



**UNIVERSIDAD MICHOACANA DE  
SAN NICOLÁS DE HIDALGO**



**DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA  
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA**

LÍNEA DE INVESTIGACIÓN:

DISEÑO MECÁNICO Y CIENCIAS DE LOS MATERIALES EN  
INGENIERÍA MECÁNICA

TESIS

**ANÁLISIS MODAL DE LAS ASPAS PARA UNA TURBINA  
EÓLICA DE BAJA CAPACIDAD Y METODOLOGÍA DE  
EVALUACIÓN DE LAS VIBRACIONES DE SU ROTOR**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE DOCTORA EN CIENCIAS EN  
INGENIERÍA MECÁNICA

PRESENTA:

Miriam Vázquez Padilla

ASESOR:

Dr. Erasmo Cadenas Calderón

COASESOR:

Dr. Víctor López Garza

Mayo 2025. Morelia Michoacán



## **AGRADECIMIENTOS.**

Gracias Dios por permitirme llegar hasta estos instantes de la vida y obtener este logro profesional.

Agradezco a la Secretaría de Ciencia, Humanidades, Tecnología e Innovación, por el apoyo económico brindado durante mi estancia doctoral.

En segundo lugar, agradezco infinitamente a mis padres, le agradezco el apoyo incondicional durante toda mi vida, gracias a ellos soy lo que soy y no lograría nada de lo que he hecho hasta el momento. Gracias por las motivaciones y regaños cuando debían hacerlo, los amo.

A mi hermana Cynthia, que nunca me deja sola, es el apoyo incondicional que tendré en toda mi vida, contar contigo es el mejor regalo que Dios y mis padres pudieron darme.

También quiero agradecer profundamente al Dr. Victor López Garza por sus enseñanzas, aprendizajes y ser mi guía en este camino de la investigación, usted es mi mentor.

Gracias a la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo por abrirme sus puertas y brindarme la oportunidad de crecer profesionalmente.

## **DEDICATORIA.**

Le dedico este trabajo a mi compañera de vida Mina (mi grandota de cuatro patas), la que tomaba clases en línea conmigo, que siempre me esperaba en las noches de desvelo hasta que terminara de estudiar, la que siempre me recibía al llegar a la casa feliz y con ese amor incondicional, a ti mi compañera fiel que aunque ya no estés conmigo físicamente, siempre estás en mi mente y corazón, gracias por llegar en el momento que más te necesité y nunca dejarme sola, por todas las veces que pedí ayuda y ahí estabas tú.

A mi abuelito Trini que, siendo una luz en el cielo, su espíritu y amor siguen guiándome en cada paso que doy.

A mis padres por haberme forjado y que este logro es demostración de su amor y dedicación, es un recordatorio diario de su esfuerzo y sacrificio que hacen por nosotras.

# ÍNDICE

<b>RESUMEN</b> .....	1
<b>ABSTRACT</b> .....	2
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	3
<b>PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA</b> .....	4
<b>JUSTIFICACIÓN</b> .....	4
<b>HIPÓTESIS</b> .....	5
<b>OBJETIVOS</b> .....	6
<b>GENERAL</b> .....	6
<b>ESPECÍFICOS</b> .....	6
<b>ESTADO DEL ARTE</b> .....	7
<b>Capítulo 1. Energía eólica</b> .....	10
<b>1.1 Recurso eólico</b> .....	10
<b>1.2 Generalidades</b> .....	11
<b>1.2.1 El viento</b> .....	11
<b>1.2.2 Energía Eólica</b> .....	12
<b>1.3 Variación de la velocidad del viento con la altura</b> .....	12
<b>1.4 Mecanismo de movimiento del viento</b> .....	13
<b>Capítulo 2. Diseño aerodinámico de las aspas para una turbina de viento de baja capacidad</b> .....	16
<b>2.1 Metodología del diseño de turbinas eólicas</b> .....	16
<b>2.1.1 Disco actuador</b> .....	17
<b>2.1.2 Teoría del rotor</b> .....	18
<b>2.2 Teoría del elemento pala (BEM)</b> .....	19
<b>2.3 Factor de pérdida de punta de Prandtl</b> .....	23
<b>2.4 Variables de diseño</b> .....	24
<b>2.5 Perfil aerodinámico</b> .....	26
<b>Capítulo 3. Materiales compuestos</b> .....	28
<b>3.1 Regla de las mezclas para materiales compuestos reforzados con fibra</b> .....	30
<b>Capítulo 4. Modelado y simulaciones del perfil y aspa aerodinámico</b> .....	32

4.1 Modelado y verificación en QBlade. ....	32
4.2 Coordenadas de las secciones del perfil aerodinámico SG 6043 en el aspa. ....	34
4.3 Modelado y simulación en ANSYS. ....	35
4.3.1 Modelado del aspa. ....	36
<b>Capítulo 5. Análisis modal y frecuencias naturales. ....</b>	<b>38</b>
5.1 Vibración. ....	38
5.2 Frecuencia Natural. ....	39
5.3. Método Rayleigh: Masa efectiva. ....	41
5.4 Matriz de rigidez de elementos viga. ....	41
5.5 Modos normales. ....	43
5.6 Análisis Modal. ....	44
5.7 ANSYS ACP (Pre). ....	45
5.8 Simulación de Análisis Modal. ....	46
<b>Capítulo 6. Análisis estructural. ....</b>	<b>52</b>
6.1 Norma IEC 61400-2. ....	52
6.2 Análisis estructural. ....	52
6.3 Método de elementos finitos (MEF). ....	53
6.4 Simulación estática estructural en ANSYS Mechanical. ....	54
6.5 Metodología para el análisis modal y de vibraciones de aspas de turbinas de viento de baja capacidad. ....	72
6.6 Teorías de falla. ....	75
6.6.1 Teoría de falla Tsai Wo. ....	75
6.7 Singularidad en MEF (Método de elementos finitos). ....	75
<b>Capítulo 7. Fatiga. ....</b>	<b>77</b>
7.1 Curva S-N ....	78
7.2 Métodos de esfuerzo medio. ....	78
7.3 Factor de seguridad a fatiga (FSF). ....	81
7.4 Análisis y simulación de fatiga en el aspa eólica. ....	82
<b>CONCLUSIONES. ....</b>	<b>87</b>
<b>ANEXOS. ....</b>	<b>88</b>
<b>Anexos A: Tablas de resultados</b> ....	<b>89</b>
<b>Anexos B: Difusión científica</b> ....	<b>102</b>

<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>103</b>
--------------------------	------------

## RESUMEN

El presente trabajo pretende aportar al estado del arte con una investigación acerca de las frecuencias naturales y esfuerzos por fatiga en un aspa para una turbina eólica de baja potencia, partiendo desde el diseño aerodinámico hasta un análisis modal y análisis estructural, tomando en cuenta la selección del material de fabricación y calculando el factor de participación de los principales modos de vibración, deformaciones, esfuerzos equivalentes y por fatiga. El diseño aerodinámico del aspa se realizó basándose a la teoría BEM para una turbina eólica de 900 W verificándolo en el software QBlade. El material seleccionado fue fibra de vidrio con resina epóxica, modelando el aspa con telas biaxiales y uniaxiales, el análisis modal y estructural se llevaron a cabo con el software ANSYS en los módulos Mechanical y ACP (Pre). Se realizaron varias configuraciones en cuanto al número de capas de fibra de vidrio y resina epóxica, direcciones y distancias a lo largo del aspa buscando encontrar las direcciones en las cuales se encuentran los factores de participación más significativos y sus frecuencias naturales. Se eligió una configuración de 7 capas debido a que dicha configuración cumplió con las hipótesis de carga de la Norma IEC 61400-2, teniendo valores significativos de los factores de participación en el eje transversal del aspa. Concluyendo escenarios de carga estructural relacionando las hipótesis de carga establecidas por la norma IEC 61400-2 con los factores de participación de la pala obtenidos mediante simulación modal en FEM.

**Palabras clave:** Aspa, energía eólica, frecuencia natural, factor de vibración, fatiga.

## ABSTRACT

This work aims to contribute to the state of the art with an investigation of the natural frequencies and fatigue stresses in a low-power wind turbine blade, starting from the aerodynamic design to a modal and structural analysis, taking into account the selection of the manufacturing material and calculating the participation factor of the main vibration modes, deformations, equivalent and fatigue stresses. The aerodynamic design of the blade was carried out based on the BEM theory for a 900 W wind turbine, verified in the QBlade software. The selected material was fiberglass with epoxy resin, modeling the blade with biaxial and uniaxial fabrics. The modal and structural analysis were carried out with ANSYS software in the Mechanical and ACP (Pre) modules. Several configurations were made regarding the number of fiberglass and epoxy resin layers, directions and distances along the blade, seeking to find the directions in which the most significant participation factors and their natural frequencies are found. A 7-layer configuration was chosen because it met the load assumptions of IEC 61400-2, having significant values of the participation factors in the transverse axis of the blade. Concluding structural loading scenarios by relating the load hypotheses established by the IEC 61400-2 standard with the blade participation factors obtained through modal simulation in FEM.

**Keywords:** blade, wind energy, natural frequency, vibration factor, fatigue.

## INTRODUCCIÓN.

En los últimos años, según la AMDEE (Asociación Mexicana de Energía Eólica) [1], se ha notado un incremento en nuestro país en la capacidad instalada del sector de energía eólica, esto debido al aumento de la demanda de energía eléctrica, a fin del aumento de la población, la necesidad de reducir el cambio climático y el gasto desmedido de los recursos naturales de nuestro planeta.

Las aspas de las turbinas eólicas son estructuras complejas, desde su aerodinámica hasta su análisis estructural. A lo largo de su vida útil, los álabes están sometidos bajo sistemas de fuerzas que, cuando se tienen la misma frecuencia natural y las fuerzas de excitación, se produce la resonancia, es por esto que el análisis modal es de gran importancia primero, para prevenir y evitar la condición de resonancia, así como también para el diseño de un aerogenerador. También, el objetivo principal del diseño de las aspas es, que el rotor entregue la potencia de salida requerida de acuerdo al rango de velocidades del sitio previsto, del mismo modo se vuelve indispensable para la manufactura de los aerogeneradores en general. Por lo tanto, garantizar la alta rigidez de los rotores mediante técnicas novedosas se convierte en una necesidad.

La amplitud de las vibraciones generadas por un aspa de un aerogenerador depende de la rigidez del aspa, que es función del material, diseño y tamaño. La mayor parte de las fracturas del aspa son causadas por vibraciones, lo que provoca el paro de toda la unidad. Encontrar un método que pueda garantizar una seguridad confiable y un control efectivo de la vibración de las aspas del aerogenerador es de gran importancia para evitar accidentes.

Como parte del procedimiento de diseño y manufactura de las aspas, todos los prototipos de aspas de turbinas eólicas se someten a un procedimiento de prueba experimental para garantizar que las aspas de turbinas eólicas producidas cumplan con los requisitos de diseño reales. Además de las pruebas experimentales de la capacidad de carga bajo cargas extremas y las pruebas de resistencia a la fatiga, es una práctica común complementar con pruebas de las propiedades dinámicas básicas de las aspas, como las frecuencias naturales y las propiedades de amortiguación, ya que son esenciales para el comportamiento dinámico y la integridad estructural de toda la turbina eólica.

En la actualidad se está investigando acerca de métodos para disminuir las vibraciones en las aspas de los aerogeneradores, como sistemas de “varillas” [2] que están sujetas a las aspas y a la raíz, o añadiendo al diseño de las mismas, amortiguadores viscoelásticos [3], otra técnica que es utilizada son las aspas de longitud variable [4], todo esto con el mismo propósito.

El Método de los Elementos Finitos (MEF) es un procedimiento numérico que se puede utilizar para obtener soluciones a una gran cantidad de problemas de ingeniería que involucran análisis de tensión, transferencia de calor, electromagnetismo y flujo de fluidos, así como también es una técnica para obtener soluciones aproximadas de ecuaciones diferenciales ordinarias o parciales [5].

## **PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.**

En estos tiempos, se tienen numerosas investigaciones acerca de diseños y análisis modales de turbinas de alta capacidad; que son básicamente turbinas en parques eólicos, en comparación con las investigaciones limitadas sobre el análisis de vibraciones de turbinas de baja capacidad (menores de 50 KW), que se ubican en pequeñas comunidades o tratamiento de agua que, debido a la demanda del sector eólico, se encuentran en pleno auge para su explotación y crecimiento [6]. Es importante mencionar que, las condiciones a las que están sometidas o expuestas, las turbinas de baja capacidad y las de alta capacidad son completamente distintas. Las de baja capacidad operan a altas revoluciones lo que hace muy importante su estudio de análisis de vibraciones. Por otra parte, las turbinas instaladas de baja potencia que se tienen en nuestro país, la mayoría son extranjeras, se requiere que este sector se impulse creando y optimizando los aerogeneradores para las necesidades requeridas.

## **JUSTIFICACIÓN.**

Para impulsar el desarrollo del sector eólico en México, se requieren nuevas técnicas y métodos de análisis y optimización de diseño de turbinas eólicas, es por eso que este trabajo se centra en las turbinas de baja potencia. Se pretende aportar al estado del arte con nuevas técnicas de análisis de vibraciones y modales en este tipo de elementos o estructuras mecánicas.

## HIPÓTESIS

Es posible realizar el análisis modal de las aspas para turbinas eólicas de baja capacidad, variando la configuración de las telas e hilos de la fibra de vidrio, manipulando su acomodo y orientación e implementando el método de elementos finitos, para obtener frecuencias naturales, factores de participación y esfuerzos máximos principales, que desarrolle un desempeño permisible según la Norma IEC 61400-2, satisfaciendo así, el método de cargas simplificadas de la misma norma y aportando conocimiento sobre turbinas eólicas de baja capacidad al estado del arte de los aerogeneradores de baja capacidad.

## **OBJETIVOS.**

### **GENERAL.**

Diseñar y simular numéricamente las aspas de un aerogenerador de baja potencia, haciendo énfasis en una nueva técnica para el análisis de vibraciones.

### **ESPECÍFICOS.**

- Diseñar y simular el aspa de una turbina de viento de baja capacidad de un material compuesto.
- Establecer una nueva metodología para el análisis modal y de vibraciones de aspas de turbinas de viento de baja capacidad.
- Realizar análisis de esfuerzos por fatiga con respecto a los ciclos de vida del aspa eólico.

## ESTADO DEL ARTE.

En los últimos años se ha investigado sobre los análisis modales o de vibraciones en los aerogeneradores de baja capacidad por ejemplo en la siguiente investigación: “Improved methodology for desing of low wind speed specific wind turbines blades” [7], el autor confirma que el proceso de diseño estándar de alta velocidad del viento da como resultado estructuras menos eficientes cuando se utiliza para condiciones de baja velocidad del viento, y que un proceso de diseño específico de baja velocidad del viento es capaz de producir mejoras estructurales. Se ofrece un método de diseño mejorado específicamente para aspas de turbinas de baja velocidad del viento, planteando, con más énfasis en la rigidez que en el diseño estándar de alta velocidad del viento. En el trabajo “Modal analysis for optimal desing of offshore wind turbines blades” [8], los autores determinaron las formas y frecuencias de los modos naturales de tres formas de largueros durante la vibración libre, así como para un aspa de aerogenerador flotante de eje horizontal de 5 MW, para prevenir y evitar el efecto de resonancia, para el análisis se utilizó el Software de análisis de elementos finitos ABAQUS. En “Analysis Of Wind Turbine Blade Having I Shaped Spar Using Both Epoxy Fiber And Carbon Fiber Using FEM” [9], los autores proponen que las aspas de las turbinas tengan largueros para analizar el rendimiento con las vibraciones. En “Determinación numérica y experimental del incremento en las frecuencias naturales de una pala de generador eólico debido a su rotación” [10], los autores determinaron las frecuencias naturales de las aspas de un aerogenerador eólico mediante el software de Elementos Finitos ABAQUS, incorporando el efecto de rotación y las características del material compuesto del aspa. En “Modal Characteristics of Novel Wind Turbine Rotors with Hinged Structures” [2], los autores probaron aspas tradicionales y aspas aisladas con varillas articuladas montadas cerca de la raíz, comparando sus frecuencias naturales. En “Vibration Analysis of a variable length blade wind turbine” [4], se analizó las frecuencias naturales del intradós y extradós, bordes y torsión de un aspa de longitud variable, mediante una viga hueca y una sólida donde se pueden deslizar hacia adentro y hacia afuera. En “Optimized design and finite element based modal analysis of a horizontal axis wind turbine blade” [11], los conferencistas utilizaron un método basado en la teoría del momento del elemento pala (BEM) y con la ayuda del análisis modal, para diseñar un aspa de rotor rígida de 40 m de largo con una distribución optimizada de la cuerda y la torsión con un perfil aerodinámico elegido. En “Vibration and Damping Analysis of Carbon Fiber Wind Turbine Blade with Viscoelastic Damping Treatment” [3], describen el análisis de vibración y amortiguación de un aspa de aerogenerador de fibra de carbono con tratamiento de amortiguación viscoelástica utilizando el programa comercial ANSYS. En “Static Analysis of Composite Laminate Wind Turbine With Different Lamination Methods” [12], el artículo describe el análisis estático y de vibraciones de aspas de aerogeneradores compuestos con diferentes métodos de laminación utilizando el método de elementos finitos.

Otra bibliografía utilizada fueron los siguientes libros: “Theory of Vibration with applications” [13], para la teoría de las vibraciones. “Wind Energy Handbook” [14]. “Wind Energy Explained, theory, design and application” [15]. “Structural Analysis of Composite Wind Turbines Blades” [16]. “Small Wind Turbines, analysis, design and application” [17]. “Wind Trubine Technology” [18]. “Finite Element Analysis” [19].

El trabajo titulado “**Frequency Optimization of a Wind Turbine Blade in Pitching Motion**” [20], se presentó un modelo matemático para optimizar las frecuencias de un aspa de un aerogenerador en movimiento de cabeceo. Se consideró un aspa cónica linealmente hacia la punta, que representa la

superficie aerodinámica efectiva para producir la potencia necesaria. La parte interior del aspa estaba modelada por un resorte de torsión equivalente que simulaba la rigidez de torsión cerca de la raíz, fue examinada de acuerdo a las funciones analíticas de Bessel del primer tipo. El problema de optimización de este artículo se formuló primero por una maximización directa de la frecuencia fundamental y segundo de la minimización del cuadrado de la diferencia entre la frecuencia fundamental y su valor objetivo. El aspa se analizó considerando el estado de vibración de torsión libre alrededor de su eje elástico, el mecanismo de cabeceo y el segmento corto cerca del hub, donde tiene un resorte de torsión lineal. También, se aplicó la teoría clásica de torsión donde fueron tomados en cuenta dos casos, cabeceo activo y cabeceo inactivo. Todo esto se logró con ayuda del software MATLAB.

El artículo con el nombre “**Modal Analysis of Three Rotating of Large Wind Turbine**” [21], fue establecida una ecuación dinámica del aspa en un aerogenerador mediante la discretización del aspa giratoria por el método de elementos finitos, con la ayuda del software MATLAB, llevando a cabo la simulación del aspa simple y los modos de vibración del rotor de una turbina eólica de 5 MW. Se calcularon las primeras seis frecuencias y modos naturales del aspa única y del rotor. Las aspas fueron simuladas en voladizo ya que están unidas al hub, se discretizaron en números finitos, donde fueron incluidos 50 nodos y 100 grados de libertad, se tomaron las frecuencias naturales de primer orden de las direcciones de flapwise (de solapa) y edgewise (de borde). De acuerdo con el análisis nodal del rotor (las tres aspas se fijaron al hub rígido similar a la estructura en voladizo), la deformación de las tres aspas fue similar pero su frecuencia natural fue diferente de la de una sola aspa porque sus fuerzas de inercia dentro del plano del rotor tienen la misma dirección. Por esa razón, los autores llegaron a la conclusión de que se produce el endurecimiento dinámico del aspa y, por tanto, el modo colectivo es fácil de acoplar con el modo de torsión del tren de transmisión. También, si la frecuencia natural de modo colectivo está cerca de la frecuencia de torsión se producirá la mayor amplitud de la vibración del acoplamiento y, en consecuencia, se producirá un funcionamiento irregular.

En el trabajo llamado “**Operational Modal Analysis of a 2.5 MW Wind Turbine Using Optical Measurement Techniques and Strain Gauges**”[22], se presentaron las pruebas de campo realizadas en un aerogenerador de 2.5 MW y 80 metros de diámetro, las cuales se hicieron en dos periodos de prueba, donde se controló la respuesta dinámica de la estructura mediante tres sistemas de medición; galgas extensometrías convencionales, fotogrametría e interferometría laser, mientras que la turbina estaba en condición estacionaria y en condición giratoria, fue usado un algoritmo de análisis nodal operacional basado en el método de mínimos cuadrados donde fueron extraídas frecuencias propias y relaciones de amortiguación de la turbina, incluyendo así, simulaciones aeroelásticas y mediciones de campo. Las pruebas fueron realizadas en un aerogenerador Nordex N80 de velocidad variable y control de paso con una potencia nominal de 2.5 MW, la turbina tiene un diámetro de rotor y altura de la torre de 80 metros. El objetivo de esta investigación fue la utilización de sistemas ópticos de medición, que a diferencia de los sistemas de medición convencionales (acelerómetros, galgas piezoeléctricas, etc.) no requieren que se coloque ningún sensor en la turbina, sin embargo, algunos marcadores reflectantes deben ser colocados o pintados en la estructura, estos tienen forma de pegatinas con un diámetro alrededor de 400 milímetros y son 1000 veces más reflectantes que el material de la pala y lo más importante es que no tienen ningún efecto sobre ellas. Se usaron en total

55 marcadores (11 en cada pala y 22 en la torre de la turbina). Estos marcadores son esenciales tanto como para la fotogrametría como para la interferometría laser, pero se utilizan para diferentes propósitos en cada método. Durante la fotogrametría; que es una técnica de medición basada en la determinación de coordenadas 3D de los puntos de un objeto mediante el uso de dos o más imágenes tomadas en diferentes posiciones y orientaciones, fue controlado el comportamiento dinámico de la turbina desde una distancia de medición de 220 metros, utilizando el sistema PONTOS, que consta de cuatro cámaras de dispositivo de carga acoplada (técnicas de medición óptica GOM). Aunque cada imagen proporciona solo información 2D, se puede obtener información 3D muy precisa relacionada con las coordenadas y / o desplazamientos del objeto mediante el procesamiento simultáneo de estas imágenes. En fotogrametría, los marcadores se utilizan como objetivos para ser rastreados por los sistemas de cámaras, y todos los objetivos se pueden rastrear simultáneamente. En la interferometría laser; un vibrometro laser envía continuamente un rayo láser al objetivo y recibe el rayo reflejado de su superficie, fue ubicado en una distancia de 200 metros de la turbina. Si el objeto se está moviendo, esto causa un cambio de frecuencia y un cambio de fase entre los rayos enviados y reflejados. Al detectar este cambio de frecuencia (principio Doppler), se puede encontrar la velocidad del objeto en movimiento. Si el objeto en sí tiene una superficie reflectante, no se necesitan marcadores retrorreflectantes adicionales. Sin embargo, dado que el material del aspa no fue lo suficientemente reflectante y la distancia entre la fuente de láser y la turbina fue muy larga, las señales de láser de alta calidad solo pudieron adquirirse si el láser era apuntado a los marcadores. Una vez que se asegura la calidad del rayo láser reflejado, el vibrómetro láser puede medir la vibración de la hoja con una precisión muy alta (en micrones). Durante las pruebas, se tomaron medidas de interferometría láser utilizando un cabezal láser Polytec OFV 505 y un controlador OFV 5000 con decodificador de velocidad VD06. Por último, en el tercer sistema de medición de galgas extensométricas convencionales, que consto de seis galgas colocadas en la pala y en la base de la torre. Finalmente, los autores calcularon doce modos de vibración de la turbina y concluyeron que el análisis modal de una turbina eólica en estado giratorio o en movimiento es más desafiante que el análisis modal de una turbina eólica en estados estacionario debido a la alta amortiguación aeroelástica de algunos modos de vibración.

## Capítulo 1. Energía eólica.

### 1.1 Recurso eólico.

Existen muchos mitos acerca de la energía eólica, por ejemplo, los parques eólicos generan poca electricidad, mientras que la realidad es otra, según estadísticas de la AMDEE (Asociación Mexicana de Energía Eólica) [1], en estos días, casi el 8.67% de la electricidad en nuestro país se genera con turbinas eólicas, equivalente a satisfacer a más de 6 millones de mexicanos. La energía eólica es de las más utilizadas en México. Nuestro país con casi 8000 MW de capacidad instalada generados a partir de más de 3300 turbinas eólicas operando en distintos parques eólicos en nuestro país, se ubica en el lugar número 7 como generador de energía eólica a nivel mundial y ocupa el segundo puesto a nivel de América Latina, después de Brasil, siendo el estado de Oaxaca el que más energía eólica genera con poco más de 2 758 MW de capacidad instalada. En la figura 1.1 se puede observar la capacidad instalada de nuestro país.

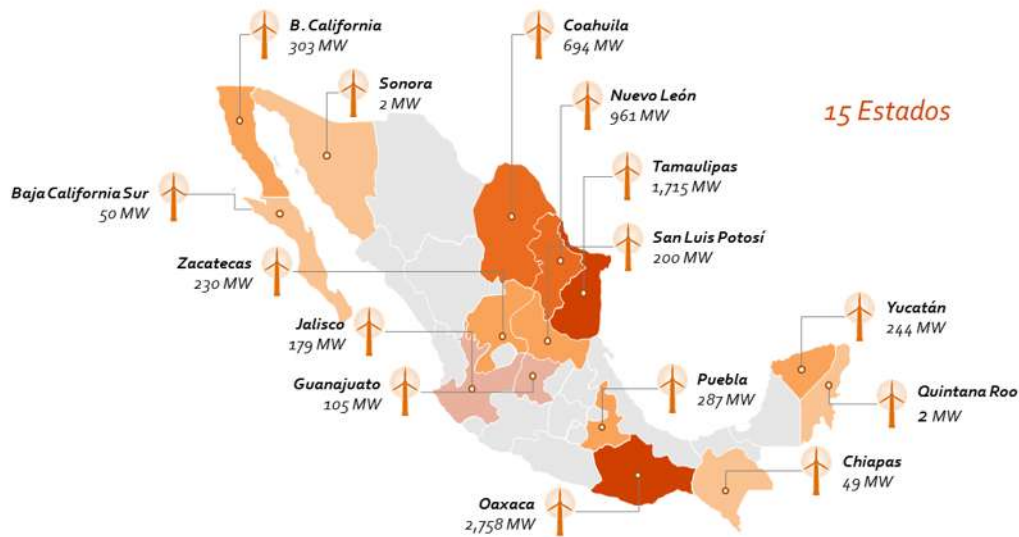


Figura 1.1 Mapa eólico de México en 2024.[1]

La Secretaría de energía estima que para el 2029, alrededor del 16% de la energía eléctrica en México será generada por la tecnología eólica [1]. En la figura 1.2 se muestran las proyecciones tentativas de la capacidad de energía eólica instalada en México para los siguientes años.

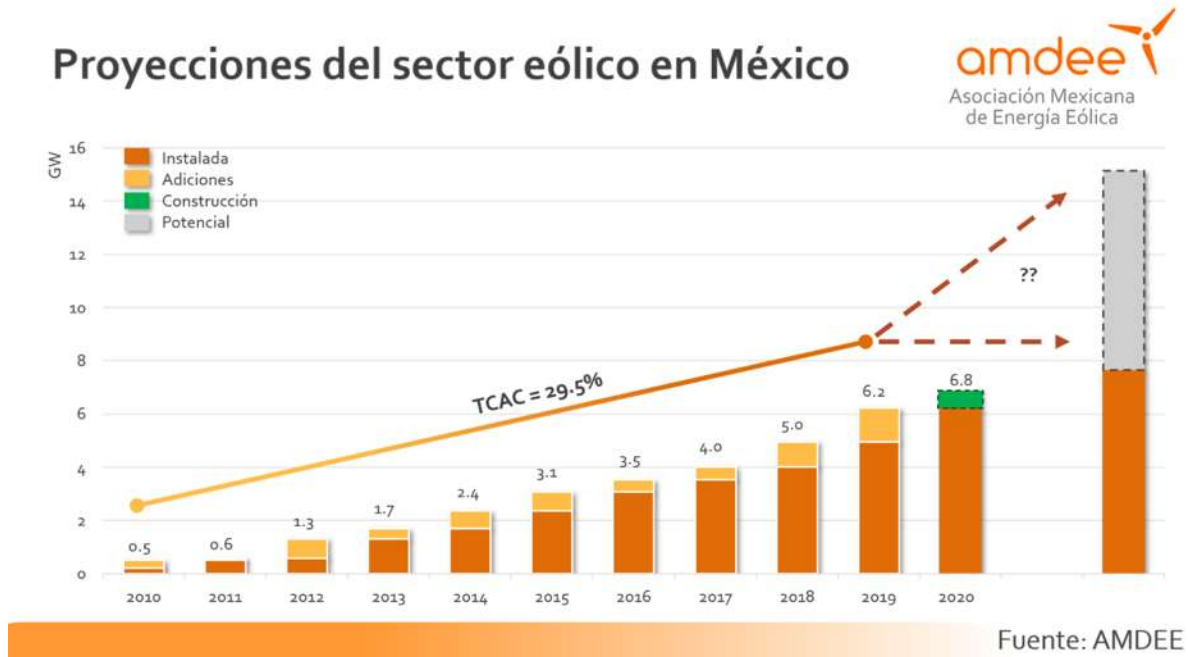


Figura 1.2 Proyecciones del sector eólico en México.[1]

## 1.2 Generalidades.

### 1.2.1 El viento.

Se debe de entender la definición de viento, la Real academia española (RAE) lo define como; corriente de aire producida en la atmosfera por causas naturales [23]. En términos técnicos, el viento puede entenderse como aire en movimiento tridimensionalmente, aunque solo se considera la velocidad y dirección de su componente horizontal.

También, según la Norma Europea IEC 61400-2: 2015 menciona conceptos como:

Velocidad de viento; en un punto específico del espacio, la velocidad de viento es la velocidad de desplazamiento de una minúscula porción de aire que rodea a dicho punto [6].

Velocidad de viento (vectorial); como vector dirigido en la dirección de desplazamiento de una minúscula porción de aire que rodea al punto considerado, siendo la magnitud de este vector igual a la velocidad de desplazamiento de este “elemento” de aire (es decir la velocidad local del viento) [6].

### 1.2.2 Energía Eólica.

El origen de la energía eólica se encuentra sobre la tierra de masa de aire a diferentes temperaturas, dadas por diferentes intensidades de radiación solar a nivel global o local, produciendo así corrientes ascendentes y descendentes, formando anillos de circulación de aire. Por lo tanto, la energía eólica es un pequeño porcentaje de energía solar incidente sobre el planeta, así como también, energía cinética del aire en movimiento [24].

Las variaciones espaciales en la transferencia de calor a la atmósfera de la tierra crean variaciones en el campo de presión atmosférica que hace que el aire se mueva de alta a baja presión. Hay una fuerza de gradiente de presión en la dirección vertical, pero esta generalmente es cancelada por la fuerza gravitacional hacia abajo. Por lo tanto, los vientos soplan predominantemente en el plano horizontal, respondiendo a gradientes de presión horizontales. Al mismo tiempo, existen fuerzas que se esfuerzan por mezclar las diferentes masas de aire de presión y temperatura distribuidas a lo largo de la superficie terrestre [15].

### 1.3 Variación de la velocidad del viento con la altura.

Como se muestra en la figura 1.3, la velocidad real del viento varía en el espacio y en el tiempo, velocidad que, en cualquier ubicación, también varía en el tiempo y la dirección en torno a su valor medio debido al efecto de la turbulencia. La figura 1.3 muestra de qué manera la velocidad media del viento aumenta con la altura, lo que define el fenómeno llamado cizalladura del viento.

La cizalladura del viento influye tanto en la evaluación de los recursos eólicos como en el diseño de los aerogeneradores. En primer lugar, la evaluación de los recursos eólicos en una amplia área geográfica podría requerir que los datos del anemómetro de varias fuentes se corrijan a una elevación común. En segundo lugar, desde un aspecto de diseño, la vida de fatiga de los álabes del rotor se verá influenciada por las cargas cíclicas resultantes de la rotación a través de un campo de viento que varía en la dirección vertical [15].

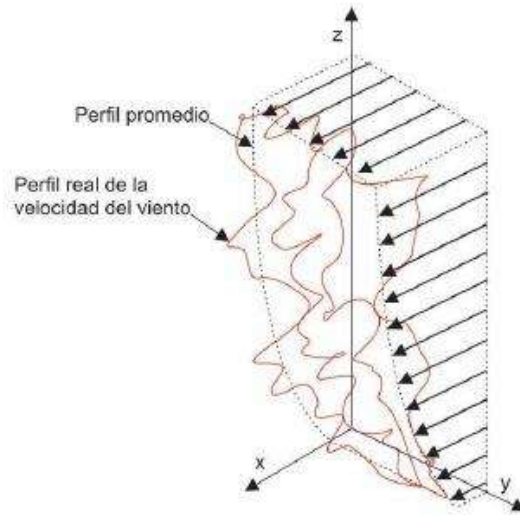


Figura 1.3 Perfil logarítmico de la velocidad del viento [15].

#### 1.4 Mecanismo de movimiento del viento.

En el mecanismo de movimiento del viento se pueden considerar cuatro fuerzas:

- Fuerza de presión ( $F_p$ ), sobre el aire por unidad de masa:

$$F_p = \frac{-1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} \quad (1)$$

Donde:

$\partial p / \partial n$  es el gradiente de presión normal a las líneas de presión constante o isóbaras

$\rho$  es la densidad del aire

- La fuerza de Coriolis (por unidad de masa), causada para la rotación de la Tierra, una fuerza ficticia causada por la medición con respecto a un marco de referencia giratorio (la Tierra) y está dada por:

$$F_c = f U_0 \quad (2)$$

Donde  $U_0$  es la velocidad del viento y  $f$  es el parámetro de Coriolis:

$$f = 2w \sin \phi \quad (3)$$

Donde ( $\phi$ ) representa la latitud y  $w$  la rotación angular de la Tierra.

- La fuerza de inercia debido al movimiento circular a gran escala de la tierra.
- La fuerza de fricción en la superficie de la tierra. La superficie de la tierra ejerce una fuerza horizontal sobre el aire en movimiento, cuyo efecto es retardar el flujo. Esta fuerza disminuye a medida que la altura sobre el suelo aumenta y se vuelve insignificante por encima de la capa límite (definida como la región cercana a la Tierra de la atmósfera donde las fuerzas viscosas son importantes). La fricción en la superficie hace que el viento se desvíe más hacia la región de baja presión [25].

La dirección de la fuerza Coriolis es perpendicular a la dirección de movimiento del aire. La resultante de estas dos fuerzas, llamado viento geostrófico, tiende a ser paralelo a las isóbaras. La magnitud del viento geostrófico  $U_g$  es una función del equilibrio de fuerzas y está dada por:

$$U_g = -\frac{1}{f\rho} \frac{\partial p}{\partial n} \quad (4)$$

En la figura 1.4 se muestra la trayectoria de una partícula de viento, que inicia su movimiento debido a la fuerza generada por la diferencia de presión entre los centros de alta y baja presión ( $F_p$ ). La partícula, durante su trayectoria se ve afectada por la fuerza de Coriolis ( $F_c$ ) quien la desvía (en el caso del hemisferio norte, a la derecha; para el caso del hemisferio sur a la izquierda) hasta que se establece un equilibrio de fuerzas entre la fuerza debida a la presión y la fuerza de Coriolis; originando así el viento geostrófico, el cual corre de manera paralela a las isóbaras. Es importante hacer notar que este modelo supone que las líneas de presión constante o isóbaras son rectas y no considera la aceleración centrípeta y las fuerzas de rozamiento. Esto último, trae como consecuencia que el viento geostrófico no tenga buena aproximación cerca de la superficie terrestre y tampoco en el caso de los ciclones o anticiclones [15].

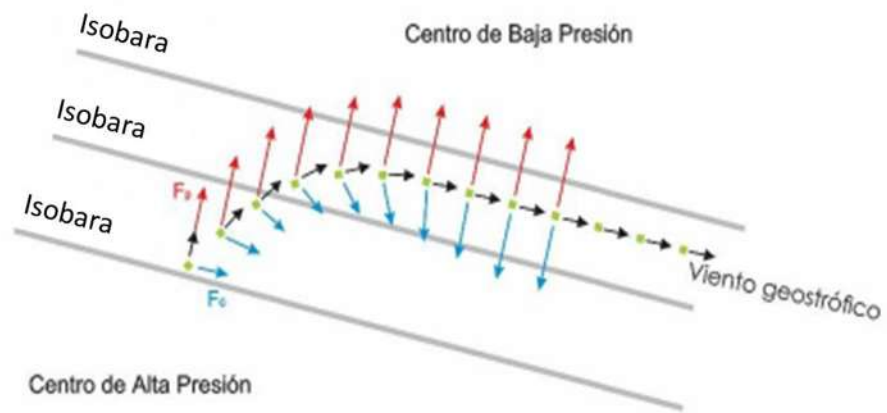


Figura 1.4 Trayectoria de una partícula de viento geostrófico [15].

## Capítulo 2. Diseño aerodinámico de las aspas para una turbina de viento de baja capacidad.

### 2.1 Metodología del diseño de turbinas eólicas.

Existen muchos métodos de diseño de turbinas de viento [26] y cada investigador usa o se refiere a una única según la conozca, en este trabajo de investigación, de acuerdo al requerimiento, se optó por seguir la teoría BEM (Blade Element Momentum), para el diseño de las palas de una turbina eólica de 900 W.

Las turbinas eólicas se clasifican en turbinas de eje vertical y eje horizontal y turbinas de alta y baja velocidad. Las velocidades altas y bajas caracterizan qué tan rápida es la velocidad de rotación en relación con la velocidad del viento. Las turbinas eólicas de baja velocidad se utilizan generalmente en aplicaciones como bombeo de agua y trituración. Se ha comprobado que las turbinas eólicas que funcionan a altas velocidades han demostrado ser más eficientes que las que funcionan a bajas velocidades. Por lo tanto, las turbinas eólicas de eje horizontal de alta velocidad son las más adecuadas para la generación de energía eléctrica. Esto enfatiza la necesidad de turbinas eficientes. El rotor de la turbina eólica es el componente principal de la máquina que es realmente responsable de la extracción de energía del viento. Las palas del rotor de las turbinas eólicas de alta velocidad se desarrollan mediante análisis aerodinámico de las palas.

De acuerdo a [14], una turbina eólica es un dispositivo usado para extraer energía cinética del viento. Al eliminar parte de su energía cinética, el viento debe disminuir la velocidad, pero solo se ve afectada la masa de aire que pasa a través del disco del rotor. Suponiendo que la masa de aire afectada permanece separada del aire que no pasa a través del disco del rotor y no se ralentiza, se puede dibujar una superficie límite que contenga la masa de aire afectada y este límite se puede extender tanto aguas arriba como aguas abajo formando un largo tubo de corriente de sección circular. No fluye aire a través del límite y, por lo tanto, el caudal másico del aire que fluye a lo largo del tubo de la corriente será el mismo para todas las posiciones a lo largo del tubo de la corriente. Debido a que el aire dentro del tubo de flujo se ralentiza, pero no se comprime, el área de la sección transversal del tubo de flujo debe expandirse para acomodar el aire que se mueve más lento. Aunque la energía cinética se extrae del flujo de aire, un cambio repentino en la velocidad no es posible ni deseable debido a las enormes aceleraciones y fuerzas que esto requeriría. Sin embargo, la energía de presión se puede extraer de manera escalonada, y todas las turbinas eólicas, cualquiera que sea su diseño, funcionan de esta manera. Esto se puede visualizar en la figura 2.1.

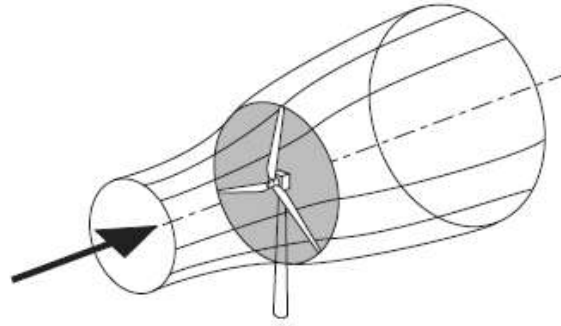


Figura 2.1. El tubo de corriente de extracción de energía de una turbina eólica [14].

### 2.1.1 Disco actuador.

El dispositivo general que realiza la extracción de energía cinética se denomina disco actuador. Aguas arriba del disco, el tubo de corriente tiene un área de sección transversal más pequeña que la del disco y un área más grande que la del disco aguas abajo. La expansión del tubo de corriente se debe a que el caudal másico debe ser el mismo en todas partes, en la figura 2.2, se muestra un diagrama de un disco actuador.

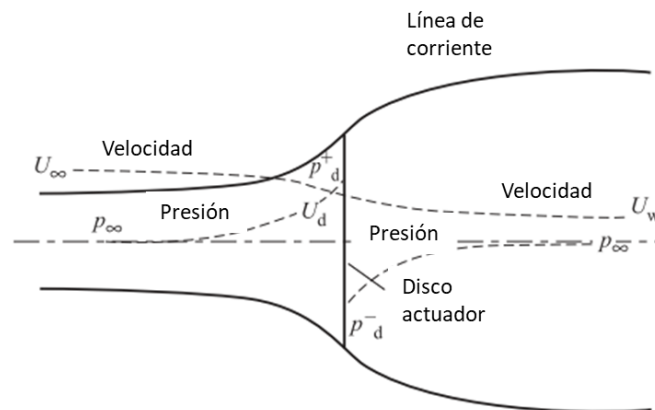


Figura 2.2 Disco actuador de extracción de energía [14].

La masa de aire que pasa a través de una sección transversal dada del tubo de flujo en una unidad de tiempo es  $\rho AU$ , donde  $\rho$  es la densidad del aire,  $A$  es el área de la sección transversal y  $U$  es la velocidad del flujo.

El flujo másico debe ser el mismo en todas partes a lo largo del tubo de corriente y por lo tanto se tiene:

$$\rho A_{\infty} U_{\infty} = \rho A_d U_d = \rho A_w U_w \quad (5)$$

### 2.1.2 Teoría del rotor.

Suponiendo un elemento de álabe que barre un anillo anular en una turbina eólica como el que se muestra en la figura 2.3. Las fuerzas de sustentación aerodinámica y arrastre en los elementos de envergadura de radio  $r$  y longitud  $\delta r$ , de los varios álabes del rotor de turbina eólica son responsables de la velocidad de cambio del momento axial y angular de todo el aire que pasa a través el anillo barrido por los elementos del álabe.

