UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO

TESIS DE MAESTRÍA

Control de vibraciones sísmicas y eólicas en una estructura esbelta

Autor:
Carlos Mauricio Patlán Manjarrez

Asesor:
Dr. Hugo Hernández Barrios

Una tesis presentada en cumplimiento de los requerimentos para el grado de Maestro en Ingeniería en el Área de Estructuras

en la

Facultad de Ingeniería Civil
Departamento de Posgrado

Morelia, Mich. marzo de 2020

Declaración de Autoría

Yo, Carlos Mauricio Patlán Manjarrez, declaro que la tesis titulada, «Control de vibraciones sísmicas y eólicas en una estructura esbelta» y el trabajo presentado en ella es de mi autoría. Yo confirmo que:

- Este trabajo se realizó totalmente mientras me encontraba en la candidatura de un grado de investigación en esta universidad.
- Si alguna parte de esta tesis ha sido sometida previamente a un título o cualquier otra calificación en esta Universidad o cualquier otra institución, esto ha sido claramente establecido.
- Cuando he consultado el trabajo publicado de otros, esto siempre se atribuye claramente.
- Donde he citado del trabajo de otros, la fuente siempre se ha dado. Con la excepción de tales citas, esta tesis es completamente mi propio trabajo.
- Reconocí todas las fuentes principales de ayuda.
- Cuando la tesis se basa en el trabajo hecho por mí mismo junto con otros, he dejado en claro exactamente lo que otros hicieron y lo que yo mismo aporté.

«*Si no puedes hacer grandes cosas, haz cosas pequeñas de una gran forma.*»

Napoleón Hill

UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO

Resumen

Facultad de Ingeniería Civil

Departamento de Posgrado

Maestría en Ingeniería en el Área de Estructuras

Control de vibraciones sísmicas y eólicas en una estructura esbelta

por Carlos Mauricio Patlán Manjarrez

El presente trabajo se centra en el control de las vibraciones sísmicas y eólicas de una chimenea de concreto reforzado de 80 m de altura, ubicada en la costa del Pacífico mexicano.

Para el análisis de la chimenea, se elaboraron cinco modelos elásticos y cinco modelos que incluyen no linealidad del material, variando en cada caso el tipo de apoyo sobre el cual se encuentra la cimentación. Los análisis elásticos emplean un modelo discreto de vigas de flexión y cortante acopladas. Para los análisis que consideran no linealidad del material, se empleó el método de analogía de la fuerza realizando modelos de no linealidad concentrada.

Como dispositivos de control, se emplearon amortiguadores de masas sintonizadas, amortiguadores de líquidos sintonizados y amortiguadores pendulares. Dentro del análisis se incluyó interacción suelo-estructura.

El análisis sísmico considera un catálogo de cuatro sismos característicos de colapso en México. Para el análisis eólico, se realizaron simulaciones de viento en la dirección longitudinal y transversal. La componente longitudinal se analizó considerando la función de fuerza de manera lineal y no lineal.

Para la integración de la ecuación de movimiento, se emplea la formulación variable estado, proponiendo un integrador implícito basado en cuadraturas gaussianas, desarrollado para abordar problemas rígidos que consideran no linealidad del material y no linealidad de la excitación. Además, el integrador permite considerar los efectos de interacción del suelo.

Se determinó la respuesta de la estructura en el dominio del tiempo, incluyendo los dispositivos de control. Los resultados indican que el mayor control se alcanza con los amortiguadores de masas sintonizadas.

Palabras clave— chimenea, interacción suelo-estructura, masas sintonizadas, líquidos sintonizados, péndulos

Abstract

This work focuses on the control of earthquake and wind vibrations of a reinforced concrete chimney 80 m high, on the Mexican Pacific coast.

For the analysis of the chimney, five elastic models and five models that include material non-linearity were developed, varying for each case the type of support on which the foundation is located. Elastic analyzes use a discrete model of coupled bending and shear beams. For the analyzes that include material non-linearity, the force analogy method was used, making models of concentrated non-linearity.

As control devices, tuned mass dampers, tuned liquid dampers and pendulum dampers were used. The analysis included soil-structure interaction.

Earthquake analysis includes a catalog of four characteristic collapse earthquakes in Mexico. For the wind analysis, wind simulations were performed in the longitudinal and transverse direction. The longitudinal component was analyzed considering the force function in a linear and non-linear way.

For the integration of the motion equation, the state space formulation is used, proposing an implicit integrator based on Gaussian quadratures, developed to address rigid problems that consider material non-linearity and excitation non-linearity. In addition, the integrator allows to consider the effects of soil interaction.

The response of the structure in the time domain was determined, including the control devices. Results shows that greater control is achieved with tuned mass dampers.

Agradecimientos

Al CONACyT, por los recursos aportados para la realización de mis estudios de maestría.

A la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, por permitirme ser parte de su programa académico.

A mi asesor, el Dr. Hugo Hernández Barrios, por el compromiso, los conocimientos aportados y el apoyo en la realización de este proyecto.

A mis sinodales, Dr. Francisco Mota, Dr. Manuel Jara, Dr. José Manuel Jara y Dr. Guillermo Martínez; por la afinidad y apoyo en este trabajo.

A mi madre, Elvia, por darme el amor y la educación que me han forjado, por apoyarme en todos mis pasos. Jamás terminaré de agradecerle todo lo que ha hecho por mí.

A mis hermanos, Rafael y Georgina, gracias por todo su cariño y apoyo.

A mi novia, Dayana, por estar siempre ahí y alentarme a seguir adelante.

Índice general

Declaración de Autoría III

Resumen VII

Agradecimientos IX

1. Introducción 1
- 1.1. Motivación . . . 1
- 1.2. Antecedentes . . . 1
- 1.3. Objetivos . . . 2
- 1.4. Estructura . . . 3

2. Integración de la ecuación de movimiento por variables estado 7
- 2.1. Métodos numéricos para la integración de una ecuación diferencial ordinaria . . . 7
- 2.2. Rigidez numérica . . . 8
- 2.3. Sistemas de un grado de libertad . . . 8
  - 2.3.1. Solución de la respuesta por variables estado . . . 10
  - 2.3.2. Solución numérica para la respuesta con variables estado usando integración directa . . . 11
  - 2.3.3. Ejemplos de calibración . . . 14
    - Sistema de un grado de libertad sometido a una fuerza constante . 14
    - Sistema de un grado de libertad sometido a una fuerza armónica . 17
- 2.4. Sistemas de dos grados de libertad . . . 21
  - 2.4.1. Solución de la respuesta por variables estado . . . 22
  - 2.4.2. Solución numérica para la respuesta con variables estado usando integración directa . . . 23
  - 2.4.3. Ejemplos de calibración . . . 25
    - Sistema de dos grados de libertad sometido a una fuerza constante 25
- 2.5. Sistemas de múltiples grados de libertad . . . 29
  - 2.5.1. Respuesta amortiguada empleando el método de variables estado 32
  - 2.5.2. Ejemplos de calibración . . . 34
    - Sistema de 3 grados de libertad . . . 34
    - Chimenea de 5 niveles . . . 41
- 2.6. Análisis dinámico paso a paso . . . 52
  - 2.6.1. Respuesta con variable estado . . . 52
  - 2.6.2. Solución de la ecuación de movimiento sin sistemas de control . . 54
    - Sistema de un grado de libertad . . . 55
    - Sistema de dos grados de libertad . . . 57

Marco de un nivel . . . 60
Marco de dos niveles . . . 63
2.7. Aislamiento de base . . . 68
2.7.1. Análisis dinámico de una estructura con aislamiento de base . . . 70
2.7.2. Ejemplos de calibración . . . 70
Sistema de dos grados de libertad con aislamiento de base elástico 70
2.8. Amortiguadores viscosos . . . 74
2.8.1. Respuesta de un sistema de un grado de libertad usando integración directa . . . 76
2.8.2. Respuesta de un sistema de múltiples grados de libertad con amortiguamiento viscoso adicional . . . 77
2.8.3. Ejemplos de calibración . . . 80
Sistema de un grado de libertad . . . 80
Sistema de un grado de libertad . . . 83
Sistema de dos grados de libertad . . . 85
2.9. Control estructural . . . 89
2.9.1. Control estructural de un sistema de un grado de libertad . . . 90
2.9.2. Control estructural de un sistema de dos grados de libertad . . . 92
2.9.3. Control estructural de un sistema de múltiples grados de libertad y cálculo numérico de la respuesta . . . 93
2.9.4. Ejemplos de calibración . . . 96
Control de la respuesta de un sistema de un grado de libertad . . . 96

Apéndice **99**
2.A. Solución analítica de los problemas . . . 99
2.A.1. Sistema de un grado de libertad sometido a una fuerza constante . 99
2.A.2. Sistema de un grado de libertad sometido a una fuerza armónica . 101
2.A.3. Sistema de dos grados de libertad sometido a una fuerza constante 103
2.A.4. Sistema de 3 grados de libertad . . . 106
2.A.5. Chimenea de 5 niveles . . . 108
2.B. Manual de usuario integracion_directa.m . . . 110
2.B.1. Generalidades . . . 110
2.B.2. Modo de empleo . . . 110
Archivos requeridos . . . 110
Ejecución del programa . . . 111
Resultados del programa . . . 113
2.C. Manual de usuario integracion_directa_amortiguamiento.m . . . 115
2.C.1. Generalidades . . . 115
2.C.2. Modo de empleo . . . 115
Archivos requeridos . . . 115
Ejecución del programa . . . 117
Resultados del programa . . . 118
2.D. Manual de usuario integracion_directa_control.m . . . 121
2.D.1. Generalidades . . . 121
2.D.2. Modo de empleo . . . 121
Archivos requeridos . . . 121
Ejecución del programa . . . 123

Resultados del programa 124

3. Método RK6-I propuesto **127**
3.1. Introducción 127
3.2. Métodos de Runge-Kutta 127
3.3. Método de Runge-Kutta 6 implícito 130
3.3.1. Ecuación de movimiento en variable estado 132
3.3.2. Obtención de las aproximaciones a la función solución 133
3.3.3. Solución de la respuesta empleando un método de Runge-Kutta 6 implícito 136
3.4. Sistemas rígidos 137
3.4.1. Problema de calibración 137
Integración directa con la función constante 138
RK6-I 142
Método de Wooram, 2016 146
3.4.2. Revisión de la chimenea de cinco niveles 150
3.4.3. Sistema de un grado de libertad sometido a una fuerza constante . 156
3.4.4. Sistema de un grado de libertad sometido a una fuerza armónica . 158
3.4.5. Sistema de dos grados de libertad sometido a una fuerza constante 160
3.4.6. Sistema de 3 grados de libertad 163
3.5. Análisis dinámico paso a paso 167
3.5.1. Solución de la ecuación de movimiento sin sistemas de control . . 168
Sistema de un grado de libertad 168
Sistema de dos grados de libertad 170
Marco de un nivel 174
Marco de dos niveles 176
3.6. Aislamiento de base 178
3.6.1. Ejemplos de calibración 179
Sistema de dos grados de libertad con aislamiento de base elástico 179
3.7. Amortiguadores viscosos 182
3.7.1. Ejemplos de calibración 183
Sistema de un grado de libertad 183
Sistema de un grado de libertad 184
Sistema de dos grados de libertad 186
3.8. Control estructural 189
3.8.1. Ejemplos de calibración 190
Control de la respuesta de un sistema de un grado de libertad . . . 190

Apéndice **193**
3.A. Manual de usuario integracion_RK6i.m 193
3.A.1. Generalidades 193
3.A.2. Modo de empleo 193
Archivos requeridos 193
Ejecución del programa 195
Resultados del programa 197
3.B. Manual de usuario integracion_amortiguamiento_RK6i.m 199
3.B.1. Generalidades 199

3.B.2. Modo de empleo . . . 199
Archivos requeridos . . . 199
Ejecución del programa . . . 201
Resultados del programa . . . 201
3.C. Manual de usuario integracion_control_RK6i.m . . . 204
3.C.1. Generalidades . . . 204
3.C.2. Modo de empleo . . . 204
Archivos requeridos . . . 204
Ejecución del programa . . . 206
Resultados del programa . . . 208
3.D. Manual de usuario integracion_bathe.m . . . 210
3.D.1. Generalidades . . . 210
3.D.2. Modo de empleo . . . 210
Archivos requeridos . . . 210
Ejecución del programa . . . 211
Resultados del programa . . . 212
3.E. Manual de usuario integracion_whooram.m . . . 214
3.E.1. Generalidades . . . 214
3.E.2. Modo de empleo . . . 214
Archivos requeridos . . . 214
Ejecución del programa . . . 215
Resultados del programa . . . 216

4. Antecedentes de ingeniería eólica **219**
4.1. Introducción . . . 219
4.2. Fuerzas debidas al viento . . . 221
4.2.1. Forma 1 de la función de fuerzas . . . 222
4.2.2. Forma 2 de la función de fuerzas . . . 223
4.2.3. Forma 3 de la función de fuerzas . . . 223
4.3. Simulaciones eólicas en la dirección longitudinal . . . 223
4.3.1. Estructuras tipo punto . . . 224
Velocidad media del viento . . . 225
Espectro teórico de potencia de la velocidad longitudinal del viento e intervalos de frecuencia y tiempo . . . 228
Simulación por representación espectral de Shinozuka (WAWS) . . . 230
Función de admitancia aerodinámica . . . 230
Filtrado de simulaciones . . . 231
Obtención de la velocidad total y fuerza del viento y características del viento simulado . . . 231
4.3.2. Estructuras tipo línea . . . 232
Coeficiente de arrastre . . . 233
Velocidad media del viento . . . 235
Espectro teórico de potencia de la velocidad longitudinal del viento e intervalos de frecuencia y tiempo . . . 235
Espectro cruzado y función de coherencia . . . 235
Simulación por representación espectral de Shinozuka o WAWS y matriz de densidad espectral cruzada . . . 237

Función de admitancia aerodinámica . . . 237
Filtrado de simulaciones . . . 238
Obtención de las velocidades totales y fuerzas del viento y características del viento simulado . . . 238
4.4. Simulaciones eólicas en la dirección transversal . . . 238
4.4.1. Coeficiente de levante . . . 240
4.4.2. Número de Strouhal . . . 242
4.4.3. Modelo de correlación cruzada para las simulaciones . . . 243
4.4.4. Espectro de potencia teórico de la fuerza transversal del viento . . . 243
4.4.5. Simulación por representación espectral de Shinozuka . . . 245
4.5. Verificación de las simulaciones . . . 245

Apéndice **257**
4.A. Manual de usuario simulaciones_viento_1gl.m . . . 257
4.A.1. Generalidades . . . 257
4.A.2. Modo de empleo . . . 257
Archivos requeridos . . . 257
Ejecución del programa . . . 258
Resultados del programa . . . 259
4.B. Manual de usuario simulaciones_viento_ngl.m . . . 262
4.B.1. Generalidades . . . 262
4.B.2. Modo de empleo . . . 262
Archivos requeridos . . . 262
Ejecución del programa . . . 262
Resultados del programa . . . 265
4.C. Manual de usuario simulacion_transversal_ngl . . . 268
4.C.1. Generalidades . . . 268
4.C.2. Modo de empleo . . . 268
Archivos requeridos . . . 268
Ejecución del programa . . . 269
Resultados del programa . . . 271

5. Sistemas de control **275**
5.1. Introducción . . . 275
5.2. Clasificación de los dispositivos . . . 276
5.2.1. Dispositivos de aislamiento . . . 276
Dispositivos de aislamiento de base . . . 277
Dispositivos de aislamiento de piso . . . 277
5.2.2. Dispositivos de control de vibraciones . . . 277
Dispositivos activos . . . 278
Dispositivos pasivos . . . 278
Dispositivos híbridos o semiactivos . . . 279
5.3. Amortiguadores de masas sintonizadas (TMD) . . . 280
5.3.1. Ejemplos de calibración . . . 286
Sistema de un grado de libertad . . . 286
Sistema de dos grados de libertad . . . 295
5.4. Amortiguadores de líquidos sintonizados (TLD) . . . 307

5.4.1. Ejemplos de calibración . . . 318
Sistema de un grado de libertad . . . 318
Sistema de dos grados de libertad . . . 329
5.5. Amortiguadores de masas sintonizadas tipo péndulo . . . 350
5.5.1. Ejemplos de calibración . . . 357
Sistema de un grado de libertad . . . 357
Sistema de dos grados de libertad . . . 373

6. Análisis no lineal **405**
6.1. Método de analogía de la fuerza . . . 406
6.2. Análisis estático no lineal . . . 407
6.2.1. Rotaciones plásticas . . . 407
6.2.2. Sistemas de un grado de libertad . . . 408
Desplazamiento inelástico . . . 408
Aplicación del FAM a un sistema de un grado de libertad . . . 409
6.2.3. Análisis estructura no lineal de sistemas de n grados de libertad . . . 411
6.2.4. Condensación estática . . . 414
6.3. Análisis dinámico no lineal . . . 415
6.3.1. Análisis no lineal empleando variable estado y el FAM . . . 416
6.3.2. Ejemplos de calibración . . . 421
Marco de dos niveles con comportamiento elasto-plástico . . . 421
Marco de dos niveles con endurecimiento . . . 431
6.4. Articulación de flexión . . . 440
6.4.1. Ejemplos de calibración . . . 450
Sistema de un grado de libertad . . . 450
Marco de dos niveles . . . 453
Marco de dos niveles con el registro escalado . . . 459

7. Modelo numérico de una estructura esbelta considerando ISE **465**
7.1. Introducción . . . 465
7.2. Descripción de la estructura . . . 467
7.3. Modelo discretizado de la estructura con base fija . . . 508
7.4. Modelo de vigas de flexión y cortante acopladas . . . 514
7.4.1. Modelo continuo . . . 514
7.4.2. Modelo de elementos finitos con base fija . . . 517
7.4.3. Modelo de elementos finitos con base fija y TMDs . . . 520
7.4.4. Modelo de elementos finitos con base fija y TLDs . . . 524
7.4.5. Modelo de elementos finitos con base fija y péndulos . . . 530
7.4.6. Modelo de elementos finitos con base flexible . . . 534
7.4.7. Modelo de elementos finitos con base flexible y TMDs . . . 539
7.4.8. Modelo de elementos finitos con base flexible y TLDs . . . 543
7.4.9. Modelo de elementos finitos con base flexible y péndulos . . . 548
7.4.10. Validación de modelo con base fija . . . 552
7.4.11. Modelo de la chimenea empleando el modelo discreto de las vigas de flexión y cortante acopladas . . . 557
Modelo con base fija . . . 557
Modelo con base flexible . . . 559

7.5. Modelo no lineal 560

Apéndice **571**
7.A. Manual de usuario metmatr.m 571
7.A.1. Generalidades 571
7.A.2. Modo de empleo 572
Archivos requeridos 572
Ejecución del programa 573
Resultados del programa 574

8. Respuesta sísmica de una estructura esbelta **575**
8.1. Acciones de análisis 575
8.1.1. Acciones sísmicas 575
8.2. Respuesta dinámica 577
8.2.1. Modelo elástico con base fija 577
8.2.2. Modelo elástico sobre roca 581
8.2.3. Modelo elástico sobre suelo denso 584
8.2.4. Modelo elástico sobre suelo rígido 587
8.2.5. Modelo elástico sobre suelo blando 591
8.2.6. Modelo no lineal con base fija 594
8.2.7. Modelo no lineal sobre roca 598
8.2.8. Modelo no lineal sobre suelo denso 602
8.2.9. Modelo no lineal sobre suelo rígido 606
8.2.10. Modelo no lineal sobre suelo blando 610

Apéndice **615**
8.A. Manual de usuario base_fija.m 615
8.A.1. Generalidades 615
8.A.2. Modo de empleo 616
Archivos requeridos 616
Ejecución del programa 617
Resultados del programa 619
8.B. Manual de usuario base_flexible.m 623
8.B.1. Generalidades 623
8.B.2. Modo de empleo 624
Archivos requeridos 624
Ejecución del programa 626
Resultados del programa 628
8.C. Manual de usuario Flexion_NL.m 632
8.C.1. Generalidades 632
8.C.2. Modo de empleo 633
Archivos requeridos 633
Ejecución del programa 635
Resultados del programa 637
8.D. Manual de usuario Flexion_NL_flexible.m 640
8.D.1. Generalidades 640
8.D.2. Modo de empleo 641
Archivos requeridos 641

Ejecución del programa 644
Resultados del programa 646

9. Control de la respuesta sísmica con TMDs **649**
9.1. Dimensionamiento y propiedades dinámicas 649
9.2. Respuesta dinámica 653
9.2.1. Modelo elástico con base fija 653
9.2.2. Modelo elástico sobre roca 657
9.2.3. Modelo elástico sobre suelo denso 660
9.2.4. Modelo elástico sobre suelo rígido 664
9.2.5. Modelo elástico sobre suelo blando 668
9.2.6. Modelo no lineal con base fija 671
9.2.7. Modelo no lineal sobre roca 676
9.2.8. Modelo no lineal sobre suelo denso 681
9.2.9. Modelo no lineal sobre suelo rígido 686
9.2.10. Modelo no lineal sobre suelo blando 691

Apéndice **697**
9.A. Manual de usuario base_fija_control.m 697
9.A.1. Generalidades 697
9.A.2. Modo de empleo 698
Archivos requeridos 698
Ejecución del programa 700
Resultados del programa 703
9.B. Manual de usuario base_flexible_control.m 707
9.B.1. Generalidades 707
9.B.2. Modo de empleo 708
Archivos requeridos 708
Ejecución del programa 710
Resultados del programa 714
9.C. Manual de usuario Flexion_NL.m 718
9.C.1. Generalidades 718
9.C.2. Modo de empleo 719
Archivos requeridos 719
Ejecución del programa 722
Resultados del programa 725
9.D. Manual de usuario Flexion_NL_flexible_control.m 728
9.D.1. Generalidades 728
9.D.2. Modo de empleo 730
Archivos requeridos 730
Ejecución del programa 733
Resultados del programa 735

10. Control de la respuesta sísmica con TLDs **739**
10.1. Dimensionamiento y propiedades dinámicas 739
10.2. Respuesta dinámica 745
10.2.1. Modelo elástico con base fija 746
10.2.2. Modelo elástico sobre roca 752

10.2.3. Modelo elástico sobre suelo denso . . . 759
10.2.4. Modelo elástico sobre suelo rígido . . . 765
10.2.5. Modelo elástico sobre suelo blando . . . 772
10.2.6. Modelo no lineal con base fija . . . 778
10.2.7. Modelo no lineal sobre roca . . . 786
10.2.8. Modelo no lineal sobre suelo denso . . . 795
10.2.9. Modelo no lineal sobre suelo rígido . . . 804
10.2.10. Modelo no lineal sobre suelo blando . . . 813

11. Control de la respuesta sísmica con péndulos **823**
11.1. Dimensionamiento y propiedades dinámicas . . . 823
11.2. Respuesta dinámica . . . 827
11.2.1. Modelo elástico con base fija . . . 827
11.2.2. Modelo elástico sobre roca . . . 831
11.2.3. Modelo elástico sobre suelo denso . . . 835
11.2.4. Modelo elástico sobre suelo rígido . . . 839
11.2.5. Modelo elástico sobre suelo blando . . . 843
11.2.6. Modelo no lineal con base fija . . . 847
11.2.7. Modelo no lineal sobre roca . . . 852
11.2.8. Modelo no lineal sobre suelo denso . . . 857
11.2.9. Modelo no lineal sobre suelo rígido . . . 862
11.2.10. Modelo no lineal sobre suelo blando . . . 867

12. Respuesta eólica de una estructura esbelta **873**
12.1. Acciones de análisis . . . 873
12.2. Respuesta dinámica . . . 876
12.2.1. Modelo elástico con base fija . . . 876
12.2.2. Modelo elástico sobre roca . . . 879
12.2.3. Modelo elástico sobre suelo denso . . . 882
12.2.4. Modelo elástico sobre suelo rígido . . . 885
12.2.5. Modelo elástico sobre suelo blando . . . 889
12.2.6. Modelo no lineal con base fija . . . 892
12.2.7. Modelo no lineal sobre roca . . . 896
12.2.8. Modelo no lineal sobre suelo denso . . . 899
12.2.9. Modelo no lineal sobre suelo rígido . . . 903
12.2.10. Modelo no lineal sobre suelo blando . . . 906

13. Control de la respuesta eólica con TMDs **911**
13.1. Dimensionamiento y propiedades dinámicas . . . 911
13.2. Respuesta dinámica . . . 911
13.2.1. Modelo elástico con base fija . . . 911
13.2.2. Modelo elástico sobre roca . . . 915
13.2.3. Modelo elástico sobre suelo denso . . . 919
13.2.4. Modelo elástico sobre suelo rígido . . . 923
13.2.5. Modelo elástico sobre suelo blando . . . 927
13.2.6. Modelo no lineal con base fija . . . 931
13.2.7. Modelo no lineal sobre roca . . . 935
13.2.8. Modelo no lineal sobre suelo denso . . . 939

13.2.9. Modelo no lineal sobre suelo rígido 943
13.2.10. Modelo no lineal sobre suelo blando 947

14. Control de la respuesta eólica con TLDs **953**
14.1. Dimensionamiento y propiedades dinámicas 953
14.2. Respuesta dinámica 958
14.2.1. Modelo elástico con base fija 958
14.2.2. Modelo elástico sobre roca 964
14.2.3. Modelo elástico sobre suelo denso 971
14.2.4. Modelo elástico sobre suelo rígido 977
14.2.5. Modelo elástico sobre suelo blando 984
14.2.6. Modelo no lineal con base fija 991
14.2.7. Modelo no lineal sobre roca 997
14.2.8. Modelo no lineal sobre suelo denso 1004
14.2.9. Modelo no lineal sobre suelo rígido 1010
14.2.10. Modelo no lineal sobre suelo blando 1017

15. Control de la respuesta eólica con péndulos **1025**
15.1. Dimensionamiento y propiedades dinámicas 1025
15.2. Respuesta dinámica 1028
15.2.1. Modelo elástico con base fija 1028
15.2.2. Modelo elástico sobre roca 1032
15.2.3. Modelo elástico sobre suelo denso 1036
15.2.4. Modelo elástico sobre suelo rígido 1040
15.2.5. Modelo elástico sobre suelo blando 1044
15.2.6. Modelo no lineal con base fija 1048
15.2.7. Modelo no lineal sobre roca 1052
15.2.8. Modelo no lineal sobre suelo denso 1056
15.2.9. Modelo no lineal sobre suelo rígido 1060
15.2.10. Modelo no lineal sobre suelo blando 1064

16. Conclusiones **1069**
16.1. Logros 1071
16.2. Líneas futuras de investigación 1072

Índice de figuras

2.1. Soluciones para una ecuación diferencial rígida 8
2.2. Representación de un sistema de un grado de libertad 9
2.3. Respuestas obtenidas para el sistema de un grado de libertad 16
2.4. Errores relativos obtenidos en la respuesta 17
2.5. Respuestas obtenidas para el sistema de un grado de libertad 19
2.6. Errores relativos de la respuesta 20
2.7. Representación de un sistema de dos grados de libertad 21
2.8. Respuestas obtenidas para el sistema de dos grados de libertad 26
2.9. Errores relativos obtenidos en la respuesta 28
2.10. Respuestas obtenidas para el sistema de 3 grados de libertad 36
2.11. Errores relativos calculados para el sistema de 3 grados de libertad 39
2.12. Chimenea de análisis 41
2.13. Respuestas obtenidas para la chimenea de cinco niveles 44
2.14. Errores relativos para la chimenea de 5 niveles 49
2.15. Acelerograma del sismo del 19 de septiembre de 1985 en la estación SCT-1 55
2.16. Sistema de un grado de libertad 55
2.17. Respuestas del sistema de un grado de libertad al registro de SCT 56
2.18. Respuestas del sistema de dos grados de libertad al registro de SCT . . . 58
2.19. Marco de análisis 61
2.20. Respuestas del marco de un nivel al registro de SCT 62
2.21. Marco de análisis 63
2.22. Respuestas del marco de dos niveles al registro de SCT 65
2.23. Sistema masa-resorte de dos grados de libertad 68
2.24. Sistema de dos grados de libertad con aisladores de base 70
2.25. Respuestas del sistema de dos grados de libertad con aislamiento de base al registro de SCT 72
2.26. Sistema de dos grados de libertad con amortiguamiento adicional 78
2.27. Respuestas obtenidas para el sistema de un grado de libertad con amortiguamiento adicional al registro de SCT 81
2.28. Respuestas obtenidas para el sistema de un grado de libertad con amortiguamiento adicional al registro de SCT 84
2.29. Respuestas del sistema de dos grados de libertad con amortiguamiento adicional al registro de SCT 87
2.30. Sistema de un grado de libertad con control estructural 90
2.31. Sistema de dos grados de libertad con control estructural 92
2.32. Respuestas del sistema de un grado de libertad con control al registro de SCT 97

3.1. Sistema de tres masas en estudio. (Bathe y Noh, 2012) . . . 138
3.2. Respuestas obtenidas para el problema de Bathe con integración directa . 139
3.3. Errores relativos para el problema de Bathe con integración directa 141
3.4. Respuestas obtenidas para el problema de Bathe con RK6-I 142
3.5. Errores relativos para el problema de Bathe con RK6-I 144
3.6. Respuestas obtenidas para el problema de Bathe con RK6-I y Wooram . . 146
3.7. Errores relativos para el problema de Bathe con RK6-I y Wooram 148
3.8. Respuestas de la chimenea de 5 niveles con RK6-I 150
3.9. Errores relativos para la chimenea con RK6-I 155
3.10. Respuestas obtenidas para el sistema de un grado de libertad con RK6-I . 156
3.11. Errores relativos para el sistema de un grado de libertad con RK6-I 158
3.12. Respuestas obtenidas para el sistema de un grado de libertad con RK6-I . 158
3.13. Errores relativos para el sistema de un grado de libertad con RK6-I 160
3.14. Respuestas obtenidas para el sistema de dos grados de libertad con RK6-I 160
3.15. Errores relativos para el sistema de dos grados de libertad con RK6-I . . . 163
3.16. Respuestas obtenidas para el sistema de 3 grados de libertad con RK6-I . 163
3.17. Errores relativos para el sistema de tres grados de libertad con RK6-I . . . 167
3.18. Respuestas del sistema de un grado de libertad al registro de SCT 169
3.19. Respuestas del sistema de dos grados de libertad al registro de SCT . . . 172
3.20. Respuestas del marco de un nivel al registro de SCT 174
3.21. Respuestas del marco de dos niveles al registro de SCT 176
3.22. Respuestas del sistema de dos grados de libertad con aislamiento de base al registro de SCT 180
3.23. Respuestas obtenidas para el sistema de un grado de libertad con amortiguamiento adicional al registro de SCT 183
3.24. Respuestas obtenidas para el sistema de un grado de libertad con amortiguamiento adicional al registro de SCT 185
3.25. Respuestas del sistema de dos grados de libertad con amortiguamiento adicional al registro de SCT 187
3.26. Respuestas del sistema de un grado de libertad con control al registro de SCT 190

4.1. Estructuras tipo punto 225
4.2. Propiedades de estructuras tipo punto. (Muñoz, Hernández y López, 2008) 225
4.3. Categorías del terreno 226
4.4. Estructuras tipo línea. Adaptado de Muñoz, Hernández y López, 2008 . . 232
4.5. Estructura tipo línea 233
4.6. Coeficiente de arrastre para elementos prismáticos 233
4.7. Comparación de los puntos de control y la función del coeficiente de arrastre 235
4.8. Componentes de la velocidad del viento en el punto $r(0,0,z)$ 239
4.9. Ángulo de incidencia del viento 240
4.10. Elemento placa delgada 246
4.11. Simulación de velocidades 246
4.12. Comparación de desplazamientos empleando distintas funciones de fuerzas 248
4.13. Comparación de velocidades empleando distintas funciones de fuerzas . 249

4.14. Comparación de aceleraciones empleando distintas funciones de fuerzas 250
4.15. Comparación de cortantes empleando distintas funciones de fuerzas . . . 251
4.16. Comparación de momentos empleando distintas funciones de fuerzas . . 252

5.1. Dispositivos de aislamiento de base 275
5.2. Aislador de placas deslizantes. (Silva Alves, 2015) 276
5.3. Amortiguador histerético metálico. (Silva Alves, 2015) 278
5.4. Amortiguador de masa sintonizado. (Silva Alves, 2015) 279
5.5. Amortiguador de masa híbrido. (Silva Alves, 2015) 280
5.6. Esquema del funcionamiento de un amortiguador de masa sintonizado. Adaptado de Sadek et. al., 1997 280
5.7. Sistema de n grados de libertad con un TMD 285
5.8. Respuesta del sistema de un grado de libertad con TMD al registro de SCT 288
5.9. Acelerograma del sismo del 19 de septiembre de 1985 en la estación Caleta de Campos 290
5.10. Acelerograma del sismo del 22 de enero de 2003 en la estación Ana Freud 290
5.11. Acelerograma del sismo del 19 de septiembre de 1985 en la estación Villita Corona Centro 290
5.12. Respuesta del sistema de un grado de libertad con TMD al registro de Caleta de Campos 291
5.13. Respuesta del sistema de un grado de libertad con TMD al registro de Ana Freud 292
5.14. Respuesta del sistema de un grado de libertad con TMD al registro de Villita Corona 293
5.15. Respuesta del sistema de dos grados de libertad con TMD al registro de SCT 297
5.16. Respuesta del sistema de dos grados de libertad con TMD al registro de Caleta de Campos 300
5.17. Respuesta del sistema de dos grados de libertad con TMD al registro de Ana Freud 302
5.18. Respuesta del sistema de dos grados de libertad con TMD al registro de Villita Corona 304
5.19. Amortiguador de líquido sintonizado en dos direcciones. Adaptado de Min, Kim y Lee, 2014 310
5.20. Geometría de un amortiguador de líquido sintonizado en dos direcciones. Adaptado de Min, Kim y Lee, 2014 310
5.21. Funcionamiento del TLCSD en la dirección x. Adaptado de Min, Kim y Lee, 2014 311
5.22. Funcionamiento del TLCSD en la dirección y. Adaptado de Min, Kim y Lee, 2014 312
5.23. Sistema de n grados de libertad con un TLCD 314
5.24. Sistema de n grados de libertad con un TSD 315
5.25. Respuesta del sistema de un grado de libertad en la dirección x al registro de SCT 320
5.26. Respuesta del sistema de un grado de libertad en la dirección y al registro de SCT 321

5.27. Respuesta del sistema de un grado de libertad en la dirección x al registro de Caleta de Campos . . . 322
5.28. Respuesta del sistema de un grado de libertad en la dirección y al registro de Caleta de Campos . . . 323
5.29. Respuesta del sistema de un grado de libertad en la dirección x al registro de Ana Freud . . . 324
5.30. Respuesta del sistema de un grado de libertad en la dirección y al registro de Ana Freud . . . 325
5.31. Respuesta del sistema de un grado de libertad en la dirección x al registro de Villita Corona Centro . . . 326
5.32. Respuesta del sistema de un grado de libertad en la dirección y al registro de Villita Corona Centro . . . 327
5.33. Respuesta del sistema de dos grados de libertad en la dirección x al registro de SCT . . . 332
5.34. Respuesta del sistema de dos grados de libertad en la dirección y al registro de SCT . . . 334
5.35. Respuesta del sistema de dos grados de libertad en la dirección x al registro de Caleta de Campos . . . 336
5.36. Respuesta del sistema de dos grados de libertad en la dirección y al registro de Caleta de Campos . . . 338
5.37. Respuesta del sistema de dos grados de libertad en la dirección x al registro de Ana Freud . . . 340
5.38. Respuesta del sistema de dos grados de libertad en la dirección y al registro de Ana Freud . . . 342
5.39. Respuesta del sistema de dos grados de libertad en la dirección x al registro de Villita Corona . . . 344
5.40. Respuesta del sistema de dos grados de libertad en la dirección y al registro de Villita Corona . . . 346
5.41. Sistema de un grado de libertad con un péndulo. Adaptado de Gomez, 2007 . . . 351
5.42. Sistema de n grados de libertad con un péndulo . . . 353
5.43. Respuesta del sistema de un grado de libertad con control del desplazamiento al registro de SCT . . . 360
5.44. Respuesta del sistema de un grado de libertad con control de la velocidad al registro de SCT . . . 361
5.45. Respuesta del sistema de un grado de libertad con control de la aceleración al registro de SCT . . . 362
5.46. Respuesta del sistema de un grado de libertad con control del desplazamiento al registro de Caleta de Campos . . . 363
5.47. Respuesta del sistema de un grado de libertad con control de la velocidad al registro de Caleta de Campos . . . 364
5.48. Respuesta del sistema de un grado de libertad con control de la aceleración al registro de Caleta de Campos . . . 365
5.49. Respuesta del sistema de un grado de libertad con control del desplazamiento al registro de Ana Freud . . . 366
5.50. Respuesta del sistema de un grado de libertad con control de la velocidad al registro de Ana Freud . . . 367

5.51. Respuesta del sistema de un grado de libertad con control de la aceleración al registro de Ana Freud . . . 368
5.52. Respuesta del sistema de un grado de libertad con control del desplazamiento al registro de Villita Corona Centro . . . 369
5.53. Respuesta del sistema de un grado de libertad con control de la velocidad al registro de Villita Corona Centro . . . 370
5.54. Respuesta del sistema de un grado de libertad con control de la aceleración al registro de Villita Corona Centro . . . 371
5.55. Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control del desplazamiento al registro de SCT . . . 377
5.56. Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control de la velocidad al registro de SCT . . . 379
5.57. Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control de la aceleración al registro de SCT . . . 381
5.58. Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control del desplazamiento al registro de Caleta de Campos . . . 383
5.59. Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control de la velocidad al registro de Caleta de Campos . . . 385
5.60. Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control de la aceleración al registro de Caleta de Campos . . . 387
5.61. Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control del desplazamiento al registro de Ana Freud . . . 389
5.62. Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control de la velocidad al registro de Ana Freud . . . 391
5.63. Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control de la aceleración al registro de Ana Freud . . . 393
5.64. Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control del desplazamiento al registro de Villita Corona Centro . . . 395
5.65. Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control de la velocidad al registro de Villita Corona Centro . . . 397
5.66. Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control de la aceleración al registro de Villita Corona Centro . . . 399

6.1. Definición de rotaciones plásticas positivas: (a) Viga con momentos positivos; (b) Viga con rotaciones plásticas positivas debido a momentos positivos; (c) Rotación plástica en el extremo izquierdo. (d) Rotación plástica en el extremo derecho; (e) Elemento viga que satisface la condición de compatibilidad; (f) Elemento viga que satisface la condición de equilibrio. (Li y Wong, 2014) . . . 407
6.2. Desplazamiento inelástico en una relación fuerza-desplazamiento. (Li y Wong, 2014) . . . 409
6.3. FAM aplicado a un sistema de un grado de libertad: (a) Sistema de un grado de libertad; (b) Relación momento-rotación; (c) Relación rotación plástica y desplazamiento inelástico; (d) Fuerza que satisface la condición de compatibilidad; (e) Fuerza equivalente para satisfacer la condición de equilibrio. (Li y Wong, 2014) . . . 410
6.4. Marco de dos niveles. (Li y Wong, 2014) . . . 421

6.5. Respuesta de las articulaciones del marco de dos niveles al registro de Caleta de Campos . . . 423
6.6. Respuesta del marco de dos niveles al registro de Caleta de Campos . . . 424
6.7. Respuesta del marco de dos niveles al registro de SCT . . . 426
6.8. Respuesta de las articulaciones del marco de dos niveles al registro de SCT 428
6.9. Respuesta de las articulaciones del marco de dos niveles al registro de Villita Corona . . . 428
6.10. Respuesta del marco de dos niveles al registro de Villita Corona . . . 429
6.11. Respuesta del marco de dos niveles al registro de Caleta de Campos . . . 432
6.12. Respuesta de las articulaciones del marco de dos niveles al registro de Caleta de Campos . . . 434
6.13. Respuesta de las articulaciones del marco de dos niveles al registro de SCT 434
6.14. Respuesta del marco de dos niveles al registro de SCT . . . 435
6.15. Respuesta del marco de dos niveles al registro de Villita Corona . . . 437
6.16. Respuesta de las articulaciones del marco de dos niveles al registro de Villita Corona . . . 439
6.17. Envolvente de la articulación de flexión. (Adaptado de Li y Wong, 2014) . 440
6.18. Modelos histeréticos. (Adaptado de Li y Wong, 2014) . . . 441
6.19. Representación de los mecanismos inelásticos de los elementos a flexión. (a) Desplazamiento total; (b) Componente elástica; (c) Componente plástica de flexión; (d) Componente plástica de cortante. (Adaptado de Li y Wong, 2014) . . . 443
6.20. Ramas de descarga: (a) Descarga en flexión; (b) Descarga en cortante. (Adaptado de Li y Wong, 2014) . . . 446
6.21. Ramas de recarga: (a) Recarga en flexión; (b) Recarga en cortante. (Adaptado de Li y Wong, 2014) . . . 447
6.22. Columna de concreto reforzado: (a) Modelo numérico; (b) Propiedades de la sección. (Li y Wong, 2014) . . . 450
6.23. Protocolo de desplazamientos . . . 451
6.24. Respuesta de las articulaciones de la columna . . . 451
6.25. Marco de dos niveles y una crujía. (a) Idealización; (b) Sección de la columna; (c) Sección de la viga. (Adaptado de Li y Wong, 2014) . . . 453
6.26. Respuesta del marco de dos niveles al registro de Villita Corona, sin escalar 456
6.27. Respuesta de las articulaciones del marco de dos niveles al registro de Villita Corona, sin escalar . . . 458
6.28. Estados de daño en las articulaciones plásticas al registro de Villita Corona, sin escalar . . . 459
6.29. Respuesta del marco de dos niveles al registro de Villita Corona, factor de escala 6.2 . . . 460
6.30. Respuesta de las articulaciones del marco de dos niveles al registro de Villita Corona, factor de escala 6.2 . . . 462
6.31. Estados de daño en las articulaciones plásticas al registro de Villita Corona, factor de escala 6.2 . . . 463

7.1. Eventos con magnitud mayor a Mb4.3 para el periodo 1964-2008. (Martínez-López y Mendoza, 2016) . . . 466

7.2. Trayectorias históricas por año de eventos tropicales en el Pacífico mexicano. Servicio Meteorológico Nacional 466
7.3. Elevación de la geometría de la chimenea 469
7.4. Corte en la parte superior del fuste 470
7.5. Corte en la parte intermedia del fuste 470
7.6. Corte de la cimentación 471
7.7. Detalle de escalera 471
7.8. Corte transversal de la chimenea 472
7.9. Corte de la cimentación 473
7.10. Detalle del remate del fuste 474
7.11. Detalle de los soportes para niveles sin plataforma 475
7.12. Detalle de los soportes para niveles con plataforma 476
7.13. Detalle de conexiones metálicas en niveles con plataforma 477
7.14. Detalle del hueco en el nivel +17.41 477
7.15. Detalle del hueco en el nivel +5.50 478
7.16. Cortes en los huecos de la chimenea 479
7.17. Corte por la zapata de cimentación 479
7.18. Vista de las pendientes en la base del fuste 480
7.19. Elevación de la chimenea a nivel N+24.75 481
7.20. Corte por armado de la chimenea a nivel N+24.75 482
7.21. Detalle de armado en la base del fuste 483
7.22. Detalle de armado en anillo de refuerzo 483
7.23. Detalle de armado en los apoyos sin plataforma 484
7.24. Detalle de armado en los apoyos con plataforma 484
7.25. Armado del hueco en el nivel +17.41 485
7.26. Armado del hueco en el nivel +5.50 485
7.27. Armado del hueco y el fuste de la chimenea 486
7.28. Vista de tubos de ventilación 486
7.29. Detalle de armado del hueco y el fuste de la chimenea 487
7.30. Orientación de las secciones de armado 487
7.31. Armado del fuste en niveles +14.75 y +24.75 488
7.32. Sección A del armado del fuste entre niveles +4.75 y +24.75 489
7.33. Sección B del armado del fuste entre niveles +4.75 y +24.75 490
7.34. Sección C del armado del fuste entre niveles +4.75 y +24.75 491
7.35. Traslapes de anillos de refuerzo 492
7.36. Elevación de la chimenea para indicación de secciones de refuerzo 493
7.37. Armado del fuste en niveles +34.75 y +44.75 494
7.38. Armado del fuste en niveles +54.75 y +64.75 495
7.39. Armado del fuste en niveles +74.75 y +84.75 496
7.40. Armado del fuste entre los niveles +24.75 a +44.75 497
7.41. Armado del fuste entre los niveles +44.75 a +64.75 498
7.42. Armado del fuste entre los niveles +64.75 a +84.75 499
7.43. Elevación de la chimenea para indicación de andadores 500
7.44. Andador de la chimenea nivel +24.75 501
7.45. Andador de la chimenea nivel +44.75 502
7.46. Andador de la chimenea nivel +64.75 503
7.47. Andador de la chimenea nivel +83.25 504

7.48. Elevación de la escalera . . . 505
7.49. Desplante de la escalera . . . 506
7.50. Remate de la escalera . . . 506
7.51. Conexión de apoyo de andadores . . . 507
7.52. Detalle de placa de conexión . . . 507
7.53. Barandal de andador . . . 508
7.54. Parámetros geométricos de la chimenea. Adaptado de Aranda, 1978 . . . 508
7.55. Alturas auxiliares para la cubicación del fuste. Adaptado de Aranda, 1978 509
7.56. Concentración de las masas de la chimenea. Adaptado de Aranda, 1978 . 510
7.57. Parámetros de modelado de la chimenea de 80 m . . . 511
7.58. Comparación de las masas concentradas con los resultados de Durand, 1974 . . . 512
7.59. Comparación de los periodos con los resultados de Durand, 1974 . . . 513
7.60. Modelo de la chimenea en SAP2000 . . . 514
7.61. Comparación de los periodos con el modelo de SAP2000 . . . 514
7.62. Modelo continuo de vigas acopladas con base fija. Adaptado de Huergo y Hernández, 2019a . . . 515
7.63. Modelo discreto de vigas acopladas con base fija. Adaptado de Huergo y Hernández, 2019a . . . 517
7.64. Modelo discreto de vigas acopladas con base fija y TMDs. Adaptado de Huergo y Hernández, 2019a . . . 521
7.65. Modelo discreto de vigas acopladas con base fija y TLDs . . . 525
7.66. Modelo discreto de vigas acopladas con base fija y péndulos . . . 530
7.67. Modelo discreto de vigas acopladas con base flexible. Adaptado de Huergo y Hernández, 2019b . . . 535
7.68. Modelo discreto de vigas acopladas con base flexible y TMDs. Adaptado de Huergo y Hernández, 2019b . . . 539
7.69. Modelo discreto de vigas acopladas con base flexible y TLDs . . . 544
7.70. Modelo discreto de vigas acopladas con base flexible y péndulos . . . 548
7.71. Edificio de 25 niveles con base fija. Adaptado de Huergo y Hernández, 2019a . . . 553
7.72. Formas modales del edificio de 25 niveles . . . 553
7.73. Registro de la estación CUMV. Sismo del 19 de septiembre de 1985 . . . 554
7.74. Respuesta sísmica del edificio de 25 niveles . . . 555
7.75. Fuerzas del viento en la dirección longitudinal del edificio de 25 niveles . 556
7.76. Respuesta eólica del edificio de 25 niveles . . . 556
7.77. Error relativo asociado a la relación de comportamiento . . . 558
7.78. Comparación de las formas modales de la chimenea . . . 559
7.79. Comparación de las formas modales de la chimenea para distintos tipos de suelo . . . 561
7.80. Modelo no lineal de la chimenea . . . 562
7.81. Comparación de las formas modales de la chimenea empleando el modelo no lineal . . . 567
7.82. Comparación de las formas modales de la chimenea para distintos tipos de suelo . . . 568

8.1. Componente N90E de la estación SCT-1 . . . 576

8.2. Componente S00E de la estación Caleta de Campos . . . 576
8.3. Componente S05E de la estación Villita Corona . . . 576
8.4. Componente N00E de la estación Ana Freud . . . 577
8.5. Respuestas máximas del modelo elástico con base fija . . . 578
8.6. Respuestas RMS del modelo elástico con base fija . . . 578
8.7. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija . . . 579
8.8. Respuestas máximas del modelo elástico sobre roca . . . 581
8.9. Respuestas RMS del modelo elástico sobre roca . . . 582
8.10. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca . . . 582
8.11. Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo denso . . . 584
8.12. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo denso . . . 585
8.13. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso . . . 586
8.14. Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo rígido . . . 588
8.15. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo rígido . . . 588
8.16. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido . . . 589
8.17. Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo blando . . . 591
8.18. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo blando . . . 592
8.19. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo blando . 592
8.20. Respuestas máximas del modelo no lineal con base fija . . . 594
8.21. Respuestas RMS del modelo no lineal con base fija . . . 595
8.22. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija . . . 596
8.23. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre roca . . . 599
8.24. Respuestas RMS del modelo elástico sobre roca . . . 599
8.25. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca . . . 600
8.26. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo denso . . . 603
8.27. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo denso . . . 603
8.28. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso . 604
8.29. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo rígido . . . 607
8.30. Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo rígido . . . 607
8.31. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido . 608
8.32. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo blando . . . 611
8.33. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo blando . . . 611
8.34. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando 612

9.1. Formas de vibrar del modelo elástico con un TMD . . . 651
9.2. Formas de vibrar del modelo no lineal con un TMD . . . 651
9.3. Estudio de chimenea de concreto reforzado con un TMD. Garcia-Diéguez et. al. (2011) . . . 652
9.4. Chimenea de concreto reforzado con un TMD. Brownjohn et. al. (2015) . 652
9.5. Respuestas máximas del modelo elástico con base fija y un TMD . . . 653
9.6. Respuestas RMS del modelo elástico con base fija y un TMD . . . 654
9.7. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija y un TMD . . . 655
9.8. Respuestas máximas del modelo elástico sobre roca con un TMD . . . 657
9.9. Respuestas RMS del modelo elástico sobre roca con un TMD . . . 658
9.10. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca con un TMD . . . 658

9.11. Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo denso con un TMD 661
9.12. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo denso con un TMD . . . 661
9.13. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso con un TMD . . . 662
9.14. Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo rígido con un TMD 664
9.15. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo rígido con un TMD . . . 665
9.16. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido con un TMD . . . 666
9.17. Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo blando con un TMD 668
9.18. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo blando con un TMD . . 669
9.19. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo blando con un TMD . . . 670
9.20. Respuestas máximas del modelo no lineal con base fija y un TMD 672
9.21. Respuestas RMS del modelo no lineal con base fija y un TMD 673
9.22. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija y un TMD . . . 673
9.23. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre roca con un TMD 677
9.24. Respuestas RMS del modelo no lineal sobre roca con un TMD 677
9.25. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca con un TMD . . . 678
9.26. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo denso con un TMD 681
9.27. Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo denso con un TMD . . 682
9.28. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso con un TMD . . . 683
9.29. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo rígido con un TMD 686
9.30. Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo rígido con un TMD . . 687
9.31. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido con un TMD . . . 688
9.32. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo blando con un TMD691
9.33. Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo blando con un TMD . . 692
9.34. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando con un TMD . . . 693

10.1. Formas de vibrar del modelo elástico con un TLCD 741
10.2. Formas de vibrar del modelo elástico con un TSD 742
10.3. Formas de vibrar del modelo no lineal con un TLCD 742
10.4. Formas de vibrar del modelo no lineal con un TSD 743
10.5. Dispositivos de control de la torre Gausta. Christensen, Nielsen y Støttrup-Andersen (2017) . . . 744
10.6. TLD colocado en la torre del aeropuerto internacional de Tokio. Kareem, Kijewski y Tamura (1999) . . . 745
10.7. Propuesta de colocación del TLCSD 745
10.8. Respuestas máximas del modelo elástico con base fija en la dirección del TLCD . . . 746
10.9. Respuestas máximas del modelo elástico con base fija en la dirección del TSD . . . 747
10.10. Respuestas RMS del modelo elástico con base fija en la dirección del TLCD747

10.11. Respuestas RMS del modelo elástico con base fija en la dirección del TSD 748
10.12. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija en la dirección del TLCD . . . 749
10.13. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija en la dirección del TSD . . . 750
10.14. Respuestas máximas del modelo elástico sobre roca en la dirección del TLCD . . . 752
10.15. Respuestas máximas del modelo elástico sobre roca en la dirección del TSD . . . 753
10.16. Respuestas RMS del modelo elástico sobre roca en la dirección del TLCD 754
10.17. Respuestas RMS del modelo elástico sobre roca en la dirección del TSD . 754
10.18. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca en la dirección del TLCD . . . 755
10.19. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca en la dirección del TSD . . . 756
10.20. Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TLCD . . . 759
10.21. Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TSD . . . 760
10.22. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TLCD . . . 760
10.23. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TSD . . . 761
10.24. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TLCD . . . 762
10.25. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TSD . . . 763
10.26. Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TLCD . . . 765
10.27. Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TSD . . . 766
10.28. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TLCD . . . 767
10.29. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TSD . . . 767
10.30. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TLCD . . . 768
10.31. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TSD . . . 769
10.32. Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TLCD . . . 772
10.33. Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TSD . . . 773
10.34. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TLCD . . . 773
10.35. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TSD . . . 774

10.36. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TLCD . . . 775
10.37. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TSD . . . 776
10.38. Respuestas máximas del modelo no lineal con base fija en la dirección del TLCD . . . 778
10.39. Respuestas máximas del modelo no lineal con base fija en la dirección del TSD . . . 779
10.40. Respuestas RMS del modelo no lineal con base fija en la dirección del TLCD . . . 780
10.41. Respuestas RMS del modelo no lineal con base fija en la dirección del TSD 780
10.42. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija en la dirección del TLCD . . . 781
10.43. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija en la dirección del TSD . . . 782
10.44. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TLCD . . . 787
10.45. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TSD . . . 787
10.46. Respuestas RMS del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TLCD 788
10.47. Respuestas RMS del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TSD 789
10.48. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TLCD . . . 789
10.50. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TSD . . . 791
10.52. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TLCD . . . 796
10.53. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TSD . . . 796
10.54. Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TLCD . . . 797
10.55. Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TSD . . . 798
10.56. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TLCD . . . 798
10.57. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TSD . . . 800
10.58. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TLCD . . . 805
10.59. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TSD . . . 805
10.60. Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TLCD . . . 806
10.61. Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TSD . . . 807
10.62. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TLCD . . . 807

10.63. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TSD . . . 809
10.64. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TLCD . . . 814
10.65. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TSD . . . 814
10.66. Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TLCD . . . 815
10.67. Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TSD . . . 816
10.68. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TLCD . . . 816
10.69. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TSD . . . 818

11.1. Formas de vibrar del modelo elástico con un péndulo para el análisis sísmico . . . 825
11.2. Formas de vibrar del modelo elástico con un péndulo para el análisis sísmico . . . 825
11.3. Amortiguador de masa pendular en forma de anillo. Adaptado de Klein y Kaldenbach (1998) . . . 827
11.4. Respuestas máximas del modelo elástico con base fija y un péndulo . . . 828
11.5. Respuestas RMS del modelo elástico con base fija y un péndulo . . . 828
11.6. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija y un péndulo . . . 829
11.7. Respuestas máximas del modelo elástico sobre roca con un péndulo . . . 832
11.8. Respuestas RMS del modelo elástico sobre roca con un péndulo . . . 832
11.9. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca con un péndulo . . . 833
11.10. Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo denso con un péndulo . . . 836
11.11. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo denso con un péndulo . 836
11.12. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso con un péndulo . . . 837
11.13. Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo rígido con un péndulo . . . 840
11.14. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo rígido con un péndulo . 840
11.15. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido con un péndulo . . . 841
11.16. Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo blando con un péndulo . . . 844
11.17. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo blando con un péndulo 844
11.18. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo blando con un péndulo . . . 845
11.19. Respuestas máximas del modelo no lineal con base fija y un péndulo . . . 848
11.20. Respuestas RMS del modelo no lineal con base fija y un péndulo . . . 848

11.21. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija y un péndulo . . . 849
11.22. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre roca con un péndulo . . 852
11.23. Respuestas RMS del modelo no lineal sobre roca con un péndulo 853
11.24. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca con un péndulo . . . 854
11.25. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo denso con un péndulo . . . 857
11.26. Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo denso con un péndulo 858
11.27. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso con un péndulo . . . 859
11.28. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo rígido con un péndulo . . . 862
11.29. Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo rígido con un péndulo 863
11.30. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido con un péndulo . . . 864
11.31. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo blando con un péndulo . . . 867
11.32. Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo blando con un péndulo 868
11.33. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando con un péndulo . . . 869

12.1. Velocidad regional para el periodo de retorno de 200 años 874
12.2. Simulaciones para el modelo de 24 niveles 875
12.3. Simulaciones para el modelo de 16 niveles 875
12.4. Simulaciones de viento en la dirección transversal 875
12.5. Respuestas máximas del modelo elástico con base fija 876
12.6. Respuestas RMS del modelo elástico con base fija 877
12.7. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico con base fija . . . 877
12.8. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija 878
12.9. Respuestas máximas del modelo elástico sobre roca 879
12.10. Respuestas RMS del modelo elástico sobre roca 880
12.11. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico sobre roca . . . 880
12.12. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca 881
12.13. Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo denso 882
12.14. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo denso 883
12.15. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico sobre suelo denso . . . 884
12.16. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso . . 884
12.17. Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo rígido 886
12.18. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo rígido 886
12.19. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico sobre suelo rígido . . . 887
12.20. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido . . 888
12.21. Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo blando 889

12.22. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo blando 890
12.23. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico sobre suelo blando 891
12.24. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo blando . 891
12.25. Respuestas máximas del modelo no lineal con base fija 893
12.26. Respuestas RMS del modelo no lineal con base fija 893
12.27. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal con base fija 894
12.28. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija 895
12.29. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre roca 896
12.30. Respuestas RMS del modelo no lineal sobre roca 897
12.31. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal sobre roca 898
12.32. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca 898
12.33. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo denso 900
12.34. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo denso 901
12.35. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal sobre suelo denso 901
12.36. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso . 902
12.37. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo rígido 903
12.38. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo rígido 904
12.39. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal sobre suelo rígido 905
12.40. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido . 905
12.41. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo blando 907
12.42. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo blando 907
12.43. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal sobre suelo blando 908
12.44. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando 909

13.1. Respuestas máximas del modelo elástico con base fija y un TMD 912
13.2. Respuestas RMS del modelo elástico con base fija y un TMD 913
13.3. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico con base fija y un TMD 913
13.4. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija y un TMD 914
13.5. Respuestas máximas del modelo elástico sobre roca con un TMD 916
13.6. Respuestas RMS del modelo elástico sobre roca con un TMD 916
13.7. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico sobre roca y un TMD 917
13.8. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca y un TMD 918
13.9. Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo denso con un TMD 920
13.10. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo denso con un TMD . . . 920
13.11. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico sobre suelo denso y un TMD 921
13.12. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso y un TMD 922

13.13. Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo rígido con un TMD 924
13.14. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo rígido con un TMD . . . 924
13.15. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico sobre suelo rígido y un TMD 925
13.16. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido y un TMD 926
13.17. Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo blando con un TMD 928
13.18. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo blando con un TMD . . 928
13.20. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico sobre suelo blando y un TMD 929
13.21. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo blando y un TMD 930
13.22. Respuestas máximas del modelo no lineal con base fija y un TMD 932
13.23. Respuestas RMS del modelo no lineal con base fija y un TMD 932
13.24. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal con base fija y un TMD 933
13.25. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija y un TMD 934
13.26. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre roca con un TMD 936
13.27. Respuestas RMS del modelo no lineal sobre roca con un TMD 936
13.28. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal sobre roca y un TMD 937
13.29. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca y un TMD938
13.30. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo denso con un TMD 940
13.31. Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo denso con un TMD . . 940
13.32. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal sobre suelo denso y un TMD 941
13.33. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso y un TMD 942
13.34. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo rígido con un TMD 944
13.35. Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo rígido con un TMD . . 944
13.36. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal sobre suelo rígido y un TMD 945
13.37. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido y un TMD 946
13.38. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo blando con un TMD948
13.39. Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo blando con un TMD . . 948
13.40. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal sobre suelo blando y un TMD 949
13.41. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando y un TMD 950

14.1. Formas de vibrar del modelo elástico con un TLCD para el análisis eólico 956
14.2. Formas de vibrar del modelo elástico con un TSD para el análisis eólico . 956
14.3. Formas de vibrar del modelo no lineal con un TLCD para el análisis eólico957
14.4. Formas de vibrar del modelo no lineal con un TSD para el análisis eólico 957

14.5. Respuestas máximas del modelo elástico con base fija en la dirección del TLCD . . . 959
14.6. Respuestas máximas del modelo elástico con base fija en la dirección del TSD . . . 959
14.7. Respuestas RMS del modelo elástico con base fija en la dirección del TLCD 960
14.8. Respuestas RMS del modelo elástico con base fija en la dirección del TSD 961
14.9. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico con base fija y un TLCSD . . . 961
14.10. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija en la dirección del TLCD . . . 962
14.11. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija en la dirección del TSD . . . 963
14.12. Respuestas máximas del modelo elástico sobre roca en la dirección del TLCD . . . 965
14.13. Respuestas máximas del modelo elástico sobre roca en la dirección del TSD . . . 966
14.14. Respuestas RMS del modelo elástico sobre roca en la dirección del TLCD 966
14.15. Respuestas RMS del modelo elástico sobre roca en la dirección del TSD . 967
14.16. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico sobre roca y un TLCSD . . . 968
14.17. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca en la dirección del TLCD . . . 968
14.18. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca en la dirección del TSD . . . 969
14.19. Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TLCD . . . 972
14.20. Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TSD . . . 972
14.21. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TLCD . . . 973
14.22. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TSD . . . 974
14.23. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico sobre suelo denso y un TLCSD . . . 974
14.24. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TLCD . . . 975
14.25. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TSD . . . 976
14.26. Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TLCD . . . 978
14.27. Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TSD . . . 979
14.28. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TLCD . . . 979
14.29. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TSD . . . 980

14.30. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico sobre suelo rígido y un TLCSD 981
14.31. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TLCD 981
14.32. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TSD 982
14.33. Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TLCD 985
14.34. Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TSD 985
14.35. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TLCD 986
14.36. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TSD 987
14.37. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico sobre suelo blando y un TLCSD 987
14.38. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TLCD 988
14.39. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TSD 989
14.40. Respuestas máximas del modelo no lineal con base fija en la dirección del TLCD 991
14.41. Respuestas máximas del modelo no lineal con base fija en la dirección del TSD 992
14.42. Respuestas RMS del modelo no lineal con base fija en la dirección del TLCD 992
14.43. Respuestas RMS del modelo no lineal con base fija en la dirección del TSD 993
14.44. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal con base fija y un TLCSD 994
14.45. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija en la dirección del TLCD 994
14.46. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija en la dirección del TSD 995
14.47. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TLCD 998
14.48. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TSD 998
14.49. Respuestas RMS del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TLCD 999
14.50. Respuestas RMS del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TSD 1000
14.51. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal sobre roca y un TLCSD 1000
14.52. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TLCD 1001
14.53. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TSD 1002
14.54. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TLCD 1004

14.55. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TSD . . . 1005
14.56. Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TLCD . . . 1005
14.57. Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TSD . . . 1006
14.58. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal sobre suelo denso y un TLCSD . . . 1007
14.59. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TLCD . . . 1007
14.60. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TSD . . . 1008
14.61. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TLCD . . . 1011
14.62. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TSD . . . 1011
14.63. Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TLCD . . . 1012
14.64. Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TSD . . . 1013
14.65. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal sobre suelo rígido y un TLCSD . . . 1013
14.66. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TLCD . . . 1014
14.67. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TSD . . . 1015
14.68. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TLCD . . . 1017
14.69. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TSD . . . 1018
14.70. Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TLCD . . . 1018
14.71. Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TSD . . . 1019
14.72. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal sobre suelo blando y un TLCSD . . . 1020
14.73. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TLCD . . . 1020
14.74. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TSD . . . 1021

15.1. Formas de vibrar del modelo elástico con un péndulo para el análisis eólico . . . 1027
15.2. Formas de vibrar del modelo elástico con un péndulo para el análisis eólico . . . 1027
15.3. Respuestas máximas del modelo elástico con base fija y un péndulo . . . 1029
15.4. Respuestas RMS del modelo elástico con base fija y un péndulo . . . 1029

15.5. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico con base fija y un péndulo . . . 1030
15.6. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija y un péndulo . . . 1031
15.7. Respuestas máximas del modelo elástico sobre roca con un péndulo . . . 1033
15.8. Respuestas RMS del modelo elástico sobre roca con un péndulo . . . 1033
15.9. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico sobre roca y un péndulo . . . 1034
15.10. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca y un péndulo . . . 1035
15.11. Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo denso con un péndulo . . . 1037
15.12. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo denso con un péndulo . 1037
15.13. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico sobre suelo denso y un péndulo . . . 1038
15.14. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso y un péndulo . . . 1039
15.15. Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo rígido con un péndulo . . . 1041
15.16. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo rígido con un péndulo . 1041
15.17. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico sobre suelo rígido y un péndulo . . . 1042
15.18. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido y un péndulo . . . 1043
15.19. Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo blando con un péndulo . . . 1045
15.20. Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo blando con un péndulo 1045
15.21. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico sobre suelo blando y un péndulo . . . 1046
15.22. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija y un péndulo . . . 1047
15.23. Respuestas sísmicas máximas del modelo no lineal con base fija y un péndulo . . . 1049
15.24. Respuestas sísmicas RMS del modelo no lineal con base fija y un péndulo 1049
15.25. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal con base fija y un péndulo . . . 1050
15.26. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija y un péndulo . . . 1051
15.27. Respuestas sísmicas máximas del modelo no lineal sobre roca con un péndulo . . . 1053
15.28. Respuestas sísmicas RMS del modelo no lineal sobre roca con un péndulo 1053
15.29. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal sobre roca y un péndulo . . . 1054
15.30. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca y un péndulo . . . 1055
15.31. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo denso con un péndulo . . . 1057

15.32. Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo denso con un péndulo 1057
15.33. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal sobre suelo denso y un péndulo 1058
15.34. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso y un péndulo 1059
15.35. Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo rígido con un péndulo 1061
15.36. Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo rígido con un péndulo 1061
15.37. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal sobre suelo rígido y un péndulo 1062
15.38. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido y un péndulo 1063
15.39. Respuestas sísmicas máximas del modelo no lineal sobre suelo blando con un péndulo 1065
15.40. Respuestas sísmicas RMS del modelo no lineal sobre suelo blando con un péndulo 1065
15.41. Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal sobre suelo blando y un péndulo 1066
15.42. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando y un péndulo 1067

Índice de tablas

2.1. Solución paso a paso de la integración directa de variable estado con la función Delta para sistemas de un grado de libertad 13
2.2. Solución paso a paso de la integración directa de variable estado con la función constante para sistemas de un grado de libertad 14
2.3. Solución paso a paso de la integración directa de variable estado con la función Delta para sistemas de dos grados de libertad 24
2.4. Solución paso a paso de la integración directa de variable estado con la función constante para sistemas de dos grados de libertad 25
2.5. Solución paso a paso de la integración directa de variable estado con la función Delta para sistemas de n grados de libertad 33
2.6. Solución paso a paso de la integración directa de variable estado con la función constante para sistemas de n grados de libertad 34
2.7. Solución paso a paso de la integración directa de variable estado con la función Delta para registros sísmicos 54
2.8. Solución paso a paso de la integración directa de variable estado con la función constante para registros sísmicos 54
2.9. Respuestas máximas del sistema de un grado de libertad al registro de SCT 57
2.10. Respuestas máximas del sistema de dos grados de libertad al registro de SCT 60
2.11. Respuestas máximas del marco de un nivel al registro de SCT 63
2.12. Respuestas máximas del marco de dos niveles al registro de SCT 67
2.13. Respuestas máximas del sistema de dos grados de libertad con aislamiento de base al registro de SCT 74
2.14. Respuesta máxima del sistema de un grado de libertad con amortiguador (función Delta) 82
2.15. Respuesta máxima del sistema de un grado de libertad con amortiguador (función constante) 82
2.16. Respuesta máxima del sistema de un grado de libertad con amortiguador (función Delta) 85
2.17. Respuesta máxima del sistema de un grado de libertad con amortiguador (función constante) 85
2.18. Respuesta máxima del sistema de dos grados de libertad con amortiguadores (función Delta) 89
2.19. Respuesta máxima del sistema de dos grados de libertad con amortiguadores (función constante) 89
2.20. Respuesta máxima del sistema de un grado de libertad con control (función Delta) 98

2.21. Respuesta máxima del sistema de un grado de libertad con control (función constante) . . . 98

3.1. Solución paso a paso de la integración con RK6-I y el método de Newton-Raphson . . . 137
3.2. Respuesta del sistema de un grado de libertad al registro de SCT . . . 168
3.3. Respuestas máximas del sistema de un grado de libertad al registro de SCT . . . 170
3.4. Respuesta del sistema de dos grados de libertad . . . 171
3.5. Respuestas máximas del sistema de dos grados de libertad al registro de SCT . . . 174
3.6. Respuestas máximas del marco de un nivel al registro de SCT . . . 175
3.7. Respuestas máximas del marco de dos niveles al registro de SCT . . . 178
3.8. Respuestas máximas del sistema de dos grados de libertad con aislamiento de base al registro de SCT . . . 182
3.9. Respuesta máxima del sistema de un grado de libertad con amortiguador 184
3.10. Respuesta máxima del sistema de un grado de libertad con amortiguador 186
3.11. Respuesta máxima del sistema de dos grados de libertad con amortiguadores . . . 189
3.12. Respuesta máxima del sistema de un grado de libertad con control . . . 191

4.1. Categorías de terreno y parámetros del terreno . . . 226
4.2. Factores de topografía. *Manual de diseño de obras civiles. Diseño por viento* 2008 . . . 228
4.3. Parámetros de la velocidad media del viento para un tiempo de promediación de 10 minutos . . . 228
4.4. Líneas de ajuste y ajuste de R^2 de la Figura 4.6 . . . 234
4.5. Vórtices alternantes alrededor de una sección transversal circular . . . 241
4.6. Rugosidades de materiales comunes en las estructuras . . . 242
4.7. Valores de C_z para la correlación de fuerzas eólicas transversales de estructuras con sección transversal rectangular . . . 243
4.8. Respuestas máximas absolutas . . . 247
4.9. Respuestas máximas RMS . . . 247
4.10. Media de las respuestas . . . 253
4.11. Desviación estándar de las respuestas . . . 253
4.12. Diferencias relativas con la función no lineal . . . 253
4.13. Obtención del factor de amplificación dinámico. (*Manual de diseño de obras civiles. Diseño por viento* 2008) . . . 254
4.14. Factores de amplificación dinámico del análisis paso a paso . . . 254

5.1. Respuestas máximas del sistema de un grado de libertad con TMD para el registro de SCT . . . 289
5.2. Porcentaje de disminución de la respuesta del sistema de un grado de libertad con TMD para el registro de SCT . . . 289
5.3. Respuestas máximas del sistema de un grado de libertad con TMD . . . 294
5.4. Porcentaje de disminución de la respuesta del sistema de un grado de libertad con TMD . . . 294
5.5. Respuestas máximas del sistema de dos grados de libertad con TMD . . . 299

5.6. Porcentaje de disminución de la respuesta del sistema de dos grados de libertad con TMD . . . 299
5.7. Respuestas máximas del sistema de dos grados de libertad con TMD . . . 306
5.8. Porcentaje de disminución de la respuesta del sistema de dos grados de libertad con TMD . . . 307
5.9. Respuestas máximas del sistema de un grado de libertad con TLCSD . . . 328
5.10. Porcentaje de disminución de la respuesta del sistema de un grado de libertad con TLCSD . . . 329
5.11. Respuestas máximas del sistema de dos grados de libertad con TLCSD . 348
5.11. Respuestas máximas del sistema de dos grados de libertad con TLCSD . 349
5.12. Porcentaje de disminución de la respuesta del sistema de dos grados de libertad con TLCSD . . . 349
5.13. Respuestas máximas del sistema de un grado de libertad con péndulo . . 372
5.14. Porcentaje de disminución de la respuesta del sistema de un grado de libertad con péndulo . . . 373
5.15. Respuestas máximas del sistema de dos grados de libertad con péndulo . 402
5.16. Porcentaje de disminución de la respuesta del sistema de dos grados de libertad con péndulo . . . 403

6.1. Solución paso a paso del análisis no lineal con condensación estática . . . 420
6.2. Comportamiento plástico en la envolvente . . . 442
6.3. Comportamiento plástico en las ramas de la articulación de flexión . . . 448
6.4. Comportamiento plástico en las ramas de la articulación de cortante . . . 449
6.5. Propiedades de las envolventes . . . 451
6.6. Respuesta numérica de la columna con comportamiento de flexión . . . 452
6.7. Propiedades de las envolventes de las columnas . . . 455
6.8. Propiedades de las envolventes de las vigas . . . 455

7.1. Parámetros publicados en Durand, 1974 . . . 511
7.2. Periodos del edificio de 25 niveles . . . 554
7.3. Comparativa de periodos y participaciones de masas entre el modelo discretizado y el modelo de las vigas acopladas . . . 558
7.4. Parámetros del suelo y la cimentación . . . 560
7.5. Periodos laterales (segundos) de la chimenea con base flexible . . . 560
7.6. Momento y curvatura de agrietamiento de la chimenea . . . 563
7.7. Puntos de fluencia, último y fractura de la chimenea . . . 563
7.8. Longitud de articulación plástica y rotaciones de la chimenea . . . 564
7.9. Envolventes de las articulaciones plásticas de la chimenea . . . 565
7.10. Comparativa de periodos y participaciones de masas entre el modelo no lineal y el modelo de las vigas acopladas . . . 567
7.11. Periodos laterales (segundos) del modelo no lineal de la chimenea con base flexible . . . 568

8.1. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico con base fija 580
8.2. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico con base fija . . 580
8.3. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre roca 584
8.4. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre roca . . . 584

8.5. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre suelo denso . . . 587
8.6. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre suelo denso . . . 587
8.7. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido . . . 590
8.8. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre suelo rígido . . . 590
8.9. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre suelo blando . . . 593
8.10. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre suelo blando . . . 594
8.11. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal con base fija . . . 597
8.12. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal con base fija . 597
8.13. Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal con base fija 598
8.14. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre roca 601
8.15. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre roca . . 601
8.16. Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre roca . 602
8.17. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso . . . 605
8.18. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre suelo denso . . . 605
8.19. Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre suelo denso . . . 606
8.20. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido . . . 609
8.21. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido . . . 609
8.22. Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre suelo rígido . . . 610
8.23. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando . . . 613
8.24. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre suelo blando . . . 613
8.25. Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre suelo blando . . . 614

9.1. Propiedades dinámicas de los modelos elásticos con un TMD . . . 649
9.2. Propiedades dinámicas de los modelos no lineales con un TMD . . . 650
9.3. Periodos laterales (s) del modelo elástico con un TMD . . . 650
9.4. Periodos laterales (s) del modelo no lineal con un TMD . . . 650
9.5. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico con base fija y un TMD . . . 656
9.6. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico con base fija y un TMD . . . 656
9.7. Disminución de la respuesta del modelo elástico con base fija y un TMD . 656

9.8. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre roca con un TMD . . . 659
9.9. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre roca con un TMD . . . 660
9.10. Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre roca con un TMD 660
9.11. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre suelo denso con un TMD . . . 663
9.12. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre suelo denso con un TMD . . . 663
9.13. Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo denso con un TMD . . . 664
9.14. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido con un TMD . . . 667
9.15. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre suelo rígido con un TMD . . . 667
9.16. Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo rígido con un TMD . . . 667
9.17. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre suelo blando con un TMD . . . 671
9.18. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre suelo blando con un TMD . . . 671
9.19. Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo blando con un TMD . . . 671
9.20. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal con base fija y un TMD . . . 674
9.21. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal con base fija y un TMD . . . 675
9.22. Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal con base fija y un TMD . . . 675
9.23. Disminución de la respuesta del modelo no lineal con base fija y un TMD 676
9.24. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre roca con un TMD . . . 679
9.25. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre roca con un TMD . . . 679
9.26. Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre roca con un TMD . . . 680
9.27. Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre roca con un TMD 680
9.28. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso con un TMD . . . 684
9.29. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre suelo denso con un TMD . . . 684
9.30. Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre suelo denso con un TMD . . . 685
9.31. Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo denso con un TMD . . . 685
9.32. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido con un TMD . . . 689

9.33. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido con un TMD . . . 689
9.34. Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre suelo rígido con un TMD . . . 690
9.35. Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo rígido con un TMD . . . 690
9.36. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando con un TMD . . . 694
9.37. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre suelo blando con un TMD . . . 694
9.38. Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre suelo blando con un TMD . . . 695
9.39. Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo blando con un TMD . . . 695

10.1. Propiedades dinámicas de los modelos elásticos con un TLCD . . . 739
10.2. Propiedades dinámicas de los modelos elásticos con un TSD . . . 740
10.3. Propiedades dinámicas de los modelos no lineales con un TLCD . . . 740
10.4. Propiedades dinámicas de los modelos no lineales con un TSD . . . 740
10.5. Periodos laterales (s) del modelo elástico con un TLCD . . . 740
10.6. Periodos laterales (s) del modelo elástico con un TSD . . . 741
10.7. Periodos laterales (s) del modelo no lineal con un TLCD . . . 741
10.8. Periodos laterales (s) del modelo no lineal con un TSD . . . 741
10.9. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico con base fija en la dirección del TLCD . . . 751
10.10. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico con base fija en la dirección del TLCD . . . 751
10.11. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico con base fija en la dirección del TSD . . . 751
10.12. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico con base fija en la dirección del TSD . . . 751
10.13. Disminución de la respuesta del modelo elástico con base fija en la dirección del TLCD . . . 751
10.14. Disminución de la respuesta del modelo elástico con base fija en la dirección del TSD . . . 752
10.15. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre roca en la dirección del TLCD . . . 757
10.16. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre roca en la dirección del TLCD . . . 758
10.17. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre roca en la dirección del TSD . . . 758
10.18. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre roca en la dirección del TSD . . . 758
10.19. Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre roca en la dirección del TLCD . . . 758
10.20. Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre roca en la dirección del TSD . . . 758

10.21. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TLCD . . . 764
10.22. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TLCD . . . 764
10.23. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TSD . . . 764
10.24. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TSD . . . 764
10.25. Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TLCD . . . 764
10.26. Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TSD . . . 765
10.27. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TLCD . . . 770
10.28. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TLCD . . . 771
10.29. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TSD . . . 771
10.30. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TSD . . . 771
10.31. Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TLCD . . . 771
10.32. Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TSD . . . 771
10.33. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TLCD . . . 777
10.34. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TLCD . . . 777
10.35. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TSD . . . 777
10.36. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TSD . . . 777
10.37. Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TLCD . . . 777
10.38. Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TSD . . . 778
10.39. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal con base fija en la dirección del TLCD . . . 783
10.40. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal con base fija en la dirección del TLCD . . . 784
10.41. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal con base fija en la dirección del TSD . . . 784
10.42. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal con base fija en la dirección del TSD . . . 784
10.43. Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal con base fija en la dirección del TLCD . . . 784

10.44. Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal con base fija en la dirección del TSD . . . 785
10.45. Disminución de la respuesta del modelo no lineal con base fija en la dirección del TLCD . . . 785
10.46. Disminución de la respuesta del modelo no lineal con base fija en la dirección del TSD . . . 786
10.47. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TLCD . . . 792
10.48. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TLCD . . . 792
10.49. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TSD . . . 792
10.50. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TSD . . . 792
10.51. Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TLCD . . . 793
10.52. Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TSD . . . 794
10.53. Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TLCD . . . 794
10.54. Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TSD . . . 795
10.55. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TLCD . . . 801
10.56. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TLCD . . . 801
10.57. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TSD . . . 801
10.58. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TSD . . . 801
10.59. Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TLCD . . . 802
10.60. Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TSD . . . 803
10.61. Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TLCD . . . 803
10.62. Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TSD . . . 804
10.63. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TLCD . . . 810
10.64. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TLCD . . . 810
10.65. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TSD . . . 810
10.66. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TSD . . . 810

10.67. Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TLCD . . . 811
10.68. Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TSD . . . 812
10.69. Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TLCD . . . 812
10.70. Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TSD . . . 813
10.71. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TLCD . . . 819
10.72. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TLCD . . . 819
10.73. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TSD . . . 819
10.74. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TSD . . . 819
10.75. Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TLCD . . . 820
10.76. Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TSD . . . 821
10.77. Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TLCD . . . 821
10.78. Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TSD . . . 822

11.1. Propiedades dinámicas de los modelos elásticos con un péndulo . . . 823
11.2. Propiedades dinámicas de los modelos no lineales con un péndulo . . . 824
11.3. Periodos laterales (s) del modelo elástico con un péndulo . . . 824
11.4. Periodos laterales (s) del modelo no lineal con un péndulo . . . 824
11.5. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico con base fija y un péndulo . . . 830
11.6. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico con base fija y un péndulo . . . 830
11.7. Disminución de la respuesta del modelo elástico con base fija y un péndulo 831
11.8. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre roca con un péndulo . . . 834
11.9. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre roca con un péndulo . . . 834
11.10. Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre roca con un péndulo 835
11.11. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre suelo denso con un péndulo . . . 838
11.12. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre suelo denso con un péndulo . . . 838
11.13. Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo denso con un péndulo . . . 839
11.14. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido con un péndulo . . . 842

11.15. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre suelo rígido con un péndulo 842
11.16. Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo rígido con un péndulo 843
11.17. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre suelo blando con un péndulo 846
11.18. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre suelo blando con un péndulo 846
11.19. Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo blando con un péndulo 847
11.20. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal con base fija y un péndulo 850
11.21. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal con base fija y un péndulo 850
11.22. Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal con base fija y un péndulo 851
11.23. Disminución de la respuesta del modelo no lineal con base fija y un péndulo 851
11.24. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre roca con un péndulo 855
11.25. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre roca con un péndulo 855
11.26. Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre roca con un péndulo 856
11.27. Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre roca con un péndulo 856
11.28. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso con un péndulo 860
11.29. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre suelo denso con un péndulo 860
11.30. Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre suelo denso con un péndulo 861
11.31. Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo denso con un péndulo 861
11.32. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido con un péndulo 865
11.33. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido con un péndulo 865
11.34. Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre suelo rígido con un péndulo 866
11.35. Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo rígido con un péndulo 866
11.36. Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando con un péndulo 870
11.37. Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre suelo blando con un péndulo 870

11.38. Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre suelo blando con un péndulo 871
11.39. Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo blando con un péndulo 871

12.1. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija 879
12.2. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca 882
12.3. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso . . 885
12.4. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido . . 889
12.5. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo blando . 892
12.6. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija 896
12.7. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca 899
12.8. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso . 902
12.9. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido . 906
12.10. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando 910

13.1. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija y un TMD 914
13.2. Disminución de la respuesta del modelo elástico con base fija y un TMD . 915
13.3. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca y un TMD 918
13.4. Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre roca y un TMD . . 919
13.5. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso y un TMD 922
13.6. Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo denso y un TMD 923
13.7. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido y un TMD 926
13.8. Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo rígido y un TMD 927
13.9. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo blando y un TMD 930
13.10. Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo blando y un TMD 931
13.11. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija y un TMD 934
13.12. Disminución de la respuesta del modelo no lineal con base fija y un TMD 935
13.13. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca y un TMD938
13.14. Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre roca y un TMD . 939
13.15. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso y un TMD 942
13.16. Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo denso y un TMD 943
13.17. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido y un TMD 946
13.18. Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo rígido y un TMD 947
13.19. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando y un TMD 950

13.20. Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo blando y un TMD 951

14.1. Propiedades dinámicas de los modelos elásticos con un TLCD para el análisis eólico 953
14.2. Propiedades dinámicas de los modelos elásticos con un TSD para el análisis eólico 954
14.3. Propiedades dinámicas de los modelos no lineales con un TLCD para el análisis eólico 954
14.4. Propiedades dinámicas de los modelos no lineales con un TSD para el análisis eólico 954
14.5. Periodos laterales (s) del modelo elástico con un TLCD para el análisis eólico 955
14.6. Periodos laterales (s) del modelo elástico con un TSD para el análisis eólico 955
14.7. Periodos laterales (s) del modelo no lineal con un TLCD para el análisis eólico 955
14.8. Periodos laterales (s) del modelo no lineal con un TSD para el análisis eólico 955
14.9. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija en la dirección del TLCD 963
14.10. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija en la dirección del TSD 964
14.11. Disminución de la respuesta del modelo elástico con base fija en la dirección del TLCD 964
14.12. Disminución de la respuesta del modelo elástico con base fija en la dirección del TSD 964
14.13. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca en la dirección del TLCD 970
14.14. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca en la dirección del TSD 970
14.15. Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre roca en la dirección del TLCD 970
14.16. Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre roca en la dirección del TSD 971
14.17. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TLCD 976
14.18. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TSD 977
14.19. Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TLCD 977
14.20. Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TSD 977
14.21. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TLCD 983
14.22. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TSD 983

14.23. Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TLCD . . . 983
14.24. Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TSD . . . 984
14.25. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TLCD . . . 989
14.26. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TSD . . . 990
14.27. Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TLCD . . . 990
14.28. Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TSD . . . 990
14.29. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija en la dirección del TLCD . . . 996
14.30. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija en la dirección del TSD . . . 996
14.31. Disminución de la respuesta del modelo no lineal con base fija en la dirección del TLCD . . . 996
14.32. Disminución de la respuesta del modelo no lineal con base fija en la dirección del TSD . . . 997
14.33. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TLCD . . . 1002
14.34. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TSD . . . 1003
14.35. Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TLCD . . . 1003
14.36. Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TSD . . . 1003
14.37. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TLCD . . . 1009
14.38. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TSD . . . 1009
14.39. Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TLCD . . . 1009
14.40. Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TSD . . . 1010
14.41. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TLCD . . . 1015
14.42. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TSD . . . 1016
14.43. Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TLCD . . . 1016
14.44. Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TSD . . . 1016
14.45. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TLCD . . . 1022

14.46. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TSD . . . 1022
14.47. Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TLCD . . . 1022
14.48. Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TSD . . . 1023

15.1. Propiedades dinámicas de los modelos elásticos con un péndulo para el análisis eólico . . . 1025
15.2. Propiedades dinámicas de los modelos no lineales con un péndulo para el análisis eólico . . . 1026
15.3. Periodos laterales (s) del modelo elástico con un péndulo para el análisis eólico . . . 1026
15.4. Periodos laterales (s) del modelo no lineal con un péndulo para el análisis eólico . . . 1026
15.5. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija y un péndulo . . . 1031
15.6. Disminución de la respuesta del modelo elástico con base fija y un péndulo 1032
15.7. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca y un péndulo . . . 1035
15.8. Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre roca y un péndulo 1036
15.9. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso y un péndulo . . . 1039
15.10. Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo denso y un péndulo . . . 1040
15.11. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido y un péndulo . . . 1043
15.12. Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo rígido y un péndulo . . . 1044
15.13. Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija y un péndulo . . . 1047
15.14. Disminución de la respuesta del modelo elástico con base fija y un péndulo 1048
15.15. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija y un péndulo . . . 1051
15.16. Disminución de la respuesta del modelo no lineal con base fija y un péndulo . . . 1052
15.17. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca y un péndulo . . . 1055
15.18. Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre roca y un péndulo 1056
15.19. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso y un péndulo . . . 1059
15.20. Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo denso y un péndulo . . . 1060
15.21. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido y un péndulo . . . 1063
15.22. Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo rígido y un péndulo . . . 1064

15.23. Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando y un péndulo 1067
15.24. Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo blando y un péndulo 1068

Lista de Abreviaciones

VE	Variable estado
RK6-I	Método de Runge-Kutta 6 implícito
TMD	Amortiguador de masas sintonizadas (Tuned Mass Damper)
TLD	Amortiguador de líquidos sintonizados (Tuned Liquid Damper)
TLCSD	Amortiguador de columna de líquidos de agitación sintonizados (Tuned Liquid Column Sloshing Damper)
TLCD	Amortiguador de columna de líquido sintonizado (Tuned Liquid Column Damper)
TSD	Amortiguador de agitación sintonizado (Tuned Sloshing Damper)
TMDp	Amortiguador de masa sintonizada pendular (Pendulum Tuned Mass Damper)

Constantes Físicas

Aceleración de la gravedad	$g = 9.81\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ (aproximado)
Densidad del aire en el nivel del mar	$\rho_0 = 1.225\,\mathrm{kg\,m^{-1}}$
Presión barométrica a nivel del mar	$\Lambda_0 = 760\,\mathrm{mmHg}$
Masa molar del aire	$\mu_0 = 0.028\,96\,\mathrm{kg\,mol^{-1}}$
Constante universal del aire	$R = 8.3143\,\mathrm{N\,m\,mol^{-1}\,K^{-1}}$

Lista de Símbolos

x	desplazamiento	m
$\dot{x}$	velocidad	$\mathrm{m\,s^{-1}}$
$\ddot{x}$	aceleración	$\mathrm{m\,s^{-2}}$
$\mathbf{M}$	masa	kg
$\mathbf{C}$	amortiguamiento	$\mathrm{N\,s\,m^{-1}}$
$\mathbf{K}$	rigidez	$\mathrm{N\,m^{-1}}$
$\mathbf{F}_e$	fuerza	N
E	módulo de elasticidad	Pa
I	momento de inercia	$\mathrm{m^4}$
$\ddot{\mathbf{x}}_g$	aceleración del terreno	$\mathrm{m\,s^{-2}}$
U	velocidad del viento	$\mathrm{m\,s^{-1}}$
R_e	número de Reynolds	(adimensional)
v_c	viscosidad cinemática	$\mathrm{m^2\,s^{-1}}$
S_t	número de Strouhal	(adimensional)
f	frecuencia	Hz
ξ	porcentaje de amortiguamiento	(adimensional)
ω	frecuencia angular	$\mathrm{rad\,s^{-1}}$
ρ	densidad	$\mathrm{kg\,m^{-1}}$
Λ	presión barométrica	mmHg

A mi familia y novia. Mis ideales y mis logros también son suyos

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

El control de vibraciones estructurales, en particular aplicado para estructuras flexibles susceptibles a acciones dinámicas, requiere de mayor atención dentro del área de la ingeniería estructural. Algunas de las estructuras existentes, debido a sus condiciones particulares, presentan problemas de vibraciones y daños debidos a las acciones de la naturaleza que inciden sobre ellas.

Para poder realizar el control estructural es importante determinar las acciones que inciden en la misma. En el caso de sismos, México cuenta con un catálogo de registros en distintas condiciones de suelo, para eventos de fuente cercana y fuente lejana. El caso de viento, en México se realiza un análisis estático y se utiliza el concepto de factor de amplificación dinámico para considerar la componente turbulenta del viento.

El área de control estructural tiene una oportunidad de crecimiento, donde se requieren métodos numéricos que permitan incluir el control estructural de manera adecuada, ya que se ha observado que existen dificultades en el cálculo de las aceleraciones, las cuales están relacionadas con las condiciones de servicio de las estructuras.

En muchos de los trabajos realizados se observa que los modelos que incluyen control siguen siendo elásticos, además de que se desprecia la interacción que ocurre en el suelo y la estructura.

1.2. Antecedentes

Existen trabajos previos que están relacionados con el tema de estudio. Dentro del área sísmica, Wilson (2003) presenta un estudio de la respuesta de 10 chimeneas de concreto reforzado ante acciones sísmicas incluyendo no linealidad del material. Wilson (2000) propone una metodología de diseño por desempeño que permite considerar la ductilidad en el diseño de chimeneas, la cual es comparada con los diseños obtenidos por cuatro reglamentos para reducir el costo de la estructura.

Existen también trabajos con chimeneas de acero donde se aborda el comportamiento por cargas eólicas. Un estudio experimental para buscar la correlación en las vibraciones por viento en chimeneas de acero se puede encontrar en Ruscheweyh y Galemann (1996). Belver, Ibán y Martín (2012) trabajó en el acoplamiento del desprendimiento

de vórtices en una chimenea de acero de 90 m de altura empleando las ecuaciones de Navier-Stokes. Lipecki, Bec y Jaminska (2015) compara la respuesta dinámica longitudinal y transversal de chimeneas de acero empleando el Eurocódigo y el reglamento polaco. Un estudio de la respuesta en la dirección transversal del viento cuando ocurre look-in en chimeneas de concreto reforzado y acero se encuentra en Arunachalam y Lakshmanan (2015).

El estudio de chimeneas de concreto reforzado ante cargas eólicas también ha sido un tema de trabajo. Cheng y Kareem (1992) presenta un estudio del viento en la dirección transversal de chimeneas de concreto reforzado, el cual incluye pruebas en túnel de viento y un modelo analítico. Ciesielski y Oruba (1996) trabajó en la determinación de las propiedades dinámicas de chimeneas de concreto reforzado empleando ráfagas pequeñas de viento. Reddy, Padmavathi y Srikanth (2012) muestra los resultados de la respuesta longitudinal y transversal de una chimenea de concreto reforzado de 275 m de altura. Cavacece y Valentini (2003) presenta la comparación de un estudio experimental contra un modelo analítico empleando un modelo de elementos finitos de una chimenea de concreto reforzado. Chien y Jang (2008) propone algunas recomendaciones del diseño resistente al viento de chimeneas. La comparación de distintos modelos de vórtices en las estructuras se puede encontrar en Hansen (2007).

Algunos trabajos en específico incluyen la interacción suelo estructura en chimeneas de concreto reforzado. Galsworthy y Naggar (2000) presenta un estudio de interacción elástica en chimeneas de concreto reforzado. Gorski y Chmielewski (2008) muestra una comparativa de la respuesta obtenida mediante reglamentos y simulaciones longitudinales y transversales de chimeneas de concreto reforzado incluyendo y despreciando la interacción. Un estudio de una chimenea de concreto reforzado empleando un modelo de elementos finitos con interacción se encuentra en JishaS. (2018).

Además, se encuentran trabajos donde se aborda el control de la respuesta de chimeneas de acero y mampostería. El control de la respuesta de chimeneas de mampostería empleando amortiguadores de masas sintonizadas se encuentra en Longarini y Zucca (2014) y Longarini, Zucca y Migliacci (2015). Tranvik y Alpsten (2005) presenta el control de la respuesta eólica de una chimenea de acero de 90 m de altura empleando un amortiguador pendular el cual está desintonizado produciendo daños en la estructura. Ciesielski, Flaga y Kawecki (1996) muestra el control de vibraciones por viento con amortiguadores mecánicos de una chimenea de acero de 120 m de altura.

En este trabajo se estudia el control de la respuesta sísmica y eólica de una chimenea de concreto reforzado de 80 m de altura, empleando modelos elásticos y no linealidad del material, incluyendo interacción suelo estructura y tres dispositivos de control distintos.

1.3. Objetivos

El objetivo general de este trabajo es estudiar el control de la respuesta dinámica de una estructura esbelta con comportamiento en flexión considerando interacción suelo-estructura, ante cargas sísmicas y eólicas.

Además, en este trabajo se llevan a cabo los siguientes objetivos particulares:

- Desarrollar una aplicación computacional, capaz de analizar elementos tridimensionales sometidos a excitaciones dinámicas.
- Comparar el efecto del modelado de la cimentación en una estructura tipo chimenea.
- Someter una estructura tipo chimenea a combinaciones de cargas dinámicas.
- Comparar la eficiencia entre tres distintos dispositivos de control pasivos, aplicados a estructuras esbeltas.

El propósito de los objetivos presentados es establecer una metodología que permita el control estructural de estructuras esbeltas sometidas a acciones sísmicas y eólicas incluyendo no linealidad del material e interacción suelo-estructura.

1.4. Estructura

Debido a que en este trabajo se abordan diferentes temas del área del análisis estructural, se presenta la siguiente estructura del trabajo:

Capítulo 2. Se presenta la formulación variable estado para la integración de la ecuación de movimiento empleando dos integradores explícitos. Se abordan problemas con solución analítica y problemas de dinámica y control estructural, incluyendo aislamiento de base, control mediante amortiguadores viscosos y control activo. Se critican los problemas que se observan al emplear estos integradores.

Capítulo 3. Se propone un método implícito basado en cuadraturas gaussianas para la integración de la ecuación de movimiento en variable estado orientado al análisis y control estructural. Se abordan los problemas del Capítulo 2 para validar el método, y se proponen las estrategias del modelado incluyendo no linealidad dinámica, el control estructural con aislamiento de base, el control mediante amortiguadores viscosos y el control activo.

Capítulo 4. Se presentan las características del viento, su estado del conocimiento y áreas de oportunidad dentro de la ingeniería estructural. Se muestran las formas de aproximación de la función de fuerzas debidas al viento. Se incluyen las metodologías para realizar simulaciones de viento en las direcciones longitudinal en las estructuras.

Capítulo 5. Se realiza una descripción de los dispositivos de aislamiento y control estructural, enfocando el estudio hacia los amortiguadores sintonizados, de los cuales se presentan sus ventajas, desventajas, aplicaciones, dimensionamiento y se compara el control de problemas de calibración.

Capítulo 6. Se muestra el método de analogía de la fuerza empleado para realizar el análisis incluyendo no linealidad del material, incluyendo los comportamientos elastoplástico, bilineal y comportamiento de flexión en estructuras de concreto reforzado. Se propone la estrategia de realizar el análisis empleando el método de integración propuesto en el Capítulo 3.

Capítulo 7. Se presentan las características de la estructura de análisis del trabajo, incluyendo su ubicación, planos constructivos, un modelo analítico de validación y un

conjunto de modelos elásticos y que incluyen no linealidad del material e interacción suelo estructura considerando cuatro distintos casos de suelos típicos.

Capítulo 8. Se exponen los resultados del análisis dinámico paso a paso de una estructura flexible incluyendo no linealidad del material e interacción suelo estructura ante cuatro registros característicos de colapso en México. Se incluyen perfiles de respuesta, elementos mecánicos en la base y estados de daño de las articulaciones plásticas.

Capítulo 9. Se muestran los resultados del control de la respuesta sísmica mediante amortiguadores de masas sintonizadas de una estructura flexible incluyendo no linealidad del material e interacción suelo estructura ante cuatro registros característicos de colapso en México. Se incluye el dimensionamiento, propiedades estructurales con control, perfiles de respuesta, elementos mecánicos en la base, estados de daño de las articulaciones plásticas y porcentajes de control de la respuesta.

Capítulo 10. Se presentan los resultados del control de la respuesta sísmica mediante amortiguadores de líquidos sintonizados de una estructura flexible incluyendo no linealidad del material e interacción suelo estructura ante cuatro registros característicos de colapso en México. Se incluye el dimensionamiento, propiedades estructurales con control, perfiles de respuesta, elementos mecánicos en la base, estados de daño de las articulaciones plásticas y porcentajes de control de la respuesta.

Capítulo 11. Se exponen los resultados del control de la respuesta sísmica mediante péndulos de una estructura flexible incluyendo no linealidad del material e interacción suelo estructura ante cuatro registros característicos de colapso en México. Se incluye el dimensionamiento, propiedades estructurales con control, perfiles de respuesta, elementos mecánicos en la base, estados de daño de las articulaciones plásticas y porcentajes de control de la respuesta.

Capítulo 12. Se muestran los resultados del análisis dinámico paso a paso de una estructura flexible incluyendo no linealidad del material e interacción suelo estructura ante fuerzas obtenidas mediante simulaciones de viento longitudinal y transversal. En los análisis se aproximan las fuerzas en la dirección longitudinal de manera lineal y no lineal. Se incluyen perfiles de respuesta, elementos mecánicos en la base y estados de daño de las articulaciones plásticas.

Capítulo 13. Se presentan los resultados del control de la respuesta sísmica mediante amortiguadores de masas sintonizadas de una estructura flexible incluyendo no linealidad del material e interacción suelo estructura ante fuerzas obtenidas mediante simulaciones de viento longitudinal y transversal. En los análisis se aproximan las fuerzas en la dirección longitudinal de manera lineal y no lineal. Se incluyen perfiles de respuesta, elementos mecánicos en la base, estados de daño de las articulaciones plásticas y porcentajes de control de la respuesta.

Capítulo 14. Se exponen los resultados del control de la respuesta sísmica mediante amortiguadores de líquidos sintonizados de una estructura flexible incluyendo no linealidad del material e interacción suelo estructura ante fuerzas obtenidas mediante simulaciones de viento longitudinal y transversal. En los análisis se aproximan las fuerzas en la dirección longitudinal de manera lineal y no lineal. Se incluye el dimensionamiento, propiedades estructurales con control, perfiles de respuesta, elementos mecánicos en

la base, estados de daño de las articulaciones plásticas y porcentajes de control de la respuesta.

Capítulo 15. Se muestran los resultados del control de la respuesta sísmica mediante péndulos de una estructura flexible incluyendo no linealidad del material e interacción suelo estructura ante fuerzas obtenidas mediante simulaciones de viento longitudinal y transversal. En los análisis se aproximan las fuerzas en la dirección longitudinal de manera lineal y no lineal. Se incluye el dimensionamiento, propiedades estructurales con control, perfiles de respuesta, elementos mecánicos en la base, estados de daño de las articulaciones plásticas y porcentajes de control de la respuesta.

Capítulo 16. Se presentan las conclusiones y logros del trabajo. Se incluyen sugerencias de líneas futuras de investigación.

Capítulo 2

Integración de la ecuación de movimiento por variables estado

2.1. Métodos numéricos para la integración de una ecuación diferencial ordinaria

La mayoría de los sistemas físicos cambian a lo largo del tiempo. Las ecuaciones diferenciales proporcionan un lenguaje matemático para predecir los cambios. Partiendo de las leyes de Newton, la mayor parte de las leyes fundamentales de la ciencia se encuentran expresadas como ecuaciones diferenciales.

Existen muchas técnicas analíticas para la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias, como separación de variables, factores de integración, soluciones por series, entre otras. Desafortunadamente, la mayoría de las ecuaciones diferenciales que surgen en la práctica no son posibles de resolver por alguno de esos métodos analíticos, y comúnmente la única alternativa viable es calcular una aproximación numérica de la solución. A pesar de que cualquiera de las soluciones mencionadas son suficientes para la mayoría de los propósitos, existen diferencias entre ellas. Mientras la solución analítica de la ecuación diferencial es una función que permite obtener de manera cerrada la respuesta en cualquier instante de tiempo, una solución numérica es un conjunto de valores aproximados de la función solución en un conjunto discreto de puntos. Visto de otra manera, la solución exacta es una función continua en un espacio de dimensión infinita, mientras que la solución numérica es un vector discreto en un espacio de dimensión finita.

La estrategia para resolver la ecuación de movimiento de manera numérica está basada en aproximaciones de dimensión finita, un proceso conocido como discretización. Se reemplazarán las ecuaciones diferenciales por ecuaciones algebraicas cuyas soluciones se aproximarán a las de las ecuaciones diferenciales. Para un problema con valores iniciales, los valores de la solución aproximada son obtenidos paso a paso en incrementos discretos a lo largo del intervalo en que interesa la solución.

Dentro de las herramientas numéricas para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias con valor inicial existen métodos explícitos y métodos implícitos. De acuerdo con Sharifahmadian (2015), un método es explícito cuando las variables en el instante t_{n+1} sólo dependen de los valores conocidos en el instante t_n.

2.2. Rigidez numérica

La rigidez numérica es un problema particular en la solución de ecuaciones diferenciales. Cuando es baja, las soluciones convergen de manera asintótica una hacia otra en el tiempo. Esta convergencia tiene la propiedad favorable de tender a amortiguar los errores en la solución numérica, pero si la convergencia de las soluciones es muy rápida, comienzan a aparecer distintos tipos de errores. La Figura 2.1 muestra estos errores, donde la solución obtenida de manera lenta se encuentra rodeada de soluciones obtenidas de manera rápida. Cuando esto ocurre se dice que el sistema es rígido.

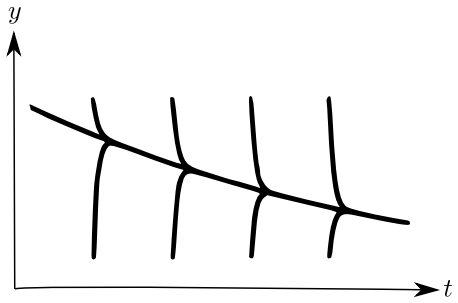


FIGURA 2.1: Soluciones para una ecuación diferencial rígida

Existen diferentes maneras de definir la rigidez. De manera física, la rigidez corresponde a un problema donde los elementos tienen escalas muy distintas o a problemas donde hay mucha resolución, es decir, la escala de tiempo empleada es muy pequeña en comparación del intervalo completo de estudio. De forma matemática, una ecuación diferencial ordinaria estable es rígida si la matriz del Jacobiano, $\boldsymbol{J}_f$, tiene eigenvalores que son muy distintos en magnitud. Existen eigenvalores donde la diferencia ocurre en la parte real negativa, estos corresponden a sistemas con elementos con un amortiguamiento grande; o también con eigenvalores distintos en las partes imaginarias, que corresponden a sistemas cuya respuesta oscila rápidamente. En forma práctica, un sistema de ecuaciones diferenciales es rígido si cuando se emplea un método explícito se vuelve ineficiente debido a que el tamaño de paso requerido para mantener la estabilidad es mucho más pequeño que el requerido para lograr la precisión deseada. Así, la rigidez es un concepto relativo que depende de la región de estabilidad del método empleado, la precisión requerida, la longitud del intervalo de integración, y del sistema de ecuaciones diferenciales en estudio.

