y así entonces poder conocer el rango de frecuencia máxima y mínima con el que deberá contar el equipo a diseñar, a continuación se le describe a esta expresión:

$$n_{1,B} = \frac{K^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EI_b}{m}} \quad (2.38)$$

donde: $n_{1,B}$ es Frecuencia vertical a flexión, L es Longitud del claros entre apoyos en (m), E es Módulo de Young (Elasticidad del concreto) (N/m^2), I_b es Momento de inercia de la sección transversal (m^4), m es masa por unidad de longitud de la sección transversal (kg/m), K es factor adimensional que depende del número de claros.

A continuación se ejemplificará el cálculo de una losa maciza considerando sus características calculadas y sustituido en la ecuación 2.37 para determinar la frecuencia vertical a flexión $n_{1,B}$

Datos calculados:

Claro (L) = 8 m

Área = 3.1067 m²

Pi(π) = 3.1416

Momento de inercia sobre el eje (x) $I_b = 0.0531 m^4$

Momento de inercia sobre el eje (y) $I_b = 12.4024 m^4$

Masa (m) = (área sección transversal x 1 x peso volumétrico del concreto armado) / gravedad (convirtiendo a kilogramos masa a kilogramos fuerza)

$m = (3.1067 m^2 \times 1m \times 2,400 kg/cm^2) / 9.81 m/s = 760.0489 kgf/m$

Módulo de Elasticidad del Concreto

$E_c = 217,662,241.50 N/m^2$

Sustituyendo los resultados obtenidos en la ecuación 2.37 se obtuvo un resultado de:

$n_{1,b} = 3.026 Hz$

Sabiendo que el periodo es el inverso de la frecuencia se tiene que con $T = 1 / Frecuencia$ y sustituyendo se obtiene:

$T = 0.33s$

Para el cálculo de todas las frecuencias y periodos se hizo uso de una hoja de calculo para la obtención de estas y se presenta en la Tabla 2.27 como resumen completo calculado y en orden ascendente de la frecuencia natural; se obtuvieron las frecuencias naturales a flexión que pueden esperarse en los puentes tipo que se consideraron resumidos anteriormente en la Figuras 2.27 a 2.66, como más comúnmente utilizados en nuestras carreteras.

Tabla 2.27 Principales características de las secciones tipo en orden ascendente para la frecuencia natural.

Sección Tipo	Área Sección Transversal (m ²)	I _x (m ⁴)	I _y (m ⁴)	Ec Módulo Elástico Concreto (N/m ²)	Ancho Sección Transversal (m)	Claro Libre Apoyo (m)	Frecuencia Natural Estimada (Hz)	Periodo (1/Hz)
Losa Plana Aligerada	5.4513	0.6867	32.0417	217,662,241.50	10.00	8.00	8.2166	0.1217
Losa Plana Aligerada	5.4513	0.6867	32.0417	153,910,446.97	10.00	8.00	6.9093	0.1447
Losa Plana Aligerada	3.4890	0.2817	13.1243	217,662,241.50	8.00	8.00	6.5781	0.1520
Losa Plana Aligerada	3.4890	0.2817	13.1243	153,910,446.97	8.00	8.00	5.5315	0.1808
Losa Plana Aligerada	5.4513	0.6867	32.0417	217,662,241.50	10.00	10.00	5.2586	0.1902
Losa Plana Aligerada	5.4513	0.6867	32.0417	153,910,446.97	10.00	10.00	4.4220	0.2261
Losa Plana Aligerada	3.4890	0.2817	13.1243	217,662,241.50	8.00	10.00	4.2100	0.2375
Sección cajón	11.6359	15.4600	202.5923	217,662,241.50	16.66	20.70	3.9857	0.2509
Losa Plana Aligerada	4.8382	0.1293	30.0235	217,662,241.50	10.00	8.00	3.7846	0.2642
Losa Plana Aligerada	5.4513	0.6867	32.0417	217,662,241.50	10.00	12.00	3.6518	0.2738
Losa Plana Aligerada	3.4890	0.2817	13.1243	153,910,446.97	8.00	10.00	3.5402	0.2825
Sección cajón	11.6359	15.4600	202.5923	153,910,446.97	16.66	20.70	3.3516	0.2984
Losa Plana Aligerada	4.8382	0.1293	30.0235	153,910,446.97	10.00	8.00	3.1824	0.3142
Losa Plana Aligerada	5.4513	0.6867	32.0417	153,910,446.97	10.00	12.00	3.0708	0.3256
Losa Plana Aligerada	3.0965	0.0529	12.2976	217,662,241.50	8.00	8.00	3.0259	0.3305
Losa Plana Aligerada	3.4890	0.2817	13.1243	217,662,241.50	8.00	12.00	2.9236	0.3420
Losa Nervaduras	3.6630	0.6531	17.2267	217,662,241.50	8.00	15.00	2.7805	0.3596
Losa Plana Aligerada	5.4513	0.6867	32.0417	217,662,241.50	10.00	14.00	2.6830	0.3727
Losa Plana Aligerada	3.0965	0.0529	12.2976	153,910,446.97	8.00	8.00	2.5445	0.3930
Losa Plana Aligerada	3.4890	0.2817	13.1243	153,910,446.97	8.00	12.00	2.4585	0.4068
Losa Nervaduras	3.6630	0.6531	17.2267	217,662,241.50	8.00	16.00	2.4438	0.4092
Losa Plana Aligerada	4.8382	0.1293	30.0235	217,662,241.50	10.00	10.00	2.4221	0.4129
Losa Nervaduras	3.6630	0.6531	17.2267	153,910,446.97	8.00	15.00	2.3381	0.4277
Losa Plana Aligerada	5.4513	0.6867	32.0417	153,910,446.97	10.00	14.00	2.2561	0.4432
Losa Plana Aligerada	3.4890	0.2817	13.1243	217,662,241.50	8.00	14.00	2.1480	0.4656
Losa Nervaduras	3.6630	0.6531	17.2267	153,910,446.97	8.00	16.00	2.0550	0.4866
Losa Plana Aligerada	4.8382	0.1293	30.0235	153,910,446.97	10.00	10.00	2.0368	0.4910
Sección cajón	10.0029	14.3168	172.1928	217,662,241.50	17.00	30.00	1.9695	0.5077
Losa Plana Aligerada	3.0965	0.0529	12.2976	217,662,241.50	8.00	10.00	1.9366	0.5164
Sección cajón	8.3811	11.0131	142.7160	217,662,241.50	17.00	30.00	1.8871	0.5299
Sección cajón	10.7948	10.0893	315.5018	217,662,241.50	19.62	27.57	1.8845	0.5307
Losa Plana Aligerada	3.4890	0.2817	13.1243	153,910,446.97	8.00	14.00	1.8062	0.5536
Losa Plana Aligerada	4.8382	0.1293	30.0235	217,662,241.50	10.00	12.00	1.6820	0.5945
Sección cajón	10.7948	10.0893	315.5018	217,662,241.50	19.62	29.33	1.6651	0.6006
Sección cajón	10.0029	14.3168	172.1928	153,910,446.97	17.00	30.00	1.6562	0.6038
Losa Plana Aligerada	3.0965	0.0529	12.2976	153,910,446.97	8.00	10.00	1.6285	0.6141
Sección cajón	8.3811	11.0131	142.7160	153,910,446.97	17.00	30.00	1.5869	0.6302
Sección cajón	10.7948	10.0893	315.5018	153,910,446.97	19.62	27.57	1.5846	0.6311
Sección Vigas I	5.1768	1.0868	70.3606	217,662,241.50	13.06	20.70	1.5843	0.6312
Sección cajón	10.7948	10.0893	315.5018	217,662,241.50	19.62	30.38	1.5520	0.6443
Sección cajón	10.7948	10.0893	315.5018	217,662,241.50	19.62	31.71	1.4245	0.7020
Losa Plana Aligerada	4.8382	0.1293	30.0235	153,910,446.97	10.00	12.00	1.4144	0.7070

Tabla 2.27 Principales características de las secciones tipo en orden ascendente para la frecuencia natural (continua)

Sección cajón	10.7948	10.0893	315.5018	153,910,446.97	19.62	29.33	1.4002	0.7142
Losa Plana	3.0965	0.0529	12.2976	217,662,241.50	8.00	12.00	1.3448	0.7436
Sección Vigas I	5.1768	1.0868	70.3606	153,910,446.97	13.06	20.70	1.3323	0.7506
Sección cajón	10.7948	10.0893	315.5018	153,910,446.97	19.62	30.38	1.3051	0.7662
Losa Nervaduras	3.6630	0.6531	17.2267	217,662,241.50	8.00	22.00	1.2926	0.7736
Losa Nervaduras	4.1756	0.6972	30.9619	217,662,241.50	10.00	22.00	1.2509	0.7994
Losa Plana	4.8382	0.1293	30.0235	217,662,241.50	10.00	14.00	1.2358	0.8092
Sección cajón	10.7948	10.0893	315.5018	153,910,446.97	19.62	31.71	1.1979	0.8348
Sección cajón	10.7948	10.0893	315.5018	217,662,241.50	19.62	35.00	1.1693	0.8552
Sección cajón	2.6352	0.9334	12.9250	217,662,241.50	9.00	27.57	1.1601	0.8620
Sección cajón	10.7948	10.0893	315.5018	217,662,241.50	19.62	35.38	1.1443	0.8739
Losa Plana	3.0965	0.0529	12.2976	153,910,446.97	8.00	12.00	1.1309	0.8843
Losa Nervaduras	3.6630	0.6531	17.2267	153,910,446.97	8.00	22.00	1.0869	0.9200
Losa Nervaduras	3.6630	0.6531	17.2267	217,662,241.50	8.00	24.00	1.0861	0.9207
Losa Nervaduras	4.1756	0.6972	30.9619	153,910,446.97	10.00	22.00	1.0519	0.9507
Losa Nervaduras	4.1756	0.6972	30.9619	217,662,241.50	10.00	24.00	1.0511	0.9514
Losa Plana	4.8382	0.1293	30.0235	153,910,446.97	10.00	14.00	1.0392	0.9623
Sección cajón	2.6352	0.9334	12.9250	217,662,241.50	9.00	29.33	1.0250	0.9756
Losa Nervaduras	3.6630	0.6531	17.2267	217,662,241.50	8.00	25.00	1.0010	0.9990
Losa Plana	3.0965	0.0529	12.2976	217,662,241.50	8.00	14.00	0.9880	1.0121
Sección cajón	10.7948	10.0893	315.5018	153,910,446.97	19.62	35.00	0.9833	1.0170
Sección cajón	2.6352	0.9334	12.9250	153,910,446.97	9.00	27.57	0.9755	1.0251
Losa Nervaduras	4.1756	0.6972	30.9619	217,662,241.50	10.00	25.00	0.9687	1.0323
Sección cajón	10.7948	10.0893	315.5018	153,910,446.97	19.62	35.38	0.9623	1.0392
Sección cajón	2.6352	0.9334	12.9250	217,662,241.50	9.00	30.38	0.9554	1.0467
Losa Nervaduras	3.6630	0.6531	17.2267	153,910,446.97	8.00	24.00	0.9133	1.0949
Losa Nervaduras	4.1756	0.6972	30.9619	153,910,446.97	10.00	24.00	0.8839	1.1314
Sección cajón	2.6352	0.9334	12.9250	217,662,241.50	9.00	31.71	0.8770	1.1403
Sección cajón	2.6352	0.9334	12.9250	153,910,446.97	9.00	29.33	0.8620	1.1602
Sección cajón	2.5297	0.6805	15.7943	217,662,241.50	8.80	30.00	0.8538	1.1712
Sección cajón	3.1622	0.8506	31.2215	217,662,241.50	11.00	30.00	0.8538	1.1712
Losa Nervaduras	3.6630	0.6531	17.2267	153,910,446.97	8.00	25.00	0.8417	1.1880
Losa Plana	3.0965	0.0529	12.2976	153,910,446.97	8.00	14.00	0.8308	1.2036
Losa Nervaduras	4.1756	0.6972	30.9619	153,910,446.97	10.00	25.00	0.8146	1.2277
Sección Vigas I	5.1768	1.0868	70.3606	217,662,241.50	13.06	29.00	0.8072	1.2388
Losa Nervaduras	4.1756	0.1293	30.0235	217,662,241.50	10.00	18.00	0.8047	1.2427
Sección cajón	2.6352	0.9334	12.9250	153,910,446.97	9.00	30.38	0.8034	1.2447
Losa Nervaduras	3.6630	0.6531	17.2267	217,662,241.50	8.00	28.00	0.7980	1.2532
Losa Nervaduras	4.1756	0.6972	30.9619	217,662,241.50	10.00	28.00	0.7722	1.2950
Sección cajón	2.6352	0.9334	12.9250	153,910,446.97	9.00	31.71	0.7374	1.3561
Sup Estru Preesfuer	11.6600	2.3200	56.1700	217,662,241.50	7.50	30.00	0.7343	1.3618
Sección cajón	2.6352	0.9334	12.9250	217,662,241.50	9.00	35.00	0.7198	1.3892
Sección cajón	2.5297	0.6805	15.7943	153,910,446.97	8.80	30.00	0.7180	1.3928
Sección cajón	3.1622	0.8506	31.2215	153,910,446.97	11.00	30.00	0.7180	1.3928
Sección cajón	2.6352	0.9334	12.9250	217,662,241.50	9.00	35.38	0.7045	1.4195
Sección Vigas I	5.1768	1.0868	70.3606	153,910,446.97	13.06	29.00	0.6788	1.4732
Losa Nervaduras	4.1756	0.1293	30.0235	153,910,446.97	10.00	18.00	0.6767	1.4778
Losa Nervaduras	3.6630	0.6531	17.2267	153,910,446.97	8.00	28.00	0.6710	1.4903
Losa Nervaduras	4.1756	0.1293	30.0235	217,662,241.50	10.00	20.00	0.6518	1.5342
Losa Nervaduras	4.1756	0.6972	30.9619	153,910,446.97	10.00	28.00	0.6494	1.5400
Sup Estru Preesfuer	11.6600	2.3200	56.1700	153,910,446.97	7.50	30.00	0.6175	1.6194
Sección cajón	2.6352	0.9334	12.9250	153,910,446.97	9.00	35.00	0.6053	1.6521
Losa Plana	3.0965	0.0529	12.2976	217,662,241.50	8.00	18.00	0.5977	1.6731
Sección cajón	2.6352	0.9334	12.9250	153,910,446.97	9.00	35.38	0.5924	1.6881
Losa Nervaduras	4.1756	0.1293	30.0235	153,910,446.97	10.00	20.00	0.5481	1.8245

Tabla 2.27 Principales características de las secciones tipo en orden ascendente para la frecuencia natural (continua)

Sup Estru Preesfuer	11.6600	2.3200	56.1700	217,662,241.50	7.50	35.00	0.5395	1.8535
Losa Plana	3.0965	0.0529	12.2976	153,910,446.97	8.00	18.00	0.5026	1.9896
Sup Estru Preesfuer	11.6600	2.3200	56.1700	153,910,446.97	7.50	35.00	0.4537	2.2042
Losa Nervaduras	3.6630	0.0529	12.2976	217,662,241.50	8.00	20.00	0.4451	2.2465
Sup Estru Preesfuer	11.6600	2.3200	56.1700	217,662,241.50	7.50	40.00	0.4131	2.4209
Losa Nervaduras	4.1756	0.1293	30.0235	217,662,241.50	10.00	26.00	0.3857	2.5928
Losa Nervaduras	3.6630	0.0529	12.2976	153,910,446.97	8.00	20.00	0.3743	2.6716
Sup Estru Preesfuer	11.6600	2.3200	56.1700	153,910,446.97	7.50	40.00	0.3473	2.8790
Sup Estru Preesfuer	11.6600	2.3200	56.1700	217,662,241.50	7.50	45.00	0.3264	3.0640
Losa Nervaduras	4.1756	0.1293	30.0235	153,910,446.97	10.00	26.00	0.3243	3.0834
Sup Estru Preesfuer	11.6600	2.3200	56.1700	153,910,446.97	7.50	45.00	0.2744	3.6437
Losa Nervaduras	3.6630	0.0529	12.2976	217,662,241.50	8.00	26.00	0.2634	3.7966
Losa Nervaduras	3.6630	0.0529	12.2976	153,910,446.97	8.00	26.00	0.2215	4.5150

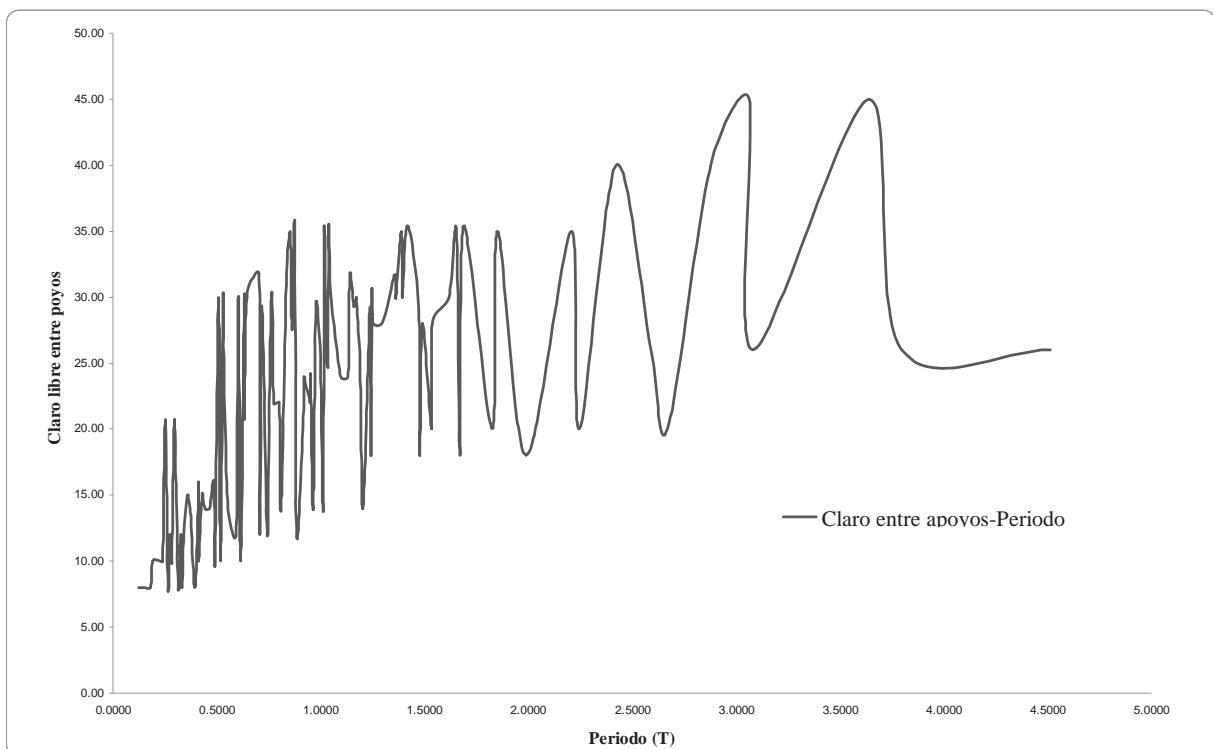


Figura 2.68 Gráfica Claro entre apoyos -Periodo

En la Figura 2.68 se grafica la longitud entre apoyos del puente (abscisas) contra el periodo (ordenadas).

CAPÍTULO III

CONSIDERACIONES DE DINÁMICA ESTRUCTURAL



- 3.1 Vibración libre de vigas a flexión
- 3.2 Frecuencias de vibrar de un marco plano
- 3.3 Viga simplemente apoyada en vibración forzada
- 3.4 Ejemplo de aplicación 1
- 3.5 Ejemplo de aplicación 2
- 3.6 Fórmulas aproximadas para calcular las frecuencias fundamentales en flexión y en torsión de puentes.
- 3.6.1 Fórmula aproximada para calcular la frecuencia fundamental en torsión de un puente apoyado sobre dos vigas de acero

PUENTE SOBRE EL RÍO LEREZ EN PONTEVEDRA

CAPÍTULO III

CONSIDERACIONES DE DINÁMICA ESTRUCTURAL

3.1 VIBRACIÓN LIBRE DE VIGAS A FLEXIÓN

Si consideramos un elemento viga con sección uniforme y longitud L , con área de la sección transversal A y densidad de masa ρ , módulo de elasticidad del material de la viga E , segundo momento de área I , la matriz de rigideces elemental (Murhopadhyay, 2000) es,

$$[K]_e = \int_0^L [B]^T [D] [B] dx \quad (3.1)$$

o bien

$$[K]_e = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

La matriz de masas consistente (Murhopadhyay, 2000) está dada por:

$$[M]_e = A \int_0^L [N]^T \rho [N] dx \quad (3.3)$$

o bien

$$[M]_e = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (A1)$$

Para vigas que vibran a flexión se ha visto que la formulación de masa consistente da mejores resultados que la formulación de masas concentradas, como se verá más adelante. Sin embargo, no hay mucha ventaja en utilizar la formulación de masa consistente en lugar de la de masas concentradas para calcular las frecuencias de vibrar en la dirección longitudinal o en torsión.

Si se desean calcular las frecuencias a torsión de una viga, la matriz de masa elemental (A1) se debe modificar con respecto a la teoría de Timoshenko, la cual se puede escribir como

$$\begin{aligned}
 [M]_e = & \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} \left(\frac{13}{35} + \frac{7}{10}\phi + \frac{1}{3}\phi^2\right) & \left(\frac{11}{210} + \frac{11}{120}\phi + \frac{1}{24}\phi^2\right)L & \left(\frac{9}{70} + \frac{3}{10}\phi + \frac{1}{6}\phi^2\right) & -\left(\frac{13}{420} + \frac{3}{40}\phi + \frac{1}{24}\phi^2\right)L \\ \left(\frac{11}{210} + \frac{11}{120}\phi + \frac{1}{24}\phi^2\right)L & \left(\frac{1}{105} + \frac{1}{60}\phi + \frac{1}{120}\phi^2\right)L^2 & \left(\frac{13}{420} + \frac{3}{40}\phi + \frac{1}{24}\phi^2\right)L & -\left(\frac{1}{140} + \frac{\phi}{60} + \frac{\phi^2}{120}\right)L^2 \\ \left(\frac{9}{70} + \frac{3}{10}\phi + \frac{1}{6}\phi^2\right) & \left(\frac{13}{420} + \frac{3}{40}\phi + \frac{1}{24}\phi^2\right)L & \left(\frac{13}{35} + \frac{7}{10}\phi + \frac{1}{3}\phi^2\right) & -\left(\frac{11}{210} + \frac{11}{120}\phi + \frac{1}{24}\phi^2\right)L \\ -\left(\frac{13}{420} + \frac{3}{40}\phi + \frac{1}{24}\phi^2\right)L & -\left(\frac{1}{140} + \frac{1}{60}\phi + \frac{1}{120}\phi^2\right)L^2 & -\left(\frac{11}{210} + \frac{11}{120}\phi + \frac{1}{24}\phi^2\right)L & \left(\frac{1}{105} + \frac{1}{60}\phi + \frac{1}{120}\phi^2\right)L^2 \end{bmatrix} \\
 & + \frac{\rho AL}{(1+\phi)^2} \left(\frac{r}{L}\right)^2 \begin{bmatrix} \left(\frac{6}{5}\right) & \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{L}\phi\right)L & -\left(\frac{6}{5}\right) & \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{2}\phi\right)L \\ \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{2}\phi\right)L & \left(\frac{2}{15} + \frac{1}{6}\phi + \frac{1}{3}\phi^2\right)L^2 & \left(-\frac{1}{10} + \frac{1}{2}\phi\right)L & \left(-\frac{1}{30} - \frac{1}{6}\phi + \frac{1}{6}\phi^2\right)L^2 \\ -\left(\frac{6}{5}\right) & \left(-\frac{1}{10} + \frac{1}{2}\phi\right)L & \left(\frac{6}{5}\right) & \left(-\frac{1}{10} + \frac{1}{2}\phi\right)L \\ \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{2}\phi\right)L & \left(-\frac{1}{30} - \frac{1}{6}\phi + \frac{1}{6}\phi^2\right)L^2 & \left(-\frac{1}{10} + \frac{1}{2}\phi\right)L & \left(\frac{2}{15} + \frac{1}{6}\phi + \frac{1}{3}\phi^2\right)L^2 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

donde $r = \sqrt{\frac{I}{A}}$ es el radio de giro de la sección transversal de la viga, $\phi = \frac{12EI}{\mu A G L^2}$, en donde la

fuerza cortante está relacionada con las deformaciones transversales por cortante con $V = \mu A G \gamma$. L es la longitud de la viga, A es el área de la sección transversal de la viga, G es el módulo de rigidez al corte, E es módulo de elasticidad del material, ρ es la densidad de masa de la viga.

El primer término de la matriz de masa elemental representa la inercia traslacional de la masa, y el segundo término representa la masa rotacional de la viga.

3.2 FRECUENCIAS DE VIBRAR DE UN MARCO PLANO

Cuando se desean calcular las frecuencias de vibrar de un marco plano es mejor considerar la formulación de masas consistente que la formulación de mas concentrada ya que la formulación de masas concentradas generan un error mayor que la formulación de masas consistentes, así mismo el dividir los elementos que forman el marco en al menos nueve elementos resulta más exacto que utilizar un elemento viga para cada elemento que forma el marco.

En la Figura 3.1 se observan tres marcos con una topología diferente, el primero tiene un elemento viga para cada elemento del marco, dando como resultado tres elementos; el segundo marco está formado por seis elementos, lo que significa que cada elemento en el marco se subdividió en dos elementos y por último el tercer marco está formado por nueve elementos, es decir cada elemento se subdividió a su vez en tres elementos.

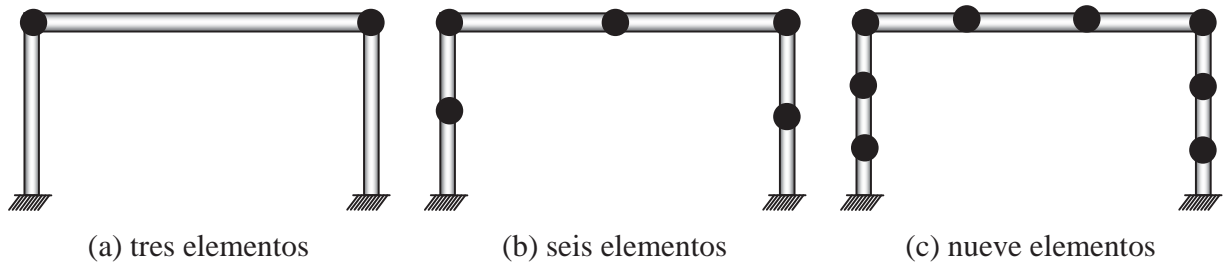


Figura 3.1 Marcos planos modelados con la formulación de masas consistentes

Para calcular las frecuencias de vibrar del marco de la figura anterior se compiló un programa en Fortran dado por Murhopadhyay, (2000), que se enlista junto con el archivo de datos y resultados en el apéndice B.

Los porcentajes de error para el cálculo de las frecuencias de los modos antisimétricos para un marco plano cuadrado se muestra en la Figura 3.2

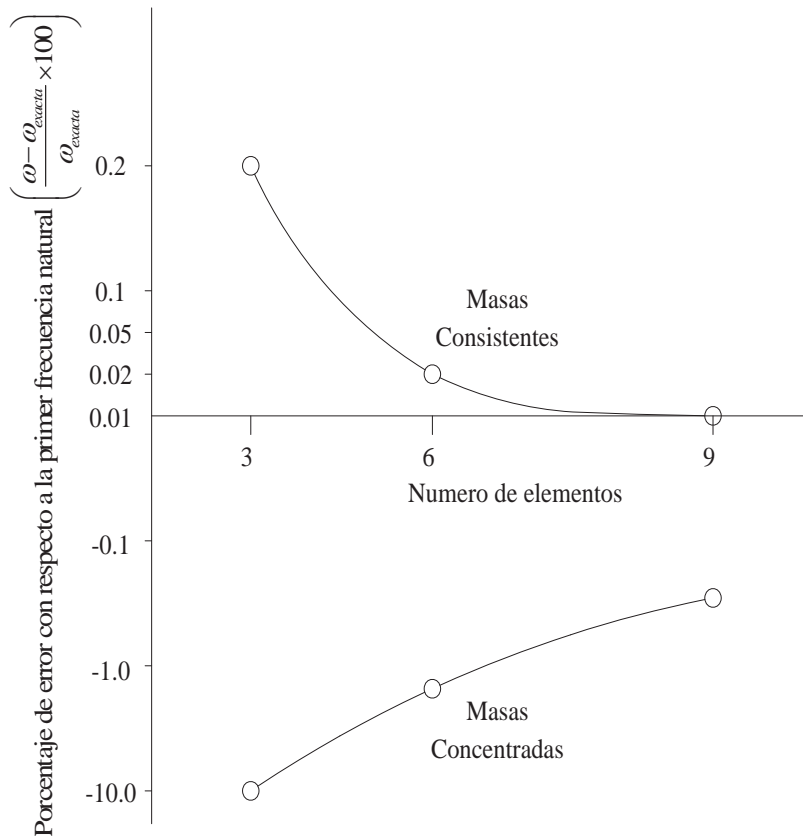


Figura 3.2 Porcentajes de error para el cálculo de las frecuencias de los modos anti simétricos de un marco cuadrado.

3.3 VIGA SIMPLEMENTE APOYADA EN VIBRACIÓN FORZADA

Si consideramos una Máquina excitadora colocada en el centro del claro de una viga simplemente apoyada con longitud $l(m)$ que vibra verticalmente generando una fuerza de $f_0 \cos \omega t$ como se muestra en la Figura 3.3 Si se considera la solución cerrada del problema, se debe considerar la viga como un sistema con masa continua (W. de Silva, 2000).