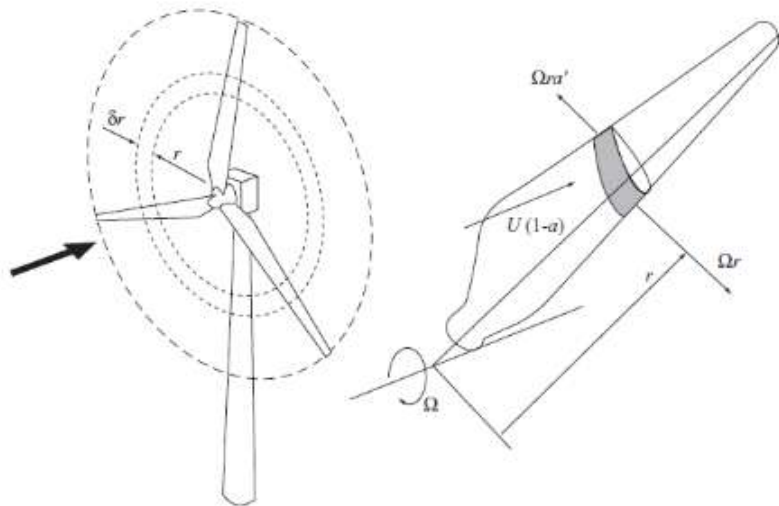


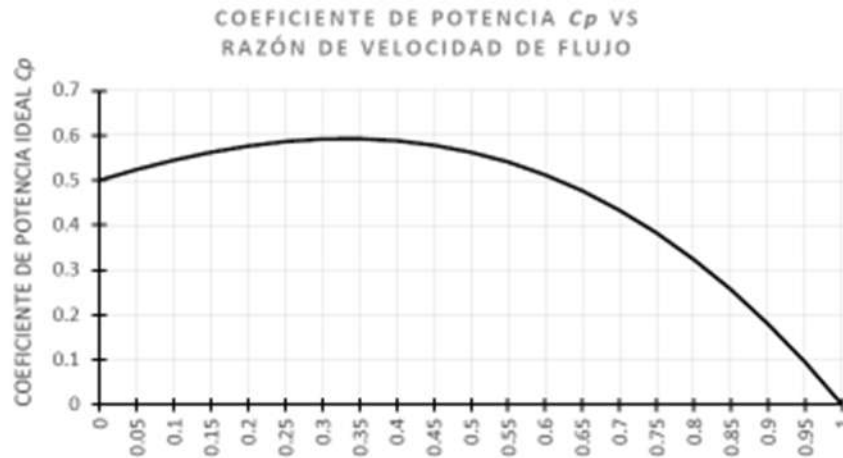
Figura 2.3. Un elemento álabe barre un anillo anular. [14]

El coeficiente de potencia es uno de los parámetros más importantes de las máquinas eólicas, y es común que se utilice como indicador de eficiencia de estas, aunque en sentido estricto no es una eficiencia. El análisis parte de considerar que el componente principal de una turbina es el rotor y que está formado por álabes que transforman la energía cinética contenida en el aire en movimiento, en energía mecánica.

El coeficiente de potencia  $C_p$  es la relación que existe entre la potencia mecánica extraída por la turbina y la de la corriente de aire no perturbada. El crédito por haber reconocido este principio se debe a Albert Betz quien entre 1922 y 1925 publicó escritos en los que pudo demostrar que, aplicando leyes físicas elementales, la energía mecánica extraíble de una corriente de aire que pasa a través de una sección de área está restringida a una cierta proporción fija de la energía o potencia contenida en la corriente de aire (lo lleva a deducir que  $0 \leq C_p < 1$ ). Además, descubrió que la extracción de potencia

óptima sólo podía realizarse a una cierta relación entre la velocidad de flujo del aire frente a la hélice y la velocidad de flujo detrás de la hélice [25]

$$C_p = \frac{\text{Potencia extraída}}{\text{Potencia del aire no perturbado}} \quad (6)$$



Gráfica 2.1 Coeficiente de potencia ( $C_p$ ) vs velocidad de flujo. [27]

La gráfica 2.1 muestra que el valor ideal del coeficiente de potencia cuando  $U_\infty/U_0 = 1/3$ , teniendo:

$$C_p = \frac{16}{27} = 0.593 \quad (7)$$

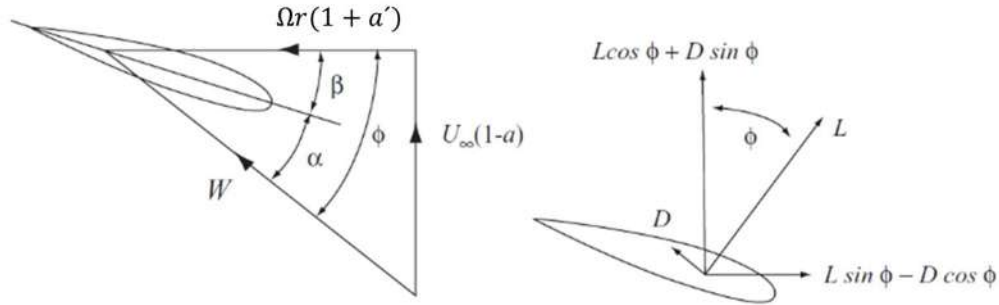
## 2.2 Teoría del elemento pala (BEM).

El método supone que todas las secciones a lo largo del rotor son independientes y pueden ser tratadas por separado. Así, las fuerzas de sustentación y arrastre, a las que se somete cada elemento, son responsables de los cambios de momento axial y angular del aire que pasa a través del anillo que describe el álabe al girar (Figura 2.3) [14].

La teoría de elemento pala supone algunos enunciados: [14]

- El flujo en cada tubo de corriente es independiente del de otros tubos de corriente.
- Las fuerzas que actúan sobre un elemento de pala (o aspa) se pueden calcular considerando a éste como un perfil aerodinámico bidimensional empleando el ángulo de ataque

determinado a partir de la velocidad resultante en el plano de la sección transversal del elemento e ignorándose los efectos tridimensionales del flujo.



**Figura 2.4.** Velocidades y fuerzas de un elemento pala o álabe. [14]

De acuerdo a la figura 2.4, se deduce que la velocidad relativa resultante en el álabe (despreciando cualquier velocidad radial) es:

$$U_T = \sqrt{U_0^2(1-a)^2 + \Omega^2 r^2(1+a')^2} \quad (8)$$

Donde la velocidad específica del elemento pala es:

$$\lambda_r = \Omega r / U_0 \quad (9)$$

Y la velocidad angular:

$$\Omega = 2\pi r p m \quad (10)$$

De estas ecuaciones se tiene que  $U_T$  se denomina generalmente, como velocidad total o velocidad efectiva por el elemento pala,  $\alpha$  es el ángulo de ataque, que en ocasiones se le llama ángulo de incidencia,  $\beta$  es el ángulo de torsión y comprende en el plano de rotación del álabe y la línea de cuerda del elemento, a veces  $\beta$  se denomina ángulo de Pitch, finalmente el ángulo de  $\phi$  es el ángulo del flujo y es el ángulo comprendido entre  $U_T$  y el plano de rotación. De la figura 2.4 se tiene:

$$\sin \phi = \frac{U_0(1-a)}{U_T} \quad (11)$$

$$\cos \phi = \frac{\Omega r(1+a')}{U_T} \quad (12)$$

El ángulo lo ataque es:

$$\alpha = \phi - \beta \quad (13)$$

Por lo tanto, la fuerza de sustentación en un elemento pala a lo largo de su longitud de envergadura en cada álabe, normal a la dirección de  $U_T$ , es:

$$\delta L = \frac{1}{2} \rho U_T^2 c C_l \delta r \quad (14)$$

Mientras que la fuerza de arrastre, en un elemento pala a lo largo de su longitud de envergadura, en cada álabe y paralela a  $U_T$  es:

$$\delta D = \frac{1}{2} \rho U_T^2 c C_d \delta r \quad (15)$$

Donde  $c$  es la cuerda del perfil,  $C_l$  y  $C_d$  son el coeficiente de sustentación y el coeficiente de arrastre correspondientemente,  $L$  la sustentación y  $D$  el arrastre.

Dado que, el propósito principal de las fuerzas en el elemento de pala es producir un par alrededor del eje de rotación, la figura 2.4 indica la necesidad de maximizar la sustentación y minimizar el arrastre. De manera muy simple, el arrastre actúa para reducir el torque producido por la sustentación: la clave para el rendimiento de la turbina eólica es la relación entre la sustentación y el arrastre, en lugar de los valores individuales [14].

De la figura 2.4, para una turbina  $N$  álabes, el empuje total en  $N$  elementos de pala es:

$$dT = \frac{1}{2} \rho U_T^2 c N (C_l \cos \phi + C_d \sin \phi) dr = \frac{1}{2} \rho U_T^2 c N C_a dr \quad (16)$$

Donde:

$$C_a = C_l \cos \phi + C_d \sin \phi \quad (17)$$

Y el torque o fuerza circunferencial es:

$$dQ = \frac{1}{2} \rho U_T^2 c N (C_l \sin \phi + C_d \cos \phi) r dr = \frac{1}{2} \rho U_T^2 c N C_a r dr \quad (18)$$

Donde:

$$C_{a'} = C_l \sin \varnothing + C_d \cos \varnothing \quad (19)$$

Como se mencionó anteriormente existen muchos métodos de diseño como, por ejemplo, Manwell [15], propone dos métodos de solución al problema iterativo que se base únicamente en  $a$  hasta que los flujos del momento y el momento angular en el flujo sobre las palas equilibren el empuje y el torque, respectivamente, en un elemento de pala o aspa utilizando ecuaciones para  $a$  (factor de inducción axial),  $a'$  (factor de inducción radial) y  $C_l$  (coeficiente de sustentación), determinar las condiciones de flujo y las fuerzas en cada sección del álabe. El primero, utiliza las mediciones características del perfil y las ecuaciones de BEM para resolver directamente para  $C_l$  y  $a$ . Este método, se puede resolver numéricamente, pero también se presta a una solución gráfica que muestra claramente las condiciones de flujo en la pala y la existencia de múltiples soluciones. El segundo método de solución es un enfoque numérico iterativo que se extiende más fácilmente para condiciones de flujo con grandes factores de inducción axiales.

$$C_l = 4 \sin \varnothing \frac{(\cos \varnothing - \lambda_r \sin \varnothing)}{\sigma'(\sin \varnothing + \lambda_r \cos \varnothing)} \quad (20)$$

$$a = \frac{1}{\left[1 + \frac{4 \sin^2 \varnothing}{\sigma' C_l \cos \varnothing}\right]} \quad (21)$$

$$a' = \frac{1}{\left[\left(\frac{4 \cos \varnothing}{\sigma' C_l}\right) - 1\right]} \quad (22)$$

### Método 1:

Si  $\varnothing = \alpha + \beta$ , para una geometría de aspa y condiciones de operación determinadas, hay dos incógnitas en la ecuación (14) que se deben encontrar,  $C_l$  y  $a$  en cada sección. Para encontrar estos valores, se puede usar las curvas empíricas  $C_l$  vs  $\alpha$  para el perfil aerodinámico elegido. Luego se encuentran el  $C_l$  y  $\alpha$  de los datos encontrados con las ecuaciones anteriores. Esto se puede hacer de forma numérica o gráfica. Se debe verificar que el factor de inducción axial ( $a$ ) en el punto de intersección de las curvas sea inferior a 0.5 para garantizar que el resultado sea válido. El método que se utilizó para esta investigación fue el Método 1.

### Método 2. Solución iterativa para $a$ y $a'$

Este método de solución equivalente comienza suponiendo valores para  $a$  y  $a'$ , a partir de las cuales se calculan las condiciones de flujo y los nuevos factores de inducción.

Específicamente:

1. Se suponen valores de  $a$  y  $a'$ .
2. Se calcula el ángulo del viento relativo  $\phi$ .
3. Se calcula el ángulo de ataque de  $\alpha = \phi - \beta$  y luego  $C_l(\alpha)$  y  $C_d(\alpha)$ .
4. Se actualiza  $a$  y  $a'$ .
5. Si  $a$  y  $a'$  cambian más de cierta tolerancia, el proceso se repite hasta que los factores de inducción recién calculados se encuentren dentro de una tolerancia aceptable de los anteriores. Este método es especialmente útil para condiciones de rotor con estela turbulenta [15].

### 2.3 Factor de pérdida de punta de Prandtl.

Existen dos suposiciones necesarias para la aplicación de la teoría BEM. La primera, es la independencia radial de todos los elementos anulares, y la segunda es que la fuerza de los álabes actuando sobre el flujo, es constante en cada uno de los elementos anulares. Desde luego, estas suposiciones no son totalmente ciertas. El factor de pérdida de punta de Prandtl es una relación empírica que corrige la segunda suposición [15].

De acuerdo con la teoría de Glauert, el álabe óptimo se encuentra cuando la distribución de la circulación permanece constante a lo largo del aspa. Así, la vorticidad únicamente puede ser derramada en la raíz y la punta del aspa. Prandtl teorizó que la propela óptima derrama una hoja de vórtice helicoidal el cual se mueve como un cuerpo rígido mientras es convecta lejos del rotor. En los modelos de factor de pérdida de punta estas hojas de vórtices son una serie de planos paralelos con un espaciamiento uniforme [15].

$$F = \frac{2}{\pi} \cos^{-1} e^f \quad (23)$$

$$f = -\frac{(N/2)(1 - (r/R))}{(r/R) \sin \phi} \quad (24)$$

Así, el factor de pérdida de punta ( $F$ ) tiende a cero cerca de la punta. El empuje y el torque también decrecen cerca de la punta.

Donde:

$F$  es el factor de pérdida de Prandtl

$f$  es el factor de pérdida de punta para el empuje

$r$  longitud de sección de interés en el aspa

$R$  es el radio del rotor

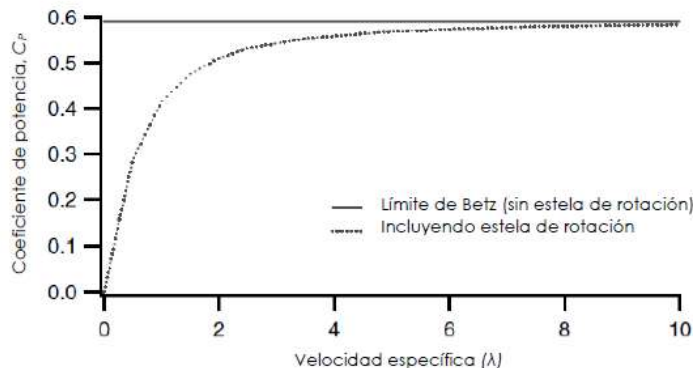
## 2.4 Variables de diseño.

Como ya se mencionó, la metodología utilizada para el diseño aerodinámico de las aspas para la turbina de baja potencia deseada fue la teoría BEM, según la Norma Española IEC 61400-2: 2015, y de acuerdo a los datos o especificaciones requeridas por el sitio de instalación, se tomaron en cuenta las siguientes variables de diseño:

	Variable de diseño	Magnitud	Unidades
$\eta$	Eficiencia	0.97	%
$C_p$	Coefficiente de Potencia	0.47	
$\lambda$	Velocidad específica	8	
$B$	Número de aspas	3	
$v$	Velocidad de viento	12.5	m/s
$\rho$	Densidad del viento	0.958974	Kg/m <sup>3</sup>
$\mu$	Viscosidad dinámica	0.000017	Kg/m * s
$a$	Factor de inducción axial	0.3333	
$b$	Número de secciones del aspa	15	
$Re$	Número de Reynolds	5684923.207 $\approx$ 5e6	

**Tabla 2.1** Variables de diseño.

Como se puede observar en la tabla 2.1, la eficiencia corresponde a la eficiencia ideal, el coeficiente ( $C_p$ ) representa a la fracción de potencia en el viento máxima que puede ser extraída por el rotor y es determinada con respecto al factor de inducción ( $a$ ) igual a 1/3 [14], también están supuestos tres números de alabes como del mismo modo cada alabe está dividido en 15 secciones respectivamente. La velocidad específica se supone de 8. La velocidad del viento del sitio promediada anualmente, densidad del viento y viscosidad dinámica, son de 12.5 m/s, 0.958974 Kg/m<sup>3</sup> y 0.000017 Kg/ m\*s respectivamente.



**Grafica 2.1** Máximo coeficiente teórico de potencia  $C_p$  vs velocidad específica de punta  $(\lambda)$ , para una turbina eólica de eje horizontal con y sin estela de rotación [15] [27].

Una vez definido las variables de diseño se procede a aplicar la Teoría BEM junto con la Norma Española IEC 61400-2: 2015 para el diseño aerodinámico, teniendo así, las siguientes magnitudes calculadas:

	Variable de diseño	Magnitud	Unidades
	$r$	Longitud de Sección	0.054609327 m
	$A_{proj}$	Área de barrido	2.107977841 m <sup>2</sup>
	$D$	Diámetro	1.638279813 m
	$R$	Radio	0.819139907 m
	$P$	Potencia Eléctrica de salida	900 W
	$\omega_n$	Velocidad de Rotación	122.0792678 rad/s
			1165.771135 rpm

**Tabla 2.2** Cálculo de variables de diseño.

Posteriormente, con la ayuda de hojas de cálculo se determina el Método número 2 de solución iterativa del factor de inducción axial  $a$  y el factor de inducción radial  $a'$  [15], con la primera iteración suponiendo un coeficiente de sustentación igual a 1, a partir del cual se calculan las condiciones de flujo y los nuevos factores de inducción. Después de tres iteraciones se determinó lo siguiente:

- T (empuje):

$$dT = 141.801819 N \quad (25)$$

- Q (torque):

$$dQ = 9.79486399 N - m \quad (26)$$

- P (potencia teórica):

$$P = 1195.74982 \text{ Watts} \quad (27)$$

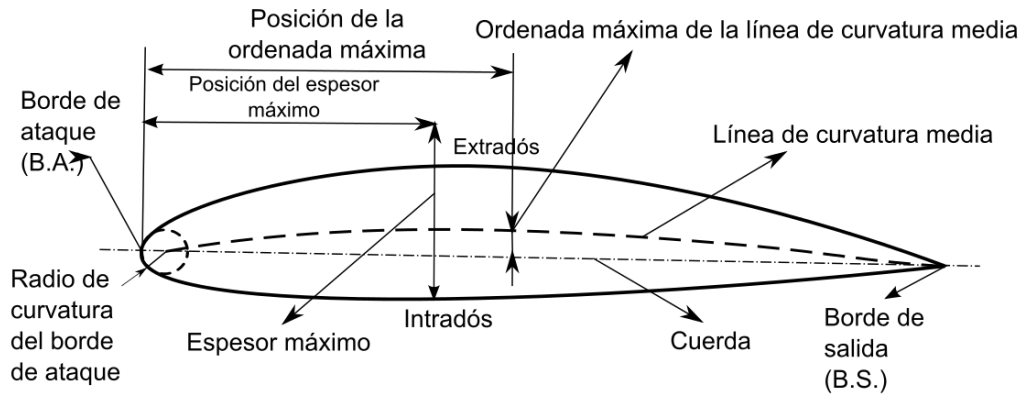
## 2.5 Perfil aerodinámico.

El proceso inicia con la selección de los parámetros del rotor y la selección del perfil aerodinámico.

Un perfil alar o perfil aerodinámico es aquella geometría que, generalmente, permite al cuerpo que la posee obtener la característica de ser un cuerpo romo, a excepción de su borde de fuga, asemejándose a una gota de agua. Cuando dicho cuerpo está bajo efecto de una corriente de un fluido este será capaz de generar una reacción dinámica de sustentación mayor a la de arrastre.

Un perfil aerodinámico posee parámetros que definen su geometría y términos para cada una de las partes que lo conforman. Estas partes representadas en la figura 2.5, de acuerdo con su nomenclatura, se enlistan a continuación:

- **Cuerda:** Es la línea recta que une al borde de ataque y borde de salida.
- **Línea de curvatura media:** También conocida como la línea de combadura media, es la línea que pasa por la mitad del perfil entre el extradós e intradós. Si la línea se sobrepone por encima de la cuerda se dice que tiene una curvatura positiva, y curvatura negativa si pasa por debajo.
- **Ordenada máxima de la línea de curvatura media:** Es el punto sobre la cuerda donde la distancia entre la línea de curvatura media y la cuerda es la máxima, suele estar representada en porcentaje de la cuerda y coincide con el punto de mayor combadura en el perfil.
- **Extradós:** Es la línea superficial del perfil ubicada por encima de la cuerda.
- **Intradós:** Es la línea superficial del perfil ubicada por debajo de la cuerda.
- **Radio de curvatura del borde de ataque:** Es el radio del segmento circular del borde de ataque, dicho segmento pertenece a una circunferencia que es tangente a las líneas del extradós e intradós, su origen está situado en el punto tangente del origen a la curvatura media.
- **Borde de salida:** Es la parte del perfil donde se unen el extradós e intradós, sin existir continuidad alguna, es el punto donde el flujo abandona al perfil aerodinámico.
- **Espesor:** Es la longitud entre el intradós y extradós, la cual varía conforme el avance de la cuerda.
- **Espesor máximo:** Es el mayor espesor generado en el perfil y su ubicación se represente en porcentaje de la cuerda.
- **Borde de ataque:** Es el segmento de línea circular que une al extradós e intradós del perfil [28].



El diseño del asa emplea las ecuaciones y relaciones de la teoría BEM. Los parámetros generales de selección de un perfil aerodinámico son el Número de Reynolds, la velocidad de viento y las consideraciones estructurales, el perfil seleccionado en esta investigación fue el SG 6043, que forma parte de una familia de tres perfiles (SG 6041, SG 6042 y SG 6043) denominados perfiles primarios desarrollados por el Laboratorio Nacional de Energías Renovables (NREL). El perfil SG 6043 es elegido teniendo en cuenta Números de Reynolds operativos bajos y efectos beneficiosos de rigidez centrífuga de turbinas eólicas de baja capacidad. La figura 2.6 muestra dicho perfil y su selección en el software QBlade [29].

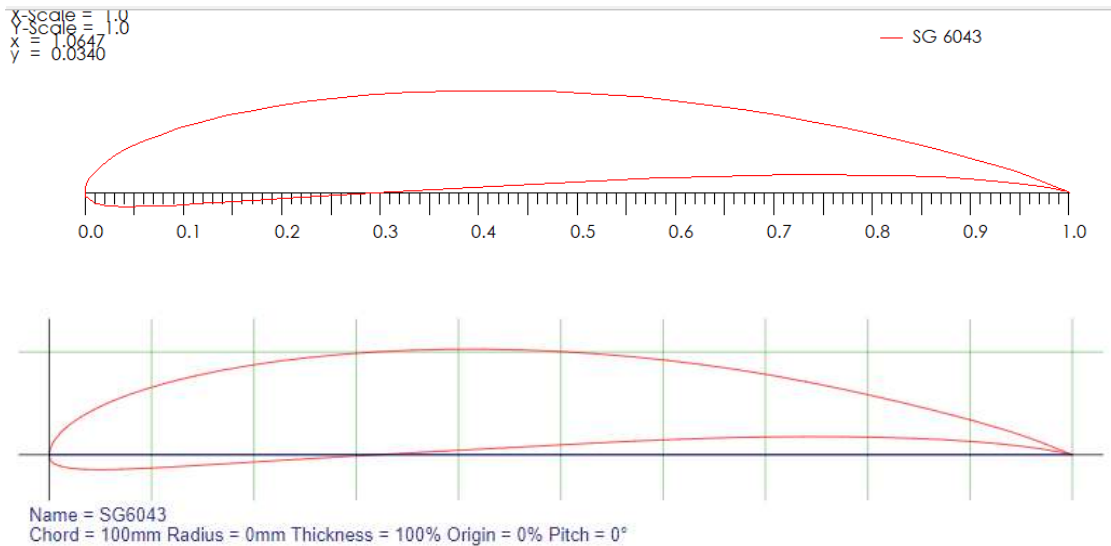


Figura 2.6 Perfil aerodinámico SG 6043 en el software QBlade. [30]

### Capítulo 3. Materiales compuestos.

Se puede entender como material compuesto a un material formado por una mezcla de dos o más componentes o fases (ya sean de micro o macro estructura), que tienen una superficie que los separa, que son distintos en forma y composición química y son insolubles entre sí [31]. El objetivo principal de los materiales compuestos es obtener una mejor combinación de las propiedades físicas y químicas de sus constituyentes para mejorar dichas propiedades como peso, resistencias a altas temperaturas, rigidez, dureza, resistencia a la corrosión, conductividad, por mencionar algunas [32].

La conectividad de las fases y sus fracciones es algo de suma importancia para un material compuesto, es decir, la forma en que se unen las fases en el material compuesto. Cuando se habla o se hace mención de las fases, se refiere a las partes que forman el material compuesto siendo estas de dos tipos; la matriz que es una fase continua que proporciona soporte y cohesión al refuerzo y define las propiedades físicas y químicas del material compuesto y transmite los esfuerzos al refuerzo, mientras que la fase discontinua o refuerzo que de acuerdo a su geometría (partículas, láminas o fibras), mejora las propiedades del material compuesto. En otras palabras, la matriz es la que da el soporte y cohesión estructural y el refuerzo da las propiedades deseables en el material compuesto que la matriz por sí sola no posee [32].

Los materiales compuestos pueden dividirse en tres tipos, de partículas, de láminas o laminares y, por último, de fibras y para esta investigación, solo mencionaremos los materiales de fibras y laminares. Podemos mencionar las principales características y/o funciones de los materiales compuestos reforzados pro fibras como lo son:

- Este tipo de compuestos (con fibras), pueden ser isotrópicos (que sus propiedades mecánicas no varían de acuerdo a la orientación espacial) o por lo regular, anisotrópicos (que sus propiedades mecánicas varían de acuerdo a las direcciones de orientación espacial).
  - Los materiales compuestos reforzados por fibras producen mayor resistencia a la fatiga, mejor módulo de Young, mejor relación resistencia y peso.
  - La matriz transmite las cargas y esfuerzos a las fibras siendo estas las que soportan la mayor parte de la carga y esfuerzos aplicados.
  - De la misma forma, la matriz protege la superficie del material con fibras y reduce al mínimo la difusión de oxígeno o humedad que pueden deteriorar las propiedades mecánicas o el material compuesto en sí.
  - La resistencia del material compuesto se da en altas temperaturas o a temperatura ambiente.
- [32]

La fibra de vidrio es un tipo común de fibra utilizado como reforzamiento y para esta investigación es el material utilizado como el material de nuestras aspas. Se puede encontrar en forma de hilos sin alguna orientación o también en acomodados como si fueran mallas, donde las fibras pueden estar orientadas a  $0^\circ$ ,  $\pm 45^\circ$ ,  $\pm 90^\circ$ , estas formas son también conocidos como arreglos, unidireccional, bidireccional y tridimensional. Los unidireccionales o uniaxial se representan como hilos en una sola dirección, los bidireccionales o biaxiales, se tiene como entrelazados o tejidos en dos direcciones y los tridireccionales o triaxial, se encuentran orientados en forma de trenza, usualmente encontrados

como  $-45^\circ$ ,  $+45^\circ$  y  $90^\circ$ . También se les puede encontrar en la combinación de varias orientaciones, según sea el propósito de su uso. Usualmente estas fibras son llamadas reforzamiento y van acompañadas de resinas o también conocidas como matriz, las cuales le dan la rigidez, unión, resistencia o las características que requieren. En la figura 3.1 se puede observar un material reforzado con a) fibras unidireccionales y b) bidireccionales [33].

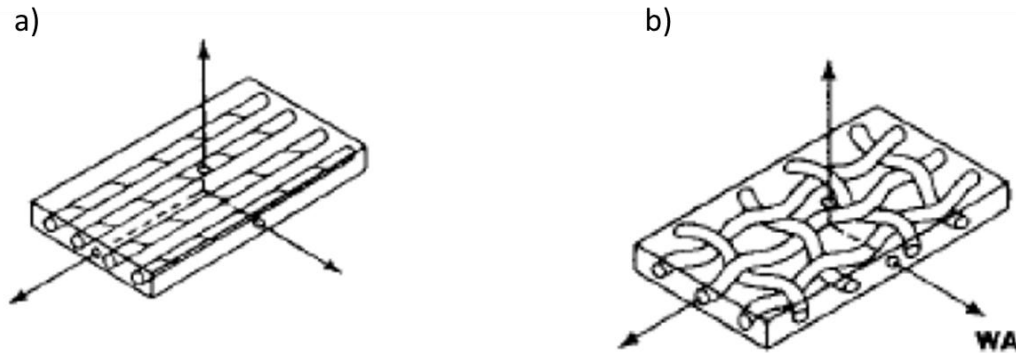


Figura. 3.1 Material compuesto con refuerzos de fibra. [33]

Los materiales compuestos por laminas o laminados, son un conjunto de capas o láminas donde su espesor puede variar, aunque ideal y usualmente es el mismo para cada lámina, estas pueden estar formadas por variadas fibras de un mismo material y pueden ser o estar orientadas en una misma dirección o direcciones diferentes. En la figura 3.2, se muestra un acomodo de un material compuesto de láminas con fibras en una sola dirección y en direcciones “cruzadas”.

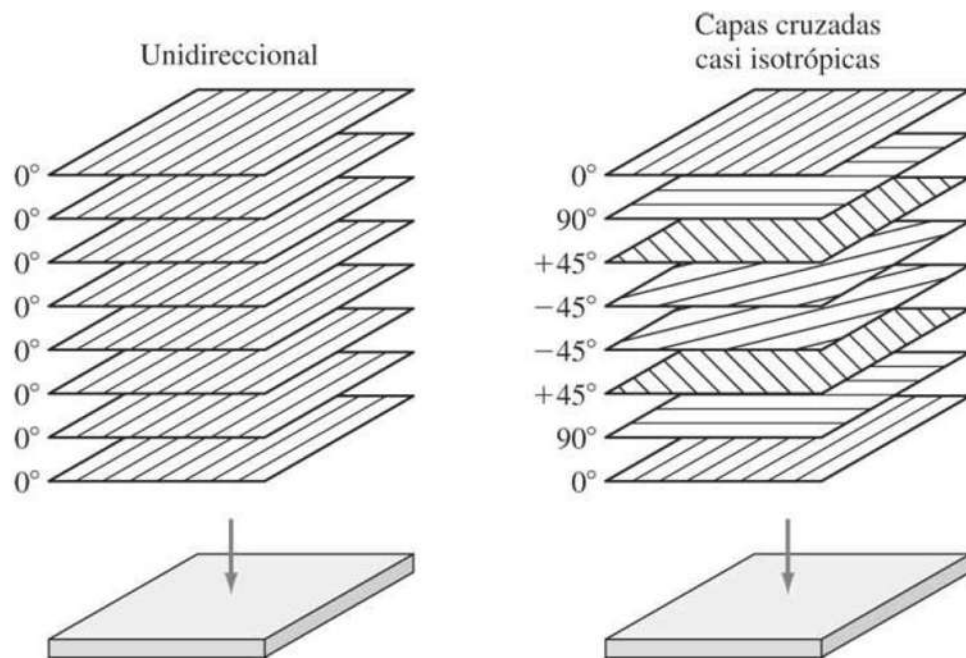


Figura. 3.2 Capas de laminado unidireccional y capas de laminado bidireccional. [31]

Las propiedades que destacan de la Fibra de Vidrio son: su dureza, resistencia a la corrosión, flexibilidad, el peso de las mismas es inferior a muchos materiales, entre otras. La Fibra de Vidrio se procesa a partir de vidrio a granel, la cual es una sustancia fabricada de una mezcla entre arena, piedra caliza y otros compuestos, principalmente el dióxido de silicio (SiO<sub>2</sub>) [34].

En la tabla 3.1 se enlistan las propiedades mecánicas de la fibra de vidrio utilizada para esta investigación. Dichas propiedades son tomadas como referencia de [7] debido a que los autores realizan un análisis estructural de las aspas de turbinas eólicas.

	Propiedad	Fibra de vidrio/epoxy bidireccional $\pm 45^\circ$	Fibra de vidrio/epoxy unidireccional $90^\circ$
$E_1$	Módulo longitudinal (GPa)	25	39
$E_2$	Módulo transversal (GPa)	25	8.3
$E_3$	Módulo transversal (GPa)	18	8.3
$G_{12}$	Módulo cortante (GPa)	6.3	4.1
$\nu_{12}$	Razón de Poisson	0.38	0.26
$\bar{\sigma}_{1t}$	Resistencia a tensión (MPa)	511	1062
$\bar{\sigma}_{1c}$	Resistencia a compresión (MPa)	628	610
$\bar{\sigma}_{2t}$	Resistencia a tensión (MPa)	511	31
$\bar{\sigma}_{2c}$	Resistencia a compresión (MPa)	628	118
$\bar{\sigma}_{3t}$	Resistencia a tensión (MPa)	28	31
$\bar{\sigma}_{3c}$	Resistencia a compresión (MPa)	138	118
$\bar{\tau}_{12}$	Esfuerzo cortante en el plano (MPa)	790	72
$\rho$	Densidad ( $Kg/m^3$ )	1900	1900

**Tabla 3.1** Propiedades mecánicas de la Fibra de vidrio. [7]

### 3.1 Regla de las mezclas para materiales compuestos reforzados con fibra.

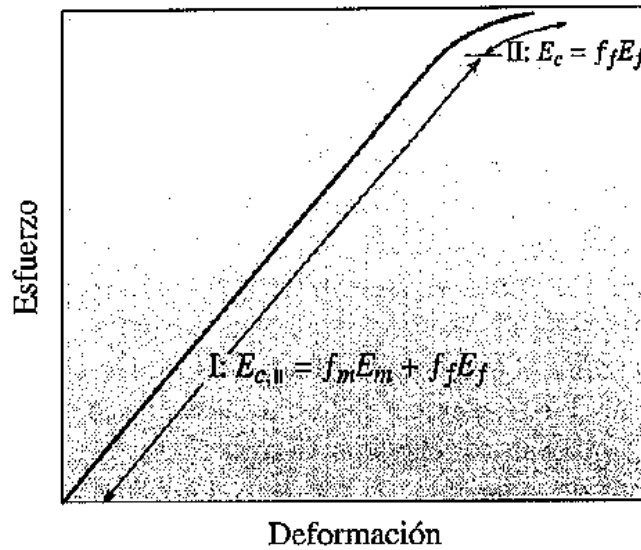
La regla de las mezclas en compuestos reforzados dará siempre la densidad de compuestos reforzados con fibra.

$$\rho = f_m \rho_m + f_f \rho_f \quad (28)$$

Para determinar el módulo de elasticidad, se utiliza la regla de las mezclas siempre que las fibras sean continuas y unidireccionales. Paralelo a las fibras, el módulo de elasticidad puede alcanzar valores de hasta:

$$E_c = f_m E_m + f_f E_f \quad (29)$$

Donde el subíndice m se refiere a la matriz y f a la fibra, mientras que  $f$  es la fracción volumétrica y  $E$  el módulo de elasticidad.



**Figura 3.3** Curva esfuerzo-deformación de un material compuesto reforzado por fibras. [32]

En la figura 3.3 se muestra un diagrama de un material compuesto reforzado por fibras donde los esfuerzos reducidos de la región I, el módulo de elasticidad se obtiene mediante la regla de las mezclas, mientras que en la región II donde se encuentran los esfuerzos más elevados, la matriz se deforma y la curva ya no sigue la regla de las mezclas.

## Capítulo 4. Modelado y simulaciones del perfil y aspa aerodinámico.

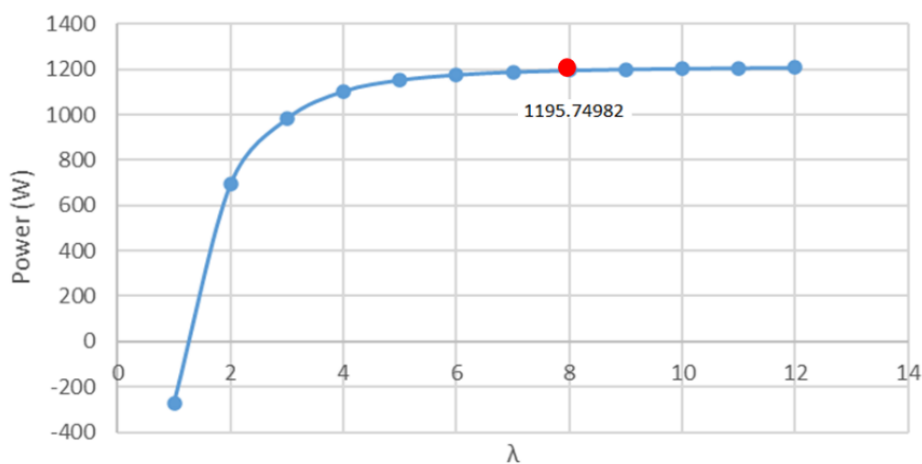
El diseño estructural de aspas de turbinas eólicas ha tenido una evolución marcada en cuanto a su configuración estructural, desde los materiales empleados hasta las topologías internas dependiendo del tamaño, con el fin de lograr una geometría óptima en cuanto a la cantidad de material, los factores de seguridad, fabricación del aspa y validación del diseño en ensayos del aspa.

Con la intención de encontrar el mejor diseño teniendo en cuenta la eficiencia y para una mayor certeza de los cálculos realizados, se utilizaron varios programas de software que permitieron realizar el modelado del aspa y simulaciones, como lo fueron QBlade y ANSYS R19.0. En seguida se describe el procedimiento y uso de dichos programas para el modelado y simulaciones.

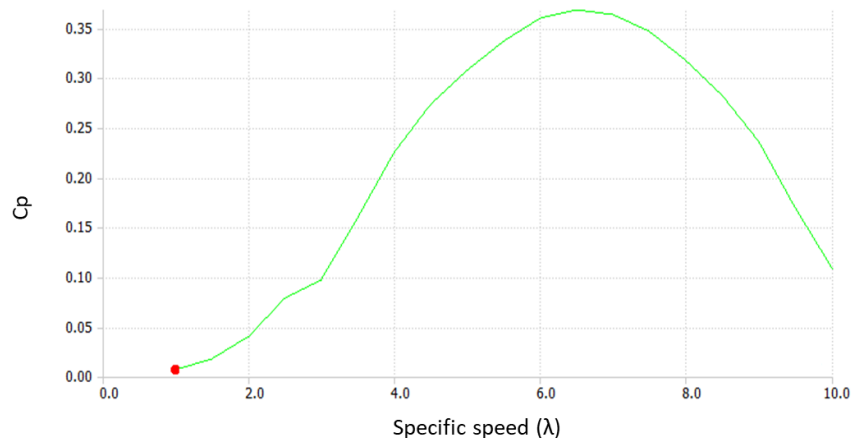
### 4.1 Modelado y verificación en QBlade.

El software QBlade es una herramienta especializada en el diseño de aspas y rotores eólicos que utiliza tanto la teoría de vórtice [35] como la teoría BEM [17], dicho software se utilizó con el propósito comparar el rendimiento aerodinámico y resultados obtenidos mediante la teoría BEM. Esto con el fin de tener una mejor certeza del diseño y mayor confianza para su manufactura.

Una vez tenido las variables de diseño se proceden a ser introducidas en dicho software; QBlade, teniendo la gráfica 4.1, donde se puede observar la relación Potencia (Watts) con el valor de la velocidad específica seleccionada (8), según las variables de diseño alimentadas se puede tener confiabilidad y certeza de los cálculos antes realizados, recordando que el perfil en cuestión es el SG 6043.

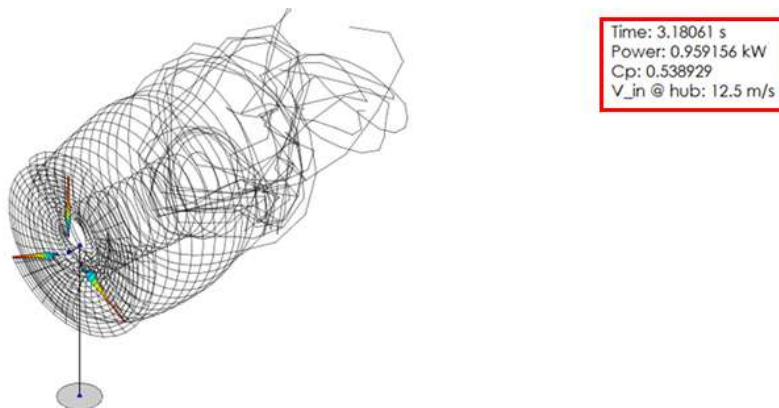


Gráfica 4.1 Potencia teórica (Watts) vs Velocidad específica [36].



**Gráfica 4.2** Coeficiente de potencia ( $C_p$ ) vs velocidad específica ( $\lambda$ ). [36]

Como se puede observar en la gráfica 4.1 el valor obtenido de la potencia aproximadamente es de 1195 Watts para una velocidad específica de 8, mientras que en la gráfica 4.2 muestra que el valor del  $C_p$  (coeficiente de potencia) es aproximadamente 0.32, siendo este valor un coeficiente de potencia previo a la convergencia de la simulación de la teoría de vórtice en QBlade.



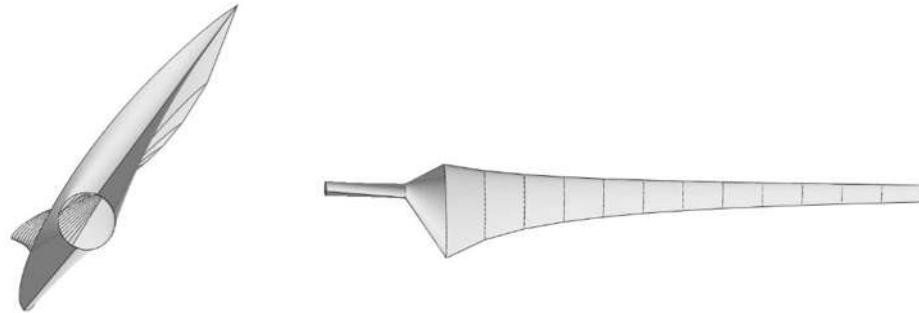
**Figura 4.1** Simulación de la turbina de viento basada en la teoría de vórtice en el software QBlade. [36]

En QBlade, las fuerzas aerodinámicas que actúan sobre un rotor pueden modelarse mediante el método de estela de vórtice libre de línea de sustentación (LLFVW, por sus siglas en inglés). Al igual que el método BEM, el modelo LLFVW calcula las fuerzas de la pala utilizando datos polares bidimensionales de la sección aerodinámica. El modelo LLFVW mejora los resultados de la simulación, especialmente en casos donde se violan los supuestos del método BEM. Estos incluyen operación inestable, grandes deformaciones de la pala y altas relaciones de velocidad de punta donde se aproxima el estado de estela turbulenta [37].

