



**UNIVERSIDAD MICHOACANA
DE SAN NICOLÁS DE
HIDALGO**



**FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA
DOCTORADO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA MECÁNICA**

TESIS

*Optimización basada en la dinámica de fluidos computacional de una turbina
hidráulica para recursos de baja carga.*

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
DOCTOR EN CIENCIAS EN INGENIERÍA MECÁNICA**

PRESENTA:

M. en C. Pablo Guzmán Avalos

ASESOR:

Dr. Sergio Ricardo Galván González

CO-ASESOR:

Dr. Gildardo Solorio Díaz

Morelia, Michoacán. Enero de 2024

Resumen

La energía hidráulica es la fuente de energía renovable que más electricidad ha generado a lo largo de la historia. Existen diferentes tipos de centrales hidroeléctricas, dependiendo de su capacidad de generación. Las centrales macro-hidroeléctricas, que generan una gran cantidad de energía, tienen sistemas complejos que incluyen obras civiles, como presas, y turbinas hidráulicas. Sin embargo, existen un gran número de recursos hídricos de baja carga que aún no han sido explotados debido a la falta de tecnología capaz de extraer una gran cantidad de energía de estos recursos.

Industrias como la del tratamiento de aguas residuales utilizan el agua como materia prima y fluido de trabajo. Las plantas tratadoras de aguas residuales demandan un gran consumo de energía, desde el bombeo del agua hasta la maquinaria utilizada para el tratamiento. Por esta razón, las plantas tratadoras de aguas residuales son un objeto de estudio para recuperar energía a partir de la implementación de centrales micro-hidroeléctricas.

Recientemente, algunas investigaciones han intentado implementar centrales micro-hidroeléctricas. Sin embargo, su eficiencia no ha sido tan alta como la de las centrales macro-hidroeléctricas. En este estudio, se presenta el diseño de una turbina hidráulica basada en la cantidad de energía disponible en una planta tratadora de aguas residuales. El estudio considera el comportamiento del caudal del recurso hídrico a lo largo de un periodo de tiempo. A continuación, se realiza el dimensionamiento de la turbina hidráulica. Luego, se crea un modelo virtual parametrizado del conjunto: tubo de entrada, turbina hidráulica y difusor. Para ello, se utilizan modelos numéricos de dinámica de fluidos computacional (CFD). Finalmente, se adapta una rutina que enlaza automáticamente varios softwares para optimizar la configuración del tubo de entrada, la turbina y el difusor, con el objetivo de maximizar la conversión de energía hidráulica a mecánica.

Los resultados de este estudio sugieren que es posible diseñar centrales micro hidroeléctricas eficientes para plantas tratadoras de aguas residuales.

Palabras clave: recursos hídricos de baja carga, turbina hidráulica, dinámica de fluidos computacional, difusor.

Abstract

Hydraulic energy is the renewable energy source that has generated the most electricity throughout history. There are different types of hydroelectric power plants, depending on their generation capacity. Macro-hydroelectric power plants, which generate a large amount of energy, have complex systems that include civil works, such as dams, and hydraulic turbines. However, there is a large number of low-head water resources that have not yet been exploited due to the lack of technology capable of extracting a large amount of energy from these resources.

Industries such as wastewater treatment use water as a raw material and working fluid. Wastewater treatment plants demand a high energy consumption, from pumping water to the machinery used for treatment. For this reason, wastewater treatment plants are a subject of study to recover energy from the implementation of micro-hydroelectric power plants.

Recently, some research has tried to implement micro-hydroelectric power plants. However, their efficiency has not been as high as that of macro-hydroelectric power plants. In this study, the design of a hydraulic turbine is presented based on the amount of energy available in a wastewater treatment plant. The study considers the behavior of the flow rate of the water resource over a period of time. Next, the hydraulic turbine is dimensioned. Then, a parameterized virtual model of the set is created: inlet pipe, hydraulic turbine, and diffuser. For this, computational fluid dynamics (CFD) numerical models are used. Finally, a routine is adapted that automatically links several software to optimize the configuration of the inlet pipe, turbine, and diffuser, with the objective of maximizing the conversion of hydraulic energy to mechanical energy.

The results of this study suggest that it is possible to design efficient micro hydroelectric power plants for wastewater treatment plants.

Keywords: low-head water resources, hydraulic turbine, computational fluid dynamics, diffuser.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Revisión del Estado del Arte	2
1.1.1. Estimación de la energía en recursos hídricos de baja carga para centrales micro-hidroeléctricas.	4
1.1.2. Turbinas hidráulicas para recursos de baja carga.	6
1.1.3. Optimización de turbinas hidráulicas de baja carga.	7
1.2. Definición del problema	9
1.3. Hipótesis	9
1.4. Objetivo	9
1.4.1. Objetivos específicos	9
1.5. Contribución	10
2. Marco Teórico	11
2.1. Energía hidráulica	11
2.2. Turbomáquinas	12
2.3. Turbinas hidráulicas	13
2.3.1. Turbinas Francis	14
2.3.2. Turbina Kaplan	15
2.3.3. Selección de turbinas hidráulicas	17
2.3.4. Tubo de difusor para turbinas hidráulicas.	18
2.4. Ecuación de Euler para turbinas hidráulicas	20
2.4.1. Análisis energético de un tubo difusor	23
2.4.2. Aspectos teóricos de las centrales hidroeléctricas	26
2.4.3. Ecuación de Bernoulli aplicada a centrales hidroeléctricas	28
2.5. Dinámica de fluidos computacional	30
2.5.1. Secuencia y estructura	30
2.5.2. Ecuaciones Diferenciales de Conservación	32
2.5.3. Conservación de la masa en tres dimensiones	34
2.5.4. Razón de cambio siguiendo una partícula del fluido	35
2.5.5. Ecuación de momentum en tres dimensiones	37
2.6. Algoritmos de optimización	39

2.6.1. Algoritmos genéticos	40
3. Metodología	46
3.1. Evaluación del recurso hídrico	46
3.2. Diseño del rodete	49
3.3. Esquema de optimización de la entrada-difusor	54
3.4. Parametrización de la geometría	55
3.4.1. Relaciones de áreas y de longitud	56
3.4.2. Optimización de la entrada-difusor.	57
3.5. Modelo Numérico	59
3.6. Algoritmo de optimización	60
3.6.1. Condiciones del MIGA para optimizar <i>AR</i> y <i>LR</i>	60
3.6.2. Condiciones del MIGA para optimizar la configuración y forma . .	61
3.7. Función objetivo	62
3.8. Cluster de cálculo	63
4. Resultados y Análisis	65
4.1. Resultados	65
4.1.1. Proceso de optimización	66
4.1.2. Selección de los mejores casos	67
4.1.3. Análisis cuantitativo	72
4.1.4. Análisis de la velocidades	73
4.1.5. Comportamiento de la velocidad absoluta	80
4.1.6. Comportamiento de la presión estática	81
4.2. Discusión	84
5. Conclusiones	86
Bibliografía	92

Índice de figuras

1.1. Esquema de una central hidroeléctrica	2
2.1. Esquema de una central hidroeléctrica	12
2.2. Tipos de turbomáquinas	14
2.3. Esquema de una turbina Francis	15
2.4. Esquema de una turbina Kaplan	16
2.5. Diágrama para la selección de turbinas hidráulicas	18
2.6. Tipos de configuración geométrica para tubos difusores para turbinas hidráulicas	20
2.7. Diagrama de velocidades en el rodete de una turbina	21
2.8. Esquema energético de una central hidroeléctrica	22
2.9. Esquema de alturas para el tubo difusor	24
2.10. Diagrama de una central hidroeléctrica	26
2.11. Esquema de una central hidroeléctrica para la ecuación de Bernoulli	29
2.12. Elemento diferencial de un fluido	33
2.13. Flujos máscicos en el elemento diferencial del fluido	34
2.14. Estado de esfuerzos en una partícula de fluido	39
2.15. Componentes de los esfuerzos en dirección x	39
2.16. El mínimo de $f(x)$ es el mismo que el máximo de $-f(x)$	40
2.17. Representación binaria de un vector de diseño en los algoritmos genéticos	42
3.1. Descarga de agua de una planta tratadora de aguas residuales	47
3.2. Curva de duración de flujo de una planta tratadora de aguas residuales	48
3.3. Esquema para la selección de una turbina hidráulica.	50
3.4. Diágrama de entrada a la turbina hidráulica tipo hélice	50
3.5. Triángulos de velocidad aplicados a una turbina hidráulica	51
3.6. Rodete de la turbina tipo hélice: a) vista de planta y b) vista lateral	52
3.7. Diágrama de la turbina hidráulica tipo hélice acoplada a la entrada y al difusor.	53
3.8. Discretización espacial del dominio de la turbia hidráulica tipo hélice	53
3.9. Malla estructurada del dominio de la entrada, el rodete y el tubo difusor.	54

3.10. Diagrama de flujo para la optimización numérica del conjunto entrada-tubo difusor de una turbina hidráulica tipo hélice	55
3.11. Malla estructurada del modelo acoplado de la entrada, el rodete y el tubo difusor	57
3.12. Visualización de la función de Rosenbrock	62
3.13. Arquitectura del cluster de cálculo empleado para el proceso de optimización	64
3.14. Estaciones de trabajo del cluster de cálculo construido para el trabajo de optimización	64
4.1. Diagrama del modelo de la turbina hidráulica tipo hélice para recursos de baja carga.	67
4.2. Valores propuestos durante el proceso de optimización de los diámetros en el modelo del tubo de entrada, el rodete y el tubo difusor	68
4.3. Valores de las longitudes utilizadas en la optimización	68
4.4. Valores de las funciones objetivos obtenidos en el proceso de optimización	69
4.5. Variación del diámetro del tubo difusor vs las funciones objetivo	69
4.6. Variación de la longitud del tubo difusor vs las funciones objetivo	70
4.7. Diagrama de Pareto para las funciones objetivo del proceso de optimización del modelo de una turbina hidráulica	70
4.8. Valores de las funciones objetivos en los mejores casos de cada generación del proceso de optimización	71
4.9. Espacio de diseño del conjunto entrada, rodete y difusor	71
4.10. Velocidades axiales en la sección B del modelo de la turbina hidráulica.	73
4.11. Velocidades axiales en la sección C del modelo de la turbina hidráulica.	74
4.12. Velocidades axiales en la sección D del modelo de la turbina hidráulica	75
4.13. Modelo_secciones	75
4.14. Velocidades tangenciales en la sección B del modelo de la turbina hidráulica	76
4.15. Velocidades tangenciales en la sección C del modelo de la turbina hidráulica	77
4.16. Velocidades tangenciales en la sección D del modelo de la turbina hidráulica	77
4.17. Velocidades radiales en la sección B del modelo de la turbina hidráulica	78
4.18. Velocidades radiales en la sección C del modelo de la turbina hidráulica	79
4.19. Velocidades radiales en la sección D del modelo de la turbina hidráulica	79
4.20. Grado de reacción de los diferentes casos del proceso de optimización.	80
4.21. Contornos de velocidad a lo largo del modelo acoplado con el tubo de entrada, el rodete y el tubo difusor	81
4.22. Contornos de velocidad en la sección B	81

4.23. Contornos de velocidad en la sección C	82
4.24. Contornos de velocidad en la sección D	82
4.25. Vectores de velocidad en la sección D	82
4.26. Contornos de presión absoluta para los tres casos de las diferentes gene- raciones.	83
4.27. Contornos de presión en la sección B	83

Índice de tablas

2.1. Velocidades específicas N_s de diferentes turbinas	18
2.2. Métodos en Investigación de Operaciones	41
3.1. Energía disponible de la planta tratadora de aguas residuales	48
3.2. Valores de los parámetros avanzados pre-determinados por el algoritmo genético multi-isla.	60
3.3. Valores de los parámetros básicos del algoritmo genético multi-isla.	61
3.4. Definición de los límites de los parámetros a optimizar	61
4.1. Valores de las funciones objetivo identificados en el diagrama de Pareto.	71
4.2. Valores de las variables de diseño obtenidas del diagrama de Pareto.	72

Capítulo 1

Introducción

El incremento en la demanda de electricidad a nivel global se ha convertido en un tema de gran importancia, no solo para lograr satisfacer la demanda eléctrica en cada uno de los países, sino también para mitigar los daños generados en el medio ambiente debido al uso desmedido de combustibles fósiles para la generación de electricidad. En el caso de México, de acuerdo con datos del PRODESEN 2020-2034, en el 2019, el 65.71 % de la capacidad total instalada para la generación de electricidad proviene de tecnologías convencionales y 34.29 % de tecnologías limpias. La generación hidroeléctrica representó el 17 % de la capacidad instalada, con 12,589 MW en 84 centrales hidroeléctricas. En la figura 1.1 se muestra la distribución de energía generada en el año 2019 en México, según cada tecnología. Las energías limpias contribuyen con el 23.46 % en la generación anual, es decir una cantidad de 74,573 GWh, donde las hidroeléctricas aportan el 31.5 % de la generación total (Sener, 2020).

La capacidad de generación de las centrales hidroeléctricas depende de las condiciones naturales del recurso a explotar, estas condiciones son la altura (distancia vertical desde la superficie libre del agua y la sección donde se instala la turbina hidráulica) y el caudal (cantidad de volumen de agua por unidad de tiempo). Según la Secretaría de Energía en México, las centrales de generación de electricidad se clasifican dependiendo de su capacidad instalada, donde si la capacidad instalada es igual o menor a 30 MW se considera micro-generación, en caso de ser mayor a este valor se considera macro-generación, (Sener, 2020).

Recientemente, los proyectos de generación eléctrica han sido orientados hacia las energías renovables. Sin embargo, en caso de la energía hidráulica no habido nuevos proyectos de generación eléctrica en comparación con otras tecnologías, tales como: energía eólica y solar. Algunos factores que no atraen a los inversionistas para nuevos proyectos de energía hidráulica son: se tiene una gran inversión inicial y requiere un tiempo prolongado para la realización del proyecto. Por otro lado, la generación micro-

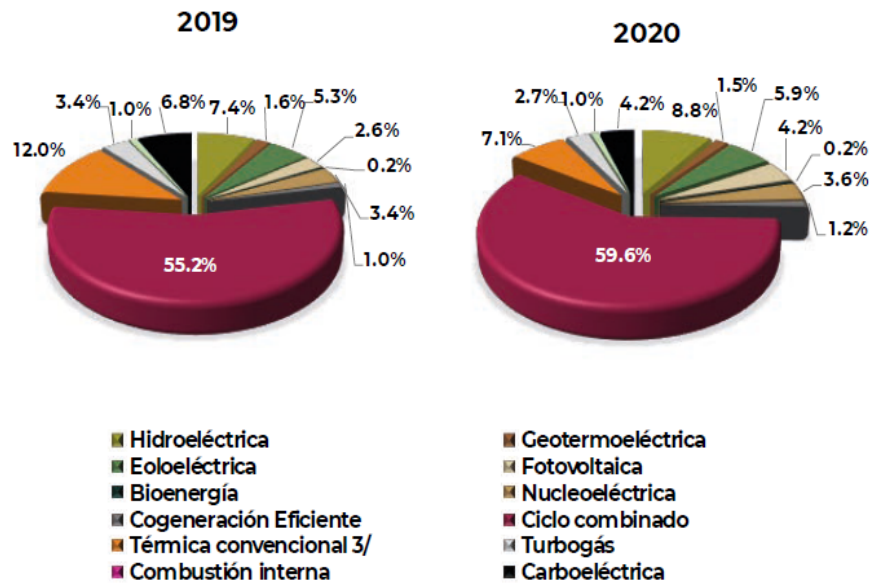


Figura 1.1. Energía producida (MWh) 2019– 2020 (enero-septiembre) por tipo de tecnología (Sener, 2020)

hidroeléctrica se ha convertido en una alternativa para resolver los factores negativos de la hidroeléctrica ya que no afectan el ecosistema ni requieren una alta inversión inicial.

La implementación de centrales micro-hidroeléctricas en recursos hídricos no ha tenido un gran impacto, principalmente debido a tres factores: la selección incorrecta del recurso hídrico, la evaluación incorrecta de la potencia de generación disponible y la selección incorrecta de la turbina hidráulica. Como resultado, las centrales micro-hidroeléctricas tienen una baja cantidad de energía convertida. Para resolver esta falta de eficiencia, diferentes investigaciones han desarrollado metodologías que abordan cada uno de estos factores.

Este trabajo presenta un análisis del potencial energético de un recurso hídrico de baja carga, el diseño de una turbina hidráulica y la optimización del sistema de tubo de entrada, turbina y difusor. Se utilizan herramientas numéricas para maximizar la cantidad de energía convertida por la central micro-hidroeléctrica.

1.1. Revisión del Estado del Arte

La energía hidroeléctrica es una de las más utilizadas a nivel mundial. Las centrales micro-hidroeléctricas tenían un pronóstico de auge para el año 2017, ya que se esperaba que fueran una de las energías renovables con mayor impacto en el mercado de la generación de energía. Esto se debe a que las centrales micro-hidroeléctricas se pueden

instalar en zonas rurales donde no hay acceso a la energía eléctrica, satisfaciendo las necesidades de las comunidades de forma sostenible y económicamente viable, (Balkhair and Rahman, 2017).

La principal ventaja de la micro-hidrogeneración es la nula producción de gases de efecto invernadero, (Strazzabosco et al., 2020). Sin embargo, no ha habido un gran esfuerzo en la implementación de centrales micro-hidroeléctricas en recursos hídricos de baja carga. Por otro lado, el uso de centrales de gran capacidad ha traído daños y cambios ecológicos, tales como daño a bosques y fuentes de minerales, así como la construcción de presas que impacta en gran medida el ecosistema del lugar, (Yildiz and Vrugt, 2019). Kadier et al. (2018), presentaron un revisión del estatus de micro-hidroeléctricas aplicadas en Malasia, donde encontraron muchos recursos hídricos sin explotar.

Los países de mayor desarrollo buscan la sustentabilidad en los procesos que realizan, (Berger et al., 2013). La industria del agua, ya sea para su tratamiento o distribución, es un área potencial para implementar centrales micro-hidroeléctricas. De esta forma, se puede alcanzar el objetivo de la sustentabilidad, al mismo tiempo que se aumenta la capacidad instalada para la generación de electricidad. McNabola et al. (2014), identificaron que la implementación de micro-hidroeléctricas en la industria del agua podría ser una opción para recuperar energía y lograr la sustentabilidad en esta industria. En su investigación demuestran que existe un gran potencial de energía en la industria del agua que puede ser recuperada con el correcto uso de micro-hidroeléctricas, también identificaron que las implementaciones de micro-hidroeléctricas se han hecho de forma incorrecta, ya que los estudios previos a la implementación no toman en cuenta la variación de la eficiencia de la turbina respecto al caudal. Bousquet et al. (2017), establecieron que la recuperación de la energía a través de micro-hidroeléctricas es una manera de enfretar el alto consumo eléctrico de los sistemas de tratamiento de aguas residuales. El trabajo se enfoca en una metodología para la identificación y la evaluación de la factibilidad económica de un recurso hídrico. En su estudio identificó 19 sitios con potencial de energía de hasta 9.3 GWh/año.

Sin embargo, la implementación de las centrales micro-hidroeléctricas se ha frenado debido a que los proyectos de esta índole tienen una tasa de retorno de la inversión alta en comparación de tecnologías como la eólica y la solar (Kadier et al., 2018). Así pues, una de las problemáticas que enfrentan los proyectos de centrales micro-hidroeléctricas es la falta de organización tanto en estimación de la energía disponible en el recurso hídrico, como del diseño y selección de los elementos que componen los sistemas encargados de convertir la energía disponible en energía útil. La implementación de estas centrales es forzada a utilizar la tecnología de centrales hidroeléctricas de gran capa-

cidad, donde los elementos que allí se desempeñan tienen una alta eficiencia de hasta 98 %, (McNabola et al., 2014). Pero las centrales micro-hidroeléctricas no cuentan con un desarrollo tecnológico avanzado que permita alcanzar esas eficiencias, debido a la limitante de baja altura que tienen los recursos hídricos (Jalil et al., 2019).

La conversión de la energía hidráulica a energía mecánica a través de turbinas es un proceso fundamental para el funcionamiento de las centrales micro-hidroeléctricas, (Zhou and Deng, 2017). El desarrollo de este tipo de dispositivos de conversión de energía tiene diferentes etapas, entre las principales se encuentran la etapa de diseño, prueba y rediseño. En la etapa de diseño, se basan en los fundamentos de la mecánica de fluidos y del diseño mecánico para crear un prototipo a escala. El prototipo a escala se somete a pruebas de funcionamiento en un banco de pruebas para evaluar su rendimiento. Una vez hecho las pruebas, se puede hacer un rediseño para mejorar el rendimiento del diseño original. Esta metodología ha dado grandes resultados, sin embargo, actualmente se cuenta con herramientas numéricas que han permitido caracterizar, analizar y mejorar la conversión de energía.

Los avances en el diseño y la optimización de las centrales micro-hidroeléctricas podrían contribuir a superar los retos que han frenado su implementación. La combinación de métodos tradicionales y numéricos podría permitir desarrollar centrales micro-hidroeléctricas más eficientes y económicamente viables, que puedan satisfacer las necesidades energéticas de las comunidades rurales, (Su and Karney, 2015).

En esta sección se revisa el estado del arte en las áreas de la evaluación de la energía disponible de un recurso hídrico, el diseño de turbinas hidráulicas, los estudios numéricos relacionados con las centrales micro-hidroeléctricas y el uso de métodos de optimización.

1.1.1. Estimación de la energía en recursos hídricos de baja carga para centrales micro-hidroeléctricas.

La estimación de la energía en centrales micro-hidroeléctricas es un reto debido a la variación del caudal que existe en un recurso hídrico a lo largo de un periodo de tiempo. Este factor afecta la exactitud en la estimación de la energía disponible. Por lo anterior, el análisis del recurso hídrico es la primera etapa para implementar una central micro-hidroeléctrica.

Liucci et al. (2014), utilizaron la curva de duración de flujo para identificar el caudal de diseño para seleccionar y dimensionar la turbina hidráulica. También resaltaron la importancia del factor de planta como medida para la correcta implementación de una central micro-hidroeléctrica. Donde el factor de planta es la relación entre la capacidad de la central micro-hidroeléctrica para generar electricidad entre la cantidad de electricidad que debería de generarse de forma ideal. Las variables que afectan el factor de planta son el cambio en la cantidad de flujo que alimenta a la turbina hidráulica, lo que podría generar una menor cantidad de energía así como reducir la capacidad de la turbina para generar energía. Casadei et al. (2014), presentaron un método para optimizar el rendimiento de la central a través de la evaluación del factor de planta. Hosseini et al. (2005), presentaron una técnica para determinar la instalación óptima de una central micro-hidroeléctrica. La cantidad de energía estimada fue de 3.75 MW, este valor se obtuvo al evaluar la cantidad de caudal que puede ofrecer el sitio a través de un programa desarrollado en Matlab.

Los estudios de factibilidad buscan encontrar el balance entre la cantidad de energía que tiene el recurso hídrico, la capacidad de una central micro hidroeléctrica así como el periodo de retorno de la inversión. Gallagher et al. (2015), presentaron una estrategia para la evaluación de las centrales micro-hidroeléctricas, donde encontraron restricciones técnicas y económicas para este tipo de proyectos Signe et al. (2019), presentaron un herramienta capaz de evaluar un recursos hídrico así como proponer una central micro-hidroeléctrica. Sin embargo, la eficiencia de la turbina hidráulica que propone el software esta predeterminada a un valor según el fabricante. Por otro lado, la herramienta también establece la cantidad de tiempo que la central micro-hidroeléctrica podría trabajar que en ese caso fue del 60% de todo el año. Lo anterior reduce significativamente la cantidad de energía que el sistema puede convertir en electricidad. En el caso de Bousquet et al. (2017), mostraron la factibilidad de una central micro-hidroeléctrica a través de evaluar el valor neto presente debe ser mayor a uno, este valor contempla la cantidad de energía que podría generar el recurso hídrico y el costo por kilowatt entre otras variables.

Dos Santos et al. (2019), presentaron un estudio de la estimación del potencial de dos ríos donde evaluó los contornos de velocidades en diferentes secciones de los ríos a través de la dinámica de fluidos computacional para determinar la cantidad de energía disponible, a su vez, considero la opción de instalar varias turbinas. En conclusión, identificaron que existe una baja exploración en este tipo de sistemas y la competitividad económica de estos tipos de proyectos es baja, revelando la necesidad de desarrollar turbinas eficientes para lograr convertir una mayor cantidad de energía disponible, ya que según su estudio la relación entre la cantidad de energía disponible y la cantidad de

energía disponible fue de un valor de 14.5 % en una de las secciones.

Purwanto and Afifah (2016), muestran un análisis de la evaluación de dos centrales micro-hidroeléctricas donde evalúan el impacto técnico, económico, social, ambiental y sustentabilidad institucional. Estas dos centrales tenían como objetivo satisfacer las necesidades de electricidad en comunidades rurales en Indonesia. Entre sus resultados dicen haber logrado un factor de planta de 63 % y 56 %. Su trabajo concluye resaltando que estas centrales tienen una baja sustentabilidad económica.

Saket (2013) muestra como el uso de las aguas residuales no necesitan una presa o una reserva de agua para lograr generar electricidad, solo se necesita la recolección de aguas residuales para obtener la materia prima para hacer funcionar la central micro-hidroeléctrica. Por otro lado, Corcoran et al. (2013), presentaron el análisis de la potencia hídrica disponible que tiene la industria del agua, esta industria consume una gran cantidad de energía tanto para uso agrícola, el tratamiento de aguas residuales y uso doméstico. Así pues, también muestra que países como en el Reino Unido, la industria del agua usa hasta el 3 % de la demanda de energía del país con un 8.5 % generada por fuentes renovables. En el caso de Estados Unidos se estima que consume alrededor del 3 % del total de energía producida. En los resultados obtenidos se muestra que el tipo y la eficiencia de la turbina afectan directamente a la cantidad de energía que produce la central micro-hidroeléctrica tomando como valor constante la eficiencia puede aumentar la cantidad de energía que se convierte a través del sistema.

1.1.2. Turbinas hidráulicas para recursos de baja carga.

El diseño de turbomaquinaria a través de métodos numéricos como la dinámica de fluidos computacional permite aproximar los fenómenos ocurridos en este sistema para poder identificar y analizar las formas en que interactúa el flujo y el rodete.

Zhou et al. (2019), presentaron el análisis del rendimiento de una turbina hidráulica axial que funciona bajo una altura de 2.87 m. El análisis fue a través de la dinámica de fluidos computacional, al modelo de la turbina hidráulica se le implementó un sifón a la salida, permitiendo alcanzar una eficiencia de 87.9 %.

Abeykoon and Hantsch (2017), realizaron un diseño del rodete de una turbina hidráulica que sería destinada al aprovechamiento de un recurso hídrico con una altura de 6 m y un caudal de $5\text{ m}^3/\text{s}$, el diseño inicial pretendía un 94 % de eficiencia, sin embargo, el proceso de simulación numérica mostró resultados de la eficiencia de el intercambio de la energía entre el rodete y el caudal de solo el 53 %, el tipo de discretización que uso fue de tetraedros y el modelo con una longitud del tubo fue de 2 m y se dividió en

750,000 celdas, el modelo de la turbina hidráulica se hizo con una malla no estructurada.

Una turbina hidráulica Kaplan fue diseñada teóricamente para alcanzar una eficiencia del 94 %. Sin embargo, el estudio a través de la dinámica de fluidos computacional mostró que el diseño de la turbina solo tiene una eficiencia del 50,98 %. El diseño teórico se optimizó con ANSYS para desarrollar una turbina hidráulica eficiente. Con el análisis de CFD, fue posible ajustar los parámetros de diseño de los álabes para mejorar la eficiencia de 50.98 % a 93.01 %. Los resultados del CFD mostraron que el número de guías en el rodete y los ángulos de entrada y salida de las guías influían en la diferencia de velocidad tangencial entre la entrada y la salida, mostrando un impacto importante en la eficiencia de la turbina. Se logró un impacto significativo en la eficiencia de la turbina al modificar los ángulos de entrada y salida de las álabes, donde la eficiencia aumento hasta 42.03 % en este estudio, (Abeykoon and Hantsch, 2017).

Shojaeefard et al. (2014) realizaron una simulación numérica realizada en OpenFOAM, donde generó la geometría del rodete y del tubo de aspiración de forma separa para después acoplar cada dominio en un solo. La turbina hidráulica tipo Agnew contaba con cuatro álabes, donde el ángulo de escalonamiento fue de 30°, el flujo másico y la velocidad de rotación fue de 48 l/s y 1000 rpm respectivamente.

Ciocan et al. (2016), presentaron la optimización del perfil de velocidades a la entrada del tubo difusor, en este trabajo se definieron las ecuaciones del vórtice libre para caracterizar el flujo a través del tubo difusor y aproximar las pérdidas hidráulicas que tiene el sistema en el tubo difusor.

Los criterios más relevantes para la correcta selección de los componentes de una central micro-hidroeléctrica son; la densidad de potencia, la eficiencia total del flujo, eficiencia del flujo y altura, las obras civiles, mantenimiento y servicios, objetivo de modularidad, según Williamson et al. (2014).

1.1.3. Optimización de turbinas hidráulicas de baja carga.

La optimización de los diseños de turbinas hidráulica o elementos auxiliares, se ha hecho a través del uso de algoritmos genéticos. Los cuáles, buscan maximizar o minimizar una función objetivo. Estas herramientas numéricas permiten obtener resultados aproximados que pueden servir como base para el diseño de prototipos más eficientes. También se ha hecho uso de simulaciones numéricas para lograr aumentar el intercambio de energía entre el flujo y el rodete de la turbina hidráulica.

Anagnostopoulos and Papantonis (2007), realizaron una optimización definiendo parámetros de diseño de una central hidroeléctrica. Se encontró que el valor presente neto con la producción de energía constituyen los principales objetivos para lograr un óptimo dimensionamiento de la central.

Shojaeefard et al. (2014), propusieron la optimización de la forma de los tubos difusores de una turbina hidráulica tipo Agnew. Los parámetros de diseño del tubo difusor fueron; el ángulo del cono y la altura por encima de la cola. El coeficiente de recuperación de presión y el coeficiente de flujo de pérdida de energía fue definidos como funciones objetivo y tenía como propósito ser maximizado y minimizado respectivamente, en el proceso de optimización. Las simulaciones numéricas se realizaron utilizando datos experimentales obtenidos del laboratorio. La turbina micro hidráulica se instaló en el Laboratorio de Máquinas Hidráulicas de IROST y tiene un diámetro de 0.15 m, la turbina fue instalada con una inclinación de 45° y sus álabes podían ajustarse a distintos ángulos. La relación entre centro y punta del hub fue de 0.45 m mientras que su relación de aspecto a lo largo de los álabes fue de 0.89 y 1.25 m, respectivamente.