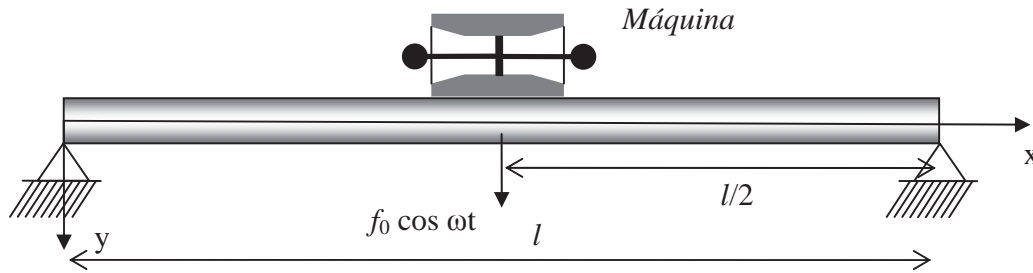


Figura 3.3 Máquina sobre una viga simplemente apoyada.

Inicialmente la estructura esta en reposo tal que en la posición de equilibrio estático la viga tiene las siguientes condiciones iniciales:

$$v(x,0) = 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} = 0 \quad \text{en } t = 0 \quad (3.4)$$

se requiere obtener la respuesta trasversal $v(x,t)$ de la viga. Primero se determina $q_j(t)$ en términos de la amplitud de la fuerza, f_0 y de la frecuencia de cada modo, ω_j en función de los parámetros del área transversal de la viga y de su masa, se supone además que la viga tiene muy poco amortiguamiento.

Usando la función delta de Dirac, $\delta(x)$, se puede expresar la ecuación de movimiento forzado de la viga como (W. de Silva, 2000):

$$EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = f_0 \cos(\omega t) \delta\left(x - \frac{l}{2}\right) \quad (3.5)$$

Sustituyendo $v(x,t) = \sum_i Y_i(x) q_i(t)$ donde las formas modales normalizadas para la viga simplemente apoyada son:

$$Y_i(x) = \frac{\sin i\pi x}{l} \quad (3.6)$$

Multiplicando por $Y_j(x)$ e integrando sobre el intervalo $x = [0, l]$, y usando las propiedades de ortogonales de las formas modales se obtiene:

$$EI \left(\frac{i\pi}{l} \right)^4 \frac{l}{2} q_j(t) + \rho A \frac{l}{2} \ddot{q}_j = f_0 \cos \omega t \sin \frac{j\pi}{2} \quad (3.7)$$

Se debe recordar que para cualquier función $p(x)$ se tiene:

$$\int_{a^-}^{a^+} p(x) \delta(x-a) dx = p(a) \quad (3.8)$$

Por lo tanto podemos escribir la ecuación de movimiento como,

$$\ddot{q}_j + \omega_j^2 q_j = \alpha_j \cos(\omega t) \quad (3.9)$$

donde

$$\alpha_j = \frac{2f_0}{\rho A l} \sin \left(j \frac{\pi}{2} \right) \quad (3.10)$$

Las condiciones iniciales se satisfacen únicamente si $q_j(0)=0$ y $\dot{q}(0)=0$ para todo j . Entonces la solución completa de la ecuación es:

$$q_j(t) = \frac{\alpha_j}{(\omega_j^2 - \omega^2)} [\cos \omega t - \cos \omega_j t] \quad (3.11)$$

Por lo que la respuesta estacionaria está dada por:

$$v_{ss}(x,t) = \frac{2f_0}{\rho A l} \cos \omega t \sum \frac{\sin \left(\frac{j\pi}{2} \right) \sin \left(\frac{j\pi x}{l} \right)}{(\omega_j^2 - \omega^2)} \quad (3.12)$$

Si la máquina está ubicada en el centro del claro, es decir, $x = \frac{l}{2}$, la respuesta estacionaria es,

$$\begin{aligned} v_{ss} \left(\frac{l}{2}, t \right) &= \frac{2f_0}{\rho A l} \cos \omega t \sum \frac{\left[\text{sen} \left(\frac{j\pi}{2} \right) \right]^2}{(\omega_j^2 - \omega^2)} \\ &= \frac{2f_0}{\rho A l} \cos \omega t \left[\frac{1}{(\omega_1^2 - \omega^2)} + \frac{1}{(\omega_3^2 - \omega^2)} + \frac{1}{(\omega_5^2 - \omega^2)} + \dots \right] \end{aligned} \quad (3.13)$$

Se puede notar que únicamente los modos impares (1, 3, 5...) contribuyen a la respuesta. Por lo tanto para una viga simplemente apoyada,

$$\omega_j = j^2 \omega_1 \text{ para } j = 1, 3, \dots \quad (3.14)$$

donde

$$\omega_1 = \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (3.15)$$

La respuesta adimensional en el centro del claro correspondiente a la respuesta estacionaria es:

$$\bar{v} = \frac{\rho A l \omega_1^2}{2 f_0} v_{ss} \left(\frac{l}{2}, t \right) = \left[\frac{1}{(1^4 - \bar{\omega}^2)} + \frac{1}{(3^4 - \bar{\omega}^2)} + \frac{1}{(5^4 - \bar{\omega}^2)} + \dots \right] \cos \omega t \quad (3.16)$$

Si la frecuencia de excitación es adimensional $\bar{\omega} = \omega/\omega_1$, la amplitud es

$$v_0(\bar{\omega}) = \left| \frac{1}{(1^4 - \bar{\omega}^2)} + \frac{1}{(3^4 - \bar{\omega}^2)} + \frac{1}{(5^4 - \bar{\omega}^2)} + \dots \right| \quad (3.17)$$

Las características de la amplitud en función de la frecuencia de excitación adimensional se muestran en la Figura 3.4.

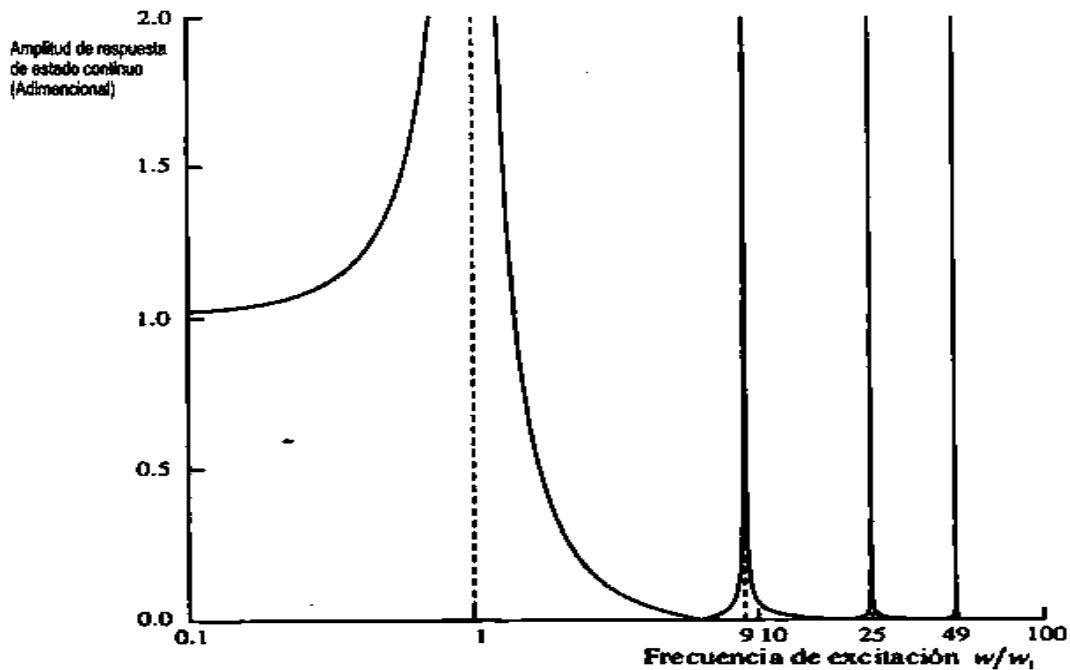


Figura 3.4 Amplitud de la respuesta estacionaria en dirección vertical en función de la frecuencia de excitación

Con este ejemplo se quiere poner en claro la ubicación que debe de tener la máquina excitadora sobre la estructura para que efectivamente se puedan detectar los modos de vibrar que se desean. En el caso de que un puente se modele como una viga simplemente apoyada y se deseen obtener por instrumentación las formas modales, si la máquina excitadora se coloca en el centro del claro del puente será posible amplificar únicamente los modos 1, 3, 5, ..., ya que los modos pares tienen un punto de inflexión (valor cero) en el centro del claro.

3.4 EJEMPLO DE APLICACIÓN 1

En general existen diferentes enfoques para identificar los diafragmas flexibles. Los tres más conocidos son: (1) diafragma flexible uniforme, (2) diafragma con huecos e irregularidades y (3) diafragmas rígidos unidos por elementos flexibles.

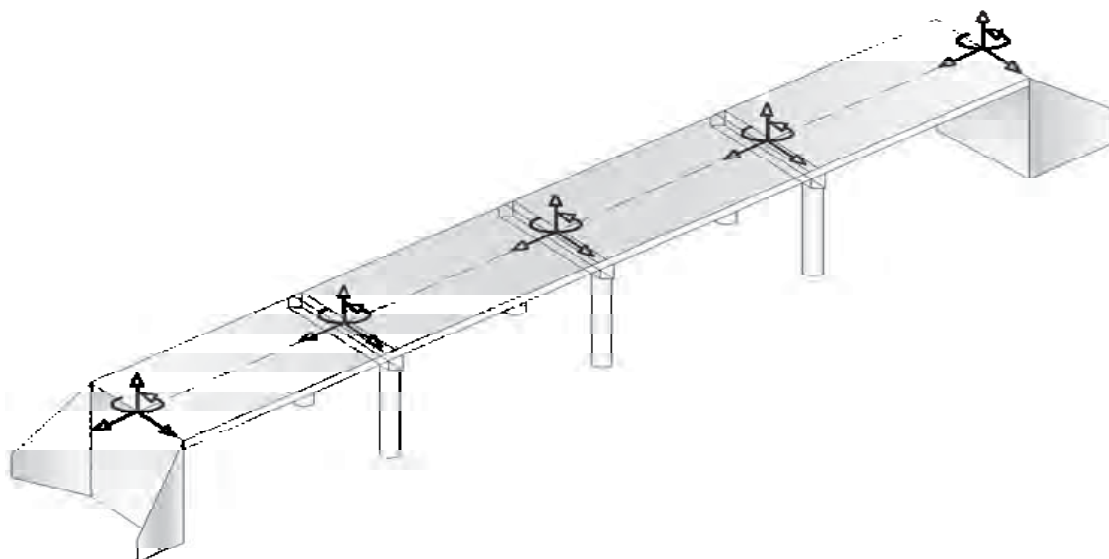


Figura 3.5 Diafragma flexible de un puente con eje recto

Dentro de lo que se puede clasificar como diafragma flexible uniforme se encuentran (García, 1998) los puentes de tipo continuo como el presentado en la Figura 3.5. En general un puente con eje recto en el sentido longitudinal se puede considerar como una estructura de diafragma rígido, la losa del tablero del puente es alargada, y cuando a un punto se le aplica una carga horizontal en su sentido trasversal a la calzada el planteamiento hipotético del diafragma rígido no es posible considerarlo, por lo que la flexibilidad del diafragma deberá ser considerada en el análisis.

Una forma de plantear la solución de movimiento de la estructura del diafragma flexible es como a continuación se muestra.

A cada uno de los elementos de apoyo del puente, marcos (pilas) y estribos, se le calcula su rigidez ante cargas horizontales en el sentido que se muestra en la Figura 3.6. Los grados de libertad generales de la estructura son planteados tal que hay desplazamientos trasversales, y existe una posibilidad de giro, en cada uno de los puntos de conexión entre los diafragmas y los elementos de apoyo. Para que se tenga en cuenta la rigidez de los diafragmas, éste se debe suponer que se encuentra formado por vigas colocadas de tal forma que el espesor h , de la sección transversal se encuentra ubicado horizontalmente y el ancho, b verticalmente. La masa puede concentrarse en los grados de libertad traslacionales considerando la masa concentrada o bien generarla por medio de la matriz consistente de masas.

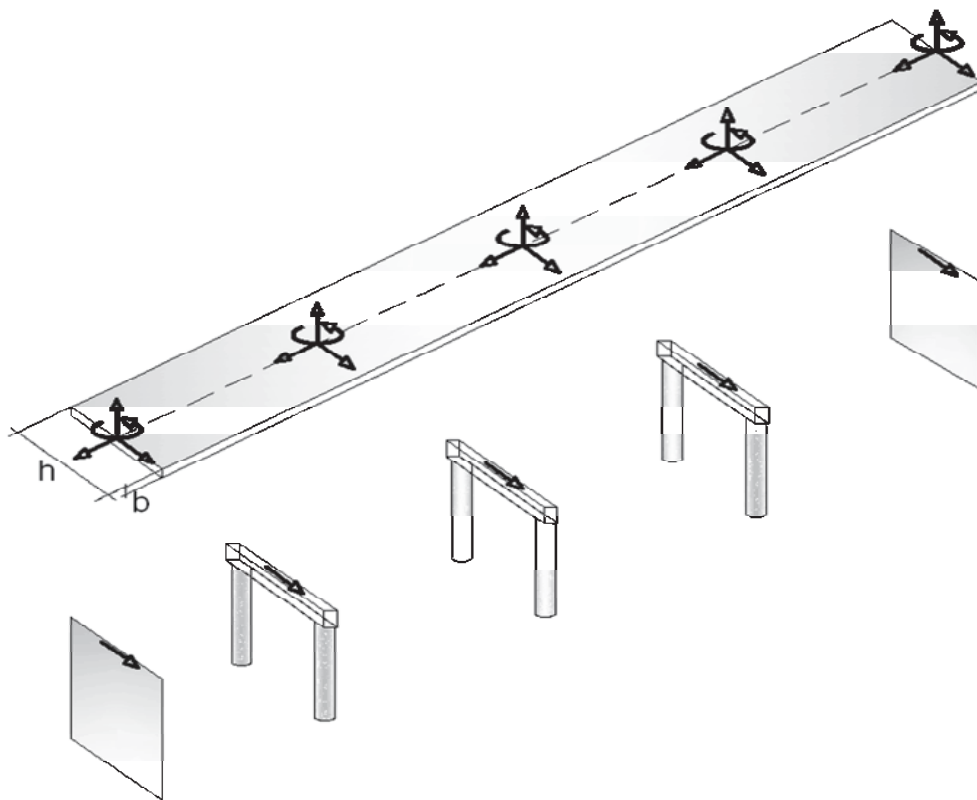


Figura 3.6 Elementos de soporte de un puente continuo

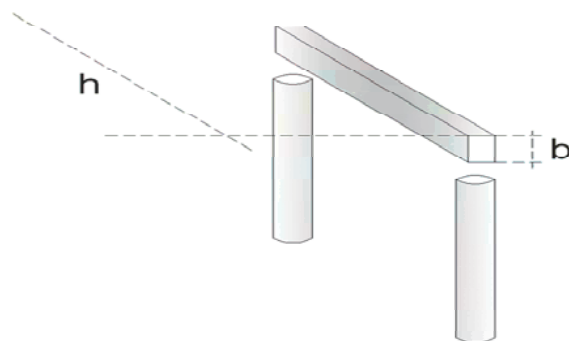


Figura 3.7 Tipología del marco tipo

En la Figura 3.7 se presenta la tipología del marco tipo. Plantearemos las ecuaciones de movimiento en sentido trasversal de un puente continuo. Se trata de un puente de cuatro claros de 12m cada uno, con un ancho de calzada de 6m y un peralte de losa de 0.5m como se muestra en la Figura 3.8.

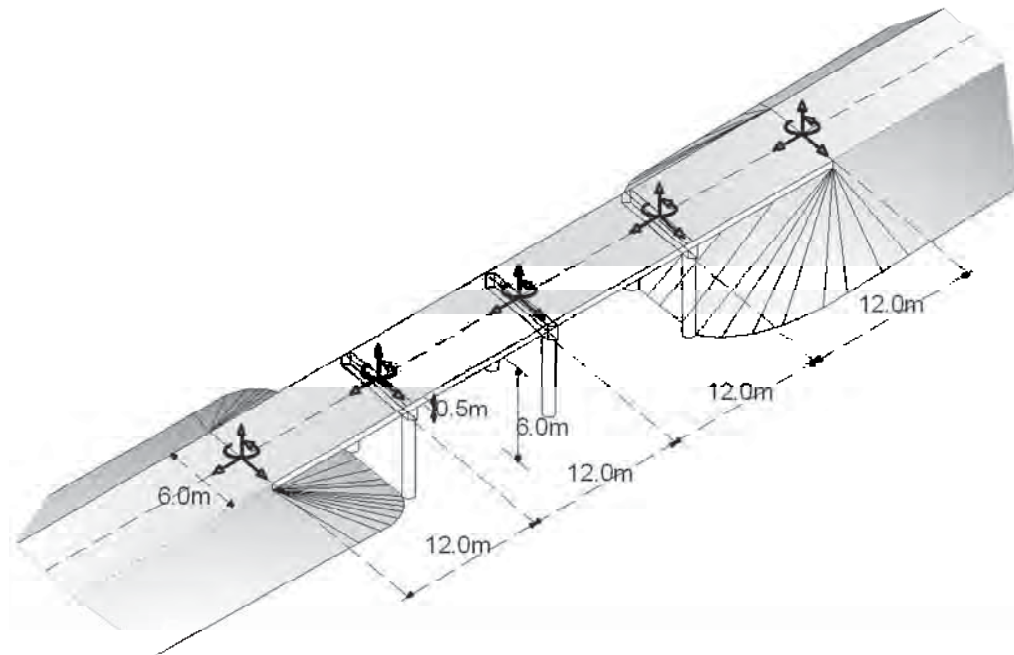


Figura 3.8 Esquema general del puente continuo

En sus extremos se cuenta con estribos los que dan apoyo a las cargas verticales por medio de un apoyo elastomérico el cual permite solo desplazamiento longitudinal y rotación con respecto a un eje vertical, pero se restringe cualquier desplazamiento trasversal. Los de apoyo, se encuentran espaciados a cada 12m, y tienen una altura de 6m, están formados por pilas circulares de 1m de diámetro. Las vigas del marco tienen un peralte de 1m y un ancho de 0.7m. Todos los elementos están fabricados de concreto y son de una resistencia de 30MPa.

Primeramente se deberán encontrar la rigideces ante cargas horizontales para los marcos de apoyo del puente. Para conseguir esto se deberán determinar las matrices de rigidez de los elementos en coordenadas globales del marco.

La matriz de rigideces elemental en coordenadas globales de una viga es:

$$[K_e] = \begin{bmatrix} \left(c^2 \cdot \frac{EA}{L} + s^2 \cdot 12 \frac{EI}{L^3} \right) & \left(cs \cdot \frac{EA}{L} - cs \cdot 12 \frac{EI}{L^3} \right) & - \left(s \cdot 6 \frac{EI}{L^2} \right) & - \left(c^2 \cdot \frac{EA}{L} + s^2 \cdot 12 \frac{EI}{L^3} \right) & - \left(cs \cdot \frac{EA}{L} - cs \cdot 12 \frac{EI}{L^3} \right) & - \left(s \cdot 6 \frac{EI}{L^2} \right) \\ \left(cs \cdot \frac{EA}{L} - cs \cdot 12 \frac{EI}{L^3} \right) & \left(s^2 \cdot \frac{EA}{L} + c^2 \cdot 12 \frac{EI}{L^3} \right) & \left(c \cdot 6 \frac{EI}{L^2} \right) & - \left(cs \cdot \frac{EA}{L} - cs \cdot 12 \frac{EI}{L^3} \right) & - \left(s^2 \cdot \frac{EA}{L} + c^2 \cdot 12 \frac{EI}{L^3} \right) & \left(c \cdot 6 \frac{EI}{L^2} \right) \\ - \left(s \cdot 6 \frac{EI}{L^2} \right) & \left(c \cdot 6 \frac{EI}{L^2} \right) & \left(4 \frac{EI}{L} \right) & \left(s \cdot 6 \frac{EI}{L^2} \right) & - \left(c \cdot 6 \frac{EI}{L^2} \right) & \left(2 \frac{EI}{L} \right) \\ - \left(c^2 \cdot \frac{EA}{L} + s^2 \cdot 12 \frac{EI}{L^3} \right) & - \left(cs \cdot \frac{EA}{L} - cs \cdot 12 \frac{EI}{L^3} \right) & \left(s \cdot 6 \frac{EI}{L^2} \right) & \left(c^2 \cdot \frac{EA}{L} + s^2 \cdot 12 \frac{EI}{L^3} \right) & \left(cs \cdot \frac{EA}{L} - cs \cdot 12 \frac{EI}{L^3} \right) & \left(s \cdot 6 \frac{EI}{L^2} \right) \\ - \left(cs \cdot \frac{EA}{L} - cs \cdot 12 \frac{EI}{L^3} \right) & - \left(s^2 \cdot \frac{EA}{L} + c^2 \cdot 12 \frac{EI}{L^3} \right) & - \left(c \cdot 6 \frac{EI}{L^2} \right) & \left(cs \cdot \frac{EA}{L} - cs \cdot 12 \frac{EI}{L^3} \right) & - \left(s^2 \cdot \frac{EA}{L} + c^2 \cdot 12 \frac{EI}{L^3} \right) & - \left(c \cdot 6 \frac{EI}{L^2} \right) \\ - \left(s \cdot 6 \frac{EI}{L^2} \right) & \left(c \cdot 6 \frac{EI}{L^2} \right) & \left(2 \frac{EI}{L} \right) & \left(s \cdot 6 \frac{EI}{L^2} \right) & - \left(c \cdot 6 \frac{EI}{L^2} \right) & \left(4 \frac{EI}{L} \right) \end{bmatrix}$$

en donde, E módulo de elasticidad del concreto, A área de la sección trasversal de la viga, I momento de inercia de las sección trasversal, L longitud del claro entre apoyo, s seno α , c coseno α , α ángulo entre el eje x local y el eje X global.

En la Figura 3.9 se muestra una tipología de un marco de apoyo, los nodos y las conectividades.

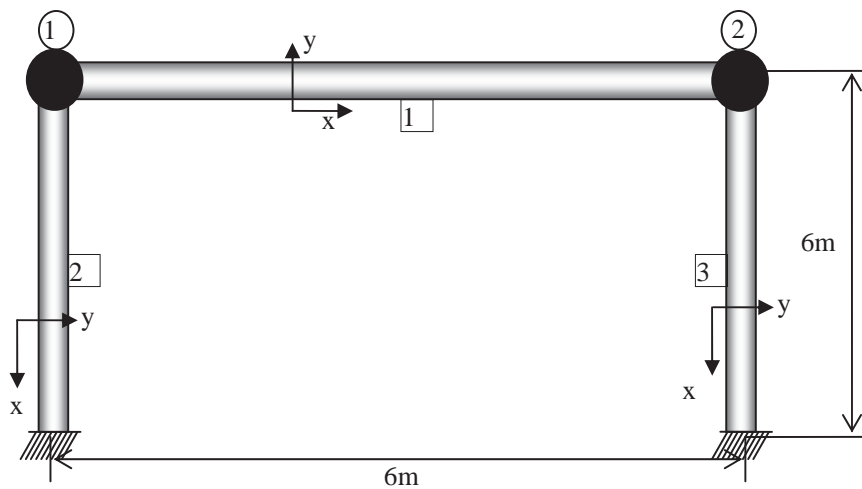


Figura 3.9 Tipología del diagrama de cuerpo libre del marco

Iniciando con los elementos 2 y 3 (Columnas del marco Figura 3.9) que cuentan con las siguientes propiedades:

Diámetro, $\phi = 1.0\text{m}$

$$\text{momento de inercia, } I = \frac{\pi\phi^2}{32} = 0.0982 \text{ m}^4$$

$$\text{área de la sección transversal, } A = \frac{\pi\phi^2}{4} = 0.7854 \text{ m}^2$$

longitud entre apoyos, $L = 6\text{m}$

$$\text{módulo de elasticidad del concreto, } E = 4000\sqrt{f'c} = 22\,000 \text{ MPa} = 22 \text{ GPa}$$

El sistema de coordenadas local está orientado con su eje x en dirección hacia abajo, por lo que el ángulo α es 90° . A continuación se calcularán las constantes de la matriz de rigideces en coordenadas globales, considerando que

$$c = \cos \alpha = 0.0$$

$$s = \sin \alpha = 1.0$$

$$\rho = \frac{EI}{L^3} = \frac{(22\text{GPa})(0.0982\text{m}^4)}{(6\text{m})^3} = 0.01 \text{ GPa m} = 10 \text{ MPa m} = 10\,000 \text{ kN/m}$$

$$\beta = \frac{AL^2}{I} = \frac{0.7854\text{m}^2(6\text{m})^2}{0.0982\text{m}^4} = 288$$

La matriz de rigidez del elemento columna en , kN/m y kN m/rad, es la siguiente:

$$\left[k_{col} \right] = 10^3 \times \begin{array}{c|c|c|c|c|c} & \text{Nodo i} & & & \text{Nodo j} & \\ \hline & 120.022 & 0 & -360.07 & -120.02 & 0 & -360.07 \\ \hline & 0 & 2879.8 & 0 & 0 & -2879.8 & 0 \\ \hline & -360.07 & 0 & 1440.3 & 360.067 & 0 & 720.13 \\ \hline & -120.02 & 0 & 360.07 & 120.022 & 0 & 360.07 \\ \hline & 0 & -2879.8 & 0 & 0 & 2879.8 & 0 \\ \hline & 360.07 & 0 & 720.13 & 360.067 & 0 & 1440.3 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{c|c} k_{ii}^{col} & k_{ij}^{col} \\ \hline k_{ji}^{col} & k_{jj}^{col} \end{array}$$

Para el elemento 1, o elemento viga se tienen los siguientes datos:

alto, $h = 1.0$ m

ancho, $b = 0.70$ m

momento de inercia, $I = \frac{bh^3}{12} = 0.0583$ m⁴

área sección transversal, $A = bh = 0.7$ m²

longitud claro, $L = 6$ m

módulo de elasticidad del concreto, $E = 4000\sqrt{f'c} = 22\,000$ MPa = 22 GPa

El sistema de coordenadas local coinciden con el global por lo tanto α es 0°.

Constantes que se sustituirán en la matriz de rigideces

$c = \cos \alpha = 1.0$

$s = \sin \alpha = 0.0$

$\rho = \frac{EI}{L^3} = \frac{(22GPa)(0.0982m^4)}{(6m)^3} = 0.01$ GPa m = 10 MPa m = 10 000 kN/m

$\beta = \frac{AL^2}{I} = \frac{0.7854m^2(6m)^2}{0.0982m^4} = 288$

Y la matriz de rigidez del elemento viga es la siguiente:

$$\left[k_{viga} \right] = 10^3 \times \begin{array}{c|c|c|c|c|c} & \text{Nodo i} & & & \text{Nodo j} & \\ \hline & 2566.67 & 0 & 0 & -2566.7 & 0 & 0 \\ \hline & 0 & 71.2556 & 213.77 & 0 & -71.26 & 213.77 \\ \hline & 0 & 0 & 1440.3 & 360.067 & 0 & 720.13 \\ \hline & -2566.7 & 0 & 0 & 2566.67 & 0 & 0 \\ \hline & 0 & -71.256 & -213.77 & 0 & 71.256 & -213.77 \\ \hline & 0 & 213.767 & 427.53 & 0 & -213.8 & 855.07 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{c|c} k_{ii}^{vig} & k_{ij}^{vig} \\ \hline k_{ji}^{vig} & k_{jj}^{vig} \end{array}$$

La matriz de rigideces del elemento 3, es la misma que la del elemento 1, entonces se tiene que la matriz del elemento 3 es:

$$\left[k_{col} \right] = 10^3 \times \begin{array}{c|c|c|c|c|c} & \text{Nodo i} & & & \text{Nodo j} & \\ \hline & 120.022 & 0 & -360.07 & -120.02 & 0 & -360.07 \\ \hline & 0 & 2879.8 & 0 & 0 & -2879.8 & 0 \\ \hline & -360.07 & 0 & 1440.3 & 360.067 & 0 & 720.13 \\ \hline & -120.02 & 0 & 360.07 & 120.022 & 0 & 360.07 \\ \hline & 0 & -2879.8 & 0 & 0 & 2879.8 & 0 \\ \hline & 360.07 & 0 & 720.13 & 360.067 & 0 & 1440.3 \\ \hline \end{array} = \left[\begin{array}{c|c} k_{ii}^{col} & k_{ij}^{col} \\ \hline k_{ji}^{col} & k_{jj}^{col} \end{array} \right]$$

Ahora se deberá encontrar la matriz de efectos horizontales para cada uno de los marcos.

Se iniciará con el marco del eje A.