La Figura 4.1 muestra la simulación numérica basada en el método de estela de vórtice libre de línea de sustentación (LLFVW, por sus siglas en inglés) obtenida en QBlade. Se obtuvo una potencia de  $P = 959 \text{ W}$  a una velocidad del viento de  $v = 12,5 \text{ m/s}$  y un coeficiente de potencia de  $C_p = 0,53$ . Las condiciones de diseño a las que se alimentó el software QBlade son, entre las más importantes, el

número de Reynolds (para este trabajo,  $Re = 1,4 \times 10^5$ ), la velocidad del viento, la relación de velocidad de punta, la densidad del aire, el número de elementos de pala, el ángulo de ataque, el ángulo de giro y el diámetro del rotor [38].

La potencia teórica (denominada potencia de diseño según la norma) del rotor en función de la relación de velocidad de punta, cuando esta es  $\lambda = 8$ , alcanza los 1195 W, un 30 % superior a la potencia de diseño esperada (900 W). Se ha tomado este valor de relación de velocidad de punta porque garantiza que la potencia se mantenga prácticamente constante y dentro del rango recomendado para aerogeneradores rápidos [25]

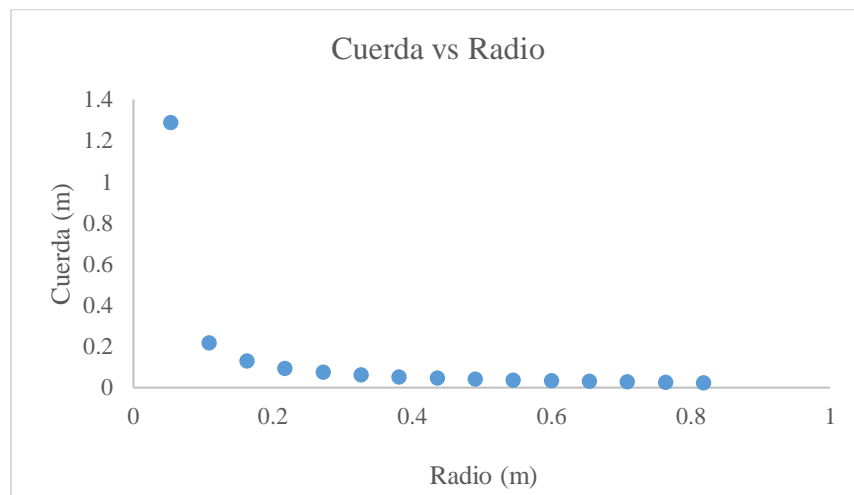


**Figura 4.2** Modelado en QBlade del álabe con perfil aerodinámico SG 6043 [36].

En la figura 4.2 se puede observar el modelado del aspa en el software QBlade, ya dividido en las 15 secciones propuestas, incluyendo también los datos finales de la última iteración, como son el radio de la cuerda, posición de la cuerda y el ángulo de torsión.

#### 4.2 Coordenadas de las secciones del perfil aerodinámico SG 6043 en el aspa.

En el caso de las simulaciones posteriores es necesario, obtener las coordenadas del perfil distribuido en el aspa.



**Gráfica 4.3** Distribución de la cuerda a lo largo del álabe de 900 Watts.

La gráfica 4.3 muestra la distribución de cuerdas a lo largo de la envergadura del álabe, el lector podría preguntarse sobre el primer punto que en relación con los demás resulta ser mayor, esto debido a que en los primeros tres puntos la Teoría BEM no se aplica o no es válida.

### 4.3 Modelado y simulación en ANSYS.

En el modelado de la turbina, para su simulación en ANSYS, comprende el modelado 3D de las aspas, el hub y la góndola.

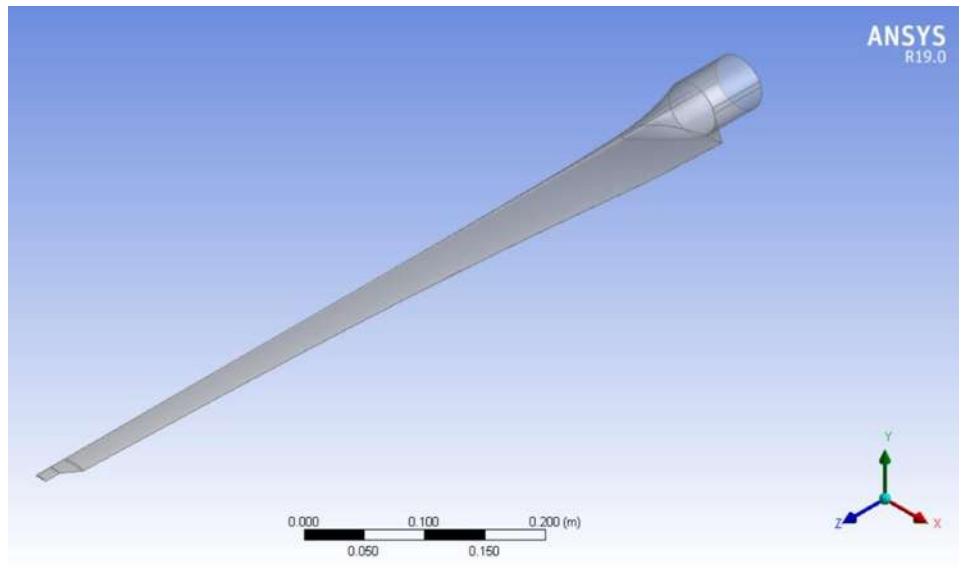
Posteriormente se analizará cada uno de los modelados individualmente para después, analizar el modelado compuesto. Es importante aclarar los ejes coordenados de referencia para el aspa son distintos entre el software de elementos finitos (ANSYS) y la Norma 61400-2 (como se muestra en la figura 4.3), dicha norma se describirá a detalle en una sección más adelante de esta investigación [38].



**Figura 4.3** Referencias de sistemas de ejes coordenados usados en la norma IEC 61400-2 y software (FEM). [38]

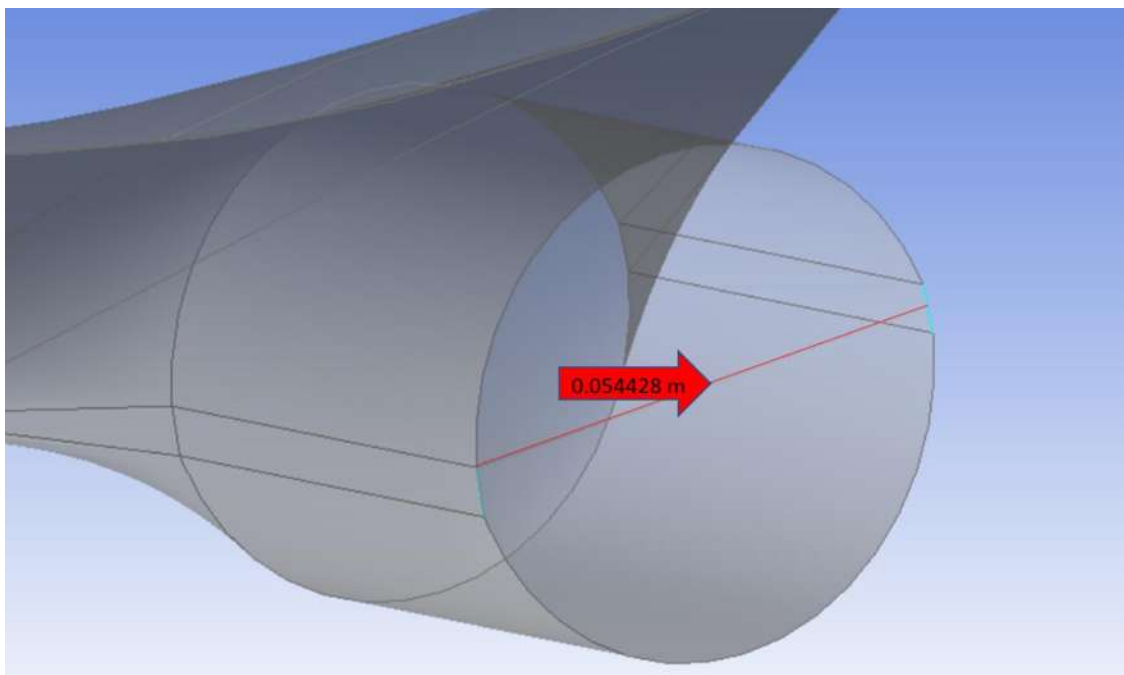
### 4.3.1 Modelado del aspa.

Primero observaremos el modelado del álabe, teniendo en cuenta las variables y perfil (SG 6043) antes supuestos.



**Figura 4.4** Modelado de aspas de una turbina eólica de 900 W.

En la figura 4.4 se muestra el modelado del aspa en el software ANSYS, cabe mencionar que la sujeción del aspa se supuso como una figura geométrica de círculo, esto es para una fácil manufactura y manejo del material previsto (Fibra de Vidrio).



**Figura 4.5** Sujeción del aspa de una turbina eólica de 900 W.

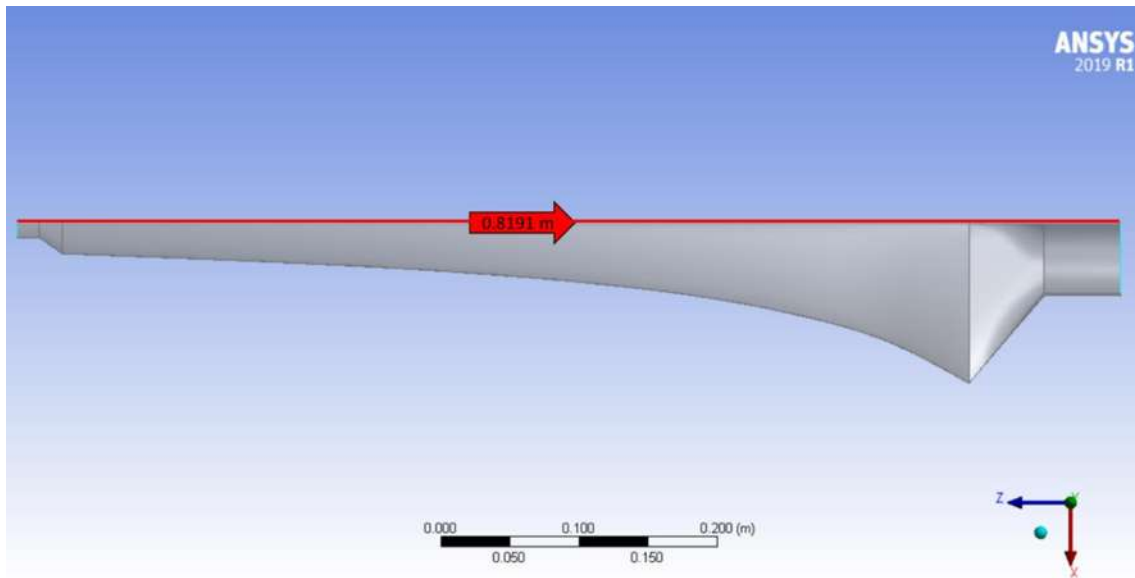


Figura 4.6 Longitud total del asa para una turbina eólica de 900 W.

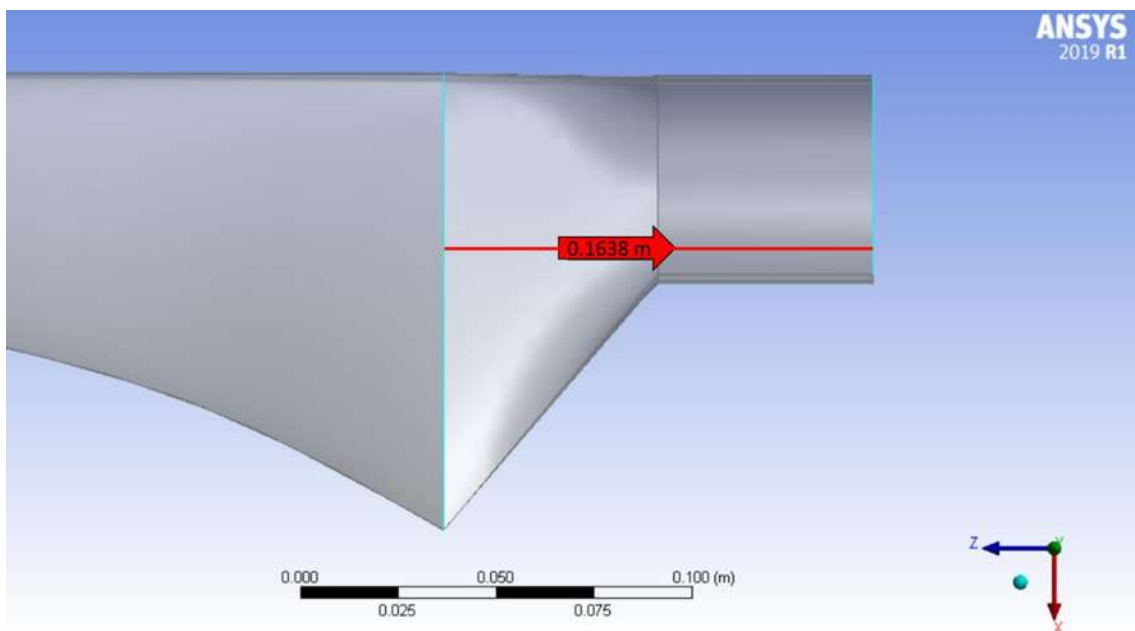


Figura 4.7 Longitud de raíz del asa hasta el cuerpo del asa de una turbina eólica de 900 W.

En las figuras 4.5, 4.6 y 4.7, se puede apreciar las longitudes más significativas del asa (el diámetro de la sujeción, la longitud total y la longitud entre las secciones de raíz y cuerpo del asa).

Una vez tenido el modelado es necesario tener en cuenta las hipótesis de carga según la Norma Española, primero para las simulaciones y corroboraciones de resultados y por último para el diseño del hub y así como también el diseño del eje de transmisión principal que une a la góndola, el hub y por último el generador eléctrico. Para esto se recopiló datos de entrada para poder calcular las hipótesis de carga.

## Capítulo 5. Análisis modal y frecuencias naturales.

Como parte del procedimiento de diseño y manufactura de los álabes, todos los prototipos de palas de turbinas eólicas se someten a un procedimiento de prueba experimental para garantizar que las palas de turbinas eólicas producidas cumplan con los requisitos de diseño reales. Además de las pruebas experimentales de la capacidad de carga bajo cargas extremas y las pruebas de resistencia a la fatiga. Es una práctica común complementar con pruebas de las propiedades dinámicas básicas de las palas, como las frecuencias naturales y las propiedades de amortiguación, ya que son esenciales para el comportamiento dinámico y la integridad estructural de toda la turbina eólica.

Las palas de las turbinas eólicas son estructuras complejas dados los diversos campos científicos involucrados en su estudio, desde el análisis aerodinámico hasta el compuesto de fatiga y falla. La pala de la turbina eólica está sometida a un proceso de fuerzas acopladas, por lo que cuando tenemos la misma frecuencia natural para la pala y las fuerzas excitantes, se produce la resonancia. Lo que hace que el análisis modal de la pala sea de gran importancia.

### 5.1 Vibración.

Cualquier movimiento que se repite después de un intervalo de tiempo se llama vibración u oscilación [39].

El estudio de la vibración se refiere a los movimientos oscilatorios de los cuerpos y las fuerzas asociadas con ellos. Todos los cuerpos que poseen masa y elasticidad son capaces de vibrar. Así, la mayoría de las máquinas de ingeniería y las estructuras experimentan vibraciones hasta cierto punto, y su diseño en general requiere consideración de su comportamiento oscilatorio.

La vibración se puede clasificar de varias maneras como se mencionan a continuación:

- **Vibración Libre:** Si se deja que un sistema vibre por sí mismo después de una perturbación inicial, la vibración resultante se conoce como vibración libre. Ninguna fuerza externa actúa en el sistema. La oscilación de un péndulo simple es un ejemplo de vibración libre.
- **Vibración Forzada:** Si un sistema se somete a una fuerza externa (a menudo, una fuerza repetitiva), la vibración resultante se conoce como vibración forzada.

El sistema bajo vibración libre vibrará en una o más de sus frecuencias naturales, que son propiedades del sistema dinámico establecido por su distribución de masa y rigidez [13].

Si la frecuencia de la fuerza externa coincide con una de las frecuencias naturales del sistema, ocurre una condición conocida como resonancia, y el sistema sufre oscilaciones peligrosamente grandes. Las fallas de estructuras como edificios, puentes, turbinas y alas de avión se han asociado a la ocurrencia de resonancia [39].

- **Vibración no amortiguada:** Esta se da cuando no se pierde o disipa energía por fricción u otra resistencia durante la oscilación.
- **Vibración amortiguada:** Se da cuando hay pérdida o se disipa energía durante la oscilación.

En muchos sistemas físicos, la cantidad de amortiguamiento es tan pequeña que puede ser ignorada en la mayoría de las aplicaciones de ingeniería. Sin embargo, la consideración del amortiguamiento se vuelve extremadamente importante al analizar sistemas vibratorios próximos a la resonancia [31].

- **Vibración lineal:** Es la resultante de todos los componentes básicos de un sistema vibratorio, el resorte, la masa y el amortiguador, cuando estos, se comportan linealmente.
- **Vibración no lineal:** Es la vibración cuando todos o uno de los componentes básicos del sistema vibratorio se comportan de manera no lineal [39].

La falla de estructuras importantes, en nuestro caso álabes, es una posibilidad bajo resonancia. Por lo tanto, el cálculo de las frecuencias naturales es de gran importancia en el estudio de las vibraciones.

Para poder entender los análisis modales, se mencionarán a continuación varios conceptos correspondientes a dicho análisis.

## 5.2 Frecuencia Natural.

Se debe considerar un sistema simple no amortiguado resorte-masa, el cual se asume que el movimiento solo es a lo largo del eje vertical, por lo que, el sistema tiene un solo grado de libertad, porque su movimiento solo está descrito por una coordenada, como se muestra en la siguiente ecuación:

$$k\Delta = w = mg \quad (30)$$

Cuando se pone en movimiento, la oscilación tendrá lugar en la frecuencia natural  $f_n$  la cual es propiedad del sistema.

La segunda ley de Newton es el principio básico para la examinación del movimiento del sistema. Como se muestra en la ecuación (26), la deformación del resorte en posición estática de equilibrio es  $\Delta$ , y la fuerza del resorte  $k\Delta$  es igual a la fuerza gravitacional  $w$  actuando en la masa  $m$ .

El periodo natural de oscilación está establecido por:

$$\tau = 2\pi = \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (31)$$

Entonces la frecuencia natural es:

$$f_n = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (32)$$

Note que  $\tau$ ,  $f_n$ , dependen solo de la masa y rigidez del sistema, las cuales son propiedades del sistema [13].

El factor de participación de masa efectivo representa el porcentaje de la masa del sistema que participa en un modo específico. Proporciona una medida de la energía contenida dentro de cada modo resonante y son importantes para determinar cuántos modos se deben tener en cuenta para capturar adecuadamente la respuesta dinámica de una estructura [40]

Es decir, el factor de participación mide la cantidad de masa que se mueve en cada dirección para cada modo de vibración y se puede calcular mediante la siguiente ecuación, donde  $\{D\}$  es el desplazamiento unitario en cada una de las direcciones cartesianas globales y la rotación sobre cada eje [41]

$$\gamma_i = \{\phi\}_i^T [M] \{D\} \quad (33)$$

Donde:

$\gamma_i$  es el factor de participación en el “i” modo

$\{\phi\}_i^T$  es el eigenvector normalizado

$\{D\}$  es el desplazamiento unitario

$[M]$  es la matriz de masa

Un valor elevado con respecto a un eje coordinado determinado de un factor de participación en algún modo de vibración, representa que el modo de vibración está siendo excitado por fuerzas en esa dirección, algunos modos de vibración pueden ser más significativos que otros debido a la forma del modo y de la magnitud del factor de participación. Es decir, si hay un modo que puede excitarse en una dirección particular (un factor de participación alto a comparación de los restantes de determinado eje coordinado), indica la frecuencia y modo de vibración a la que la estructura puede experimentar una excitación alta en respuesta de cargas sometidas [41]. Un valor de factor de participación negativo, significa que la dirección es de lado contrario al eje coordinado de dicho factor.

### 5.3. Método Rayleigh: Masa efectiva.

El método de energía puede ser usado por sistemas de multimasas o por sistemas de masas distribuidas, siempre que se conozca el movimiento de cada punto del sistema. En sistemas cuyas masas están unidas por eslabones rígidos, palancas o engranajes, el movimiento de varias masas se puede expresar en términos del movimiento  $\dot{x}$  de algún punto específico y el sistema es simplemente uno de un solo grado de libertad, porque solo se necesita una coordenada. Entonces la energía cinética puede ser expresada como:

$$T = \frac{1}{2} m_{ef} \dot{x}^2 \quad (34)$$

Donde  $m_{ef}$ , es la masa efectiva de un punto específico. Si la rigidez en ese punto es conocida, la frecuencia natural puede ser calculada de una simple ecuación:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m_{ef}}} \quad (35)$$

En sistemas de masas distribuidas, como resortes y vigas, es necesario conocer la distribución de la amplitud de vibración antes de poder calcular la energía cinética. Rayleigh demostró que, con una suposición razonable de la forma de la amplitud de la vibración, es posible tener en cuenta las masas previamente ignoradas y llegar a una mejor estimación de la frecuencia fundamental [13].

### 5.4 Matriz de rigidez de elementos viga.

En ingeniería, la mayoría de estructuras están compuestas por elementos viga, y en nuestro caso no es una excepción, nuestra aspa será considerada como una viga en cantiléver.

Si los extremos de los elementos están rígidamente conectados a la estructura contigua en lugar de estar articulados, el elemento actuará como una viga con momentos y fuerzas laterales actuando en los extremos. En su mayor parte, los desplazamientos axiales relativos serán pequeños en comparación con los desplazamientos laterales de la viga y por ahora se supondrán que son cero.

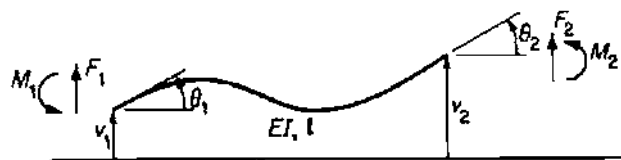


Figura 5.1 Viga con desplazamientos finales arbitrarios [13].

En la figura 5.1 se puede observar una viga con desplazamientos finales arbitrarios,  $v_1, \theta_1, v_2, \theta_2$ , toman el sentido positivo. Estos desplazamientos pueden ser considerados en términos de superposición de 4 desplazamientos tomados por separado, como se muestra en la figura 5.2. Se muestra también las fuerzas y momentos requeridos para mantener el equilibrio de los desplazamientos separados, los cuales pueden ser determinados por el método de área-momento.

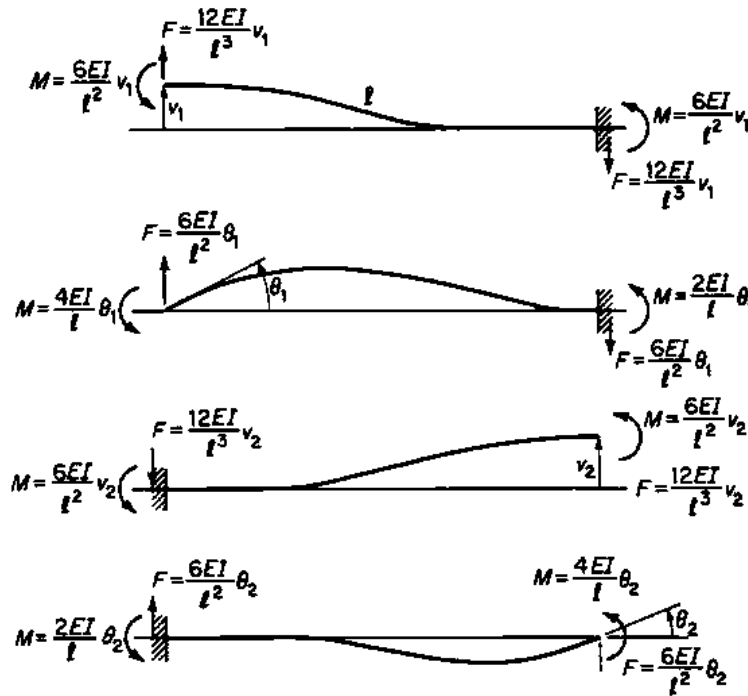


Figura 5.2 Rigidez del elemento viga [13].

Se relacionan con la siguiente matriz de rigidez:

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ M_1 \\ F_2 \\ M_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix} \quad (36)$$

Donde cada columna representa la fuerza y momento requerido por cada uno de los desplazamientos tomados por separado para una viga articulada [13].

$F_1$  es la fuerza aplicada

$M_1$  es el momento resultante

$k_{11}$  es el coeficiente de rigidez

$u_1 \theta_1$  son desplazamientos.

$E$  es el módulo de Young

$I$  es el momento de inercia

$l$  es la longitud de la viga

## 5.5 Modos normales.

Los modos normales o eigenvectores del sistema pueden ser ortogonales con respecto a la masa y la matriz de rigidez. Usando la notación  $\phi_i$  para el  $i$ -ésimo, la ecuación del modo normal por el  $i$ -ésimo modo es:

$$K\phi_i = \lambda_i M\phi_i \quad (37)$$

Multiplicando el  $i$ -ésimo ecuación por la traspuesta  $\phi_j^T$ , del modo  $j$ , tenemos:

$$\phi_j^T K\phi_i = \lambda_i \phi_j^T M\phi_i \quad (38)$$

Para la ecuación del modo  $j$ -ésimo multiplicando por  $\phi_i^T$ , se obtiene una ecuación similar con  $i$  y  $j$ :

$$\phi_i^T K\phi_j = \lambda_j \phi_i^T M\phi_j \quad (39)$$

Dado que  $K$  y  $M$  son matrices simétricas, se cumple la siguiente relación:

$$\phi_j^T \begin{bmatrix} K \\ 0 \\ M \end{bmatrix} \phi_i = \phi_i^T \begin{bmatrix} K \\ 0 \\ M \end{bmatrix} \phi_j \quad (40)$$

De las ecuaciones (30) y (31) se obtiene:

$$(\lambda_i - \lambda_j)\phi_i^T M\phi_j = 0 \quad (41)$$

Teniendo así, las cantidades  $M_{ii}$  y  $K_{ii}$ , llamadas *Masa Generalizada* y *Rigidez Generalizada* respectivamente [13].

$$\phi_i^T M \phi_i = M_{ii} \quad \phi_i^T K \phi_i = K_{ii} \quad (42)$$

## 5.6 Análisis Modal.

El análisis modal proporciona información sobre las características dinámicas de una estructura en cuestión. Es un análisis lineal que no necesita excitaciones o cargas externas a la estructura, las frecuencias dependen solo de la rigidez y la masa de la estructura. Proporciona información de cómo el diseño puede responder a diferentes tipos de cargas dinámicas y puede usarse, por ejemplo, para evitar la resonancia y vibraciones que pueden ser dañinas para la estructura por eso el análisis modal es fundamental.

Los eigenvalores son el cuadrado de la frecuencia natural de la estructura y los eigenvectores representan las formas modales obtenidas cuando la estructura está vibrando y la frecuencia aplicada.

El factor de participación y la masa efectiva, obtenidos de un análisis modal pueden dar una idea de cómo el diseño se comportará con diferentes tipos de carga.

El *factor de participación* mide la cantidad de masa que se mueve en cada dirección para cada modo y se puede calcular mediante la siguiente ecuación:

$$\gamma_i = \{\phi\}_i^T [M] \{D\} \quad (43)$$

La *masa efectiva* es una medida de cuánta masa está asociada con cada modo, es el mismo factor de participación al cuadrado. Idealmente, la suma de las masas efectivas en cada dirección debe ser igual a la masa de la estructura, pero eso dependerá del número de modos extraídos y cómo se restringe la estructura.

$$M_{ef} = \gamma_i^2 \quad (44)$$

La relación entre la masa efectiva y la masa total puede ser útil para determinar si se ha extraído o no, un número suficiente de modos [42].

Primero que nada, debe resaltarse que, de acuerdo a la geometría del aspa diseñada para nuestras condiciones, será hueca y que la materia prima es un material compuesto, Fibra de Vidrio, así como también mencionar que el material es presentado como tela, que sus hilos están distribuidos uniformemente de acuerdo a direcciones angulares (uniaxial, biaxial, triaxial, etc.), que posteriormente, sus propiedades serán mencionadas en capítulos siguientes. Dicho esto, se procede a insertar las propiedades físicas y mecánicas de dicho material en la librería de materiales de Ansys, como se muestra a continuación.

### 5.7 ANSYS ACP (Pre).

Teniendo en cuenta las propiedades del material [7], la configuración de las telas de fibra de vidrio (cantidad y longitud), que cubren la estructura y geometría del aspa, dando un total de 7 capas distribuidas a lo largo de la longitud del aspa (6 capas biaxiales, 1 capa uniaxial). En el apartado de ACP (Pre) de Ansys Workbench, se modela dicha configuración de telas de fibra de vidrio en el aspa para posteriormente pasar a análisis modal y estructural.

La geometría del aspa está dividida de manera longitudinal en 4 secciones para que las configuraciones de las capas de la tela de fibra de vidrio se adecuen y localicen fácilmente. Dichas secciones son raíz, unión, cuerpo y punta y que, y a su vez el aspa está dividida de manera transversal, en intradós y extradós. Las 6 capas externas que cubren el aspa, son de forma bidireccional, mientras que la capa ultima interna, es de forma unidireccional. En la figura 5.3 se puede observar dicha configuración.

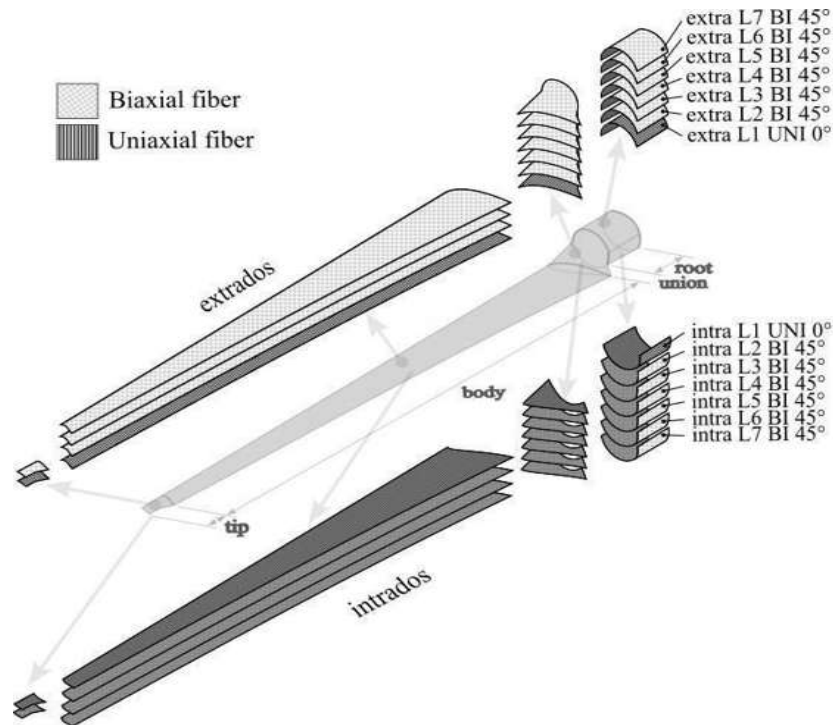


Figura 5.3 Separación seccional de la geometría de la pala y configuración de las capas de fibra de vidrio. [38]

En la tabla 5.1 se muestran las configuraciones de las telas de fibra de vidrio de acuerdo a cada parte del aspa.

Sección	Configuración de las telas	Tipo de tela (Fibra de Vidrio)
Raíz (root)	5 capas	1 Uniaxial / 4 Biaxial
Unión (union)	5 capas	1 Uniaxial / 4 Biaxial

Cuerpo (body)	4 capas	1 Uniaxial / 3 Biaxial
Punta (tip)	2 capas	1 Uniaxial / 1 Biaxial

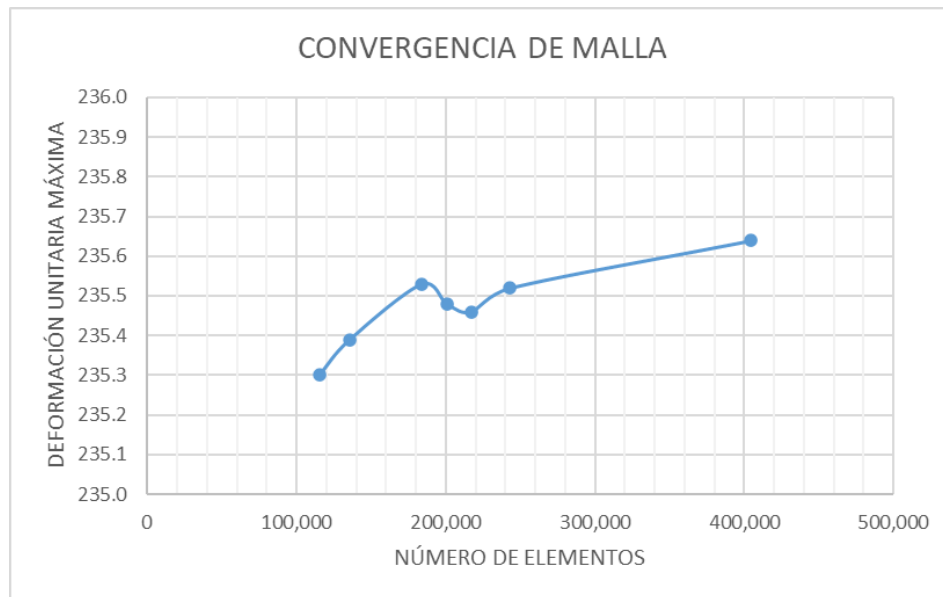
**Tabla 5.1** Configuración de telas de Fibra de Vidrio en al aspa.

Las cuatro secciones del aspa, abarcan cada una de ellas, la aparte del intradós como para la parte del extradós

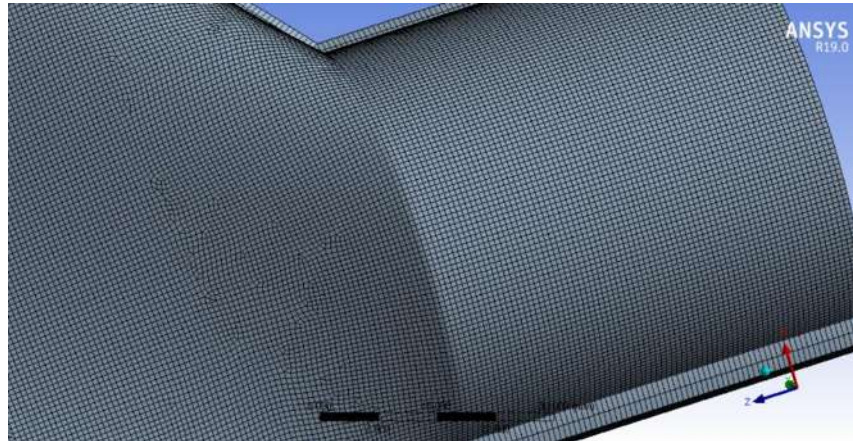
### 5.8 Simulación de Análisis Modal.

El análisis modal mostrará las frecuencias naturales del aspa y sus formas de modo. Además de tablas respectivas del factor de participación y de la masa efectiva, analizará el efecto del número de modos extraídos en estas cantidades, recordando que, para estos análisis, se realizaron con la ayuda del software ANSYS Workbench.

Verificando que se haya cargado correctamente el material y así como también, insertado correctamente las capas de las telas de Fibra de Vidrio, se procede a refinar la malla en donde se tiene un elemento tipo hexaedro dominante, con un tamaño de 0.8 mm y con una masa total de 0.49763 kg. En la gráfica 5.1 se puede observar la gráfica de convergencia de malla teniendo como porcentaje de error relativo valores menores al 3%, respecto al número de elementos y la deformación máxima unitaria. En la figura 5.4 se puede observar la malla en el aspa diseñada.

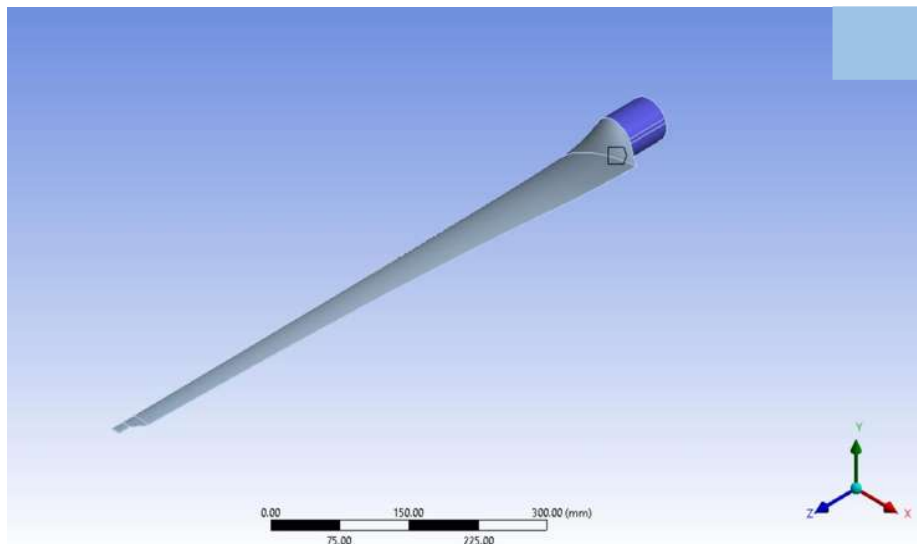


**Gráfica 5.1** Convergencia de malla.



**Figura 5.4** Malla en el aspa diseñada.

Debido a que los análisis modales dan como resultado frecuencias naturales de las estructuras o cuerpos físicos, el aspa debe vibrar libremente, entonces solo se tendrá un soporte fijo el cual es la raíz o sujeción del aspa, esto se puede analizar en la figura 5.5.



**Figura 5.5** Soporte fijo en al aspa diseñada.

Bajo la configuración del análisis modal, se puede especificar un número máximo de modos de vibración, en nuestro caso y una vez establecidas las condiciones iniciales para el análisis modal se predeterminaron 15 modos de vibración, y a continuación se resuelve el modelo. En la figura 5.6, se muestra la deformación con el primer modo de vibración.

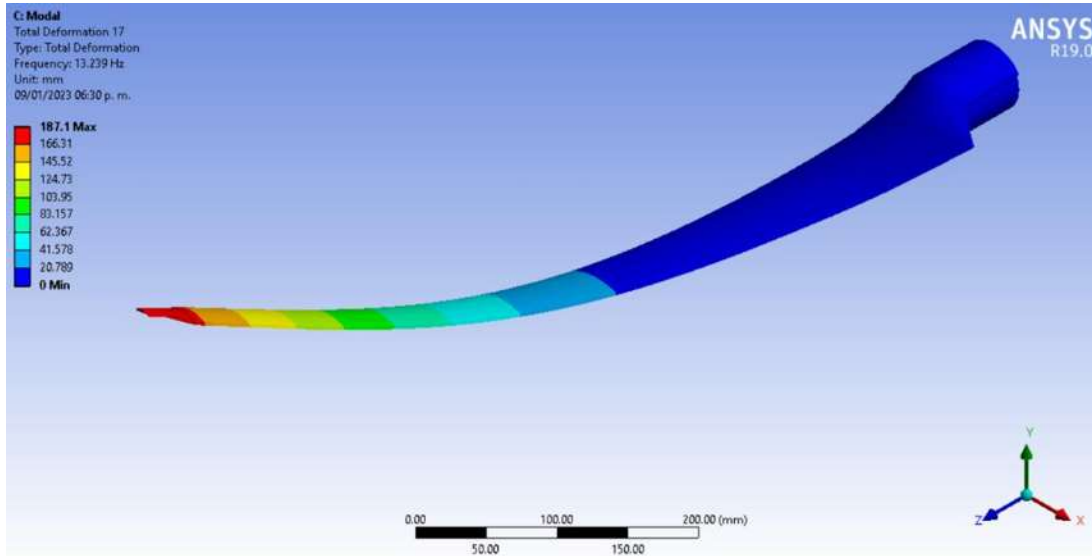
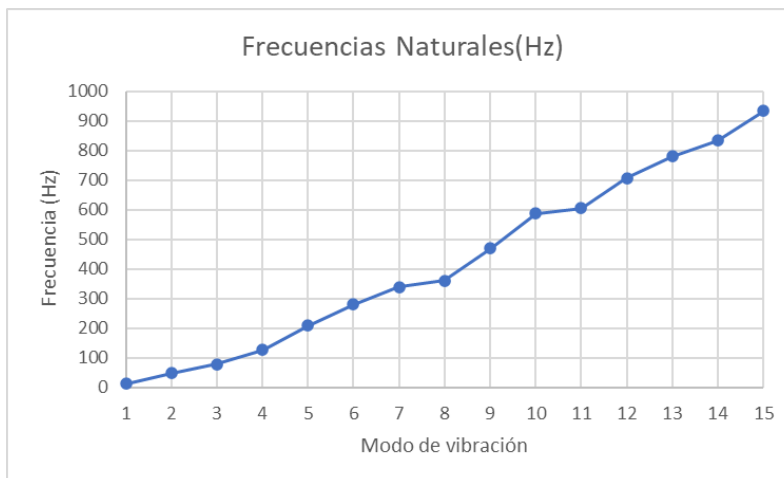


Figura 5.6 Deformación en el aspa con el primer modo de vibración.

En la tabla 5.2 se enlista los modos de vibración con su frecuencia correspondiente, de la misma forma, en la gráfica 5.3 se visualizan dichos modos de vibración del aspa.