Muis et al. (2015), realizó un estudio del diseño basado en la optimización por medio de una herramienta numérica de dinámica de fluidos computacional. La turbina hidráulica estaba orientada a aplicaciones con muy baja carga (very load head por sus siglas en inglés). Las condiciones de frontera utilizadas fueron una altura y caudal de 0.2 y $1.2m^3/s$ respectivamente, donde obtuvieron una eficiencia de 90 %.

Chirkov et al. (2018), realizó una optimización automática multidisciplinaria de la forma del rodete de una turbina hidráulica. El estudio se enfocó en la eficiencia hidráulica, la resistencia mecánica y el peso del rodete. Para controlar efectivamente la fuerza y el peso del rodete, se sugiere una nueva parametrización de la función de grosor de los álabes.

Yassi et al. (2010), presentó un trabajo donde implementa guías a una turbina hidráulica tipo hélice. Construyó un banco de pruebas para evaluar el desempeño de la turbina con y sin álabes guías. La turbina hidráulica sin las guías tenía una eficiencia de 62 por ciento y con la instalación de las guías aumento su eficiencia un 23 por ciento.

Chica Arrieta et al. (2013), realizó un diseño del rodete de una turbina hidráulica tipo hélice basado en una simulación numérica, utilizó un software comercial Solidworks Flow Simulation, las condiciones del flujo a una altura de 4.5m y un caudal de $0.27m^3/s$, se obtuvo una eficiencia de 60 % a una velocidad de operación de 900 rpm.

Algunos de los elementos auxiliares ayudan a aumentar el rendimiento del intercambio de energía entre el fluido y el rodete de la turbina hidráulica, como el tubo difusor. El tubo difusor aumenta el gradiente de presión generado entre las secciones de la entrada y salida de la turbina, dando como resultado una mayor cantidad de energía que la turbina puede convertir mediante la recuperación de la energía remanente.

1.2. Definición del problema

La industria de tratamiento de aguas residuales es un área de oportunidad para instalar una central micro hidroeléctrica. Esta industria cuenta con un recurso hídrico considerable para poder generar electricidad que podría alimentar equipos dentro de la planta tratadora de aguas, y de esta forma amortiguar los gastos en electricidad. Pero las turbinas hidráulicas que existen en el mercado están diseñadas para caudales establecidos por el fabricante, como consecuencia, la cantidad de energía que extraen estos dispositivos no es suficiente para hacer atractivo estos proyectos a los inversionistas.

La eficiencia de las turbinas hidráulicas utilizadas en las centrales micro-hidroeléctricas debe ser alta al igual que las centrales de alta capacidad, por lo que es necesario estimar la energía disponible en el recurso, diseñar la turbina para un recurso específico y optimizar un sistema que sea encargado de convertir la mayor cantidad de energía hidráulica en energía mecánica.

1.3. Hipótesis

Es posible lograr una eficiencia hidráulica alta de la turbina hidráulica a partir de la optimización de dinámica de fluidos computacional de la geometría del conjunto tubo de entrada, rodete y tubo difusor.

1.4. Objetivo

Hacer uso de los herramientas numéricas para establecer una metodología que permita diseñar una turbina hidráulica específicamente para un recurso hídrico de baja carga y que este dispositivo logre trabajar el mayor tiempo posible a una eficiencia alta.

1.4.1. Objetivos específicos

- Analizar las características del recursos hídrico.
- Diseñar el rodete de la turbina hidráulica.

- Construir un modelo 3D de la geometría tubo de entrada-rodete-difusor.
- Parametrizar el dominio computacional.
- Adaptar una rutina que permita la integración de varios softwares.
- Definir las funciones objetivo que maximice el desempeño de la turbina hidráulica.
- Analizar y procesar los resultados obtenidos.

1.5. Contribución

La evaluación de recursos hídricos es fundamental para lograr tener una central hidroeléctrica que funcione con un factor de planta cercano a uno, de esta forma no se desperdicia el recurso hídrico ni se sobre dimensiona la turbina, al tener esta información bien definida.

La metodología para realizar la evaluación del recurso hídrico así como el diseño del conjunto tubo de entrada, rodete y tubo difusor, permite que las centrales micro-hidroeléctricas sean atractivas a inversionistas. El estudio propone un nuevo enfoque para el cálculo de la energía disponible en el recurso y evalúa diferentes geometrías del conjunto tubo de entrada y tubo difusor que permitan al rodete convertir mayor cantidad de energía.

Por otro lado, la solución del campo de flujo dentro del conjunto tubo de entrada, rodete y tubo difusor es tridimensional, complejo y costoso computacionalmente para ser modelado numéricamente. El correcto diseño de la turbina hidráulica para un recurso hídrico de baja carga es fundamental para lograr una eficiencia alta. Recuperar energía a través del tubo de difusor permite maximizar la cantidad de energía que el rodete puede convertir. Finalmente, el ciclo de optimización debe estar sujeto a una supervisión durante el proceso y de igual manera a una evaluación extensiva de las funciones objetivo.

Capítulo 2

Márcos Teóricos

El diseño de las turbinas hidráulicas requiere un amplio conocimiento en ingeniería, mecánica de fluidos y diseño mecánico. En este capítulo, el objetivo es comprender la transformación de la energía de flujo a energía mecánica a través de la turbina hidráulica. Por lo anterior, es necesario conocer los parámetros principales para la estimación de la energía de un recurso hídrico. También es indispensable, conocer las partes más importantes que constituyen una central hidroeléctrica. Después, se presentará la teoría de las turbinas hidráulicas y sus principales características, así como la teoría de mecánica de fluidos necesaria para comprender cómo la energía de flujo interactúa con sus alrededores. Se introduce el método numérico que se utilizara para la solución del modelo virtual de la turbina hidráulica, y finalmente se hace una introducción a la teoría de algoritmos de optimización.

2.1. Energía hidráulica

La energía eléctrica es un recurso esencial para el desarrollo humano. Se utiliza en una amplia gama de actividades, desde la iluminación y la calefacción hasta la industria y el transporte. Las fuentes de energía pueden clasificarse en renovables y no renovables. Las fuentes renovables son aquellas que se pueden regenerar de forma natural, como la energía solar, la eólica y la hidráulica. Las fuentes no renovables, como el petróleo, el gas natural y el carbón, son finitas y su uso genera un impacto ambiental negativo.

La energía hidráulica es la energía contenida en el agua. Se puede aprovechar a través de centrales hidroeléctricas, que utilizan la energía potencial del agua para generar electricidad. En una central hidroeléctrica, el agua se almacena en un embalse creado por una presa. El agua pasa por una turbina, que transforma la energía potencial en energía mecánica. Esta energía mecánica se transmite a un generador eléctrico, que la convierte en energía eléctrica. La construcción de una central hidroeléctrica es una tarea compleja que requiere de la participación de expertos en ingeniería civil, mecánica y eléctrica.

Es necesario realizar un estudio topográfico del lugar para determinar la viabilidad del proyecto. En algunos casos, puede ser necesario reubicar a las comunidades que se encuentran en el área del embalse.

La energía hidráulica es una fuente de energía limpia y sostenible. No genera emisiones de gases de efecto invernadero ni otros contaminantes. Además, es una fuente de energía renovable, lo que significa que no se agotará. La energía hidráulica es una fuente de energía importante para el futuro. Es una opción limpia y sostenible que puede ayudar a reducir la dependencia de las fuentes de energía no renovables.

Las partes de una central se esquematizan en la figura 2.1. El agua se almacena en un embalse creado por una presa. El agua fluye por una tubería forzada hasta la turbina hidráulica. La turbina convierte la energía hidráulica en energía mecánica, que luego se convierte en energía eléctrica por un generador. El agua sale de la turbina por un tubo de aspiración y vuelve a su cauce natural aguas abajo.

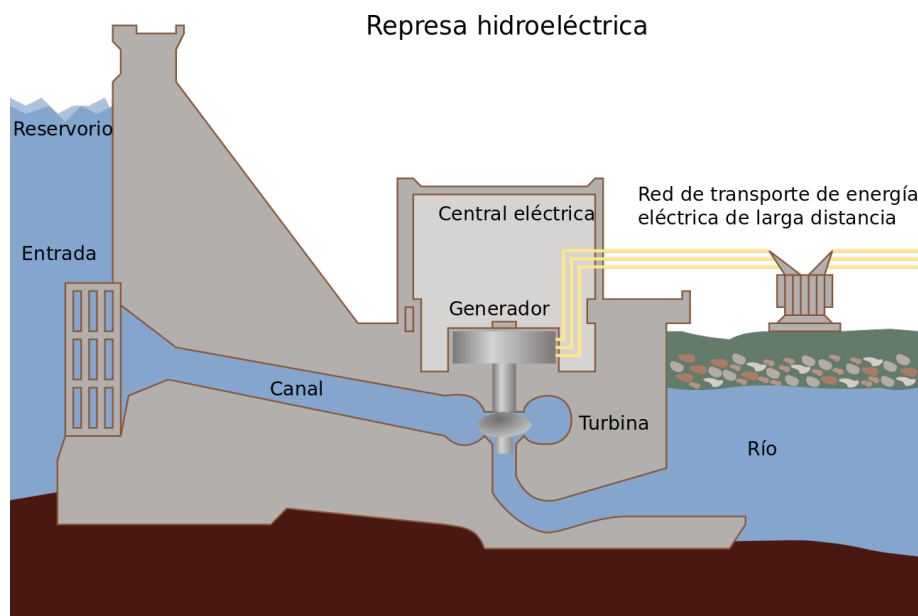


Figura 2.1. Esquema de una central hidroeléctrica.

2.2. Turbomáquinas

La palabra *Turbomáquina* se deriva de la palabra en latín *turbo* que significa giro o algo que se revoluciona. Una turbomáquina puede definirse como un dispositivo en el cual existe transferencia de energía entre un fluido en movimiento y una o más filas de álabes rotatorias, la cual resulta en cambios de presión y momentum del fluido. La energía es extraída del fluido o transferida al mismo debido a la acción dinámica de las filas de álabes. Si la energía es extraída del fluido llevándolo a una presión menor,

los dispositivos son llamados **turbinas** (vapor, gas o hidráulicas). Por el contrario, si la energía es transferida al fluido, incrementando su presión, los dispositivos son llamados **bombas, compresores o ventiladores**, (Logan Jr, 2003).

Clasificación de las turbomáquinas

Existen diferentes tipos de turbomáquinas, y se pueden clasificar de diferentes maneras (Figura 2.2), (Logan Jr, 2003).

- De acuerdo con el sentido del flujo de energía.
 - Generadoras: El trabajo es hecho en el fluido.
 - Motoras: El trabajo es hecho por el fluido.
- De acuerdo con la dirección del flujo a través del rotor.
 - Radial: Cuando el flujo se mueve esencialmente en dirección radial, se les puede llamar máquinas de flujo centrífugo.
 - Axial: El flujo se mueve en dirección axial a través del rotor, sin movimiento radial de las líneas de corriente.
 - Mixto: En las máquinas de flujo mixto, la dirección del flujo es parcialmente axial y parcialmente radial.
- Tipo
 - Turbina: Máquina que produce trabajo mediante la expansión de un flujo continuo de fluido a una presión menor o altura.
 - Bomba: Máquina que incrementa la presión o altura de un fluido.
 - Ventilador: Máquinas que entregan sólo un pequeño aumento en la presión a un gas que fluye continuamente, usualmente considerado incompresible.

2.3. Turbinas hidráulicas

La turbina hidráulica se encargan de convertir la energía cinética y potencial del agua en energía mecánica. Esta energía posteriormente se puede convertir a energía eléctrica. Los principales tipos de turbinas son las de impulso y las de reacción. El tipo predominante de máquinas de impulso son las tipo Pelton. Las de reacción se subdividen en tipo Francis, que se caracterizan por un rodete de flujo radial. Las tipo Kaplan, que utilizan un rodete de tipo axial, (Gorla and Khan, 2003).

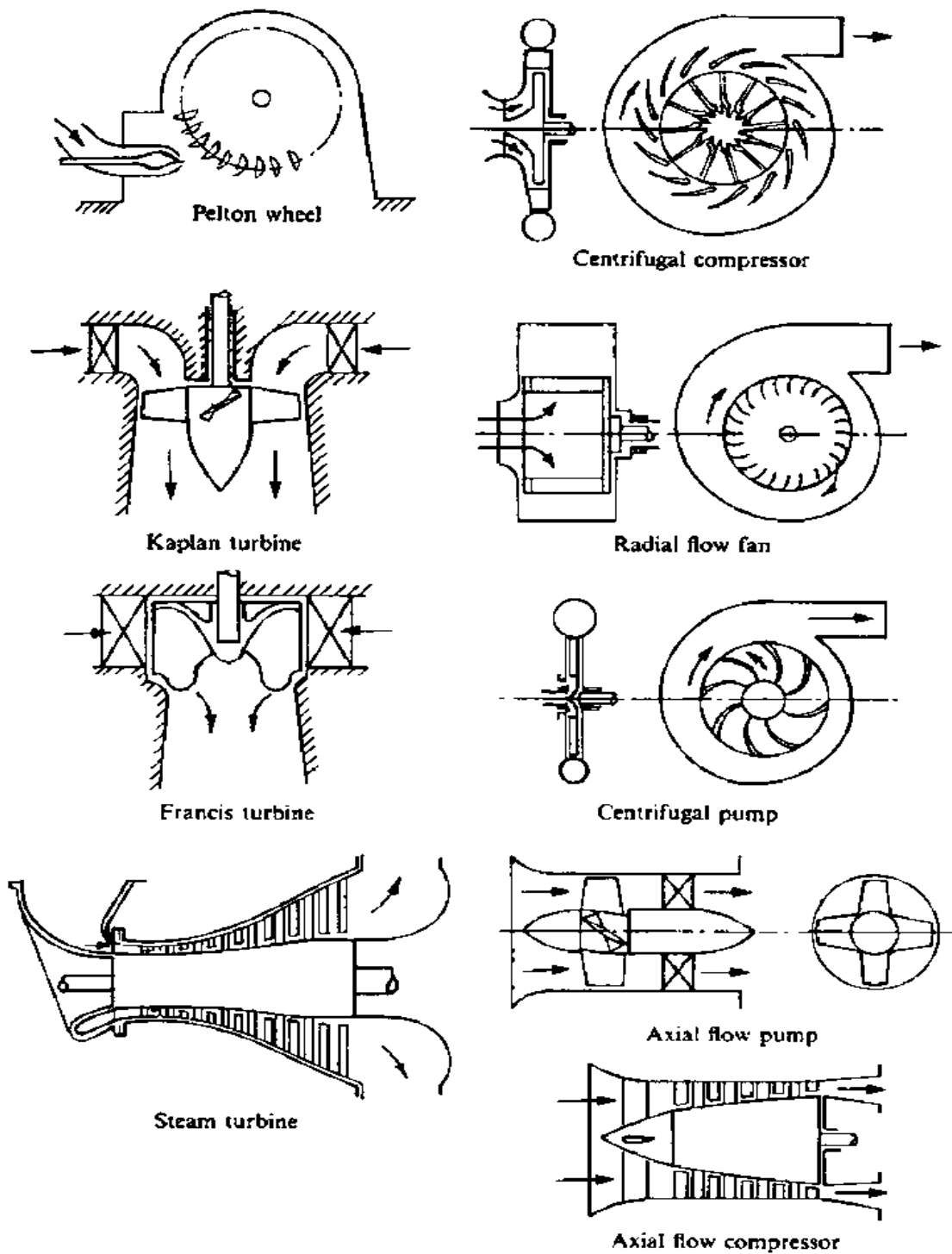


Figura 2.2. Tipos de turbomáquinas, (Gorla and Khan, 2003)

2.3.1. Turbinas Francis

Las turbinas Francis son un ejemplo típico de turbinas axiales y mixtas, y son nombradas así gracias a J. B. Francis. En este tipo de turbinas la energía disponible en el agua se transfiere mediante un rotor al eje de la flecha y el torque que resulta se transfiere a un generador mediante un eje. El esquema de una turbina Francis se muestra en

la figura 2.4. El flujo entra por la carcasa (*spiral casing*), que dirige el agua al rodete. La carcasa tiene área decreciente para mantener la uniformidad de la velocidad hacia la fila de álabes fijos.

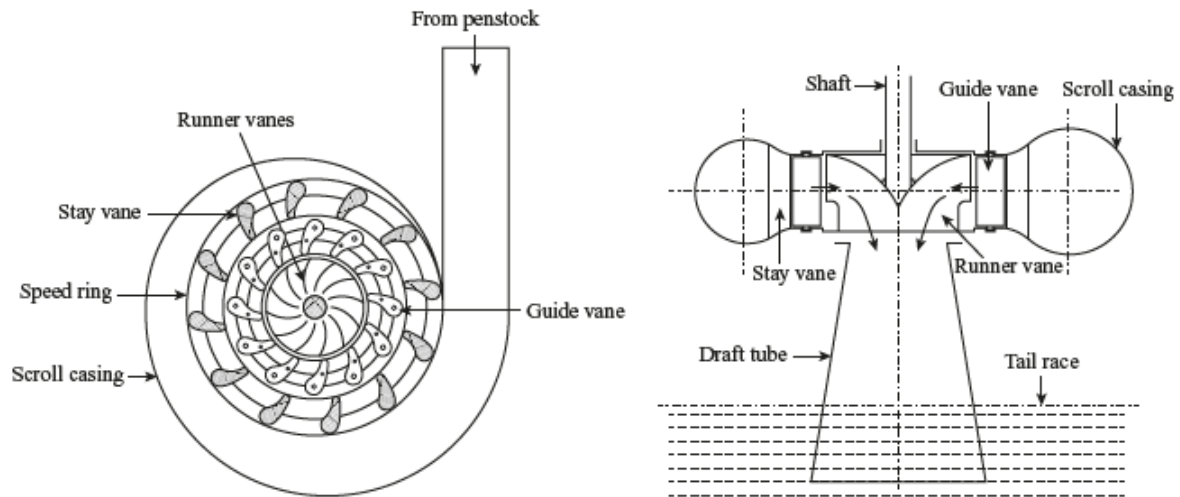


Figura 2.3. Esquema de una turbina Francis.

El agua después de pasar por una fila de álabes fijos se encuentra con una fila de álabes móviles ajustables. El flujo puede ser controlado cuando la turbina está trabajando a cargas parciales cambiando la sección transversal entre álabes móviles. Posteriormente el agua pasa a través del rodete que contiene álabes radiales entrando en un radio mayor y saliendo en un radio menor. La interacción fluido-rodete resulta en un torque aplicado al rodete, el cual está conectado al eje directriz que a su vez se conecta a un generador. El agua al terminar el trabajo sale de la turbina a través del tubo de aspiración. Este dispositivo es esencialmente un difusor el cual incrementa su área transversal en dirección del fluido. Conforme el área incremental, la velocidad disminuye y la presión aumenta lo que produce una presión de vacío a la salida del rodete y es lo que incrementa la carga en la turbina, significando más potencia.

Existen pérdidas de energía en varios componentes de la central hidráulica, desde el reservorio en la presa hasta la descarga de la turbina; en la tubería de presión, en los álabes fijos y móviles y en los del rodete y en el tubo difusor.

2.3.2. Turbina Kaplan

La turbina Kaplan es un tipo de turbina de hélice, desarrollada por el ingeniero austriaco V. Kaplan (1876-1934). Es una turbina de flujo axial, adecuada para saltos de agua relativamente bajos, por lo que requiere una gran cantidad de agua para generar una gran cantidad de energía. También es una turbina de reacción, por lo que opera en un

conducto completamente cerrado desde la toma de agua hasta el canal de salida.

Los componentes principales de una turbina Kaplan, como la carcasa espiral, el anillo de contención, la disposición de las palas guías y el tubo de aspiración, son similares a los de una turbina Francis. Entre las palas guías y el rodete, el agua en una turbina Kaplan (o de hélice) gira en ángulo recto hacia la dirección axial y luego pasa a través del rodete. El rodete de una turbina Kaplan (o de hélice) tiene cuatro o seis palas (o ocho en algunos casos excepcionales) y se asemeja mucho a la hélice de un barco. Las palas (o álabes) fijadas a un cubo o buje tienen una forma tal que el agua fluye axialmente a través del rodete.

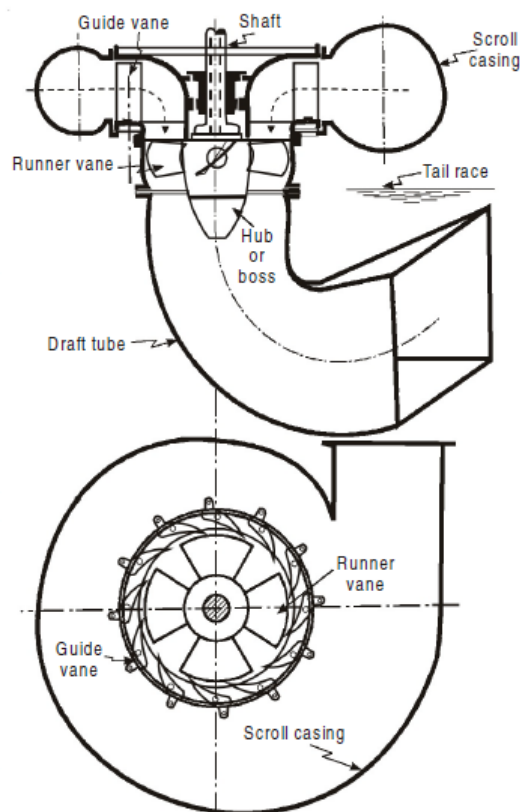


Figura 2.4. Esquema de una turbina Kaplan.

Por lo general, las palas del rodete de una turbina de hélice son fijas, pero las palas del rodete de la turbina Kaplan pueden girar sobre su propio eje, lo que permite ajustar su ángulo de inclinación mientras la turbina está en funcionamiento. Este ajuste suele realizarse automáticamente mediante un servomotor que opera dentro del acoplamiento hueco del eje de la turbina y el generador.

La capacidad de variar el ángulo de las palas guía y del rodete permite mantener una alta eficiencia en una amplia gama de condiciones de funcionamiento. En otras palabras,

incluso en condiciones de carga parcial, cuando un caudal menor fluye a través del rodete, se puede lograr una alta eficiencia en el caso de una turbina Kaplan, (Modi and Seth, 2019).

2.3.3. Selección de turbinas hidráulicas

Las turbinas de reacción son de baja altura y alto caudal, en donde el rotor esta rodeado por una carcasa, la cual se encuentra completamente llena del fluido de trabajo, y se manufacturan en diferentes configuraciones: de flujo radial, axial y mixto.

Las turbinas hidráulicas se clasifican en dos tipos:

- Impulso: No existe caída de presión a través de los álabes.
- Reacción: La caída de presión se divide entre los álabes guía y los móviles.

La velocidad específica N_s de una turbina es una de sus parámetros más importantes que nos permite seleccionar el tipo de turbina que se puede emplear según las características del recurso hídrico. Es un número adimensional que relaciona la velocidad angular ω , carga H y Potencia de salida P , y esta dada por la ecuación 2.1:

$$(N_s) = \frac{NP^{\frac{1}{2}}}{H^{\frac{5}{4}}} \quad (2.1)$$

Dónde:

- N = Velocidad de rotación en rpm
- P = Potencia de salida en kW
- ρ = Densidad del agua kg/m^3
- H = Carga a través de la turbina en metros
- g = Aceleración de la gravedad en m/s^2

Una selección preliminar del tipo apropiado de turbina para una instalación dada se basa en la velocidad específica N_s . La figura 2.5 muestra diferentes rodetes para diferentes rangos de N_s .

En la tabla 2.1, se muestran los rangos de velocidades específicas para cada tipo de turbina hidráulica.

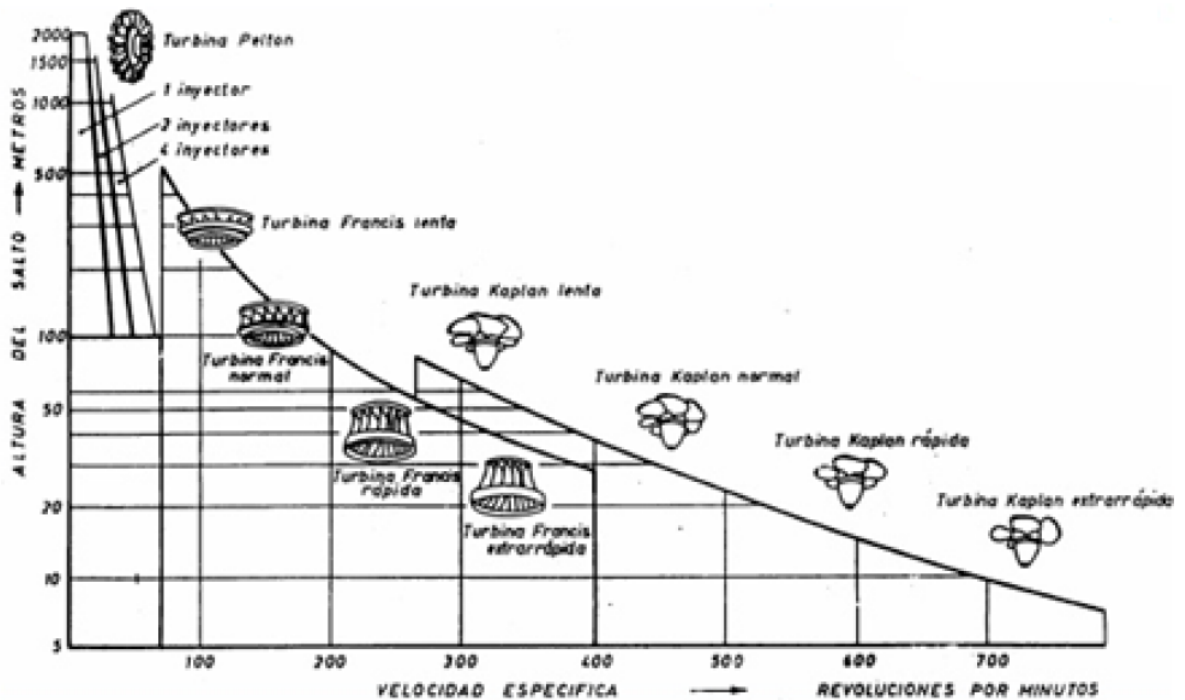


Figura 2.5. Diagrama para la selección de turbinas hidráulicas

Tabla 2.1: Velocidades específicas N_s de diferentes turbinas

Número	Rango de Carga (m)	N_s	Tipo de turbina
1	10 - 20	290 - 860	Propeller y Kaplan
2	30 - 60	215 - 340	Francis baja velocidad
3	150 - 500	70 - 130	Francis alta velocidad
4	150 - 500	24 - 70	Pelton de 4 chorros
5	500 - 1500	17 - 50	Pelton de 2 chorros
6	500 - 2000	12 - 30	Pelton de 1 chorro

2.3.4. Tubo de difusor para turbinas hidráulicas.

El tubo de difusor conecta la salida del rodete y la descarga aguas abajo para obtener una corriente continua entre los dos dispositivos de la turbina. El difusor es un tubo divergente donde la presión del fluido se incrementa y su velocidad disminuye a su paso por él. La presión en la descarga es atmosférica y la presión a la salida del rodete es de vacío. Por este motivo la carga neta actuando en la turbina se incrementa. Es así como la turbina trabaja con una carga mayor y por lo tanto desarrolla una mayor potencia.

Algunas de las funciones del tubo difusor son las siguientes:

Aumentar la altura de caída disponible: Cuando el agua se descarga libremente del rodete, la turbina trabaja bajo una altura de caída igual a la altura del nivel del canal de

admisión por encima de la salida del rodete. Sin embargo, cuando un tubo de aspiración conecta el rodete al canal de salida, la altura de caída utilizable aumenta en una cantidad igual a la altura de la salida del rodete por encima del canal de salida.

Por lo tanto, la incorporación de un tubo de aspiración permite que el rodete de la turbina se instale por encima del canal de salida sin ningún tipo de pérdida de altura de caída disponible, manteniendo una altura de vacío negativa en la salida del rodete. Esto finalmente provoca un aumento en la altura de caída neta y, por lo tanto, en la potencia de la turbina. También facilita la realización de trabajos de inspección y reparación de la turbina.

Recuperar energía cinética: El agua que sale del rodete posee una alta velocidad que se perdería si se descarga libremente. Un tubo de aspiración reduce la velocidad del agua descargada, minimizando la pérdida de energía cinética en la salida del rodete y aumentando la presión. En otras palabras, una gran proporción de la energía cinética rechazada en la salida del rodete se convierte en energía de presión útil, mejorando la eficiencia de la turbina.

Tipos de tubos de aspiración

Tubo cónico o divergente recto: La forma de un tubo cónico (figura 2.6(a)) es la de un cono truncado. El ángulo central del cono se mantiene inferior a 8° para evitar la separación del flujo. Generalmente se emplea en turbinas Francis de eje vertical con baja velocidad específica. El tubo cónico es el más eficiente y su eficiencia máxima varía de 85 % a 90 %.

Tubo difusor de Moody o Hidrocono: El tubo difusor de Moody (figura 2.6(b)) cuenta con un núcleo central sólido de forma cónica, lo que permite una gran área de salida sin una longitud excesiva. La disposición del cono central reduce el movimiento arremolinado del agua descargada y la eficiencia de este tipo de tubo es de aproximadamente 85 %.

Tubo de codo simple: La longitud vertical del tubo de aspiración se reduce para ahorrar costes de excavación. Sin embargo, el tubo de codo simple (figura 2.6(c)) requiere una excavación relativamente menor para su instalación. En un tubo de codo simple, hay una pérdida de altura debido a la curva. Por lo tanto, su eficiencia es baja, del orden del 60 %.

Tubo de codo con entrada circular y salida rectangular: El tubo de codo con entrada circular y salida rectangular se muestra en la figura 2.6(d). Evidentemente, el tubo de codo se emplea ampliamente en muchas instalaciones de turbinas. Está diseñado para

girar el agua de la dirección vertical a la horizontal con una profundidad de excavación mínima y, al mismo tiempo, proporciona una alta eficiencia del orden del 85 %. También requiere una excavación relativamente menor para su instalación.