2.3. Sistemas de un grado de libertad

El estudio de la respuesta de sistemas de un grado de libertad debe ser considerado por los ingenieros civiles que desean comprender la respuesta de una estructura ante excitaciones dinámicas. Una de las razones para estudiarlos es que resulta más sencillo comprender la interdependencia de las propiedades estructurales y las excitaciones que se aplican al sistema. Otra de las razones es que los reglamentos están basados para representar la respuesta de un sistema de un grado de libertad.

Existen distintas idealizaciones para el sistema, una de las más comunes se muestra en Figura 2.2

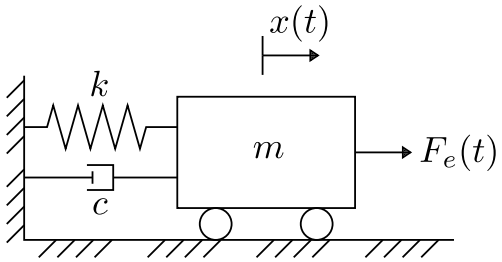


FIGURA 2.2: Representación de un sistema de un grado de libertad

De acuerdo con la segunda ley de Newton, la suma de fuerzas debe ser igual a la masa por la aceleración, (Hart y Wong, 2000), es decir

$$\sum F = F_s + F_d + F_e = -kx - c\dot{x} + F_e = m\ddot{x} \tag{2.1}$$

donde F_s es la fuerza de rigidez; F_d es la fuerza de amortiguamiento; F_e es la fuerza externa; k es el coeficiente de rigidez o constante de proporcionalidad que relaciona la fuerza de rigidez con el desplazamiento; x es el desplazamiento; c es el coeficiente de amortiguamiento para un sistema con amortiguamiento viscoso o constante de proporcionalidad que relaciona la fuerza de amortiguamiento con la velocidad; $\dot{x}$ es la velocidad; m es la masa del oscilador; y $\ddot{x}$ es la aceleración.

Acomodando los términos, se reescribe

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F_e(t) \tag{2.2}$$

La Ecuación 2.2 se conoce como ecuación de movimiento o ecuación de equilibrio dinámico. Ésta es una ecuación diferencial lineal de segundo orden que requiere dos condiciones iniciales para obtener la respuesta. Esas condiciones son el desplazamiento inicial de la masa, $x(0) = x_0$, y la velocidad inicial de la masa, $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$. La solución de la ecuación diferencial involucra una solución homogénea, $x_h(t)$ y una solución particular, $x_p(t)$. La solución homogénea satisface la ecuación de movimiento en ausencia de fuerzas externas

$$m\ddot{x}_h(t) + c\dot{x}_h(t) + kx_h(t) = 0 \tag{2.3}$$

La solución de la parte homogénea es función de las condiciones iniciales del sistema. La solución particular, $x_p(t)$, es una función de las fuerzas externas aplicadas y satisface la ecuación diferencial

$$m\ddot{x}_p(t) + c\dot{x}_p(t) + kx_p(t) = F_e(t) \tag{2.4}$$

En conjunto, la solución homogénea y la particular, resultan en la respuesta del sistema, $x(t)$.

2.3.1. Solución de la respuesta por variables estado

En este apartado se presenta el cálculo de la respuesta dinámica empleando el método de variables estado (Hart y Wong, 2000) el cual está basado en la transformación de la ecuación diferencial de segundo orden en un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden. Dicha transformación es conocida como forma normal de la ecuación diferencial. El método de variable estado obtiene la respuesta del sistema como dos variables independientes, que son: la velocidad y el desplazamiento, tales variables se conocen como estados.

Para definir los estados del sistema se parte de la ecuación de equilibrio dinámico dada por

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta\omega_n\dot{x}(t) + \omega_n^2 x(t) = F_e(t)/m \tag{2.5}$$

Se define el vector $\mathbf{z}$ para representar el desplazamiento y velocidad del sistema

$$\mathbf{z}(t) = \left\{ \begin{array}{c} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{array} \right\} \tag{2.6}$$

y reescribiendo la Ecuación 2.5 se obtiene,

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}(t) = \left\{ \begin{array}{c} \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{array} \right\} &= \left[\begin{array}{cc} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ F_e(t)/m \end{array} \right\} \\ &= \left[\begin{array}{cc} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{array} \right] \mathbf{z}(t) + \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ F_e(t)/m \end{array} \right\} \end{aligned} \tag{2.7}$$

Definiendo

$$\mathbf{A} = \left[\begin{array}{cc} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{array} \right], \quad \mathbf{F}(t) = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ F_e(t)/m \end{array} \right\} \tag{2.8}$$

Se obtiene

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{F}(t) \tag{2.9}$$

La Ecuación 2.9 es una ecuación diferencial de primer orden conocida como ecuación de movimiento en variables estado en forma continua.

Cuando se conocen las condiciones iniciales en $t_0 = 0$ la solución de la ecuación diferencial se puede escribir como:

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{e}^{\mathbf{A}t}\mathbf{z}_0 + \int_0^t \mathbf{e}^{\mathbf{A}(t-s)}\mathbf{F}(s)ds \tag{2.10}$$

El primer término de la solución corresponde a la respuesta de la parte homogénea, mientras el segundo a la particular. El término $\mathbf{e}^{\mathbf{A}t}$ se conoce como la matriz de transición de estado.

Para determinar la matriz de transición se puede proceder definiendo los eigenvalores de $\mathbf{A}$ como λ_1 y λ_2, y definiendo los correspondientes eigenvectores como ϕ_1 y ϕ_2 se obtiene que:

$$\mathbf{A}\phi_1 = \lambda_1\phi_1, \quad \mathbf{A}\phi_2 = \lambda_2\phi_2 \tag{2.11}$$

Definiendo la matriz diagonal $\mathbf{\Lambda}$ como la matriz de eigenvalores de $\mathbf{A}$ y la matriz $\mathbf{T}$ como la matriz de eigenvectores cuyas columnas representan los eigenvectores de $\mathbf{A}$

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T} = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 \end{bmatrix} \tag{2.12}$$

Cuando la matriz $\mathbf{A}$ es diagonalizable, se puede obtener algebraícamente como

$$\mathbf{A} = \mathbf{T}\mathbf{\Lambda}\mathbf{T}^{-1} \tag{2.13}$$

En consecuencia la matriz de transición de estados se obtiene como

$$\mathbf{e}^{\mathbf{A}t} = \mathbf{T}\mathbf{e}^{\mathbf{\Lambda}t}\mathbf{T}^{-1} \tag{2.14}$$

Una vez que se conoce la matriz de transición, se obtiene la respuesta del sistema de un grado de libertad. Si se desea conocer la aceleración del sistema es suficiente con despejarla de la ecuación de equilibrio dinámico, Ecuación 2.5.

2.3.2. Solución numérica para la respuesta con variables estado usando integración directa

Como se deduce en Hart y Wong, 2000, la solución en forma integral de la respuesta con variables estado es

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{e}^{\mathbf{A}(t-t_0)}\mathbf{z}\left(t_0\right) + \mathbf{e}^{\mathbf{A}t}\int_{t_0}^{t}\mathbf{e}^{-\mathbf{A}s}\mathbf{F}(s)ds \tag{2.15}$$

Donde

$$\mathbf{z}(t) = \begin{Bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}(t) = \begin{Bmatrix} 0 \\ F_e(t)/m \end{Bmatrix}$$
$$\mathbf{e}^{\mathbf{A}t} = \mathbf{e}^{-\zeta\omega_n t}\begin{bmatrix} \cos\omega_d t + \left(\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)\sin\omega_d t & \frac{\sin\omega_d t}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}} \\ -\frac{\omega_n\sin\omega_d t}{\sqrt{1-\zeta^2}} & \cos\omega_d t - \left(\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)\sin\omega_d t \end{bmatrix} \tag{2.16}$$

Haciendo

$$t_{k+1} = t, \quad t_k = t_0, \quad \Delta t = t - t_0 \tag{2.17}$$

Se reescribe la solución en forma integral como

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{z}_k + \mathbf{e}^{\mathbf{A}t_{k+1}} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{e}^{-\mathbf{A}s}\mathbf{F}(s)ds \tag{2.18}$$

Ya que este método involucra integración directa, puede emplearse cualquier aproximación razonable de la función de fuerzas que dé resultados razonables. Dos de los métodos empleados para representar la función de fuerzas son el método de la función de fuerzas Delta y el método de la función de fuerzas constantes.

Con la función de fuerzas Delta, la función de fuerzas es obtenida usando series de funciones Delta. La función de fuerzas está dada por

$$\mathbf{F}(s) = \mathbf{F}_k \delta\left(s - t_k\right) \Delta t = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ F_k/m \end{array} \right\} \delta\left(s - t_k\right) \Delta t, \quad t_k \leq s < t_{k+1} \tag{2.19}$$

Sustituyendo en la ecuación integral, la respuesta se obtiene como

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{F}_s \mathbf{z}_k + \mathbf{H}_{sd}\mathbf{F}_k \tag{2.20}$$

Donde

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_s &= \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t} \\ \mathbf{H}_{sd} &= \Delta t \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t} \end{aligned} \tag{2.21}$$

El algoritmo de solución empleando el método de variable estado con función Delta se presenta en la Tabla 2.1

TABLA 2.1: Solución paso a paso de la integración directa de variable estado con la función Delta para sistemas de un grado de libertad

A		Cálculos iniciales
	1	Introducir la rigidez k, la masa m y el porcentaje de amortiguamiento ζ
	2	Obtener las condiciones iniciales x_0 y $\dot{x}_0$
	3	Fijar el tamaño de paso Δt
	4	Calcular la frecuencia natural del sistema $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$
	5	Calcular la aceleración inicial de la ecuación de movimiento $\ddot{x}_0 = F_e(0)/m - 2\zeta\omega_n\dot{x}_0 - \omega_n^2 x_0$
	6	Formar la matriz de transición de estados $e^{A\Delta t}$ con la Ecuación 2.16
	7	Obtener la matriz $\mathbf{H}_{sd} = \Delta t\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}$
B		Para cada paso de tiempo
	1	Calcular los estados en el instante $k+1$ con $\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{F}_s\mathbf{z}_k + \mathbf{H}_{sd}\mathbf{F}_k$, $\mathbf{F}_s = \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}$
	2	Calcular las aceleraciones en el instante $k+1$ con $\ddot{x}_{k+1} = F_e(k+1)/m - 2\zeta\omega_n\dot{x}_{k+1} - \omega_n^2 x_{k+1}$

Con la función de fuerzas constantes, la función se considera constante dentro del intervalo de tiempo. El valor de la fuerza en el intervalo es igual al valor al inicio del intervalo.

$$\mathbf{F}(s) = \mathbf{F}_k = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ F_k/m \end{array} \right\}, \quad t_k \leq s < t_{k+1} \tag{2.22}$$

Sustituyendo en la ecuación integral, la respuesta se obtiene como

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{F}_s\mathbf{z}_k + \mathbf{H}_{sc}\mathbf{F}_k \tag{2.23}$$

Donde

$$\begin{array}{c} \mathbf{F}_s = \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t} \\ \mathbf{H}_{sc} = \mathbf{A}^{-1}\left(\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t} - \mathbf{I}\right) \end{array} \tag{2.24}$$

El valor de $\mathbf{F}_k$ es el valor evaluado de la función continua $F_e(t)$. Una vez que se conocen el desplazamiento y velocidad en el instante $k+1$, la aceleración en dicho instante puede ser obtenida de la ecuación de equilibrio dinámico.

$$\ddot{x}_{k+1} = (F_{k+1}/m) - 2\zeta\omega_n\dot{x}_{k+1} - \omega_n^2 x_{k+1} \tag{2.25}$$

El algoritmo de solución empleando el método de variable estado con función constante se presenta en la Tabla 2.2.

TABLA 2.2: Solución paso a paso de la integración directa de variable estado con la función constante para sistemas de un grado de libertad

A		Cálculos iniciales
	1	Introducir la rigidez k, la masa m y el porcentaje de amortiguamiento ζ
	2	Obtener las condiciones iniciales x_0 y $\dot{x}_0$
	3	Fijar el tamaño de paso Δt
	4	Calcular la frecuencia natural del sistema $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$
	5	Calcular la aceleración inicial de la ecuación de movimiento $\ddot{x}_0 = F_e(0)/m - 2\zeta\omega_n\dot{x}_0 - \omega_n^2 x_0$
	6	Formar la matriz de estados A con la Ecuación 2.8
	7	Formar la matriz de transición de estados $e^{A\Delta t}$ con la Ecuación 2.16
	8	Obtener la matriz $\mathbf{H}_{sc} = \mathbf{A}^{-1}\left(\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t} - \mathbf{I}\right)$
B		Para cada paso de tiempo
	1	Calcular los estados en el instante $k+1$ con $\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{F}_s\mathbf{z}_k + \mathbf{H}_{sc}\mathbf{F}_k$, $\mathbf{F}_s = \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}$
	2	Calcular las aceleraciones en el instante $k+1$ con $\ddot{x}_{k+1} = F_e(k+1)/m - 2\zeta\omega_n\dot{x}_{k+1} - \omega_n^2 x_{k+1}$

Obtener la respuesta empleando una función constante es más difícil en comparación con la función Delta ya que se debe invertir la matriz **A**. A pesar de ello, se prefiere este método ya que la función Delta tiende a infinito en el origen. Sin embargo ambos métodos dan buenos resultados.

Las dos principales ventajas de estos métodos en el análisis numérico son su estabilidad y precisión. En el cálculo de la respuesta de t_k a t_{k+1} la operación es exacta. Además, la integración de función de fuerza introduce muy pequeños errores numéricos si el tamaño de paso es pequeño. Por lo tanto, este método puede proporcionar resultados muy precisos cuando el tamaño de paso es tan largo como $\Delta t \leq (T_n/5)$. En general se recomienda $\Delta t \leq (T_n/10)$.

La estabilidad en este método depende de la precisión con la que se calcula la matriz de transición de estado, $\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}$. Esa matriz es exacta para un sistema de un grado de libertad, y no presenta problemas de estabilidad.

2.3.3. Ejemplos de calibración

Todos los ejemplos realizados en este capítulo consideran la precisión numérica dada por un equipo con procesador Intel Core i5 5200U. El error obtenido depende de la aritmética de punto flotante y las evaluaciones numéricas que se presentan sólo incluyen las cifras decimales necesarias para apreciar las magnitudes de las entradas en las matrices de los problemas.

Sistema de un grado de libertad sometido a una fuerza constante

Para la comprobación de los métodos numéricos presentados se emplearon los ejemplos 1, 2 y 3 del capítulo 2.8 (Hart y Wong, 2000) integrándolos en un solo problema. El problema consta de los siguientes parámetros

$$m = 175\,126\,\text{kg}, \quad \zeta = 0.05, \quad k = 6\,913\,697.3\,\text{N m}^{-1}$$
$$F = 44\,482\,\text{N}, \quad t_0 = 0.0\text{s} \quad t_f = 10.0\text{s} \quad \Delta_t = 0.02\text{s}$$

El problema es comparado empleando integración directa con las funciones Delta y constante para verificar la magnitud del error computacional. La determinación de la solución analítica empleando coeficientes indeterminados se presenta en el apéndice A, sección 2.A.1.

Con la información anterior se deduce,

$$w_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{6913697.3}{175126}} = 2\pi\text{s}$$

Sustituyendo los valores correspondientes la matriz $\mathbf{A}$ es

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4\pi^2 & -\frac{\pi}{5} \end{bmatrix}$$

Para el método de variables estado los valores y vectores característicos de $\mathbf{A}$ son

$$\Lambda = \begin{pmatrix} -0.3142 + 6.2753\text{i} & 0 \\ 0 & -0.3142 - 6.2753\text{i} \end{pmatrix}$$
$$T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -0.3142 + 6.2753\text{i} & -0.3142 - 6.2753\text{i} \end{pmatrix}$$

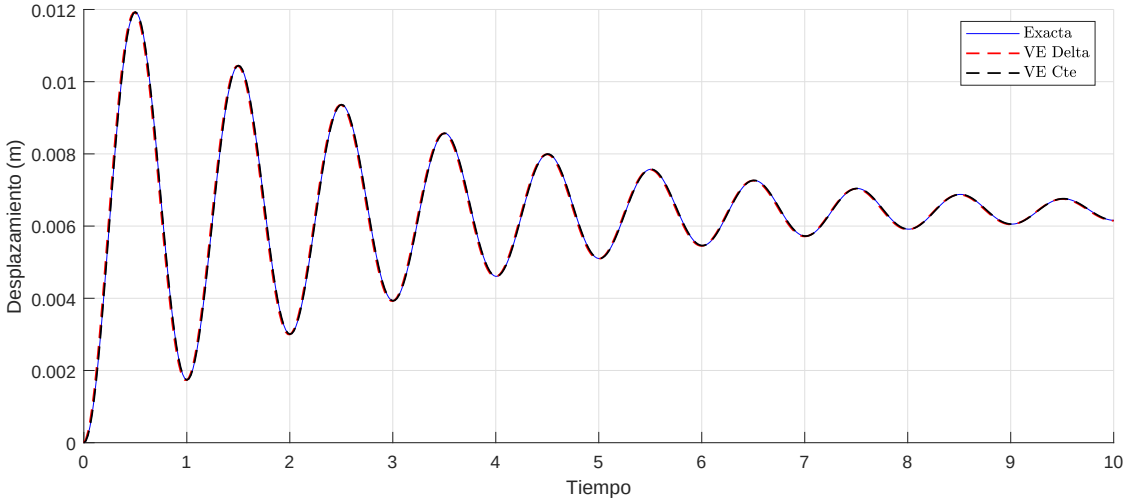
Haciendo las operaciones correspondientes se obtiene la siguiente matriz de transición de estado

$$\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t} = \begin{pmatrix} 0.9922 & 0.0198 \\ -0.7826 & 0.9797 \end{pmatrix}$$

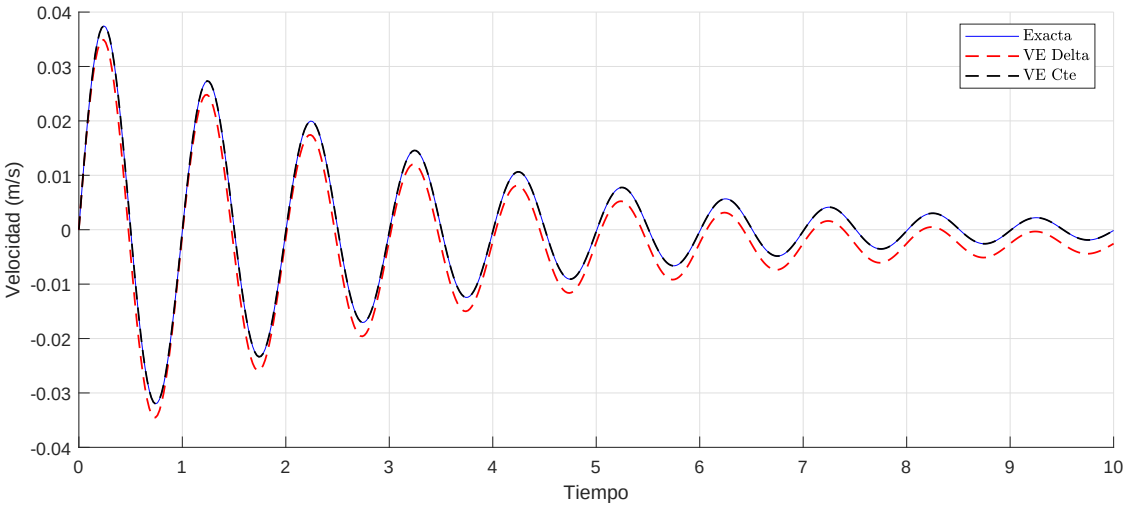
Para las funciones de fuerza Delta y constante las matrices correspondientes $\mathbf{H}_{sd}$ y $\mathbf{H}_{sc}$ son

$$\mathbf{H}_{sd} = \begin{pmatrix} 0.0198 & 0.0004 \\ -0.0157 & 0.0196 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{H}_{sc} = \begin{pmatrix} 0.0199 & 0.0002 \\ -0.0079 & 0.0198 \end{pmatrix}$$

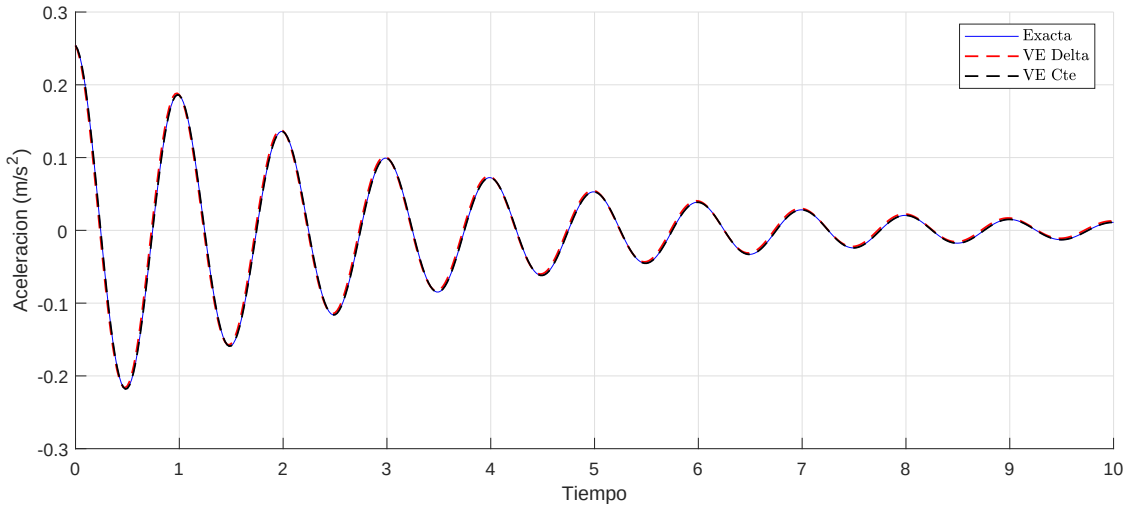
Conociendo todos los valores presentados se procedió al cálculo de la respuesta empleando la Ecuación 2.20 para la función Delta y la Ecuación 2.23 para la función constante. En la Figura 2.3 se puede observar la comparación de las respuestas obtenidas por los distintos métodos de solución.



(A) Desplazamiento



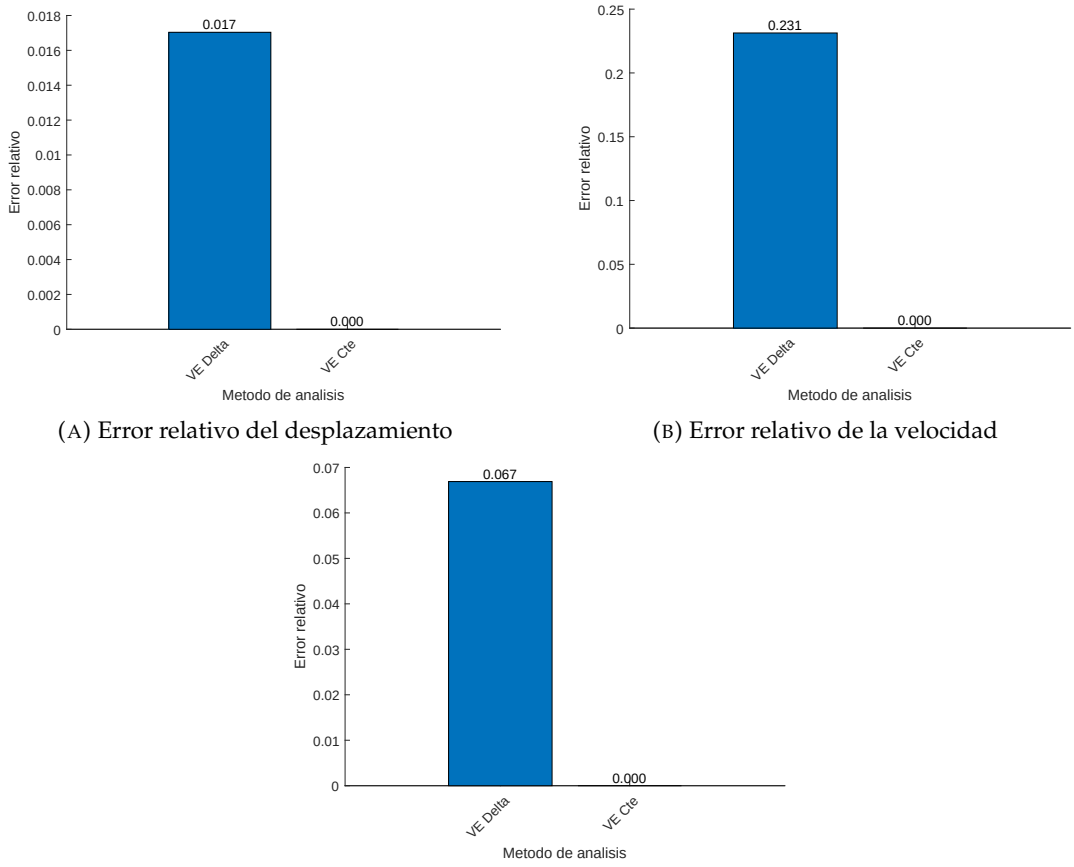
(B) Velocidad



(C) Aceleración

FIGURA 2.3: Respuestas obtenidas para el sistema de un grado de libertad

Además, se calculó el error relativo comparado con la norma 2 de la solución exacta, las comparativas son mostradas en la Figura 2.4.



(A) Error relativo del desplazamiento

(B) Error relativo de la velocidad

(C) Error relativo de la aceleración

FIGURA 2.4: Errores relativos obtenidos en la respuesta

Los resultados obtenidos muestran que ambos métodos se acercan a la solución exacta. El desplazamiento y la aceleración se encuentran bien estimados en forma para ambas aproximaciones, sin embargo, la velocidad obtenida empleando la función Delta, tiene problemas de amplitud dado que la respuesta parece estar en fase con la solución exacta, pero ligeramente desplazada hacia valores negativos.

Fijando una tolerancia del 1 % para la aceptación de los resultados, el método con la función Delta se encuentra fuera de la zona de aceptación, siendo la velocidad el resultado más alejado. Por otra parte, emplear la función constante predice de manera satisfactoria la respuesta. Con el objetivo de alcanzar una solución satisfactoria empleando la función Delta, es posible incrementar la resolución del problema, lo cual también incrementa el tiempo de cálculo y no existe garantía de que los resultados mejoren. Para este problema, emplear la función constante es la mejor estrategia de solución.

Sistema de un grado de libertad sometido a una fuerza armónica

Un sistema de un grado de libertad presentado como el problema 5.3 (Chopra, 2012) tiene las siguientes propiedades

$$m = 44\,359.4\,\text{kg}, \quad \zeta = 0.05, \quad k = 1\,751\,260\,\text{N m}^{-1}$$
$$F = 44482\sin(\pi t/0.6)\text{N}, \quad t_0 = 0.0\text{s} \quad t_f = 10.0\text{s} \quad \Delta_t = 0.05\text{s}$$

El problema es resuelto empleando los métodos de integración directa con la función de fuerzas Delta y constante comparándolos contra la solución analítica. La determinación de la solución analítica se presenta en el apéndice A, sección 2.A.2.

Las variables requeridas para el cálculo de la solución son

$$\omega = \frac{\pi}{0.6} = 5.2359 \qquad \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1751260}{44359.4}} = 6.2832$$
$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = 6.2832\sqrt{1-(0.05)^2} = 6.2675 \qquad p_0 = 44482$$

En el cálculo de la respuesta se requiere plantear la ecuación de movimiento en variable estado, para determinarla se sustituyen los valores conocidos en $\mathbf{A}$ como

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0000 & 1.0000 \\ -39.4789 & -0.6283 \end{bmatrix}$$

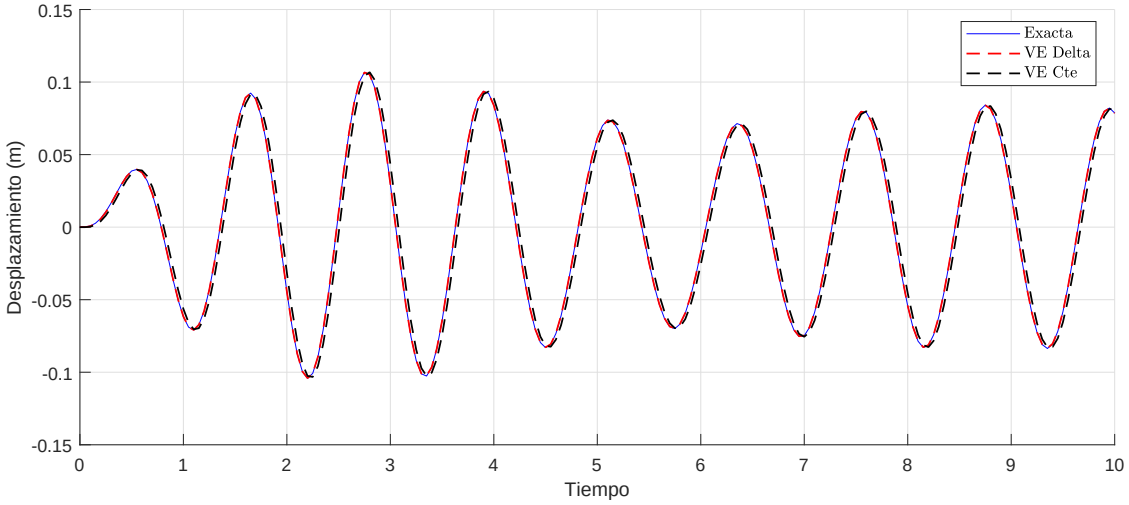
El cálculo de la matriz de transición de estado, empleando la función `expm` incluida en Matlab, (MathWorks, 2017), resulta en

$$\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t} = \text{expm}\begin{bmatrix} 0.0000 & 1.0000 \\ -39.4789 & -0.6283 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9516 & 0.0484 \\ -1.9115 & 0.9211 \end{bmatrix}$$

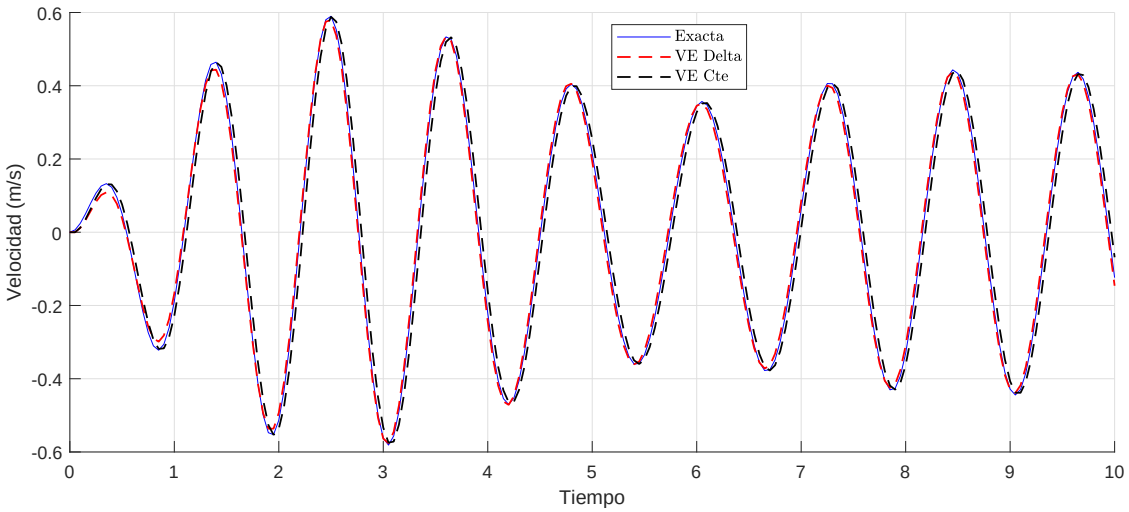
Para las funciones de fuerza Delta y constante las matrices correspondientes $\mathbf{H}_{sd}$ y $\mathbf{H}_{sc}$ son

$$\mathbf{H}_{sd} = \Delta t\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t} = \begin{bmatrix} 0.0476 & 0.0024 \\ -0.0956 & 0.0461 \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{H}_{sc} = \mathbf{A}^{-1}\left(\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t} - \mathbf{I}\right) = \begin{bmatrix} 0.0492 & 0.0012 \\ -0.0484 & 0.0484 \end{bmatrix}$$

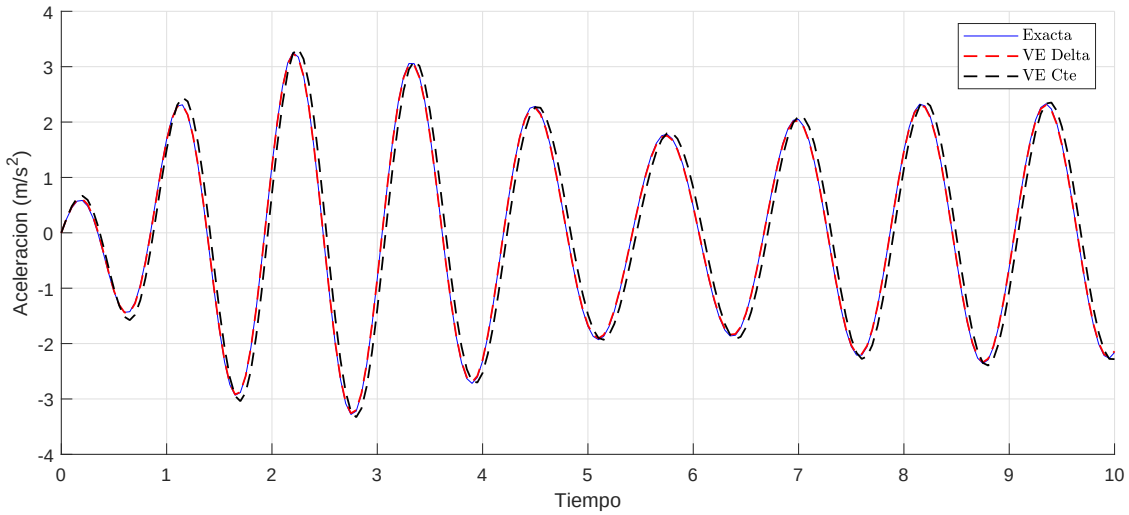
Con los valores mostrados se calculó la respuesta del sistema de un grado de libertad empleando la Ecuación 2.20 para la función Delta y la Ecuación 2.23 para la función constante. En la Figura 2.5 se presenta la comparación de las respuestas obtenidas por los distintos métodos de solución.



(A) Desplazamiento



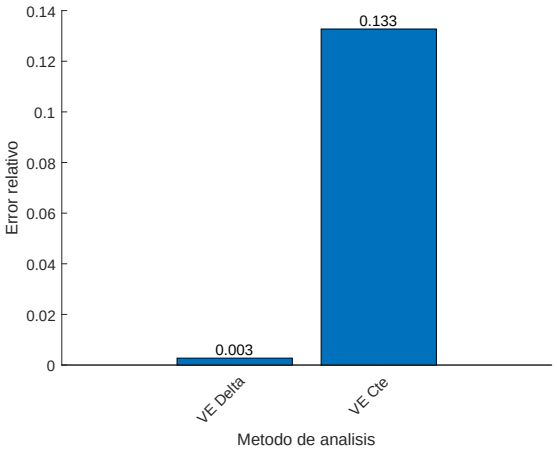
(B) Velocidad



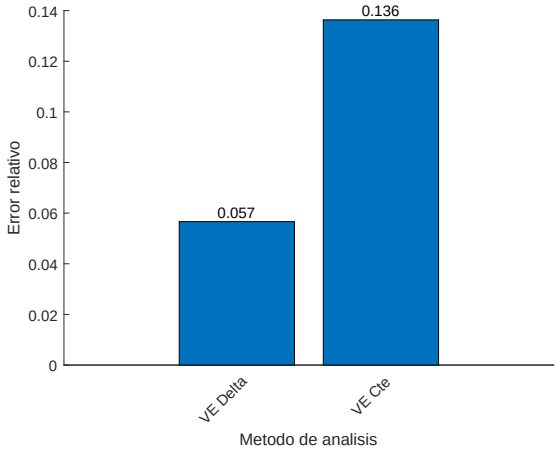
(C) Aceleración

FIGURA 2.5: Respuestas obtenidas para el sistema de un grado de libertad

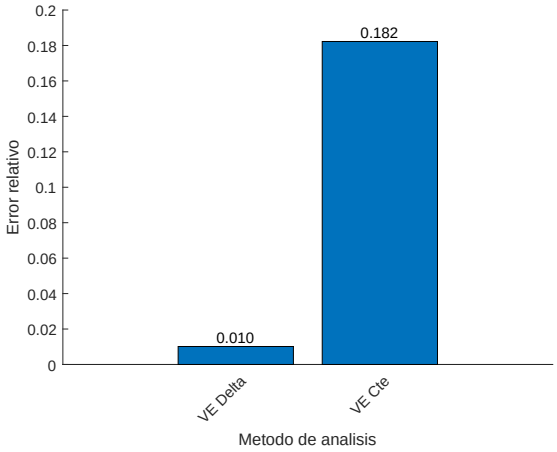
Se calculó el error relativo comparado con la norma 2 de la solución exacta, las comparativas son mostradas en la Figura 2.6.



(A) Error relativo del desplazamiento



(B) Error relativo de la velocidad



(C) Error relativo de la aceleración

FIGURA 2.6: Errores relativos de la respuesta

En los resultados se observa que los métodos evaluados predicen de manera semejante a la solución exacta, la respuesta del sistema de manera general. Se aprecian problemas de fase en el método con la función constante los cuales aparecen en los desplazamientos y se incrementan con el orden de las derivadas. El método con la función Delta tiene una buena precisión de los desplazamientos y aceleraciones, sin embargo, para las velocidades presenta ligeros problemas de fase.

Fijando una tolerancia de aceptación de los resultados del 1 % queda claro que la función constante entrega respuestas fuera de la tolerancia, mientras que los desplazamientos y aceleraciones obtenidos con la función Delta se encuentran dentro de la tolerancia. Debido a que los métodos predijeron velocidades fuera de la tolerancia, es conveniente incrementar la resolución del problema para incrementar la precisión en los resultados. Para este problema, el método que emplea la función Delta alcanzó mejores resultados en el cálculo de la respuesta y por tanto es el más adecuado.

2.4. Sistemas de dos grados de libertad

Una de las idealizaciones para la representación de un sistema de dos grados de libertad se muestra en la Figura 2.7.

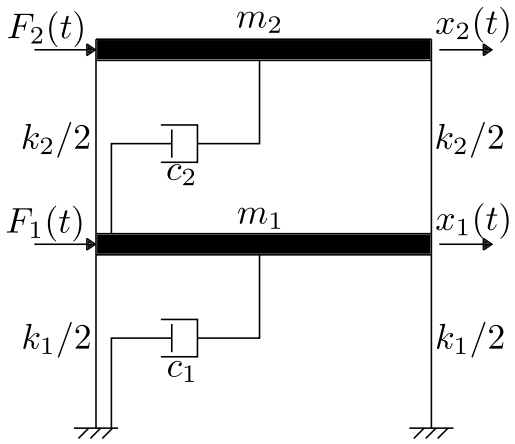


FIGURA 2.7: Representación de un sistema de dos grados de libertad

Del equilibrio dinámico del sistema de la Figura 2.7 se tiene:

$$
\begin{aligned}
&-c_1\dot{x}_1(t) - c_2\left(\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)\right) - k_1 x_1(t) - k_2\left(x_1(t) - x_2(t)\right) + F_1(t) = m_1\ddot{x}_1(t)\\
&-c_2\left(\dot{x}_2(t) - \dot{x}_1(t)\right) - k_2\left(x_2(t) - x_1(t)\right) + F_2(t) = m_2\ddot{x}_2(t)
\end{aligned}
$$

Agrupando los términos de manera matricial,

$$
\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1+c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \end{Bmatrix} \tag{2.26}
$$

Haciendo

$$
\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1+c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix}
$$

$$
\mathbf{X}(t) = \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{F}_e(t) = \begin{Bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \end{Bmatrix}
$$

Sustituyendo en la formulación matricial se obtiene

$$
\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{X}(t) = \mathbf{F}_e(t) \tag{2.27}
$$

Las matrices de masas, **M**; amortiguamiento, **C**; y rigidez, **K**, son matrices simétricas definidas positivas.

2.4.1. Solución de la respuesta por variables estado

El cálculo de la respuesta de un sistema de dos grados de libertad implica la obtención de cuatro estados: dos desplazamientos y dos velocidades. Para su obtención se parte de la ecuación de equilibrio dinámico escrita como:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{X}(t) = \mathbf{F}_e(t)$$

Donde

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{X}(t) = \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{F}_e(t) = \begin{Bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \end{Bmatrix}$$

Haciendo que el vector $\mathbf{z}$ represente los términos independientes (estados del sistema)

$$\mathbf{z}(t) = \begin{Bmatrix} \mathbf{X}(t) \\ \dot{\mathbf{X}}(t) \end{Bmatrix} = \{x_1(t) \quad x_2(t) \quad \dot{x}_1(t) \quad \dot{x}_2(t)\}^T \tag{2.28}$$

Se reescribe la ecuación de equilibrio dinámico en términos de variables estado como

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{X}}(t) \\ \ddot{\mathbf{X}}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{X}(t) \\ \dot{\mathbf{X}}(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}_e(t) \end{Bmatrix} \tag{2.29}$$

Donde $\mathbf{0}$ es una matriz cuadrada de ceros de 2×2 y $\mathbf{I}$ es una matriz identidad de 2×2. Existen métodos que abordan este problema Haciendo

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}(t) = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}_e(t) \end{Bmatrix} \tag{2.30}$$

Se reescribe la ecuación de equilibrio dinámico de manera condensada como

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{F}(t) \tag{2.31}$$

Existen métodos numéricos, Shampine y Reichelt (1997), pensados para resolver problemas rígidos de la forma

$$M(t)y' = f(t, y) \tag{2.32}$$

donde $M(t)$ es una matriz no singular. La anterior formulación no es útil para el problema definido por la Ecuación 2.31, ya que haciendo la analogía de términos $y' = \dot{\mathbf{z}}(t)$; y $f(t, y) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{F}(t)$; en consecuencia, $M(t) = \mathbf{I}$, para que el problema tenga la forma dada por la formulación de los problemas rígidos. Se observa que no es posible despejar la matriz de transición de estados, por lo tanto se opta por emplear la estrategia de solución propuesta en Hart y Wong (2000).

Expandiendo los términos se obtiene

$$\frac{d}{dt}\begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -(k_1+k_2)/m_1 & k_2/m_1 & -(c_1+c_2)/m_1 & c_2/m_1 \\ k_2/m_2 & -k_2/m_2 & c_2/m_2 & -c_2/m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_1(t)/m_1 \\ F_2(t)/m_2 \end{Bmatrix} \tag{2.33}$$

De manera similar al sistema de un grado de libertad, la solución para la respuesta es

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{e}^{\mathbf{A}(t-t_0)}\mathbf{z}\left(t_0\right) + \mathbf{e}^{\mathbf{A}t}\int_{t_0}^{t}\mathbf{e}^{-\mathbf{A}s}\mathbf{F}(s)ds \tag{2.34}$$

Haciendo las condiciones iniciales en $t_0 = 0$ la solución se convierte en

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{e}^{\mathbf{A}t}\mathbf{z}(0) + \int_{0}^{t}\mathbf{e}^{-\mathbf{A}(t-s)}\mathbf{F}(s)ds \tag{2.35}$$

Se requiere definir la magnitud del amortiguamiento de la estructura en términos del amortiguamiento en los modos de vibración (amortiguamiento proporcional), para obtener la matriz de amortiguamiento **C**, para lograrlo, se requiere conocer los valores de α y β, que son parámetros necesarios para el cálculo de la matriz de amortiguamiento cuando es proporcional (Chopra, 2012).

Para el cálculo de la matriz de transición de estado, $\mathbf{e}^{\mathbf{A}t}$, se deben calcular los eigenvalores y eigenvectores de la matriz **A**. Posteriormente, se requiere el calculo de la inversa de la matriz de transformación **T**. Esto hace que el calculo de sistemas de más de un grado de libertad no sea deseable debido al costo computacional. Además, para las estructuras que tienen amortiguamientos menores al 1 %, los eigenvalores y eigenvectores incluyen números complejos. La solución de manera exacta es muy difícil, y la mayoría del tiempo es preferible su cálculo de forma numérica.

2.4.2. Solución numérica para la respuesta con variables estado usando integración directa

Siguiendo un procedimiento análogo al realizado en la sección Subsección 2.3.2 y haciendo

$$t_{k+1} = t, \quad t_k = t_0, \quad \Delta t = t_{k+1} - t_k \tag{2.36}$$

Se puede reescribir la Ecuación 2.34 de manera discreta como

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{z}_k + \mathbf{e}^{\mathbf{A}t_{k+1}} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{e}^{-\mathbf{A}s}\mathbf{F}(s)ds \tag{2.37}$$

Al igual que en el procedimiento mostrado en Subsección 2.3.2, puede emplearse la función Delta y la constante para representar la función de fuerzas.

La función de fuerzas representada por la función Delta está dada por

$$\mathbf{F}(s) = \mathbf{F}_k \delta\left(s - t_k\right) \Delta t = \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}_{ek} \end{array} \right\} \delta\left(s - t_k\right) \Delta t, \quad t_k \leq s < t_{k+1} \tag{2.38}$$

Sustituyendo en la ecuación de variables estado se obtiene

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{z}_k + \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\Delta t\mathbf{F}_k \tag{2.39}$$

El algoritmo de solución empleando el método de variable estado con función Delta se presenta en la Tabla 2.3

TABLA 2.3: Solución paso a paso de la integración directa de variable estado con la función Delta para sistemas de dos grados de libertad

A		Cálculos iniciales
	1	Introducir las matrices de masa $\mathbf{M}$, amortiguamiento $\mathbf{C}$ y rigidez $\mathbf{K}$
	2	Obtener las condiciones iniciales $\mathbf{X}_0$ y $\dot{\mathbf{X}}_0$
	3	Fijar el tamaño de paso Δt
	4	Formar la matriz de estados $\mathbf{A}$ con la Ecuación 2.30
	5	Calcular la aceleración inicial de la ecuación de movimiento $\ddot{\mathbf{X}}_0 = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{F}_e(0) - \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}_0 - \mathbf{K}\mathbf{X}_0)$
	6	Formar la matriz de transición de estados $\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}$ con la Ecuación 2.14
B		Para cada paso de tiempo
	1	Calcular los estados en el instante $k+1$ con $\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{z}_k + \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\Delta t\mathbf{F}_k$
	2	Calcular las aceleraciones en el instante $k+1$ con $\ddot{\mathbf{X}}_{k+1} = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{F}_e(k+1) - \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}_{k+1} - \mathbf{K}\mathbf{X}_{k+1})$

La función de fuerzas representada por la función constante está dada por

$$\mathbf{F}(s) = \mathbf{F}_k = \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}_{ek} \end{array} \right\}, \quad t_k \leq s < t_{k+1} \tag{2.40}$$

Sustituyendo en la ecuación de variables estado se obtiene

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{z}_k + \mathbf{A}^{-1}\left(\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t} - \mathbf{I}\right)\mathbf{F}_k \tag{2.41}$$

El algoritmo de solución empleando el método de variable estado con función constante se presenta en la Tabla 2.4

TABLA 2.4: Solución paso a paso de la integración directa de variable estado con la función constante para sistemas de dos grados de libertad

A		Cálculos iniciales
	1	Introducir las matrices de masa $\mathbf{M}$, amortiguamiento $\mathbf{C}$ y rigidez $\mathbf{K}$
	2	Obtener las condiciones iniciales $\mathbf{X}_0$ y $\dot{\mathbf{X}}_0$
	3	Fijar el tamaño de paso Δt
	4	Formar la matriz de estados $\mathbf{A}$ con la Ecuación 2.30
	5	Calcular la aceleración inicial de la ecuación de movimiento $\ddot{\mathbf{X}}_0 = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{F}_e(0) - \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}_0 - \mathbf{K}\mathbf{X}_0)$
	6	Formar la matriz de transición de estados $\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}$ con la Ecuación 2.14
B		Para cada paso de tiempo
	1	Calcular los estados en el instante $k+1$ con $\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{z}_k + \mathbf{A}^{-1}\left(\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t} - \mathbf{I}\right)\mathbf{F}_k$
	2	Calcular las aceleraciones en el instante $k+1$ con $\ddot{\mathbf{X}}_{k+1} = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{F}_e(k+1) - \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}_{k+1} - \mathbf{K}\mathbf{X}_{k+1})$

2.4.3. Ejemplos de calibración

Sistema de dos grados de libertad sometido a una fuerza constante

Un sistema de dos grados de libertad como el mostrado en el ejemplo 3 del capítulo 3.8 (Hart y Wong, 2000) tiene los siguientes parámetros

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 \end{bmatrix} (\text{kg}), \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 3.372 & -1.124 \\ -1.124 & 2.248 \end{bmatrix} (\text{N} - \text{s/m})$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1263.36 & -631.68 \\ -631.68 & 631.68 \end{bmatrix} (\text{N/m})$$

El intervalo de integración es de $t_0 = 0$s a $t_f = 10$s con $\Delta_t = 0.02$s. Las fuerzas introducidas al sistema son

$$\mathbf{F}_e(t) = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \end{pmatrix} (\text{N})$$

La respuesta es obtenida empleando integración directa con la función Delta y con la función constante. Además, los resultados obtenidos serán comparados con la solución analítica del problema para verificar la precisión con la que se obtiene la respuesta. El cálculo de la solución analítica es presentado en el apéndice A, sección 2.A.3.

La matriz de estados del sistema es

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \\ -1263.36 & 631.68 & -3.372 & 1.124 \\ 631.68 & -631.68 & 1.124 & -2.248 \end{bmatrix}$$

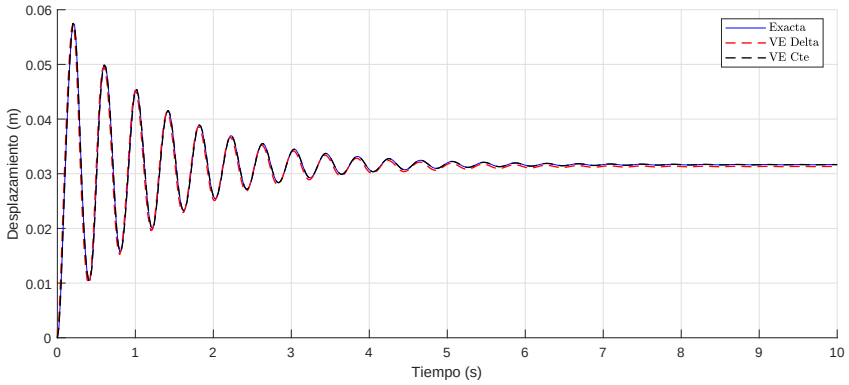
Para el método de variables estado, sustituyendo los valores correspondientes de $\mathbf{A}$, la matriz de transición de estado $\mathbf{e^{A\Delta t}}$ es

$$\mathbf{e^{A\Delta t}} = \begin{bmatrix} 0.7664 & 0.1151 & 0.0178 & 0.0010 \\ 0.1151 & 0.8815 & 0.0010 & 0.0188 \\ -21.8268 & 10.6002 & 0.7076 & 0.1328 \\ 10.6002 & -11.2266 & 0.1328 & 0.8404 \end{bmatrix}$$

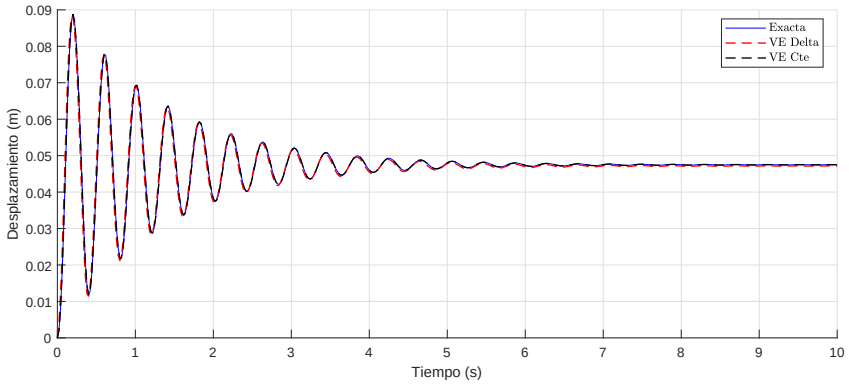
Para las funciones de fuerza Delta y constante las matrices correspondientes $\mathbf{H}_{sd}$ y $\mathbf{H}_{sc}$ son

$$\mathbf{H}_{sd} = \begin{bmatrix} 0.0153 & 0.0023 & 0.0004 & 0.0000 \\ 0.0023 & 0.0176 & 0.0000 & 0.0004 \\ -0.4365 & 0.2120 & 0.0142 & 0.0027 \\ 0.2120 & -0.2245 & 0.0027 & 0.0168 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_{sc} = \begin{bmatrix} 0.0184 & 0.0008 & 0.0002 & 0.0000 \\ 0.0008 & 0.0192 & 0.0000 & 0.0002 \\ -0.2336 & 0.1151 & 0.0178 & 0.0010 \\ 0.1151 & -0.1185 & 0.0010 & 0.0188 \end{bmatrix}$$

Conociendo todos los valores presentados se calculó la respuesta empleando la Ecuación 2.39 para la función Delta y la Ecuación 2.41 para la función constante. En la Figura 2.8 observa la comparación de las respuestas obtenidas con los distintos métodos de solución.

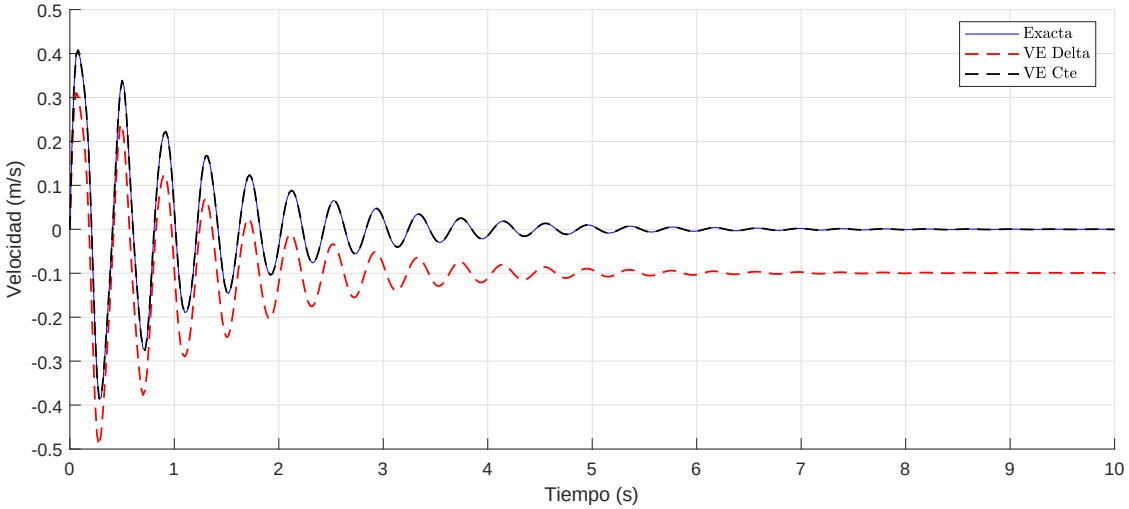


(A) Desplazamiento nivel 1

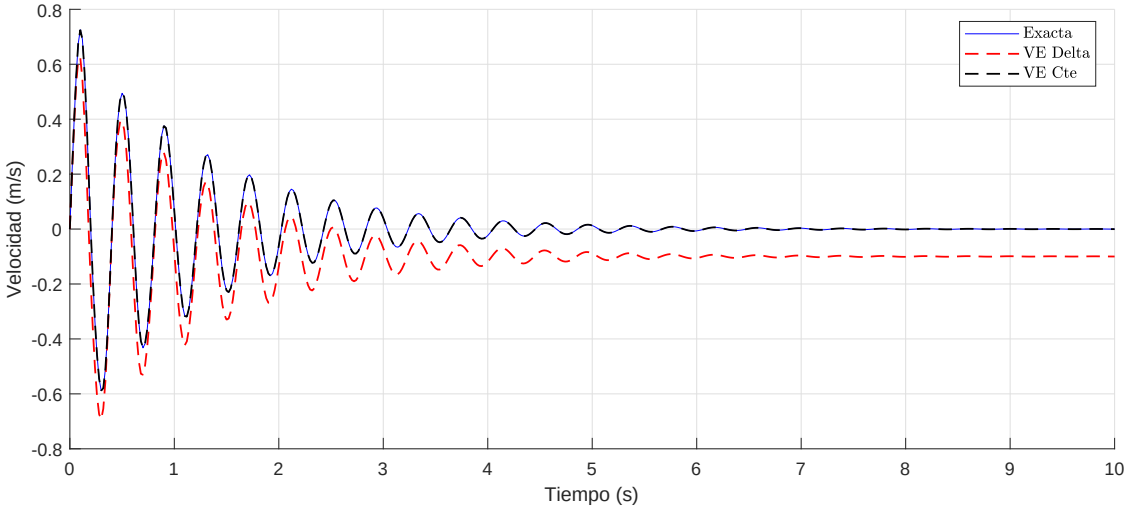


(B) Desplazamiento nivel 2

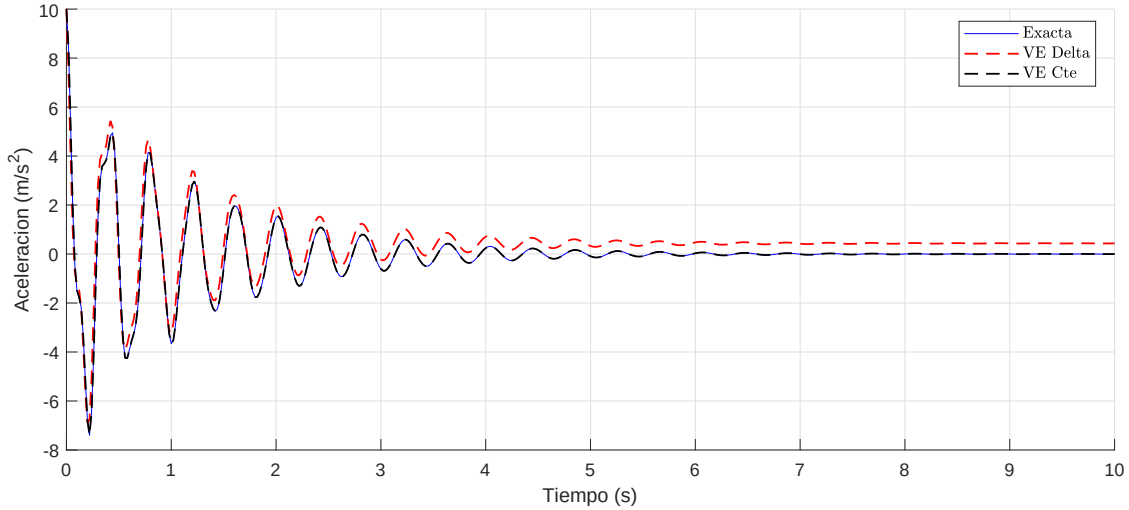
FIGURA 2.8: Respuestas obtenidas para el sistema de dos grados de libertad



(C) Velocidad nivel 1

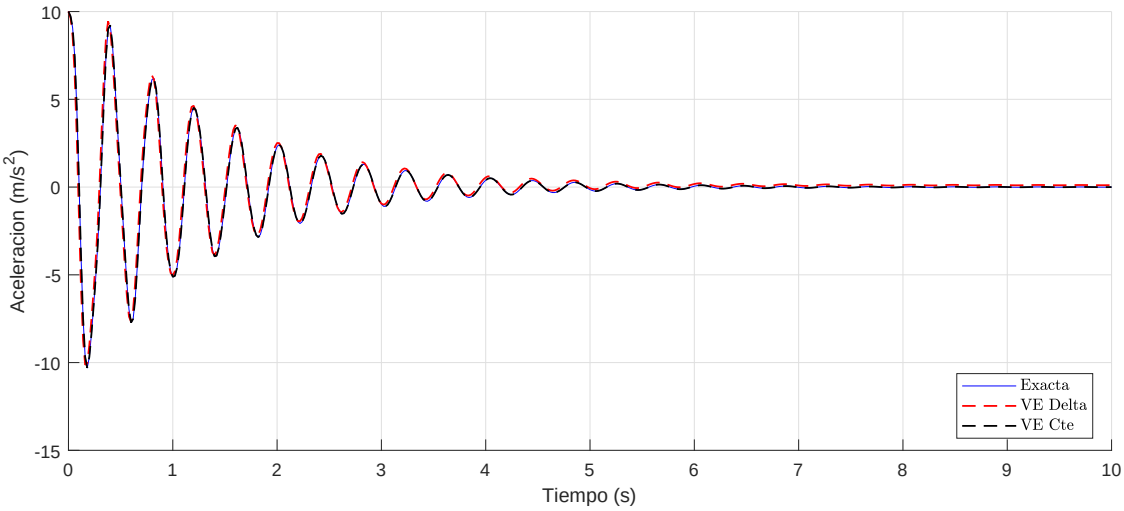


(D) Velocidad nivel 2



(E) Aceleración nivel 1

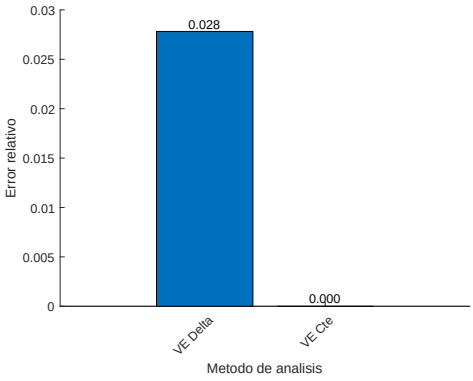
FIGURA 2.8: Respuestas obtenidas para el sistema de dos grados de libertad (continuación)



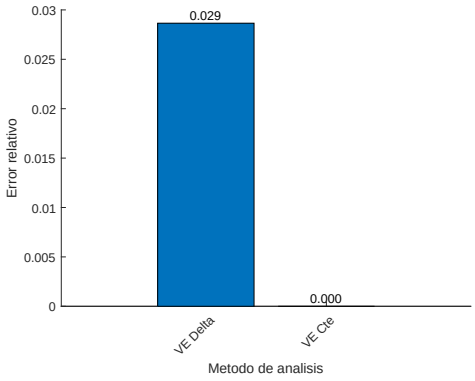
(F) Aceleración nivel 2

FIGURA 2.8: Respuestas obtenidas para el sistema de dos grados de libertad (continuación)

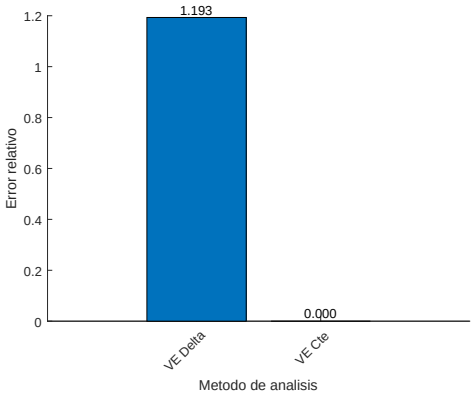
También se calculó el error relativo comparado con la norma 2 de la solución exacta, las comparativas son mostradas en la Figura 2.9.



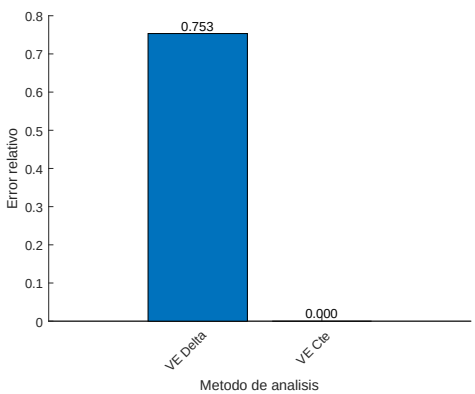
(A) Error relativo del desplazamiento nivel 1



(B) Error relativo del desplazamiento nivel 2

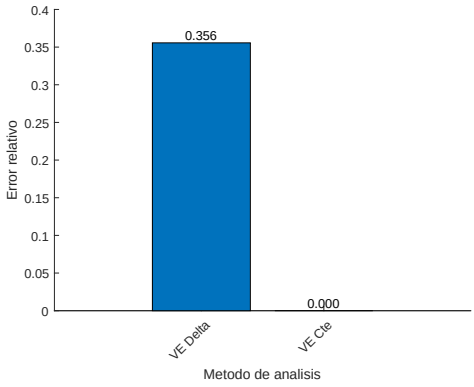


(C) Error relativo de la velocidad nivel 1

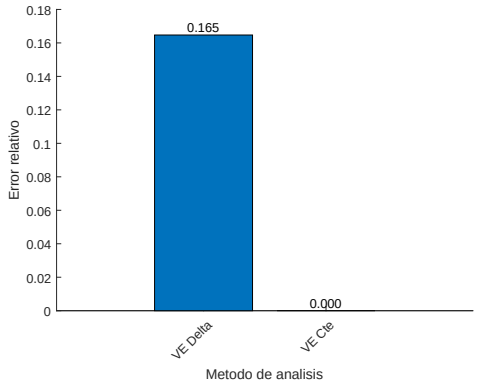


(D) Error relativo de la velocidad nivel 2

FIGURA 2.9: Errores relativos obtenidos en la respuesta



(E) Error relativo de la aceleración nivel 1



(F) Error relativo de la aceleración nivel 2

FIGURA 2.9: Errores relativos obtenidos en la respuesta (continuación)

En las respuestas obtenidas se aprecia que el método con la función constante se acerca a la solución exacta del sistema. El método con la función Delta muestra resultados cercanos a la solución exacta para los desplazamientos en ambos niveles y la aceleración del nivel 2, no obstante, en las velocidades y la aceleración del nivel 1 aparecen diferencias de amplitud entre la solución analítica y la numérica, siendo en la velocidad donde son más grandes tales diferencias.

Fijando una tolerancia del 1 % para la aceptación de los resultados, el método con la función constante obtiene, para todas las respuestas, valores dentro de la tolerancia con respecto a la solución analítica. Contrario a lo anterior, el método con la función Delta obtiene respuestas fuera de la tolerancia fijada, siendo las velocidades las respuestas más alejadas de la solución exacta. Con base en los resultados obtenidos, emplear la función de fuerzas constante es la mejor estrategia de solución para este problema.

2.5. Sistemas de múltiples grados de libertad

Los sistemas de múltiples grados de libertad pueden ser considerados como una extensión de un sistema de dos grados de libertad. Es común que las estructuras actuales tengan cantidades significativas de grados de libertad. Los grandes sistemas que existen involucran desplazamientos y rotaciones en tres dimensiones.

Las propiedades estructurales deben ser determinadas para obtener la respuesta de la ecuación de equilibrio dinámico. La determinación de dichas propiedades se realiza como sigue

- La matriz de rigidez se determina de la misma manera que en el análisis estático. Esta matriz incluye las propiedades de cada elemento estructural, como la longitud, área transversal, momento de inercia, módulo de elasticidad, rigidez torsional, entre otras.
- La matriz de masas comúnmente se determina estimando la masa de toda la estructura y agrupando esas masas en los correspondientes grados de libertad. La matriz de masas resultantes se conoce como matriz de masas concentradas y es

una matriz diagonal. Sin embargo, el método de agrupación puede ser remplazado considerando la variación de las deformadas modales de cada elemento estructural y por lo tanto el efecto de una masa sobre la otra. La matriz resultante se denomina matriz de masas consistentes.

- La matriz de amortiguamiento se obtiene considerando el amortiguamiento de la estructura. En general el ingeniero estructural no la realiza ya que no se ha desarrollado una metodología para calcular con precisión el amortiguamiento de cada elemento estructural. Por lo tanto, la matriz de amortiguamiento generalmente se propone proporcional a las matrices de masa y rigidez.

Una vez que se determinan las matrices, la ecuación de equilibrio dinámico para un sistema de múltiples grados de libertad es

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{X}(t) = \mathbf{F}_e(t) \tag{2.42}$$

Donde

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \cdots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & m_{n-1,n} \\ m_{n1} & \cdots & m_{n,n-1} & m_{nn} \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11.} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & c_{n-1,n} \\ c_{n1} & \cdots & c_{n,n-1} & c_{nn} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & k_{n-1,n} \\ k_{n1} & \cdots & k_{n,n-1} & k_{nn} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}(t) = \{x_1(t) \quad x_2(t) \cdots \quad x_n(t)\}^T, \quad \mathbf{F}_e(t) = \{F_1(t) \quad F_2(t) \cdots F_n(t)\}^T$$

De aquí n representa el total de grados de libertad. $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$ y $\mathbf{K}$ representan la masa, amortiguamiento y rigidez respectivamente, y son matrices simétricas definidas positivas.

El vector de desplazamiento, $\mathbf{X}(t)$, contiene los términos que incluyen los desplazamientos en las direcciones x, y y z y las rotaciones en las direcciones θ_x, θ_y y θ_z. Resulta conveniente representar el vector en forma particionada en la cual se encuentren agrupados por dirección los desplazamientos y rotaciones. Haciendo

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_x(t) &= \text{ Vector de desplazamientos en la dirección } x \\ \mathbf{X}_y(t) &= \text{ Vector de desplazamientos en la dirección } y \\ \mathbf{X}_z(t) &= \text{ Vector de desplazamientos en la dirección } z \\ \mathbf{X}_r(t) &= \text{ Vector de rotaciones en la dirección } \theta_x \\ \mathbf{X}_s(t) &= \text{ Vector de rotaciones en la dirección } \theta_y \\ \mathbf{X}_t(t) &= \text{ Vector de rotaciones en la dirección } \theta_z \end{aligned}$$

Entonces

$$\mathbf{X}(t) = \{\mathbf{X}_x(t) \quad \mathbf{X}_y(t) \quad \mathbf{X}_z(t) \quad \mathbf{X}_r(t) \quad \mathbf{X}_s(t) \quad \mathbf{X}_t(t)\}^T \tag{2.43}$$

Siguiendo un argumento similar, los términos de la ecuación de equilibrio dinámico se convierten en

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{X}}(t) &= \begin{Bmatrix}\dot{\mathbf{X}}_x(t) & \dot{\mathbf{X}}_y(t) & \dot{\mathbf{X}}_z(t) & \dot{\mathbf{X}}_r(t) & \dot{\mathbf{X}}_s(t) & \dot{\mathbf{X}}_t(t)\end{Bmatrix}^T \\ \ddot{\mathbf{X}}(t) &= \begin{Bmatrix}\ddot{\mathbf{X}}_x(t) & \ddot{\mathbf{X}}_y(t) & \ddot{\mathbf{X}}_z(t) & \ddot{\mathbf{X}}_r(t) & \ddot{\mathbf{X}}_s(t) & \ddot{\mathbf{X}}_t(t)\end{Bmatrix}^T \\ \mathbf{F}_e(t) &= \begin{Bmatrix}\mathbf{F}_x(t) & \mathbf{F}_y(t) & \mathbf{F}_z(t) & \mathbf{F}_r(t) & \mathbf{F}_s(t) & \mathbf{F}_t(t)\end{Bmatrix}^T\end{aligned} \tag{2.44}$$

Los términos $\dot{\mathbf{X}}_r(t)$, $\dot{\mathbf{X}}_s(t)$ y $\dot{\mathbf{X}}_t(t)$ representan la velocidad rotacional (o velocidad angular) con unidades rad/s y $\ddot{\mathbf{X}}_r(t)$, $\ddot{\mathbf{X}}_s(t)$ y $\ddot{\mathbf{X}}_t(t)$ son la aceleración rotacional (o aceleración angular) con unidades rad/s^2. Usando notaciones similares, las matrices de la ecuación de equilibrio dinámico se convierten en

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{xx} & \mathbf{M}_{xy} & \mathbf{M}_{xz} & \mathbf{M}_{xr} & \mathbf{M}_{xs} & \mathbf{M}_{xt} \\ \mathbf{M}_{yx} & \mathbf{M}_{yy} & \mathbf{M}_{yz} & \mathbf{M}_{yr} & \mathbf{M}_{ys} & \mathbf{M}_{yt} \\ \mathbf{M}_{zx} & \mathbf{M}_{zy} & \mathbf{M}_{zz} & \mathbf{M}_{zr} & \mathbf{M}_{zs} & \mathbf{M}_{zt} \\ \mathbf{M}_{rx} & \mathbf{M}_{ry} & \mathbf{M}_{rz} & \mathbf{M}_{rr} & \mathbf{M}_{rs} & \mathbf{M}_{rt} \\ \mathbf{M}_{sx} & \mathbf{M}_{sy} & \mathbf{M}_{sz} & \mathbf{M}_{sr} & \mathbf{M}_{ss} & \mathbf{M}_{st} \\ \mathbf{M}_{tx} & \mathbf{M}_{ty} & \mathbf{M}_{tz} & \mathbf{M}_{tr} & \mathbf{M}_{ts} & \mathbf{M}_{tt} \end{bmatrix} \tag{2.45a}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{xx} & \mathbf{C}_{xy} & \mathbf{C}_{xz} & \mathbf{C}_{xr} & \mathbf{C}_{xs} & \mathbf{C}_{xt} \\ \mathbf{C}_{yx} & \mathbf{C}_{yy} & \mathbf{C}_{yz} & \mathbf{C}_{yr} & \mathbf{C}_{ys} & \mathbf{C}_{yt} \\ \mathbf{C}_{zx} & \mathbf{C}_{zy} & \mathbf{C}_{zz} & \mathbf{C}_{zr} & \mathbf{C}_{zs} & \mathbf{C}_{zt} \\ \mathbf{C}_{rx} & \mathbf{C}_{ry} & \mathbf{C}_{rz} & \mathbf{C}_{rr} & \mathbf{C}_{rs} & \mathbf{C}_{rt} \\ \mathbf{C}_{sx} & \mathbf{C}_{sy} & \mathbf{C}_{sz} & \mathbf{C}_{sr} & \mathbf{C}_{ss} & \mathbf{C}_{st} \\ \mathbf{C}_{tx} & \mathbf{C}_{ty} & \mathbf{C}_{tz} & \mathbf{C}_{tr} & \mathbf{C}_{ts} & \mathbf{C}_{tt} \end{bmatrix} \tag{2.45b}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{xx} & \mathbf{K}_{xy} & \mathbf{K}_{xz} & \mathbf{K}_{xr} & \mathbf{K}_{xs} & \mathbf{K}_{xt} \\ \mathbf{K}_{yx} & \mathbf{K}_{yy} & \mathbf{K}_{yz} & \mathbf{K}_{yr} & \mathbf{K}_{ys} & \mathbf{K}_{yt} \\ \mathbf{K}_{zx} & \mathbf{K}_{zy} & \mathbf{K}_{zz} & \mathbf{K}_{zr} & \mathbf{K}_{zs} & \mathbf{K}_{zt} \\ \mathbf{K}_{rx} & \mathbf{K}_{ry} & \mathbf{K}_{rz} & \mathbf{K}_{rr} & \mathbf{K}_{rs} & \mathbf{K}_{rt} \\ \mathbf{K}_{sx} & \mathbf{K}_{sy} & \mathbf{K}_{sz} & \mathbf{K}_{sr} & \mathbf{K}_{ss} & \mathbf{K}_{st} \\ \mathbf{K}_{tx} & \mathbf{K}_{ty} & \mathbf{K}_{tz} & \mathbf{K}_{tr} & \mathbf{K}_{ts} & \mathbf{K}_{tt} \end{bmatrix} \tag{2.45c}$$

Ya que las matrices **M**, **C** y **K** son simétricas, se tiene que

$$\mathbf{M}_{ij} = \mathbf{M}_{ij}^T, \quad \mathbf{C}_{ij} = \mathbf{C}_{ij}^T, \quad \mathbf{K}_{ij} = \mathbf{K}_{ij}^T$$

Cuando se utiliza la matriz de masas concentradas, la matriz de masas solo contendrá términos como

$$\mathbf{M}_{ij} = \begin{cases} \mathbf{M}_{ii} & i = j \\ \mathbf{0} & i \neq j \end{cases}$$

donde $\mathbf{M}_{ii}$ es una matriz diagonal.

2.5.1. Respuesta amortiguada empleando el método de variables estado

El método de variables estado para sistemas de múltiples grados de libertad deriva del método aplicado a sistemas de dos grados de libertad. Para un sistema de n grados de libertad, existen 2n estados, el cual contiene n desplazamientos y n velocidades (Hart y Wong, 2000).

Dada la ecuación de equilibrio dinámico

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{X}(t) = \mathbf{F}_e(t) \tag{2.46}$$

Donde

$$\mathbf{X}(t) = \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{F}_e(t) = \begin{Bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \\ \vdots \\ F_n(t) \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \dots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & m_{n-1,n} \\ m_{n1} & \cdots & m_{n,n-1} & m_{nn} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & c_{n-1,n} \\ c_{n1} & \cdots & c_{n,n-1} & c_{nn} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & k_{n-1,n} \\ k_{n1} & \cdots & k_{n,n-1} & k_{nn} \end{bmatrix}$$

Haciendo $\mathbf{z}$ como el vector que representa a los desplazamientos y velocidades

$$\mathbf{z}(t) = \begin{Bmatrix} \mathbf{X}(t) \\ \dot{\mathbf{X}}(t) \end{Bmatrix} \tag{2.47}$$

Escribiendo la ecuación de equilibrio dinámico en forma de variables estado se obtiene

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{X}}(t) \\ \ddot{\mathbf{X}}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{X}(t) \\ \dot{\mathbf{X}}(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}_e(t) \end{Bmatrix} \tag{2.48}$$

Donde $\mathbf{0}$ es una matriz de ceros de tamaño $n \times n$ e $\mathbf{I}$ es una matriz identidad de tamaño $n \times n$. Haciendo

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}(t) = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}_e(t) \end{Bmatrix} \tag{2.49}$$

Sustituyendo se obtiene la ecuación en términos de variable estado

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{F}(t) \tag{2.50}$$

La solución de la ecuación diferencial, al igual que para sistemas de dos grados de libertad, tiene la forma

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{e}^{\mathbf{A}(t-t_0)}\mathbf{z}\left(t_0\right) + \mathbf{e}^{\mathbf{A}t}\int_{t_0}^{t}\mathbf{e}^{-\mathbf{A}s}\mathbf{F}(s)ds \tag{2.51}$$

Dado que el cálculo de la matriz de transición de estado $\mathbf{e}^{\mathbf{A}t}$ no es convencional, es preferible obtenerla de forma numérica de manera similar a lo presentado para sistemas de dos grados de libertad.

Cuando se emplea la función de fuerzas Delta, la ecuación a evaluar de forma numérica es

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{z}_k + \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\Delta t\mathbf{F}_k \tag{2.52}$$

El algoritmo de solución empleando el método de variable estado con función Delta se presenta en la Tabla 2.5

TABLA 2.5: Solución paso a paso de la integración directa de variable estado con la función Delta para sistemas de n grados de libertad

A		Cálculos iniciales
	1	Introducir las matrices de masa $\mathbf{M}$, amortiguamiento $\mathbf{C}$ y rigidez $\mathbf{K}$
	2	Obtener las condiciones iniciales $\mathbf{X}_0$ y $\dot{\mathbf{X}}_0$
	3	Fijar el tamaño de paso Δt
	4	Formar la matriz de estados $\mathbf{A}$ con la Ecuación 2.49
	5	Calcular la aceleración inicial de la ecuación de movimiento $\ddot{\mathbf{X}}_0 = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{F}_e(0) - \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}_0 - \mathbf{K}\mathbf{X}_0)$
	6	Formar la matriz de transición de estados $\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}$ con la Ecuación 2.14
B		Para cada paso de tiempo
	1	Calcular los estados en el instante $k+1$ con $\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{z}_k + \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\Delta t\mathbf{F}_k$
	2	Calcular las aceleraciones en el instante $k+1$ con $\ddot{\mathbf{X}}_{k+1} = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{F}_e(k+1) - \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}_{k+1} - \mathbf{K}\mathbf{X}_{k+1})$

Cuando se emplea la función de fuerzas constante, la ecuación a evaluar es

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta}\mathbf{z}_k + \mathbf{A}^{-1}\left(\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t} - \mathbf{I}\right)\mathbf{F}_k \tag{2.53}$$

Donde

$$\mathbf{z}(t) = \left\{\begin{array}{c}\mathbf{X}(t)\\ \dot{\mathbf{X}}(t)\end{array}\right\}, \quad \mathbf{A} = \left[\begin{array}{cc}\mathbf{0} & \mathbf{I}\\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}\end{array}\right], \quad \mathbf{F}(t) = \left\{\begin{array}{c}\mathbf{0}\\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}_e(t)\end{array}\right\} \tag{2.54}$$

El algoritmo de solución empleando el método de variable estado con función constante se presenta en la Tabla 2.6

TABLA 2.6: Solución paso a paso de la integración directa de variable estado con la función constante para sistemas de n grados de libertad

A		Cálculos iniciales
	1	Introducir las matrices de masa $\mathbf{M}$, amortiguamiento $\mathbf{C}$ y rigidez $\mathbf{K}$
	2	Obtener las condiciones iniciales $\mathbf{X}_0$ y $\dot{\mathbf{X}}_0$
	3	Fijar el tamaño de paso Δt
	4	Formar la matriz de estados $\mathbf{A}$ con la Ecuación 2.49
	5	Calcular la aceleración inicial de la ecuación de movimiento $\ddot{\mathbf{X}}_0 = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{F}_e(0) - \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}_0 - \mathbf{K}\mathbf{X}_0)$
	6	Formar la matriz de transición de estados $\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}$ con la Ecuación 2.14
B		Para cada paso de tiempo
	1	Calcular los estados en el instante $k+1$ con $\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{z}_k + \mathbf{A}^{-1}\left(\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t} - \mathbf{I}\right)\mathbf{F}_k$
	2	Calcular las aceleraciones en el instante $k+1$ con $\ddot{\mathbf{X}}_{k+1} = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{F}_e(k+1) - \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}_{k+1} - \mathbf{K}\mathbf{X}_{k+1})$

Se debe considerar que para un sistema de n grados de libertad, se obtendrán matrices de tamaño 2n, por lo que el esfuerzo computacional es mayor en comparación con los métodos clásicos para resolver la ecuación de equilibrio dinámico.

2.5.2. Ejemplos de calibración

Sistema de 3 grados de libertad

Se emplea el sistema de 3 grados de libertad sin amortiguamiento propuesto en el ejemplo 2 del capítulo 4.10 (Hart y Wong, 2000). Las matrices dinámicas del sistema son

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 \end{bmatrix} (\text{kg}), \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} (\text{N} - \text{s/m})$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 30.0 & -10.0 & 0.0 \\ -10.0 & 20.0 & -10.0 \\ 0.0 & -10.0 & 10.0 \end{bmatrix} (\text{N/m})$$

Asumiendo que el tamaño de paso es $\Delta t = 0.001$s desde $t_0 = 0$s hasta $t_f = 10$s y que la función de fuerzas es

$$\mathbf{F}_e(t) = \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \end{pmatrix} (\text{N})$$

La respuesta dinámica del sistema se obtiene empleando integración directa con la función Delta y la función constante. Se calcula la solución analítica para el sistema siguiendo la metodología empleada en los sistemas de uno y dos grados de libertad previamente estudiados para comparar la precisión de las respuestas numéricas. La determinación de la solución analítica se presenta en el apéndice A, sección 2.A.4.

Para la solución numérica por el método de variable estado, sustituyendo los valores, la matriz de estados **A** es

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc:ccc} 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \\ \hdashline -30.00 & 10.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 10.00 & -20.00 & 10.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 10.00 & -10.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \end{array}\right]$$

La matriz de transición de estados asociada a **A** es

$$\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t} = \begin{bmatrix} 0.999985 & 0.000005 & 0.000000 & 0.001000 & 0.000000 & 0.000000 \\ 0.000005 & 0.999990 & 0.000005 & 0.000000 & 0.001000 & 0.000000 \\ 0.000000 & 0.000005 & 0.999995 & 0.000000 & 0.000000 & 0.001000 \\ -0.030000 & 0.010000 & 0.000000 & 0.999985 & 0.000005 & 0.000000 \\ 0.010000 & -0.020000 & 0.010000 & 0.000005 & 0.999990 & 0.000005 \\ 0.000000 & 0.010000 & -0.010000 & 0.000000 & 0.000005 & 0.999995 \end{bmatrix}$$

La inversa de la matriz de estados **A** es

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & -0.0500 & -0.0500 & -0.0500 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & -0.0500 & -0.1500 & -0.1500 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & -0.0500 & -0.1500 & -0.2500 \\ 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

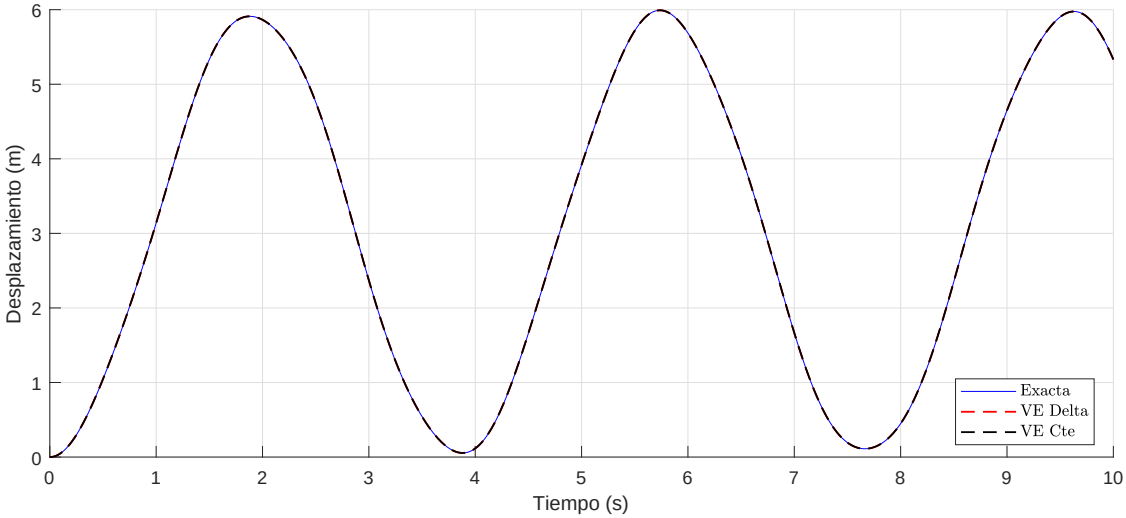
La matriz que acompaña a la función Delta es

$$\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\Delta t = \begin{bmatrix} 0.0010 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0010 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0010 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ -0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0010 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & -0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0010 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & -0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0010 \end{bmatrix}$$

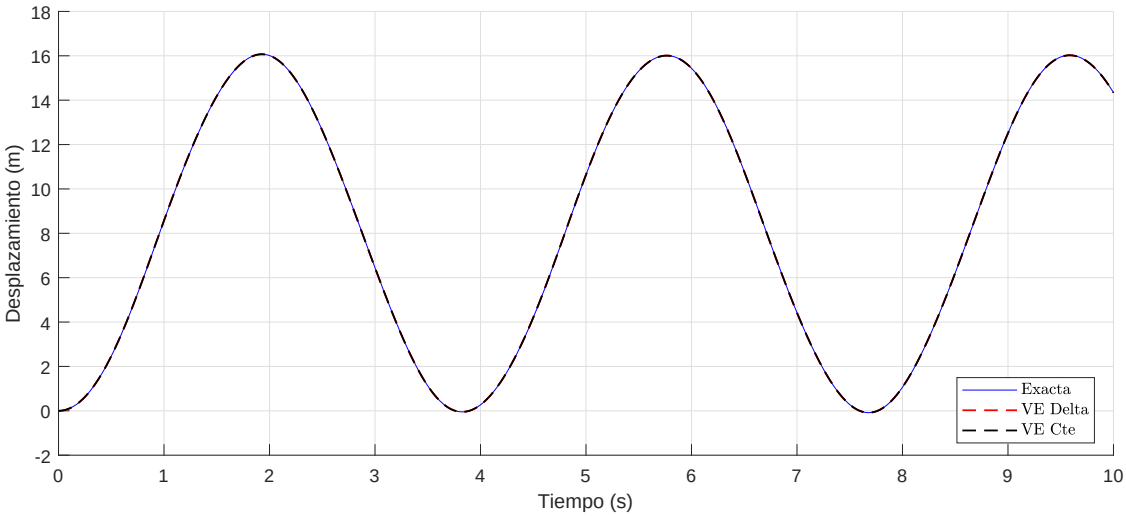
De manera similar, la matriz que acompaña a la función constante es

$$\mathbf{A}^{-1}\left(\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t} - \mathbf{I}\right) = \begin{bmatrix} 0.0010 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0010 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0010 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ -0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0010 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & -0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0010 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & -0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0010 \end{bmatrix}$$

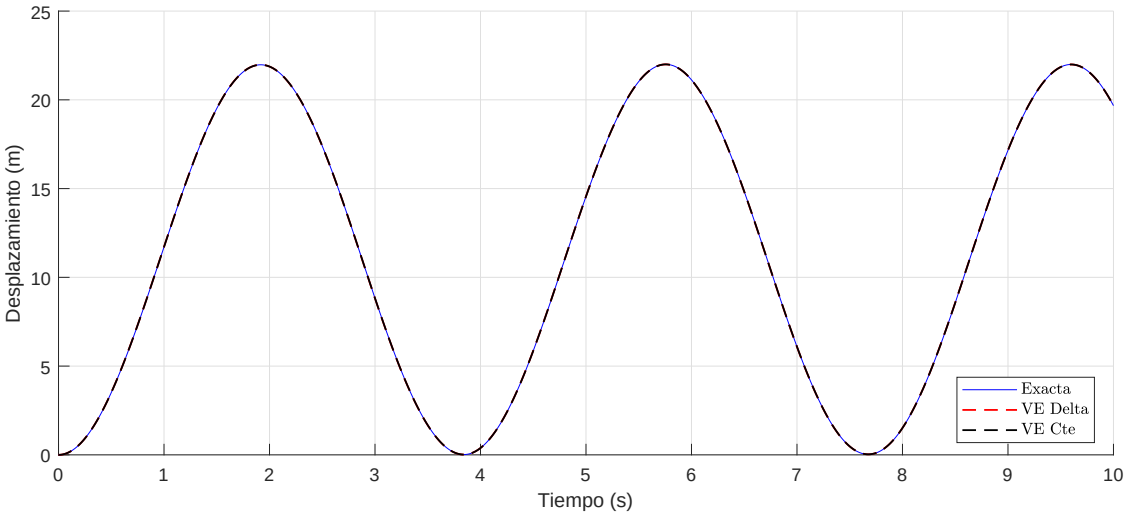
Con los valores anteriores se calculó la respuesta empleando la Ecuación 2.52 para la función Delta y la Ecuación 2.53 para la función constante. En la Figura 2.10 se puede observar la comparación de las respuestas obtenidas por los distintos métodos de solución. Se calcularon los errores relativos comparado con la norma 2 de la solución exacta, las comparativas son mostradas en la Figura 2.11.



(A) Desplazamiento nivel 1

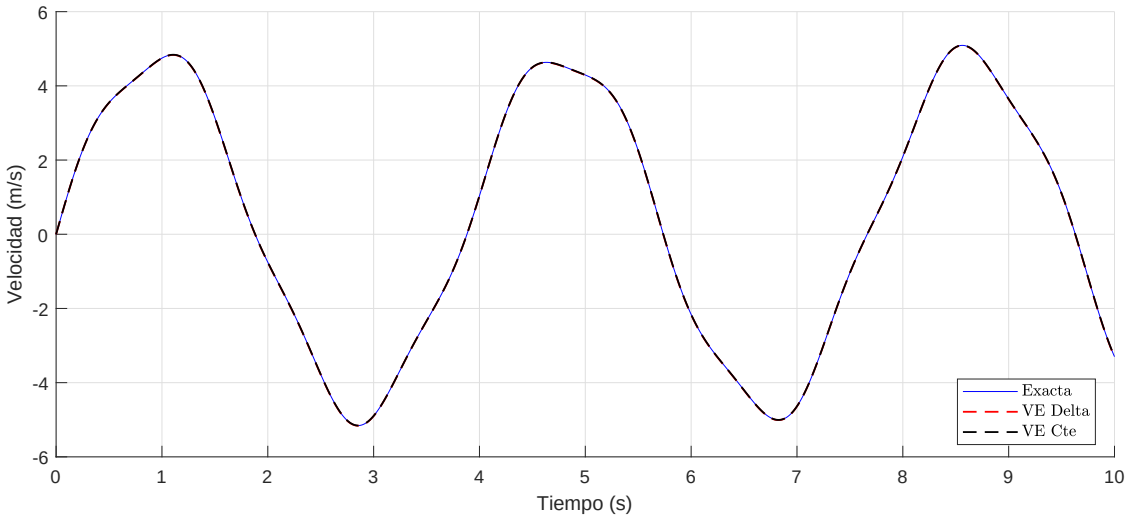


(B) Desplazamiento nivel 2

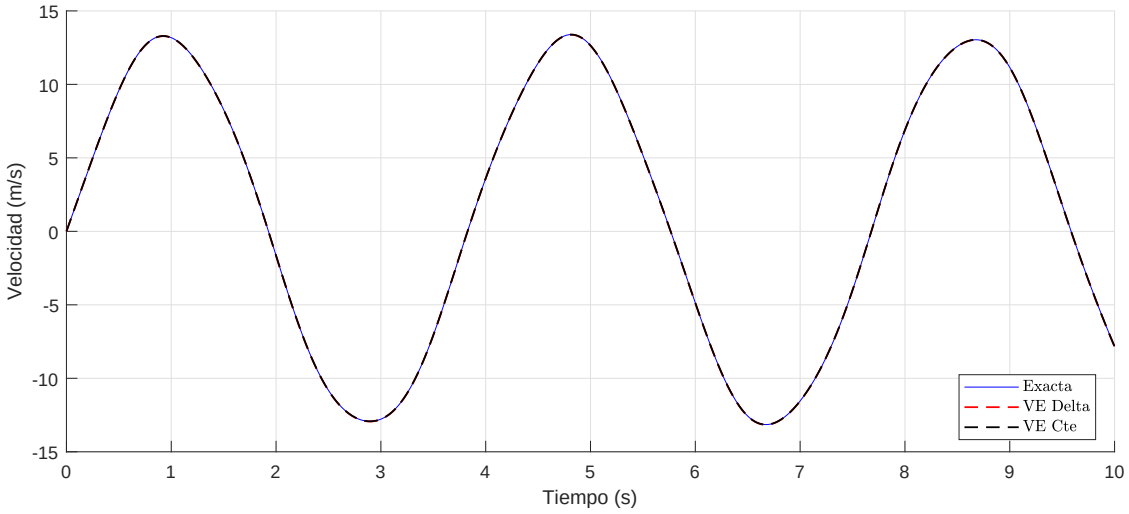


(C) Desplazamiento nivel 3

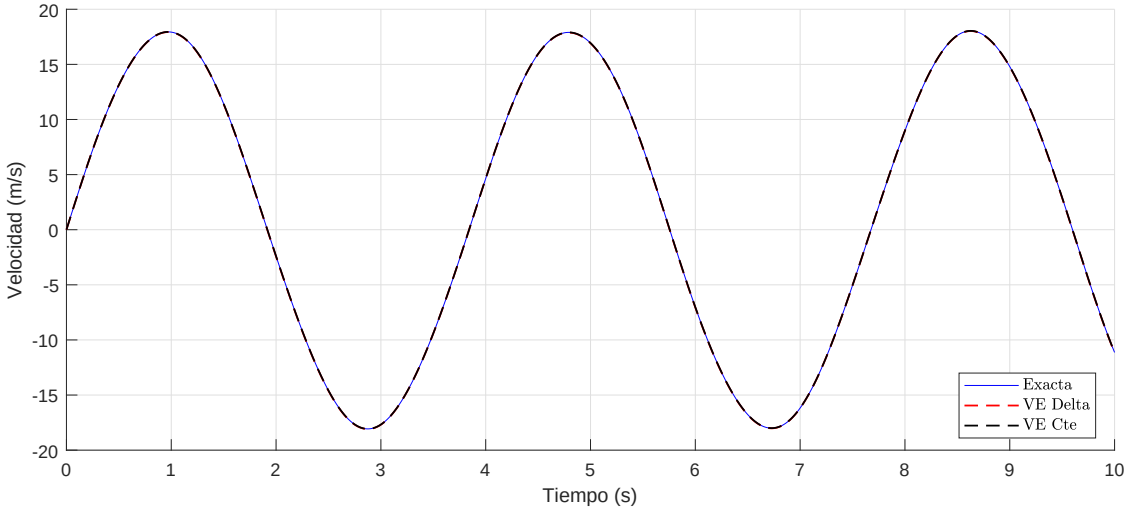
FIGURA 2.10: Respuestas obtenidas para el sistema de 3 grados de libertad



(D) Velocidad nivel 1

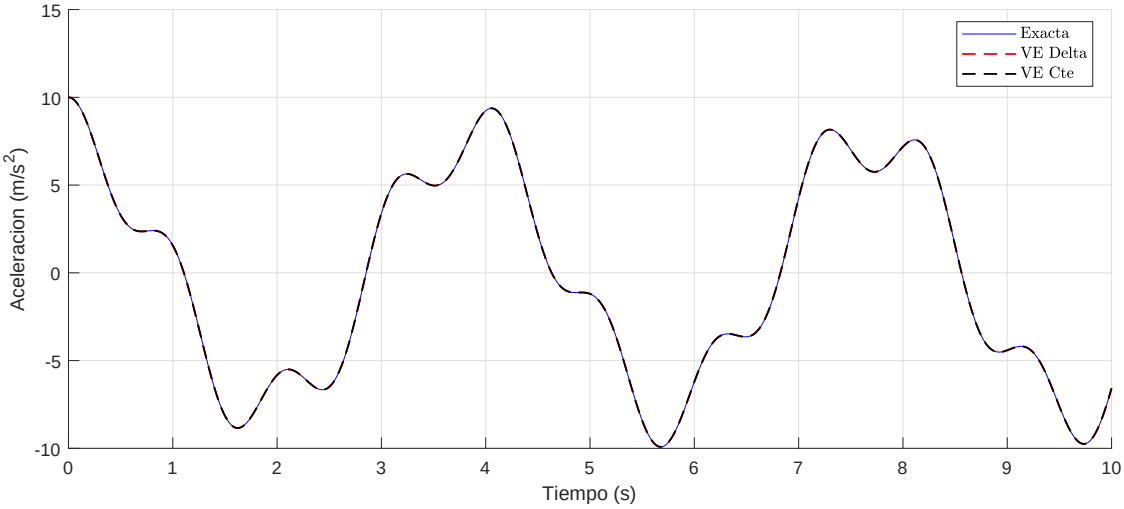


(E) Velocidad nivel 2

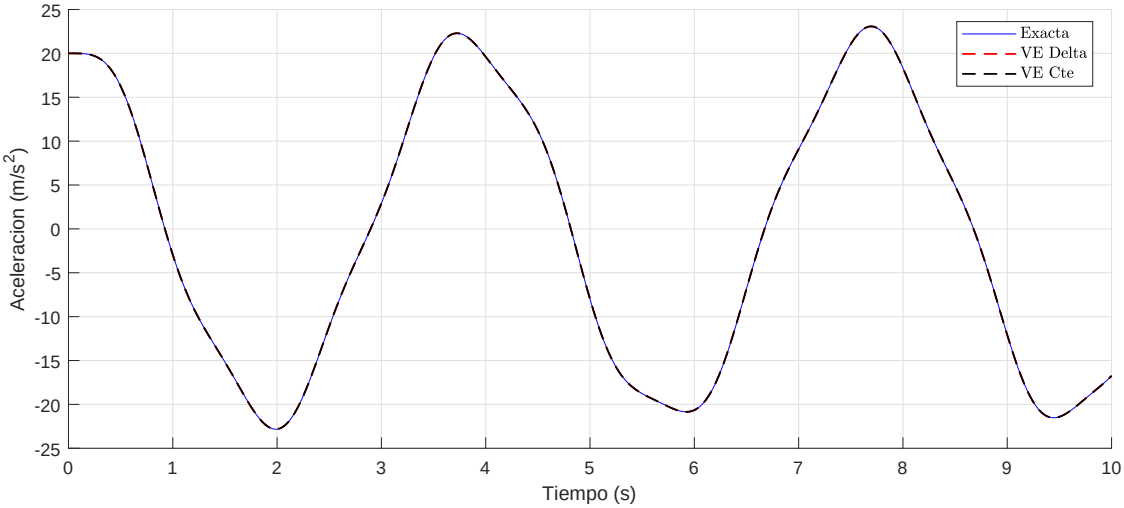


(F) Velocidad nivel 3

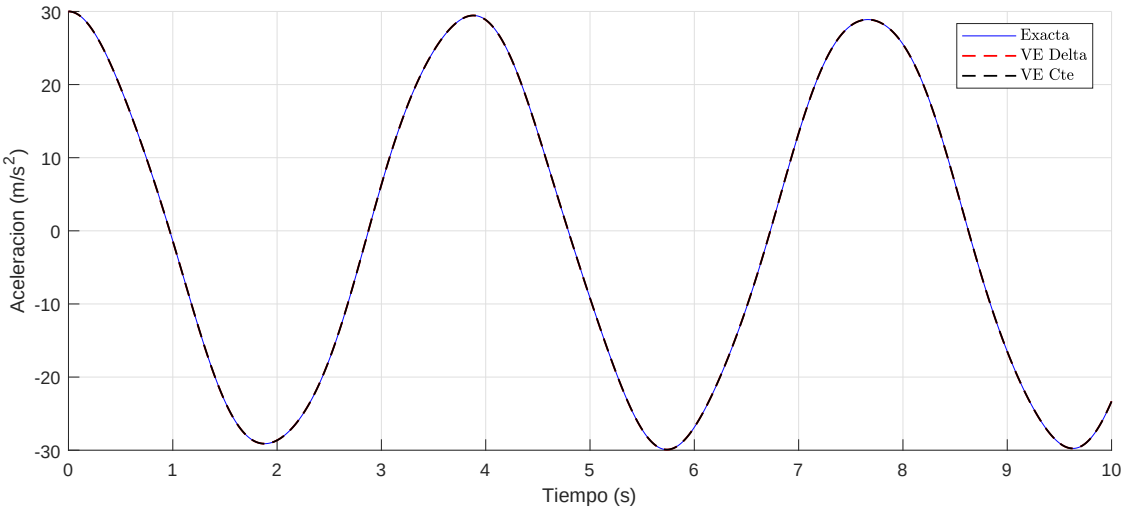
FIGURA 2.10: Respuestas obtenidas para el sistema de 3 grados de libertad (continuación)



(G) Aceleración nivel 1

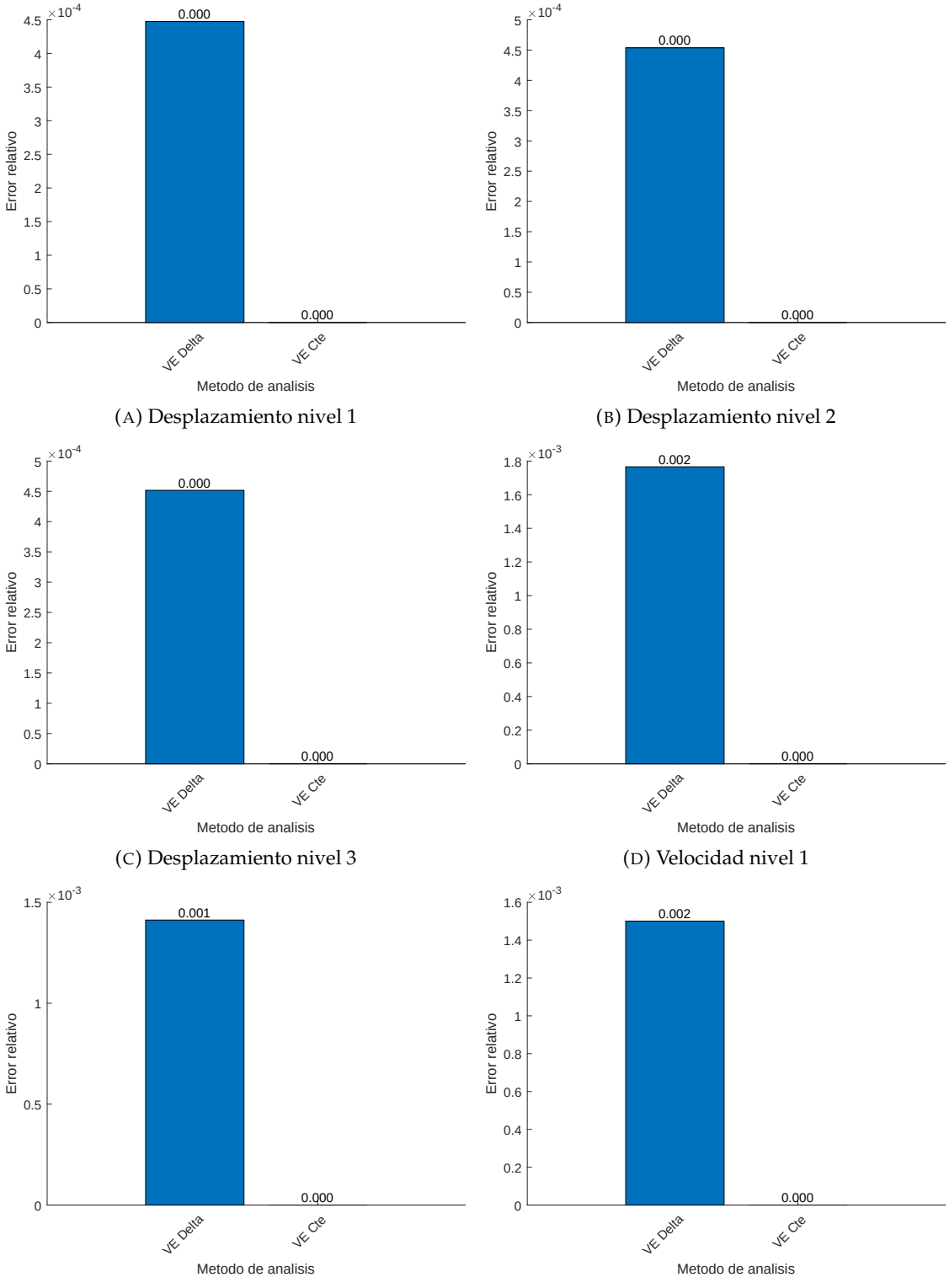


(H) Aceleración nivel 2



(I) Aceleración nivel 3

FIGURA 2.10: Respuestas obtenidas para el sistema de 3 grados de libertad (continuación)



(A) Desplazamiento nivel 1

(B) Desplazamiento nivel 2

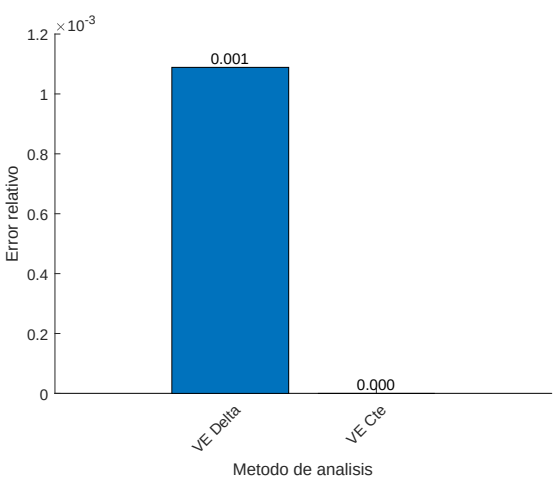
(C) Desplazamiento nivel 3

(D) Velocidad nivel 1

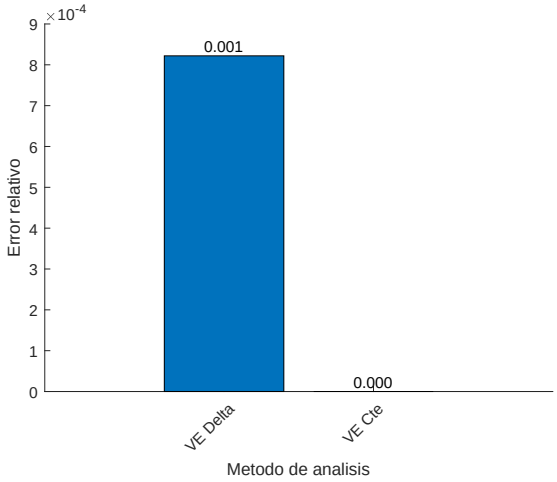
(E) Velocidad nivel 2

(F) Velocidad nivel 3

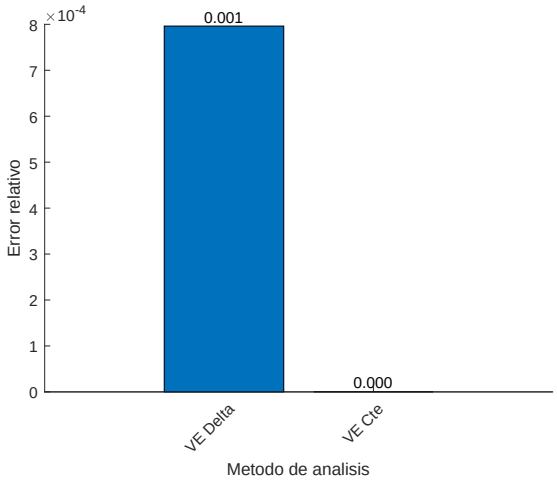
FIGURA 2.11: Errores relativos calculados para el sistema de 3 grados de libertad



(G) Aceleración nivel 1



(H) Aceleración nivel 2



(I) Aceleración nivel 3

FIGURA 2.11: Errores relativos calculados para el sistema de 3 grados de libertad (continuación)

En los resultados presentados se aprecia que para el tamaño de paso seleccionado las soluciones numéricas se acercan con una precisión muy buena a la solución exacta para el desplazamiento, velocidad y aceleración en todos los grados de libertad. Si se deseara comparar la eficiencia de los métodos sería conveniente reducir el tamaño de paso para verificar la sensibilidad a la precisión debido a que el problema tiene una resolución alta.