Modo	Frecuencia (Hz)
1	13.237
2	46.669
3	75.707
4	125.37
5	204.25
6	271.38
7	336.45
8	351.02
9	459.94
10	567.85
11	590.64
12	682.55
13	755.2
14	812.64
15	912.4

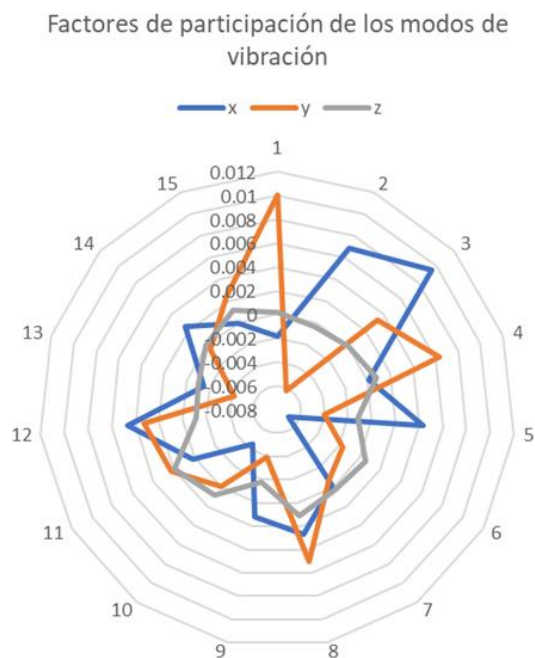
Tabla 5.2 Modos de vibración y frecuencia naturales del aspa diseñada.



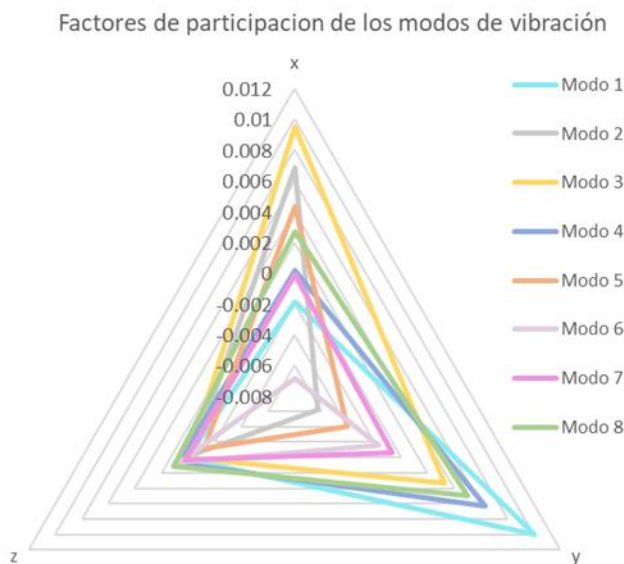
Gráfica 5.2 Modos de vibración del aspa eólica.

Ahora los valores resultantes de factores de participación y masas efectivas, también se pueden extraer de un análisis modal en Ansys Workbench, sólo basta con hacer clic en información de la solución y seleccionando dichas magnitudes para ver los resultados correspondientes.

El factor de participación se usa para determinar qué cantidad de masa de cierto modo se mueve en la misma dirección que la excitación. A continuación, se muestran las frecuencias naturales de vibración del aspa y los factores de participación resultantes por eje correspondientes a cada modo de vibración (gráfica 5.3 y gráfica 5.4), cada factor de participación se calcula en cada uno de los ejes coordenados, recordando la diferencia de relación que existe entre la norma y el software de simulación FEM, el signo negativo en algunos de los factores de participación, se refiere a que es inverso a la dirección en el eje de referencia.



**Gráfica 5.3** Factores de participación respecto a cada modo de vibración y cada eje coordenado.



**Gráfica 5.4** Factores de participación respecto al eje coordenado y modos de vibración.

En las gráficas 5.3 y 5.4, se puede observar los factores de participación resultantes después del análisis modal del aspa, en ambas gráficas se puede ver que el eje con los valores mínimos de los factores de participación es el eje “z” a comparación de los ejes “x” y “y”. En la gráfica 4.2, se ilustra que con respecto al eje “x”, el valor máximo del factor de vibración se da en el modo de vibración número 3 y el valor mínimo tiene lugar en el modo número 6, para el eje coordenado “y”, el valor máximo del factor de participación se da en el modo número 1 y el valor mínimo del factor se encuentra en el modo número 2. Los valores de los factores tienden a disminuir en cuanto se incrementa el número de modos de vibración. Los factores más significativos se encuentran entre los primeros 7 modos de vibración. A continuación, en la tabla 5.3, se enlistan dichos factores de participación.

Modo de Vibración	Dirección		
	x	y	z
1	-1.85e-03	1.00e-02	1.42e-04
2	6.87e-03	-6.22e-03	-3.48e-04
3	9.52e-03	3.31e-03	1.00e-05
4	1.50e-04	6.32e-03	7.56e-04
5	4.32e-03	-4.00e-03	-1.20e-03
6	-6.86e-03	-1.65e-03	6.09e-04
7	-1.35e-04	-6.30e-04	2.53e-04
8	2.69e-03	5.00e-03	1.11e-03

9	1.17e-03	-3.98e-03	-1.78e-03
10	-4.50e-03	-4.22e-05	9.03e-04
11	2.18e-04	2.27e-03	1.95e-03
12	4.65e-03	3.30e-03	-1.13e-03
13	-1.55e-03	-4.15e-03	-1.07e-03
14	2.45e-03	-4.60e-04	1.22e-04
15	-4.24e-06	2.50e-03	1.15e-03

**Tabla 5.3** Factores de participación de acuerdo a los modos de vibración y los ejes coordenados de aspa para una turbina eólica de 900 W.

## Capítulo 6. Análisis estructural.

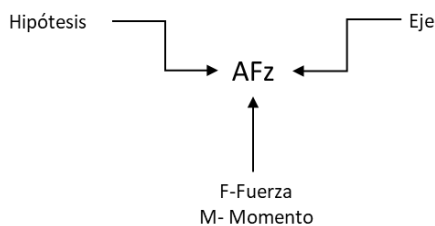
### 6.1 Norma IEC 61400-2

El objeto de la Norma IEC 61400-2 son los aerogeneradores de baja capacidad o pequeños (con área de barrido menores de 200 m<sup>2</sup>). Aborda requisitos para este tipo de aerogeneradores (calidad, seguridad, diseño, etc.). Uno de los métodos de diseño sugeridos por la norma, es el método de cargas simplificadas, el cual enuncia ciertas condiciones de carga a las que el aerogenerador será expuesto, aplicadas por medio de ecuaciones conforme a las configuraciones que el usuario requiera, estas condiciones se enlistan en las llamadas hipótesis de cargas. Las hipótesis de carga utilizadas para esta investigación, forman parte del método de cargas simplificadas fueron la hipótesis de carga A (operación normal) y se refiere a las cargas de fatiga, la hipótesis de carga B (orientación) que trata de los momentos y fuerzas rotativos, la hipótesis de carga C (error de orientación), la hipótesis de carga E (velocidad de rotación máxima) y finalmente la hipótesis de carga H (carga extrema de viento).

En la tabla 6.1, se muestran los valores obtenidos del método de diseño propuesto por la Norma IEC 61400-2. Cabe mencionar que se aplicaron todas las hipótesis de carga que dicta el método de cargas simplificadas, de igual manera se señalan de color “amarillo” aquellas hipótesis de carga que solo aplican al aspa, y de color “azul”, aquellas que no aplican en el aspa. También en la tabla 4.5, se enuncia el número de ecuación correspondiente a cada hipótesis dentro de la Norma IEC 61400-2, seguido de la leyenda de la hipótesis de carga, el valor obtenido, las unidades de dicho valor y finalmente el símbolo descrito de la hipótesis designado por la Norma.

### 6.2 Análisis estructural.

Para una mejor visualización de los resultados de las simulaciones de las deformaciones aplicando las hipótesis de carga A, se muestran en la tabla 4.6, teniendo en cuenta la nomenclatura siguiente:



**Figura 6.1** Nomenclatura utilizada para la referencia de los resultados de análisis estructurales.

<b>Hipótesis de carga resultantes</b>				
<b>Ecuación</b>	<b>Descripción</b>	<b>Valores</b>	<b>Unidades</b>	<b>Nomenclatura</b>
<b>Hipótesis de carga A (operación normal)</b>				
9.4 (IEC 21)	Fuerza centrífuga (eje z)	4799.72	N	AFz
9.5 (IEC 22)	Momento de flexión (eje x)	7.22	Nm	Amx
9.6 (IEC 23)	Momento de flexión (eje y)	32.52	Nm	AMy
<b>Hipótesis de carga B (orientación)</b>				
9.16 (IEC 28)	Momento de flexión (eje y)	62.93	Nm	BMy
<b>Hipótesis de carga C (error de orientación)</b>				
9.13 (IEC 31)	Momento de flexión (eje y)	4894.36	Nm	CMy
<b>Hipótesis de carga E (velocidad de rotación máxima)</b>				
9.15 (IEC 33)	Fuerza centrífuga (eje z)	3931.93	N	EFz
<b>Hipótesis de carga H (carga extrema del viento)</b>				
9.23,24 (IEC 39,40)	Momento de flexión (eje y)	3042.69	Nm	HMy

**Tabla 6.1** Hipótesis de carga para el aspa. [17]

En la tabla 6.1 se enlista los valores de las hipótesis de carga resultantes de la norma IC 61400-2 para el diseño y análisis del aspa para una turbina eólica de 900 W, en la primera columna se enlistan las ecuaciones correspondientes de las hipótesis de la norma, en la segunda columna se enlista el tipo de carga (fuerza o momento), seguida de los valores y unidades y, por último, la nomenclatura utilizada en esta investigación para identificar el tipo de carga de cada hipótesis.

### 6.3 Método de elementos finitos (MEF).

FEM es un método numérico para resolver un sistema de ecuaciones sobre el dominio de un sistema físico continuo, que se discretiza en formas geométricas simples llamadas elementos finitos [5]. Es decir, El método de elementos finitos es una técnica para obtener soluciones aproximadas de ecuaciones diferenciales ordinarias o parciales. Se aplica en situaciones donde la ecuación a resolver es compleja o la geometría donde se busca la solución es compleja.

El proceso de resolución de problemas del MEF, abarca seis pasos indispensables:

1. Establecer las ecuaciones gobernantes y las condiciones de frontera
2. Dividir el dominio de la solución en elementos.
3. Determinar las ecuaciones de los elementos.
4. Ensamblar las ecuaciones globales.
5. Solución de las ecuaciones globales.
6. Verificación de la solución.

La forma general del modelo matemático del MEF es:

$$\{R\} = [K]\{u\} - \{F\} \quad (45)$$

Donde  $\{R\}$  es la matriz de reacción,  $\{K\}$  la matriz de rigidez,  $\{u\}$  y  $\{F\}$  la matriz de carga.

### 6.4 Simulación estática estructural en ANSYS Mechanical.

Tanto el análisis de deformaciones como el análisis de esfuerzos, toman como cargas a los valores de las hipótesis de carga resultantes ya mencionados. Con ayuda del software de elementos finitos (ANSYS), la simulación mostro resultados de deformaciones unitarias y esfuerzos equivalentes máximos (Von Mises). A continuación, se muestran dichos resultados de las simulaciones realizadas.

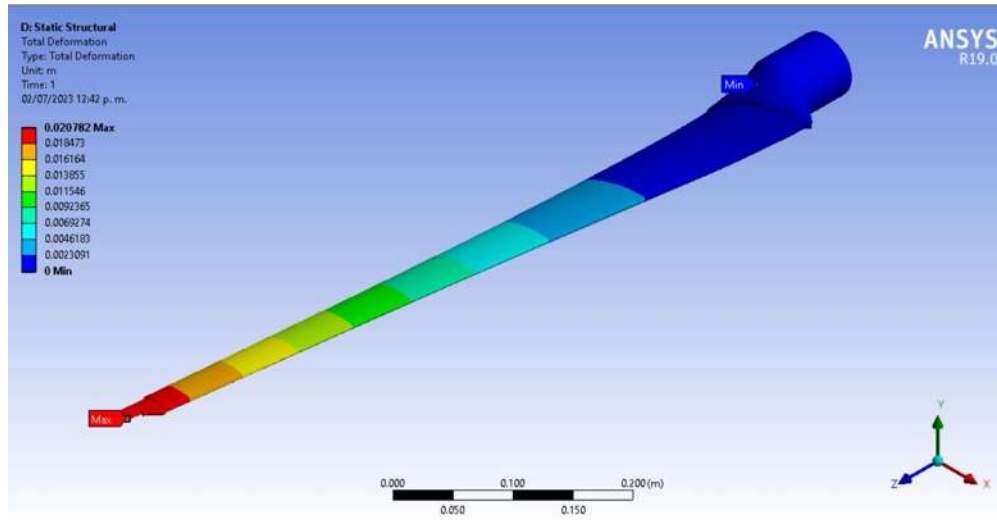


Figura 6.2 Deformación total del aspa de una turbina para una potencia de 900 Watts. AFz

En la figura 6.2 se muestra la deformación total del aspa. Cabe mencionar que los ejes correspondientes a la nomenclatura de la Norma IEC 61400-2, cambian en dos ejes en el software ANSYS, dichos ejes son; eje “x” en la Norma es el eje “y” en el software ANSYS y, el eje “y” de la Norma es el eje “x” en el software ANSYS. En las siguientes figuras (6.3, 6.4 y 6.5), se muestran las deformaciones direccionales correspondientes a los ejes de coordenadas del software ANSYS.

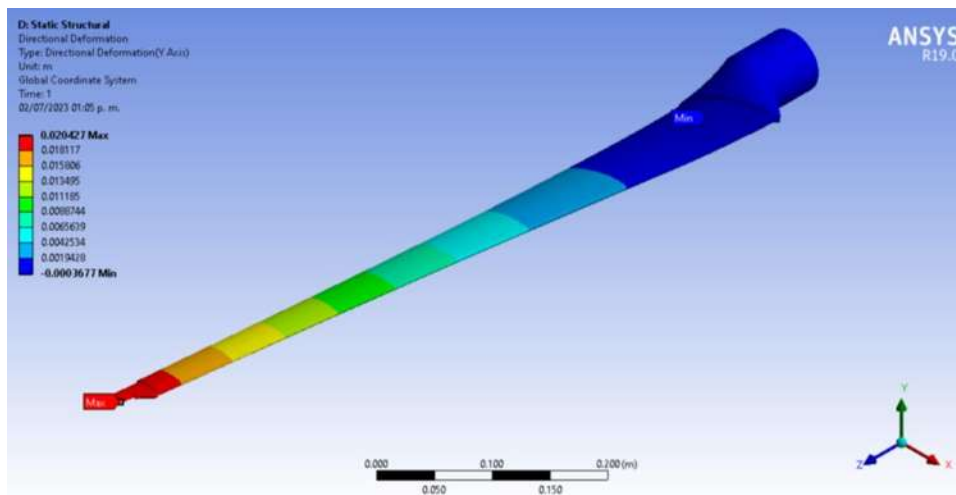


Figura 6.3 Deformación direccional en el eje x. AFz

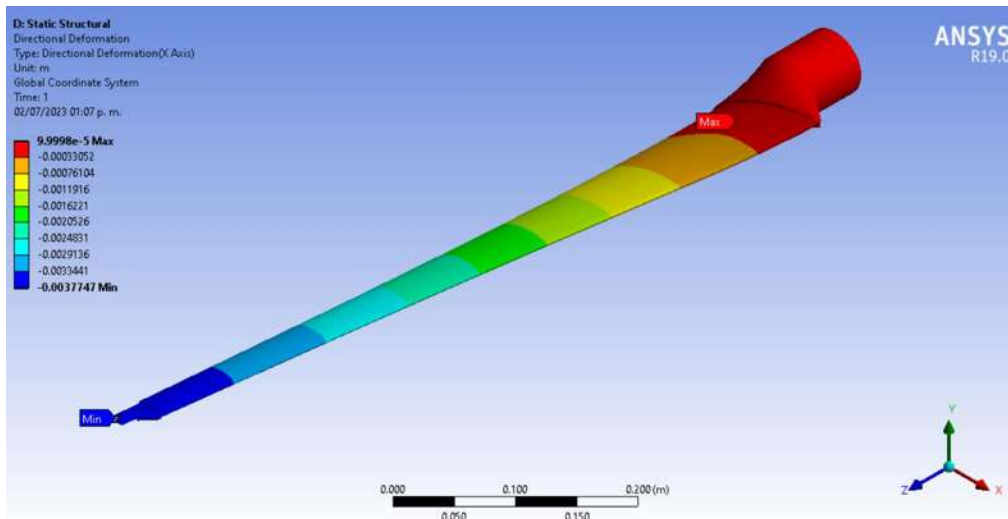


Figura 6.4 Deformación direccional en el eje y. AFz

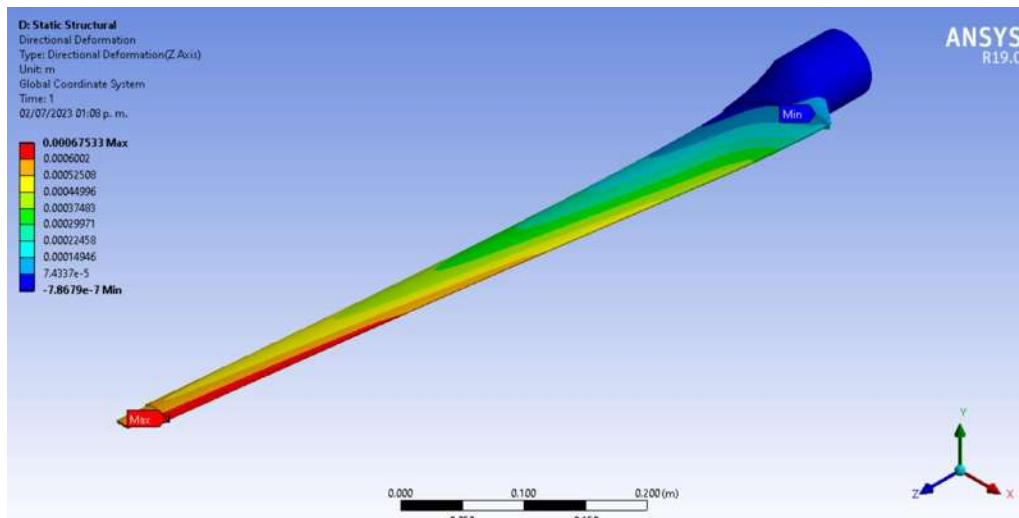


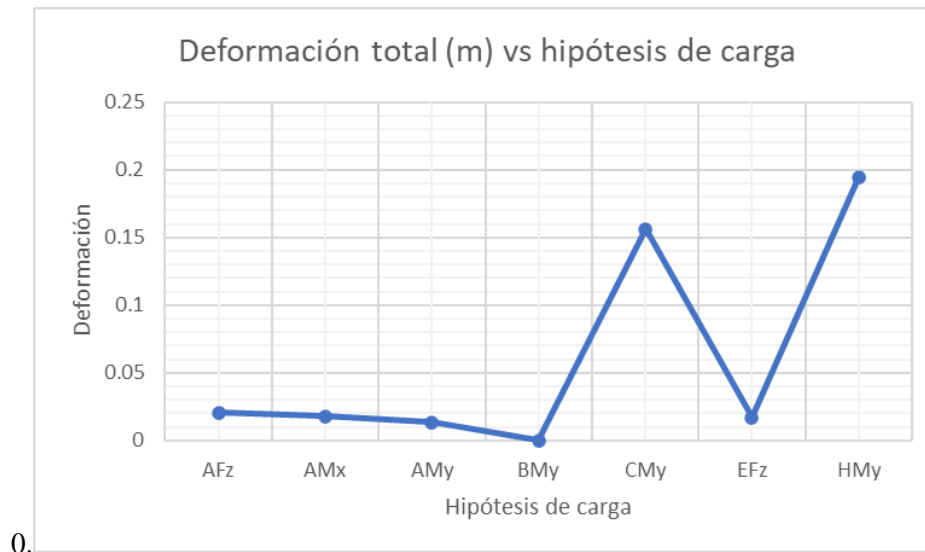
Figura 6.5 Deformación direccional en el eje z. AFz

Hipótesis de carga		Deformación direccional (m)			
		Total	x	y	z
1	AFz	0.02078	0.02042	0.00010	0.00068
2	AMx	0.01814	0.01799	0.00001	0.00022
3	AMy	0.01329	0.00008	0.00786	0.00027
4	BMy	0.00027	0.00016	0.01522	0.00052
5	CMy	0.15634	0.00150	0.08585	0.00178
6	EFz	0.01703	0.01673	0.00008	0.00055

7 HMy 0.19410 0.00187 0.10658 0.00221

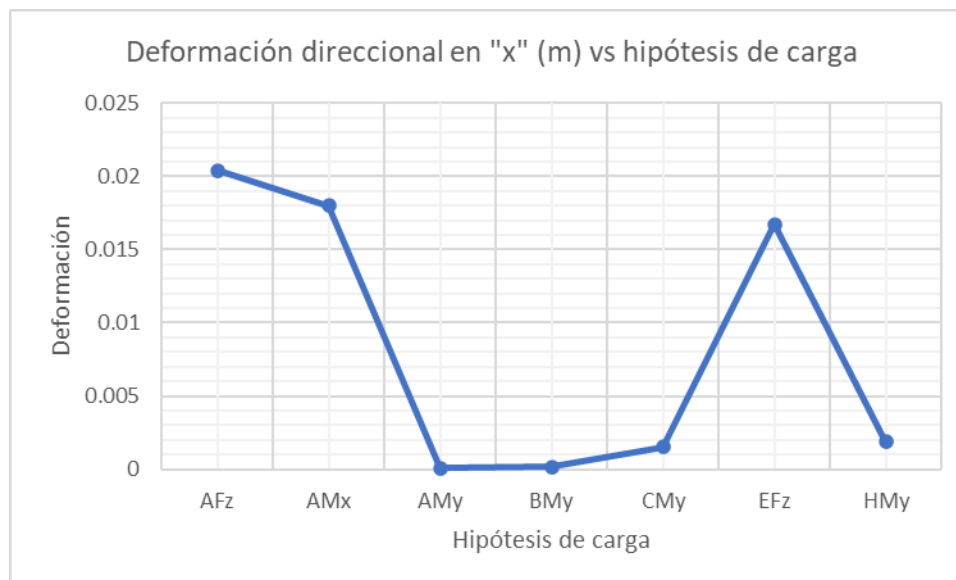
**Tabla 6.2** Deformaciones del asa de una turbina para una potencia de 900 Watts.

La tabla 6.2 enlista las deformaciones direccionales y la deformación total del asa donde se puede observar que las magnitudes máximas de las deformaciones del asa tienen lugar en el eje coordenado “x” a comparación de los ejes coordenados restantes.



**Gráfica 6.1** Deformacion total del asa vs hipótesis de carga.

La gráfica 6.1 muestra que la deformación máxima se da en la aplicación de la hipótesis de carga H con un momento de flexion sobre el eje coordenado “y”, seguido de la hipótesis de carga C donde de igual manera, se aplica un momento flexionante en el eje coordenado “y”.



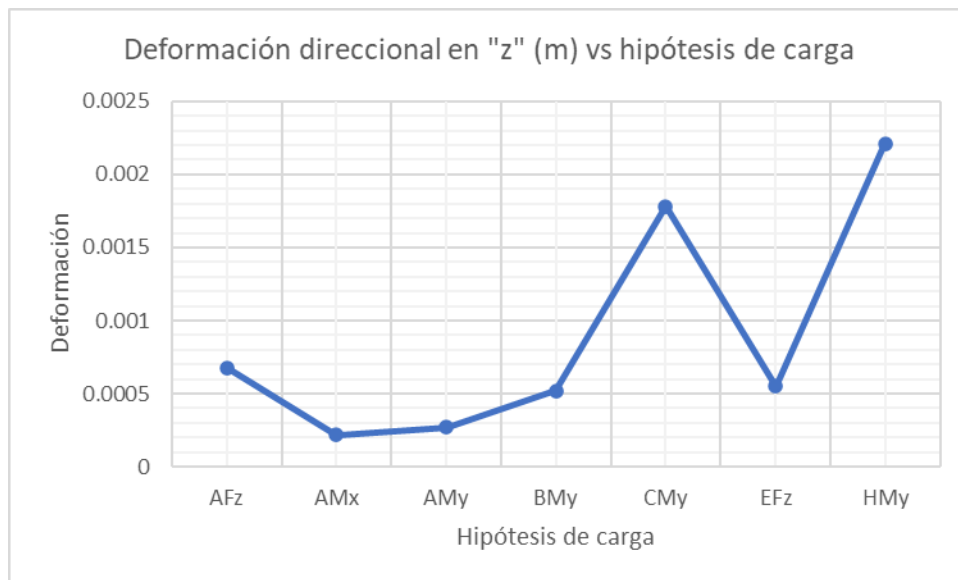
**Gráfica 6.2** Deformación direccional del asa en el eje “x” vs hipótesis de carga.

La gráfica 6.2 muestra que las hipótesis de carga a y E, ambas con cargas aplicadas sobre el eje coordenado “z”, son los valores máximos en la deformación direccional en el eje “x”.



Gráfica 6.3 Deformación direccional del aspa en el eje “y” vs hipótesis de carga.

En la gráfica 6.3 se observa que los valores máximos de deformación direccional en el eje coordenado “y” se dan en la aplicación de las hipótesis de carga C y H, ambas con un momento de flexión aplicado sobre el eje “y”.



Gráfica 6.4 Deformación direccional del aspa en el eje “z” vs hipótesis de carga.

La gráfica 6.4 muestra que los valores máximos de formación direccional en el eje coordenado “z” se dan en las hipótesis de carga C y H, ambas con un momento de flexión aplicado sobre el eje “y”, seguidas de la hipótesis de carga A con una fuerza aplicada sobre el eje coordenado “z”.

Es importante recordar que nuestra aspa es hueca y se suponen 7 capas de tela de Fibra de Vidrio a lo largo de esta misma, es por eso que cada simulación se debe realizar por zona donde se especificó la cantidad de telas o capas correspondiente a dicha zona, como puede ser, la raíz, el cuerpo, la unión, la punta o los bordes, así como también, el aspa está dividida en intradós y extradós.

Es por esto que en las figuras siguientes (6.6 a la 6.10), se muestran los esfuerzos máximos principales en la primera capa de material (Fibra de Vidrio), aplicando la hipótesis de carga A (AFz), del aspa en cuestión, los esfuerzos restantes de las distintas hipótesis de carga, se enlistan en la parte del anexo de este trabajo de investigación.

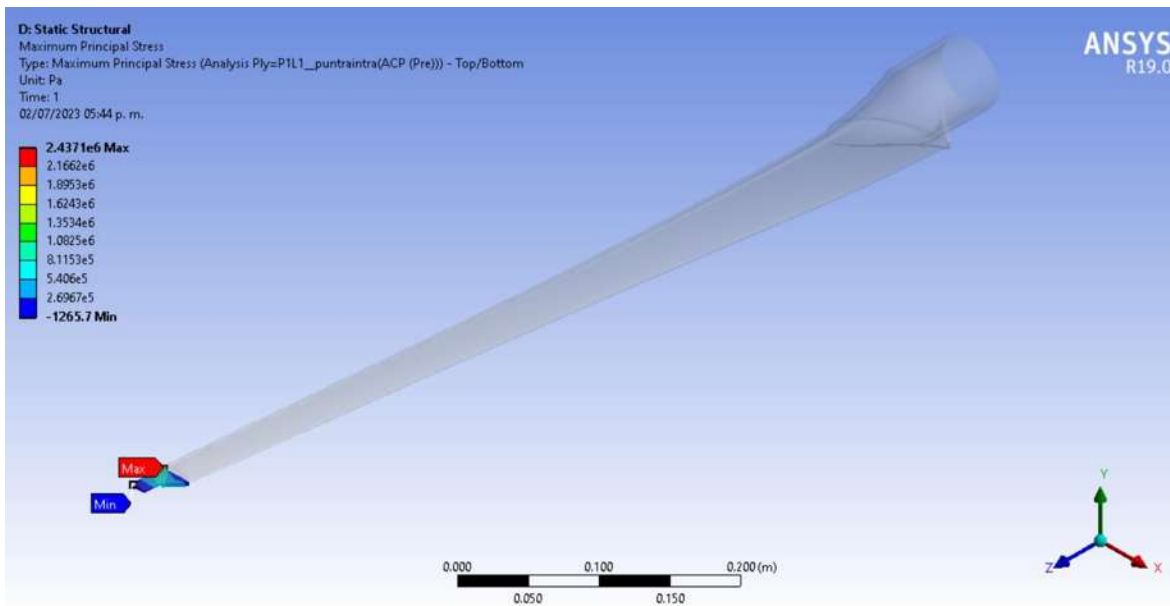


Figura 6.6 Esfuerzo máximo principal en la capa no.1 de la punta del aspa, aplicando la carga de la hipótesis A(AFz).

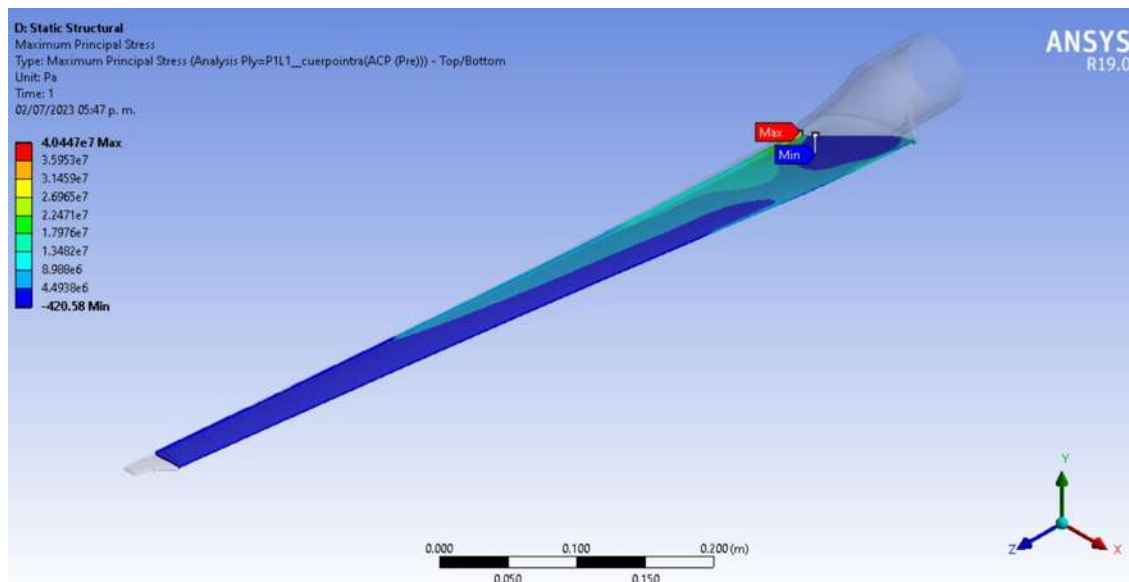


Figura 6.7 Esfuerzo máximo principal en la capa no.1 del cuerpo del asa, aplicando la carga de la hipótesis A(AFz).

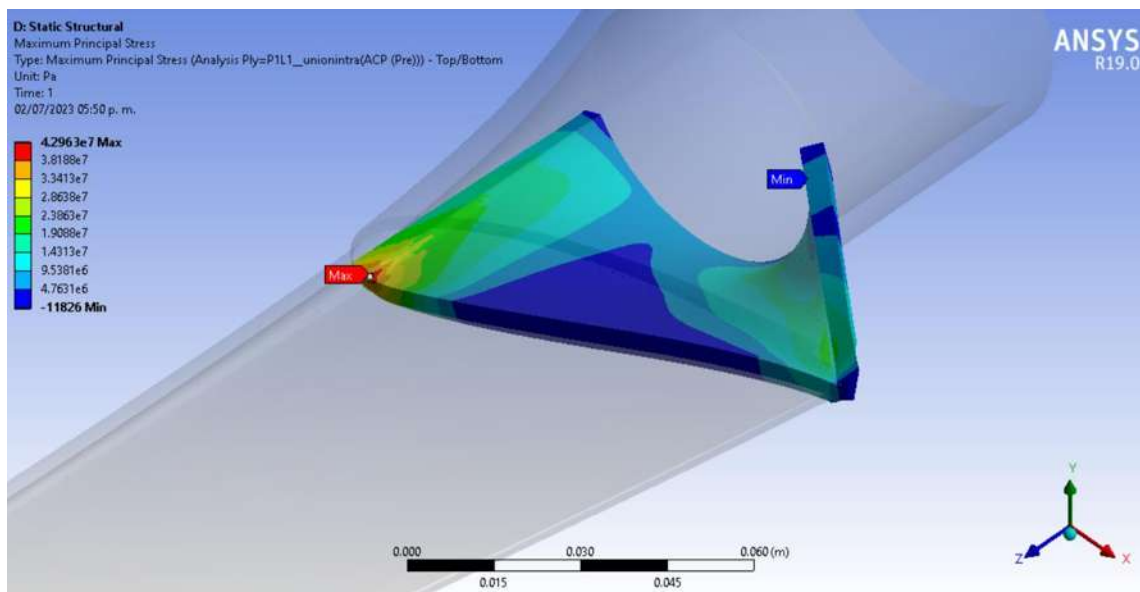


Figura 6.8 Esfuerzo máximo principal en la capa no.1 de la unión del asa, aplicando la carga de la hipótesis A(AFz).

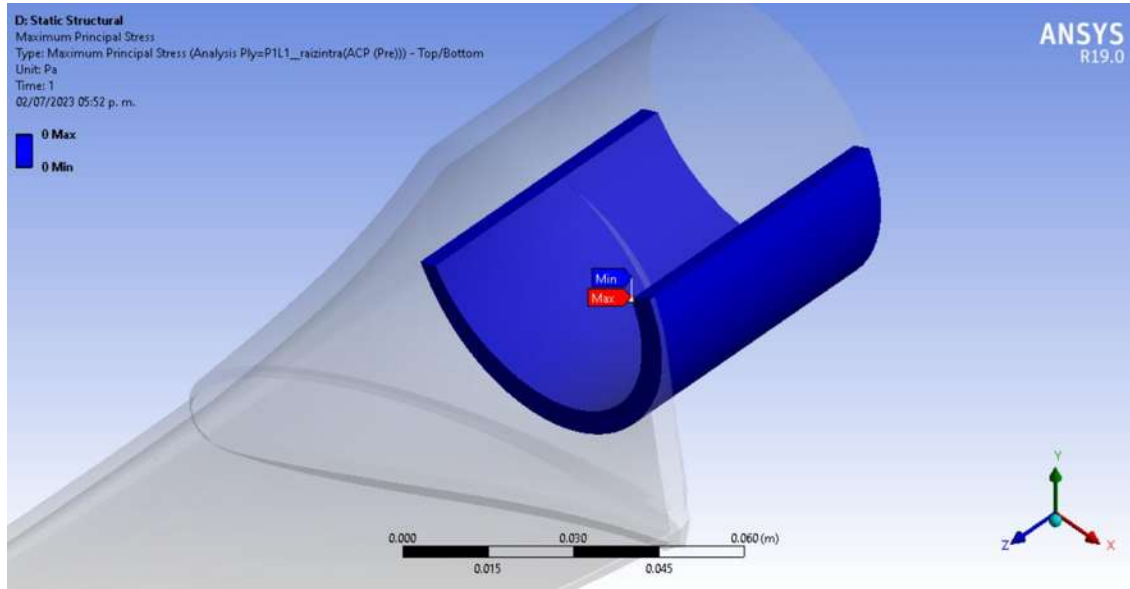


Figura 6.9 Esfuerzo máximo principal en la capa no.1 de la raíz del asa, aplicando la carga de la hipótesis A(AFz).

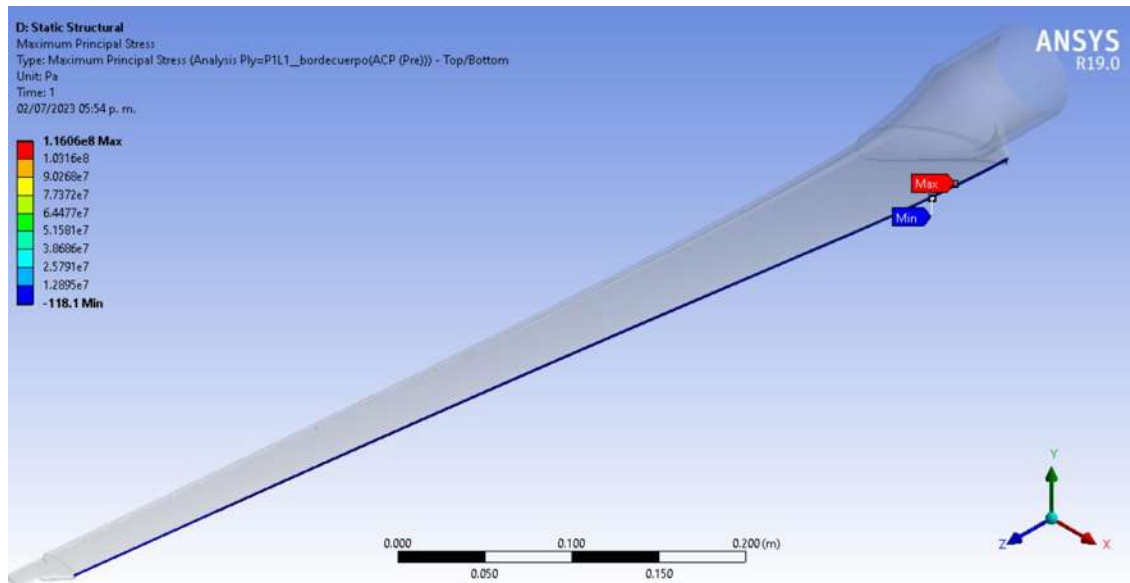
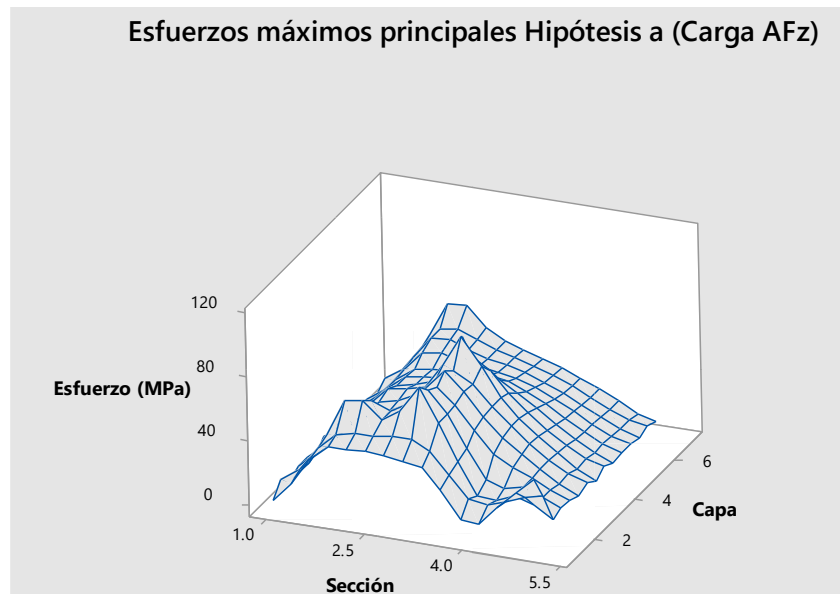


Figura 6.10 Esfuerzo máximo principal en la capa no.1 del borde del cuerpo del asa, aplicando la carga de la hipótesis A(AFz).

De igual manera para una mejor comprensión y visualización, se enlistan los valores obtenidos en las simulaciones de deformaciones y esfuerzos de la hipótesis de carga en el anexo (de la tabla A-1 a la tabla A-13) del presente trabajo de investigación.

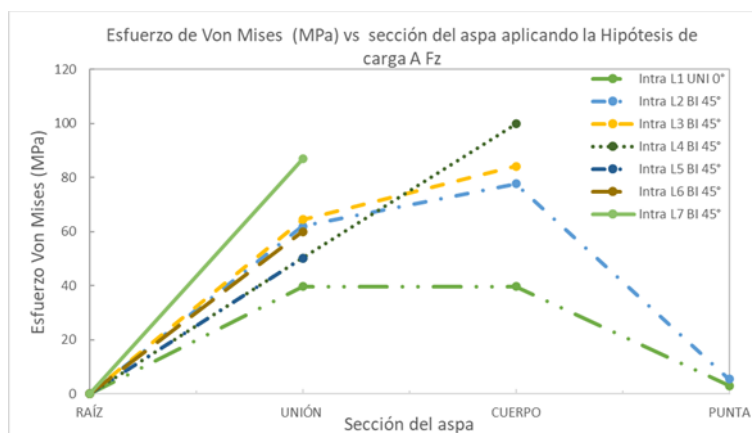
Cabe mencionar que, de acuerdo a las gráficas de superficie siguientes, los números del eje de la sección, corresponden a 1-raíz, 2-uni3n, 3-cuerpo, 4-punta y 5-bordes, de la misma forma, los números del eje coordenado de la capa, se refieren al n3mero de capa apilada de forma ascendente.

A continuación, se muestran las gráficas de superficie de los esfuerzos, así como también, se ilustran las gráficas obtenidas que detallan el valor del esfuerzo de Von Mises (MPa) vs sección de aspa aplicando cada una de las Hipótesis de carga de la Norma IEC 61400-2 en cada una de las capas de fibra de vidrio que conforman el aspa desde la raíz hasta la punta y que comprenden tanto a la parte del intradós como el extradós (estos valores son obtenidos con el software FEM). La nomenclatura señalada en la esquina derecha superior de cada una de las gráficas, detalla la parte del aspa, ya sea intradós o extradós, la letra “L” seguida por un número hace referencia al número de capa, la sílaba “UNI” o “BI”, denomina al tipo de capa, “UNI” si la capa es de tipo uniaxial y “BI” si la capa es de tipo biaxial y, los grados descritos hacen referencia a la orientación de los hilos de las capas de tela de fibra de vidrio.