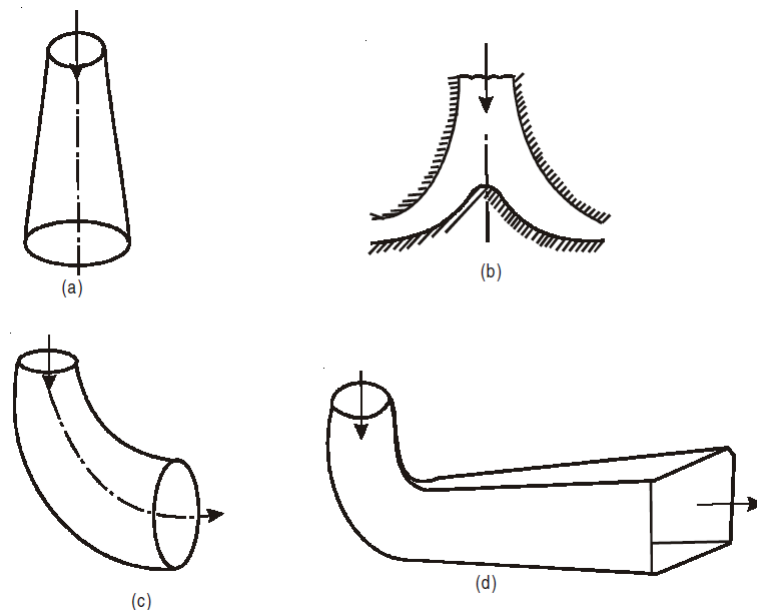


Figura 2.6. Tipos de configuración geométrica para tubos difusores para turbinas

El rodete de una turbina hidráulica debe ser ubicado sobre el nivel del canal de descarga aunque esto hace que se pierda parte de la carga disponible. Algunas turbinas se pueden poner por debajo del nivel del canal de descarga, y no se tendrían pérdidas de carga, sin embargo estarían sumergidas en agua lo que provocaría el no tener acceso a ellas fácilmente. Para eliminar este problema se utiliza un tubo de aspiración. El rodete de la turbina se ubica sobre el nivel del canal de descarga pero el rodete está rodeado por un tubo sellado herméticamente y se extiende hasta el canal de descarga. La turbina ahora se encuentra accesible sin embargo no se tiene pérdida de carga, debido a que el tubo durante su operación está lleno de agua, y su peso reduce la presión en la sección transversal a la salida del rodete.

2.4. Ecuación de Euler para turbinas hidráulicas

La ecuación de Euler para turbinas hidráulicas es una ecuación fundamental que describe el comportamiento de una turbina hidráulica bajo la aproximación de flujo unidimensional. El diagrama para las velocidades de entrada y salida del rodete se muestran en la figura 2.7, en la cuál se observa:

$$u_1 = \omega R_1; u_2 = \omega R_2; \text{ y } \omega = \frac{2N\pi}{60}$$

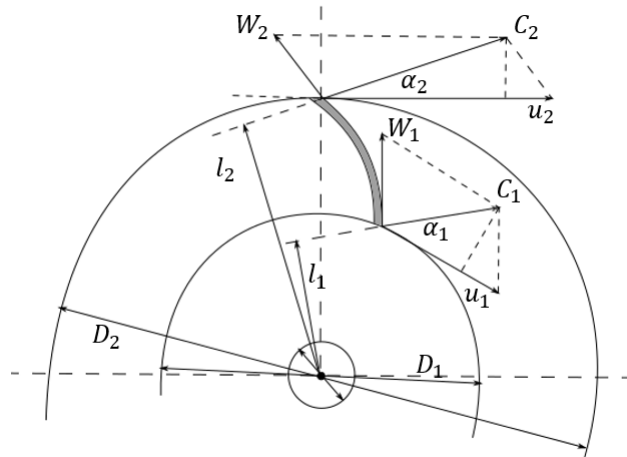


Figura 2.7. Diagrama de velocidades en el rodete de una turbina

El agua entra a los álabes a una velocidad absoluta C_1 y a un ángulo α_i de la dirección de rotación. La velocidad periférica u_1 se resta de C_1 para dar la velocidad relativa W_1 a un ángulo β_1 de la dirección de rotación.

A la salida, el agua deja el rodete a una velocidad relativa W_2 y a un ángulo β_2 con la dirección de rotación. Super-posicionando u_2 se obtiene la velocidad absoluta C_2 .

La ecuación de Euler esta dada como 2.2 :

$$E = \frac{u_1 C_{1u} - u_2 C_{2u}}{g} \quad (2.2)$$

Si la rotación del fluido a la salida es cero, $C_{2u} = 0$, lo que significa que la velocidad C_2 no tiene componente horizontal o $\alpha = 90^\circ$, entonces la Ec. 2.2 para la eficiencia máxima esta dada por:

$$E = \frac{u_1 C_{1u}}{g} \quad (2.3)$$

En la figura 2.8 se muestra la carga neta disponible H a través de la turbina es la diferencia total de carga entre la salida de la tubería de presión y el nivel de la corriente a la salida.

- Carga total a la entrada $\frac{p_0}{\gamma} + \frac{C_0^2}{2g} + z_0$
- Carga total a la salida $\frac{p_3}{\gamma} + \frac{C_3^2}{2g} + z_3$
- Carga neta a través de la turbina

$$H = \left(\frac{p_0}{\gamma} + \frac{C_0^2}{2g} + z_0 \right) - \left(\frac{p_3}{\gamma} + \frac{C_3^2}{2g} + z_3 \right) \quad (2.4)$$

Pero $p_3 =$ Presión atmosférica = 0; z_3 es nivel del agua de descarga, tomado como

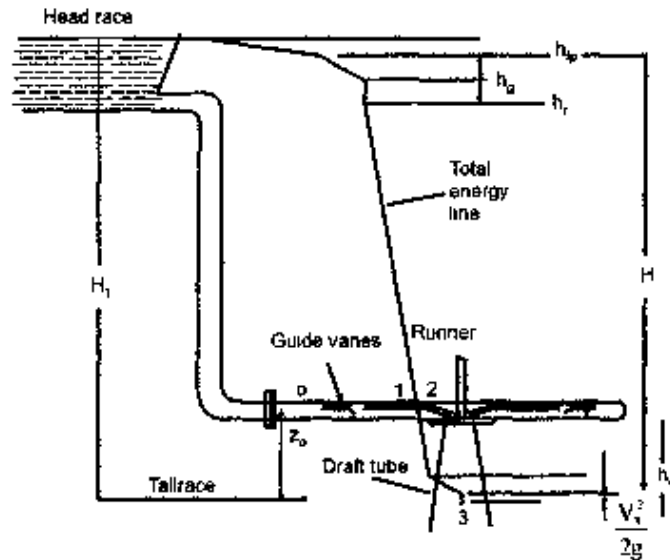


Figura 2.8. Esquema energético de una central hidroeléctrica

referencia, $z_3 = 0$, por lo tanto la Ec. 2.4 se convierte en:

$$H = \left(\frac{p_0}{\gamma} + \frac{C_0^2}{2g} + z_0 \right) - \left(\frac{C_3^2}{2g} \right)$$

$$H = H_1 - h_{fp} - \left(\frac{C_3^2}{2g} \right)$$

Dónde h_{fp} = son las pérdidas hidráulicas en la tubería de presión.

La Ec.2.5 da la eficiencia hidráulica como:

$$\eta_R = \frac{\text{Potencia de salida en el rodete}}{\text{Potencia de entrada en el rodete}} = \frac{\gamma Q E}{\gamma Q H} = \frac{E}{H} = \frac{u_1 C_{1u}}{gH} \quad (2.5)$$

La Ec.2.6 da la eficiencia mecánica como:

$$\eta_m = \frac{\text{Potencia de salida de la turbina}}{\text{Potencia de salida del rodete}} = \frac{P}{\gamma Q E} \quad (2.6)$$

Y la Ec.2.7 da la eficiencia global como:

$$\eta_0 = \frac{\text{Potencia de salida}}{\text{Energía hidráulica de entrada}} = \frac{P}{\gamma Q H} \quad (2.7)$$

Por lo tanto:

$$\eta_0 = \eta_h + \eta_m \quad (2.8)$$

La ecuación 2.9 expresa la energía desarrollada en el rodete en términos de la ecuación de Euler:

$$E = H - \eta_{fp} - \eta_g - \eta_f \eta_d \quad (2.9)$$

Donde:

- η_{fp} - Pérdidas hidráulicas en la tubería de presión
- η_g - Pérdidas hidráulicas en los álabes guías
- η_f - Pérdidas hidráulicas en los álabes del rodete
- η_d - Pérdidas hidráulicas en el tubo de aspiración

2.4.1. Análisis energético de un tubo difusor

Los tubos de aspiración modernos, cumplen una tarea más importante, reduce las pérdidas de energía en la descarga del rodete, $\frac{C_2^2}{2g} = \alpha H$, aquí el agua deja el rodete a la velocidad absoluta C_2 . Es decir, que cada kilogramo del liquido fluyendo por segundo sale con una energía de $\frac{C_2^2}{2g} = \alpha H$, esta energía no podrá no ser utilizada por el rodete, pero puede ser utilizada, al menos parcialmente en el tubo de aspiración mediante una reducción gradual de la velocidad.

La entada del tubo de aspiración tiene aproximadamente la misma sección transversal que la de la salida del rodete, la velocidad C_3 a la entrada del tubo de aspiración será aproximadamente la misma que la velocidad C_2 a la cual el agua deja el rodete, (existe alguna diferencia debido a que la sección de salida del rodete se ve modificada por los álabes). Cuando el tubo de aspiración diverge gradualmente, ocasionando que el agua llene la sección transversal hasta las paredes, la velocidad del agua C_4 en la descarga a la salida del tubo de aspiración será menor que C_3 , por lo tanto las pérdidas a la salida $\frac{C_4^2}{2g}$ serán menores en comparación con las pérdidas por C_3 . La ganancia teórica del tubo de aspiración, quedaría $\frac{C_3^2 - C_4^2}{2g}$.

Como el flujo en el tubo de aspiración y la reducción en la velocidad estan conectados con pérdidas debido a la fricción del agua en las paredes del tubo, giro, y el escape de aire (debido a que existe un vacio en la entrada del tubo de aspiración), la ganancia real sera menor. Es necesario multiplicar la ganancia teórica por la eficiencia del tubo de aspiración $\eta_s < 1$, con lo que obtenemos la ganancia real, que puede ser expresada en función de la carga total.

$$\eta_s \cdot \frac{C_3^2 - C_4^2}{2g} = \nu H \quad (2.10)$$

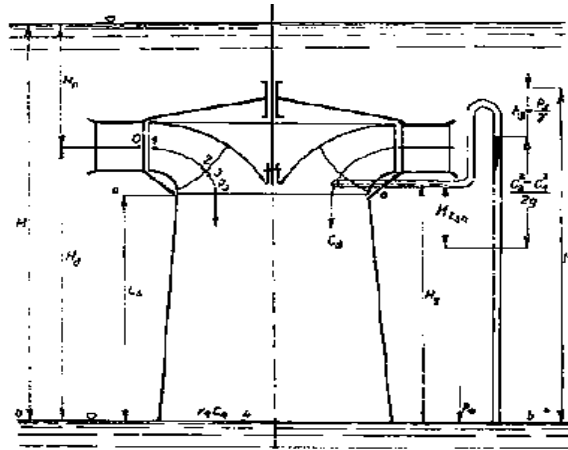


Figura 2.9. Esquema de alturas para el tubo difusor

La mejor eficiencia encontrada en tubos rectos cónicos aproximadamente 0.9 – 0.85 – 0.7, sin embargo debido a la instalación, no siempre es posible utilizar esta configuración y es necesario utilizar diferentes geometrías, la eficiencia de tubos de aspiración con codos es de aproximadamente 0.6 – 0.85

La ganancia es causada por el echo de que el tubo de aspiración convierte velocidad en presión y causa una caída de presión en la entrada, y al definir la eficiencia hidráulica, tenemos que considerar, entre otros factores, la pérdida de descarga en el rodete, por lo tanto tenemos.

$$\eta_h = 1 - \rho - \alpha = \frac{H - \rho H - \frac{C_2^2}{2g}}{H} \quad (2.11)$$

Cuando una turbina se equipa con un tubo de aspiración, las pérdidas en la descarga del rodete ya no es $\frac{C_2^2}{2g}$, sino menor debido a la cantidad que es recuperada en el tubo de aspiracion. por lo tanto

$$\frac{C_2^2}{2g} - \eta_s \frac{C_3^2 - C_4^2}{2g} = H(\alpha - \nu) \quad (2.12)$$

La eficiencia hidráulica en una turbina con tubo de aspiración, será:

$$\eta_h = 1 - \rho - \alpha + \nu \quad (2.13)$$

y este valor debe ser tomado en cuenta en la ecuación de energía y caudal, de esta manera, la ecuación de caudal para una turbina con tubo de aspiración se lee de la siguiente manera:

$$\frac{C_1^2}{2g} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2g} + \frac{U_1^2 - U_2^2}{2g} = H(1 - \rho + \nu) \quad (2.14)$$

La magnitud del vacio en la entrada del tubo de aspiracion puede determinarse

aplicando la ecuación de Bernulli a las secciones transversales a y b en la figura 2.9, donde se selecciona el plano $b - b$ como nivel de referencia, la siguiente relación sostendra bien.

$$H_s + \frac{p_3}{\gamma} + \frac{C_3^2}{2g} = \frac{p_4}{\gamma} + \frac{C_4^2}{2g} + H_{z3,4} \quad (2.15)$$

En donde $H_{z3,4}$ representa la suma de pérdidas a lo largo del camino 3 - 4, debido a la fricción, choques, y giro en el tubo de aspiración, y a la converción de energía cinética en presión; p_3 y C_3 son presiones y velocidades respectivamente en el plano $a - a$, y por lotanto en el punto 3, los subíndices 4 corresponden a la sección transversal $b - b$. De esto se tiene

$$\frac{p_3}{\gamma} = \frac{p_4}{\gamma} + H_{z3,4} - H_s - \frac{C_3^2 - C_4^2}{2g} \quad (2.16)$$

El valor de la última fracción es la ganancia teórica, como ya se señaló, se reducirá por pérdidas a $\eta_s \frac{C_3^2 - C_4^2}{2g}$ por lo tanto las pérdidas serán

$$H_{z3,4} = (1 - \eta_s) \frac{C_3^2 - C_4^2}{2g} \quad (2.17)$$

Si se incluyen en esta ecuación, las pérdidas debido al cambio de velocidad de C_2 a C_3 , se llega a la relación.

$$\frac{p_3}{\gamma} = \frac{p_4}{\gamma} + (1 - \eta_s) \frac{C_2^2 - C_4^2}{2g} - H_s - \frac{C_2^2 - C_4^2}{2g} \quad (2.18)$$

y por lo tanto

$$\frac{p_3}{\gamma} = \frac{p_4}{\gamma} - H_s - \eta_s \frac{C_2^2 - C_4^2}{2g} \quad (2.19)$$

Se asume que las velocidades C_2 , C_3 , y C_4 tienen direcciones meridionales, o solo se toman en cuenta componentes meridionales, debido a que las componentes periféricas de la velocidad C_3 no las disminuye el tubo de aspiración, y por lotanto no se utilizan.

La presión P_4 en la sección transversal $b - b$ iguala a la presión barométrica, y se puede por lo tanto sustituir $\frac{p_4}{\gamma} = H_B$ donde H_B es la presión barométrica expresada en columnas de agua, por lo tanto, aplica que:

$$\frac{p_3}{\gamma} = H_B - H_s - \eta_s \frac{C_2^2 - C_4^2}{2g} \quad (2.20)$$

Por lo tanto es evidente que la presión a la salida del rodete es igual a la presión barométrica menos la carga estática de succión, H_s , y la ganancia de presión debido al tubo de aspiración queda:

$$\eta_s \frac{C_2^2 - C_4^2}{2g} = vH \quad (2.21)$$

2.4.2. Aspectos teóricos de las centrales hidroeléctricas

La estimación de la cantidad de energía que se puede convertir en una central hidroeléctrica esta relacionada con las variables fundamentales de carga y caudal. La figura 2.10 ilustra ciertos conceptos físicos generales utilizados en el análisis de la transferencia de energía. Si el elemento diferencial de volumen de agua, llamado dV , se mueve de la posición 1, ligeramente abajo del máximo nivel de agua, a la posición 2, en la superficie del agua de descarga en la salida del tubo de aspiración, el trabajo realizado, representado por dW es dada por la ecuación 2.22.

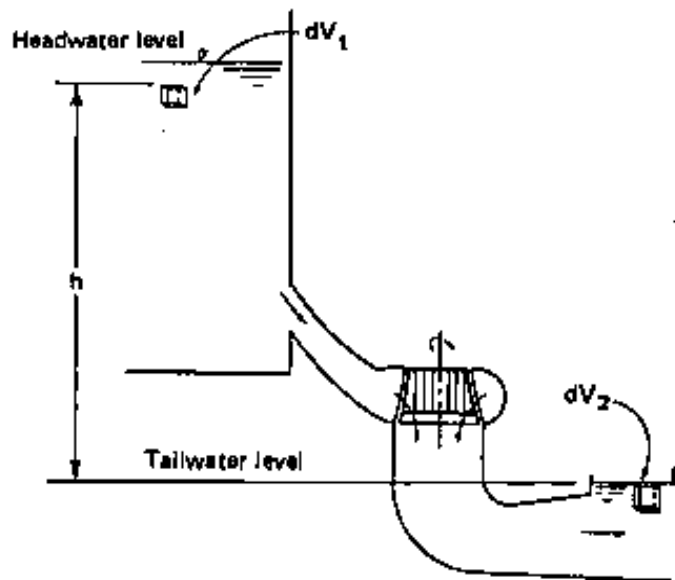


Figura 2.10. diagrama de una central hidroeléctrica

El caudal y la altura libre disponible, son los parametros mas importantes para la estimacion de la energía disponible en un recurso hídrico. La variación intermitente de estos parámetros complica la estimación real de la energía, sin embargo es indispensable tener en cuenta estos parámetros para su cálculo.

$$\text{Trabajo} = \text{Fuerza} \times \text{Distancia}$$

En dónde el trabajo realizado en el sistema se considera:

$$dW = \rho g dV h \quad (2.22)$$

Donde:

- dW = Trabajo hecho por elemento diferencial de masa de agua

- ρ = Densidad del agua
- dV = Volúmen diferencial
- h = Distancia vertical recorrida por el elemento diferencial de volúmen

Intencionalmente la h se ubica ligeramente por debajo del nivel de agua en la presa. Es común en los cálculos hidráulicos tratar la carga como carga efectiva la cual será utilizada en la transformación de energía. La carga efectiva es la diferencia de energía a la entrada de la turbina y a la salida del tubo de aspiración. Por lo tanto en la figura 2.10 las pérdidas de carga en el agua que se mueve a través de la tubería de presión desde la entrada de la turbina, se toman en cuenta posicionando el volumen diferencial.

Observando la figura 2.10 se entiende que la ecuación 2.22 representa la energía en la posición 1, con respecto a la posición 2. Considerando que el elemento diferencial de volumen de agua se mueve un momento diferencial de tiempo (dt), la descarga diferencial (dq) de agua se puede escribir:

Descarga = volumen x unidad de tiempo

Definiendo la descarga como:

$$dq = \frac{dV}{dt} \quad (2.23)$$

Donde (dq) = descarga elemental, ft^3/sec

La energía extraída por la unidad hidráulica es la razón de producir trabajo y puede ser representada matemáticamente de la siguiente manera:

$$\text{Energía} = \frac{\text{Trabajo}}{\text{Tiempo}}$$

Donde la Potencia será:

$$dP = \frac{dW}{dt} \quad (2.24)$$

$$dP = \frac{\rho g dV h}{dt} \quad (2.25)$$

O sustituyendo la ecuación 2.23:

$$dP = \frac{\rho g dq dt h}{dt}$$

Simplificando:

$$dP = \rho g dq h \quad (2.26)$$

Sumando todos los elementos diferenciales de energía de la descarga total pasando a través de la turbina, da la ecuación tradicional en caballos de fuerza para determinar la capacidad de energía en una planta hidroeléctrica (teórica). En el sistema internacional de unidades, la ecuación es:

$$P_{kW} = \frac{\rho g Q H}{1000} \quad (2.27)$$

donde:

- P_{kW} = Capacidad de producción de la unidad, kW
- ρ = Densidad del agua, kg/m^3
- g = Aceleración de la gravedad, m/sec
- Q = Descarga a través de la turbina, m^3/sec
- H = Carga efectiva, m
- 1000= Número de watts en 1 kW

La ecuación 2.27 es teórica, por lo tanto la energía real es reducida por el hecho que la turbina tiene pérdidas a la hora de transformar la energía potencial y cinética en energía mecánica. Esto da como resultado un término de eficiencia (η), normalmente llamado *eficiencia global* y que nos permite obtener la ecuación estándar de energía en el sistema internacional.

$$P_{kW} = \frac{\rho g Q H \eta}{1000} = 9.806 Q H \eta \quad (2.28)$$

2.4.3. Ecuación de Bernoulli aplicada a centrales hidroeléctricas

La ecuación de Bernoulli establece que la suma de las componentes de energías (potencial, de presión y cinética) es constante en un flujo confinado a lo largo de toda la corriente. Por lo tanto, el cambio en alguna componente de la energía en cualquier punto a lo largo del flujo debe ser compensado por un cambio igual en las otras componentes de energía en ese punto. Este desarrollo matemático asume que no existe fricción ni pérdidas de energía en el flujo del punto 1 al punto 2, como se muestra en la figura 2.11. En sentido práctico, existe fricción y pérdidas h_f en el flujo de agua de 1 a 2, esto se toma en cuenta en la figura 2.11.

Con referencia a la figura 2.11, la ecuación de Bernoulli para una instalación hidroeléctrica primero se escribe entre el punto 1 en la superficie del reservorio de agua y el punto 2 en la entrada de la turbina de la siguiente manera:

Una segunda aproximación para la teoría básica de las centrales hidráulicas es el desarrollo matemático en términos de líneas de energía y líneas hidráulicas usando la ecuación de Bernoulli. Ésta se relaciona a la línea de energía, a la línea de grado hidráulico y las líneas de posición como se muestra en la figura 2.11, y usando la Ec. 2.29.

$$\frac{C_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + Z_1 = \frac{C_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + Z_2 = \text{constant} \quad (2.29)$$

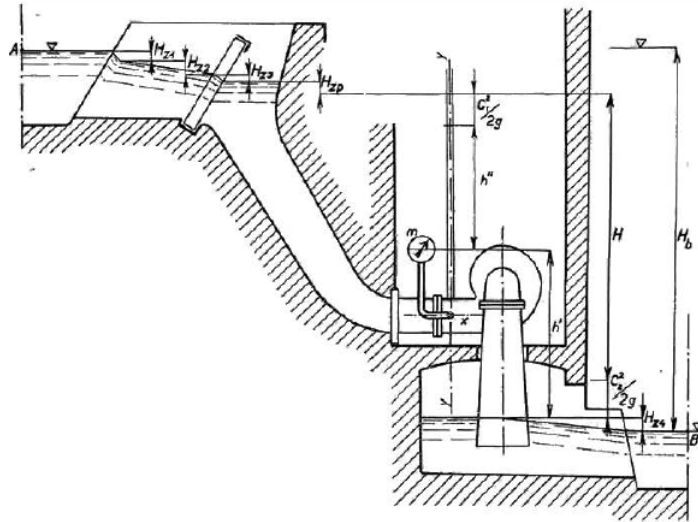


Figura 2.11. Esquema de una central hidroeléctrica para la ecuación de Bernoulli

$$\frac{C_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + Z_1 = \frac{C_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + Z_2 + h_f \quad (2.30)$$

A continuación se escribe entre los puntos 2 y 3, en la superficie del agua a la salida del tubo de aspiración:

$$\frac{C_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + Z_2 = \frac{C_3^2}{2g} + \frac{P_3}{\gamma} + Z_3 + h \quad (2.31)$$

Para propósitos prácticos hacemos C_1 , P_1 , y P_3 igual a cero, y resolviendo para P_2/γ , en la Ec. 2.30 el resultado es:

$$\frac{P_2}{\gamma} = Z_1 - \frac{V_2^2}{2g} - Z_2 - h_f \quad (2.32)$$

Ahora, despejando h de 2.31

$$h = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + Z_2 - \frac{V_3^2}{2g} - Z_3 \quad (2.33)$$

Si sustituimos el lado derecho de la Ec. 2.32 en 2.33, se obtiene:

$$h = \frac{C_2^2}{2g} + \left(Z_1 - \frac{C_2^2}{2g} - Z_2 - h_f \right) + \left(Z_3 - \frac{C_3^2}{2g} - Z_3 \right) \quad (2.34)$$

Simplificando:

$$h = Z_1 - Z_3 - h_f - C_3^2 \quad (2.35)$$

Debido a que la ecuación de Bernoulli define los términos en unidades de libras - pie por libra de agua fluyendo por el sistema, debe reconocerse que las libras de agua fluyendo a través de la turbina por unidad de tiempo por definición es: $\rho g q$. Ahora sabiendo que energía por unidad de tiempo es potencia, es simple calcular multiplicando la ecuación 2.35 y $\rho g q$ o γq para obtener la potencia teórica entregada por el agua a la turbina.

$$P_{hp} = \frac{\rho g q h}{550} = \frac{\gamma q h}{550} \quad (2.36)$$

2.5. Dinámica de fluidos computacional

La dinámica de fluidos computacional (CFD) es una rama de la mecánica de fluidos que utiliza métodos numéricos y algoritmos para resolver problemas físicos relacionados con el movimiento de fluidos, transferencia de calor, reacciones químicas, arrastre de sólidos, entre otros. A grandes rasgos, la CFD consiste en el empleo de computadoras para resolver ecuaciones matemáticas que describen el comportamiento de los fluidos. Estas ecuaciones, que provienen de la mecánica de fluidos, son complejas y difíciles de resolver de forma analítica. Por ello, la CFD utiliza métodos numéricos para discretizar las ecuaciones en un conjunto de ecuaciones más simples que pueden resolverse con una computadora, (Herrera, 2017).

El uso de las técnicas CFD permite un número importante de ventajas, como reducción de tiempo y costos en procesos de diseño, sumado a esto proporciona una cantidad considerable de información del fenómeno estudiado, sin embargo el uso de CFD no es gratuito, se necesitan máquinas muy potentes y en caso utilizar software comercial se requiere el pago de licencias, lo que encarece el precio final, al mismo tiempo es necesario contar con personal calificado que domine la técnica, en caso contrario se pueden dar por buenos resultados erróneos.

2.5.1. Secuencia y estructura

La mayoría de los programas comerciales utiliza el método de volúmenes finitos para resolver numericamente la ecuaciones de gobierno de la mecánica de fluidos. De forma

esquemática lo que plantean es lo siguiente:

- Discretizar el dominio en un número finito de volúmenes de control.
- Definir en cada celda las ecuaciones generales de conservación para la masa, la cantidad de movimiento, la energía y las características que se deseen modelar.
- Discretizar y linealizar las ecuaciones para obtener un sistema algebraico de ecuaciones.
- Solucionar numéricamente el sistema algebraico para obtener la solución final del campo fluidodinámico.

Todos los codigos presentan la siguiente estructura: un módulo de preproceso, otro módulo de solucionador, y un módulo final de postproceso.

Preproceso

Suele ser una interfaz amigable, que permite introducir los datos de entrada al programa de solución, convirtiéndolos luego a un formato compatible para el solver. Esta fase comprende:

- Definición de la geometría a modelar: el dominio computacional
- Generación de la malla, es decir, división del dominio en un número suficiente de celdas o elementos que no se superpongan y que cubran toda la geometría
- Identificación de los fenómenos físicos y químicos que pretenden modelarse
- Definición de las propiedades del fluido o fluidos
- Especificación de las condiciones iniciales y de fronteras del problema

La generación de la malla es muy importante ya que condiciona la calidad de los resultados, debe de tener la cantidad adecuada de volúmenes de control, entre mas elementos contenga, mas próxima a la solución real será la simulación. Sin embargo, mallas con una cantidad extremadamente grande de elementos requerirá de excesivo tiempo de cálculo, por lo que es necesario llegar a una elección adecuada. También es necesario considerar zonas de mallado más fino donde se prevé un mayor gradiente en las variables de flujo.

Solucionador

Constituye la parte central del programa de resolución y se encarga de resolver de forma iterativa las ecuaciones que se han activado previamente en el preproceso, en la mayoría de los casos el usuario no tiene acceso a él y solo lanza la ejecución y espera la resolución del caso, el tiempo depende de los recursos computacionales y el tamaño y características del modelo.

Postproceso

En este módulo se incluyen una serie de herramientas gráficas que permiten analizar los resultados. Es una parte fundamental ya que permite gestionar la gran cantidad de información que el código genera. No solo se trata de disponer de una interfaz gráfica, sino de una herramienta que permita proporcionar variables integradas y promediadas para ofrecer resultados globales, Incluye:

- Representación gráfica del dominio y la malla.
- Mapas de contornos de las variables y plotado de vectores y líneas de corriente.
- Gráficas y distribuciones.
- Gráficas de superficies, bidimensionales y tridimensionales.
- Animaciones y exportación de resultados a otros formatos.

2.5.2. Ecuaciones Diferenciales de Conservación

Las ecuaciones de gobierno del flujo de fluidos representan enunciados matemáticos de las leyes físicas de conservación, (Versteeg and Malalasekera, 1995).

- La masa de un fluido se conserva
- La razón de cambio de momento igual a la suma de fuerzas en una partícula de fluido (Segunda ley de Newton)
- La razón de cambio de la energía es igual a la suma del flujo de calor que entra a una partícula de fluido, y el trabajo hecho por dicha partícula (Primera ley de la termodinámica)

El fluido será tratado como continuo. Para el análisis de flujo de fluidos a escalas macroscópicas ($1\mu\text{m}$ y mayores), la estructura molecular de la materia, y los movimientos moleculares pueden ser ignorados. Se describe el comportamiento del fluido en términos de propiedades macroscópicas, tales como la velocidad, presión, densidad y temperatura, y sus derivadas temporales y espaciales. Estas se pueden ver como promedios de una

cantidad considerable de moléculas. Una partícula del fluido, o punto en el fluido, es el elemento más pequeño de un fluido en el cual, sus propiedades macroscópicas no son influenciadas por moléculas individuales.