Fijando una tolerancia de aceptación de la solución numérica del 1 %, se observa que los errores obtenidos empleando cualquier método de los comparados se encuentran dentro de la tolerancia. A pesar de estar dentro de la tolerancia, emplear la función Delta produce un mayor error, a pesar de que se cuenta con una resolución grande. Resulta más apropiado emplear el método con la función constante para la solución del problema abordado.

Chimenea de 5 niveles

En esta sección se considera el ejemplo de aplicación 15.1 tomado de Chopra (2007), que refiere a una chimenea de concreto reforzado idealizada como un sistema de masas concentradas sin amortiguamiento como se muestra en la Figura 2.12, que está sometida a una fuerza $p(t) = 4\,448\,220\,\text{N}$ en la cima del fuste; la masa de la discretización es de $m = 3\,044\,288.1422\,\text{kg}$, $EI = 2.26 \times 10^{13}\,\text{N}\,\text{m}^2$ y $h = 36.576\,\text{m}$. El intervalo de tiempo a analizar es de $\Delta_t = 0.05\text{s}$

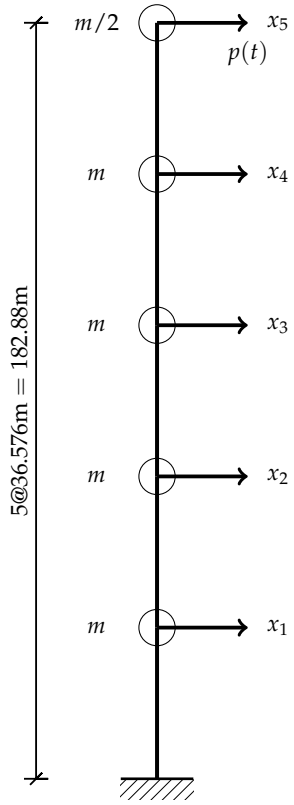


FIGURA 2.12: Chimenea de análisis

Los coeficientes de las matrices del sistema son

$$K = \frac{EI}{h^3}\begin{pmatrix} 18.83 & -11.9 & 4.773 & -1.193 & 0.1989 \\ -11.9 & 14.65 & -10.71 & 4.177 & -0.6961 \\ 4.773 & -10.71 & 14.06 & -9.514 & 2.586 \\ -1.193 & 4.177 & -9.514 & 9.878 & -3.646 \\ 0.1989 & -0.6961 & 2.586 & -3.646 & 1.608 \end{pmatrix}$$

$$M = m\begin{pmatrix} 1 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & 1 & & \\ & & & 1 & \\ & & & & 0.5 \end{pmatrix} \qquad F = 4448220\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Con los valores anteriores, se calculó la respuesta empleando los métodos de integración directa con la función Delta y la función constante. Así mismo, se determinó la solución analítica empleando el método de coeficientes indeterminados para comparar la solución numérica y determinar el error en los resultados. El cálculo de la solución analítica se presenta en el apéndice A, sección 2.A.5.

Para la solución numérica por el método de integración directa, sustituyendo los valores la matriz de estados **A** es

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \\ -2856.93 & 1805.50 & -724.17 & 181.00 & -30.18 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 1805.50 & -2222.73 & 1624.95 & -633.74 & 105.61 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ -724.17 & 1624.95 & -2133.22 & 1443.49 & -392.35 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 181.00 & -633.74 & 1443.49 & -1498.71 & 553.18 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ -60.36 & 211.23 & -784.71 & 1106.36 & -487.94 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \end{bmatrix}$$

La matriz de transición de estados asociada a **A**, considerando $\Delta t = 0.05\,\text{s}$ es

$$\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t} = \begin{bmatrix} -0.47 & 0.52 & 0.12 & -0.17 & 0.04 & 0.01 & 0.02 & -0.00 & -0.00 & 0.00 \\ 0.52 & 0.09 & 0.51 & 0.01 & -0.07 & 0.02 & 0.02 & 0.02 & -0.00 & -0.00 \\ 0.12 & 0.51 & 0.05 & 0.62 & -0.14 & -0.00 & 0.02 & 0.03 & 0.02 & -0.00 \\ -0.17 & 0.01 & 0.62 & 0.11 & 0.37 & -0.00 & -0.00 & 0.02 & 0.03 & 0.01 \\ 0.08 & -0.14 & -0.27 & 0.73 & 0.62 & 0.00 & -0.00 & -0.01 & 0.02 & 0.04 \\ -6.08 & -18.29 & 23.28 & -11.02 & 1.85 & -0.47 & 0.52 & 0.12 & -0.17 & 0.04 \\ -18.29 & 5.60 & -12.62 & 16.59 & -6.37 & 0.52 & 0.09 & 0.51 & 0.01 & -0.07 \\ 23.28 & -12.62 & 2.81 & -4.50 & 3.30 & 0.12 & 0.51 & 0.05 & 0.62 & -0.14 \\ -11.02 & 16.59 & -4.50 & -9.33 & 5.61 & -0.17 & 0.01 & 0.62 & 0.11 & 0.37 \\ 3.69 & -12.73 & 6.60 & 11.22 & -8.62 & 0.08 & -0.14 & -0.27 & 0.73 & 0.62 \end{bmatrix}$$

La inversa de la matriz de estados **A** es

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.00 & -0.01 & -0.01 & -0.01 & -0.01 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.01 & -0.02 & -0.03 & -0.04 & -0.03 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.01 & -0.03 & -0.06 & -0.08 & -0.06 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.01 & -0.04 & -0.08 & -0.13 & -0.09 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.01 & -0.05 & -0.11 & -0.18 & -0.13 \\ 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \end{bmatrix}$$

Sustituyendo los valores anteriores, la matriz que acompaña a la función Delta es

$$\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\Delta t =$$

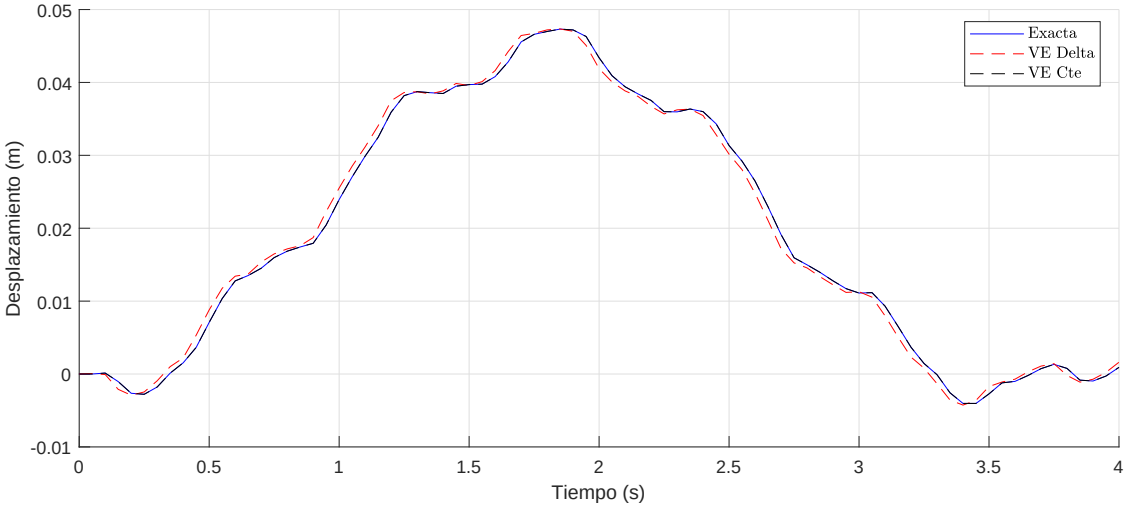
$$\begin{bmatrix}
-0.023 & 0.026 & 0.006 & -0.008 & 0.002 & 0.001 & 0.001 & -0.000 & -0.000 & 0.000 \\
0.026 & 0.004 & 0.025 & 0.001 & -0.003 & 0.001 & 0.001 & 0.001 & -0.000 & -0.000 \\
0.006 & 0.025 & 0.003 & 0.031 & -0.007 & -0.000 & 0.001 & 0.001 & 0.001 & -0.000 \\
-0.008 & 0.001 & 0.031 & 0.006 & 0.018 & -0.000 & -0.000 & 0.001 & 0.001 & 0.000 \\
0.004 & -0.007 & -0.014 & 0.037 & 0.031 & 0.000 & -0.000 & -0.000 & 0.001 & 0.002 \\
-0.304 & -0.915 & 1.164 & -0.551 & 0.092 & -0.023 & 0.026 & 0.006 & -0.008 & 0.002 \\
-0.915 & 0.280 & -0.631 & 0.829 & -0.318 & 0.026 & 0.004 & 0.025 & 0.001 & -0.003 \\
1.164 & -0.631 & 0.141 & -0.225 & 0.165 & 0.006 & 0.025 & 0.003 & 0.031 & -0.007 \\
-0.551 & 0.829 & -0.225 & -0.466 & 0.280 & -0.008 & 0.001 & 0.031 & 0.006 & 0.018 \\
0.185 & -0.637 & 0.330 & 0.561 & -0.431 & 0.004 & -0.007 & -0.014 & 0.037 & 0.031
\end{bmatrix}$$

De manera similar, la matriz que acompaña a la función constante es

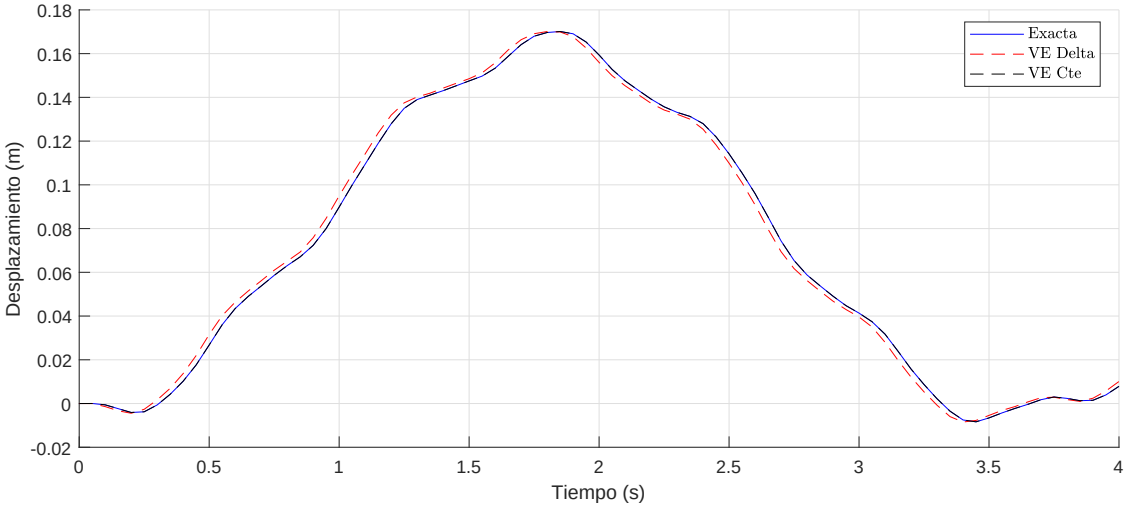
$$\mathbf{A}^{-1}\left(\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t} - \mathbf{I}\right) =$$

$$\begin{bmatrix}
0.014 & 0.018 & -0.003 & -0.001 & 0.000 & 0.001 & 0.000 & -0.000 & 0.000 & 0.000 \\
0.018 & 0.025 & 0.016 & -0.004 & -0.000 & 0.000 & 0.001 & 0.000 & -0.000 & 0.000 \\
-0.003 & 0.016 & 0.025 & 0.017 & -0.004 & -0.000 & 0.000 & 0.001 & 0.000 & -0.000 \\
-0.001 & -0.004 & 0.017 & 0.030 & 0.008 & 0.000 & -0.000 & 0.000 & 0.001 & 0.000 \\
0.001 & -0.000 & -0.008 & 0.016 & 0.042 & 0.000 & 0.000 & -0.000 & 0.000 & 0.001 \\
-1.465 & 0.520 & 0.120 & -0.167 & 0.039 & 0.014 & 0.018 & -0.003 & -0.001 & 0.000 \\
0.520 & -0.911 & 0.508 & 0.013 & -0.068 & 0.018 & 0.025 & 0.016 & -0.004 & -0.000 \\
0.120 & 0.508 & -0.946 & 0.615 & -0.136 & -0.003 & 0.016 & 0.025 & 0.017 & -0.004 \\
-0.167 & 0.013 & 0.615 & -0.888 & 0.365 & -0.001 & -0.004 & 0.017 & 0.030 & 0.008 \\
0.079 & -0.137 & -0.273 & 0.730 & -0.381 & 0.001 & -0.000 & -0.008 & 0.016 & 0.042
\end{bmatrix}$$

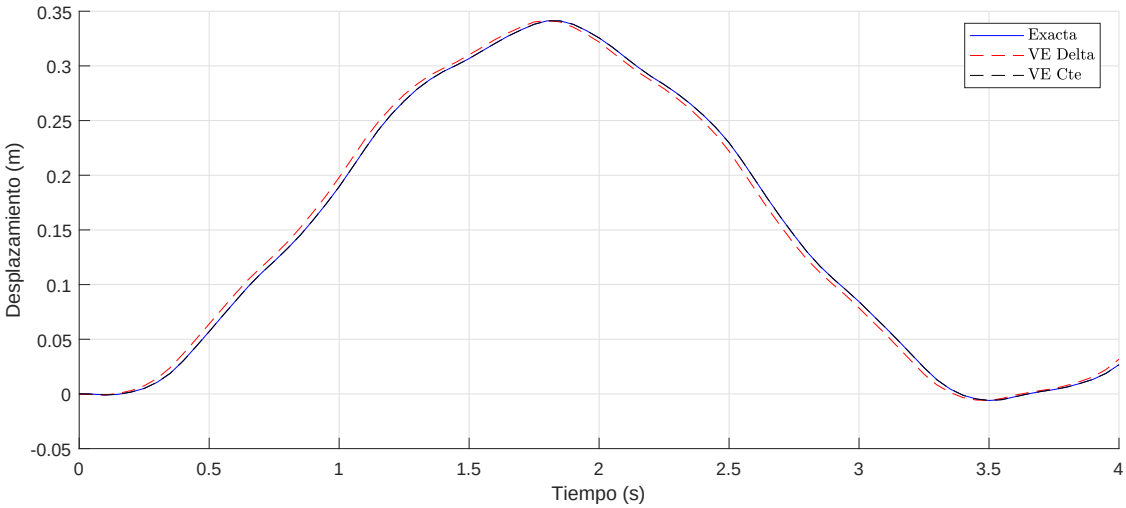
Con los valores anteriores se calculó la respuesta empleando la Ecuación 2.52 para la función Delta y la Ecuación 2.53 para la función constante. La solución analítica de la respuesta está definida por la Ecuación 2.141. En la Figura 2.13 se puede observar la comparación de las respuestas obtenidas por los distintos métodos de solución. Y en la Figura 2.14 se puede observar el error relativo comparado con la norma 2 de la solución exacta.



(A) Desplazamiento nivel 1

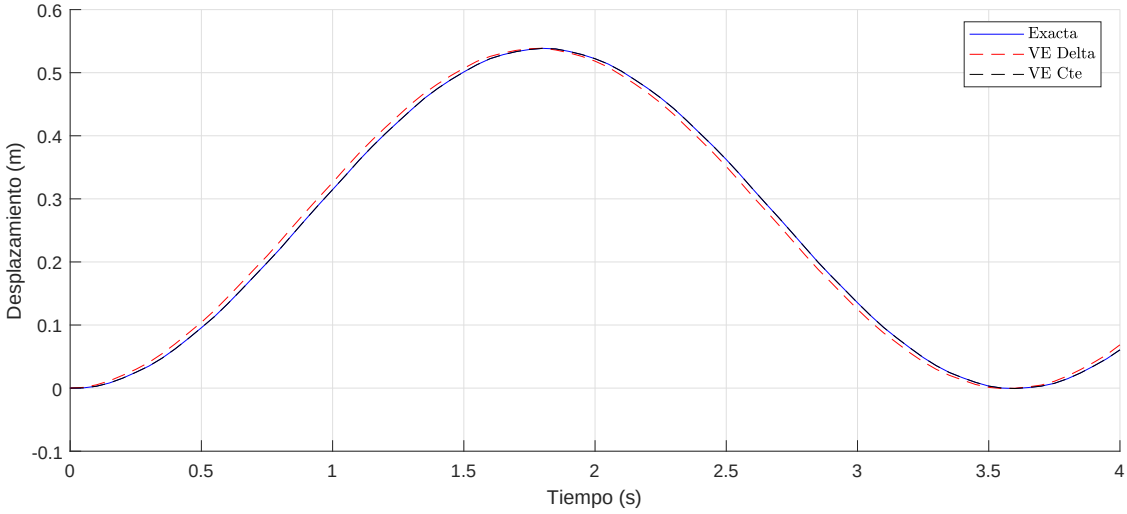


(B) Desplazamiento nivel 2

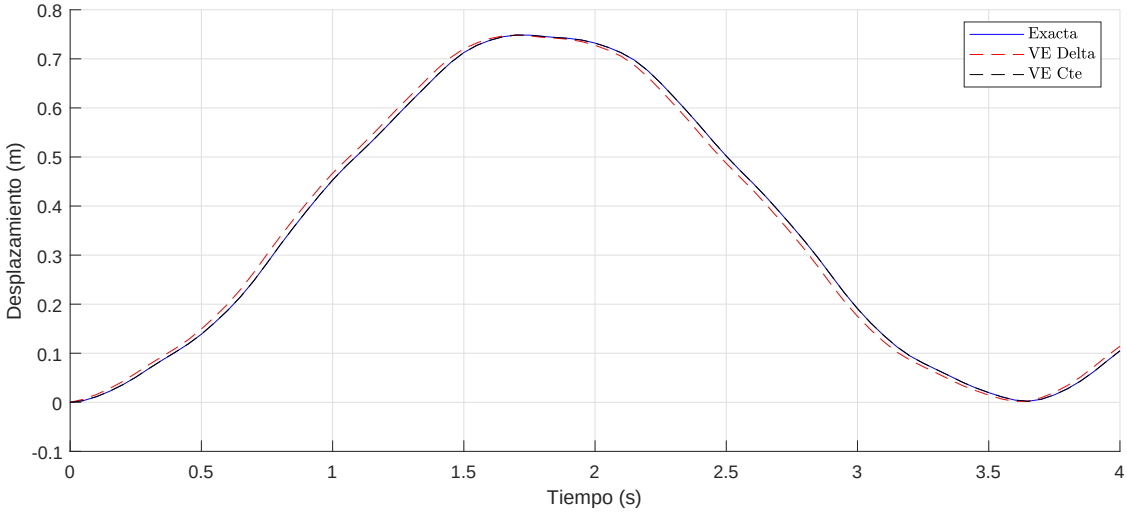


(C) Desplazamiento nivel 3

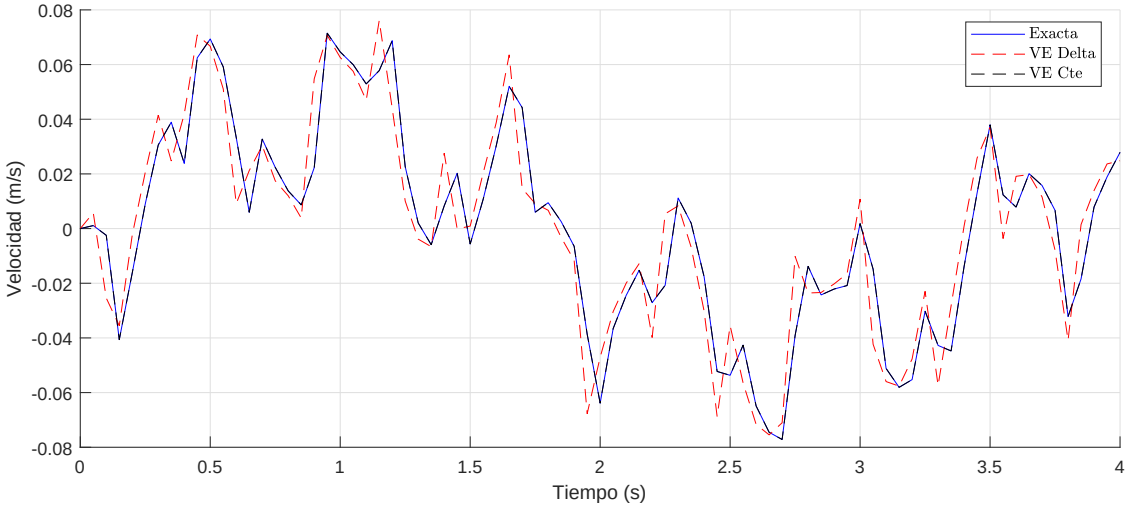
FIGURA 2.13: Respuestas obtenidas para la chimenea de cinco niveles



(D) Desplazamiento nivel 4

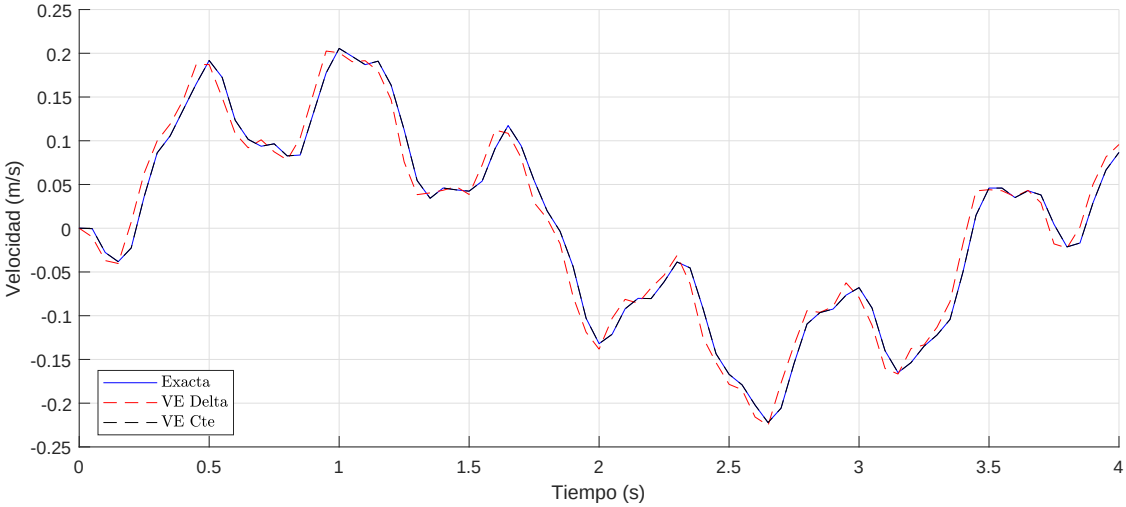


(E) Desplazamiento nivel 5

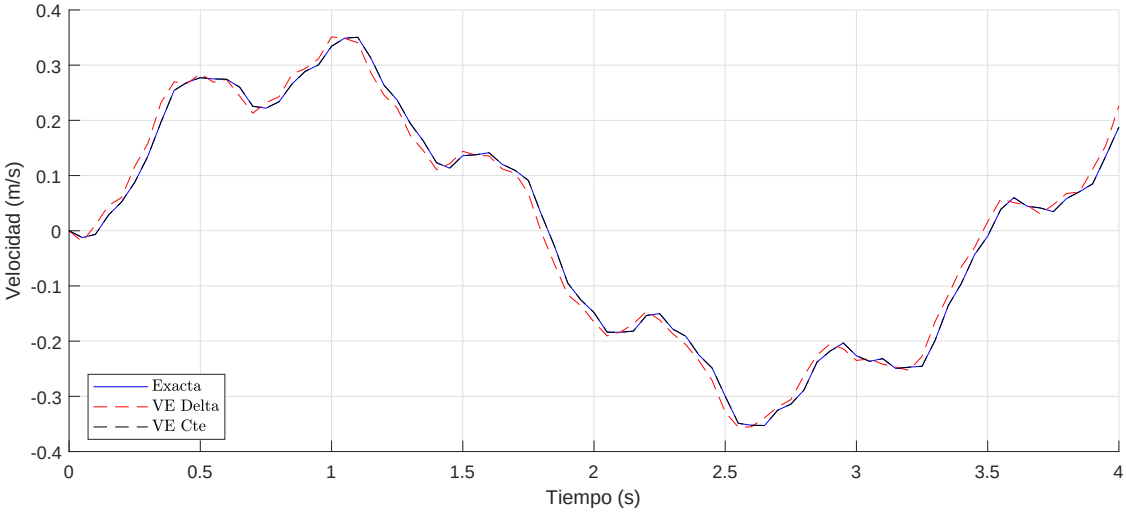


(F) Velocidad nivel 1

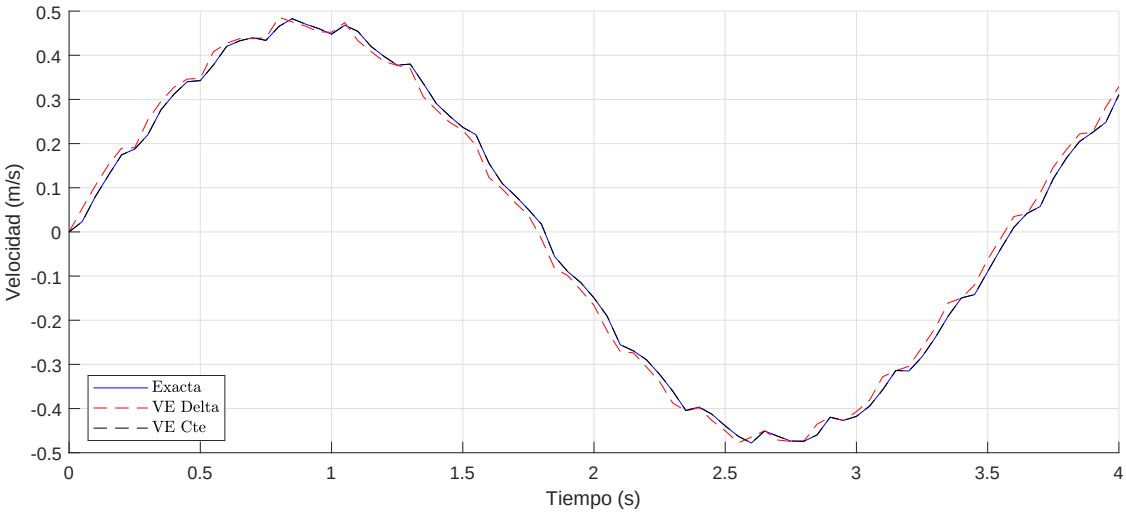
FIGURA 2.13: Respuestas obtenidas para la chimenea de cinco niveles (continuación)



(G) Velocidad nivel 2

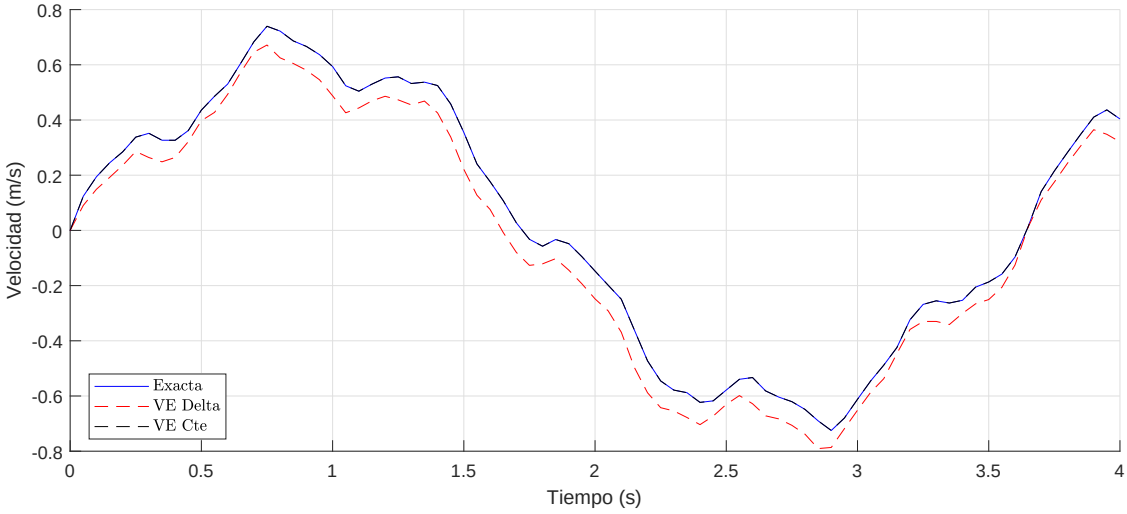


(H) Velocidad nivel 3

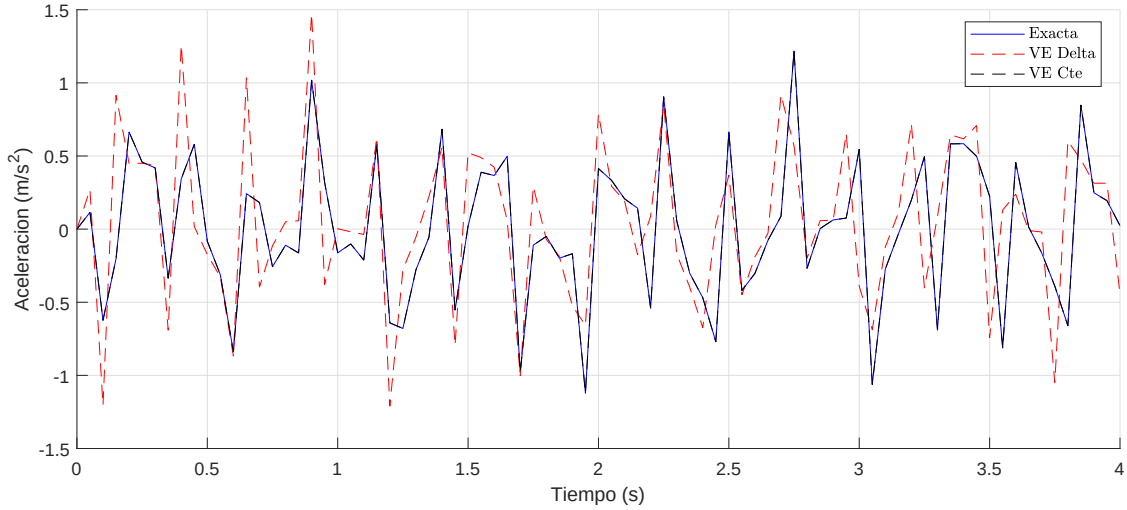


(I) Velocidad nivel 4

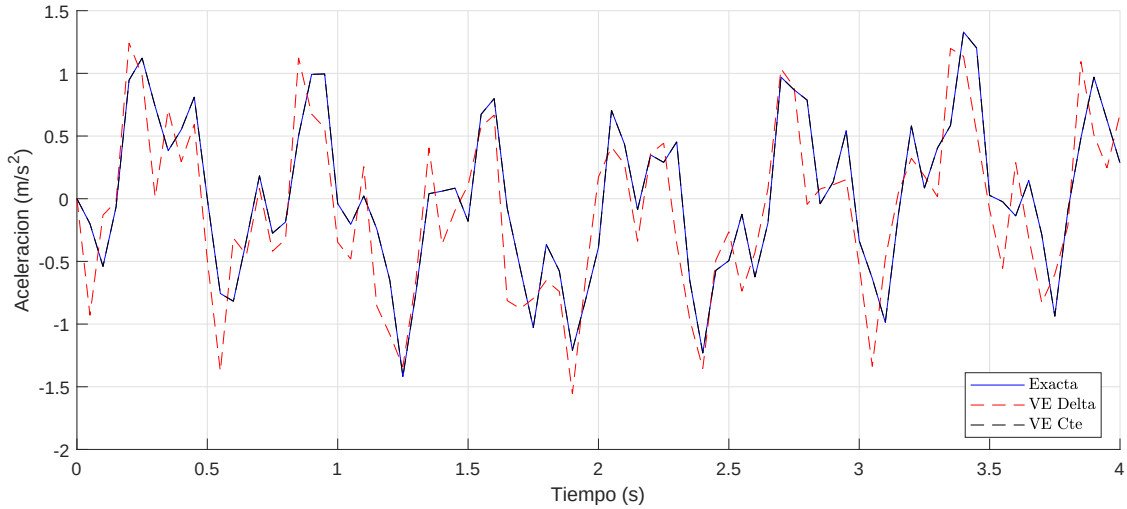
FIGURA 2.13: Respuestas obtenidas para la chimenea de cinco niveles (continuación)



(J) Velocidad nivel 5

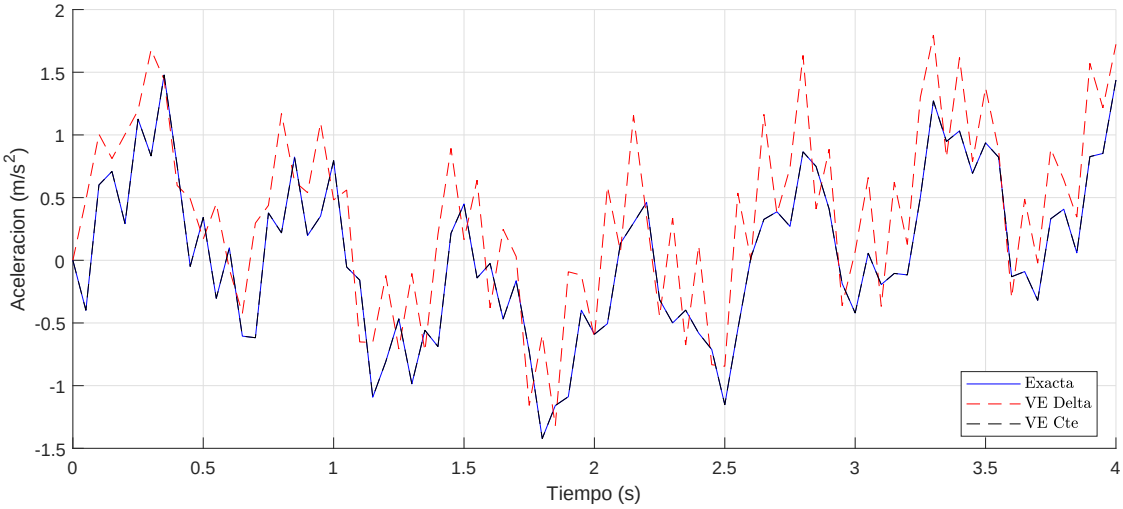


(K) Aceleración nivel 1

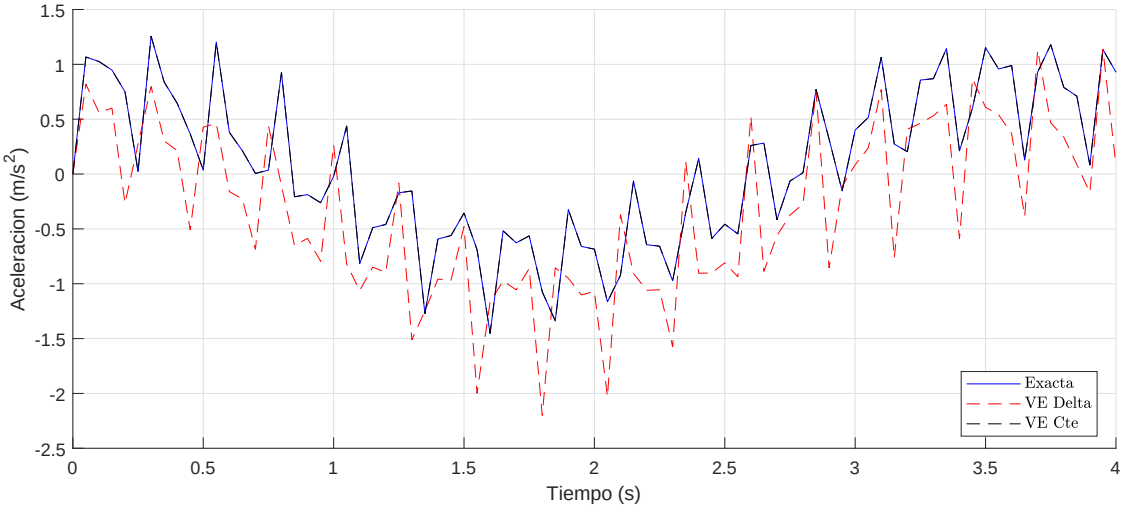


(L) Aceleración nivel 2

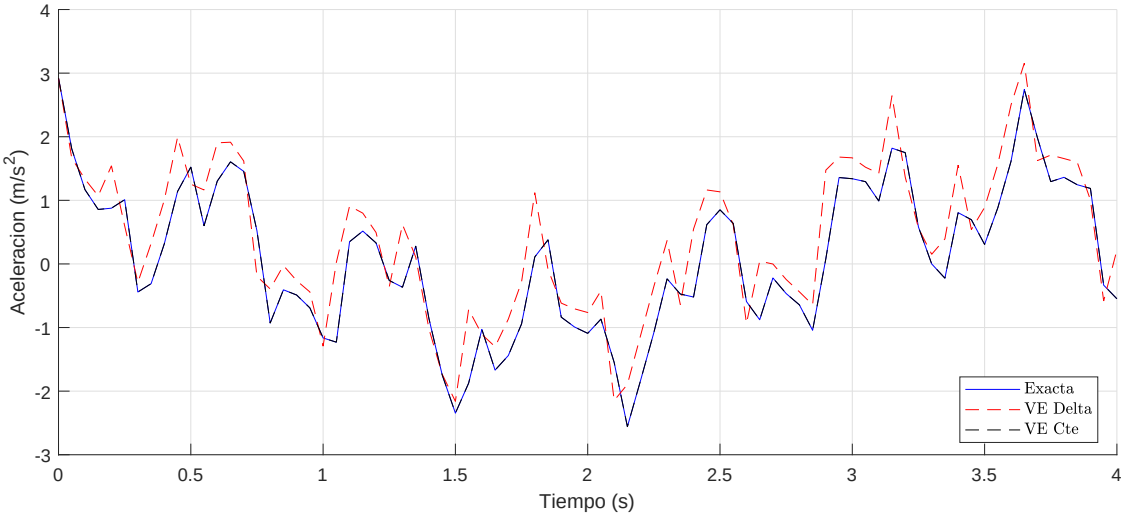
FIGURA 2.13: Respuestas obtenidas para la chimenea de cinco niveles (continuación)



(M) Aceleración nivel 3

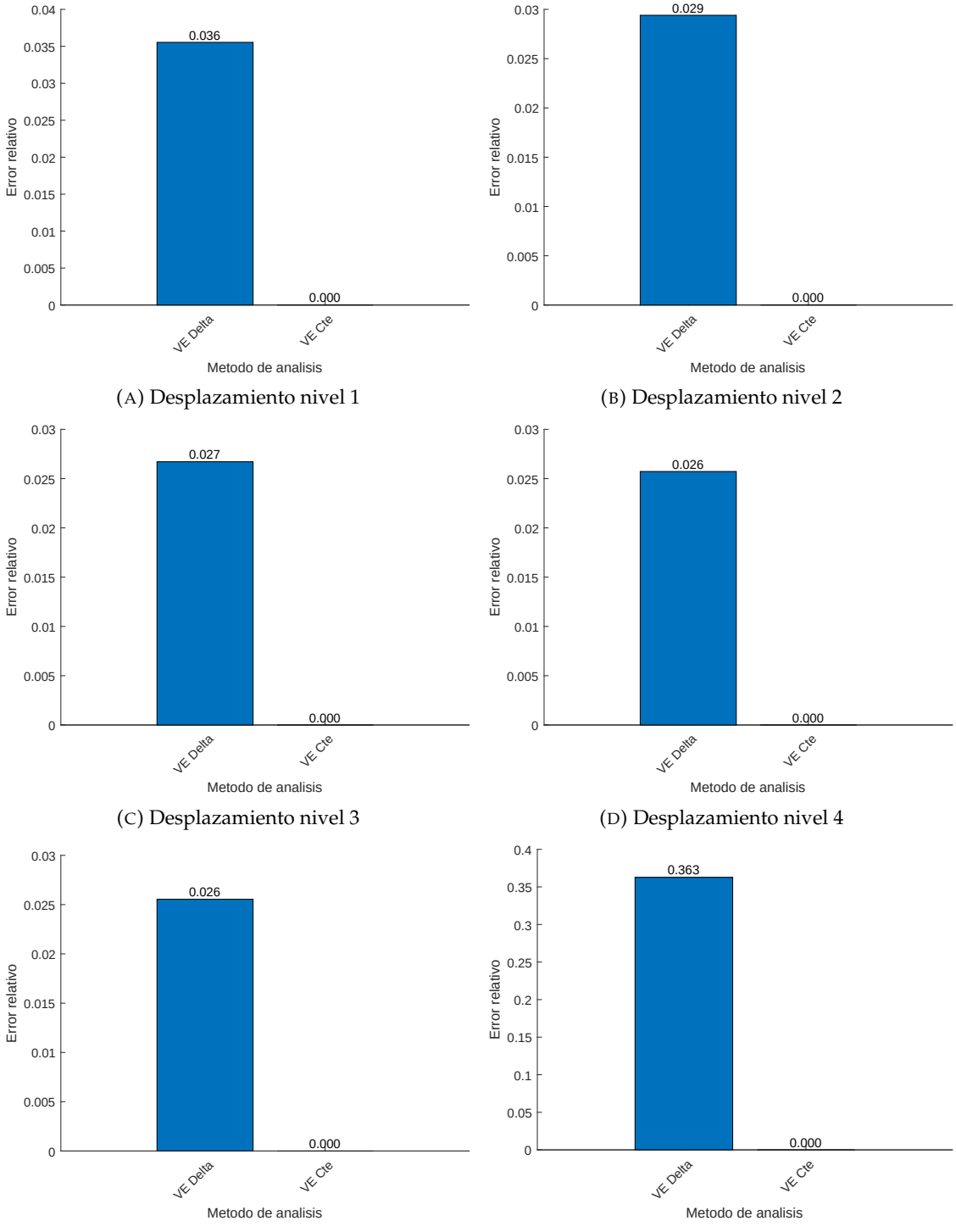


(N) Aceleración nivel 4



(Ñ) Aceleración nivel 5

FIGURA 2.13: Respuestas obtenidas para la chimenea de cinco niveles (continuación)



(A) Desplazamiento nivel 1

(B) Desplazamiento nivel 2

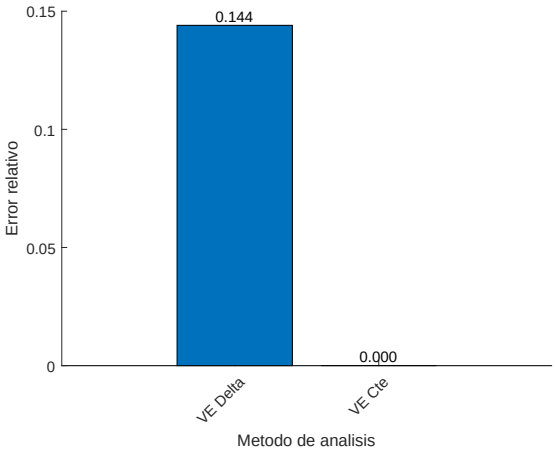
(C) Desplazamiento nivel 3

(D) Desplazamiento nivel 4

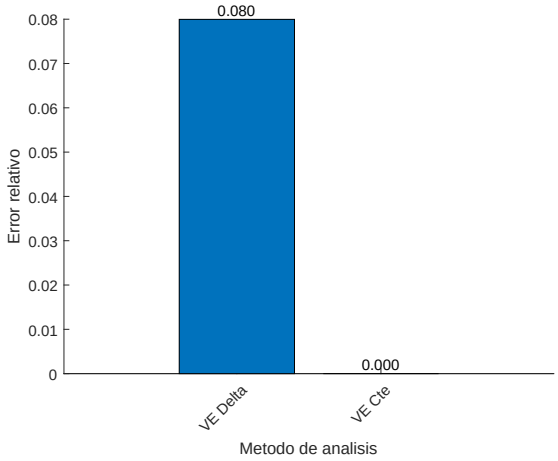
(E) Desplazamiento nivel 5

(F) Velocidad nivel 1

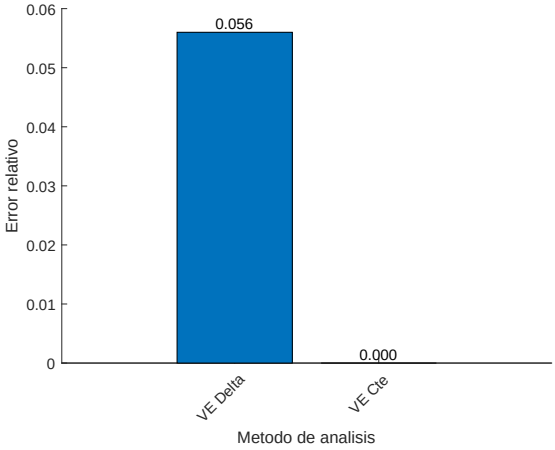
FIGURA 2.14: Errores relativos para la chimenea de 5 niveles



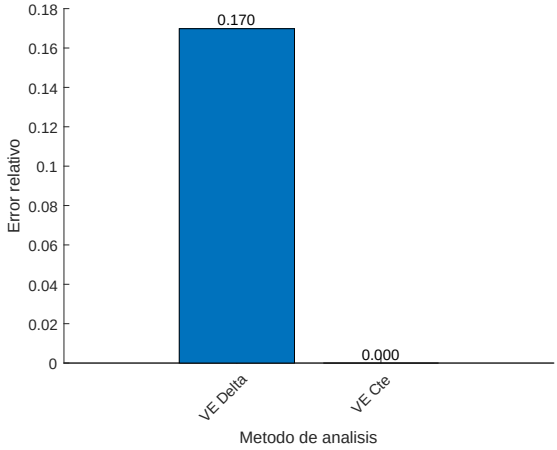
(G) Velocidad nivel 2



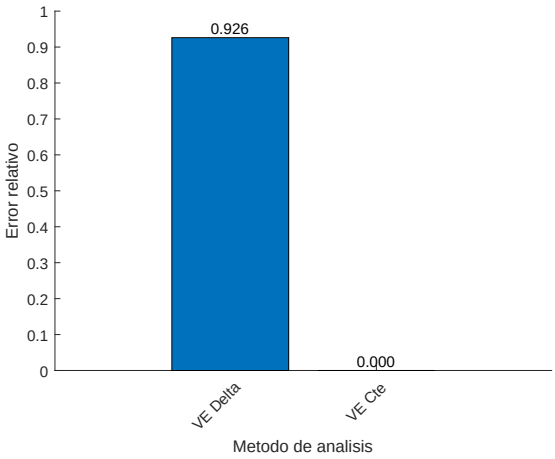
(H) Velocidad nivel 3



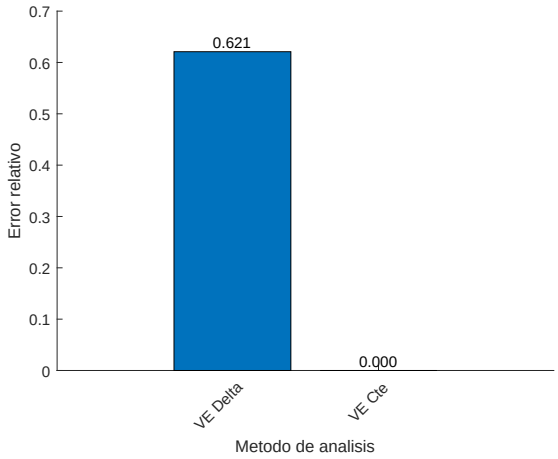
(I) Velocidad nivel 4



(J) Velocidad nivel 5

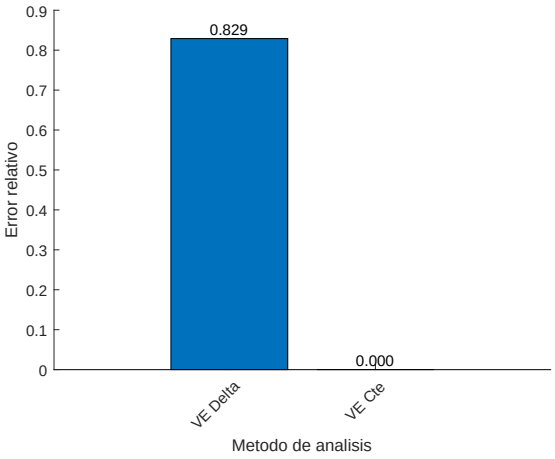


(K) Aceleración nivel 1

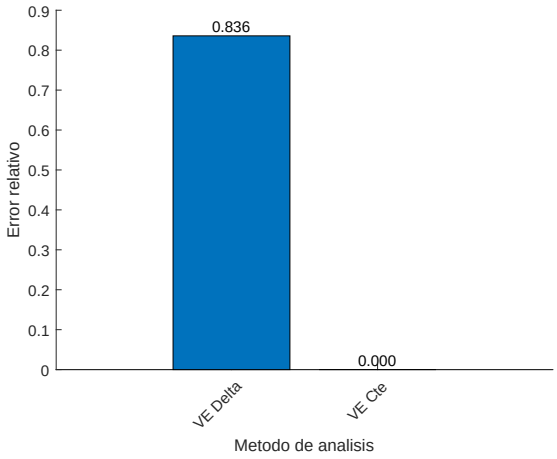


(L) Aceleración nivel 2

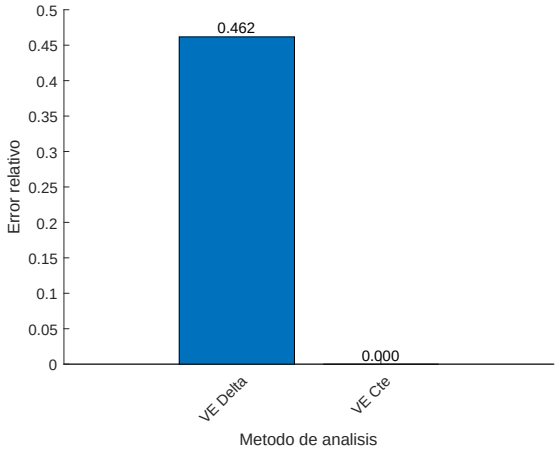
FIGURA 2.14: Errores relativos para la chimenea de 5 niveles (continuación)



(M) Aceleración nivel 3



(N) Aceleración nivel 4



(Ñ) Aceleración nivel 5

FIGURA 2.14: Errores relativos para la chimenea de 5 niveles (continuación)

En los resultados presentados se observa que el método con función constante se asemeja a la solución analítica de la respuesta en todos los niveles de la chimenea. El método con función Delta presenta diferencias de amplitud y de fase respecto a la solución analítica, las cuales están presentes en todas las respuestas y comienzan siendo pequeñas en los desplazamientos, se incrementan en las velocidades y llegan a ser notables en las aceleraciones, donde en algunos niveles la respuesta llega a ser completamente distinta a la obtenida de forma analítica.

Fijando una tolerancia para la aceptación de la solución numérica del 1 %, los resultados obtenidos con la función constante se encuentran dentro de la tolerancia para todos los desplazamientos, velocidades y aceleraciones, sin embargo, para la función Delta, todas las respuestas obtenidas están fuera de la tolerancia por lo que la respuesta determinada no representa el comportamiento de la chimenea. Una de las estrategias para lograr que los resultados sean satisfactorios es incrementar la resolución al problema. Para este problema, la mejor solución numérica obtenida se logra empleando el método de integración directa con función Delta.

2.6. Análisis dinámico paso a paso

En esta sección se presenta la aplicación de los métodos de integración de la ecuación de equilibrio dinámico considerando que la excitación proviene de un registro sísmico. Es de manera general una extensión de los métodos presentados aplicados al área de ingeniería sísmica.

La respuesta dinámica de una estructura sometida a una acción sísmica puede calcularse sustituyendo la función de fuerzas con el producto de la masa por la aceleración del terreno.

$$\mathbf{F}_e(t) = -ma(t) \tag{2.55}$$

En consecuencia la ecuación de movimiento se convierte en

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = -ma(t) \tag{2.56}$$

Para un sistema de n grados de libertad, la ecuación de movimiento es

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{X}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{a}(t) \tag{2.57}$$

donde $\mathbf{a}(t)$ es un vector columna que contiene los valores de aceleración, dependiendo de la dirección del grado de libertad asociado con la masa. La mayor parte del tiempo, solo la componente de desplazamiento horizontal es considerada por los ingenieros estructuristas. En consecuencia, para un análisis en dos dimensiones de la estructura, le corresponde sólo una componente del acelerograma. Sin embargo, para una estructura tridimensional, son posibles seis componentes de la aceleración, las cuales incluyen $a_x(t)$, $a_y(t)$, $a_z(t)$, $a_r(t)$, $a_s(t)$ y $a_t(t)$, donde x, y y z significan desplazamientos en las direcciones x, y y z respectivamente, y r, s y t significan rotaciones en las direcciones x, y y z respectivamente.

En el instante que ocurre un sismo, la estructura normalmente se supone que está en reposo. Por lo tanto, las condiciones iniciales son

$$\mathbf{X}(0) = \mathbf{X}_0 = \mathbf{0}, \quad \dot{\mathbf{X}}(0) = \dot{\mathbf{X}}_0 = 0 \tag{2.58}$$

2.6.1. Respuesta con variable estado

Para el análisis de la respuesta en el tiempo de una estructura se parte de la formulación mostrada para los sistemas de uno y múltiples grados de libertad. Para este análisis en particular, se reemplazan las fuerzas externas aplicadas al sistema por la masa multiplicada por la aceleración, es decir

$$\mathbf{F}_e(t) = -\mathbf{M}\mathbf{a}(t) \tag{2.59}$$

Para un sistema de n grados de libertad, la respuesta está dada por

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{e}^{\mathbf{A}(t-t_0)}\mathbf{z}(t) = \mathbf{e}^{\mathbf{A}(t-t_0)} + \mathbf{e}^{\mathbf{A}t}\int_{t_0}^{t}\mathbf{e}^{-\mathbf{A}s}\mathbf{F}(s)ds \tag{2.60}$$

donde

$$\mathbf{z}(t) = \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{X}(t) \\ \dot{\mathbf{X}}(t) \end{array} \right\}, \quad \mathbf{A} = \left[\begin{array}{cc} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{array} \right], \quad \mathbf{F}(t) = \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{0} \\ -\mathbf{a}(t) \end{array} \right\}$$

Usando el método de integración directa, suponiendo que la condición inicial de la estructura es el reposo y definiendo

$$\mathbf{F}_k = \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{0} \\ -\mathbf{a}_k \end{array} \right\} = \left(\begin{array}{cccccc} \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v \\ \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v \\ \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v \\ \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v \\ \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v \\ \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v \\ \hline -\mathbf{1}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v \\ \mathbf{0}_v & -\mathbf{1}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v \\ \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & -\mathbf{1}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v \\ \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & -\mathbf{1}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v \\ \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & -\mathbf{1}_v & \mathbf{0}_v \\ \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & \mathbf{0}_v & -\mathbf{1}_v \end{array} \right) \left\{ \begin{array}{c} a_x \\ a_y \\ a_z \\ a_r \\ a_s \\ a_t \end{array} \right\}_k = \mathbf{H}\mathbf{a}_k \tag{2.61}$$

donde $\mathbf{0}_v$ es un vector columna que contiene ceros en todas las entradas y $-\mathbf{1}_v$, es un vector columna con -1 en todas las entradas. Las primeras seis filas de $\mathbf{H}$ representan los desplazamientos en el orden $\mathbf{X}_{xk}$, $\mathbf{X}_{yk}$, $\mathbf{X}_{zk}$, $\mathbf{X}_{rk}$, $\mathbf{X}_{sk}$, y $\mathbf{X}_{tk}$, y las seis últimas filas lo relacionado a la velocidad en el orden $\dot{\mathbf{X}}_{xk}$, $\mathbf{X}_{yk}$, $\dot{\mathbf{X}}_{zk}$, $\dot{\mathbf{X}}_{rk}$, $\dot{\mathbf{X}}_{sk}$, y $\dot{\mathbf{X}}_{tk}$. Empleando la función de fuerzas Delta, la ecuación de movimiento en variable estado es

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{z}_k + \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta\mathbf{t}}\mathbf{H}\Delta t\mathbf{a}_k \tag{2.62}$$

El algoritmo de solución empleando el método de variable estado con función Delta se presenta en la Tabla 2.7

TABLA 2.7: Solución paso a paso de la integración directa de variable estado con la función Delta para registros sísmicos

A		Cálculos iniciales
	1	Introducir las matrices de masa $\mathbf{M}$, amortiguamiento $\mathbf{C}$ y rigidez $\mathbf{K}$
	2	Cargar el registro sísmico con $\mathbf{t}_k$ y $\mathbf{a}_k$
	3	Formar el vector de fuerzas asociados a cada grado de libertad multiplicando por su respectiva componente $\mathbf{Ha}_k$
	4	Formar la matriz de estados $\mathbf{A}$ con la Ecuación 2.49
	5	Calcular la aceleración inicial de la ecuación de movimiento $\ddot{\mathbf{X}}_0 = \mathbf{M^{-1}}(\mathbf{F}_e(0) - \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}_0 - \mathbf{K}\mathbf{X}_0)$
	6	Formar la matriz de transición de estados $\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}$ con la Ecuación 2.14
B		Para cada paso de tiempo
	1	Calcular los estados en el instante $k+1$ con $\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{z}_k + \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta\mathbf{t}}\mathbf{H}\Delta t\mathbf{a}_k$
	2	Calcular las aceleraciones en el instante $k+1$ con $\ddot{\mathbf{X}}_{k+1} = \mathbf{M^{-1}}(\mathbf{F}_e(k+1) - \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}_{k+1} - \mathbf{K}\mathbf{X}_{k+1})$

De manera similar, empleando la función de fuerzas constantes, la ecuación de movimiento en variable estado es

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{z}_k + \mathbf{A}^{-1}\left(\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t} - \mathbf{I}\right)\mathbf{H}\mathbf{a}_k \tag{2.63}$$

El algoritmo de solución empleando el método de variable estado con función constante se presenta en la Tabla 2.8

TABLA 2.8: Solución paso a paso de la integración directa de variable estado con la función constante para registros sísmicos

A		Cálculos iniciales
	1	Introducir las matrices de masa $\mathbf{M}$, amortiguamiento $\mathbf{C}$ y rigidez $\mathbf{K}$
	2	Cargar el registro sísmico con $\mathbf{t}_k$ y $\mathbf{a}_k$
	3	Formar el vector de fuerzas asociados a cada grado de libertad multiplicando por su respectiva componente $\mathbf{Ha}_k$
	4	Formar la matriz de estados $\mathbf{A}$ con la Ecuación 2.49
	5	Calcular la aceleración inicial de la ecuación de movimiento $\ddot{\mathbf{X}}_0 = \mathbf{M^{-1}}(\mathbf{F}_e(0) - \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}_0 - \mathbf{K}\mathbf{X}_0)$
	6	Formar la matriz de transición de estados $\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}$ con la Ecuación 2.14
B		Para cada paso de tiempo
	1	Calcular los estados en el instante $k+1$ con $\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{z}_k + \mathbf{A}^{-1}\left(\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t} - \mathbf{I}\right)\mathbf{H}\mathbf{a}_k$
	2	Calcular las aceleraciones en el instante $k+1$ con $\ddot{\mathbf{X}}_{k+1} = \mathbf{M^{-1}}(\mathbf{F}_e(k+1) - \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}_{k+1} - \mathbf{K}\mathbf{X}_{k+1})$

2.6.2. Solución de la ecuación de movimiento sin sistemas de control

A partir de esta sección, se realizan análisis dinámicos paso a paso en el dominio del tiempo, utilizando la componente N90E del registro sísmico de la estación SCT-1 (19 de

septiembre de 1985), con una duración de 183.51 s, un intervalo de muestreo de 0.01 s y una aceleración pico de 161.63 cm s^{-2}. La componente N90E del registro sísmico de la estación SCT-1 es presentada en la Figura 2.15.

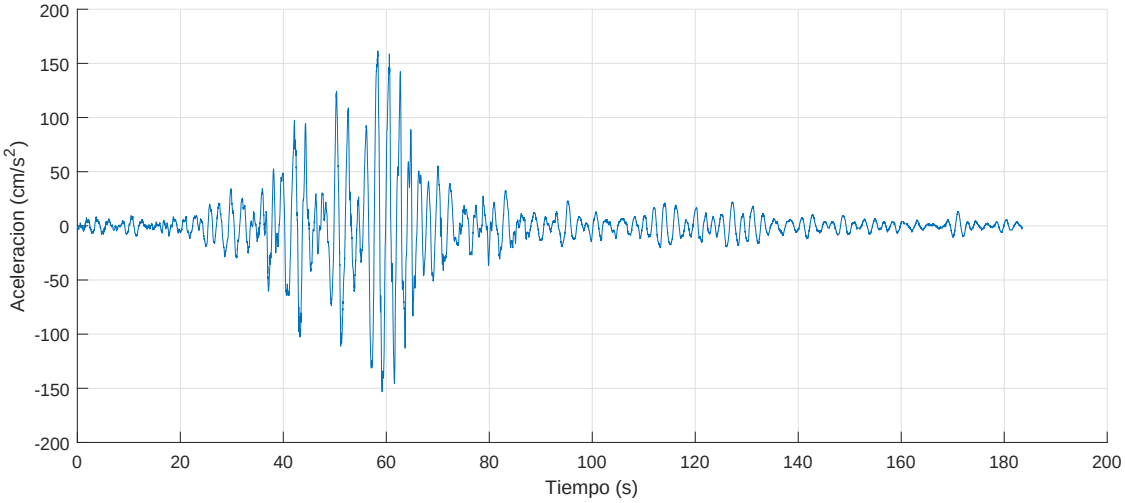


FIGURA 2.15: Acelerograma del sismo del 19 de septiembre de 1985 en la estación SCT-1

Dado que el registro sísmico se encuentra a 0.01s, el tamaño de paso de integración a emplear es de $\Delta t = 0.01$s

Sistema de un grado de libertad

Se presenta el ejemplo 1 mostrado en el capítulo 6.7 (Hart y Wong, 2000). El problema consiste en un sistema de un grado de libertad, como el mostrado en la Figura 2.16, con una masa de 1.7512×10^5 kg, un porcentaje de amortiguamiento de 5 % y un periodo de 0.5 s. Las propiedades dinámicas del sistema son:

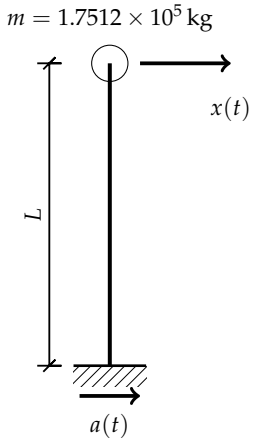


FIGURA 2.16: Sistema de un grado de libertad

$$\omega_n = 2\pi/T_n = 2\pi/0.5 = 4\pi \text{rad/s}$$

$$c = 2\zeta\omega_n m = (2)(0.05)(4\pi)(1.7512 \times 10^5) = 2.2006 \times 10^5\,\mathrm{N-s/m}$$
$$k = m\omega_n^2 = (1.7512 \times 10^5)(4\pi)^2 = 276.5384 \times 10^5\,\mathrm{N/m}$$

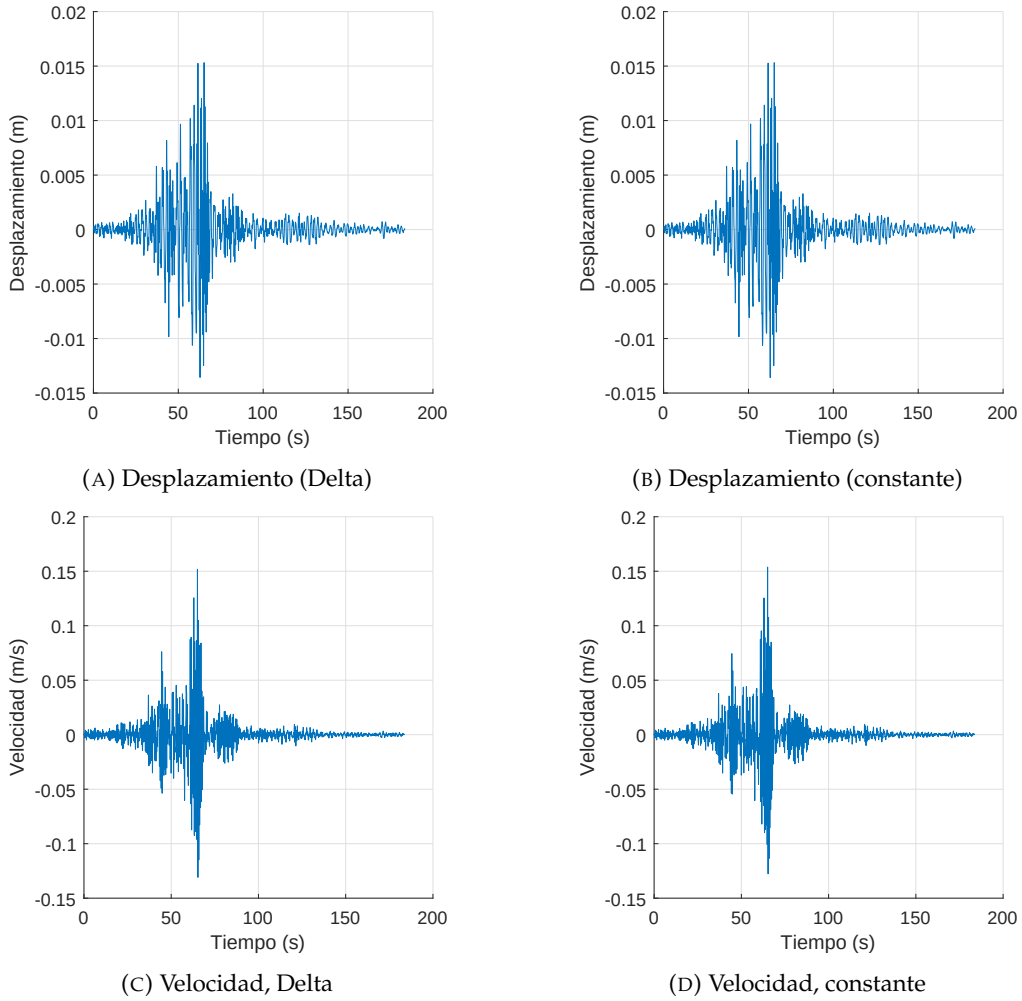
La respuesta es obtenida empleando integración directa con las funciones Delta y constante. La matriz de estados del sistema es

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -157.92 & -1.2567 \end{bmatrix}$$

La ecuación de movimiento en variable estado está dada por

$$\dot{\mathbf{z}}_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -157.92 & -1.2567 \end{bmatrix} \mathbf{z}_k + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} a_k$$

La respuesta del sistema se muestra en la Figura 2.17.



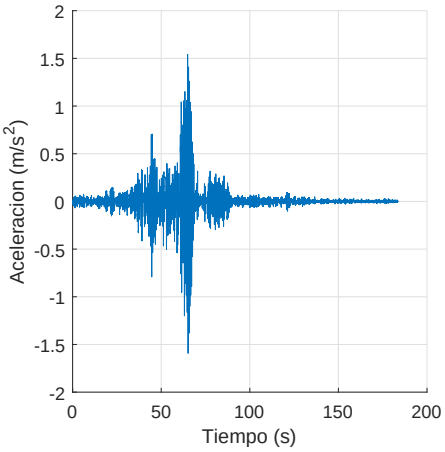
(A) Desplazamiento (Delta)

(B) Desplazamiento (constante)

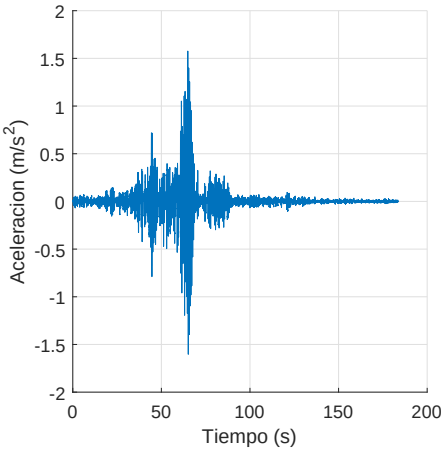
(C) Velocidad, Delta

(D) Velocidad, constante

FIGURA 2.17: Respuestas del sistema de un grado de libertad al registro de SCT



(E) Aceleración, Delta



(F) Aceleración, constante

FIGURA 2.17: Respuestas del sistema de un grado de libertad al registro de SCT (continuación)

Las respuestas máximas de la estructura se muestran en la Tabla 2.9.

TABLA 2.9: Respuestas máximas del sistema de un grado de libertad al registro de SCT

Tipo de respuesta	VE Delta	VE Cte
Desplazamiento (m)	0.0153	0.0153
Velocidad (m/s)	0.1519	0.1538
Aceleración (m/s^2)	1.5933	1.6031

Se observa que ambos métodos producen respuestas semejantes en el dominio del tiempo, con diferencias apenas apreciables. Además, las respuestas máximas son semejantes en magnitud. En conclusión, los dos métodos analizados obtienen de manera adecuada la respuesta sísmica del sistema.

Sistema de dos grados de libertad

Un sistema de dos grados de libertad como el mostrado en el ejemplo 2 del capítulo 6.7 (Hart y Wong, 2000) tiene las siguientes propiedades

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 \end{bmatrix} 10^5, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 3.372 & -1.124 \\ -1.124 & 2.248 \end{bmatrix} 10^5,$$
$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1263.36 & -631.68 \\ -631.68 & 631.68 \end{bmatrix} 10^5$$

La matriz de masas está en kg, la de amortiguamiento en $\mathrm{N-s/m}$ y la de rigidez en $\mathrm{N/m}$.

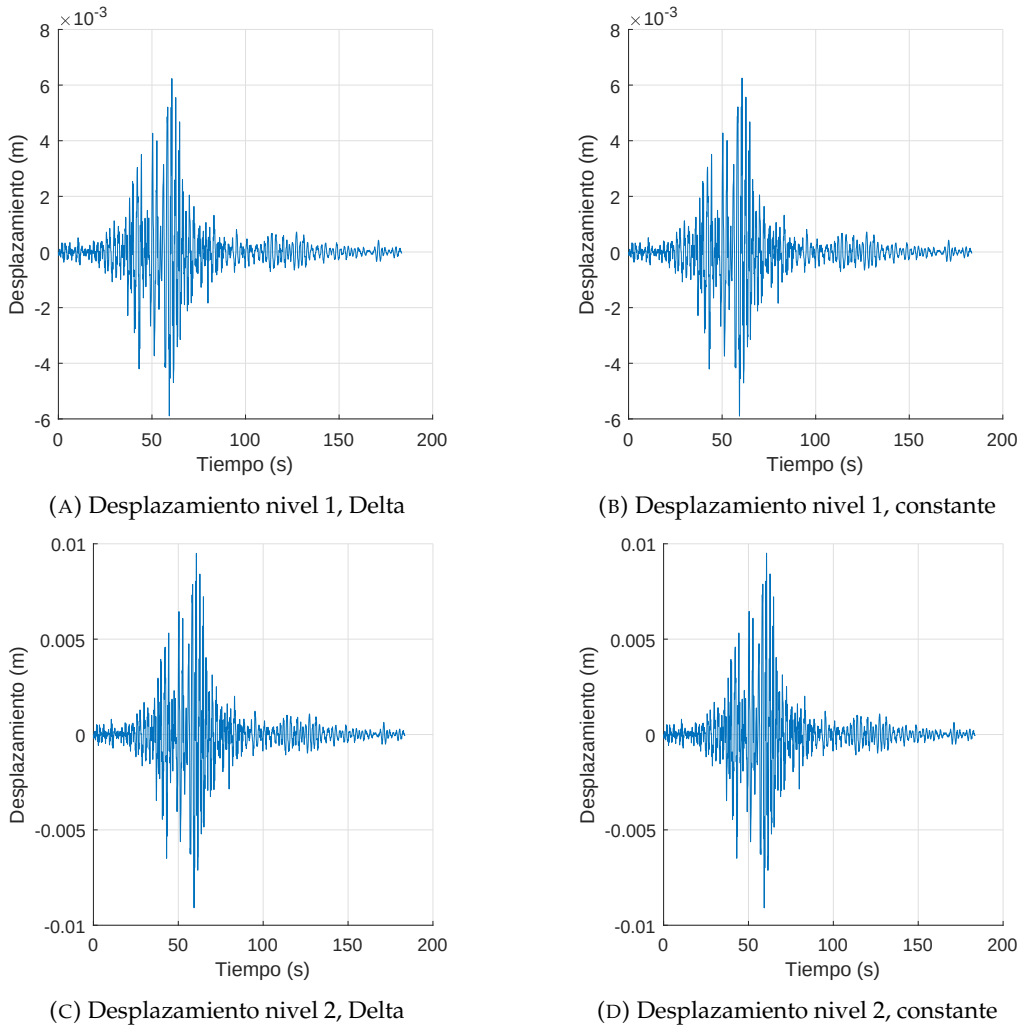
La respuesta es obtenida empleando integración directa con las funciones Delta y constante. La matriz de estados es

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \\ -1263.36 & 631.68 & -3.372 & 1.124 \\ 631.68 & -631.68 & 1.124 & -2.248 \end{bmatrix}$$

La ecuación de movimiento en variable estado está dada por:

$$\dot{\mathbf{z}}_k = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \\ -1263.36 & 631.68 & -3.372 & 1.124 \\ 631.68 & -631.68 & 1.124 & -2.248 \end{bmatrix} \mathbf{z}_k + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} a_k$$

La respuesta completa del sistema se muestra en la Figura 2.18



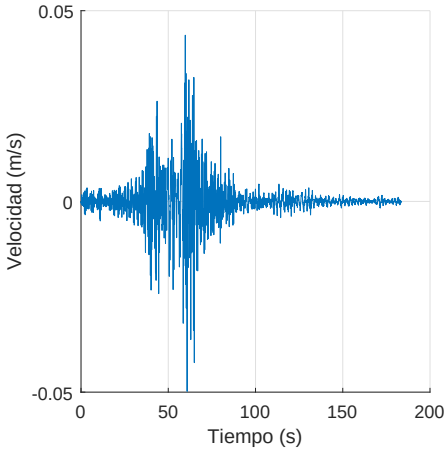
(A) Desplazamiento nivel 1, Delta

(B) Desplazamiento nivel 1, constante

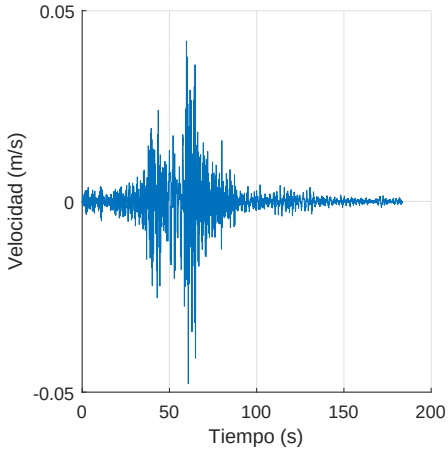
(C) Desplazamiento nivel 2, Delta

(D) Desplazamiento nivel 2, constante

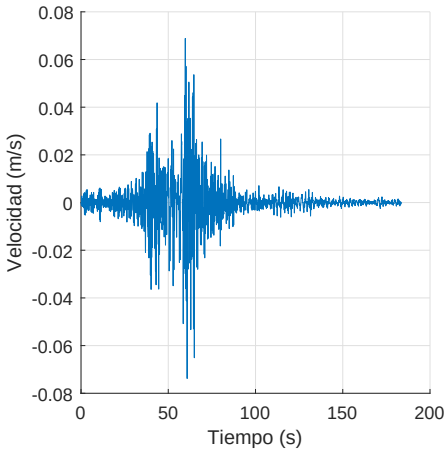
FIGURA 2.18: Respuestas del sistema de dos grados de libertad al registro de SCT



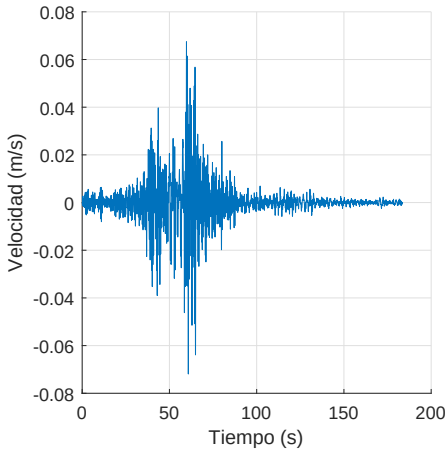
(E) Velocidad nivel 1, Delta



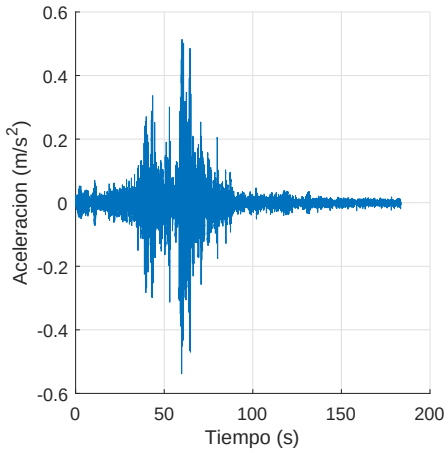
(F) Velocidad nivel 1, constante



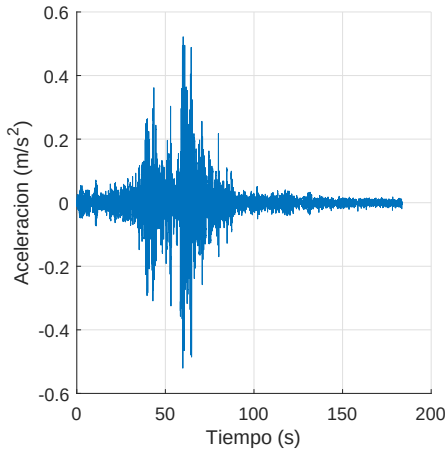
(G) Velocidad nivel 2, Delta



(H) Velocidad nivel 2, constante

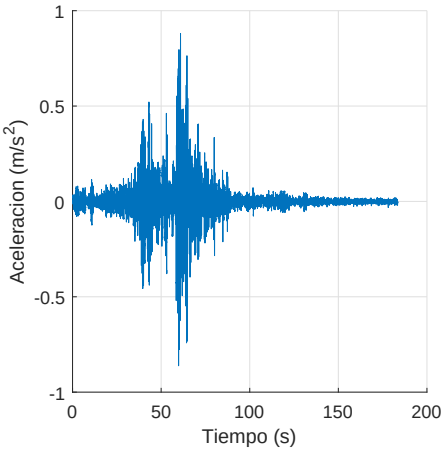


(I) Aceleración nivel 1, Delta

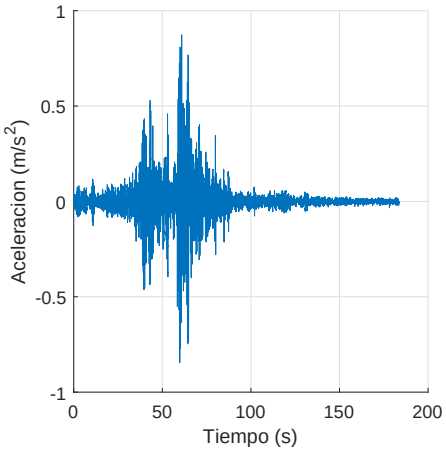


(J) Aceleración nivel 1, constante

FIGURA 2.18: Respuestas del sistema de dos grados de libertad al registro de SCT (continuación)



(K) Aceleración nivel 2, Delta



(L) Aceleración nivel 2, constante

FIGURA 2.18: Respuestas del sistema de dos grados de libertad al registro de SCT (continuación)

Las respuestas máximas del sistema se muestran en la Tabla 2.10.

TABLA 2.10: Respuestas máximas del sistema de dos grados de libertad al registro de SCT

Tipo de respuesta	VE Delta	VE Cte
Desplazamiento N1 (m)	0.0062	0.0063
Desplazamiento N2 (m)	0.0095	0.0095
Velocidad N1 (m/s)	0.0498	0.0478
Velocidad N2 (m/s)	0.0738	0.0719
Aceleración N1 (m/s^2)	0.5383	0.5220
Aceleración N2 (m/s^2)	0.8808	0.8735

Se observa que ambos métodos producen respuestas semejantes en el dominio del tiempo, con diferencias apenas apreciables. Además, las respuestas máximas son semejantes en magnitud. En conclusión, los dos métodos analizados obtienen de manera adecuada la respuesta sísmica del sistema de dos grados de libertad.

Marco de un nivel

En el área de la ingeniería sísmica es común que uno de los primeros problemas tratados es el cálculo de la respuesta de una estructura bidimensional formada por marcos sometida a una excitación sísmica. Para lo anterior, se recurre a la idealización de la estructura como un sistema de un grado de libertad suponiendo un diafragma rígido en los entrepisos y la rigidez lateral del sistema de un grado de libertad se supone como la suma de las rigideces laterales por flexión de las columnas que sostienen a la estructura. La Figura 2.19 muestra la geometría de un marco bidimensional de concreto reforzado.

Las columnas son de concreto reforzado con $f'c = 250\,kg/cm^2$ con un porcentaje de amortiguamiento crítico $\zeta = 0.05$, las propiedades de las secciones son

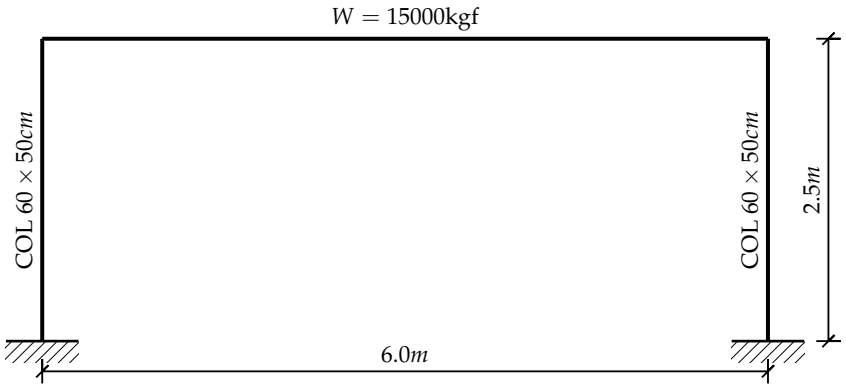


FIGURA 2.19: Marco de análisis

$$E = 14\sqrt{f'c} = 14\sqrt{250} = 221.359\text{Tonf/cm}^2 = 2171.531 \times 10^7\,\text{N/m}^2$$

$$I = \frac{1}{12}bh^3 = \frac{1}{12}(0.50)(0.60)^3 = 9 \times 10^{-3}\,\text{m}^4$$

$$K_{col} = \frac{12EI}{L^3} = \frac{(12)(2171.531 \times 10^7)(9 \times 10^{-3})}{2.50^3} = 1500.962 \times 10^5\,\text{N/m}$$

$$K = \sum_{i=1}^{N} = 1500.962 \times 10^5 + 1500.962 \times 10^5 = 3001.924 \times 10^5\,\text{N/m}$$

$$M = \frac{W}{g} = \frac{15000 \times 9.81}{9.81} = 15\,000\,\text{kg}$$

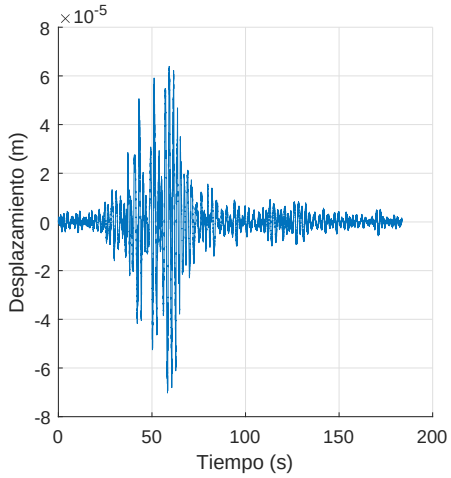
La respuesta es obtenida empleando integración directa con las funciones Delta y constante. La matriz de estados es

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.0000 & 1.0000 \\ -20012.8267 & -14.1467 \end{bmatrix}$$

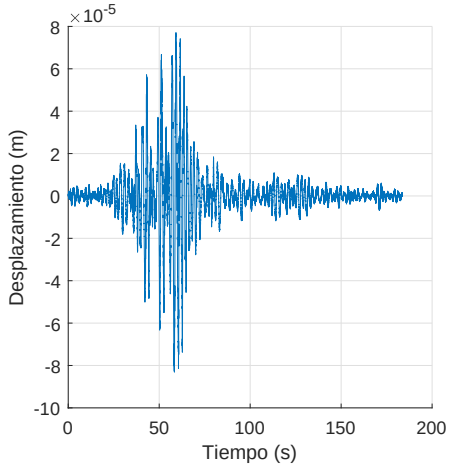
La ecuación de movimiento en variable estado está dada por:

$$\dot{\mathbf{z}}_\mathbf{k} = \begin{bmatrix} 0.0000 & 1.0000 \\ -20012.8267 & -14.1467 \end{bmatrix} \mathbf{z}_k + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} a_k$$

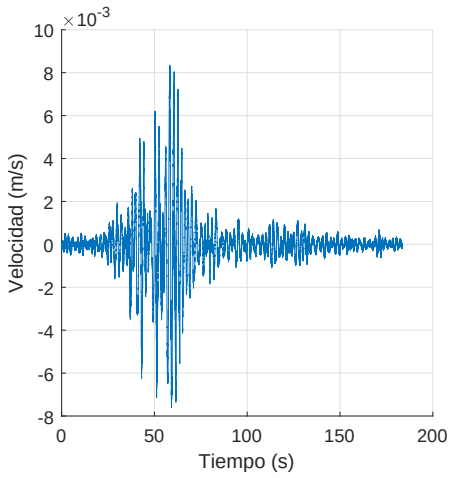
En la Figura 2.20 se puede observar la respuesta completa del sistema.



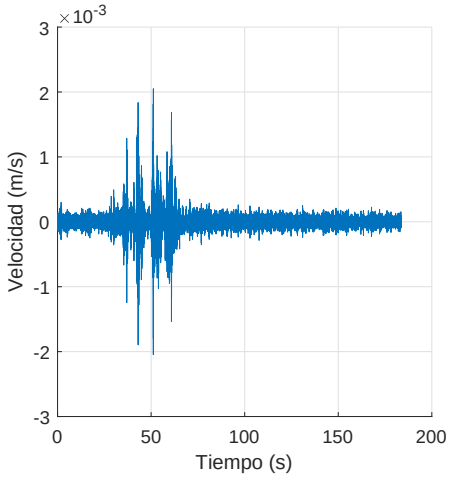
(A) Desplazamiento (Delta)



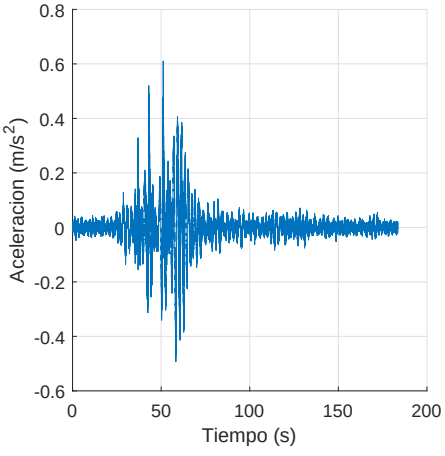
(B) Desplazamiento (constante)



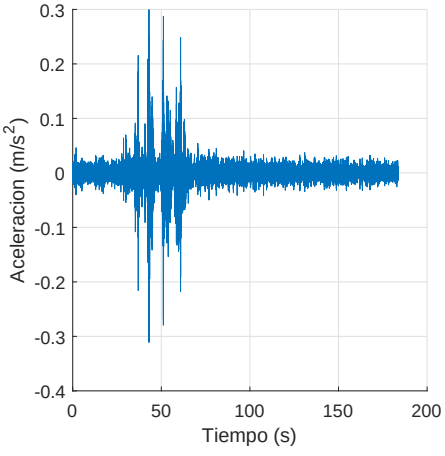
(C) Velocidad, Delta



(D) Velocidad, constante



(E) Aceleración, Delta



(F) Aceleración, constante

FIGURA 2.20: Respuestas del marco de un nivel al registro de SCT

Las respuestas máximas del marco se muestran en la Tabla 2.11.

TABLA 2.11: Respuestas máximas del marco de un nivel al registro de SCT

Tipo de respuesta	VE Delta	VE Cte
Desplazamiento (m)	0.000070	0.000083
Velocidad (m/s)	0.008354	0.002050
Aceleración (m/s^2)	0.610811	0.311137

Se observa que hay semejanzas y diferencias en la respuesta con ambos métodos. Los desplazamientos son predecidos de manera semejante, sin embargo, la velocidad y aceleración son sobreestimadas con la función Delta. Del mismo modo, el desplazamiento máximo es semejante en magnitud para el desplazamiento pero, en la velocidad y la aceleración, la función Delta lo duplica la magnitud. En este problema existe incertidumbre sobre cual respuesta es la adecuada.

Marco de dos niveles

Se plantea el problema del cálculo de la respuesta de una estructura formada por un marco de dos niveles sometido a un acelerograma sísmico. Para resolverlo se recurre a la idealización de la estructura como un sistema de dos grados de libertad suponiendo un diafragma rígido en los entrepisos y la rigidez lateral del sistema se supone como la suma de las rigideces laterales por flexión de las columnas que sostienen a la estructura. La Figura 2.21 muestra la geometría de un marco bidimensional de concreto reforzado.

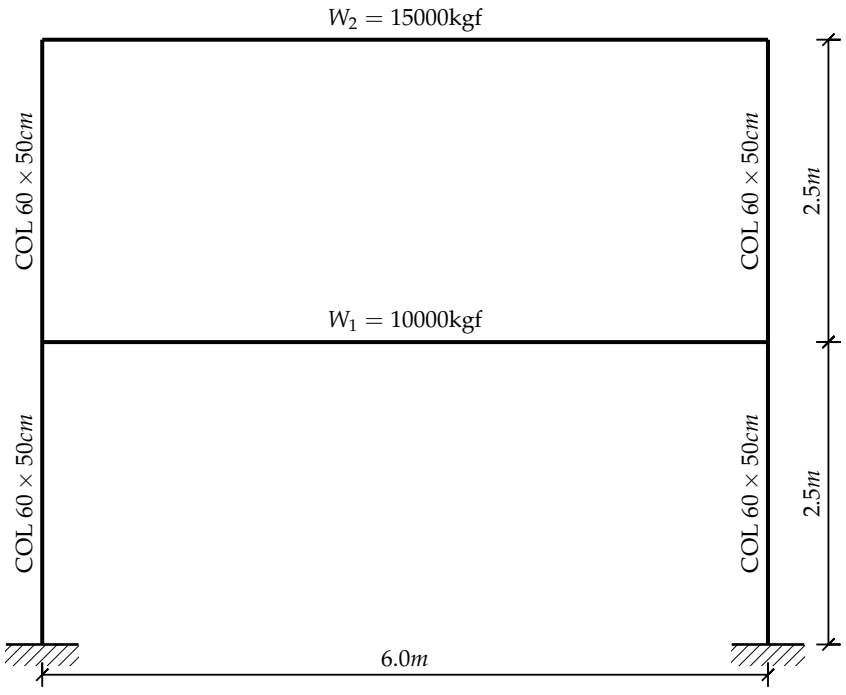


FIGURA 2.21: Marco de análisis

Las columnas son de concreto reforzado con $f'c = 250\text{kg/cm}^2$ con un porcentaje de amortiguamiento crítico proporcional a los modos 1 y 2 de $\zeta_1 = 0.05$ y $\zeta_2 = 0.02$, las

propiedades de las secciones son

$$E = 14\sqrt{f'c} = 14\sqrt{250} = 221.359\text{Tonf/cm}^2 = 2171.536 \times 10^7\,\text{N/m}^2$$

$$I = \frac{1}{12}bh^3 = \frac{1}{12}(0.50)(0.60)^3 = 9 \times 10^{-3}\,\text{m}^4$$

$$K_{col} = \frac{12EI}{L^3} = \frac{(12)(2171.536 \times 10^7)(9 \times 10^{-3})}{2.50^3} = 1500.9657 \times 10^5\,\text{N/m}$$

$$k_1 = k_2 = k = \sum_{i=1}^{N} = 1500.9657 \times 10^5 + 1500.9657 \times 10^5 = 3001.9314 \times 10^5\,\text{N/m}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6003.8628 & -3001.9314 \\ -3001.9314 & 3001.9314 \end{bmatrix} 10^5$$

$$\mathbf{M} = \frac{W}{g} = \frac{9.81}{9.81}\begin{bmatrix} 10000 & 0 \\ 0 & 15000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10000 & 0 \\ 0 & 15000 \end{bmatrix}$$

Para conocer la matriz de amortiguamiento se requieren las frecuencias de la estructura. Dichas propiedades son determinadas con los eigenvalores de la estructura, los cuales son

$$\left|-\mathbf{M}\omega^2 + \mathbf{K}\right| = 0 = \left|\begin{bmatrix} 600386280 - 10000\omega^2 & -300193140 \\ -300193140 & 300193140 - 15000\omega^2 \end{bmatrix}\right|$$

$$\left|-\mathbf{M}\omega^2 + \mathbf{K}\right| = 0.015\omega^4 - 1200.7725\omega^2 + 9011592.1303 \quad \omega^2 = \begin{pmatrix} 8382.6166 \\ 71668.8873 \end{pmatrix}$$

La determinación de las constantes de proporcionalidad se hará con

$$\alpha = \frac{2\omega_1\omega_2\left(\zeta_1\omega_2 - \zeta_2\omega_1\right)}{\omega_2^2 - \omega_1^2}, \quad \beta = \frac{2\left(\zeta_2\omega_2 - \zeta_1\omega_1\right)}{\omega_2^2 - \omega_1^2}, \quad \alpha = 8.94999, \qquad \beta = 2.45354 \times 10^{-5}$$

$$\mathbf{C} = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1.0423 & -0.0736 \\ -0.0736 & 1.4161 \end{bmatrix} 10^5$$

La matriz de masas está en kg, la de amortiguamiento en $\text{N} - \text{s/m}$ y la de rigidez en N/m.

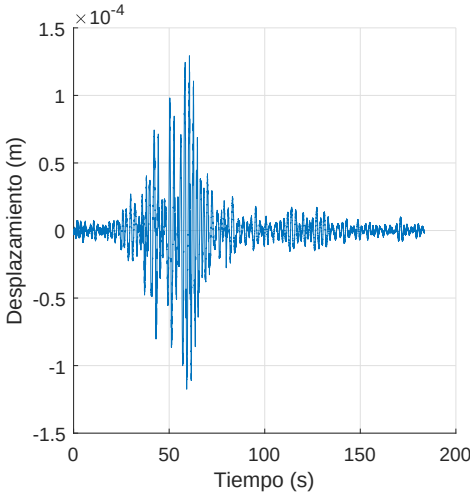
La respuesta es obtenida empleando integración directa con las funciones Delta y constante. La matriz de estados es

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \\ -60038.6280 & 30019.3140 & -10.4231 & 0.7365 \\ 20012.8760 & -20012.8760 & 0.4910 & -9.4410 \end{bmatrix}$$

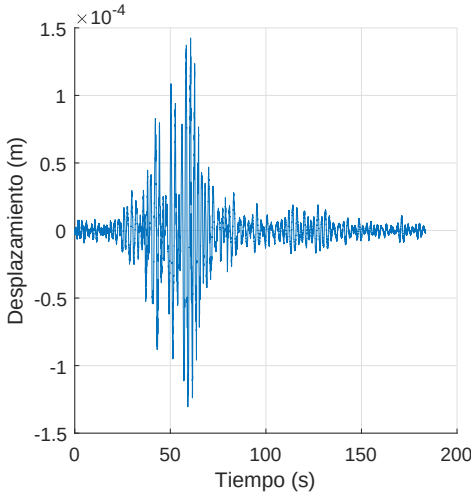
La ecuación de movimiento en variable estado es

$$\dot{\mathbf{z}}_k = \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \\ -60038.6280 & 30019.3140 & -10.4231 & 0.7365 \\ 20012.8760 & -20012.8760 & 0.4910 & -9.4410 \end{bmatrix} \mathbf{z}_k + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} a_k$$

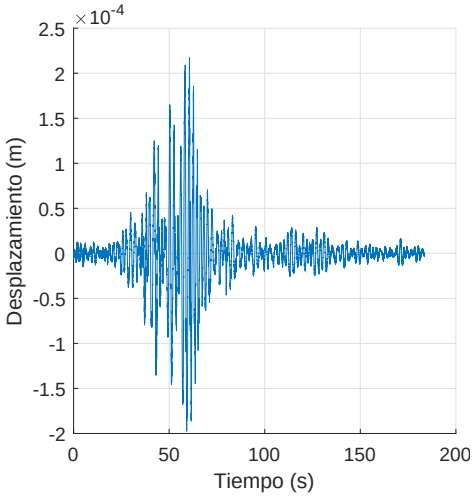
En la Figura 2.22 se puede observar la respuesta en el dominio del tiempo del sistema.