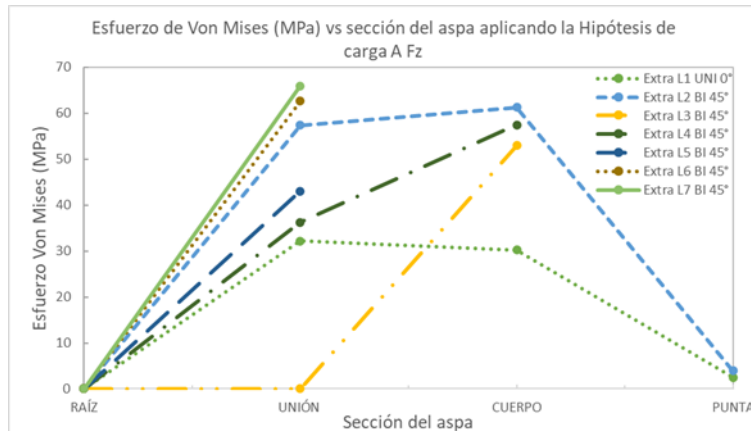
**Gráfica 6.5** Esfuerzos máximos principales. Hipótesis de carga A (Fuerza AFz).

En la gráfica 6.5 se puede observar que de acuerdo a la aplicación de la carga de la hipótesis A (operación normal), en las secciones 2 y 3 correspondientes a la unión y al cuerpo, se presentan los esfuerzos máximos en el aspa.



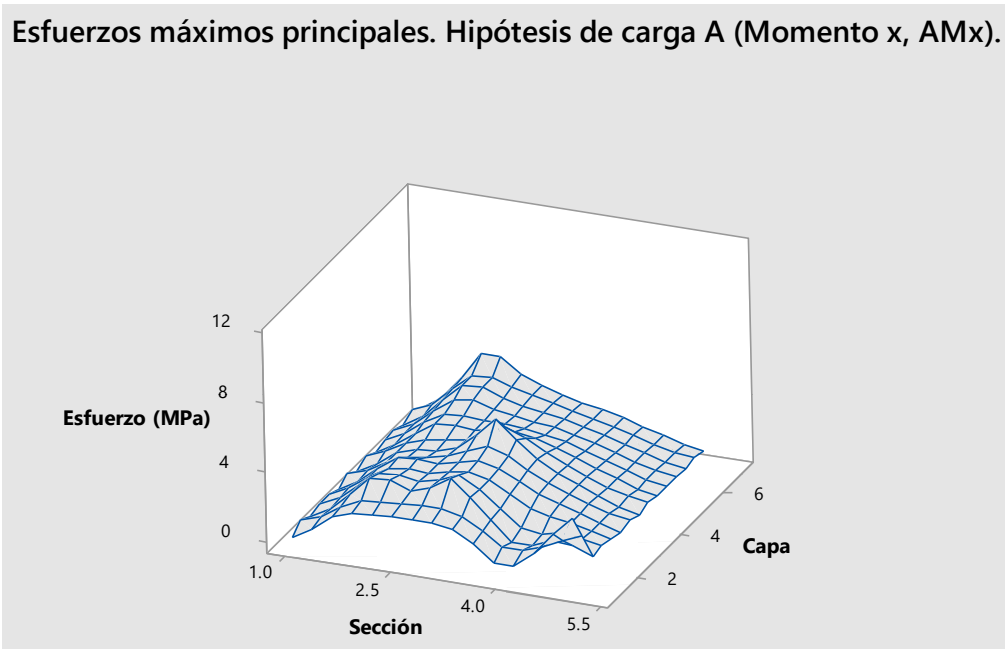
**Gráfica 6.6** Esfuerzo de Von Mises (MPa) vs sección del aspa aplicando la Hipótesis de carga A con fuerza en el eje Z de 4799.72 N (parte intradós).

En la gráfica 6.6, aplicando la Hipótesis de carga A con fuerza en el eje Z de 4799.72 N en cada una de las capas en la parte de intradós, se puede observar que los valores de esfuerzo alcanzan sus máximos en las zonas de unión y cuerpo, mientras que el resto de las capas logran sus máximos en la zona donde concluyen. La capa interna (Intra L7) alcanza su valor máximo en la zona de unión. La capa que presenta el máximo valor del esfuerzo en toda el aspa es la capa intra L4, en la zona del cuerpo.



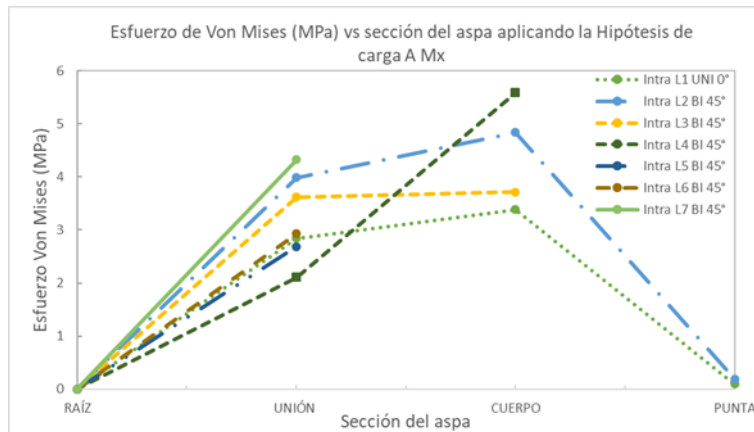
**Gráfica 6.7** Esfuerzo de Von Mises (MPa) vs sección del aspa aplicando la Hipótesis de carga A con fuerza en el eje Z de 4799.72 N (sección extradós).

La gráfica 6.7, se muestra los valores de esfuerzo máximos en la zona de la unión siendo, la capa Extra L7, la capa que presenta el máximo valor de esfuerzo a lo largo de toda el aspa, aplicando la Hipótesis de carga A con fuerza en el eje Z de 4799.72 N, en cada una de las capas de fibra de vidrio que comprenden el extradós.



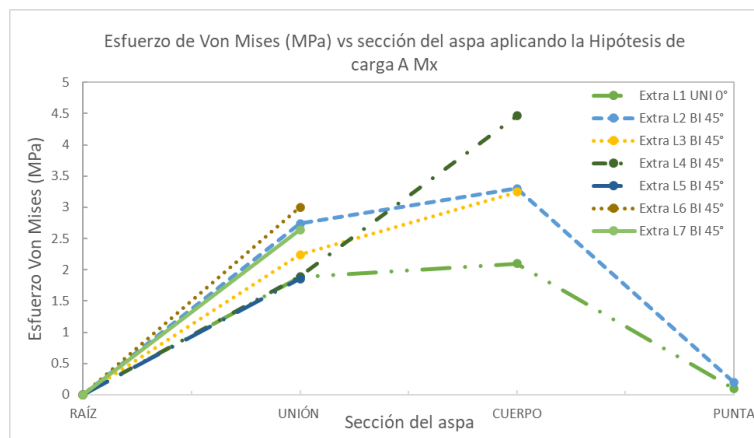
**Gráfica 6.8** Esfuerzos máximos principales. Hipótesis de carga A (Momento x, AMx).

Se observa en la gráfica 6.8, que los esfuerzos máximos, aplicando el momento en el eje coordenado “x” de la hipótesis de carga A (operación normal), se presentan en la sección 2 y 3 correspondientes a la unión y cuerpo del asa, para la unión se presenta en la capa número 7 y para el cuerpo del asa se presenta en las capas número 1 y 4.



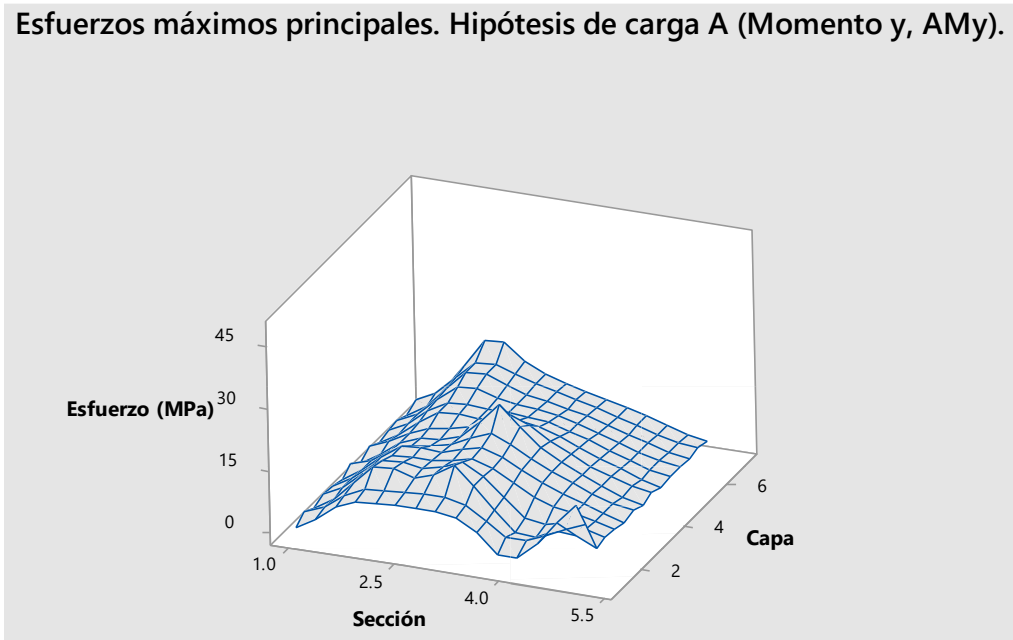
**Gráfica 6.9** Esfuerzo de Von Mises (MPa) vs sección del asa aplicando la Hipótesis de carga A con momento en el eje X de 7.22 Nm (sección intradós).

Como se puede ver en la gráfica 6.9, aplicando la Hipótesis de carga A con momento en el eje X de 7.22 Nm, en cada una de las capas del intradós, los valores del esfuerzo alcanzan sus máximos en las zonas de unión y cuerpo, mientras que el resto de las capas logran sus máximos en la zona donde concluyen. La capa interna (Intra L4) alcanza su valor máximo en la zona del cuerpo, siendo la capa que presenta el máximo valor del esfuerzo en toda el asa.



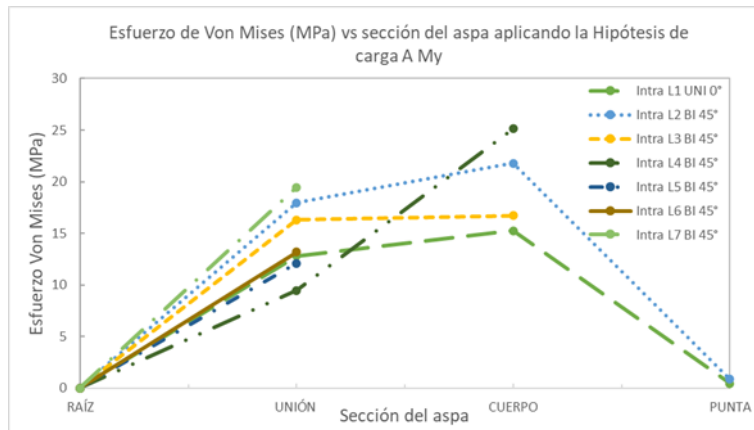
**Gráfica 6.10** Esfuerzo de Von Mises (MPa) vs sección del asa aplicando la Hipótesis de carga A con momento en el eje X de 7.22 Nm (sección extradós).

En la gráfica 6.10, teniendo la Hipótesis de carga A con momento en el eje X de 7.22 Nm, en cada una de las capas de fibra de vidrio que comprenden el extradós, se observa que las capas de fibra de vidrio que conforman el asa, sus valores de esfuerzo máximo se dan lugar en las zonas de unión y cuerpo, mientras que el resto de las capas logran sus máximos en la zona donde concluyen. La capa interna (Extra L4) alcanza su valor máximo en la zona del cuerpo, siendo la capa que presenta el máximo valor del esfuerzo en toda el asa.



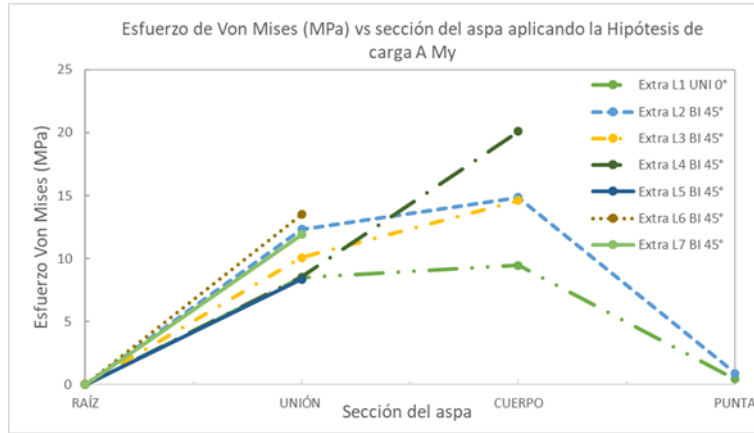
**Gráfica 6.11** Esfuerzos máximos principales. Hipótesis de carga A (Momento y, AMy).

Como se puede observar en la figura 6.11, se muestran los esfuerzos máximos aplicando el momento sobre el eje coordinado “y” de la hipótesis de carga A (operación normal), en las secciones 2 y 3 correspondientes a la unión y al cuerpo del asa, para la unión se presenta en la capa número 7 y, para la sección del cuerpo se muestra en las capas 1 y 4.



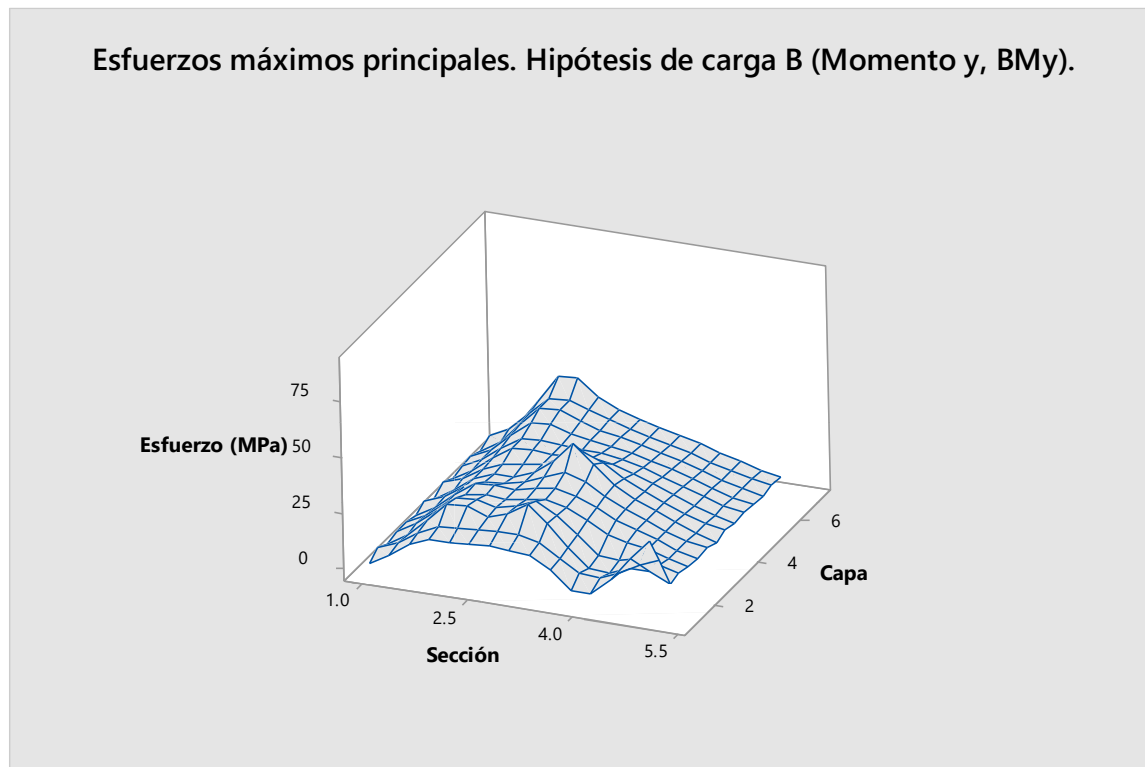
**Gráfica 6.12** Esfuerzo de Von Mises (MPa) vs sección del asa aplicando la Hipótesis de carga A con momento en el eje Y de 32.52 Nm (sección intradós).

La gráfica 6.12 ilustra que los valores alcanzan sus máximos de esfuerzo en las zonas de unión y cuerpo, mientras que el resto de las capas logran sus máximos en la zona donde concluyen, la capa interna (Intra L4) alcanza su valor máximo en la zona del cuerpo, siendo la capa que presenta el máximo valor del esfuerzo en toda el asa aplicando la Hipótesis de carga A con momento en el eje Y de 32.52 Nm, en cada una de las capas de fibra de vidrio que comprenden el intradós.



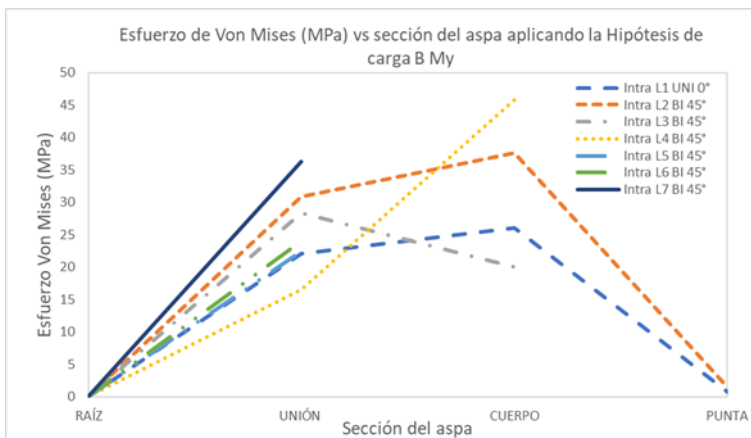
**Gráfica 6.13** Esfuerzo de Von Mises (MPa) vs sección del asa aplicando la Hipótesis de carga A con momento en el eje Y de 32.52 Nm (sección extradós).

Como se ilustra en la gráfica 6.13, aplicando la Hipótesis de carga A con momento en el eje Y de 32.52 Nm, en cada una de las capas de fibra de vidrio que comprenden el extradós, los valores del esfuerzo alcanzan sus máximos en las zonas de unión y cuerpo, mientras que el resto de las capas logran sus máximos en la zona donde concluyen. La capa interna (ExtraL4) alcanza su valor máximo (ExtraL4) alcanza su valor máximo en la zona del cuerpo, siendo la capa que presenta el máximo valor del esfuerzo en toda el asa.



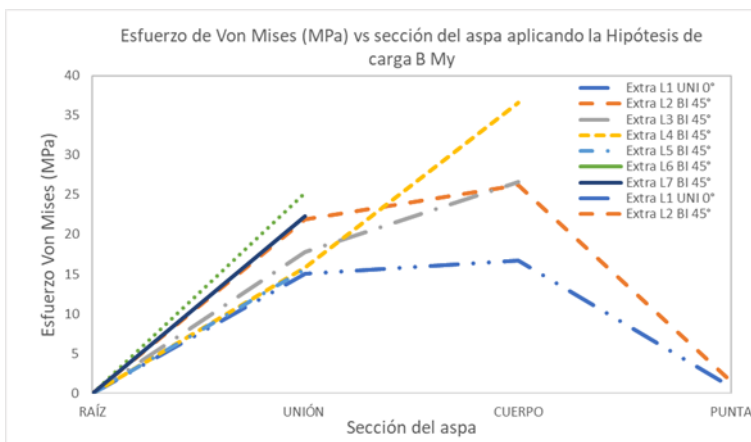
**Gráfica 6.14** Esfuerzos máximos principales. Hipótesis de carga B (Momento y, BMy).

En la gráfica 6.14, se observa que, aplicando el momento sobre el eje coordenado “y” de la hipótesis de carga B (orientación), se obtienen los esfuerzos máximos en las zonas de la unión y el cuerpo del asa, siendo en las capas número 7 para la unión y la capa 1 y 4 de la zona del cuerpo del asa.



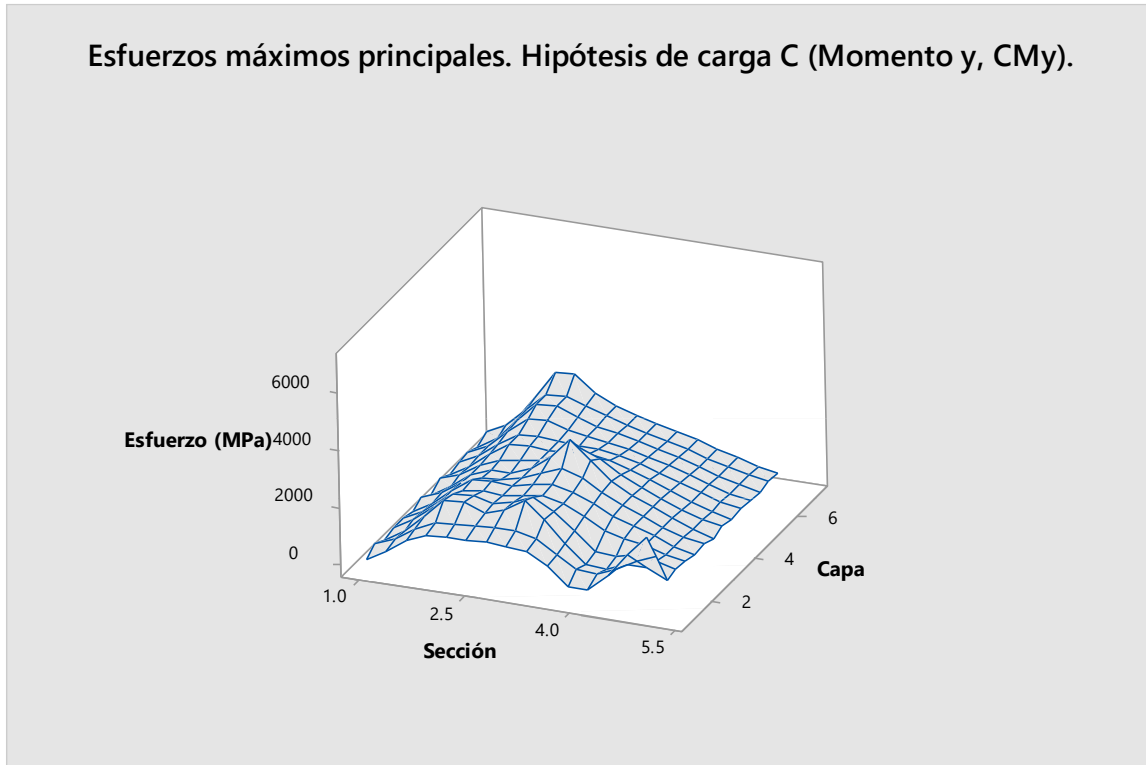
**Gráfica 6.15** Esfuerzo de Von Mises (MPa) vs sección del aspa aplicando la Hipótesis de carga B con momento en el eje Y de 62.93 Nm (sección intradós).

La gráfica 6.15, aplicando la Hipótesis de carga B con momento en el eje Y de 62.93 Nm, en cada una de las capas de fibra de vidrio que comprenden el intradós, los valores de esfuerzo alcanzan sus máximos en las zonas de unión y cuerpo, mientras que el resto de las capas logran sus máximos en la zona donde concluyen. La capa interna (Intra L4) alcanza su valor máximo en la zona del cuerpo, siendo la capa que presenta el máximo valor del esfuerzo en toda el aspa.



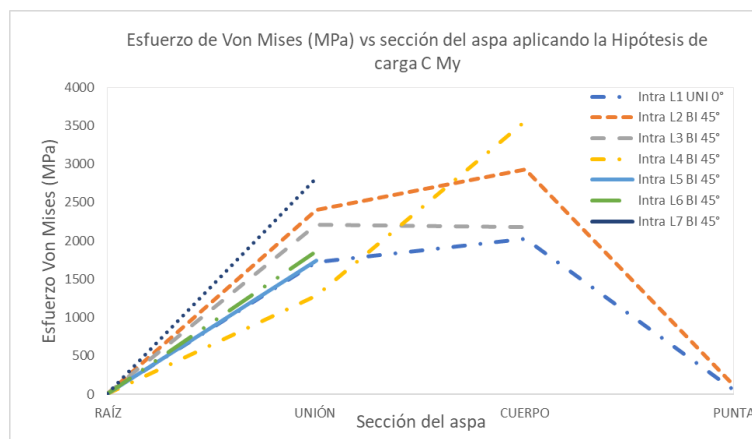
**Gráfica 6.16** Esfuerzo de Von Mises (MPa) vs sección del aspa aplicando la Hipótesis de carga B con momento en el eje Y de 62.93 Nm (sección extradós).

La gráfica 6.16, ilustra el valor del Esfuerzo de Von Mises (MPa) vs sección del aspa aplicando la Hipótesis de carga B con momento en el eje Y de 62.93 Nm, en cada una de las capas de fibra de vidrio que comprenden el extradós (los valores son obtenidos con el software FEM). Se puede observar que las capas de fibra de vidrio que conforman el aspa desde la raíz hasta la punta alcanzan sus máximos en las zonas de unión y cuerpo, mientras que el resto de las capas logran sus máximos en la zona donde concluyen. La capa interna (ExtraL4) alcanza su valor máximo en la zona del cuerpo, siendo la capa que presenta el máximo valor del esfuerzo en toda el aspa.



**Gráfica 6.17** Esfuerzos máximos principales. Hipótesis de carga C (Momento y, CMy).

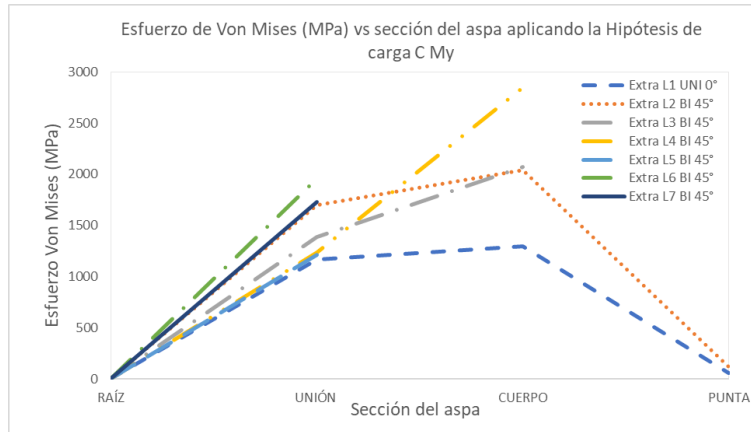
Se observa en la gráfica 6.17, que los esfuerzos máximos, aplicando el momento en el eje coordinado “y” de la hipótesis de carga C (error de orientación), se presentan en la sección 2 y 3 correspondientes a la unión y cuerpo del asa, para la unión se presenta en la capa número 7 y para el cuerpo del asa se presenta en las capas número 1 y 4.



**Gráfica 6.18** Esfuerzo de Von Mises (MPa) vs sección del asa aplicando la Hipótesis de carga C con momento en el eje Y de 4894.36 Nm (sección intradós).

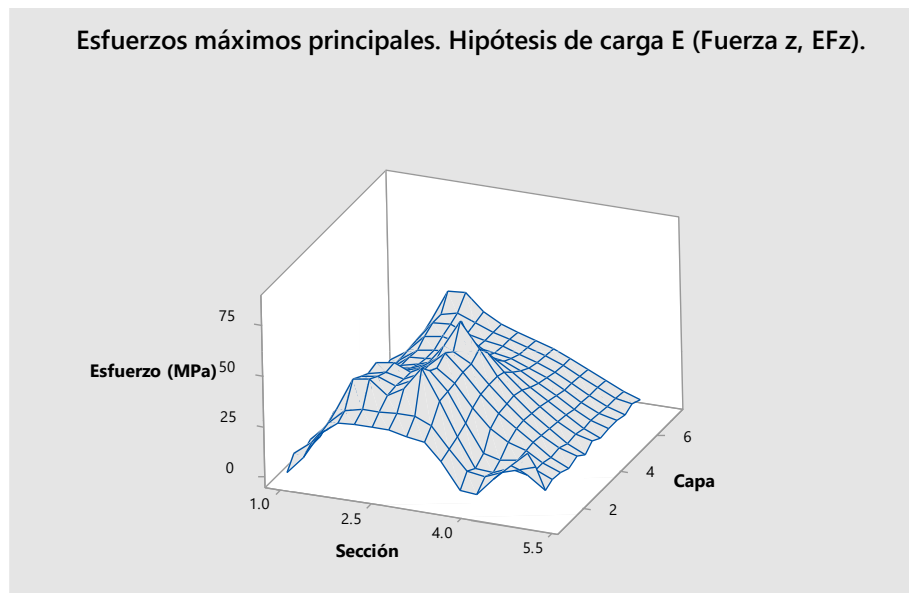
La gráfica 6.18, ilustra el valor del Esfuerzo de Von Mises (MPa) vs sección del asa aplicando la Hipótesis de carga C con momento en el eje Y de 4894.36 Nm, en cada una de las capas de fibra de vidrio que comprenden el intradós (los valores son obtenidos con el software FEM). Se puede

observar que las capas de fibra de vidrio que conforman el asa desde la raíz hasta la punta alcanzan sus máximos en las zonas de unión y cuerpo, mientras que el resto de las capas logran sus máximos en la zona donde concluyen. La capa interna (Intra L4) alcanza su valor máximo en la zona del cuerpo, siendo la capa que presenta el máximo valor del esfuerzo en toda el asa.



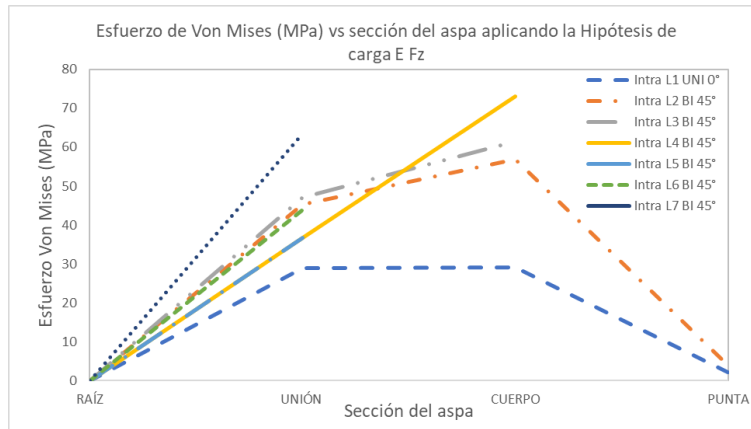
**Gráfica 6.19** Esfuerzo de Von Mises (MPa) vs sección del asa aplicando la Hipótesis de carga C con momento en el eje Y de 4894.36 Nm (sección extradós).

La gráfica 6.19, ilustra el valor del Esfuerzo de Von Mises (MPa) vs sección del asa aplicando la Hipótesis de carga C con momento en el eje Y de 4894.36 Nm, en cada una de las capas de fibra de vidrio que comprenden el extradós (los valores son obtenidos con el software FEM). Se puede observar que las capas de fibra de vidrio que conforman el asa desde la raíz hasta la punta alcanzan sus máximos en las zonas de unión y cuerpo, mientras que el resto de las capas logran sus máximos en la zona donde concluyen. La capa interna (ExtraL4) alcanza su valor máximo en la zona del cuerpo, siendo la capa que presenta el máximo valor del esfuerzo en toda el asa.



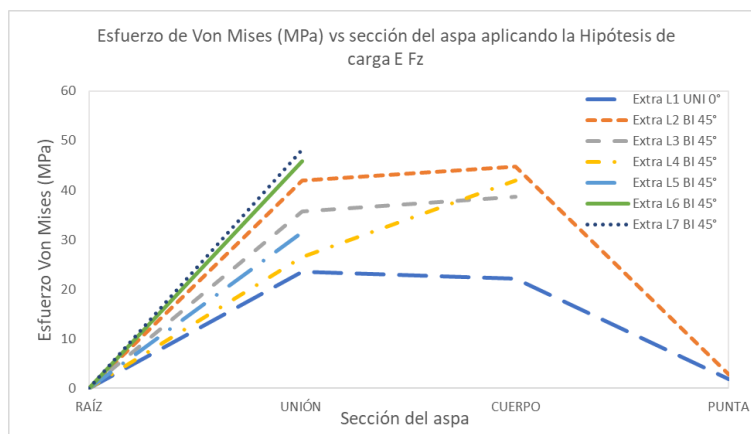
**Gráfica 6.20** Esfuerzos máximos principales. Hipótesis de carga E (Fuerza z, EFz).

En la gráfica 6.20 se muestran los esfuerzos máximos resultantes cuando se aplica la fuerza en dirección “z” (longitudinal l aspa) de la hipótesis de carga E (velocidad máxima de rotación), están en la zona de la unión y cuerpo del aspa, dados en la capa 7 para la unión y las capas número 2, 3 y 4 para la sección del cuerpo.



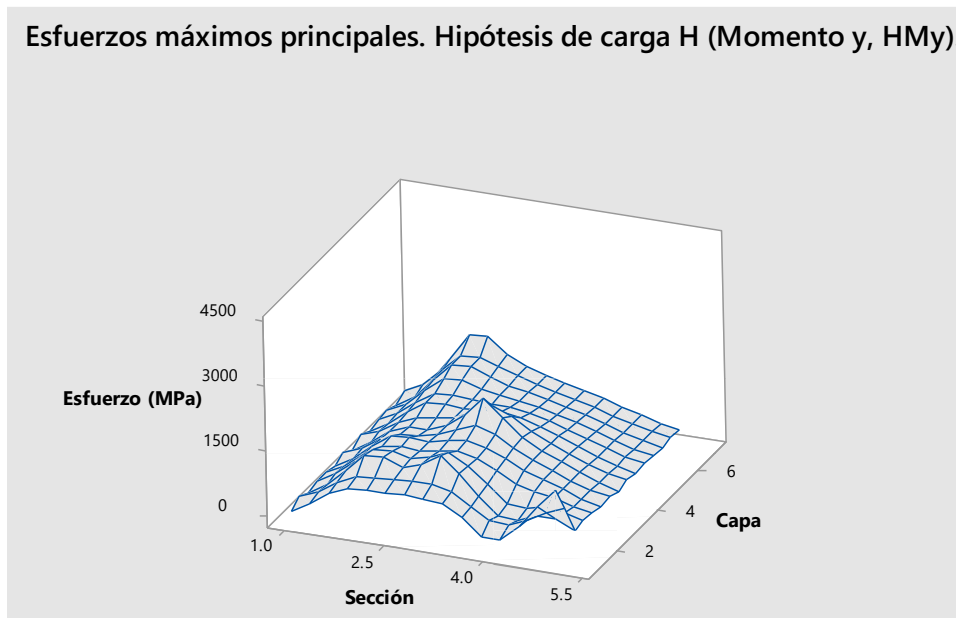
**Gráfica 6.21** Esfuerzo de Von Mises (MPa) vs sección del aspa aplicando la Hipótesis de carga E con fuerza en el eje Z de 3931.93 N (sección intradós).

La gráfica 6.21, ilustra el valor del Esfuerzo de Von Mises (MPa) vs sección del aspa aplicando la Hipótesis de carga E con momento en el eje Y de 3931.93 N, en cada una de las capas de fibra de vidrio que comprenden el intradós (los valores son obtenidos con el software FEM). Se puede observar que las capas de fibra de vidrio que conforman el aspa desde la raíz hasta la punta alcanzan sus máximos en las zonas de unión y cuerpo, mientras que el resto de las capas logran sus máximos en la zona donde concluyen. La capa interna (Intra L4) alcanza su valor máximo en la zona del cuerpo, siendo la capa que presenta el máximo valor del esfuerzo en toda el aspa.



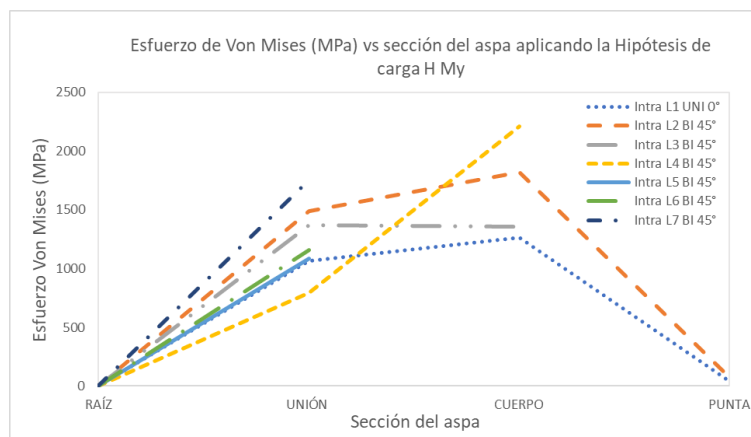
**Gráfica 6.22** Esfuerzo de Von Mises (MPa) vs sección del aspa aplicando la Hipótesis de carga E con fuerza en el eje Z de 3931.93 N (sección extradós).

La gráfica 6.22, ilustra el valor del Esfuerzo de Von Mises (MPa) vs sección del asa aplicando la Hipótesis de carga E con momento en el eje Z de 3931.93 N, en cada una de las capas de fibra de vidrio que comprenden el extradós (los valores son obtenidos con el software FEM). Se puede observar que las capas de fibra de vidrio que conforman el asa desde la raíz hasta la punta alcanzan sus máximos en las zonas de unión y cuerpo, mientras que el resto de las capas logran sus máximos en la zona donde concluyen. La capa interna (ExtraL4) alcanza su valor máximo en la zona del cuerpo, siendo la capa que presenta el máximo valor del esfuerzo en toda el asa.



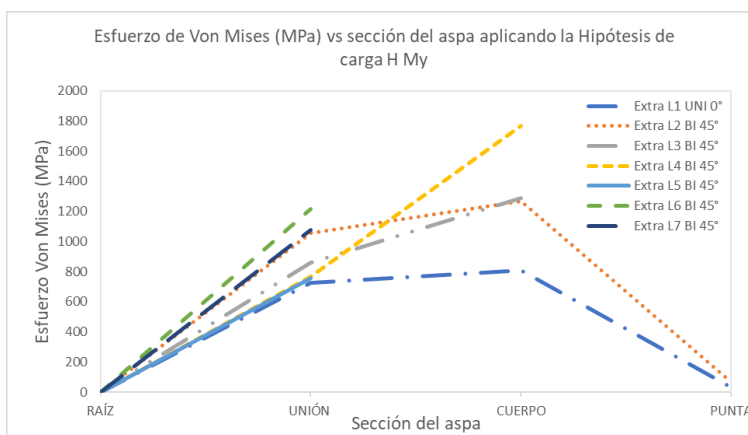
Gráfica 6.23 Esfuerzos máximos principales. Hipótesis de carga H (Momento y, HMy).

En la gráfica 6.23, se observa que, aplicando el momento sobre el eje coordenado “y” de la hipótesis de carga H (carga extrema de viento), se obtienen los esfuerzos máximos en las zonas de la unión y el cuerpo del asa, siendo en las capas número 7 para la unión y la capa 1 y 4 de la zona del cuerpo del asa.



Gráfica 6.24 Esfuerzo de Von Mises (MPa) vs sección del asa aplicando la Hipótesis de carga H con momento en el eje Y de 3042.69 Nm (sección intradós).

La gráfica 6.24, ilustra el valor del Esfuerzo de Von Mises (MPa) vs sección del aspa aplicando la Hipótesis de carga H con momento en el eje Y de 3042.69 Nm, en cada una de las capas de fibra de vidrio que comprenden el intradós (los valores son obtenidos con el software FEM). Se puede observar que las capas de fibra de vidrio que conforman el aspa desde la raíz hasta la punta alcanzan sus máximos en las zonas de unión y cuerpo, mientras que el resto de las capas logran sus máximos en la zona donde concluyen. La capa interna (Intra L4) alcanza su valor máximo en la zona del cuerpo, siendo la capa que presenta el máximo valor del esfuerzo en toda el aspa.



**Gráfica 6.25** Esfuerzo de Von Mises (MPa) vs sección del aspa aplicando la Hipótesis de carga H con momento en el eje Y de 3042.69 Nm (sección extradós).

La gráfica 6.25, ilustra el valor del Esfuerzo de Von Mises (MPa) vs sección del aspa aplicando la Hipótesis de carga con momento en el eje Y de 3042.69 Nm, en cada una de las capas de fibra de vidrio que comprenden el extradós (los valores son obtenidos con el software MEF). Se puede observar que las capas de fibra de vidrio que conforman el aspa desde la raíz hasta la punta alcanzan sus máximos en las zonas de unión y cuerpo, mientras que el resto de las capas logran sus máximos en la zona donde concluyen. La capa interna (ExtraL4) alcanza su valor máximo en la zona del cuerpo, siendo la capa que presenta el máximo valor del esfuerzo en toda el aspa.

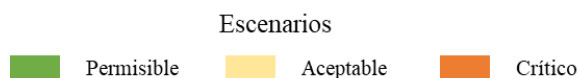
En las gráficas de superficie, se pueden observar los esfuerzos máximos principales de cada una de las hipótesis de carga con relación a la sección de la longitud del aspa y el número de capa o tela de fibra de vidrio, recordando que las capas van de la número 7, que corresponde a la tela uniaxial, a la capa número 1, que son telas biaxiales. Como se puede ver, aplicando cada una de las hipótesis de carga, el comportamiento tiende a comportarse similarmente, los esfuerzos máximos se presentan regularmente en la capa número 7 en el cuerpo del aspa, esto se supone a que es la capa que se encuentra expuesta y así como también, es de tipo uniaxial y se localizan los esfuerzos más altos. El comportamiento o la distribución de esfuerzos no es uniforme o no va de forma descendente hacia las capas internas, si no que los esfuerzos siguientes máximos se presentan en capas intermedias, esto es debido que el material es un material compuesto y, como se dijo anteriormente, es anisotrópico, que su comportamiento varía en todas las direcciones.

### 6.5 Metodología para el análisis modal y de vibraciones de aspas de turbinas de viento de baja capacidad.

En intención de relacionar los factores de participación con las hipótesis de carga de la Norma IEC 61400-2, se presenta la tabla 6.3, donde se enlista en las filas las hipótesis de carga y en las columnas los modos de vibración. El propósito de la tabla es establecer escenarios estructurales críticos, aceptables y permisibles. Un escenario crítico ocurre cuando la magnitud del factor de participación es máxima en un eje coordinado específico y este se alinea con el eje de la deformación máxima aplicando una hipótesis de carga en el aspa. Por ejemplo, cuando se aplica la hipótesis de carga A con carga F a lo largo del eje z (primera fila de la tabla 6.3), se tiene que la deformación máxima se da en el eje “x” y la magnitud del factor de participación es máxima en el eje “x”, entonces se tendrá un escenario crítico. El escenario aceptable se da cuando la magnitud del factor de participación es el valor medio de las magnitudes en los tres ejes coordinados y se alinea con el eje coordinado de la deformación máxima aplicando una hipótesis de carga. Finalmente, un escenario permisible es aquel que ocurre cuando la magnitud del factor de participación es el de valor mínimo en los tres ejes coordinados y se alinea con el eje coordinado de la deformación máxima aplicando una hipótesis de carga. Entonces, el color naranja corresponde a un escenario crítico, el color amarillo que responde a un escenario aceptable y finalmente, siendo el color verde, un escenario permisible.