La forma de la matriz total es:

$$\left[K_{global} \right] = \left[\begin{array}{c|c} k_{ii}^1 + k_{ii}^2 & k_{ij}^1 \\ \hline k_{ji}^1 & k_{jj}^1 + k_{ii}^3 \end{array} \right]$$

$$\left[k_{global} \right] = 10^3 \times \begin{array}{c|c|c|c|c|c} & 120.022 & 0 & 360.07 & -2566.7 & 0 & 0 \\ \hline & 0 & 2951.06 & 213.77 & 0 & -71.256 & 213.77 \\ \hline & 360.067 & 213.767 & 2295.3 & 0 & -213.77 & 427.53 \\ \hline & -2566.7 & 0 & 0 & 2446.64 & 0 & 360.07 \\ \hline & 0 & -71.256 & -213.77 & 0 & -2808.5 & -213.77 \\ \hline & 0 & 213.767 & 427.53 & 360.067 & -213.77 & 2295.3 \\ \hline \end{array}$$

y la matriz de rigidez del marco después de haber eliminado las deformaciones axiales de los elementos es:

$$\left[k_{sv} \right] = 10^3 \times \begin{array}{c|c|c} U_{1x} & U_{1z} & U_{2z} \\ \hline 240.0 & 360.0 & 360.0 \\ \hline 360.0 & 2295.3 & 427.5 \\ \hline 360.0 & 427.5 & 2295.3 \end{array} \begin{array}{l} \downarrow gdl \\ U_{1x} \\ U_{1z} \\ U_{2z} \end{array}$$

Ahora debemos condensar los grados de libertad de rotación en los nodos. La matriz anterior se particional de la siguiente manera

$$k_{sv} = 10^3 \times \left[\begin{array}{c|c|c} 240.0 & 360.0 & 360.0 \\ \hline 360.0 & 2295.3 & 427.5 \\ \hline 360.0 & 427.5 & 2295.3 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} k_{sv}^0 & k_{sv}^1 \\ \hline k_{sv}^2 & k_{sv}^3 \end{array} \right]$$

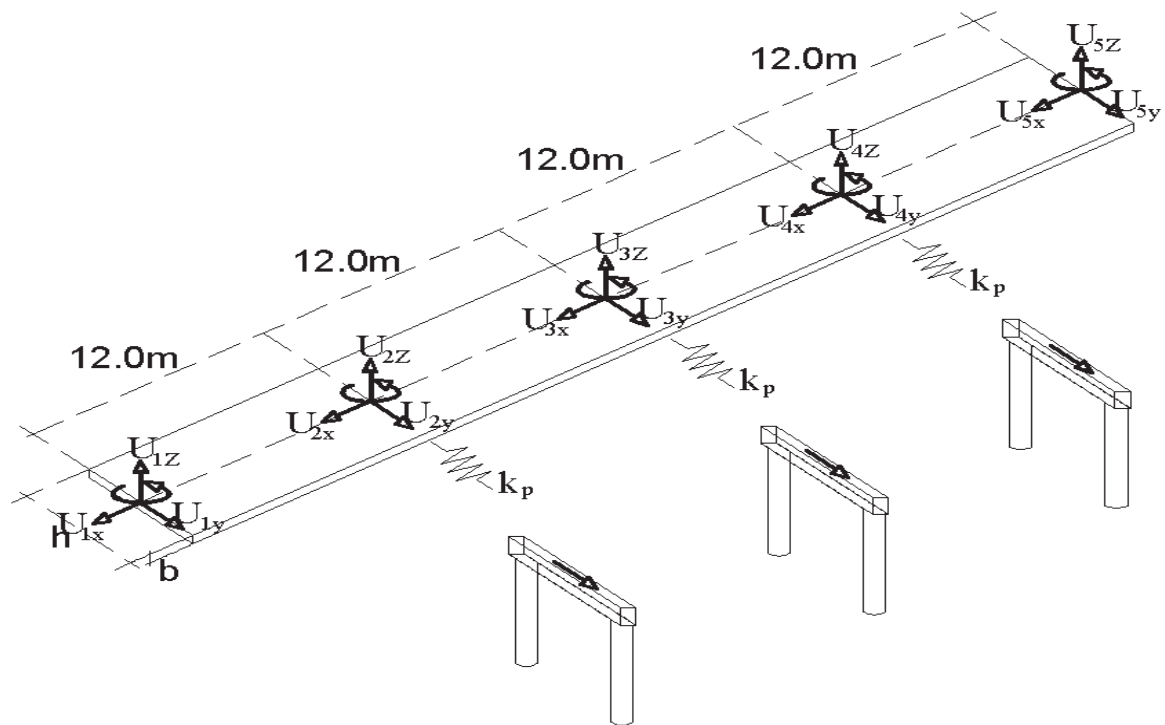


Figura 3.10 Grados de libertad de los diafragmas

La matriz inversa de $[k_{SV}^3]$ es:

$$[k_{SV}^3]^{-1} = 10^3 \times \begin{bmatrix} 0.0004513 & -8.406E-05 \\ -8.406E-05 & 0.0004513 \end{bmatrix}$$

$$[k_C] = \left[[k_{SV}^0] - [k_{SV}^1][k_{SV}^3]^{-1}[k_{SV}^2] \right] = [240000] - [95213] = [144820]$$

$$U_{1x} \downarrow gdl$$

$$[k_C^A] = [144820]U_{1x}$$

Esta matriz, tiene dimensiones de 1 por 1, y corresponde a la matriz de efectos horizontales de los marcos del puente en el sentido del plano del marco.

Los grados de libertad del diafragma se disponen como muestra la Figura 3.10 y 3.11 primero se determina la matriz de rigidez de las vigas del diafragma con los siguientes datos:

ancho, $h = 6.0m$

peralte, $b = 0.5m$

momento de inercia sección transversal, $I = \frac{bh^3}{12} = 9.0 m^4$

área de la sección transversal, $A = bh = 3.0 \text{ m}^2$

longitud entre apoyos, $L = 12.0\text{m}$

módulo de elasticidad, $E = 4000\sqrt{f'c} = 22000\text{MPa} = 22\text{GPa}$

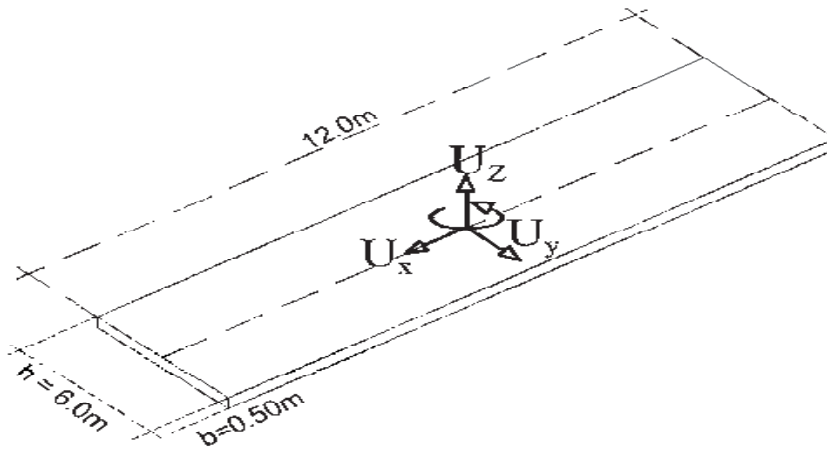


Figura 3.11 Grados de libertad del ejemplo del puente

El sistema de coordenadas local coincide con el global por lo tanto α es 0° y las constantes que se sustituirán en la matriz de rigideces son:

$$c = \cos \alpha = 1.0$$

$$s = \sin \alpha = 0.0$$

$$\rho = \frac{EI}{L^3} = \frac{22\text{GPa}(9)\text{m}^4}{(12\text{m})^3} = 0.115 \text{ GN/m} = 114\,583 \text{ kN/m}$$

$$\beta = \frac{AL^2}{I} = \frac{(3\text{m}^2)(12\text{m})^2}{9\text{m}^4} = 48$$

y la matriz de rigidez de la viga diafragma con longitud de 12m de claro es:

$$[k_{vigdia}] = 10^3 \times \begin{bmatrix} 5500 & 0 & 0 & -5500 & 0 & 0 \\ 0 & 1375 & 8250 & 0 & -1375 & 33000 \\ 0 & 8250 & 66000 & 0 & -8250 & 33000 \\ -5500 & 0 & 0 & 5500 & 0 & 0 \\ 0 & -1375 & -8250 & 0 & 1375 & -8250 \\ 0 & 8250 & 33000 & 0 & -8250 & 66000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{ii}^{vigdia} & k_{ij}^{vigdia} \\ k_{ji}^{vigdia} & k_{jj}^{vigdia} \end{bmatrix}$$

Y para el elemento viga diafragma se tiene:

$$\left[k_{v\grave{ig}dia} \right] = 10^3 \times \begin{bmatrix} 5500 & 0 & 0 & -5500 & 0 & 0 \\ 0 & 1375 & 8250 & 0 & -1375 & 33000 \\ 0 & 8250 & 66000 & 0 & -8250 & 33000 \\ -5500 & 0 & 0 & 5500 & 0 & 0 \\ 0 & -1375 & -8250 & 0 & 1375 & -8250 \\ 0 & 8250 & 33000 & 0 & -8250 & 66000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{ii}^{v\grave{ig}dia} & k_{ij}^{v\grave{ig}dia} \\ k_{ji}^{v\grave{ig}dia} & k_{jj}^{v\grave{ig}dia} \end{bmatrix}$$

Para el elemento viga diafragma 3 tenemos:

$$\left[k_{v\grave{ig}dia} \right] = 10^3 \times \begin{bmatrix} 5500 & 0 & 0 & -5500 & 0 & 0 \\ 0 & 1375 & 8250 & 0 & -1375 & 33000 \\ 0 & 8250 & 66000 & 0 & -8250 & 33000 \\ -5500 & 0 & 0 & 5500 & 0 & 0 \\ 0 & -1375 & -8250 & 0 & 1375 & -8250 \\ 0 & 8250 & 33000 & 0 & -8250 & 66000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{ii}^{v\grave{ig}dia} & k_{ij}^{v\grave{ig}dia} \\ k_{ji}^{v\grave{ig}dia} & k_{jj}^{v\grave{ig}dia} \end{bmatrix}$$

Para el elemento viga diafragma 4 tenemos:

$$\left[k_{v\grave{ig}dia} \right] = 10^3 \times \begin{bmatrix} 5500 & 0 & 0 & -5500 & 0 & 0 \\ 0 & 1375 & 8250 & 0 & -1375 & 33000 \\ 0 & 8250 & 66000 & 0 & -8250 & 33000 \\ -5500 & 0 & 0 & 5500 & 0 & 0 \\ 0 & -1375 & -8250 & 0 & 1375 & -8250 \\ 0 & 8250 & 33000 & 0 & -8250 & 66000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{ii}^{v\grave{ig}dia} & k_{ij}^{v\grave{ig}dia} \\ k_{ji}^{v\grave{ig}dia} & k_{jj}^{v\grave{ig}dia} \end{bmatrix}$$

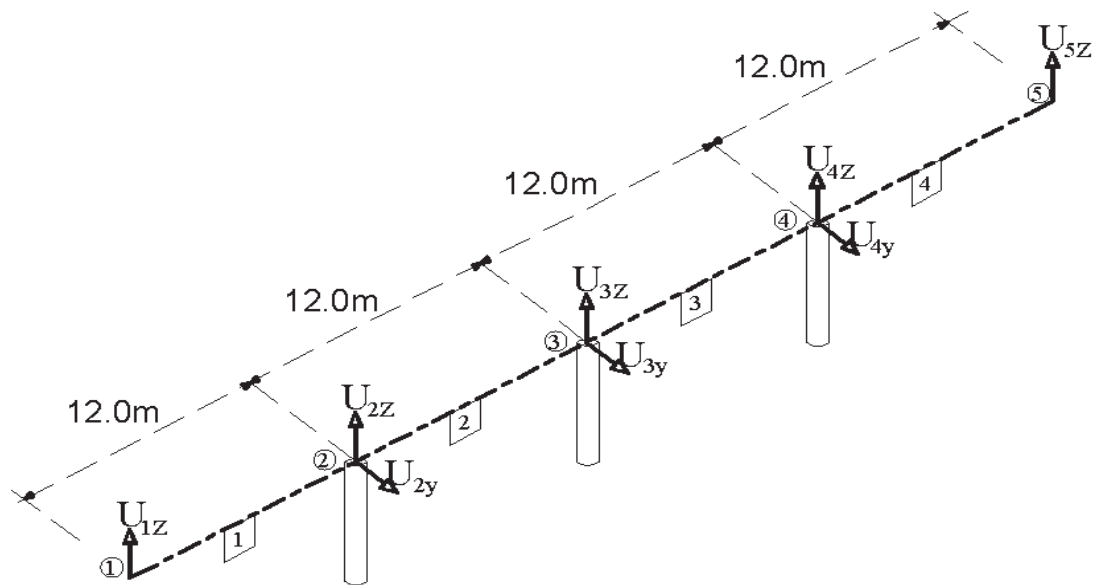


Figura 3.12 Diagrama de vigas diafragma

El esquema del ensamble de la matriz de rigidez es:

	1	2	3	4	5	\downarrow gdl
k_{jj}^1	k_{jj}^1	0	0	0	0	1
k_{ij}^1	$k_{ii}^1 + k_{jj}^2$	k_{jj}^2	0	0	0	2
0	k_{ij}^1	$k_{ii}^2 + k_{jj}^3$	k_{jj}^3	0	0	3
0	0	k_{ij}^3	$k_{ii}^3 + k_{jj}^4$	k_{jj}^4	0	4
0	0	0	k_{ij}^4	k_{ii}^4	0	5

Después de eliminar las deformaciones axiales de los elementos del diafragma $U_{1x} = U_{2x} = U_{3x} = U_{4x} = U_{5x} = 0$ y los grados de libertad de los apoyos de los nudos 1 y 5 $U_{1y} = U_{5y} = 0$, se tiene la siguiente matriz de rigidez de las vigas de diafragma:

$$[k_{\text{diafragma}}] = 10^3 \times \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} U_{2y} & U_{3y} & U_{4y} & U_{1z} & U_{2z} & U_{3z} & U_{4z} & U_{5z} \end{array} \\ \begin{array}{cccccccc} \left[\begin{array}{cccccccc} 2750 & -1375 & 0 & -8250 & 0 & 8250 & 0 & 0 \\ -1375 & 2750 & -1375 & 0 & -8250 & 0 & 8250 & 0 \\ 0 & -1375 & 2750 & 0 & 0 & -8250 & 0 & 8250 \\ -8250 & 0 & 0 & 66000 & 33000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -8250 & 0 & 33000 & 132000 & 33000 & 0 & 0 \\ 8250 & 0 & -8250 & 0 & 33000 & 132000 & 33000 & 0 \\ 0 & 8250 & 0 & 0 & 0 & 33000 & 132000 & 33000 \\ 0 & 0 & 8250 & 0 & 0 & 0 & 33000 & 66000 \end{array} \right] \end{array} \\ \begin{array}{c} \downarrow gdl \\ U_{2y} \\ U_{3y} \\ U_{4y} \\ U_{1z} \\ U_{2z} \\ U_{3z} \\ U_{4z} \\ U_{5z} \end{array} \end{array}$$

Ahora hay que incluir el efecto de los marcos transversales a la calzada. Esto se logra sumando la rigidez de cargas laterales de cada marco en los grados de libertad U_{2y} , U_{3y} y U_{4y} entonces la matriz de rigidez de la estructura en su totalidad es:

$$[k_E] = 10^3 \times \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} U_{2y} & U_{3y} & U_{4y} & U_{1z} & U_{2z} & U_{3z} & U_{4z} & U_{5z} \end{array} \\ \begin{array}{cccccccc} \left[\begin{array}{cccccccc} 2894.79 & -1375 & 0 & -8250 & 0 & 8250 & 0 & 0 \\ -1375 & 2894.79 & -1375 & 0 & -8250 & 0 & 8250 & 0 \\ 0 & -1375 & 2894.79 & 0 & 0 & -8250 & 0 & 8250 \\ -8250 & 0 & 0 & 66000 & 33000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -8250 & 0 & 33000 & 132000 & 33000 & 0 & 0 \\ 8250 & 0 & -8250 & 0 & 33000 & 132000 & 33000 & 0 \\ 0 & 8250 & 0 & 0 & 0 & 33000 & 132000 & 33000 \\ 0 & 0 & 8250 & 0 & 0 & 0 & 33000 & 66000 \end{array} \right] \end{array} \\ \begin{array}{c} \downarrow gdl \\ U_{2y} \\ U_{3y} \\ U_{4y} \\ U_{1z} \\ U_{2z} \\ U_{3z} \\ U_{4z} \\ U_{5z} \end{array} \end{array}$$

Para generar de masas de la estructura se utiliza la matriz elemental de masas consistentes para cada elemento del diafragma. La masa total del elemento es:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_{ii} & m_{ij} \\ m_{ji} & m_{jj} \end{bmatrix}$$

$$[m]_e = \frac{m}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 54 & -13L \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 13L & -3L^2 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 156 & -22L \\ 0 & -13L & 13L^2 & 0 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix}$$

$$m = L h b \gamma = (12\text{m})(6\text{m})(0.5\text{m})(2.4\text{Mg/m}^3) = 86.4 \text{ Mg}$$

$$m/420 = 0.206 \text{ Mg}$$

y la matriz de masa consistente del elemento es:

$$[m] = \begin{bmatrix} 28.8 & 0 & 0 & 14.4 & 0 & 0 \\ 0 & 32.09143 & 54.30857 & 0 & 11.10857 & -32.0914 \\ 0 & 54.30857 & 118.4914 & 0 & 32.09143 & -88.8686 \\ 14.4 & 0 & 0 & 28.8 & 0 & 0 \\ 0 & 11.10857 & 32.09143 & 0 & 32.09143 & -54.3086 \\ 0 & -32.0914 & -88.8686 & 0 & -54.3086 & 118.4914 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{ii} & m_{ij} \\ m_{ji} & m_{jj} \end{bmatrix}$$

Se utiliza el mismo esquema de ensamblaje que para la matriz de rigidez y se tachan las filas y columnas correspondientes a los apoyos u a las masas correspondientes a los grados de libertades axiales de los elementos, la cual nos conduce a la siguiente matriz de masas de la estructura:

$$[M_E] = \begin{array}{ccccccccc} U_{2y} & U_{3y} & U_{4y} & U_{1z} & U_{2z} & U_{3z} & U_{4z} & U_{5z} & \downarrow gdl \\ \begin{bmatrix} 64.28 & 11.12 & 0 & 32.14 & 0 & -32.14 & 0 & 0 \\ 11.12 & 64.28 & 11.12 & 0 & 32.14 & 0 & 32.14 & 0 \\ 0 & 11.12 & 64.28 & 0 & 0 & 32.14 & 0 & -32.14 \\ 32.14 & 0 & 0 & 118.66 & -88.99 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 32.14 & 0 & -88.99 & 237.32 & -88.99 & 0 & 0 \\ -32.14 & 0 & 32.14 & 0 & -88.99 & 237.32 & -88.99 & 0 \\ 0 & -32.14 & 0 & 0 & 0 & 88.99 & 237.32 & -88.99 \\ 0 & 0 & -32.14 & 0 & 0 & 0 & -88.99 & 118.66 \end{bmatrix} & \begin{array}{l} U_{2y} \\ U_{3y} \\ U_{4y} \\ U_{1z} \\ U_{2z} \\ U_{3z} \\ U_{4z} \\ U_{5z} \end{array} \end{array}$$

La matriz de transformación $\{\gamma\}$ es la siguiente:

$$\{\gamma\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

La matriz de masas consistente está referida a coordenadas locales del elemento y es posible trasformarla en coordenadas globales por el mismo procedimiento empleado para la matriz de rigidez del elemento.

La forma de hacer el ensamble de la matriz masas también es similar al procedimiento empleado para la matriz de rigidez del elemento.

$$[M_E]\{\gamma\} = \begin{bmatrix} -75.40 \\ -86.52 \\ -75.40 \\ -32.14 \\ -32.14 \\ 0 \\ 32.14 \\ 32.14 \end{bmatrix}$$

y las ecuaciones de movimiento transversal del puente son:

$$[M_E]\{\ddot{u}\} + [K_E]\{u\} = -[M_E]\{\gamma\}\{\ddot{x}_0\}$$

$$\begin{bmatrix} 64.28 & 11.12 & 0 & 32.14 & 0 & -32.14 & 0 & 0 \\ 11.12 & 64.28 & 11.12 & 0 & 32.14 & 0 & 32.14 & 0 \\ 0 & 11.12 & 64.28 & 0 & 0 & 32.14 & 0 & -32.14 \\ \hline 32.14 & 0 & 0 & 118.66 & -88.99 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 32.14 & 0 & -88.99 & 237.32 & -88.99 & 0 & 0 \\ -32.14 & 0 & 32.14 & 0 & -88.99 & 237.32 & -88.99 & 0 \\ 0 & -32.14 & 0 & 0 & 0 & 88.99 & 237.32 & -88.99 \\ 0 & 0 & -32.14 & 0 & 0 & 0 & -88.99 & 118.66 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{U}_{2y} \\ \ddot{U}_{3y} \\ \ddot{U}_{4y} \\ \ddot{U}_{1z} \\ \ddot{U}_{2z} \\ \ddot{U}_{3z} \\ \ddot{U}_{4z} \\ \ddot{U}_{5z} \end{Bmatrix}$$

$$+10^3 \times \begin{bmatrix} 2894.8 & -1375 & 0 & -8250 & 0 & 8250 & 0 & 0 \\ -1375 & 2894.8 & -1375 & 0 & -8250 & 0 & 8250 & 0 \\ 0 & -1375 & 2894.8 & 0 & 0 & -8250 & 0 & 8250 \\ \hline -8250 & 0 & 0 & 66000 & 33000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -8250 & 0 & 33000 & 132000 & 33000 & 0 & 0 \\ 8250 & 0 & -8250 & 0 & 33000 & 132000 & 33000 & 0 \\ 0 & 8250 & 0 & 0 & 0 & 33000 & 132000 & 33000 \\ 0 & 0 & 8250 & 0 & 0 & 0 & 33000 & 66000 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{2y} \\ U_{3y} \\ U_{4y} \\ U_{1z} \\ U_{2z} \\ U_{3z} \\ U_{4z} \\ U_{5z} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -75.40 \\ -86.52 \\ -75.40 \\ -32.14 \\ -32.14 \\ 0 \\ 32.14 \\ 32.14 \end{Bmatrix} \{\ddot{X}_o\}$$

donde $\{\ddot{x}_0\}$ es el vector que contiene la aceleración del terreno.

En el caso de que se desee utilizar el modelo de masas concentradas para excitaciones transversales al eje del puente, tendremos que hacer los siguientes ajustes. Se procede a condensar los grados de libertad de giro de la matriz de rigidez, y se obtiene lo siguiente:

$$[K_E] = \begin{bmatrix} K_0 & K_1 \\ K_2 & K_3 \end{bmatrix} = \begin{array}{cccccccc|cccc} U_{2y} & U_{3y} & U_{4y} & U_{1z} & U_{2z} & U_{3z} & U_{4z} & U_{5z} & \downarrow & gdl & \\ \hline 2894.8 & -1375 & 0 & -8250 & 0 & 8250 & 0 & 0 & & U_{2y} & \\ -1375 & 2894.8 & -1375 & 0 & -8250 & 0 & 8250 & 0 & & U_{3y} & \\ 0 & -1375 & 2894.8 & 0 & 0 & -8250 & 0 & 8250 & & U_{4y} & \\ \hline -8250 & 0 & 0 & 66000 & 33000 & 0 & 0 & 0 & & U_{1z} & \\ 0 & -8250 & 0 & 33000 & 132000 & 33000 & 0 & 0 & & U_{2z} & \\ 8250 & 0 & -8250 & 0 & 33000 & 132000 & 33000 & 0 & & U_{3z} & \\ 0 & 8250 & 0 & 0 & 0 & 33000 & 132000 & 33000 & & U_{4z} & \\ 0 & 0 & 8250 & 0 & 0 & 0 & 33000 & 66000 & & U_{5z} & \end{array}$$

Posteriormente a la condensación de la matriz de rigidez se procederá a hacer la siguiente operación matricial para obtener la matriz de masas:

$$[K_C] = [K_0] - [K_1][K_3]^{-1}[K_2]$$

Realizando las operaciones anteriormente señaladas se tiene:

$$[K_C] = 10^3 \times \begin{array}{ccc|ccc} U_{2y} & U_{3y} & U_{4y} & \downarrow & gdl & \\ \hline 1274.3 & -1080.4 & 442.0 & & U_{2y} & \\ -1080.4 & 1716.2 & -1080.4 & & U_{3y} & \\ 442.0 & -1080.4 & 1274.3 & & U_{4y} & \end{array}$$

Como masa concentrada se utiliza la masa aferente que lleva a cada grado de libertad traslacional. La masa aferente e:

$$m = Lhby = (12m)(6m)(0.5m)(2.4Mg / m^3) = 86.4Mg$$

y entonces la ecuación de movimiento es:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K_c]\{u\} = -[M]\{\ddot{x}_0\}$$

$$\begin{bmatrix} 86.4 & 0 & 0 \\ 0 & 86.4 & 0 \\ 0 & 0 & 86.4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{U}_{2y} \\ \ddot{U}_{3y} \\ \ddot{U}_{4y} \end{Bmatrix} + 10^3 \times \begin{array}{ccc|ccc} 1274.3 & -1080.4 & 420.0 \\ -1080.4 & 1716.2 & -1080.4 \\ 442.0 & 1080.4 & 1274.3 \end{array} \begin{Bmatrix} U_{2y} \\ U_{3y} \\ U_{4y} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -86.4 \\ -86.4 \\ -86.4 \end{bmatrix} \{\ddot{x}_0\}$$

Como puede verse, este caso, la matriz de masas no es diagonal. Esto se debe a que se emplearon matrices consistentes de masas para modelar la masa del tablero de la estructura.

Los modelos y períodos de vibración son independientes de la parte derecha de las ecuaciones de equilibrio, pues corresponden a las características de la estructura en vibración libre. Al resolver el problema de valores propios planteado por la anterior ecuación de equilibrio, se obtienen las frecuencias y períodos mostrados en la tabla siguiente:

Tabla 3.1 Frecuencias y periodos del puente

Modo	$\omega^2 (rad/s)^2$	$\omega (rad/s)$	$f (Hertz)$	$T(s)$
1	2179	46.68	7.429	0.13461
2	9824	99.11	15.873	0.06340
3	44119	210.04	33.426	0.02992
4	158920	398.65	66.440	0.01576
5	403050	634.86	101.031	0.00990
6	1005500	1002.70	159.574	0.00627
7	2254200	1501.40	238.931	0.00419
8	3336700	1826.70	290.689	0.00344

Los modos de vibración correspondientes son:

$$[\Phi] = \begin{bmatrix} 0.053765 & -0.076513 & 0.055686 & 0 & -0.052262 & -0.069381 & 0.034296 & 0 \\ 0.076035 & 0 & -0.078752 & 0 & 0.073909 & 0 & 0.048502 & 0 \\ 0.053765 & 0.076513 & 0.055686 & 0 & -0.052262 & 0.069381 & 0.034296 & 0 \\ 0.005014 & -0.010109 & 0.015536 & -0.024535 & 0.036306 & 0.052795 & -0.076242 & 0.064908 \\ 0.003546 & 0 & -0.010985 & 0.024535 & -0.025672 & 0 & -0.053911 & 0.064908 \\ 0 & 0.010109 & 0 & -0.024535 & 0 & -0.052795 & 0 & 0.064908 \\ -0.003546 & 0 & 0.010985 & 0.024535 & 0.025672 & 0 & 0.053911 & 0.064908 \\ -0.005014 & -0.010109 & -0.015536 & -0.024535 & -0.036306 & 0.052795 & 0.076242 & 0.064908 \end{bmatrix}$$

Las primeras tres filas de la matriz $[\Phi]$ corresponden a los grados de libertad traslacionales en la dirección transversal del puente. Las filas restantes corresponden a los grados de libertad rotacionales.

En la Figura 3.9 se encuentran las deformaciones del tablero correspondiente a cada modo de vibración, vistas en planta. Debe recordarse que solo los valores relativos entre los términos de los modos tienen sentido, por lo tanto la escala empleada en la gráfica es la misma de los valores de los términos de la matriz $[\Phi]$

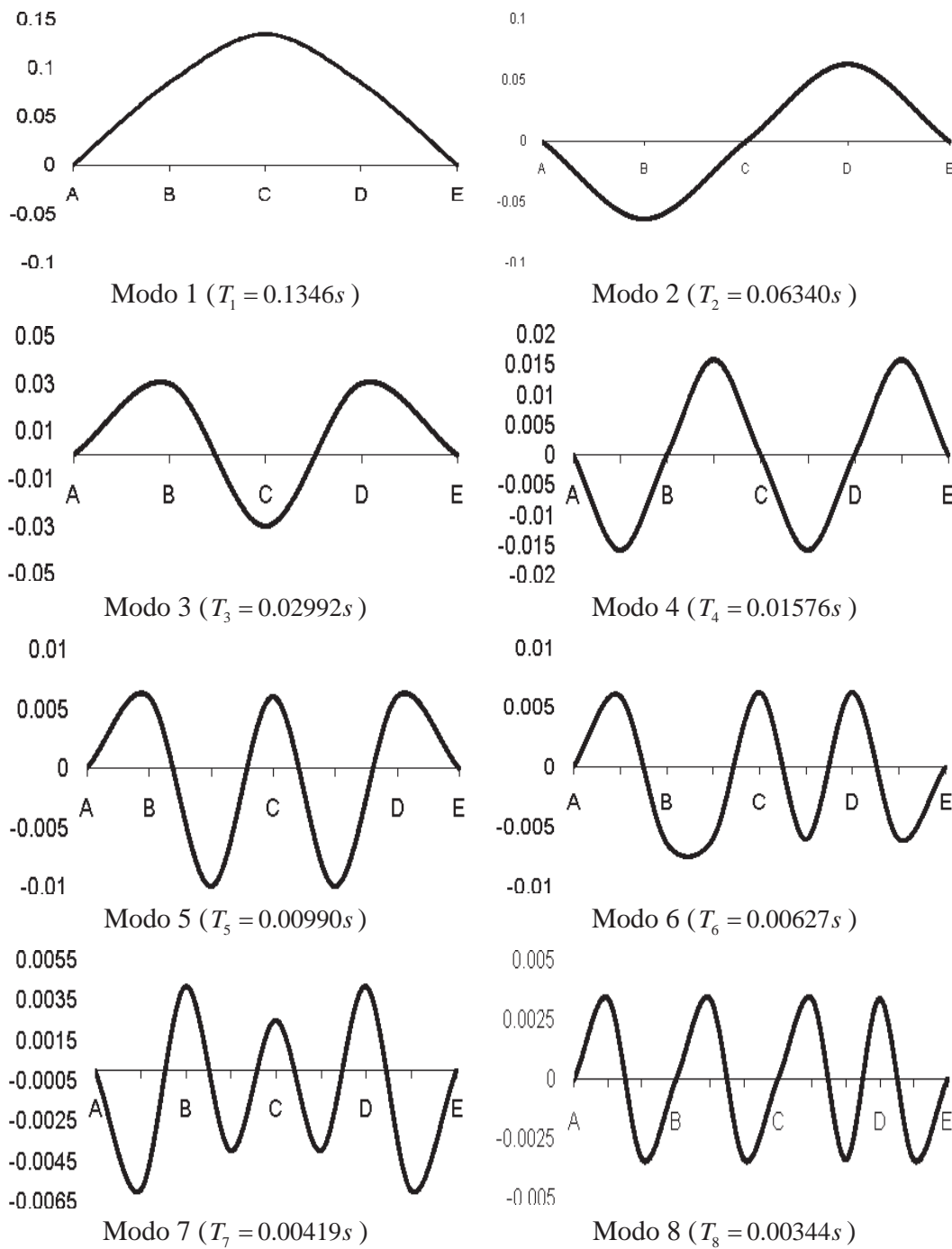


Figura 3.13 Modos (vistos en planta) y periodos de vibración de la estructura

Como se ve en la Figura 3.13 si se quisiera colocar la máquina excitadora para identificar el primer periodo de vibrar y su forma modal del puente, ésta debiera colocarse en el centro del claro del puente, que en este caso coincide con el apoyo del eje C y se tendría que hacer vibrar en la dirección vertical para excitar el modo en flexión con una frecuencia próxima de 46.68 rad/s .