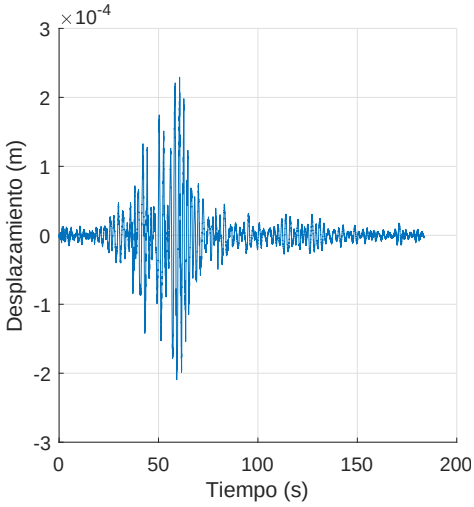
(A) Desplazamiento nivel 1, Delta



(B) Desplazamiento nivel 1, constante

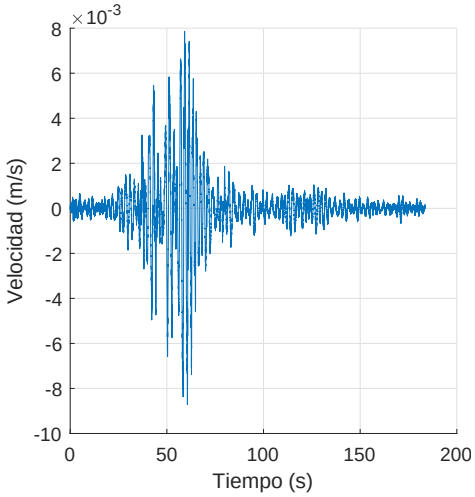


(C) Desplazamiento nivel 2, Delta

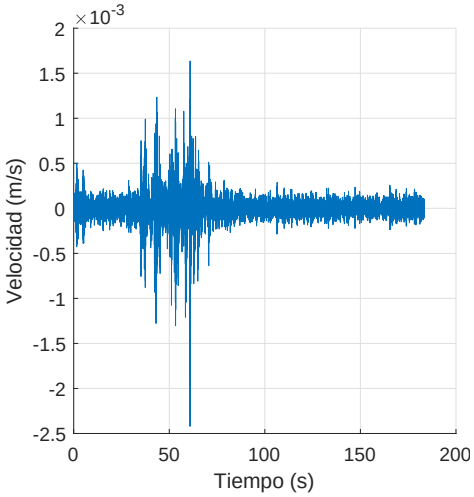


(D) Desplazamiento nivel 2, constante

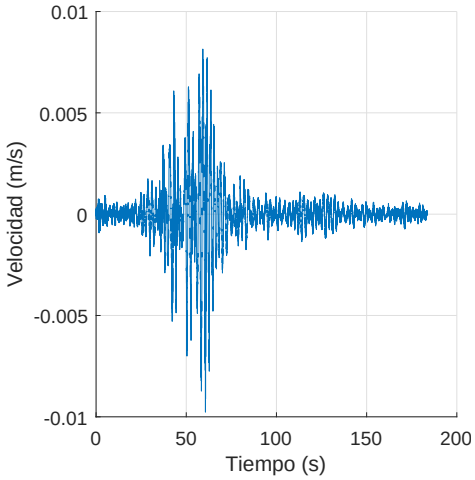
FIGURA 2.22: Respuestas del marco de dos niveles al registro de SCT



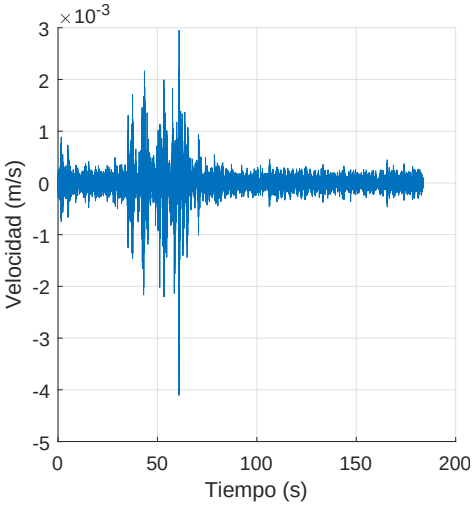
(E) Velocidad nivel 1, Delta



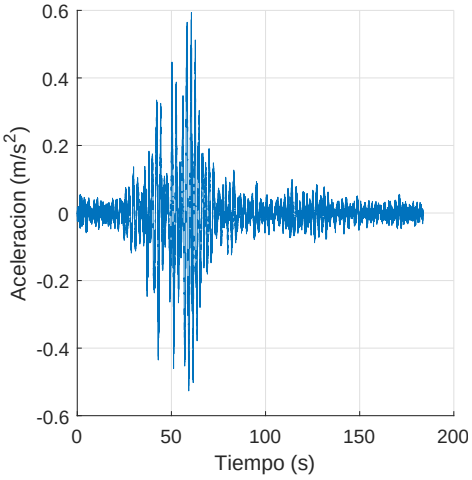
(F) Velocidad nivel 1, constante



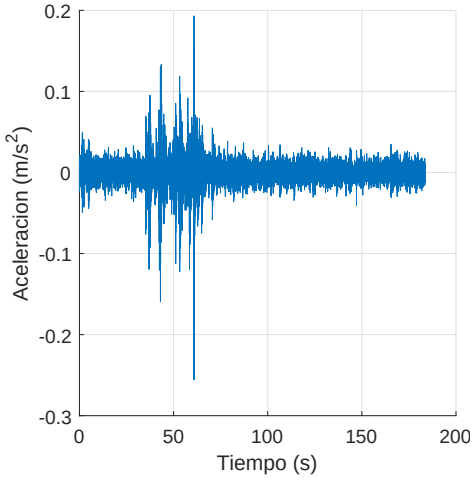
(G) Velocidad nivel 2, Delta



(H) Velocidad nivel 2, constante

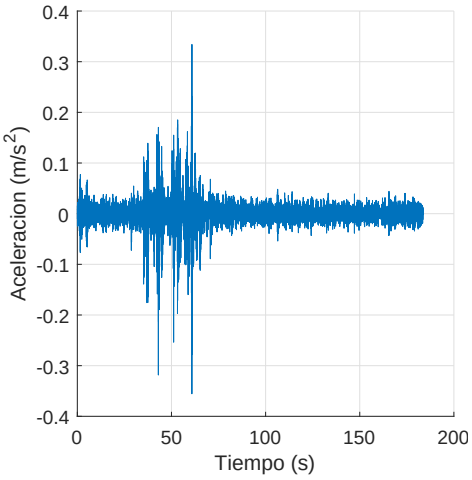


(I) Aceleración nivel 1, Delta

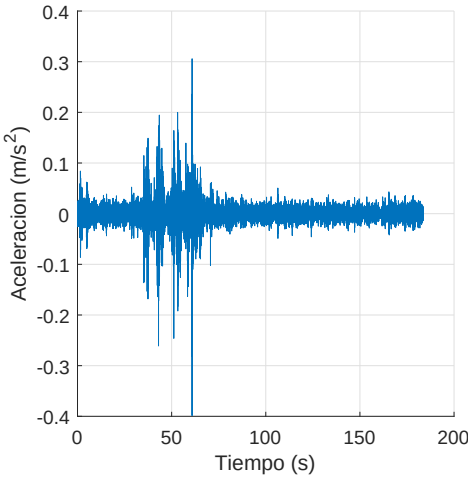


(J) Aceleración nivel 1, constante

FIGURA 2.22: Respuestas del marco de dos niveles al registro de SCT (continuación)



(K) Aceleración nivel 2, Delta



(L) Aceleración nivel 2, constante

FIGURA 2.22: Respuestas del marco de dos niveles al registro de SCT (continuación)

Las respuestas máximas del marco se muestran en la Tabla 2.12.

TABLA 2.12: Respuestas máximas del marco de dos niveles al registro de SCT

Tipo de respuesta	VE Delta	VE Cte
Desplazamiento N1 (m)	0.00013	0.00014
Desplazamiento N2 (m)	0.00022	0.00023
Velocidad N1 (m/s)	0.00872	0.00242
Velocidad N2 (m/s)	0.00977	0.00411
Aceleración N1 (m/s^2)	0.59386	0.25578
Aceleración N2 (m/s^2)	0.35556	0.39871

Se observa que hay semejanzas y diferencias en la respuesta con ambos métodos. Los desplazamientos y la aceleración del nivel 2 son predecidos de manera semejante, sin embargo, las velocidades y la aceleración del nivel 1 son sobreestimadas con la función Delta. Del mismo modo, los desplazamientos máximos y la aceleración del nivel 2 máxima son semejantes en magnitud pero, en las velocidades y la aceleración máxima del nivel 1, la función Delta amplifica la magnitud. En este problema existe incertidumbre sobre cual respuesta es la adecuada.

Se observa que, en dos de los problemas, se obtienen soluciones semejantes indistintamente de la función de fuerzas, y que para los otros dos problemas la función de fuerzas si afecta en la respuesta dinámica. Por ello, en el Capítulo 3, se presenta una validación de los resultados obtenidos empleando un método numérico distinto.

2.7. Aislamiento de base

Las estructuras siempre han cumplido la función de proteger a los ocupantes y sus bienes del entorno exterior. Antes del final de la década de 1980, la mayoría de las estructuras ubicadas en zonas de riesgo sísmico estaban constituidas por materiales como acero, concreto y mampostería. A finales de la década de 1980, el Dr. Ron Mayes, comenzó un trabajo dentro de la comunidad de ingenieros estructurales que resultó en las primeras recomendaciones de diseño para estructuras con aisladores de base. Esto dio comienzo a una nueva era en la que se combinaron elementos estructurales con innovación tecnológica con los materiales comunes para crear sistemas sismo-resistentes. Actualmente, los aisladores de base son combinados con amortiguadores viscosos para proporcionar mayor protección a las estructuras.

Los aisladores de base son dispositivos de control de la respuesta que son colocados en la unión de las columnas y la cimentación. Dado que son dispositivos flexibles, cuando un sismo ocurre, sufren deformaciones considerables. La principal ventaja de estos dispositivos es que permiten reducir las aceleraciones en los entrepisos, lo cual impacta directamente en el potencial de daño a equipos especializados u otros objetos dentro de la estructura como cristales, aplanados, muros divisorios y muros de carga.

Los beneficios del uso de aisladores de base pueden ser vistos considerando el caso especial de un sistema de dos grados de libertad como el mostrado en la Figura 2.23. Para esta figura, el resorte k_b representa las características de rigidez del aislador de base, el resorte k representa la rigidez de la estructura sobre el aislador. Las ecuaciones de movimiento, derivadas de ecuaciones de equilibrio en cada masa son

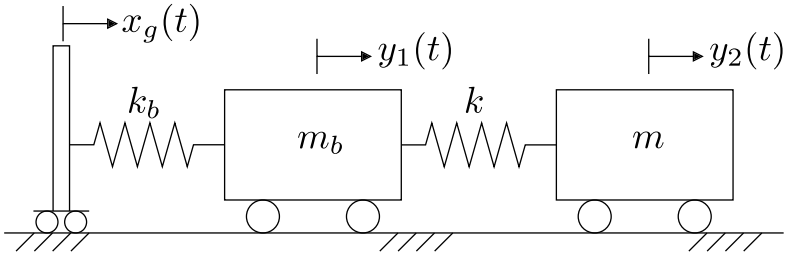


FIGURA 2.23: Sistema masa-resorte de dos grados de libertad

$$m_b\ddot{y}_1 + k\left(y_1 - y_2\right) + k_b\left(y_1 - x_g\right) = 0 \tag{2.64a}$$

$$m\ddot{y}_2 + k\left(y_2 - y_1\right) = 0 \tag{2.64b}$$

Si los desplazamientos relativos entre las masas y los apoyos son definidos como

$$x_1 = y_1 - x_g \tag{2.65a}$$

$$x_2 = y_2 - x_g \tag{2.65b}$$

Sustituyendo lo anterior en las ecuaciones de movimiento se obtiene

$$m_b\ddot{x}_1 - kx_2 + \left(k + k_b\right)x_1 = -m_b\ddot{x}_g \tag{2.66a}$$

$$m\ddot{x}_2 + kx_2 - kx_1 = -m\ddot{x}_g \tag{2.66b}$$

Considerando el caso particular que la masa m_b sea tan pequeña como para considerarla cero. La primer ecuación de equilibrio se transforma en

$$-kx_2 + (k + k_b)\, x_1 = 0 \tag{2.67}$$

Despejando x_1 en función de x_2 se obtiene

$$x_1 = \left(\frac{k}{k + k_b}\right) x_2 = \left(\frac{1}{1 + (k_b/k)}\right) x_2 \tag{2.68}$$

El desplazamiento x_1 es el desplazamiento del aislador de base relativo al terreno. Se debe notar que si k_b tiende a infinito, x_1 tiende a cero. Sustituyendo x_1 en la segunda ecuación de equilibrio, la ecuación de movimiento se convierte en

$$m\ddot{x}_2 + \left[1 - \left(\frac{1}{1 + (k_b/k)}\right)\right] kx_2 = -m\ddot{x}_g \tag{2.69}$$

Un efecto importante del empleo de aisladores de base es la modificación del periodo natural de vibración del sistema. Para este sistema, la frecuencia natural está dada por

$$\omega_{nb} = \sqrt{\frac{k}{m}\left[1 - \left(\frac{1}{1 + (k_b/k)}\right)\right]} = C_1\omega_n \tag{2.70}$$

donde $\omega_n = \sqrt{k/m}$, y C_1 es el coeficiente de frecuencia natural de vibración para aisladores de base, definido como

$$C_1 = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{1 + (k_b/k)}\right)} \tag{2.71}$$

La situación de interés para una estructura con aisladores de base es el caso en que k_b es menor que k. Si k_b tiende a cero, el periodo de vibración de la estructura tiende a infinito. Si la relación (k_b/k) se vuelve muy grande, (x_1/x_2) tiende a cero. Esto es la condición de empotramiento.

En caso que exista amortiguamiento, puede ser proporcional o no proporcional. El problema del análisis elástico de una estructura con aislamiento de base, es considerado como un análisis dinámico con condensación estática de los grados de libertad del aislador.

La solución de la ecuación de movimiento con aisladores empleando la función Delta es

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{z}_k + \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta\mathbf{t}}\mathbf{H}\Delta t\mathbf{a}_k \tag{2.72}$$

mientras que la solución de la ecuación de movimiento con aisladores empleando la función constante es

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{z}_k + \mathbf{A}^{-1}\left(\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t} - \mathbf{I}\right)\mathbf{H}\mathbf{a}_k \tag{2.73}$$

donde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}$$

Las matrices **M**, **C** y **K** son las matrices de masas, amortiguamiento y rigidez condensando el grado de libertad del aislador, respectivamente.

2.7.1. Análisis dinámico de una estructura con aislamiento de base

Una estructura con aislamiento de base tiene aisladores no lineales en su base y amortiguamiento no proporcional. Por lo tanto, la respuesta sísmica puede calcularse de la misma manera en la que se realiza un análisis no lineal en el tiempo. Una estructura con aislamiento de base representa un caso especial de un sistema no lineal.

Las estructura que se encuentra sobre los aisladores puede tener un comportamiento de elástico a no lineal. Si la estructura permanece elástica para los sismos de diseño, pueden emplearse métodos de condensación para reducir el tamaño del problema.

2.7.2. Ejemplos de calibración

Sistema de dos grados de libertad con aislamiento de base elástico

Se considera un sistema de dos grados de libertad con aislamiento de base como el propuesto en el ejemplo 2 del capítulo 8.8 (Hart y Wong, 2000). Las propiedades del sistema se muestran en la Figura 2.24.

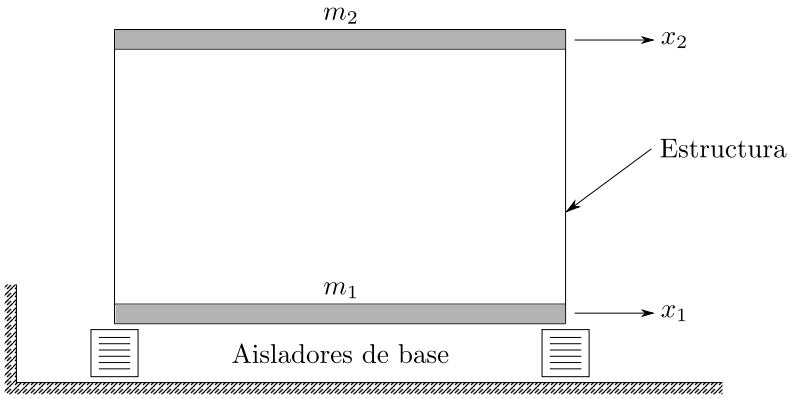


FIGURA 2.24: Sistema de dos grados de libertad con aisladores de base

Las masas del sistema son $m_1 = m_2 = m = 1.7513 \times 10^5$ kg. La estructura se encuentra apoyada sobre dos aisladores de base elásticos lineales ubicados debajo de cada columna con una rigidez de 18.5634×10^5 N/m. La rigidez de los dos aisladores de base de la estructura es

$$k_1 = k_b = 2(18.5634 \times 10^5) = 37.1267\,\mathrm{N/m}$$

La rigidez de la estructura es proporcional a la rigidez de los aisladores. Considerando $\alpha = 0.1$ y la relación $k_b = \alpha k$ la rigidez de la estructura es

$$k = k_2 = k_b/\alpha = 37.1267 \times 10^5/0.1 = 371.2671 \times 10^5\,\mathrm{N/m}$$

Las matrices de masas y rigidez de la estructura son

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1.7513 & 0.0 \\ 0.0 & 1.7513 \end{bmatrix} 10^5, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 408.3938 & -371.2671 \\ -371.2671 & 371.2671 \end{bmatrix} 10^5$$

El amortiguamiento de la estructura se considera proporcional a la masa y rigidez. Los porcentajes de amortiguamiento son $\zeta_1 = 0.145$ y $\zeta_2 = 0.082$. Para conocer la matriz de amortiguamiento se requieren las frecuencias de la estructura. Dichas propiedades son determinadas con los eigenvalores de la estructura, los cuales son

$$\left|-\mathbf{M}\omega^2 + \mathbf{K}\right| = 0 = \left| \begin{bmatrix} 408.3938 - 1.7513\omega^2 & -371.2671 \\ -371.2671 & 371.2671 - 1.7513\omega^2 \end{bmatrix} 10^5 \right|$$

$$\left|-\mathbf{M}\omega^2 + \mathbf{K}\right| = 3.0669\omega^4 - 1365.3887\omega^2 + 13783.9249, \quad \omega^2 = \begin{pmatrix} 10.3352 \\ 434.8648 \end{pmatrix}$$

La determinación de las constantes de proporcionalidad se hará con

$$\alpha = \frac{2\omega_1\omega_2\left(\zeta_1\omega_2 - \zeta_2\omega_1\right)}{\omega_2^2 - \omega_1^2}, \quad \beta = \frac{2\left(\zeta_2\omega_2 - \zeta_1\omega_1\right)}{\omega_2^2 - \omega_1^2}, \quad \alpha = 0.8717, \qquad \beta = 0.0059$$

$$\mathbf{C} = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 3.9197 & -2.1755 \\ -2.1755 & 3.7022 \end{bmatrix} 10^5$$

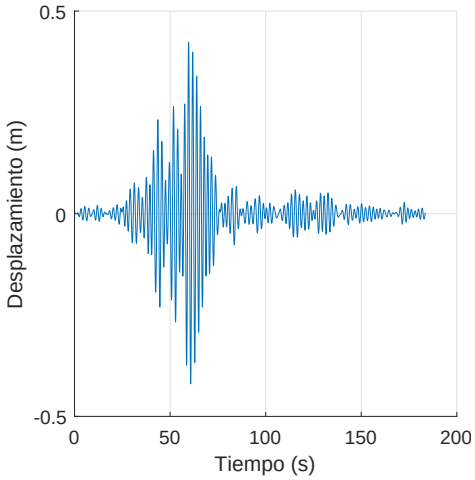
La respuesta es obtenida empleando integración directa con las funciones Delta y constante. La matriz de estados es

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \\ -233.2000 & 212.0000 & -2.2382 & 1.2423 \\ 212.0000 & -212.0000 & 1.2423 & -2.1140 \end{bmatrix}$$

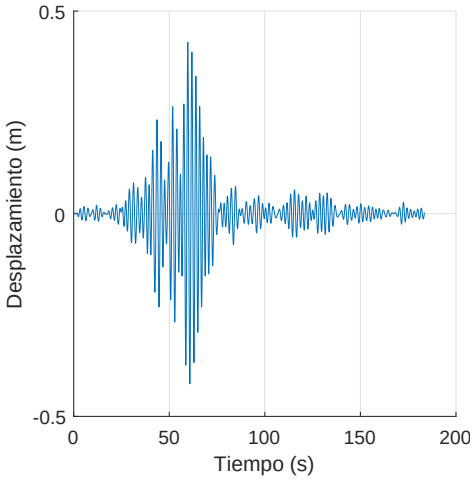
La ecuación de movimiento en variable estado es

$$\dot{\mathbf{z}}_k = \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \\ -233.2000 & 212.0000 & -2.2382 & 1.2423 \\ 212.0000 & -212.0000 & 1.2423 & -2.1140 \end{bmatrix} \mathbf{z}_k + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} a_k$$

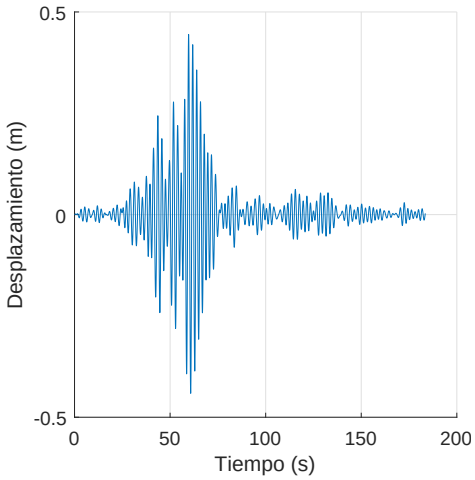
En la Figura 2.25 se puede observar la respuesta en el dominio del tiempo del sistema con aisladores de base.



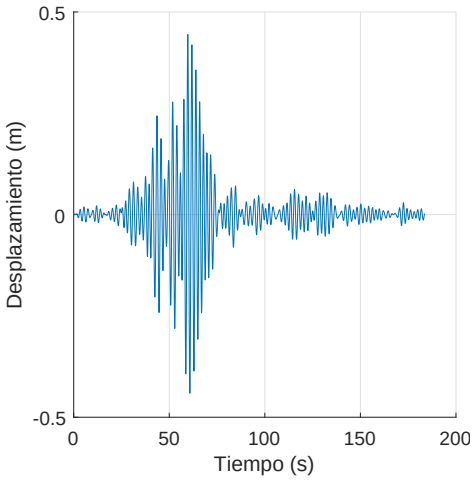
(A) Desplazamiento aislador, Delta



(B) Desplazamiento aislador, constante

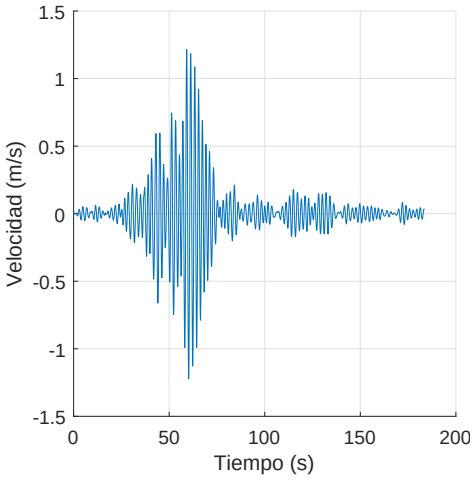


(C) Desplazamiento estructura, Delta

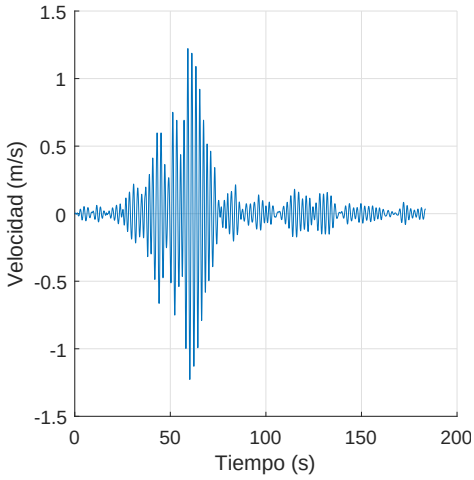


(D) Desplazamiento estructura, constante

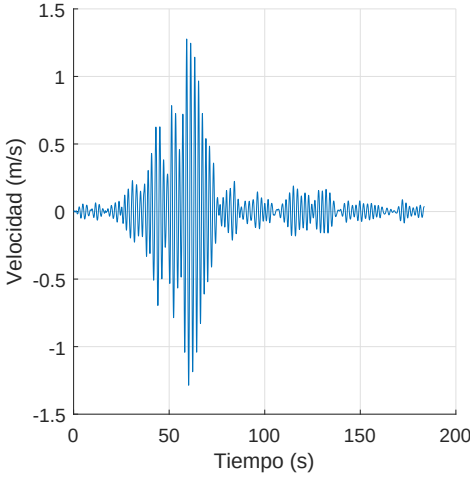
FIGURA 2.25: Respuestas del sistema de dos grados de libertad con aislamiento de base al registro de SCT



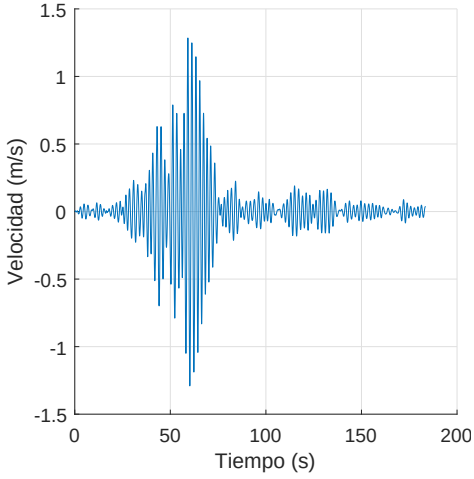
(E) Velocidad aislador, Delta



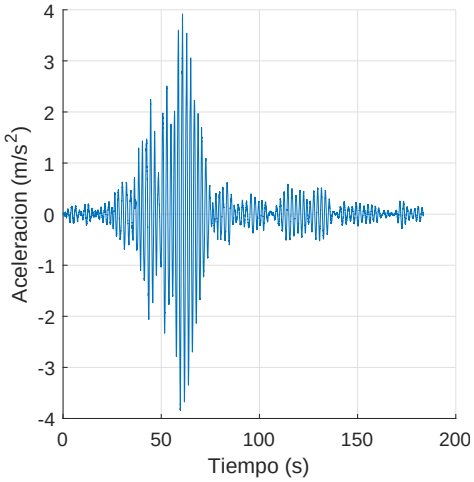
(F) Velocidad aislador, constante



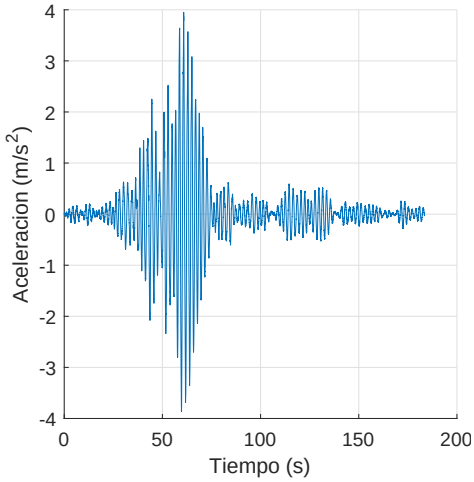
(G) Velocidad estructura, Delta



(H) Velocidad estructura, constante

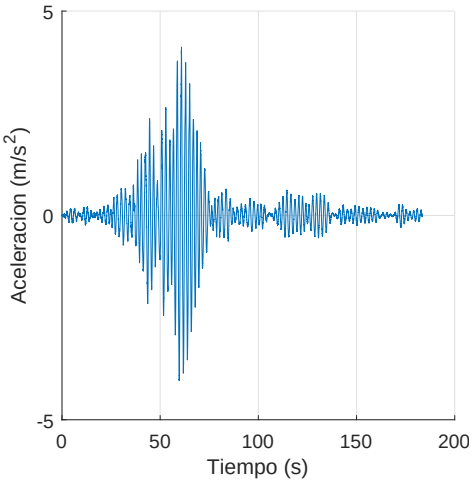


(I) Aceleración aislador, Delta

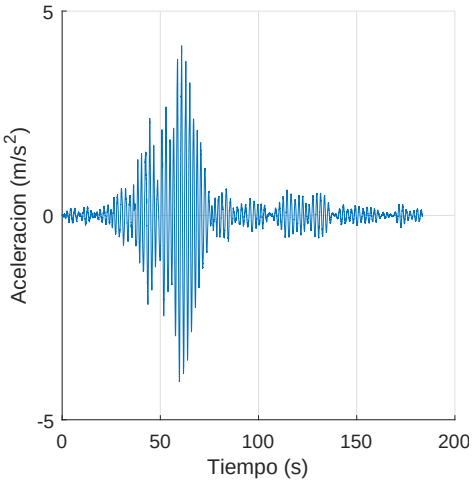


(J) Aceleración aislador, constante

FIGURA 2.25: Respuestas del sistema de dos grados de libertad con aislamiento de base al registro de SCT (continuación)



(K) Aceleración estructura, Delta



(L) Aceleración estructura, constante

FIGURA 2.25: Respuestas del sistema de dos grados de libertad con aislamiento de base al registro de SCT (continuación)

Las respuestas máximas del sistema con aisladores de base se muestran en la Tabla 2.13.

TABLA 2.13: Respuestas máximas del sistema de dos grados de libertad con aislamiento de base al registro de SCT

Tipo de respuesta	VE Delta	VE Cte
Desplazamiento aislador (m)	0.4229	0.4229
Desplazamiento estructura (m)	0.4445	0.4445
Velocidad aislador (m/s)	1.2231	1.2278
Velocidad estructura (m/s)	1.2861	1.2908
Aceleración aislador (m/s^2)	3.9181	3.9517
Aceleración estructura (m/s^2)	4.1201	4.1514

Se observa que ambos métodos producen respuestas semejantes en el dominio del tiempo, con diferencias apenas apreciables. Además, las respuestas máximas son semejantes en magnitud. En conclusión, los dos métodos analizados obtienen de manera adecuada la respuesta sísmica del sistema de dos grados de libertad con aislamiento de base.

2.8. Amortiguadores viscosos

Los amortiguadores viscosos surgieron en la década de 1990. Se conocen como amortiguadores manufacturados debido a que su elaboración se realiza en una planta bajo un riguroso control de calidad. Posteriormente son enviados a la obra para ser instalados. Los amortiguadores son elementos estructurales que incorporan innovación tecnológica que ha sido implementada en aplicaciones militares, y de las industrias naval y automotriz.

El funcionamiento de los amortiguadores se debe a que en sus extremos experimentan diferentes desplazamientos, velocidades y aceleraciones ya que son colocados uniendo distintos niveles de una estructura. Esta diferencia en el movimiento produce una fuerza

en el amortiguador, lo que en consecuencia crea una disipación de la energía. La fuerza que introduce el amortiguador a la estructura a la estructura en los puntos de conexión se expresa como

$$F_{md} = c_{md}(\dot{x})^{\eta} \tag{2.74}$$

donde F_{md} es la fuerza de amortiguamiento del amortiguador viscoso, c_{md} es el coeficiente de amortiguamiento del amortiguador viscoso, $\dot{x}$ es la velocidad relativa entre los extremos del amortiguador, y η es el coeficiente de ley potencial. Los primeros amortiguadores elaborados usaban una ley potencial de uno. Los ingenieros estructurales seleccionaron $\eta = 1$ debido a que la fuerza del amortiguador es una función lineal de la velocidad. La mayoría de los autores considera que las fuerzas de amortiguamiento son funciones lineales de la velocidad. Por lo tanto, para un sistema de un grado de libertad la fuerza total de amortiguamiento total es

$$F_d = F_{nd} + F_{md} \tag{2.75}$$

donde F_d es la fuerza total de amortiguamiento, F_{nd} es la fuerza debida al amortiguamiento natural y F_{md} es la fuerza debida al amortiguador manufacturado. Para el caso donde ambas fuerzas de amortiguamiento son función lineal de la velocidad, la ecuación de movimiento cuando ocurre una excitación sísmica se convierte en

$$m\ddot{x}(t) + c_{nd}\dot{x}(t) + c_{md}\dot{x}(t) + kx(t) = -ma(t) \tag{2.76}$$

Dividiendo la ecuación de movimiento entre la masa se obtiene

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta_{nd}\omega_n\dot{x}(t) + 2\zeta_{md}\omega_n\dot{x}(t) + \omega_n^2 x(t) = -a(t) \tag{2.77}$$

donde $\omega_n = \sqrt{k/m}$, ζ_{nd} es el porcentaje de amortiguamiento crítico del amortiguamiento natural, ζ_{md} es el porcentaje de amortiguamiento crítico del amortiguador manufacturado. Los porcentajes de amortiguamiento son respectivamente

$$2\zeta_{nd}\omega_n = c_{nd}/m \tag{2.78a}$$

$$2\zeta_{md}\omega_n = c_{md}/m \tag{2.78b}$$

Condensando los amortiguamientos, la ecuación de movimiento se convierte en

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta\omega_n\dot{x}(t) + \omega_n^2 x(t) = -a(t) \tag{2.79}$$

donde ζ representa el porcentaje total de amortiguamiento de la estructura, y es

$$\zeta = \zeta_{nd} + \zeta_{md} \tag{2.80}$$

Cuando se utiliza $\eta = 1$, la ecuación no representa cambio alguno y puede ser resuelto empleando el método de variable estado de manera convencional. En consecuencia, la incorporación de un amortiguador con ese comportamiento no representa complejidad adicional.

Comúnmente, la matriz de amortiguamiento es no proporcional. Para un diseño preliminar, pueden despreciarse los términos fuera de la diagonal en la matriz de amortiguamiento no proporcional sin obtener un error significativo.

2.8.1. Respuesta de un sistema de un grado de libertad usando integración directa

La ecuación de movimiento para un sistema de un grado de libertad incluyendo amortiguamiento viscoso adicional es

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F_e(t) - f_{md}(\dot{x}(t)) \tag{2.81}$$

La solución para esta ecuación en forma de variable estado está dada por

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{e}^{\mathbf{A}(t-t_0)}\mathbf{z}\left(t_0\right) + \mathbf{e}^{\mathbf{A}t}\int_{t_0}^{t}\mathbf{e}^{-\mathbf{A}s}\mathbf{F}(s)ds \tag{2.82}$$

donde

$$\mathbf{z}(t) = \left\{ \begin{array}{c} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{array} \right\}, \quad \mathbf{A} = \left[\begin{array}{cc} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta_{nd}\omega_n \end{array} \right], \quad \mathbf{F}(t) = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \left[F_e(t) - f_{md}(\dot{x}(t))\right]/m \end{array} \right\}$$

$$\mathbf{e}^{\mathbf{A}t} = e^{-\zeta_{nd}\omega_n t}\left[\begin{array}{cc} \cos\omega_d t + \left(\frac{\zeta_{nd}}{\sqrt{1-\zeta_{nd}^2}}\right)\sin\omega_d t & \frac{\sin\omega_d t}{\omega_n\sqrt{1-\zeta_{nd}^2}} \\ -\frac{\omega_n \sin\omega_d t}{\sqrt{1-\zeta_{nd}^2}} & \cos\omega_d t - \left(\frac{\zeta_{nd}}{\sqrt{1-\zeta_{nd}^2}}\right)\sin\omega_d t \end{array} \right]$$

Haciendo

$$t_{k+1} = t, \quad t_k = t_0, \quad \Delta t = t - t_0 \tag{2.83}$$

La respuesta del sistema de manera discreta se convierte en

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{z}_k + \mathbf{e}^{\mathbf{A}t_{k+1}}\int_{t_k}^{t_{k+1}}\mathbf{e}^{-\mathbf{A}s}\mathbf{F}(s)ds \tag{2.84}$$

Ahora la velocidad que se encuentra en la función de fuerzas, $\mathbf{F}(s)$, debe ser integrada en el intervalo t_k a t_{k+1}. Las funciones de fuerza Delta y constante pueden ser empleadas para representar la función de fuerzas continua.

Empleando la función Delta, la función de fuerzas es

$$\mathbf{F}(s) = \mathbf{F}_k \delta(s - t_k)\,\Delta t = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ [F_{ek} - f_{md}(\dot{x}_k)]/m \end{array} \right\} \delta(s - t_k)\,\Delta t, \quad t_k \leq s < t_{k+1} \tag{2.85}$$

Sustituyendo la función de fuerzas Delta, la ecuación de movimiento en forma discreta es

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_{k+1} &= \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{z}_k + \mathbf{e}^{\mathbf{A}t_{k+1}} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{e}^{-\mathbf{A}s}\mathbf{F}_k \delta(s - t_k)\,\Delta t ds \\ &= \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{z}_k + \mathbf{e}^{\mathbf{A}t_{k+1}}\mathbf{e}^{-\mathbf{A}t_k}\mathbf{F}_k \Delta t \\ &= \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{z}_k + \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\Delta t \mathbf{F}_k \end{aligned} \tag{2.86}$$

Empleando la función de fuerzas constante, la fuerza conserva el valor que toma al inicio del intervalo, es decir

$$\mathbf{F}(s) = \mathbf{F}_k = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ [F_{ek} - f_{md}(\dot{x}_k)]/m \} \end{array} \right\}, \quad t_k \leq s < t_{k+1} \tag{2.87}$$

Sustituyendo la función de fuerzas constante, la ecuación de movimiento en forma discreta es

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_{k+1} &= \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{z}_k + \mathbf{e}^{\mathbf{A}t_{k+1}} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{e}^{-\mathbf{A}s}\mathbf{F}_k ds \\ &= \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{z}_k + \mathbf{e}^{\mathbf{A}t_{k+1}}\mathbf{A}^{-1}\left(\mathbf{e}^{-\mathbf{A}t_k} - \mathbf{e}^{-\mathbf{A}t_{k+1}}\right)\mathbf{F}_k \\ &= \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{z}_k + \mathbf{A}^{-1}\left(\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t} - \mathbf{I}\right)\mathbf{F}_k \end{aligned} \tag{2.88}$$

Cabe destacar que la velocidad, $\dot{x}(t)$, dentro del intervalo de t_k a t_{k+1} se aproxima empleando la función Delta o la función constante. Dado que $\dot{x}(t)$ es una función continua y no discreta, se introduce un error debido a la aproximación. Se puede emplear un procedimiento iterativo para mejorar la precisión del método, sin embargo, emplear un método iterativo puede llegar a ser demasiado tardado cuando no se requieran tolerancias tan pequeñas, y el tiempo de cálculo puede ser tan grande como el que llevaría un análisis no iterativo con un tamaño de paso mucho menor. En consecuencia, reducir el tamaño de paso es más deseable para incrementar la precisión sin la necesidad de emplear un método iterativo.

2.8.2. Respuesta de un sistema de múltiples grados de libertad con amortiguamiento viscoso adicional

En un sistema de n grados de libertad, se puede adicionar amortiguamiento en cada nivel de la estructura. Es posible inducir fuerzas de amortiguamiento colocando un amortiguador externo que conecte los extremos de dos niveles cuando exista velocidad

relativa entre los extremos del amortiguador. La fuerza de amortiguamiento aplicada en el nivel superior, debe ser igual en magnitud y opuesta en dirección a la que se aplica en el nivel inferior. Considerando un sistema de dos grados de libertad como el mostrado en la Figura 2.26, el cual cuenta con un amortiguador externo conectado entre el primer nivel y el terreno, de manera similar, se coloca otro amortiguador conectando al primer y segundo nivel. Las fuerzas de amortiguamiento están descritas por

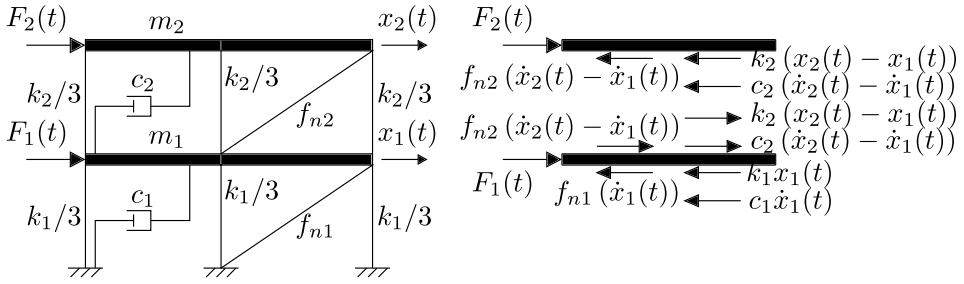


FIGURA 2.26: Sistema de dos grados de libertad con amortiguamiento adicional

$$F_{n1} = -f_{n1}\left(\dot{x}_1\right), \quad F_{n2} = -f_{n2}\left(\dot{x}_2 - \dot{x}_1\right) \tag{2.89}$$

donde F_{n1} es la fuerza producida por los amortiguadores ubicados entre el primer nivel y el terreno, y F_{n2} es la fuerza producida por los amortiguadores ubicados entre el primer y segundo nivel. Dichas fuerzas son función de la velocidad de cada nivel, y $f_{n1}(\cdot)$ y $f_{n2}(\cdot)$ son funciones no lineales positivas que dependen de los dispositivos de amortiguamiento. Si se plantea el equilibrio dinámico considerando los dispositivos se obtiene

$$-c_1\dot{x}_1(t) - c_2\left(\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)\right) - k_1x_1(t) - k_2\left(x_1(t) - x_2(t)\right) + F_1(t) + F_{n1} - F_{n2} = m_1\ddot{x}_1(t) \tag{2.90a}$$

$$-c_2\left(\dot{x}_2(t) - \dot{x}_1(t)\right) - k_2\left(x_2(t) - x_1(t)\right) + F_2(t) + F_{n2} = m_2\ddot{x}_2(t) \tag{2.90b}$$

Escribiendo la ecuación de forma matricial se obtiene

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1+c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} F_{n1} \\ F_{n2} \end{Bmatrix} \tag{2.91}$$

Sustituyendo las fuerzas de amortiguamiento en la forma matricial resulta

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_{n1}(\dot{x}_1) \\ f_{n2}(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \end{Bmatrix} \quad (2.92)$$

Haciendo

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I}_{md} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}(t) = \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{F}_e(t) = \begin{Bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{F}_n(\dot{\mathbf{X}}) = \begin{Bmatrix} f_{n1}(\dot{x}_1) \\ f_{n2}(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \end{Bmatrix}$$

Sustituyendo en la ecuación de movimiento se llega a

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{X}(t) = \mathbf{F}_e(t) - \mathbf{I}_{md}\mathbf{F}_n(\dot{\mathbf{X}}(t)) \quad (2.93)$$

La Ecuación 2.93 representa la respuesta dinámica de la estructura incluyendo dispositivos de amortiguamiento no lineales. Esta ecuación es aplicable a sistemas de n grados de libertad. La matriz $\mathbf{C}$ representa el amortiguamiento natural de la estructura, y la matriz $\mathbf{I}_{md}$ se asocia al amortiguamiento adicional. Esta función es no lineal con una función desconocida $\mathbf{F}_n(\cdot)$, y debido a esto no existe una solución analítica. Por lo tanto, los métodos numéricos son la única estrategia para resolver problemas de estructuras con amortiguamiento externo.

Uno de los métodos numéricos que pueden ser empleados para resolver la ecuación de movimiento con amortiguamiento externo es el de integración directa. La solución de la respuesta está dada por

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{e}^{\mathbf{A}(t-t_0)}\mathbf{z}(t_0) + \mathbf{e}^{\mathbf{A}t}\int_{t_0}^{t} \mathbf{e}^{-\mathbf{A}s}\mathbf{F}(s)ds \quad (2.94)$$

donde

$$\mathbf{z}(t) = \begin{Bmatrix} \mathbf{X}(t) \\ \dot{\mathbf{X}}(t) \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}(t) = \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{M}^{-1}\left(\mathbf{F}_e(t) - \mathbf{I}_{md}\mathbf{F}_n(\dot{\mathbf{X}})\right) \end{Bmatrix}$$

Haciendo

$$t_{k+1} = t, \quad t_k = t_0, \quad \Delta t = t - t_0 \quad (2.95)$$

La solución de la ecuación de movimiento en forma discreta está dada por

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{z}_k + \mathbf{e}^{\mathbf{A}t_{k+1}} \int_{t_k}^{t_{i+1}} \mathbf{e}^{-\mathbf{A}s}\mathbf{F}(s)ds \tag{2.96}$$

Las funciones Delta y constante pueden ser empleadas para discretizar la función de fuerzas continua que se encuentra dentro de la integral.

La función de fuerzas Delta está representada por la siguiente función

$$\mathbf{F}(s) = \mathbf{F}_k\delta\left(s - t_k\right)\Delta t = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \mathbf{M}^{-1}\left(\mathbf{F}_e(t) - \mathbf{I}_{md}\mathbf{F}_n(\dot{\mathbf{X}})\right) \end{array} \right\} \delta\left(s - t_k\right)\Delta t, \quad t_k \leq s < t_{k+1} \tag{2.97}$$

Sustituyendo la función de fuerzas Delta en la ecuación de movimiento de manera discreta resulta en

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_{k+1} &= \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{Z}_k + \mathbf{e}^{\mathbf{A}t_{k+1}} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{e}^{-\mathbf{A}s}\mathbf{F}_k\delta\left(s - t_k\right)\Delta t ds \\ &= \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{z}_k + \mathbf{e}^{\mathbf{A}t_{k+1}}\mathbf{e}^{-\mathbf{A}t_k}\mathbf{F}_k\Delta t \\ &= \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{z}_k + \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\Delta t\mathbf{F}_k \end{aligned} \tag{2.98}$$

La función de fuerzas constante representa una función continua, que es divida en tramos discretos, en la cual no hay cambio en la fuerza dentro del intervalo y la fuerza adquiere el valor que tenía al inicio del intervalo, esto es

$$\mathbf{F}(s) = \mathbf{F}_k = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \mathbf{M}^{-1}\left(\mathbf{F}_{ek} - \mathbf{I}_{md}\mathbf{F}_n\left(\dot{\mathbf{X}}_k\right)\right) \end{array} \right\}, \quad t_k \leq s < t_{k+1} \tag{2.99}$$

Sustituyendo la función de fuerzas constante en la ecuación de movimiento de manera discreta resulta en

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_{k+1} &= \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{Z}_k + \mathbf{e}^{\mathbf{A}t_{k+1}} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{e}^{-\mathbf{A}s}\mathbf{F}_k ds \\ &= \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{z}_k + \mathbf{e}^{\mathbf{A}t_{k+1}}\mathbf{A}^{-1}\left(\mathbf{e}^{-\mathbf{A}t_k} - \mathbf{e}^{-\mathbf{A}t_{k+1}}\right)\mathbf{F}_k \\ &= \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{z}_k + \mathbf{A}^{-1}\left(\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t} - \mathbf{I}\right)\mathbf{F}_k \end{aligned} \tag{2.100}$$

2.8.3. Ejemplos de calibración

Sistema de un grado de libertad

Un sistema de un grado de libertad como el mostrado en el ejemplo 1 del capítulo 9.6 (Hart y Wong, 2000) tiene las siguientes propiedades.

$$m = 1.7513 \times 10^5\,\text{kg}, \quad \zeta = 0.05, \quad T_n = 1.0\,\text{s}$$

El sistema cuenta con un amortiguador viscoso externo con una relación fuerza velocidad dada por

$$F_{md} = f_{md}(\dot{x}(t)) = 13.9552 \times 10^4\,\text{N}\,(\text{s/m})^{0.5}\langle \dot{x}(t)\rangle^{0.5}$$

La rigidez y el amortiguamiento natural del sistema son

$$k = \omega^2 m = \left(\frac{2\pi}{1}\right)^2 1.7513 \times 10^5 = 69.1386 \times 10^5\,\text{N/m}$$

$$c = 2\zeta\omega m = 2(0.05)\left(\frac{2\pi}{1}\right)(1.7513 \times 10^5) = 1.1004 \times 10^5\,\text{N} - \text{s/m}$$

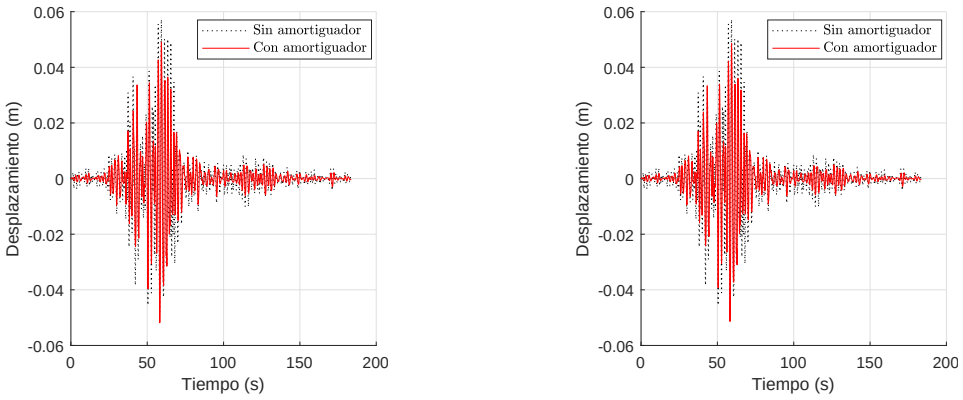
Sa calculó la respuesta del sistema con amortiguador y sin amortiguador empleando integración directa con las funciones Delta y constante. Sustituyendo los valores conocidos, la matriz de estados del sistema es

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -39.4784 & -0.6283 \end{bmatrix}$$

La ecuación de movimiento en variable estado está dada por

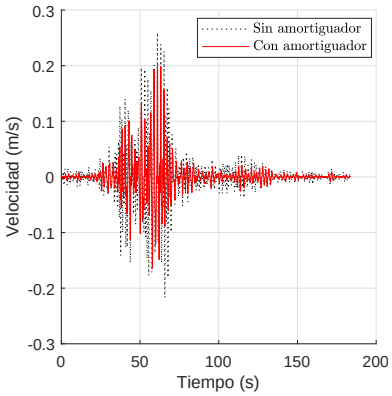
$$\dot{\mathbf{z}}_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -39.4784 & -0.6283 \end{bmatrix}\mathbf{z}_k + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} a_k - \left\langle \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 7.9685 \end{bmatrix} \right\rangle |z_k|^{0.5}$$

La respuestas del sistema comparando la respuesta con y sin amortiguamiento adicional son presentadas en la Figura 2.27.

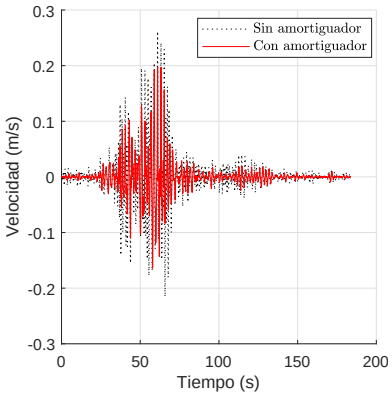


(A) Desplazamiento, Delta (B) Desplazamiento, constante

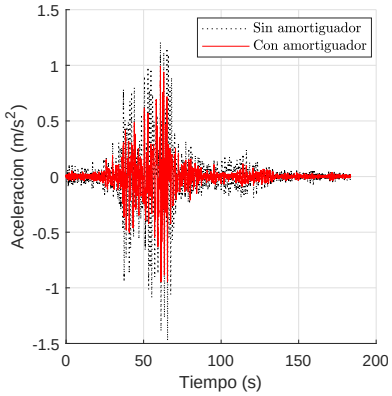
FIGURA 2.27: Respuestas obtenidas para el sistema de un grado de libertad con amortiguamiento adicional al registro de SCT



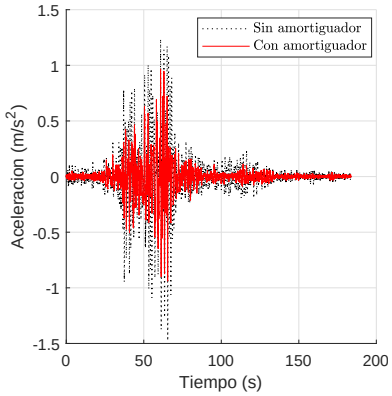
(C) Velocidad, Delta



(D) Velocidad, constante



(E) Aceleración, Delta



(F) Aceleración, constante

FIGURA 2.27: Respuestas obtenidas para el sistema de un grado de libertad con amortiguamiento adicional al registro de SCT (continuación)

Los valores de las respuestas máximas del sistema de un grado de libertad con amortiguador y sin él, y su porcentaje de disminución se muestran la Tabla 2.14 para la función Delta, y en la Tabla 2.15 para la función constante.

TABLA 2.14: Respuesta máxima del sistema de un grado de libertad con amortiguador (función Delta)

Tipo de respuesta	Sin amort.	Con amort.	Dism. máxima	Dism. global
Desplazamiento (m)	0.0572	0.0518	9.40 %	14.97 %
Velocidad (m/s)	0.2588	0.2035	21.36 %	32.69 %
Aceleración (m/s^2)	1.4738	0.9921	32.68 %	42.90 %

TABLA 2.15: Respuesta máxima del sistema de un grado de libertad con amortiguador (función constante)

Tipo de respuesta	Sin amort.	Con amort.	Dism. máxima	Dism. global
Desplazamiento (m)	0.0572	0.0514	10.19 %	16.67 %
Velocidad (m/s)	0.2614	0.1972	24.58 %	33.99 %
Aceleración (m/s^2)	1.4746	0.9651	34.55 %	43.88 %

Debido a las semejanzas observadas tanto en el análisis paso a paso, como en las respuestas máximas y los porcentajes de disminución, se concluye que ambos métodos producen respuestas semejantes con amortiguamiento adicional y sin él para la estructura en análisis.

Sistema de un grado de libertad

Un sistema de un grado de libertad como el mostrado en el ejemplo 2 del capítulo 9.6 (Hart y Wong, 2000) tiene las siguientes propiedades.

$$m = 1.7513 \times 10^5\,\text{kg}, \quad \zeta = 0.05, \quad T_n = 1.0\,\text{s}$$

El sistema cuenta con un amortiguador viscoso externo con una relación fuerza velocidad dada por

$$F_{md} = f_{md}(\dot{x}(t)) = 69.7762 \times 10^4\,\text{N}\,(\text{s/m})^{0.5}\langle \dot{x}(t)\rangle^{0.5}$$

La rigidez y el amortiguamiento natural del sistema son

$$k = \omega^2 m = \left(\frac{2\pi}{1}\right)^2 1.7513 \times 10^5 = 69.1386 \times 10^5\,\text{N/m}$$

$$c = 2\zeta\omega m = 2(0.05)\left(\frac{2\pi}{1}\right)(1.7513 \times 10^5) = 1.1004 \times 10^5\,\text{N} - \text{s/m}$$

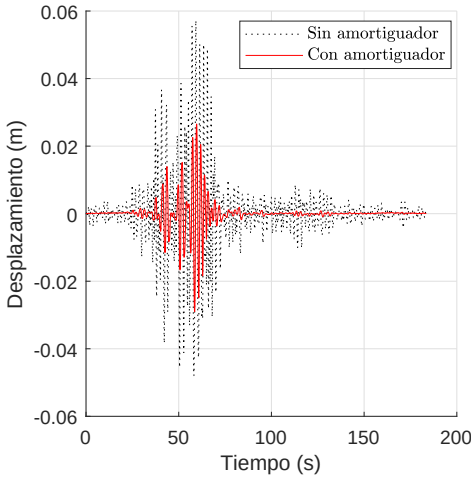
Sa calculó la respuesta del sistema con amortiguador y sin amortiguador empleando integración directa con las funciones Delta y constante. Sustituyendo los valores conocidos, la matriz de estados del sistema es

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -39.4784 & -0.6283 \end{bmatrix}$$

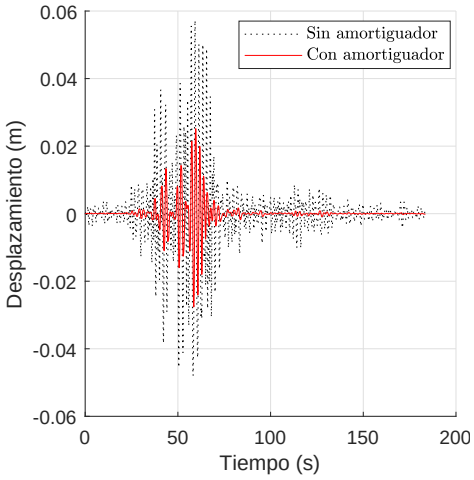
La ecuación de movimiento en variable estado está dada por:

$$\dot{\mathbf{z}}_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -39.4784 & -0.6283 \end{bmatrix} \mathbf{z}_k + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} a_k - \left\langle \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3.9843 \end{bmatrix} \right\rangle |z_k|^{0.5}$$

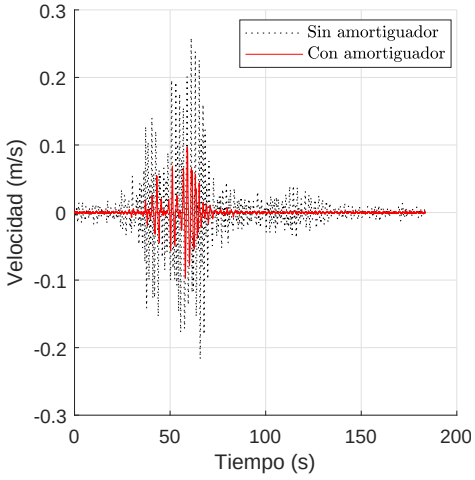
La respuestas del sistema comparando la respuesta con y sin amortiguamiento adicional son presentadas en la Figura 2.28.



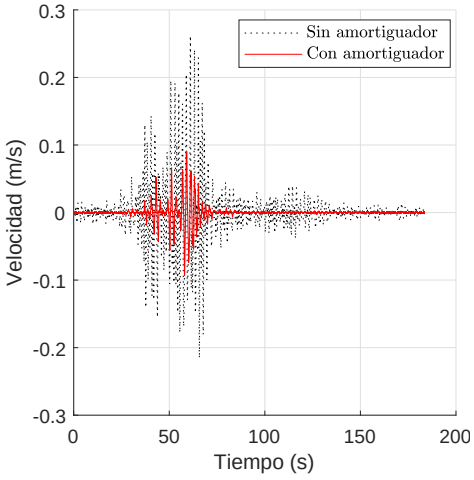
(A) Desplazamiento, Delta



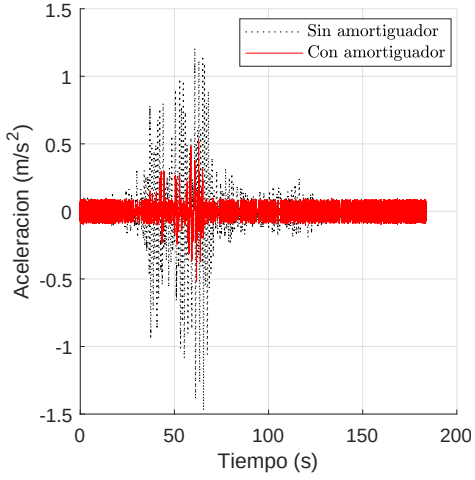
(B) Desplazamiento, constante



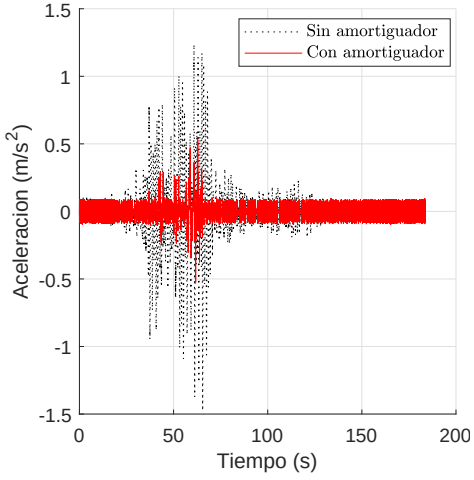
(C) Velocidad, Delta



(D) Velocidad, constante



(E) Aceleración, Delta



(F) Aceleración, constante

FIGURA 2.28: Respuestas obtenidas para el sistema de un grado de libertad con amortiguamiento adicional al registro de SCT

Los valores de las respuestas máximas del sistema de un grado de libertad con amortiguador y sin él, y su porcentaje de disminución se muestran la Tabla 2.16 para la función Delta, y en la Tabla 2.17 para la función constante.

TABLA 2.16: Respuesta máxima del sistema de un grado de libertad con amortiguador (función Delta)

Tipo de respuesta	Sin amort.	Con amort.	Dism. máxima	Dism. global
Desplazamiento (m)	0.0572	0.0290	49.34 %	64.63 %
Velocidad (m/s)	0.2588	0.0970	62.51 %	76.54 %
Aceleración (m/s^2)	1.4738	0.5275	64.21 %	71.15 %

TABLA 2.17: Respuesta máxima del sistema de un grado de libertad con amortiguador (función constante)

Tipo de respuesta	Sin amort.	Con amort.	Dism. máxima	Dism. global
Desplazamiento (m)	0.0572	0.0276	51.70 %	65.93 %
Velocidad (m/s)	0.2614	0.0934	64.27 %	77.59 %
Aceleración (m/s^2)	1.4746	0.5316	63.95 %	71.26 %

Debido a las semejanzas observadas tanto en el análisis paso a paso, como en las respuestas máximas y los porcentajes de disminución, se concluye que ambos métodos producen respuestas semejantes con amortiguamiento adicional y sin él para la estructura en análisis, sin embargo, centrando la atención en la aceleración obtenida con cualquiera de los métodos, se aprecia una saturación en la respuesta fuera de la fase intensa del evento cuando hay un amortiguador. Lo anterior se debe a la rigidez del problema, y para solucionarlo, se puede disminuir el tamaño de paso o cambiar el integrador por uno implícito. Debido a que no existe información que permita disminuir el tamaño de paso, es necesario emplear un integrador distinto que solucione los problemas observados.

Sistema de dos grados de libertad

Un sistema de dos grados de libertad como el mostrado en el ejemplo 1 del capítulo 9.7 (Hart y Wong, 2000) tiene las siguientes propiedades.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 2m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 4k & -2k \\ -2k & 3k \end{bmatrix}$$

Suponiendo que la masa es $m = 1.7513 \times 10^5$ kg y la rigidez $k = 175.1260 \times 10^5$ N/m. El amortiguamiento de la estructura se considera proporcional a la masa y rigidez. Los porcentajes de amortiguamiento son $\zeta_1 = 0.030$ y $\zeta_2 = 0.0075$. Para conocer la matriz de amortiguamiento es necesario conocer las frecuencias de la estructura. Dichas propiedades son determinadas con los eigenvalores de la estructura, los cuales son:

$$\left|-\mathbf{M}\omega^2 + \mathbf{K}\right| = 0 = \begin{Vmatrix} 700.504 - 3.503\omega^2 & -350.252 \\ -350.252 & 525.378 - 1.751\omega^2 \end{Vmatrix} 10^5$$

$$\left|-\mathbf{M}\omega^2 + \mathbf{K}\right| = 6.1341\omega^4 - 3066.9816\omega^2 + 245352.9270, \quad \omega^2 = \begin{pmatrix} 99.9977 \\ 399.9909 \end{pmatrix}$$

La determinación de las constantes de proporcionalidad se hará con

$$\alpha = \frac{2\omega_1\omega_2\left(\zeta_1\omega_2 - \zeta_2\omega_1\right)}{\omega_2^2 - \omega_1^2}, \quad \beta = \frac{2\left(\zeta_2\omega_2 - \zeta_1\omega_1\right)}{\omega_2^2 - \omega_1^2}, \quad \alpha = 0.7000, \qquad \beta = -0.0010$$

$$\mathbf{C} = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 1.7513 & 0.3503 \\ 0.3503 & 0.7005 \end{pmatrix} 10^5$$

Sa calculó la respuesta del sistema con amortiguadores y sin ellos empleando integración directa con las funciones Delta y constante. Sustituyendo los valores conocidos, la matriz de estados del sistema es

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \\ -199.9954 & 99.9977 & -0.5000 & -0.1000 \\ 199.9954 & -299.9931 & -0.2000 & -0.4000 \end{bmatrix}$$

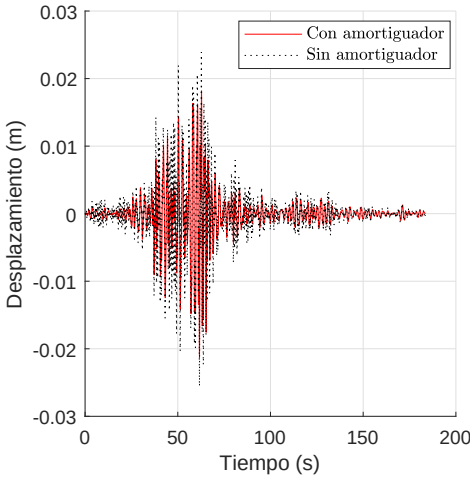
El sistema cuenta con dos amortiguadores viscosos externos. El amortiguador colocado entre la primera masa y el terreno se identifica como amortiguador 1 cuya fuerza está dada por $F_{n1}(\dot{\mathbf{x}})$, y el amortiguador ubicado entre la primer y segunda masa se identifica como amortiguador 2 y su fuerza está dada por $F_{n2}(\dot{\mathbf{x}})$, donde

$$F_{n1}(\dot{\mathbf{x}}) = 27.9105 \times 10^4\,\mathrm{N} - (\mathrm{s/m})^{0.5}\left\langle x_1\right\rangle^{0.5}$$
$$F_{n2}(\dot{\mathbf{x}}) = 69.8206 \times 10^4\,\mathrm{N} - (\mathrm{s/m})^{0.7}\left\langle x_2 - x_1\right\rangle^{0.7}$$

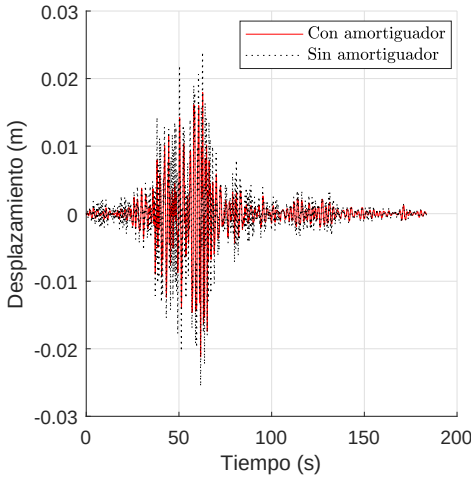
La ecuación de movimiento en variable estado con amortiguador está dada por

$$\dot{\mathbf{z}}_k = \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \\ -199.9954 & 99.9977 & -0.5000 & -0.1000 \\ 199.9954 & -299.9931 & -0.2000 & -0.4000 \end{bmatrix} \mathbf{z}_k + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} a_k$$
$$- \left\langle \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.7969 & -1.9934 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 3.9868 \end{bmatrix} \right\rangle \left| \begin{pmatrix} x_1^0 \\ x_2^0 \\ \dot{x}_1^{0.5} \\ \dot{x}_2^{0.7} \end{pmatrix} \right|$$

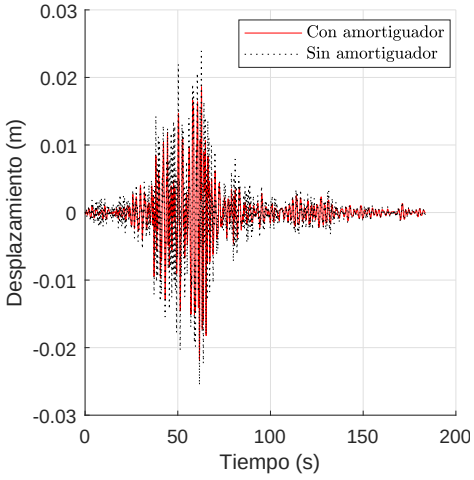
La respuestas del sistema comparando la respuesta con y sin amortiguamiento adicional son presentadas en la Figura 2.29.



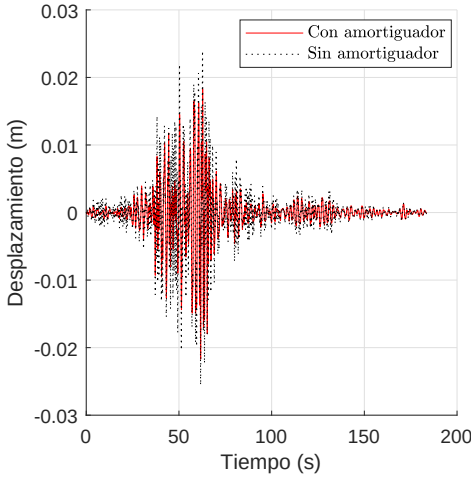
(A) Desplazamiento nivel 1, Delta



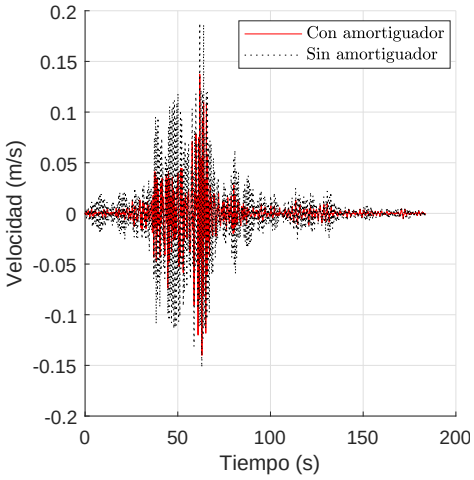
(B) Desplazamiento nivel 1, constante



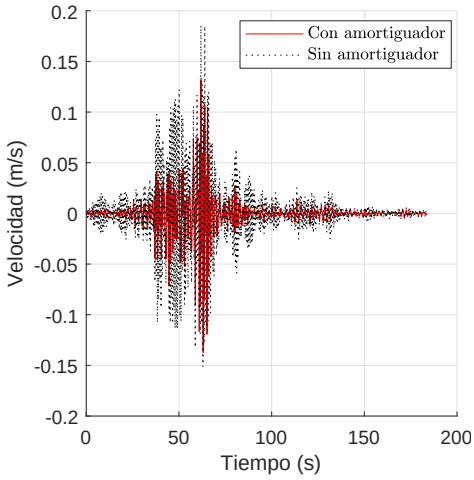
(C) Desplazamiento nivel 2, Delta



(D) Desplazamiento nivel 2, constante

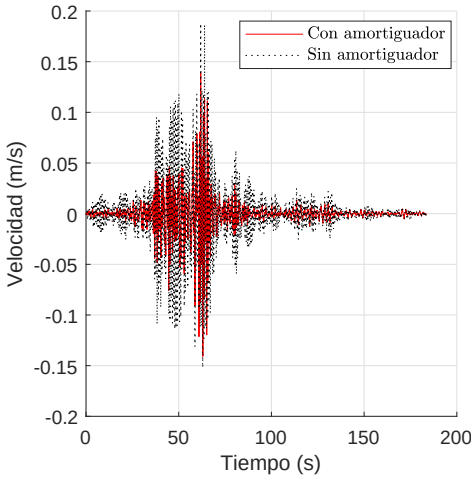


(E) Velocidad nivel 1, Delta

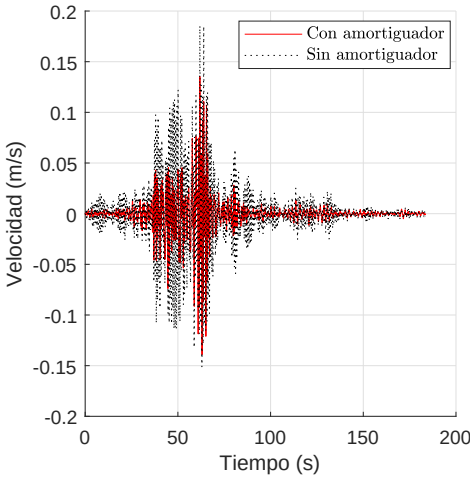


(F) Velocidad nivel 1, constante

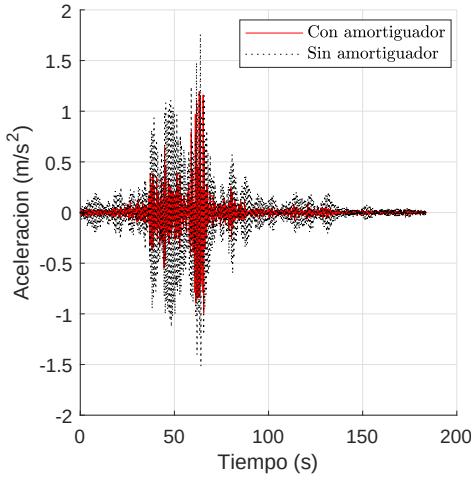
FIGURA 2.29: Respuestas del sistema de dos grados de libertad con amortiguamiento adicional al registro de SCT



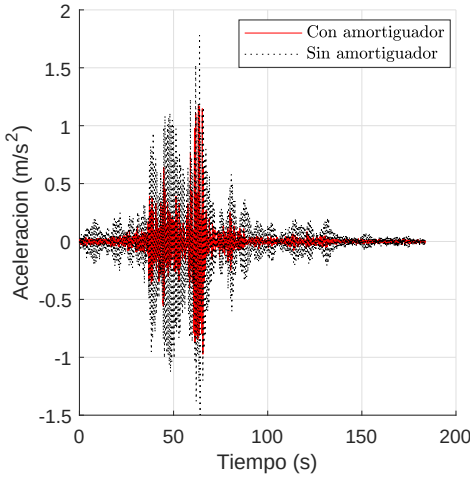
(G) Velocidad nivel 2, Delta



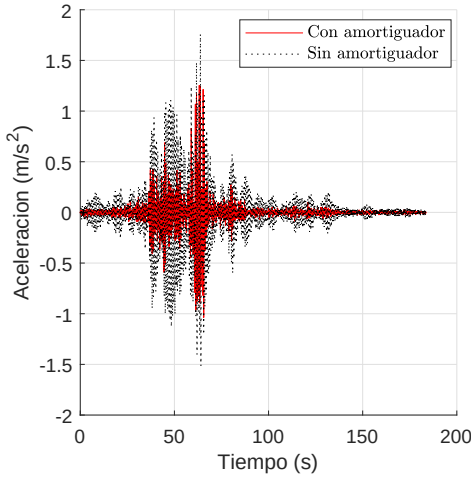
(H) Velocidad nivel 2, constante



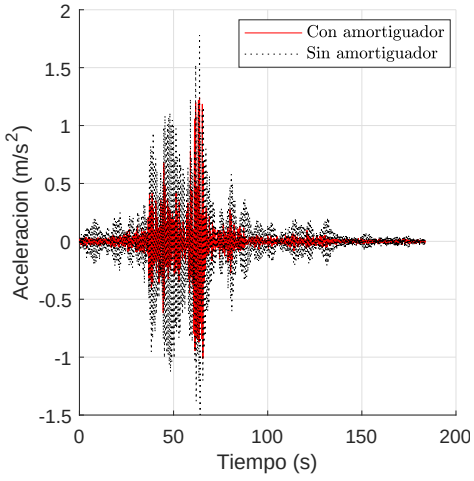
(I) Aceleración nivel 1, Delta



(J) Aceleración nivel 1, constante



(K) Aceleración nivel 2, Delta



(L) Aceleración nivel 2, constante

FIGURA 2.29: Respuestas del sistema de dos grados de libertad con amortiguamiento adicional al registro de SCT (continuación)

Los valores de las respuestas máximas del sistema de dos grados de libertad con amortiguadores y sin ellos, y su porcentaje de disminución se muestran la Tabla 2.18 para la función Delta, y en la Tabla 2.19 para la función constante.

TABLA 2.18: Respuesta máxima del sistema de dos grados de libertad con amortiguadores (función Delta)

Tipo de respuesta	Sin amort.	Con amort.	Dism. máxima	Dism. global
Desplazamiento N1 (m)	0.0255	0.0214	16.36 %	18.52 %
Desplazamiento N2 (m)	0.0255	0.0219	14.18 %	17.81 %
Velocidad N1 (m/s)	0.1878	0.1401	25.39 %	49.82 %
Velocidad N2 (m/s)	0.1878	0.1409	24.97 %	47.75 %
Aceleración N1 (m/s^2)	1.7591	1.1951	32.06 %	58.97 %
Aceleración N2 (m/s^2)	1.7591	1.2534	28.75 %	57.02 %

TABLA 2.19: Respuesta máxima del sistema de dos grados de libertad con amortiguadores (función constante)

Tipo de respuesta	Sin amort.	Con amort.	Dism. máxima	Dism. global
Desplazamiento N1 (m)	0.0255	0.0212	16.99 %	19.99 %
Desplazamiento N2 (m)	0.0255	0.0217	15.03 %	19.18 %
Velocidad N1 (m/s)	0.1854	0.1375	25.83 %	51.23 %
Velocidad N2 (m/s)	0.1854	0.1391	24.97 %	48.80 %
Aceleración N1 (m/s^2)	1.7795	1.1723	34.12 %	59.92 %
Aceleración N2 (m/s^2)	1.7795	1.2409	30.27 %	57.80 %

Debido a las semejanzas observadas tanto en el análisis paso a paso, como en las respuestas máximas y los porcentajes de disminución, se concluye que ambos métodos producen respuestas semejantes con amortiguamiento adicional y sin él para la estructura en análisis.

2.9. Control estructural

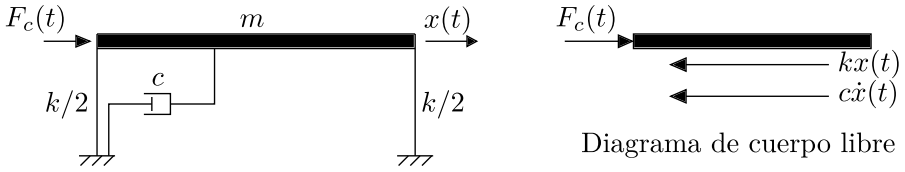
Una de las labores de los ingenieros estructurales es el cálculo de la respuesta de las edificaciones ante las fuerzas de la naturaleza como sismos, vientos fuertes, huracanes y el oleaje. El cálculo de las dimensiones de los elementos estructurales se realiza para resistir dichas respuestas y satisfacer restricciones de deformaciones y esfuerzos en sus elementos. Los materiales que se emplean para elaborar los elementos que forman a las estructuras son principalmente acero, concreto, mampostería y madera.

En la práctica puede emplearse el control pasivo o el control activo de la respuesta de las estructuras. El primero consiste en diseñar y calcular la cantidad de aisladores de base o amortiguadores. Se conoce como control pasivo debido a que una vez que se finaliza el diseño y se construye la estructura, se debe esperar a que ocurran las fuerzas. Cuando ocurren, la estructura responde a ellas sin modificar el desempeño de sus elementos durante la aplicación de la fuerza. El control activo permite que las propiedades de los elementos cambien para ajustarse a la fuerza que está aplicada en la estructura.

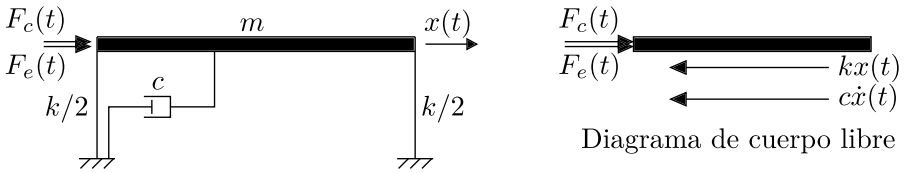
2.9.1. Control estructural de un sistema de un grado de libertad

Un sistema de un grado de libertad, similar al mostrado en la Figura 2.30 se le aplica la fuerza de control, $F_c(t)$, a la masa. La ecuación de equilibrio dinámico, obtenida del diagrama de cuerpo libre de las fuerzas actuando en la masa, es

$$\sum F = F_s + F_d + F_c = -kx(t) - c\dot{x}(t) + F_c(t) = m\ddot{x}(t) \tag{2.101}$$



(A) Sistema sin fuerzas externas



(B) Sistema con fuerzas externas

FIGURA 2.30: Sistema de un grado de libertad con control estructural

Reagrupando los términos la ecuación de movimiento se convierte en

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F_c(t) \tag{2.102}$$

Cuando al sistema se le aplica una fuerza externa, $F_e(t)$, el equilibrio de fuerzas es

$$\sum F = F_s + F_d + F_c + F_e = -kx(t) - c\dot{x}(t) + F_c(t) + F_e(t) = m\ddot{x}(t) \tag{2.103}$$

Reacomodando los términos, la ecuación de movimiento es

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F_e(t) + F_c(t) \tag{2.104}$$

Cuando se realiza un análisis sísmico, la fuerza externa aplicada es el producto de la masa por la aceleración, aplicando esto a la ecuación de movimiento se obtiene

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = -ma(t) + F_c(t) \tag{2.105}$$

La fuerza debida al control estructural, $F_c(t)$, puede tomar diferentes formas. Es responsabilidad del diseñador seleccionar el tipo de fuerza que produzca la respuesta más deseable en la estructura. La respuesta del sistema y la fuerza seleccionada dependen de las fuerzas externas aplicadas o las características del sismo aplicado, y en consecuencia el diseño depende en gran medida de los diferentes patrones y variaciones de las fuerzas aplicadas. Existen tres tipos de fuerzas de control que pueden ser empleadas:

1. Control de ciclo cerrado: Cuando la fuerza de control es función del desplazamiento y la velocidad de la estructura se le conoce como control de ciclo cerrado. La relación que rige el control se expresa como

$$F_c(t) = f_{c1}(x(t)) + f_{c2}(\dot{x}(t)) \tag{2.106}$$

   La sustitución de la función de fuerzas en la ecuación de movimiento resulta en

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F_e(t) + f_{c1}(x(t)) + f_{c2}(\dot{x}(t)) \tag{2.107}$$

   El objetivo es resolver la ecuación diferencial de segundo orden para las distintas formas de f_{c1} y f_{c2}, y así encontrar la combinación que produce la respuesta deseada del sistema

2. Control de ciclo abierto: Cuando la fuerza de control es función de las fuerzas externas aplicadas se conoce como control de ciclo abierto. La relación que rige el control es

$$F_c(t) = f_c\left(F_e(t)\right) \tag{2.108}$$

   Al igual que con el control de ciclo cerrado, el objetivo es proponer una fuerza con control de ciclo abierto y resolver la ecuación de movimiento hasta obtener la respuesta deseada del sistema.

3. Control de ciclo combinado: Cuando la fuerza de control es función de las fuerzas externas y del desplazamiento y la velocidad se conoce como control de ciclo combinado. La relación que rige el control está dada por

$$F_c(t) = f_{c1}(x(t)) + f_{c2}(\dot{x}(t)) + f_c\left(F_e(t)\right) \tag{2.109}$$

   La sustitución de la función de fuerzas en la ecuación de movimiento resulta en

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F_e(t) + f_{c1}(x(t)) + f_{c2}(\dot{x}(t)) + f_c\left(F_e(t)\right) \tag{2.110}$$

   Nuevamente, similar a los controles anteriores, el diseño implica resolver la ecuación de movimiento para las diferentes formas de f_{c1}, f_{c2} y f_c.

La respuesta del sistema con fuerzas de control involucra la aportación de los dos términos del lado derecho en la Ecuación 2.104. El primer término representa las fuerzas externas y que esta fuera del control del ingeniero. Ejemplos de las acciones que producen estas fuerzas son los eventos sísmicos o cargas por viento. El segundo término es la fuerza de control, la cual en forma física y su representación matemática si se encuentra bajo el control del ingeniero. El objetivo del control estructural es encontrar la fuerza de control, $F_c(t)$, que permita alcanzar el desempeño deseado para las restricciones particulares de cada estructura.

2.9.2. Control estructural de un sistema de dos grados de libertad

Las matemáticas del control estructural están basadas en el método variable estado. Considerando un sistema de dos grados de libertad como el mostrado en la Figura 2.31. Sumando las fuerzas externas y de control aplicadas a las masas se obtiene

$$-c_1\dot{x}_1(t) - c_2\left(\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)\right) - k_1x_1(t) - k_2\left(x_1(t) - x_2(t)\right) + F_1(t) + F_{c1}(t) = m_1\ddot{x}_1(t) \quad (2.111a)$$

$$-c_2\left(\dot{x}_2(t) - \dot{x}_1(t)\right) - k_2\left(x_2(t) - x_1(t)\right) + F_2(t) + F_{c2}(t) = m_2\ddot{x}_2(t) \quad (2.111b)$$

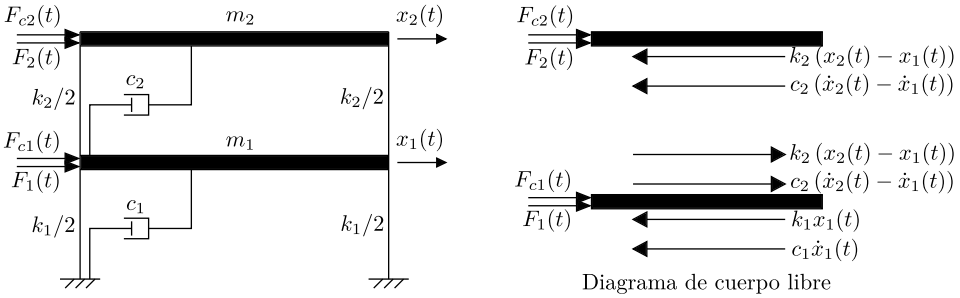


FIGURA 2.31: Sistema de dos grados de libertad con control estructural

donde $F_{c1}(t)$ es la fuerza de control aplicada en el nivel inferior, y $F_{c2}(t)$ es la fuerza de control aplicada en el nivel superior. Reescribiendo las ecuaciones de equilibrio de forma matricial se obtiene

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1+c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_{c1}(t) \\ F_{c2}(t) \end{Bmatrix} \quad (2.112)$$

Definiendo

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1+c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}(t) = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{F}_e(t) = \begin{Bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{f}_c(t) = \begin{Bmatrix} F_{c1}(t) \\ F_{c2}(t) \end{Bmatrix}$$

Reescribiendo la ecuación de movimiento de manera condensada resulta

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{X}(t) = \mathbf{F}_e(t) + \mathbf{f}_c(t) \quad (2.113)$$

En el control de ciclo cerrado, la fuerza de control es función del desplazamiento y la velocidad, es decir

$$\mathbf{f}_c(t) = \left\{ \begin{array}{c} F_{c1}(t) \\ F_{c2}(t) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} f_{c11}(\mathbf{X}(t)) + f_{c12}(\dot{\mathbf{X}}(t)) \\ f_{c21}(\mathbf{X}(t)) + f_{c22}(\dot{\mathbf{X}}(t)) \end{array} \right\}, \tag{2.114}$$

y en control de ciclo abierto, la fuerza de control es función de la fuerza externa, es decir

$$\mathbf{f}_c(t) = \left\{ \begin{array}{c} F_{c1}(t) \\ F_{c2}(t) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} f_{c1}\left(\mathbf{F}_e(t)\right) \\ f_{c2}\left(\mathbf{F}_e(t)\right) \end{array} \right\}. \tag{2.115}$$

Finalmente, en el control de ciclo combinado, la fuerza de control es la suma de las fuerzas de ciclo abierto y cerrado

$$\mathbf{f}_c(t) = \left\{ \begin{array}{c} F_{c1}(t) \\ F_{c2}(t) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} f_{c11}(\mathbf{X}(t)) + f_{c12}(\dot{\mathbf{X}}(t)) + f_{c1}\left(\mathbf{F}_e(t)\right) \\ f_{c21}(\mathbf{X}(t)) + f_{c22}(\dot{\mathbf{X}}(t)) + f_{c2}\left(\mathbf{F}_e(t)\right) \end{array} \right\}. \tag{2.116}$$

2.9.3. Control estructural de un sistema de múltiples grados de libertad y cálculo numérico de la respuesta

El control de la respuesta para un sistema de n grados de libertad puede obtenerse extrapolándolo del control para un sistema de dos grados de libertad. La ecuación de equilibrio dinámico en ausencia de fuerzas de control está dada por

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{X}(t) = \mathbf{F}_e(t) \tag{2.117}$$

donde

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \cdots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & m_{n-1,n} \\ m_{n1} & \cdots & m_{n,n-1} & m_{nn} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & c_{n-1,n} \\ c_{n1} & \cdots & c_{n,n-1} & c_{nn} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & k_{n-1,n} \\ k_{n1} & \cdots & k_{n,n-1} & k_{nn} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}(t) = \left\{ \begin{array}{cccc} x_1(t) & x_2(t) & \cdots & x_n(t) \end{array} \right\}^T, \quad \mathbf{F}_e(t) = \left\{ \begin{array}{cccc} F_1(t) & F_2(t) & \cdots & F_n(t) \end{array} \right\}^T$$

y n representa el número de grados de libertad. Para el caso del sistema con control estructural, la ecuación de movimiento es

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{C}\mathbf{X}(t) + \mathbf{K}\mathbf{X}(t) = \mathbf{F}_e(t) + \mathbf{D}\mathbf{f}_c(t) \tag{2.118}$$

donde

$$\mathbf{f}_c(t) = \begin{Bmatrix} F_{c1}(t) \\ F_{c2}(t) \\ \vdots \\ F_{cp}(t) \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & \cdots & D_{1,p} \\ D_{21} & D_{22} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & D_{n-1,p} \\ D_{n1} & \cdots & D_{n,p-1} & D_{np} \end{bmatrix}$$

En esta ecuación, p representa el número de fuerzas de control y $\mathbf{D}$ se conoce como matriz de distribución de las fuerzas de control. Se debe observar que una fuerza de control puede afectar varios grados de libertad, y que el i-éismo grado de libertad que es afectado por la j-ésima fuerza de control se encuentra en $\mathbf{D}_{ij}$.

Empleando el control de ciclo cerrado, la fuerza de control es función del desplazamiento y la velocidad, es decir

$$F_{ci}(t) = f_{ci1}(\mathbf{X}(t)) + f_{ci2}(\dot{\mathbf{X}}(t)), \quad i = 1, \ldots, p. \tag{2.119}$$

Con el control de ciclo abierto, la fuerza de control es función de la fuerza externa, esto es

$$F_{ci}(t) = f_{ci}\left(\mathbf{F}_e(t)\right), \quad i = 1, \ldots, p. \tag{2.120}$$

Finalmente, en el control de ciclo combinado, la fuerza de control es la suma de las fuerzas de ciclo cerrado y abierto, es decir

$$F_{ci}(t) = f_{ci1}(\mathbf{X}(t)) + f_{ci2}(\dot{\mathbf{X}}(t)) + f_{ci}\left(\mathbf{F}_e(t)\right), \quad i = 1, \ldots, p \tag{2.121}$$

Los métodos de variable estado son empleados para resolver la ecuación de movimiento. Para plantear la ecuación de equilibrio dinámico con control estructural se definen los estados como

$$\mathbf{z}(t) = \begin{Bmatrix} \mathbf{X}(t) \\ \dot{\mathbf{X}}(t) \end{Bmatrix} \tag{2.122}$$

Reescribiendo los términos de la Ecuación 2.118 en variable estado se obtiene

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{X}}(t) \\ \ddot{\mathbf{X}}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{X}(t) \\ \dot{\mathbf{X}}(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}_e(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{D}\mathbf{f}_c(t) \end{Bmatrix} \tag{2.123}$$

Donde $\mathbf{0}$ es una matriz de ceros, y $\mathbf{I}$ es una matriz identidad. Haciendo

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}(t) = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}_e(t) \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{D} \end{bmatrix}$$

Escribiendo de forma condensada la ecuación de equilibrio dinámico en variable estado resulta

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{F}(t) + \mathbf{B}\mathbf{f}_c(t) \tag{2.124}$$

La solución de la ecuación de movimiento está dada por

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{e}^{\mathbf{A}(t-t_0)}\mathbf{z}\left(t_0\right) + \mathbf{e}^{\mathbf{A}t}\int_{t_0}^{t}\mathbf{e}^{-\mathbf{A}s}\mathbf{F}(s)ds + \mathbf{e}^{\mathbf{A}t}\int_{t_0}^{t}\mathbf{e}^{-\mathbf{A}s}\mathbf{B}\mathbf{f}_c(s)ds \tag{2.125}$$

Para emplear el método numérico de integración directa se requiere hacer

$$t_{k+1} = t, \quad t_k = t_0, \quad \Delta t = t - t_0 \tag{2.126}$$

Sustituyendo en la solución de la ecuación de movimiento en variable estado resulta

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{z}_k + \mathbf{e}^{\mathbf{A}t_{k+1}}\int_{t_k}^{t_{k+1}}\mathbf{e}^{-\mathbf{A}s}\mathbf{F}(s)ds + \mathbf{e}^{\mathbf{A}t_{k+1}}\int_{t_k}^{t_{k+1}}\mathbf{e}^{-\mathbf{A}s}\mathbf{B}\mathbf{f}_c(s)ds \tag{2.127}$$

De manera similar a las aproximaciones empleadas para discretizar la función de fuerzas, $\mathbf{F}(s)$, existen dos métodos para aproximar la función de fuerzas de control, $\mathbf{f}_c(s)$. Cuando se emplea la función de fuerzas Delta, la respuesta está dada por

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{z}_k + \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\Delta t\mathbf{F}_k + \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{B}\Delta t\mathbf{f}_{ck} \tag{2.128}$$

De manera similar, cuando se emplea la función de fuerzas constante, la respuesta está dada por

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{z}_k + \mathbf{A}^{-1}\left(\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t} - \mathbf{I}\right)\mathbf{F}_k + \mathbf{A}^{-1}\left(\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t} - \mathbf{I}\right)\mathbf{B}\mathbf{f}_{ck} \tag{2.129}$$

Definiendo en la Ecuación 2.128

$$\mathbf{F}_s = \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}, \quad \mathbf{H}_d = \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\Delta t, \quad \mathbf{G} = \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{B}\Delta t, \tag{2.130}$$

o definiendo en la Ecuación 2.129

$$\mathbf{F}_s = \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}, \quad \mathbf{H}_d = \mathbf{A}^{-1}\left(\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t} - \mathbf{I}\right), \quad \mathbf{G} = \mathbf{A}^{-1}\left(\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t} - \mathbf{I}\right)\mathbf{B} \tag{2.131}$$

La solución dada en la Ecuación 2.128 y la Ecuación 2.129 de manera condensada está dada por

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{F}_s\mathbf{z}_k + \mathbf{H}_d\mathbf{F}_k + \mathbf{G}\mathbf{f}_{ck} \tag{2.132}$$

El vector de respuesta en variable estado, $\mathbf{z}(t)$, incluye los desplazamientos y velocidades en un solo vector, Por lo tanto, para el control en ciclo cerrado se obtiene

$$F_{cik} = f_{ci1\&2}\left(\mathbf{z}_k\right), \quad i = 1, \ldots, p. \tag{2.133}$$

De manera similar, para el control de ciclo abierto se obtiene

$$F_{cik} = f_{ci}\left(\mathbf{F}_k\right), \quad i = 1, \ldots, p, \tag{2.134}$$

dado que el control de ciclo combinado es la suma de los controles abierto y cerrado, resulta en

$$F_{cik} = f_{ci1\&2}\left(\mathbf{z}_k\right) + f_{ci}\left(\mathbf{F}_k\right), \quad i = 1, \ldots, p \tag{2.135}$$

2.9.4. Ejemplos de calibración

Control de la respuesta de un sistema de un grado de libertad

Considerando un sistema de un grado de libertad como el propuesto en el ejemplo 2 del capítulo 10.7 (Hart y Wong, 2000), el cual tiene las siguientes propiedades.

$$\begin{aligned} m &= 1.7513 \times 10^5\,\mathrm{kg} \\ c &= 2.2008 \times 10^5\,\mathrm{N\,s/m} \\ k &= 276.5590 \times 10^5\,\mathrm{N/m} \end{aligned}$$

Sa calculó la respuesta del sistema con control y sin él empleando integración directa con las funciones Delta y constante. Con las propiedades estructurales mencionadas, la matriz de estados del sistema es

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0000 & 1.0000 \\ -157.9164 & -1.2567 \end{bmatrix}$$

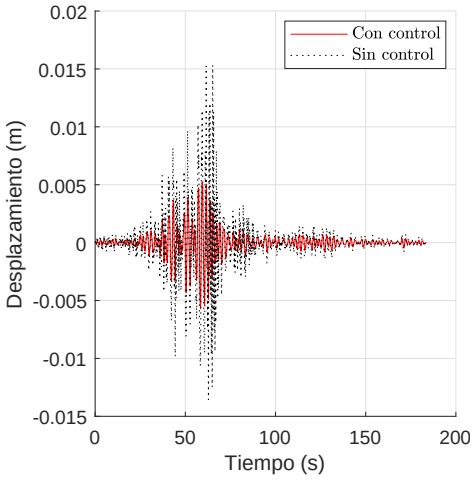
Los coeficientes de control y la matriz de distribución de fuerzas de control son

$$F_{ci} = \begin{pmatrix} -2.389 \times 10^7\,\mathrm{N\,m^{-1}} & -4.837 \times 10^6\,\mathrm{N\,s\,m^{-1}} \end{pmatrix}^T \qquad \mathbf{D} = [1]$$

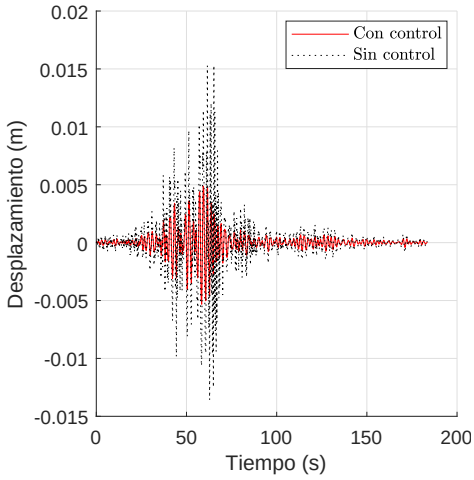
La ecuación de movimiento en variable estado con control de ciclo cerrado está dada por:

$$\dot{\mathbf{z}}_k = \begin{bmatrix} 0.0000 & 1.0000 \\ -157.9164 & -1.2567 \end{bmatrix} \mathbf{z}_k + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} a_k + \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 \\ -136.4229 & -27.6213 \end{bmatrix} \mathbf{z}_k$$

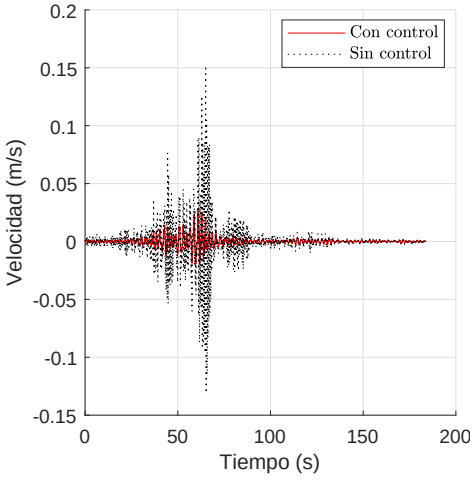
La respuesta del sistema obtenida se muestra en la Figura 2.32, en donde se comparan los resultados considerando al sistema con control y sin él.



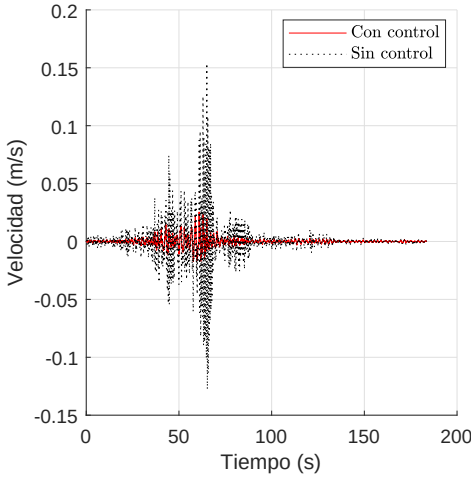
(A) Desplazamiento, Delta



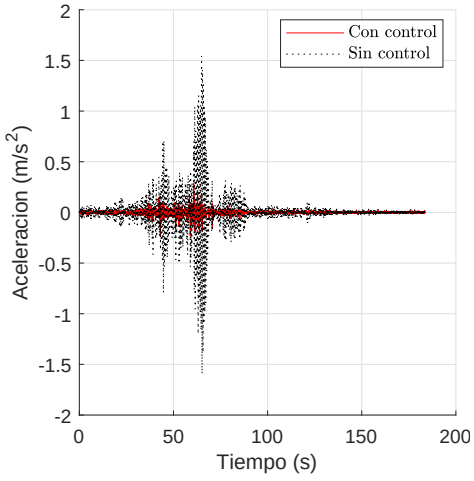
(B) Desplazamiento, constante



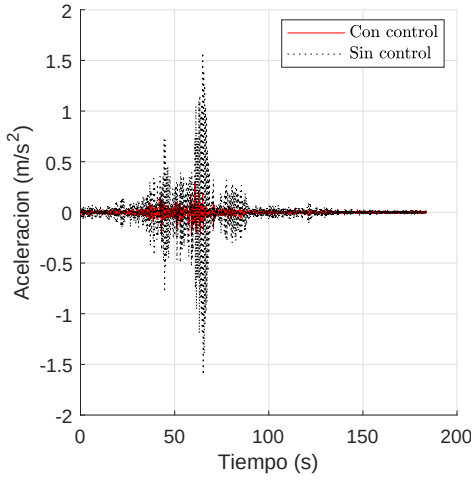
(C) Velocidad, Delta



(D) Velocidad, constante



(E) Aceleración, Delta



(F) Aceleración, constante

FIGURA 2.32: Respuestas del sistema de un grado de libertad con control al registro de SCT

Los valores de las respuestas máximas del sistema de un grado de libertad con control y sin él, y su porcentaje de disminución se muestran la Tabla 2.20 para la función Delta, y en la Tabla 2.21 para la función constante.

TABLA 2.20: Respuesta máxima del sistema de un grado de libertad con control (función Delta)

Tipo de respuesta	Sin control	Con control	Dism. máxima	Dism. global
Desplazamiento (m)	0.0153	0.0057	62.61 %	54.04 %
Velocidad (m/s)	0.1519	0.0283	81.36 %	80.95 %
Aceleración (m/s^2)	1.5932	0.2866	82.01 %	89.42 %

TABLA 2.21: Respuesta máxima del sistema de un grado de libertad con control (función constante)

Tipo de respuesta	Sin control	Con control	Dism. máxima	Dism. global
Desplazamiento (m)	0.0153	0.0053	65.22 %	57.71 %
Velocidad (m/s)	0.1538	0.0255	83.45 %	83.32 %
Aceleración (m/s^2)	1.6030	0.2984	81.39 %	89.56 %

Debido a las semejanzas observadas tanto en el análisis paso a paso, como en las respuestas máximas y los porcentajes de disminución, se concluye que ambos métodos producen respuestas semejantes con control y sin él para la estructura en análisis.

Apéndice

2.A. Solución analítica de los problemas

2.A.1. Sistema de un grado de libertad sometido a una fuerza constante

Se presenta la solución analítica del problema abordado en la Sección 2.3.3, empleando el método de coeficientes indeterminados. Para llegar a la solución se plantea la ecuación de movimiento en variable estado, es decir

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{F}(t)$$

Sustituyendo los valores correspondientes la matriz $\mathbf{A}$ es

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4\pi^2 & -\frac{\pi}{5} \end{bmatrix}$$

Para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales, se procede al cálculo de los valores característicos de la siguiente manera

$$\det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}) = \det\left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4\pi^2 & -\frac{\pi}{5} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix}\right) = \lambda^2 + 2\zeta\omega_n\lambda + \omega_n^2$$

Aplicando la fórmula general obtienen las siguientes raíces

$$\lambda_1 = -\zeta\omega_n + \omega_d i, \qquad \lambda_2 = -\zeta\omega_n - \omega_d i$$

Donde

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

Sustituyendo λ_1 para obtener el primer eigenvector se obtiene

$$\begin{bmatrix} \zeta\omega_n - \omega_d i & 1 \\ -4\pi^2 & -\frac{\pi}{5} + \zeta\omega_n - \omega_d i \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Suponiendo $\phi_{11} = 1$, del primer renglón se despeja como

$$\zeta\omega_n - \omega_d i + \phi_{12} = 0, \qquad \phi_{12} = -\zeta\omega_n + \omega_d i$$

En consecuencia el eigenvector ϕ_1 es

$$\phi_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -\zeta\omega_n + \omega_d i \end{pmatrix}, \qquad \mathbb{R}(\phi_1) = \begin{pmatrix} 1 \\ -\zeta\omega_n \end{pmatrix}, \qquad \mathbb{I}(\phi_1) = \begin{pmatrix} 0 \\ \omega_d \end{pmatrix}$$

La solución total del sistema de ecuaciones diferenciales tiene la forma

$$\mathbf{z} = c_1 \left(\begin{pmatrix} 1 \\ -\zeta\omega_n \end{pmatrix} \cos\omega_d t - \begin{pmatrix} 0 \\ \omega_d \end{pmatrix} \sin\omega_d t \right) e^{-\zeta\omega_n t} + c_2 \left(\begin{pmatrix} 0 \\ \omega_d \end{pmatrix} \cos\omega_d t + \begin{pmatrix} 1 \\ -\zeta\omega_n \end{pmatrix} \sin\omega_d t \right) e^{-\zeta\omega_n t} + \mathbf{z}_p$$

Para calcular la solución particular se emplea el método de coeficientes indeterminados proponiendo la siguiente solución particular

$$\mathbf{z}_p = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Sustituyendo $\mathbf{z}_p$ en el sistema de ecuaciones diferenciales a resolver se tiene

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{F}(t), \qquad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4\pi^2 & -\frac{\pi}{5} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{44.482}{175.126} \end{pmatrix} \qquad a = \frac{0.254}{\omega_n^2}, \quad b = 0$$

Para conocer las constantes c_1 y c_2 se recurre a evaluar las condiciones de frontera, las cuales son $t_0 = 0$, $x_0 = 0$ y $\dot{x}_0 = 0$, sustituyendo en la solución del sistema se obtiene

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = c_1 \left(\begin{pmatrix} 1 \\ -\zeta\omega_n \end{pmatrix} \right) + c_2 \left(\begin{pmatrix} 0 \\ \omega_d \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} \frac{0.254}{\omega_n^2} \\ 0 \end{pmatrix} \qquad c_1 = -\frac{0.254}{\omega_n^2} \quad c_2 = \frac{-0.254\zeta}{\omega_n\omega_d}$$

En consecuencia, la solución total del sistema es

$$\mathbf{z}(t) = -\frac{0.254}{\omega_n^2} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ -\zeta\omega_n \end{pmatrix} \cos\omega_d t - \begin{pmatrix} 0 \\ \omega_d \end{pmatrix} \sin\omega_d t \right) e^{-\zeta\omega_n t} + \frac{-0.254\zeta}{\omega_n\omega_d} \left(\begin{pmatrix} 0 \\ \omega_d \end{pmatrix} \cos\omega_d t + \begin{pmatrix} 1 \\ -\zeta\omega_n \end{pmatrix} \sin\omega_d t \right) e^{-\zeta\omega_n t} + \begin{pmatrix} \frac{0.254}{\omega_n^2} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.136)$$

2.A.2. Sistema de un grado de libertad sometido a una fuerza armónica

Se presenta la solución analítica del problema abordado en la Sección 2.3.3. Su solución es un problema típico de la literatura, por lo tanto ya es conocida. De acuerdo con (Chopra, 2012) la respuesta de desplazamiento está dada por

$$x(t) = e^{-\zeta\omega_n t}\left(A\cos\omega_D t + B\sin\omega_D t\right) + C\sin\omega t + D\cos\omega t \tag{2.137}$$

Los primeros dos términos de la respuesta corresponden a la solución en vibración libre del sistema de un grado de libertad y se conoce como respuesta de vibración transitoria, mientras que los últimos términos corresponden a la solución particular y se conoce como respuesta de vibración estacionaria.