Debido a que la deformación máxima tiene lugar en el eje “x” en todas las hipótesis de carga de la Norma, los escenarios son constantes en cada modo de vibración. Como se puede observar en la tabla 6.3, en los modos de vibración 2, 3, 5, 6, 10, 12, y 14 se encuentran los escenarios críticos aplicando todas las hipótesis de carga, los escenarios aceptables se dan en los modos de vibración 1, 8 y 13, y finalmente, los escenarios permisibles tienen lugar en los modos de vibración 4, 7, 9, 11 y 15. Es importante mencionar que de acuerdo a la tabla 6.3 de escenarios, se puede concluir que en los primeros 6 modos de vibración a frecuencias naturales bajas (< 280 Htz), se dan más escenarios críticos (4 de 6), un escenario aceptable y un escenario permisible; a comparación de los siguientes modos de vibración con frecuencias naturales altas (> 300 Htz), donde se dan menos escenarios críticos (3 de 9), dos escenarios aceptables y predominan 4 escenarios permisibles.

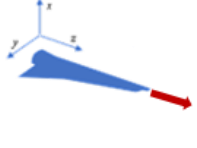
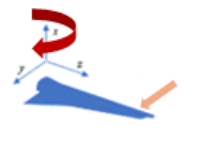
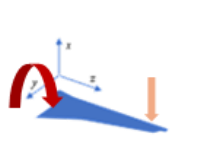
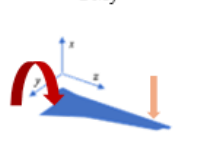
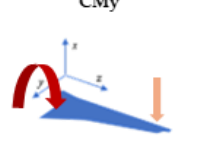
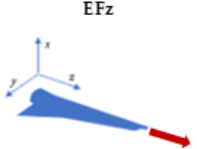
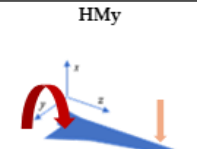
Hipótesis de carga	Modo de vibración y frecuencias naturales (Htz)														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	13.355	48.281	78.246	127.31	209.92	279.97	339.29	360.22	470.23	587.33	604.61	706.61	780.33	834.11	933.33
A Fz	Permisible	Crítico	Crítico	Permisible	Crítico	Crítico	Permisible	Aceptable	Permisible	Crítico	Permisible	Crítico	Aceptable	Crítico	Permisible
A Mx	Permisible	Crítico	Crítico	Permisible	Crítico	Crítico	Permisible	Aceptable	Permisible	Crítico	Permisible	Crítico	Aceptable	Crítico	Permisible
A My	Permisible	Crítico	Crítico	Permisible	Crítico	Crítico	Permisible	Aceptable	Permisible	Crítico	Permisible	Crítico	Aceptable	Crítico	Permisible
B My	Permisible	Crítico	Crítico	Permisible	Crítico	Crítico	Permisible	Aceptable	Permisible	Crítico	Permisible	Crítico	Aceptable	Crítico	Permisible
C My	Permisible	Crítico	Crítico	Permisible	Crítico	Crítico	Permisible	Aceptable	Permisible	Crítico	Permisible	Crítico	Aceptable	Crítico	Permisible
E Fz	Permisible	Crítico	Crítico	Permisible	Crítico	Crítico	Permisible	Aceptable	Permisible	Crítico	Permisible	Crítico	Aceptable	Crítico	Permisible
H My	Permisible	Crítico	Crítico	Permisible	Crítico	Crítico	Permisible	Aceptable	Permisible	Crítico	Permisible	Crítico	Aceptable	Crítico	Permisible



**Tabla 6.3** Criterios de escenarios de los factores de vibración en cada una de las hipótesis de carga aplicadas en el aspa.

Norma IEC 61400-2



Hypothesis	Von Mises Stress(MPa)									
	Layer		Intradós				Extradós			
	No	Type	Root	Union	Body	Tip	Root	Union	Body	Tip
 <p>AFz</p>	1	Uniaxial	0	39.67	39.72	3.03	0	32.15	30.22	2.52
	2	Biaxial	0	61.98	77.72	5.50	0	57.35	61.27	3.92
	3	Biaxial	0	64.49	84.15		0	48.98	52.94	
	4	Biaxial	0	50.23	99.88		0	36.25	57.41	
	5	Biaxial	0	50.21			0	43.01		
	6	Biaxial	0	59.99			0	62.62		
	7	Biaxial	0	86.86			0	65.91		
 <p>AMx</p>	1	Uniaxial	0	2.84	3.39	0.10	0	1.88	2.10	0.10
	2	Biaxial	0	3.99	4.83	0.19	0	2.74	3.30	0.20
	3	Biaxial	0	3.62	3.71		0	2.24	3.25	
	4	Biaxial	0	2.10	5.58		0	1.90	4.46	
	5	Biaxial	0	2.69			0	1.86		
	6	Biaxial	0	2.93			0	3.00		
	7	Biaxial	0	4.32			0	2.64		
 <p>AMy</p>	1	Uniaxial	0	12.81	0.15	0.46	0	8.47	9.45	0.43
	2	Biaxial	0	17.95	21.78	0.86	0	12.34	14.86	0.88
	3	Biaxial	0	16.30	16.73		0	10.09	14.63	
	4	Biaxial	0	9.45	25.15		0	8.54	20.11	
	5	Biaxial	0	12.11			0	8.37		
	6	Biaxial	0	13.20			0	13.52		
	7	Biaxial	0	19.47			0	11.90		
 <p>BMy</p>	1	Uniaxial	0	22.10	26.09	0.77	0	15.01	16.70	0.72
	2	Biaxial	0	30.85	37.66	1.52	0	21.87	26.22	1.46
	3	Biaxial	0	28.37	20.03		0	17.79	26.60	
	4	Biaxial	0	16.47	45.75		0	15.86	36.59	
	5	Biaxial	0	22.44			0	15.61		
	6	Biaxial	0	23.97			0	25.20		
	7	Biaxial	0	36.24			0	22.24		
 <p>CMy</p>	1	Uniaxial	0	142.88	160.25	2.88	0	110.75	122.86	2.63
	2	Biaxial	0	249.18	242.91	6.05	0	163.80	216.50	5.33
	3	Biaxial	0	189.01	234.59		0	127.63	223.09	
	4	Biaxial	0	139.75	373.47		0	145.93	306.16	
	5	Biaxial	0	206.72			0	146.34		
	6	Biaxial	0	215.19			0	236.03		
	7	Biaxial	0	339.89			0	211.18		
 <p>EFz</p>	1	Uniaxial	0	29.01	29.05	2.21	0	23.53	22.11	1.84
	2	Biaxial	0	45.30	56.81	4.01	0	41.96	44.79	2.86
	3	Biaxial	0	47.14	61.52		0	35.78	38.67	
	4	Biaxial	0	36.72	73.03		0	26.48	41.97	
	5	Biaxial	0	36.72			0	31.43		
	6	Biaxial	0	43.86			0	45.80		
	7	Biaxial	0	63.55			0	48.22		
 <p>HMy</p>	1	Uniaxial	0	1068.50	1261.60	37.33	0	725.72	807.32	34.65
	2	Biaxial	0	1491.90	1821.00	73.40	0	1057.60	1267.70	70.79
	3	Biaxial	0	1371.60	1355.50		0	860.03	1286.10	
	4	Biaxial	0	796.47	2212.10		0	766.77	1769.31	
	5	Biaxial	0	1084.80			0	754.52		
	6	Biaxial	0	1159.10			0	1218.30		
	7	Biaxial	0	1752.10			0	1075.30		

2212.10	191.41	0.10
Max	Prom	Min

Tabla 6.4 Resumen de esfuerzos (MPa), de Von Mises para cada hipótesis, capa y sección de pala. [38]

La tabla 6.4 resume las tensiones de Von Mises por hipótesis de carga, capa y sección o zona de la pala. La tabla revela que las hipótesis de carga que generan las tensiones más significativas en la pala son la hipótesis C (error de orientación) y la hipótesis H (carga de viento extrema). En la hipótesis de carga C, las tensiones más elevadas se localizan en la cuarta capa del intradós, en la zona del cuerpo (373,47 MPa), seguidas, en orden de magnitud, por la tensión de la séptima capa del intradós, en la zona de unión (339,89 MPa) y la tensión de la cuarta capa del extradós, en la zona del cuerpo (306,16 MPa). En la hipótesis H, las tensiones más altas en la pala se registran en la cuarta capa del intradós, en la zona del cuerpo (2212,10 MPa), seguidas, en orden de magnitud, por la tensión en la segunda capa del intradós, en la zona del cuerpo, y la tensión en la cuarta capa del extradós, en la zona del cuerpo (1769,31 MPa). Un valor muy cercano (1752,10 MPa) es la tensión en la séptima capa del intradós, en la zona de la raíz. El valor medio de la tensión fue de 191,41 MPa, y el valor mínimo, de 0,1 MPa, se encontró en la zona de la punta de la pala.

También, en la tabla 6.4 se muestra la relación entre los factores de participación y las hipótesis de carga de la norma IEC 61400-2. Las hipótesis de carga se listan en las filas y los modos de vibración en las columnas. El propósito de la tabla es establecer escenarios estructurales críticos, aceptables y permisibles. Un escenario crítico ocurre cuando la magnitud del factor de participación es máxima en un eje de coordenadas específico alineado con el eje de deformación máxima, aplicando una hipótesis de carga a la pala.

Por ejemplo, cuando se aplica la hipótesis de carga A, con la carga F a lo largo del eje z (primera fila de la tabla 6.4), y se encuentra que la deformación máxima está en el eje x, y la magnitud del factor de participación es máxima en el eje x, entonces habrá un escenario crítico. El escenario aceptable ocurre cuando la magnitud del factor de participación es el valor promedio de las magnitudes en los tres ejes de coordenadas, y está alineada con el eje de coordenadas de la deformación máxima, aplicando una hipótesis de carga. Finalmente, un escenario permisible ocurre cuando la magnitud del factor de participación es el valor mínimo en los tres ejes de coordenadas y está alineada con el eje de coordenadas de la deformación máxima aplicando una hipótesis de carga. Por lo tanto, el color naranja corresponde a un escenario crítico, el color amarillo corresponde a un escenario aceptable, y finalmente, el color verde corresponde a un escenario permisible.

Dado que la deformación máxima se presenta en el eje x en todas las hipótesis de carga de la norma IEC-61400-2, los escenarios son constantes en cada modo de vibración. Como se puede observar en la Tabla 6.3, los escenarios críticos se encuentran en los modos de vibración 2, 3, 5, 6, 10, 12 y 14, aplicando todas las hipótesis de carga; los escenarios aceptables se presentan en los modos de vibración 1, 8 y 13. Finalmente, los escenarios permisibles se presentan en los modos de vibración 4, 7, 9, 11 y 15. Es importante mencionar que, según la tabla 6.4, se puede concluir que en los primeros seis modos de vibración a bajas frecuencias naturales (< 280 Hz), existen más escenarios críticos (4 de 6), un escenario aceptable y un escenario permisible. A diferencia de los siguientes modos de vibración con frecuencias propias elevadas (> 300 Hz), donde se producen menos escenarios críticos (3 de 9), predominan dos escenarios aceptables y cuatro escenarios admisibles [38].

## 6.6 Teorías de falla.

Se puede entender como falla como un componente que no puede cumplir la función para lo que fue diseñado, incluyendo la fractura total, deformación o deflexión excesiva o inclusive, la formación de grietas. La falla en un material isotrópico se dará si la tensión máxima se produce por la aplicación de esfuerzos es superior a la tensión de rotura de éste. De lo contrario, en una lámina de material compuesto, las teorías de falla no se basan en estas tensiones principales y por cortadura, se basan en las tensiones en la dirección de la fibra o ejes locales, porque la lámina es ortotrópica y sus propiedades son distintas a diferentes ángulos.

Las teorías de falla de un material compuesto se dividen en teorías de límite, interactivos o teorías de modo.

### 6.6.1 Teoría de falla Tsai Wo.

Esta teoría pretende generalizar la teoría de falla de Tsai Hill distinguiendo entre las resistencias a comprensión de las de tracción. Esta teoría está basada en el criterio de plastificación de materiales anisótropos de Hill, que a su vez está basado en el criterio de Von-Mises para materiales isótropos. La teoría de falla de Tsai-Wu es una de las más utilizados en códigos de elementos finitos comerciales, por ejemplo, en ANSYS lo implementa, debido a su simplicidad y a que predice satisfactoriamente el fallo de los materiales compuestos en múltiples casos [43].

Se dice que, para validar los resultados obtenidos de deformaciones, esfuerzos principales, etc., la teoría de falla de Tsai Wo debe estar por debajo de 1.

La expresión general de la teoría de falla Tsai Wo es una elipse en el espacio de tensiones de forma:

$$F_i \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j = 1, \quad i, j = 1, 2, \dots, 6$$

Donde  $F_i$  y  $F_{ij}$  son los tensores de la resistencia del segundo y cuarto grado, respectivamente.

## 6.7 Singularidad en MEF (Método de elementos finitos).

En Elemento Finito los puntos donde las tensiones tienden a infinito reciben el nombre de puntos singulares. En una simulación de esfuerzos o deformaciones con softwares con método de elementos finitos, es muy difícil reproducir a nivel local lo que ocurre en estos puntos. Las singularidades son regiones críticas y, en análisis de tensiones, están ligadas a vértices que penetran en el dominio, cambios bruscos en las propiedades del material, en las condiciones de contorno o en las cargas aplicadas. Cuando se tiene un dominio en el que no existen singularidades en su interior ni en su frontera, se tendrá una solución suave y el campo de desplazamientos será una función analítica.

Un dominio que contenga un número finito de puntos singulares tendrá solución analítica excepto en dichos puntos, donde la solución se ve dominada por el efecto local [43].

Para entender mejor, la singularidad o errores de singularidad, son valores que tienden a infinito en una geometría, se dan debido a la complejidad de la geometría, puede ser por bordes muy agudos, por vértices o nodos muy cerrados, por ejemplo, bordes a 180°, esta condición o errores, se pueden mejorar o disminuir suavizando o refinando la malla de la geometría, teniendo como limitante el equipo de cómputo

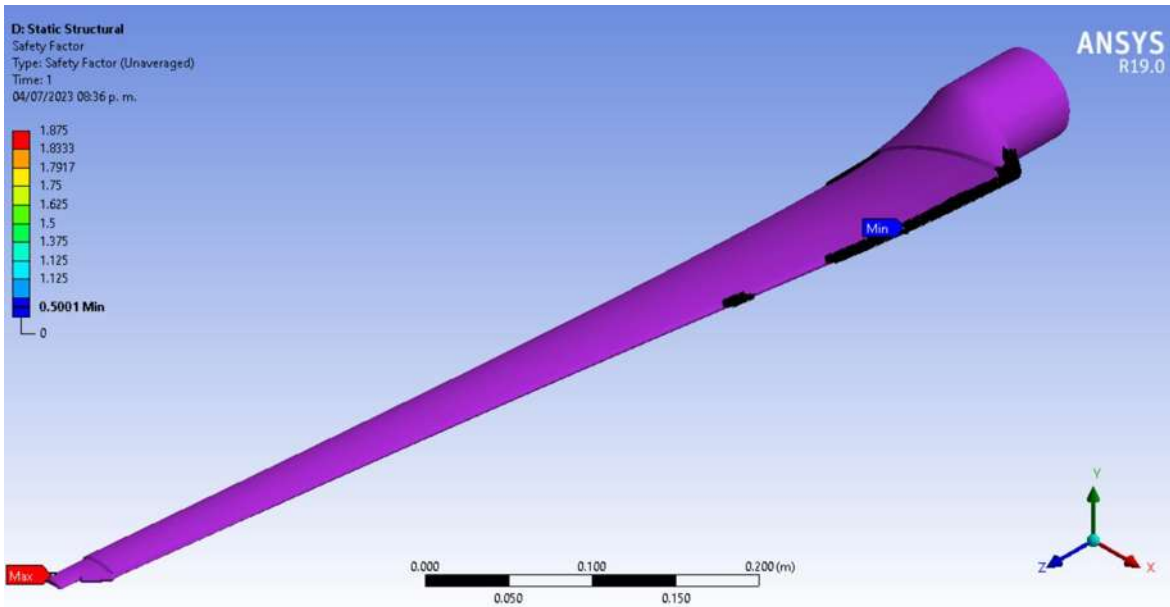


Figura 6.11 Errores de singularidad en la geometría del aspa.

En la figura 6.11, se puede observar los errores de singularidad que se presentaron en la geometría del aspa, se localizan en el borde de salida o borde de fuga, teniendo como espesor un valor de  $7.77e-5$  mm.

## Capítulo 7. Fatiga.

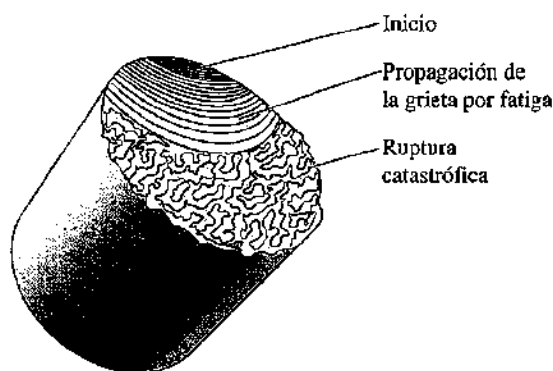
En la vida real todas las estructuras y cuerpos están sometidos a cargas y esfuerzos repetidamente en ciclos que, a lo largo del tiempo estos disminuyen su resistencia mecánica y por ende pueden producir fallas por fatiga.

Según [32], la fatiga puede definirse como la disminución o falla de un material debido a un esfuerzo o carga repetitiva el cual puede estar por encima o debajo de la resistencia a la fluencia. Este fenómeno es muy común debido a los esfuerzos repetitivos ocasionados por cargas a tensión, compresión, flexión, vibraciones, contracción, expansión térmica, etc. Estos esfuerzos se encuentran por debajo de la resistencia a la del material, pero sí el esfuerzo es repetitivo daña a la pieza o estructura lo que puede conducir a falla por fatiga. En los materiales compuestos, las fibras y/o los refuerzos se degradan debido a la fatiga, el módulo de elasticidad disminuye y el debilitamiento se presenta antes de la fractura ocasionada por la fatiga.

La fatiga se presenta por fases:

1. **Iniciación.** Se desarrollan escasas grietas en el cuerpo (una o poco más), se pueden dar en cualquier zona de la pieza o generalmente, se dan en alguna concentración de esfuerzos o tensiones.
2. **Propagación de grieta por fatiga.** Las grietas presentes (marcas de playa) crecen debido a las cargas sometidas, estas grietas son muy finas y de difícil detección, aunque estén próximas a producir la rotura de la pieza.
3. **Ruptura catastrófica.** El cuerpo se encuentra en continuo deterioro debido al crecimiento de las grietas existentes dando así, al cuerpo sin resistencia mecánica a las cargas produciendo la ruptura o falla por fatiga.

En la figura 7.1 se puede observar las fases o etapas de la falla por fatiga en un eje de acero.



**Figura 7.1** Superficie de fractura por fatiga en un eje de acero [32].

## 7.1 Curva S-N

La curva S-N de un material define los valores de esfuerzo en relación al número de ciclos para causar el fallo por fatiga de la pieza o cuerpo, donde el eje  $y$  representa los valores de esfuerzo y el eje  $x$  representa el número de ciclos a la falla.

Es importante mencionar que para cada material le corresponde una curva S-N distinta. Estas curvas se basan en la vida o fatiga media (probabilidad) de fallo y se requieren muchos ensayos o pruebas de fatiga para caracterizar la vida de un material esto es, tomar un conjunto de probetas sometidas a distintas cargas o esfuerzos para predecir cuánto puede sobrevivir la pieza o cuerpo o establecer las cargas máximas permisibles a las que se puede someter dicha pieza o cuerpo sin producir la falla por fatiga [32].

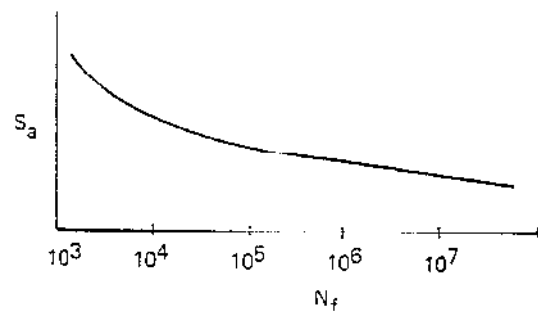


Figura 7.2 Curva S-N [44].

En la figura 7.2 se muestra la curva S-N (también llamada curva de Wohler), donde los valores en cada eje se representan en logaritmo con base 10. Donde  $S_a$  es la amplitud del esfuerzo y  $N_f$  son los ciclos de fatiga

## 7.2 Métodos de esfuerzo medio.

La predicción de vida a fatiga se fundamenta en las propiedades del material. Es importante considerar la nomenclatura y conceptos generales antes de realizar un análisis de fatiga como los que se muestran a continuación:

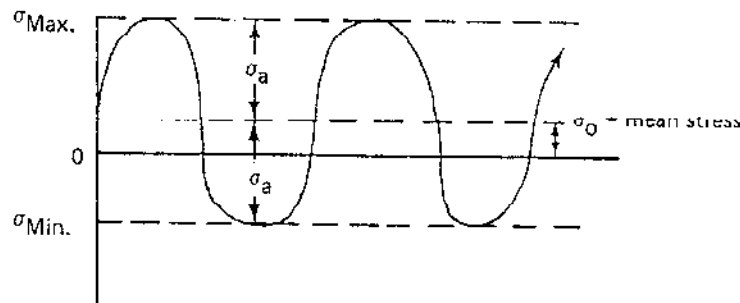


Figura 7.3 Nomenclatura en el análisis de fatiga [44]

$\sigma_a =$  amplitud de esfuerzo alterno o esfuerzo alterno

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad (45)$$

$$\sigma_o = \sigma_{mean} = \text{esfuerzo medio} \quad (46)$$

$$\sigma_o = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad (47)$$

Donde  $\sigma_{min}$  y  $\sigma_{max}$  son los esfuerzos del material

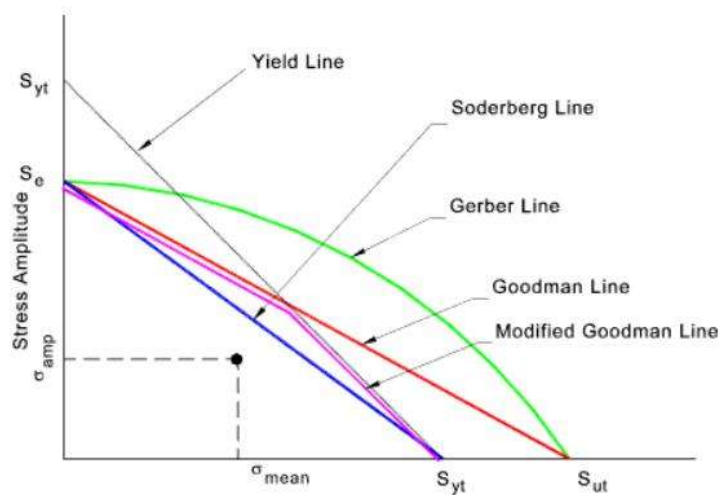


Figura 7.4 Diagrama de esfuerzo-vida [44].

El valor del esfuerzo equivalente se visualiza usualmente en diagramas de esfuerzo-vida, como se muestra en la figura 7.4, en donde cada línea de color representa un método o criterio de esfuerzos equivalentes (Soderberg, Gerber, Goodman). Se basan en el esfuerzo alterno y el esfuerzo medio para calcular un nuevo esfuerzo llamado esfuerzo equivalente que puede ser el esfuerzo máximo principal o esfuerzo de Von Mises, etc. El criterio de Goodman es usado para materiales frágiles y dúctiles, el criterio Gerber se usa solo para materiales dúctiles y, por último, el criterio Soderberg es el más conservativo. Es importante mencionar que estos criterios sólo se pueden usar para esfuerzos y no rigidez [44]. Donde  $S_e$  es el esfuerzo máximo de fatiga,  $S_{ut}$  es el esfuerzo último de tensión,

A continuación, para una mejor visualización y comprensión del diagrama esfuerzo-vida, en la figura 7.5, se muestra un ejemplo del criterio Goodman que, de igual manera para esta investigación, se utilizó para la predicción de falla por fatiga.

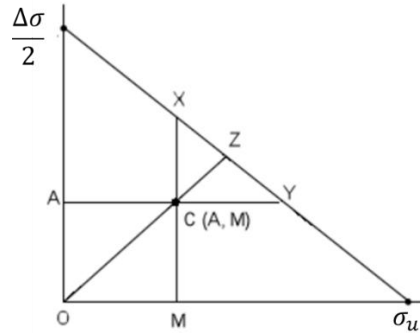


Figura 7.5 Diagrama de criterio Goodman [44].

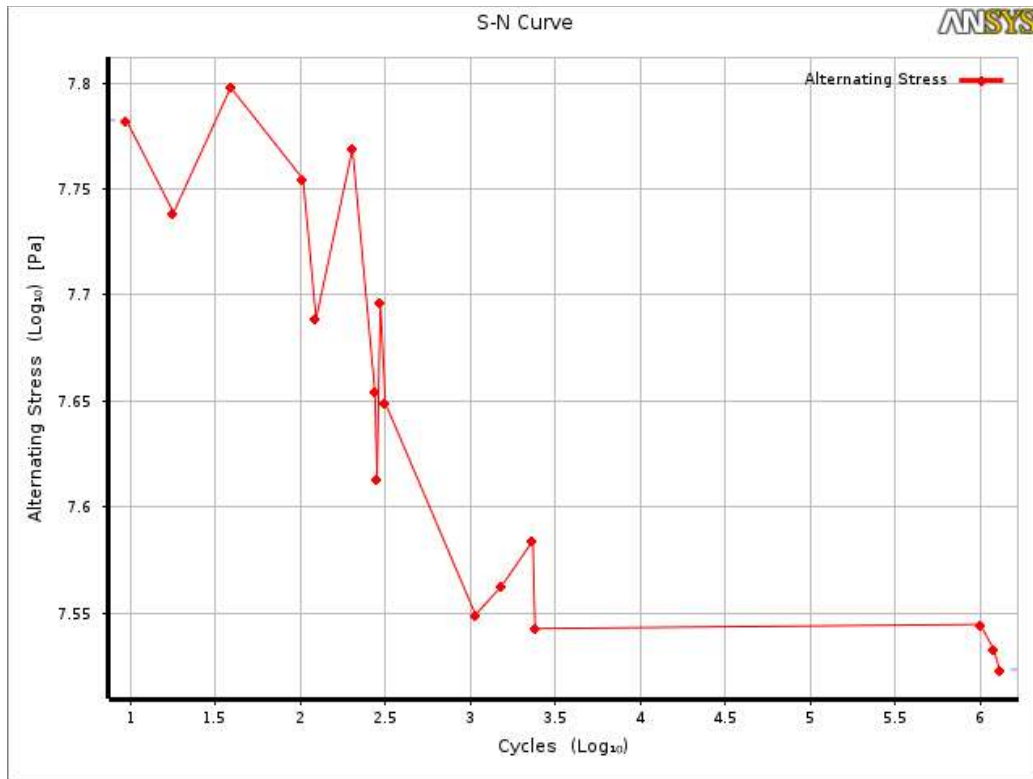
En la figura 7.5 se puede observar el diagrama del criterio Goodman en donde el punto C es el esfuerzo en un ciclo, A es el esfuerzo alterno del ciclo, M es el esfuerzo medio del ciclo y  $\sigma_u$  es el esfuerzo último del material y finalmente,  $\Delta\sigma/2$  es el máximo esfuerzo alterno que no causa ningún daño al material.

Los esfuerzos alternos del material de esta investigación (fibra de vidrio epóxica) [45], se introdujeron en el software de elemento finito (ANSYS), para realizar las simulaciones correspondientes de fatiga. En la tabla 7.1, se muestran los datos enlistados y en la gráfica 7.1 se muestran dichos datos en un diagrama S-N:

Ciclos	Esfuerzos Alternantes (Pa)
9.5	6.058e07
18	5.481e07
39	6.278e07
104	5.684e07
124	4.883e07
203	5.875e07
275	4.514e07
283	4.106e07
296	4.974e07
317	4.456e07
1075	3.542e07
1537	3.655e07

2335	3.838e07
2406	3.489e07
1e06	3.505e07
1.2e06	3.411e07
1.3e06	3.337e07

**Tabla 7.1** Esfuerzos alternantes de fibra de vidrio [45].



**Gráfica 7.1** Diagrama S-N de fibra de vidrio.

### 7.3 Factor de seguridad a fatiga (FSF).

Este factor predice si la estructura fallará debido a las cargas cíclicas. Primero se calculan todos los ciclos de carga para después, con ayuda del diagrama del criterio de Goodman se obtienen los ciclos más desfavorables.

Para que el factor de seguridad de fatiga (FSF) sea permisible, debe ser mayor que cero ( $FSF > 0$ ), esto es, cuando el segmento OZ es mayor que el segmento OC (véase figura 7.5) es decir:

$$FSF = \frac{\overline{OZ}}{\overline{OC}} \quad (49)$$

$$\frac{\overline{OZ}}{\overline{OC}} > 1 \quad (50)$$

### 7.4 Análisis y simulación de fatiga en el aspa eólica.

Antes de iniciar la simulación de fatiga en el aspa eólica de esta investigación, se debe recordar que las cargas o momentos a los que el aspa estará sometida son los correspondientes al método de cargas simplificadas de la Norma IEC 61400-2 (hipótesis de carga), entonces se tendrá un análisis de fatiga para cada hipótesis de carga, esto significa que el esfuerzo último del material y los esfuerzos máximos alternantes se mantendrán constantes en los análisis y simulaciones, mientras que el esfuerzo equivalente (esfuerzo máximo principal) varía de acuerdo a la hipótesis considerada. También, es importante mencionar que las cargas cíclicas (hipótesis de carga), se consideran que serán aplicadas cuando el aspa está en reposo, o sea el ciclo partirá de cero o de un valor nulo.

Se tienen las mismas consideraciones que las simulaciones pasadas, el aspa está en forma de cantiliver (con un soporte fijo en la raíz).

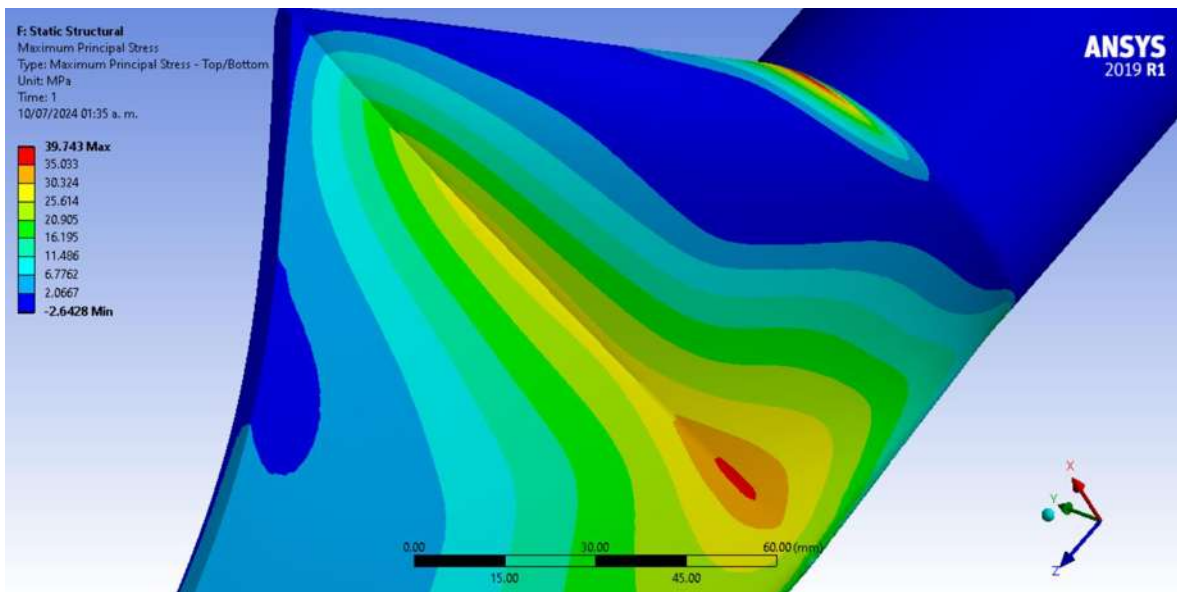


Figura 7.6 Esfuerzo máximo principal en la hipótesis de carga A en el eje z (a tensión) en la simulación de fatiga.

En la figura 7.6, se puede observar que la magnitud del esfuerzo equivalente (máximo principal) es de 39.743 MPa y se localiza en las zonas de la unión y raíz. Por lo tanto, es el valor considerado para el cálculo de los esfuerzos medios, recordando que los valores de los esfuerzos máximos alternos se mantienen constantes para todas las hipótesis de carga.

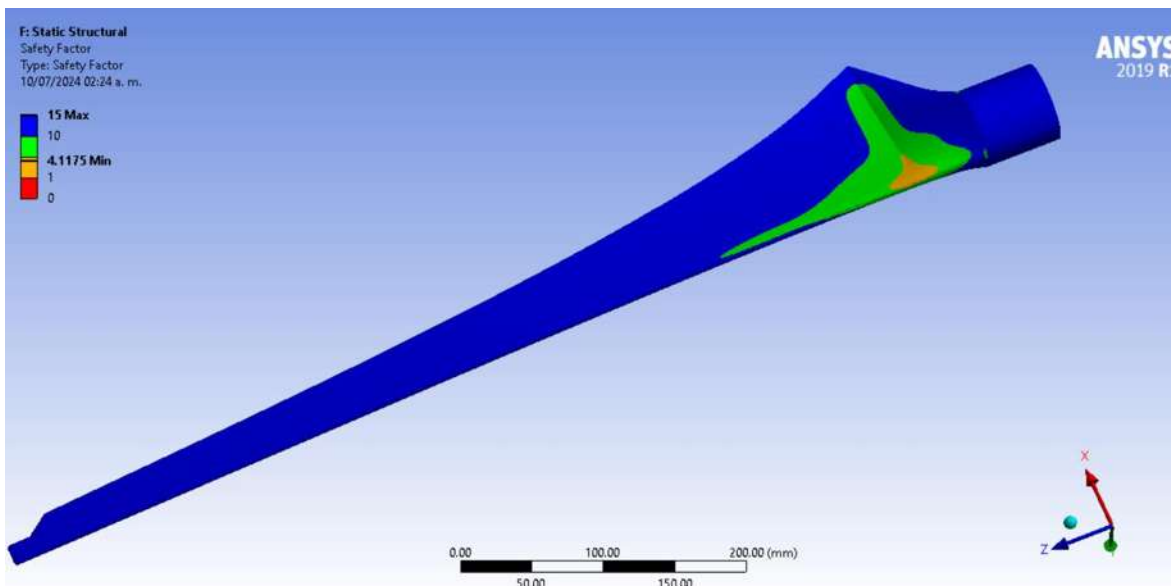


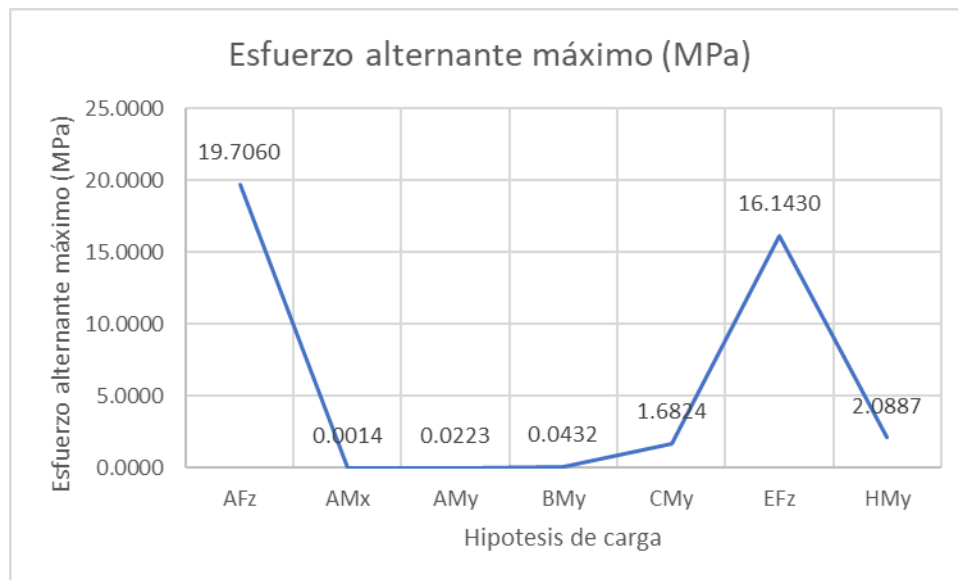
Figura 7.7 Factor de seguridad de fatiga del aspa sometida a la hipótesis de carga A en el eje z (a tensión).

En la figura 7.7, se puede ver que la zona de cuidado, según el factor de seguridad de fatiga sigue siendo la zona de la unión, pero sin sobre pasar el permisible (menor a uno), teniendo como un factor en dicha zona de 4.11 aproximadamente.

Los resultados de las simulaciones y análisis de fatiga se muestran en la tabla 7.2 y gráfica 7.2, que se muestran a continuación:

Hipótesis de carga	Esfuerzo alternante máximo (MPa)	Factor de seguridad crítico
AFz 4799.72 N	19.7060	1.82
AMx 7.22 N m	0.0014	15
AMy 32.52 N m	0.0223	15
BMy 62.93 N m	0.0432	15
CMy 2450.80 N m	1.6824	15
EFz 3931.93 N	16.1430	2.2241
HMy 3042.69 N m	2.0887	15

Tabla 7.2 Resultados de esfuerzos por fatiga.



**Gráfica 7.2** Esfuerzos alternantes máximos de acuerdo a la hipótesis de carga.

De acuerdo con la gráfica 7.2, se puede observar que los esfuerzos alternantes máximos se dan en las hipótesis de carga A y E, con una fuerza aplicada sobre el eje z en ambas hipótesis, siendo estas magnitudes o valores los más críticos y de cuidado en términos de esfuerzos por fatiga.

Dado que el aspa está simulada con fibra de vidrio y que es un material compuesto, entonces determinar la falla por fatiga según el criterio de Goodman resulta inviable porque es necesario el dato del valor del esfuerzo último a la cual la fibra de vidrio fallará y ya que existen muy pocas pruebas por fatiga se propone como un trabajo futuro manufacturar dicha aspa y de la misma forma, las pruebas por fatiga.

De este modo, para corroborar los resultados obtenidos se procedió a calcular el criterio de falla de Tsai Wu, dicho criterio establece que un valor menor a uno (<1), es un valor permisible, en cuanto al factor de seguridad de este criterio menciona que un valor mayor a 1 (>1) indica que el laminado está a salvo de errores.[46]

Las ecuaciones usadas se enlistan a continuación:

$$I_f F_1 \sigma_{11} + F_2 \sigma_{22} + F_{11} \sigma_{11}^2 + F_{22} \sigma_{22}^2 + F_{11} \sigma_{11}^2 + F_{22} \sigma_{22}^2 + F_{66} \sigma_{12}^2 + 2F_{12} \sigma_{11} \sigma_{22} < 1 \quad (51)$$

Los coeficientes Fij del criterio de error Tsai-Wu ortotrópico se relacionan con los parámetros de resistencia del material de la lámina y son determinados por experimentos. Se calculan a partir de estas fórmulas [46]:

$$F_1 = \left( \frac{1}{x^T_1} - \frac{1}{x^C_1} \right) \quad (52)$$

$$F_1 = \left( \frac{1}{x^T_2} - \frac{1}{x^C_2} \right) \quad (53)$$

$$F_{12} = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{x^T_1 * x^C_1} * \frac{1}{x^T_2 * x^C_2}} \quad (54)$$

$$F_{11} = \frac{1}{x^T_1 * x^C_1} \quad (55)$$

$$F_{22} = \frac{1}{x^T_2 * x^C_2} \quad (56)$$

$$F_6 = \left( \frac{1}{x^T_{12}} - \frac{1}{x^C_{12}} \right) \quad (57)$$

$$F_{66} = \frac{1}{x^T_{12} * x^C_{12}} \quad (58)$$

Donde:

$x^T_1$  Límite de tensión material del laminado a lo largo de la dirección de la fibra

$x^C_1$  Límite de compresión material del laminado a lo largo de la dirección de la fibra

$x^T_2$  Límite de tensión material del laminado transversal a la dirección de la fibra

$x^C_2$  Límite de compresión material del laminado transversal a la dirección de la fibra

$x^T_{12}$  Límite cortante positivo de laminado

$x^C_{12}$  Límite cortante negativo de laminado

$\tau$  esfuerzo cortante

$\sigma$  esfuerzo de tensión

Sustituyendo los valores de las propiedades mecánicas del material en la ecuación (44), se tiene:

$$I_f = 1.2$$

Para el factor de seguridad se tiene la siguiente ecuación:

$$FOS = \frac{-C_1 + R}{2C_2} \quad (59)$$

Y los coeficientes están dados por:

$$C_1 = F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_6\tau_{12} \quad (60)$$

$$C_2 = F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\tau_{12}^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 \quad (61)$$

$$R = \sqrt{|C_1^2 + 4C_2|} \quad (62)$$

Sustituyendo valores se tiene que:

$$FOS = 0.9$$

De acuerdo a los valores obtenidos se tiene que el criterio de Tsai Wu rebasa el límite establecido y en cuanto al factor de seguridad queda por debajo del límite, lo que quiere decir que esto fue debido a que las propiedades mecánicas tomadas respecto al estado del arte [7], presentan valores muy generales y no específicos lo que llevar a arrastrar errores de redondeo que al final de los cálculos y en comparación de los resultados de las simulaciones, queda poco rebasadas o por debajo de los límites establecidos.

## CONCLUSIONES

Fue posible realizar el análisis modal de las aspas para una turbina eólica de baja capacidad de 900 W, variando la configuración de las telas e hilos de la fibra de vidrio, manipulando su acomodo y orientación e implementando el método de elementos finitos, obteniendo las frecuencias naturales, los factores de participación, los esfuerzos máximos principales y los esfuerzos alternantes máximos según los ciclos de vida por esfuerzos de fatiga.