3.5 EJEMPLO DE APLICACIÓN 2

A continuación se presenta un segundo ejemplo (García, 1998) en el que ahora se tiene un marco al que se le provoca vibración por medio de una máquina excitadora ubicada en la parte superior de la viga (Figura 3.14) este problema corresponde al caso de vibración forzada ante una excitación armónica.

Los elementos del marco que soporta la máquina tienen las siguientes características: ancho $b=0.4m$ y un peralte $h=0.8m$, con un material con módulo de elasticidad de $E=25GPa$, y el marco tiene una altura de $5.0m$.

La máquina se encuentra montada sobre una base que sólo transmite las vibraciones verticales, la cual induce una fuerza sobre los elementos de la estructura con amplitud de $3kN$ y frecuencia de vibrar: $\Omega=25Hz$, es de interés la influencia que provoca la máquina en la estructura, el amortiguamiento del sistema es de $\xi=1\%$ del crítico y se desprecia la contribución existente entre la masa de la estructura.

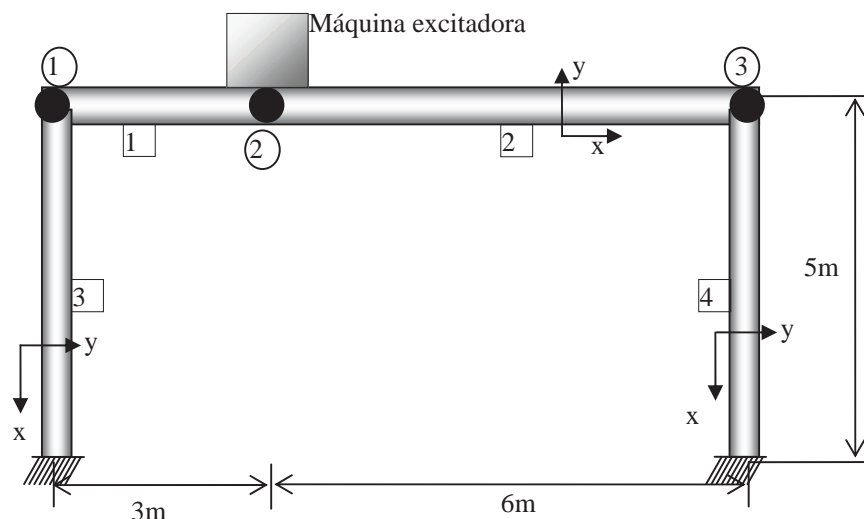


Figura 3.14 Representación de elementos marco y máquina excitadora

Los elementos y nodos de la estructura se numeran de la forma que se muestra en la Figura 3.14. El diafragma se considera infinitamente rígido en su plano, por lo que los grados de libertad horizontales en los nodos 2 y 3 son iguales a los grados de libertad horizontales en 1, los grados de libertad verticales de los nodos en 1 y 3, así como todas las rotaciones de los nudos se condensan

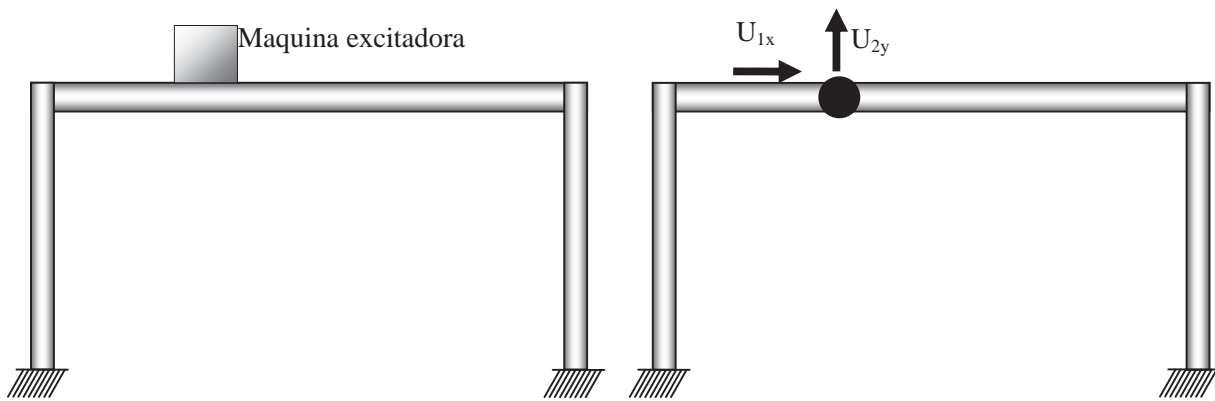


Figura 3.15 Esquema del diagrama de cuerpo libre marco y la máquina excitadora

Para el elemento vigas tenemos que la matriz de rigidez es:

$$[K_{viga1}] = 10^3 \times \begin{bmatrix} 2666.67 & 0 & 0 & -2666.67 & 0 & 0 \\ 0 & 189.633 & 284.45 & 0 & -189.63 & 284.45 \\ 0 & 284.45 & 568.9 & 0 & -284.45 & 284.45 \\ -2666.67 & 0 & 0 & 2666.67 & 0 & 0 \\ 0 & -189.63 & -284.45 & 0 & 189.63 & -284.45 \\ 0 & 284.45 & 284.45 & 0 & -284.45 & 568.9 \end{bmatrix} \begin{matrix} U_{ix} \\ U_{iy} \\ U_{iz} \\ U_{jx} \\ U_{jy} \\ U_{jz} \end{matrix}$$

Para el elemento viga 2, la matriz de rigidez es:

$$[K_{viga2}] = 10^3 \times \begin{bmatrix} 1333.33 & 0 & 0 & -1333.33 & 0 & 0 \\ 0 & 23.7042 & 71.1125 & 0 & -23.704 & 71.1125 \\ 0 & 71.1125 & 284.45 & 0 & -71.1125 & 142.23 \\ -1333.33 & 0 & 0 & 1333.33 & 0 & 0 \\ 0 & -23.7042 & -71.1125 & 0 & 23.704 & -71.1125 \\ 0 & 71.1125 & 142.23 & 0 & -71.1125 & 284.45 \end{bmatrix} \begin{matrix} U_{ix} \\ U_{iy} \\ U_{iz} \\ U_{jx} \\ U_{jy} \\ U_{jz} \end{matrix}$$

Para el elemento columnas 3,

$$[K_{columna3}] = 10^3 \times \begin{bmatrix} 40.9608 & 0 & -102.4 & -40.961 & 0 & -102.4 \\ 0 & 1600 & 0 & 0 & -1600 & 0 \\ -102.4 & 0 & 341.34 & 102.402 & 0 & 170.67 \\ -40.961 & 0 & 102.4 & 40.9608 & 0 & 102.4 \\ 0 & -1408 & 0 & 0 & 1408 & 0 \\ -102.4 & 0 & 170.67 & 102.402 & 0 & 341.34 \end{bmatrix} \begin{matrix} U_{ix} \\ U_{iy} \\ U_{iz} \\ U_{jx} \\ U_{jy} \\ U_{jz} \end{matrix}$$

Para el elemento columnas 4,

$$[K_{columna4}] = 10^3 \times \begin{bmatrix} 40.9608 & 0 & -102.4 & -40.961 & 0 & -102.4 \\ 0 & 1600 & 0 & 0 & -1600 & 0 \\ -102.4 & 0 & 341.34 & 102.402 & 0 & 170.67 \\ -40.961 & 0 & 102.4 & 40.9608 & 0 & 102.4 \\ 0 & -1600 & 0 & 0 & 1600 & 0 \\ -102.4 & 0 & 170.67 & 102.402 & 0 & 341.34 \end{bmatrix} \begin{matrix} U_{ix} \\ U_{iy} \\ U_{iz} \\ U_{jx} \\ U_{jy} \\ U_{jz} \end{matrix}$$

La matriz de rigideces de toda la estructura, eliminando los términos de los apoyos y las deformaciones axiales de los elementos viga y ordenando para su condensación se tiene:

La matriz global de rigidez es:

$$[K_c] = 10^3 \times \begin{bmatrix} 213.338 & -213.34 & 0 & 71.113 & 0 & 0 \\ 0 & 853.35 & -23.704 & 142.23 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -71.113 & -71.113 & -1600 & 0 \\ 0 & 0 & 1623.7 & 625.79 & 0 & 170.67 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 512.01 \end{bmatrix} \begin{matrix} U_{1x} \\ U_{2y} \\ U_{3y} \\ U_{1y} \\ U_{1z} \\ U_{2z} \end{matrix}$$

Después de condensar la matriz de rigidez se tiene en (kN/m),

$$[K] = 10^3 \times \begin{matrix} U_{1x} & U_{2y} & U_{3y} & \downarrow gdl \\ \begin{bmatrix} 839.1275 & -213.3375 & 146.9658 \\ 0 & 853.35 & -71.1125 \\ 0 & 0 & 2135.714 \end{bmatrix} \begin{matrix} U_{1x} \\ U_{2y} \\ U_{3y} \end{matrix} \end{matrix}$$

La masa de máquina es 2 Mg por lo que la matriz de masa tiene la forma:

$$[M] = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{matrix} U_{1x} \\ U_{2y} \\ U_{3y} \end{matrix}$$

Y la ecuación de equilibrio dinámico es:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K_c]\{u\} = [F_{excitadora}]$$

donde el vector de fuerzas es igual a,

$$F_{excitadora} = f_0 \operatorname{sen}(\omega t) = (3kN) \operatorname{sen}(25t)$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{U}_{1x} \\ \ddot{U}_{2y} \\ \ddot{U}_{3y} \end{Bmatrix} + 10^3 \times \begin{bmatrix} 839.1275 & -213.3375 & 146.9658 \\ 0 & 853.35 & -71.1125 \\ 0 & 0 & 2135.714 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{1x} \\ U_{2y} \\ U_{3y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 3\operatorname{sen}(25t) \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Se puede predecir que si la frecuencia de vibrar de la máquina excitadora, $\Omega = 25Hz$, es similar a alguna de las frecuencias de vibrar de la estructura, $\Omega_{estructura}$, podría presentarse el fenómeno de resonancia.

3.6 FÓRMULA APROXIMADAS PARA CALCULAR LAS FRECUENCIAS FUNDAMENTALES EN FLEXIÓN Y EN TORSIÓN DE PUENTES.

Para obtener los valores correctos de las frecuencias en flexión y torsión para puentes se recomienda realizar un modelo en elemento finito que sea capaz de tomar en cuenta tanto los modos fundamentales como los superiores de vibrar.

Para puentes con secciones transversales compuestas el concreto se debe suponer sin agrietamiento cuando se trata de vigas simplemente apoyadas; y agrietado para puentes con claros continuos principalmente en los apoyos cercanos a los estribos.

La frecuencia fundamental a flexión (BD 49 /09, 2001) para el tablero de un puente formado por una losa o con sección transversal hueca se puede aproximar por,

$$f_B = \frac{K^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EI_b g}{w}} \quad (3.18)$$

Donde f_B es la frecuencia fundamental en flexión en ciclos por segundo (s^{-1}), $L(m)$ es longitud del claro principal, $E(N/m^2)$ es el Módulo de Young, $g(m/s^2)$ es la aceleración de la gravedad, $I_b(m^4)$ es el segundo momento de área de la sección transversal en flexión vertical al centro del claro, y $w(N/m)$ es el peso por unidad de longitud de la sección transversal completa al centro del claro (para carga muerta y carga muerta superpuesta)

Si el valor de:

$$\sqrt{\frac{I_b}{w}} \quad (3.19)$$

En los apoyos se excede dos veces el valor del centro del claro o es menor del 80% del valor en el centro del claro, entonces no se debe usar la expresión para calcular la frecuencia excepto que sólo se quiera un valor tentativo.

K es un factor que depende de la distribución del claro y que está definido como:

a) para puentes con un solo claro:

$K = \pi$ si es simplemente apoyado o

$K = 3.9$ si se trata de un cantilever o

$K = 4.7$ si es empotrado

b) para puentes con dos claros continuos:

K se obtiene de la Figura 3.16. , usando la curva para puentes con dos claros donde L_1 es la longitud del claro y $L > L_1$

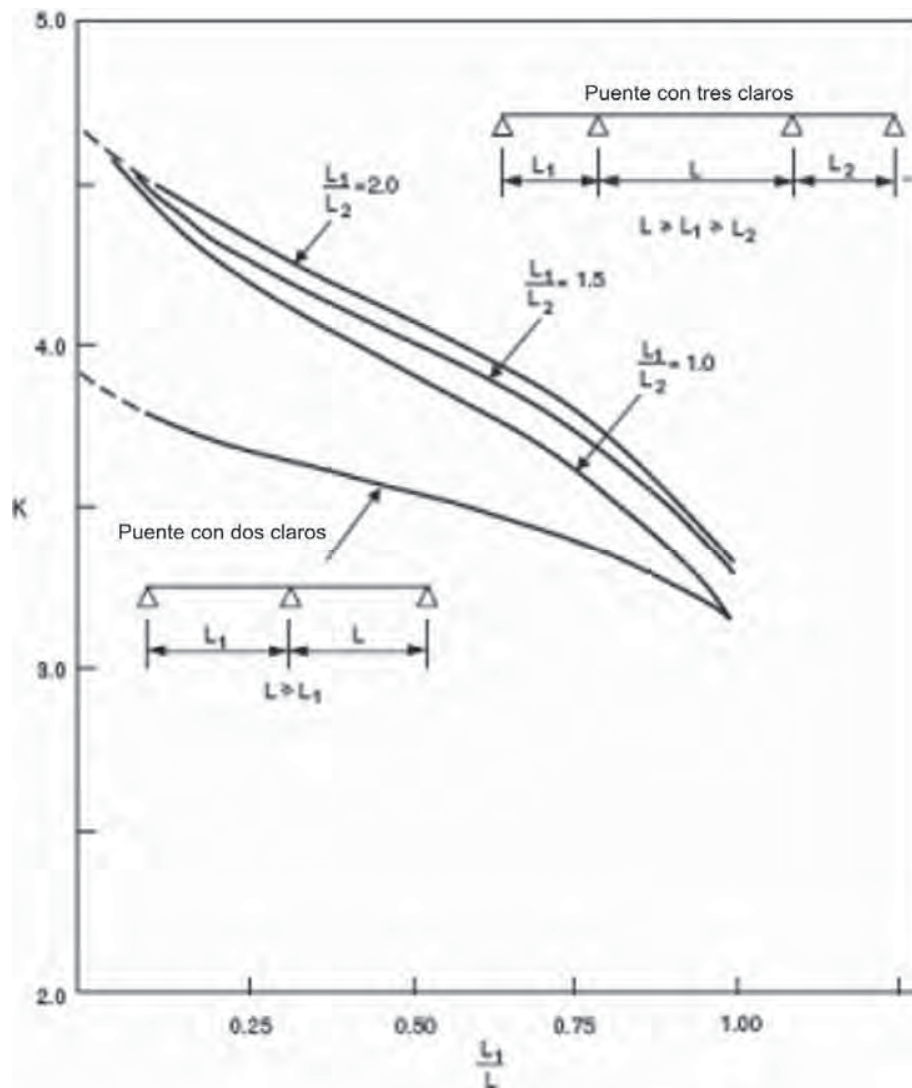


Figura 3.16 Factor K usado para calcular la frecuencia fundamental en flexión

$L_1 =$ longitud del claro entre apoyos y $L_1 > L$

c) para puentes continuos

K se obtenida de la Figura 3.16 usando los valores apropiados para las curvas para puentes con tres claros, donde L_1 es la longitud del claro mas largo del puente; L_2 es la longitud de los otros claros y donde $L > L_1 > L_2$

Lo anterior también aplica para puentes con tres claros con el claro principal en cantilever o suspendido.

Si $L_1 > L$ entonces K se puede obtener de la curva para puentes con dos claros despreciando el claro más corto y considerando el claro más largo como el claro principal de un puente equivalente con dos claros.

d) Para puentes simétricos con cuatro claros es decir, puentes simétricos alrededor de un claro central:

K se puede obtener de la curva para puentes con dos claros de la Figura 3.16 considerando cada mitad del puente como un puente equivalente con dos claros.

e) para puentes asimétricos con cuatro claros continuos y puentes con más de cuatro claros continuos:

K se puede obtener de la Figura 3.16 usando la curva apropiada para puentes con tres claros escogiendo el claro principal como el más grande de los claros internos.

Para calcular la frecuencia aproximada en torsión se siguen dos criterios: 1) para puentes con tableros tipo placa, 2) para puentes con tableros huecos.

Para puentes con tableros tipo placa se puede suponer que la frecuencia fundamental por torsión es igual a la frecuencia fundamental por flexión calculada con la expresión 3.18, considerando que el promedio longitudinal de la inercia flexión por unidad de ancho no es menor de 100 veces el promedio de la inercia a la flexión trasversal por unidad de longitud.

Para puentes con tableos huecos la frecuencia fundamental por torsión se puede aproximar con,

$$f_T = f_B \sqrt{P_1 (P_2 + P_3)} \quad (3.20)$$

Donde

$$P_1 = \frac{wb^2}{gI_p} \quad (3.21)$$

$$P_2 = \frac{\sum r_j^2 I_j}{b^2 I_p} \quad (3.22)$$

$$P_3 = \frac{L^2 \sum J_j}{2K^2 b^2 I_b (1+\nu)} \quad (3.23)$$

donde f_T es la frecuencia torsional en ciclos por segundo s^{-1} , $b(m)$ es el ancho total del puente, $I_p(kgm^2)$ es el momento polar de masa de la sección transversal en el claro principal y se definirá más adelante, ν es la relación de Poisson del material que forma el tablero, $r_j(m)$ es la distancia centro a centro de un cajón individual del tablero del puente, $I_j(kgm^2)$ es el segundo momento

de masa de un cajón individual para flexión vertical en el claro principal, incluyendo el ancho efectivo asociado al tablero, J_j es la constante por torsión de los cajones individuales en el claro principal y se calcula con:

$$J_j = \frac{4A_j^2}{\oint \frac{ds}{t}} \quad (3.24)$$

donde $A_j (m^2)$ es el área encerrada por las celdas en el claro principal, $\oint \frac{ds}{t}$ es la integral alrededor de todo el perímetro de la sección hueca de las relaciones longitud-espesor para cada porción del tablero hueco en el claro principal.

El momento polar de masas de la sección transversal en el centro del claro se calcula con:

$$I_P = \frac{w_D b^2}{12g} + \sum \left(I_{Pj} + \frac{w_j r_j^2}{g} \right) \quad (3.25)$$

donde $w_D (N/m)$ es el peso por unidad de longitud únicamente del tablero en el claro principal, $I_{Pj} (kgm^2)$ es el momento polar de masa de la sección hueca individual en el centro del claro, $w_j (N/m)$ es el peso por unidad de longitud de la sección hueca individual únicamente ubicada en el claro principal sin considerar la porción asociada del tablero.

El símbolo \sum significa la suma sobre todas las celdas de la sección cajón de la sección transversal del puente.

La fórmula para calcular la frecuencia fundamental en torsión puede perder exactitud si se utiliza a puentes multicelulares con relaciones de aspecto en planta claro/ancho que exceda de 6

3.6.1 FÓRMULA APROXIMADA PARA CALCULAR LA FRECUENCIA FUNDAMENTAL EN TORSIÓN DE UN PUENTE APOYADO SOBRE DOS VIGAS DE ACERO

Los puentes apoyados sobre dos vigas de acero son susceptibles a oscilaciones del viento tales como la excitación torsional debida al desprendimiento de vértices. Para estimar la velocidad del viento de excitación es necesario evaluar la frecuencia fundamental vertical y la frecuencia natural en torsión al inicio del diseño del puente. De acuerdo a la teoría convencional de vigas (Yoneda y Edamoto, 2005)

Yoneda propone la siguiente expresión para evaluar la rigidez a la torsión de un tablero de un puente apoyado sobre dos vigas de acero, según la Figura 3.17.

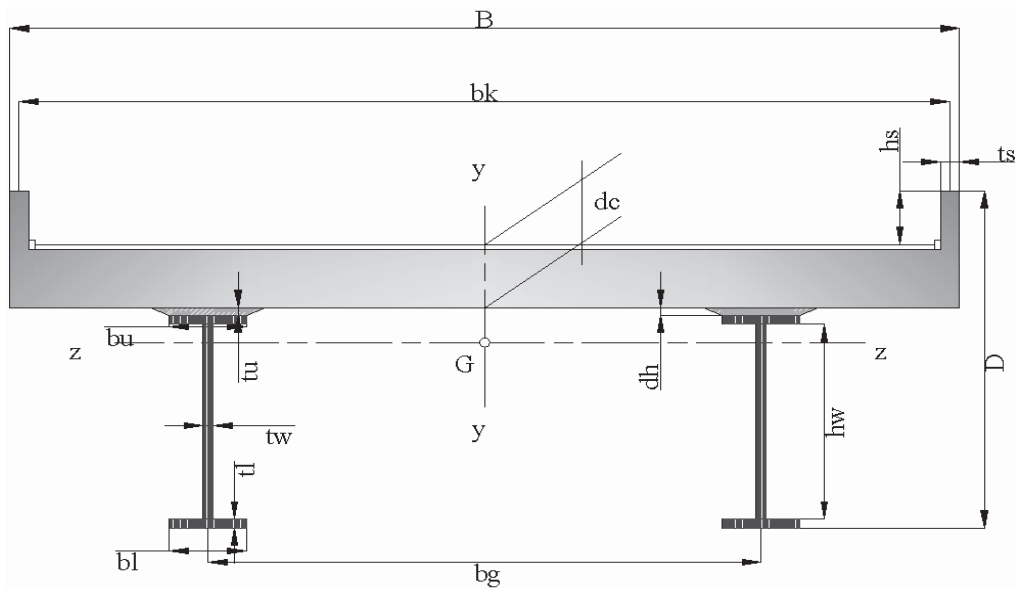


Figura 3.17 sección transversal de un puente apoyado sobre dos vigas de acero

$$f_{\theta} = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{G_s J_{se}}{I_{\theta}}} = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{G_s J_{se}}{(w/g) I_p}} \quad (3.26)$$

donde:

G_s , es el módulo de rigidez del corte de Poisson

E_s , es el módulo de elasticidad del material

$$I_{\theta} = (w/g) I_p \quad (3.27)$$

$$I_p = I_y + I_z \quad (3.28)$$

$$G_s J_{se} = G_s J_s + E_s C_w \times (\pi/L)^2 \quad (3.29)$$

$$G_s J_s = G_s \frac{1}{3} \sum b_i t_i^3 \quad (3.30)$$

$$E_s C_w = E_s I_{sz}^k \times (b_k/2)^2 + E_s (I_{sz} - I_{sz}^k) \times (b_g/2)^2 \quad (3.31)$$

CAPÍTULO IV

DISEÑO DE UN EQUIPO EXCITADOR MECÁNICO DE MASAS EXCÉNTRICAS



CAPÍTULO IV

DISEÑO DE UN EQUIPO EXCITADOR MECÁNICO DE MASAS EXCÉNTRICAS

4.1 INTRODUCCIÓN

En México, existe un gran número de puentes carreteros que fueron diseñados con los códigos de diseño de los años 60's, 70's, 80's y a mediados de los 90's. Muchos de los puentes construidos antes del año 2000, no cumplen con las características mínimas de seguridad requeridas para las cargas de servicio adoptadas por la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT) en México.

Es importante señalar que las vías de comunicación terrestres, deben contemplar un programa de inspección, mantenimiento y reparación adecuado para todas las estructuras que la componen, así con esto garantizar el buen funcionamiento de las vías terrestres y evitar la falla de vías de acceso en caso de desastres naturales.

Los parámetros dinámicos más importantes en un puente y en cualquier estructura son: la rigidez estructural, el periodo de vibrar (inverso de la frecuencia de vibrar) y su amortiguamiento estructural. Cualquier cambio o degradación de estos parámetros significará un cambio en su comportamiento estructural, que puede representar daño estructural. Por lo tanto es necesario identificar estas propiedades en la estructura ya construida y/o en operación.

Las propiedades dinámicas “reales” de cualquier estructura, particularmente de los puentes, se determinan experimentalmente midiéndolas en el prototipo a escala natural, para posteriormente compararlas con las consideradas como correctas con el modelo matemático propuesto. El cambio o deterioro de una de las propiedades dinámicas, puede deberse al detrimento de los materiales durante el paso del tiempo o a daño presentado durante algún evento extraordinario de la naturaleza, como puede ser un sismo o una avenida máxima que produzca socavación en la cimentación.

Considerando todos estos antecedentes y además siendo este proyecto multidisciplinario, se decidió compartir créditos en colaboración de la Facultad de Ingeniería Mecánica por medio del docente Ing. José de Jesús Padilla Gómez con quien con su experiencia en el diseño y manufactura se llegó a las siguientes características del equipo.

4.2 COMPOSICIÓN DEL EQUIPO

En esta sección se proponen las diferentes partes que compondrán el equipo mecánico de masas excéntricas.

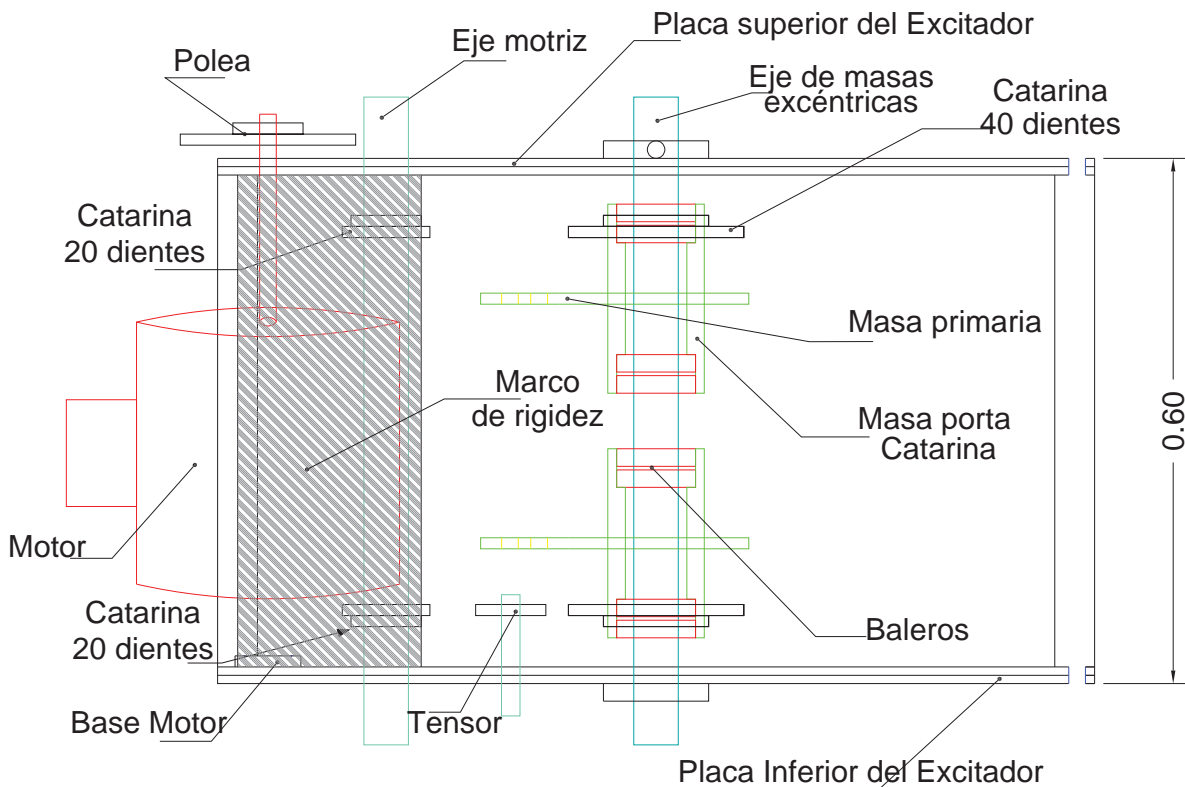


Figura 4.1 Vista lateral de la máquina diseñada

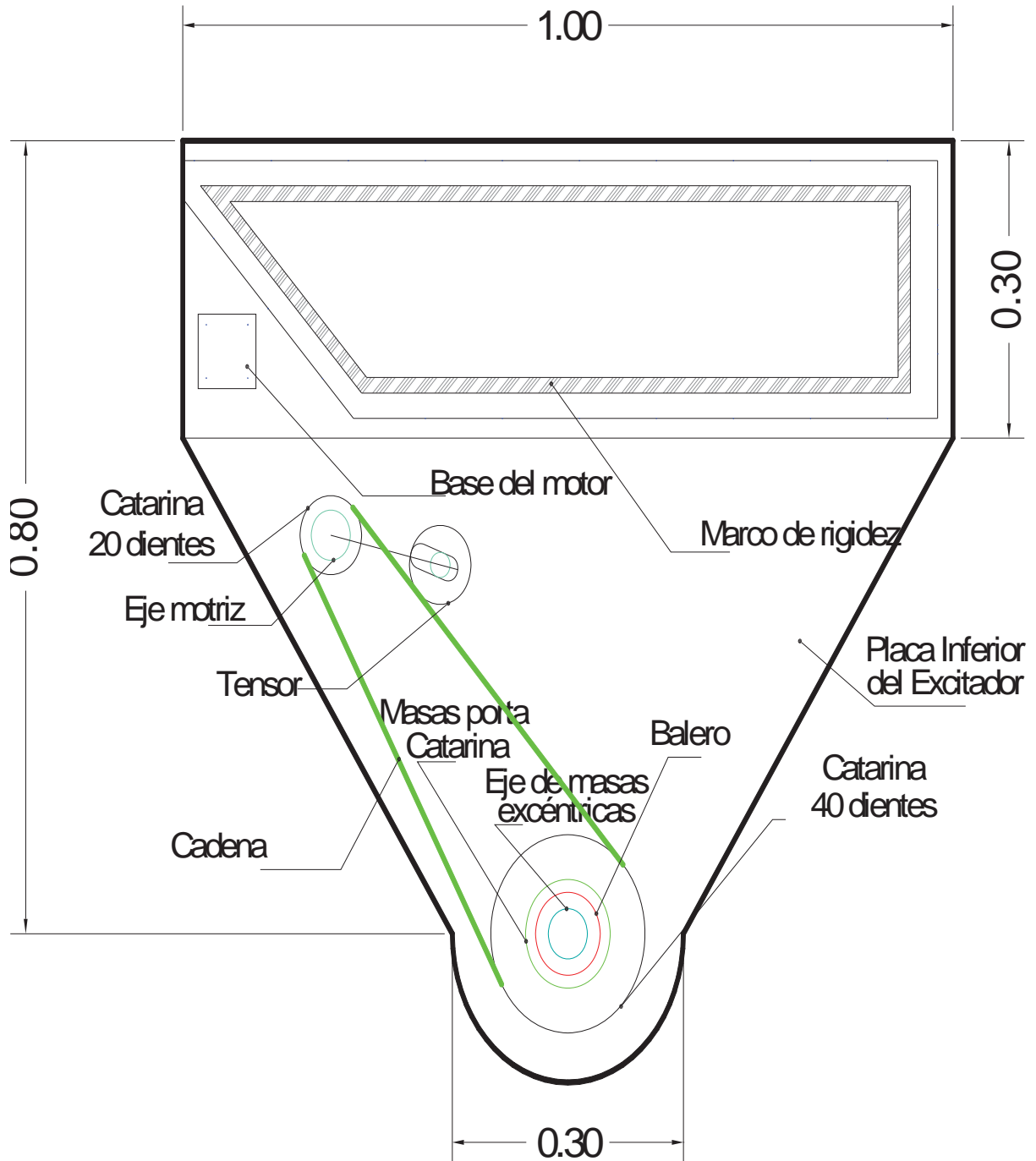
La Figura 4.1 se muestran los principales componentes que constituyen la máquina excitadora, esta contará con placas de acero formando las masas excéntricas, así como las placas superior e inferior que servirán como sujeción de los demás complementos así como flechas, valeros tensor, motor, catarina, cadenas, marco de rigidización, eje motriz, eje de las masas excéntricas, poleas, etc.