Consideramos un elemento diferencial de fluido de lados $\delta x, \delta y, \delta z$. Figura 2.12.

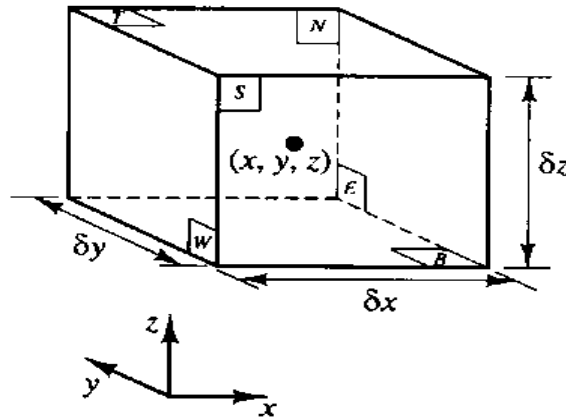


Figura 2.12. Elemento diferencial de un fluido

Las seis caras se etiquetan N, S, E, W, T, B , que significan en inglés, North, South, East, West, Top, Bottom. Las direcciones positivas a lo largo de los ejes coordenados también se especifican. El centro del elemento es localizado en la posición (x, y, z) . Una serie de cambios sistemáticos en la masa, momentum y energía en el elemento del fluido debido al flujo a través de las fronteras, y cuando sea apropiado, debido a la acción de fuentes dentro del elemento, nos lleva a las ecuaciones de flujo de fluidos, (Versteeg and Malalasekera, 1995).

Todas las propiedades de los fluidos son funciones del espacio y el tiempo, por lo tanto, estrictamente se necesita escribir $\rho(x, y, z, t)$, $p(x, y, z, t)$, $T(x, y, z, t)$ y $\mathbf{u}(x, y, z, t)$ para la densidad, presión, temperatura y el vector de velocidad respectivamente. Para evitar notación excesivamente molesta, no se enunciará explícitamente dependencia en coordenadas espaciales y tiempo. En lugar de eso, la densidad en el centro (x, y, z) de un elemento de fluido en el tiempo t se denota por ρ , y la derivada en x de, por decir, la presión p en (x, y, z) , y tiempo t se denota $\delta p / \delta x$. Esta práctica se sigue para todas las propiedades del fluido. El elemento bajo consideración, es tan pequeño que las propiedades del fluido en las caras, se pueden expresar de manera precisa mediante los primeros dos términos de las series de expansión de Taylor. Por ejemplo, la presión en las caras E y W, las cuales se encuentran a una distancia $1/2\delta x$ del centro del elemento, se puede expresar como:

$$p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \text{ y } p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \quad (2.37)$$

2.5.3. Conservación de la masa en tres dimensiones

El primer paso en la derivación de la ecuación de la conservación de la masa, es escribir un balance de masa para el elemento del fluido.

Razón de incremento de masa en el elemento del fluido	=	Razón neta de flujo de masa hacia el elemento del fluido
---	---	--

La razón de incremento de masa en un elemento del fluido es:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \delta x \delta y \delta z) = \frac{\partial \rho}{\partial t} \delta x \delta y \delta z \quad (2.38)$$

Ahora se necesita tomar en cuenta el flujo de masa a través de una cara del elemento, el cual esta dado por el producto de la densidad, el área y el componente de la velocidad normal a la cara. De la figura 2.13 se puede ver que la razón neta de flujo másico dentro del elemento a través de las fronteras esta dado por:

$$\begin{aligned} & \left(\rho u - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \delta y \delta z - \left(\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \delta y \delta z + \left(\rho v - \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z \\ & - \left(\rho v + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z + \left(\rho w - \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y - \left(\rho w + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y \end{aligned} \quad (2.39)$$

Flujos que son dirigidos hacia el elemento produciendo un incremento de masa en el elemento tienen signo positivo, y aquellos que salen del elemento tienen signo negativo.

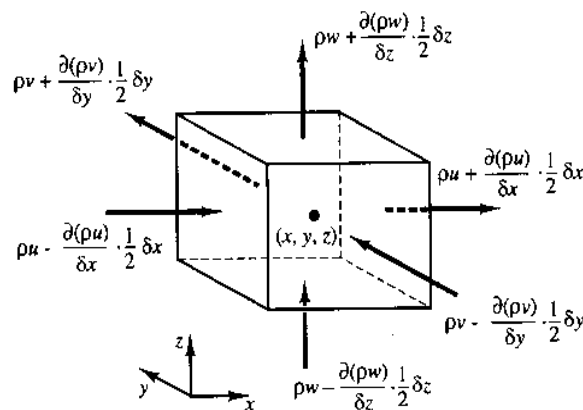


Figura 2.13. Flujos másicos en el elemento diferencial del fluido

La razón de incremento de masa dentro del elemento (ecuación 2.38), se iguala a la razón neta de flujo másico hacia el elemento a través de sus caras (ecuación 2.39). Todos

los términos del balance de masa resultante pasan al lado izquierdo de la ecuación y se divide la expresión entre el volumen diferencial $\delta x \delta y \delta z$. Resultando

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (2.40)$$

o en notación vectorial compacta

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{u}) = 0$$

(2.41)

La ecuación 2.41 es la **ecuación de conservación de la masa, o ecuación de continuidad, en tres dimensiones transitoria** en un punto en **fluido compresible**. El primer término del lado izquierdo es la razón de cambio de la densidad en función del tiempo (masa por unidad de volumen). El segundo término describe el flujo neto de masa hacia afuera del elemento a través de las fronteras y se le llama término convectivo, (Versteeg and Malalasekera, 1995).

Para un **fluido incompresible** (ej. un líquido) la densidad es constante y la ecuación 2.41 queda de la siguiente manera:

$$\text{div} \mathbf{u} = 0 \quad (2.42)$$

o en notación extendida

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.43)$$

2.5.4. Razón de cambio siguiendo una partícula del fluido

Las leyes de conservación de momentum y energía hacen enunciados respecto a los cambios de las propiedades de una partícula de fluido. Cada propiedad de la partícula es función de su posición (x, y, z) y del tiempo. Sea ϕ el valor de una propiedad por unidad de masa. La derivada total o substantiva de ϕ con respecto al tiempo, siguiendo una partícula del fluido, denotada como $D\phi/Dt$ es:

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{dz}{dt} \quad (2.44)$$

Una partícula de fluido sigue el flujo, por lo tanto $dx/dt = u$, $dy/dt = v$ y $dz/dt = w$. Por lo tanto, la derivada substantiva de ϕ esta dada por:

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial\phi}{\partial t} + u\frac{\partial\phi}{\partial x} + v\frac{\partial\phi}{\partial y} + w\frac{\partial\phi}{\partial z} = \frac{\partial\phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \text{grad } \phi \quad (2.45)$$

$D\phi/Dt$ define la razón de cambio de la propiedad ϕ por unidad de masa. Como en el caso de la ecuación de conservación de la masa, estamos interesados en desarrollar ecuaciones para la razón de cambio por unidad de volumen. La razón de cambio de una propiedad ϕ por unidad de volumen para una partícula de fluido esta dado por el producto de $D\phi/Dt$ y la densidad ρ , por lo tanto:

$$\rho \frac{D\phi}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial\phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \text{grad } \phi \right) \quad (2.46)$$

La forma mas útil de las leyes de conservación para el cálculo de flujo de fluidos, son con respecto a los cambios de las propiedades del elemento del fluido estacionario en el espacio. Ahora se desarrollará la relación entre la derivada sustantiva de ϕ , la cual sigue a un partícula de fluido, y la razón de cambio de ϕ para un elemnto del fluido.

La ecuación de conservación de la masa contiene la masa por unidad de volumen (la densidad ρ) como la ecuación conservada. La suma de razón de cambio en la densidad y el término convectivo en la ecuación de conservación de la masa 2.41 para un fluido del elemento es:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \text{div}(\rho\mathbf{u}) \quad (2.47)$$

La generalización de estos términos para una propiedad arbitraria conservada es:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\phi\mathbf{u}) \quad (2.48)$$

La ecuación 2.48 expresa la razón de cambio de ϕ por unidad de volumen mas le flujo neto de ϕ fuera del lemento de fluido por unidad de volumen. Se reescribe para ilustrar la relación con la derivada sustantiva de ϕ :

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\phi\mathbf{u}) = \rho \left[\frac{\partial\phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \text{grad } \phi \right] + \phi \left[\frac{\partial\rho}{\partial t} + \text{div}(\rho\mathbf{u}) \right] = \rho \frac{D\phi}{Dt} \quad (2.49)$$

El término $\phi[\partial\rho/\partial t + \text{div}(\rho\mathbf{u})]$ es igual a cero debido a la conservación de masa (ecuación 2.41). En palabras la ecuación 2.49 establece:

Razón de incremento de ϕ en el elemento del fluido	+	Razón neta de flujo de ϕ fuera del elemento del fluido	=	Razón de incremento de ϕ para una partícula de fluido
---	---	--	---	--

Para construir los tres componentes de la ecuación de momentum y energía, las entradas relevantes para ϕ y sus razones de cambio por unida de volumen como se define en la ecuación 2.46 y 2.49 se dan a continuación:

Momentum en x	u	$\rho \frac{Du}{Dt}$	$\frac{\partial(\rho u)}{Dt} + div(\rho u \mathbf{u})$
Momentum en y	v	$\rho \frac{Dv}{Dt}$	$\frac{\partial(\rho v)}{Dt} + div(\rho v \mathbf{u})$
Momentum en z	w	$\rho \frac{Dw}{Dt}$	$\frac{\partial(\rho w)}{Dt} + div(\rho w \mathbf{u})$
Energía	E	$\rho \frac{DE}{Dt}$	$\frac{\partial(\rho E)}{Dt} + div(\rho E \mathbf{u})$

Ambas formas, conservativa (o divergente) y no conservativa, para la razon de cambio, se pueden usar como alternativas para expresar la conservación de una cantidad física. Las formas no conservativas son usadas mas adelante en la derivación de las ecuaciones de momentum y energía para el flujo de fluidos, (Versteeg and Malalasekera, 1995).

2.5.5. Ecuación de momentum en tres dimensiones

La **segunda ley de Newton** establece que la razon de cambio de momentum de una partícula de fluido iguala a la suma de fuerzas en la partícula.

Razón de incremento de momentum en la partícuál de fluido	$=$	Suma de fuerzas en la partícula de fluido
---	-----	--

Las **Razones de incremento de momentum en x , y y z** por unidad de volumen para una partícula de fluido están dadas por:

$$\rho \frac{Du}{Dt} \quad \rho \frac{Dv}{Dt} \quad \rho \frac{Dw}{Dt} \quad (2.50)$$

Se pueden distinguir dos tipos de fuerzas en las partículas de fluido.

- **Fuerzas de superficie**

- Fuerzas de presión

- Fuerzas viscosas

- **Fuerzas en el cuerpo**

- Fuerza gravitacional

- Fuerza centrífuga

- Fuerza de coriolis

- Fuerzas electromagnéticas

Es práctica común, resaltar las contribuciones debido a las fuerzas por superficie como términos separados en la ecuación de momentum e incluir las fuerzas en el cuerpo como términos fuente.

El estado de esgueros de un elemento de fluido es definido en términos de la presión y de nueve componentes de esfuerzos como se muestra en la figura 2.14. La presión, un esfuerzo normal, es denotada por p . Los esfuerzos viscosos se denotan por τ . La notación de subíndices usual τ_{ij} es aplicada para indicar la dirección de los esfuerzos. Los subíndices i y j en τ_{ij} indican que el componente del esfuerzo actúa en dirección j en una superficie normal a la dirección i .

Primero consideramos los componentes en x de las fuerzas debido a la presión p , y los componentes de los esfuerzos τ_{xx} , τ_{yx} y τ_{zx} mostrado en la figura 2.15. La magnitud de la fuerza resultante de los esfuerzos de superficie es el producto del esfuerzo por el área. Las fuerzas alineadas con la dirección del eje coordenado tienen un signo positivo, y aquellas en dirección opuesta tienen signo negativo. La fuerza neta en dirección en x es la suma de los componentes de las fuerzas actuando en esa dirección en el elemento del fluido, (Versteeg and Malalasekera, 1995).

En el par de caras E y W, se tiene:

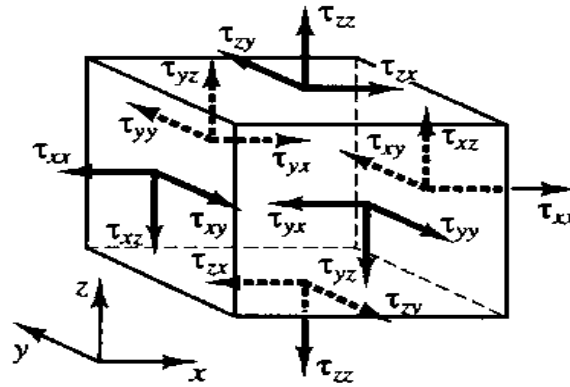


Figura 2.14. Estado de esfuerzos en una partícula de fluido

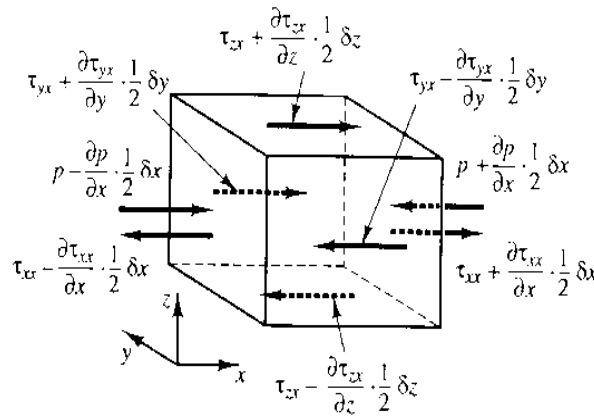


Figura 2.15. Componentes de los esfuerzos en dirección x

$$\left[\left(p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) - \left(\tau_{xx} - \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z + \left[- \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) + \left(\tau_{xx} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z = \left(- \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \right) \delta x \delta y \delta z \quad (2.51)$$

2.6. Algoritmos de optimización

Optimizar es el acto de obtener el mejor resultado bajo ciertas circunstancias dadas, es decir, maximizar los beneficios o minimizar el esfuerzo requerido de algún proceso. Ya que el beneficio o el esfuerzo se pueden expresar en función de variables de decisión, es posible definir la *Optimización* como el proceso de encontrar las condiciones que den el máximo o mínimo de una función. En la figura 2.16 se puede observar que si el punto x^* corresponde al valor mínimo de una función $f(x)$, el mismo punto corresponde la valor máximo de la función $-f(x)$ por lo tanto sin perder generalidad, se puede ver a la optimización como un proceso de minimizar, ya que el máximo de una función se puede

encontrar buscando el mínimo del negativo de la misma función, (Rao, 2019).

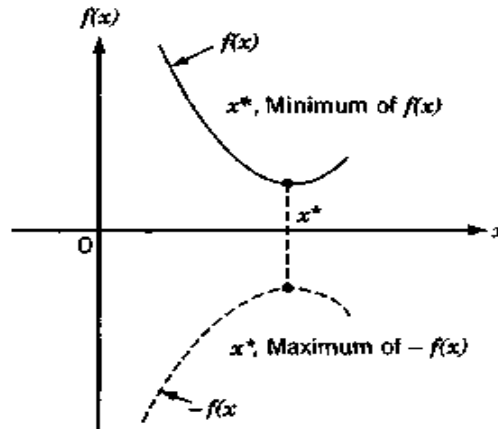


Figura 2.16. El mínimo de $f(x)$ es el mismo que el máximo de $-f(x)$

No existe un solo método para la solución todos los problemas de optimización de una forma eficiente, por lo tanto, se han desarrollado diferentes métodos de optimización para diferentes tipos de problemas de optimización. A los métodos de búsqueda de valores óptimos, también se les conoce como técnicas de programación matemática y generalmente se estudian como parte de la investigación de operaciones, que es una rama de las matemáticas que tiene que ver con la aplicación de métodos y técnicas científicas en problemas de tomas de decisiones y con el establecimiento de soluciones óptimas.

En a tabla 2.2 se puede ver una clasificación de métodos de investigación de operaciones. Las técnicas de programación matemática so útiles en encontrar el mínimo de una función de varias variables bajo ciertas restricciones preestablecidas. Las técnicas de procesos estocásticos se pueden utilizar para analizar procesos descritos por un conjunto de variables aleatorias, habiendo conocido distribuciones probabilísticas. Los métodos estadísticos se utilizan para analizar datos experimentales y construir modelos empíricos para obtener la representación mas acertada de la situación física, (Herrera, 2017).

2.6.1. Algoritmos genéticos

Los problemas prácticos de diseño, se caracterizan por tener variables discretas continuas y espacios de diseño discontinuos no convexos. Si se usan técnicas estandar de programación no lineal son usadas para este tipo de problemas, serán ineficientes, computacionalmente costosas y en el mayor de los casos encuentran un resultado óptimo relativo cercano al punto de inicio. Los algoritmos genéticos (GA's por sus siglas en inglés) estan bien situados para resolver dichos problemas y en la mayoría de los casos es muy probable que encuentren el resultado óptimo global. Aunque los GA's fueron

Tabla 2.2: Métodos en Investigación de Operaciones

Técnicas de programación matemática	Técnicas de procesos estocásticos	Métodos estadísticos
Métodos de cálculo	Teoría de decisión estadística	Análisis de regresión
Cálculo de variaciones	Procesos Markov	Análisis de grupo, reconocimiento de patrones
Programación no lineal	Teoría de cola	Diseño de experimentos
Programación geométrica	Teoría de renovación	análisis discriminativo (análisis de factor)
Programación lineal	Métodos de simulación	
Programación dinámica	Teoría de confiabilidad	
Programación entera		
Programación estocástica		
Programación separable		
Programación multiobjetivo		
Metodos de red: CPM y PERT		
Teoría de juegos		
Simulación de recocido		
Algoritmos genéticos		
Redes Neuronales		

sistemáticamente presentados inicialmente por Holland, las ideas básicas de análisis y diseño, se basan en los conceptos de la evolución biológica, filosóficamente los GA's están basados en la teoría de la supervivencia del más apto de Darwin, (Herrera, 2017).

Los GA's se basan en la genética natural y la selección natural. Los elementos básicos de la genética natural: reproducción, cruce y mutación, se usan en el procedimiento de búsqueda genética. Los algoritmos genéticos se diferencian de los métodos tradicionales en los siguientes puntos.

1. Una población de individuos (Vectores de diseño de prueba) son usados para iniciar el procedimiento en vez de un solo punto de diseño. si el número de variables de diseño es n , usualmente el tamaño de la población se toma de $2n$ a $4n$. debido a

que diferentes puntos se usan como candidatos a solución, los GA's tienen menor posibilidad de quedar atrapados en óptimos locales.

2. GA's solo usan los valores de la función objetivo, las derivadas no se usan en el procedimiento de búsqueda
3. En los GA's, las variables de diseño se representan como cadenas de variables binarias que corresponden a los cromosomas en genética natural. Así que el método de búsqueda es naturalmente aplicable para resolver problemas de programación discreta y entera. Para variables de diseño continuas, la longitud de la cadena puede variar para alcanzar la exactitud deseada.
4. El valor de la función objetivo para cada vector de diseño, tiene el rol de fuerza en la genética natural
5. En cada generación nueva, un nuevo grupo de cadenas se producen mediante la selección y cruce aleatorios de padres de la generación anterior, (el grupo de cadenas anteriores), Aunque sean aleatorios, los GA's no son una técnica simple de búsqueda aleatoria, por el contrario, exploran eficientemente las nuevas combinaciones con el conocimiento disponible para encontrar una generación nueva con mejor fitness o valor de la función objetivo.

Representación de las variables de diseño

En los GA's, las variables de diseño se representan como cadenas de números binarios, 0 y 1. Si cada variable de diseño $x_i, i = 1, 2, \dots, n$ se codifica en una cadena de longitud q , un vector de diseño es representado usando una cadena de longitud total nq . Por ejemplo, si una cadena de longitud 5 se usa para representar cada variable, una cadena de longitud total de 20 describe un vector de diseño con $n = 4$. Por ejemplo, la siguiente cadena de 20 dígitos binarios representan el vector $x_1 = 18, x_2 = 3, x_3 = 1, x_4 = 4$):

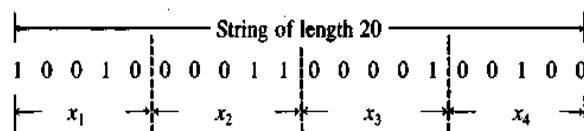


Figura 2.17. Representación binaria de un vector de diseño en los algoritmos genéticos

En general si un número binario está dado por $b_q b_{q-1} \dots b_2 b_1 b_0$ donde $b_k = 0$ o $1, k = 0, 1, 2, \dots, q$, entonces su número decimal equivalente y (entero) es dado por:

$$y = \sum_{k=0}^q 2^k b_k \tag{2.52}$$

Esto indica que una variable de diseño continua x solo se puede representar por un grupo de valores discretos si se usan representaciones binarias. Si una variable x (cuyos límites son $x^{(l)}$ y $x^{(u)}$) es representada por una cadena de q números binarios, como se muestra en la ecuación 2.52, su valor decimal se puede calcular con la siguiente ecuación:

$$x = x^{(l)} + \frac{x^{(u)} - x^{(l)}}{2^q - 1} \sum_{k=0}^q 2^k b_k \quad (2.53)$$

Por lo tanto, si una variable continua debe ser representada con exactitud, se necesita usar un valor grande para q en su representación binaria. De echo el numero de dígitos binarios (q), para representar una variable continua en etapas (exactitud) de Δx puede ser calculado con la relación:

$$2^q \leq \frac{x^{(u)} - x^{(l)}}{\Delta x} + 1 \quad (2.54)$$

Por ejemplo, si una variable continua x con límites 1 y 5, que se necesita representar con una exactitud de 0.01, se necesita usar una representación binaria con q dígitos, donde:

$$2^q \leq \frac{5 - 1}{0.01} + 1 = 401 \text{ o } q = 9 \quad (2.55)$$

La ecuación 2.53 muestra por qué los GA's son naturalmente adecuados para resolver problemas de optimización discretos,(Herrera, 2017).

Representación de la función objetivo y restricciones

Los GA's basicamente encuentran el máximo para un valor sin restricciones. Para resolver un problema de minimización con restricciones, se necesita hacer un par de transformaciones. La primera transforma un problema original con restricciones, en uno sin restricciones, usando el concepto de función de penalización.

$$\text{Minimizar } f(X) + R \sum_{j=1}^m \Phi(g_j(X)) \quad (2.56)$$

sujeto a

$$x_i^{(l)} \leq x_i \leq x_i^{(u)}, 1 = 1, 2, \dots, n \quad (2.57)$$

Donde Φ es una función de penalización definida como:

$$\Phi(Z) = \langle Z \rangle^2 \quad (2.58)$$

donde: $\langle \rangle$

$$\langle Z \rangle = \begin{cases} Z & \text{si } Z > 0 \\ 0 & \text{si } Z \leq 0 \end{cases} \quad (2.59)$$

R es una constante conocida como *Parametro de penalización*. La segunda transformación logra la minimización de $f(X)$ a través de la maximización de una función de aptitud, $F(X)$, definida como:

$$F(X) = F_{max} - \left(f(x) + R \sum_{j=1}^m \Phi(g_j(X)) \right) = F_{max} - f'(X) \quad (2.60)$$

Donde F_{max} se escoge mayor que el valor mayor de $f'(x)$ en la población, y $F(X)$ denota la aptitud de la cadena (vector de diseño X), (Herrera, 2017).

Operadores Genéticos

Los operadores basicos de la genética natural, reproducción, cruza, y mutación, son implementados de la siguiente manera durante la optimización numérica. La reproducción es un proceso en el cual los individuos son seleccionados basados en los valores de su aptitud relativa con la poblacion. En este proceso, cada cadena individual (vector de diseño) se le asigna una probabilidad de ser seleccionado para copiarse, como $f_i / \sum_{i=1}^k f_i$ donde f_i es la aptitud o el valor de la función objetivo del *ithésimo* individuo. (Vector de diseño, X_i) y K es el tamaño de la población. Por lo tanto los individuos con mejor valores de aptitud tienen mayor probabilidad de ser seleccionados para la cruza en subsecuente, así, los individuos mas áptos viven para reproducirse, y los que resultan menos aptos, mueren (supervivencia del mas ápto). Despues de la reproducción la operación de cruza se implementa en dos etapas, primero se seleccionan aleatoriamente dos individuos de la gama de individuos seleccionadas por el operador de reproducción, posteriormente, se selecciona un sitio de cruza aleatoriamente a lo largo de la cadena, y los dígitos binarios (cromosomas) se cambian entre las dos cadenas respetando el sitio de cruza, por ejemplo, si dos vectores de diseño (padres) cada uno con una longitud de la cadena de 10, están dados por:

(Padre 1) $X_1 = 010|1011011$

(Padre 2) $X_2 = 100|0111100$

El resultado de la cruza, cuando el punto de cruza es 3, esta dado por:

(Desendiente 1) $X_3 = 010|0111100$

(Desendiente 2) $X_4 = 100|1011011$

La desendencia nueva obtenida de la cruza (desendencia) se situa en la nueva generación y el proceso continua. Finalmente el operador de mutiacion se aplica a la nueva

cadena con una probabilidad de mutación específica. La mutación es la alteración ocasional aleatoria de un dígito binario, por lo tanto, en la mutación un 0 se cambia por 1 o vice versa, en un punto aleatorio de la cadena, (Herrera, 2017).

Capítulo 3

Metodología

La metodología propuesta en este trabajo para obtener el diseño de una turbina hidráulica, que sea capaz de extraer la máxima energía disponible en un recurso hídrico de baja carga, se enumera en las siguientes etapas:

1. Evaluación del recurso hídrico.
2. Diseño del rodete.
3. Optimización de la entrada-difusor.

La primera etapa consiste en evaluar la energía disponible del recurso hídrico, de esta forma se podrá conocer los parámetros de diseño de la turbina hidráulica. La segunda etapa consiste en diseñar la turbina hidráulica a través de la teoría de turbomaquinaria, en esta misma etapa se obtendrá el modelo 3D parametrizado constituido por: el tubo de entrada, el rodete de la turbina hidráulica y el tubo difusor. Finalmente, la tercera etapa consiste en implementar un algoritmo de optimización que modifique los parámetros del tubo de entrada y el difusor con la finalidad de aumentar la cantidad de energía que la turbina hidráulica puede aprovechar.

3.1. Evaluación del recurso hídrico

En este trabajo se toma como objeto de estudio una planta tratadora de aguas residuales ubicada en el estado de Michoacán. En la Fig.3.1 se muestra la descarga del agua tratada de esta planta tratadora de aguas residuales, siendo esta descarga una posible ubicación para la instalación de una central micro-hidroeléctrica.

Una de las primeras dificultades para la implementación de una central micro-hidroeléctrica en un recurso hídrico de baja carga, es la selección de la turbina hidráulica, debido a que el cálculo de la potencia disponible está en función del caudal y de la altura, sin embargo, estos últimos parámetros varían con respecto al tiempo, dando incertidumbre al



Figura 3.1. Descarga de agua de una planta tratadora de aguas residuales

cálculo de potencia realizado.

Por otro lado, lograr el máximo aprovechamiento de la energía disponible del recurso hídrico, esta directamente relacionado con la eficiencia de la turbina hidráulica, se sabe que se puede alcanza la mayor eficiencia de una turbina hidráulica cuando esta aprovecha toda la energía disponible, esto solo puede pasar cuando la potencia disponible del recurso hídrico es igual a la potencia de la turbina hidráulica. Sin embargo, usualmente la potencia disponible de este tipo de recursos hídricos de baja carga estar por debajo de la potencia de diseño de una turbina hidráulica comercial. Además, se debe considerar el tiempo en que la turbina hidráulica trabajará a la misma potencia, al igual que el tiempo en que el recurso hídrico podrá tener esa potencia disponible.

Para lograr lo anterior, algunos investigadores han propuesto realizar un estudio del comportamiento hídrico del sitio durante un periodo de tiempo, de esta manera se puede seleccionar cuales serán los valores de caudal y altura para el diseño de la turbina hidráulica. Este comportamiento del recurso hídrico puede ser representado mediante una curva de duración de flujo, donde se presentan los diferentes caudales promedios de forma mensual que tuvo el recurso durante un periodo de un año. En la Fig.3.2 se muestra la curva de duración de flujo de la planta tratadora de aguas residuales, donde se observan los caudales promedios de cada mes a lo largo de un año, donde el caudal mínimo fue de $0.8m^3/s$, esta cantidad al ser la minima estuvo disponible durante todo el año. Por otro lado, el caudal máximo presentado fue de $1.24m^3/s$, pero solo se presento en un periodo de 0.2 por ciento del año.