Para conocer las constantes C y D de la solución, se sustituye la solución particular en la ecuación de equilibrio dinámico

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = \frac{p_0}{m}\sin\omega t, \qquad x_p(t) = C\sin\omega t + D\cos\omega t$$

Derivando una y dos veces la solución particular se obtienen la velocidad y aceleración respectivamente que son

$$\dot{x}_p(t) = \frac{d}{dt}(C\sin\omega t + D\cos\omega t) = C\omega\cos\omega t - D\omega\sin\omega t$$
$$\ddot{x}_p(t) = \frac{d}{dt}(C\omega\cos\omega t - D\omega\sin\omega t) = -C\omega^2\sin\omega t - D\omega^2\cos\omega t$$

Sustituyendo las soluciones particulares en la ecuación de equilibrio dinámico se obtiene

$$-C\omega^2\sin\omega t - D\omega^2\cos\omega t + 2\zeta\omega_n(C\omega\cos\omega t - D\omega\sin\omega t) + \omega_n^2(C\sin\omega t + D\cos\omega t) = \frac{p_0}{m}\sin\omega t$$

Dividiendo la ecuación anterior entre ω_n^2 y recordando que $k = \omega_n^2 m$ resulta

$$-C\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\sin\omega t - D\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\cos\omega t + 2\zeta(C\frac{\omega}{\omega_n}\cos\omega t - D\frac{\omega}{\omega_n}\sin\omega t) + (C\sin\omega t + D\cos\omega t) = \frac{p_0}{k}\sin\omega t$$

Los términos que contienen la expresión $\sin\omega t$ y $\cos\omega t$ respectivamente son

$$-C\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\sin\omega t + 2\zeta(-D\frac{\omega}{\omega_n}\sin\omega t) + C\sin\omega t = \frac{p_0}{k}\sin\omega t$$

$$-D\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\cos\omega t + 2\zeta(C\frac{\omega}{\omega_n}\cos\omega t) + D\cos\omega t = 0\cos\omega t$$

Por independencia lineal y agrupando términos semejantes se obtiene

$$\left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]C - \left(2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}\right)D = \frac{p_0}{k}$$

$$\left(2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}\right)C + \left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]D = 0$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones lineales y sustituyendo valores se obtiene ($\omega/\omega_n = 5.2359/6.2832 = 0.8333$)

$$\begin{aligned} C =& \frac{p_0}{k}\frac{1-(\omega/\omega_n)^2}{\left[1-(\omega/\omega_n)^2\right]^2+\left[2\zeta\,(\omega/\omega_n)\right]^2} \\ =& \frac{44482}{1751260}\frac{1-(0.8333)^2}{\left[1-(0.8333)^2\right]^2+\left[20(0.05)\,(0.8333)\right]^2} = 0.0774 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D =& \frac{p_0}{k}\frac{-2\zeta\omega/\omega_n}{\left[1-(\omega/\omega_n)^2\right]^2+\left[2\zeta\,(\omega/\omega_n)\right]^2} \\ =& \frac{44482}{1751260}\frac{-2(0.05)(0.8333)}{\left[1-(0.8333)^2\right]^2+\left[2(0.05)\,(0.8333)\right]^2} = -0.0211 \end{aligned}$$

Para conocer las constantes A y B, se aplican las condiciones de frontera ($x_0 = 0$ y $\dot{x}_0 = 0$) a la solución completa de la ecuación diferencial, obteniendo

$$\begin{aligned} x(0) = 0 &= e^{-\zeta\omega_n 0}\left(A\cos\omega_D 0 + B\sin\omega_D 0\right) + C\sin\omega 0 + D\cos\omega 0 \\ &= e^0\left(A\cos 0 + B\sin 0\right) + C\sin 0 + D\cos 0 \\ &= A + D \end{aligned}$$

$$A = -D = 0.0211$$

La función de velocidad se obtiene derivando directamente la función de desplazamiento con respecto del tiempo. Dicha función es

$$\dot{x}(t) = \frac{d}{dt}\left(e^{-\zeta\omega_n t}\left(A\cos\omega_D t + B\sin\omega_D t\right) + C\sin\omega t + D\cos\omega t\right)$$

$$\dot{x}(t) = -\zeta\omega_n e^{-\zeta\omega_n t}\left(A\cos\left(\omega_d t\right) + B\sin\left(\omega_d t\right)\right) + \omega_d e^{-\zeta\omega_n t}\left(B\cos\left(\omega_d t\right) - A\sin\left(\omega_d t\right)\right) + C\omega\cos\left(\omega t\right) - D\omega\sin\left(\omega t\right)$$

Evaluando las condiciones de frontera $\dot{x}_0 = 0$ se obtiene

$$\dot{x}(0) = 0 = -\zeta\omega_n e^{-\zeta\omega_n(0)}\left(A\cos\left(\omega_d(0)\right) + B\sin\left(\omega_d(0)\right)\right) + \omega_d e^{-\zeta\omega_n(0)}\left(B\cos\left(\omega_d(0)\right) - A\sin\left(\omega_d(0)\right)\right) + C\omega\cos\left(\omega(0)\right) - D\omega\sin\left(\omega(0)\right)$$

$$\dot{x}(0) = 0 = -\zeta\omega_n e^{0}\left(A\cos\left(0\right) + B\sin\left(0\right)\right) + \omega_d e^{0}\left(B\cos\left(0\right) - A\sin\left(0\right)\right) + C\omega\cos\left(0\right) - D\omega\sin\left(0\right)$$

$$\dot{x}(0) = 0 = -\zeta\omega_n A + \omega_d B + C\omega$$

$$B = \frac{\dot{x}_0 + \zeta\omega_n A - C\omega}{\omega_d} = \frac{0 + (0.05 \times 6.2832 \times 0.0211) - (0.0774 \times 5.2359)}{6.2675} = -0.0635$$

Determinadas las constantes anteriores, se calcula la ecuación de la aceleración como

$$\ddot{x} = \frac{d}{dt}\Big(-\zeta\omega_n e^{-\zeta\omega_n t}\left(A\cos\left(\omega_d t\right) + B\sin\left(\omega_d t\right)\right) + \omega_d e^{-\zeta\omega_n t}\left(B\cos\left(\omega_d t\right) - A\sin\left(\omega_d t\right)\right) + C\omega\cos\left(\omega t\right) - D\omega\sin\left(\omega t\right)\Big)$$

$$\ddot{x} = {\omega_n}^2\zeta^2 e^{-\zeta\omega_n t}\left(A\cos\left(\omega_d t\right) + B\sin\left(\omega_d t\right)\right) - D\omega^2\cos\left(\omega t\right) - C\omega^2\sin\left(\omega t\right) - e^{-\zeta\omega_n t}\left(A{\omega_d}^2\cos\left(\omega_d t\right) + B{\omega_d}^2\sin\left(\omega_d t\right)\right) - 2\zeta\omega_n e^{-\zeta\omega_n t}\left(B\omega_d\cos\left(\omega_d t\right) - A\omega_d\sin\left(\omega_d t\right)\right)$$

La aceleración inicial del sistema se puede conocer a través de la ecuación de equilibrio dinámico. Sustituyendo valores se obtiene que

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = \frac{p_0}{m}\sin\omega t, \qquad \ddot{x}_0 + 2\zeta\omega_n(0) + \omega_n^2(0) = \frac{p_0}{m}\sin\omega(0) \qquad \ddot{x}_0 = 0$$

2.A.3. Sistema de dos grados de libertad sometido a una fuerza constante

Se presenta la solución analítica del problema abordado en la Sección 2.4.3, empleando el método de coeficientes indeterminados. Para su cálculo, se manipula la ecuación diferencial de segundo orden para escribirla como un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden de forma matricial en forma de variables estado como

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{F}(t)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \\ -1263.36 & 631.68 & -3.372 & 1.124 \\ 631.68 & -631.68 & 1.124 & -2.248 \end{bmatrix}$$

Dada la matriz $\mathbf{A}$, los valores característicos $\mathbf{\Lambda}$ y vectores característicos asociados ϕ son

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{pmatrix} -2.0333 + 40.6156\mathrm{i} \\ -2.0333 - 40.6156\mathrm{i} \\ -0.7767 + 15.5138\mathrm{i} \\ -0.7767 - 15.5138\mathrm{i} \end{pmatrix}$$

$$\phi = \begin{bmatrix} 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 \\ -0.618 & -0.618 & 1.618 & 1.618 \\ -2.033 + 40.62\mathrm{i} & -2.033 - 40.62\mathrm{i} & -0.7767 + 15.51\mathrm{i} & -0.7767 - 15.51\mathrm{i} \\ 1.257 - 25.1\mathrm{i} & 1.257 + 25.1\mathrm{i} & -1.257 + 25.1\mathrm{i} & -1.257 - 25.1\mathrm{i} \end{bmatrix}$$

Dado que el segundo y cuarto eigenvalor y sus eigenvectores asociados son los conjugados del primer y tercer eigenvalor y eigenvector respectivamente, se tomarán estos últimos para escribir la solución que tendrá la forma

$$\begin{aligned} \mathbf{z} = {} & c_1(\mathbb{R}_1 \cos\beta_1 t - \mathbb{I}_1 \sin\beta_1 t)\mathrm{e}^{\alpha_1 t} + c_2(\mathbb{I}_1 \cos\beta_1 t + \mathbb{R}_1 \sin\beta_1 t)\mathrm{e}^{\alpha_1 t} \\ & + c_3(\mathbb{R}_2 \cos\beta_2 t - \mathbb{I}_2 \sin\beta_2 t)\mathrm{e}^{\alpha_2 t} + c_4(\mathbb{I}_2 \cos\beta_2 t + \mathbb{R}_2 \sin\beta_2 t)\mathrm{e}^{\alpha_2 t} + \mathbf{z}_p \end{aligned}$$

Donde α_i y β_i corresponden a la parte real e imaginaria de los eigenvalores 1 y 3 y $\mathbb{R}_i$ y $\mathbb{I}_i$ corresponden a la parte real e imaginaria de los eigenvectores 1 y 3 respectivamente. Sustituyendo los valores conocidos se obtiene la solución de la forma

$$\begin{aligned} \mathbf{z} = {} & c_1 \left(\begin{pmatrix} 1.0 \\ -0.618 \\ -2.033 \\ 1.257 \end{pmatrix} \cos 40.6156t - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 40.62 \\ -25.1 \end{pmatrix} \sin 40.6156t \right) \mathrm{e}^{-2.0333t} \\ & + c_2 \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 40.62 \\ -25.1 \end{pmatrix} \cos 40.6156t + \begin{pmatrix} 1.0 \\ -0.618 \\ -2.033 \\ 1.257 \end{pmatrix} \sin 40.6156t \right) \mathrm{e}^{-2.0333t} \\ & + c_3 \left(\begin{pmatrix} 1.0 \\ 1.618 \\ -0.7767 \\ -1.257 \end{pmatrix} \cos 15.5138t - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 15.51 \\ 25.1 \end{pmatrix} \sin 15.5138t \right) \mathrm{e}^{-0.7767t} \\ & + c_4 \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 15.51 \\ 25.1 \end{pmatrix} \cos 15.5138t + \begin{pmatrix} 1.0 \\ 1.618 \\ -0.7767 \\ -1.257 \end{pmatrix} \sin 15.5138t \right) \mathrm{e}^{-0.7767t} + \mathbf{z}_p \end{aligned}$$

Para calcular la solución particular se empleará el método de coeficientes indeterminados proponiendo la siguiente solución particular

$$\mathbf{z}_p = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix}$$

Sustituyendo $\mathbf{z}_p$ en el sistema de ecuaciones diferenciales a resolver se tiene

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z}_\mathbf{p} + \mathbf{F}(t), \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \\ -1263.36 & 631.68 & -3.372 & 1.124 \\ 631.68 & -631.68 & 1.124 & -2.248 \end{bmatrix} \mathbf{z}_p + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{z}_p = \begin{pmatrix} 0.03166 \\ 0.04749 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Para conocer las constantes c_1, c_2, c_3 y c_4 se recurre a evaluar las condiciones de frontera, las cuales son $t_0 = 0$, $x_1(0) = 0$, $x_2(0) = 0$, $\dot{x}_1(0) = 0$ y $\dot{x}_2(0) = 0$. Sustituyendo en la solución del sistema se obtiene

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 1.0 \\ -0.618 \\ -2.033 \\ 1.257 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 40.62 \\ -25.1 \end{pmatrix} + c_3 \begin{pmatrix} 1.0 \\ 1.618 \\ -0.7767 \\ -1.257 \end{pmatrix} + c_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 15.51 \\ 25.1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.03166 \\ 0.04749 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.001671 \\ -8.36710^{-5} \\ -0.02999 \\ -0.001501 \end{pmatrix}$$

Sustituyendo los correspondientes valores, la solución total del sistema es

$$\begin{aligned}\mathbf{z}(t) = &-0.001671\left(\begin{pmatrix}1.0\\-0.618\\-2.033\\1.257\end{pmatrix}\cos 40.6156t - \begin{pmatrix}0\\0\\40.62\\-25.1\end{pmatrix}\sin 40.6156t\right)\mathrm{e}^{-2.0333t}\\
&-8.36710^{-5}\left(\begin{pmatrix}0\\0\\40.62\\-25.1\end{pmatrix}\cos 40.6156t + \begin{pmatrix}1.0\\-0.618\\-2.033\\1.257\end{pmatrix}\sin 40.6156t\right)\mathrm{e}^{-2.0333t}\\
&-0.02999\left(\begin{pmatrix}1.0\\1.618\\-0.7767\\-1.257\end{pmatrix}\cos 15.5138t - \begin{pmatrix}0\\0\\15.51\\25.1\end{pmatrix}\sin 15.5138t\right)\mathrm{e}^{-0.7767t}\\
&-0.001501\left(\begin{pmatrix}0\\0\\15.51\\25.1\end{pmatrix}\cos 15.5138t + \begin{pmatrix}1.0\\1.618\\-0.7767\\-1.257\end{pmatrix}\sin 15.5138t\right)\mathrm{e}^{-0.7767t}\\
&+\begin{pmatrix}0.03166\\0.04749\\0\\0\end{pmatrix}\end{aligned} \tag{2.138}$$

2.A.4. Sistema de 3 grados de libertad

Se presenta la solución analítica del problema abordado en la Sección 2.5.2, empleando el método de coeficientes indeterminados. Para su cálculo, se plantea la ecuación de movimiento en variable estado, es decir

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{F}(t),$$

donde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix}\mathbf{0} & \mathbf{I}\\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00\\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00\\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00\\ -30.00 & 10.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00\\ 10.00 & -20.00 & 10.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00\\ 0.00 & 10.00 & -10.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00\end{bmatrix}$$

Dada la matriz $\mathbf{A}$, los valores característicos $\mathbf{\Lambda}$ y vectores característicos asociados ϕ son

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{pmatrix} 6.109\text{i} \\ -6.109\text{i} \\ 4.472\text{i} \\ -4.472\text{i} \\ 1.637\text{i} \\ -1.637\text{i} \end{pmatrix}$$

$$\phi = \begin{bmatrix} 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 \\ -0.732 & -0.732 & 1.000 & 1.000 & 2.732 & 2.732 \\ 0.268 & 0.268 & -1.000 & -1.000 & 3.732 & 3.732 \\ 6.109\text{i} & -6.109\text{i} & 4.472\text{i} & -4.472\text{i} & 1.637\text{i} & -1.637\text{i} \\ -4.472\text{i} & 4.472\text{i} & 4.472\text{i} & -4.472\text{i} & 4.472\text{i} & -4.472\text{i} \\ 1.637\text{i} & -1.637\text{i} & -4.472\text{i} & 4.472\text{i} & 6.109\text{i} & -6.109\text{i} \end{bmatrix}$$

Dado que el segundo, cuarto y sexto eigenvalor y sus eigenvectores asociados son los conjugados del primer, tercer y quinto eigenvalor y eigenvector respectivamente, se tomarán estos últimos para escribir la solución que tendrá la forma

$$\begin{aligned} \mathbf{z} = {} & c_1(\mathbb{R}_1 \cos\beta_1 t - \mathbb{I}_1 \sin\beta_1 t)\mathrm{e}^{\alpha_1 t} + c_2(\mathbb{I}_1 \cos\beta_1 t + \mathbb{R}_1 \sin\beta_1 t)\mathrm{e}^{\alpha_1 t} \\ & + c_3(\mathbb{R}_2 \cos\beta_2 t - \mathbb{I}_2 \sin\beta_2 t)\mathrm{e}^{\alpha_2 t} + c_4(\mathbb{I}_2 \cos\beta_2 t + \mathbb{R}_2 \sin\beta_2 t)\mathrm{e}^{\alpha_2 t} \\ & + c_5(\mathbb{R}_3 \cos\beta_3 t - \mathbb{I}_3 \sin\beta_3 t)\mathrm{e}^{\alpha_3 t} + c_6(\mathbb{I}_3 \cos\beta_3 t + \mathbb{R}_3 \sin\beta_3 t)\mathrm{e}^{\alpha_3 t} + \mathbf{z}_p \end{aligned} \quad (2.139)$$

Donde α_i y β_i corresponden a la parte real e imaginaria de los eigenvalores 1, 3 y 5 y $\mathbb{R}_i$ y $\mathbb{I}_i$ corresponden a la parte real e imaginaria de los eigenvectores 1, 3 y 5 respectivamente.

Para calcular la solución particular se empleará el método de coeficientes indeterminados proponiendo la siguiente solución particular

$$\mathbf{z}_p = \begin{pmatrix} a & b & c & d & e & f \end{pmatrix}^T$$

Para conocer los coeficientes de la solución particular se sustituyen en la ecuación de movimiento y se aplican las condiciones de frontera del sistema, una vez realizados se realiza un despeje obteniendo los siguientes valores

$$\mathbf{z}_p = \mathbf{A}^{-1}(\dot{\mathbf{z}}_0 - \mathbf{F}(t)), \qquad \mathbf{z}_p = \begin{pmatrix} 3 & 8 & 11 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T$$

Para conocer las constantes c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 y c_6 se recurre a evaluar las condiciones de frontera, las cuales son $t_0 = 0$, $x_1(0) = 0$, $x_2(0) = 0$, $x_3(0) = 0$, $\dot{x}_1(0) = 0$, $\dot{x}_2(0) = 0$ y $\dot{x}_3(0) = 0$. Sustituyendo en la solución del sistema se obtiene

$$\mathbf{z} = c_1(\mathbb{R}_1) + c_2(\mathbb{I}_1) + c_3(\mathbb{R}_2) + c_4(\mathbb{I}_2) + c_5(\mathbb{R}_3) + c_6(\mathbb{I}_3) + \mathbf{z}_p$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones simultáneas se obtiene

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.0566 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -2.9434 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Sustituyendo los valores calculados, la solución analítica del sistema es

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(t) = -0.0566 & \left(\begin{pmatrix} 1.000 \\ -0.732 \\ 0.268 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cos 6.109t - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 6.109 \\ -4.472 \\ 1.637 \end{pmatrix} \sin 6.109t \right) \\ - 2.9434 & \left(\begin{pmatrix} 1.000 \\ 2.732 \\ 3.732 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cos 1.637t - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1.637 \\ 4.472 \\ 6.109 \end{pmatrix} \sin 1.637t \right) + \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ 11 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{2.140}$$

2.A.5. Chimenea de 5 niveles

Se presenta la solución analítica del problema abordado en la Sección 2.5.2, empleando el método de coeficientes indeterminados. Para su cálculo, se plantea la ecuación de movimiento en variable estado, es decir

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{F}(t),$$

donde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \\ -2856.93 & 1805.50 & -724.17 & 181.00 & -30.18 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 1805.50 & -2222.73 & 1624.95 & -633.74 & 105.61 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ -724.17 & 1624.95 & -2133.22 & 1443.49 & -392.35 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 181.00 & -633.74 & 1443.49 & -1498.71 & 553.18 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ -60.36 & 211.23 & -784.71 & 1106.36 & -487.94 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \end{bmatrix}$$

Para obtener la solución analítica, primero se obtienen los eigenvalores y eigenvectores de $\mathbf{A}$, y se descartan los valores y vectores conjugados para plantear la forma general

de la solución, después, se determina la solución particular con las condiciones de frontera, posteriormente, se determinan las constantes de la solución homogénea con las condiciones de frontera, y finalmente se escribe la solución total. La solución es

$$
\begin{aligned}
\mathbf{z}(t) = -2.37\times10^{-5}&\left(\begin{pmatrix}1.000\\-1.104\\0.988\\-0.595\\0.332\\0.000\\0.000\\0.000\\0.000\\0.000\end{pmatrix}\cos 75.3940t - \begin{pmatrix}0.000\\0.000\\0.000\\0.000\\0.000\\75.394\\-83.271\\74.488\\-44.870\\25.062\end{pmatrix}\sin 75.3940t\right)\\
+1.42\times10^{-4}&\left(\begin{pmatrix}1.000\\-0.250\\-0.673\\0.852\\-0.628\\0.000\\0.000\\0.000\\0.000\\0.000\end{pmatrix}\cos 51.4575t - \begin{pmatrix}0.000\\0.000\\0.000\\0.000\\0.000\\51.457\\-12.860\\-34.610\\43.842\\-32.335\end{pmatrix}\sin 51.4575t\right)\\
-6.05\times10^{-4}&\left(\begin{pmatrix}1.000\\1.023\\-0.623\\-0.896\\1.274\\0.000\\0.000\\0.000\\0.000\\0.000\end{pmatrix}\cos 27.5707t - \begin{pmatrix}0.000\\0.000\\0.000\\0.000\\0.000\\27.571\\28.195\\-17.171\\-24.696\\35.112\end{pmatrix}\sin 27.5707t\right)\\
+2.78\times10^{-3}&\left(\begin{pmatrix}1.000\\2.327\\2.138\\0.022\\-3.186\\0.000\\0.000\\0.000\\0.000\\0.000\end{pmatrix}\cos 10.2072t - \begin{pmatrix}0.000\\0.000\\0.000\\0.000\\0.000\\10.207\\23.749\\21.822\\0.222\\-32.515\end{pmatrix}\sin 10.2072t\right)\\
-2.36\times10^{-2}&\left(\begin{pmatrix}1.000\\3.601\\7.228\\11.395\\15.745\\0.000\\0.000\\0.000\\0.000\\0.000\end{pmatrix}\cos 1.7438t - \begin{pmatrix}0.000\\0.000\\0.000\\0.000\\0.000\\1.744\\6.279\\12.604\\19.869\\27.456\end{pmatrix}\sin 1.7438t\right) + \begin{pmatrix}0.0213\\0.0793\\0.1647\\0.2687\\0.3820\\0.0000\\0.0000\\0.0000\\0.0000\\0.0000\end{pmatrix}
\end{aligned}
\tag{2.141}
$$

2.B. Manual de usuario integracion_directa.m

2.B.1. Generalidades

Se presenta el manual de usuario del script de Matlab integracion_directa.m. El script permite conocer la respuesta dinámica elástica de una estructura idealizada como un sistema de n grados de libertad, (ver Figura 2.33). Se emplea la formulación de variable estado e integración directa empleando funciones delta de Dirac y constantes.

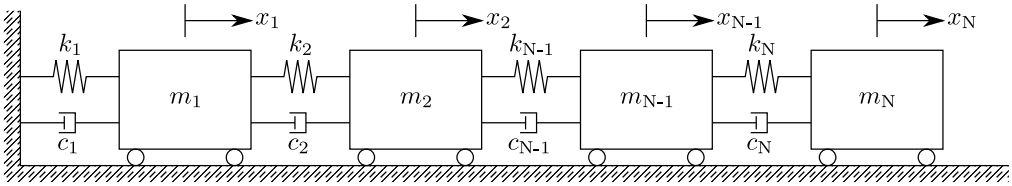


FIGURA 2.33: Sistema de n grados de libertad

Se requiere conocer de la estructura las matrices de masas, **M**; de amortiguamiento, **C**; y de rigidez, **K**. Además, se requiere conocer las fuerzas externas aplicadas, bien se trate de un registro sísmico en (m/s^2), $\ddot{\mathbf{x}}_g(t)$, o bien un registro de fuerzas aplicadas en las masas, $\mathbf{F}_e(t)$.

La integración se realiza de manera directa, es decir, que el método es explícito, y las fuerzas aplicadas al sistema pueden aproximarse entre funciones delta o funciones rectangulares, como se presenta en Hart y Wong, 2000.

2.B.2. Modo de empleo

Archivos requeridos

Para la ejecución del script se requiere crear de manera externa un conjunto de archivos y colocarlos, preferentemente, en el directorio donde se encuentra el script, aunque si no se encuentran en el directorio, el script es capaz de leerlos correctamente. Los formatos admitidos son de texto delimitados por tabulaciones o por comas, (ver Figura 2.34), sin importar la extensión o nombre del archivo. Se debe crear un archivo individual que contenga las siguientes matrices:

- Matriz de masas
- Matriz de amortiguamiento
- Matriz de rigidez

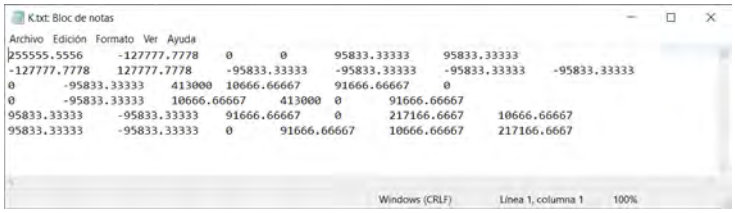


FIGURA 2.34: Archivo de datos delimitado por tabulaciones

Debe incluirse, también, un archivo de datos con las acciones externas para el análisis. El formato del archivo admitido es de texto delimitado por tabulaciones o por comas. Si el archivo contiene excitaciones sísmicas deben colocarse dos columnas, la primera corresponde al tiempo y la segunda a la aceleración del terreno, (ver Figura 2.35). Si fuera el caso de fuerzas aplicadas en las masas, la primer columna corresponde al tiempo, y las siguientes, a las acciones aplicadas en las masas ordenadas de izquierda derecha por nivel, (ver Figura 2.36).

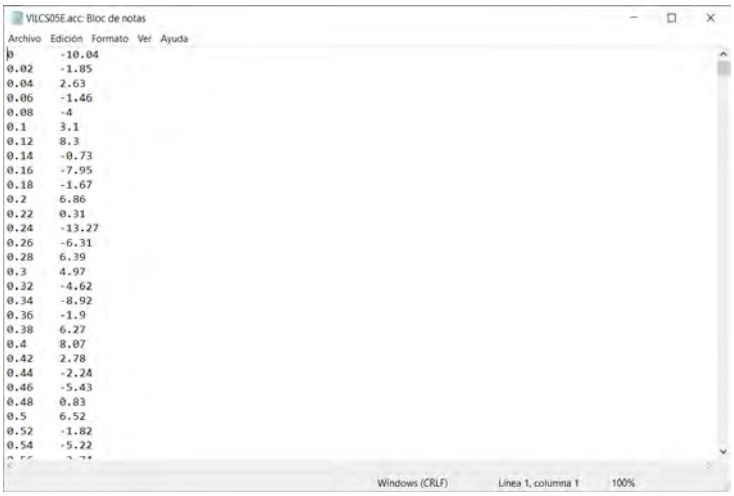


FIGURA 2.35: Registro sísmico

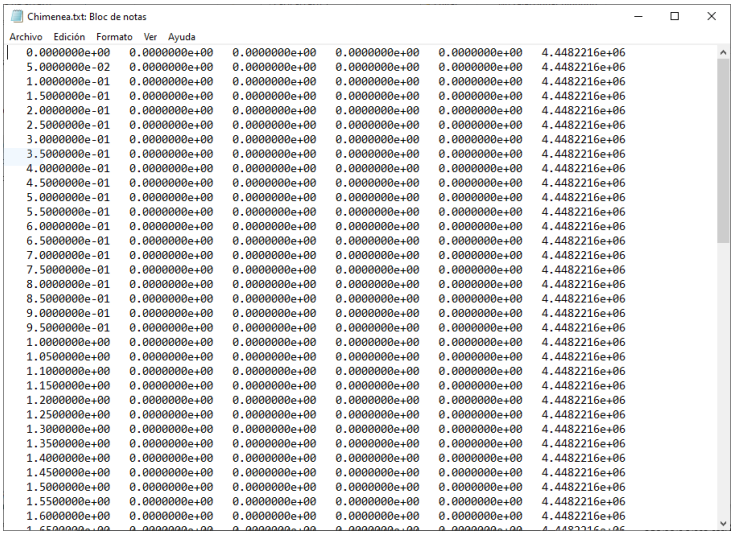


FIGURA 2.36: Fuerzas en las masas

Las unidades empleadas en los datos de entrada deben ser consistentes para que la respuesta sea entregada en m.

Ejecución del programa

Una vez generados y almacenados los archivos de las matrices y acciones necesarios, se procede a ejecutar el script (ver Figura 2.37). Durante la ejecución, se pide que seleccione

de manera interactiva los archivos en el orden en que se piden, (ver Figura 2.38). Una vez seleccionado el archivo de acciones, el programa pregunta si las acciones son un registro sísmico o una excitación en las masas, (ver Figura 2.39). La última consulta es para considerar si la función de fuerzas se aproxima mediante una función delta o constante (ver Figura 2.40).

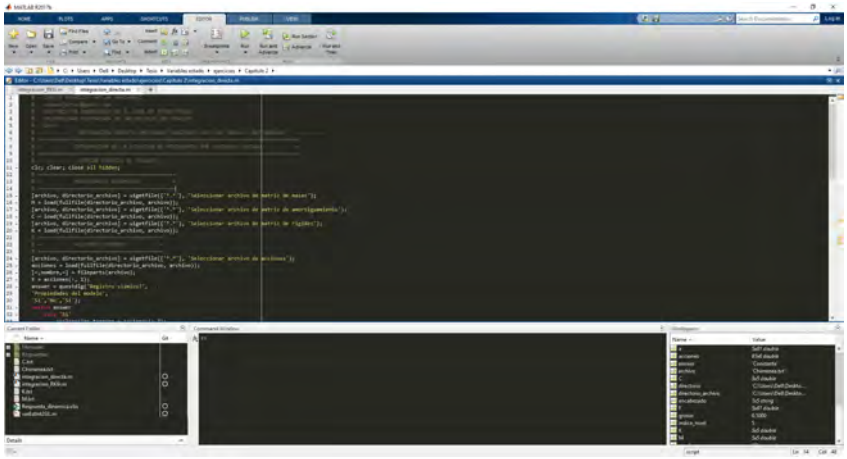


FIGURA 2.37: Ejecución del script

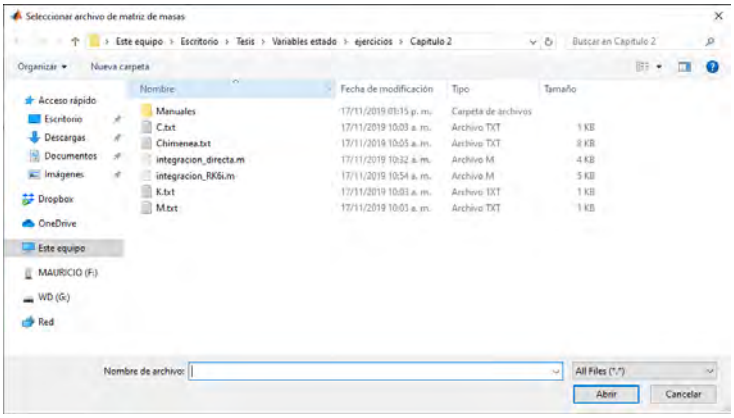


FIGURA 2.38: Entrada dinámica de archivos

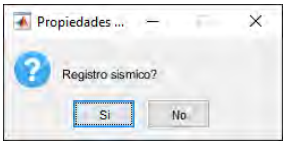


FIGURA 2.39: Selección del tipo de acciones

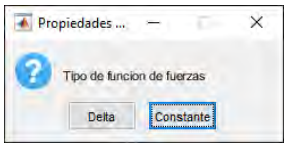


FIGURA 2.40: Selección del tipo de función de fuerzas

Resultados del programa

El script crea un directorio llamado Respuestas, (ver Figura 2.41), donde coloca, en formato de gráficos vectoriales (eps), las gráficas de la respuesta dinámica por nivel con el nombre del archivo de acciones introducido, (ver Figura 2.42). El sufijo de los archivos está conformado por una letra y un número. La letra D corresponde a desplazamientos, V a velocidades, y A a aceleraciones; el número del sufijo corresponde al nivel graficado.

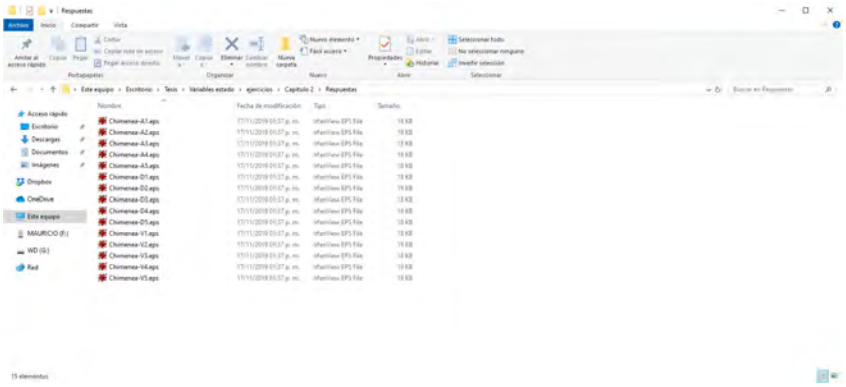


FIGURA 2.41: Directorio con las gráficas de las respuestas dinámicas

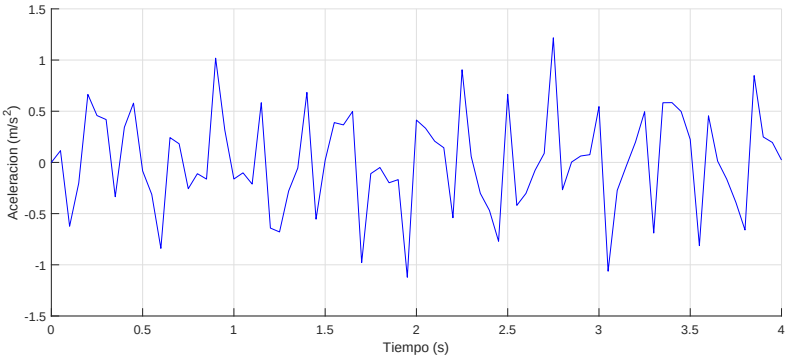


FIGURA 2.42: Respuesta dinámica de los grados de libertad

También se reporta la respuesta dinámica en un archivo de Excel, (ver Figura 2.43), donde se coloca una hoja para los desplazamientos, una para las velocidades y una para las aceleraciones. En cada una de las hojas se reporta el tiempo en la primer columna y la respuesta por nivel en las siguientes.

Se debe tener precaución ya que en la ejecución se borra la carpeta con las respuestas y el archivo de Excel de un análisis previo. Si existe un análisis previo, y es de interés

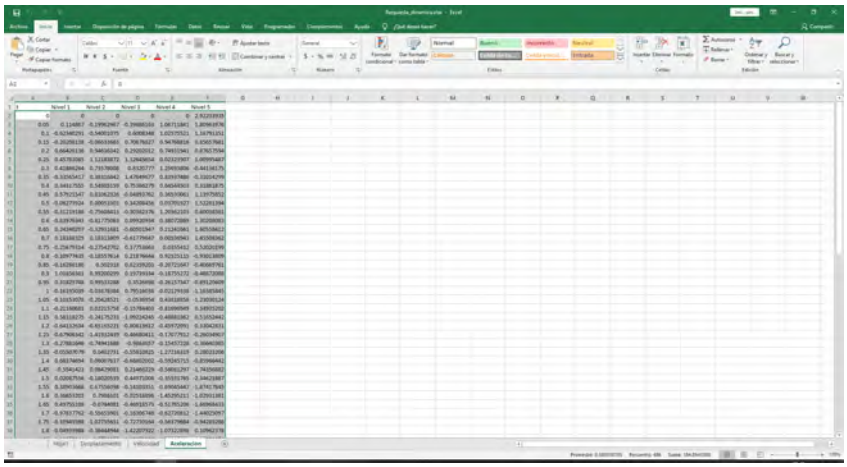


FIGURA 2.43: Resultados en Excel

conservarlo, se recomienda respaldarlo con otro nombre, o bien, colocarlo en otro directorio.

2.C. Manual de usuario integracion_directa_amortiguamiento.m

2.C.1. Generalidades

Se presenta el manual de usuario del script de Matlab integracion_ directa_ amortiguamiento.m. El script permite conocer la respuesta dinámica elástica de una estructura idealizada como un sistema de n grados de libertad, con n amortiguadores viscosos cuya relación puede ser no lineal, (ver Figura 2.44). Se emplea la formulación de variable estado e integración directa empleando funciones delta de Dirac y constantes.

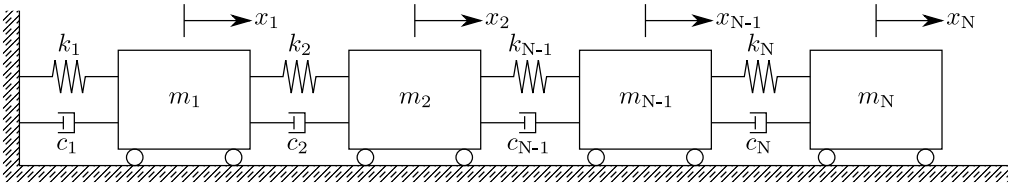


FIGURA 2.44: [
]Sistema de n grados de libertad

Se requiere conocer de la estructura las matrices de masas, **M**; de amortiguamiento, **C**; y de rigidez, **K**. Además, se requiere conocer las fuerzas externas aplicadas, bien se trate de un registro sísmico en (m/s^2), $\ddot{\mathbf{x}}_g(t)$; o bien un registro de fuerzas aplicadas en las masas, $\mathbf{F}_e(t)$. También se requiere conocer los coeficientes de amortiguamiento de los amortiguadores viscosos, $\mathbf{c}_{md}$; y los coeficientes de ley potencial de los amortiguadores viscosos, $\boldsymbol{\eta}$.

La integración se realiza de manera directa, es decir, que el método es explícito, y las fuerzas aplicadas al sistema pueden aproximarse entre funciones delta o funciones rectangulares, como se presenta en Hart y Wong, 2000.

2.C.2. Modo de empleo

Archivos requeridos

Para la ejecución del script se requiere crear de manera externa un conjunto de archivos y colocarlos, preferentemente, en el directorio donde se encuentra el script, aunque si no se encuentran en el directorio, el script es capaz de leerlos correctamente. Los formatos admitidos son de texto delimitados por tabulaciones o por comas, (ver Figura 2.45), sin importar la extensión o nombre del archivo. Se debe crear un archivo individual que contenga las siguientes matrices:

- Matriz de masas
- Matriz de amortiguamiento
- Matriz de rigidez

Debe incluirse, también, un archivo de datos con las acciones externas para el análisis. El formato del archivo admitido es de texto delimitado por tabulaciones o por comas. Si el archivo contiene excitaciones sísmicas deben colocarse dos columnas, la primera corresponde al tiempo y la segunda a la aceleración del terreno, (ver Figura 2.46). Si fuera el caso de fuerzas aplicadas en las masas, la primer columna corresponde al tiempo, y

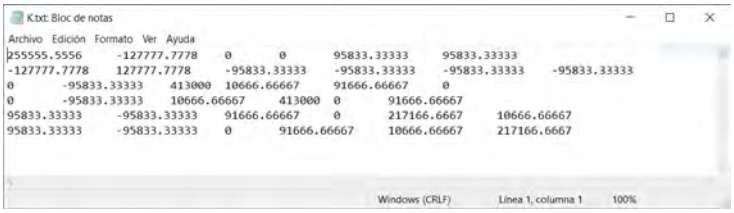


FIGURA 2.45: Archivo de datos delimitado por tabulaciones

las siguientes, a las acciones aplicadas en las masas ordenadas de izquierda derecha por nivel, (ver Figura 2.47).

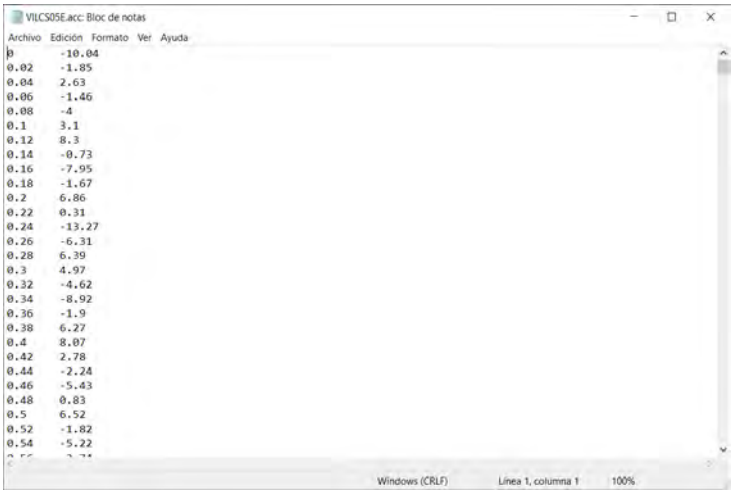


FIGURA 2.46: Registro sísmico

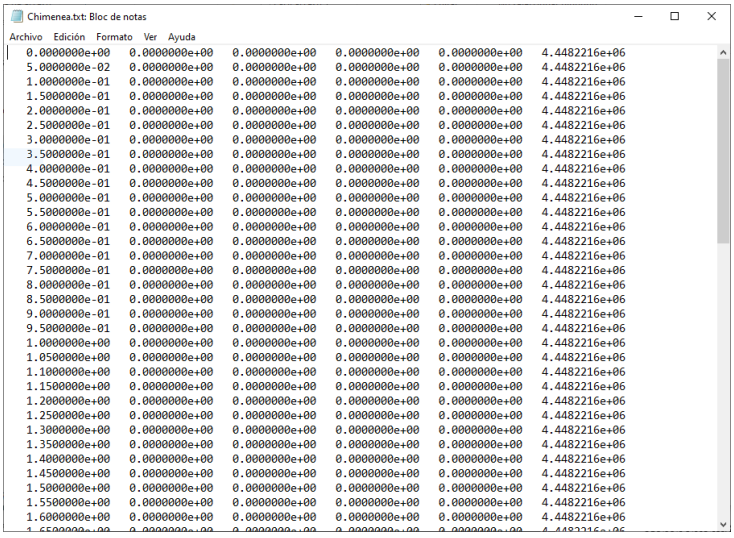


FIGURA 2.47: Fuerzas en las masas

Además, se debe incluir un archivo de texto delimitado las propiedades de los amortiguadores viscosos, donde en la primer columna se encuentren los coeficientes de amortiguamiento y en la segunda columna se encuentren las leyes de potencia por nivel de

la estructura, (ver Figura 2.48).

FIGURA 2.48: Propiedades de los amortiguadores viscosos

Las unidades empleadas en los datos de entrada deben ser consistentes para que la respuesta sea entregada en m.

Ejecución del programa

Una vez generados y almacenados los archivos de las matrices y acciones necesarios, se procede a ejecutar el script (ver Figura 2.49). Durante la ejecución, se pide que seleccione de manera interactiva los archivos en el orden en que se piden, (ver Figura 2.50). Una vez seleccionado el archivo de acciones, el programa pregunta si las acciones son un registro sísmico, (ver Figura 2.51). A continuación se solicita que seleccione de manera interactiva el archivo con las propiedades de los amortiguadores, (ver Figura 2.52). La última consulta es para considerar si la función de fuerzas se aproxima mediante una función delta o constante (ver Figura 2.53).

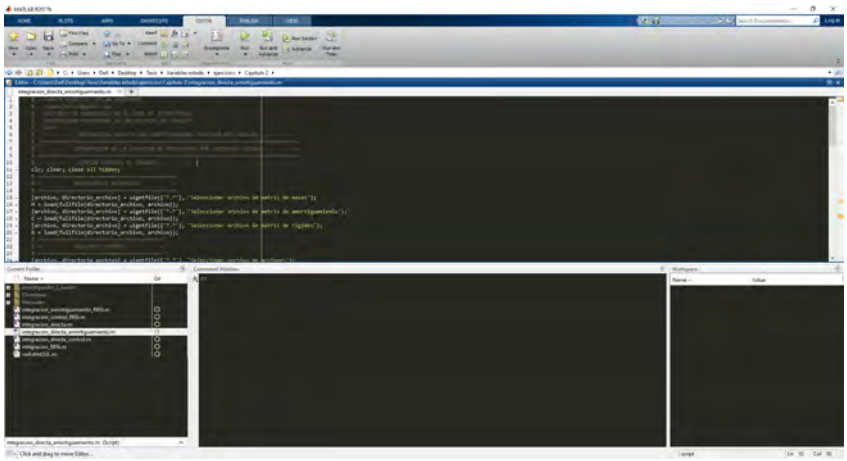


FIGURA 2.49: Ejecución del script

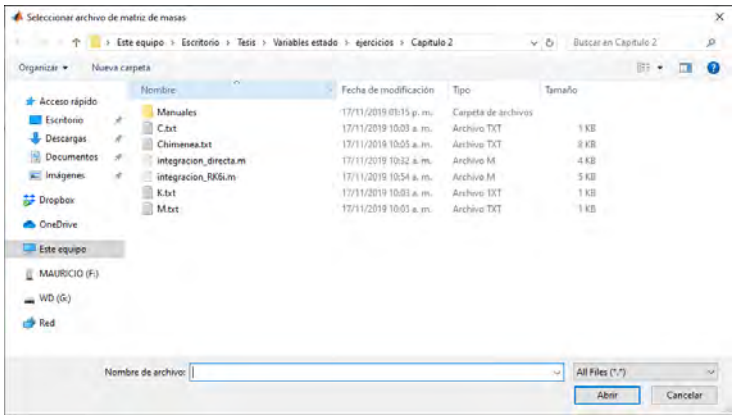


FIGURA 2.50: Entrada dinámica de archivos

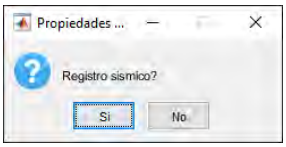


FIGURA 2.51: Selección del tipo de acciones

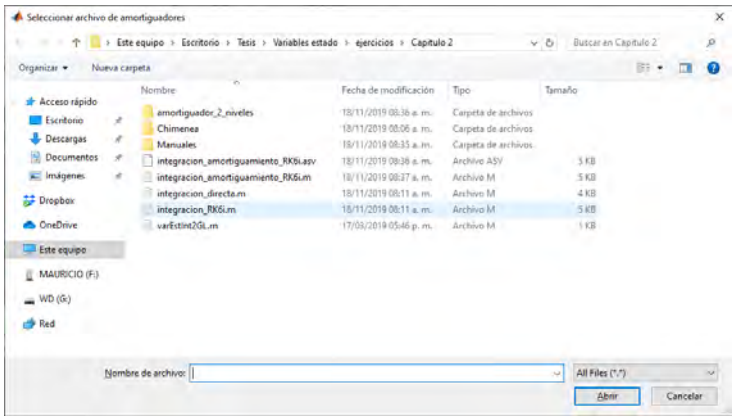


FIGURA 2.52: Selección de archivo de propiedades de los amortiguadores

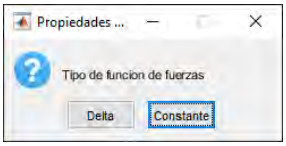


FIGURA 2.53: Selección del tipo de función de fuerzas

Resultados del programa

El script crea un directorio llamado Respuestas, (ver Figura 2.54), donde coloca, en formato de gráficos vectoriales (eps), las gráficas de la respuesta dinámica por nivel con el nombre del archivo de acciones introducido, (ver Figura 2.55). El sufijo de los archivos

está conformado por una letra y un número. La letra D corresponde a desplazamientos, V a velocidades, y A a aceleraciones; el número del sufijo corresponde al nivel graficado.

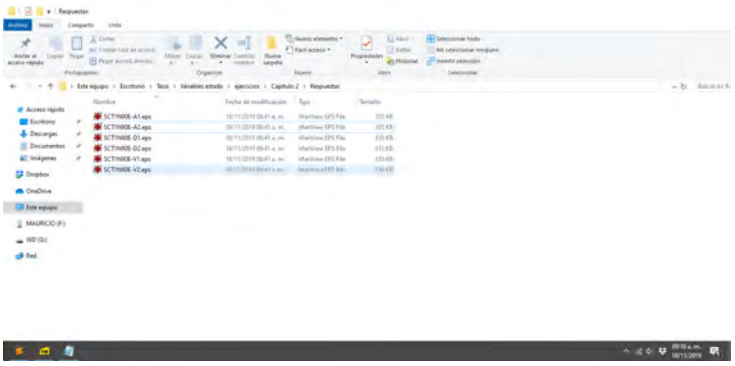


FIGURA 2.54: Directorio con las gráficas de las respuestas dinámicas

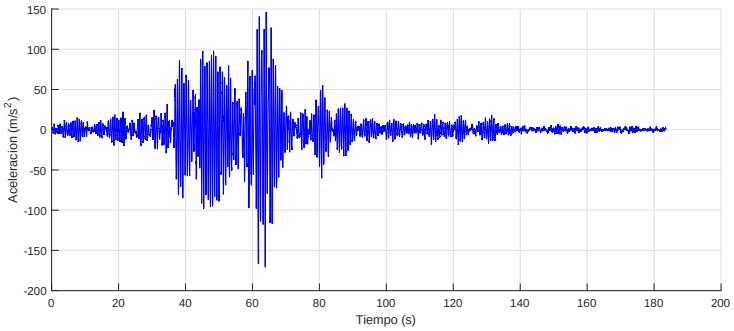


FIGURA 2.55: Respuesta dinámica de los grados de libertad

También se reporta la respuesta dinámica en un archivo de Excel, (ver Figura 2.56), donde se coloca una hoja para los desplazamientos, una para las velocidades y una para las aceleraciones. En cada una de las hojas se reporta el tiempo en la primer columna y la respuesta por nivel en las siguientes.

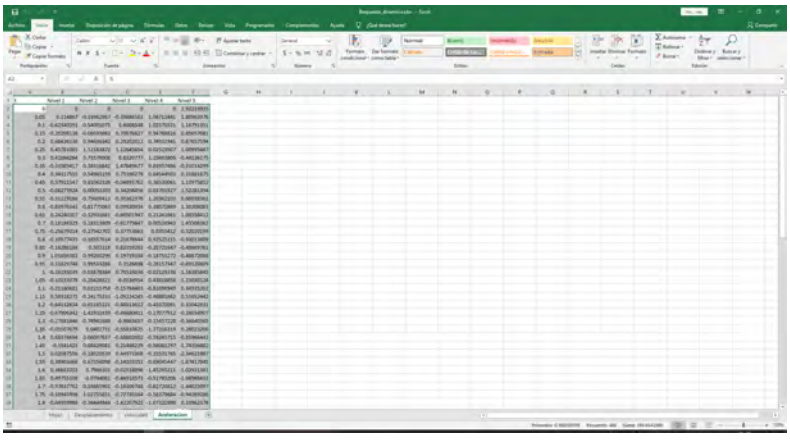


FIGURA 2.56: Resultados en Excel

Se debe tener precaución ya que en la ejecución se borra la carpeta con las respuestas y el archivo de Excel de un análisis previo. Si existe un análisis previo, y es de interés

conservarlo, se recomienda respaldarlo con otro nombre, o bien, colocarlo en otro directorio.

2.D. Manual de usuario integracion_directa_control.m

2.D.1. Generalidades

Se presenta el manual de usuario del script de Matlab llamado integracion_directa_ control.m. El script permite conocer la respuesta dinámica elástica de una estructura idealizada como un sistema de n grados de libertad, con n dispositivos de control activo de ciclo abierto, cerrado o combinado, (ver Figura 2.57). Se emplea la formulación de variable estado e integración directa empleando funciones delta de Dirac y constantes.

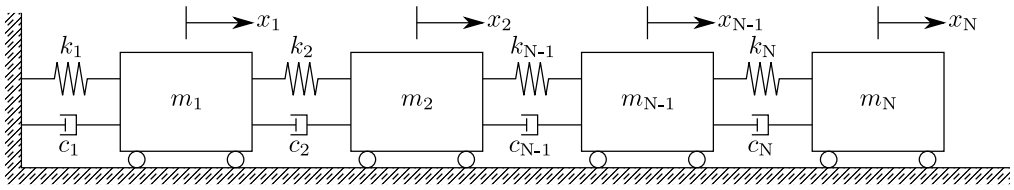


FIGURA 2.57: Sistema de n grados de libertad

Se requiere conocer de la estructura las matrices de masas, **M**; de amortiguamiento, **C**; y de rigidez, **K**. Además, se requiere conocer las fuerzas externas aplicadas, bien se trate de un registro sísmico en (m/s^2), $\ddot{\mathbf{x}}_g(t)$; o bien un registro de fuerzas aplicadas en las masas, $\mathbf{F}_e(t)$. También se requiere conocer los coeficientes de control de fuerzas, desplazamientos y velocidades, $\mathbf{f}_c$, $\mathbf{f}_{c1}$ y $\mathbf{f}_{c2}$, respectivamente; y la matriz de distribución de las fuerzas de control, **D**.

La integración se realiza de manera directa, es decir, que el método es explícito, y las fuerzas aplicadas al sistema pueden aproximarse entre funciones delta o funciones rectangulares, como se presenta en Hart y Wong, 2000.

2.D.2. Modo de empleo

Archivos requeridos

Para la ejecución del script se requiere crear de manera externa un conjunto de archivos y colocarlos, preferentemente, en el directorio donde se encuentra el script, aunque si no se encuentran en el directorio, el script es capaz de leerlos correctamente. Los formatos admitidos son de texto delimitados por tabulaciones o por comas, (ver Figura 2.58), sin importar la extensión o nombre del archivo. Se debe crear un archivo individual que contenga las siguientes matrices:

- Matriz de masas
- Matriz de amortiguamiento
- Matriz de rigidez

Debe incluirse, también, un archivo de datos con las acciones externas para el análisis. El formato del archivo admitido es de texto delimitado por tabulaciones o por comas. Si el archivo contiene excitaciones sísmicas deben colocarse dos columnas, la primera corresponde al tiempo y la segunda a la aceleración del terreno, (ver Figura 2.59). Si fuera el caso de fuerzas aplicadas en las masas, la primer columna corresponde al tiempo, y

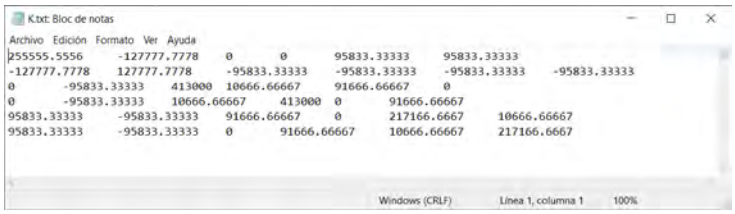


FIGURA 2.58: Archivo de datos delimitado por tabulaciones

las siguientes, a las acciones aplicadas en las masas ordenadas de izquierda derecha por nivel, (ver Figura 2.60).

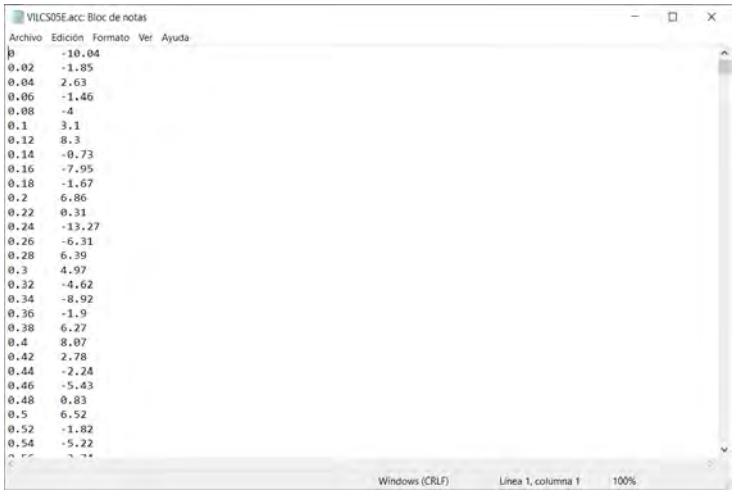


FIGURA 2.59: Registro sísmico

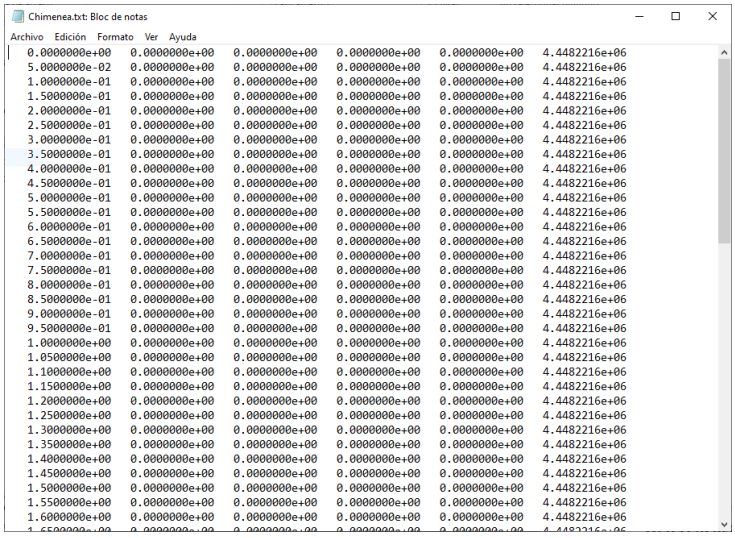


FIGURA 2.60: Fuerzas en las masas

Además, se debe incluir un archivo de texto delimitado con los coeficientes de control en tres columnas, en la primer columna se encuentran los coeficientes de desplazamiento, en la segunda los de las velocidades y en la tercera los de la fuerza externa, colocados

por nivel ordenados del nivel más bajo hasta el superior, (ver Figura 2.61). Y se debe generar un archivo de texto delimitado con la matriz de distribución de las fuerzas de control, (ver Figura 2.62).

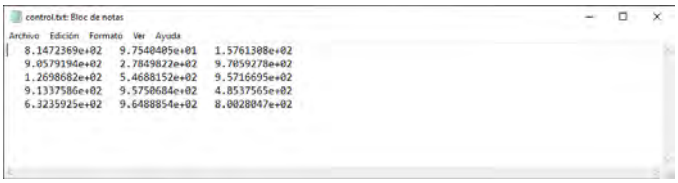


FIGURA 2.61: Propiedades de los dispositivos de control

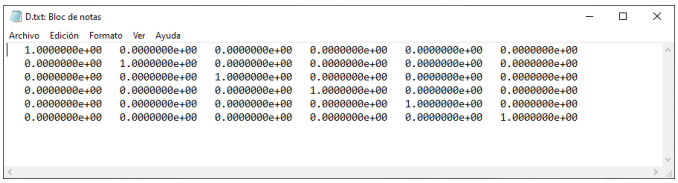


FIGURA 2.62: Matriz de distribución de las fuerzas de control

Las unidades empleadas en los datos de entrada deben ser consistentes para que la respuesta sea entregada en m.

Ejecución del programa

Una vez generados y almacenados los archivos de las matrices y acciones necesarios, se procede a ejecutar el script (ver Figura 2.63). Durante la ejecución, se pide que seleccione de manera interactiva los archivos en el orden en que se piden, (ver Figura 2.64). Una vez seleccionado el archivo de acciones, el programa pregunta si las acciones son un registro sísmico, (ver Figura 2.65). A continuación se solicita que seleccione de manera interactiva el archivo con los coeficientes de los dispositivos de control, (ver Figura 2.66), y la matriz de distribución de las fuerzas de control, (ver Figura 2.67). La última consulta es para considerar si la función de fuerzas se aproxima mediante una función delta o constante (ver Figura 2.68).

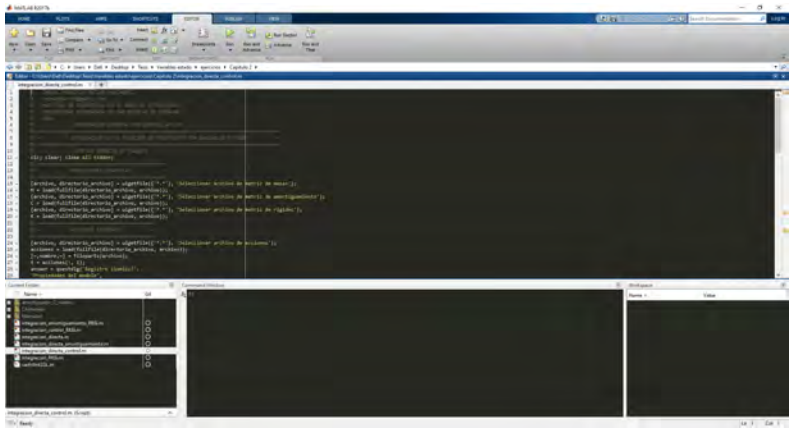


FIGURA 2.63: Ejecución del script

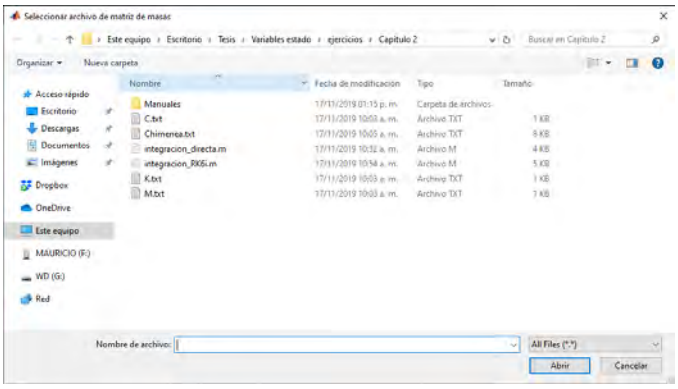


FIGURA 2.64: Entrada dinámica de archivos

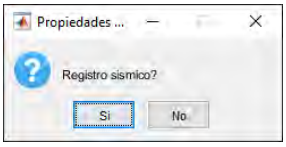


FIGURA 2.65: Selección del tipo de acciones

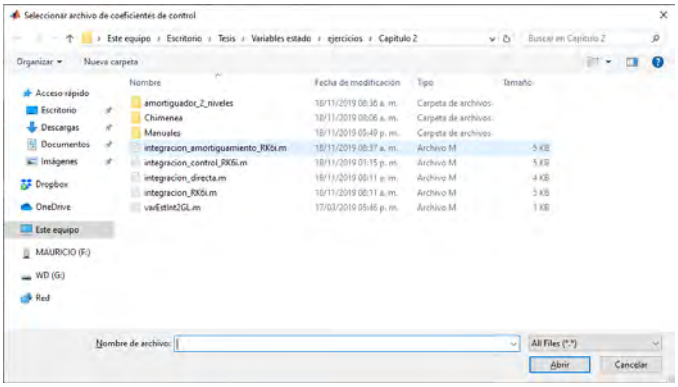


FIGURA 2.66: Selección de archivo de coeficientes de los dispositivos

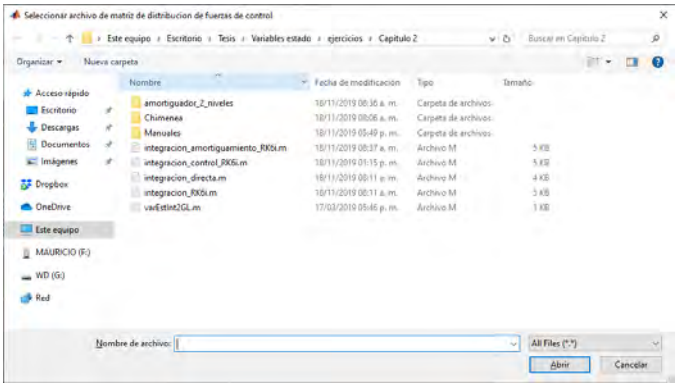


FIGURA 2.67: Selección de archivo de matriz de distribución de fuerzas

Resultados del programa

El script crea un directorio llamado Respuestas, (ver Figura 2.69), donde coloca, en formato de gráficos vectoriales (eps), las gráficas de la respuesta dinámica por nivel con el

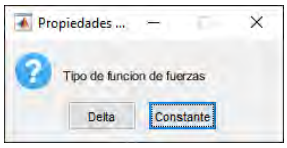


FIGURA 2.68: Selección del tipo de función de fuerzas

nombre del archivo de acciones introducido, (ver Figura 2.70). El sufijo de los archivos está conformado por una letra y un número. La letra D corresponde a desplazamientos, V a velocidades, y A a aceleraciones; el número del sufijo corresponde al nivel graficado.

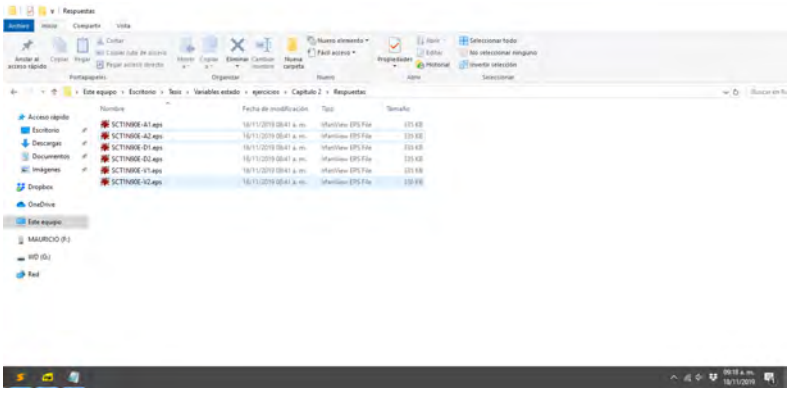


FIGURA 2.69: Directorio con las gráficas de las respuestas dinámicas

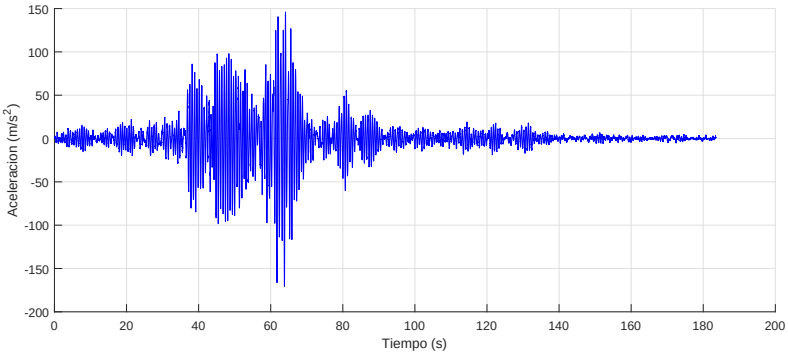


FIGURA 2.70: Respuesta dinámica de los grados de libertad

También se reporta la respuesta dinámica en un archivo de Excel, (ver Figura 2.71), donde se coloca una hoja para los desplazamientos, una para las velocidades y una para las aceleraciones. En cada una de las hojas se reporta el tiempo en la primer columna y la respuesta por nivel en las siguientes.

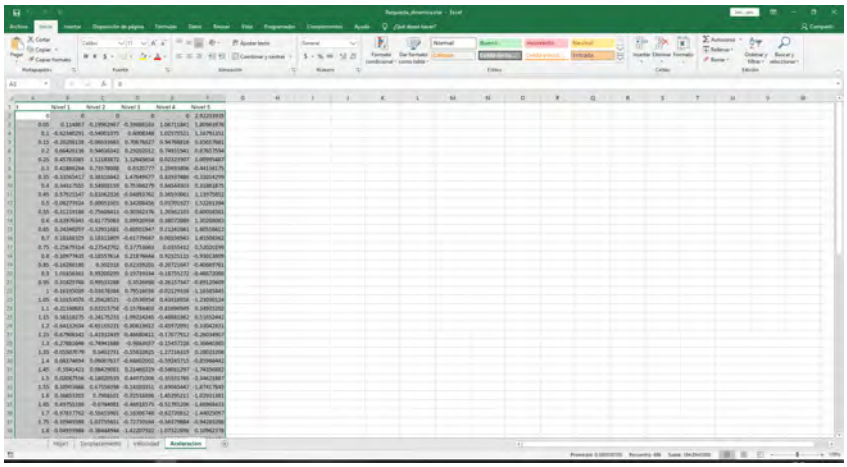


FIGURA 2.71: Resultados en Excel

Se debe tener precaución ya que en la ejecución se borra la carpeta con las respuestas y el archivo de Excel de un análisis previo. Si existe un análisis previo, y es de interés conservarlo, se recomienda respaldarlo con otro nombre, o bien, colocarlo en otro directorio.

Capítulo 3

Método RK6-I propuesto

3.1. Introducción

En el Capítulo 2 se muestra la forma de solución de la ecuación de movimiento en variable estado con y sin dispositivos de control empleando las metodologías propuestas en Hart y Wong, 2000. De la comparación de los problemas que tienen solución analítica respecto a la numérica, se observan problemas a medida que se incrementa el tamaño del sistema. Además, cuando se abordaron los problemas sujetos a una excitación sísmica, existen diferencias numéricas en la respuesta obtenida. Finalmente, al resolver uno de los problemas con amortiguadores se observa que las aceleraciones no están correctamente calculadas, debido a que se trata de un problema rígido el cual se está solucionado con métodos explícitos.

Consecuencia de lo anterior, se propone emplear un nuevo método de integración de la ecuación de movimiento en variable estado, el cual es implícito y soluciona los problemas observados en los métodos propuestos en Hart y Wong, 2000. Este nuevo método se denomina RK6-I.

3.2. Métodos de Runge-Kutta

Los métodos de Runge-Kutta son métodos de un paso que no involucran el cálculo de derivadas de orden superior. En su lugar, reemplazan las derivadas de orden superior por aproximaciones con diferencias finitas basadas en valores de f en puntos entre el intervalo t_k y t_{k+1}. Los métodos de Runge-Kutta pueden deducirse aplicando cuadraturas para evaluar la integral

$$y(t_{k+1}) = y(t_k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} f(t, y(t))dt. \tag{3.1}$$

Las cuadraturas Gaussianas son técnicas empleadas para aproximar una integral definida empleando pesos, es decir

$$\int_a^b f(t)w(t)dt \approx \sum_{j=1}^{v} b_j f(c_j), \tag{3.2}$$

donde $w(t)$ es una función de pesos no negativa en el intervalo de integración, dicha función se encuentra relacionada con la inercia en el área de la mecánica y de manera esencial muestra que intervalos cuentan con más densidad en la función de integración; b_j son los pesos de integración y c_j son los nodos.

Una cuadratura es de orden ν si es exacta para polinomios de grado $\nu - 1$. A pesar de que no todas las funciones son polinomios, las cuadraturas sólo son exactas para polinomios debido a que no se puede garantizar precisión para otro tipo de funciones. En el caso de que la función no corresponda a un polinomio, se reemplaza la misma por un polinomio que se le parezca y posteriormente se integra. El problema de emplear aproximaciones es que a medida que se utilizan más puntos con la intención de incrementar la precisión, comienzan a crecer los problemas al evaluar la integral.

Si una función oscila mucho, la aproximación puede ser mala, es decir,

$$\left| \int_a^b f(t)w(t)dt - \sum_{j=1}^{\nu} b_j f(c_j) \right| \leq \boldsymbol{K} |f^{\nu}(t)|_{a\leq t\leq b}^{max}, \tag{3.3}$$

donde $\boldsymbol{K}$ es una constante y $|f^{\nu}(t)|$ es el módulo de la ν-ésima derivada de f.

Definiendo el producto punto de los polinomios $f(t)$ y $g(t)$ incluyendo una función de peso $w(t)$ como

$$\langle f, g \rangle = \int_a^b f(t)g(t)w(t)dt, \tag{3.4}$$

si el producto punto es igual a cero, $\langle f, g \rangle = 0$, los polinomios f y g son ortogonales, los polinomios ortogonales son funciones en las cuales existen raíces simples, es decir, todos los ceros son de multiplicidad uno. Si $c_1, \ldots, c_\nu$ son los ceros del polinomio ortogonal, $\mathbb{P}_\nu$, y $b_i = \int_a^b \ell_i(t)w(t)dt$, donde $\ell_i(t)$ es el interpolante de Lagrange, entonces la cuadratura

$$\sum_{j=1}^{\nu} b_j f(c_j)$$

es de orden 2ν y es la mejor posible. En otras palabras, dada una función que se requiere interpolar teniendo la mejor cuadratura posible, los puntos a elegir para obtener la cuadratura serán los ceros de un polinomio ortogonal. Para calcular los pesos, con los puntos seleccionados se calcula el interpolante de Lagrange y se hace la cuadratura de ese polinomio.

Por conveniencia en los métodos de Runge-Kutta se normaliza el intervalo de integración de la Ecuación 3.1 de t_k a t_{k+1} por 0 a 1, es decir,

$$y(t_{k+1}) = y(t_k) + h \int_0^1 f(t_k + ht, y(t_k + ht))dt. \tag{3.5}$$

La ecuación anterior aún se encuentra de forma continua, para efectuar la aproximación por una función discreta, la función real se convertirá en una aproximación, y la integral se reemplaza por una cuadratura con un número determinado de pesos y de nodos, es decir,

$$y_{k+1} = y_k + h \sum_{j=1}^{\nu} b_j f(t_k + c_j h, y(t_k + c_j h)). \tag{3.6}$$

A los nodos, ν, a emplear se les conoce como etapas. Lo deseable es emplear métodos multi-etapas. El problema radica en el desconocimiento de la función solución de la ecuación diferencial y. Para solucionarlo Karl Runge propuso reemplazar $y(t_k + c_j h)$ por ξ_j, sustituyendo en la solución se obtiene

$$y_{k+1} = y_k + h \sum_{j=1}^{\nu} b_j f(t_k + c_j h, \xi_j). \tag{3.7}$$

Empleando expansiones de Taylor se pueden conocer los términos ξ_j. No existe una solución única, empleando varios nodos, o etapas, existe una gran cantidad de combinaciones posibles.

Una de las convenciones más comunes es emplear $c_1 = 0$ para evitar la primera expansión; sin embargo no es la única convención. Debido a esto se originan dos tipos de métodos: el método se considera implícito si existente dependencia de todos los ξ_j entre sí mismos o explícito si el ξ i-ésimo solo depende de los anteriores. De manera general los métodos explícitos son más sencillos, sin embargo, para problemas rígidos es mejor emplear métodos implícitos. La dificultad de los métodos implícitos radica en que se debe resolver un sistema de ecuaciones, y si la f es no lineal, el sistema a resolver es no lineal.

Al emplear un método explícito, el valor de ξ en la etapa ν está dada por

$$\xi_\nu = y_k + h \sum_{j=1}^{\nu-1} a_{\nu,j} f(t_k + c_j h, \xi_j) \tag{3.8}$$

A partir de la publicación de Butcher y Goodwin, 2008, los coeficientes de $a_{\nu,j}$ se colocan en una matriz A. Si el método es explícito, la matriz A es triangular, mientras que, si el método es implícito la matriz es llena. Los coeficientes de los pesos se colocan en un vector b y los coeficientes de la ubicación de los nodos se colocan en un vector c, es decir

$$\mathrm{A} = \left[a_{\nu,j}\right], \quad \mathrm{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_\nu \end{pmatrix}, \quad \mathrm{c} = \begin{pmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_\nu \end{pmatrix}, \tag{3.9}$$

entonces se escribe para cada método particular su tableau de Butcher para caracterizarlo. La forma en la que se reporta es

$$\begin{array}{c|cccc} c_1 & a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1\nu} \\ c_2 & a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2\nu} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_\nu & a_{\nu 1} & a_{\nu 2} & \cdots & a_{\nu\nu} \\ \hline & b_1 & b_2 & \cdots & b_\nu \end{array}, \tag{3.10}$$

De forma condensada se puede escribir como

$$\begin{array}{c|c} \mathrm{c} & \mathrm{A} \\ \hline & \mathrm{b}^T \end{array}. \tag{3.11}$$

Los sistemas que resultan en el tableau de Butcher no tienen solución única por lo general, en consecuencia es posible generar una familia de métodos de Runge-Kutta.

Una propiedad que cabe destacar es que, partiendo de la expansión de la serie de Taylor, la suma de los pesos b es igual con uno, es decir

$$\sum_{j=1}^{\nu} b_j = 1. \tag{3.12}$$

Otra propiedad más a resaltar es que las sumas de las $a_{j,i}$ es igual al coeficiente de c_i, es decir,

$$\sum_{i=1}^{\nu} a_{j,i} = c_i. \tag{3.13}$$

Una de las virtudes que destaca de los métodos de Runge-Kutta, es que para conocer la solución en el instante t_{k+1}, no se necesita conocer la solución en instantes anteriores a t_k, dado que se reinicia al principio de la integración, y eso permite cambiar el tamaño de paso durante cada integración. Estas propiedades hacen que sean métodos sencillos de programar.

3.3. Método de Runge-Kutta 6 implícito

La transformación de la ecuación de movimiento en variable estado tiene la forma del problema de Cauchy, el cual consiste en un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden con valor en la frontera. Existen una gran cantidad de métodos explícitos e implícitos para su solución. La forma general del problema de Cauchy para resolver la ecuación de movimiento en variable estado está dada por la Ecuación 3.14.

$$\dot{\mathbf{z}} = f(t, \mathbf{z}) \tag{3.14}$$

donde los términos que dependen de $\mathbf{z}$ son asociados a la matriz de transición de estados, $\mathbf{A}$; y los términos que dependen de t son asociados a la función de fuerzas $\mathbf{F}_k$.

Los métodos de Runge-Kutta, (RK), permiten resolver la ecuación de movimiento en variable estado. Para ello, integran el sistema partiendo de las condiciones conocidas $(t_k, \mathbf{z}_k)$ y determinan los estados $(t_{k+1}, \mathbf{z}_{k+1})$, considerando un tamaño de paso h. Existen métodos implícitos y explícitos dentro de la familia de métodos RK. La ecuación algebraica que los define, escrita para atender la formulación de variable estado es

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{z}_k + h \sum_{j=1}^{\nu} b_j f(t_k + c_j h, \xi_j). \tag{3.15}$$

con

$$\xi_j = \mathbf{z}_k + h \sum_{i=1}^{\nu} a_{j,i} f(t_k + c_i h, \xi_i), \tag{3.16}$$

donde los vectores ξ_j son aproximaciones a la función solución $y(t_k + c_j h)$ propuesta por Karl Runge; $a_{j,i}$ son las entradas de la matriz de RK, (A $= (a_{j,i})_{j,i=1,2,\ldots,\nu}$); b_j son pesos de integración; y c_j son nodos de la cuadratura.

Se pueden definir métodos RK implícitos con propiedades superiores de estabilidad que son más apropiados para resolver problemas rígidos. Al emplear un método implícito se busca que los vectores ξ_j sean interdependientes con la finalidad de obtener una región de estabilidad más amplia. Una dificultad de los métodos implícitos radica en que se debe resolver un sistema de ecuaciones para conocer los vectores ξ_j, y si el sistema de ecuaciones diferenciales que define la ecuación de movimiento es no lineal, el sistema a resolver para conocer los vectores ξ_j es no lineal. Sin embargo, si la función f es no lineal, puede resolverse con el método de Newton-Raphson, y si es lineal conviene aplicar una factorización al sistema.

Algunos casos especiales de métodos RK se conocen como métodos de colocación. Al emplear un método de colocación se deben obtener ν parámetros distintos, $c_1, c_2, \cdots, c_\nu$, que formen un polinomio u de grado ν. El polinomio u satisface la condición inicial

$$u(t_k) = z_k,$$

y las derivadas en los puntos ν

$$u'(t_k + c_j h) = f(t_k + c_j h, u(t_k + c_j h)), \quad j = 1, 2, \ldots, \nu.$$

El método de colocación consiste en encontrar el polinomio u que satisface la condición $z_{k+1} = u(t_k + 1)$.

El presente trabajo emplea un método RK6 implícito especial, (RK6-I), que a la vez es un método de colocación de Gauss-Legendre de tres etapas, de orden 2ν, el cual se obtiene al determinar los coeficientes c_i, los cuales son distintos, y son las raíces de un polinomio ortogonal a la función de pesos $\omega(t) = 1$, en el intervalo normalizado $0 \leq t \leq 1$. Las cuadraturas empleadas son Gaussianas, es decir que cumplen que

$$\sum_{j=1}^{\nu} b_j f(c_j)$$

es de orden 2ν y los coeficientes de c_j son las raíces de un polinomio ortogonal.

El costo de resolver sistemas no lineales con un número de etapas grande es elevado, pero se compensa con el aumento de orden del método. El método de Gauss-Legendre de tres etapas es probablemente el más grande con costos razonables de implementación (Iserles, 2009). Si se emplea un método explícito, se deberá disminuir tanto el tamaño de paso con el objetivo de tener estabilidad que la precisión numérica quedará en segundo plano. Sin embargo, al emplear el método RK6-I esto no ocurre, ya que el tamaño de paso está determinado por la precisión deseada y no por la estabilidad, es decir, el costo computacional de emplear este método será compensado al disminuir la resolución de un problema ya que se tendrá una buena aproximación a la solución empleando un tamaño de paso mayor.

El tableau de Butcher usado para implementar el método RK6-I es

$$\begin{array}{c|ccc} \frac{5-\sqrt{15}}{10} & \frac{5}{36} & \frac{2}{9}-\frac{\sqrt{15}}{15} & \frac{5}{36}-\frac{\sqrt{15}}{30} \\ \frac{1}{2} & \frac{5}{36}+\frac{\sqrt{15}}{24} & \frac{2}{9} & \frac{5}{36}-\frac{\sqrt{15}}{24} \\ \frac{5+\sqrt{15}}{10} & \frac{5}{36}+\frac{\sqrt{15}}{30} & \frac{2}{9}+\frac{\sqrt{15}}{15} & \frac{5}{36} \\ \hline & \frac{5}{18} & \frac{4}{9} & \frac{5}{18} \end{array}, \tag{3.17}$$

desarrollado de manera explícita se obtienen los coeficientes

$$\begin{array}{lll} a_{11}=\frac{5}{36} & a_{12}=\frac{2}{9}-\frac{\sqrt{15}}{15} & a_{13}=\frac{5}{36}-\frac{\sqrt{15}}{30} \\ a_{21}=\frac{5}{36}+\frac{\sqrt{15}}{24} & a_{22}=\frac{2}{9} & a_{23}=\frac{5}{36}-\frac{\sqrt{15}}{24} \\ a_{31}=\frac{5}{36}+\frac{\sqrt{15}}{30} & a_{32}=\frac{2}{9}+\frac{\sqrt{15}}{15} & a_{33}=\frac{5}{36} \\ b_1=\frac{5}{18} & b_2=\frac{4}{9} & b_3=\frac{5}{18} \\ c_1=\frac{5-\sqrt{15}}{10} & c_2=\frac{1}{2} & c_3=\frac{5+\sqrt{15}}{10} \end{array}.$$

3.3.1. Ecuación de movimiento en variable estado

Dentro de los métodos numéricos, existen diferentes familias de métodos diseñados para poder calcular la solución de una ecuación diferencial ordinaria con un valor inicial. El planteamiento de la solución empleando el método de variable estado transforma la ecuación diferencial de segundo orden en una ecuación diferencial ordinaria pudiendo así, determinar la respuesta con cualquiera de los métodos diseñados para esta labor.

Uno de los métodos que pueden ser empleados pertenece a la familia de los Runge-Kutta, en particular un método de orden 6 implícito, (RK6-I), cuyos coeficientes son las raíces de un polinomio ortogonal.

Para solucionar la ecuación de movimiento empleando el método RK6-I, es necesario escribirla en forma de variable estado. La ecuación de equilibrio dinámico en variable estado discreta es

$$\dot{\mathbf{z}}_k = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{X}} \\ \ddot{\mathbf{X}} \end{pmatrix}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{X} \\ \dot{\mathbf{X}} \end{pmatrix}_k + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}_e \end{pmatrix}_k \tag{3.18}$$

Donde $\mathbf{0}$ es una matriz cuadrada de ceros de $n \times n$ y $\mathbf{I}$ es una matriz identidad de $n \times n$. Cabe destacar que para sistemas de un grado de libertad, $n = 1$, la formulación sigue siendo aplicable.

Haciendo

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_k = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}_e \end{pmatrix}_k, \tag{3.19}$$

la ecuación de equilibrio dinámico en variable estado de forma condensada es

$$\dot{\mathbf{z}}_k = \mathbf{A}\mathbf{z}_k + \mathbf{F}_k \tag{3.20}$$

En el área de análisis estructural, la mayor parte del tiempo la función de fuerzas aplicadas en las estructuras se conoce de forma discreta, por tanto, es necesario emplear una aproximación para poder evaluarla en los puntos intermedios, (c_j), entre el instante t_k y t_{k+1}. Se proponen dos estrategias de aproximación, una está dada por una interpolación lineal entre $\mathbf{F}(t_k)$ y $\mathbf{F}(t_{k+1})$, (cuadratura por trapecios), definida por la Ecuación 3.21; y la otra asume que el valor de la fuerza permanece constante con el valor promedio entre las fuerzas en los extremos del intervalo, (cuadratura por rectángulos), definida por la Ecuación 3.22. La elección de la aproximación no afecta al procedimiento de cálculo de la respuesta, sin embargo, al emplear la cuadratura por rectángulos se elimina la necesidad de interpolar la fuerza, lo cual simplifica el problema.

$$\mathbf{F}_i = \frac{\mathbf{F}_{k+1} - \mathbf{F}_k}{h}(t_i - t_k) + \mathbf{F}_k, \tag{3.21}$$

$$\mathbf{F}_i = \frac{\mathbf{F}_{k+1} + \mathbf{F}_k}{2}. \tag{3.22}$$

3.3.2. Obtención de las aproximaciones a la función solución

El método RK6-I tiene tres etapas, por tanto, requiere de tres aproximaciones a la función solución, su desarrollo está dado por las Ecuaciones 3.23.

$$\xi_1 = \mathbf{z}_k + h\left(a_{1,1}f(t_k + c_1h, \xi_1) + a_{1,2}f(t_k + c_2h, \xi_2) + a_{1,3}f(t_k + c_3h, \xi_3)\right), \quad (3.23a)$$
$$\xi_2 = \mathbf{z}_k + h\left(a_{2,1}f(t_k + c_1h, \xi_1) + a_{2,2}f(t_k + c_2h, \xi_2) + a_{2,3}f(t_k + c_3h, \xi_3)\right), \quad (3.23b)$$
$$\xi_3 = \mathbf{z}_k + h\left(a_{3,1}f(t_k + c_1h, \xi_1) + a_{3,2}f(t_k + c_2h, \xi_2) + a_{3,3}f(t_k + c_3h, \xi_3)\right). \quad (3.23c)$$

La función que satisface el sistema de ecuaciones no lineales anterior, $f(t, z)$, está definida por la Ecuación 3.20. Para determinar los valores del vector de aproximaciones a la función solución, ξ_j, ya que el sistema de ecuaciones es no lineal, la primer alternativa para resolverlo es emplear el método de Newton. Es posible mejorar la velocidad de convergencia del método de Newton empleando la metodología propuesta en (Iserles, 2009), es decir, el método de Newton-Raphson.

El sistema dado por la Ecuación 3.23 puede reescribirse como

$$\boldsymbol{\xi} = hg(\boldsymbol{\xi}) + \boldsymbol{\beta}, \quad (3.24)$$

donde, para este problema en particular

$$g(\boldsymbol{\xi}) = \begin{bmatrix} a_{1,1}f(t_k + c_1h, \xi_1) + a_{1,2}f(t_k + c_2h, \xi_2) + a_{1,3}f(t_k + c_3h, \xi_3) \\ a_{2,1}f(t_k + c_1h, \xi_1) + a_{2,2}f(t_k + c_2h, \xi_2) + a_{2,3}f(t_k + c_3h, \xi_3) \\ a_{3,1}f(t_k + c_1h, \xi_1) + a_{3,2}f(t_k + c_2h, \xi_2) + a_{3,3}f(t_k + c_3h, \xi_3) \end{bmatrix}, \quad (3.25)$$

$$\boldsymbol{\xi} = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix}, \quad (3.26)$$

y

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_k \\ \mathbf{z}_k \\ \mathbf{z}_k \end{bmatrix}. \quad (3.27)$$

Suponiendo que g tiene derivadas continuas de segundo orden, se realiza una expansión de la función $g(\boldsymbol{\xi})$, con respecto al vector $\boldsymbol{\xi}^k$ obteniendo

$$\boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{\beta} + hg\left(\boldsymbol{\xi}^k + \left(\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\xi}^k\right)\right) = \boldsymbol{\beta} + hg\left(\boldsymbol{\xi}^k\right) + h\frac{\partial g\left(\boldsymbol{\xi}^0\right)}{\partial \boldsymbol{\xi}}\left(\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\xi}^k\right) + \mathcal{O}\left(\left\|\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\xi}^k\right\|^2\right). \quad (3.28)$$

Despreciando al término $\mathcal{O}\left(\left\|\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\xi}^k\right\|^2\right)$, pasando al término $\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\xi}^k$ del lado izquierdo y completando algebraicamente los términos se obtiene

$$\left[\mathbf{I} - h\frac{\partial g\left(\xi^k\right)}{\partial \xi}\right]\left(\xi - \xi^k\right) \approx \beta + hg\left(\xi^k\right) - \xi^k. \tag{3.29}$$

Haciendo $\xi = \xi^{k+1}$, y despejándolo se obtiene

$$\xi^{k+1} = \xi^k - \left[\mathbf{I} - \frac{\partial g\left(\xi^k\right)}{\partial \xi}\right]^{-1}\left[\xi^k - \beta - hg\left(\xi^k\right)\right] \tag{3.30}$$

La ecuación anterior define al algoritmo de Newton-Raphson. Emplear este algoritmo de solución ofrece una velocidad de convergencia cuadrática, lo cual es algo deseable, sin embargo, conlleva la necesidad de conocer al Jacobiano del sistema, para lo cual, existen simplificaciones que disminuyen la velocidad de convergencia, no obstante, para el problema en estudio, cuando la estructura en análisis no cuenta con dispositivos de control que introduzcan no linealidad al problema, y es lineal la fuerza externa aplicada (excitación sísmica o fuerzas directamente aplicadas en las masas), el Jacobiano es constante en el tiempo y se obtiene con

$$\mathbf{J}(\xi) = \frac{\partial g\left(\xi^k\right)}{\partial \xi} = \begin{bmatrix} a_{11}\mathbf{A} & a_{12}\mathbf{A} & a_{13}\mathbf{A} \\ a_{21}\mathbf{A} & a_{22}\mathbf{A} & a_{23}\mathbf{A} \\ a_{31}\mathbf{A} & a_{32}\mathbf{A} & a_{33}\mathbf{A} \end{bmatrix}, \tag{3.31}$$

Cuando la excitación, $\mathbf{F}_e(t)$, es una simulación de viento, el sistema se vuelve no lineal ya que las fuerzas de arrastre son

$$\mathbf{F}_e(t) = \frac{1}{2}\rho \mathbf{C}_d \mathbf{A_s}(\mathbf{U}(t))^2 - \rho \mathbf{C}_d \mathbf{A_s}\dot{\mathbf{X}}(t)\mathbf{U}(t) + \frac{1}{2}\rho \mathbf{C}_d \mathbf{A_s}(\dot{\mathbf{X}}(t))^2, \tag{3.32}$$

donde ρ es la densidad del viento; $\mathbf{C}_d$ es el coeficiente de arrastre; $\mathbf{A_s}$ es el área de incidencia del viento; y $\mathbf{U}(t)$ es la velocidad del viento en dirección longitudinal. Sustituyendo los valores en la formulación variable estado se tiene que las fuerzas de arrastre en variable estado son

$$\mathbf{F}(t) = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\rho \mathbf{C}_d \mathbf{A_s} \end{bmatrix}(\mathbf{U}(t))^2 - \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\rho \mathbf{C}_d \mathbf{A_s} \end{bmatrix}\mathbf{U}(t)\mathbf{z}(t) + \frac{1}{2}\begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\rho \mathbf{C}_d \mathbf{A_s} \end{bmatrix}(\mathbf{z}(t))^2 \tag{3.33}$$

Definiendo

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\rho \mathbf{C}_d \mathbf{A_s} \end{bmatrix},$$

el Jacobiano cuando la estructura en análisis no cuenta con dispositivos de control que introduzcan no linealidad al problema y la excitación sea producida por una simulación de viento, es

$$\mathbf{J}(\boldsymbol{\xi}) = \frac{\partial g\left(\boldsymbol{\xi}^k\right)}{\partial \boldsymbol{\xi}} = \begin{bmatrix} a_{11}\left(\mathbf{A} - \mathbf{V}\mathbf{U}(t) + \mathbf{V}\xi_1\right) & a_{12}\left(\mathbf{A} - \mathbf{V}\mathbf{U}(t) + \mathbf{V}\xi_2\right) & a_{13}\left(\mathbf{A} - \mathbf{V}\mathbf{U}(t) + \mathbf{V}\xi_3\right) \\ a_{21}\left(\mathbf{A} - \mathbf{V}\mathbf{U}(t) + \mathbf{V}\xi_1\right) & a_{22}\left(\mathbf{A} - \mathbf{V}\mathbf{U}(t) + \mathbf{V}\xi_2\right) & a_{23}\left(\mathbf{A} - \mathbf{V}\mathbf{U}(t) + \mathbf{V}\xi_3\right) \\ a_{31}\left(\mathbf{A} - \mathbf{V}\mathbf{U}(t) + \mathbf{V}\xi_1\right) & a_{32}\left(\mathbf{A} - \mathbf{V}\mathbf{U}(t) + \mathbf{V}\xi_2\right) & a_{33}\left(\mathbf{A} - \mathbf{V}\mathbf{U}(t) + \mathbf{V}\xi_3\right) \end{bmatrix}. \quad (3.34)$$

Cuando la estructura cuenta con dispositivos de control, no es posible obtener una solución única de $\mathbf{J}(\boldsymbol{\xi})$ ya que el sistema de ecuaciones cambia en cada etapa, lo cual vuelve impráctico calcular un Jacobiano de manera explícita para cada t_k, sin embargo, es posible sustituir este problema empleando diferencias centradas, lo cual aunque incrementa el tiempo de cálculo, evita la necesidad de calcular el Jacobiano de manera explícita.

El método de Newton-Raphson es iterativo. Se recomienda iniciar el cálculo empleando $\boldsymbol{\xi}^k = \boldsymbol{\beta}$. Con la Ecuación 3.30 se determina la siguiente aproximación del vector solución, $(\boldsymbol{\xi}^{k+1})$. Para saber si la solución es correcta es necesario fijar una tolerancia entre los vectores $\boldsymbol{\xi}^k$ y $\boldsymbol{\xi}^{k+1}$. Dentro de la experiencia de calibración del método, se ha observado que se alcanzan buenos resultados cuando la tolerancia es de $1 \times 10^{-6}|\mathbf{z}_k|$ cuando el problema es muy rígido y para problemas con menor grado de rigidez se puede emplear hasta $1 \times 10^{-2}|\mathbf{z}_k|$. Cuando la diferencia entre los vectores $\boldsymbol{\xi}^k$ y $\boldsymbol{\xi}^{k+1}$ es menor que la tolerancia fijada, el método ha convergido y se conocen las aproximaciones de la función solución.

3.3.3. Solución de la respuesta empleando un método de Runge-Kutta 6 implícito

Con las aproximaciones a la función solución, se procede a determinar los estados $\mathbf{z}_{k+1}$ en el siguiente instante de tiempo mediante la Ecuación 3.35.

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{z}_k + h(b_1 f(t_k + c_1 h, \xi_1) + b_2 f(t_k + c_2 h, \xi_2) + b_3 f(t_k + c_3 h, \xi_3)). \quad (3.35)$$

El algoritmo de solución de la ecuación de movimiento empleando el método RK6 implícito con el método de Newton-Raphson se presenta en la Tabla 3.1.

TABLA 3.1: Solución paso a paso de la integración con RK6-I y el método de Newton-Raphson

A		**Cálculos iniciales**
	1	Introducir las matrices de masa $\mathbf{M}$, amortiguamiento $\mathbf{C}$ y rigidez $\mathbf{K}$. Así como las fuerzas externas $\mathbf{F}_e(t)$
	2	Obtener las condiciones iniciales $\mathbf{X}_0$ y $\dot{\mathbf{X}}_0$
	3	Fijar el tamaño de paso Δt
	4	Formar la matriz de estados $\mathbf{A}$ y el vector de fuerzas $\mathbf{F}(t)$ con la Ecuación 2.49
	5	Calcular la aceleración inicial de la ecuación de movimiento $\ddot{\mathbf{X}}_0 = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{F}_e(0) - \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}_0 - \mathbf{K}\mathbf{X}_0)$
	6	Seleccionar la aproximación de fuerzas por cuadraturas trapezoidales, (Ecuación 3.21); o rectangulares, (Ecuación 3.22)
B		**Para cada paso de tiempo**
	1	Calcular los coeficientes de $\boldsymbol{\xi}_j$ empleando el método de Newton-Raphson
	1.1	Inicializar $\xi_1^k = \xi_2^k = \xi_3^k = \mathbf{z}_k$
	1.2	Aproximar el Jacobiano empleando diferencias centradas si existen dispositivos de control; o con la Ecuación 3.31 o la Ecuación 3.34, según corresponda, si no los hay
	1.3	Calcular la siguiente iteración del método de Newton-Raphson con la Ecuación 3.30
	1.4	Si $\lvert\boldsymbol{\xi}^{k+1} - \boldsymbol{\xi}^k\rvert <$ tolerancia, entonces el método de Newton-Raphson convergió y $\boldsymbol{\xi}_j = \boldsymbol{\xi}^{k+1}$. En caso contrario hacer $\boldsymbol{\xi}^k = \boldsymbol{\xi}^{k+1}$ y repetir la secuencia desde el paso 1.2 hasta la convergencia o hasta que se alcance un máximo de iteraciones fijado
	2	Calcular los estados en el instante $k+1$ con la Ecuación 3.35
	3	Calcular las aceleraciones en el instante $k+1$ con $\ddot{\mathbf{X}}_{k+1} = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{F}_e(k+1) - \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}_{k+1} - \mathbf{K}\mathbf{X}_{k+1})$

3.4. Sistemas rígidos

En este apartado se analiza el ejemplo mostrado en (Bathe y Noh, 2012), que ha servido de referencia para la calibración y validación del método RK6-I y para la demostración de las deficiencias de los métodos propuestos en Hart y Wong, 2000.

Con base en los resultados de los ejemplos de calibración mostrados hasta ahora, se ha observado que el método de integración directa con la función constante funciona mejor que el que emplea la función Delta. Por lo anterior será el seleccionado para ser el método a comparar.

3.4.1. Problema de calibración

El problema a resolver corresponde al sistema presentado en la Figura 3.1, el cual se puede encontrar en la ecuación 23 presentada en Bathe y Noh, 2012, la cual está gobernada por la siguiente ecuación de movimiento:

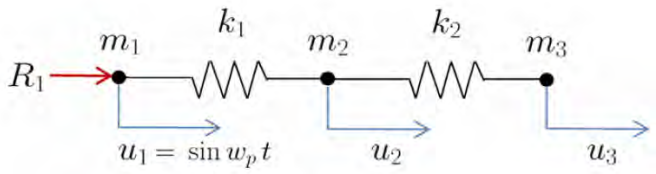


FIGURA 3.1: Sistema de tres masas en estudio. (Bathe y Noh, 2012)

$$\begin{bmatrix} m_2 & 0 \\ 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 u_1 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.36}$$

Para este caso de estudio se conoce que las masas son $m_1 = 0, m_2 = 1, m_3 = 1$, las rigideces de los resortes son $k_1 = 10^7, k_2 = 1$ y el desplazamiento en el nodo 1 es $u_1 = \sin \omega_p t$ con $\omega_p = 1.2$. Para la solución se emplearon 101 elementos para discretizar t en un intervalo de 0 a 10 s.

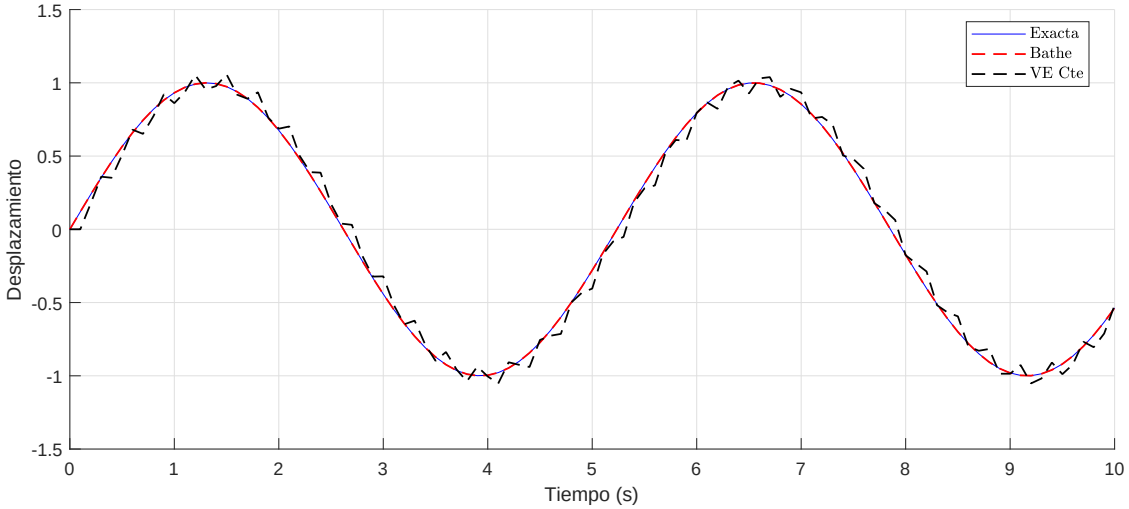
Se determinó la solución analítica para comparar los resultados numéricos obtenidos. Para lograrlo se empleó el método de coeficientes indeterminados. La solución completa al sistema de ecuaciones diferenciales está dada por la Ecuación 3.37

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} -3.7947 \times 10^{-4} \sin(\alpha t) + 2.7273 \times 10^{-7} \sin(t) \\ 3.7947 \times 10^{-11} \sin(\alpha t) + 2.7273 \sin(t) \\ -1.2 \sin(\alpha t) + 2.7273 \times 10^{-7} \cos(t) \\ 1.2 \times 10^{-7} \cos(\alpha t) + 2.7273 \cos(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sin(1.2t) \\ -\frac{225}{99} \sin(1.2t) \\ 1.2 \cos(1.2t) \\ -2.7273 \cos(1.2t) \end{pmatrix} \tag{3.37}$$

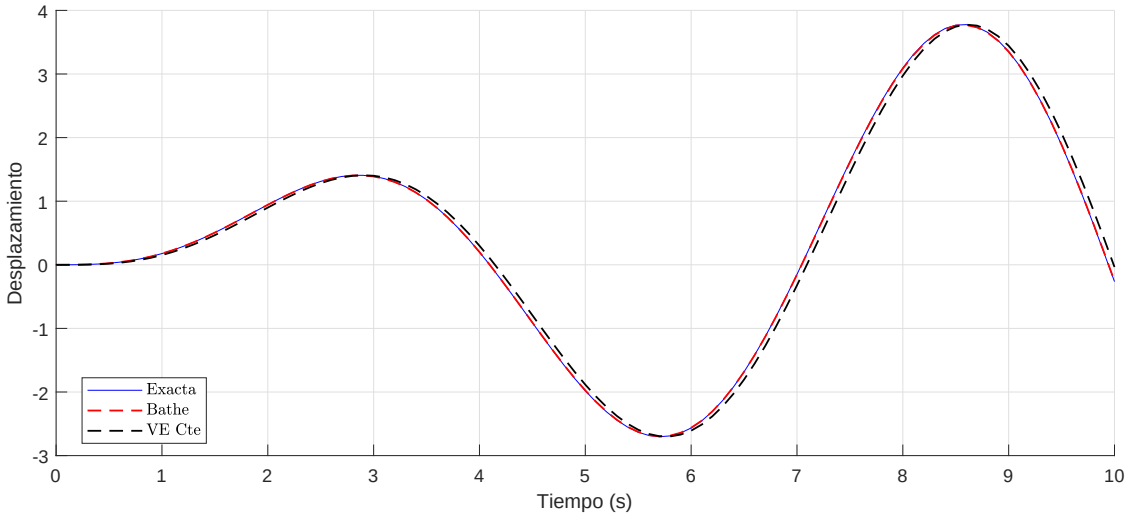
Se reprodujo la solución numérica empleando el método propuesto en Bathe y Noh, 2012. A la solución obtenida se le nombra en este trabajo como Bathe. Tal solución es comparada con los métodos de variable estado.