A continuación se describen los componentes del equipo que principalmente estará conformado por los siguientes elementos descritos a continuación y que se muestran en la Figura 4.1 placas de acero superior e inferior como la representada en la Figura 4.2, con un calibre de 0.016 m, con las perforaciones necesarias para la sujeción y acoplamiento del conjunto de componentes que constará la máquina, como son el cajón de rigidez que servirá también como sujeción de las placas superior e inferior así como los ejes que se encargarán de generar las fuerzas de excentricidad al girar alrededor del eje por medio de engranes y poleas colocados en sincronía las con lo cual se provocara la vibración requerida según sea el caso solicitado.

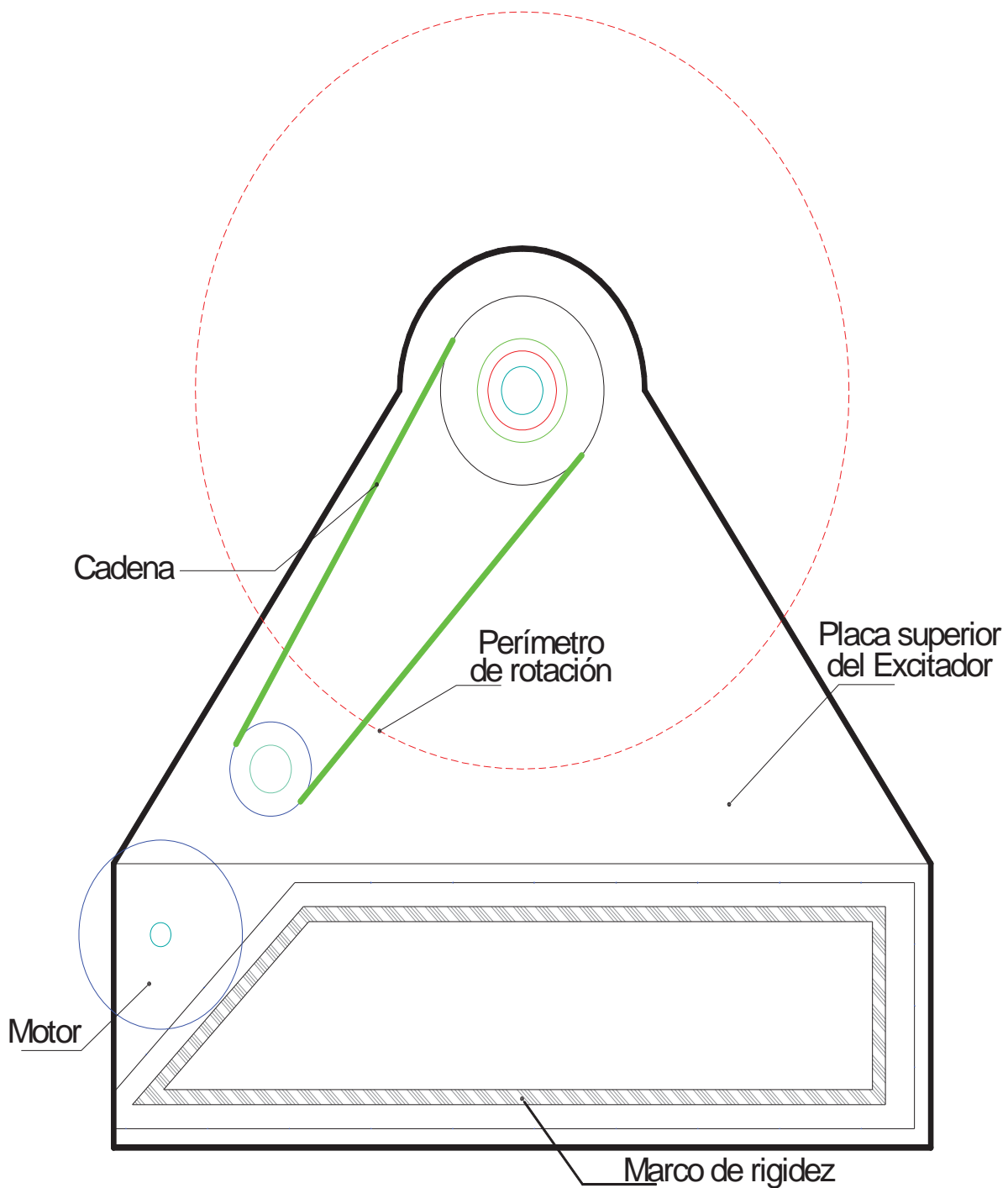
Como medio de rigidez se colocará un cuerpo rectangular como el que se puede ver en los bordes más amplios de la placa superior en la Figura 4.2, con un calibre de 0.016 m, biselado con perforaciones necesarias para la sujeción de las placas superior e inferior que proporcionará rigidez a la máquina excitadora de masas excéntricas.

El eje motriz, al que se le sujetarán dos masas unidas a las placas formando una sola pieza, proporcionará el par necesario para inducir la fuerza que provoque la excitación por transmisión de fuerzas del conjunto y por la excentricidad que poseen las masas. El segundo eje el cual constará de ruedas dentadas que ayudará a girar el eje motriz, con un paso (distancia entre dientes)

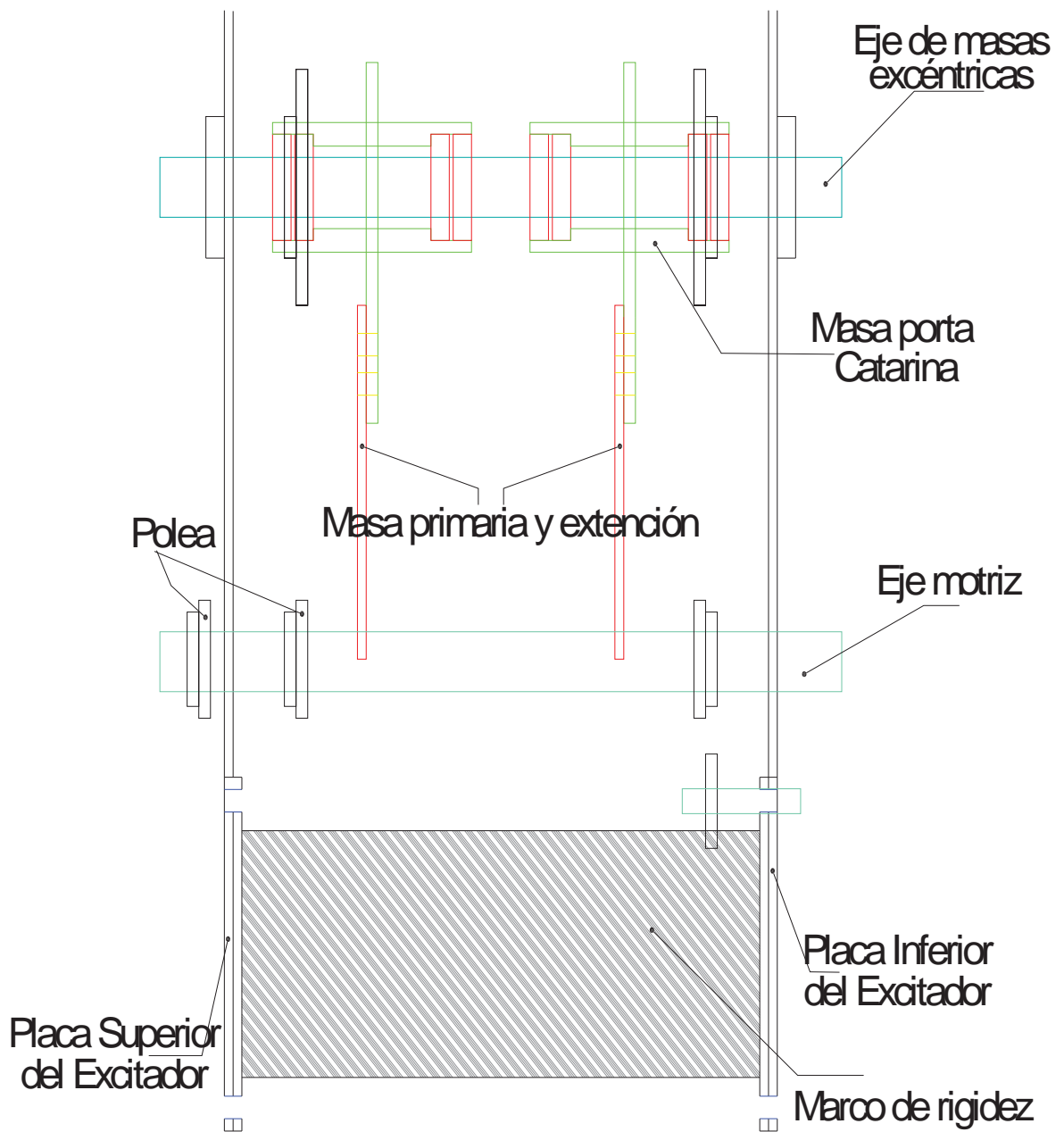
específico que con la ayuda de un dispositivo electrónico se podrá controlar la velocidad para con esto inducir la fuerza necesaria a la estructura. En la Figura 4.3 se ilustran estas masas.



(a) Placa Inferior del excitador
 Figura 4.2 Placas del excitador

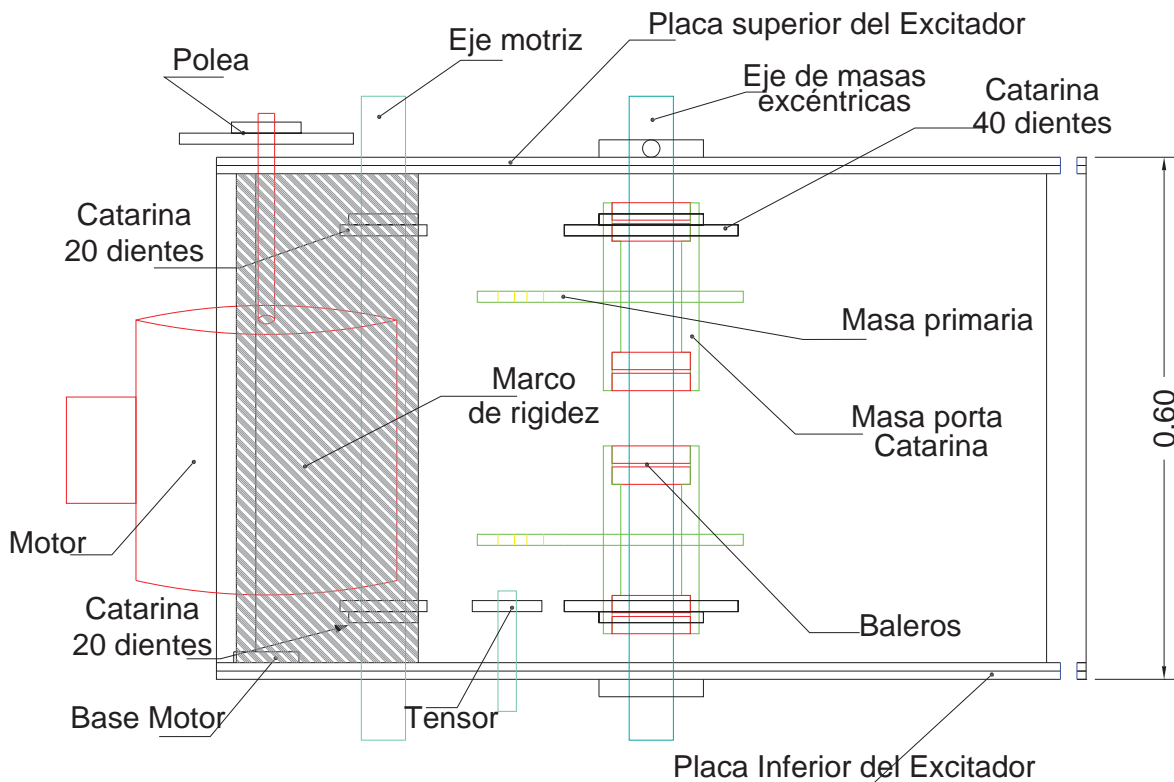


(b) Placa Superior del excitador
Figura 4.2 Placas del excitador (Continuación)



a) vista lateral del excitador

Figura 4.3 Flechas, masas, placas, marco rígido, motor

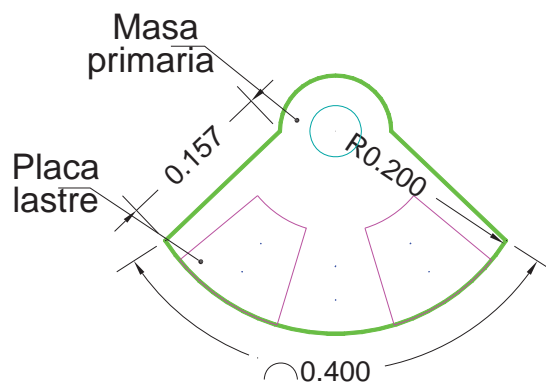


b) vista posterior del excitador

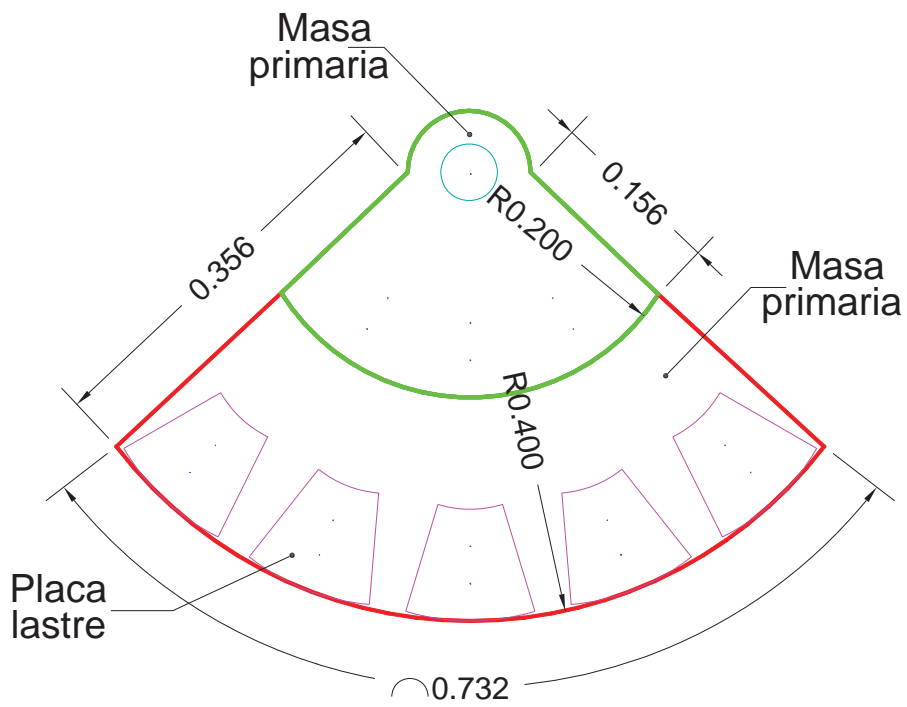
Figura 4.3 Flechas, masas, placas, marco rígido, motor (Continuación)

Las masas y lastre o contrapesos (Figura 4.4), constituidos principalmente por placas recortadas con dimensiones que se presentan en los planos de construcción y se esquematizan en forma general en la Figura 4.4, a las que se les podrá adicionar peso según sea conveniente para poder generar la vibración que se requiera ejercer sobre el elemento estructural (calzada de puentes, estribos, etc.), por medio de pequeñas placas recortadas con un peso conocido que por medio de una gráfica de calibración se podrá saber cuántas se deberán agregar para producir cierta frecuencia y amplitud. Las masas contarán con perforaciones para la colocación de tornillos que las sujetarán a las masas con las que se le proporcionará peso adicional para que con esto se aumente o disminuya según sea el caso, la fuerza con la que se provocará la vibración al elemento estructural en estudio. Estos tornillos servirán también para poder garantizar la fijación de los contrapesos a la placa y no salgan disparadas al momento de la rotación en la prueba.

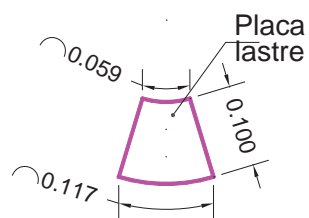
Las masas con que se colocarán (Figura 4.5) serán de dos tipos: (1) que irá sujeta al eje de masa excéntrica y ésta a su vez al eje motriz con dimensiones descritas en los planos de construcción, a estas se les harán perforaciones para aumentar el brazo y además agregar una segunda masa como extensión de la excentricidad, por el aumento del radio al igual que le proporcionara más peso y posteriormente se le podrá agregar contrapeso si es necesario para la prueba.



a) Placa masa primaria



b) Placa masa secundaria



c) contrapesos

Figura 4.4 Placas masa y contrapesos

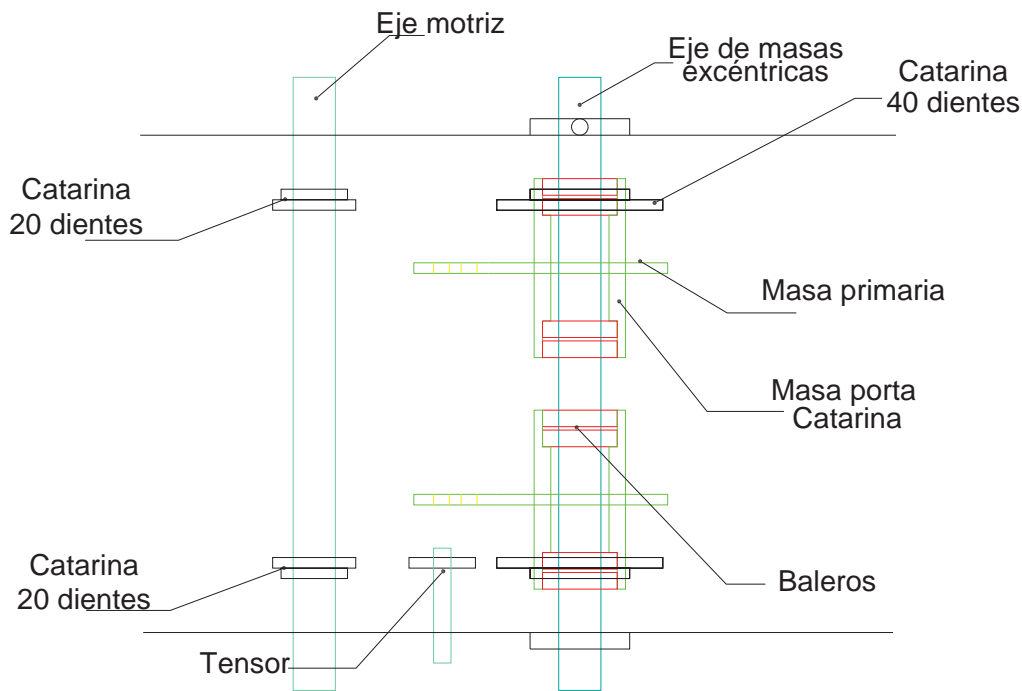


Figura 4.5 Eje, masa, placas excéntricas

La Figura 4.5 nos muestra el eje unido a masas, la cual proporcionará sujeción a la placa excéntrica las que nos ayudarán a provocar la fuerza excéntrica.

Los valeros de rodamiento rígido y sus características serán partes de la composición del equipo será bajo las especificaciones particulares y existentes de los componentes a utilizar que se encuentran disponibles en el mercado así como las especificaciones obtenidas del correspondiente catálogo que proporciona el fabricante (Baleros, Poleas, Flechas, etc.) y las especificaciones de baleros de bola son:

Tabla 4.1 Características generales de valeros de tipo bola

Dimensiones principales			Capacidad de carga		Carga límite de fatiga	Velocidades de referencia	Velocidad límite	Masa	Designación
d	D	B	Dinámica	Estática	Pu	rpm		kg	
mm			C	Co	kN				
3	10	4	0,54	0,18	0,007	130000	80000	0,0015	623
3	10	4	0,54	0,18	0,007	-	40000	0,0015	623-2RS1
3	10	4	0,54	0,18	0,007	130000	63000	0,0015	623-2Z
3	10	4	0,54	0,18	0,007	-	40000	0,0015	623-RS1
3	10	4	0,54	0,18	0,007	130000	80000	0,0015	623-Z
4	9	2,5	0,54	0,18	0,007	140000	85000	0,0007	618/4
4	9	3,5	0,54	0,18	0,007	140000	70000	0,001	628/4-2Z
4	9	4	0,54	0,18	0,007	140000	70000	0,0013	638/4-2Z
4	11	4	0,715	0,232	0,0098	130000	80000	0,0017	619/4
4	11	4	0,715	0,232	0,0098	130000	63000	0,0017	619/4-2Z
4	12	4	0,806	0,28	0,012	120000	75000	0,0021	604
4	12	4	0,806	0,28	0,012	120000	60000	0,0021	604-2Z
4	12	4	0,806	0,28	0,012	120000	60000	0,0021	604-Z

Tabla 4.1 Características generales de valeros de tipo bola (continua)

4	13	5	0,936	0,29	0,012	110000	67000	0,0031	624
4	13	5	0,936	0,29	0,012	110000	53000	0,0031	624-2Z
4	13	5	0,936	0,29	0,012	110000	67000	0,0031	624-Z
4	16	5	1,11	0,38	0,016	95000	60000	0,0054	634
4	16	5	1,11	0,38	0,016	-	28000	0,0054	634-2RS1
4	16	5	1,11	0,38	0,016	95000	48000	0,0054	634-2RZ
4	16	5	1,11	0,38	0,016	95000	48000	0,0054	634-2Z
4	16	5	1,11	0,38	0,016	-	28000	0,0054	634-RS1
4	16	5	1,11	0,38	0,016	95000	60000	0,0054	634-RZ
4	16	5	1,11	0,38	0,016	95000	60000	0,0054	634-Z
5	11	3	0,637	0,255	0,011	120000	75000	0,0012	618/5
5	11	4	0,637	0,255	0,011	120000	60000	0,0014	628/5-2Z

Con relación a los engranes (Catarinas) utilizados serán igualmente descritos conforme a las especificaciones y características señaladas por su fabricante y que a continuación se esquematizan, en forma general, sus configuraciones. Se utilizarán dos tipos de catarinas, una para el eje motriz y una segunda para accionar las masas. Ambas serán con un paso 80, éstas serán accionadas por medio de una cadena entre los ejes de masas y el eje motriz, el motor transmitirá el par de fuerza por medio de bandas de hule para la protección del equipo, en caso de una avería en el sistema de engranes que son accionados por la cadena

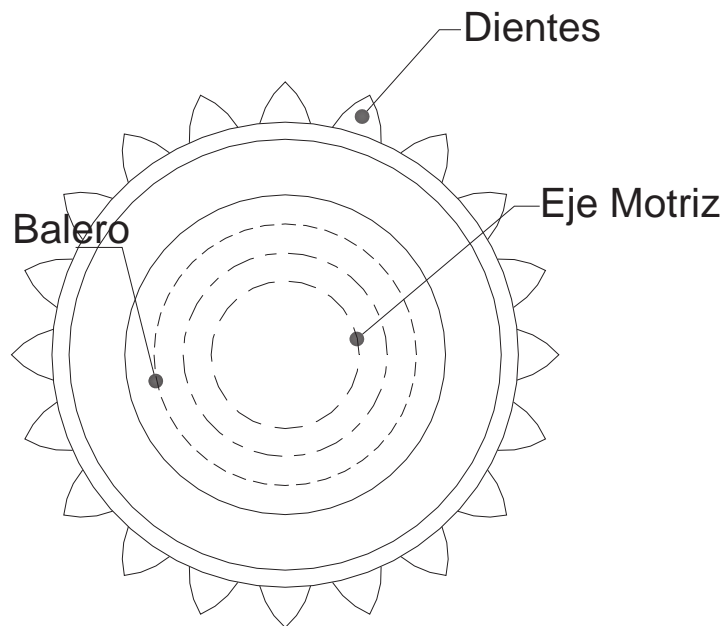


Figura 4.6 Engrane paso 80 de 20 dientes

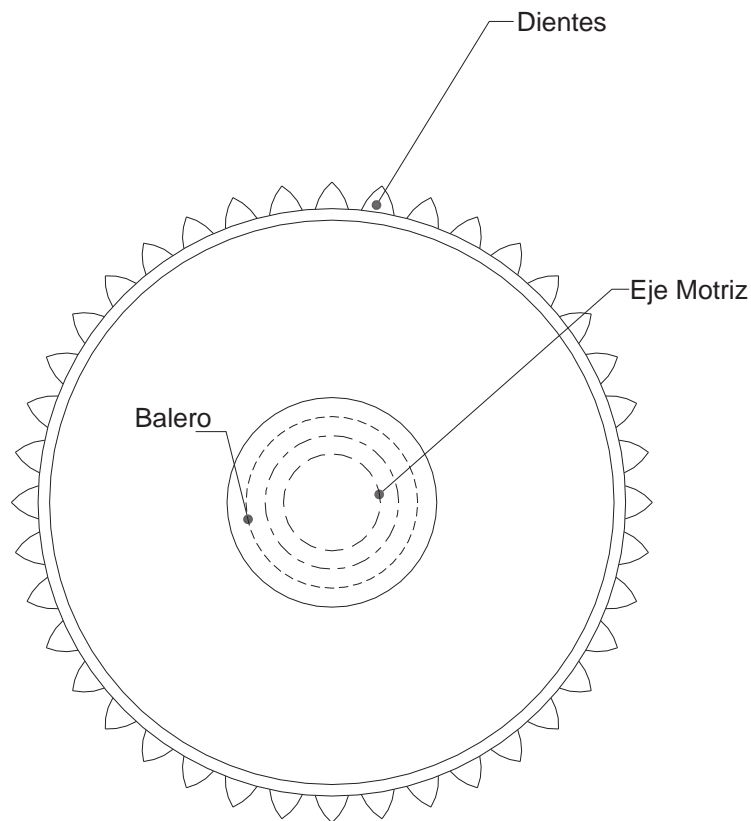


Figura 4.7 Engrane paso 80 de 40 dientes

La polea a utilizar será de las siguientes características obtenidas del catalogo del fabricante. Se utilizarán 2 poleas tipo B con tres ranuras cada una, la primera de ellas con diámetro de 8” que irá montada sobre el eje del motor el cual transmitirá el par a una eje con una polea de 4” de diámetro montada sobre él que será transmitido por bandas de hule y que a su vez éste eje transmitirá por medio de cadenas de rodillos de paso 80 a otro eje donde se encuentran las masas y contrapesos los cuales girarán sincronizadamente produciendo la fuerza que provocará la vibración al estructura.