La potencia disponible del recurso hídrico P_a , se calcula a partir de la ecuación 3.1, donde el subíndice i es el contandor según el mes en el cuál se este evaluando la potencia hidráulica disponible del recurso, Q son los cuadales promedios mensuales, ρ es la densidad, g es la gravedad y h es la altura. Usualmente, la variación de h respecto al tiempo es considerado para el cálculo de la potencia disponible, sin embargo, esta

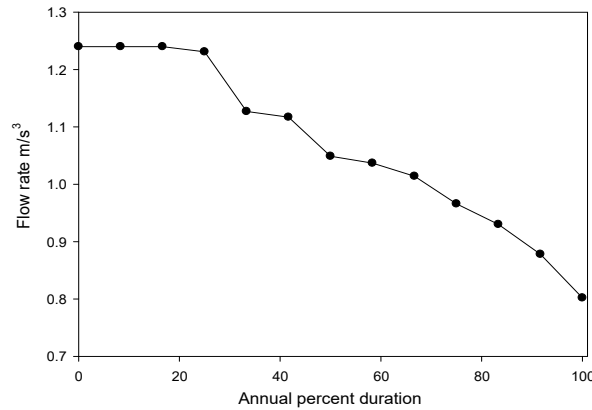


Figura 3.2. Curva de duración de flujo de una planta tratadora de aguas residuales

consideración dificulta la selección de los parámetros de diseño de la turbina hidráulica, en este trabajo se propone considerar un valor constante de 1.2 m para h .

$$P_{a,i} = Q_i \rho g h \tag{3.1}$$

Tabla 3.1: Energía disponible de la planta tratadora de aguas residuales

Q_i (m ³ /s)	$P_{a,i}$ (kW)	$t_{m,i}$ (h)	$t_{ac,i}$ (h)	$E_{an,i}$ (MWh/year)
0.802	9.4	720	8760	82.70
0.878	10.3	744	8016	82.85
0.93	10.9	744	7296	79.87
0.966	11.4	744	6552	74.50
1.014	11.9	720	5808	69.32
1.037	12.2	672	5088	62.11
1.049	12.3	744	4416	54.53
1.117	13.1	720	3672	48.28
1.127	13.26	744	2952	39.16
1.231	14.5	744	2208	31.99
1.24	14.6	720	1464	21.37
1.24	14.6	744	744	10.86

En la tabla 3.1 se presentan los valores de energía disponible calculados para los diferentes caudales de la planta tratadora de aguas residuales. En la primera columna muestra los valores de los diferentes caudales Q_i . La segunda columna presenta los valores de las potencias disponibles P_a calculados por la ecuación 3.1. En la tercera columna se muestra las horas en el mes t_i . La cuarta columna, corresponde al tiempo donde el caudal esta disponible a lo largo del año, esto quiere decir al tiempo acumulado $t_{ac,i}$. Finalmente, la quinta columna presenta la energía anual disponible $E_{an,i}$, esta energía es

el producto de la potencia disponible por el tiempo acumulado.

$$E_{total} = \sum_{i=1}^{i=12} P_{a,i} t_{m,i} \quad (3.2)$$

La selección de los parámetros de diseño de la turbina hidráulica requiere conocer la energía total neta E_{tot} del recurso hídrico durante todo el año, esta se calcula con la ecuación 3.2, todos los valores son conocidos en la tabla 3.1. Por lo tanto, la energía total de la planta tratadora de aguas residuales es de $E_{tot}=108.57$ MWh/año. El mayor valor de energía anual disponible de la tabla 3.1, es $E_{an,o}=82.85$ MWh/año a través del caudal de diseño $Q_o = 0.88m^3/s$. Utilizando un valor de $h = 1.2m$ y en caudal de diseño antes mencionado, se podría aprovechar el 76 % de la energía total disponible del recurso hídrico.

3.2. Diseño del rodete

El tipo de turbina hidráulica más indicada para ser instalada en la planta tratadora de aguas residuales debe ser establecida a partir de los datos de caudal de diseño y potencia de diseño obtenidas en la sección anterior. En la literatura se tiene establecido un estandar del tipo de turbina hidráulica que debe ser utilizada según el caudal y la altura disponible del recurso hídrico, en la figura 2.5 se observan las diferentes regiones donde puede ser utilizado cada tipo de turbina hidráulica según sus características. Sin embargo, la altura disponible de la planta tratadora de aguas residuales no se encuentra, el valor menor es de 3m lo cual indica que podría ser una turbina de hélice con álabes fijos.

Por otro lado, se encuentra el diagrama de la figura 3.3, donde se muestra la selección del tipo de turbina hidráulica a través de la velocidad específica n_s y la altura h . La velocidad específica se calcula a partir de la ecuación 3.3.

$$n_s = \frac{NP_o^{1/2}}{h^{5/4}} \quad (3.3)$$

Por lo anterior, la turbina hidráulica tipo hélice debe ser diseñada a partir de la definición de la velocidad de rotación N a la cuál trabajará, y esta velocidad es definida por el generador eléctrico al cuál estará conectado y ambos tendrán la misma velocidad. En este caso se decidió tomar una velocidad de 300 rev/min, debido al generador de baja potencia que se utilizará en el acoplamiento con la turbina hidráulica. Después, se podrá conocer la velocidad específica n_s resolviendo la ecuación ??, donde P_o es la potencia generada por el caudal de diseño seleccionado en la sección anterior, h es la altura que

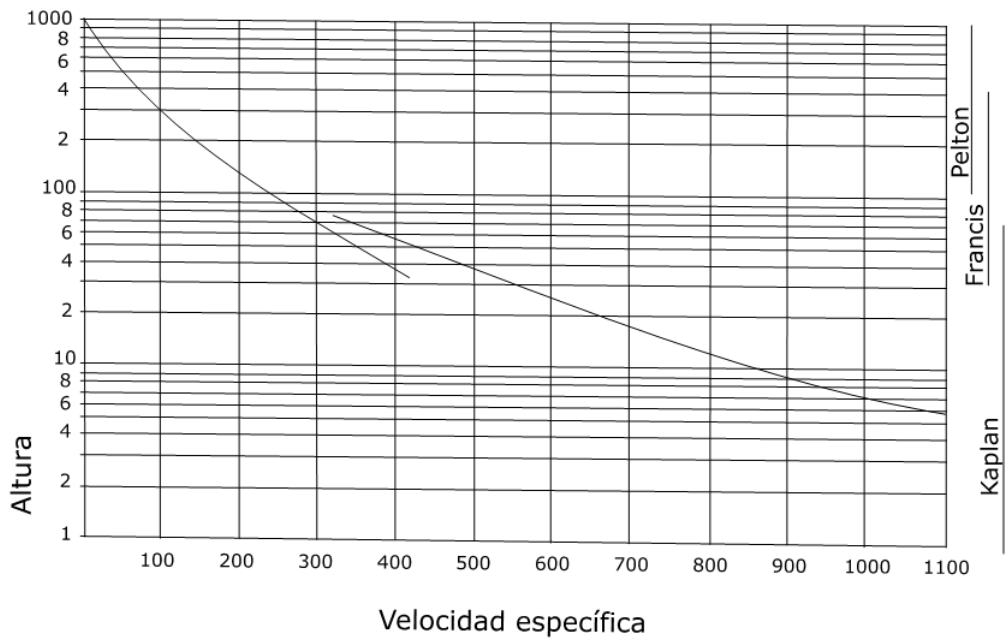


Figura 3.3. Esquema para la selección de una turbina hidráulica.

se tiene del recurso hídrico. Resolviendo se tiene un valor de $n_s = 888$.

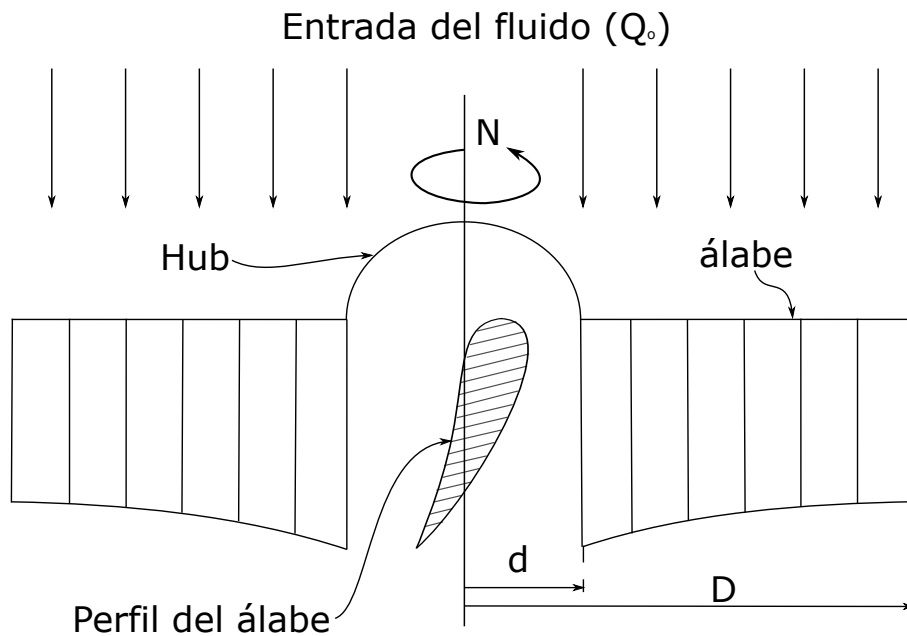


Figura 3.4. Diagrama de entrada a la turbina hidráulica tipo hélice

En la figura 3.4, se observa el diagrama de una turbina hidráulica tipo hélice, donde la dirección del caudal es hacia abajo, el flujo entra en contacto con el rodete, el cual está compuesto por su hub y por un conjunto de pálabas fijas que deben ser orientados de tal

forma que se aproveche al máximo la transferencia de energía. Como se observa en la imagen, se tienen dos diámetros, el primero es el d diámetro del hub y D es el diámetro del rodete, estos deben ser calculados a partir de la ecuación de la continuidad. La relación de diámetros del rodete es representado por la variable Ψ , para el diseño de esta turbina hidráulica tipo hélice se tiene un valor de 0.4[].

$$Q_o = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) 2gH^{0.5}\Psi \quad (3.4)$$

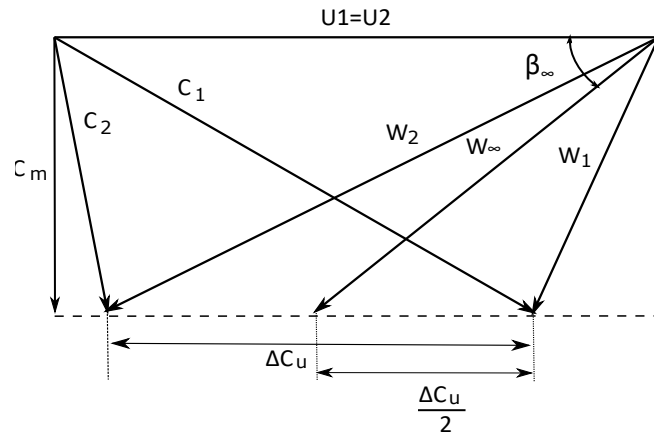


Figura 3.5. Triángulos de velocidad aplicados a una turbina hidráulica

Los diámetros del rodete multiplicado por la velocidad angular, dan como resultado la velocidad tangencial del rodete, $U_{hub} = 3.8$ y $U_{tip} = 9.4$ m/s fueron calculadas. La ecuación 3.5, es una expresión de la ecuación de Euler, que describe el intercambio de energía entre el rodete de una turbina y el fluido de trabajo, donde los valores de ΔC_u es el incremento de la velocidad tangencial del fluido.

$$\Delta C_u = \frac{H_E g}{U} \quad (3.5)$$

A fin de obtener la máxima energía transferida, la velocidad tangencial del fluido a la salida se considera como $C_{u(exit)} = 0$ y por consecuencia $C_{exit} = C_m$. Tratando de evadir la forma tradicional de asumir la eficiencia en el dispositivo la energía teórica convertida por el rodete fue establecida como la energía hidráulica disponible como $H_E = 1.2$ m. La velocidad de flujo meridional C_m es la misma en toda la sección del rodete. Esto depende del área de descarga y del flujo en el rodete. Utilizando esta velocidad, de la Eq.3.6, los ángulos del álabe $\beta_{hub} = 60^\circ$ y $\beta_{tip} = 32^\circ$ fueron obtenidos. De esta forma es definida la inclinación del perfil del álabe.

$$tg(\beta_\infty) = \frac{C_m}{U - \frac{\Delta C_u}{2}} \quad (3.6)$$

En la figura 3.6, se observa la vista en planta del rodete de la turbina hidráulica tipo hélice, de aquí se observa que el número de álabes es de cuatro, y los diámetros antes mencionados, en la segunda vista se tiene el rodete en vista frontal, donde se pueden identificar las variables β_{tip} y β_{hub} , así como la longitud de la cuerda C_{hub} .

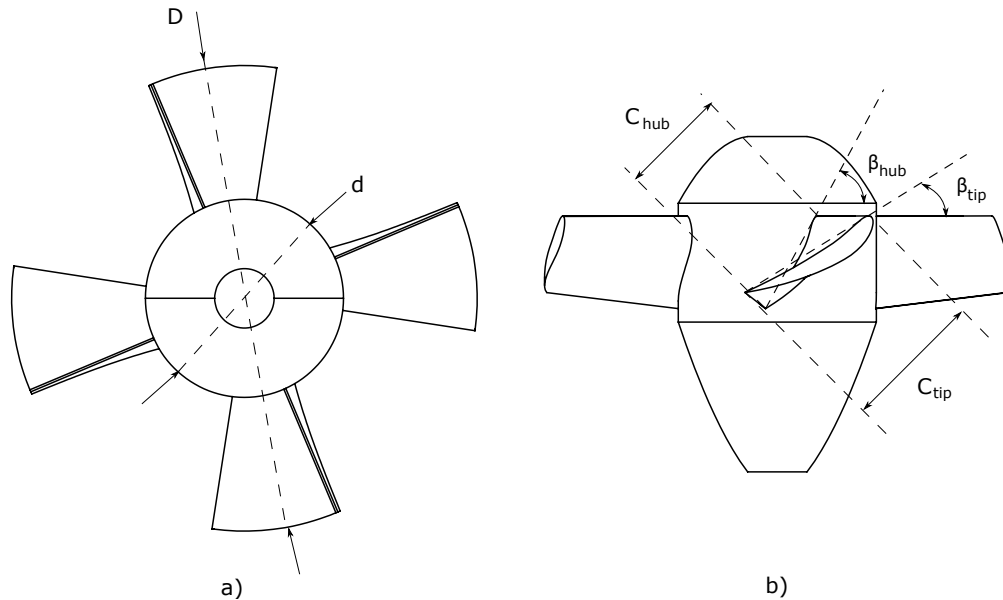


Figura 3.6. Rodete de la turbina tipo hélice: a) vista de planta y b) vista lateral.

El modelo que será utilizado en la proceso de optimización debe contar con la sección de entrada al rodete, el rodete y el tubo difusor. En la figura 3.7, se muestran las diferentes secciones con las que cuenta el modelo, la sección A es la entrada del flujo, en esta zona el flujo se debe desarrollar antes de entrar a la sección B que es la entrada a la región del rodete de la turbina, después pasa a la sección C donde es la salida del rodete y la entrada del tubo difusor hasta llegar a la sección D que es la salida del flujo del modelo. Como se observa en la imagen, la alta complejidad del modelo en la zona del rodete de la turbina hidráulica requiere que se haga la consideración de que el modelo sea una cuarta parte del modelo completo en dirección radial.

La discretización espacial es la división del modelo en una cierta cantidad de elementos, como se mostro anteriormente, existen diferentes tipos de discretizaciones ya sean estructuradas o no estructuradas, en este trabajo se hara uso de la discretización espacial estructurada, para lograr lo anterior es necesario subdividir el modelo en geometrías regulares, como se observo en la sección pasada la zona del rodete es la que tiene mayor coplejidad debido a la inclinación de los álabes. En la figura 3.8, se muestra la discretización espacial donde se obtuvieron 64 volúmenes en esta zona.

El acoplamiento del rodete con la entrada y con el tubo difusor se realizo con la defi-

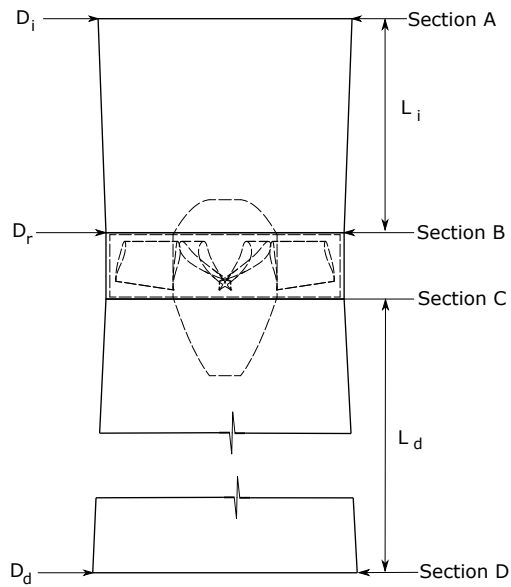


Figura 3.7. Diálogo de la turbina hidráulica tipo hélice acoplada a la entrada y al difusor.

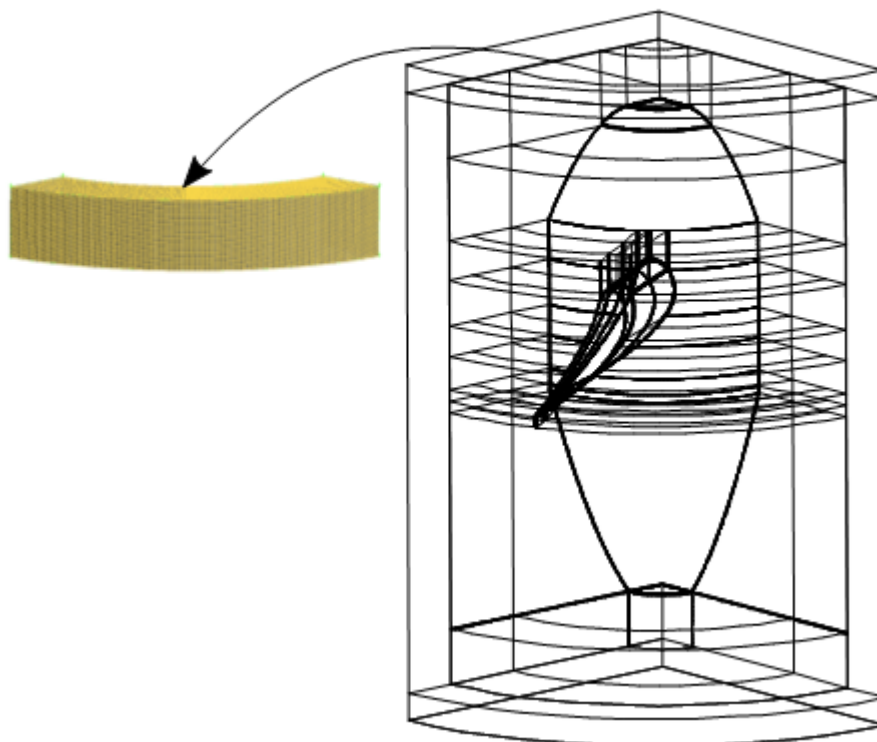


Figura 3.8. Discretización espacial del dominio de la turbina hidráulica tipo hélice.

nición de los diámetros y la longitud generando un cilindro para la entrada y otro para el tubo difusor. En la Figura 3.9, se muestra el acoplamiento de estas regiones donde

se observa que se consideró una cuarta para del modelo, haciendo la suposición que el flujo tendrá un comportamiento axisimétrico.

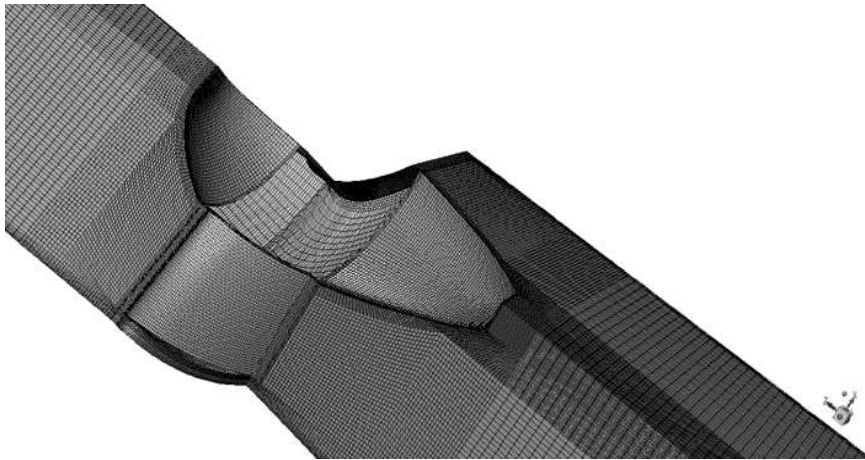


Figura 3.9. Malla estructurada del dominio de la entrada, el rodete y el tubo difusor.

3.3. Esquema de optimización de la entrada-difusor

La metodología para la optimización automática utilizada en este trabajo se basa en el acoplamiento de *softwares* comerciales y multidisciplinarios: iSIGHT, FLUENT, GAMBIT y MATLAB. La metodología utilizada en el presente trabajo se basa en la propuesta hecha por Herrera (2017). Los cuáles optimizaron las condiciones de frontera, parametrizaron el perfil de velocidades de entrada al aspirador logrando minimizar las pérdidas de energía a lo largo de este dispositivo. En esta investigación, la geometría del tubo de entrada así como el tubo difusor son parametrizados para buscar aumentar la energía que incide sobre la superficie del álabe del rodete. La metodología ahora propuesta para llevar a cabo la optimización numérica de la geométrica se puede resumir en los siguientes pasos:

En la figura 3.10 se observa las etapas del ciclo de optimización. Este proceso fue programado en un script de PowerShell. La primera etapa consiste en la asignación de valores a los parámetros diámetro-longitud tanto del tubo de entrada como del tubo difusor. Estos valores son propuestos por Isight y son enviados a la siguiente etapa, donde Matlab recibe estos valores para generar un archivo *.jou, este archivo contiene las instrucciones en GAMBIT para generar la geometría así como la malla y finalmente la asignación de las condiciones de frontera. GAMBIT lee el archivo y define el dominio computacional a través de la geometría, la malla y los tipos de fronteras. El código FLUENT a través de un archivo *.jou importa la malla y se definen tanto el modelo numérico obteniendo los campos de velocidad y de presión como los modelos de turbulencia y se hace todo el set up para lograr realizar la simulación numérica. MATLAB interpreta los resultados

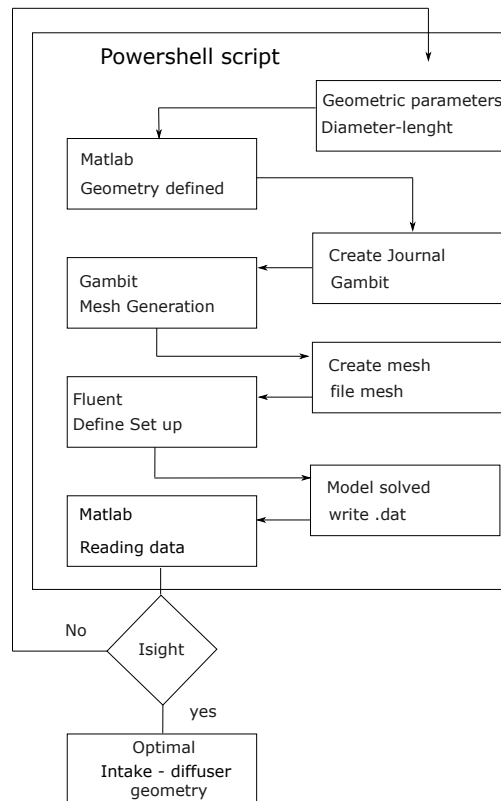


Figura 3.10. Diagrama de flujo para la optimización numérica del conjunto entrada-tubo difusor de una turbina hidráulica tipo hélice.

para calcular los valores de las funciones objetivo. El algoritmo de optimización evalúa los resultados de acuerdo a los valores de restricción, y si la función objetivo no cambia o el número máximo de iteraciones son realizadas o se alcanza algún criterio de convergencia, termina el proceso de optimización. En caso contrario, el proceso continúa con un nuevo grupo de valores para las variables de control.

3.4. Parametrización de la geometría

La primera etapa en un trabajo de optimización de diseño es la elección de la forma de parametrizar la geometría a optimizar, para este estudio el tubo de entrada y el tubo difusor. Esta etapa junto con la técnica de optimización, impacta considerablemente en los resultados finales y en la eficiencia del proceso de optimización. Cada optimización necesita una representación paramétrica del problema a resolver, lo cual usualmente es sujeto de estudios independientes. Ya que la complejidad de un problema de optimización se incrementa exponencialmente con la cantidad de variables usadas, la representación geométrica a través de parámetros del tubo de aspiración es crucial para el éxito del proceso de optimización.

Por lo tanto los objetivos principales para representar la geometría son:

1. Encontrar un número adecuado de variables.
2. Evitar cambios geométricos bruscos y extremos.
3. Ajustar a los valores experimentales dados para el difusor.
4. Respresentar su estructura física.

El significado de alcanzar estos objetivos repercute en el método que mejor permita aproximar la forma geométrica. Este método debe cumplir el compromiso entre la precisión de la geometría y la cantidad necesaria de información para describirla. Por esta razón la parametrización de la geometría se enfoca en la representación del tubo difusor de acuerdo a las relaciones de áreas entre la entrada y la salida así como la relación de longitud que da la divergencia ducto, (Herrera, 2017).

3.4.1. Relaciones de áreas y de longitud

En una turbina hidráulica, la principal recuperación de energía se obtiene a la salida del rodete en la parte cónica del tubo difusor. Posteriormente el ángulo de apertura relacionado con el incremento de área de la sección transversal determina la energía cinética convertida en energía de presión. El grado ángulo del cono ha sido establecido para evitar la separación del flujo de la pared, reduciendo la velocidad de flujo. Para alcanzar esta condición, se debe determinar el ángulo de apertura óptimo, (Herrera, 2017).

La ecuación 3.7, muestra como un valor mayor a la unidad indica la dimensión del área de salida obteniéndose el ángulo de apertura de la divergencia:

$$AR = \frac{A_{Salida}}{A_{Entrada}} \quad (3.7)$$

Y la ecuación 3.8, la relación de longitud, la cual indica que un valor mayor a la unidad la divergencia se reduce aumentando el ducto del difusor.

$$LR = \frac{L}{l} \quad (3.8)$$

La geometría entonces es representada paramétricamente a través de una sola variable de diseño y así poder manipularla automáticamente buscando reducir el impacto que tiene en el problema de optimización. En nuestro caso, el aspirador se generó usando cinco puntos los cuales describen la geometría en un plano bi-dimensional. En la figura 3.11, se muestra el acoplamiento de la malla y el detalle en la región del álabe. El modelo esta cosntituido por la región de entrada, el rodete y el tubo difusor, las zonas A y D cambiaran su diámetro en el proceso de optimización.

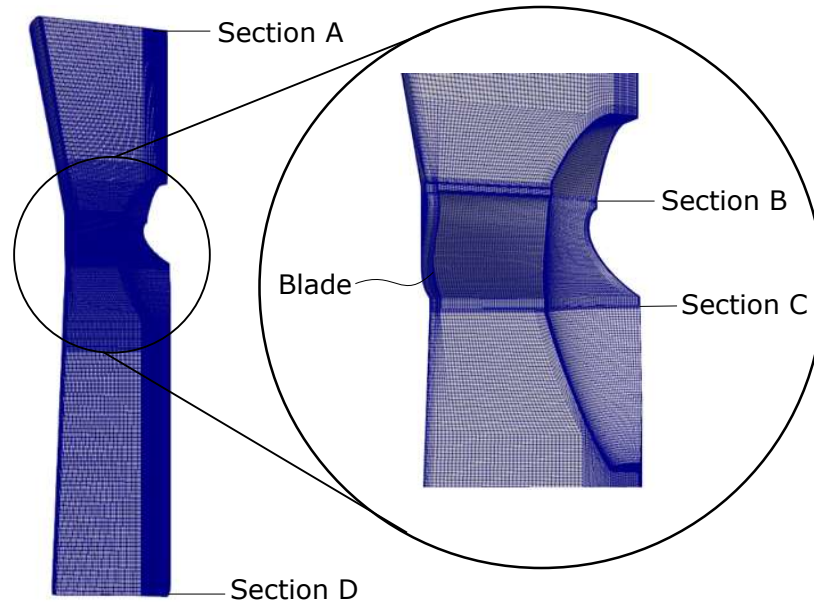


Figura 3.11. Malla estructurada del modelo acoplado de la entrada, el rodete y el tubo difusor

3.4.2. Optimización de la entrada-difusor.

La configuración del difusor (divergente-ducto o ducto-divergente) con su respectivo dominio computacional se estableció definiendo cinco puntos en el plano $y - z$ utilizando un *journal* para Gambit.

En cada evaluación de la DFC, se creó una cara axisimétrica en 2D la cual se revoluciona para generar la geometría completa del difusor en 3D. Los mismos parámetros de la topología de la malla se usaron para cada difusor para evitar la variación de la calidad de la malla, (Marjavaara and Lundström, 2007).

En relación a la forma de las paredes, Gubin (1973) estableció que en muchas estaciones hidroeléctricas el uso de un tubo difusor con la forma de las paredes del tipo campana, pudo obtener altas eficiencias de la turbina en un rango amplio de condiciones de operación. En una estación hidroeléctrica con turbinas de álabes ajustables de $D_1 = 2.9m$ se alcanzó una eficiencia del 91 % de $L = 1.665D_1$. Un ejemplo interesante es el de una estación hidroeléctrica con $H = 5.2m$ y una salida de potencia por unidad de $440kW$ donde estaban en uso un tubo difusor de tipo campana de altura $L = 1.06$ a $1.1D_1$ y un tubo difusor doblado de altura $h \approx 2.8D_1$. Para un diámetro de rodete de $D_1 = 1.9m$ la eficiencia de la turbina era de 85 % cuando se usó el tubo difusor de tipo campana y de 83 % cuando se usó el tubo difusor doblado. Valores similares para la altura y la eficiencia se obtuvieron después en una hidroeléctrica con un rodete de diámetro $D_1 = 3.0m$ y un tubo difusor doblado de altura $L = 2.1D_1$. Los tubos difusores de tipo campana de

altura entre 1.5 a $1.73D_1$ de seccion transversal con D_4 variando de 2.41 a $3.47D_1$ y altura de la sección transversal de salida entre $h_{exit} = 0.261$ a $0.319D_1$ estan en uso en varias hidroeléctricas donde la salida de potencia por unidad es baja.

Estos ejemplos demuestran que los tubos difusores con la forma de la pared divergente del tipo campana permiten obtener altas eficiencias en las turbinas, pulsaciones de presión más pequeñas tanto en la turbina como en el tubo sin ningún impacto significativo en la eficiencia, permitiendo reducir la altura del tubo y por consiguiente el arreglo de la central hidroeléctrica. Por la misma recuperación dinámica, los tubos difusor con forma de campana tienen una distribución de flujo más uniforme despues del rodete y su coeficiente de cavitación es menor. La desventaja de estos tipos de tubos es su gran amplitud a lo largo de la cámara de salida donde pueden alcanzar valores de $AR = 4.0$, y la necesidad de soportes debajo de los tubos de dimensiones grandes. En los tubos difusores con paredes de tipo campana, la energía cinética del flujo axial y la energía del flujo rotacional se recuperan sin el uso de un codo, (Herrera, 2017).

El desempeño del tubo difusor de tipo campana depende del perfil de la sección transversal. El perfil de la pared se diseña en base a la suposición que en el tubo difusor existe flujo potencial.