Integración directa con la función constante

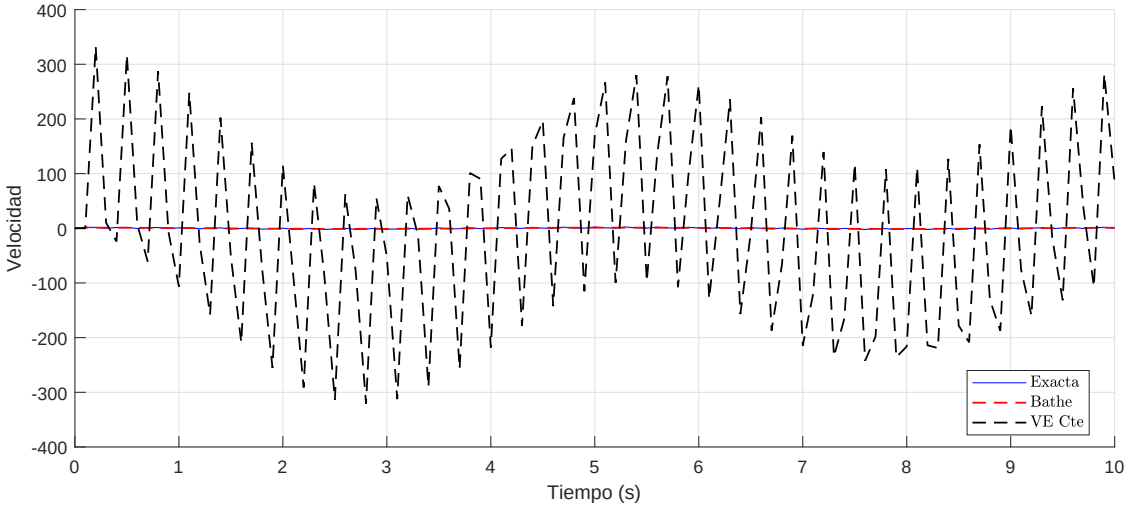
En este apartado se presenta la comparación de la solución analítica, la solución de Bathe y la obtenida con integración directa con la función constante. Los valores obtenidos se muestran en la Figura 3.2.



(A) Desplazamiento nodo 2

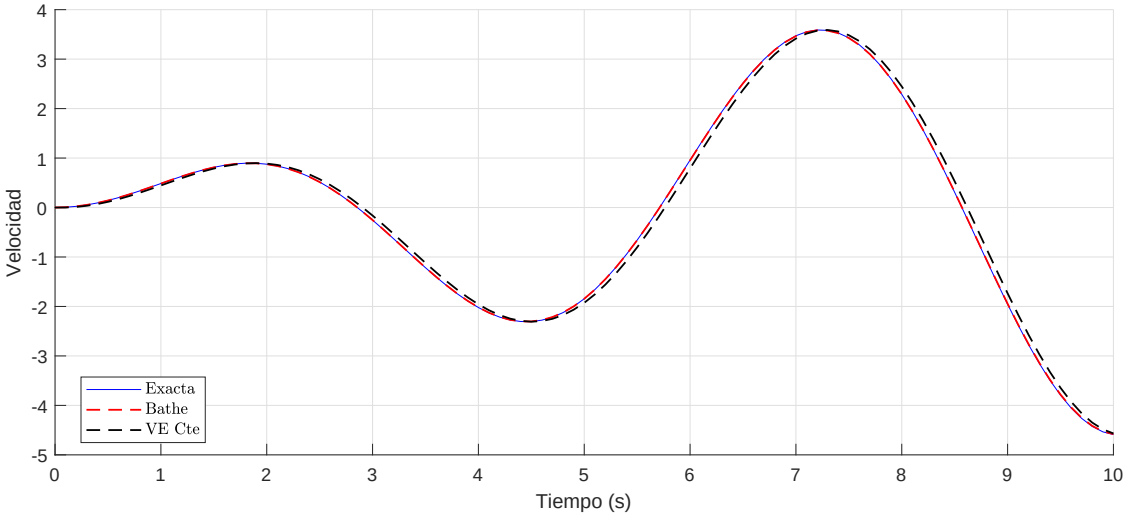


(B) Desplazamiento nodo 3

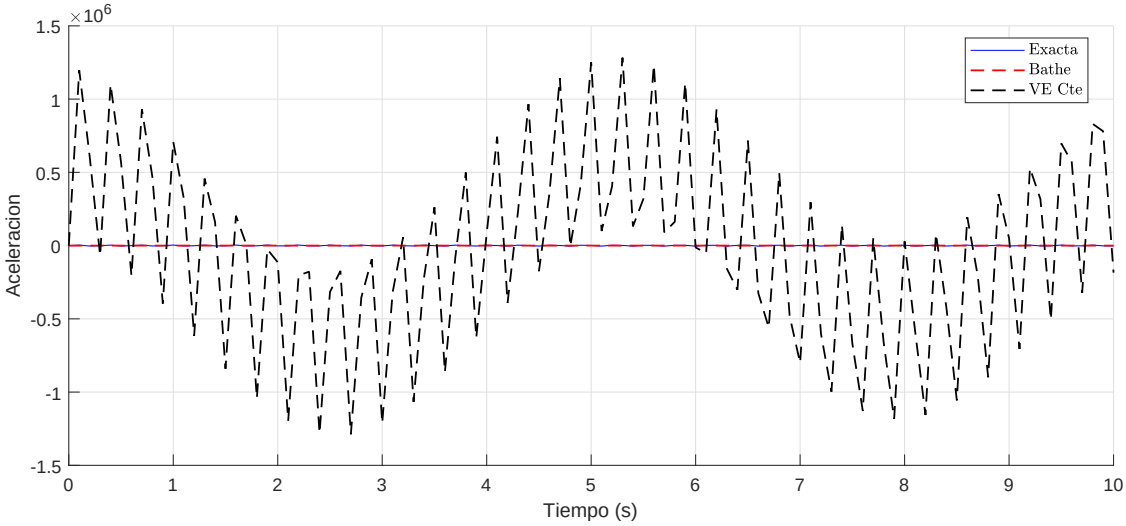


(C) Velocidad nodo 2

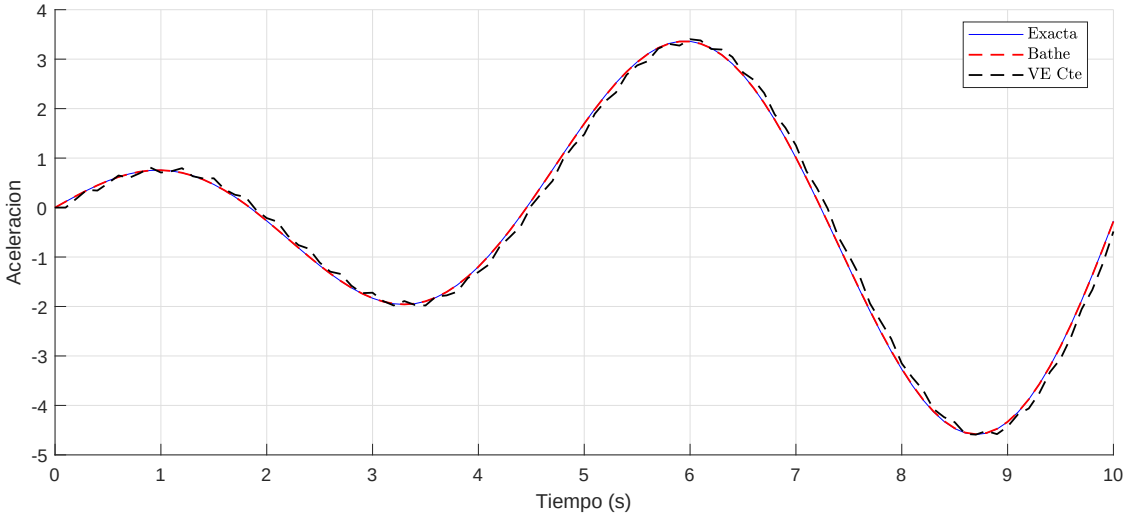
FIGURA 3.2: Respuestas obtenidas para el problema de Bathe con integración directa



(D) Velocidad nodo 3



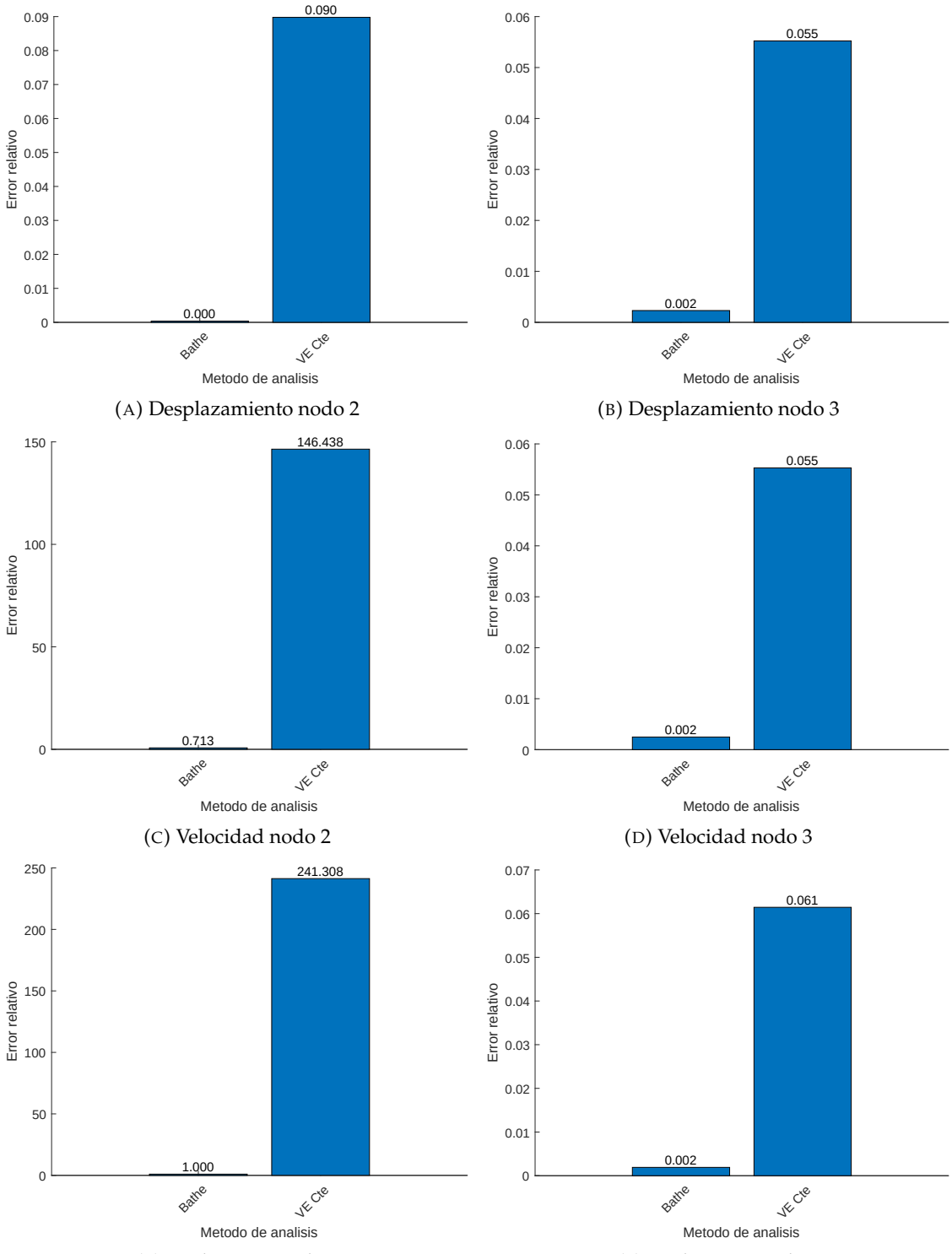
(E) Aceleración nodo 2



(F) Aceleración nodo 3

FIGURA 3.2: Respuestas obtenidas para el problema de Bathe con integración directa (continuación)

Se determinaron los errores relativos comparados con la norma 2 de la solución analítica, los cuales se muestran en la Figura 3.3.



(A) Desplazamiento nodo 2

(B) Desplazamiento nodo 3

(C) Velocidad nodo 2

(D) Velocidad nodo 3

(E) Aceleración nodo 2

(F) Aceleración nodo 3

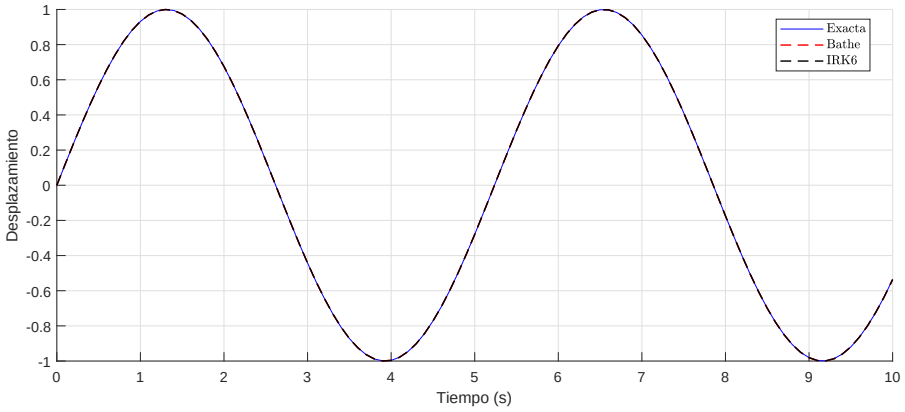
FIGURA 3.3: Errores relativos para el problema de Bathe con integración directa

Como era de esperarse, debido a que el método de integración directa es un método explícito, los resultados son distintos a la solución analítica. El desplazamiento y velocidad en el nodo 3 son semejantes de forma global a la solución analítica. Para el desplazamiento del nodo 2 y la aceleración del nodo 3 existen problemas de amplitud y de fase, además que la respuesta tiende a oscilar alrededor de la solución analítica. La velocidad y aceleración del nodo 2 divergen a la solución analítica. La rigidez del problema es tanta que incrementa de manera significativa la respuesta alejándola de los valores esperados.

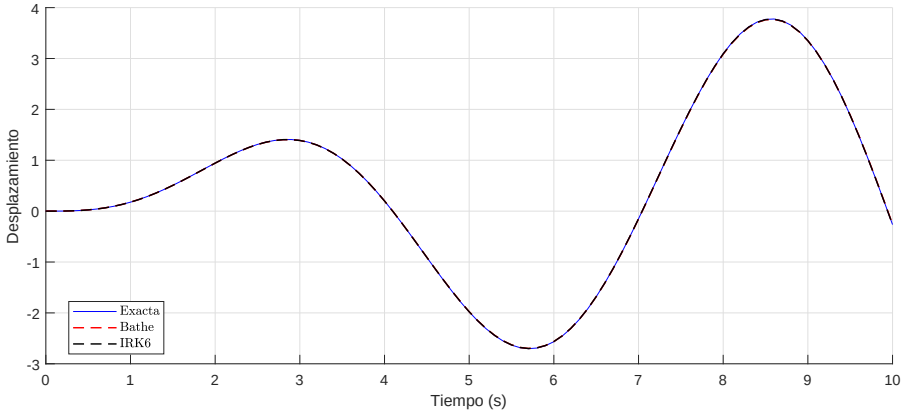
Fijando una tolerancia del 1 % para la aceptación de los resultados se puede observar que el método de integración directa está fuera de la tolerancia para todos los desplazamientos, velocidades y aceleraciones.

RK6-I

En este apartado se presenta la comparación de la solución analítica, la solución de Bathe y la obtenida con RK6-I. Se aproxima la función de fuerzas con cuadraturas trapezoidales. Las respuestas obtenidas se muestran en la Figura 3.4. Los errores relativos se muestran en la Figura 3.5.

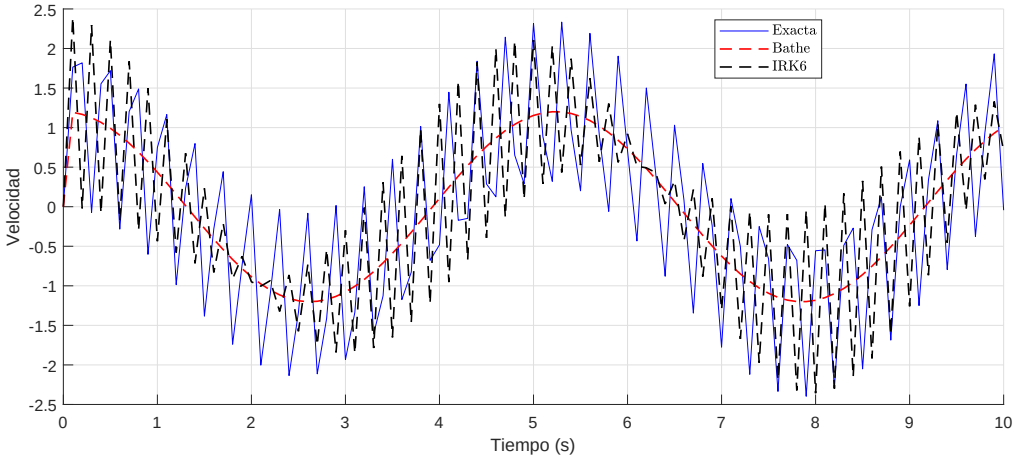


(A) Desplazamiento nodo 2

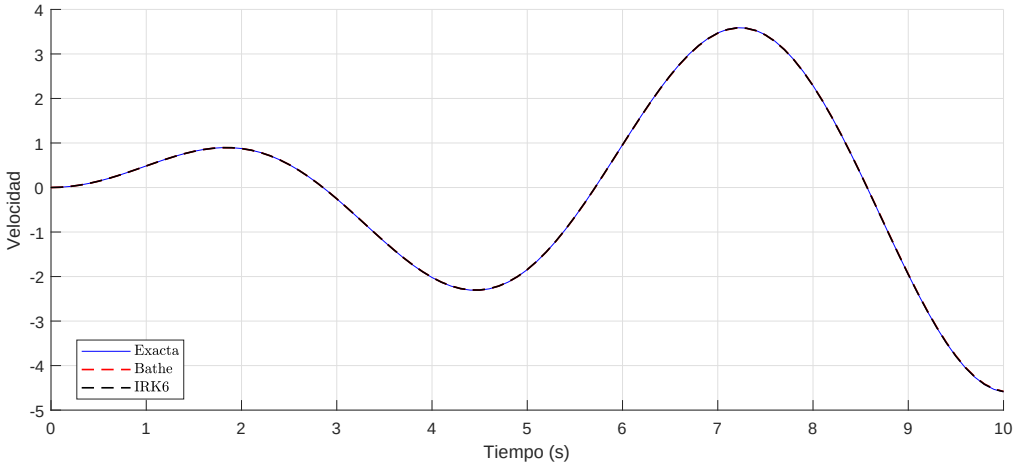


(B) Desplazamiento nodo 3

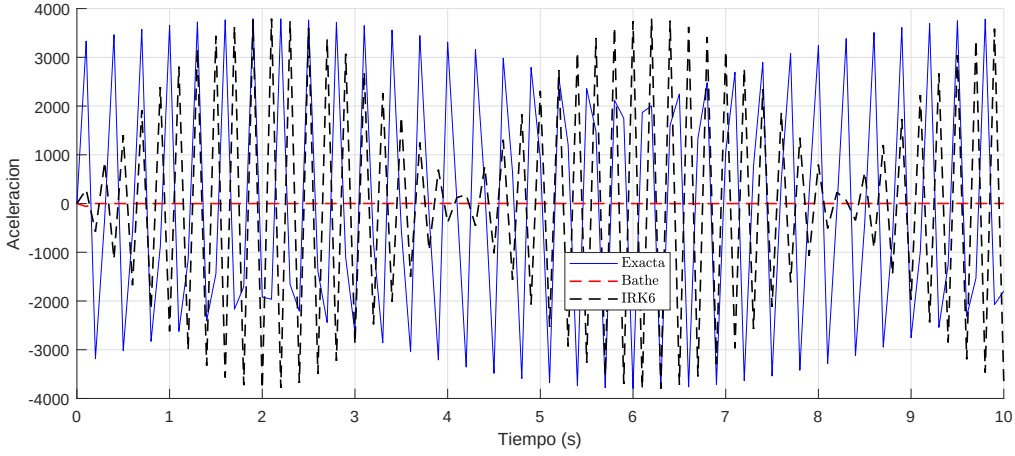
FIGURA 3.4: Respuestas obtenidas para el problema de Bathe con RK6-I



(C) Velocidad nodo 2

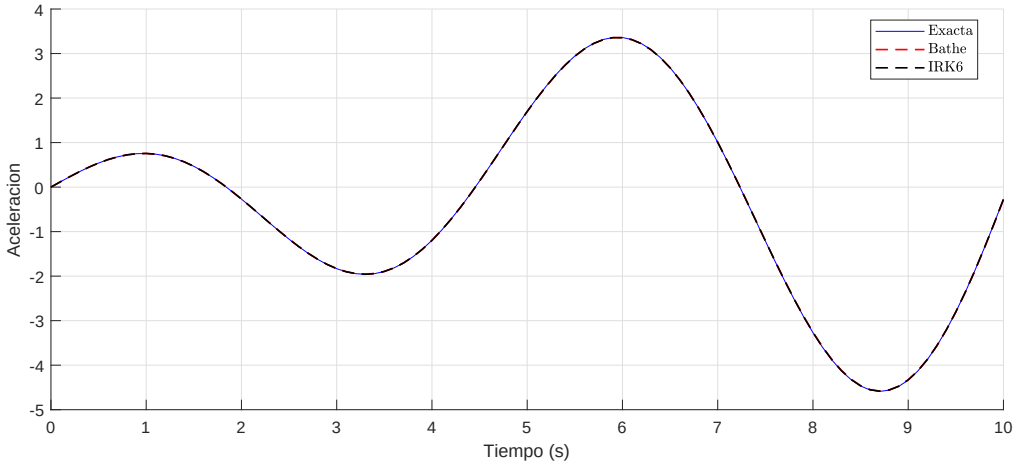


(D) Velocidad nodo 3



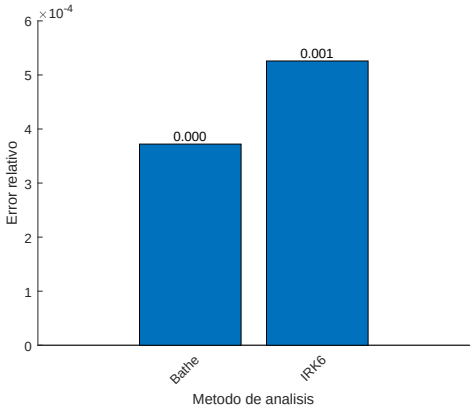
(E) Aceleración nodo 2

FIGURA 3.4: Respuestas obtenidas para el problema de Bathe con RK6-I (continuación)

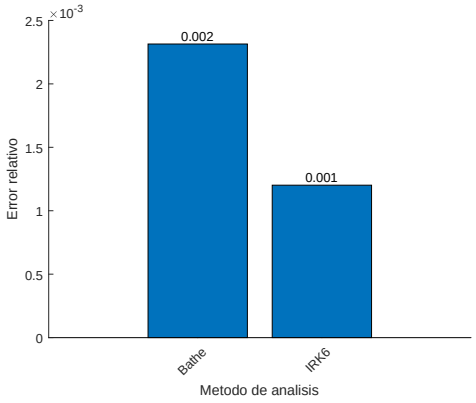


(F) Aceleración nodo 3

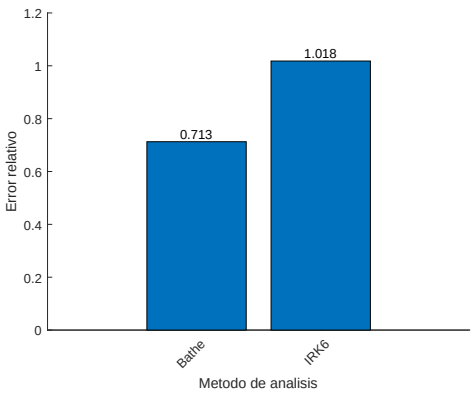
FIGURA 3.4: Respuestas obtenidas para el problema de Bathe con RK6-I (continuación)



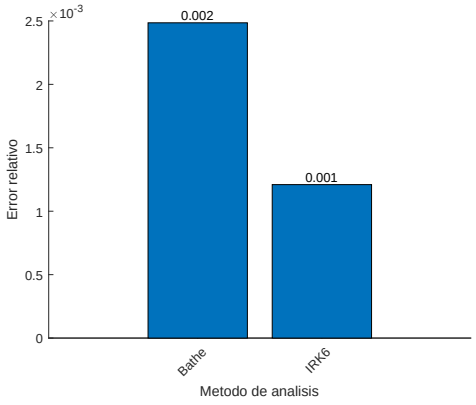
(A) Desplazamiento nodo 2



(B) Desplazamiento nodo 3

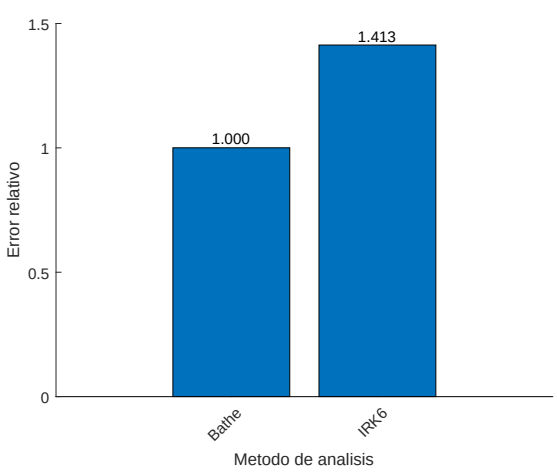


(C) Velocidad nodo 2

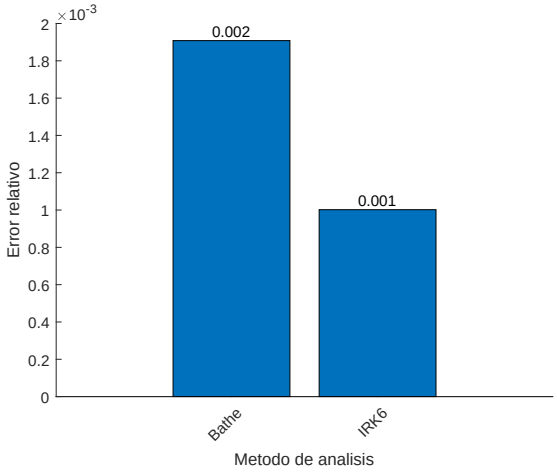


(D) Velocidad nodo 3

FIGURA 3.5: Errores relativos para el problema de Bathe con RK6-I



(E) Aceleración nodo 2



(F) Aceleración nodo 3

FIGURA 3.5: Errores relativos para el problema de Bathe con RK6-I (continuación)

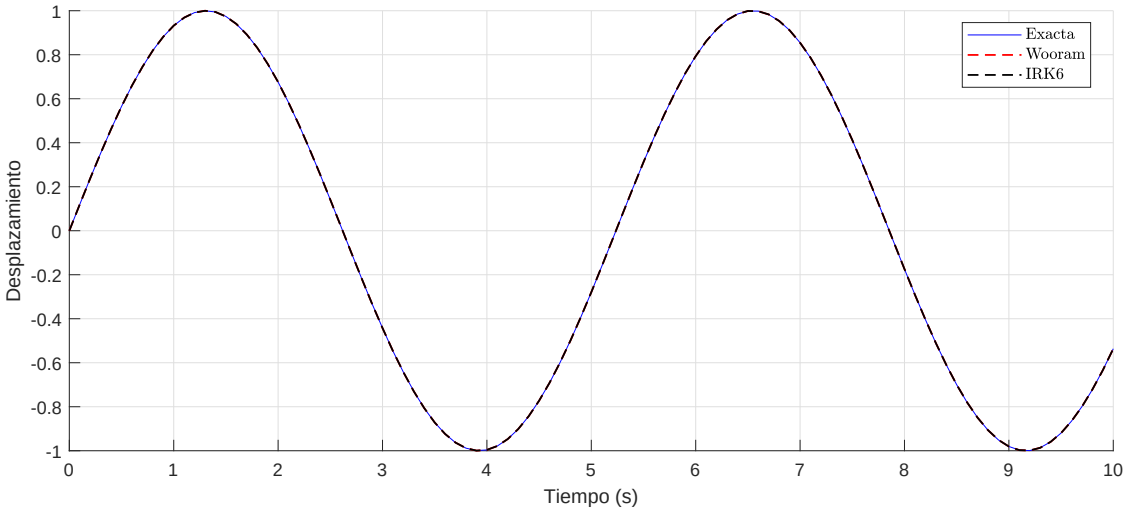
Los resultados obtenidos con el método de RK6-I son más cercanos a la solución analítica en comparación con el método de integración directa. Para el desplazamiento y la velocidad del nodo 3 no se aprecian diferencias entre la respuesta analítica y la numérica empleando RK6-I. Los problemas de amplitud y fase observados en el desplazamiento del nodo 2 y la aceleración del nodo 3 en los resultados con integración directa desaparecieron y la respuesta no presenta diferencias apreciables con respecto a la analítica. No obstante, persisten, aunque en menor magnitud, los problemas en la velocidad y aceleración del nodo 2. En esta comparativa se puede apreciar que ambos métodos no se acercan a la solución analítica. Para la velocidad del nodo 2, el método de Bathe suaviza la respuesta, alejándola de la analítica, este fenómeno es debido a que el método de Bathe posee un algoritmo que incrementa significativamente amortiguamiento cuando se entra en un régimen de altas frecuencias, el cual también aparece en los métodos de Hobolt y Park, conocido como propiedad de aniquilación asintótica (asymptotic annihilation property), la cual filtra los efectos provenientes de regímenes de alta frecuencia, (Wooram, 2016). Por otra parte, RK6-I experimenta problemas de amplitud y de fase, es decir, existen intervalos en los cuales la respuesta aumenta o disminuye en comparación con la analítica. Para la aceleración del nodo 3, nuevamente el método de Bathe suaviza la respuesta separándola de la solución analítica, mientras que RK6-I experimenta problemas de amplitud y de fase ya que la solución analítica oscila alrededor de dos frecuencias, mientras que la numérica oscila alrededor de tres.

Para una tolerancia del error relativo del 1 %, los desplazamientos de ambos nodos, la velocidad y la aceleración del nodo 3 se encuentran dentro de la tolerancia con los dos métodos. Resalta que para las respuestas del nodo 3, el método de RK6-I obtuvo un menor error relativo, la excepción se presentó con desplazamiento del nodo 2, para el cual el método de Bathe obtuvo un menor error. Para la velocidad y aceleración del nodo 2, ambos métodos se encuentran fuera de la tolerancia, siendo RK6-I el que obtuvo mayor error.

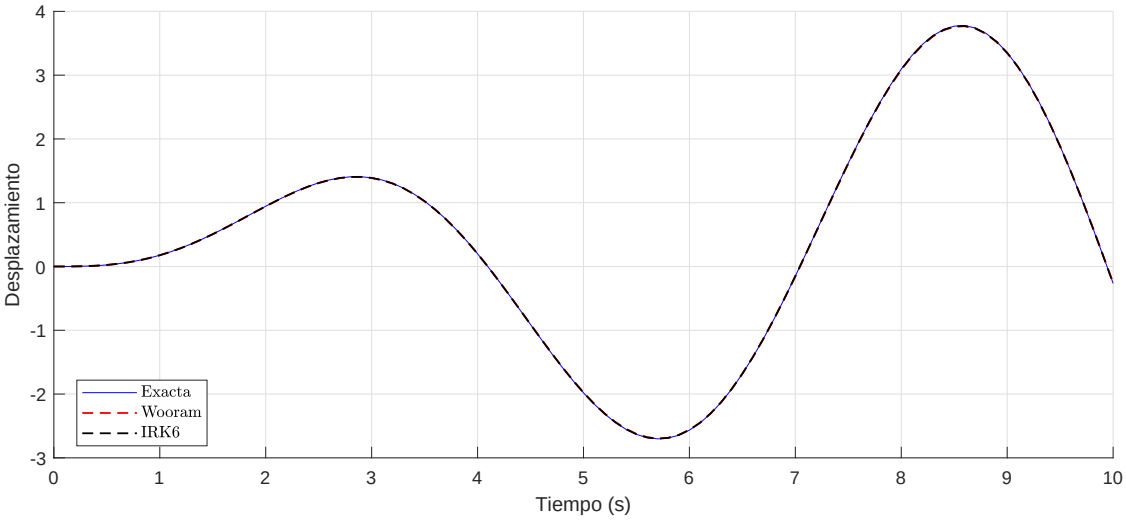
Método de Wooram, 2016

Posterior a los trabajos de Bathe y Noh, 2012, se desarrolló de un algoritmo de integración de segundo orden empleando formulaciones mixtas basadas en funciones de interpolación Lagrangeanas lineales y cuadráticas, y se emplearon parámetros de colocación, para la solución de problemas lineales y no lineales (Wooram, 2016).

En este apartado se compara la respuesta del problema de Bathe empleando RK6-I y el método propuesto por Wooram, 2016. Los parámetros empleados para la solución con el método de Wooram, 2016 son $\tau = 0.5$, $\rho_1 = 1.0$ y $\rho_2 = 0.0$. Las respuestas obtenidas se muestran en la Figura 3.6. Los errores relativos se muestran en la Figura 3.7.

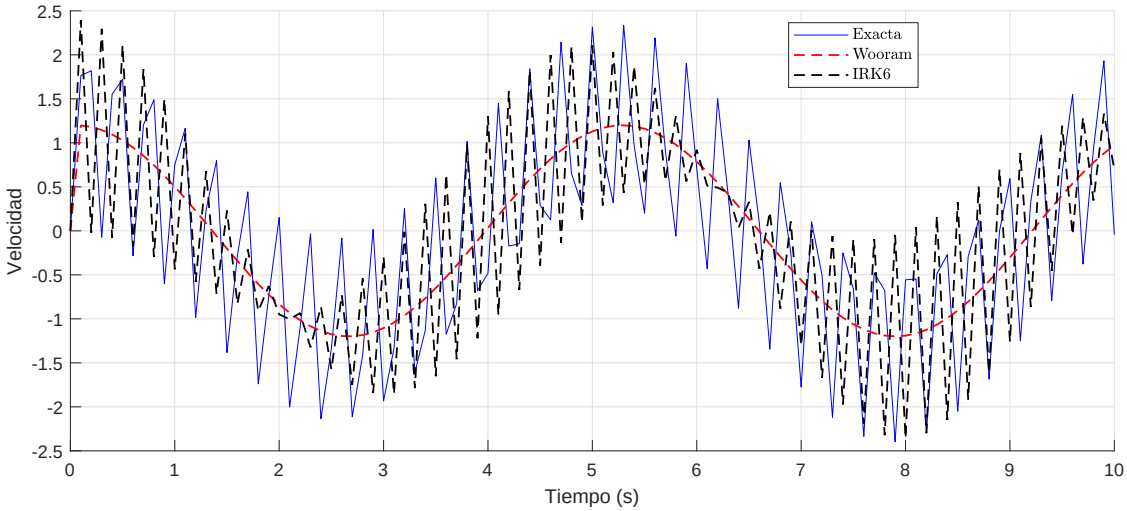


(A) Desplazamiento nodo 2

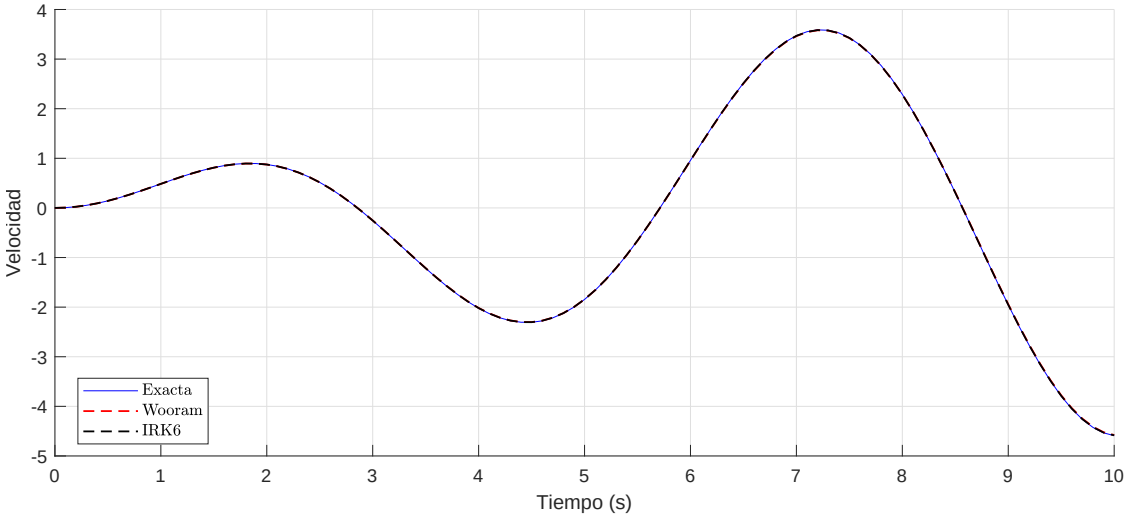


(B) Desplazamiento nodo 3

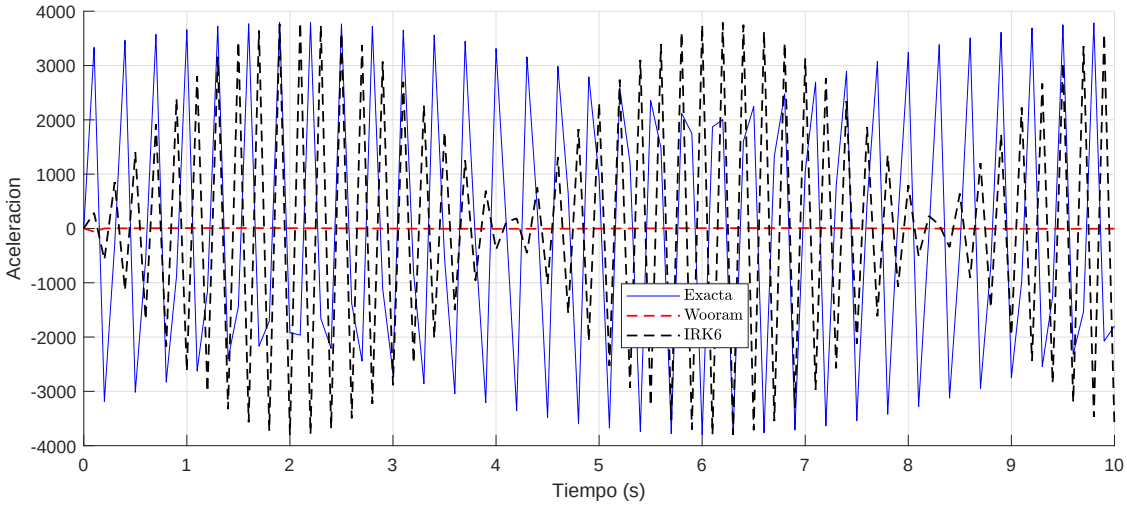
FIGURA 3.6: Respuestas obtenidas para el problema de Bathe con RK6-I y Wooram



(C) Velocidad nodo 2

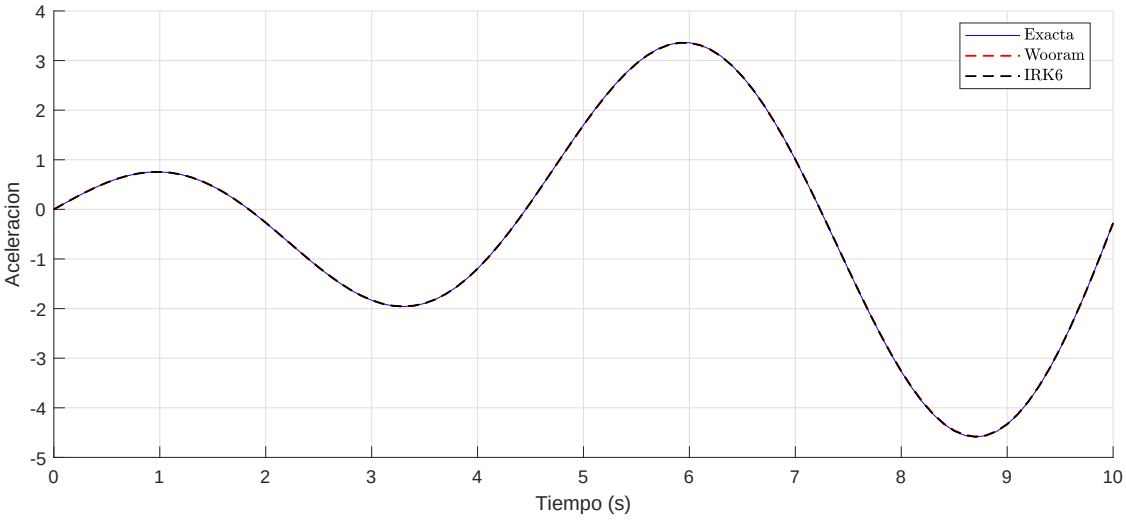


(D) Velocidad nodo 3



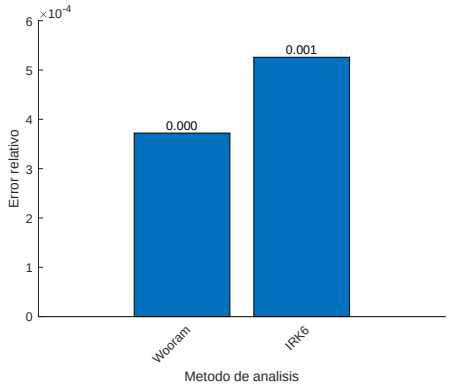
(E) Aceleración nodo 2

FIGURA 3.6: Respuestas obtenidas para el problema de Bathe con RK6-I y Wooram (continuación)

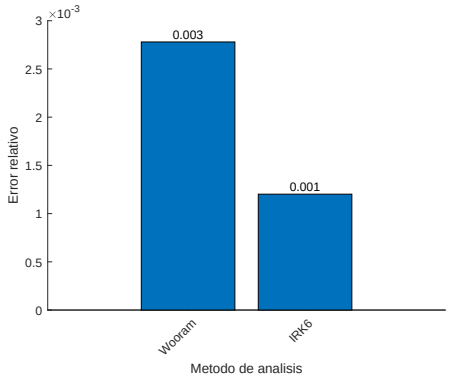


(F) Aceleración nodo 3

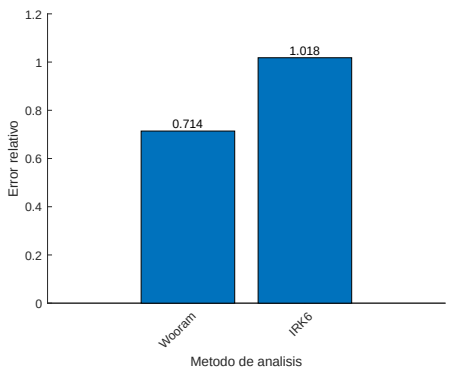
FIGURA 3.6: Respuestas obtenidas para el problema de Bathe con RK6-I y Wooram (continuación)



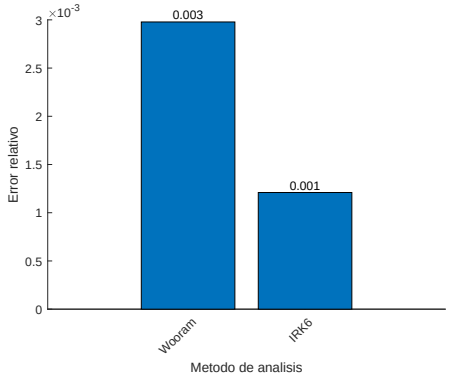
(A) Desplazamiento nodo 2



(B) Desplazamiento nodo 3

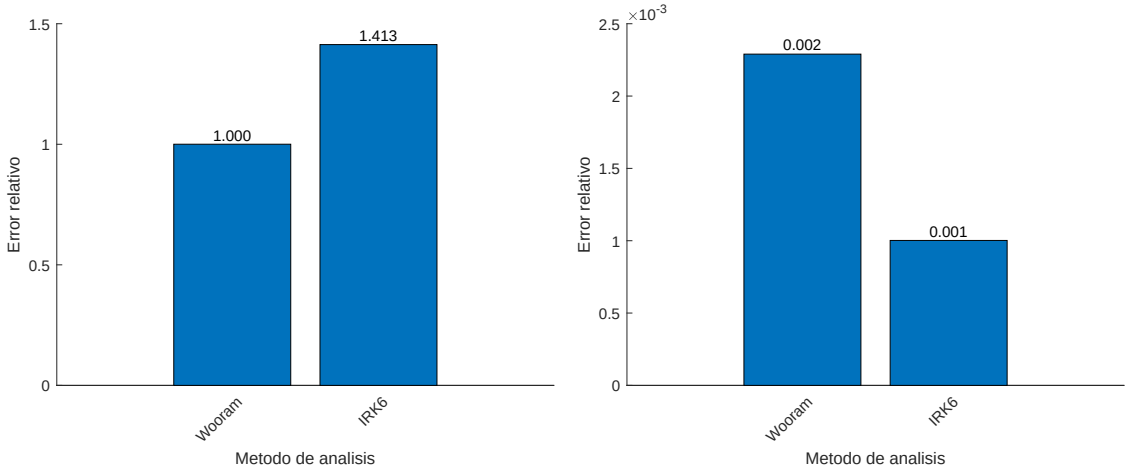


(C) Velocidad nodo 2



(D) Velocidad nodo 3

FIGURA 3.7: Errores relativos para el problema de Bathe con RK6-I y Wooram



(E) Aceleración nodo 2 (F) Aceleración nodo 3

FIGURA 3.7: Errores relativos para el problema de Bathe con RK6-I y Wooram (continuación)

Los resultados obtenidos con el método porpuesto en Wooram, 2016 son semejantes a los obtenidos con el método de Bathe. Para el desplazamiento de los nodos 2 y 3, la velocidad y la aceleración del nodo 3 no se aprecian diferencias entre la respuesta analítica y la numérica. En la velocidad y la aceleración del nodo 2 persisten los problemas derivados de la propiedad de aniquilación asintótica ya que se filtran los efectos debidos al régimen de altas frecuencias y la respuesta tiende a suavizarse. En esta comparativa, nuevamente, se puede apreciar que ambos métodos no se acercan a la solución analítica en la velocidad y aceleración del nodo 2.

Para una tolerancia del error relativo del 1 %, los desplazamientos de ambos nodos, la velocidad y la aceleración del nodo 3 se encuentran dentro de la tolerancia con los dos métodos. Para las respuestas del nodo 3, el método de RK6-I obtuvo un menor error relativo, la excepción se presentó con desplazamiento del nodo 2, para el cual el método propuesto en Wooram, 2016 obtuvo un menor error. Para la velocidad y aceleración del nodo 2, ambos métodos se encuentran fuera de la tolerancia, siendo RK6-I el que obtuvo mayor error.

Para el problema tratado, las metodologías propuestas por (Bathe y Noh, 2012) y por (Wooram, 2016) presentan respuestas y dificultades semejantes. Ambos métodos filtran los regímenes en altas frecuencias y suavizan la respuesta, alejándola de la solución analítica. Los errores relativos son semejantes para todas las respuestas del sistema.

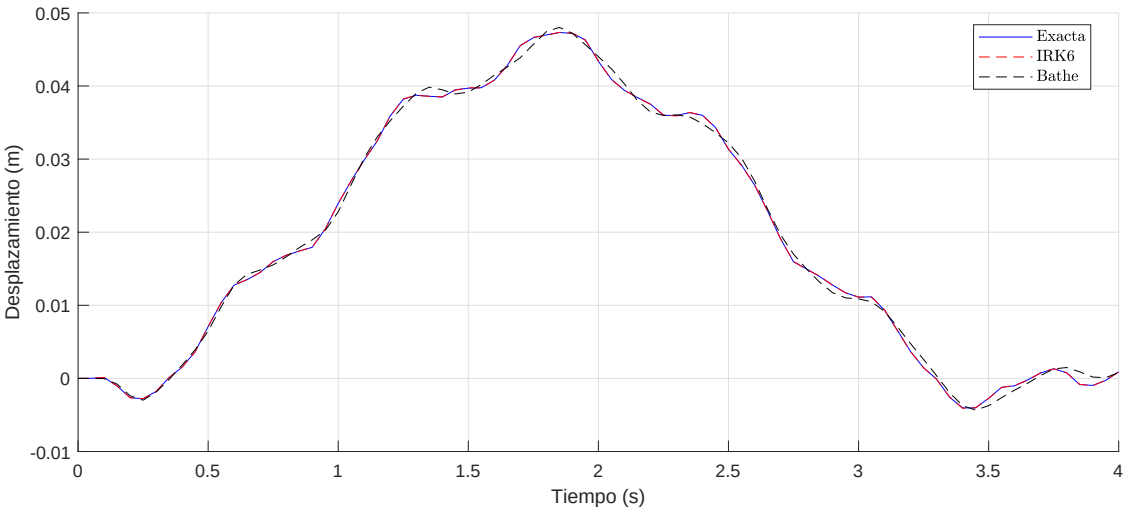
Existe una mejora al emplear un método implícito cuando el problema es rígido. Los problemas en el cálculo de la velocidad y aceleración disminuyeron al emplear RK6-I en comparación con integración directa. A pesar de que no desaparecieron, resulta más conveniente emplear este método. Los métodos de Bathe y Wooram tampoco pudieron predecir apropiadamente la respuesta del sistema a pesar de tener un error relativo menor a RK6-I debido a la propiedad de aniquilación asintótica.

El problema estudiado en esta sección es solo un ejemplo demostrativo de un problema con rigidez importante. En el caso del análisis estructural, los problemas no están

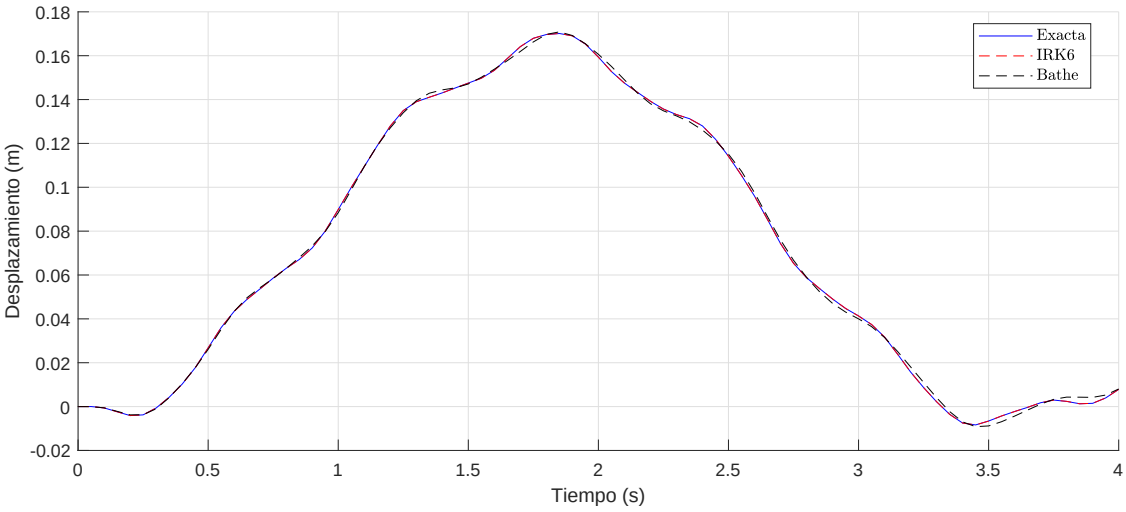
exentos de rigidez, sin embargo no es tan alta como en este problema. Para evitar obtener soluciones inadecuadas en la respuesta, se empleará el método de RK6-I en las siguientes secciones de este trabajo.

3.4.2. Revisión de la chimenea de cinco niveles

Para confirmar que RK6-I es un método con resultados adecuados, se abordó nuevamente el problema de la chimenea de 5 niveles presentado en la Sección 2.5.2, se comparan los métodos de Bathe y de RK6-I contra la solución analítica. Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 3.8.

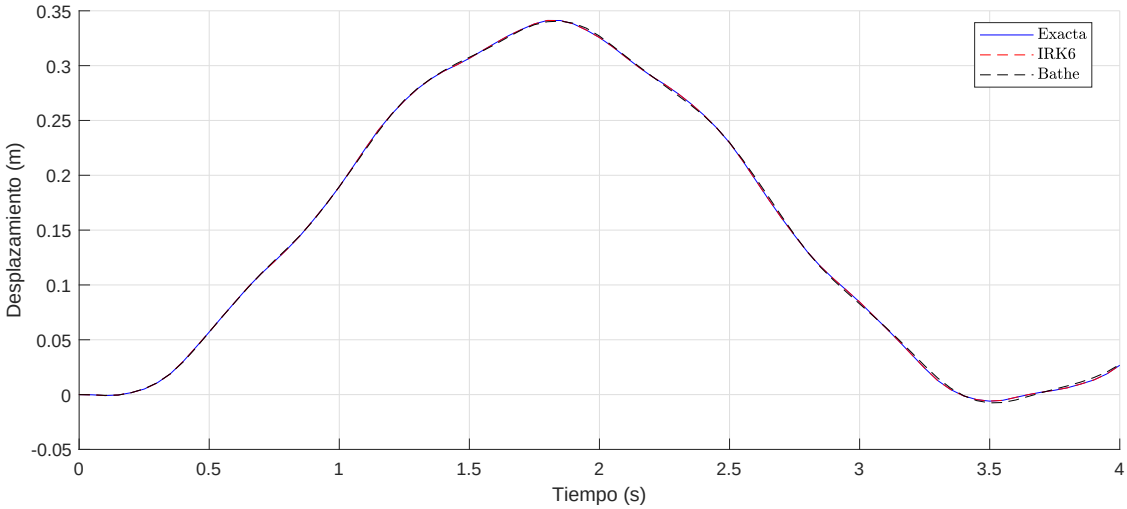


(A) Desplazamiento nivel 1

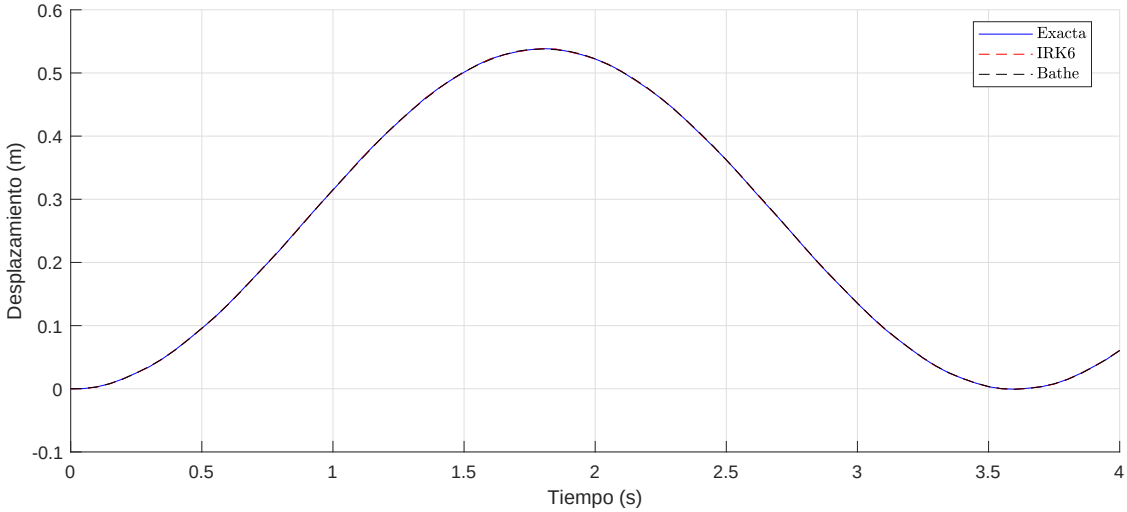


(B) Desplazamiento nivel 2

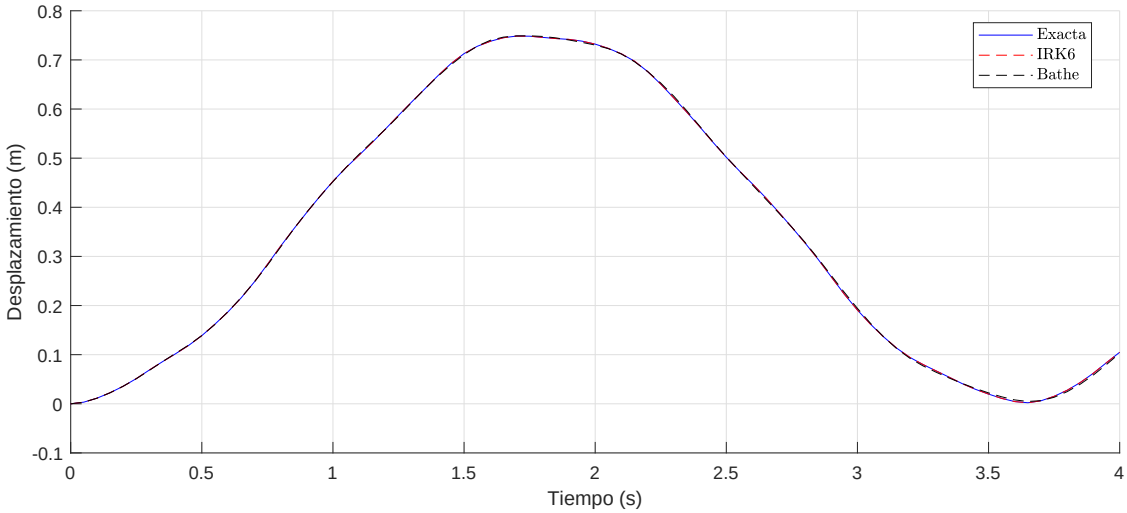
FIGURA 3.8: Respuestas de la chimenea de 5 niveles con RK6-I



(C) Desplazamiento nivel 3

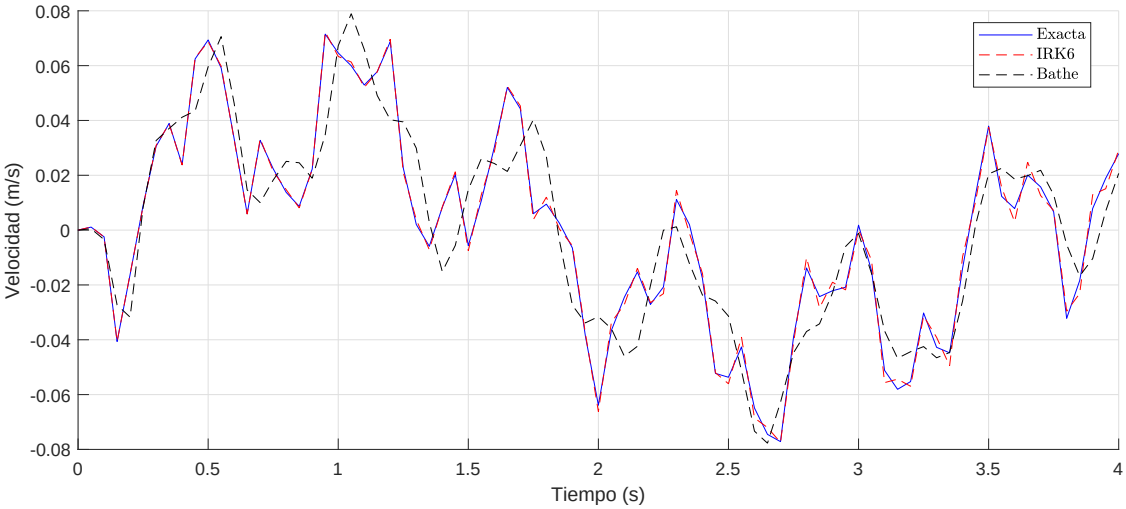


(D) Desplazamiento nivel 4

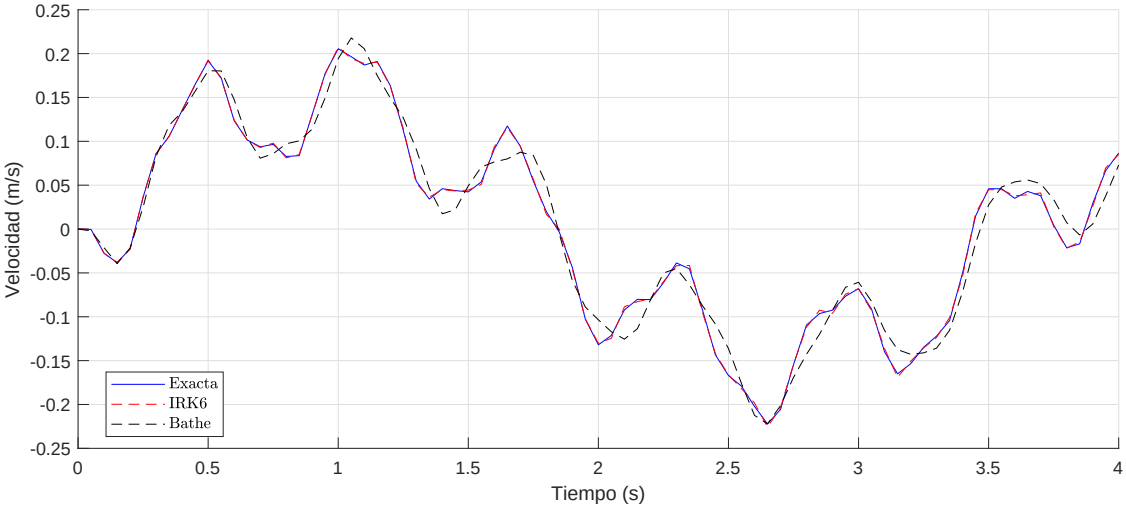


(E) Desplazamiento nivel 5

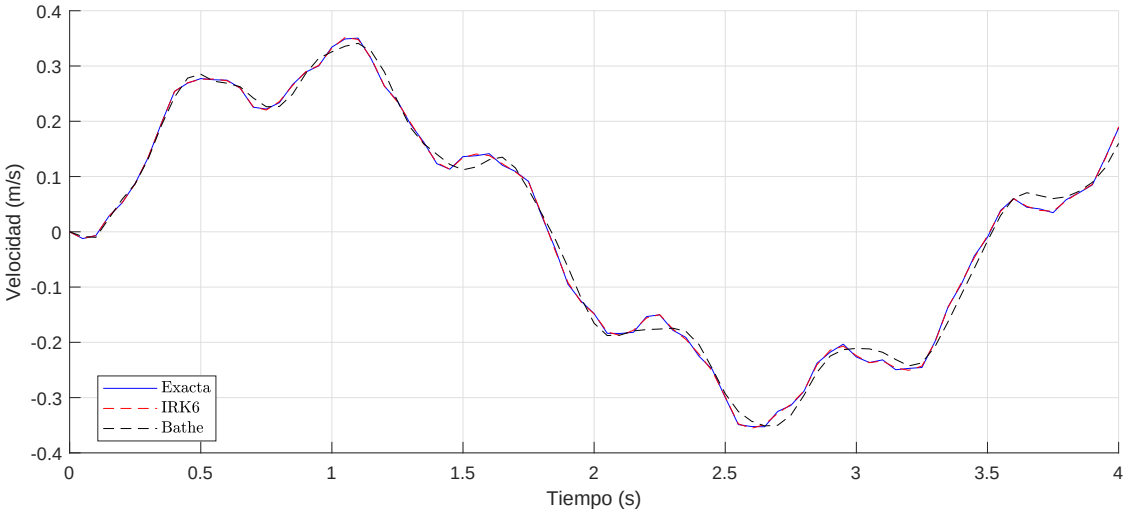
FIGURA 3.8: Respuestas de la chimenea de 5 niveles con RK6-I (continuación)



(F) Velocidad nivel 1

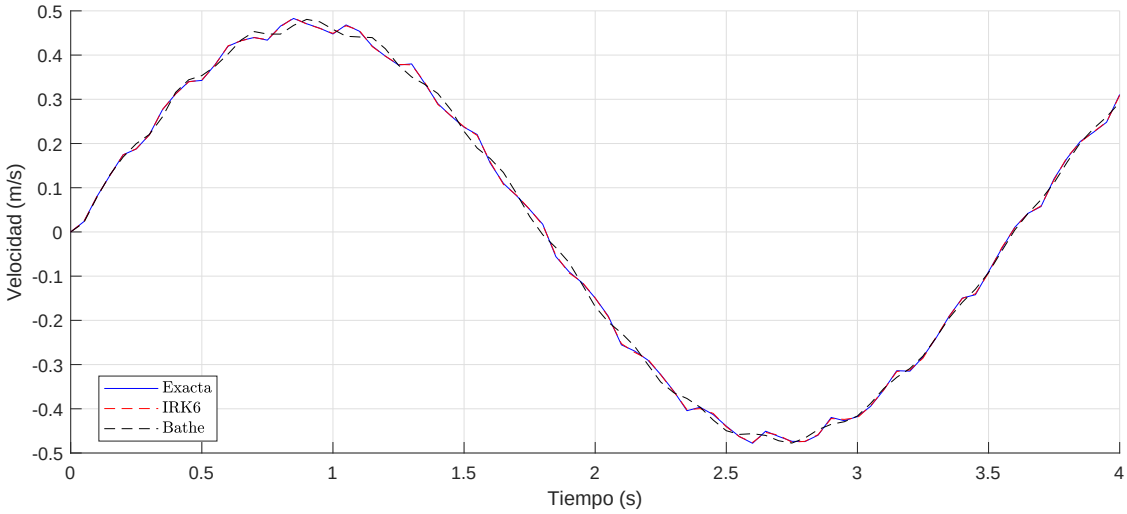


(G) Velocidad nivel 2

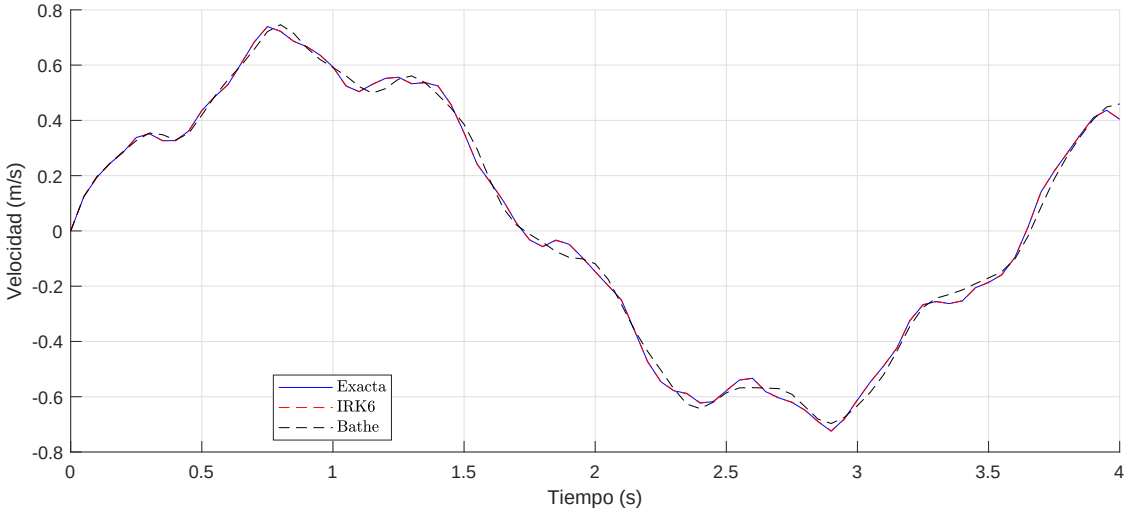


(H) Velocidad nivel 3

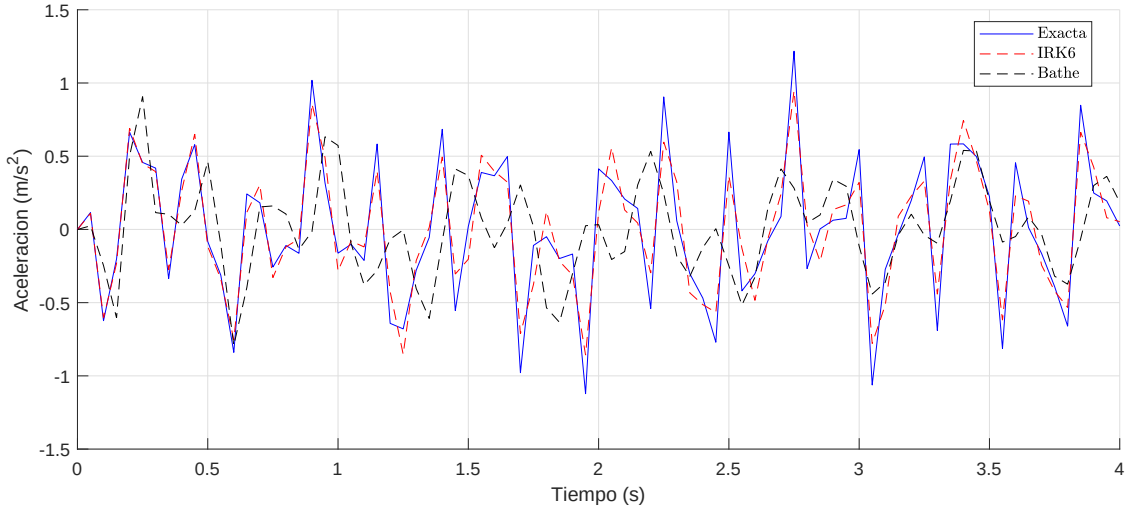
FIGURA 3.8: Respuestas de la chimenea de 5 niveles con RK6-I (continuación)



(I) Velocidad nivel 4

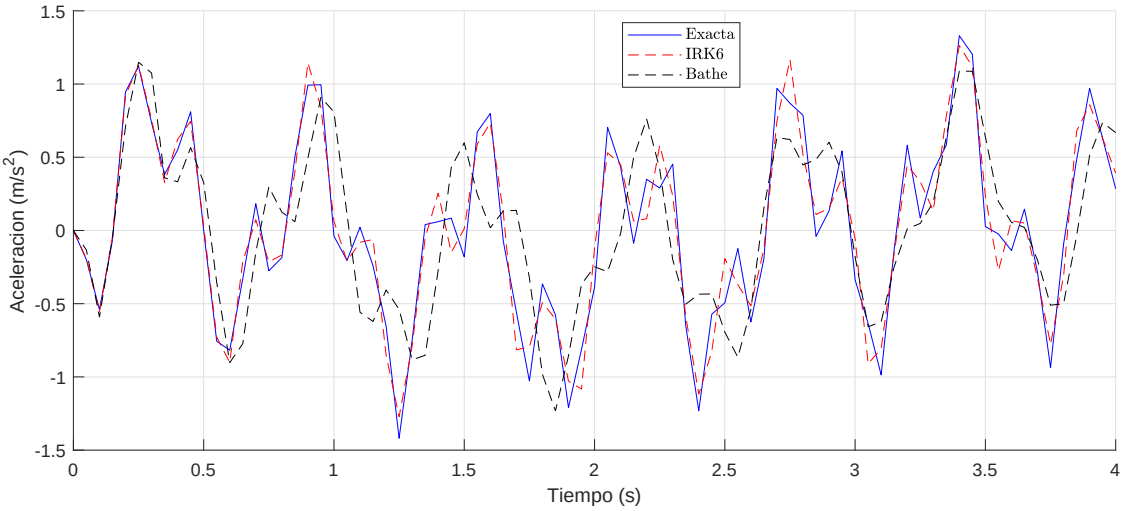


(J) Velocidad nivel 5

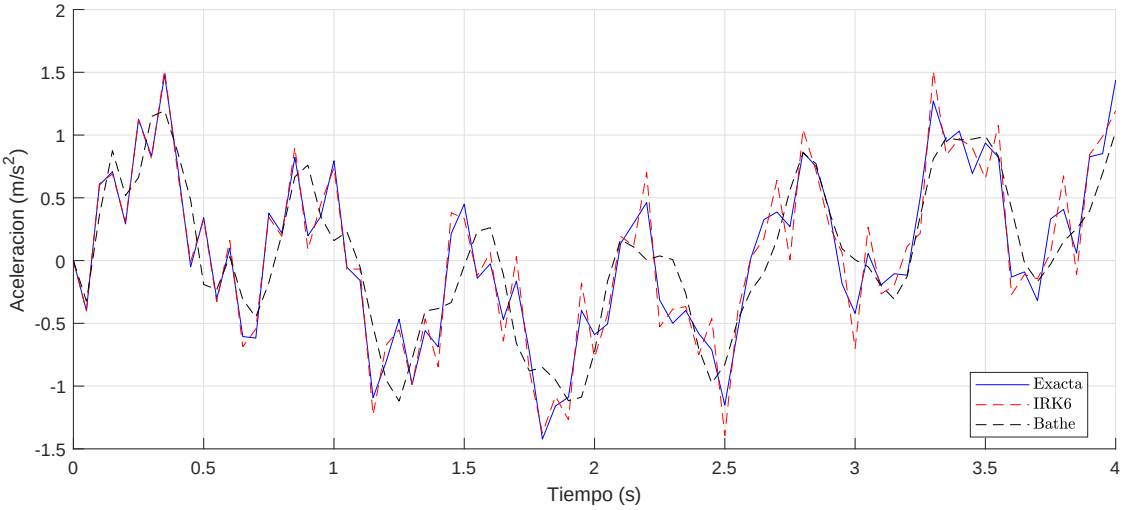


(K) Aceleración nivel 1

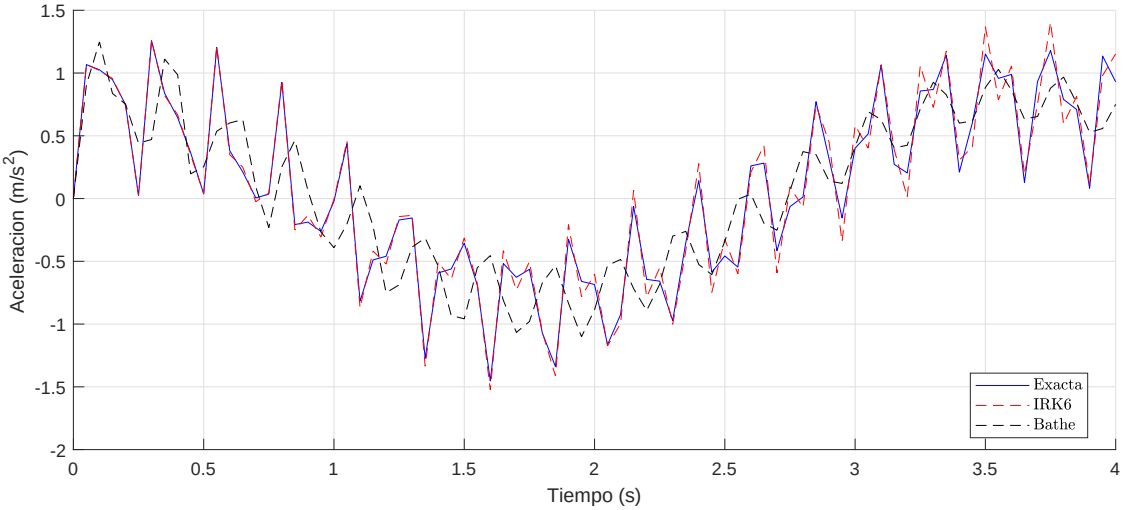
FIGURA 3.8: Respuestas de la chimenea de 5 niveles con RK6-I (continuación)



(L) Aceleración nivel 2

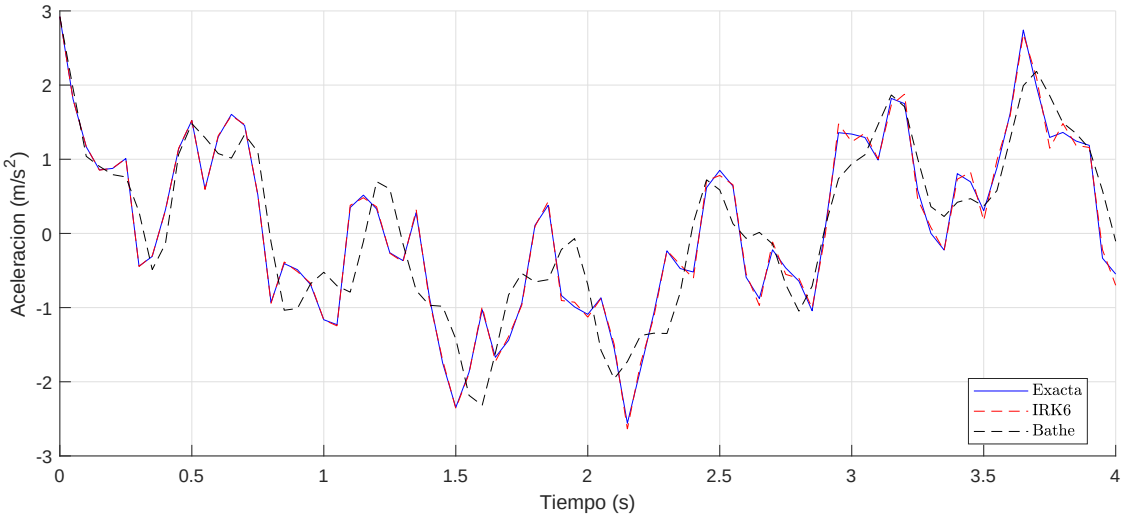


(M) Aceleración nivel 3



(N) Aceleración nivel 4

FIGURA 3.8: Respuestas de la chimenea de 5 niveles con RK6-I (continuación)



(Ñ) Aceleración nivel 5

FIGURA 3.8: Respuestas de la chimenea de 5 niveles con RK6-I (continuación)

Los errores relativos comparados con la norma 2 de la solución analítica se muestran en la Figura 3.9.

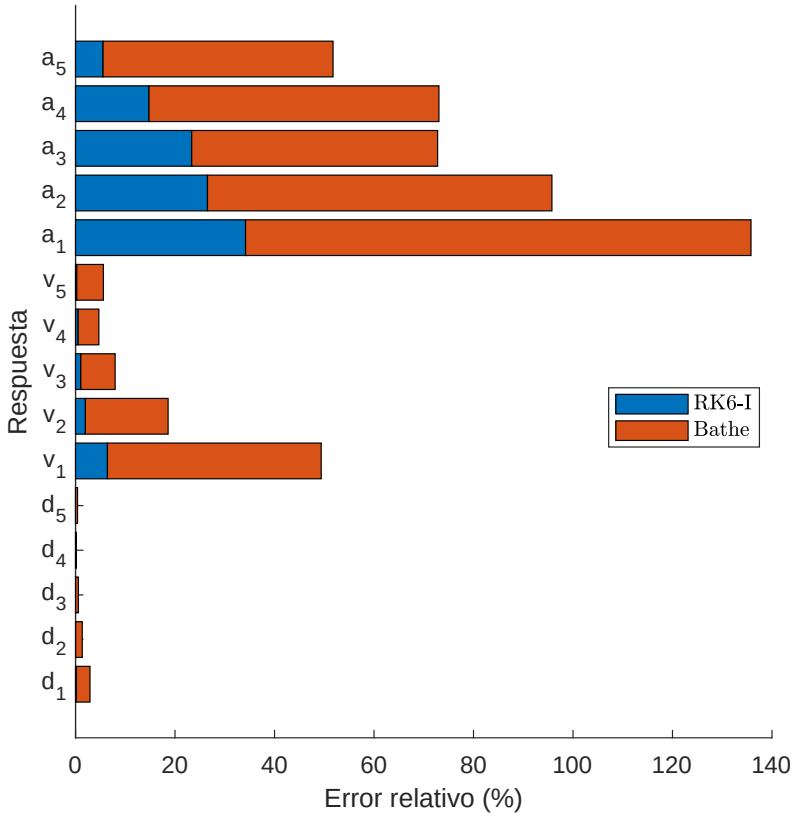


FIGURA 3.9: Errores relativos para la chimenea con RK6-I

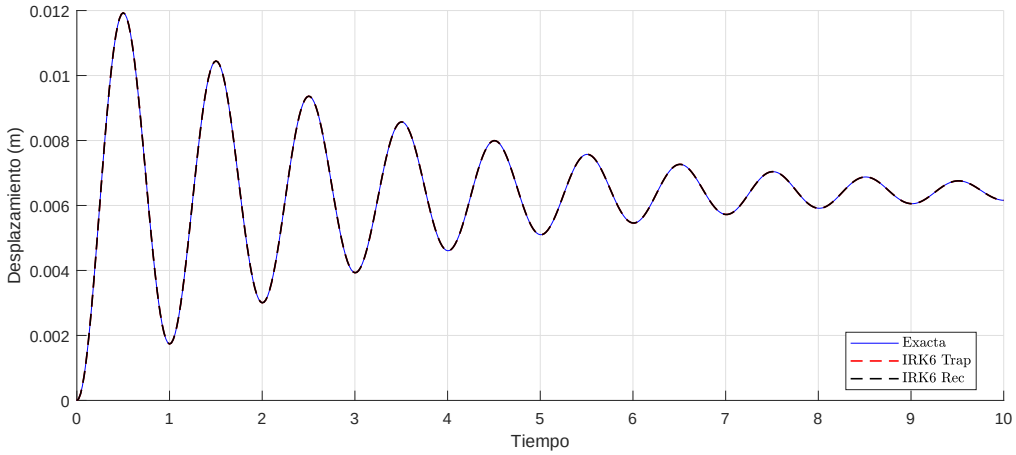
Los resultados muestran que RK6-I asemeja la respuesta analítica de desplazamientos

para los 5 niveles, para las velocidades de los tres primeros niveles, sigue a la solución analítica de forma global, sin embargo, en algunos instantes incrementa la amplitud de la respuesta, para el resto de niveles la solución numérica tiene una buena aproximación a la solución analítica. Para las aceleraciones, RK6-I predice la respuesta global semejante a la solución analítica, sin embargo, si se revisan detalladamente los resultados existen diferencias en amplitud en los máximos y mínimos locales de la respuesta. El método de Bathe, predice de buena manera los desplazamientos de los niveles 4 y 5, pero en los primeros tres niveles existen diferencias de amplitud y fase en los resultados numéricos. Para las velocidades y aceleraciones existen diferencias evidentes en los resultados para todos los niveles empleando el método de Bathe, en estos niveles la solución numérica es claramente no satisfactoria.

Fijando una tolerancia del 1 % para la aceptación de los resultados, RK6-I presenta resultados satisfactorios para los desplazamientos en los 5 niveles y las velocidades en los niveles 4 y 5, mientras que el método de Bathe solo predice resultados satisfactorios para los desplazamientos de los niveles 3, 4 y 5. Comparando ambos resultados, la magnitud del error es menor empleando RK6-I. Si bien, aunque no para todos los resultados la solución numérica es satisfactoria empleando RK6-I, los resultados obtenidos son mejores a los del método de Bathe.

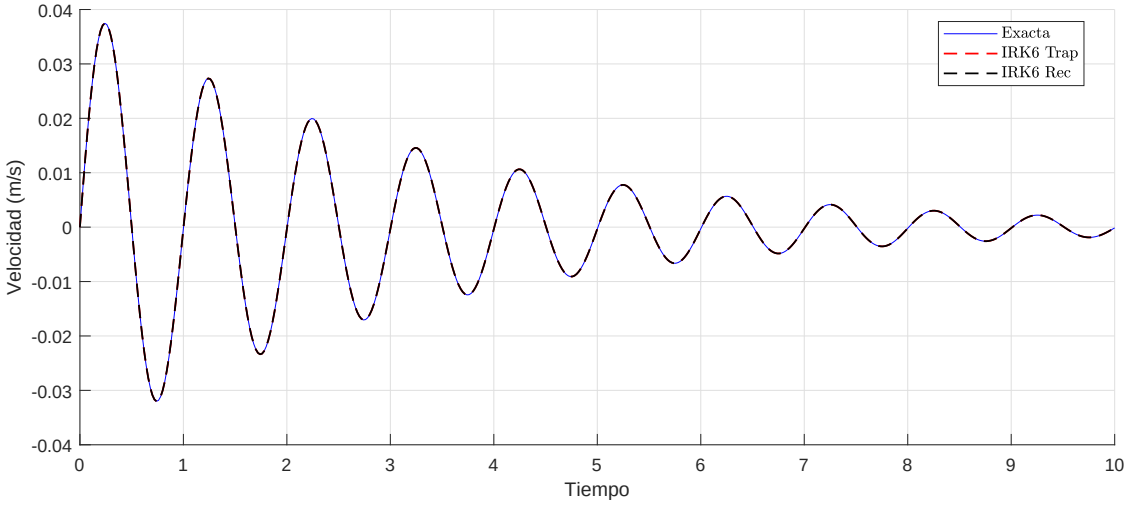
3.4.3. Sistema de un grado de libertad sometido a una fuerza constante

Se revisó el ejercicio abordado en la Sección 2.3.3 empleando RK6-I. Se compararon ambas cuadraturas para determinar si inciden en los resultados. Las respuestas obtenidas de forma numérica y la solución analítica se muestran en la Figura 3.10.

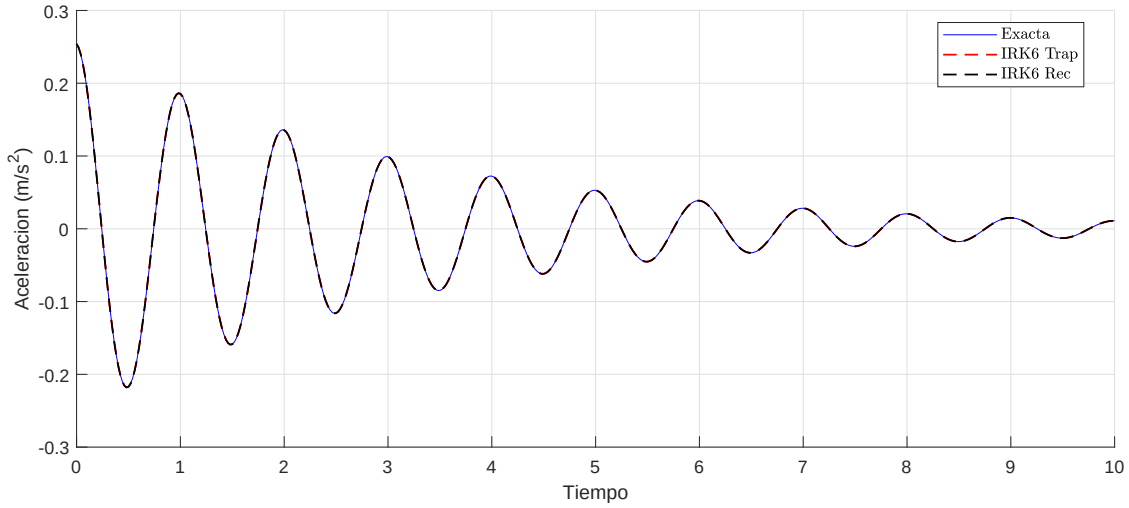


(A) Desplazamiento

FIGURA 3.10: Respuestas obtenidas para el sistema de un grado de libertad con RK6-I



(B) Velocidad



(C) Aceleración

FIGURA 3.10: Respuestas obtenidas para el sistema de un grado de libertad con RK6-I (continuación)

Los errores relativos comparados con la norma 2 de la solución analítica se muestran en la Figura 3.11.

Los resultados muestran que ambas cuadraturas predicen de buena manera las respuestas de desplazamiento, velocidad y aceleración del sistema. No existen diferencias apreciables entre la solución analítica y la numérica. Los errores relativos obtenidos con ambas soluciones son casi nulos y por tanto la solución numérica es aceptada para la tolerancia de 1 %. Para este ejemplo se mejoraron los resultados obtenidos con integración directa con la función Delta debido a que los errores obtenidos son menores y por tanto la solución tiene más precisión indistintamente de la cuadratura empleada.

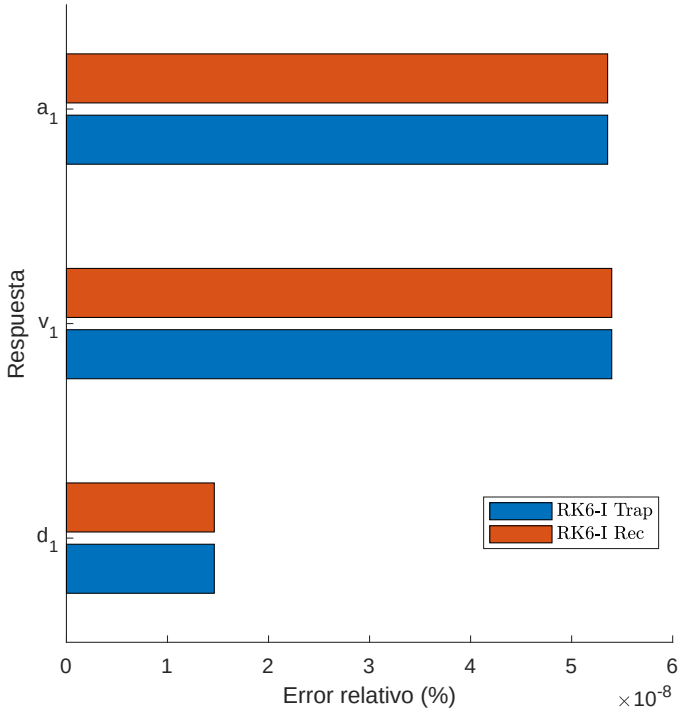
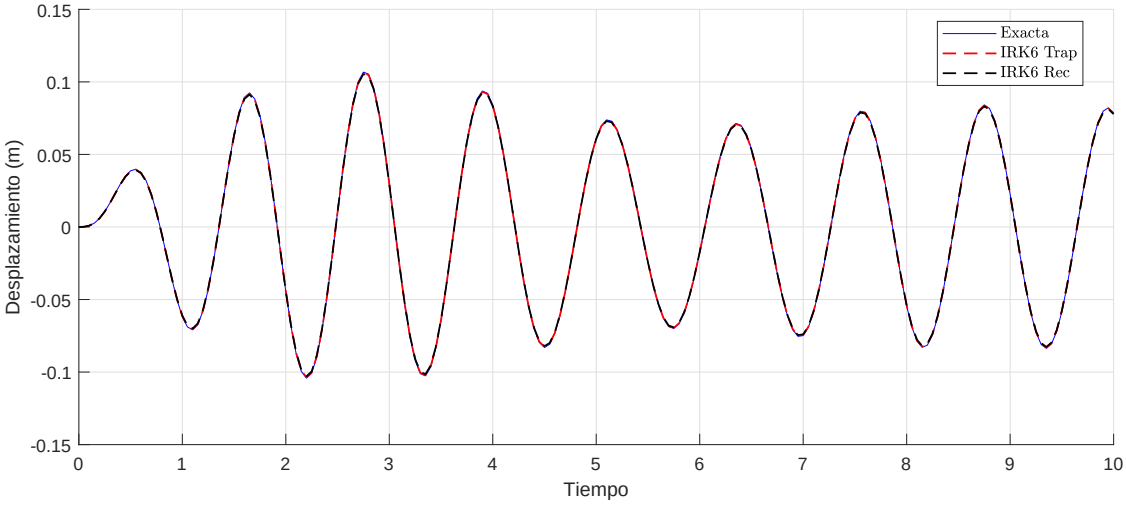


FIGURA 3.11: Errores relativos para el sistema de un grado de libertad con RK6-I

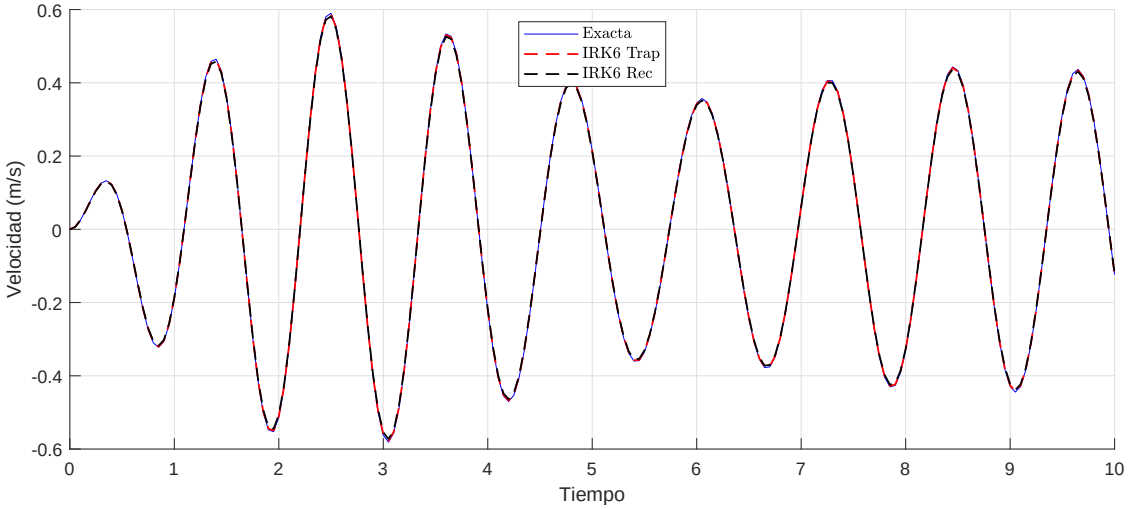
3.4.4. Sistema de un grado de libertad sometido a una fuerza armónica

Se revisó el ejercicio abordado en la Sección 2.3.3 empleando RK6-I. Se compararon ambas cuadraturas para determinar si inciden en los resultados. Las respuestas obtenidas de forma numérica y la solución analítica se muestran en la Figura 3.12.

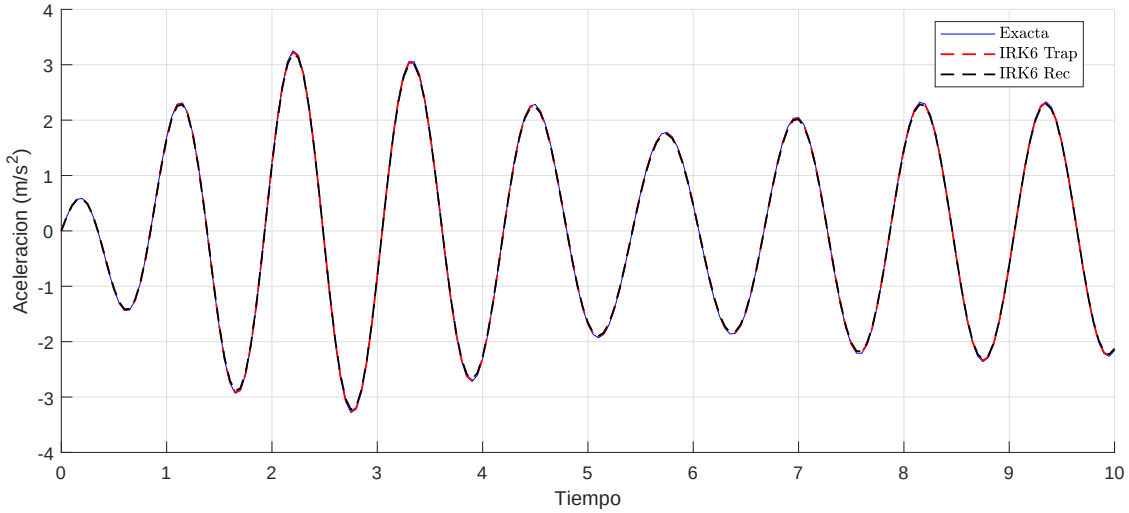


(A) Desplazamiento

FIGURA 3.12: Respuestas obtenidas para el sistema de un grado de libertad con RK6-I



(B) Velocidad



(C) Aceleración

FIGURA 3.12: Respuestas obtenidas para el sistema de un grado de libertad con RK6-I (continuación)

Los errores relativos comparados con la norma 2 de la solución analítica se muestran en la Figura 3.13.

Emplear el método de RK6-I predice de manera global una respuesta semejante a la solución analítica sin importar la cuadratura empleada, sin embargo, la cuadratura rectangular, para este problema presenta problemas de fase en la respuesta separándola de la solución analítica de manera similar a lo ocurrido con la solución empleando integración directa, pero en menor magnitud. Las cuadraturas trapezoidales no presentan este problema y la solución es idéntica a la analítica. Para una tolerancia del 1 %, emplear cuadraturas trapezoidales produce resultados dentro de la tolerancia, mientras que emplear cuadraturas rectangulares, ligeramente fuera de la tolerancia. Para este problema influye emplear una cuadratura a pesar de que la solución sea semejante a la analítica.

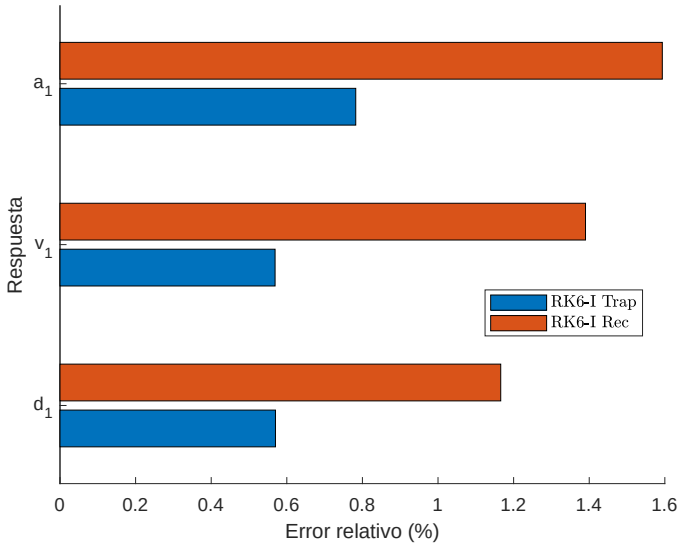
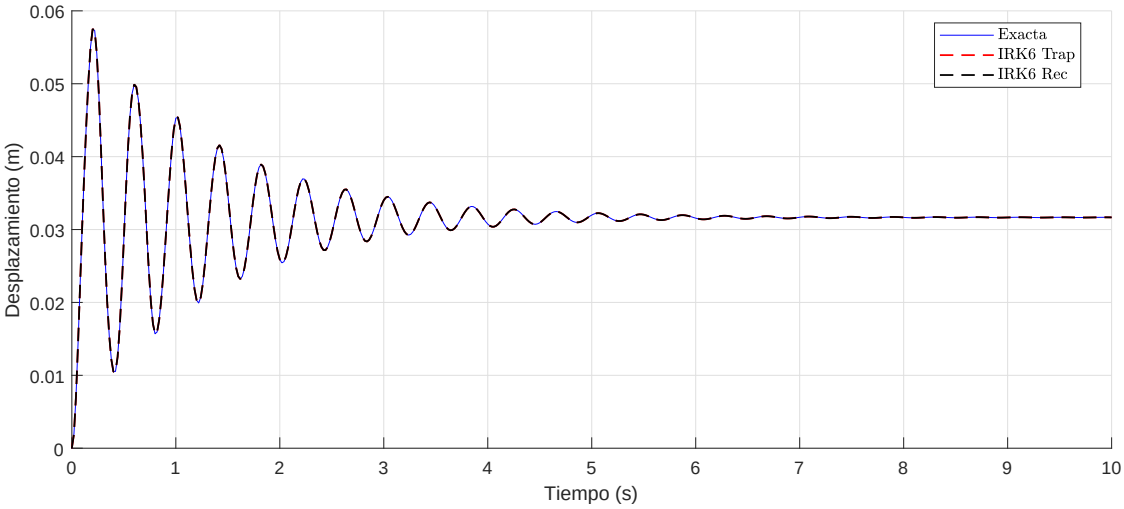


FIGURA 3.13: Errores relativos para el sistema de un grado de libertad con RK6-I

Para este problema RK6-I con cuadraturas trapezoidales mejora los resultados obtenidos con integración directa, mientras que RK6-I con cuadraturas rectangulares mejora los resultados obtenidos empleando integración directa con función constante.

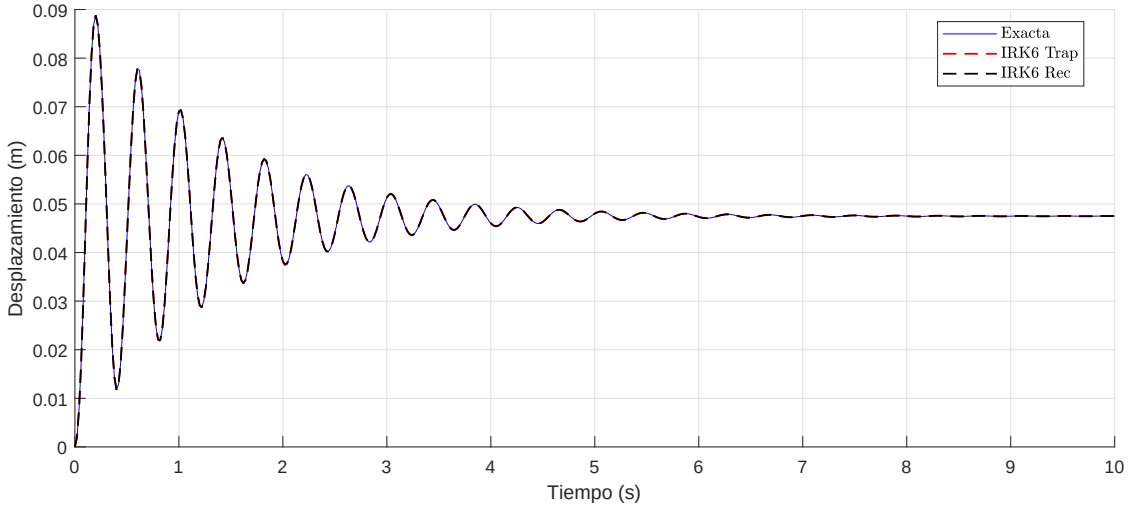
3.4.5. Sistema de dos grados de libertad sometido a una fuerza constante

Se revisó el ejercicio abordado en la Sección 2.4.3 empleando RK6-I. Se compararon ambas cuadraturas para determinar si inciden en los resultados. Las respuestas obtenidas de forma numérica y la solución analítica se muestran en la Figura 3.14.