Se diseñaron las aspas de un aerogenerador de baja potencia efectuándoles pruebas y análisis con el método de elementos finitos de acuerdo a la Norma IEC 61400-2, haciendo énfasis en una nueva propuesta de técnica para el análisis de vibraciones.

La importancia de esta investigación radica en que se proponen y analizan escenarios de carga estructural relacionando las hipótesis de carga establecidas por la norma IEC 61400-2 con los factores de participación de la pala obtenidos mediante simulación modal en FEM. Los resultados obtenidos muestran que, a bajas frecuencias de vibración, pueden presentarse escenarios de carga más críticos, por lo que deben considerarse en estas condiciones de operación. La configuración de las capas de fibra de vidrio, en cuanto a su dirección y longitud, desempeña un papel fundamental. Para la pala estudiada, los valores más críticos de las tensiones principales máximas se producen en la sección del cuerpo. Las tensiones máximas de cada sección se encuentran al final de la longitud de las capas, por lo que se recomienda considerar la posibilidad de dejar la primera capa un poco más larga, superando el tamaño de su sección correspondiente, para evitar la concentración de tensiones en el extremo de cada sección de la pala.

Según la norma, los escenarios de carga crítica son la carga de viento extrema y el error de orientación. Desde el punto de vista de las tensiones, la capa crítica de fibra de vidrio fue la segunda capa interna, tanto para el extradós como para el intradós, lo que indica que las tensiones internas son muy relevantes en toda la pala y en todas las hipótesis. Por otro lado, las tensiones en la cuarta capa, intradós y extradós, son las más importantes en toda la pala, alcanzando su máximo cuando se convierte en una capa externa en la zona del cuerpo. Las tensiones en la pala son una combinación de tensiones internas en toda la pala, más o menos uniformes e importantes, y de tensiones externas extremas en la superficie.

En los análisis de fatiga por el método de elemento finito, se tuvo como resultado que la hipótesis de carga A y la hipótesis de carga E (ambas con carga aplicada sobre el eje "z"), tienen los esfuerzos alternantes resultantes máximos, considerándolos como las hipótesis críticas para los esfuerzos de fatiga.

Se propone como trabajo futuro realizar el análisis y ensayos de fatiga del aspa siguiendo los parámetros de la norma, comparando los ciclos de vida resultantes de dichos análisis y ensayos, con las principales tensiones y rigideces de la fibra de vidrio.

## ANEXOS

**Anexos A: Tablas de resultados**

Hipotesis A Carga 4799.72 N										
Zona	Tipo	Deformación total (mm)	Deformación direccional (mm)			Esfuerzo equivalente (Von Mises) (MPa)	Esfuerzo Maximo principal (MPa)	Factor de seguridad		
			x	y	z					
Punta	Intra L1	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	2.03E-03	-1.27E-03	0	
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	3.0279	2.4371	1.875	
	Intra L2	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	9.12E-03	2.25E-04	0.5001	
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	5.5034	6.4437	1.875	
	Extra L1	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	8.76E-03	-1.32E-04	0.5001	
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	2.5204	1.977	1.875	
	Extra L2	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	1.60E-02	-5.33E-04	0.5001	
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	3.9206	4.3693	1.875	
Cuerpo	Intra L1	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	6.87E-02	-4.21E-04	0.5001	
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	39.723	40.447	1.875	
	Intra L2	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	0.19394	5.87E-04	0.5001	
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	77.72	84.406	1.875	
	Intra L3	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	0.22755	1.09E-02	0.5001	
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	84.148	89.066	1.875	
	Intra L4	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	0.21435	-8.56E-02	0.5001	
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	99.881	109.29	1.875	
	Extra L1	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	6.46E-02	-2.39E-04	0.5001	
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	30.222	34.876	1.875	
	Extra L2	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	0.16129	-2.47E-05	0.5001	
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	61.267	70.123	1.875	
	Extra L3	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	0.14369	-2.55E-07	0.5001	
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	52.94	50.105	1.875	
	Extra L4	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	0.11514	-8.96E-02	0.5001	
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	57.41	47.197	1.875	
	Unión	Intra L1	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	1.4623	-1.18E-02	0.5001
			Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	39.667	42.963	1.875
		Intra L2	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	4.6733	6.90E-04	0.5001
			Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	61.975	70.226	1.875
		Intra L3	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	4.0011	5.64E-03	0.5001
			Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	64.489	14.569	1.875
		Intra L4	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-0.00079	2.2113	2.80E-02	0.5001
			Maximo	20.782	20.427	0.099998	0.67533	50.23	48.355	1.875
Intra L5		Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	2.1675	-5.42E-01	0.5001	
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	50.211	40.652	1.875	
Intra L6		Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	2.1531	-8.5881	0.5001	
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	59.989	44.941	1.875	
Intra L7		Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	1.1343	-13.427	0.5001	
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	86.855	70.268	1.875	
Extra L1		Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	0.45078	-7.43E-04	0.5001	
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	32.149	36.406	1.875	
Extra L2		Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	0.73337	6.80E-05	0.5001	
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	57.351	65.807	1.875	
Extra L3		Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	0.36889	7.28E-06	0.5001	
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	48.984	54.899	1.875	
Extra L4		Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	0.50274	-4.74E-04	0.5001	
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	36.254	33.198	1.875	
Extra L5		Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	0.89569	-6.45E-04	0.5001	
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	43.011	33.089	1.875	
Extra L6		Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	1.0858	-3.44E-03	0.5001	
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	62.619	47.683	1.875	
Extra L7		Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	0.62061	-0.36913	0.5001	
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	65.912	44.563	1.875	

Tabla A-1 Valores obtenidos, hipótesis de carga A, fuerza en dirección “z” (AFz)

Hipotesis A Carga 4799.72 N									
Zona	Tipo	Deformación total (mm)	Deformación direccional (mm)			Esfuerzo equivalente (Von Mises) (MPa)	Esfuerzo Maximo principal (MPa)	Factor de seguridad	
			x	y	z				
Raíz	Intra L1	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	0	0.000	0.5001
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	0	0.000	1.875
	Intra L2	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	0	0.000	0.5001
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	0	0.000	1.875
	Intra L3	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	0	0.000	0.5001
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	0	0.000	1.875
	Intra L4	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-0.00079	0	0.000	0.5001
		Maximo	20.782	20.427	0.099998	0.67533	0	0.000	1.875
	Intra L5	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	0	0.000	0.5001
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	0	0.000	1.875
	Intra L6	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	0	0.000	0.5001
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	0	0.000	1.875
	Intra L7	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	0	0.000	0.5001
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	0	0.000	1.875
	Extra L1	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	0	0.000	0.5001
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	0	0.000	1.875
	Extra L2	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	0	0.000	0.5001
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	0	0.000	1.875
	Extra L3	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	0	0.000	0.5001
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	0	0.000	1.875
	Extra L4	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	0	0.000	0.5001
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	0	0.000	1.875
	Extra L5	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	0	0.000	0.5001
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	0	0.000	1.875
	Extra L6	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	0	0.000	0.5001
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	0	0.000	1.875
	Extra L7	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	0	0.000	0.5001
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	0	0.000	1.875
Borde	Ultimo L1	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	1.90E-02	2.77E-10	0.5001
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	1.1782	1.028	1.875
	Ultimo L2	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	2.89E-02	2.52E-02	0.5001
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	2.2786	2.164	1.875
	Penultimo L1	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	2.90E-02	9.82E-02	0.5001
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	0.98338	0.960	1.875
	Penultimo L2	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	1.61E-01	1.73E-01	0.5001
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	1.3947	1.468	1.875
	Penultimo L3	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	0.118	1.07E-01	0.5001
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	1.4567	1.5394	1.875
	Penultimo L4	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	9.16E-02	8.94E-02	0.5001
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	0.7569	0.755	1.875
	Penultimo L5	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	9.76E-02	7.71E-02	0.5001
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	0.56736	0.53318	1.875
	Penultimo L6	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	9.12E-02	3.29E-02	0.5001
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	0.44926	0.26575	1.875
	Penultimo L7	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	1.13E-01	2.31E-09	0.5001
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	1.0639	0.22701	1.875
	Cuerpo	Minimo	0	-0.3677	-3.7747	-7.87E-04	1.34E-01	-1.18E-04	0.5001
		Maximo	20.782	20.427	1.00E-01	0.67533	115.69	116.06000	1.875

Tabla A-2 Valores obtenidos, hipótesis de carga A, fuerza en dirección “z” (AFz)

Hipotesis A Momento x 7.22 Nm										
Zona	Tipo	Deformación total (mm)	Deformación direccional (mm)			Esfuerzo equivalente (Von Mises) (MPa)	Esfuerzo Maximo principal (MPa)	Factor de seguridad		
			x	y	z					
Punta	Intra L1	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	5.22E-05	-9.02E-05	0	
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	0.10123	7.73E-02	1.875	
	Intra L2	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	1.74E-04	-4.24E-03	0.5001	
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	0.19144	0.15592	1.875	
	Extra L1	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	1.39E-04	-6.41E-05	0.5001	
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	9.52E-02	6.77E-02	1.875	
	Extra L2	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	2.50E-04	-5.11E-04	0.5001	
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	0.19553	0.17043	1.875	
	Cuerpo	Intra L1	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	8.06E-03	-4.95E-03	0.5001
			Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	3.3861	2.4873	1.875
Intra L2		Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	1.95E-02	-3.39E-02	0.5001	
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	4.8346	4.6345	1.875	
Intra L3		Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	1.86E-02	-9.81E-02	0.5001	
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	3.7138	3.741	1.875	
Intra L4		Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	1.17E-02	-2.13E-01	0.5001	
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	5.5836	6.28	1.875	
Extra L1		Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	1.03E-02	-1.19E-04	0.5001	
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	2.0989	1.607	1.875	
Extra L2		Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	1.94E-02	-2.77E-03	0.5001	
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	3.2999	2.973	1.875	
Extra L3		Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	1.69E-02	-6.32E-03	0.5001	
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	3.2472	2.461	1.875	
Extra L4		Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	5.34E-03	-1.54E-02	0.5001	
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	4.4639	2.460	1.875	
Unión		Intra L1	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	7.21E-02	-5.79E-04	0.5001
			Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	2.8435	2.324	1.875
		Intra L2	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	0.1343	1.62E-04	0.5001
			Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	3.9854	4.106	1.875
	Intra L3	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	5.32E-02	1.36E-03	0.5001	
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	3.6197	3.432	1.875	
	Intra L4	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	4.74E-02	5.74E-04	0.5001	
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	2.0983	1.672	1.875	
	Intra L5	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	7.10E-02	-4.76E-02	0.5001	
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	2.6878	2.985	1.875	
	Intra L6	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	0.14252	-0.6655	0.5001	
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	2.9312	3.062	1.875	
	Intra L7	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	0.16897	-1.009	0.5001	
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	4.3233	4.891	1.875	
	Extra L1	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	1.31E-02	-4.29E-05	0.5001	
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	1.8803	1.572	1.875	
	Extra L2	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	1.60E-02	-5.61E-05	0.5001	
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	2.7402	2.461	1.875	
	Extra L3	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	3.15E-02	-3.22E-05	0.5001	
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	2.2403	2.041	1.875	
	Extra L4	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	5.34E-02	-1.70E-05	0.5001	
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	1.8954	2.069	1.875	
	Extra L5	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	6.73E-02	-2.02E-05	0.5001	
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	1.8581	2.081	1.875	
	Extra L6	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	0.10743	-1.78E-05	0.5001	
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	3.0016	3.360	1.875	
	Extra L7	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	0.17657	-1.04E-02	0.5001	
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	2.6421	3.027	1.875	

Tabla A-3 Valores obtenidos, hipótesis de carga A, momento en dirección “x” (AMx)

Hipotesis A Momento x 7.22 Nm									
Zona	Tipo	Deformación total (mm)	Deformación direccional (mm)			Esfuerzo equivalente	Esfuerzo Maximo	Factor de seguridad	
			x	y	z				
Raíz	Intra L1	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	0	0.000	0.5001
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	0	0.000	1.875
	Intra L2	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	0	0.000	0.5001
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	0	0.000	1.875
	Intra L3	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	0	0.000	0.5001
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	0	0.000	1.875
	Intra L4	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	0	0.000	0.5001
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	0	0.000	1.875
	Intra L5	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	0	0.000	0.5001
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	0	0.000	1.875
	Intra L6	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	0	0.000	0.5001
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	0	0.000	1.875
	Intra L7	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	0	0.000	0.5001
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	0	0.000	1.875
	Extra L1	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	0	0.000	0.5001
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	0	0.000	1.875
	Extra L2	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	0	0.000	0.5001
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	0	0.000	1.875
	Extra L3	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	0	0.000	0.5001
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	0	0.000	1.875
	Extra L4	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	0	0.000	0.5001
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	0	0.000	1.875
	Extra L5	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	0	0.000	0.5001
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	0	0.000	1.875
	Extra L6	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	0	0.000	0.5001
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	0	0.000	1.875
	Extra L7	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	0	0.000	0.5001
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	0	0.000	1.875
Borde	Ultimo L1	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	4.05E-04	-3.27E-12	0.5001
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	0.18384	0.154	1.875
	Ultimo L2	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	1.89E-03	-2.60E-13	0.5001
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	0.31476	0.337	1.875
	Penultimo L1	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	2.36E-02	2.30E-02	0.5001
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	7.68E-02	0.074	1.875
	Penultimo L2	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	4.11E-02	3.82E-02	0.5001
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	0.13466	0.134	1.875
	Penultimo L3	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	0.063	5.31E-02	0.5001
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	0.14559	0.1382	1.875
	Penultimo L4	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	6.72E-02	4.91E-02	0.5001
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	0.13988	0.117	1.875
	Penultimo L5	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	5.94E-02	4.41E-02	0.5001
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	0.13594	0.11169	1.875
	Penultimo L6	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	4.05E-02	3.37E-02	0.5001
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	0.10995	0.10904	1.875
	Penultimo L7	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	1.22E-02	-1.51E-10	0.5001
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	0.11269	0.11027	1.875
	Cuerpo	Minimo	0	-2.38E-02	-1.7915	-4.01E-02	1.14E-02	-1.21E-05	0
		Maximo	3.9615	3.5337	4.67E-03	6.91E-03	10.212	10.72600	1.875

Tabla A-4 Valores obtenidos, hipótesis de carga A, momento en dirección “x” (AMx)

Hipotesis A Momento y 32.52 Nm										
Zona	Tipo	Deformación total (mm)	Deformación direccional (mm)			Esfuerzo equivalente (Von Mises) (MPa)	Esfuerzo Maximo principal (MPa)	Factor de seguridad		
			x	y	z					
Punta	Intra L1	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	2.35E-04	-4.06E-04	0	
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	0.45595	3.48E-01	1.875	
	Intra L2	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	7.83E-04	-1.91E-02	0.5001	
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	0.86226	0.70227	1.875	
	Extra L1	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	6.24E-04	-2.89E-04	0.5001	
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	4.29E-01	3.05E-01	1.875	
Extra L2	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	1.12E-03	-2.30E-03	0.5001		
	Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	0.88069	0.76765	1.875		
Cuerpo	Intra L1	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	3.63E-02	-2.23E-02	0.5001	
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	1.53E+01	1.12E+01	1.875	
	Intra L2	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	8.77E-02	-1.53E-01	0.5001	
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	21.776	20.875	1.875	
	Intra L3	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	8.38E-02	-4.42E-01	0.5001	
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	16.728	16.849	1.875	
	Intra L4	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	5.26E-02	-9.60E-01	0.5001	
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	25.149	28.30	1.875	
	Extra L1	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	4.62E-02	-5.38E-04	0.5001	
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	9.4538	7.236	1.875	
	Extra L2	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	8.73E-02	-1.25E-02	0.5001	
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	14.863	13.392	1.875	
	Extra L3	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	7.62E-02	-2.85E-02	0.5001	
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	14.626	11.087	1.875	
	Extra L4	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	2.40E-02	-6.96E-02	0.5001	
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	20.106	11.080	1.875	
	Unión	Intra L1	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	3.25E-01	-2.61E-03	0.5001
			Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	12.808	10.468	1.875
Intra L2		Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	0.60492	7.28E-04	0.5001	
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	17.951	18.495	1.875	
Intra L3		Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	2.40E-01	6.12E-03	0.5001	
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	16.304	15.457	1.875	
Intra L4		Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	2.14E-01	2.59E-03	0.5001	
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	9.4511	7.529	1.875	
Intra L5		Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	3.20E-01	-2.14E-01	0.5001	
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	12.106	13.446	1.875	
Intra L6		Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	0.64194	-2.9973	0.5001	
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	13.203	13.791	1.875	
Intra L7		Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	0.76109	-4.546	0.5001	
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	19.473	22.032	1.875	
Extra L1		Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	5.89E-02	-1.93E-04	0.5001	
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	8.469	7.081	1.875	
Extra L2		Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	7.23E-02	-2.53E-04	0.5001	
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	12.342	11.085	1.875	
Extra L3		Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	1.42E-01	-1.45E-04	0.5001	
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	10.091	9.192	1.875	
Extra L4	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	2.41E-01	-7.66E-05	0.5001		
	Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	8.5374	9.318	1.875		
Extra L5	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	3.03E-01	-9.11E-05	0.5001		
	Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	8.3691	9.375	1.875		
Extra L6	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	0.48388	-8.04E-05	0.5001		
	Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	13.52	15.136	1.875		
Extra L7	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	0.79532	-4.69E-02	0.5001		
	Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	11.9	13.636	1.875		

Tabla A-5 Valores obtenidos, hipótesis de carga A, momento en dirección “y” (AMy)

Hipotesis A Momento y 32.52 Nm									
Zona	Tipo	Deformación total (mm)	Deformación direccional (mm)			Esfuerzo equivalente	Esfuerzo Maximo	Factor de seguridad	
			x	y	z				
Raíz	Intra L1	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	0	0.000	0.5001
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	0	0.000	1.875
	Intra L2	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	0	0.000	0.5001
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	0	0.000	1.875
	Intra L3	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	0	0.000	0.5001
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	0	0.000	1.875
	Intra L4	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	0	0.000	0.5001
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	0	0.000	1.875
	Intra L5	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	0	0.000	0.5001
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	0	0.000	1.875
	Intra L6	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	0	0.000	0.5001
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	0	0.000	1.875
	Intra L7	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	0	0.000	0.5001
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	0	0.000	1.875
	Extra L1	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	0	0.000	0.5001
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	0	0.000	1.875
	Extra L2	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	0	0.000	0.5001
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	0	0.000	1.875
	Extra L3	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	0	0.000	0.5001
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	0	0.000	1.875
	Extra L4	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	0	0.000	0.5001
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	0	0.000	1.875
	Extra L5	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	0	0.000	0.5001
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	0	0.000	1.875
	Extra L6	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	0	0.000	0.5001
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	0	0.000	1.875
	Extra L7	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	0	0.000	0.5001
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	0	0.000	1.875
Borde	Ultimo L1	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	1.83E-03	-9.88E-11	0.5001
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	0.82804	0.693	1.875
	Ultimo L2	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	8.52E-03	5.58E-13	0.5001
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	1.4177	1.519	1.875
	Penultimo L1	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	1.06E-01	1.03E-01	0.5001
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	3.46E-01	0.332	1.875
	Penultimo L2	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	1.85E-01	1.72E-01	0.5001
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	0.60652	0.604	1.875
	Penultimo L3	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	0.284	2.39E-01	0.5001
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	0.65577	0.6225	1.875
	Penultimo L4	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	3.02E-01	2.21E-01	0.5001
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	0.63004	0.527	1.875
	Penultimo L5	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	2.67E-01	1.99E-01	0.5001
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	0.61231	0.50309	1.875
	Penultimo L6	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	1.82E-01	1.52E-01	0.5001
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	0.49524	0.49115	1.875
	Penultimo L7	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	5.51E-02	7.87E-10	0.5001
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	0.50759	0.49668	1.875
	Cuerpo	Minimo	0	-1.07E-01	-8.0693	-1.80E-01	5.13E-02	-5.45E-05	0
		Maximo	17.843	15.916	2.11E-02	3.11E-01	45.994	48.31000	1.875

Tabla A-6. Valores obtenidos, hipótesis de carga A, momento en dirección “y” (AMy)

Hipotesis B Momento y 62.93 Nm									
Zona	Tipo	Deformación total (mm)	Deformación direccional (mm)			Esfuerzo equivalente (Von Mises) (MPa)	Esfuerzo Maximo principal (MPa)	Factor de seguridad	
			x	y	z				
Punta	Intra L1	Minimo	0	-0.19259	-13.904	-3.17E-01	4.69E-04	-3.02E-03	0.51
		Maximo	28.974	25.423	3.50E-02	0.52649	0.77274	0.54559	1.875
	Intra L2	Minimo	0	-0.19259	-13.904	-3.17E-01	1.67E-03	-3.35E-02	0.51
		Maximo	28.974	25.423	3.50E-02	0.52649	1.5204	1.1171	1.875
	Extra L1	Minimo	0	-0.19259	-13.904	-3.17E-01	1.65E-03	-6.17E-04	0.51
		Maximo	28.974	25.423	3.50E-02	0.52649	0.71688	0.5013	1.875
	Extra L2	Minimo	0	-0.19259	-13.904	-3.17E-01	3.00E-03	-3.84E-03	0.51
		Maximo	28.974	25.423	3.50E-02	0.52649	1.4643	1.2713	1.875
Cuerpo	Intra L1	Minimo	0	-0.19259	-13.904	-3.17E-01	2.57E-02	-6.69E-02	0.51
		Maximo	28.974	25.423	3.50E-02	0.52649	26.09	19.363	1.875
	Intra L2	Minimo	0	-0.19259	-13.904	-3.17E-01	0.14711	-2.70E-01	0.51
		Maximo	28.974	25.423	3.50E-02	0.52649	37.66	36.247	1.875
	Intra L3	Minimo	0	-0.19259	-13.904	-3.17E-01	0.13453	-7.39E-01	0.51
		Maximo	28.974	25.423	3.50E-02	0.52649	20.032	28.225	1.875
	Intra L4	Minimo	0	-0.19259	-13.904	-3.17E-01	9.86E-02	-1.64E+00	0.51
		Maximo	28.974	25.423	3.50E-02	0.52649	45.751	51.47	1.875
	Extra L1	Minimo	0	-0.19259	-13.904	-3.17E-01	7.66E-02	-9.41E-04	0.51
		Maximo	28.974	25.423	3.50E-02	0.52649	16.696	12.770	1.875
	Extra L2	Minimo	0	-0.19259	-13.904	-3.17E-01	0.14358	-2.10E-02	0.51
		Maximo	28.974	25.423	3.50E-02	0.52649	26.216	24.370	1.875
	Extra L3	Minimo	0	-0.19259	-13.904	-3.17E-01	0.12584	-5.86E-02	0.51
		Maximo	28.974	25.423	3.50E-02	0.52649	26.597	19.038	1.875
	Extra L4	Minimo	0	-0.19259	-13.904	-3.17E-01	4.35E-02	-1.22E-01	0.51
		Maximo	28.974	25.423	3.50E-02	0.52649	36.59	19.215	1.875
Unión	Intra L1	Minimo	0	-0.19259	-13.904	-3.17E-01	0.66175	-5.00E-03	0.51
		Maximo	28.974	25.423	3.50E-02	0.52649	22.097	18.276	1.875
	Intra L2	Minimo	0	-0.19259	-13.904	-3.17E-01	1.115	1.30E-03	0.51
		Maximo	28.974	25.423	3.50E-02	0.52649	30.853	33.489	1.875
	Intra L3	Minimo	0	-0.19259	-13.904	-3.17E-01	0.46368	1.07E-02	0.51
		Maximo	28.974	25.423	3.50E-02	0.52649	28.365	27.028	1.875
	Intra L4	Minimo	0	-0.19259	-13.904	-3.17E-01	0.43189	2.45E-03	0.51
		Maximo	28.974	25.423	3.50E-02	0.52649	16.471	13.916	1.875
	Intra L5	Minimo	0	-0.19259	-13.904	-3.17E-01	0.68465	-4.10E-01	0.51
		Maximo	28.974	25.423	3.50E-02	0.52649	22.436	24.909	1.875
	Intra L6	Minimo	0	-0.19259	-13.904	-3.17E-01	1.3065	-5.3973	0.51
		Maximo	28.974	25.423	3.50E-02	0.52649	23.972	25.699	1.875
	Intra L7	Minimo	0	-0.19259	-13.904	-3.17E-01	1.6316	-8.208	0.51
		Maximo	28.974	25.423	3.50E-02	0.52649	36.237	41.005	1.875
	Extra L1	Minimo	0	-0.19259	-13.904	-3.17E-01	7.81E-02	-3.43E-04	0.51
		Maximo	28.974	25.423	3.50E-02	0.52649	15.009	12.656	1.875
	Extra L2	Minimo	0	-0.19259	-13.904	-3.17E-01	0.2434	-4.60E-04	0.51
		Maximo	28.974	25.423	3.50E-02	0.52649	21.873	19.883	1.875
	Extra L3	Minimo	0	-0.19259	-13.904	-3.17E-01	0.25068	-2.46E-04	0.51
		Maximo	28.974	25.423	3.50E-02	0.52649	17.786	16.325	1.875
	Extra L4	Minimo	0	-0.19259	-13.904	-3.17E-01	0.35845	-1.58E-04	0.51
		Maximo	28.974	25.423	3.50E-02	0.52649	15.858	17.313	1.875
	Extra L5	Minimo	0	-0.19259	-13.904	-3.17E-01	0.48965	-1.75E-04	0.51
		Maximo	28.974	25.423	3.50E-02	0.52649	15.605	17.488	1.875
Extra L6	Minimo	0	-0.19259	-13.904	-3.17E-01	0.8061	-1.57E-04	0.51	
	Maximo	28.974	25.423	3.50E-02	0.52649	25.197	28.220	1.875	
Extra L7	Minimo	0	-0.19259	-13.904	-3.17E-01	1.3926	-0.08822	0.51	
	Maximo	28.974	25.423	3.50E-02	0.52649	22.24	25.491	1.875	

Tabla A-7. Valores obtenidos, hipótesis de carga B, momento en dirección “y” (BMy)

Hipotesis C Momento y 4894.36 Nm										
Zona	Tipo	Deformación total (mm)	Deformación direccional (mm)			Esfuerzo equivalente (Von Mises) (MPa)	Esfuerzo Maximo principal (MPa)	Factor de seguridad		
			x	y	z					
Punta	Intra L1	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	3.27E-02	-2.34E-01	6.56E-03	
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	60.052	42.472	1.875	
	Intra L2	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	1.36E-01	-2.6026	6.56E-03	
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	118.07	86.945	1.875	
	Extra L1	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	1.25E-01	-4.79E-02	6.56E-03	
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	55.733	39.001	1.875	
	Extra L2	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	2.22E-01	-2.98E-01	6.56E-03	
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	113.87	98.855	1.875	
Cuerpo	Intra L1	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	2.01E+00	-5.20E+00	6.56E-03	
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	2029.3	1506.1	1.875	
	Intra L2	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	11.449	-2.10E+01	6.56E-03	
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	2929.3	2819.4	1.875	
	Intra L3	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	10.465	-5.74E+01	6.56E-03	
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	2180.3	2195.400	1.875	
	Intra L4	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	7.67E+00	-1.28E+02	6.56E-03	
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	3558.3	4003.30	1.875	
	Extra L1	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	5.96E+00	-7.30E-02	6.56E-03	
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	1298.6	993.180	1.875	
	Extra L2	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	11.176	-1.64E+00	6.56E-03	
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	2039.1	1895.400	1.875	
	Extra L3	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	9.7776	-4.56E+00	6.56E-03	
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	2068.7	1480.700	1.875	
	Extra L4	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	3.38E+00	-9.51E+00	6.56E-03	
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	2846	1494.400	1.875	
	Unión	Intra L1	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	51.471	-3.89E-01	6.56E-03
			Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	1718.7	1421.500	1.875
		Intra L2	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	86.733	1.01E-01	6.56E-03
			Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	2399.8	2604.700	1.875
		Intra L3	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	36.065	8.33E-01	6.56E-03
			Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	2206.3	2102.300	1.875
		Intra L4	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	33.593	1.90E-01	6.56E-03
			Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	1281.2	1082.300	1.875
Intra L5		Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	53.229	-3.19E+01	6.56E-03	
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	1745	1937.300	1.875	
Intra L6		Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	101.62	-419.8000	6.56E-03	
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	1864.5	1998.700	1.875	
Intra L7		Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	126.88	-638.410	6.56E-03	
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	2818.4	3189.200	1.875	
Extra L1		Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	6.07E+00	-2.67E-02	6.56E-03	
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	1167.4	984.410	1.875	
Extra L2		Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	18.935	-3.58E-02	6.56E-03	
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	1701.3	1546.500	1.875	
Extra L3		Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	19.494	-1.92E-02	6.56E-03	
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	1383.4	1269.800	1.875	
Extra L4		Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	27.891	-1.23E-02	6.56E-03	
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	1233.4	1346.500	1.875	
Extra L5		Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	38.089	-1.36E-02	6.56E-03	
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	1213.7	1360.100	1.875	
Extra L6		Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	62.705	-1.22E-02	6.56E-03	
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	1959.7	2194.800	1.875	
Extra L7		Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	108.32	-6.86180	6.56E-03	
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	1729.7	1982.600	1.875	

Tabla A-8. Valores obtenidos, hipótesis de carga C, momento en dirección “y” (CMy)

Hipotesis C Momento y 4894.36 Nm									
Zona	Tipo	Deformación total (mm)	Deformación direccional (mm)			Esfuerzo equivalente (Von Mises) (MPa)	Esfuerzo Maximo principal (MPa)	Factor de seguridad	
			x	y	z				
Raíz	Intra L1	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	0.00E+00	0	6.56E-03
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	0	0	1.875
	Intra L2	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	0.00E+00	0	6.56E-03
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	0	0	1.875
	Intra L3	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	0.00E+00	0	6.56E-03
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	0	0	1.875
	Intra L4	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	0.00E+00	0	6.56E-03
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	0	0	1.875
	Intra L5	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	0.00E+00	0	6.56E-03
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	0	0	1.875
	Intra L6	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	0.00E+00	0	6.56E-03
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	0	0	1.875
	Intra L7	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	0.00E+00	0	6.56E-03
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	0	0	1.875
	Extra L1	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	0.00E+00	0	6.56E-03
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	0	0	1.875
	Extra L2	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	0.00E+00	0	6.56E-03
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	0	0	1.875
	Extra L3	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	0.00E+00	0	6.56E-03
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	0	0	1.875
	Extra L4	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	0.00E+00	0	6.56E-03
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	0	0	1.875
	Extra L5	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	0.00E+00	0	6.56E-03
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	0	0	1.875
	Extra L6	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	0.00E+00	0	6.56E-03
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	0	0	1.875
	Extra L7	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	0.00E+00	0	6.56E-03
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	0	0	1.875
Borde	Ultimo L1	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	1.74E-01	-1.48E-08	6.56E-03
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	104.15	87.674	1.875
	Ultimo L2	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	9.05E-01	-4.82E-09	6.56E-03
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	177.12	188.390	1.875
	Penultimo L1	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	1.26E+01	1.25E+01	6.56E-03
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	43.499	41.872	1.875
	Penultimo L2	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	22.50000	21.14	6.56E-03
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	76.261	78.026	1.875
	Penultimo L3	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	35.02300	2.95E+01	6.56E-03
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	80.639	76.7660	1.875
	Penultimo L4	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	3.77E+01	2.75E+01	6.56E-03
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	78.073	66.14000	1.875
	Penultimo L5	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	33.25300	2.46E+01	6.56E-03
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	75.255	62.62500	1.875
	Penultimo L6	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	2.23E+01	1.84E+01	6.56E-03
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	60.975	60.49300	1.875
	Penultimo L7	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	4.26E+00	1.33E-07	6.56E-03
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	62.785	61.89300	1.875
	Cuerpo	Minimo	0	-14.979	-1081.4	-2.47E+01	6.90E+00	-7.87E-03	6.56E-03
		Maximo	2253.9	1977.7	2.723	40.952	6669.8	6990.40000	1.875

Tabla A-9. Valores obtenidos, hipótesis de carga C, momento en dirección “y” (CMy)

Hipotesis E Carga z 3931.93 N										
Zona	Tipo	Deformación total (mm)	Deformacion direccional (mm)			Esfuerzo equivalente (Von Mises) (MPa)	Esfuerzo Maximo principal (MPa)	Factor de seguridad		
			x	y	z					
Punta	Intra L1	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	1.62E-03	-9.25E-04	6.81E-01	
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	2.2085	1.7775	1.875	
	Intra L2	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	6.62E-03	0.0001	6.81E-01	
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	4.0137	4.6994	1.875	
	Extra L1	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	6.40E-03	-9.61E-05	6.81E-01	
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	1.8383	1.4418	1.875	
	Extra L2	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	1.14E-02	-3.87E-04	6.81E-01	
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	2.8581	3.1852	1.875	
Cuerpo	Intra L1	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	4.89E-02	-3.08E-04	6.81E-01	
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	29.047	29.574	1.875	
	Intra L2	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	0.14349	4.29E-04	6.81E-01	
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	56.809	61.699	1.875	
	Intra L3	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	0.16776	7.88E-03	6.81E-01	
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	61.522	65.114	1.875	
	Intra L4	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	1.57E-01	-6.25E-02	6.81E-01	
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	73.029	79.90	1.875	
	Extra L1	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	4.62E-02	-1.75E-04	6.81E-01	
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	22.106	25.510	1.875	
	Extra L2	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	0.11844	-1.80E-05	6.81E-01	
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	44.791	51.266	1.875	
	Extra L3	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	0.01621	2.61E-07	6.81E-01	
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	38.67	36.581	1.875	
	Extra L4	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	8.45E-02	-6.56E-02	6.81E-01	
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	41.966	34.430	1.875	
	Unión	Intra L1	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	1.0876	-8.65E-03	6.81E-01
			Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	29.012	31.415	1.875
		Intra L2	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	3.4366	5.05E-04	6.81E-01
			Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	45.3	51.330	1.875
		Intra L3	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	2.9385	4.09E-03	6.81E-01
			Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	47.14	50.292	1.875
		Intra L4	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	1.6277	2.03E-02	6.81E-01
			Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	36.719	35.330	1.875
Intra L5		Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	1.5943	-3.96E-01	6.81E-01	
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	36.72	29.896	1.875	
Intra L6		Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	1.5888	-6.2878	6.81E-01	
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	43.861	33.026	1.875	
Intra L7		Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	0.84854	-9.831	6.81E-01	
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	63.548	51.657	1.875	
Extra L1		Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	3.31E-01	-5.50E-04	6.81E-01	
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	23.526	26.637	1.875	
Extra L2		Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	0.54023	5.10E-05	6.81E-01	
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	41.956	48.151	1.875	
Extra L3		Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	0.27399	1.21E-05	6.81E-01	
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	35.784	40.115	1.875	
Extra L4		Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	0.37426	-1.80E-04	6.81E-01	
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	26.481	24.242	1.875	
Extra L5		Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	0.66719	-4.43E-04	6.81E-01	
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	31.433	24.156	1.875	
Extra L6		Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	0.79778	-2.49E-03	6.81E-01	
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	45.802	35.234	1.875	
Extra L7		Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	0.4548	-0.27010	6.81E-01	
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	48.222	32.920	1.875	

Tabla A-10 Valores obtenidos, hipótesis de carga E, fuerza en dirección “z” (EFz)

Hipotesis E Carga z 3931.93 N									
Zona	Tipo	Deformación total (mm)	Deformacion direccional (mm)			Esfuerzo equivalente (Von Mises) (MPa)	Esfuerzo Maximo principal (MPa)	Factor de seguridad	
			x	y	z				
Raíz	Intra L1	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	0.00E+00	0	6.81E-01
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	0	0	1.875
	Intra L2	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	0.00E+00	0	6.81E-01
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	0	0	1.875
	Intra L3	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	0.00E+00	0	6.81E-01
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	0	0	1.875
	Intra L4	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	0.00E+00	0	6.81E-01
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	0	0	1.875
	Intra L5	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	0.00E+00	0	6.81E-01
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	0	0	1.875
	Intra L6	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	0.00E+00	0	6.81E-01
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	0	0	1.875
	Intra L7	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	0.00E+00	0	6.81E-01
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	0	0	1.875
	Extra L1	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	0.00E+00	0	6.81E-01
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	0	0	1.875
	Extra L2	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	0.00E+00	0	6.81E-01
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	0	0	1.875
	Extra L3	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	0.00E+00	0	6.81E-01
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	0	0	1.875
	Extra L4	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	0.00E+00	0	6.81E-01
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	0	0	1.875
	Extra L5	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	0.00E+00	0	6.81E-01
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	0	0	1.875
	Extra L6	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	0.00E+00	0	6.81E-01
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	0	0	1.875
	Extra L7	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	0.00E+00	0	6.81E-01
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	0	0	1.875
Borde	Ultimo L1	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	1.38E-02	-1.76E-11	6.81E-01
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	0.86732	0.757	1.875
	Ultimo L2	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	1.99E-02	1.68E-02	6.81E-01
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	1.6781	1.594	1.875
	Penultimo L1	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	6.40E-02	7.23E-02	6.81E-01
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	0.72049	0.703	1.875
	Penultimo L2	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	0.11914	0.13	6.81E-01
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	1.0222	1.076	1.875
	Penultimo L3	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	0.08684	7.83E-02	6.81E-01
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	1.068	1.1286	1.875
	Penultimo L4	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	6.74E-02	6.58E-02	6.81E-01
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	0.55572	0.55447	1.875
	Penultimo L5	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	7.19E-02	5.68E-02	6.81E-01
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	0.41744	0.39211	1.875
	Penultimo L6	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	6.73E-02	2.46E-02	6.81E-01
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	0.32911	0.19646	1.875
	Penultimo L7	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	8.32E-02	-2.03E-09	6.81E-01
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	0.77846	0.16781	1.875
	Cuerpo	Minimo	0	-0.26931	-2.7817	-5.78E-04	9.93E-02	-8.63E-05	6.81E-01
		Maximo	15.214	14.951	7.30E-02	0.494	84.804	85.07300	1.875

Tabla A-11 Valores obtenidos, hipótesis de carga E, fuerza en dirección “z” (EFz)

Hipotesis H Momento y 3042.69 Nm										
Zona	Tipo	Deformación total (mm)	Deformacion direccional (mm)			Esfuerzo equivalente (Von Mises) (MPa)	Esfuerzo Maximo principal (MPa)	Factor de seguridad		
			x	y	z					
Punta	Intra L1	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	2.03E-02	-1.45E-01	1.05E-02	
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	37.333	26.404	1.875	
	Intra L2	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	8.44E-02	-1.6180	1.05E-02	
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	73.402	54.051	1.875	
	Extra L1	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	7.76E-02	-2.98E-02	1.05E-02	
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	34.648	24.246	1.875	
	Extra L2	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	1.38E-01	-1.85E-01	1.05E-02	
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	70.787	61.455	1.875	
Cuerpo	Intra L1	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	1.25E+00	-3.24E+00	1.05E-02	
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	1261.6	936.27	1.875	
	Intra L2	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	7.1173	-1.30E+01	1.05E-02	
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	1821	1752.7	1.875	
	Intra L3	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	6.5055	-3.57E+01	1.05E-02	
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	1355.5	1364.800	1.875	
	Intra L4	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	4.77E+00	-7.95E+01	1.05E-02	
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	2212.1	2488.70	1.875	
	Extra L1	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	3.70E+00	-4.54E-02	1.05E-02	
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	807.32	617.430	1.875	
	Extra L2	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	6.9478	-1.02E+00	1.05E-02	
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	1267.7	1178.300	1.875	
	Extra L3	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	6.0785	-2.84E+00	1.05E-02	
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	1286.1	920.480	1.875	
	Extra L4	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	2.10E+00	-5.91E+00	1.05E-02	
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	1769.3	929.020	1.875	
	Unión	Intra L1	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	31.998	-2.42E-01	1.05E-02
			Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	1068.5	883.720	1.875
		Intra L2	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	53.92	6.31E-02	1.05E-02
			Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	1491.9	1619.200	1.875
		Intra L3	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	22.42	5.18E-01	1.05E-02
			Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	1371.6	1306.900	1.875
		Intra L4	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	20.884	1.18E-01	1.05E-02
			Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	796.47	672.850	1.875
Intra L5		Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	33.091	-1.98E+01	1.05E-02	
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	1084.8	1204.400	1.875	
Intra L6		Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	63.172	-260.9800	1.05E-02	
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	1159.1	1242.600	1.875	
Intra L7		Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	78.876	-396.880	1.05E-02	
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	1752.1	1982.700	1.875	
Extra L1		Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	3.77E+00	-1.66E-02	1.05E-02	
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	725.72	611.980	1.875	
Extra L2		Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	11.771	-2.23E-02	1.05E-02	
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	1057.6	961.410	1.875	
Extra L3		Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	12.119	-1.19E-02	1.05E-02	
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	860.03	789.370	1.875	
Extra L4		Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	17.339	-7.65E-03	1.05E-02	
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	766.77	837.110	1.875	
Extra L5		Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	23.679	-8.48E-03	1.05E-02	
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	754.52	845.540	1.875	
Extra L6		Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	38.982	-7.60E-03	1.05E-02	
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	1218.3	1364.500	1.875	
Extra L7		Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	67.342	-4.26580	1.05E-02	
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	1075.3	1232.500	1.875	

Tabla A-12. Valores obtenidos, hipótesis de carga H, momento en dirección “y” (HMy)

Hipotesis H Momento y 3042.69 Nm									
Zona	Tipo	Deformación total (mm)	Deformacion direccional (mm)			Esfuerzo equivalente (Von Mises) (MPa)	Esfuerzo Maximo principal (MPa)	Factor de seguridad	
			x	y	z				
Raíz	Intra L1	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	0.00E+00	0	1.05E-02
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	0	0	1.875
	Intra L2	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	0.00E+00	0	1.05E-02
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	0	0	1.875
	Intra L3	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	0.00E+00	0	1.05E-02
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	0	0	1.875
	Intra L4	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	0.00E+00	0	1.05E-02
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	0	0	1.875
	Intra L5	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	0.00E+00	0	1.05E-02
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	0	0	1.875
	Intra L6	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	0.00E+00	0	1.05E-02
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	0	0	1.875
	Intra L7	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	0.00E+00	0	1.05E-02
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	0	0	1.875
	Extra L1	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	0.00E+00	0	1.05E-02
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	0	0	1.875
	Extra L2	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	0.00E+00	0	1.05E-02
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	0	0	1.875
	Extra L3	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	0.00E+00	0	1.05E-02
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	0	0	1.875
	Extra L4	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	0.00E+00	0	1.05E-02
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	0	0	1.875
	Extra L5	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	0.00E+00	0	1.05E-02
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	0	0	1.875
	Extra L6	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	0.00E+00	0	1.05E-02
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	0	0	1.875
	Extra L7	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	0.00E+00	0	1.05E-02
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	0	0	1.875
Borde	Ultimo L1	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	1.08E-01	-1.04E-08	1.05E-02
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	64.747	54.504	1.875
	Ultimo L2	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	5.63E-01	1.70E-09	1.05E-02
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	110.11	117.120	1.875
	Penultimo L1	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	7.86E+00	7.75E+00	1.05E-02
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	27.042	26.031	1.875
	Penultimo L2	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	13.98700	13.14	1.05E-02
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	47.409	48.507	1.875
	Penultimo L3	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	21.77300	1.84E+01	1.05E-02
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	50.131	47.7230	1.875
	Penultimo L4	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	2.34E+01	1.71E+01	1.05E-02
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	48.536	41.11800	1.875
	Penultimo L5	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	20.67300	1.53E+01	1.05E-02
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	46.784	38.93300	1.875
	Penultimo L6	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	1.39E+01	1.14E+01	1.05E-02
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	37.906	37.60700	1.875
	Penultimo L7	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	2.65E+00	-2.79E-08	1.05E-02
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	39.032	38.47700	1.875
	Cuerpo	Minimo	0	-9.3123	-672.3	-1.53E+01	4.29E+00	-4.90E-03	1.05E-02
		Maximo	1401.2	1229.5	1.693	25.459	4146.4	4345.70000	1.875

Tabla A-13. Valores obtenidos, hipótesis de carga H, momento en dirección “y” (HMy)

## Anexos B: Difusión científica

# Structural and Modal Analysis of a Small Wind Turbine Blade Considering Composite Material and the IEC 61400-2 Standard

Miriam Vázquez <sup>1,\*</sup>, Victor López <sup>1,\*</sup>, Rafael Campos <sup>2,\*</sup>, Erasmo Cadenas <sup>1</sup> and Paulina Marin <sup>1</sup>

<sup>1</sup> Faculty of Mechanical Engineering, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia 58000, Mexico; 0849460b@umich.mx (M.V.); ecadenas@umich.mx (E.C.); paulina.marin@umich.mx (P.M.)