Se puede escribir que:

$$\Delta r/r = const = m \quad (3.9)$$

Cuando $v_r = C/r^2$ se obtiene un cono de **línea recta**:

$$r(Z) = \frac{z + C_2}{C_1} \quad (3.10)$$

Para definir las ecuaciones que nos den los valores de las constantes en cada geometría a analizar, se utilizan las condiciones iniciales $r(0) = 0.5$ y $r(z) = 1$, obteniendo:

$$C_1 = \frac{z}{0.5} \quad (3.11)$$

$$C_2 = -(0.5 * C_1) \quad (3.12)$$

Sustituyendo los valores de las constantes en la Ec. 3.10 es posible conocer $r(z)$ para cada caso particular.

Después que el algoritmo de optimización proponga un nuevo valor de D_A y D_D , especial cuidado se deberá tener con ángulos de divergencia muy grandes, hasta 20° ,

(Herrera, 2017) . Esto puede ocasionar separación del flujo de las paredes del tubo de aspiración cuando la intensidad de giro es pequeña, o puede generar la formación de una zona muerta en el centro del tubo de aspiración cuando la intensidad de giro del flujo es muy severa.

3.5. Modelo Numérico

Los nuevos valores de los diámetros y longitudes propuestas en el proceso de optimización se evaluarán a través de un análisis DFC. El flujo en el interior del tubo difusor es extremadamente complejo al simularse mediante DFC debido a su naturaleza turbulenta, con intensidad de giro y donde también esta presente un gradiente de presión inverso.

Debido a las grandes escalas que ocurren en flujos turbulentos, tratar de simular el comportamiento exacto del flujo sería extremadamente costoso computacionalmente, es por eso que se necesita un modelo numérico con la capacidad de predecir adecuadamente las principales características de la turbulencia y sus efectos en el flujo a un costo computacional más bajo para un proceso que requerirá un número importante de evaluaciones de DFC. De igual manera es necesario discretizar el dominio con un número de volúmenes suficientes para poder captar adecuadamente los gradientes en el flujo sin que sean demasiados para hacer computacionalmente costoso el estudio.

La malla estructurada en diversos bloques fué generada en Gambit con aproximadamente 700,000 celdas hexahédricas, con una máxima asimetría de 0.8 y una relación de aspecto de 50. El flujo en el tubo difusor se considera turbulento, estable, isotérmico e incompresible, por lo tanto, las ecuaciones promediadas de Reynolds para las ecuaciones de Navier-Stokes son usadas para resolver este tipo de flujo. El solucionador de las ecuaciones fue basado en la presión. El modelo de turbulencia $\kappa - \epsilon$ estandar con función de la pared fué definido. El esquema SIMPLE se uso para el acoplamiento de la presión - velocidad. La discretización espacial para el transporte de momentum se realiza haciendo una aproximación de segundo orden y la ecuación de presión con una diferenciación central de segundo orden. Se establece la condición de frontera a la entrada junto con el perfil de velocidades. A la salida, se estableció la condición de salida de presión manométrica de cero. En las paredes se usó la condición de no deslizamiento y una rugosidad de $10\mu m$, (Galván et al., 2013).

3.6. Algoritmo de optimización

La optimización de la geometría del conjunto tubo de entrada, rodete y tubo difusor se estableció en una etapa:

- Se definió el control para parametrizar la geometría y modificar las relaciones de áreas y de longitud, donde las funciones objetivo fueron; el coeficiente de recuperación de presión Cp_m y la eficiencia hidráulica.

El algoritmo de optimización utilizado ha sido la variante multi-isla de los algoritmos genéticos (MIGA, por sus siglas en inglés). El MIGA utiliza diferentes parámetros que determinan su funcionamiento: los parámetros básicos se utilizan para definir el número de iteraciones que se realizarán y los parámetros avanzados que determinan la funcionalidad del algoritmo. En la tabla 3.2, se muestran los parámetros avanzados mantuvieron los valores pre-definidos por el software. El algoritmo MIGA debe almacenar los diseños en diferentes islas para realizar las operaciones genéticas habituales (selección, reproducción y mutación). De este modo, proponiendo cuatro islas con doce diseños por isla y doce generaciones, como se muestra en los parámetros principales de la tabla 3.2, se deben analizar 576 nuevas formas para completar el proceso de optimización. Además, las operaciones denominadas migración, mutación y cruce transferirán algunos diseños de una isla a otra en cada generación, como se muestra en la tabla 3.2 como parámetros secundarios, mejorando la variabilidad de la forma del difusor.

Tabla 3.2: Valores de los parámetros avanzados pre-determinados por el algoritmo genético multi-isla.

Parámetro	Valor
Razón de cruce	1
Razón de mutación	0.01
Razón de migración	0.01
Intervalo de migración	5
Población élite	1
Tamaño real del torneo	0.5

3.6.1. Condiciones del MIGA para optimizar *AR* y *LR*

Los parámetros del algoritmo MIGA que determinan el número total de iteraciones son los individuos por subpoblación, la cantidad de islas y de iteraciones. Los valores utilizados en el proceso de optimización se muestran en la tabla 3.3.

Tabla 3.3: Valores de los parámetros básicos del algoritmo genético multi-isla.

Parámetro	Valor
Tamaño de subpoblación	12
Número de islas	4
Número de generaciones	12

3.6.2. Condiciones del MIGA para optimizar la configuración y forma

Las condiciones para el proceso de optimización, fueron limitar la variación de los parámetros a variar. En la tabla 3.4, se muestran los rangos para cada parámetros que se varía en el proceso de optimización.

Tabla 3.4: Definición de los limites de los parámetros a optimizar

Parámetro	Límite superior	Límite inferior
Diámetro del tubo difusor	320	550
Diámetro de la entrada	320	450
Longitud del tubo difusor	700	1600
Longitud de tubo entrada	380	400

Función Rosenbrock para validación del MIGA

Es común utilizar la función Rosenbrock Ec. 3.13 para determinar la efectividad de un algoritmo de optimización. Es una función no convexa y cuenta con muchos mínimos locales lo que hace compleja la tarea de encontrar el mínimo global. Se define de la siguiente manera:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n-1} \left[100(x_{i+1} - x)^2 + (x_i - 1)^2 \right] \quad (3.13)$$

Cuyo mínimo gobal se encuentra en:

$$f(x^*) = 0 \quad (3.14)$$

Con

$$x^* = x_1, \dots, x_n = 1, \dots, 1 \quad (3.15)$$

Cada problema de optimización intenta determinar $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ que minimize $f(x)$ sujeto a $g_j(x) \leq 0$ y $l_k(X) = 0$ con $j = 1, 2, \dots, m$ y $k = 1, 2, \dots, p$. Donde X es el vector de diseño y n el número de variables de diseño, $f(x)$ es la función objetivo la

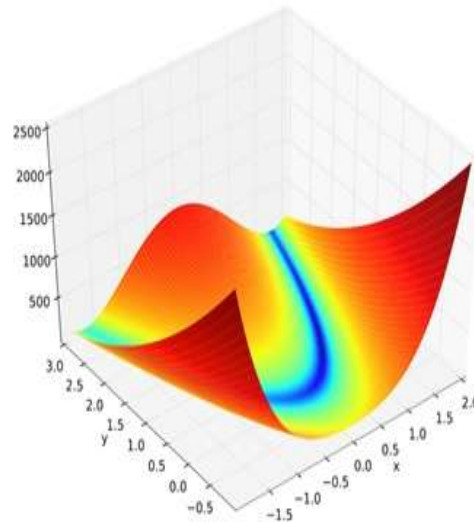


Figura 3.12. Visualización de la función de Rosenbrock, (Wikipedia, 2009).

cual se puede maximizar o minimizar y $g_j(X)$ y $l_j(X)$ son restricciones de desigualdad e igualdad respectivamente, con j y k el número de cada tipo de restricción. Para el estudio realizado se tiene $n = 10$ y las restricciones para las variables de diseño se utilizan :

$$-10 \leq x_n \leq 10 \quad (3.16)$$

3.7. Función objetivo

El desempeño del tubo difusor es representado numéricamente con el coeficiente de recuperación de presión promedio, Cp_m , el cuál indica el incremento en presión estática comparado con la energía cinética de un flujo promedio en la entrada, donde valores grandes representan un mejor desempeño, y se define de la siguiente manera:

$$Cp_m = \frac{\frac{1}{A_{out}} \int_{out} p dA - \frac{1}{A_{in}} \int_{in} p dA}{\frac{1}{2} \rho \left(\frac{Q}{A_{in}} \right)^2} \quad (3.17)$$

Donde p es la presión estatica, ρ es la densidad del agua, Q el flujo volúmetrico, A el área de la sección transversal.

$$\eta = \frac{M_n \omega}{P_o} \eta_{mec} \eta_{vol} \quad (3.18)$$

En la Ec. 3.17 se puede ver que el coeficiente de recuperación promedio depende de dos factores, los perfiles de velocidad a la entrada y a la salida, y la diferencia de presión total a lo largo del tubo de aspiración. El primer término indica la reducción de recuperación de presión debido a la insuficiencia de difusión, y el segundo término indica las pérdidas de energía por disipación debido a los efectos viscosos. De la misma

ecuación se puede observar que el desempeño del tubo de aspiración se puede mejorar ya sea obteniendo un flujo uniforme a la salida o mediante la reducción de las pérdidas a lo largo del tubo de aspiración. El segundo término de la ecuación ?? también se le conoce como factor de pérdida de energía ζ , el cual cuantifica la energía convertida en una forma que no se puede utilizar, es decir, pérdidas. Considera la pérdida de presión total desde la entrada a la salida en relación con la energía cinética a la entrada.

$$\vec{M}_n = \vec{r}_{AB} \times \vec{F}_p + \vec{r}_{AB} \times \vec{F}_v \quad (3.19)$$

Donde M_n es el momento numérico, ω la velocidad angular, η_{mec} la eficiencia mecánica por pérdidas fricción y η_{vol} es la eficiencia volumétrica debido a fugas por goteo. η_{mec} y η_{vol} son cercanos a la unidad y son asumidos constantes con el valor de la unidad para este estudio, (Chirkov et al., 2018).

El momento numérico, \vec{M}_n , fue calculado por la ecuación 3.19. Donde \vec{F}_v es el vector de la fuerza viscosa, \vec{F}_p es el vector de la fuerza de presión, y \vec{r}_{AB} es el vector de momento que es la distancia desde el eje de rotación hasta centro de presión. La presión de saturación del agua a 20 °C, $P_s = 2.34\text{kPa}$, esto fue establecida como restricción del proceso de optimización para evitar el origen del fenómeno de cavitación en el campo flujo.

3.8. Cluster de cálculo

La solución de los modelos numéricos requiere de un alto poder computacional, por lo cual se hizo uso de un cluster de cálculo para la solución no solo de la solución de los modelos numéricos pero también del proceso de optimización, de tal forma se podrá aprovechar el método *MultiIslandGeneticAlgorithm* para distribuir y reducir el tiempo de cómputo necesario para la solución de todos los casos propuestos. El cluster está configurado en Windows HPC Server, con un nodo maestro y diez nodos estaciones de trabajo. La arquitectura utilizada se muestra en la figura 3.13.

La capacidad del cluster es la siguiente; tiene un nodo maestro de 12 Gb de RAM, un procesador Intel i7 de 8 núcleos a 2.5 Ghz y 1 Tb de disco duro, el cual administra el proceso de optimización sin realizar ningún trabajo de cálculo, su función principal es la de distribuir el trabajo a las estaciones de trabajo disponibles. Para realizar el proceso de cálculo el cluster cuenta con diez nodos cada uno con 16 GB de RAM, un procesador AMD fx800 de 8 núcleos a 4 Ghz y 250 Gb de disco duro en estado sólido. La velocidad de transferencia de datos entre el equipo es de 1 Gb/s.

Por lo anterior, en este capítulo se ha detallado cada paso de la metodología utilizada

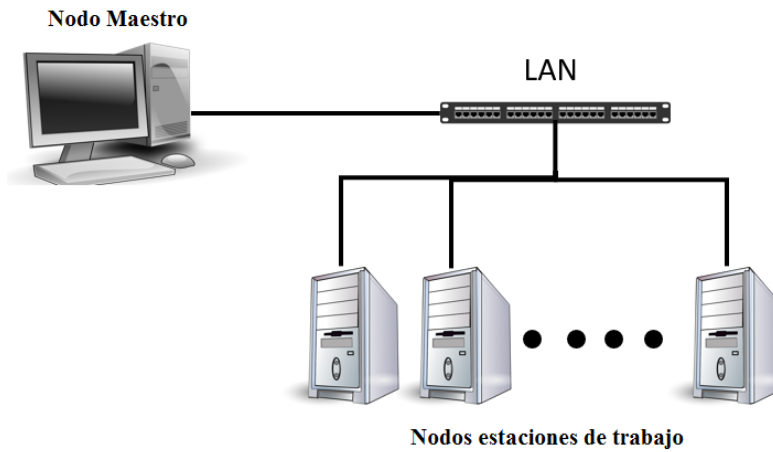


Figura 3.13. Arquitectura usada en el cluster de cálculo empleado para el proceso de optimización geométrica del tubo de aspiración



Figura 3.14. Estaciones de trabajo del cluster de cálculo construido para el trabajo de optimización

para obtener una geometría de una turbina hidráulica capaz de extraer la mayor energía posible de un recurso hídrico de baja carga a través del uso de herramientas numéricas. En el siguiente capítulo se presentarán los resultados obtenidos por el proceso de optimización con la metodología descrita así como el análisis del flujo resultado de las modificaciones de los parámetros geométricos del acoplamiento del tubo de entrada, la turbina hidráulica y el tubo difusor.

Capítulo 4

Resultados y Análisis

En este capítulo se presentarán y analizarán los resultados obtenidos en la optimización multi-objetivo del tubo de entrada y del tubo difusor para lograr una mayor transferencia de energía entre el rodete de una turbina hidráulica tipo hélice y el caudal de una planta tratadora de aguas residuales. El coeficiente de recuperación de presión y la eficiencia hidráulica fueron las funciones objetivo en este proceso de optimización. La variación de los parámetros del tubo de entrada y el tubo difusor fueron definidas por el método MIGA en el proceso de optimización.

Los resultados de las funciones objetivo así como la variación de los parámetros geométricos se muestran en la primera sección. En la segunda sección se analizan cuáles casos son de interés para un análisis cuantitativo y cualitativo. En el análisis cuantitativo se muestran los resultados obtenidos de la simulación numérica a través de un análisis de velocidades. Mientras que en el análisis cualitativo se estudia el campo de velocidades y de presión de flujo desarrollado a lo largo de los modelos que alcanzaron los mejores rendimientos.

4.1. Resultados

El análisis del comportamiento de las funciones objetivo durante el proceso de optimización permitirá encontrar los valores de los parámetros geométricos y de desempeño del conjunto acoplado del tubo de entrada y el tubo difusor cuando las funciones objetivo son maximizadas, las geometrías resultantes serán presentadas en esta sección.

4.1.1. Proceso de optimización

El proceso de optimización consistió en evaluar 567 casos en cuatro islas y se realizaron doce generaciones. Durante el proceso de optimización la geometría del tubo entrada y el tubo difusor fueron modificadas, con la finalidad de obtener un mayor coeficiente de recuperación de presión y una mayor eficiencia hidráulica.

Resultados geométricos del proceso de optimización

En la figura 4.1, se observan las diferentes partes del modelo, entre ellas; el tubo de entrada, el rodete y el tubo difusor. La primera parte del modelo que abarca la sección A y la B, se observa el tubo de entrada, el cuál tiene los siguientes parámetros; diámetro de entrada D_i , longitud de entrada L_i y diámetro del rodete D_r , este último permanece constante. La segunda parte es el rodete que se encuentra entre la sección B y C, esta última sección es la salida del flujo de la turbina hidráulica, el rodete tiene los siguientes parámetros que son constantes a lo largo del proceso de optimización; diámetro del rodete D_r y la longitud del rodete con un valor de 0.45 m. La última parte es el tubo difusor, que comprende desde la sección C hasta la sección D, el tubo difusor tiene los siguientes parámetros; el diámetro del tubo difusor D_d y la longitud del difusor L_d .

Los parámetros a variar en el proceso de optimización son los siguientes; diámetro de entrada D_i , longitud del tubo de entrada L_i , diámetro del tubo difusor D_d , y longitud del tubo difusor L_d . En la figura 4.2a, se puede observar el rango de variación del diámetro del tubo de entrada que va de 650 hasta 900 mm, es importante mencionar que el límite inferior de este rango es mayor que el valor del diámetro de la sección donde se ubica la turbina hidráulica. También se puede observar en la figura 4.2b la variación del diámetro del tubo difusor que va de los 650 hasta los 1100 mm a lo largo del proceso de optimización. Mientras que en la en la figura 4.3a, se observa el rango de variación de la longitud del tubo de entrada que va de 380 a los 400 mm. Por otro lado, en la figura 4.3b, se observa la variación de la longitud del tubo difusor que va de 700 a 1300 mm.

Finalmente, se presentan los valores obtenidos de las funciones objetivos, en la figura 4.4a se muestra los valores de torque, donde se aprecia que la variación del torque en un rango de 69 Nm a 79 Nm. Por otro lado, se observa en la figura 4.4b los valores del coeficiente de recuperación de presión donde los valores van desde 0.2 hasta 0.98.

El efecto de la variación de las dimensiones del tubo difusor en los resultados obtenidos en las funciones objetivo se muestran las figuras 4.5 y 4.6, donde en la figura 4.5 se observa los valores de D_d propuestos por el método MIGA. Existe una tendencia

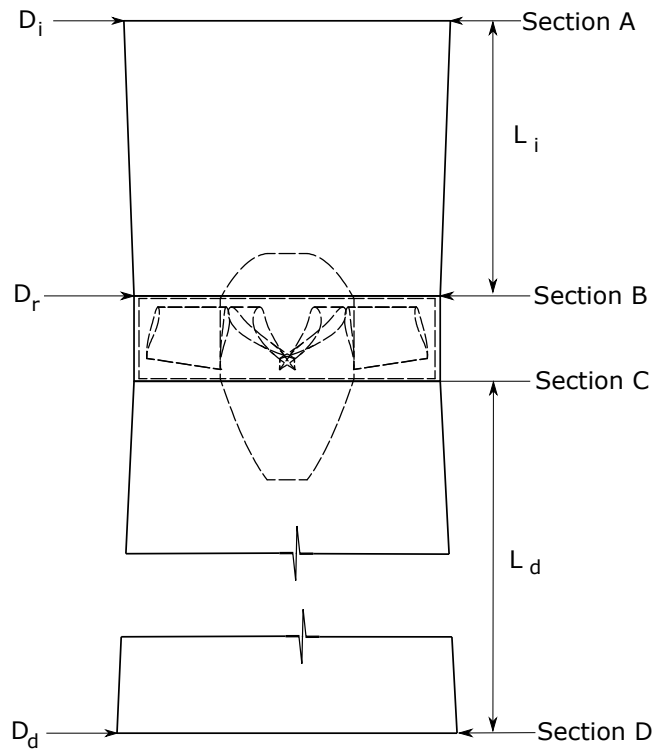


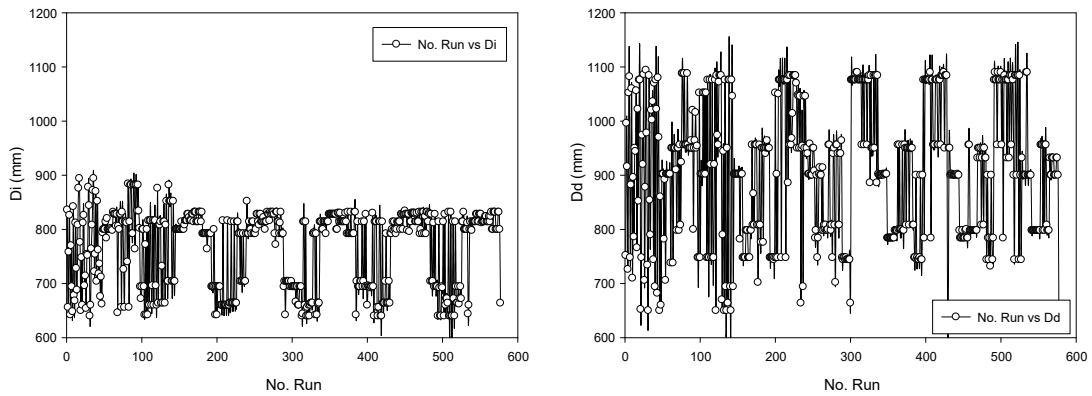
Figura 4.1. Diagrama del modelo de la turbina hidráulica tipo hélice para recursos de baja carga.

de a mayor valor D_d hay un alto valor del coeficiente de recuperación de presión. Sin embargo, no en todos los casos que tienen un valor alto de D_d se tienen el mejor rendimiento η . Mientras que para la longitud del tubo difusor L_d , se muestra en la figura 4.6, se observa que a mayor longitud del tubo difusor, la eficiencia hidráulica disminuye. El comportamiento de L_d en el coeficiente de recuperación de presión, entre mayor es la longitud del tubo, el coeficiente disminuye.

La presentación de todos los resultados aunque es de gran interés, para observar el comportamiento de las funciones objetivo respecto a la variación de las dimensiones de las diferentes partes del modelo, complica la toma de decisión de cuál será el mejor caso dentro del proceso de optimización, para lo cual se pretende hacer una selección de los mejores casos en la siguiente sección.

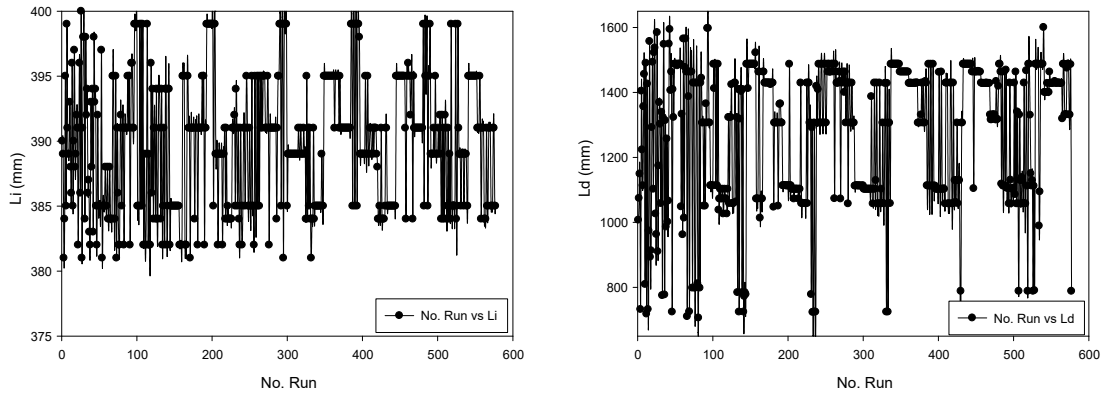
4.1.2. Selección de los mejores casos

El resultado de la optimización fue un gran número de casos en cada isla, debido a la población establecida en cada generación al inicio del proceso. Para evitar analizar todos los resultados obtenidos del proceso de optimización, solamente nos enfocaremos



(a) Variación del diámetro del tubo de entrada (b) Variación del diámetro del tubo difusor

Figura 4.2. Valores propuestos durante el proceso de optimización de los diámetros en el modelo del tubo de entrada, el rodete y el tubo difusor.



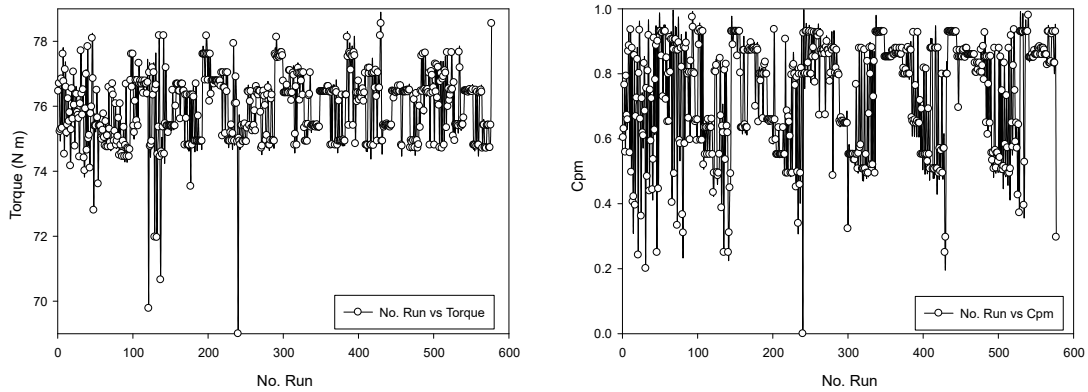
(a) Variación de la longitud del tubo de entrada (b) Variación de la longitud del tubo difusor

Figura 4.3. Valores propuestos durante el proceso de optimización de las longitudes en el modelo del tubo de entrada, el rodete y el tubo difusor

en los mejores casos de cada generación. Esto permitirá una clara visualización de los resultados.

La selección de los mejores casos para cada generación consistió en la evaluación de la ecuación 4.1, donde se contempla el valor de ambas funciones objetivo de forma equitativa y da como resultado la variable R_i . En la figura 4.7, se observa el diagrama de Pareto, donde se puede observar las funciones objetivo en los ejes coordenados, y una línea diagonal, esta última representa un balance entre ambas funciones objetivo, como se observa en la figura, el caso de la generación 1 es que mas se acerca a esta diagonal.

$$R_i = \sqrt{\eta^2 + C p_m^2} \tag{4.1}$$



(a) Valores de torque obtenidos de la simulación (b) Valores del coeficiente de recuperación de presión

Figura 4.4. Valores de las funciones objetivo obtenidos en el proceso de optimización

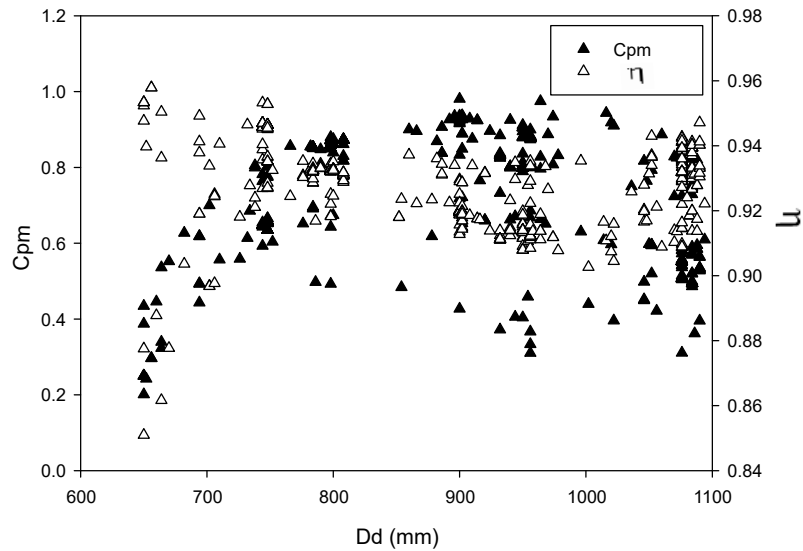


Figura 4.5. Variación del diámetro del tubo difusor vs las funciones objetivo

En la figura 4.8 se observan los valores de las funciones objetivo para el mejor caso de cada generación, se puede apreciar, que en algunos casos se tienen valores altos del coeficiente de recuperación de presión, pero baja la eficiencia hidráulica. Sin embargo, en la mayoría de los casos se tienen valores de las funciones objetivo muy parecidos entre los casos de las generaciones.

En la figura 4.9 se observa la variación de las dimensiones; D_i , L_i , D_d , y L_d para los mejores casos de cada generación resueltos en el proceso de optimización. También se observa los valores adimensionales del espacio de diseño, estos valores son las magnitudes de los diferentes parámetros respecto al diámetro constante 0.6 m del rodete de la turbina hidráulica. De igual forma, se observa una tendencia de dimensiones donde los

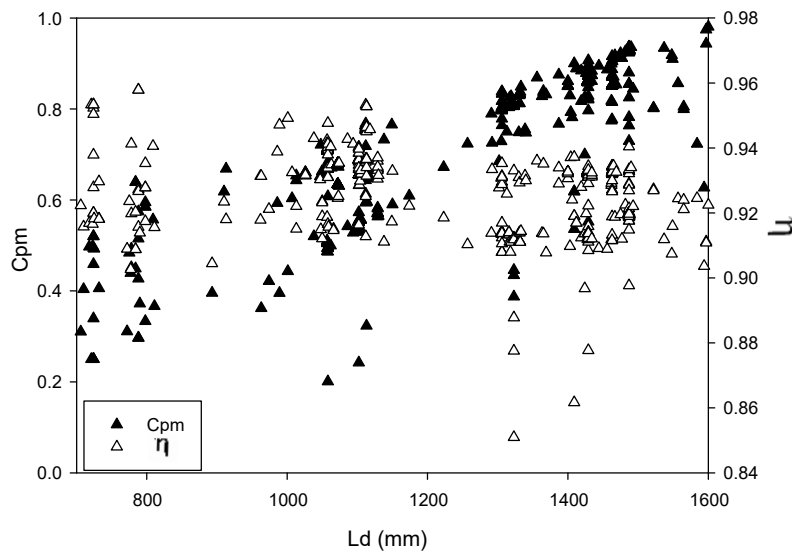


Figura 4.6. Variación de la longitud del tubo difusor vs las funciones objetivo

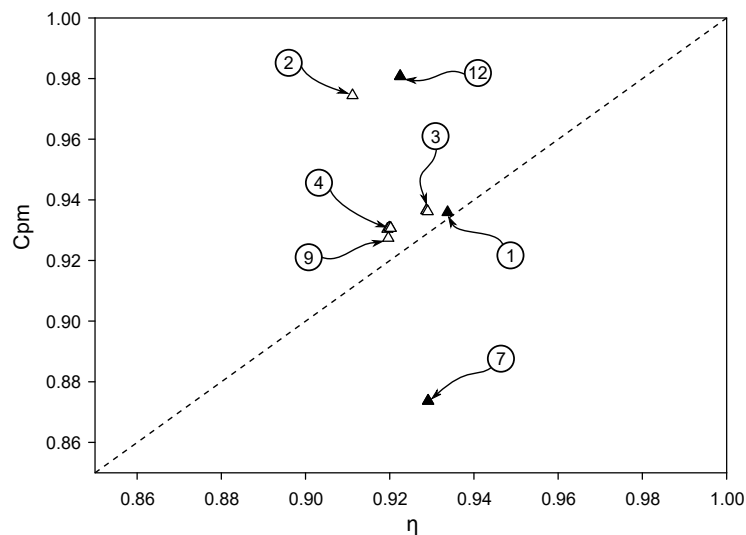


Figura 4.7. Diálogo de Pareto para las funciones objetivo del proceso de optimización del modelo de una turbina hidráulica.

valores de D_i son muy cercanos a la unidad, mientras que D_d tienen valores cercanos a los 1.5 veces el diámetro del rodete.