En la Figura 4.8 se muestran las literales a las que hace referencia la Tabla 4.2 en la que se presentan las principales características de las poleas que se utilizarán y que contarán con 3 ranuras cada una de ellas, las cuales serán puestas en funcionamiento por medio correas de hule del tipo B:

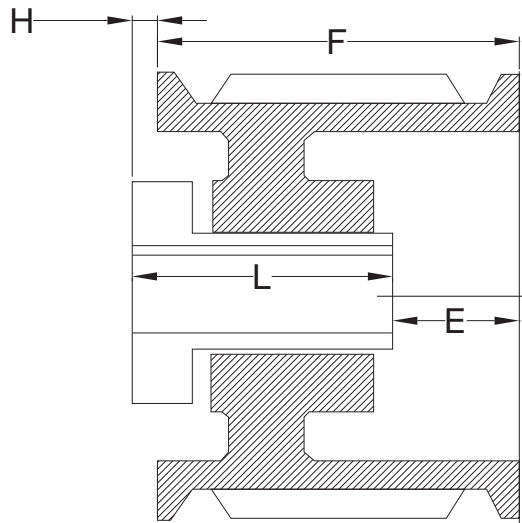


Figura 4.8 Sección de la polea

Tabla 4.2 Características generales de poleas con 3 ranuras

Diámetro datum		Diámetro externo	Polea	3 Ranuras					
Correa "A"	Correa "B"			F = 2 1/2 pulgadas					Peso
				H	Tipo	B	L	E	
3	3.4	3.75	3B34	5/8	11B	SH	1.25	1.875	3
3.2	3.6	3.95	3B36		11B	SH	1.25	1.875	4
3.4	3.8	4.15	3B38		11B	SH	1.25	1.875	4
3.6	4	4.35	3B40	5/8	11B	SH	1.25	1.875	4
3.8	4.2	4.55	3B42	7/16	1B	SH	1.25	13/16	4
4	4.4	4.75	3B44	3/8	1B	SH	1.25	13/16	5
4.2	4.6	4.95	3B46		1B	SD	1.8125	42491	5
4.4	4.8	5.15	3B48		1B	SD	1.8125	42491	6
4.6	5	5.35	3B50		1B	SD	1.8125	42491	7
4.8	5.2	5.55	3B52		1B	SD	1.8125	42491	7
5	5.4	5.75	3B54		1B	SD	1.8125	42491	8
5.2	5.6	5.95	3B56		1B	SD	1.8125	42491	9
5.4	5.8	6.15	3B58		1W	SD	1.8125	42491	9
5.6	6	6.35	3B60		1W	SD	1.8125	42491	10
5.8	6.2	6.55	3B62		1W	SD	1.8125	42491	10
6	6.4	6.75	3B64		1W	SD	1.8125	42491	10
6.2	6.6	6.95	3B66		1W	SD	1.8125	42491	10
6.4	6.8	7.15	3B68	3/8	1W	SD	1.8125	42491	11
6.6	7	7.35	3B70	1/8	6W	SK	1.875	39541	12
7	7.4	7.75	3B74		6W	SK	1.875	39541	12
7.6	8	8.35	3B80		6W	SK	1.875	39541	13
8.2	8.6	8.95	3B86		6ª	SK	1.875	39541	14
8.6	9	9.35	3B90		6ª	SK	1.875	39541	15
9	9.4	9.75	3B94		6ª	SK	1.875	39541	17
10.6	11	11.35	3B110		6ª	SK	1.875	39541	21
12	12.4	12.75	3B124		6ª	SK	1.875	39541	25
13.2	13.6	13.95	3B136		6ª	SK	1.875	39541	28
15	15.4	15.75	3B154		6ª	SK	1.875	39541	30
15.6	16	16.35	3B160		6ª	SK	1.875	39541	32
18	18.4	18.75	3B184	1/8	6ª	SK	1.875	39541	41
19.6	20	20.35	3B200	3/16	4ª	SF	2	42675	55.6
24.6	25	25.35	3B250		4ª	SF	2	42675	76.1

Tabla 4.2 Características generales de poleas con 3 ranuras (continua)

29.6	30	30.35	3B300	3/16	4ª	SF	2	42675	96
37.6	38	38.35	3B380	3/8	6ª	E	2.625	39539	145

Los tornillos que servirán de sujeción para mantener en su sitio todos los componentes del equipo se colocarán bajo sumo cuidado y estricto lugar indicado en la Figura 4.4, éstos tendrán las siguientes dimensiones. Para el diámetro:

$$\theta = 0.5(\text{pulgadas})$$

Y para la longitud

$$\ell = 1.5(\text{pulgadas})$$

en donde los valores de θ y ℓ (diámetro y longitud de los tornillos respectivamente) están en pulgadas. Se utilizarán tornillos y tuercas de acero con grado 8 de resistencia.

Con relación al control de la velocidad que tendrán las masas excéntricas, ésto se realizará por medio de un variador de velocidad electrónico el cual constará con las siguientes características generales y especificaciones técnicas descritas a continuación.

En el caso particular de este trabajo se presentan las características de un variador de velocidad tipo digital que se consideró para el control de la velocidad de las masas excéntricas del equipo propuesto y que son las descritas a continuación para un equipo de la marca SIEMENS MICROMASTER.

En la Figura 4.9 se muestra el variador de velocidad de marca SIEMENS que se propuso para el control de la velocidad de las masas.



Figura 4.9 variador de velocidad electrónico tipo digital



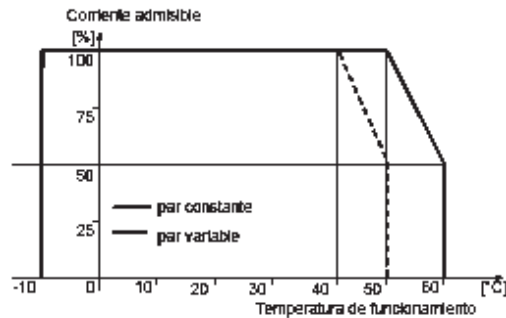
Figura 4.9 variador de velocidad electrónico tipo digital (continua)

Tabla 4.3 Características y especificaciones técnicas del variador

Característica	Especificación
Tensión de red y VT Márgenes de potencia	3 AC 380 a 480 V \pm 10 % 7,50 kW – 250,0 kW (10,0 hp – 335 hp)
Frecuencia de entrada	47 a 63 Hz
Frecuencia de salida	0 Hz a 650 Hz
Factor de potencia	$\geq 0,7$
Rendimiento del convertidor	Tamaños constructivos C hasta F: 96 % a 97 % Tamaños constructivos FX y GX: 97 % a 98 %
Capacidad de sobrecarga (Par variable (VT))	Tamaños constructivos C hasta F: 1,1 x dimensión de la corriente de salida (es decir, 110 % de sobrecarga) durante 60 s, tiempo de ciclo 300 s y 1,4 x dimensión de la corriente de salida (es decir, 140 % de sobrecarga) durante 3 s tiempo de ciclo 300 s Tamaños constructivos FX y GX: 1,1 x dimensión de la corriente de salida (es decir, 110 % de sobrecarga) durante 60 s, tiempo de ciclo 300 s y 1,5 x dimensión de la corriente de salida (es decir, 150 % de sobrecarga) durante 1 s, tiempo de ciclo 300 s
Corriente de arranque	Inferior a la corriente nominal de entrada
Frecuencia máxima de conexión de la red	Tamaños constructivos C hasta E: cada 30 s Tamaño constructivo F: cada 150 s Tamaños constructivos FX y GX: cada 300 s
Método de control	Control V/f lineal; Control V/f lineal con Flux Current Control (FCC); U Control V/f cuadrático; Control V/f multipunto; Control V/f para aplicaciones textiles; Control V/f con FCC para aplicaciones textiles; Control V/f con consigna de tensión independiente
Frecuencia de pulsación	Tamaños constructivos C hasta F: 2 kHz a 16 kHz (en pasos de 2 kHz) Tamaños constructivos FX y GX: 2 kHz a 8 kHz (en pasos de 2 kHz), (Estándar 2 kHz (VT) Reducción de potencia, ver Tabla 7-3)
Frecuencias fijas	15, parametrizable
Frecuencias inhibibles	4, parametrizable
Resolución de consigna	0,01 Hz digital, 0,01 Hz serie, 10 bits analógica (potenciometro motorizado 0.1 Hz [0.1% (en modo PID)])
Entradas digitales	6, parametrizable (libre de potencial), conmutables entre activa con high / activa con low (PNP/NPN)
Entrada analógica 1	0 – 10 V, 0 – 20 mA y –10 V a +10 V
Entrada analógica 2	0 – 10 V y 0 – 20 mA
Salidas de relé	3, parametrizable 30 V DC / 5 A (carga resistiva), 250 V AC 2 A (carga inductiva)
Salida analógica	2, parametrizable (0 a 20 mA)

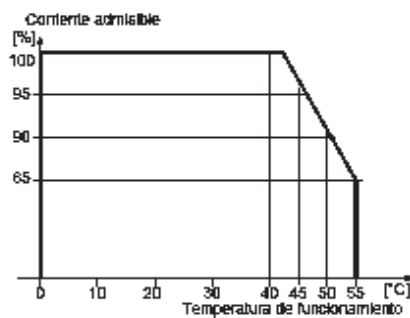
Tabla 4.3 Características y especificaciones técnicas del variador (Continua)

Interface serie	RS-485, opcionales RS-232
Compatibilidad electromagnética	Tamaños constructivos C hasta F: como accesorio se puede suministrar un filtro EMV, norma EN55 011, clase A o B, se puede suministrar un convertidor con filtro integrado de clase A Tamaños constructivos FX y GX: Con el filtro EMV (se puede suministrar como accesorio) se cumplen los valores límite de EN 55011, clase A para emisiones de interferencias guiadas (se necesita un conmutador estrangulador de corriente)
Frenado	frenado por inyección de corriente continua, frenado combinado
Grado de protección	IP20
Margen de temperatura (VT)	Tamaños constructivos C hasta F: -10 °C a +40 °C (14 °F a 104 °F) Tamaños constructivos FX y GX: 0 °C a +40 °C (32 °F a 104 °F), a 55 °C (131 °F) con reducción de la potencia; véase la Figura 4-9
Temperatura de almacenamiento	-40 °C a +70 °C (-40 °F a 158 °F)
Humedad relativa	< 95 % (sin condensación)
Altitud de operación	Tamaños constructivos C hasta F: hasta 1000 m sobre el nivel del mar sin reducción de potencia Tamaños constructivos FX y GX: hasta 2000 m sobre el nivel del mar sin reducción de potencia
Características de protección	Mínima tensión, sobretensión, sobrecarga, defecto a tierra, cortocircuito, protección basculante, protección de bloqueo del motor, sobretemperatura en motor, sobretemperatura en convertidor, bloqueo de parámetros
Normas	Tamaños constructivos C hasta F: UL, cUL, CE, C-tick Tamaños constructivos FX y GX: UL (en preparación), cUL (en preparación), CE
Marcado CE	de acuerdo con las directivas europeas "Baja tensión" 73/23/CEE y "Compatibilidad electromagnética" 89/336/CEE



a) Tamaños constructivos del tipo C hasta F

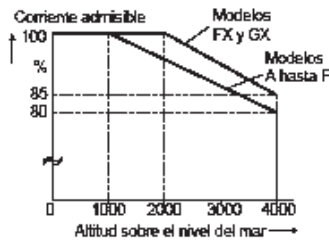
Tamaños constructivos FX y GX



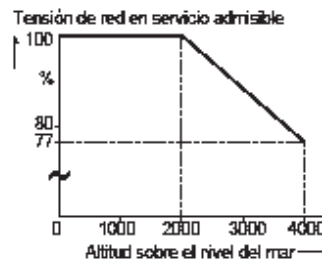
b) Tamaños constructivos FX y GX

Figura 4.10 Gráficas de temperatura de funcionamiento variador de velocidad

Para que el funcionamiento del equipo trabaje en forma adecuada deberá cumplir con las siguientes características de trabajo: el margen de humedad del variador de velocidad deberá oscilar entre un 95 % de la humedad relativa sin condensación; con relación a la altitud, se aconseja instalarlo a una altitud mayor de 1000 m y/o a partir de 2000 m sobre el nivel del mar, si no es así se recomienda reducir la potencia de trabajo.



a) Corriente admisible



b) Tensión de red en servicio

Figura 4.11 Altitud de funcionamiento variador de velocidad

Para evitar choques y vibraciones se recomienda no dejar caer el convertidor ni exponerlo a choques bruscos. No se deberá instalar el convertidor en áreas en las que pueda estar expuesto a una vibración constante. La resistencia mecánica será según la norma EN 60721-3-3 el movimiento de adaptación será de 0,075 mm (10 . 58 Hz), la aceleración será de 9.8 m/s² (> 58 . 200 Hz). No se instalará el convertidor cerca de fuentes de radiación electromagnética. Con relación a la contaminación atmosférica, no se instalará el convertidor en un entorno que contenga contaminantes atmosféricos tales como polvo, gases corrosivos, etc. Con relación al contacto con agua se deberán tomar las precauciones necesarias para emplazar el convertidor fuera de fuentes de peligro potenciales por agua, por ejemplo no instalarlo cerca de tuberías con peligro de condensación. Evitar la instalación del convertidor en lugares donde pueda presentarse humedad y condensación excesivas. El flujo volumétrico del aire refrigerante necesario y pares de apriete para las conexiones de potencia:

Tabla 4.4 Condiciones de trabajo del variador de velocidad

Tipo	Dimensiones			Flujo volumétrico del aire refrigerante		Pares de apriete para las conexiones de potencia	
C	Anchura x Altura x Profundidad	mm	185 × 245 × 195	l/s	54,9	Nm	2,25
		pulg.	7,28 × 9,65 × 7,68	CFM	116,3	lbf-ft	1,7
D	Anchura x Altura x Profundidad	mm	275 × 520 × 245	l/s	2 × 54,9	Nm	10 (max.)
		pulg.	10,82 × 20,47 × 9,65	CFM	2 × 116,3	lbf-ft	7,4 (max.)
E	Anchura x Altura x Profundidad	mm	275 × 650 × 245	l/s	2 × 54,9	Nm	10 (max.)
		pulg.	10,82 × 25,59 × 9,65	CFM	2 × 116,3	lbf-ft	7,4 (max.)
F	Anchura x Altura x Profundidad	mm	350 × 850 mm × 320 altura con filtro 1150	l/s	150	Nm	50
		pulg.	13,78 × 33,46 × 12,60 altura con filtro 45,28	CFM	317,79	lbf-ft	36,9

Tabla 4.4 Condiciones de trabajo del variador de velocidad (continua)

FX	Anchura x	mm	326 × 1400 × 356	l/s	225	Nm	25
	Altura x Profundidad	pulg.	12,80 × 55,12 × 12,83	CFM	478,13	lbf-ft	18,4
GX	Anchura x	mm	326 × 1533 × 545	l/s	440	Nm	25
	Altura x Profundidad	pulg.	12,80 × 60,35 × 21,46	CFM	935	lbf-ft	18,4

La reducción de la corriente en función de la frecuencia de pulsación será según se requiera bajo las recomendación de la Tabla 4.5 presentada continuación:

Tabla 4.5 Condiciones de voltaje variador de velocidad

Tensión de red	Potencia [kW]	Dimen2 kHz	sión de la 4 kHz	6 kHz corriente d	8 kHz e salida e	10 kHz n A con u	12 kHz na frecuen	14 kHz cia de pul	16 kHz sación
3 AC 400 V	7,5	19,0	19,0	17,1	15,2	13,3	11,4	9,5	7,6
	11,0	26,0	26,0	24,7	23,4	20,8	18,2	15,6	13,0
	15,0	32,0	32,0	28,8	25,6	22,4	19,2	16,0	12,8
	18,5	38,0	38,0	36,1	34,2	30,4	26,6	22,8	19,0
	22	45,0	45,0	40,5	36,0	31,5	27,0	22,5	18,0
	30	62,0	62,0	55,8	49,6	43,4	37,2	31,0	24,8
	37	75,0	75,0	71,3	67,5	60,0	52,5	45,0	37,5
	45	90,0	90,0	81,0	72,0	63,0	54,0	45,0	36,0
	55	110,0	110,0	93,5	77,0	63,3	49,5	41,3	33,0
	75	145,0	145,0	123,3	101,5	83,4	65,3	54,4	43,5
	90	178,0	178,0	138,0	97,9	84,6	71,2	62,3	53,4
	110	205,0	180,4	-	-	-	-	-	-
	132	250,0	220,0	-	-	-	-	-	-
	160	302,0	265,8	-	-	-	-	-	-
200	370,0	325,6	-	-	-	-	-	-	
250	477,0	419,8	-	-	-	-	-	-	

A fin de lograr una buena instalación y que se pueda cumplir con las normas UL es necesario usar fusibles de la gama SITOR con la corriente nominal apropiada. El margen de tensión de entrada 3 AC 380 V – 480 V, ± 10 % (con filtro Clase A integrado). El motor a utilizar será eléctrico de tipo trifásico el cual será accionado por una planta de energía eléctrica capaz de suministrar la energía necesaria para poner a trabajar el equipo a punto de prueba. La potencia del motor será de 7 HP, con lo que se cree que será suficiente para accionar el mecanismo de prueba. En las Figura 4.11 se pueden observar vistas de las caras tanto frontal como lateral de un motor marca SIEMENS.

En la Figura 4.12 se presenta la imagen de las características principales del motor que se propone para accionar las masas excéntricas.

A continuación se presentan las características generales del motor marca SIEMENS.

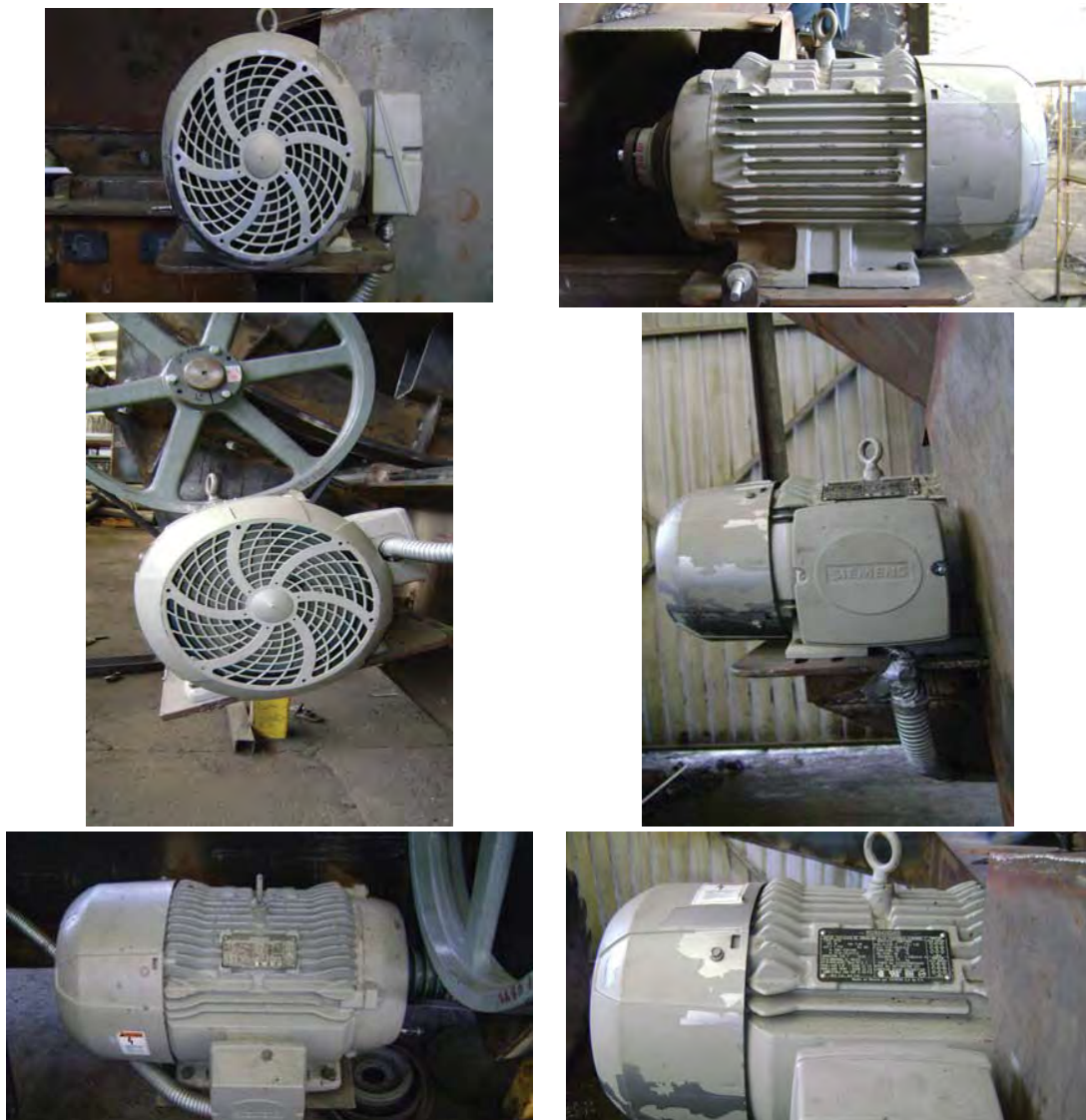
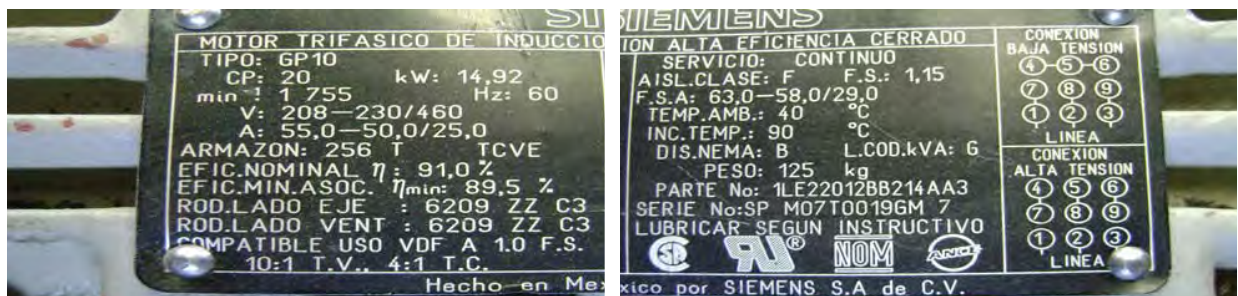


Figura 4.12 Vistas del Motor marca SIEMENS propuesto

Las características del motor son las mostradas en la figura a continuación mostradas:



a) Placa de características y especificaciones del motor

Figura 4.13 Placa de las características del motor propuesto



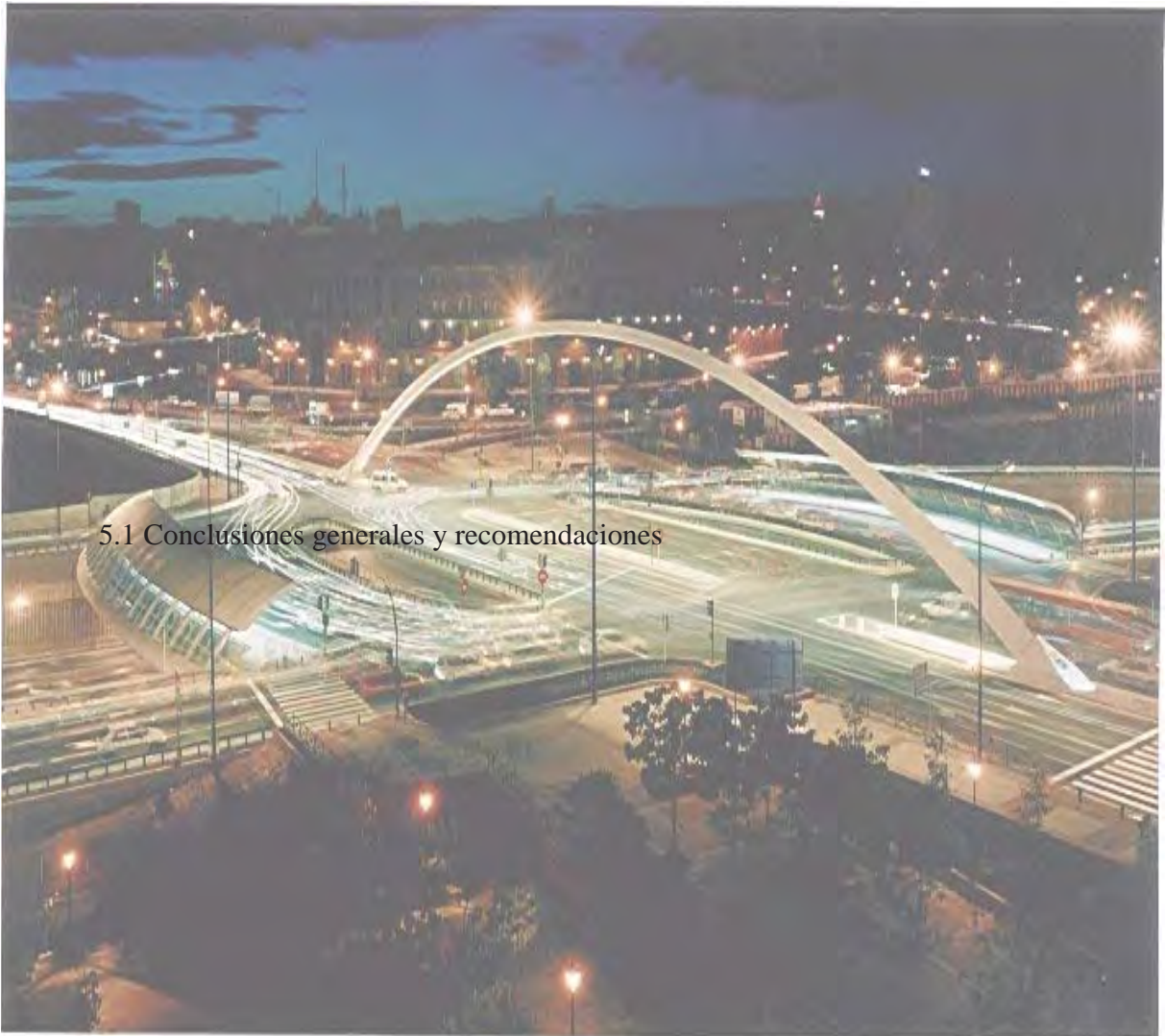
b) Características motor SIEMENS propuesto

Figura 4.13 Placa de las características del motor propuesto (continua)

El equipo estará provisto con placas de sujeción que permitan el anclado con la estructura o elemento a ser probado, esto permitirá predecir la preparaciones que deberán hacerse a los elementos que se pretendan probar y se pueda garantizar la excitación deseada.

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES GENERALES Y RECOMENDACIONES



5.1 Conclusiones generales y recomendaciones

PUENTE DE VENTAS (MADRID)

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES GENERALES Y RECOMENDACIONES

5.1 CONCLUSIONES GENERALES

En México, existen puentes carreteros que fueron diseñados con códigos de diseño anteriores al año 2000.

Los parámetros dinámicos son los más importantes para conocer la rigidez de una estructura.

Para poder conocer las propiedades dinámicas de un puente tipo es necesario someter a la estructura del puente a un movimiento del tipo armónico, existen una variedad de formas de hacer esto, una de ellas es colocando un máquina de masas excéntricas en un lugar estratégico y con la ayuda de acelerómetros obtener las frecuencias de los elementos estructurales que componen al puente.

Se hizo un análisis para poder obtener las frecuencias de puentes pequeños tipo obteniéndose un valor mínimo y máximo para la construcción de una máquina excitadora obteniéndose los siguientes valores $Frecuencia_{\min} = 8.2166(Hz)$ y un valor máximo de $Frecuencia_{\max} = 84.5150(Hz)$; estos valores son tomados en cuenta para que la máquina a diseñar sea capaz de provocar un movimiento armónico sobre la estructura del puente.

5.2 RECOMENDACIONES

Puesto que el estado de Michoacán es el estado con más puentes en la República Mexicana, y más aún siendo la U·M·S·N·H (Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo) un pilar de la investigación, se considera importante en la búsqueda de financiamientos para la construcción de este equipo ya que será de gran utilidad no sólo de la aplicación de puentes, este equipo puede ser útil en muchas más áreas de investigación de elementos estructurales.

Apéndice A

PLANOS DE TALLER DEL DISEÑO DE LA MÁQUINA EXCITADORA DE MASAS EXCÉNTRICAS

Planos de taller.