<sup>2</sup> Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Cuernavaca 62490, Mexico

\* Correspondence: victor.garza@umich.mx (V.L.); rafael.ca@cenidet.tecnm.mx (R.C.); Tel.: +52-44-31-68-95-86 (R.C.)

**Abstract:** IEC 61400-2 establishes the Simplified Load Method for designing low-power wind turbine blades without considering dynamic loads in the simplified load methodology. This paper analyzes the load hypotheses established by the standard, also considering the natural frequencies in a 900 W blade. The research methodology begins with the design parameters, the application of the BEM Method, and the use of the QBlade software. Then, the load hypotheses of the standard are defined. Finally, the structural design and the modal and structural analysis of the blade were conducted using FEM-based software. The results show that the minimum participation factors are found on the  $z$ -axis and the maximum on the  $x$ - and  $y$ -axis, and their magnitudes decrease when the natural frequency increases. In general, the principal maximum stresses are located in the middle section of the blade, in the external fiberglass layer, both on the intrados and extrados sides. In conclusion, structural scenarios were established to relate the participation factors of the modal analyses with the load hypotheses. The critical scenarios are at natural frequencies below 280 Hz.

**Keywords:** wind turbine blade; finite element method; modal analysis; participation factor; IEC 61400-2 standard

Academic Editor: Frede Blaabjerg

Received: 13 November 2024

Revised: 14 January 2025

Accepted: 23 January 2025

Published: 25 January 2025

**Citation:** Vázquez, M.; López, V.; Campos, R.; Cadenas, E.; Marin, P. Structural and Modal Analysis of a Small Wind Turbine Blade Considering Composite Material and the IEC 61400-2 Standard. *Energies* **2025**, *18*, 566. <https://doi.org/10.3390/en18030566>


**Copyright:** © 2025 by the authors. Licensee MDPI, Basel, Switzerland. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

## 1. Introduction

According to the Mexican Wind Energy Association (AMDEE), Mexico has 7317 MW of installed wind capacity to date [1]. The design methodology for wind turbines, including low-capacity wind turbines (with rotors smaller than 200 m<sup>2</sup>), requires several theories and standards, such as the Blade Element Moment (BEM) methodology, which uses the one-dimensional moment theory, and the blade element theory are applied to determine the geometric and aerodynamic characteristics of the rotor. On the other hand, several authors also use vortex theory to estimate rotor aerodynamics. For example, Arramach, J. et al. [2] proposed a mathematical model for predicting the performance of a wind turbine rotor based on BEM theory. They varied wind speeds to consider centrifugal pumping losses caused by radial flow along the blades. The numerical results were validated with experimental data, such as power and torque curves, and agreement with the mathematical models. De Freitas Pinto, R.L. and Furtado Gonçalves, B.P. [3] presented an analysis on the aerodynamic optimization of the drag effects of a horizontal axis turbine based on the BEM theory, proposing a nonlinear programming problem with equality and inequality constraints, with an optimal relationship of the blade tip operating speed and the



# Corrosion resistance assessment of hybrid coatings in acid rain

G. Carbajal De la Torre<sup>1</sup> · M. Vázquez-Padilla<sup>1</sup> · V. López-Garza<sup>1</sup> · M. A. Espinosa-Medina<sup>1</sup> 

Received: 13 September 2024 / Accepted: 29 November 2024  
© The Author(s), under exclusive licence to The Materials Research Society 2024

## Abstract

The corrosion resistance of hybrid ZrO<sub>2</sub>/PMMA and TiO<sub>2</sub>/PMMA coatings in an artificial acid rain solution was evaluated using electrochemical techniques. ZrO<sub>2</sub> and TiO<sub>2</sub> ceramic phases were synthesized via alkoxide sol–gel, while the PMMA phase was created through polymerization. The resulting ceramic and polymeric phases were combined and applied as coatings on an aluminum alloy substrate, forming a continuous, homogeneous layer. Potentiodynamic tests showed reduced current density in TiO<sub>2</sub>/PMMA and ZrO<sub>2</sub>/PMMA coatings, lowering from 8.7 to 1.38 and 1.04 μA/cm<sup>2</sup>, respectively, which indicated enhanced corrosion resistance in acid rain solution. Similarly, EIS results revealed high impedance values of 21.5 and 8.5 kΩ·cm<sup>2</sup> for ZrO<sub>2</sub>/PMMA and TiO<sub>2</sub>/PMMA coatings, respectively. These results demonstrated the coatings' efficacy as physical barriers against corrosion. Scanning Electron Microscopy further complemented these findings, confirming improved structural integrity in the hybrid coatings.

## Introduction

The sol–gel process is a recognized method for developing materials for applications such as coatings and thin ceramic films, offering advantages over traditional techniques [1–4]. Ceramic coatings serve as protective layers for metals and alloys, enhancing corrosion and wear resistance without altering the substrate's mechanical properties [5–7]. A primary application of the sol–gel method is the deposition of thin metal oxide layers on glass, ceramic, or metal substrates. Dip coating with sol–gel substances effectively improves the physicochemical properties of surfaces, regardless of geometry.

Protective metal oxide coatings (e.g., Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, Cr<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, ZrO<sub>2</sub>, SiO<sub>2</sub>) have been shown to enhance corrosion resistance at high temperatures [8]. The degradation of these coatings depends on time, temperature, environment, and microstructure. Sol–gel coatings using metallic alkoxides and applied by dip coating offer improved homogeneity and greater resistance to corrosion and wear. This method provides advantages, such as high purity, low processing temperatures, and compositional control [9].

Commercial alloys are prone to atmospheric corrosion, especially in urban, industrial, and coastal areas with high NaCl content and pollutants that acidify rain [10]. In major Mexican cities (e.g., Mexico City), metallic infrastructure is highly affected by pollution from industrial activities and vehicle emissions [11]. Similarly, coastal areas with industrial activity exhibit higher rain acidity, with pH levels as low as 3.48 measured on the Gulf of Mexico [12]. Hybrid composites, such as 3-(trimethoxysilyl)propylmethacrylate (TMSPM) and methylmethacrylate (MMA), combined with SiO<sub>2</sub>–Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> [7], SiO<sub>2</sub>–Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/(P(MMA-AMA)), SiO<sub>2</sub>–ZrO<sub>2</sub>/P(MMA-AMA) [13], and SiO<sub>2</sub> nanoparticles/PMMA [14], have shown excellent corrosion protection in acid and saline environments versus the metal substrates.

This study evaluates corrosion resistance of coatings on a commercial aluminum alloy in simulated acid rain by electrochemical techniques, providing an alternative for protecting aluminum alloys in coastal areas with industrial activity. Ceramic and hybrid coatings were developed via sol–gel and applied by immersion on A6061-T6 aluminum plates. Results were complemented with scanning electron microscopy analysis.

✉ M. A. Espinosa-Medina  
maresmed@gmail.com

<sup>1</sup> Facultad de Ingeniería Mecánica, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, 58000 Morelia, Mexico

10° CONGRESO INTERNACIONAL DE  
**BIOMATERIALES**  
E INGENIERÍA DE ÓRGANOS Y TEJIDOS  
2023



**LA REDBIOT Y LA UNIVERSIDAD JUÁREZ DEL ESTADO DE DURANGO EN CONJUNTO CON LA FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS DURANGO**

OTORGA LA PRESENTE CONSTANCIA A:

**Miriam Vázquez Padilla, Víctor López Garza**

---

Por su participación con la presentación del trabajo de investigación titulado “METODOLOGIAS DE DISEÑO DE ÁLABES DE TURBINAS EOLICAS” dentro de las actividades del 10° Congreso Internacional de Biomateriales e Ingeniería de Órganos y Tejidos, llevado a cabo del 27 al 29 de septiembre de 2023.

“Por mi raza hablará el espíritu”  
Victoria de Durango, Dgo., a 29 de septiembre de 2023.

ATENTAMENTE  
DR. MIGUEL ANGEL ESCOBEDO BRETADO  
DIRECTOR DE LA FACULTAD DE  
CIENCIAS QUÍMICAS





Secretaría de Educación



COTACYT  
Consejo Tamaulpeco de Ciencia y Tecnología



# V CONGRESO DE INVESTIGADORAS DEL SNI Y DE IBEROAMÉRICA

Otorga la presente

## CONSTANCIA

a:

# MIRIAM VAZQUEZ PADILLA

Por su destacada participación con el **CARTEL** denominado **Análisis modal de un aspa para una turbina de baja capacidad**, realizada el día 10 de noviembre de 2023, en la Ciudad y Puerto de Tampico, Tamaulipas, México.

Dra. Angélica Mendieta Ramírez  
Directora de la Facultad de Ciencias de la Comunicación  
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla  
Presidenta del Congreso

Dra. Elsa Margarita Hernández Rejón  
Directora del Centro de Estudios Territoriales y del Hábitat  
Facultad de Ingeniería Tampico, Universidad Autónoma de Tamaulipas  
Vicepresidenta del Congreso





DIRECCIÓN DIVISIONAL DE MARCAS.

SUBDIRECCIÓN DIVISIONAL DE  
PROCESAMIENTO ADMINISTRATIVO DE  
MARCAS.

COORDINACIÓN DEPARTAMENTAL DE  
RECEPCIÓN Y CONTROL DE  
DOCUMENTOS.

#### CÉDULA DE NOTIFICACIÓN

De conformidad con el artículo 13 del Reglamento de la Ley de la Propiedad Industrial; en la Ciudad de México, siendo las 13:14:34 del 06/05/2025, yo VICTOR LOPEZ GARZA siendo persona interesada o facultada por el (los) titular(es) solicitante(s) para oír y recibir notificaciones, recibo vía comunicación electrónica los oficios identificados con los códigos de barra correspondientes a los expedientes que se encuentran listados en la relación que abajo se indica.

FOLIO DE SALIDA	EXPEDIENTE
20250560561	3148404
TOTAL DE OFICIOS ENTREGADOS	1

El notificado manifiesta:

Que asume la responsabilidad por el uso de su nombre, de su CURP y contraseña por persona distinta a la autorizada, quedando bajo su exclusiva responsabilidad y acepta como propia la información que ésta envíe o reciba a través del PASE o de los servicios electrónicos del Instituto. Que declara bajo protesta de decir verdad, que recibe todos y cada uno de los documentos aquí descritos. Con la fecha y hora referidas ha recibido la información señalada de la que se acusa recibo.

El presente documento electrónico ha sido firmado mediante el uso de la firma electrónica avanzada por el servidor público competente, amparada por un certificado digital vigente a la fecha de su elaboración, y es válido de conformidad con lo dispuesto en los artículos 7 y 9 fracción I de la Ley de Firma Electrónica Avanzada y artículo 12 de su Reglamento.

El presente documento electrónico, su integridad y autoría, se podrá comprobar en <https://www.gob.mx/imp>

#### CARACTERES DE AUTENTICIDAD DEL USUARIO QUE RECIBE

6sddgJcTtXLek+jC9dvJjrrJMBaUm1DOhReihqJt7BtNBPSeyOnx5V9D6/Tj5QKD

#### FIRMA DEL NOTIFICADOR

olqr/a7Da6jYemD/Uy+hi18PXw9nvYRiqY4G3TcpfZWwr18GzYHYsTfmNugg96i6mtfcU/obiMRMEgTnzZ8nOm9Rt0g0BVSymGXOyArubEfRCWp22tAydy+vVlh2049JmhVu72RIFT8W18HualNhU6e8ePxf57iqdWo4poTundjaA3i0uK/i4foWVjtdiZfNztlQch42NwDw6mdPAT+5XAXQj98tN5HXtjQwcMZ0eLo9uMOAMQmxwY6EUnN2EjeJOKYrnkrjBIBScin2b9dDsl4MkoKdnmNqzL5JnQfcqUYKIQ3szZDUO2C154lszth7jfl6ehWMWid8GfR9O+LZQ==

## ASSPA



EXPEDIENTE: **3148404** FECHA DE PRESENTACIÓN: **24/Abril/2024 12:37:56 PM**  
FECHA DE VIGENCIA: **14/Abril/2035**

TITULAR: VICTOR LOPEZ GARZA, MIRIAM VAZQUEZ PADILLA, GERARDO HURTADO ARTEAGA, CHRISTIAN ERIK CASILLAS FARFAN, ERASMO CADENAS ---continúa---

DOMICILIO DEL TITULAR: JOAQUIN ARIAS NUM. EXT. 35, FRACC. ARKO SAN MATEO MORELIA, MICHOACÁN DE OCAMPO 58337 MEXICO

CLASE: 42

SE APLICA A: DESARROLLO DE SOFTWARE EN EL MARCO DE LA EDICIÓN DE SOFTWARE; DISEÑO DE MODELOS SIMULADOS POR ORDENADOR / DISEÑO DE MODELOS SIMULADOS POR COMPUTADORA; DISEÑO DE SOFTWARE; INVESTIGACIÓN EN EL ÁMBITO DE LA TECNOLOGÍA DE LA INTELIGENCIA ARTIFICIAL;

TOTAL DE VIENA 6  
CODIGOS DE VIENA 15.1.13, 27.5.5, 27.5.10, 27.5.21, 27.5.24, 29.1.4

La impresión del signo distintivo en este título, puede presentar variaciones en el tono de los colores respecto al presentado en la solicitud de registro.

El registro de referencia se otorga con fundamento en los artículos 1, 2, fracción I, 5, fracción I, 230 y 231 de la Ley Federal de Protección a la Propiedad Industrial.

De conformidad con el artículo 178 de la Ley Federal de Protección a la Propiedad Industrial, el presente registro tiene una vigencia de diez años contados a partir de la fecha de su otorgamiento y podrá renovarse por períodos de la misma duración, en términos de lo establecido en los artículos 233 y 237 del mismo Ordenamiento Legal.

Quien suscribe el presente título lo hace con fundamento en los artículos PRIMERO y CUARTO TRANSITORIOS, 2, fracción I, 5, fracción I, 9, 10, 17, 18 y 21 de la Ley Federal de Protección a la Propiedad Industrial; 3, 4, 5 BIS, 13, 14 y 15 del Reglamento de la Ley de la Propiedad Industrial 1, 3, fracción V, inciso b), subíndice i), primero y segundo guion, subíndice ii), primero y segundo guion, subíndice iii), primero, segundo y tercer guion, subíndice iv), primero y segundo guion, según corresponda, 4, 5, 11, fracción II y último párrafo, así como 13, fracción III del Reglamento del Instituto Mexicano de la Propiedad Industrial; 1, 3, 4, 5, fracción V, inciso b), subíndice i), primero y segundo guion, subíndice ii), primero y segundo guion, subíndice iii), primero, segundo y tercer guion, subíndice iv), primero y segundo guion, según corresponda, 15, fracción II, así como último párrafo, 17, fracción III, 26, 28 y 31 del Estatuto Orgánico de este Instituto; y PRIMERO TRANSITORIO, 1, 3 y 6, fracción I), así como párrafos antepenúltimo y penúltimo del Acuerdo Delegatorio de Facultades del Instituto Mexicano de la Propiedad Industrial.

Los Ordenamientos Legales antes citados, así como sus respectivos Decretos, Acuerdos, Aclaraciones y Notas Aclaratorias que los reformaron o derogaron, según corresponda, fueron debidamente publicados en el Diario Oficial de la Federación, precisando que los mismos se encuentran vigentes a la fecha de emisión del presente título.

El presente documento electrónico ha sido firmado mediante el uso de la firma electrónica avanzada por el servidor público competente, amparada por un certificado digital vigente a la fecha de su elaboración, y es válido de conformidad con lo dispuesto en los artículos 7 y 9, fracción I de la Ley de Firma Electrónica Avanzada; 12 de su Reglamento, así como 69-C de la Ley Federal de Procedimiento Administrativo.

CIUDAD DE MÉXICO, A 14 DE ABRIL DE 2025  
SUBDIRECTOR DIVISIONAL DE EXAMEN DE SIGNOS DISTINTIVOS 'B'



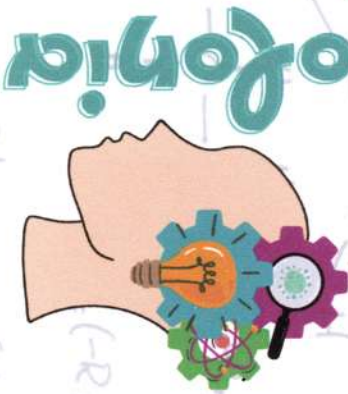


Continuación de Titulares

Titular(es)

CALDERON, MARCO ANTONIO ESPINOSA MEDINA

Scientia



Scientia

oforga el presente

# reconocimiento

o:

M.C. Miriam Vázquez Padilla

Por su colaboración en el capítulo No.10 Titulado: Energía Eólica,  
del Podcast "Con-Sciencia", el día 5 de diciembre de 2024.

DR. SAÚL DOMÍNGUEZ GARCÍA

REPRESENTANTE DE COLONIA SCENTIA

¡escúchanos en Spotify!



con-Sciencia



Podcast



Otorgan la presente

# CONSTANCIA

Miriam Vázquez Padilla

Por su participación como:

Colaborador

En el taller:

## LA SUPER ENERGÍA DE VIENTO

En el 31 TIANGUIS DE LA CIENCIA realizado los días 21 y 22 de abril, en las instalaciones de Ciudad Universitaria de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo Morelia, Michoacán; abril 2023

Dr. Jesús Campos García  
Coordinador de la Investigación Científica

Dr. Horacio Cano Camacho  
Jefe del Departamento de Comunicación de la Ciencia

UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO  
COORDINACIÓN DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA  
DEPARTAMENTO DE COMUNICACIÓN DE LA CIENCIA

OTORGAN LA PRESENTE

# CONSTANCIA

A: **MIRIAM VAZQUEZ PADILLA**

Por su participación como colaborador en el taller:

## LA MAGIA DEL VIENTO

En el 32 Tianguis de la Ciencia, realizado en Ciudad Universitaria  
Morelia Michoacán, 19 y 20 de abril de 2024.

  
[Redacted Name]  
DR. JESÚS CAMPOS GARCÍA  
Coordinador de la Investigación Científica

  
[Redacted Name]  
DR. HORACIO CANO CAMACHO  
Jefe del Departamento de Comunicación de la Ciencia





La Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, a través de la Coordinación de Planeación, Infraestructura y Fortalecimiento Universitario, la Coordinación de Proyectos Transversales y Responsabilidad Social Institucional y la Facultad de Arquitectura

Otorga la presente

# CONSTANCIA

**A:** **Miriam Vázquez Padilla**

Por su participación como expositora en el

**Tianguis de Proyectos de  
Sustentabilidad**

En el marco de la 2a. Jornada por la Tierra y los ODS  
Morelia, Mich. a 24 de abril del 2024.

---

M.I. Cindy Lara Gómez  
Coordinadora de Planeación, Infraestructura y  
Fortalecimiento Institucional

---

Dr. Axel Becerra Santacruz  
Director de la Facultad de Arquitectura



**Universidad  
Intercultural  
Indígena  
de Michoacán**

La Universidad Intercultural Indígena de Michoacán, a través de la dirección académica, otorga la presente

# CONSTANCIA

A: **MIRIAM VAZQUEZ PADILLA**

Por su participación en la exposición de temas de investigación en energía eólica realizadas en el Posgrado de Facultad de Ingeniería Mecánica de la UMSNH para los alumnos del sexto semestre de la escuela de Ingeniería en Innovación Tecnológica Sustentable de la UIIM sede Tirindaro Michoacán, los cuales realizaron una visita académica el día 30 de junio del 2023.

Se expide la presente a petición del interesado para los usos y fines legales que correspondan.

Pátzcuaro, Michoacán, a 7 de julio del 2023

**ATENTAMENTE**

  
**Dr. Luis Bernardo López Sosa**  
Director Académico **DIRECCIÓN**  
[dacademica@uiim.edu.mx](mailto:dacademica@uiim.edu.mx) **ACADÉMICA**





LA **UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN  
NICOLÁS DE HIDALGO**

Y LA

**FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA**

A TRAVÉS DE LA

**DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**

OTORGAN LA PRESENTE

# CONSTANCIA

A: **M.C. MIRIAM VÁZQUEZ PADILLA**

**POR SU VALIOSA PARTICIPACIÓN COMO ORGANIZADORA EN LAS ACTIVIDADES DEL “XX ANIVERSARIO DE LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA”**



MORELIA, MICHOACÁN A 08 DE NOVIEMBRE DE 2021

**M.C. LUIS ERNESTO CEJA MARTÍNEZ**  
**DIRECTOR DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA DE LA UMSNH**



El Centro de Investigación en  
Materiales Avanzados, S.C.

otorga la presente

# Constancia

a:

**Miriam Vázquez Padilla**

**Por su participación en el:**

**Curso “Mecánica de materiales y análisis estructural  
con elementos finitos”**

Como parte de las actividades del Mes de la Metalurgia 2021.

Chihuahua, Chih., a 27 de abril 2021.

*A A A A A*

*[Handwritten signature]*

*[Handwritten signature]*

*[Handwritten signature]*

**Dr. Alfredo Aguilar Elguezabal**  
Director Académico.

**Dr. Alberto Díaz Díaz.**  
Instructor.

UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO



FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA  
COORDINACIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA



*OTORGA LA PRESENTE*

**C O N S T A N C I A    A:**

**Miriam Vázquez Padilla**

Por haber aprobado satisfactoriamente el curso en línea:

**Diseño de Perfiles Aerodinámicos**

Impartido como parte de las acciones de formación académica integral con apoyo de las instalaciones de la FIM, Edificio J, Ciudad Universitaria

Curso con valor curricular de 48 hrs.

**Del 21 de octubre al 16 de diciembre del 2022**

bZfM5xK1bH



Morelia Mich.  
16 de diciembre de 2022

M.C. LUIS ERNESTO CEJA MARTÍNEZ

DIRECTOR DE LA FIM

M.C. JOSÉ ALEJANDRO CHÁVEZ CORTÉS

COORDINADOR CDEC



Educación Continua



La Sociedad Latinoamericana de Ciencia y Tecnología

Otorga el presente

# RECONOCIMIENTO

a:

## MIRIAM VÁZQUEZ PADILLA

Por su exitoso desempeño como

### EVALUADOR

en la XVII edición del Concurso Iberoamericano de Proyectos  
Estudiantiles de Ciencia y Tecnología

**SEDE REGIONAL MICHOACÁN**

Morelia, Michoacán, México a 31 de marzo de 2023

  
Mtra. Erika Janet Resendiz Villalpando  
Coordinadora Estatal SOLACYT



  
Dr. Alejandro Amín Lemus Amezcua  
Delegado Estatal SOLACYT





CCH-UNAM: 7520



**EL BACHILLERATO LICEO MICHOACANO OTORGA A:**

**MTRA. MIRIAM VÁZQUEZ PADILLA**

La presente CONSTANCIA por su participación como SINODAL en los proyectos de investigación científica de Cibernética y Computación 2 y Taller de Robótica de alumnos del Liceo Michoacano, en la Feria de Ciencias; celebrada el día 30 de mayo de 2024 en la ciudad de Morelia – México.



**DIRECCION**  
CCH UNAM-CLAVE 7520

**MTRA. YVONNE PINEDA MÁRQUEZ**

**Dirección General**

Morelia, Michoacán a 13 de septiembre de 2023

**A QUIEN CORRESPONDA:**

El que suscribe C. Dr. Fernando Vázquez García, Director General Honorífico, hace de su conocimiento que la **M.C. MIRIAM VÁZQUEZ PADILLA**, desarrolló clases de asesorías de Matemáticas en nuestro Instituto Pedagógico Juan Amos Comenio en el Nivel de Bachillerato durante el ciclo escolar 2021-2022, 2022-2023.

Sin otro asunto en lo particular, agradecemos a atención prestada a la presente, esperando sea de utilidad a la interesada.



ATENTAMENTE

  
DR. FERNANDO VÁZQUEZ GARCÍA  
DIRECTOR GENERAL

C.c.p. El archivo.



La Facultad de Ingeniería Mecánica dependiente de la  
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo



OTORGA EL PRESENTE  
Reconocimiento

A: Miriam Vázquez Padilla

Por haber participado como ponente en las "*Jornadas Intensivas de Asesorías Académicas*" llevadas a cabo del 25 al 29 de noviembre de 2024, con duración de 20 horas, en las instalaciones del edificio W en Ciudad Universitaria.


Morelia, Michoacán a 29 de noviembre de 2024.



Facultad de  
Ingeniería Mecánica

  
M. C. Mario Alberto Ortiz Ruiz  
Secretario Académico de la FIM

  
Dra. Alicia Aguilar Corona  
Coordinadora  
Programa de Asesorías Académicas  
Lic. en Ing. Mecánica

  
M. C. Oracio García Lara  
Coordinador  
Programa de Asesorías Académicas  
Lic. en Ing. Mecatrónica



2021 - 2027

Irapeo, Charo, 09 de enero 2024.

**A QUIEN CORRESPONDA:**

Por medio de la presente, se hace constar que la **M.C. Miriam Vázquez Padilla** impartió el curso de asesoría de la materia de Física, Calculo Diferencial e Integral para los alumnos que se llevaron a Título de Suficiencia, dicho curso se desarrolló del 9 al 20 de octubre del 2023.

**ATENTAMENTE:**

*M*  
*Violeta Yunuen Mata Ponce*  
**D.C.E. Violeta Yunuen Mata Ponce**  
**Coordinadora de Tronco Común**  
**CECyTEM 34 Irapeo**



SEP

Colegio de Estudios Científicos  
y Tecnológicos del Estado de  
Michoacán,  
PLANTEL IRAPEO  
CLAVE: 16ETC0035X  
IRAPEO, MICHOACÁN



Loma de las Liebres #180,  
Fracc. Lomas del Sur, C.P. 58095,  
Morelia, Michoacán.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] “amdee Asociación Mexicana de Energía Eólica.” Accessed: Jun. 25, 2024. [Online]. Available: [https://amdee.org/es\\_es/](https://amdee.org/es_es/)
- [2] H. Lu, P. Zeng, and L. Lei, “Modal Characteristics of Novel Wind Turbine Rotors with Hinged Structures,” in *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, Institute of Physics Publishing, Mar. 2018. doi: 10.1088/1757-899X/326/1/012009.
- [3] L. Wang, T. H. Cheng, X. D. Tang, and J. G. Qian, “Vibration and damping analysis of carbon fiber wind turbine blade with viscoelastic damping treatment,” in *Advanced Materials Research*, Trans Tech Publications Ltd, 2014, pp. 192–196. doi: 10.4028/www.scientific.net/AMR.1008-1009.192.
- [4] L. K. Tartibu, M. Kilfoil, and V. Der Merwe, “VIBRATION ANALYSIS OF A VARIABLE LENGTH BLADE WIND TURBINE,” 2012.
- [5] Moaveni Saeed, *FINITE ELEMENT ANALYSIS Theory and Application with ANSYS*. Minnesota State University, Mankato: PRENTICE HALL, 1999.
- [6] AEN/CTN 206 and Producción de energía eléctrica UNESA, “Norma española IEC 61400-2,” IEC 61400-2, 2014 [Online]. Available: [www.aenor.es](http://www.aenor.es)
- [7] R. H. Barnes, E. V. Morozov, and K. Shankar, “Improved methodology for design of low wind speed specific wind turbine blades,” *Compos Struct*, vol. 119, pp. 677–684, Dec. 2014, doi: 10.1016/j.compstruct.2014.09.034.
- [8] H. Boudounit, M. Tarfaoui, and D. Saifaoui, “Modal analysis for optimal design of offshore wind turbine blades,” in *Materials Today: Proceedings*, Elsevier Ltd, 2019, pp. 998–1004. doi: 10.1016/j.matpr.2020.04.373.
- [9] T. T. Thomas, M. M. Narkhede, B. S. Patil, and A. Mogra, “Analysis of Wind Turbine Blade Having i Shaped Spar Using Both Epoxy Fiber and Carbon Fiber Using FEM,” in *Materials Today: Proceedings*, Elsevier Ltd, 2017, pp. 2573–2579. doi: 10.1016/j.matpr.2017.02.111.
- [10] M. Menghini, A. Martínez Del Pezzo, A. Scarabino, and M. Actis, “DETERMINACIÓN NUMÉRICA Y EXPERIMENTAL DEL INCREMENTO EN LAS FRECUENCIAS NATURALES DE UNA PALA DE GENERADOR EÓLICO DEBIDO A SU ROTACIÓN.”
- [11] R. Kumar, N. Gopal, R. Gedhar, and K. V Nagendra Gopal, “Optimized design and finite element based modal analysis of a horizontal axis wind turbine blade Analytical and Numerical Modeling of Shape Memory Polymers View project Development and application of CFD for aeroelastic modelling for application to flexible aircraft dynamics and turbomachinery View project Optimized design and finite element based modal analysis of a horizontal axis wind turbine blade,” pp. 4–6, 2013, doi: 10.13140/RG.2.1.5092.6320.

- [12] T. H. Cheng, Y. De Shen, M. Ren, L. Q. Lin, and J. W. Qu, "Static analysis of composite laminate wind turbine with different lamination methods," in *Advanced Materials Research*, Trans Tech Publications, 2014, pp. 717–720. doi: 10.4028/www.scientific.net/AMR.915-916.717.
- [13] W. T. Thomson, *Theory of Vibration with Applications*, Fourth Edition. Santa Barbara, California: Springer US, 1993. doi: 10.1007/978-1-4899-6872-2.
- [14] T. Burton, D. Sharpe, N. Jenkins, and E. Bossanyi, *Wind Energy Handbook*. Baffins Lane, Chichester: John Wiley & Sons, LTD, 2001.
- [15] J. F. Manwell, J. G. McGowan, and A. L. Rogers, "Wind Energy Explained: Theory, Design and Application," 2010.
- [16] D. I. Chortis, "Structural Analysis of Composite Wind Turbine Blades Nonlinear Mechanics and Finite Element Models with Material Damping." [Online]. Available: <http://www.springer.com/series/11859>
- [17] D. Wood, "Small Wind Turbines: Analysis, Design, and Application," 2011, *Springer Verlag*. doi: 10.1007/978-1-84996-175-2.
- [18] D. A. Spera, "Wind Turbine Technology: Fundamental Concepts in Wind Turbine Engineering, Second Edition."
- [19] "Finite Element Analysis Theory and Applications with ANSYS - Saeed Moaveni".
- [20] K. Y. Maalawi and M. A. Badr, "Frequency optimization of a wind turbine blade in pitching motion," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*, vol. 224, no. 4, pp. 545–554, Jan. 2010, doi: 10.1243/09576509JPE907.
- [21] G. Hu, W. Sun, A. Wu, and Y. Xu, "Modal analysis of three rotating blades of large wind turbine," in *Applied Mechanics and Materials*, 2012, pp. 697–701. doi: 10.4028/www.scientific.net/AMM.157-158.697.
- [22] M. Ozbek and D. J. Rixen, "Operational modal analysis of a 2.5 MW wind turbine using optical measurement techniques and strain gauges," *Wind Energy*, vol. 16, no. 3, pp. 367–381, 2013, doi: 10.1002/we.1493.
- [23] REAL ACADEMIA ESPAÑOLA, "viento," Real Academia Española. Accessed: Jul. 07, 2024. [Online]. Available: <https://dle.rae.es/viento>
- [24] J. A. Carta, R. Calero, A. Colmenar, and M. A. Castro, *Centrales de energías renovables*. Madrid: Pearson , 2009.
- [25] J. F. Manwell, J. G. McGowan, and A. L. Rogers, *Wind Energy Explained: Theory, Design and Application*, Second Edition. USA, 2010.

- [26] Y. Mohamed El-Okda, "Design methods of horizontal axis wind turbine rotor blades," *Int. J. Industrial Electronics and Drives*, vol. 2, no. 3, pp. 135–150, 2015.
- [27] V. López Garza, "Diseño y manufactura de álabes de turbinas de viento de eje horizontal de baja capacidad para bajas velocidades de viento," Tesis de doctorado, CIATEQ, A. C., Querétaro, 2020. Accessed: May 11, 2025. [Online]. Available: <http://ciateq.repositorioinstitucional.mx/jspui/handle/1020/408>
- [28] P. I. Gabriel and A. Romero Gómez, "Curso de diseño de perfiles aerodinámicos," Morelia, Michoacán, 2022.
- [29] M. S. Selig, "New Airfoils for Small Horizontal Axis Wind Turbines," 1998.
- [30] Airfoil Tools, "Airfoil Tools (SG6043)." Accessed: Jul. 07, 2024. [Online]. Available: <http://airfoiltools.com/airfoil/details?airfoil=sg6043-il>
- [31] W. F. Smith, Javad. Hashemi, G. Nagore Cázares, P. González Caver, Leonarda. Carrillo Avilés, and J. A. Bellido Velasco, *Fundamentos de la ciencia e ingeniería de materiales*, Cuarta Edición. Ciudad de México: McGraw-Hill Interamericana, 2006.
- [32] D. R. Askeland, P. P. Fulay, and W. J. Wright, *Ciencia e ingeniería de materiales*, Sexta edición. CENGAGE Learning, 2012.
- [33] R. M. Jones and R. Millard, *Mechanics of composite materials*, Second edition. Virginia: TAYLOR & FRANCIS, 1999.
- [34] E. Barbero, *Introduction to composite materials desing*, THIRD EDITION. New York, 2018.
- [35] M. F. White, *Mecánica de Fluidos*, Quinta Edición. Rhode Island: Mc Graw Hill, 2004.
- [36] D. Marten, J. Saverin, R. Behrens de Luna, and S. Perez-Becker, "QBlade," 2024. Accessed: Aug. 12, 2024. [Online]. Available: <https://docs.qblade.org/>
- [37] D. Marten, J. Saverin, R. Bahrens de Luna, and S. Perez-Becker, "QBlade," QBlade. Accessed: May 19, 2025. [Online]. Available: <https://docs.qblade.org/>
- [38] M. Vázquez, V. López, R. Campos, E. Cadenas, and P. Marin, "Structural and Modal Analysis of a Small Wind Turbine Blade Considering Composite Material and the IEC 61400-2 Standard," *Energies (Basel)*, vol. 18, no. 3, Feb. 2025, doi: 10.3390/en18030566.
- [39] S. S. Rao, *VIBRACIONES MECÁNICAS*, QUINTA EDICIÓN. Miami, 2012.
- [40] DASSAULY SYSTEMES, "Ayuda de SOLIDWORKS." Accessed: May 19, 2025. [Online]. Available: [https://help.solidworks.com/2021/spanish/solidworks/cworks/hidd\\_frequency\\_analysis\\_graph.htm](https://help.solidworks.com/2021/spanish/solidworks/cworks/hidd_frequency_analysis_graph.htm)

- [41] Ansys, "ANSYS Inc," Chapter 15: Analysis Procedures. Accessed: May 19, 2025. [Online]. Available:  
[https://ansyshelp.ansys.com/public/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v251/en/ans\\_thry/thy\\_anproc3.html%23anproc\\_modal\\_pfact](https://ansyshelp.ansys.com/public/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v251/en/ans_thry/thy_anproc3.html%23anproc_modal_pfact)
- [42] "ANSYS Contact Technology Guide." [Online]. Available: <http://www.ansys.com>
- [43] A. Vercher, J. E. Tarancón, and J. Fuenmayor, "Mejora de los elementos de transición en XFEM aplicado a Mecánica de la Fractura Elástica Lineal," Tesis doctoral, UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA , Valencia, 2010.
- [44] D. Socie, M. Mitchell, and E. Caulfield, "Fundamentals of modern fatigue analysis," Illinois, Jan. 1977.
- [45] A. D. Pertuz, D. A. Monroy, S. Monsalve, J. S. León, and O. A. González, "Study of fatigue in sheets of composite pipe of epoxy matrix with glass fiber for tensile loads," *Scientia et Technica Año XXIII*, vol. 3, pp. 479–488, Dec. 2018.
- [46] Dassault Systemes, "SOLIDWORKS," 2025, Student. Accessed: May 13, 2025. [Online]. Available:  
[https://help.solidworks.com/2021/spanish/SolidWorks/cworks/r\\_tsaiwu\\_failure\\_criterion.htm#:~:text=El%20criterio%20Tsai%20DWu%20se,de%20dilataci%C3%B3n\)%20para%20predecir%20errores](https://help.solidworks.com/2021/spanish/SolidWorks/cworks/r_tsaiwu_failure_criterion.htm#:~:text=El%20criterio%20Tsai%20DWu%20se,de%20dilataci%C3%B3n)%20para%20predecir%20errores)

# Miriam Vázquez Padilla Miriam Vázquez Padilla

## ANÁLISIS MODAL DE LAS ASPAS PARA UNA TURBINA EÓLICA DE BAJA CAPACIDAD Y METODOLOGÍA DE EVALUACIÓN DE

 Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

### Detalles del documento

Identificador de la entrega

trn:oid:::3117:461452079

Fecha de entrega

22 may 2025, 11:22 a.m. GMT-6

Fecha de descarga

22 may 2025, 11:41 a.m. GMT-6

Nombre de archivo

ANÁLISIS MODAL DE LAS ASPAS PARA UNA TURBINA EÓLICA DE BAJA CAPACIDAD Y METODOLOG....pdf

Tamaño de archivo

3.7 MB

100 Páginas




31.921 Palabras

144.812 Caracteres

# 19% Overall Similarity


The combined total of all matches, including overlapping sources, for each database.

## Top Sources

- 18%  Internet sources
- 5%  Publications
- 0%  Submitted works (Student Papers)

## Integrity Flags

### 1 Integrity Flag for Review

-  **Replaced Characters**  
517 suspect characters on 17 pages

Letters are swapped with similar characters from another alphabet.

Our system's algorithms look deeply at a document for any inconsistencies that would set it apart from a normal submission. If we notice something strange, we flag it for you to review.

A Flag is not necessarily an indicator of a problem. However, we'd recommend you focus your attention there for further review.

# Formato de Declaración de Originalidad y Uso de Inteligencia Artificial

Coordinación General de Estudios de Posgrado  
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo



A quien corresponda,

Por este medio, quien abajo firma, bajo protesta de decir verdad, declara lo siguiente:

- Que presenta para revisión de originalidad el manuscrito cuyos detalles se especifican abajo.
- Que todas las fuentes consultadas para la elaboración del manuscrito están debidamente identificadas dentro del cuerpo del texto, e incluidas en la lista de referencias.
- Que, en caso de haber usado un sistema de inteligencia artificial, en cualquier etapa del desarrollo de su trabajo, lo ha especificado en la tabla que se encuentra en este documento.
- Que conoce la normativa de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, en particular los Incisos IX y XII del artículo 85, y los artículos 88 y 101 del Estatuto Universitario de la UMSNH, además del transitorio tercero del Reglamento General para los Estudios de Posgrado de la UMSNH.

Datos del manuscrito que se presenta a revisión		
<b>Programa educativo</b>	Doctorado en Ciencia en Ingeniería Mecánica	
<b>Título del trabajo</b>	ANÁLISIS MODAL DE LAS ASPAS PARA UNA TURBINA EÓLICA DE BAJA CAPACIDAD Y METODOLOGÍA DE EVALUACIÓN DE LAS VIBRACIONES DE SU ROTOR	
	<b>Nombre</b>	<b>Correo electrónico</b>
<b>Autor/es</b>	Miriam Vázquez Padilla	0849460b@umich.mx
<b>Director</b>	Erasmus Cadenas Calderón	ecadenas@umich.mx
<b>Codirector</b>	Victor Lopez Garza	victor.garza@umich.mx
<b>Coordinador del programa</b>	Gilberto González Avalos	doc.cs.ingenieria.mecanica@umich.mx gilberto.gonzalez@umich.mx


Uso de Inteligencia Artificial		
Rubro	Uso (sí/no)	Descripción
Asistencia en la redacción	No	

# Formato de Declaración de Originalidad y Uso de Inteligencia Artificial

Coordinación General de Estudios de Posgrado  
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo



Uso de Inteligencia Artificial		
Rubro	Uso (sí/no)	Descripción
Traducción al español	No	
Traducción a otra lengua	No	
Revisión y corrección de estilo	No	
Análisis de datos	No	
Búsqueda y organización de información	No	
Formateo de las referencias bibliográficas	No	
Generación de contenido multimedia	No	
Otro	No	

Datos del solicitante	
Nombre y firma	Miriam Vázquez Padilla 
Lugar y fecha	Morelia, Michoacán 18/05/2025