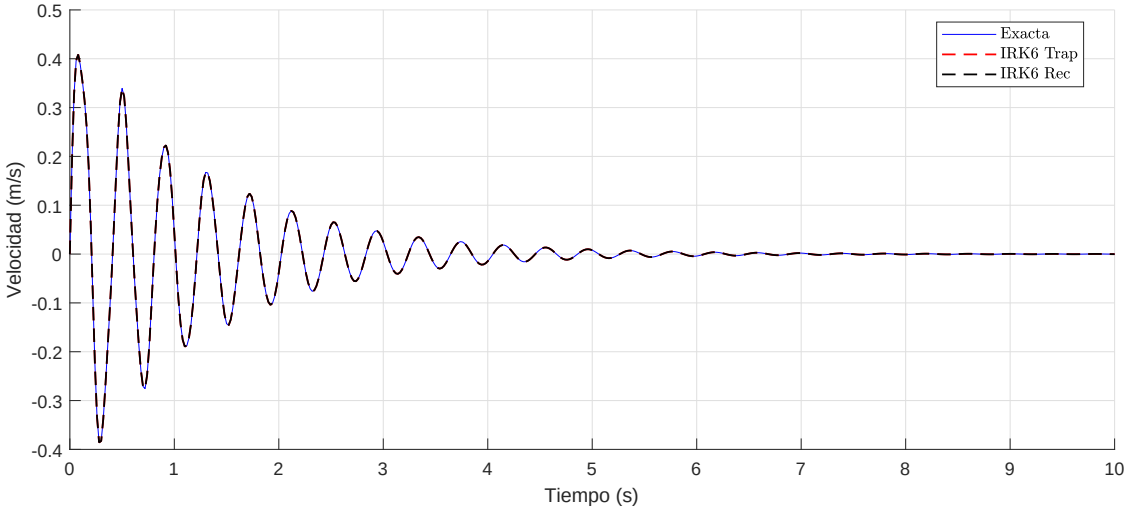


(A) Desplazamiento nivel 1

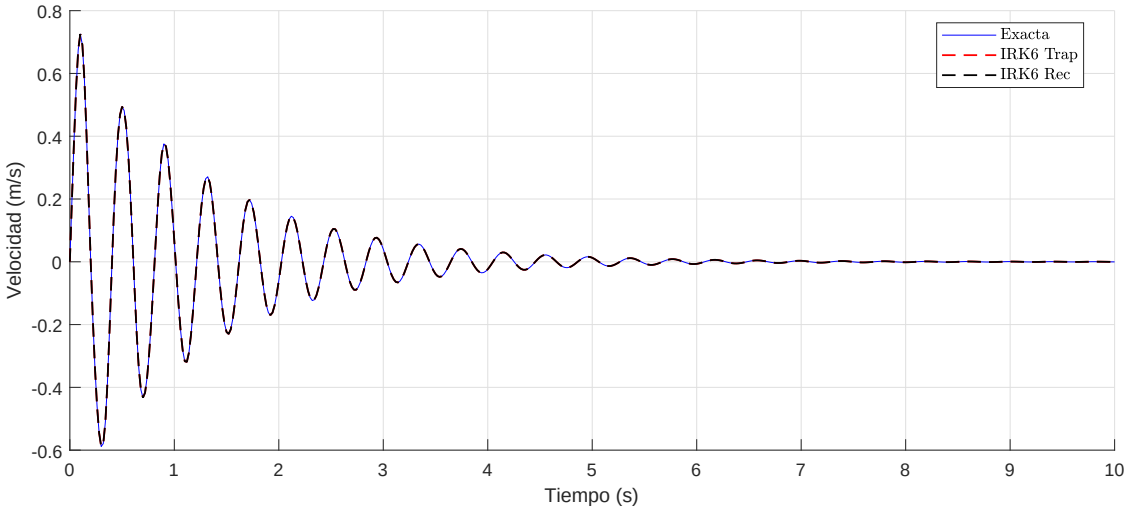
FIGURA 3.14: Respuestas obtenidas para el sistema de dos grados de libertad con RK6-I



(B) Desplazamiento nivel 2

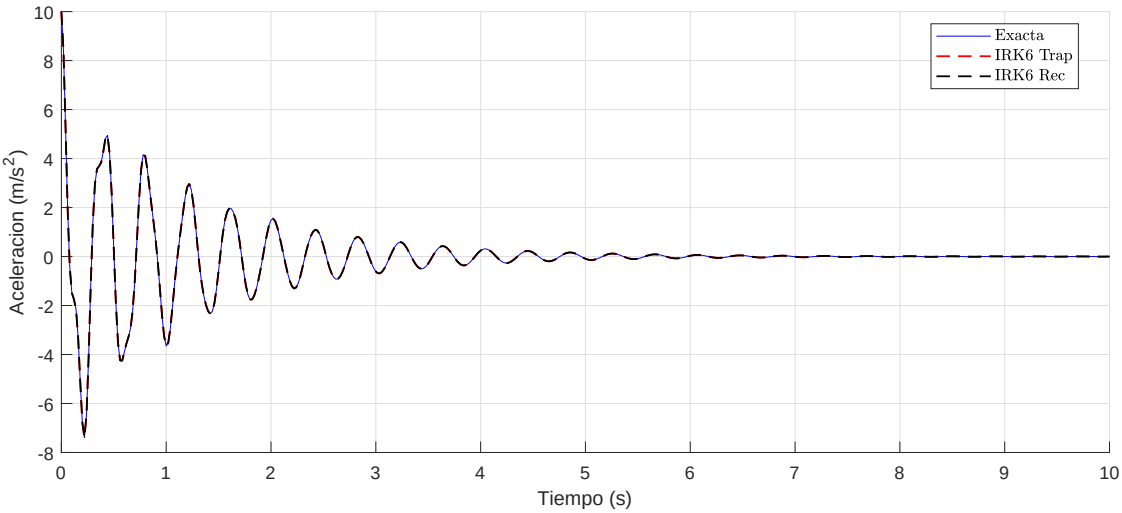


(C) Velocidad nivel 1

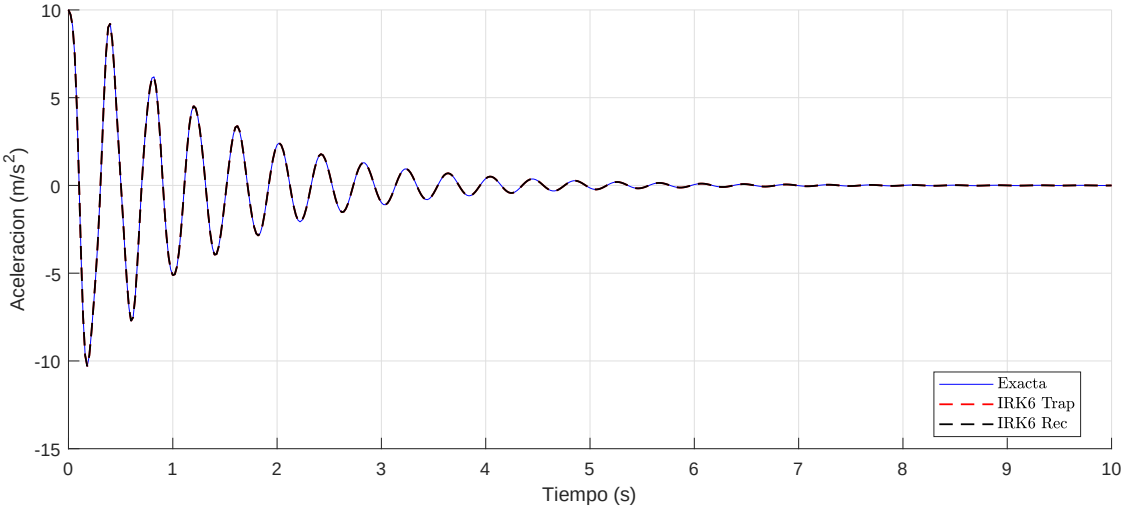


(D) Velocidad nivel 2

FIGURA 3.14: Respuestas obtenidas para el sistema de dos grados de libertad con RK6-I (continuación)



(E) Aceleración nivel 1



(F) Aceleración nivel 2

FIGURA 3.14: Respuestas obtenidas para el sistema de dos grados de libertad con RK6-I (continuación)

Los errores relativos comparados con la norma 2 de la solución analítica se muestran en la Figura 3.15.

Los resultados muestran que ambas cuadraturas predicen de buena manera las respuestas de desplazamiento, velocidad y aceleración del sistema. No existen diferencias apreciables entre la solución analítica y la numérica. Los errores relativos obtenidos con ambas soluciones son casi nulos y por tanto la solución numérica es aceptada para la tolerancia de 1 %. Con los resultados presentados se observa que no influye emplear una cuadratura u otra en los resultados. Para este ejemplo se mejoraron los resultados obtenidos con integración directa con la función Delta debido a que los errores obtenidos son menores con ambas cuadraturas y desaparecen los problemas de amplitud observados. Respecto a la función constante, ambas cuadraturas igualaron los resultados.

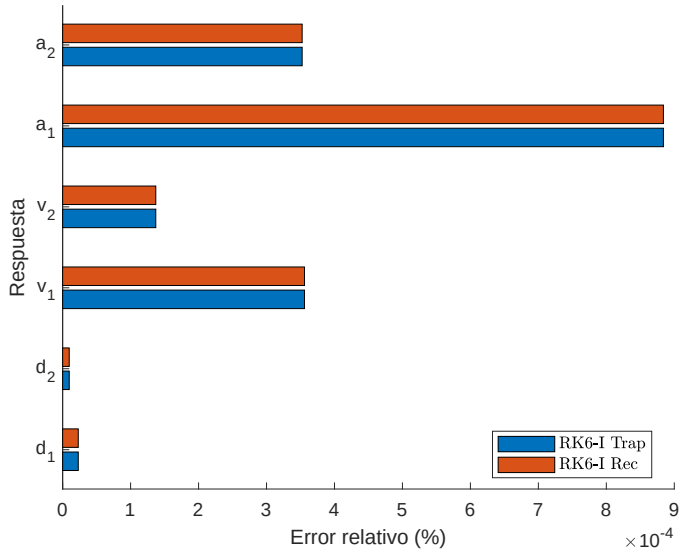
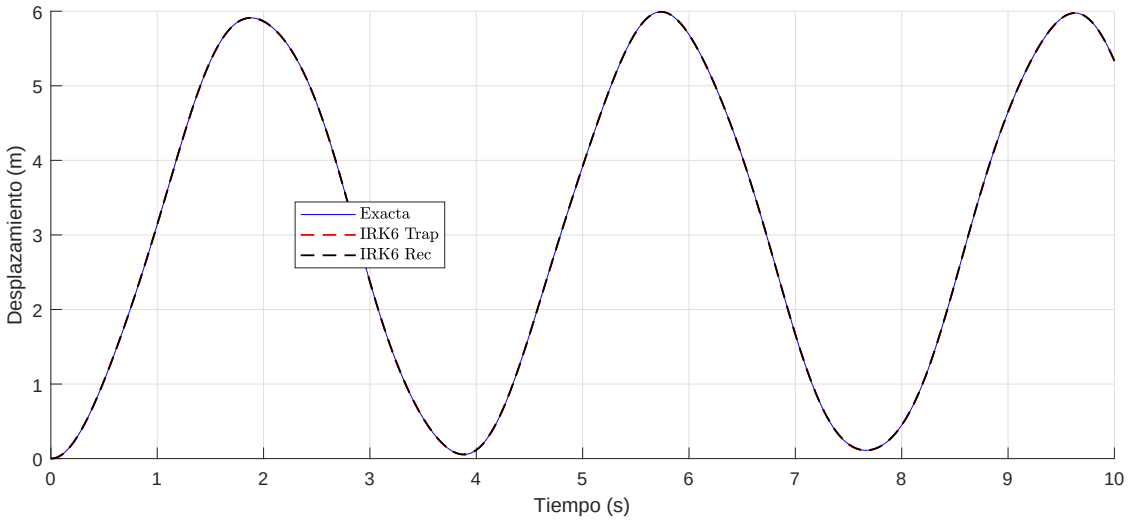


FIGURA 3.15: Errores relativos para el sistema de dos grados de libertad con RK6-I

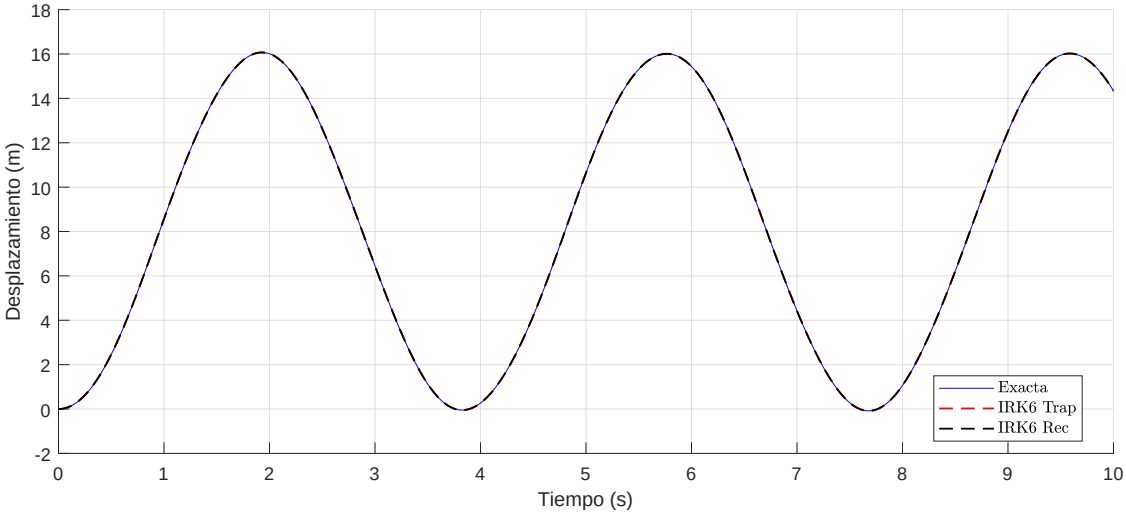
3.4.6. Sistema de 3 grados de libertad

Se revisó el ejercicio abordado en la Sección 2.5.2 empleando RK6-I. Se compararon ambas cuadraturas para determinar si inciden en los resultados. Las respuestas obtenidas de forma numérica y la solución analítica se muestran en la Figura 3.16.

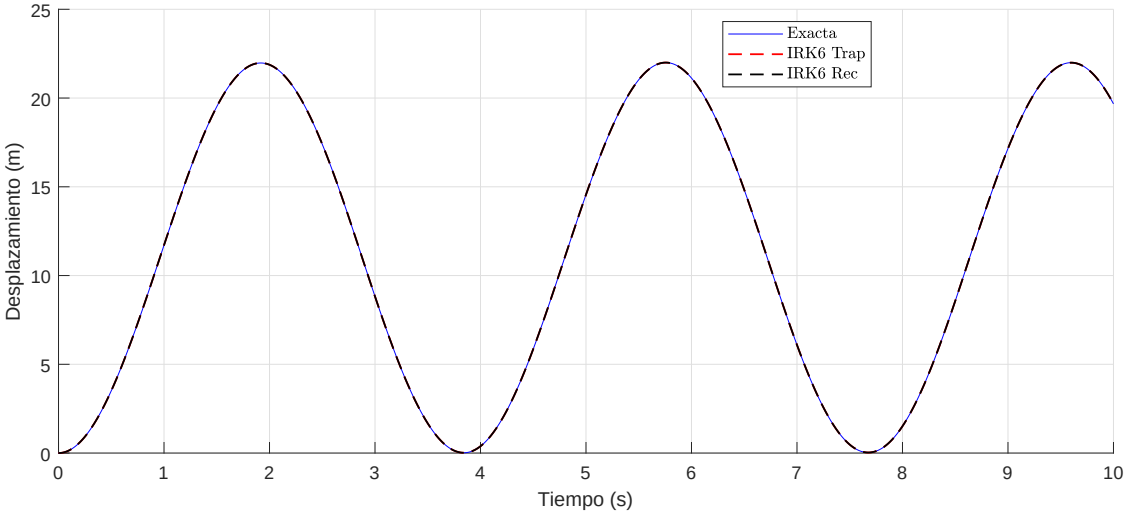


(A) Desplazamiento nivel 1

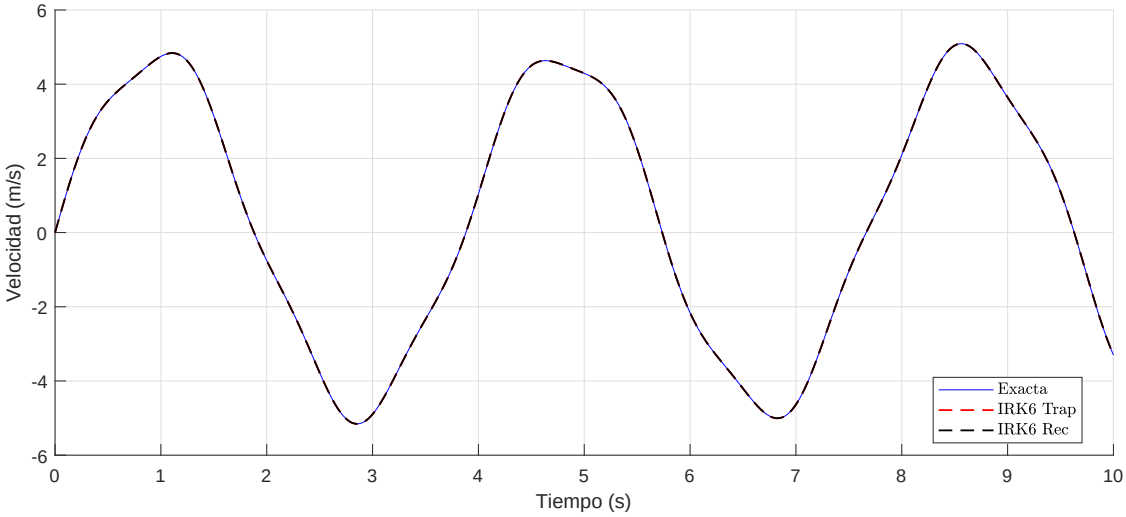
FIGURA 3.16: Respuestas obtenidas para el sistema de 3 grados de libertad con RK6-I



(B) Desplazamiento nivel 2

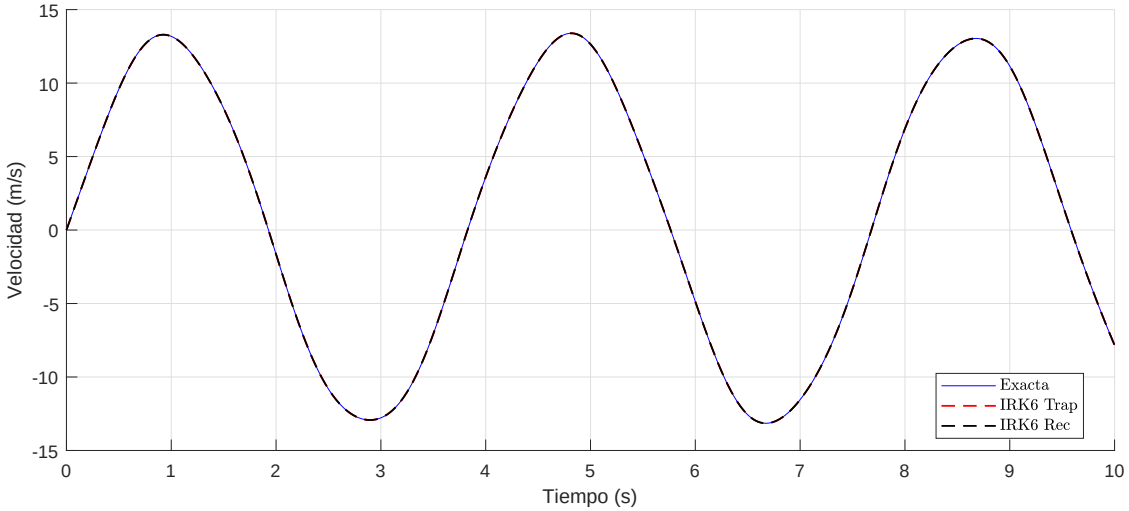


(C) Desplazamiento nivel 3

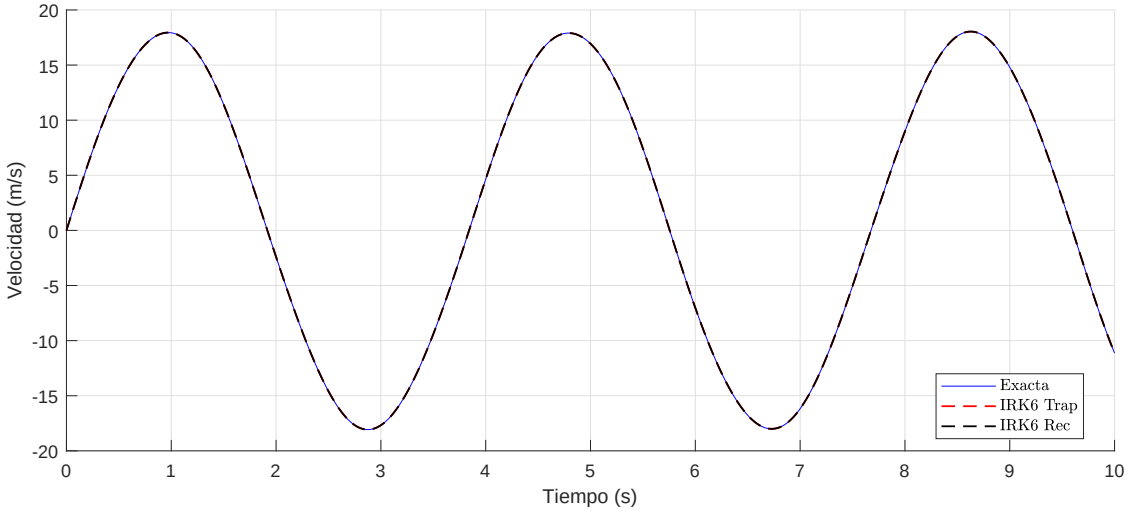


(D) Velocidad nivel 1

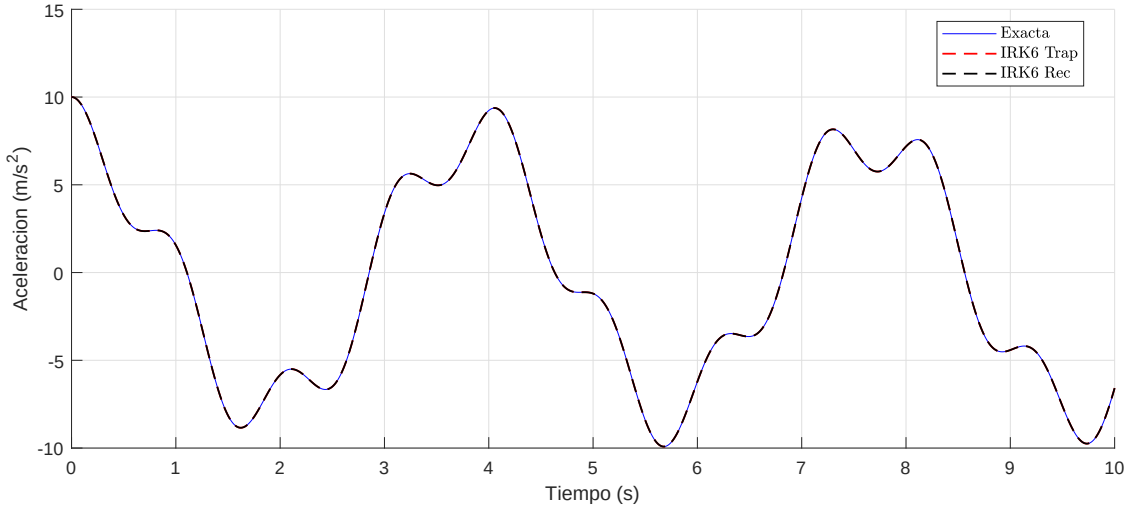
FIGURA 3.16: Respuestas obtenidas para el sistema de 3 grados de libertad con RK6-I (continuación)



(E) Velocidad nivel 2

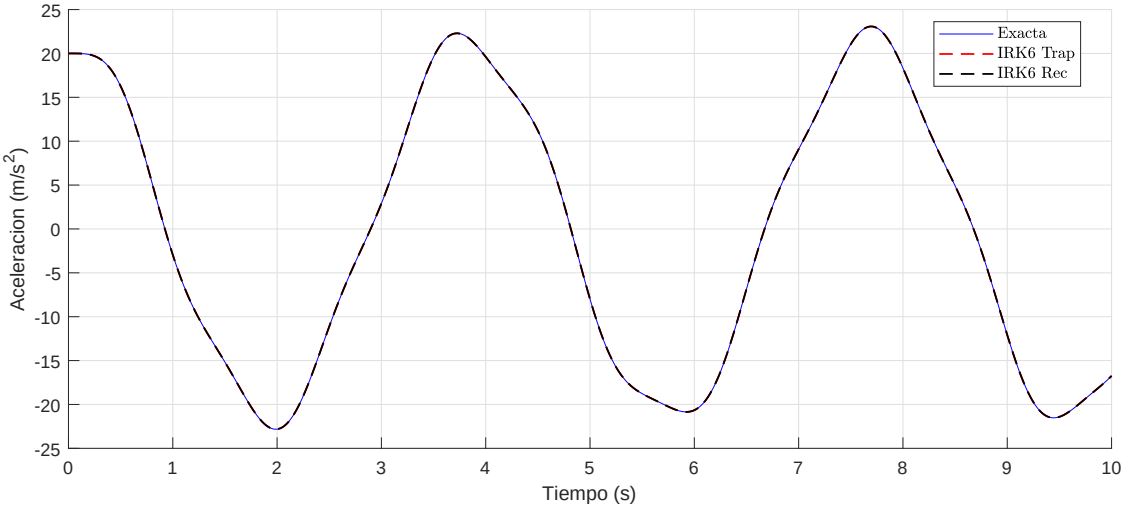


(F) Velocidad nivel 3

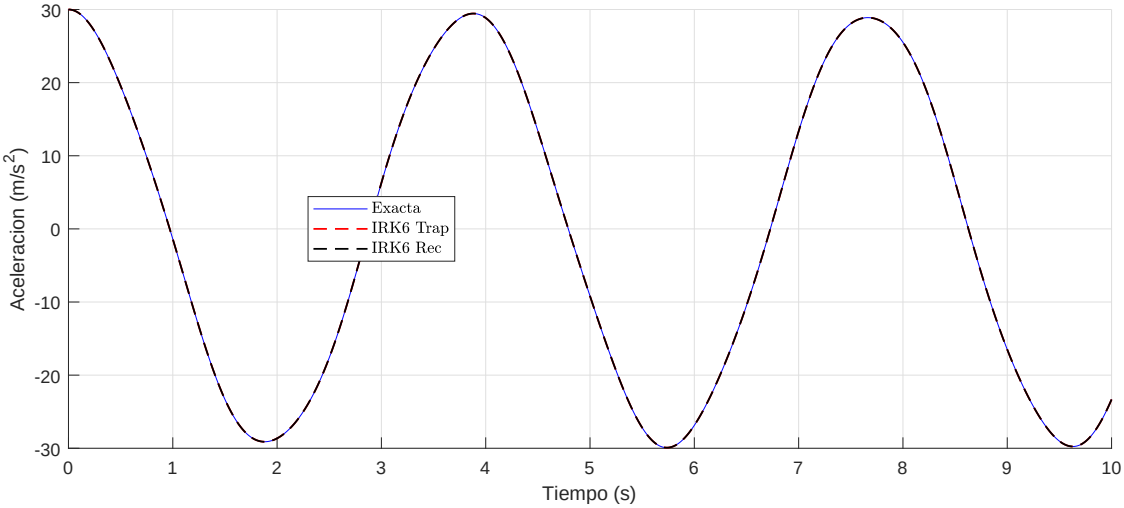


(G) Aceleración nivel 1

FIGURA 3.16: Respuestas obtenidas para el sistema de 3 grados de libertad con RK6-I (continuación)



(H) Aceleración nivel 2



(I) Aceleración nivel 3

FIGURA 3.16: Respuestas obtenidas para el sistema de 3 grados de libertad con RK6-I (continuación)

Los errores relativos comparados con la norma 2 de la solución analítica se muestran en la Figura 3.17.

En los resultados puede observarse que ambas cuadraturas predicen de manera correcta la respuesta del sistema para desplazamiento, velocidad y aceleración de los tres niveles. No existen diferencias apreciables entre la solución analítica y la numérica. Los errores relativos obtenidos con ambas soluciones son casi nulos y por tanto la solución numérica es aceptada para la tolerancia de 1 %. Con los resultados presentados se observa que no influye emplear una cuadratura u otra en los resultados. Para este problema se igualó el error obtenido con los métodos de integración directa, evidenciando que el método de RK6-I alcanza resultados satisfactorios sin importar la cuadratura empleada.

Debido a que en los ejemplos revisados, el método de RK6-I demostró mejorar los resultados de integración directa ante problemas rígidos, y que además, en comparación

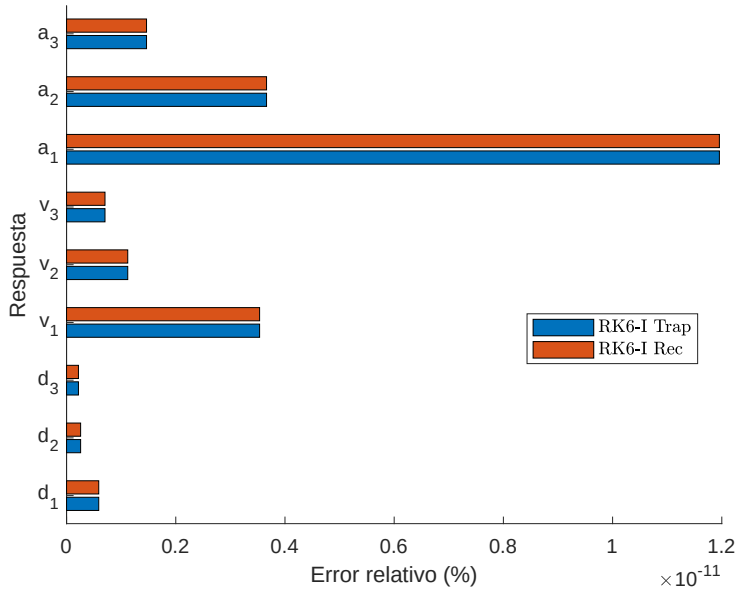


FIGURA 3.17: Errores relativos para el sistema de tres grados de libertad con RK6-I

del método de Bathe entregó mejores resultados para el problema de calibración del método y para la chimenea presentada en la Sección 2.5.2, y que una vez revisados los ejercicios de calibración igualó o disminuyó el error en la respuesta en comparación con los métodos de integración directa, se empleará a partir de esta sección el método de RK6-I para la parte de análisis dinámico y control estructural.

Ambas cuadraturas ofrecen una buena aproximación a la solución, sin embargo, se propone emplear la cuadratura por rectángulos debido a su relación costo computacional - beneficio, ya que no requiere interpolar la fuerza a lo largo del intervalo.

3.5. Análisis dinámico paso a paso

En esta sección se presenta la aplicación del método RK6-I propuesto considerando que la excitación proviene de un registro sísmico.

Para un sistema de n grados de libertad, la ecuación de movimiento es

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}_k + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}_k + \mathbf{K}\mathbf{X}_k = \mathbf{F}_{e,k}, \tag{3.38}$$

donde $\mathbf{F}_{e,k}$ son las fuerzas externas aplicadas al sistema, y para el caso de una excitación sísmica son el producto de la masa por la aceleración, es decir

$$\mathbf{F}_{e,k} = -\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}_{g,k}. \tag{3.39}$$

La ecuación de movimiento en variable estado es

$$\dot{\mathbf{z}}_k = \mathbf{A}\mathbf{z}_k + \mathbf{F}_k, \tag{3.40}$$

donde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_k = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}_e \end{pmatrix}_k. \tag{3.41}$$

La ecuación de movimiento en variable estado se resuelve con el método RK6-I siguiendo el procedimiento presentado en la Tabla 3.1.

3.5.1. Solución de la ecuación de movimiento sin sistemas de control

Sistema de un grado de libertad

En esta sección se resuelve el problema presentado en la Sección 2.6.2 empleando RK6-I con cuadraturas rectangulares.

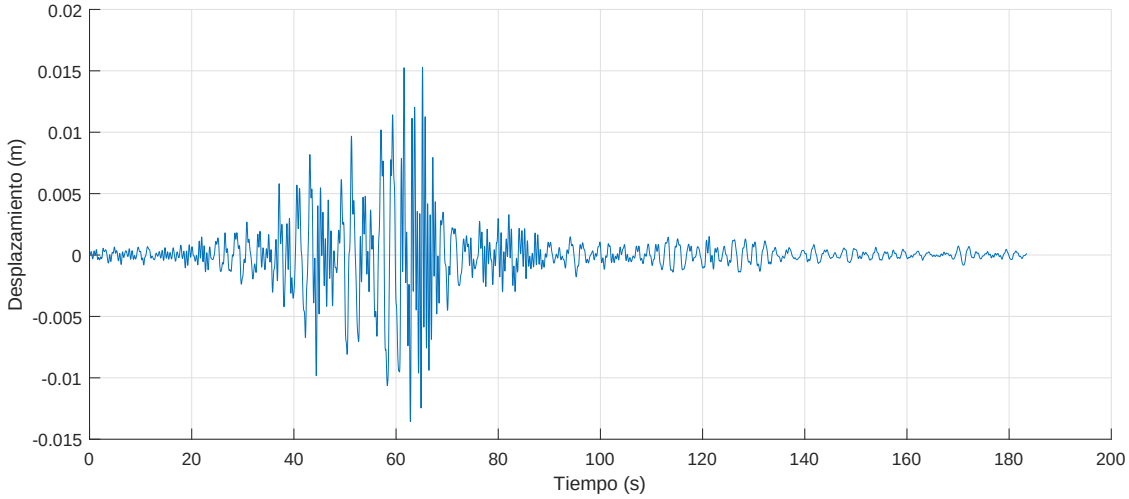
La ecuación de movimiento en variable estado está dada por

$$\dot{\mathbf{z}}_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -157.92 & -1.2567 \end{bmatrix} \mathbf{z}_k + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_{g,k}$$

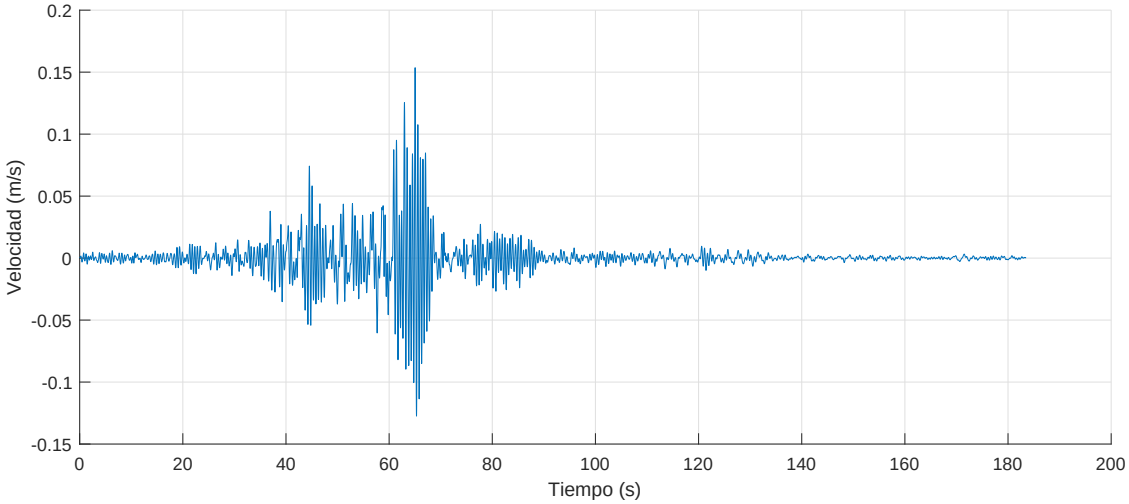
En la Tabla 3.2 se muestran los primeros veinte pasos del cálculo de la respuesta. La respuesta completa del sistema se muestra en la Figura 3.18

TABLA 3.2: Respuesta del sistema de un grado de libertad al registro de SCT

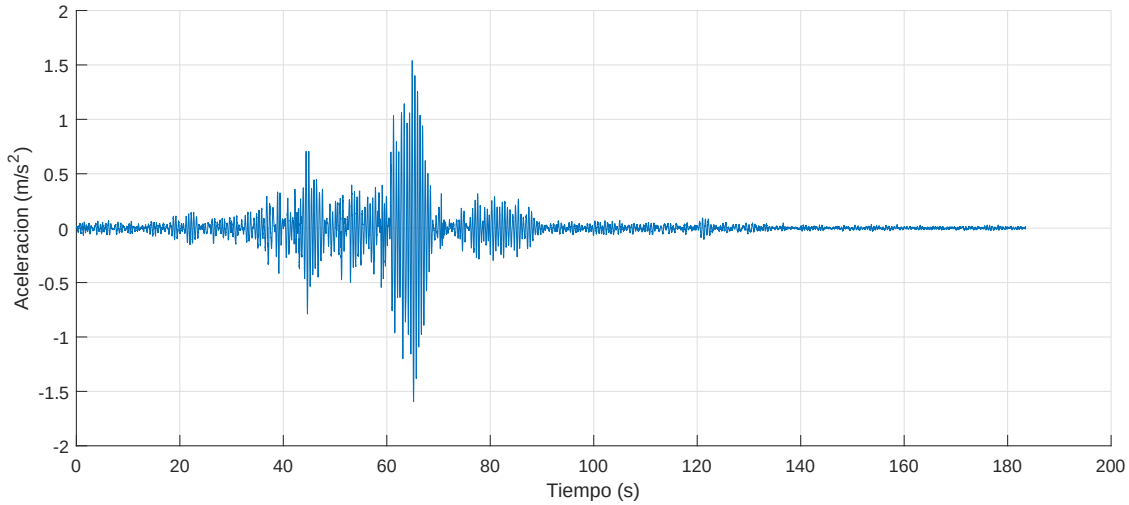
k	Tiempo (s)	x (m)	$\dot{x}$ (m/s)	$\ddot{x}$ (m/s^2)
0	0.00	0.00E+00	0.00E+00	1.06E-02
1	0.01	5.27E-07	1.05E-04	1.04E-02
2	0.02	2.09E-06	2.07E-04	1.00E-02
3	0.03	4.66E-06	3.05E-04	9.48E-03
4	0.04	7.93E-06	3.49E-04	-5.91E-04
5	0.05	1.14E-05	3.41E-04	-1.13E-03
6	0.06	1.47E-05	3.27E-04	-1.64E-03
7	0.07	1.81E-05	3.55E-04	7.29E-03
8	0.08	2.20E-05	4.25E-04	6.59E-03
9	0.09	2.66E-05	4.87E-04	5.79E-03
10	0.10	3.17E-05	5.40E-04	4.91E-03
11	0.11	3.74E-05	5.84E-04	3.96E-03
12	0.12	4.36E-05	6.67E-04	1.25E-02
13	0.13	5.09E-05	7.85E-04	1.12E-02
14	0.14	5.93E-05	8.90E-04	9.72E-03
15	0.15	6.87E-05	9.79E-04	8.13E-03
16	0.16	7.91E-05	1.10E-03	1.59E-02
17	0.17	9.08E-05	1.25E-03	1.39E-02
18	0.18	1.04E-04	1.38E-03	1.17E-02
19	0.19	1.18E-04	1.48E-03	9.26E-03
20	0.20	1.34E-04	1.56E-03	6.76E-03



(A) Desplazamiento



(B) Velocidad



(C) Aceleración

FIGURA 3.18: Respuestas del sistema de un grado de libertad al registro de SCT

Las respuestas máximas de la estructura se muestran en la Tabla 3.3.

TABLA 3.3: Respuestas máximas del sistema de un grado de libertad al registro de SCT

Tipo de respuesta	Respuesta máxima
Desplazamiento (m)	0.0153
Velocidad (m/s)	0.1536
Aceleración (m/s^2)	1.5954

Los resultados muestran que la mayor amplitud en las respuestas de desplazamiento, velocidad y aceleración ocurren entre los intervalos del segundo 30 al 90, apareciendo la amplitud máxima pasado el segundo 60 para las tres respuestas. Las respuestas son semejantes al registro empleado, lo cual era de esperarse para el análisis efectuado. Además que la saturación en la respuesta en la fase intensa del registro es menor en el desplazamiento, se incrementa en la velocidad y presenta la mayor saturación en la aceleración.

Sistema de dos grados de libertad

En esta sección se resuelve el problema presentado en la Sección 2.6.2 empleando RK6-I con cuadraturas rectangulares.

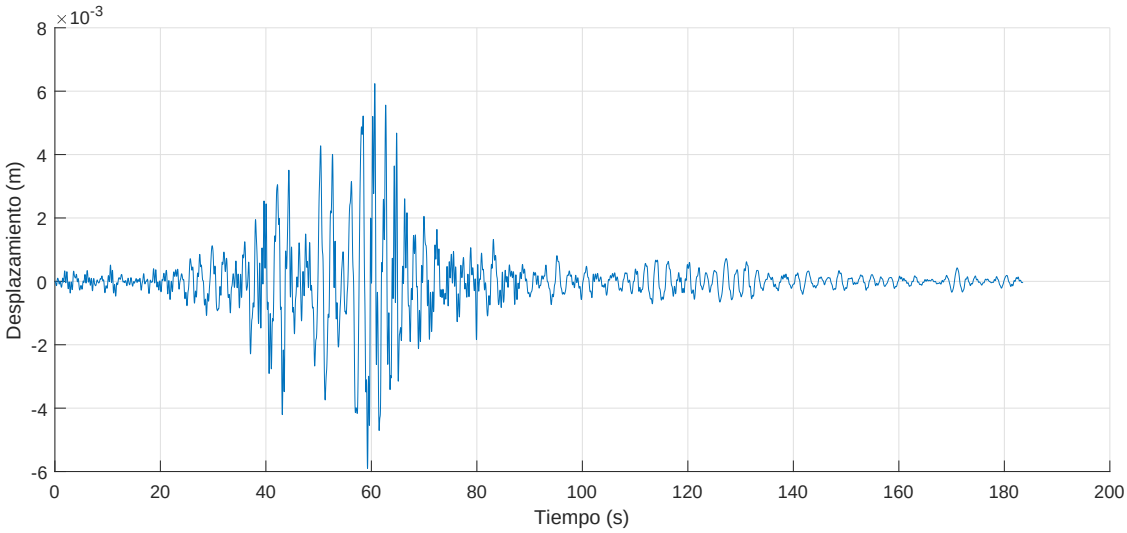
La ecuación de movimiento en variable estado está dada por

$$\dot{\mathbf{z}}_k = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \\ -1263.36 & 631.68 & -3.372 & 1.124 \\ 631.68 & -631.68 & 1.124 & -2.248 \end{bmatrix} \mathbf{z}_k + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_{g,k}$$

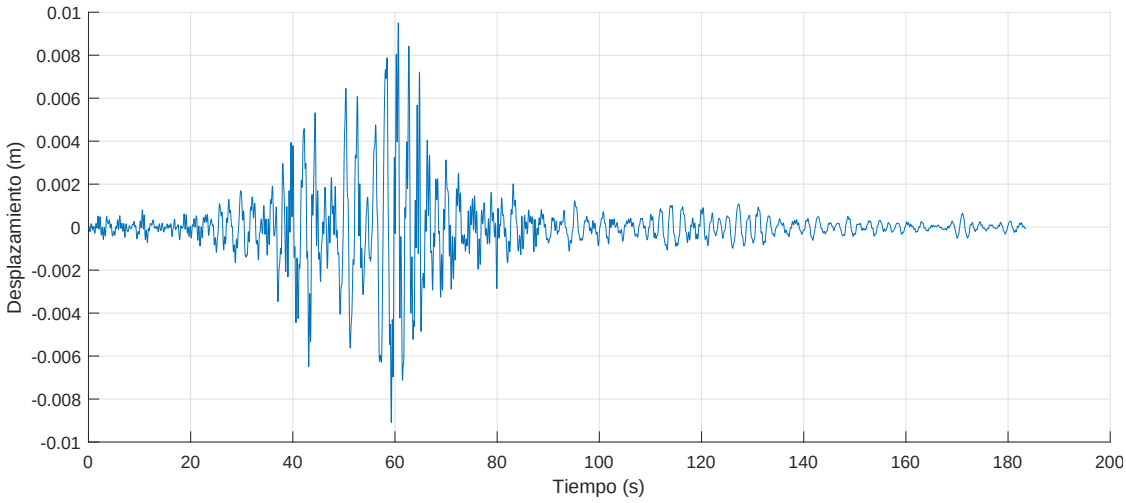
En la Tabla 3.4 se muestran los primeros treinta y cinco pasos del cálculo de la respuesta empleando RK6-I. La respuesta completa del sistema se muestra en la Figura 3.19.

TABLA 3.4: Respuesta del sistema de dos grados de libertad

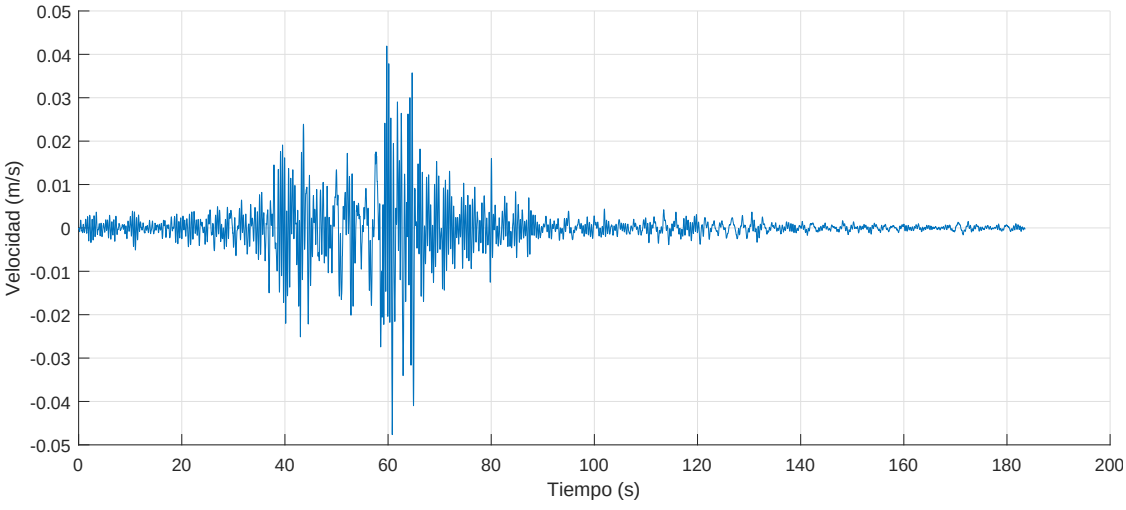
k	Tiempo (s)	x_1 (m)	x_2 (m)	$\dot{x}_1$ (m/s)	$\dot{x}_2$ (m/s)	$\ddot{x}_1$ (m/s^2)	$\ddot{x}_2$ (m/s^2)
0	0.00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	-1.06E-02	-1.06E-02
1	0.01	-5.23E-07	-5.28E-07	-1.04E-04	-1.05E-04	-1.00E-02	-1.05E-02
2	0.02	-2.05E-06	-2.10E-06	-1.99E-04	-2.09E-04	-8.91E-03	-1.03E-02
3	0.03	-4.46E-06	-4.71E-06	-2.80E-04	-3.11E-04	-7.35E-03	-1.01E-02
4	0.04	-7.36E-06	-8.08E-06	-2.99E-04	-3.63E-04	3.70E-03	-1.66E-04
5	0.05	-1.01E-05	-1.17E-05	-2.56E-04	-3.62E-04	4.78E-03	4.14E-04
6	0.06	-1.25E-05	-1.53E-05	-2.05E-04	-3.54E-04	5.27E-03	1.26E-03
7	0.07	-1.45E-05	-1.90E-05	-1.99E-04	-3.83E-04	-4.07E-03	-7.11E-03
8	0.08	-1.67E-05	-2.31E-05	-2.39E-04	-4.47E-04	-3.87E-03	-5.77E-03
9	0.09	-1.92E-05	-2.79E-05	-2.76E-04	-4.98E-04	-3.54E-03	-4.33E-03
10	0.10	-2.22E-05	-3.31E-05	-3.09E-04	-5.34E-04	-3.04E-03	-2.87E-03
11	0.11	-2.54E-05	-3.85E-05	-3.36E-04	-5.55E-04	-2.34E-03	-1.44E-03
12	0.12	-2.91E-05	-4.44E-05	-4.02E-04	-6.11E-04	-1.08E-02	-9.64E-03
13	0.13	-3.36E-05	-5.09E-05	-5.01E-04	-7.00E-04	-8.98E-03	-8.26E-03
14	0.14	-3.91E-05	-5.83E-05	-5.80E-04	-7.76E-04	-6.62E-03	-6.94E-03
15	0.15	-4.51E-05	-6.64E-05	-6.33E-04	-8.39E-04	-3.93E-03	-5.59E-03
16	0.16	-5.19E-05	-7.53E-05	-7.05E-04	-9.35E-04	-1.05E-02	-1.37E-02
17	0.17	-5.94E-05	-8.53E-05	-7.94E-04	-1.06E-03	-7.19E-03	-1.19E-02
18	0.18	-6.76E-05	-9.65E-05	-8.49E-04	-1.17E-03	-3.79E-03	-9.87E-03
19	0.19	-7.62E-05	-1.09E-04	-8.70E-04	-1.26E-03	-6.15E-04	-7.45E-03
20	0.20	-8.49E-05	-1.22E-04	-8.63E-04	-1.32E-03	2.10E-03	-4.63E-03
21	0.21	-9.34E-05	-1.35E-04	-8.30E-04	-1.35E-03	4.22E-03	-1.43E-03
22	0.22	-1.01E-04	-1.49E-04	-7.80E-04	-1.35E-03	5.70E-03	2.07E-03
23	0.23	-1.09E-04	-1.62E-04	-7.18E-04	-1.31E-03	6.60E-03	5.73E-03
24	0.24	-1.16E-04	-1.75E-04	-6.50E-04	-1.23E-03	7.05E-03	9.36E-03
25	0.25	-1.22E-04	-1.86E-04	-5.78E-04	-1.12E-03	7.23E-03	1.28E-02
26	0.26	-1.27E-04	-1.97E-04	-4.59E-04	-9.32E-04	1.67E-02	2.53E-02
27	0.27	-1.31E-04	-2.05E-04	-2.94E-04	-6.67E-04	1.61E-02	2.76E-02
28	0.28	-1.33E-04	-2.10E-04	-1.37E-04	-3.83E-04	1.53E-02	2.91E-02
29	0.29	-1.34E-04	-2.13E-04	-3.55E-05	-1.36E-04	5.07E-03	2.01E-02
30	0.30	-1.34E-04	-2.13E-04	6.15E-05	1.13E-04	1.44E-02	2.95E-02
31	0.31	-1.32E-04	-2.10E-04	2.04E-04	4.02E-04	1.42E-02	2.82E-02
32	0.32	-1.29E-04	-2.04E-04	3.92E-04	7.21E-04	2.33E-02	3.56E-02
33	0.33	-1.24E-04	-1.96E-04	6.20E-04	1.06E-03	2.22E-02	3.26E-02
34	0.34	-1.17E-04	-1.83E-04	8.33E-04	1.37E-03	2.03E-02	2.91E-02
35	0.35	-1.08E-04	-1.68E-04	1.02E-03	1.64E-03	1.77E-02	2.50E-02



(A) Desplazamiento nivel 1

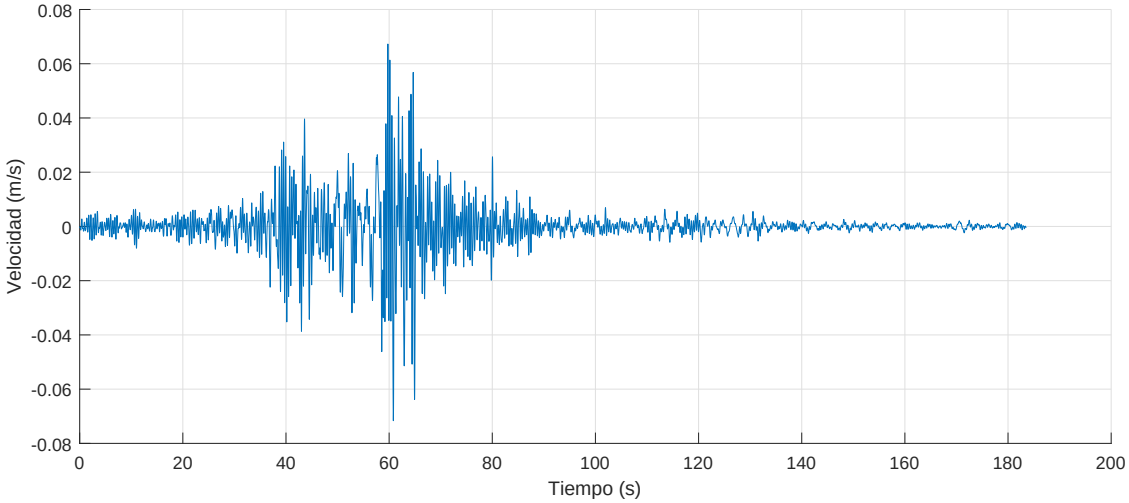


(B) Desplazamiento nivel 2

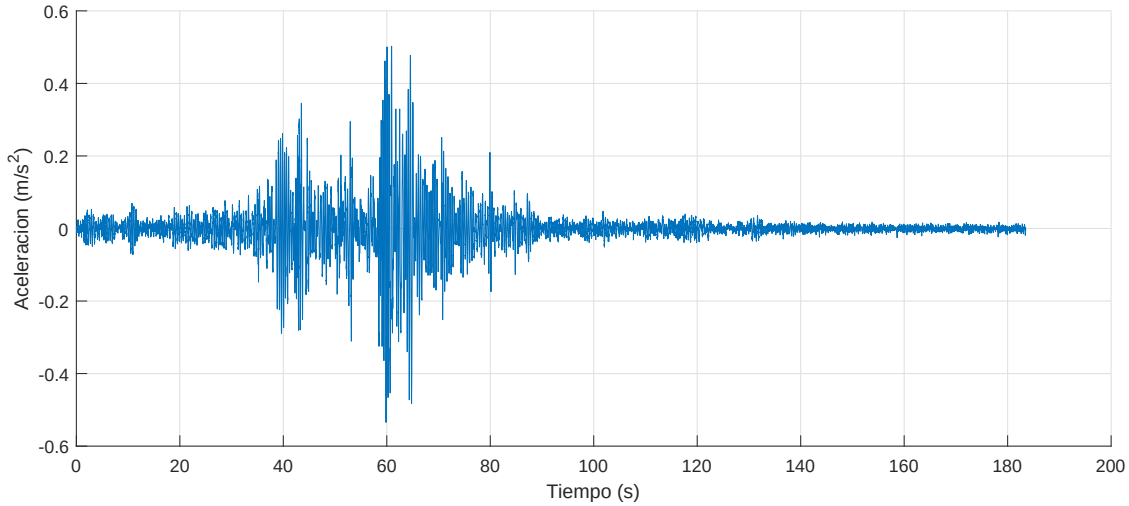


(C) Velocidad nivel 1

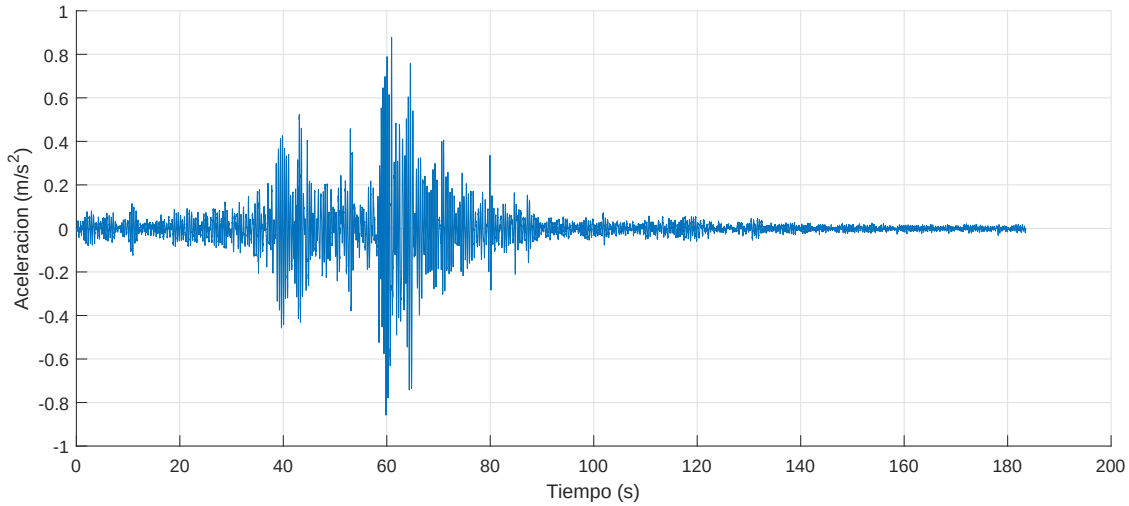
FIGURA 3.19: Respuestas del sistema de dos grados de libertad al registro de SCT



(D) Velocidad nivel 2



(E) Aceleración nivel 1



(F) Aceleración nivel 2

FIGURA 3.19: Respuestas del sistema de dos grados de libertad al registro de SCT (continuación)

Las respuestas máximas del sistema se muestran en la Tabla 3.5.

TABLA 3.5: Respuestas máximas del sistema de dos grados de libertad al registro de SCT

Tipo de respuesta	Respuesta máxima
Desplazamiento N1 (m)	0.0063
Desplazamiento N2 (m)	0.0095
Velocidad N1 (m/s)	0.0476
Velocidad N2 (m/s)	0.0716
Aceleración N1 (m/s^2)	0.5345
Aceleración N2 (m/s^2)	0.8775

En los resultados obtenidos se muestra que la fase intensa de la respuesta ocurre entre los segundos 30 a 90, coincidiendo con el registro sísmico empleado. La respuestas máximas ocurren cercanas a los 60 s. Se observa que los desplazamientos, velocidades y aceleraciones son mayores en magnitud para el nivel 2 en comparación con el nivel 1. También se aprecia que la saturación de la respuesta en la fase intensa es menor en los desplazamientos, se incrementa en la velocidad y la mayor saturación ocurre en la aceleración para ambos niveles.

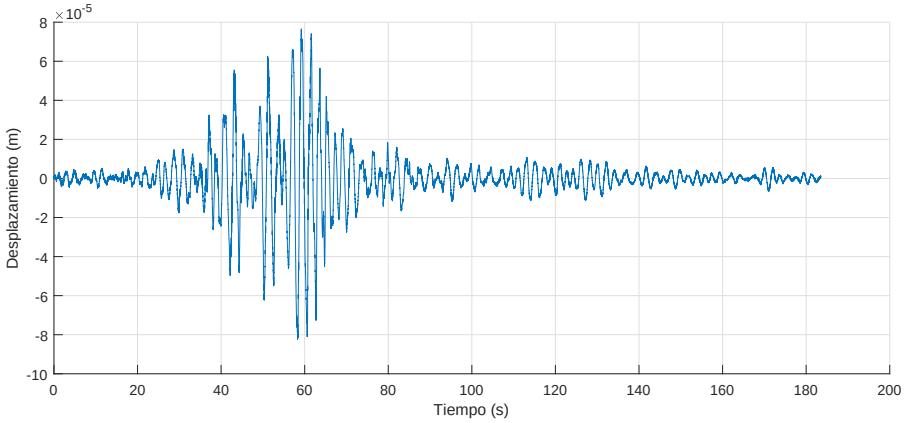
Marco de un nivel

En esta sección se resuelve el problema presentado en la Sección 2.6.2 empleando RK6-I con cuadraturas rectangulares.

La ecuación de movimiento en variable estado está dada por

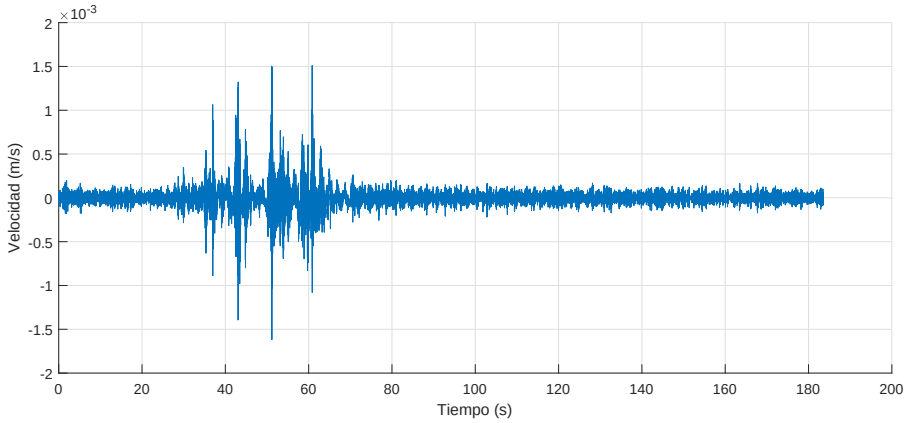
$$\dot{\mathbf{z}}_\mathbf{k} = \begin{bmatrix} 0.0000 & 1.0000 \\ -20012.8267 & -14.1467 \end{bmatrix} \mathbf{z}_k + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_{g,k}$$

En la Figura 3.20 se puede observar la respuesta completa del sistema.

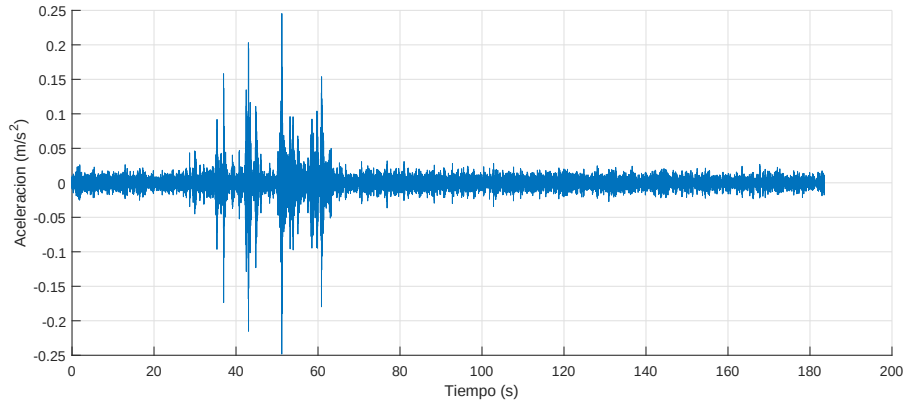


(A) Desplazamiento

FIGURA 3.20: Respuestas del marco de un nivel al registro de SCT



(B) Velocidad



(C) Aceleración

FIGURA 3.20: Respuestas del marco de un nivel al registro de SCT (continuación)

Las respuestas máximas del marco se muestran en la Tabla 3.6.

TABLA 3.6: Respuestas máximas del marco de un nivel al registro de SCT

Tipo de respuesta	Respuesta máxima
Desplazamiento (m)	0.00008
Velocidad (m/s)	0.00162
Aceleración (m/s^2)	0.24824

Los resultados muestran que la fase intensa del registro ocurre entre los segundos 30 a 90. El desplazamiento muestra una respuesta máxima cerca de los 60 s, en la velocidad y aceleración aparecen tres pulsos significativos entre los segundos 40 y 60. La amplitud máxima de velocidad ocurre cerca de los 50 s y la de aceleración cerca de los 50 s. La saturación de la respuesta es menor en los desplazamientos, se incrementa en la velocidad y logra la máxima saturación en la aceleración.

Las respuestas máximas obtenidas con RK6-I son similares en magnitud a las obtenidas con integración directa con función constante, descartando la respuesta obtenida con la función Delta en la Sección 2.6.2.

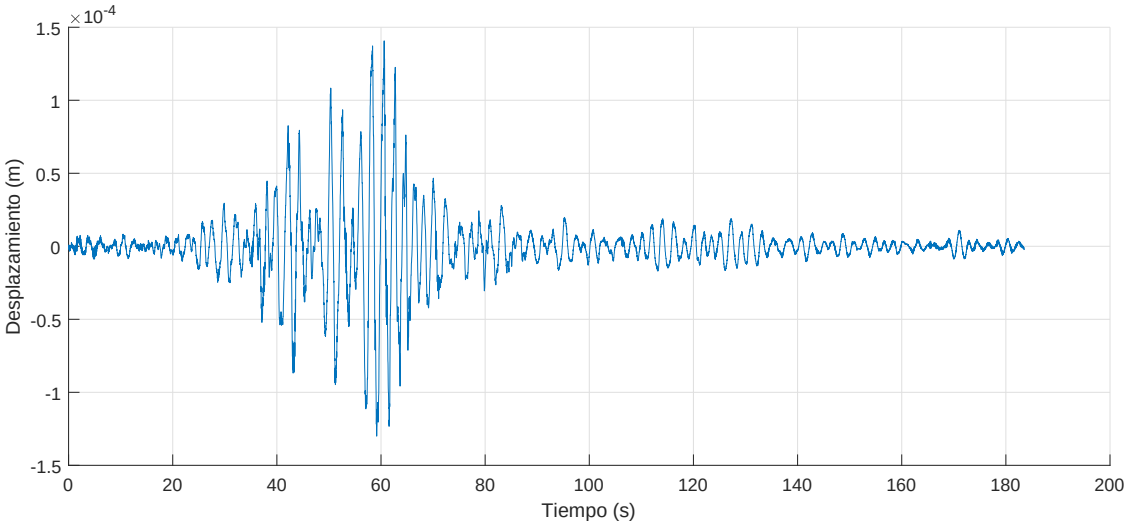
Marco de dos niveles

En esta sección se resuelve el problema presentado en la Sección 2.6.2 empleando RK6-I con cuadraturas rectangulares.

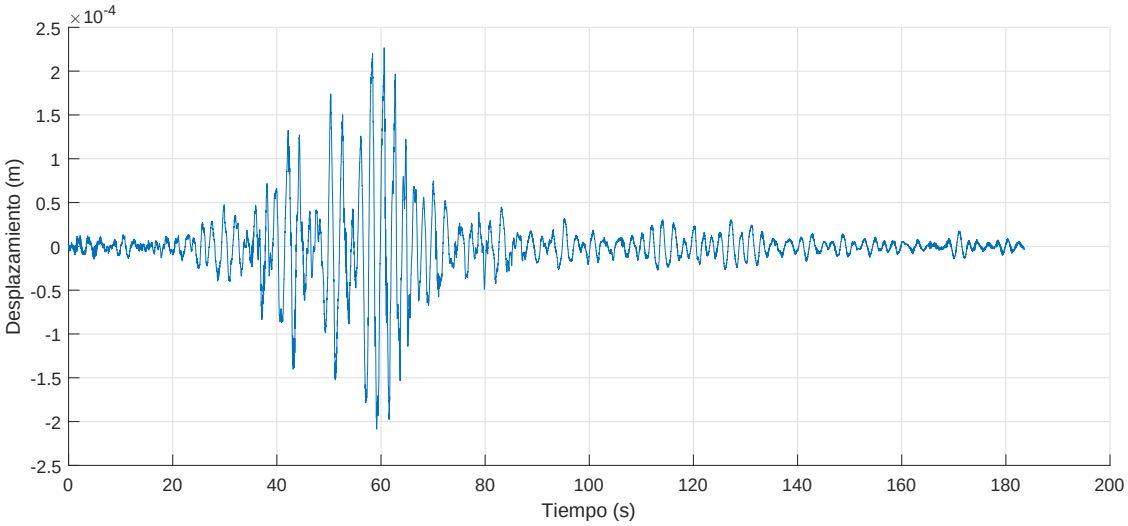
La ecuación de movimiento en variable estado está dada por

$$\dot{\mathbf{z}}_k = \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \\ -60038.6280 & 30019.3140 & -10.4231 & 0.7365 \\ 20012.8760 & -20012.8760 & 0.4910 & -9.4410 \end{bmatrix} \mathbf{z}_k + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_{g,k}$$

En la Figura 3.21 se puede observar la respuesta completa del sistema.

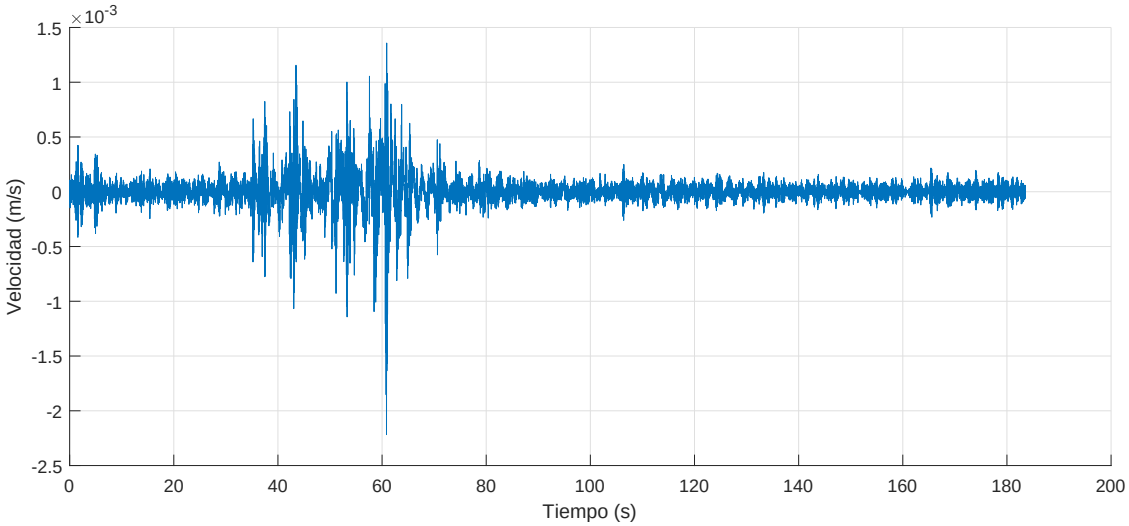


(A) Desplazamiento nivel 1

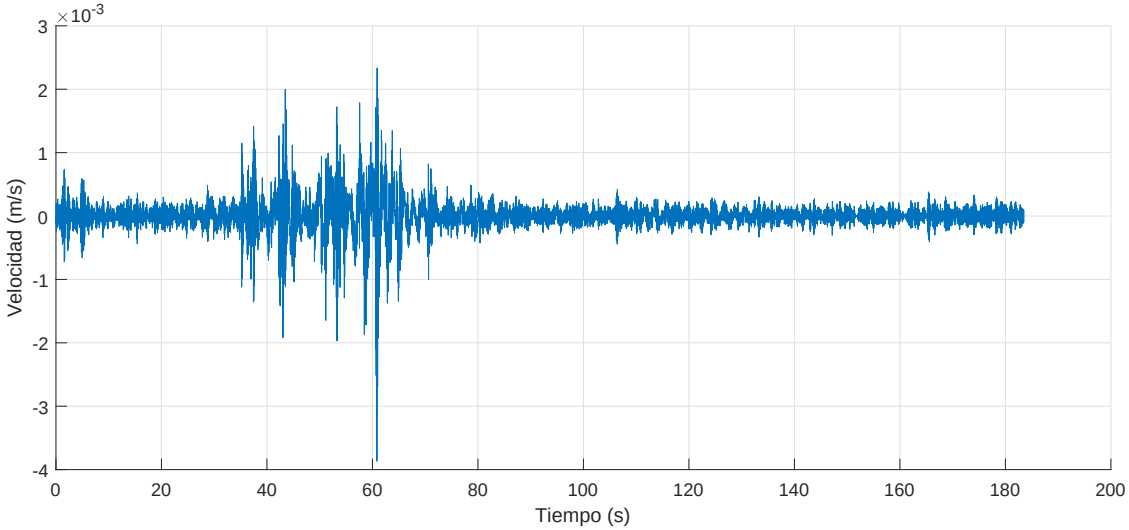


(B) Desplazamiento nivel 2

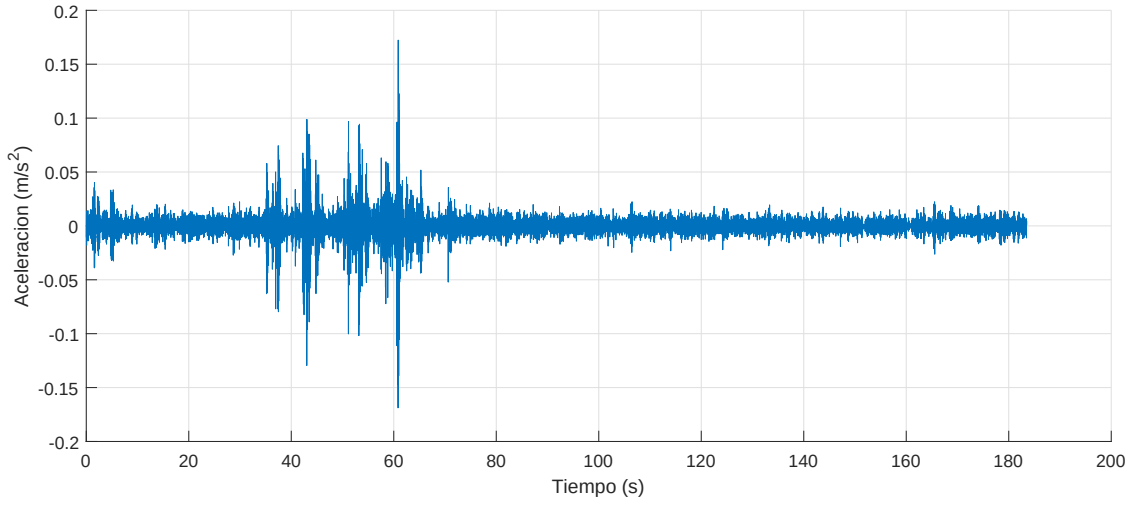
FIGURA 3.21: Respuestas del marco de dos niveles al registro de SCT



(C) Velocidad nivel 1

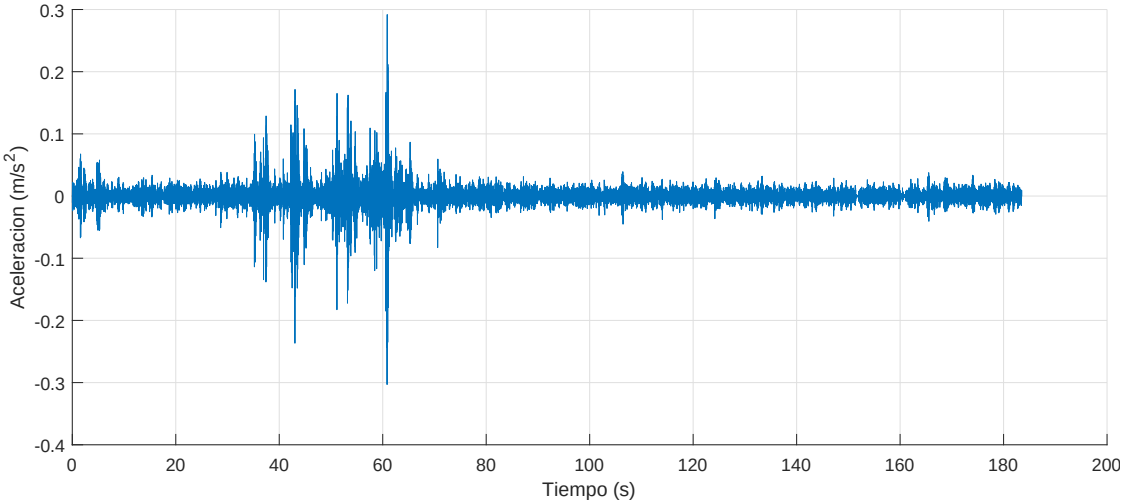


(D) Velocidad nivel 2



(E) Aceleración nivel 1

FIGURA 3.21: Respuestas del marco de dos niveles al registro de SCT (continuación)



(F) Aceleración nivel 2

FIGURA 3.21: Respuestas del marco de dos niveles al registro de SCT (continuación)

Las respuestas máximas del marco se muestran en la Tabla 3.7.

TABLA 3.7: Respuestas máximas del marco de dos niveles al registro de SCT

Tipo de respuesta	Respuesta máxima
Desplazamiento N1 (m)	0.00014
Desplazamiento N2 (m)	0.00023
Velocidad N1 (m/s)	0.00222
Velocidad N2 (m/s)	0.00387
Aceleración N1 (m/s^2)	0.17238
Aceleración N2 (m/s^2)	0.30310

En los resultados puede observarse que la fase intensa de la respuesta ocurre entre los segundos 30 a 90 en todas las respuestas. Las amplitudes máximas ocurren cerca de los 60 s. La respuesta es menor para el primer nivel y se incrementa en magnitud global para el segundo. Se aprecia que la saturación de los resultados es menor en los desplazamientos, se incrementa en la velocidad y la mayor saturación ocurre en las aceleraciones.

Las respuestas máximas obtenidas con RK6-I son similares en magnitud a las obtenidas con integración directa con función constante, descartando la respuesta obtenida con la función Delta en la Sección 2.6.2.

3.6. Aislamiento de base

En esta sección se presenta la aplicación del método RK6-I propuesto considerando que la excitación proviene de un registro sísmico y la estructura tiene aisladores de base elásticos lineales.

Para un sistema de n grados de libertad, la ecuación de movimiento es

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}_k + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}_k + \mathbf{K}\mathbf{X}_k = \mathbf{F}_{e,k}, \tag{3.42}$$

donde $\mathbf{F}_{e,k}$ son las fuerzas externas aplicadas al sistema, y para el caso de una excitación sísmica son el producto de la masa por la aceleración, es decir

$$\mathbf{F}_{e,k} = -\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}_{g,k}. \tag{3.43}$$

La ecuación de movimiento en variable estado es

$$\dot{\mathbf{z}}_k = \mathbf{A}\mathbf{z}_k + \mathbf{F}_k, \tag{3.44}$$

donde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_k = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}_e \end{pmatrix}_k. \tag{3.45}$$

Cuando se colocan aisladores de base, se desprecia su masa, por lo anterior, las matrices **M**, **C**, y **K**, son las matrices condensadas de masas, amortiguamiento y rigidez, respectivamente.

La ecuación de movimiento en variable estado se resuelve con el método RK6-I siguiendo el procedimiento presentado en la Tabla 3.1.

3.6.1. Ejemplos de calibración

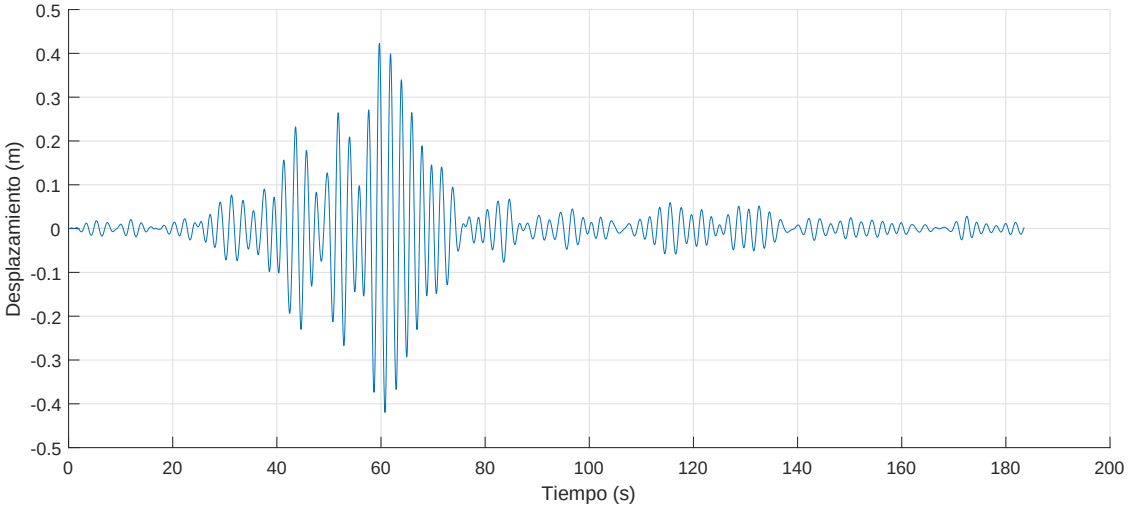
Sistema de dos grados de libertad con aislamiento de base elástico

En esta sección se resuelve el problema presentado en la Sección 2.7.2 empleando RK6-I con cuadraturas rectangulares.

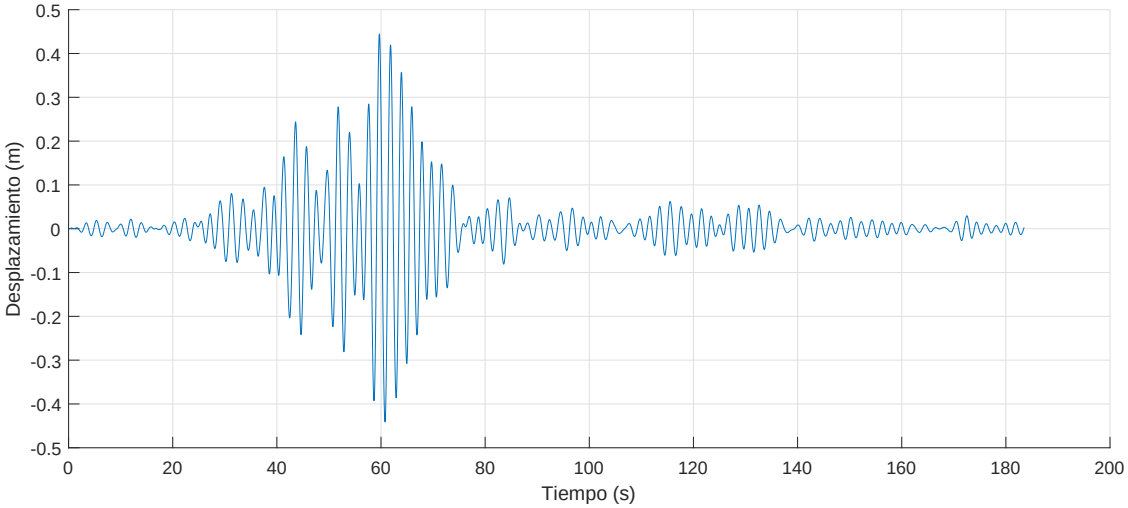
La ecuación de movimiento en variable estado está dada por

$$\dot{\mathbf{z}}_k = \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \\ -233.2000 & 212.0000 & -2.2382 & 1.2423 \\ 212.0000 & -212.0000 & 1.2423 & -2.1140 \end{bmatrix} \mathbf{z}_k + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_{g,k}$$

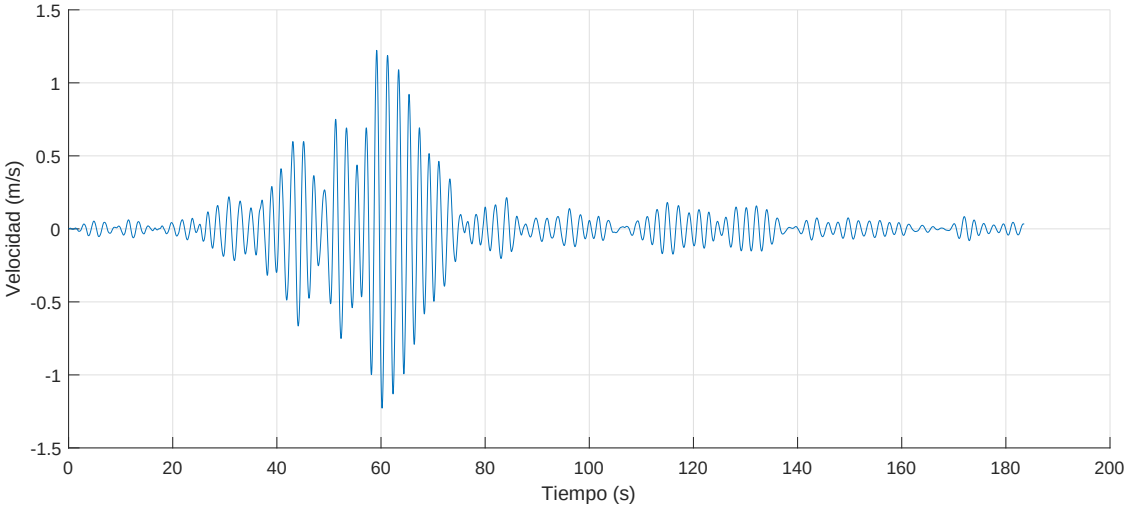
En la Figura 3.22 se muestran las respuestas obtenidas.



(A) Desplazamiento aislador

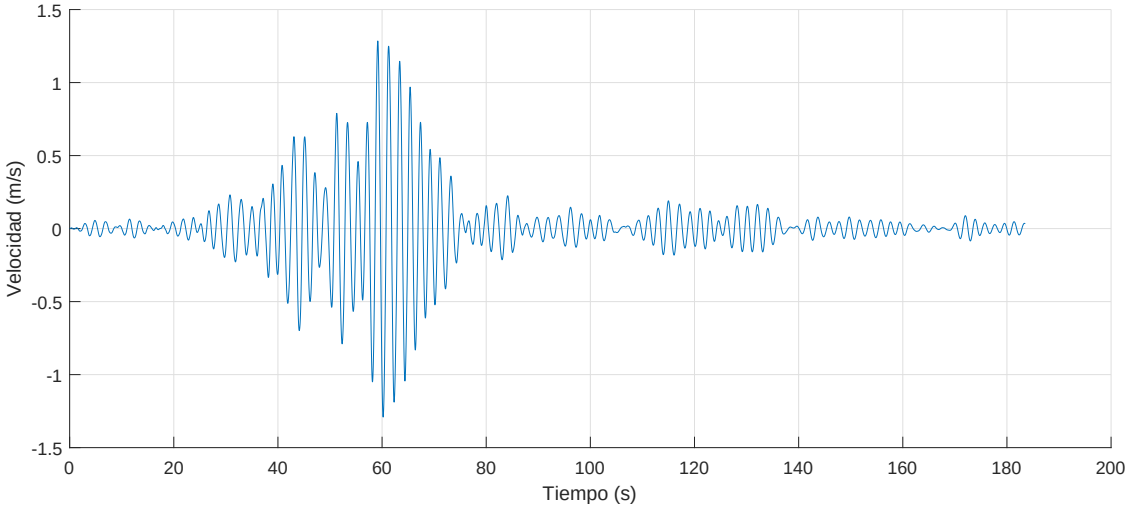


(B) Desplazamiento sistema

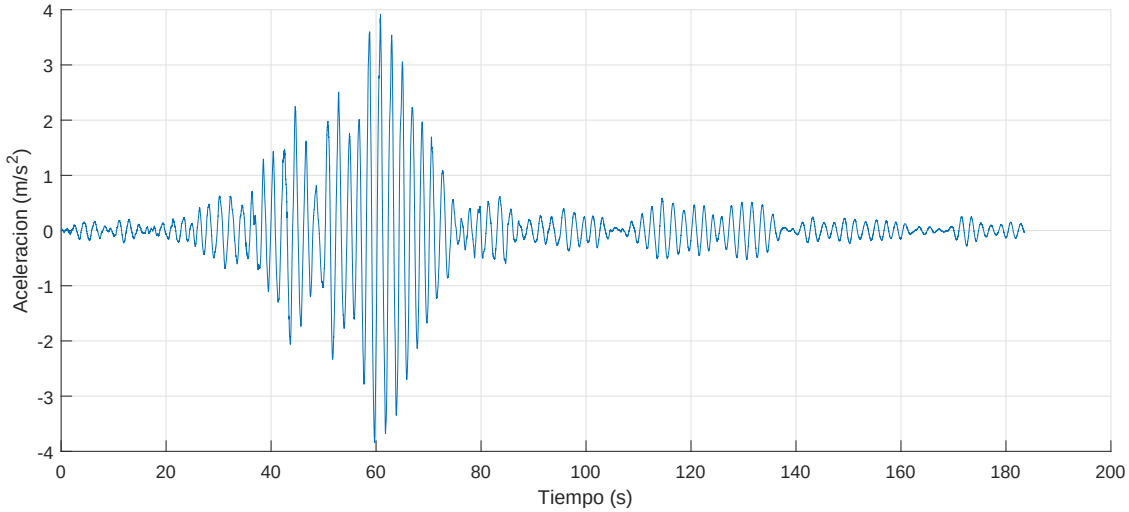


(C) Velocidad aislador

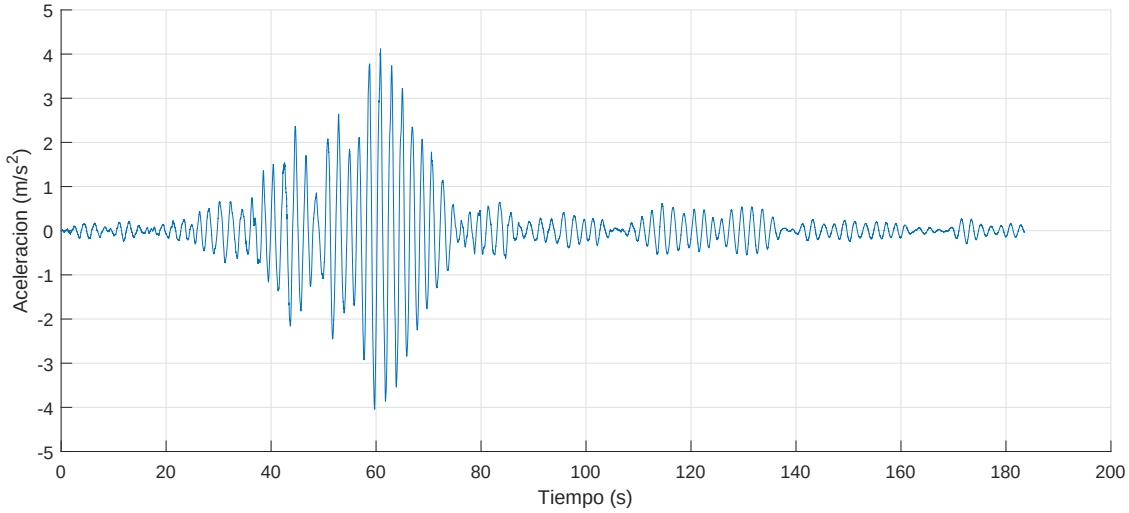
FIGURA 3.22: Respuestas del sistema de dos grados de libertad con aislamiento de base al registro de SCT



(D) Velocidad sistema



(E) Aceleración aislador



(F) Aceleración sistema

FIGURA 3.22: Respuestas del sistema de dos grados de libertad con aislamiento de base al registro de SCT (continuación)

Las respuestas máximas del sistema con aisladores de base se muestran en la Tabla 3.8.

TABLA 3.8: Respuestas máximas del sistema de dos grados de libertad con aislamiento de base al registro de SCT

Tipo de respuesta	VE Delta
Desplazamiento aislador (m)	0.4229
Desplazamiento estructura (m)	0.4445
Velocidad aislador (m/s)	1.2277
Velocidad estructura (m/s)	1.2907
Aceleración aislador (m/s^2)	3.9180
Aceleración estructura (m/s^2)	4.1198

Los resultados muestran que las respuestas obtenidas para el aislador son semejantes a las obtenidas para el sistema en cuanto a amplitud y fase. Las diferencias relativas que ocurren entre los mismos son pequeñas, por lo cual es de esperarse que la mayor cantidad de la respuesta sea absorbida por el aislamiento de base.

El desplazamiento relativo entre el aislador de base y la estructura es pequeño, lo cual disminuye el daño en la estructura, sin embargo, la aceleración absoluta que experimenta la estructura es grande, por ello es recomendable combinar el sistema de aislamiento de base con otros dispositivos de control para cumplir con las condiciones de servicio.

3.7. Amortiguadores viscosos

En esta sección se presenta la aplicación del método RK6-I propuesto considerando que la excitación proviene de un registro sísmico y la estructura tiene amortiguadores.

Para un sistema de n grados de libertad, la ecuación de movimiento con amortiguadores es

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}_k + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}_k + \mathbf{K}\mathbf{X}_k = \mathbf{F}_{e,k} - \mathbf{I}_{md}\mathbf{F}_n(\dot{\mathbf{X}}_k), \tag{3.46}$$

donde $\mathbf{F}_{e,k}$ son las fuerzas externas aplicadas al sistema, y para el caso de una excitación sísmica son el producto de la masa por la aceleración, es decir

$$\mathbf{F}_{e,k} = -\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}_{g,k}. \tag{3.47}$$

La ecuación de movimiento en variable estado con amortiguadores es

$$\dot{\mathbf{z}}_k = \mathbf{A}\mathbf{z}_k + \mathbf{F}_k, \tag{3.48}$$

donde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_k = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{F}_{e,k} - \mathbf{I}_{md}\mathbf{F}_n(\dot{\mathbf{X}}_k)) \end{pmatrix}. \tag{3.49}$$

Debido a que los amortiguadores no siempre tienen una ley potencial unitaria, el Jacobiano debe aproximarse por diferencias centradas. La ecuación de movimiento en variable estado se resuelve con el método RK6-I siguiendo el procedimiento presentado en la Tabla 3.1.

3.7.1. Ejemplos de calibración

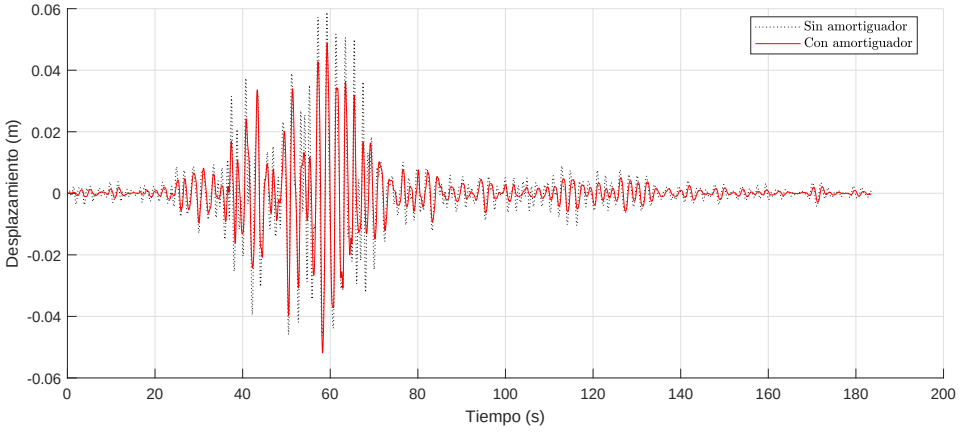
Sistema de un grado de libertad

En esta sección se resuelve el problema presentado en la Sección 2.8.3 empleando RK6-I con cuadraturas rectangulares.

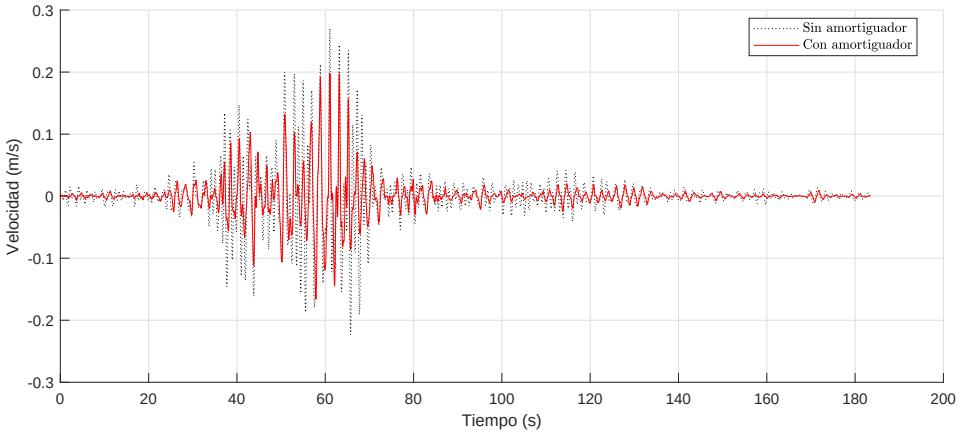
La ecuación de movimiento en variable estado está dada por

$$\dot{\mathbf{z}}_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -39.4784 & -0.6283 \end{bmatrix} \mathbf{z}_k + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_{g,k} - \left\langle \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 7.9685 \end{bmatrix} \right\rangle |z_k|^{0.5}$$

En la Figura 3.23 se muestran las respuestas obtenidas.

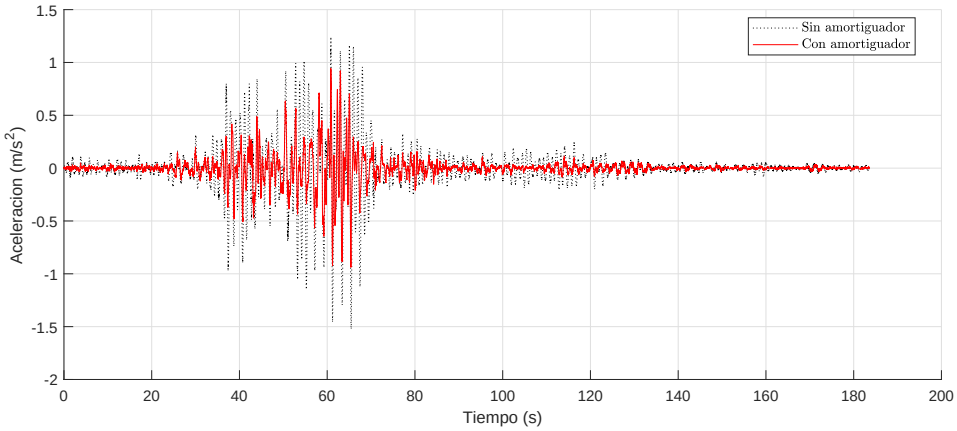


(A) Desplazamiento



(B) Velocidad

FIGURA 3.23: Respuestas obtenidas para el sistema de un grado de libertad con amortiguamiento adicional al registro de SCT



(C) Aceleración

FIGURA 3.23: Respuestas obtenidas para el sistema de un grado de libertad con amortiguamiento adicional al registro de SCT (continuación)

Los valores de las respuestas máximas del sistema de un grado de libertad con amortiguador y sin él, y su porcentaje de disminución para el registro de SCT se muestran la Tabla 3.9.

TABLA 3.9: Respuesta máxima del sistema de un grado de libertad con amortiguador

Tipo de respuesta	Sin amort.	Con amort.	Dism. máxima	Dism. global
Desplazamiento (m)	0.0572	0.0515	9.99 %	16.31 %
Velocidad (m/s)	0.2612	0.1971	24.55 %	34.02 %
Aceleración (m/s^2)	1.4745	0.9456	35.87 %	43.73 %

En los resultados se observa una disminución en el desplazamiento, velocidad y aceleración. Las respuestas obtenidas con amortiguador son cercanas en fase a las respuestas sin amortiguador, por lo que la disminución solo ocurre en amplitud. La disminución es menor para el desplazamiento, se incrementa en la velocidad y la mayor disminución se obtiene en la aceleración, visto de manera gráfica o en los resultados presentados en la Tabla 3.9. Para este sistema, emplear un amortiguador viscoso adicional controla todas las respuestas sin hacer cambios en las propiedades dinámicas de la estructura.

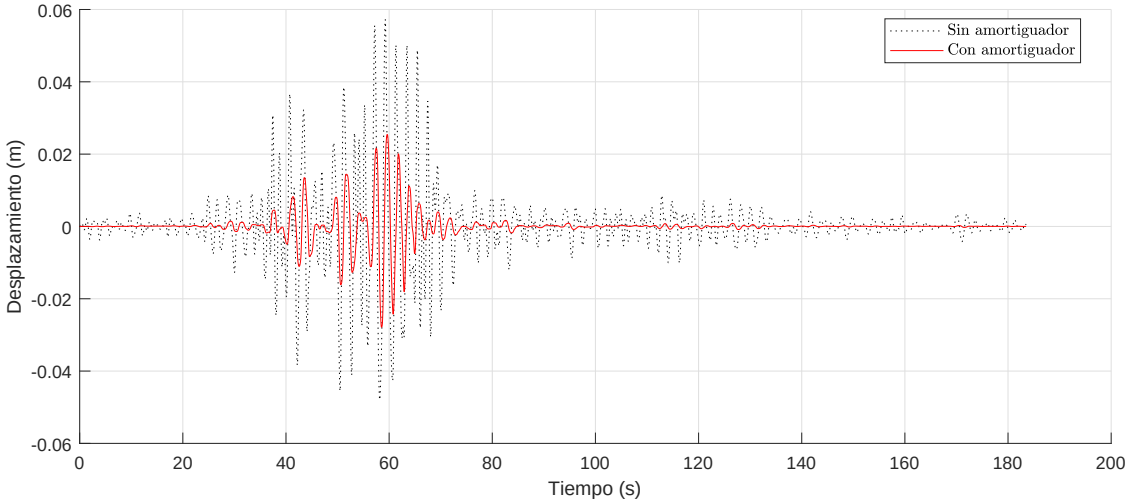
Sistema de un grado de libertad

En esta sección se resuelve el problema presentado en la Sección 2.8.3 empleando RK6-I con cuadraturas rectangulares.

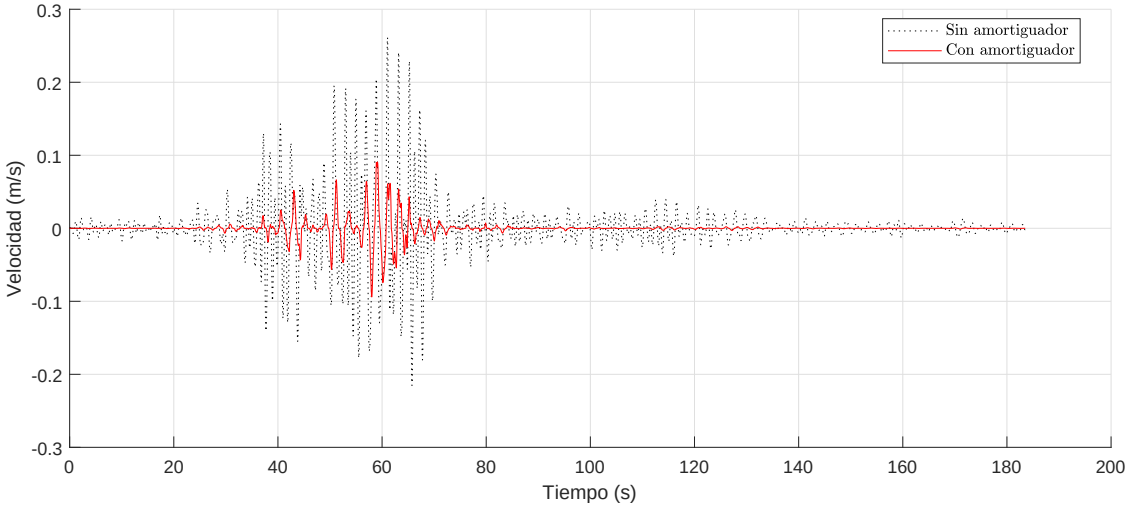
La ecuación de movimiento en variable estado está dada por

$$\dot{\mathbf{z}}_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -39.4784 & -0.6283 \end{bmatrix} \mathbf{z}_k + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_{g,k} - \langle \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3.9843 \end{bmatrix} \rangle |z_k|^{0.5}$$

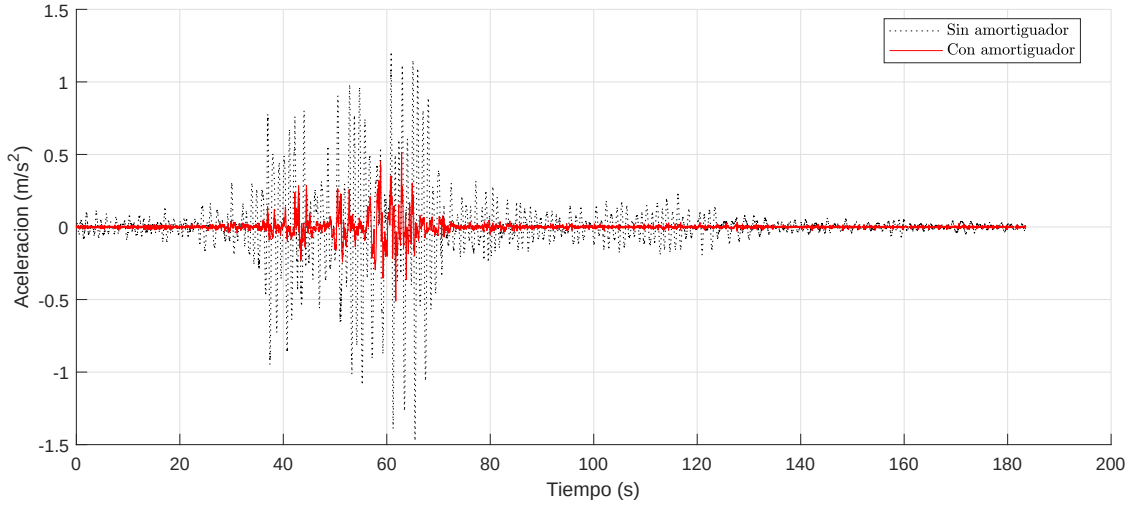
En la Figura 3.24 se muestran las respuestas obtenidas.



(A) Desplazamiento



(B) Velocidad



(C) Aceleración

FIGURA 3.24: Respuestas obtenidas para el sistema de un grado de libertad con amortiguamiento adicional al registro de SCT

Los valores de las respuestas máximas del sistema de un grado de libertad con amortiguador y sin él, y su porcentaje de disminución para el registro de SCT se muestran la Tabla 3.10.

TABLA 3.10: Respuesta máxima del sistema de un grado de libertad con amortiguador

Tipo de respuesta	Sin amort.	Con amort.	Dism. máxima	Dism. global
Desplazamiento (m)	0.0572	0.0278	51.32 %	65.92 %
Velocidad (m/s)	0.2612	0.0940	64.01 %	77.71 %
Aceleración (m/s^2)	1.4745	0.5151	65.06 %	81.56 %

Se observa una disminución clara en las respuestas de desplazamiento, velocidad y aceleración. Las respuestas obtenidas con amortiguador son cercanas en fase a las respuestas sin amortiguador, por lo que la disminución solo ocurre en amplitud. La disminución es menor para el desplazamiento, se incrementa en la velocidad y la mayor disminución se obtiene en la aceleración tanto para la respuesta máxima como para la global. Para este sistema, emplear un amortiguador viscoso adicional controla todas las respuestas sin hacer cambios en las propiedades dinámicas de la estructura.