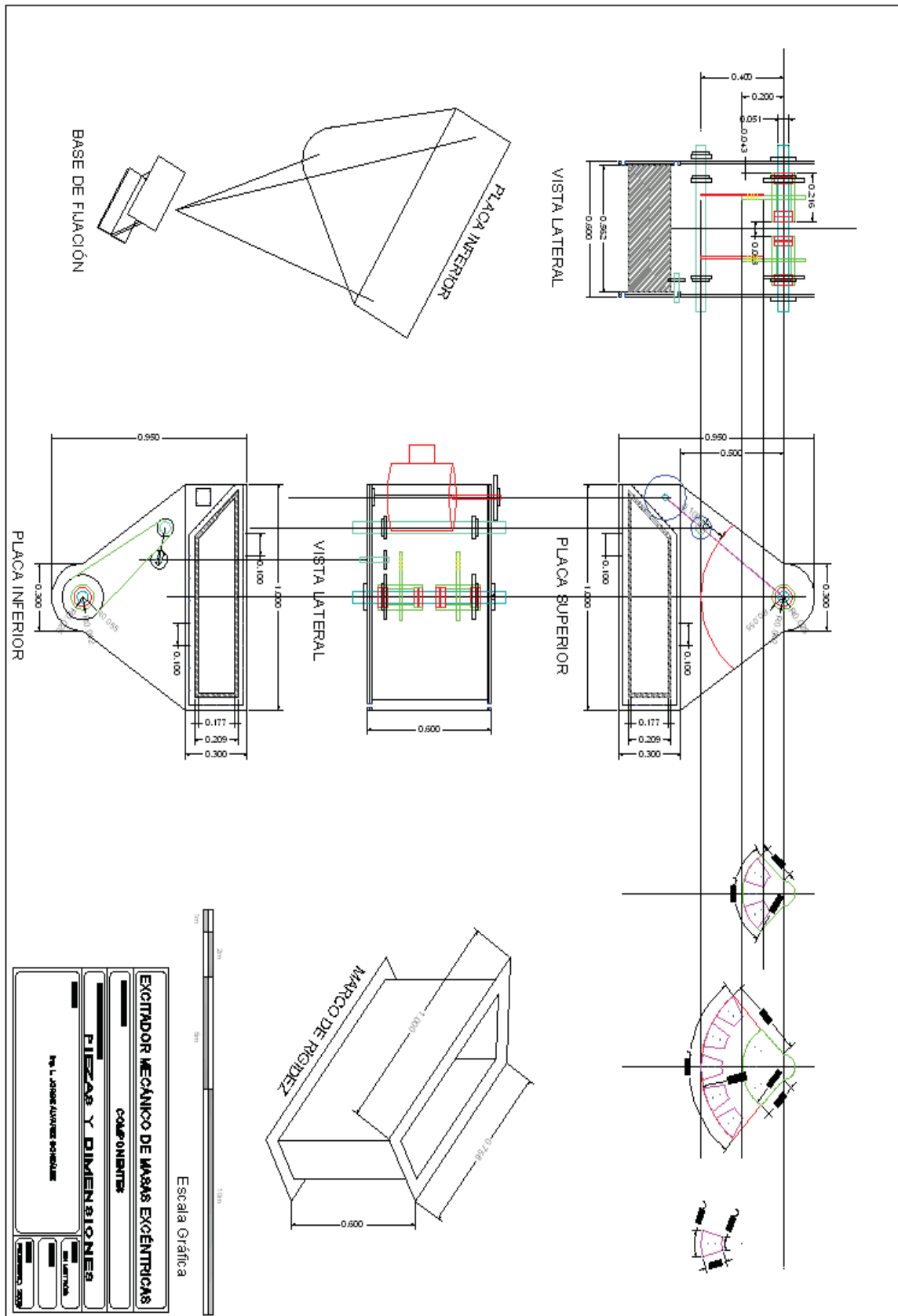


Figura 4.14 Plano de taller

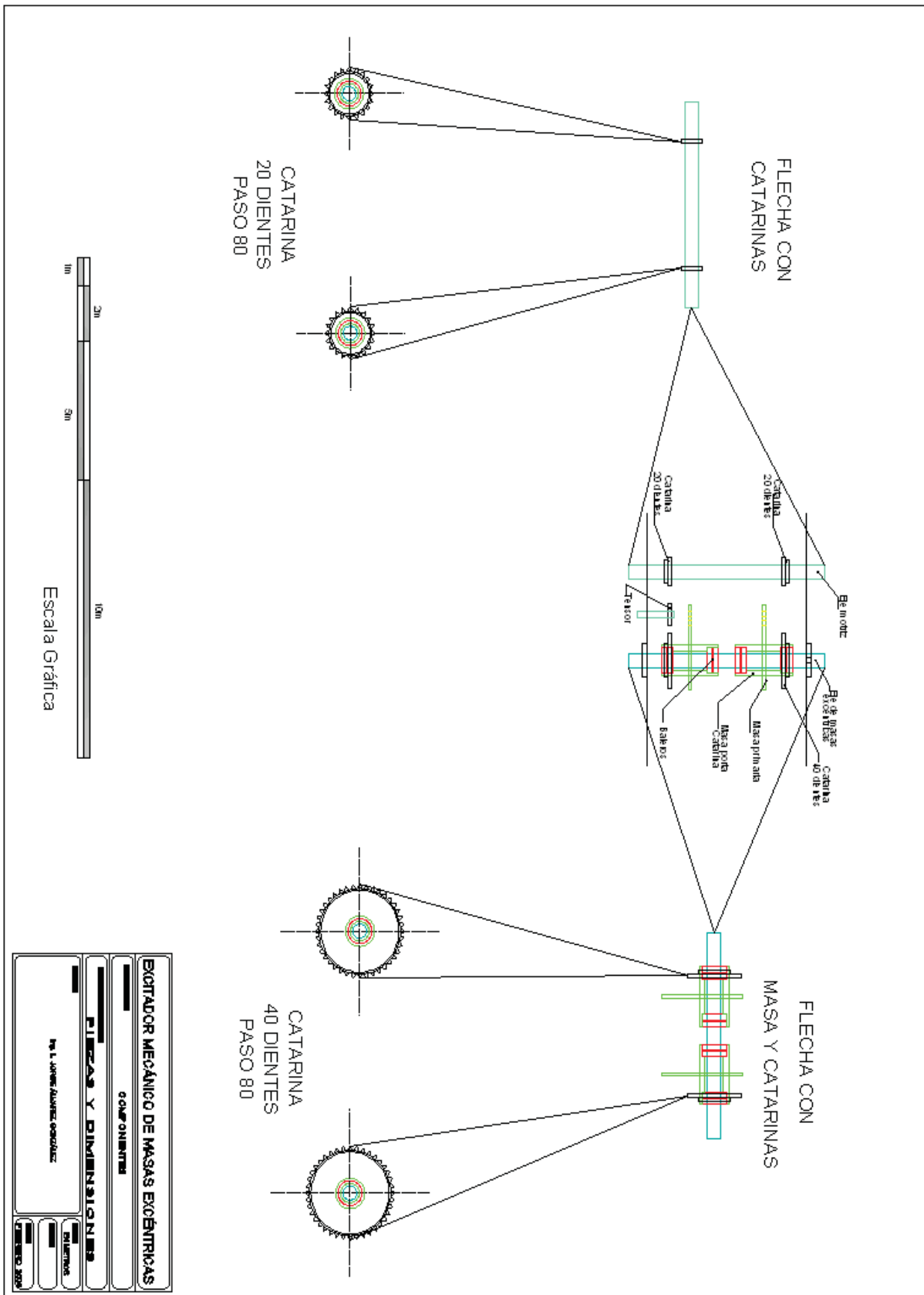


Figura 4.15 Plano de taller

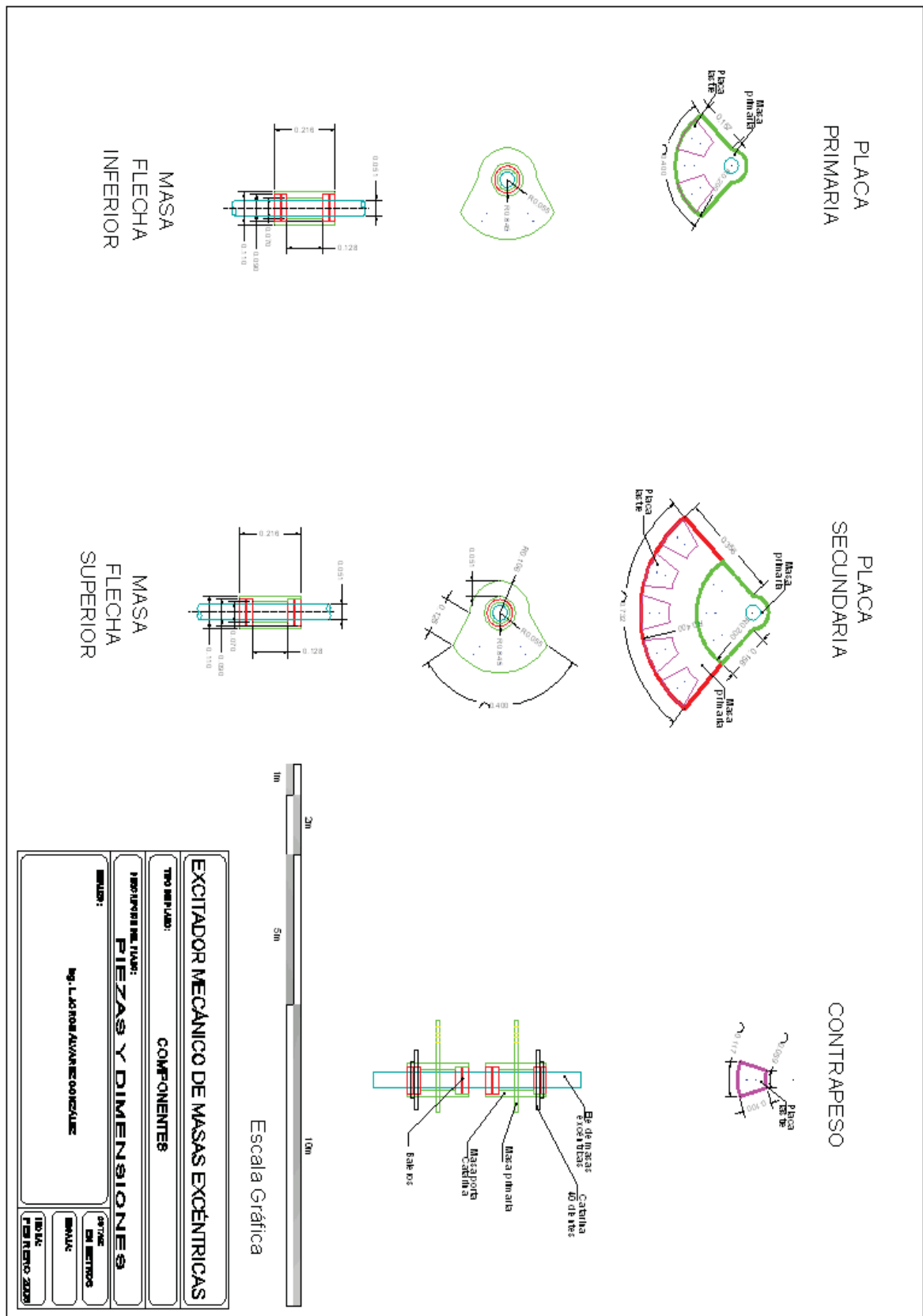


Figura 4.16 Plano de taller

Apéndice B

PROGRAMA PARA CALCULAR FRECUENCIAS DE MARCOS PLANOS

```

*   progama para anasys de vibracion libre de un marco en el espacio
parameter (ielt=50,inod=50,ntdf=inod*6,inb=50)
parameter (ibh=25,itdf=ntdf*ibh)
common/a/ntv,nbh,gstif(itdf),gmass(itdf),gload(ntdf),
$kind(ntdf),mind(ntdf)
      common/b/nod(ielt,2),xg(inod),yg(inod),zg(inod)
      common/c/area(ielt),ixx(ielt),iyy(ielt),izz(ielt)
dimension estif(12,12),tra(12,12),emas(12,12),estg(12,12)
      dimension nodlod(inod),load(inod,6),nbd(inb,7)
dimension freq(20)
      dimension title(15)
character ans*2
real ixx,iyy,izz,len,load
      open (1,file='marcoin.TXT')
      open (2,file='marcoout.TXT')
150 format(15a4)
151 format(/,'modulo de Young.=' ,g12.4/'Densidad.=' ,g12.4)
152 format(/'No de elementos.=' ,i5/'No. de nodos.=' ,i5)
153 format(/'propiedades de la seccion',/'Elemento   Area   Ixx
$ Iyy   Izz',/(i5,4g12.4))
154 format(/'conectividad nodal',/'Elemento   Nodo   conectividad',
$ /(i5,5x,2i8))
155 format(/'Coordenadas del nodo',/'Nodo   X-cor   Y-cor
$   Z-cor',/(i5,3g15.6))
156 format(/'No. de nodos apoyados....=' ,i5)
157 format(/'Condiciones de apoyo',/' Nodo   condiciones de apoyo',
$/(i3,7x,6i2))
158 format(/'No de condiciones de carga sobre la estructura....=' ,i5)
159 format(/'Nodos en los cuales la carga actua y su Magnitud',
$/(i3,6g10.4))
160 format(/'Grados de libertad totales de la estructura....=' ,i5,
$/'ancho de banda... = 'i5)
161 format(/'Elementos de la matriz de rigidez',/(6g12.4))
162 format(/'Elementos de la matriz de masas',/(6g12.4))
163 format(/'Matriz de rigideces total',/(6g12.4))
164 format(/'Matriz de cargas total',/(6g12.4))
165 format(/'Matriz de masas total',/(6g12.4))
166 format(/'Desplazamientos nodales',/(i4, 6g12.4))
167 format(/'Frecuencias Naturales',/(i3,5x,g12.4))
168 format(a2)
      print *,'Deseas realizar un analisis estatico?(si)presione:s or S'
      print *,'SINO EL SE REALIZA EL Analisis de Vibracion libre'
      read 168,ans
*   Se lee el titulo del problema
      read (1,150)title
      write (2,150)title
*   Propiedades del material
      read (1,*)emod,dens
      write (2,151)emod,dens
*   Numero de elementos y nodos de la estructura
      read(1,*) nelm,nnod
      write(2,152)nelm,nnod
*   Propiedades de los elementos
      read (1,*)(area(iel),ixx(iel),iyy(iel),izz(iel),iel=1,nelm)
      write (2,153)(iel,area(iel),ixx(iel),iyy(iel),izz(iel),iel=1,nelm)

```

```

* Conectividades nodales
  read(1,*)(nod(iel,ind),ind=1,2),iel=1,nelm)
  write (2,154)(iel,(nod(iel,ind),ind=1,2),iel=1,nelm)
* Coordenadas del nudo
read(1,*) (xg(ind),yg(ind),zg(ind),ind=1,nnod)
write(2,155) (ind,xg(ind),yg(ind),zg(ind),ind=1,nnod)
* No. de nodos apoyados
read(1,*)nbp
write(2,156)nbp
* Condiciones de apoyo
if (nbp.ne.0)then
  print *, 'especifica condiciones de apoyo'
  read(1,*) ((nbd(ibp,ind),ind=1,7),ibp=1,nbp)
  write(2,157)((nbd(ibp,ind),ind=1,7),ibp=1,nbp)
endif
if(ans.eq.'s'.or.ans.eq.'S')then
* Cargas en los miembros
read(1,*)nload
read(1,*)(nodlod(ild),(load(ild,ind),ind=1,6),ild=1,nload)
write(2,158)nload
write(2,159)(nodlod(ild),(load(ild,ind),ind=1,6),ild=1,nload)
endif
ntv=nnod*6
* Ancho de Banda
nbh=0
do iel=1,nelm
  do in=1,2
    do jn=1,2
      nbl = abs(nod(iel,in)-nod(iel,jn))
      if(nbl.gt.nbh)nbh=nbl
    enddo
  enddo
enddo
nbh=(nbh+1)*6
write(2,160)ntv,nbh
* Calculo de la matriz de rigideces y de masas de los elementos
do 101 iel=1,nelm
  x1=xg(nod(iel,1))
  x2=xg(nod(iel,2))
  y1=yg(nod(iel,1))
  y2=yg(nod(iel,2))
  z1=zg(nod(iel,1))
  z2=zg(nod(iel,2))
  len=sqrt((x1-x2)*(x1-x2)+(y1-y2)*(y1-y2)+(z1-z2)*(z1-z2))
  call elst(iel,emod,len,estif)
  call tran(iel,x1,x2,y1,y2,z1,z2,len,tra)
  call tkt(iel,estif,tra,estg)
  if(ans.eq.'s'.or.ans.eq.'S') goto 103
  call elmas(iel,dens,len,emas)
  do irow= 1,12
    estg(irow,irow) = estg(irow,irow)+alpha*emas(irow,irow)
  enddo
* forma la matriz de rigideces
103 if (iel .eq. 1)then
  write (2,161) (estg(itg,itg),itg=1,12)
endif
* Ensamble de la matriz de rigideces
call assem (1,iel,estg)
* si el analisis es estatico no calcula masas
if(ans. eq.'s' .or. ans. eq. 'S') goto 101
* forma la matriz de masas
if(iel .eq. 1)then
  write(2,162) (emas(itg,itg),itg=1,12)
endif

```

```

*   Ensamble de la matriz de masas
    call assem (2,ieL,emas)
101 continue
*   Matriz de masas y de rigidez total
    call crunch(1)
    write(2,163) (gstif(kind(itv)),itv=1,ntv)
    if(ans.eq.'s'.or.ans.eq.'S')then
        do iload=1,nload
            ind=(modlod(iload)-1)*6
            do jnd=1,6
                gload(ind+jnd)=gload(ind+jnd)+load(iload,jnd)
            enddo
        enddo
    write(2,164) (gload(itv),itv=1,ntv)
    else
        call crunch(2)
        write(2,165)(gmass(mind(itv)),itv=1,ntv)
    endif
*   Colocación de condiciones de apoyo
    do 102 i=1,nbp
        ii=nbdi(i,1)
        do 102 j=1,6
            if(nbd(i,j+1).eq.0) goto 102
            iii=(ii-1)*6+j
            gstif(kind(iii)) = gstif(kind(iii))*1.0e20
        enddo
    102 continue

    if(ans.eq.'s'.or.ans.eq.'S')then
*   Calcula los desplazamientos nodales
        call decom(ier)
        call for
        call bac
        write(2,166)(ind,(gload((ind-1)*6+jnd),jnd=1,6),ind=1,nmod)
    else
*   Calculo de frecuencias naturales
        print *, 'Numero de frecuencias a calcular?'
        read(*,*)nrqd
        call r8susiv(nrqd,freq,alpha)
        write(2,167)(irqd,freq(irqd),irqd=1,nrqd)
        print 167,(irqd,freq(irqd),irqd=1,nrqd)
    endif
    stop
    end
*****
*   Subrutina para calcular la matriz de rigideces de los elementos
*****
subroutine elst(ieL,emod,len,estif)
parameter (ielt=50,inod=50,ntdf=inod*6,inb=50)
common/c/area(ielt),ixx(ielt),iyy(ielt),izz(ielt)
dimension estif(12,12)
real len,L,ix,iy,iz,ixx,iyy,izz
e=emod
L=len
a=area(iel)
g=emod/(2.*(1+0.3))
ix=ixx(iel)
iy=iyy(iel)
iz=izz(iel)
*   g=80.0e6
*   Generacion de la matriz triangular superior de la matriz de rigideces
    estif(1,1) =e*a/L
    estif(1,7) =-e*a/L
    estif(2,2) =12.0*e*iz/L**3
    estif(2,6) =6.0*e*iz/L**2

```

```

estif(2,8) =-12.0*e*iz/L**3
estif(2,12) =6.0*e*iz/L**2
estif(3,3) =12.0*e*iy/L**3
estif(3,5) =-6.0*e*iy/L**2
estif(3,9) =-12.0*e*iy/L**3
estif(3,11) =-6.0*e*iy/L**2
estif(4,4) =g*ix/L
estif(4,10) =-g*ix/L
estif(5,5) =4.0*e*iy/L
estif(5,9) =6.0*e*iy/L**2
estif(5,11) =2.0*e*iy/L
estif(6,6) =4.0*e*iz/L
estif(6,8) =-6.0*e*iz/L**2
estif(6,12) =2.0*e*iz/L
estif(7,7) =e*a/L
estif(8,8) =12.0*e*iz/L**3
estif(8,12) =-6.0*e*iz/L**2
estif(9,9) =12.0*e*iy/L**3
estif(9,11) =6.0*e*iy/L**2
estif(10,10) =g*ix/L
estif(11,11) =4.0*e*iy/L
estif(12,12) =4.0*e*iz/L
* Matriz triaNgular inferior de la matriz de rigideses
do irow=1,12
  do icol=1,12
    stif(icol,irow) = stif(irow,icol)
  enddo
enddo
return
end
*****
* Subrutine para calcular la matriz de transformación
*****
subroutine tran(ieL,x1,x2,y1,y2,z1,z2,len,tra)
dimension tra(12,12)
real len
do irow=1,12
  do icol=1,12
    tra(irow,icol)=0.0
  enddo
enddo
cx=(x2-x1)/len
cy=(y2-y1)/len
cz=(z2-z1)/len
cxz = sqrt(cx*cx+cz*cz)
alpha=0.0
pi =atan(1.)*4.
alpha=alpha*pi/180.0
cosa=cos(alpha)
sina=sin(alpha)
if(x1.eq.x2.and.z1.eq.z2.and.y1.ne.y2)then
tra(1,2)=cy
tra(2,1)=-cy*cosa
tra(2,3)=sina
tra(3,1)=cy*sina
tra(3,3)=cosa
else
tra(1,1)=cx
tra(1,2)=cy
tra(1,3)=cz
tra(2,1) = (-cx*cy*cosa-cz*sina)/cxz
tra(2,2)=cxz*cosa
tra(2,3) = (-cy*cz*cosa+cx*sina)/cxz
tra(3,1) = (cx*cy*sina-cz*cosa)/cxz

```

```

tra(3,2)= -cxz*sina
tra(3,3)= cy*cz*sina+cx*cosa/cxz
endif
do iro=1,3
do jro=1,3
do jco=1,3
ir=iro*3+jro
ic=iro*3+jco
tra(ir,ic)= tra(jro,jco)
enddo
enddo
enddo
return
end
*****
* Subrutina de calculo de la matriz global de rigidez
*****
subroutine tktk(iel,estif,tra,estg)
dimension stif(12,12),estg(12,12),tra(12,12),est(12,12)
do iro=1,12
do ico=1,12
est(iro,ico)=0.0
do jro=1,12
est(iro,ico)=est(iro,ico)+tra(jro,iro)*estif(jro,ico)
enddo
enddo
enddo
do iro=1,12
do ico=1,12
estg(iro,ico)=0.0
do jro=1,12
estg(iro,ico)=estg(iro,ico)+est(iro,jro)*tra(jro,ico)
enddo
enddo
enddo
return
end
*****
* Subrutina calculo de la matriz global de masa
*****
subroutine elmas(iel,dens,len,emas)
parameter (ielt=50,inod=50,ntdf=inod*6,inb=50)
common/c/area(ielt),ixx(ielt),iyy(ielt),izz(ielt)
dimension emas(12,12)
real len,ixx,iyy,mass
mass=dens*area(iel)*len/2.0
do iro=1,12
do ico=1,12
emas(iro,ico)=0.0
enddo
enddo
emas(1,1)=mass
emas(2,2)=mass
emas(3,3)=mass
emas(7,7)=mass
emas(8,8)=mass
emas(9,9)=mass
return
end
*****
* Subrutina de ensamble de coeficientes de rigidez
*****
subroutine assem (ind,ielm,estif)
parameter (ielt=50,inod=50,ntdf=inod*6,inb=50)

```

```

parameter (ibh=25,itdf=ntdf*ibh)
common/a/ntv,nbh,gstif(itdf),gmass(itdf),gload(ntdf),kind(ntdf),
$ mind(ntdf)
common/b/nod(ielt,2),xg(inod),yg(inod),zg(inod)
dimension estif(12,12)
ndf=6
nnpe=2
do 60 i=1,nnpe
  ig=(nod(ielm,i)-1)*ndf
  do 60 j=1,ndf
    mmi=ig+j
    mmm=mmi-1
    imi=(i-1)*ndf+j
    do 60 k=1,nnpe
      jg=(nod(ielm,k)-1)*ndf
      do 60 L = 1,ndf
        nnj=jg+L
        jnj=(k-1)*ndf+L
        if(nnj .gt. mmi) goto 55
        if (mmi .le. nbh)then
          kkj=mmm*(mmm+1)/2+nnj
          kkj=kkj
        else
          kkj=nbh*(nbh+1)/2
          lrow=(mmm-nbh+1)*nbh+nnj-mmi
          kkj=kkj+lrow
        endif
        if(ind .eq. 1) gstif(kkj)=gstif(kkj)+estif(imi,jnj)
        if(ind .eq. 2) gmass(kkj)=gmass(kkj)+estif(imi,jnj)
55      continue
60      continue
      return
    end
*****
*   subrutina sintetizacion
*****
subroutine crunch(ind)
parameter (ielt=50,inod=50,ntdf=inod*6,inb=50)
parameter (ibh=25,itdf=ntdf*ibh)
common/a/ntv,nbh,gstif(itdf),gmass(itdf),gload(ntdf),kind(ntdf),
$ mind(ntdf)
common/b/ nod(ielt,2),xg(inod),yg(inod),zg(inod)
dimension ak(200)
ist=1
iend=0
do 10 jj=1,nbh
  i=(jj*(jj-1))/2
  do 2 ii=1,jj
    if(ind.eq.1) ak(ii)=gstif(i+ii)
    if(ind.eq.2) ak(ii)=gmass(i+ii)
2    continue
  call search (ak,jj,ist,iend,ind)
  if(ind.eq.1) then
    kind(jj)=iend
  else
    endif
  if(ind.eq.2) then
    mind(jj)=iend
  else
    endif
10  continue
  do 20 jj=nbh+1,ntv
    i=i+nbh
    do 4 ii=1,nbh

```

```

if(ind.eq.1) ak(ii)=gstif(i+ii)
if(ind.eq.2) ak(ii)=gmass(i+ii)
4  continue
call search(ak,nbh,ist,iend,ind)
if(ind.eq.1) then
    kind(jj)=iend
    else
    endif
if(ind.eq.2)then
    mind(jj)=iend
    else
    endif
20 continue
return
end
*****
*  subrutina de busqueda
*****
subroutine search (ak,nb,ist,iend,ind)
parameter (ielt=50,inod=50,ntdf=inod*6,inb=50)
parameter (ibh=25,itdf=ntdf*ibh)
common/a/ntv,nbh,gstif(itdf),gmass(itdf),gload(ntdf),kind(ntdf),
$ mind(ntdf)
dimension ak(200)
do 20 ii=1,nb
if(ak(ii)) 10,20,10
10  ibL=ii
goto 30
20  continue
    ibL=nb
30  continue
    icount=nb-ibL+1
    iend=iend+icount
    do 40 ii=ist,iend
        jj=ii-ist+ibL
        if(ind.eq.1) gstif(ii)=ak(jj)
        if(ind.eq.2) gmass(ii)=ak(jj)
40  continue
    ist=ist+icount
return
end
*****
*  subrutina Bac
**  solves Lt*v=u by back subroutine **
*****
subroutine bac
parameter (ielt=50,inod=50,ntdf=inod*6,inb=50)
parameter (ibh=25,itdf=ntdf*ibh)
common/a/npt,nbh,L(itdf),g(itdf),u(ntdf),Ld(ntdf),gd(ntdf)
real L
integer q
do 20 i=1,npt
20  u(i)=u(i)/L(Ld(i))
do 22 it=2,npt
i=npt+2-it
i1=i-1
q=Ld(i)-i
m1=1+Ld(i-1)-q
if(m1-i) 10,22,10
10  continue
do 21 j=m1,i1
u(j)=u(j)-L(j+q)*u(i)/L(Ld(j))
21  continue
22  continue

```

```

return
end
*****
*   Subrutina for
**  solver lv=u  sustitucion inversa **
*****
subroutine for
parameter (ielt=50,inod=50,ntdf=inod*6,inb=50)
parameter (ibh=25,itdf=ntdf*ibh)
common/a/npt,nbh,L(itdf),g(itdf),u(ntdf),Ld(ntdf),gd(ntdf)
real L
integer q
u(1)=u(1)/L(1)
do 13 i=2,npt
q=Ld(i)-i
m1=1+Ld(i-1)-q
eL=0.0
if (m1-i) 10,13,10
10  continue
i1=i-1
do 14 j=m1,i1
14  eL=eL+L(j+q)*u(j)
13  u(i)=(u(i)-eL)/L(Ld(i))
return
end
*****
*   Subrutina Decom
**  Descompone la matriz simetrica para usar Choleski
*****
subroutine decom(ier)
parameter (ielt=50,inod=50,ntdf=inod*6,inb=50)
parameter (ibh=25,itdf=ntdf*ibh)
common/a/npt,nbh,L(itdf),g(itdf),u(ntdf),Ld(ntdf),gd(ntdf)
real L
integer q
n=npt
xcm=1.0
L(1)=sqrt(L(1))
do 1 i=2,n
q=Ld(i)-i
m1=1+Ld(i-1)-q
do 2 j=m1,i
nn=0
eL=L(j+q)
if(j-1) 10,2,10
10  continue
kk=Ld(j)-j
nn=1+Ld(j-1)-kk
nn=max0(nn,m1)
if(nn-j) 15,2,15
15  continue
j1=j-1
do 3 k=nn,j1
3  eL=eL-L(q+k)*L(kk+k)
2  L(j+q)=eL/L(Ld(j))
if (eL.Le.0) goto 5
xc=1./L(i+q)
if(xc-xcm) 1,20,20
20  continue
xcm=xc
jcm=i
1  L(Ld(i))=sqrt(eL)
icm=int(alog10(xcm))+1
ier=2

```

DISEÑO DE UN EQUIPO EXCITADOR DE MASAS EXCÉNTRICAS PARA PUENTES

```

    write(*,*) ' n= ', n
    goto 6
5   ire=3
    n=-n
    write(*,*) ' n= ', n
    write(*,*) ' error*** Matriz de rigideces no es positiva definida '
6   return
    end
*****
c   Subrutina para calcular los eigen vectors
*****
    subroutine R8USIV(NRQD,BD,ALPHA)
    DIMENSION U(300,20),V(300,20),W(300,20),BD(20),HZ(20),ERR(20)
    COMMON/A/NNF,NBH,L(7500),G(7500),GL(300),LD(300),GD(300)
    INTEGER GD
    REAL L,HZ
    DATA NOI,TOLVEC,GES,IARENT,LET,LOCK,INT/80,1.E-06, 0.0 ,0 ,0 , 1, 1/
    N=NNF
    ND=M
    NA=GD(N)
    RQD=NRQD
    M=NRQD*2.0
    CALL R8URED(NK,N,IER)
    IF(N .LT. 0) RETURN
    IF(IARENT .EQ. 2) CALL R8UPRE1 (ND,W,U,NK,M,N,1,IARENT)
    CALL R8URAN(ND,U,N,M,IARENT,GES)
    CALL R8UORT(ND,U,N,M,1)
50  CALL R8UBAC(ND,U,V,NK,N,M,LOCK)
    CALL R8UPRE1(ND,V,W,NA,N,M,LOCK,0)
    CALL R8UFOR(ND,W,V,NK,N,M,LOCK)
    CALL R8UDEC(ND,U,V,W,BD,N,M,LOCK,TOLVEC)
    CALL R8URAN(ND,W,N,M,IARENT,GES)
    CALL R8UORT(ND,W,N,M,LOCK)
    CALL R8UERR(ND,U,W,BD,ERR,N,M,NRQD,LOCK,TOLVEC,LET)
    DO 20 I=1,N
    DO 20 J=LOCK,M
20  U(I,J)=W(I,J)
    IF(LET-1)15,10,15
15  CONTINUE
    IF (NOI-INT)11,16,16
16  CONTINUE
    INT=INT+1
    GOTO 50
10  IER=0
    GOTO 120
11  IER=1
120 CALL R8UBAC(ND,U,W,NK,N,M,1)
    DO 121 J=1,M
    EL=0.0
    IF(BD(J) .LE. 0.0) GOTO 140
    IF(J .LE. NRQD) BD(J)=1./SQRT(BD(J))
140 CONTINUE
    DO 122 I=1,N
    IF (ABS(W(I,J))-EL) 130,130,125
125 CONTINUE
    EL=ABS(W(I,J))
130 CONTINUE
122 CONTINUE
    IF (EL .EQ. 0.) GOTO 150
    EL =1./EL
    DO 123 I=1,N
123 W(I,J)=W(I,J)*EL
121 CONTINUE
150 CONTINUE