El estudio cuantitativo y cualitativo se enfocará en los casos de mayor interés, de la figura 4.8, se observa que la generación 1 tiene la menor distancia entre los valores obtenidos de las funciones objetivo, mientras que la generación 7 es una de las que tiene la mayor distancia entre los resultados de las funciones, donde el valor del coeficiente de recuperación de presión es menor que la eficiencia hidráulica. Por otro lado, el caso de la generación de 12 tiene una gran distancia entre los resultados de las funciones, donde

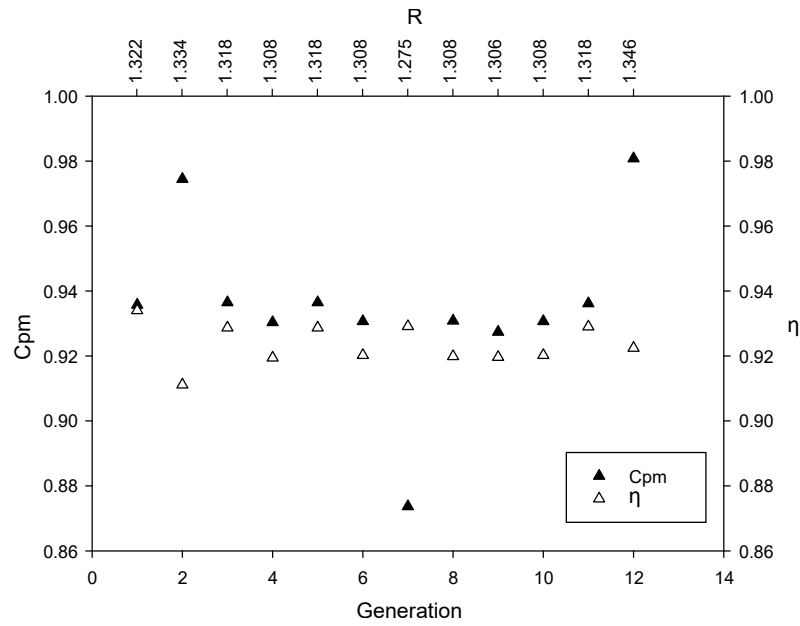


Figura 4.8. Valores de las funciones objetivos en los mejores casos de cada generación del proceso de optimización

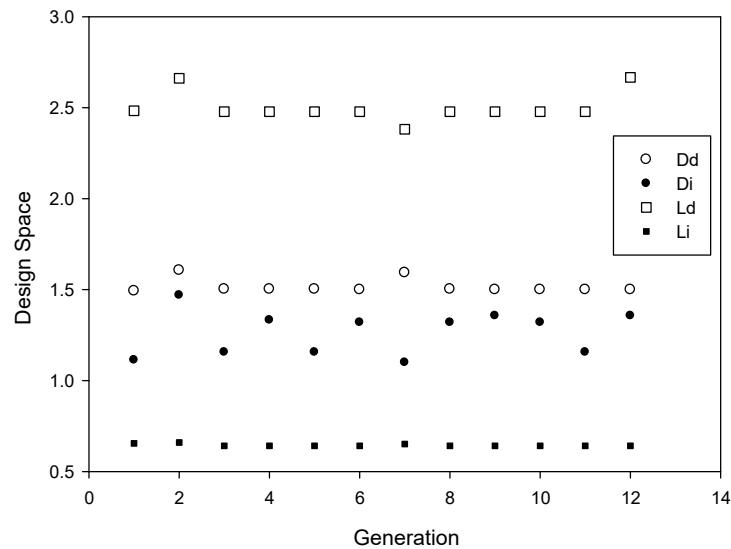


Figura 4.9. Espacio de diseño del conjunto entrada, rodete y difusor

el valor del coeficiente de recuperación de presión es el mayor valor.

Tabla 4.1: Valores de las funciones objetivo identificados en el diagrama de Pareto.

<i>Generation</i>	C_{p_m}	R_i	η
1	0.93	1.3221	0.9340
7	0.87	1.2753	0.9291
12	0.98	1.3464	0.9224

En la tabla 4.1 se presentan los casos de las generación seleccionados previamente y su rendimiento, en la primera columna se encuentra la generación, en la segunda columna se muestra el coeficiente de recuperación de presión y en la tercera columna se encuentra la variable R_i , finalmente, en la cuarta columna se encuentra la eficiencia hidráulica. De esta tabla, el valor de R_i representa el balance entre las dos funciones objetivos, por lo tanto, se puede concluir que el mejor caso se presenta en la generación 12, ya que se tiene un valor de $R_i = 1.34$. Mientras que la eficiencia hidráulica de la generación 12 esta por debajo que los otros dos casos, sin embargo, la generación 12 tiene un valor muy alto en el coeficiente de recuperación de presión.

Tabla 4.2: Valores de las variables de diseño obtenidas del diagrama de Pareto.

<i>Generation</i>	D_d	D_i	L_d	L_i
1	1.49	1.11	2.48	0.64
7	1.59	1.10	2.38	0.65
12	1.50	1.36	2.67	0.64

En la tabla 4.2 se presentan las dimensiones del modelo de la turbina hidráulica para los mejores casos de la optimización, en la primera columna se encuentra el número de generación, en la segunda columna se muestra el diámetro del tubo difusor D_d , en la tercera columna el diámetro del tubo de entrada D_i , en la cuarta columna la longitud del tubo difusor L_d , por último, se muestra la longitud de entrada L_i . Estos valores se presentan de forma adimensional, relacionandolos respecto al diámetro de la sección donde se ubica la turbina hidráulica que tiene un valor de 0.6 m. Por lo anterior, la generación 12 que tiene el mejor coeficiente de recuperación de presión, tiene 1.5 veces el diámetro de la sección de la turbina, así como la longitud del tubo difusor 2.64.

4.1.3. Análisis cuantitativo

El análisis cuantitativo se enfocará en las velocidades desarrolladas en las diferentes secciones de los tres casos antes mencionados, de igual forma se podrá analizar los valores del coeficiente de recuperación de presión obtenidos ya que se tendran los valores de las velocidades y presiones a la entrada de la turbina, a la entrada del tubo difusor y a la salida del tubo difusor.

4.1.4. Análisis de la velocidades

El análisis de las velocidades forman parte fundamental para la descripción del fenómeno de transferencia de energía entre el flujo y el rodete de la turbina hidráulica. Así pues, se tienen velocidades en tres direcciones principalmente, axial, radial y tangencial que se muestran a continuación.

Velocidad Axial

La velocidad axial es aquella que tiene dirección paralela al eje de rotación de la turbina hidráulica. En la figura 4.10, se muestran las velocidades axiales de los tres casos de análisis en la sección B, esta sección es a la entrada de la turbina hidráulica. La velocidad esta expresada en metros por segundo y la distancia es adimensional respecto a la diferencia los radios del hub del rodete de la turbina hidráulica. En la figura 4.10, se observa una dirección negativa de la velocidad con un valor de 4.2 m/s en la zona cercana al hub. A lo largo del álabe se mantiene una velocidad promedio de 3.7 m/s, al acercarse al final del álabe hay un aumento de velocidad. Los casos de las generaciones 1 y 7 tienen dimensiones del tubo de entrada D_i y L_i similares. Mientras la magnitud de las velocidades axiales a la entrada de la turbina son mayores para la generación 12, éste tiene velocidades menores cerca al hub.

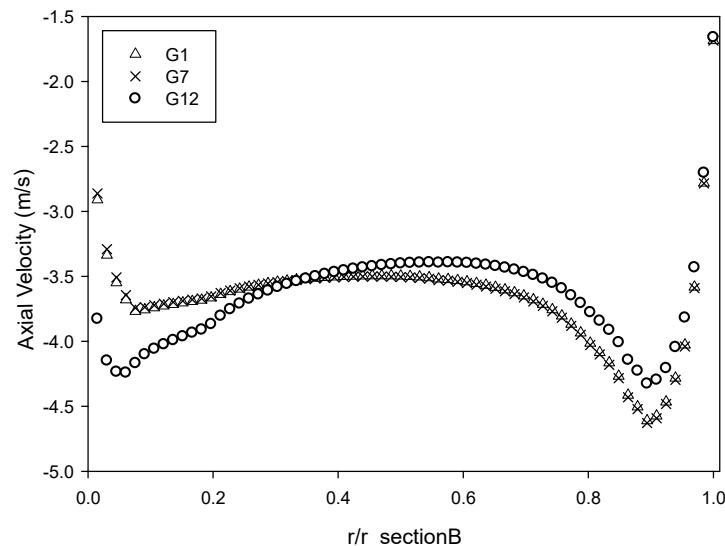


Figura 4.10. Velocidades axiales en la sección B del modelo de la turbina hidráulica.

En la figura 4.11, se presentan las velocidades axiales en la sección C o salida de la turbina hidráulica para los tres casos de interés. La velocidad tiene una dirección negativa con un valor máximo de 4.8 m/s en la zona cerca del tip, a lo largo del álabe se mantiene una velocidad constante promedio de 4.5m/s, al acercarse al final de álabe hay un amento de velocidad. En la sección C, se comparte el mismo comportamiento en la velocidad axial para los tres casos, solo una ligera diferencia separa el caso de la generación 12 de los otros dos casos.

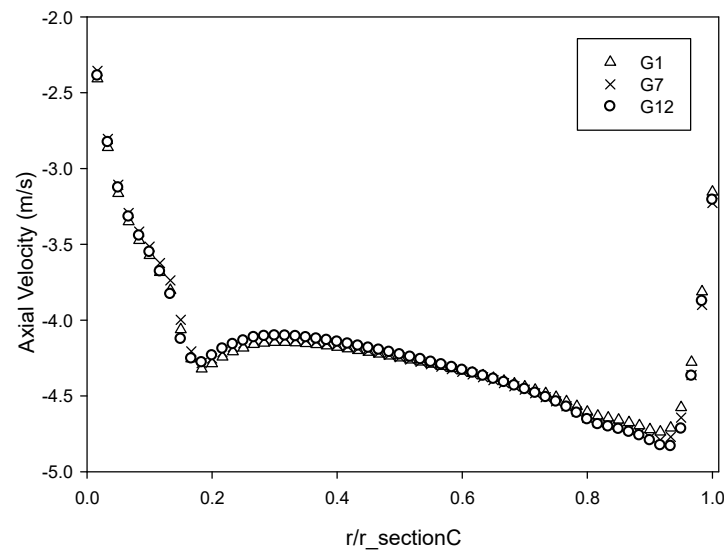


Figura 4.11. Velocidades axiales en la sección C del modelo de la turbina hidráulica.

Las velocidades axiales de la sección D se muestran en la figura 4.12, la sección D es la salida del tubo difusor. La velocidad axial en esa sección presenta un cambio de dirección a lo en dirección radial, se observa que al inicio la velocidad tiene un valor positivo de 0.6 m/s, hasta llegar a una distancia de 0.6 por ciento de la relación de radios, a partir de ese punto la velocidad cambia de sentido y aumenta hasta un valor de 2.5 m/s, donde lo casos de las generaciones 1 y 12 tienen una tendendia similar, mientras que la generación 7 tiene magnitudes menores. Las dimensiones de cada caso en esta sección, indican que D_d y L_d son similares, mientras que en el caso de la generación 7, la magnitud de D_d es mayor pero L_d es menor.

Finalmente, se presentan el comportamiento de la velocidad a lo largo del álabe para los tres casos.

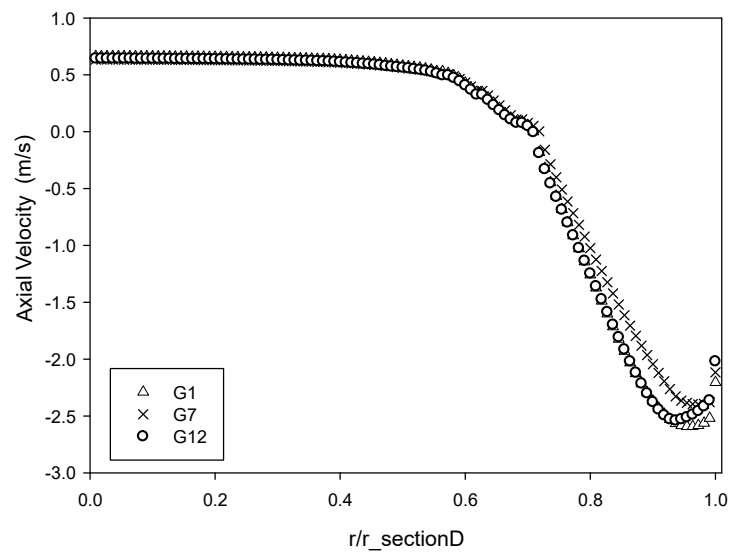


Figura 4.12. Velocidades axiales en la sección D del modelo de la turbina hidráulica

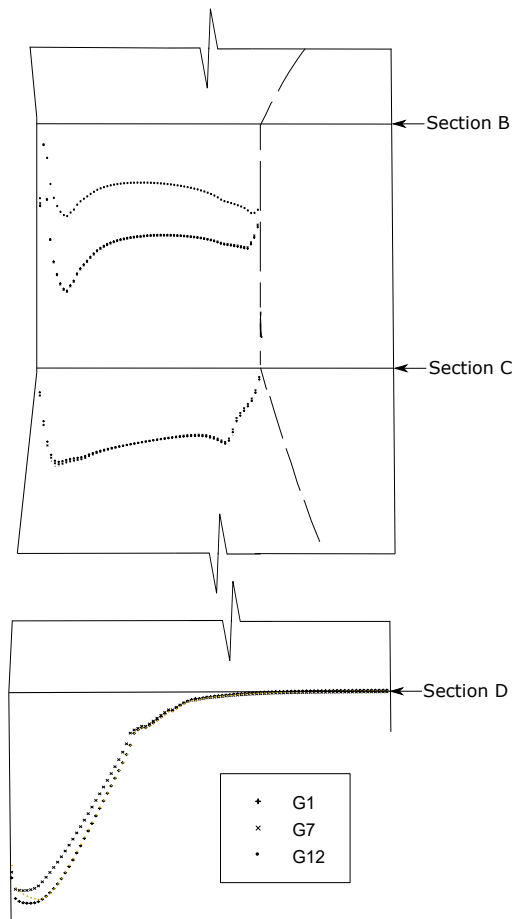


Figura 4.13. Diagrama del modelo de la turbina hidráulica con los perfiles de velocidad en las diferentes secciones del modelo.

Velocidad tangencial

La velocidad tangencial es aquella que tiene dirección tangente al movimiento rotativo del rodete de la turbina hidráulica tipo hélice. En la Fig. 4.14 se muestran las

velocidad tangenciales de los tres casos que se obtuvieron anteriormente, la velocidad esta expresada en metros y la distancia es adimensional respecto a la diferencia entre radios del hub el rodete de la turbina hidráulica. En la figura 4.14, se observa que la velocidad tangencial tiene una dirección negativa con un valor de 0.75 m/s en la zona cercana al tip, a lo largo del álabe se tiene una velocidad variable que incrementa desde el hub hasta el tip. Los casos de las generaciones 1 y 7 tienen dimensiones similares en la sección de entrada D_i y L_i . Mientras que las velocidad cerca del hub para la generación 12 son mayores.

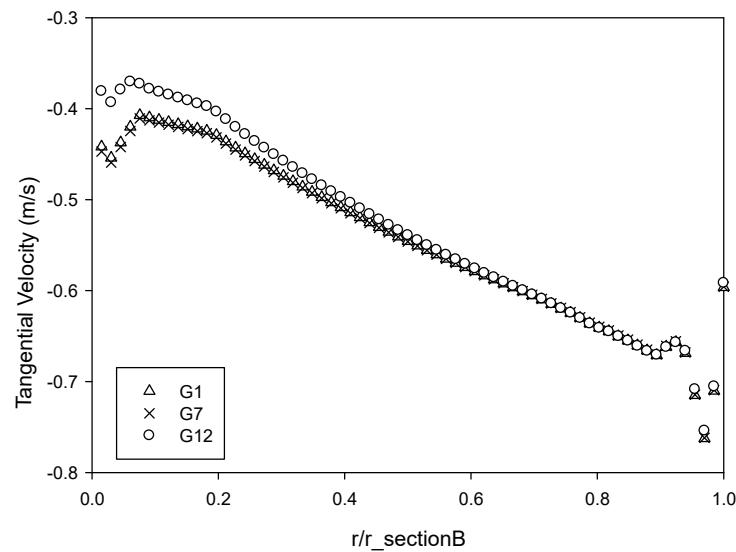


Figura 4.14. Velocidades tangenciales en la sección B del modelo de la turbina hidráulica

En la figura 4.15, se observa el comportamiento de la velocidad tangencial a la salida de la turbina hidráulica. En esta sección el comportamiento de los tres casos son similares, donde los valores de la velocidad cerca al hub tienen un valor máximo de 0.37 m/s, mientras que a lo largo del álabe se tiene una velocidad variable que decrese desde el hub hasta el tip.

En la figura 4.16, se observa el comportamiento de la velocidad tangencial a la salida del tubo difusor. En esta sección el comportamiento de la velocidad tangencial de los tres casos son similares, desde del hub hasta una distancia de 0.65 de la relación de radios se mantienen velocidades de 0m/s, después se incrementa la velocidad a una magnitud de 1.1 m/s con dirección negativa. Para los casos de las generaciones 1 y 12 que tienen dimensiones similares de D_d y L_d similares. Mientras que para la generación 7 se tienen valores de 0.85 m/s pero este caso se tiene dimensiones mayores de D_d y menor L_d .

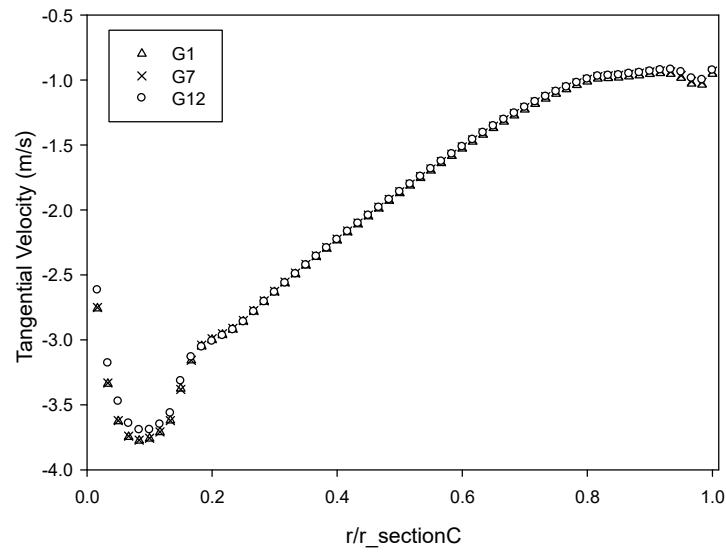


Figura 4.15. Velocidades tangenciales en la sección C del modelo de la turbina hidráulica

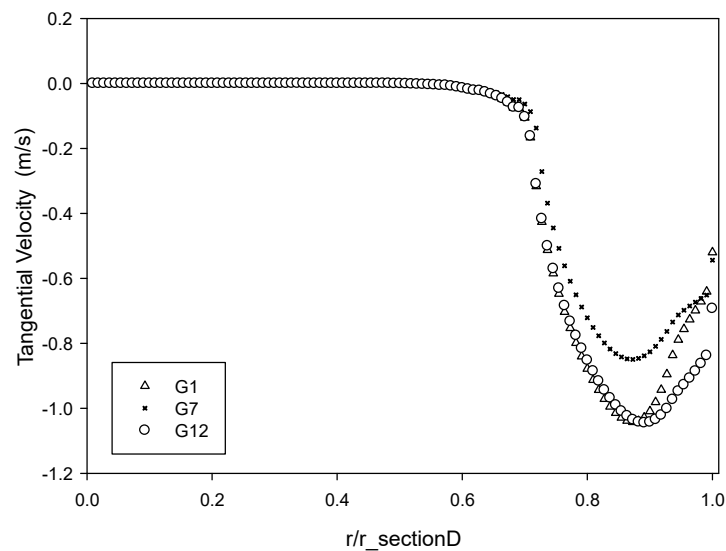


Figura 4.16. Velocidades tangenciales en la sección D del modelo de la turbina hidráulica

Velocidad radial

La velocidad radial es aquella que tiene dirección con inicio en el eje de rotación del rodete hacia el radio exterior del rodete. En la figura 4.17, se muestran las velocidades radiales de los tres casos de interés en la sección a la entrada de la turbina hidráulica. La velocidad esta expresada en metros y la distancia es adimensional respecto a la diferencia entre radios del hub del rodete de la turbina hidráulica. En la figura 4.17, se observa que la velocidad tiene una dirección negativa con un valor máximo de 0.15 m/s en la zona cercana al hub, a lo largo del álabe se tiene una velocidad variable que incrementa desde el hub hasta el tip. Los casos de las generaciones 1 y 7 tienen dimensiones simila-

res en el tubo de entrada D_i y L_i . Mientras que las magnitudes de la velocidad en esta sección de entrada para la generación 12 tiene valores menores en la zona cercana al hub.

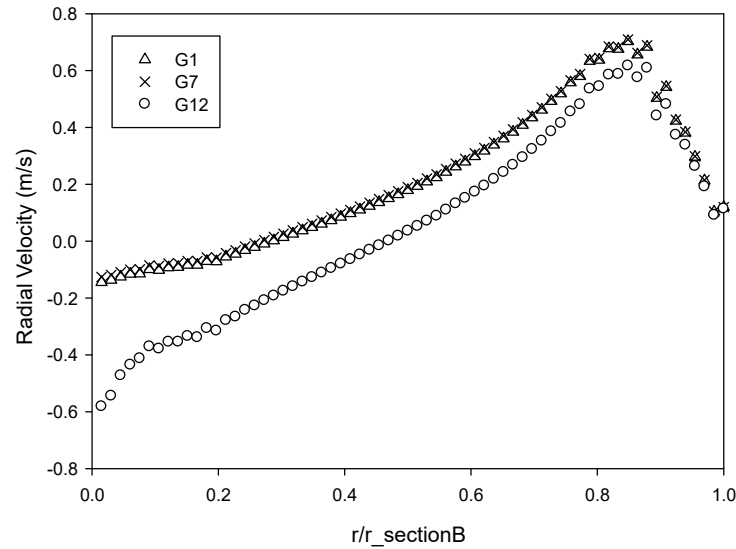


Figura 4.17. Velocidades radiales en la sección B del modelo de la turbina hidráulica

En la figura 4.18, se observa el comportamiento de la velocidad radial a la salida de la turbina hidráulica. En esta sección el comportamiento de los tres casos son similares, donde los valores de la velocidad cerca al hub son de -0.8 m/s. Mientras que a lo largo del álabe se tiene una velocidad variable que cambia de sentido desde el hub hasta el tip alcanzando un valor máximo de 0.4 m/s. Los casos de las generaciones 1 y 12, tiene velocidades menores que el caso de la generación 7.

En la figura 4.19, se observa el comportamiento de la velocidad radial a la salida del tubo difusor. En esta sección la tendencia de la velocidad radial de los tres casos son similares, cerca del hub hasta una distancia de 0.65 de la relación de radios se mantienen valores de 0m/s, luego se tiene una magnitud de 0.25 m/s para los casos de las generaciones 1 y 12 que tienen dimensiones D_d y L_d similares. Mientras que para el caso de la generación 7 tiene una velocidad máxima de 0.32 m/s, debido a sus dimensiones donde es mayor D_d y menor L_d .

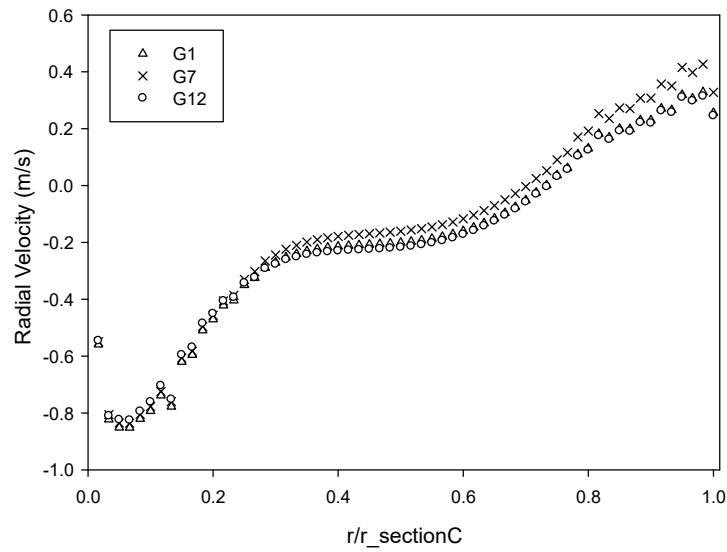


Figura 4.18. Velocidades radiales en la sección C del modelo de la turbina hidráulica

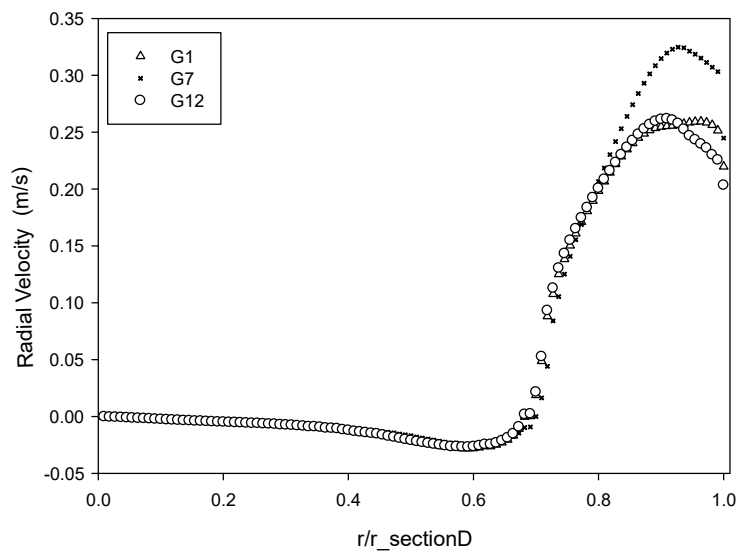


Figura 4.19. Velocidades radiales en la sección D del modelo de la turbina hidráulica

Grado de reacción

El grado de reacción permite conocer si una turbina hidráulica es de comportamiento axial, radial o mixta, esto quiere decir que el grado de reacción estima la dirección global del flujo a través de la turbina hidráulica. En la figura 4.20, se observan los valores obtenidos del grado de reacción para estos tres casos analizados.

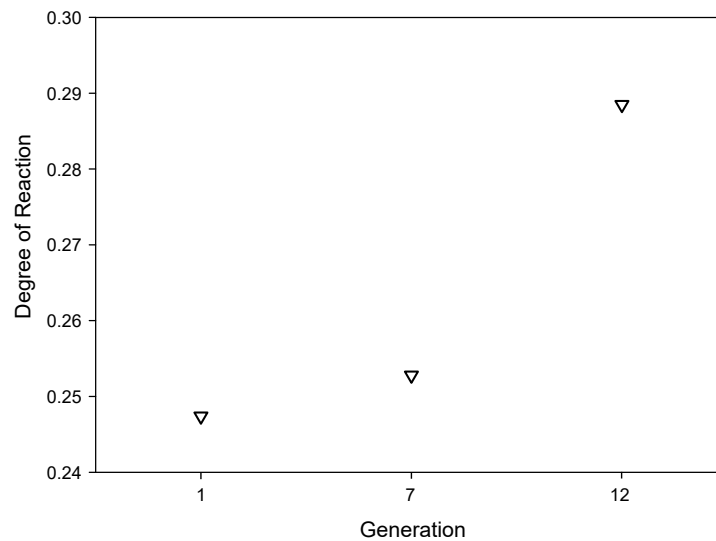


Figura 4.20. Grado de reacción de los diferentes casos del proceso de optimización.

4.1.5. Comportamiento de la velocidad absoluta

En la figura 4.22 podemos observar el comportamiento de velocidad en los tres casos de interés, donde la tendencia de la velocidad es similares, recordando que en esta región el flujo no ha entrado en contacto con los álabes, en esta zona de los álabes se observa que hay velocidades de 4 m/s, la mínima velocidad que se observa en los contornos es de 1.2 m/s.

Los contornos de velocidad absoluta en la sección B, se observa en la figura 4.22, donde se aprecia la tendencia de los contornos de velocidad similares entre los tres casos. También se observan zonas de alta velocidad cercana a los álabes donde se tienen valores máximos de 5.5 m/s, mientras que las zonas de baja velocidad de 2.8 m/s. En general se tienen velocidades de 3.5 m/s.

En la figura 4.23, se muestran los contornos de velocidad en los tres casos de interés a la salida de la turbina hidráulica. En esta región el flujo estuvo en contacto con los álabes, se observa que el flujo cercano a los álabes tienen velocidades de 4 m/s, la mínima velocidad que se observa en los contornos es de 1.2 m/s.

En la figura 4.24, se muestran los contornos de velocidad a la salida del tubo difusor para los tres casos de interés. En esta región el flujo ha pasado a través del tubo difusor y el efecto de los parámetros D_d y L_d han dado como resultado estos contornos de velocidad, donde en el centro de la sección se tienen velocidades de 1.5 m/s, después se genera una sección de baja velocidad de 0.5 m/s hasta alcanzar una velocidad de 3 m/s.