```

```

PI=ATAN(1.)*4.
DO 135 I=1,NRQD
  BD(I) = ABS(BD(I)*BD(I)-ALPHA)
  BD(I) = SQRT(BD(I))
  HZ(I) = BD(I)/2./PI
  HZ(I) = SQRT(BD(I))
135 CONTINUE
  WRITE(2,216)
216  FORMAT(/12X,'***** RESULTADOS DE VIBRACION LIBRE *****')
  WRITE(2,211)INT,IER
211  FORMAT(/'ITERACIONES = ',I5,4X,'ERROR CODE = ',I5)
  WRITE(2,212) (I,BD(I),HZ(I),I=1,NRQD)
  PRINT 212, (I,BD(I),HZ(I),I=1,NRQD)
212  FORMAT(/'EIGENVALUES  'MODO      EN RAD/S
  $ EN HZ'/(I3,5X,F15.8,3X,F15.8))
  WRITE(2,213)
213  FORMAT(/'FORMA MODAL')
  DO 210 I=1,NRQD
210  WRITE(2,214) I,BD(I),(LL1,(W((LL1-1)*6+J,I),J=1,6),LL1=1,NNF/6)
214  FORMAT(/'FORMA MODAL = ',I3,10X,'FRECUENCIA NATURAL = ',F12.6,
  $ /(I3,6G12.4))
  WRITE(2,215) (I,ERR(I),I=1,NRQD)
215  FORMAT(/'ERROR :',/(I3,5X,G15.6))
  RETURN
  END
*****subrutine r8ured*****
*  SUBROUTINE R8URED(NK,N,IER)
**  DECOMPOSES A SYMMETRIC MATRIZ DEL FACTOR CHOLESKY**
  SUBROUTINE R8URED(NK,N,IER)
  COMMON/A/NNF,NBH,L(7500),G(7500),GL(300),LD(300),GD(300)
  INTEGER Q,GD
  REAL L
  XCM=1.0
  L(1)=SQRT(L(1))
  DO 1 I=2,N
  Q=LD(I)-I
  M1=1+LD(I-1)-Q
  DO 2 J=M1,I
  NN=0
  EL=L(J+Q)
  IF(J-1)10,2,10
10  CONTINUE
  KK=LD(J)-J
  NN=1+LD(J-1)-KK
  NN=MAX0(NN,M1)
  IF(NN-J) 15,2,15
15  CONTINUE
  J1=J-1
  DO 3 K=NN,J1
  EL=EL-L(Q+K)*L(KK+K)
2  L(J+Q)=EL/L(LD(J))
  IF(EL .LE. 0) GOTO 5
  XC=1./L(I+Q)
  IF(XC-XCM) 1,20,20
20  CONTINUE
  XCM=XC
  JCM=I
1  L(LD(I))=SQRT(EL)
  ICM=INT(ALOG10(XCM))+1
  IER=2
  GOTO 6
5  IER=3
  N=-N
  WRITE(2,*)'ERROR** LA MATRIZ DE RIGIDEZ NO ES POSITIVA DEFINIDA'

```

DISEÑO DE UN EQUIPO EXCITADOR DE MASAS EXCÉNTRICAS PARA PUENTES

```

6 RETURN
END
*****subrutine r8uPre1*****
** EGECCION DE LA MULTIPLICACION V=AU **
SUBROUTINE R8UPRE1 (ND,U,V,NA,N,M,LOCK,IRENT)
DIMENSION U(300,20),V(300,20)
COMMON/A/NNF,NBH,G(7500),L(7500),GL(300),GD(300),LD(300)
INTEGER Q,GD
REAL L,LK
DO 1 I=1,N
LK=L(LD(I))
DO 1 K=LOCK,M
1 V(I,K)=U(I,K)*LK
DO 8 I=2,N
Q=LD(I)-I
M1=1+LD(I-1)-Q
DO 8 K=LOCK,M
IF(M1-I) 10,8,10
10 CONTINUE
IF(IRENT-2) 15,6,15
15 CONTINUE
I1=I-1
DO 5 J=M1,I1
5 V(I,K)=V(I,K)+L(J+Q)*U(J,K)
6 CONTINUE
DO 4 J=M1,I1
V(J,K)=V(J,K)+L(J+Q)*U(I,K)
4 CONTINUE
8 CONTINUE
RETURN
END
*****subrutine r8uRAN*****
* SUBROUTINE R8URAN(ND,U,N,M,IRENT,GES)
** INPUT RANDOM NUMBERS INTO U **
SUBROUTINE R8URAN(ND,U,N,M,IRENT,GES)
DIMENSION U(300,20)
K=1
IF(IRENT .NE. 0) K=M
IRENT=1
DO 1 I=1,N
DO 1 J=K,M
IF(GES .EQ. 0.0)GES=0.31415926
Y=GES*GES
2 Y=Y*10.0
IF(Y-1.0) 2,5,5
5 CONTINUE
NZ=Y
Y=Y-NZ
U(I,J)=Y
1 GES=Y
RETURN
END
*****subrutine r8uORT*****
* SUBROUTINE R8UORT(ND,W,N,M,LOCK)
** VECTOR NORMALIZADO EN W DEL PROCESO DE SCHMIDT **
SUBROUTINE R8UORT(ND,W,N,M,LOCK)
DIMENSION W(300,20)
DO 1 I=LOCK,M
DO 1 J=1,I
EL=0.0
DO 4 K=1,N
4 EL=EL+W(K,J)*W(K,I)
IF(I-J) 10,5,10
10 CONTINUE

```

DISEÑO DE UN EQUIPO EXCITADOR DE MASAS EXCÉNTRICAS PARA PUENTES

```

DO 6 K=1,N
6  W(K,I)=W(K,I)-EL*W(K,J)
GOTO 1
5  D=1.0/SQRT(EL)
DO 3 K=1,N
W(K,I)=D*W(K,I)
3  CONTINUE
1  CONTINUE
RETURN
END
*****subrutnine r8uBAC*****
*  SUBROUTINE R8UBAC(ND,U,V,NK,N,M,LOCK)
**  SOLVER LT*V=U DE SUSTITUCION **
SUBROUTINE R8UBAC(ND,U,V,NK,N,M,LOCK)
DIMENSION U(300,20),V(300,20)
COMMON/A/NNF,NBH,L(7500),G(7500),GL(300),LD(300),GD(300)
INTEGER Q,GD
REAL L
DO 20 K=LOCK,M
DO 20 I=1,N
20  V(I,K)=U(I,K)/L(LD(I))
DO 22 IT=2,N
I=N+2-IT
I1=I-1
Q=LD(I)-I
M1=1+LD(I-1)-Q
IF(M1-I) 10,22,10
10  CONTINUE
DO 21 J=M1,I1
DO 21 K=LOCK,M
V(J,K)=V(J,K)-L(J+Q)*V(I,K)/L(LD(J))
21  CONTINUE
22  CONTINUE
RETURN
END
*****subrutnine r8uFOR*****
*  SUBROUTINE R8UFOR(ND,U,V,NK,N,M,LOCK)
**  SOLVER LV=U FORWARE SUSTITUCION **
SUBROUTINE R8UFOR(ND,U,V,NK,N,M,LOCK)
DIMENSION U(300,20),V(300,20)
COMMON/A/NNF,NBH,L(7500),G(7500),GL(300),LD(300),GD(300)
INTEGER GD,Q
REAL L
DO 12 K=LOCK,M
12  V(1,K)=U(1,K)/L(1)
DO 13 I=2,N
Q=LD(I)-I
M1=1+LD(I-1)-Q
DO 13 K=LOCK,M
EL=0.0
IF(M1-I) 10,13,10
10  CONTINUE
I1=I-1
DO 14 J=M1,I1
14  EL=EL+L(J+Q)*V(J,K)
13  V(I,K)=(U(I,K)-EL)/L(LD(I))
RETURN
END
*****subrutnine r8uDEC*****
*  SUBROUTINE R8UDEC(ND,U,V,W,BD,N,M,LOCK,TOLVEC)
**  ORDENANDO VECTORES EN U,V EN ORDEN ACENDENTE **
C  ESTA SECCION CALCULA EL EIGENVALUERS
SUBROUTINE R8UDEC(ND,U,V,W,BD,N,M,LOCK,TOLVEC)
DIMENSION U(300,20),V(300,20),W(300,20),BD(20)

```

DISEÑO DE UN EQUIPO EXCITADOR DE MASAS EXCÉNTRICAS PARA PUENTES

```

DO 1 J=LOCK,M
EL=0.0
DO 2 I=1,N
2   EL=EL+U(I,J)*V(I,J)
1   BD(J)=EL
C   ESTA SECCION PRUEBA LOS VALORES DE EIGEN EN ORDEN DECENDENTE
LOC1=LOCK+1
DO 3 J=LOC1,M
I=J
4   K=I-1
PQ=ABS(BD(K))-ABS(BD(I))
IF(PQ) 20,20,3
20  CONTINUE
EL=BD(I)
BD(I)=BD(K)
BD(K)=EL
DO 5 II=1,N
EL=U(II,I)
EL1=V(II,I)
U(II,I)=U(II,K)
V(II,I)=V(II,K)
U(II,K)=EL
V(II,K)=EL1
5   CONTINUE
I=I-1
KKL=I-1-LOCK
IF(KKL) 3,3,4
3   CONTINUE
C   ESTA SECCION CALCULA LAS ITERACIONES ENTRE
C   LOS EIGENVALORES PARA DESACOPLARLOS
39  DO 6 I=1,N
DO 6 J=LOCK,M
6   W(I,J)=V(I,J)
DO 8 I=LOCK,M
II=I-1
IF(II) 25,8,25
25  CONTINUE
DO 7 J=LOCK,II
EL=0.0
DO 9 K=1,N
9   EL=EL+U(K,I)*V(K,J)
EL=-2.0*EL
Q=BD(I)-BD(J)
IF (ABS (Q/BD(J))-TOLVEC) 30,30,10
30  CONTINUE
IF (ABS(EL/BD(J))-TOLVEC) 40,40,10
40  CONTINUE
EL=0.0
GOTO 7
10  ELL=SQRT(Q*Q+4.*EL*EL)
IF (Q .LT. 0.0)ELL=-ELL
EL=EL/(Q+ELL)
DO 13 K=1,N
W(K,I)=W(K,I)-EL*V(K,J)
13  W(K,J)=W(K,J)+EL*V(K,I)
7   CONTINUE
8   CONTINUE
RETURN
END
*****subrutine r8uERR*****
*   SUBROUTINE R8UERR(ND,U,V,W,BD,ERR,N,M,NRQD,LOCK,TOLVEC,LET)
**  ESTIMACION DE ERRORES **
SUBROUTINE R8UERR (ND,U,W,BD,ERR,N,M,NRQD,LOCK,TOLVEC,LET)
DIMENSION U(300,20),W(300,20),BD(20),ERR(20)

```

```
AN=N
DO 2 J=LOCK,M
ER=0.0
IF(BD(J)) 6,6,50
50 CONTINUE
DO 1 I=1,N
EL=U(I,J)-W(I,J)
1 ER=ER+EL*EL
GOTO 2
6 DO 8 I=1,N
EL=U(I,J)+W(I,J)
8 ER=ER+EL*EL
2 ERR(J)=SQRT(ER/AN)
5 IF(TOLVEC-ERR(LOCK)) 4,3,3
3 ERR(LOCK)= -ERR(LOCK)
LOCK=LOCK+1
IF(NRQD-LOCK) 10,5,5
10 CONTINUE
LET=1
4 RETURN
END
* emod=Modulo de Young o de elasticidad
* dens=Densidad del material
* nelm=No. de elementos
* node=No. de nodos en la estructura
* area=Area de la seccion trasversal del miembro ixx,lyy
* izz=Segundo momento de inercia
* nod=tipo de conetividad del nodo
* nbp=No de condiciones de apoyo del nodo
* nbd=codigo de apoyo del nodo
* ntv=ancho de banad
* estif=matriz de rigides elemental
* emas=matriz elemental de masas
* gstif=matriz de rigidez global
* nrgd=No. de frecuencias calculadas
* frcq=frecuencia natural
```

Archivo de datos

ARCO EN VIBRACION LIBRE

30.E6 0.00073381

12 13

29.39 1.0E8 1.0E8 3021.0

29.39 1.0E8 1.0E8 3021.0

29.39 1.0E8 1.0E8 3021.0

29.39 1.0E8 1.0E8 3021.0

29.39 1.0E8 1.0E8 3021.0

29.39 1.0E8 1.0E8 3021.0

29.39 1.0E8 1.0E8 3021.0

29.39 1.0E8 1.0E8 3021.0

29.39 1.0E8 1.0E8 3021.0

29.39 1.0E8 1.0E8 3021.0

29.39 1.0E8 1.0E8 3021.0

29.39 1.0E8 1.0E8 3021.0

1 2

2 3

3 4

4 5

5 6

6 7

7 8

8 9

9 10

10 11

11 12

12 13

0.0 0.0 0.0

0.0 150.0 0.0

0.0 300.0 0.0

0.0 450.0 0.0

0.0 600.0 0.0

150.0 600.0 0.0

300.0 600.0 0.0

450.0 600.0 0.0

600.0 600.0 0.0

600.0 450.0 0.0

600.0 300.0 0.0

600.0 150.0 0.0

600.0 0.0 0.0

13

1 1 1 1 1 1 1

2 0 0 1 1 1 0

3 0 0 1 1 1 0

4 0 0 1 1 1 0

5 0 0 1 1 1 0

6 0 0 1 1 1 0

7 0 0 1 1 1 0

8 0 0 1 1 1 0

9 0 0 1 1 1 0

10 0 0 1 1 1 0

11 0 0 1 1 1 0

12 0 0 1 1 1 0

13 1 1 1 1 1 1

Archivo de resultados

MARCO EN VIBRACION LIBRE

modulo de Young.= .3000E+08

Densidad.= .7338E-03

No de elementos.= 12

No. de nodos.= 13

propiedades de la seccion

Elemento	Area	Ixx	Iyy	Izz
1	29.39	.1000E+09	.1000E+09	3021.
2	29.39	.1000E+09	.1000E+09	3021.
3	29.39	.1000E+09	.1000E+09	3021.
4	29.39	.1000E+09	.1000E+09	3021.
5	29.39	.1000E+09	.1000E+09	3021.
6	29.39	.1000E+09	.1000E+09	3021.
7	29.39	.1000E+09	.1000E+09	3021.
8	29.39	.1000E+09	.1000E+09	3021.
9	29.39	.1000E+09	.1000E+09	3021.
10	29.39	.1000E+09	.1000E+09	3021.
11	29.39	.1000E+09	.1000E+09	3021.
12	29.39	.1000E+09	.1000E+09	3021.

conectividad nodal

Elemento	Nodo	conectividad
1	1	2
2	2	3
3	3	4
4	4	5
5	5	6
6	6	7
7	7	8
8	8	9
9	9	10
10	10	11
11	11	12
12	12	13

Coordenadas del nodo

Nodo	X-cor	Y-cor	Z-cor
1	.000000	.000000	.000000
2	.000000	150.000	.000000
3	.000000	300.000	.000000
4	.000000	450.000	.000000
5	.000000	600.000	.000000
6	150.000	600.000	.000000
7	300.000	600.000	.000000
8	450.000	600.000	.000000
9	600.000	600.000	.000000
10	600.000	450.000	.000000
11	600.000	300.000	.000000
12	600.000	150.000	.000000
13	600.000	.000000	.000000

No. de nodos apoyados....= 13

Condiciones de apoyo

Nodo	condiciones de apoyo
1	1 1 1 1 1 1
2	0 0 1 1 1 0
3	0 0 1 1 1 0
4	0 0 1 1 1 0
5	0 0 1 1 1 0
6	0 0 1 1 1 0
7	0 0 1 1 1 0
8	0 0 1 1 1 0
9	0 0 1 1 1 0

DISEÑO DE UN EQUIPO EXCITADOR DE MASAS EXCÉNTRICAS PARA PUENTES

10 0 0 1 1 1 0
 11 0 0 1 1 1 0
 12 0 0 1 1 1 0
 13 1 1 1 1 1 1

Grados de libertad totales de la estructura...= 78

ancho de banda... = 12

Elementos de la matriz de rigidez

.3222E+06 .5878E+07 .1067E+11 .8000E+14 .7692E+13 .2417E+10
 .3222E+06 .5878E+07 .1067E+11 .8000E+14 .7692E+13 .2417E+10

Elementos de la matriz de masas

1.618 1.618 1.618 .0000 .0000 .0000
 1.618 1.618 1.618 .0000 .0000 .0000

Matriz de rigideces total

.3222E+06 .5878E+07 .1067E+11 .8000E+14 .7692E+13 .2417E+10
 .6445E+06 .1176E+08 .2133E+11 .1600E+15 .1538E+14 .4834E+10
 .6445E+06 .1176E+08 .2133E+11 .1600E+15 .1538E+14 .4834E+10
 .6445E+06 .1176E+08 .2133E+11 .1600E+15 .1538E+14 .4834E+10
 .6200E+07 .6200E+07 .2133E+11 .8769E+14 .8769E+14 .4834E+10
 .1176E+08 .6445E+06 .2133E+11 .1538E+14 .1600E+15 .4834E+10
 .1176E+08 .6445E+06 .2133E+11 .1538E+14 .1600E+15 .4834E+10
 .1176E+08 .6445E+06 .2133E+11 .1538E+14 .1600E+15 .4834E+10
 .6200E+07 .6200E+07 .2133E+11 .8769E+14 .8769E+14 .4834E+10
 .6445E+06 .1176E+08 .2133E+11 .1600E+15 .1538E+14 .4834E+10
 .6445E+06 .1176E+08 .2133E+11 .1600E+15 .1538E+14 .4834E+10
 .6445E+06 .1176E+08 .2133E+11 .1600E+15 .1538E+14 .4834E+10
 .3222E+06 .5878E+07 .1067E+11 .8000E+14 .7692E+13 .2417E+10

Matriz de masas total

1.618 1.618 1.618 .0000 .0000 .0000
 3.235 3.235 3.235 .0000 .0000 .0000
 3.235 3.235 3.235 .0000 .0000 .0000
 3.235 3.235 3.235 .0000 .0000 .0000
 3.235 3.235 3.235 .0000 .0000 .0000
 3.235 3.235 3.235 .0000 .0000 .0000
 3.235 3.235 3.235 .0000 .0000 .0000
 3.235 3.235 3.235 .0000 .0000 .0000
 3.235 3.235 3.235 .0000 .0000 .0000
 3.235 3.235 3.235 .0000 .0000 .0000
 3.235 3.235 3.235 .0000 .0000 .0000
 3.235 3.235 3.235 .0000 .0000 .0000
 3.235 3.235 3.235 .0000 .0000 .0000
 3.235 3.235 3.235 .0000 .0000 .0000
 1.618 1.618 1.618 .0000 .0000 .0000

***** RESULTADOS DE VIBRACION LIBRE *****

ITERACIONES = 7 ERROR CODE = 0

EIGENVALUES

MODO	EN RAD/S	EN HZ
1	18.16505000	4.26204700
2	71.57071000	8.45994800
3	115.78980000	10.76057000

FORMA MODAL

FORMA MODAL = 1 FRECUENCIA NATURAL = 18.165050

1 -.1276E-21 -.4709E-23 .0000 .0000 .0000 .5374E-23
 2 -.1357 -.4709E-03 .0000 .0000 .0000 .1639E-02
 3 -.4417 -.9417E-03 .0000 .0000 .0000 .2276E-02
 4 -.7723 -.1412E-02 .0000 .0000 .0000 .1987E-02
 5 -.9996 -.1883E-02 .0000 .0000 .0000 .9333E-03
 6 -.9999 .5135E-01 .0000 .0000 .0000 -.1092E-03
 7 -1.000 .3482E-07 .0000 .0000 .0000 -.4589E-03
 8 -.9999 -.5135E-01 .0000 .0000 .0000 -.1092E-03
 9 -.9996 .1883E-02 .0000 .0000 .0000 .9333E-03
 10 -.7723 .1412E-02 .0000 .0000 .0000 .1987E-02
 11 -.4417 .9417E-03 .0000 .0000 .0000 .2276E-02
 12 -.1357 .4709E-03 .0000 .0000 .0000 .1639E-02
 13 -.1276E-21 .4709E-23 .0000 .0000 .0000 .5374E-23

FORMA MODAL = 2 FRECUENCIA NATURAL = 71.570710

1 -.4535E-21 -.3435E-22 .0000 .0000 .0000 .9954E-23

DISEÑO DE UN EQUIPO EXCITADOR DE MASAS EXCÉNTRICAS PARA PUENTES

2 -.2079 -.3435E-02 .0000 .0000 .0000 .2168E-02
3 -.4903 -.6861E-02 .0000 .0000 .0000 .1135E-02
4 -.4603 -.1027E-01 .0000 .0000 .0000 -.1661E-02
5 -.1571E-02 -.1364E-01 .0000 .0000 .0000 -.4266E-02
6 -.7864E-03 -.6844 .0000 .0000 .0000 -.3865E-02
7 .3518E-06 -1.000 .0000 .0000 .0000 .7610E-09
8 .7871E-03 -.6844 .0000 .0000 .0000 .3865E-02
9 .1572E-02 -.1364E-01 .0000 .0000 .0000 .4266E-02
10 .4603 -.1027E-01 .0000 .0000 .0000 .1661E-02
11 .4903 -.6861E-02 .0000 .0000 .0000 -.1135E-02
12 .2079 -.3435E-02 .0000 .0000 .0000 -.2168E-02
13 .4535E-21 -.3435E-22 .0000 .0000 .0000 -.9954E-23
FORMA MODAL = 3 FRECUENCIA NATURAL = 115.789800
1 -.1549E-20 .9854E-23 .0000 .0000 .0000 .2781E-22
2 -.5244 .9854E-03 .0000 .0000 .0000 .4928E-02
3 -1.000 .1964E-02 .0000 .0000 .0000 .2897E-03
4 -.5435 .2927E-02 .0000 .0000 .0000 -.5706E-02
5 .3642 .3869E-02 .0000 .0000 .0000 -.4750E-02
6 .3683 -.2998 .0000 .0000 .0000 .4783E-03
7 .3697 .1108E-05 .0000 .0000 .0000 .2759E-02
8 .3683 .2998 .0000 .0000 .0000 .4783E-03
9 .3642 -.3869E-02 .0000 .0000 .0000 -.4750E-02
10 -.5435 -.2927E-02 .0000 .0000 .0000 -.5706E-02
11 -1.000 -.1964E-02 .0000 .0000 .0000 .2898E-03
12 -.5244 -.9854E-03 .0000 .0000 .0000 .4928E-02
13 -.1549E-20 -.9854E-23 .0000 .0000 .0000 .2780E-22
ERROR :
1 -.823099E-07
2 -.214009E-07
3 -.690133E-06
/Frecuencias Naturales
1 18.17
2 71.57
3 115.8

Referencias

- Aiken, I D y J M Kelly (1990), “Earthquake simulator testing and analytical studies of two energy—absorbing systems for multistory structures”, Earthquake Engineering Research Center UCB/EERC—90/03.
- AISO (1993), Manual of steel construction, LRFD 2nd edition, American Institute of Steel Construction, Chicago.
- Bertero, V V, A E Aktan, F A Charney y R Sause (1984), “Earthquake simulation tests and associated studies of a 1/5th_scale model of a 7-story reinforced concrete test structure”, Earthquake Engineering Research Center UCB/EEC—S4/05.
- Blume, J A (1935), ‘A machine for setting structures and ground into forced vibration’, Bulletin of the Seismological Society of America, No. 25, pp 361—379.
- Bouwkamp, J G y D Rea (1970), “Dinamic testing and the formulation of mathematical models”, Earthquake Engineering, R L Wiegel, Coordinating Editor, Prentice—Hall, Englewood Cliffs, N. J.
- Chopra, A K (1995), Dynamics of structures: theory and applications to earthquake engineering, Prentice Hall, Upper Saddle River, N. J.
- De Buen, O (1980), Estructuras de acero: comportamiento y diseño, LIMUSA, México, D. F.
- Dodge (1974), D74 DODGE engineering catalog, Reliance Electric Co., Mishawaka, Indiana.
- Douglas, B M y W H Reid (1982), ‘Dynamic tests and system identification of bridges’, ASCE Journal of the Structural Division, Vol 108, Cot, pp 2295-2312.
- Duron, Z H y J F Hall (1986), “New techniques in forced vibration testing.” Recent Advances in Structural Dynamics. Edited by G C Pardoen, ASCE, pp 16-33.
- Gilani, A S. J W Chavez y G L Fenves (1996), “Field testing of bridge design and retrofit concepts: experimental and analytical studies of the Mt. Diablo Blvd bridge”, Earthquake Engineering Research Center UCB/EERC—96/2.
- Hudson, D E (1964), “Resonance testing of full-scale structures” ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol. 90, June, pp 1-49
- Hudson, D E (1970), “Dynamic. tests of full—scale structures”, Earthquake Engineering, R L Wiegel, Coordinating Editor, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J.

Keightley, W O (1966) ‘Vibration characteristics of an earth dam’, Bulletin of the seismological Society of America, Vol. 56, N: 6, PP 1207-1226

Kinometrics (1988), Operating instructions for model SSR-1 solid-state recorder, Kinometrics, Inc., Pasadena, California.

Mott, R L (1995), Diseño de elementos de máquinas, Prentice Hall Hispanoamericana, Naucalpan de Juárez, Edo. de Mexico.

Muriá, D, R González, J M Espinoza y A León (1992), “Análisis de la respuesta de un edificio instrumentado”, Series del Instituto de Ingeniería UNAM, No. 541.

Muriá, D, R González y J M Espinoza (1993), “Efectos de interacción suelo—estructura en la respuesta sísmica de un edificio instrumentado”, Series del Instituto de Ingeniería UNAM, No 555

Nieto, J A, R Cervantes y J A Diaz (1970), “Excitador mecánico de velocidad controlada para estudios de vibración forzada”, Series del Instituto de Ingeniería UN4M, No 244

Portillo, J O (2003), “Control de un motor de inducción trifásico a través de un control vectorial programable”, Tesis profesional, Facultad de Ingeniería, UAEMex

Proulx, J, P Paultre y C Boutin (1997), “Dynamic tests of Beauharnois gravity dam and numerical correlation”, Annual Conference of the Canadian Society for Civil Engineering, CSCE, Sherbrooke, Québec, pp 289—298.

Robson, B N y I E Harik (1998), “Pullback testing of seismically isolated P/C I-girder bridge”, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 124, No 8, pp 930-937

Salane H J y E L W Baldwin Jr (1990, “Identification of modal of bridges” ASCE journal of Structural Engineering, Vol. 116, No. pp 2008-2021

Stephen, R M, E L Wilson y N Stander (1985), “Dynamic properties of a thirty-story condominium tower building”, Earthquake Engineering Research Center UCB/EERC-85/03

Timoshenko, S y S Woinowsky—Krieger (1959), Theory of plates and shells, McGraw—Hill, New York/8

Jennings P. C., Matthiesen R. B. and Hoerner J. B. February 1971 “Forced Vibration of 22 – Story Steel Frame Building.” Report on research conducted under grants from the national science foundation EERL-71-01., Pasadena California.

Hu Y. P., August (1965) “Analytical and Experimental Studies of Random Vibration” In partial fulfillment of the requirements for the Degree of Doctor of Philosophy. California Institute of Technology. Pasadena, California 1966

O’Kelly M. E. J. May (1964) “Vibration of viscously damped linear dynamic system” California Institute of technology dynamics laboratory this research has been supported by the esso educational foundation. Pasadena, California.

Keightley W. O., Housner G. W. and Hudson D. E. July (1961) “Vibration test of the Encino dam intake tower” Earthquake engineering research laboratory Pasadena California

Nieto R. J. A., B. Cervantes R., R. Díaz J. A. “ Excitador Mecánico de velocidad controlada para estudios de vibración forzada” Profesores investigadores, Facultad de Ingeniería UNAM (19)

Foutch D. A. Septiembre (1976) “A study of the vibrational characteristics of two multistory buildings” Earthquake engineering research laboratory. Pasadena, California September.

Hanson D. Robert August (1965) “ Static and Dynamic test of a full-scale steel-frame structure” Earthquake engineering research laboratory. Pasadena, California August.

Kuroiwa H. J. (1967) “ Vibration Test of a Multistory Building” Earthquake engineering research laboratory, report on research conducted under a grant from the National Science Foundation Pasadena, California June.

Hallanger W. L. May (1967) “The Dynamic stability of an unbalanced mass exciter” In partial fulfillment of the Requirement for the degree of Doctor of Philosophy, California Institute of Technology. Pasadena, California.

Hudson E. D. November (1962) “Synchronized vibration generators for dynamic test of full-scale structures” Earthquake engineering research laboratory. Pasadena, California. November.

Nielsen N. N. (1964) “Dynamic response of multistory buildings” in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy, California Institute of technology. Pasadena, California. May.

Keightley O. W. (1963) “Vibration test of structures” Earthquake engineering research laboratory. Pasadena, California. July.

SAHOP. (1980) “Proyectos de elementos tipo de concreto reforzado”, Parte I.

W. de Silca C. (2000), “Vibration fundamentals and practice” Prentice Hall International serie in civil engineering and mechanics engineering, ISBN 0-8493-1808-4

Yang, T. Y. (1986), "Finite element structural analysis" Prentice Hall International serie in civil engineering and mechanics engineering, ISBN 0-13-317116-7

Monleon, C. S. (2004) "Cuaderno de concepción de puentes", Diseño de tableros, Volumen 2, Editorial U.P.V. 2004.803

Monleon, C. S. (2004) "Cuaderno de concepción de puentes", Marco general, equipamientos y diseño de subestructuras, Volumen 1, Editorial U.P.V. 2004.803