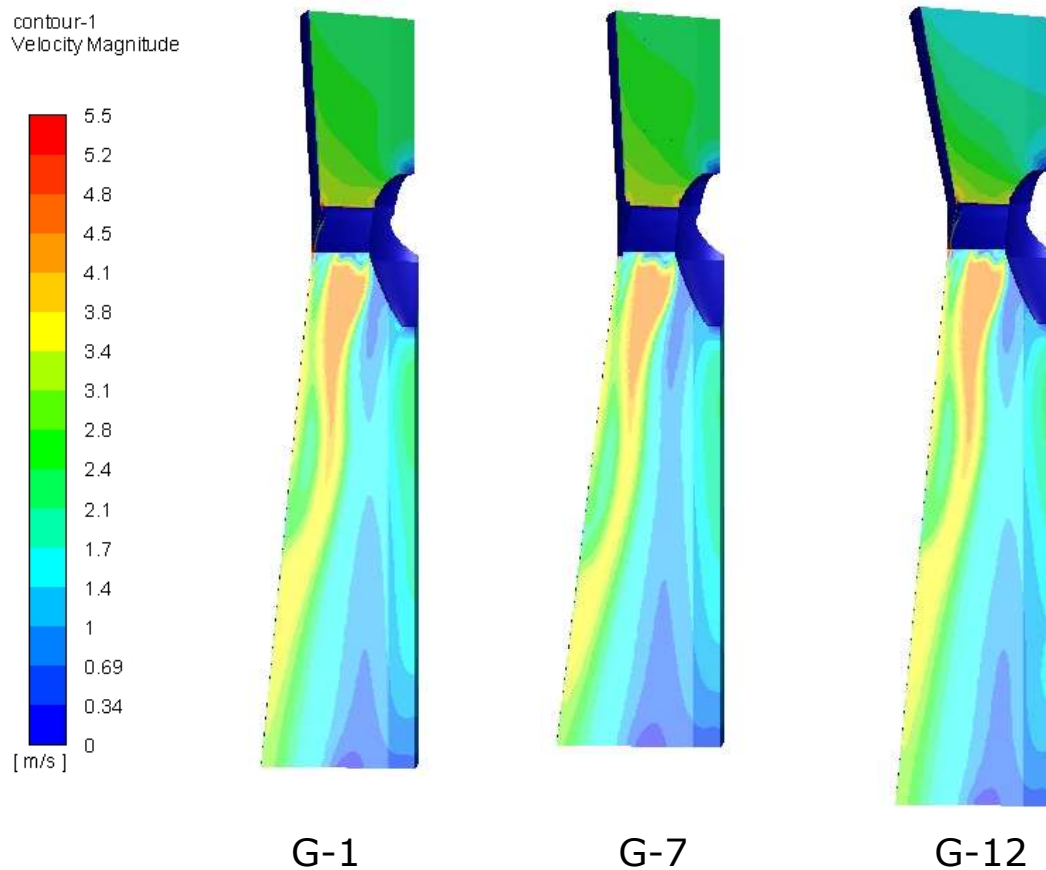


Figura 4.21. Contornos de velocidad a lo largo del modelo acoplado con el tubo de entrada, el rodete y el tubo difusor

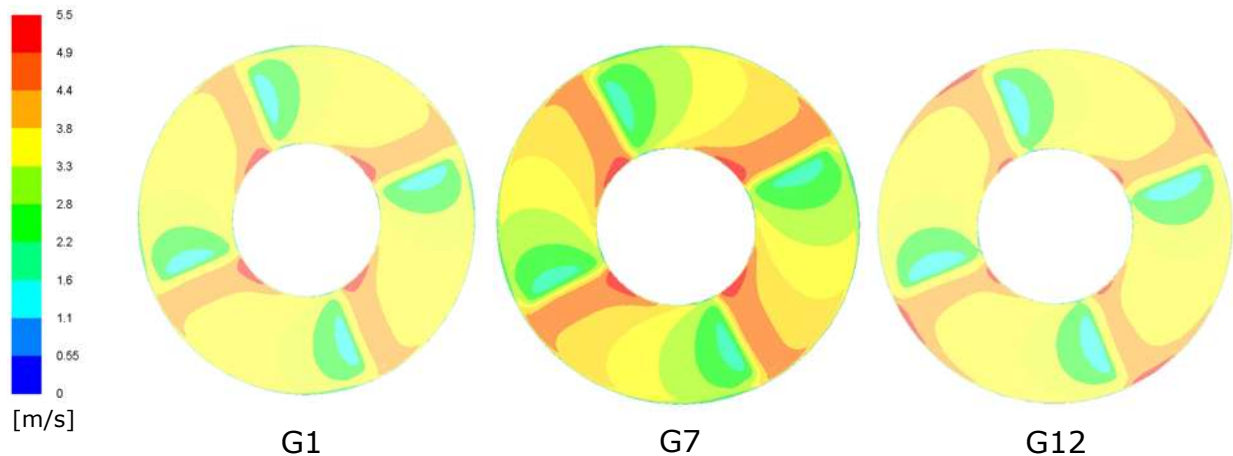


Figura 4.22. Contornos de velocidad en la sección B

4.1.6. Comportamiento de la presión estática

Los contornos de la presión estática se muestran en la figura 4.26, donde la tendencia de la presión es muy similar entre los tres casos, se observa que en la sección que abarca todo el tubo de entrada se tiene una presión estática alta con un valor máximo de 8.5

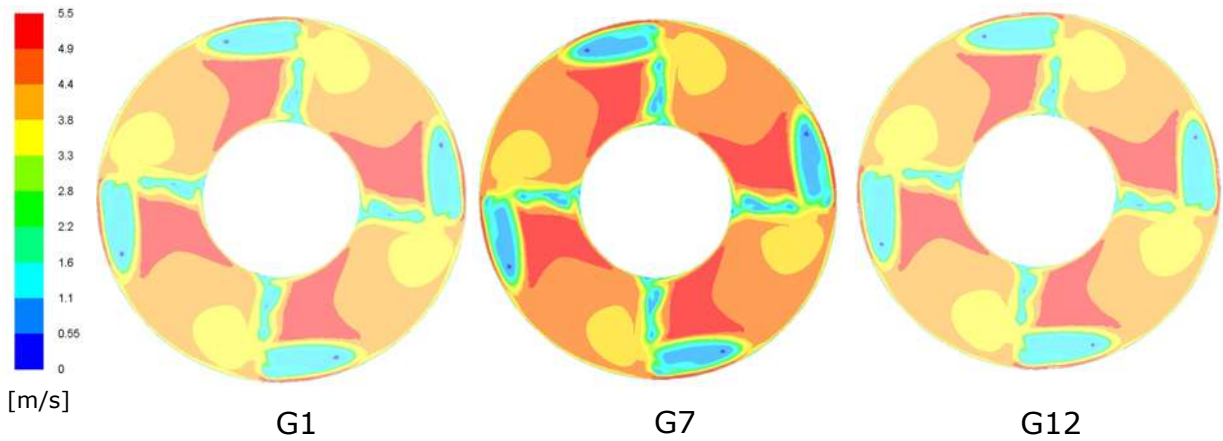


Figura 4.23. Contornos de velocidad en la sección C

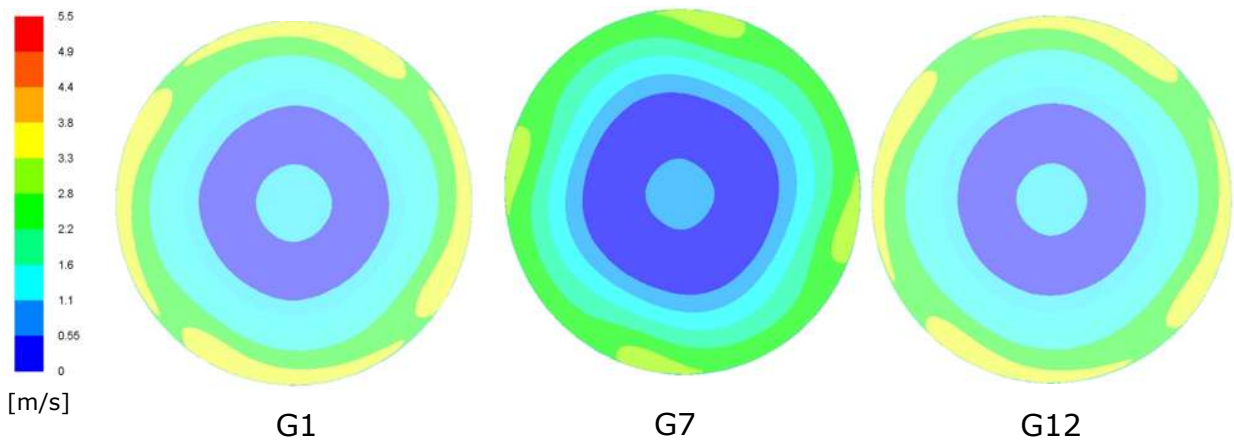


Figura 4.24. Contornos de velocidad en la sección D

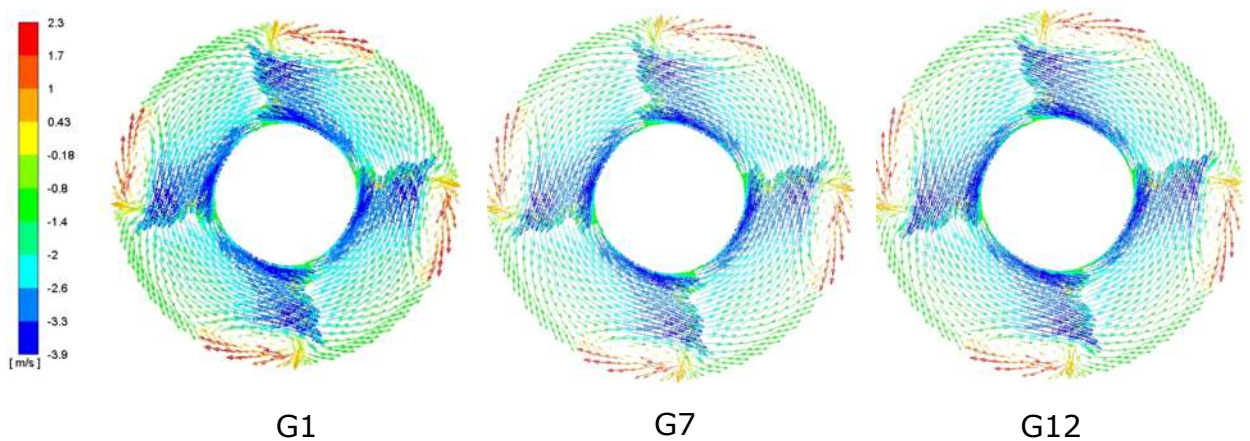


Figura 4.25. Campo de vectores de velocidad en la sección D

kPa, una vez que el flujo entra en contacto con el rodete de la turbina hidráulica, los valores de la presión llegan a un valor promedio de -2.4 kPa.

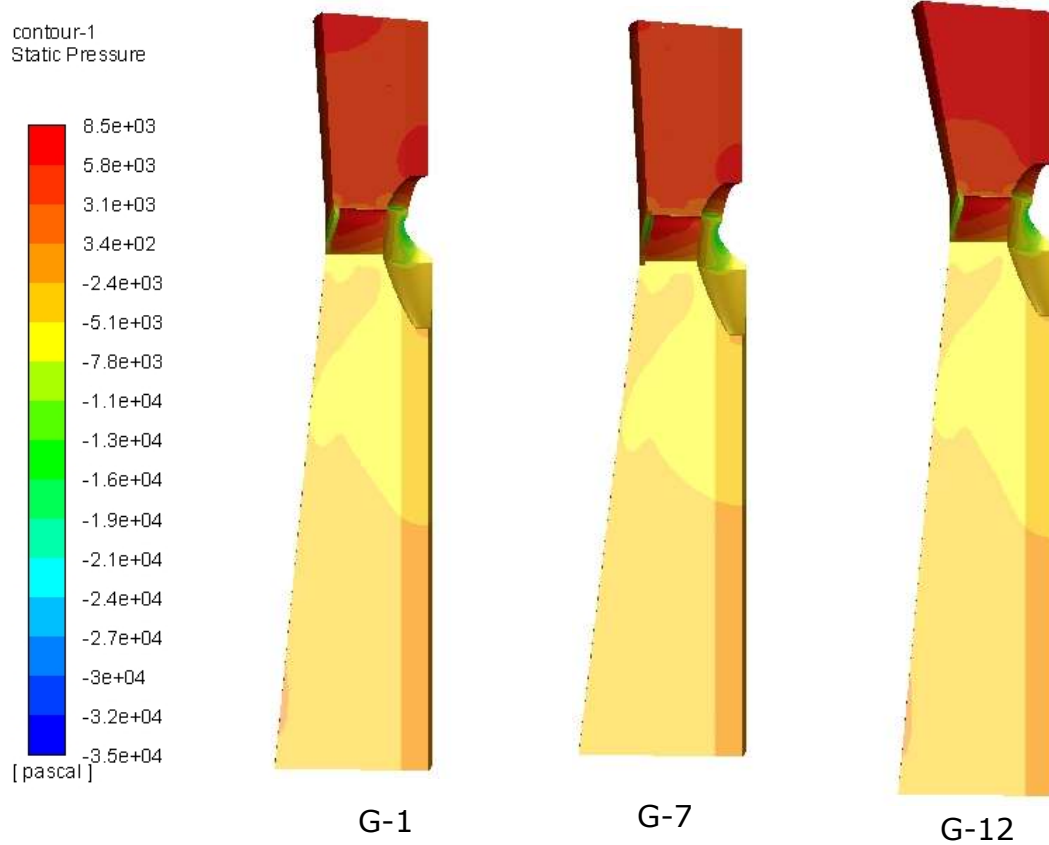


Figura 4.26. Contornos de presión absoluta para los tres casos de las diferentes generaciones.

Los contornos de presión se muestran en la figura 4.27, donde se observan las zonas de los álabes con un valor de presión alto de 5.6 kPa. Entre los tres casos no se observan cambios significativos en esta escala.

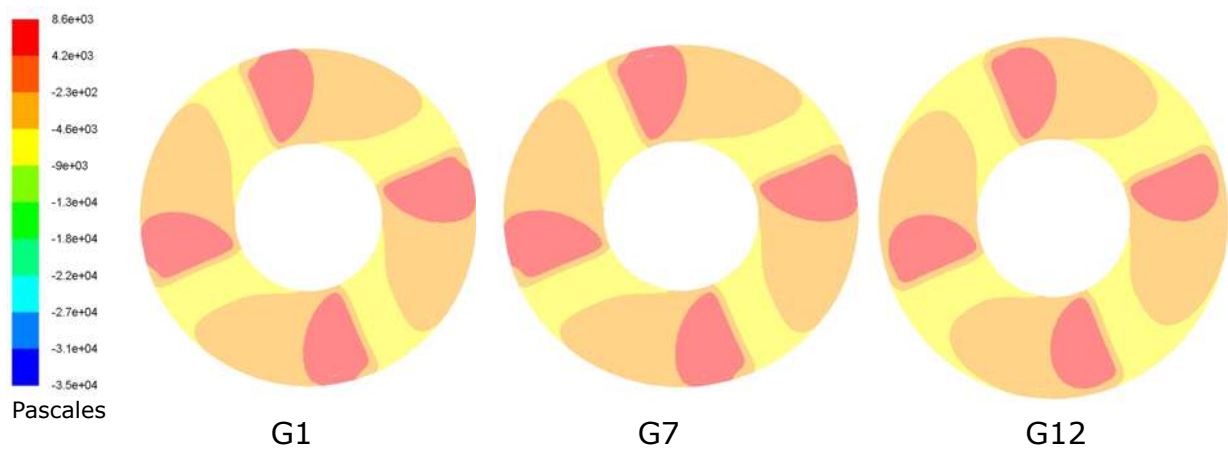


Figura 4.27. Contornos de presión en la sección B

4.2. Discusión

El análisis para comprender si la turbina hidráulica diseñada en bajo la metodología propuesta en este trabajo, es compara la cantidad de energía total de la planta tratadora de aguas residuales, que como se mencionó anteriormente es de $E_{tot} = 108.57$ MWh/año. Se selecciono un caudal que permitiría obtener solo el 76 % del total lo cual representa $E_{an,o} = 82.85$ MWh/año. El diseño obtenido en el proceso de optimización nos da un rendimiento de 93.4 %, por lo tanto se estima que la turbina hidráulica producirá $E_{an,A} = 77.38$ MWh/año.

Trabajos similares como el de Abeykoon and Hantsch (2017) utilizaron un algoritmo genético (AG) para optimizar el intercambio de energía en una central micro-hidroeléctrica con un modelo CFD de toma-corredor-difusor, cambiando el número de palas y alcanzando el 93 % de eficiencia de la turbina. Mientras que Power et al. (2017) asumieron una eficiencia de turbina del 65 % logrando un sistema de energía de 103.1 kW y una producción de 100.023 MWh/año usando 3.7 m y $5.92\text{m}^3/\text{s}$, Chae et al. (2015) presentaron un sistema con una eficiencia de turbina del 90.2 % y una potencia de 12.3 kW en condiciones de diseño de 4.30 m de salto neto y $0.35\text{m}^3/\text{s}$ de caudal, logrando 79.7 MWh/año. De la misma manera, Abbas et al. (2019) reportaron que con una eficiencia de turbina del 91.3 % la producción anual de energía debería ser de 1818 MWh/año, utilizando $7.75\text{m}^3/\text{s}$ como caudal y 3 m como salto neto. Kusakana (2019) implementó un sistema hidroeléctrico con tres turbinas de sifón funcionando en paralelo y alcanzando 181.33 MWh/año. Power et al. (2017) adaptaron dos bombas como turbinas con diferentes diseños de flujo alcanzando 787.524 y 40.29 MWh/año. Ali et al. (2020) estimaron el factor de capacidad en torno al 0.28, mostrando la falta de conocimiento en este campo para encontrar el mejor tamaño de la turbina.

Un mejor diseño del rodete de este tipo de turbina de cabeza ultra baja podría aumentar la velocidad tangencial del fluido en el borde de ataque y mantenerla axial en el borde de salida. Esta acción mejorará la transferencia total de energía al igualar las velocidades relativas. Esta mejora a través de un proceso de optimización del diseño de las palas basado en dinámica de fluidos computacional y mecánica estructural computacional podría incluso aumentar la extracción de la energía disponible del recurso.

Por lo tanto, en lugar de estimar la energía basada en las turbinas del mercado, este estudio corrobora que el diseño específico de la turbina para un sitio realmente aumenta la energía convertida, (Yildiz and Vrugt, 2019). El diseño optimizado de la turbina presentado tiene una eficiencia tan buena como los trabajos anteriores, ya que fue capaz de maximizar la explotación del recurso hídrico. Finalmente, se espera que el

uso de un caudal constante en el diseño de la turbina hidráulica evite el fenómeno de cavitación en los sistemas de centrales micro-hidroeléctricas con recursos de baja carga y mejore el acoplamiento con el eje de velocidad del generador, convirtiendo una planta tratadora de aguas residuales en un proceso sostenible.

Capítulo 5

Conclusiones

En este estudio se presentó una metodología para optimizar la geometría del conjunto tubo de entrada y el tubo difusor de una turbina hidráulica tipo hélice. La optimización de esta geometría permite mejorar las condiciones de presión, lo que incrementa de energía intercambiada entre el fluido y el rodete.

Para elegir el mejor flujo de diseño, se utilizó la curva de duración de flujo. Se optó por un flujo constante para diseñar una turbina de hélice con álabes fijos para una carga hidráulica ultra baja.

El proceso de optimización se realizó para maximizar el coeficiente de recuperación de presión y la eficiencia hidráulica. El diagrama de Pareto se utilizó para identificar las dimensiones óptimas de la entrada-difusor a través de la evaluación de R_i .

Además, se estimó la cantidad de energía disponible de una planta tratadora de aguas residuales al definir los parámetros de diseño de la turbina hidráulica. Se definió un valor constante de la altura disponible para fijar la cantidad de energía disponible anual del recurso hídrico.

Se logró diseñar la turbina hidráulica al suponer una eficiencia hidráulica alta. Esto simplificó el dimensionamiento de la turbina, ya que se pudo alcanzar una eficiencia hidráulica de 98 por ciento.

El modelo numérico del acoplamiento del tubo de entrada, rodete y el tubo difusor permite tener una mejor representación del fenómeno del intercambio de energía.

La parametrización de los componentes es fundamental para tener un control en el proceso de optimización. En este estudio, el valor del diámetro D_d tuvo una gran influencia en la mejora del tubo difusor.

La eficiencia hidráulica y el coeficiente de recuperación de presión, son funciones objetivo que pueden mejorar el rendimiento de la turbina hidráulica al ser definidas como funciones objetivo en un proceso de optimización.

Si bien este estudio demostró que la implementación de una turbina optimizada a la salida de una planta tratadora de aguas residuales podría ser una estrategia viable para la recuperación de energía, se deberían tener en cuenta algunas recomendaciones para aumentar la eficiencia del sistema.

En primer lugar, se sugiere incorporar al proceso de optimización el diseño del perfil de las álabes para lograr una mayor eficiencia. En segundo lugar, se recomienda aumentar la diversidad de la forma de la entrada-difusor con un mayor número de islas y subpoblaciones en lugar de generaciones, ya que los parámetros de diseño de cada generación fueron muy similares. En tercer lugar, se propone añadir turbinas al sistema centrales micro hidroeléctricas con diferentes capacidades de flujo para aumentar la extracción de la energía disponible del recurso hidráulico.

Finalmente, a pesar de que se requiere más investigación en diferentes áreas para facilitar la implementación de centrales micro hidroeléctricas en la recuperación de energía, con este diseño se podría extraer la mayor cantidad de energía disponible del sitio y luego convertirla en energía mecánica, contribuyendo así a la minimización de los costos del proyecto para hacerlo económicamente viable.

Difusión

- Examining the hydroelectric potential of a Municipal Waste Water System
Congreso Internacional de Investigación de Academia Journal, Celaya 2016, Instituto Tecnológico de Celaya, 2016
- Recuperación de Energía en Plantas Tratadoras de Aguas Residuales Usando Sistemas de Micro Hidrogeneración
2° Foro Internacional de Talento Mexicano, Innovation Mach Mx 2016-2017, 2017.
- Estimate electrical potential of municipal wastewater through a micro-hydroelectric plant
IEEE Autumn meeting on power, electronics and computing, ROPEC 2018, Ixtapa, Zihuatanejo, México, 2018.
- Numerical design and optimization of a hydraulic micro-turbine adapted to a Wastewater Treatment Plant.
Alexandria Engineering Journal, 2022.
- Numerical design and optimization of a hydraulic micro-turbine adapted to a Wastewater Treatment Plant.
V Latin American Hydro Power and Systems Meeting, Morelia 2023.

Bibliografía

- Abbas, A. I., Qandil, M. D., Al-Haddad, M. R., Saravani, M. S., and Amano, R. S. (2019). Utilization of hydroturbines in wastewater treatment plants. *Journal of Energy Resources Technology*, 141(6):062011.
- Abeykoon, C. and Hantsch, T. (2017). Design and Analysis of a Kaplan Turbine Runner Wheel. 2011:1–16.
- Ali, S. M. H., Lenzen, M., Sack, F., and Yousefzadeh, M. (2020). Electricity generation and demand flexibility in wastewater treatment plants: Benefits for 100 renewable electricity grids. *Applied Energy*, 268:114960.
- Anagnostopoulos, J. S. and Papantonis, D. E. (2007). Optimal sizing of a run-of-river small hydropower plant. *Energy Conversion and Management*, 48(10):2663–2670.
- Balkhair, K. S. and Rahman, K. U. (2017). Sustainable and economical small-scale and low-head hydropower generation: A promising alternative potential solution for energy generation at local and regional scale. *Applied Energy*, 188:378–391.
- Berger, V., Niemann, A., and Frehmann, T. (2013). Contributions and solutions using small hydro power in advanced energy recovery strategies on wwtps. In *IWLHS 2013-International Workshop on Hydraulic Design of Low-Head Structures*, pages 209–218.
- Bousquet, C., Samora, I., Manso, P., Rossi, L., Heller, P., and Schleiss, A. J. (2017). Assessment of hydropower potential in wastewater systems and application to Switzerland. *Renewable Energy*, 113:64–73.
- Casadei, S., Liucci, L., and Valigi, D. (2014). Hydrological uncertainty and hydropower: New methods to optimize the performance of the plant. *Energy Procedia*, 59:263–269.
- Chae, K.-J., Kim, I.-S., Ren, X., and Cheon, K.-H. (2015). Reliable energy recovery in an existing municipal wastewater treatment plant with a flow-variable micro-hydropower system. *Energy Conversion and Management*, 101:681–688.
- Chica Arrieta, E. L., Agudelo Flórez, S., and Sierra, N. I. (2013). Application of cfd to the design of the runner of a propeller turbine for small hydroelectric power plants. *Revista Facultad de Ingeniería Universidad de Antioquia*, (69):181–192.

- Chirkov, D. V., Ankudinova, A. S., Kryukov, A. E., Cherny, S. G., and Skorospelov, V. A. (2018). Multi-objective shape optimization of a hydraulic turbine runner using efficiency, strength and weight criteria. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 58(2):627–640.
- Ciocan, T., Susan-Resiga, R. F., and Muntean, S. (2016). Modelling and optimization of the velocity profiles at the draft tube inlet of a francis turbine within an operating range. *Journal of Hydraulic Research*, 54(1):74–89.
- Corcoran, L., Coughlan, P., and McNabola, A. (2013). Energy recovery potential using micro hydropower in water supply networks in the uk and ireland. *Water Science and Technology: Water Supply*, 13(2):552–560.
- Dos Santos, I. F. S., Camacho, R. G. R., Tiago Filho, G. L., Botan, A. C. B., and Vinent, B. A. (2019). Energy potential and economic analysis of hydrokinetic turbines implementation in rivers: An approach using numerical predictions (cfd) and experimental data. *Renewable Energy*, 143:648–662.
- Gallagher, J., Harris, I., Packwood, A., McNabola, A., and Williams, A. (2015). A strategic assessment of micro-hydropower in the uk and irish water industry: Identifying technical and economic constraints. *Renewable Energy*, 81:808–815.
- Galván, S., Rubio, C., Pacheco, J., Mendoza, C., and Toledo, M. (2013). Optimization methodology assessment for the inlet velocity profile of a hydraulic turbine draft tube: part i—computer optimization techniques. *Journal of Global optimization*, 55(1):53–72.
- Gorla, R. S. and Khan, A. A. (2003). *Turbomachinery: design and theory*. CRC Press.
- Gubin, M. F. (1973). *Draft tubes of hydro-electric stations*. Amerind Publishing Co.
- Herrera, D. N. (2017). *Mejora de la eficiencia de una central hidroeléctrica mediante la optimización numérica del desempeño del tubo de aspiración modificando su geometría*. PhD thesis, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.
- Hosseini, S., Forouzbakhsh, F., and Rahimpour, M. (2005). Determination of the optimal installation capacity of small hydro-power plants through the use of technical, economic and reliability indices. *Energy Policy*, 33(15):1948–1956.
- Jalil, A. F. A., Pasupuleti, J., and Reyasudin Basir Khan, M. (2019). Feasibility evaluation of micro-hydropower system generation for different types of sewage treatment plants.
- Kadier, A., Kalil, M. S., Pudukudy, M., Hasan, H. A., Mohamed, A., and Hamid, A. A. (2018). Pico hydropower (php) development in malaysia: Potential, present status, barriers and future perspectives. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 81:2796–2805.

- Kusakana, K. (2019). Hydropower energy recovery from wastewater treatment plant: Case of zeekoegat plant. In *2019 IEEE PES Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conference (APPEEC)*, pages 1–5. IEEE.
- Liucci, L., Valigi, D., and Casadei, S. (2014). A new application of flow duration curve (fdc) in designing run-of-river power plants. *Water resources management*, 28(3):881–895.
- Logan Jr, E. (2003). *Handbook of turbomachinery*. CRC Press.
- Marjavaara, D. and Lundström, S. (2007). Response surface-based shape optimization of a Francis draft tube. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 17(1):34–45.
- McNabola, A., Coughlan, P., Corcoran, L., Power, C., Williams, A. P., Harris, I., Gallagher, J., and Styles, D. (2014). Energy recovery in the water industry using microhydropower: An opportunity to improve sustainability. *Water Policy*, 16(1):168–183.
- Modi, P. and Seth, S. (2019). *Hydraulics and Fluid Mechanics Including Hydraulics Machines*. Rajsons Publications Pvt. Ltd.
- Muis, A., Sutikno, P., Soewono, A., and Hartono, F. (2015). Design optimization of axial hydraulic turbine for very low head application. *Energy Procedia*, 68:263–273.
- Power, C., Coughlan, P., and McNabola, A. (2017). Microhydropower energy recovery at wastewater-treatment plants: Turbine selection and optimization. *Journal of Energy Engineering*, 143(1):04016036.
- Purwanto, W. W. and Afifah, N. (2016). Assessing the impact of techno socioeconomic factors on sustainability indicators of microhydro power projects in indonesia: A comparative study. *Renewable Energy*, 93:312–322.
- Rao, S. S. (2019). *Engineering optimization: theory and practice*. John Wiley & Sons.
- Saket, R. (2013). Design aspects and probabilistic approach for generation reliability evaluation of mww based micro-hydro power plant. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 28:917–929.
- Sener (2020). Programa de desarrollo del sistema eléctrico nacional 2020-2034. Technical report, Secretaria de energía, México.
- Shojaeefard, M. H., Mirzaei, A., and Babaei, A. (2014). Shape optimization of draft tubes for Agnew microhydro turbines. *Energy Conversion and Management*, 79:681–689.
- Signe, E. B. K., Bogno, B., Aillerie, M., and Hamandjoda, O. (2019). Performance in feasibility studies of micro hydro power plants. new software development and application cases in cameroon. *Energy Procedia*, 157:1391–1403.

- Strazzabosco, A., Kenway, S., and Lant, P. (2020). Quantification of renewable electricity generation in the Australian water industry. *Journal of Cleaner Production*, 254:120119.
- Su, P.-A. and Karney, B. (2015). Micro hydroelectric energy recovery in municipal water systems: A case study for Vancouver. *Urban Water Journal*, 12(8):678–690.
- Versteeg, H. and Malalasekera, W. (1995). Computational fluid dynamics. *The finite volume method*, pages 1–26.
- Wikipedia (2009). Función roenbrock.
- Williamson, S. J., Stark, B. H., and Booker, J. D. (2014). Low head pico hydro turbine selection using a multi-criteria analysis. *Renewable Energy*, 61:43–50.
- Yassi, Y. et al. (2010). Improvement of the efficiency of the Agnew micro hydro turbine at part loads due to installing guide vanes mechanism. *Energy Conversion and Management*, 51(10):1970–1975.
- Yildiz, V. and Vrugt, J. A. (2019). A toolbox for the optimal design of run-of-river hydro-power plants. *Environmental Modelling and Software*, 111:134–152.
- Zhou, D. and Deng, Z. D. (2017). Ultra-low-head hydroelectric technology: A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 78:23–30.
- Zhou, D., Gui, J., Deng, Z. D., Chen, H., Yu, Y., Yu, A., and Yang, C. (2019). Development of an ultra-low head siphon hydro turbine using computational fluid dynamics. *Energy*, 181:43–50.