La saturación en la aceleración observada al solucionar la respuesta con integración directa, en la Sección 2.8.3, desaparece al emplear RK6-I. En consecuencia, cambian los porcentajes de disminución global de la aceleración, incrementándose 10 % para RK6-I con respecto de los métodos empleados en el Capítulo 2.

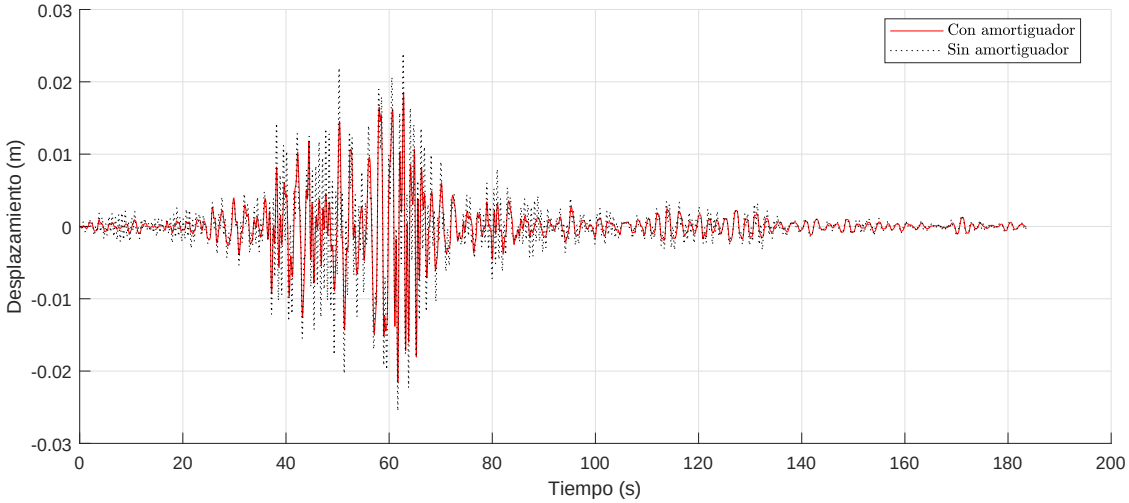
Sistema de dos grados de libertad

En esta sección se resuelve el problema presentado en la Sección 2.8.3 empleando RK6-I con cuadraturas rectangulares.

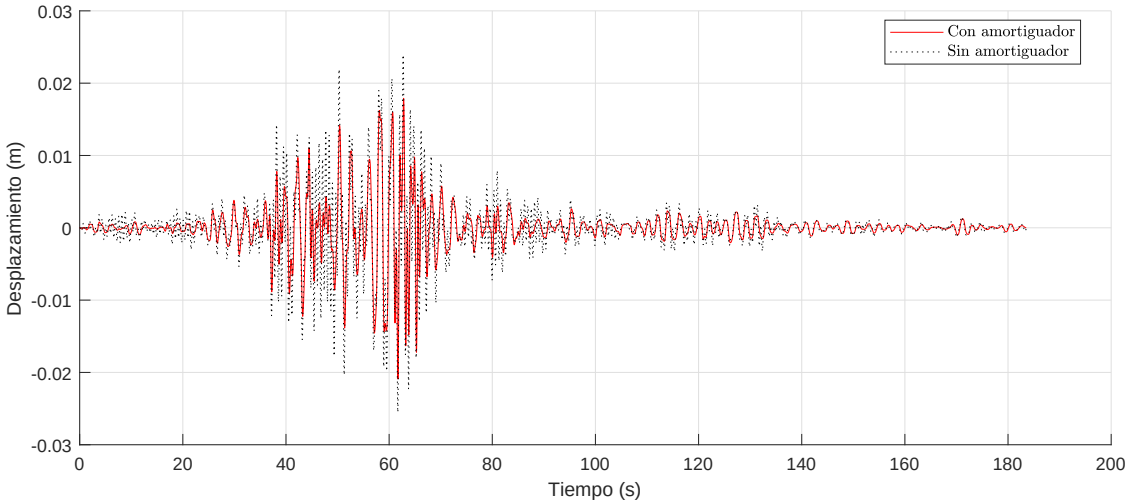
La ecuación de movimiento en variable estado está dada por

$$\dot{\mathbf{z}}_k = \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \\ -199.9954 & 99.9977 & -0.5000 & -0.1000 \\ 199.9954 & -299.9931 & -0.2000 & -0.4000 \end{bmatrix} \mathbf{z}_k + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_{g,k} - \left\langle \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.7969 & -1.9934 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 3.9868 \end{bmatrix} \right\rangle \left| \begin{pmatrix} x_1^0 \\ x_2^0 \\ \dot{x}_1^{0.5} \\ \dot{x}_2^{0.7} \end{pmatrix} \right|$$

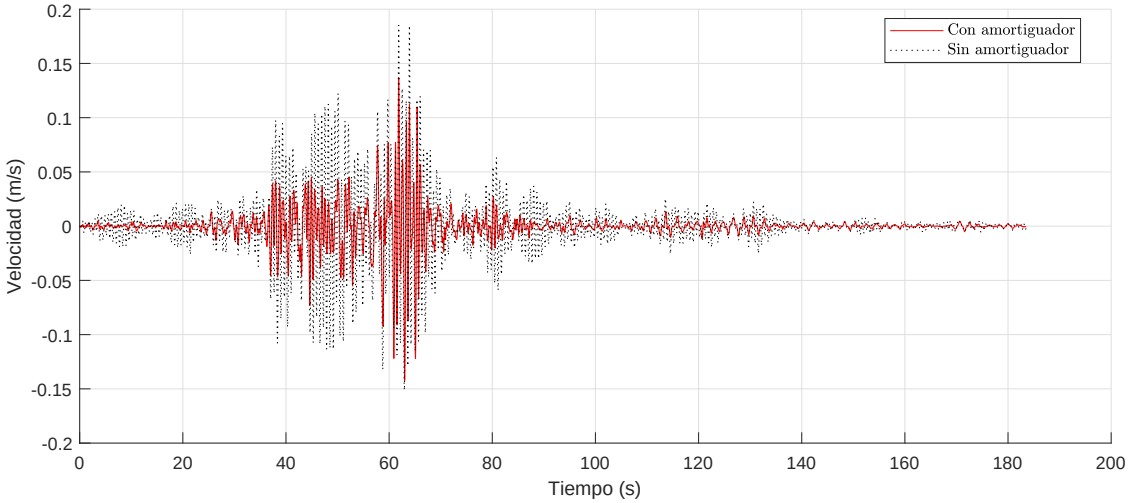
En la Figura 3.25 se muestran las respuestas obtenidas.



(A) Desplazamiento nivel 1

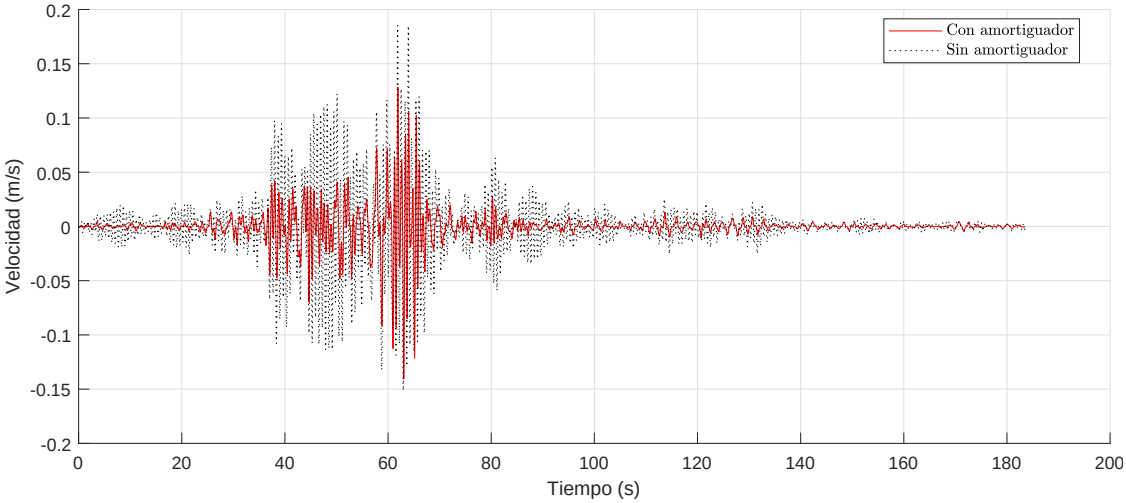


(B) Desplazamiento nivel 2

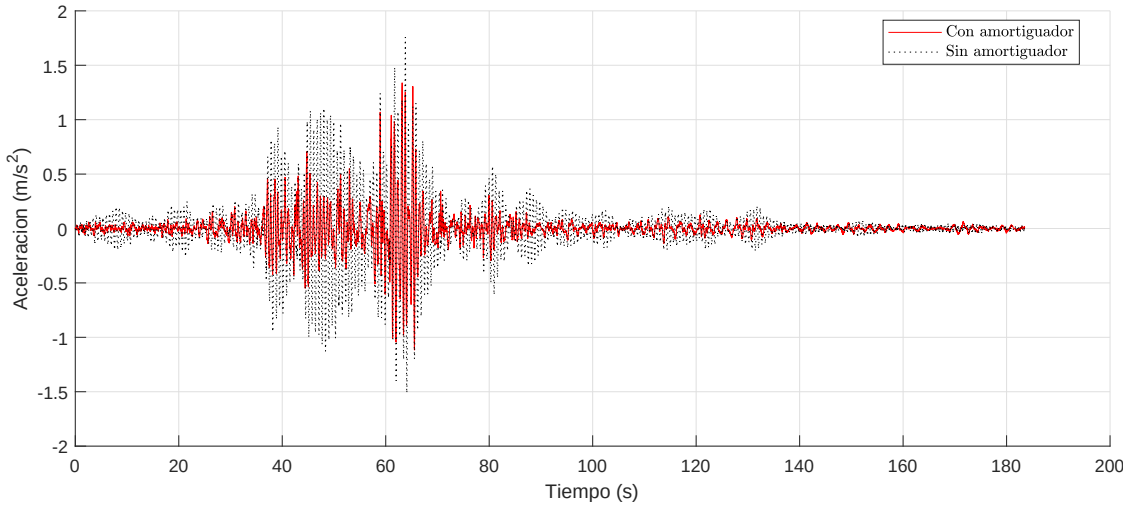


(C) Velocidad nivel 1

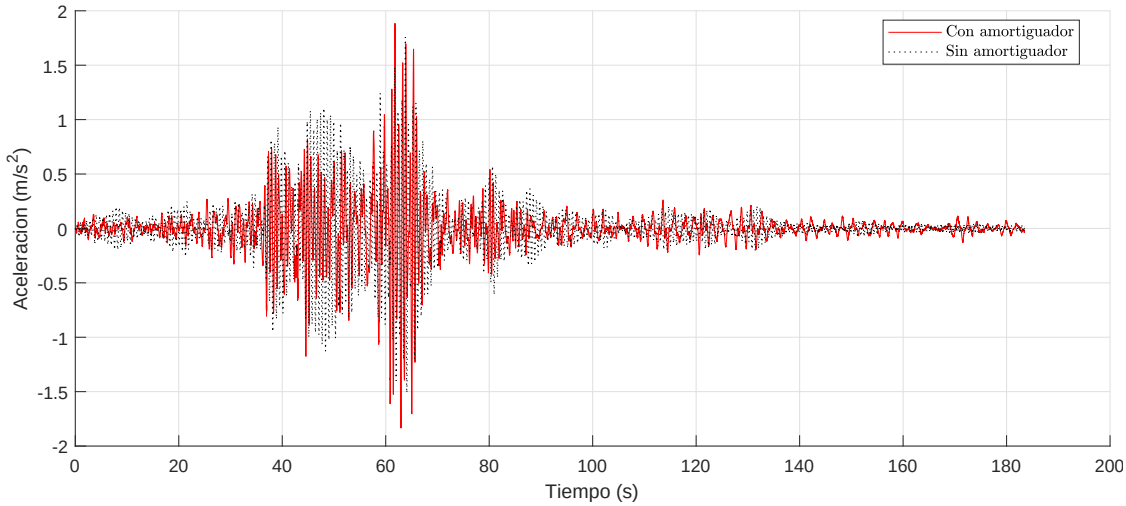
FIGURA 3.25: Respuestas del sistema de dos grados de libertad con amortiguamiento adicional al registro de SCT



(D) Velocidad nivel 2



(E) Aceleración nivel 1



(F) Aceleración nivel 2

FIGURA 3.25: Respuestas del sistema de dos grados de libertad con amortiguamiento adicional al registro de SCT (continuación)

Los valores de las respuestas máximas del sistema con amortiguadores y sin ellos, y su porcentaje de disminución para el registro de SCT se muestran la Tabla 3.11.

TABLA 3.11: Respuesta máxima del sistema de dos grados de libertad con amortiguadores

Tipo de respuesta	Sin amort.	Con amort.	Dism. máxima	Dism. global
Desplazamiento N1 (m)	0.0255	0.0215	15.61 %	19.17 %
Desplazamiento N2 (m)	0.0255	0.0209	18.09 %	19.13 %
Velocidad N1 (m/s)	0.1852	0.1422	23.21 %	49.18 %
Velocidad N2 (m/s)	0.1852	0.1407	24.04 %	52.41 %
Aceleración N1 (m/s^2)	1.7578	1.3388	23.84 %	51.33 %
Aceleración N2 (m/s^2)	1.7578	1.8847	-7.22 %	13.02 %

Los resultados muestran que existe una disminución en las respuestas de desplazamiento, velocidad y aceleración para los dos niveles del sistema de manera global. Las respuestas máximas, tienen una disminución significativa en la fase intensa, sin embargo, para la aceleración del nivel 2 se puede observar un incremento en la respuesta máxima. La respuesta global del sistema disminuye en menor magnitud para el desplazamiento, enseguida la velocidad y se alcanza el mayor control en la aceleración. Además, se muestra que la mayor disminución de la respuesta se logra en la velocidad para ambos niveles del sistema. El empleo de amortiguamiento viscoso adicional cumple el cometido de disminuir la respuesta de la estructura para el registro sísmico de SCT.

3.8. Control estructural

En esta sección se presenta la aplicación del método RK6-I propuesto considerando que la excitación proviene de un registro sísmico y la estructura tiene control activo.

Para un sistema de n grados de libertad, la ecuación de movimiento con control activo es

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}_k + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}_k + \mathbf{K}\mathbf{X}_k = \mathbf{F}_{e,k} + \mathbf{D}(\mathbf{f}_c)_k, \tag{3.50}$$

donde $\mathbf{F}_{e,k}$ son las fuerzas externas aplicadas al sistema, y para el caso de una excitación sísmica son el producto de la masa por la aceleración, es decir

$$\mathbf{F}_{e,k} = -\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}_{g,k}. \tag{3.51}$$

A la matriz $\mathbf{D}$ se le conoce como matriz de distribución de las fuerzas de control; y el término $(\mathbf{f}_c)_k$ son las fuerzas de control en forma general, es decir

$$(\mathbf{f}_c)_k = f_{ci1}(\mathbf{X}_k) + f_{ci2}(\dot{\mathbf{X}}_k) + f_{ci}\left(\mathbf{F}_{e,k}\right), \quad i = 1, \ldots, p. \tag{3.52}$$

Si el control es de ciclo cerrado únicamente aparecen los términos $f_{ci1}(\mathbf{X}_k) + f_{ci2}(\dot{\mathbf{X}}_k)$ en las fuerzas de control; si es cerrado, el término $f_{ci}\left(\mathbf{F}_{e,k}\right)$; y si es de ciclo combinado aparecen todos los términos.

La ecuación de movimiento en variable estado con control activo es

$$\dot{\mathbf{z}}_k = \mathbf{A}\mathbf{z}_k + \mathbf{F}_k + \mathbf{B}(\mathbf{f}_c)_k, \tag{3.53}$$

donde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_k = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}_{e,k} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{D} \end{bmatrix}. \tag{3.54}$$

Debido a que los dispositivos de control son no lineales, el Jacobiano debe aproximarse por diferencias centradas. La ecuación de movimiento en variable estado se resuelve con el método RK6-I siguiendo el procedimiento presentado en la Tabla 3.1.

3.8.1. Ejemplos de calibración

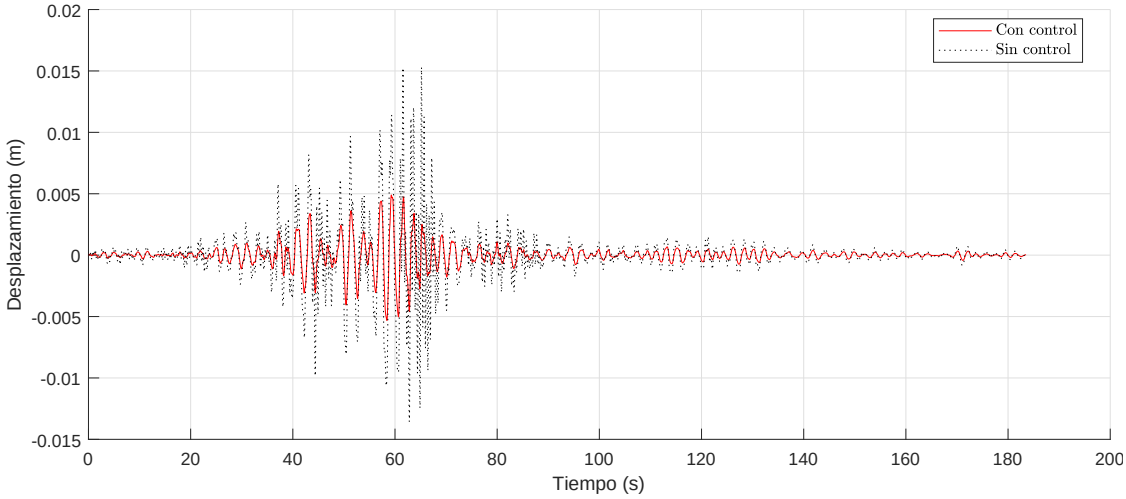
Control de la respuesta de un sistema de un grado de libertad

En esta sección se resuelve el problema presentado en la Sección 2.9.4 empleando RK6-I con cuadraturas rectangulares.

La ecuación de movimiento en variable estado está dada por

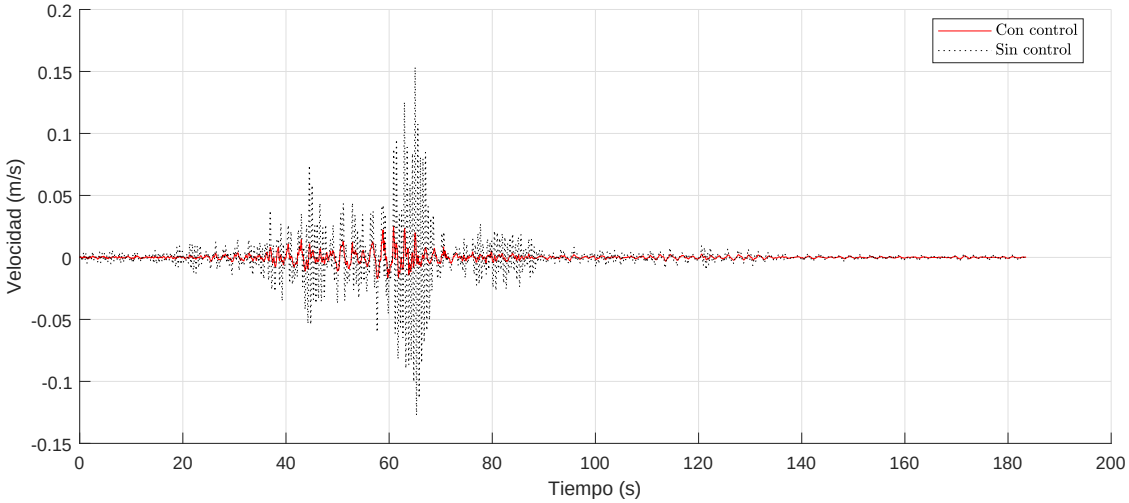
$$\dot{\mathbf{z}}_k = \begin{bmatrix} 0.0000 & 1.0000 \\ -157.9164 & -1.2567 \end{bmatrix} \mathbf{z}_k + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_{g,k} + \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 \\ -136.4229 & -27.6213 \end{bmatrix} \mathbf{z}_k$$

En la Figura 3.26 se muestran las respuestas obtenidas.

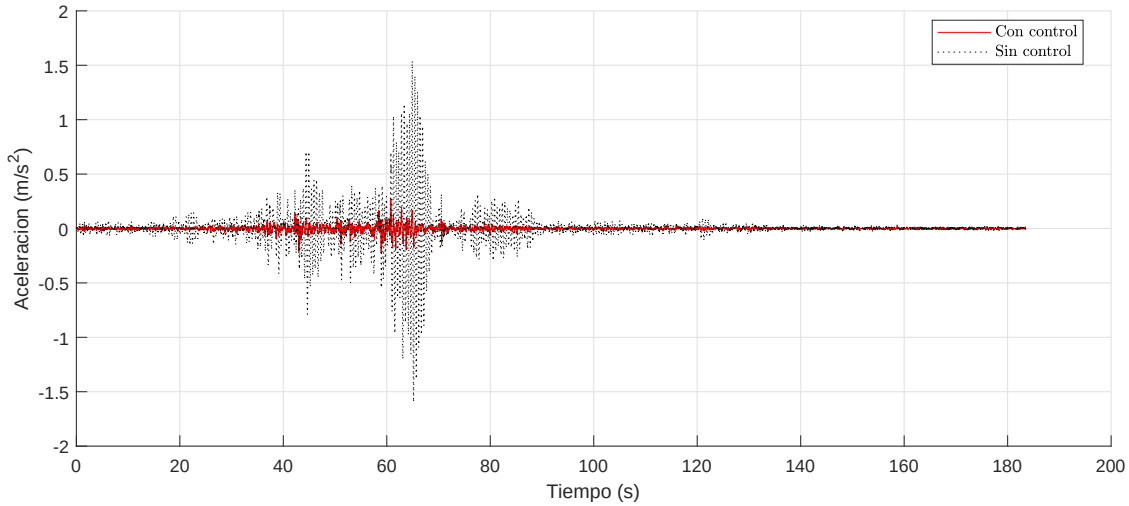


(A) Desplazamiento

FIGURA 3.26: Respuestas del sistema de un grado de libertad con control al registro de SCT



(B) Velocidad



(C) Aceleración

FIGURA 3.26: Respuestas del sistema de un grado de libertad con control al registro de SCT (continuación)

Los valores de las respuestas máximas del sistema con control y sin él, y su porcentaje de disminución para el registro de SCT se muestran la Tabla 3.12.

TABLA 3.12: Respuesta máxima del sistema de un grado de libertad con control

Tipo de respuesta	Sin control	Con control	Dism. máxima	Dism. global
Desplazamiento (m)	0.0153	0.0053	65.19 %	57.19 %
Velocidad (m/s)	0.1536	0.0251	83.66 %	83.29 %
Aceleración (m/s^2)	1.5953	0.2722	82.94 %	89.70 %

Los resultados muestran que existe una reducción en las respuestas de desplazamiento, velocidad y aceleración empleando el control de ciclo cerrado. La disminución es menor para el desplazamiento, se incrementa en la velocidad y la mayor disminución se

obtiene en la aceleración tanto para la respuesta global, sin embargo, se logra un mejor control de la velocidad de manera máxima en comparación con la aceleración. Para este sistema, emplear un control de ciclo cerrado disminuye todas las respuestas sin hacer cambios en las propiedades dinámicas de la estructura para el registro de SCT empleado.

Apéndice

3.A. Manual de usuario integracion_RK6i.m

3.A.1. Generalidades

Se presenta el manual de usuario del script de Matlab llamado integracion_RK6i.m. El script permite conocer la respuesta dinámica elástica de una estructura idealizada como un sistema de n grados de libertad, (ver Figura 3.27). Se emplea la formulación de variable estado y el integrador RK6-I aproximando la función de fuerzas con trapecios y rectángulos de punto medio.

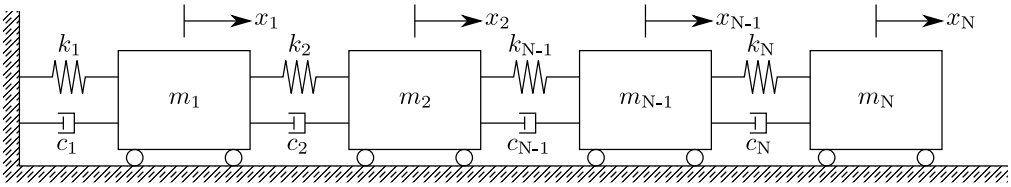


FIGURA 3.27: Sistema de n grados de libertad

Se requiere conocer de la estructura las matrices de masas, **M**; de amortiguamiento, **C**; y de rigidez, **K**. Además, se requiere conocer las fuerzas externas aplicadas, bien se trate de un registro sísmico en (m/s^2), $\ddot{\mathbf{x}}_g(t)$; un registro de velocidades de viento, $\mathbf{U}(t)$, y sus correspondientes coeficientes de arrastre, área expuesta en la dirección longitudinal y densidad del aire; o bien un registro de fuerzas aplicadas en las masas, $\mathbf{F}_e(t)$.

La integración se realiza empleando la formulación variable estado Hart y Wong, 2000, y el método RK6-I, el cual es implícito y, por lo tanto, es más adecuado para resolver problemas rígidos. La solución del sistema no lineal de ecuaciones resultante se realiza con el método de Newton-Raphson para obtener una velocidad de convergencia cuadrática. Las fuerzas aplicadas al sistema se aproximan empleando cuadraturas trapezoidales o rectangulares de punto medio.

3.A.2. Modo de empleo

Archivos requeridos

Para la ejecución del script se requiere crear de manera externa un conjunto de archivos y colocarlos, preferentemente, en el directorio donde se encuentra el script, aunque si no se encuentran en el directorio, el script es capaz de leerlos correctamente. Los formatos admitidos son de texto delimitados por tabulaciones o por comas, (ver Figura 3.28), sin importar la extensión o nombre del archivo. Se debe crear un archivo individual que contenga las siguientes matrices:

- Matriz de masas
- Matriz de amortiguamiento
- Matriz de rigidez

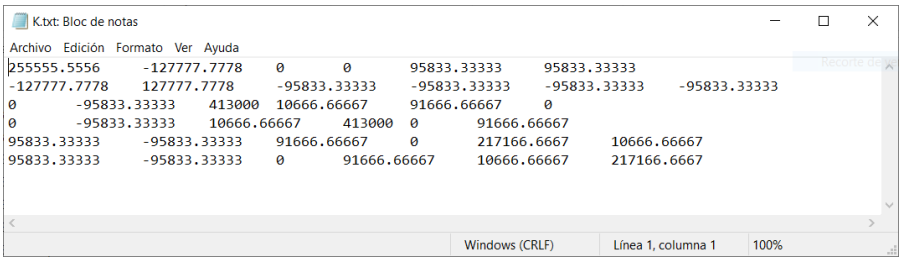


FIGURA 3.28: Archivo de datos delimitado por tabulaciones

Debe incluirse, también, un archivo de datos con las acciones externas para el análisis. El formato del archivo admitido es de texto delimitado por tabulaciones o por comas. Si el archivo contiene excitaciones sísmicas deben colocarse dos columnas, la primera corresponde al tiempo y la segunda a la aceleración del terreno, (ver Figura 3.29). Si fuera el caso de fuerzas aplicadas en las masas, la primer columna corresponde al tiempo, y las siguientes, a las acciones aplicadas en las masas ordenadas de izquierda derecha por nivel, (ver Figura 3.30). Finalmente, si el archivo corresponde a un registro de velocidades del viento, se debe colocar en la primer columna del archivo de acciones al tiempo, y las siguientes, a las velocidades del viento simuladas; y también se requiere un archivo adicional que contenga las propiedades aeroelásticas de la estructura por nivel, es decir, tendra el producto de los coeficientes $\rho C_d A$, colocados por nivel de manera ascendente en una sola columna, (ver Figura 3.31).

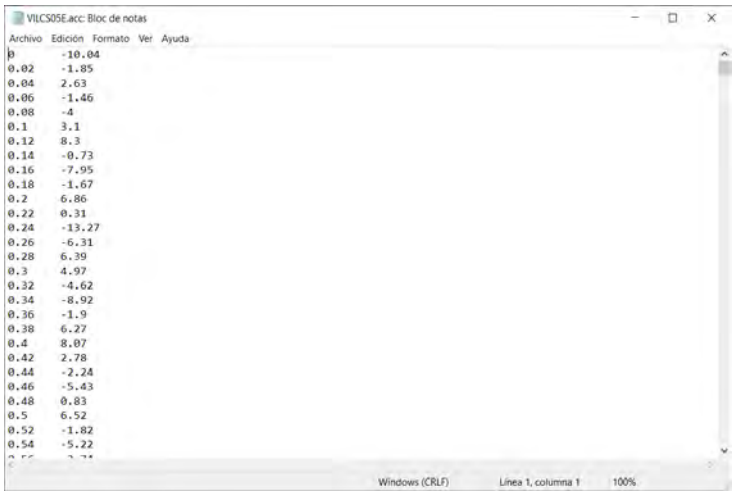


FIGURA 3.29: Registro sísmico

Las unidades empleadas en los datos de entrada deben ser consistentes para que la respuesta sea entregada en m.

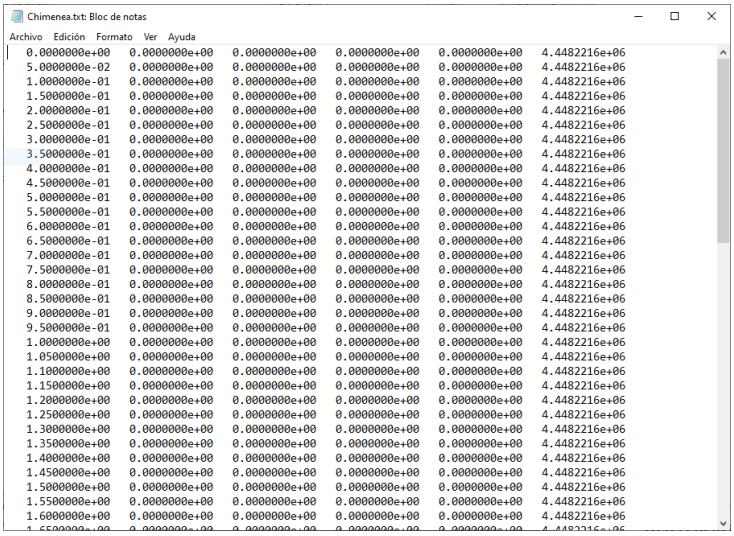
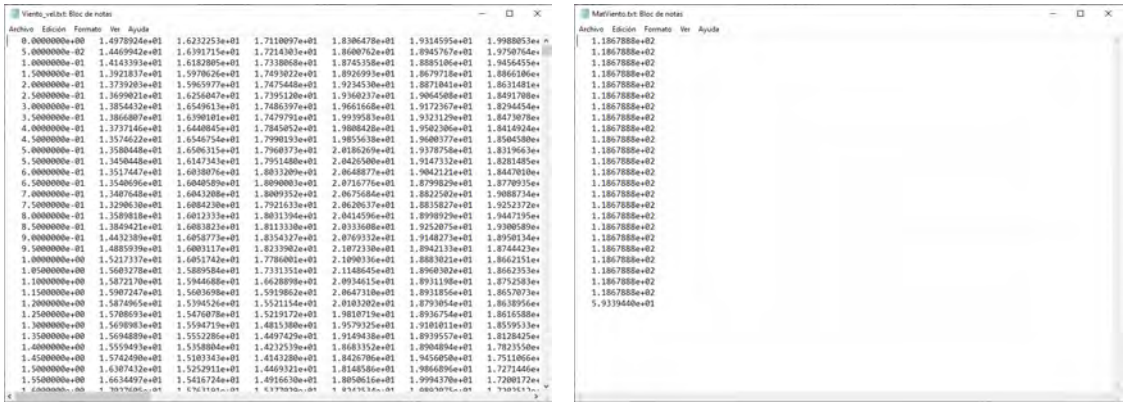


FIGURA 3.30: Fuerzas en las masas



(A) Registro de velocidades (B) Propiedades aeroelásticas

FIGURA 3.31: Acciones eólicas

Ejecución del programa

Una vez generados y almacenados los archivos de las matrices y acciones necesarios, se procede a ejecutar el script (ver Figura 3.32). Durante la ejecución, se pide que seleccione de manera interactiva los archivos en el orden en que se piden, (ver Figura 3.33). Una vez seleccionado el archivo de acciones, el programa pregunta si las acciones son un registro sísmico, (ver Figura 3.34); en caso que se seleccione que no son un registro sísmico, se preguta si son un registro de velocidades de viento, (ver Figura 3.35), si se responde afirmativamente a esta pregunta, se pide que seleccione de forma dinámica el archivo con las propiedades aeroelásticas del sistema, (ver Figura 3.36). La última consulta es para considerar si la función de fuerzas se aproxima mediante cuadraturas por trapecios o por rectángulos de punto medio (ver Figura 3.37).

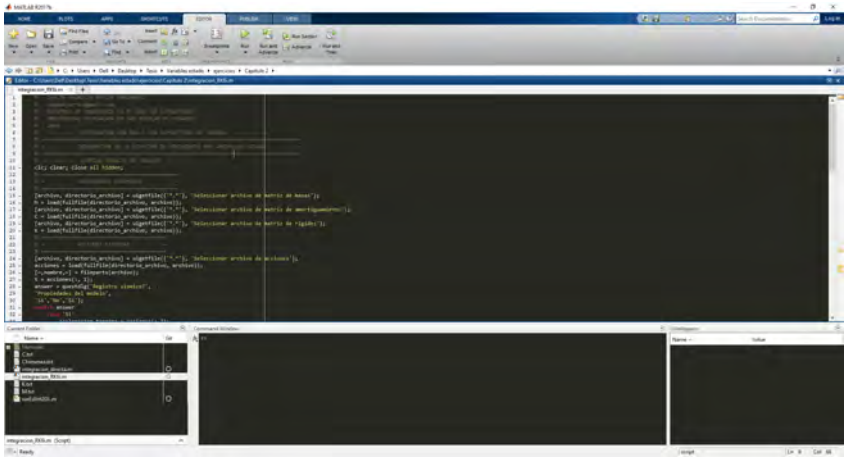


FIGURA 3.32: Ejecución del script

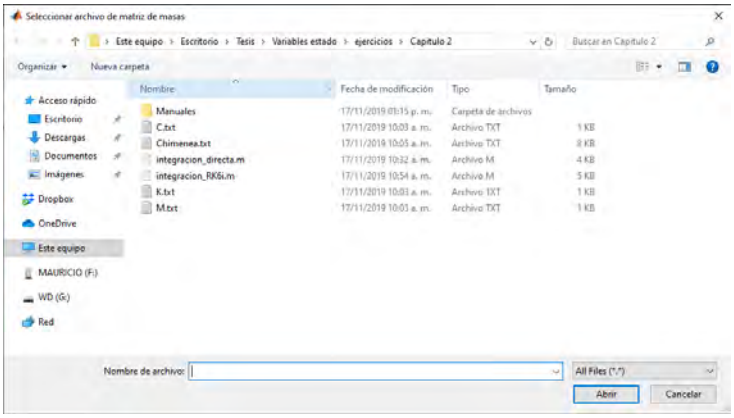


FIGURA 3.33: Entrada dinámica de archivos

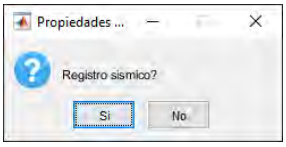


FIGURA 3.34: Selección del tipo de acciones

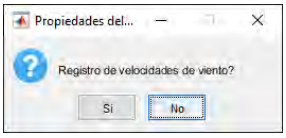


FIGURA 3.35: Selección del tipo de acciones en las masas

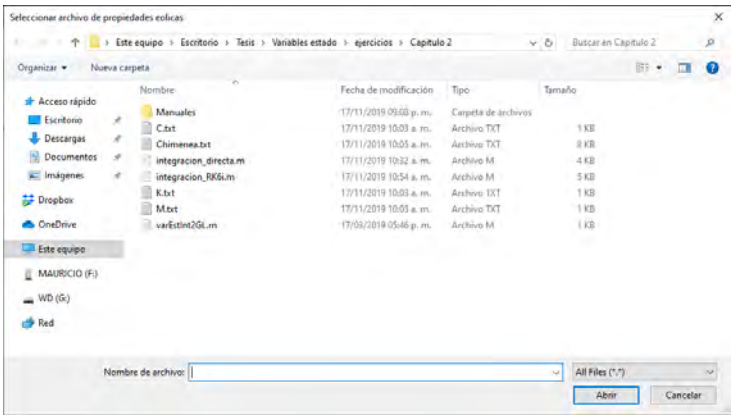


FIGURA 3.36: Archivo de propiedades aeroelásticas

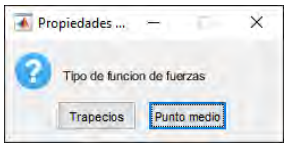


FIGURA 3.37: Selección del tipo de función de fuerzas

Resultados del programa

El script crea un directorio llamado Respuestas, (ver Figura 3.38), donde coloca, en formato de gráficos vectoriales (eps), las gráficas de la respuesta dinámica por nivel con el nombre del archivo de acciones introducido, (ver Figura 3.39). El sufijo de los archivos está conformado por una letra y un número. La letra D corresponde a desplazamientos, V a velocidades, y A a aceleraciones; el número del sufijo corresponde al nivel graficado.

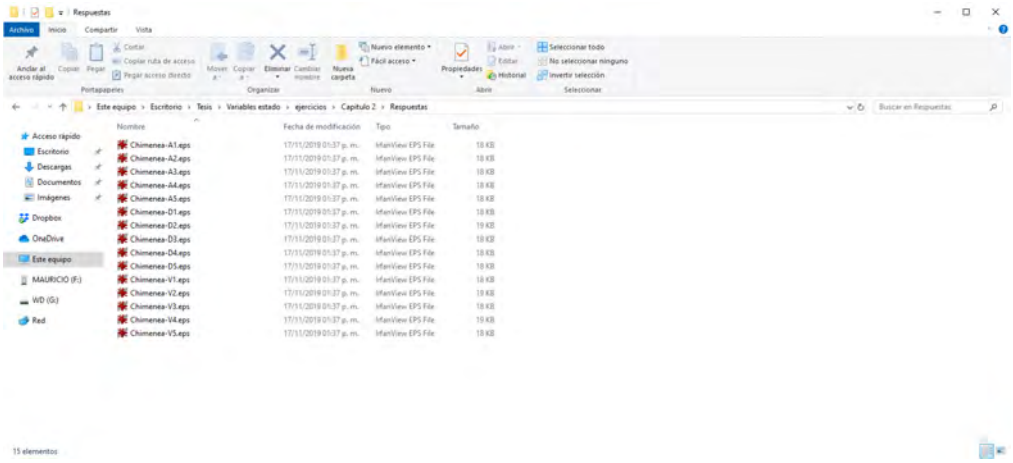


FIGURA 3.38: Directorio con las gráficas de las respuestas dinámicas

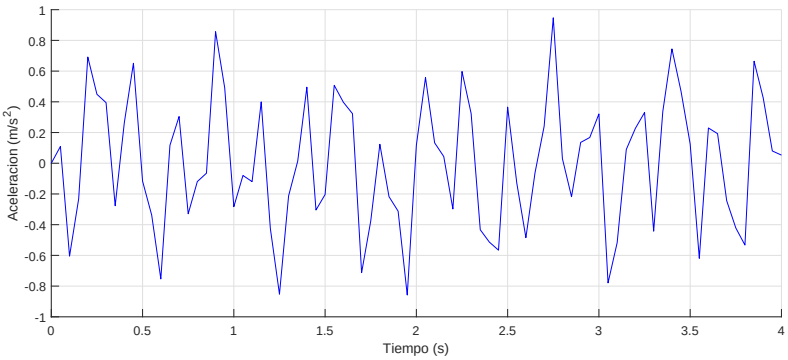


FIGURA 3.39: Respuesta dinámica de los grados de libertad

También se reporta la respuesta dinámica en un archivo de Excel, (ver Figura 3.40), donde se coloca una hoja para los desplazamientos, una para las velocidades y una para las aceleraciones. En cada una de las hojas se reporta el tiempo en la primer columna y la respuesta por nivel en las siguientes.

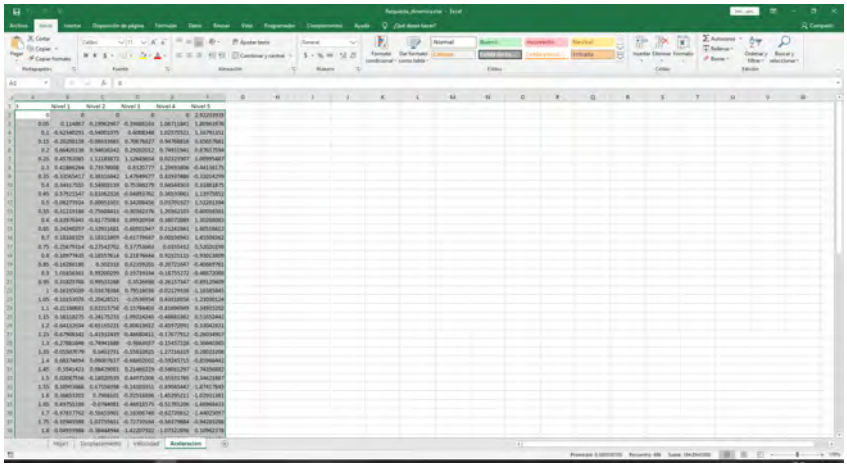


FIGURA 3.40: Resultados en Excel

Se debe tener precaución ya que en la ejecución se borra la carpeta con las respuestas y el archivo de Excel de un análisis previo. Si existe un análisis previo, y es de interés conservarlo, se recomienda respaldarlo con otro nombre, o bien, colocarlo en otro directorio.

3.B. Manual de usuario integracion_amortiguamiento_RK6i.m

3.B.1. Generalidades

Se presenta el manual de usuario del script de Matlab llamado integracion_ amortiguamiento_ RK6i.m. El script permite conocer la respuesta dinámica elástica de una estructura idealizada como un sistema de n grados de libertad, con n amortiguadores viscosos cuya relación puede ser no lineal, (ver Figura 3.41). Se emplea la formulación de variable estado y el integrador RK6-I aproximando la función de fuerzas con trapecios y rectángulos de punto medio.

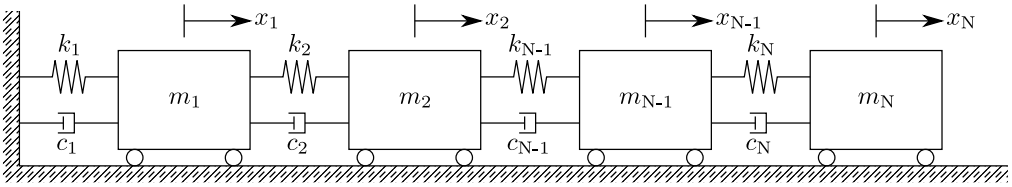


FIGURA 3.41: Sistema de n grados de libertad

Se requiere conocer de la estructura las matrices de masas, **M**; de amortiguamiento, **C**; y de rigidez, **K**. Además, se requiere conocer las fuerzas externas aplicadas, bien se trate de un registro sísmico en (m/s^2), $\ddot{\mathbf{x}}_g(t)$; o bien un registro de fuerzas aplicadas en las masas, $\mathbf{F}_e(t)$. También se requiere conocer los coeficientes de amortiguamiento de los amortiguadores viscosos, $\mathbf{c}_{md}$; y los coeficientes de ley potencial de los amortiguadores viscosos, $\boldsymbol{\eta}$.

La integración se realiza empleando la formulación variable estado Hart y Wong, 2000, y el método RK6-I, el cual es implícito y, por lo tanto, es más adecuado para resolver problemas rígidos. Se observa que cuando los coeficientes de ley potencial son distintos de la unidad vuelven más rígido al problema. El Jacobiano se aproxima empleando diferencias centradas. La solución del sistema no lineal de ecuaciones resultante se realiza con el método de Newton-Raphson para obtener una velocidad de convergencia cuadrática. Las fuerzas aplicadas al sistema se aproximan empleando cuadraturas trapezoidales o rectangulares de punto medio.

3.B.2. Modo de empleo

Archivos requeridos

Para la ejecución del script se requiere crear de manera externa un conjunto de archivos y colocarlos, preferentemente, en el directorio donde se encuentra el script, aunque si no se encuentran en el directorio, el script es capaz de leerlos correctamente. Los formatos admitidos son de texto delimitados por tabulaciones o por comas, (ver Figura 3.42), sin importar la extensión o nombre del archivo. Se debe crear un archivo individual que contenga las siguientes matrices:

- Matriz de masas
- Matriz de amortiguamiento
- Matriz de rigidez

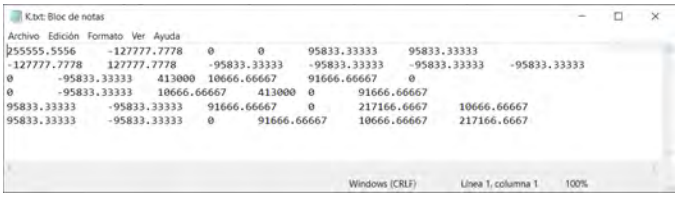


FIGURA 3.42: Archivo de datos delimitado por tabulaciones

Debe incluirse, también, un archivo de datos con las acciones externas para el análisis. El formato del archivo admitido es de texto delimitado por tabulaciones o por comas. Si el archivo contiene excitaciones sísmicas deben colocarse dos columnas, la primera corresponde al tiempo y la segunda a la aceleración del terreno, (ver Figura 3.43). Si fuera el caso de fuerzas aplicadas en las masas, la primer columna corresponde al tiempo, y las siguientes, a las acciones aplicadas en las masas ordenadas de izquierda derecha por nivel, (ver Figura 3.44).

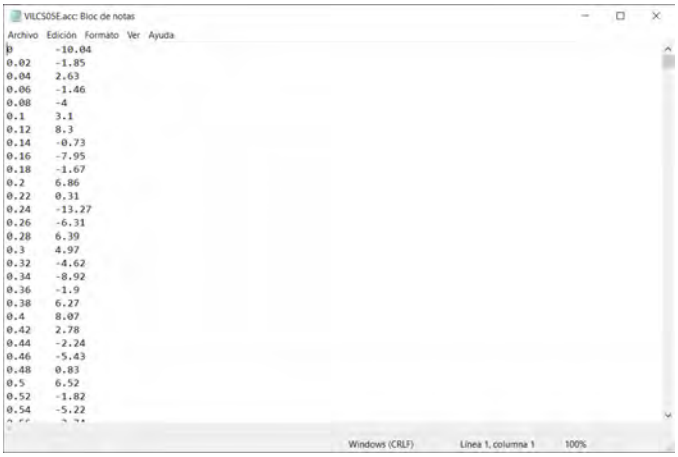


FIGURA 3.43: Registro sísmico

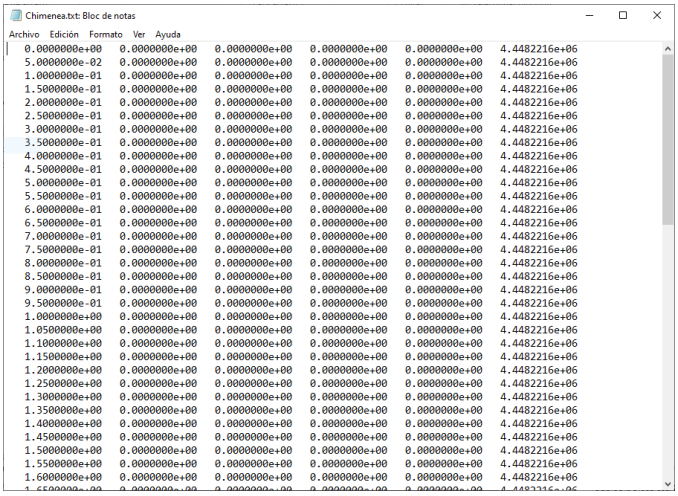


FIGURA 3.44: Fuerzas en las masas

Además, se debe incluir un archivo de texto delimitado las propiedades de los amortiguadores viscosos, donde en la primer columna se encuentren los coeficientes de amortiguamiento y en la segunda columna se encuentren las leyes de potencia por nivel de la estructura, (ver Figura 3.45).

FIGURA 3.45: Propiedades de los amortiguadores viscosos

Las unidades empleadas en los datos de entrada deben ser consistentes para que la respuesta sea entregada en m.

Ejecución del programa

Una vez generados y almacenados los archivos de las matrices y acciones necesarios, se procede a ejecutar el script (ver Figura 3.46). Durante la ejecución, se pide que seleccione de manera interactiva los archivos en el orden en que se piden, (ver Figura 3.47). Una vez seleccionado el archivo de acciones, el programa pregunta si las acciones son un registro sísmico, (ver Figura 3.48). A continuación se solicita que seleccine de manera interactiva el archivo con las propiedades de los amortiguadores, (ver Figura 3.49). La última consulta es para considerar si la función de fuerzas se aproxima mediante cuadraturas por trapecios o por rectángulos de punto medio (ver Figura 3.50).

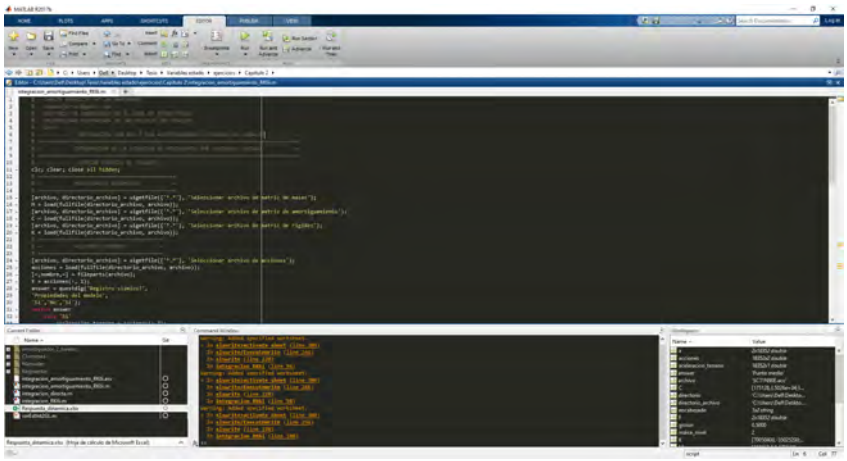


FIGURA 3.46: Ejecución del script

Resultados del programa

El script crea un directorio llamado Respuestas, (ver Figura 3.51), donde coloca, en formato de gráficos vectoriales (eps), las gráficas de la respuesta dinámica por nivel con el nombre del archivo de acciones introducido, (ver Figura 3.52). El sufijo de los archivos está conformado por una letra y un número. La letra D corresponde a desplazamientos, V a velocidades, y A a aceleraciones; el número del sufijo corresponde al nivel graficado.

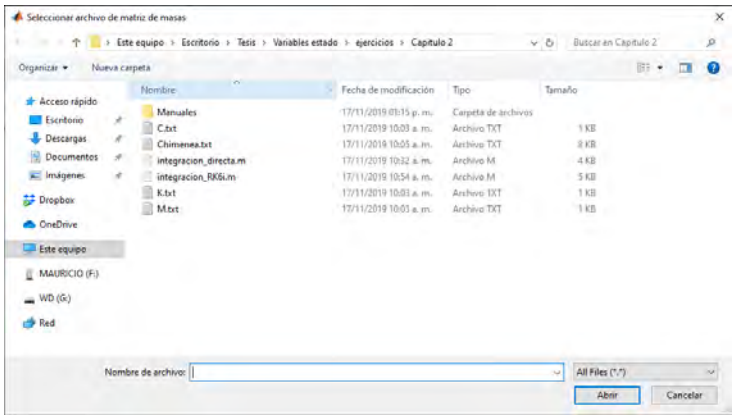


FIGURA 3.47: Entrada dinámica de archivos

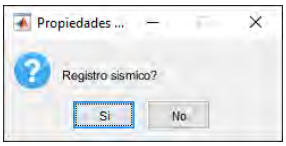


FIGURA 3.48: Selección del tipo de acciones

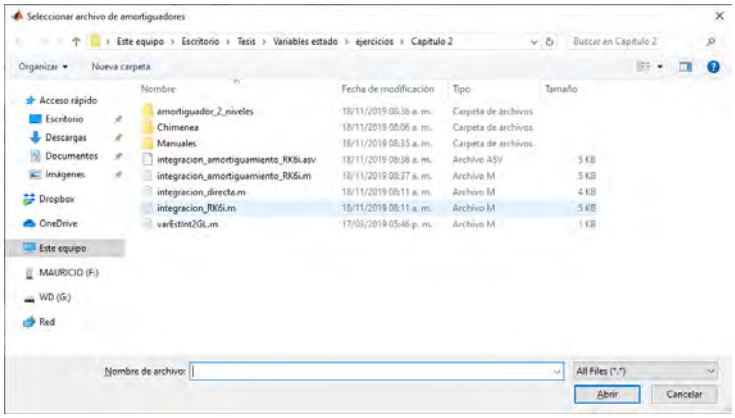


FIGURA 3.49: Selección de archivo de propiedades de los amortiguadores

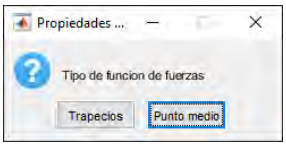


FIGURA 3.50: Selección del tipo de función de fuerzas

También se reporta la respuesta dinámica en un archivo de Excel, (ver Figura 3.53), donde se coloca una hoja para los desplazamientos, una para las velocidades y una para las aceleraciones. En cada una de las hojas se reporta el tiempo en la primer columna y la respuesta por nivel en las siguientes.

Se debe tener precaución ya que en la ejecución se borra la carpeta con las respuestas y el archivo de Excel de un análisis previo. Si existe un análisis previo, y es de interés

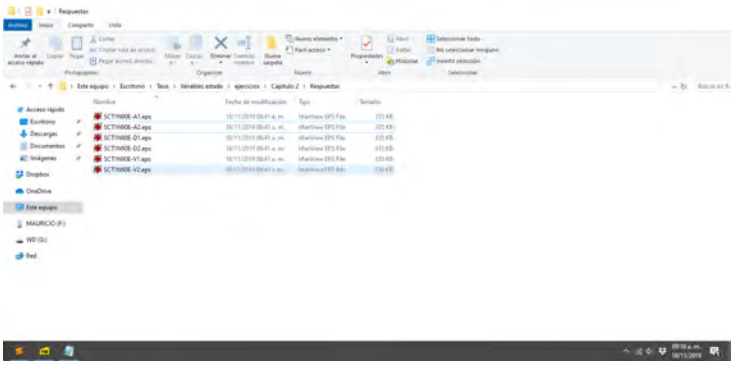


FIGURA 3.51: Directorio con las gráficas de las respuestas dinámicas

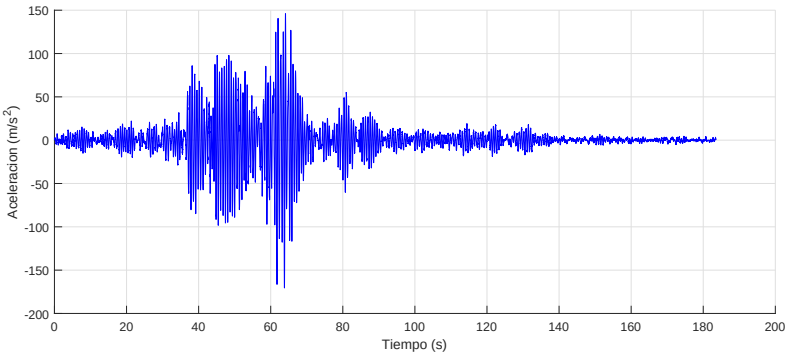


FIGURA 3.52: Respuesta dinámica de los grados de libertad

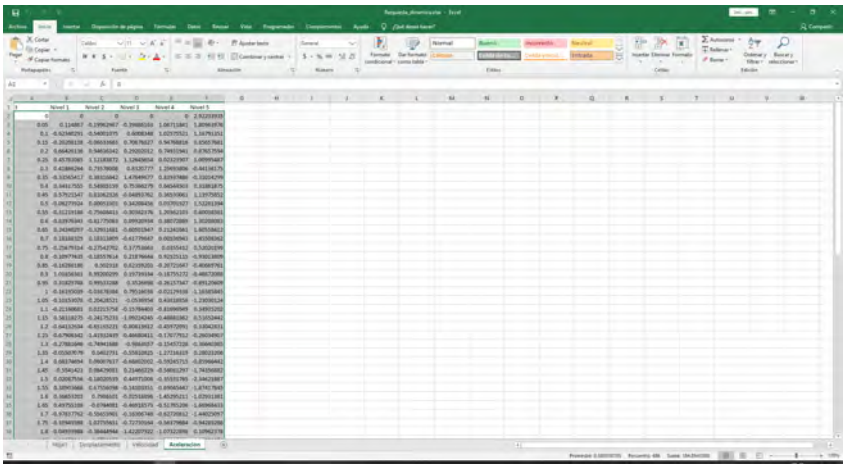


FIGURA 3.53: Resultados en Excel

conservarlo, se recomienda respaldarlo con otro nombre, o bien, colocarlo en otro directorio.

3.C. Manual de usuario integracion_control_RK6i.m

3.C.1. Generalidades

Se presenta el manual de usuario del script de Matlab llamado integracion_ control_ RK6i.m. El script permite conocer la respuesta dinámica elástica de una estructura idealizada como un sistema de n grados de libertad, con n dispositivos de control activo de ciclo abierto, cerrado o combinado, (ver Figura 3.54). Se emplea la formulación de variable estado y el integrador RK6-I aproximando la función de fuerzas con trapecios y rectángulos de punto medio.

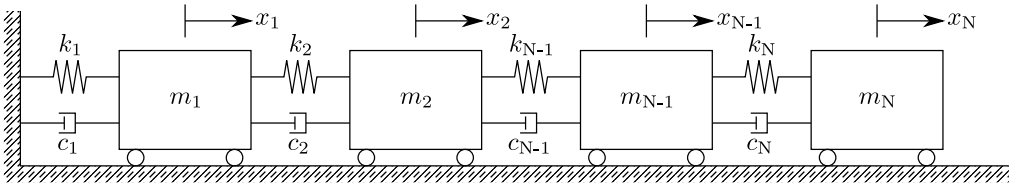


FIGURA 3.54: Sistema de n grados de libertad

Se requiere conocer de la estructura las matrices de masas, **M**; de amortiguamiento, **C**; y de rigidez, **K**. Además, se requiere conocer las fuerzas externas aplicadas, bien se trate de un registro sísmico en (m/s^2), $\ddot{\mathbf{x}}_g(t)$; o bien un registro de fuerzas aplicadas en las masas, $\mathbf{F}_e(t)$. También se requiere conocer los coeficientes de control de fuerzas, desplazamientos y velocidades, $\mathbf{f}_c$, $\mathbf{f}_{c1}$ y $\mathbf{f}_{c2}$, respectivamente; y la matriz de distribución de las fuerzas de control, **D**.

La integración se realiza empleando la formulación variable estado Hart y Wong, 2000, y el método RK6-I, el cual es implícito y, por lo tanto, es más adecuado para resolver problemas rígidos. El Jacobiano se aproxima empleando diferencias centradas. La solución del sistema no lineal de ecuaciones resultante se realiza con el método de Newton-Raphson para obtener una velocidad de convergencia cuadrática. Las fuerzas aplicadas al sistema se aproximan empleando cuadraturas trapezoidales o rectangulares de punto medio.

3.C.2. Modo de empleo

Archivos requeridos

Para la ejecución del script se requiere crear de manera externa un conjunto de archivos y colocarlos, preferentemente, en el directorio donde se encuentra el script, aunque si no se encuentran en el directorio, el script es capaz de leerlos correctamente. Los formatos admitidos son de texto delimitados por tabulaciones o por comas, (ver Figura 3.55), sin importar la extensión o nombre del archivo. Se debe crear un archivo individual que contenga las siguientes matrices:

- Matriz de masas
- Matriz de amortiguamiento
- Matriz de rigidez

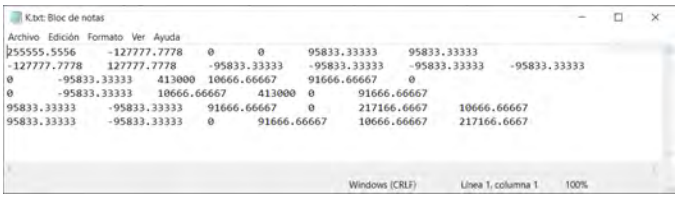


FIGURA 3.55: Archivo de datos delimitado por tabulaciones

Debe incluirse, también, un archivo de datos con las acciones externas para el análisis. El formato del archivo admitido es de texto delimitado por tabulaciones o por comas. Si el archivo contiene excitaciones sísmicas deben colocarse dos columnas, la primera corresponde al tiempo y la segunda a la aceleración del terreno, (ver Figura 3.56). Si fuera el caso de fuerzas aplicadas en las masas, la primer columna corresponde al tiempo, y las siguientes, a las acciones aplicadas en las masas ordenadas de izquierda derecha por nivel, (ver Figura 3.57).

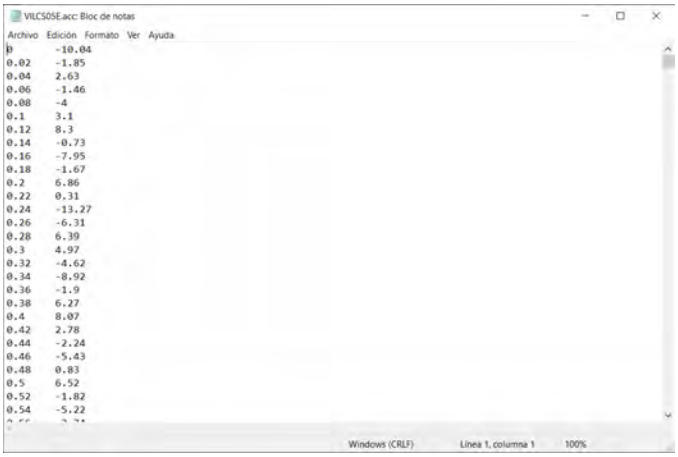


FIGURA 3.56: Registro sísmico

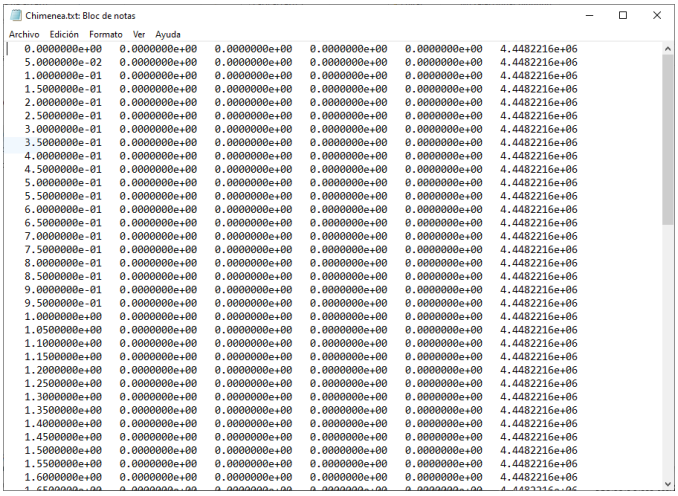


FIGURA 3.57: Fuerzas en las masas

Además, se debe incluir un archivo de texto delimitado con los coeficientes de control en tres columnas, en la primer columna se encuentran los coeficientes de desplazamiento, en la segunda los de las velocidades y en la tercera los de la fuerza externa, colocados por nivel ordenados del nivel más bajo hasta el superior, (ver Figura 3.58). Y se debe generar un archivo de texto delimitado con la matriz de distribución de las fuerzas de control, (ver Figura 3.59).

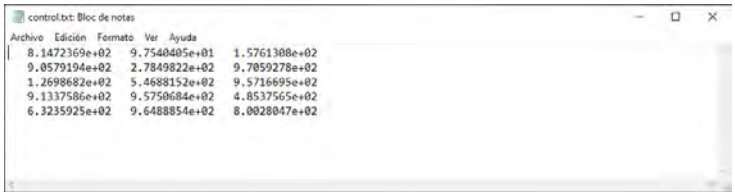


FIGURA 3.58: Propiedades de los dispositivos de control

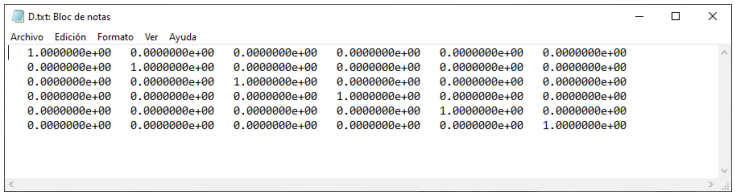


FIGURA 3.59: Matriz de distribución de las fuerzas de control

Las unidades empleadas en los datos de entrada deben ser consistentes para que la respuesta sea entregada en m.

Ejecución del programa

Una vez generados y almacenados los archivos de las matrices y acciones necesarios, se procede a ejecutar el script (ver Figura 3.60). Durante la ejecución, se pide que seleccione de manera interactiva los archivos en el orden en que se piden, (ver Figura 3.61). Una vez seleccionado el archivo de acciones, el programa pregunta si las acciones son un registro sísmico, (ver Figura 3.62). A continuación se solicita que seleccione de manera interactiva el archivo con los coeficientes de los dispositivos de control, (ver Figura 3.63), y la matriz de distribución de las fuerzas de control, (ver Figura 3.64). La última consulta es para considerar si la función de fuerzas se aproxima mediante cuadraturas por trapecios o por rectángulos de punto medio (ver Figura 3.65).

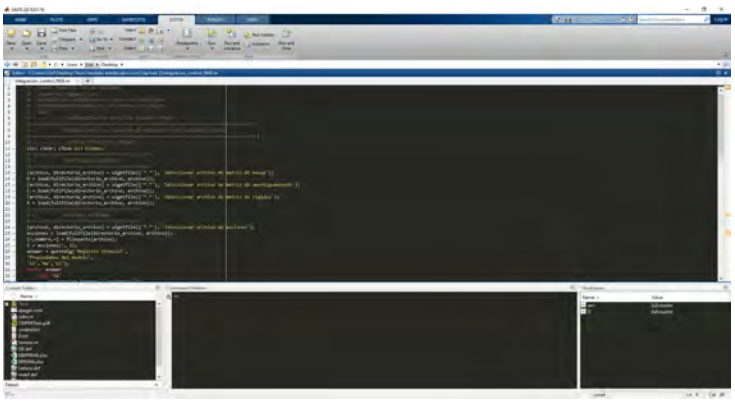


FIGURA 3.60: Ejecución del script

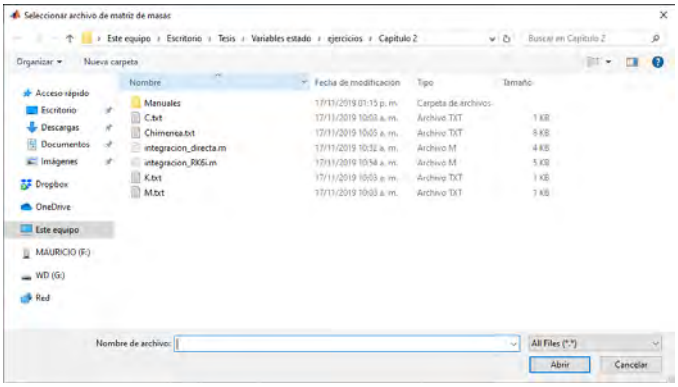


FIGURA 3.61: Entrada dinámica de archivos

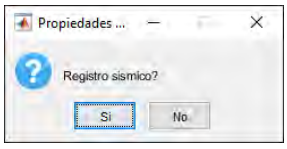


FIGURA 3.62: Selección del tipo de acciones

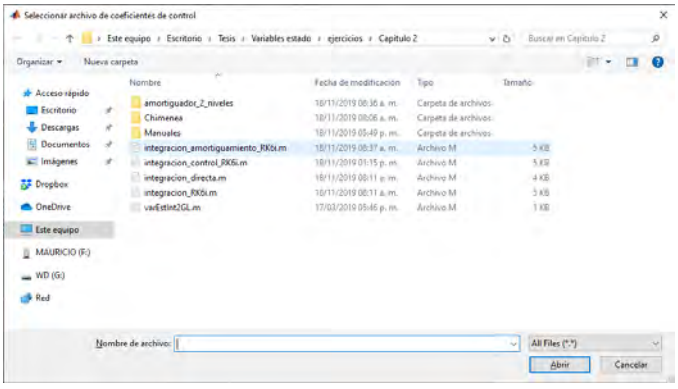


FIGURA 3.63: Selección de archivo de coeficientes de los dispositivos

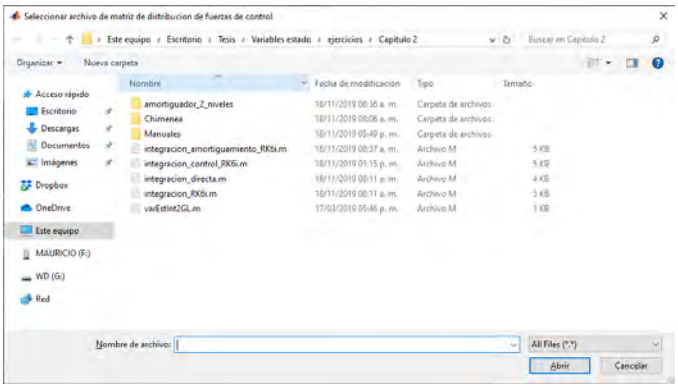


FIGURA 3.64: Selección de archivo de matriz de distribución de fuerzas

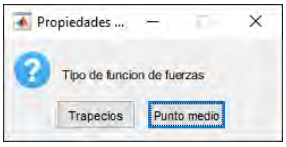


FIGURA 3.65: Selección del tipo de función de fuerzas

Resultados del programa

El script crea un directorio llamado Respuestas, (ver Figura 3.66), donde coloca, en formato de gráficos vectoriales (eps), las gráficas de la respuesta dinámica por nivel con el nombre del archivo de acciones introducido, (ver Figura 3.67). El sufijo de los archivos está conformado por una letra y un número. La letra D corresponde a desplazamientos, V a velocidades, y A a aceleraciones; el número del sufijo corresponde al nivel graficado.

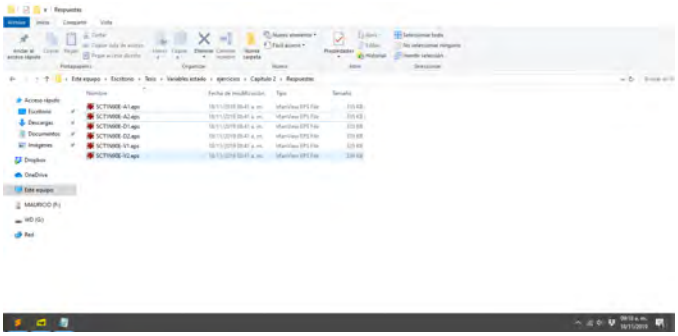


FIGURA 3.66: Directorio con las gráficas de las respuestas dinámicas

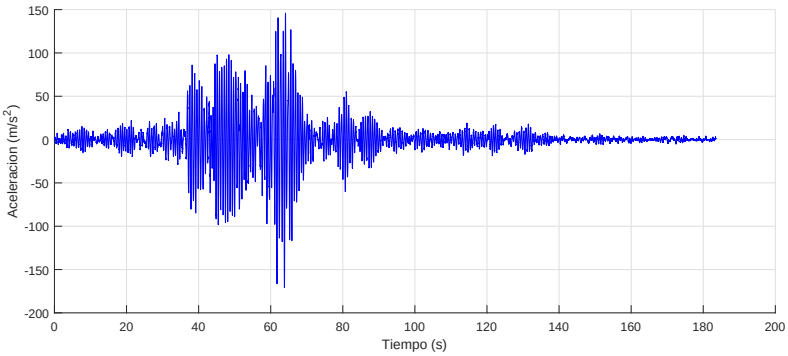


FIGURA 3.67: Respuesta dinámica de los grados de libertad

También se reporta la respuesta dinámica en un archivo de Excel, (ver Figura 3.68), donde se coloca una hoja para los desplazamientos, una para las velocidades y una para las aceleraciones. En cada una de las hojas se reporta el tiempo en la primer columna y la respuesta por nivel en las siguientes.

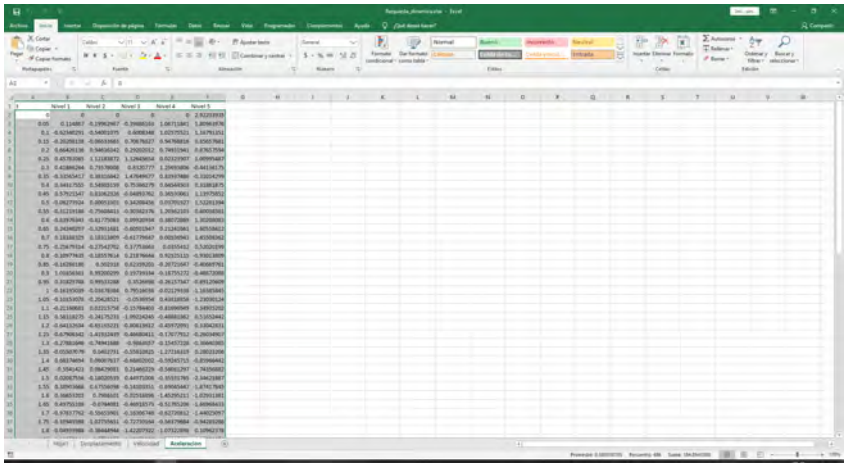


FIGURA 3.68: Resultados en Excel

Se debe tener precaución ya que en la ejecución se borra la carpeta con las respuestas y el archivo de Excel de un análisis previo. Si existe un análisis previo, y es de interés conservarlo, se recomienda respaldarlo con otro nombre, o bien, colocarlo en otro directorio.

3.D. Manual de usuario integracion_bathe.m

3.D.1. Generalidades

Se presenta el manual de usuario del script de Matlab llamado integracion_bathe.m. El script permite conocer la respuesta dinámica elástica de una estructura idealizada como un sistema de n grados de libertad, (ver Figura 3.69). Se emplea el integrador de segundo orden propuesto en Bathe y Noh, 2012.

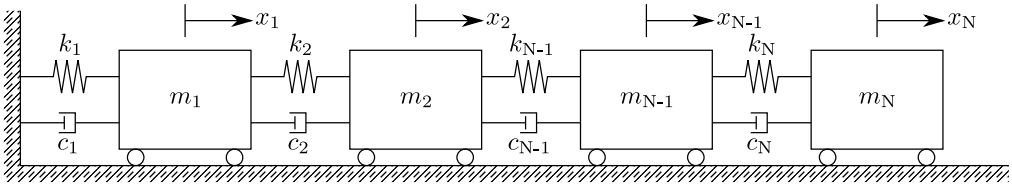


FIGURA 3.69: Sistema de n grados de libertad

Se requiere conocer de la estructura las matrices de masas, **M**; de amortiguamiento, **C**; y de rigidez, **K**. Además, se requiere conocer las fuerzas externas aplicadas, bien se trate de un registro sísmico en (m/s^2), $\ddot{\mathbf{x}}_g(t)$, o bien un registro de fuerzas aplicadas en las masas, $\mathbf{F}_e(t)$.

3.D.2. Modo de empleo

Archivos requeridos

Para la ejecución del script se requiere crear de manera externa un conjunto de archivos y colocarlos, preferentemente, en el directorio donde se encuentra el script, aunque si no se encuentran en el directorio, el script es capaz de leerlos correctamente. Los formatos admitidos son de texto delimitados por tabulaciones o por comas, (ver Figura 3.70), sin importar la extensión o nombre del archivo. Se debe crear un archivo individual que contenga las siguientes matrices:

- Matriz de masas
- Matriz de amortiguamiento
- Matriz de rigidez

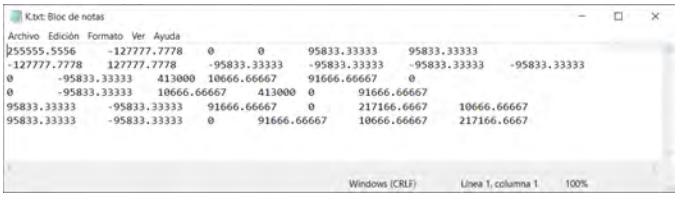


FIGURA 3.70: Archivo de datos delimitado por tabulaciones

Debe incluirse, también, un archivo de datos con las acciones externas para el análisis. El formato del archivo admitido es de texto delimitado por tabulaciones o por comas. Si el archivo contiene excitaciones sísmicas deben colocarse dos columnas, la primera corresponde al tiempo y la segunda a la aceleración del terreno, (ver Figura 3.71). Si fuera

el caso de fuerzas aplicadas en las masas, la primer columna corresponde al tiempo, y las siguientes, a las acciones aplicadas en las masas ordenadas de izquierda derecha por nivel, (ver Figura 3.72).

FIGURA 3.71: Registro sísmico

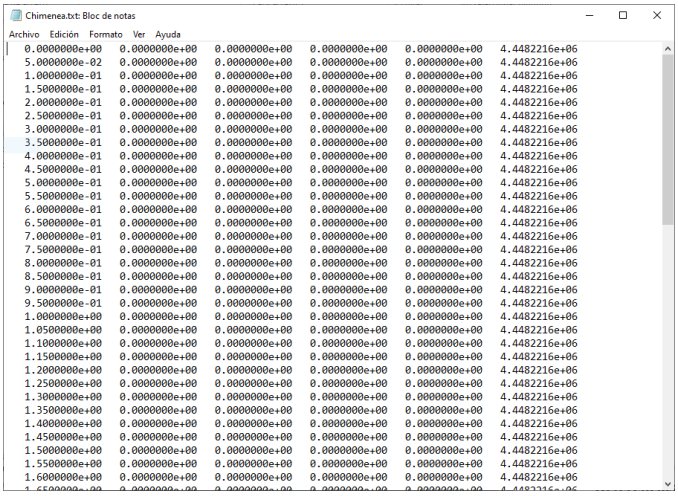


FIGURA 3.72: Fuerzas en las masas

Las unidades empleadas en los datos de entrada deben ser consistentes para que la respuesta sea entregada en m.

Ejecución del programa

Una vez generados y almacenados los archivos de las matrices y acciones necesarios, se procede a ejecutar el script (ver Figura 3.73). Durante la ejecución, se pide que seleccione de manera interactiva los archivos en el orden en que se piden, (ver Figura 3.74). Una vez seleccionado el archivo de acciones, el programa pregunta si las acciones son un registro sísmico o una excitación en las masas, (ver Figura 3.75) y realiza el análisis.

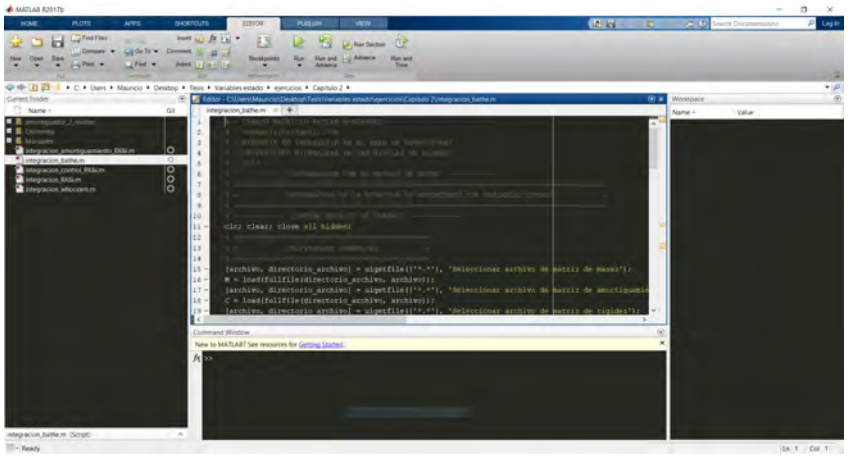


FIGURA 3.73: Ejecución del script

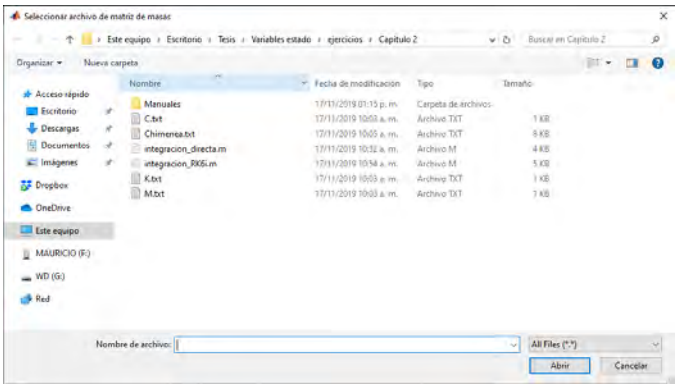


FIGURA 3.74: Entrada dinámica de archivos

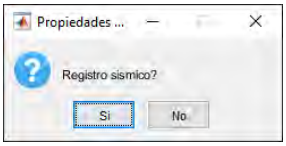


FIGURA 3.75: Selección del tipo de acciones

Resultados del programa

El script crea un directorio llamado Respuestas, (ver Figura 3.76), donde coloca, en formato de gráficos vectoriales (eps), las gráficas de la respuesta dinámica por nivel con el nombre del archivo de acciones introducido, (ver Figura 3.77). El sufijo de los archivos está conformado por una letra y un número. La letra D corresponde a desplazamientos, V a velocidades, y A a aceleraciones; el número del sufijo corresponde al nivel graficado.

También se reporta la respuesta dinámica en un archivo de Excel, (ver Figura 3.78), donde se coloca una hoja para los desplazamientos, una para las velocidades y una para las aceleraciones. En cada una de las hojas se reporta el tiempo en la primer columna y la respuesta por nivel en las siguientes.

Se debe tener precaución ya que en la ejecución se borra la carpeta con las respuestas

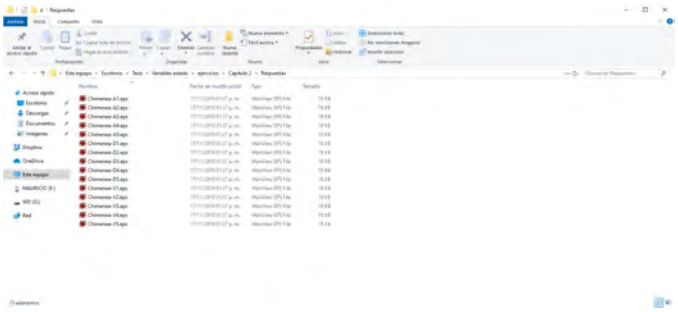


FIGURA 3.76: Directorio con las gráficas de las respuestas dinámicas

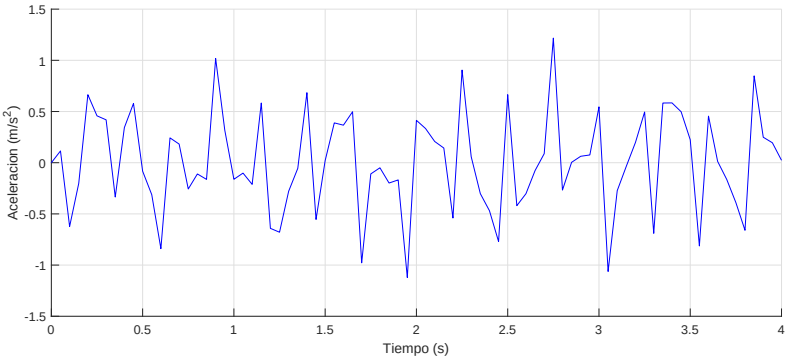


FIGURA 3.77: Respuesta dinámica de los grados de libertad

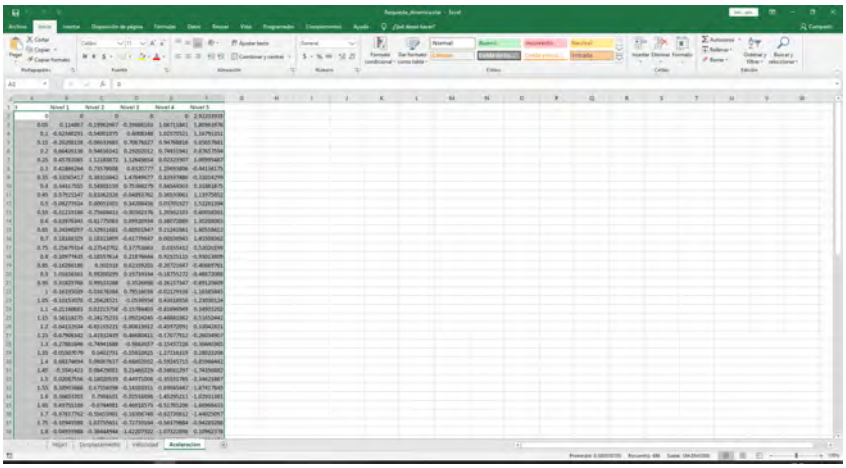


FIGURA 3.78: Resultados en Excel

y el archivo de Excel de un análisis previo. Si existe un análisis previo, y es de interés conservarlo, se recomienda respaldarlo con otro nombre, o bien, colocarlo en otro directorio.

3.E. Manual de usuario integracion_whooram.m

3.E.1. Generalidades

Se presenta el manual de usuario del script de Matlab llamado integracion_whooram.m. El script permite conocer la respuesta dinámica elástica de una estructura idealizada como un sistema de n grados de libertad, (ver Figura 3.79). Se emplea el integrador de segundo orden propuesto en Wooram, 2016.

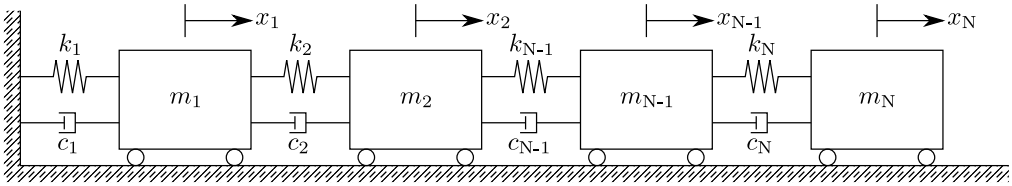


FIGURA 3.79: Sistema de n grados de libertad

Se requiere conocer de la estructura las matrices de masas, **M**; de amortiguamiento, **C**; y de rigidez, **K**. Además, se requiere conocer las fuerzas externas aplicadas, bien se trate de un registro sísmico en (m/s^2), $\ddot{\mathbf{x}}_g(t)$, o bien un registro de fuerzas aplicadas en las masas, $\mathbf{F}_e(t)$.

3.E.2. Modo de empleo

Archivos requeridos

Para la ejecución del script se requiere crear de manera externa un conjunto de archivos y colocarlos, preferentemente, en el directorio donde se encuentra el script, aunque si no se encuentran en el directorio, el script es capaz de leerlos correctamente. Los formatos admitidos son de texto delimitados por tabulaciones o por comas, (ver Figura 3.80), sin importar la extensión o nombre del archivo. Se debe crear un archivo individual que contenga las siguientes matrices:

- Matriz de masas
- Matriz de amortiguamiento
- Matriz de rigidez

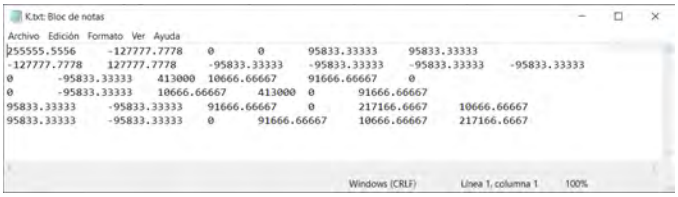


FIGURA 3.80: Archivo de datos delimitado por tabulaciones

Debe incluirse, también, un archivo de datos con las acciones externas para el análisis. El formato del archivo admitido es de texto delimitado por tabulaciones o por comas. Si el archivo contiene excitaciones sísmicas deben colocarse dos columnas, la primera corresponde al tiempo y la segunda a la aceleración del terreno, (ver Figura 3.81). Si fuera

el caso de fuerzas aplicadas en las masas, la primer columna corresponde al tiempo, y las siguientes, a las acciones aplicadas en las masas ordenadas de izquierda derecha por nivel, (ver Figura 3.82).

FIGURA 3.81: Registro sísmico

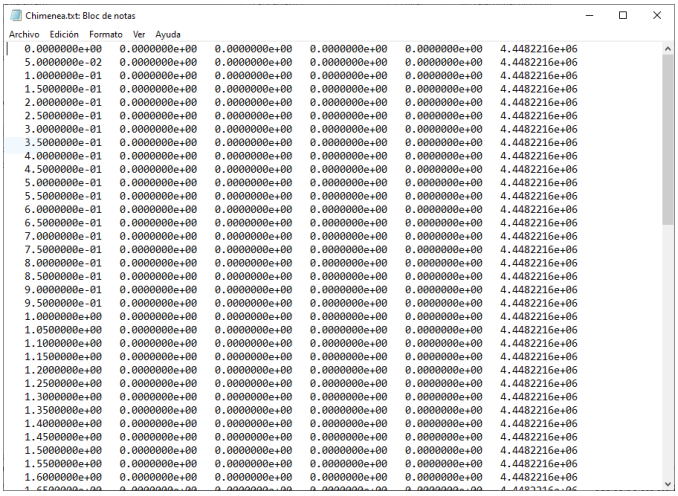


FIGURA 3.82: Fuerzas en las masas

Las unidades empleadas en los datos de entrada deben ser consistentes para que la respuesta sea entregada en m.

Ejecución del programa

Una vez generados y almacenados los archivos de las matrices y acciones necesarios, se procede a ejecutar el script (ver Figura 3.83). Durante la ejecución, se pide que seleccione de manera interactiva los archivos en el orden en que se piden, (ver Figura 3.84). Una vez seleccionado el archivo de acciones, el programa pregunta si las acciones son un registro sísmico o una excitación en las masas, (ver Figura 3.85) y realiza el análisis.

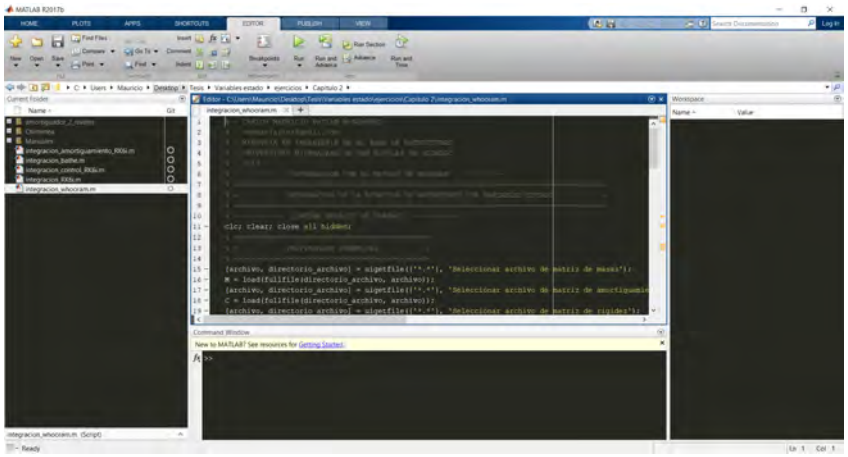


FIGURA 3.83: Ejecución del script

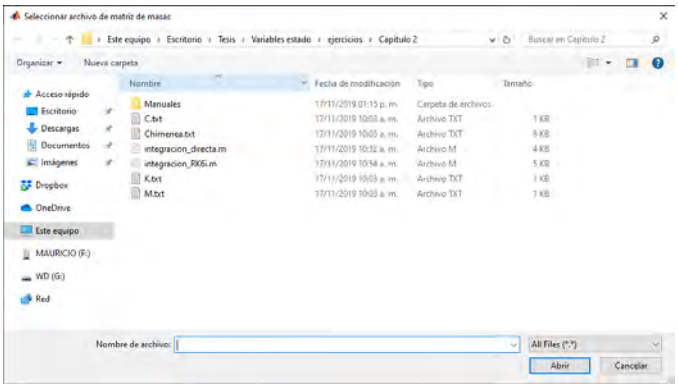


FIGURA 3.84: Entrada dinámica de archivos

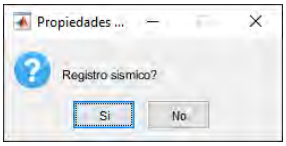


FIGURA 3.85: Selección del tipo de acciones

Resultados del programa

El script crea un directorio llamado Respuestas, (ver Figura 3.86), donde coloca, en formato de gráficos vectoriales (eps), las gráficas de la respuesta dinámica por nivel con el nombre del archivo de acciones introducido, (ver Figura 3.87). El sufijo de los archivos está conformado por una letra y un número. La letra D corresponde a desplazamientos, V a velocidades, y A a aceleraciones; el número del sufijo corresponde al nivel graficado.

También se reporta la respuesta dinámica en un archivo de Excel, (ver Figura 3.88), donde se coloca una hoja para los desplazamientos, una para las velocidades y una para las aceleraciones. En cada una de las hojas se reporta el tiempo en la primer columna y la respuesta por nivel en las siguientes.

Se debe tener precaución ya que en la ejecución se borra la carpeta con las respuestas

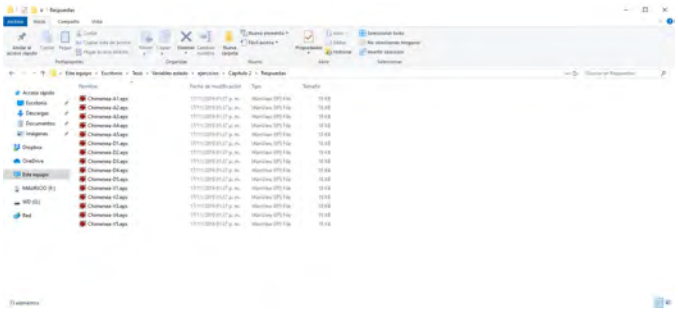


FIGURA 3.86: Directorio con las gráficas de las respuestas dinámicas

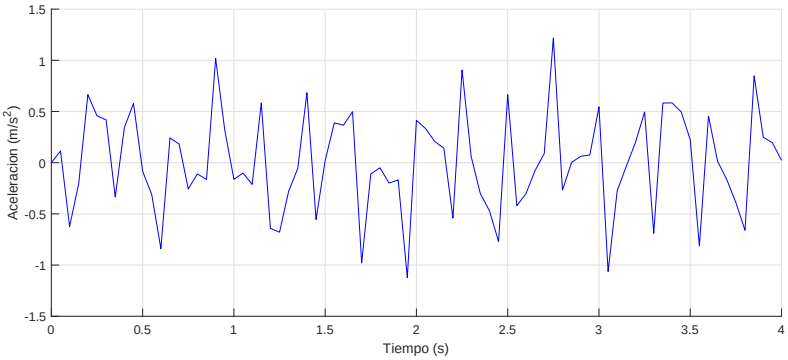


FIGURA 3.87: Respuesta dinámica de los grados de libertad

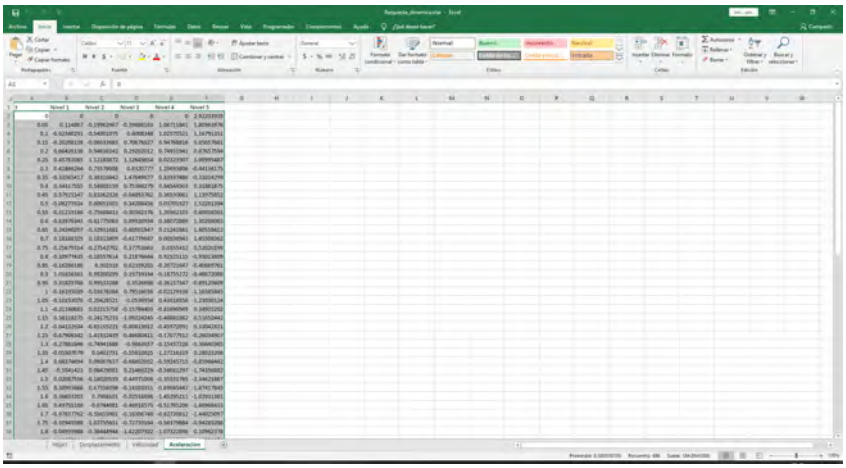


FIGURA 3.88: Resultados en Excel

y el archivo de Excel de un análisis previo. Si existe un análisis previo, y es de interés conservarlo, se recomienda respaldarlo con otro nombre, o bien, colocarlo en otro directorio.

Capítulo 4

Antecedentes de ingeniería eólica

4.1. Introducción

El viento, para la ingeniería estructural, es una de las acciones dinámicas que inciden sobre las estructuras. Por definición es el movimiento de masas de aire con respecto a la superficie terrestre. El viento se origina por el calentamiento de la atmósfera terrestre; la acción de la fuerza de gravedad; cambios de posición de masas de aire con diferentes densidades; por el cambio en la posición geográfica de las masas de aire; por fuerzas de Coriolis; y por fuerzas centrífugas debido a la trayectoria curva del planeta.

El área que se encarga del estudio del viento es la meteorología, sin embargo, la mayor parte de la información que se recopila no es de utilidad para la ingeniería civil, haciendo que sea más difícil tener información disponible para el análisis y diseño estructural. Sería muy recomendable que dentro de la meteorología se formara un grupo multidisciplinario que combinara los conocimientos de ambas áreas para atender a las necesidades de la ingeniería civil.

En la Tierra existen diferencias de temperaturas en la atmósfera, que por equilibrio térmico dan origen a corrientes de viento. Algunos fenómenos derivados de estas corrientes son los huracanes, las tormentas, los tornados y fenómenos locales poco estudiados como los “downburst”. Además, el cambio climático ha favorecido a la aparición con mayor frecuencia de estos fenómenos, así como el incremento de su velocidad, y en consecuencia, los daños que producen en la población.

El viento se mide empleando un anemómetro, que puede ser de copas, de hilo caliente o intermedio. El problema que se tiene con las mediciones es que no existe un acuerdo del tiempo de promediación, donde para algunos países es de 3 segundos, para otros de 10 minutos o de 1 hora. La medición del viento se realiza en torres denominadas estaciones anemométricas, donde la norma internacional dicta que deben hacerse a una altura de 10 m en campo libre, donde los obstáculos del terreno no alteren las mediciones.

La velocidad media varía con la altura y, se grafica en los perfiles de velocidad media, donde el modelo matemático del perfil puede obedecer a un incremento logarítmico o exponencial. Se ha observado que la velocidad media aumenta inversamente proporcional con el tiempo de promediación, y es posible hacer la conversión para lograr que un perfil obtenido con un tiempo de promediación de 3 segundos tenga una misma velocidad media que considerando 10 minutos o 1 hora.

La acción del viento en las estructuras está asociada al número de Reynolds del flujo. Cuando la acción está en flujo laminar, se originan desplazamientos en todos los tipos de estructuras; cuando hay una turbulencia natural del viento, que se descompone en una parte de turbulencia discreta y una parte periódica, actúa principalmente en estructuras esbeltas, cubiertas y algunos puentes cuyas propiedades dinámicas hacen que incursione en la parte periódica de la excitación; es posible la formación de vórtices de Benard, que se forman en la parte posterior de la estructura, los cuales tiene periodos característicos y pueden hacer que la estructura vibre en resonancia o que se alcancen velocidades críticas que acoplan ("lock-in") las características dinámicas del vórtice con las características dinámicas de la estructura, este fenómeno se observa en estructuras esbeltas con una relación de solidez baja y principalmente en estructuras que tienen forma cilíndrica como torres, chimeneas, silos, edificios, monopolos, aunque también puede presentarse en estructuras con forma cuadrada; y existen fenómenos de turbulencia donde se separa la capa límite, los cuales son los más complejos, ya que incluyen zonas críticas de velocidades, estos fenómenos incluyen al "galloping", que consiste en que el viento se adhiere como una masa a la estructura, produciendo desplazamientos transversales cuando el viento está aplicado en la dirección longitudinal, la amplitud de los desplazamientos transversales llega a ser mayor que los longitudinales, y se presenta en estructuras cilíndricas colgadas como los cables, pero también se puede presentar en edificios dependiendo de las características de la excitación y la geometría del edificio; el "flutter" ocurre cuando existe un acoplamiento entre las frecuencias de vibrar longitudinales y de torsión, una vez que ocurre ya no depende de la velocidad del viento, sino de su frecuencia, y su continua aplicación produce el colapso de las estructuras, un ejemplo clásico de este fenómeno es el ocurrido en el puente de Tacoma, en general estos fenómenos se presentan en estructuras muy flexibles; y el "buffeting", el cual es producto de las ráfagas del viento, que origina comportamiento aleatorio en todas las componentes de la estructura, este fenómeno está presente en las estructuras que son muy flexibles.

En todo el mundo existen reglamentos en materia de ingeniería eólica, algunos ejemplos de ellos son el ASCE-7 en Estados Unidos; el NBC en Canadá; el RLB-AIJ de Japón; el Eurocódigo en la Unión Europea; el AS/NZS en Australia; el CIRSO en Argentina; y el reglamento de construcción de Brasil. En México el reglamento vigente en la CDMX son las NTC-CDMX-2017, mientras que en el resto del país es el MDOC-2008. En los reglamentos, el análisis se divide en una parte estática y una dinámica, donde la parte estática está basada en la teoría de Bernoulli y coincide en todos los reglamentos. La parte dinámica es la parte compleja del análisis, a menudo, con la intención de simplificar el análisis, se aborda esta parte por la solución de la ecuación de movimiento en el dominio de la frecuencia, que deriva en espectros de potencia y funciones de transferencia, que terminan resultando en el factor de amplificación dinámico introducido en Davenport, 1967, esta estrategia tiene la limitación de la teoría está pensada para análisis lineales, sin embargo, el viento es una acción que, por definición de las acciones, requiere que el análisis sea no lineal. La otra estrategia de análisis dinámico, que es la que se emplea en este trabajo, es realizarlo en el dominio del tiempo, teniendo el inconveniente de realizar análisis no lineales, o emplear algunas simplificaciones que hacen posible que el análisis sea lineal. Se tiene la limitante de que no existen registros eólicos, sin embargo, en la literatura existen metodologías que permiten realizar simulaciones de viento. Otra de la desventaja es que los métodos numéricos clásicos para solucionar la

ecuación de movimiento en ingeniería sísmica no funcionan adecuadamente para problemas eólicos, en especial los de segundo orden, ya que están pensados para solucionar la ecuación de movimiento cuando la excitación es lineal. En este trabajo se propone una nueva metodología numérica que soluciona esa limitante y permite resolver la ecuación de movimiento no lineal.

4.2. Fuerzas debidas al viento

La ecuación de movimiento permite obtener la respuesta dinámica paso a paso de una estructura en el tiempo. Se origina en el planteamiento del equilibrio de una estructura debida a una excitación externa, con base en las leyes de Newton. Su deducción se presenta en el Capítulo 2. La ecuación de movimiento para una estructura está dada por

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{X}(t) = \mathbf{F}_e(t). \tag{4.1}$$

En esta sección solo se aborda la obtención de las fuerzas externas, $\mathbf{F}_e(t)$. La función de fuerzas es variable en el tiempo y en la altura para el caso de una excitación eólica, y no está relacionada con la masa, como en el caso de ingeniería sísmica, en lugar de ello, intervienen las propiedades aerodinámicas de la estructura. Cuando la fuerza externa $\mathbf{F}_e(t)$, es producida por el viento, su determinación para una altura Z en el instante t es

$$P_D(Z,t)_j = \frac{1}{2}\rho C_{D,j} A_j \left[U_R(Z,t)_j\right]^2, \tag{4.2}$$

donde $P_D(Z,t)_j$ es la fuerza producida por el viento del j-ésimo nivel a una altura Z en el instante t; ρ es la densidad del aire en el sitio de la estructura; $C_{D,j}$ es el coeficiente de arraste o de presión (adimensional) del j-ésimo nivel que depende de factores como la forma de la estructura y la velocidad del viento; A_j es el área de contacto perpendicular al aire del j-ésimo nivel; y $U_R(Z,t)_j$ es la velocidad relativa del viento del j-ésimo nivel a una altura Z en el instante t.

Cuando una estructura es excitada por una fuerza externa, por equilibrio ocurren desplazamientos, velocidades, aceleraciones y efectos derivados de ellas; gracias a esto, existe una velocidad relativa entre la velocidad del viento y la de la estructura, es decir

$$U_R(Z,t)_j = U(Z,t)_j - \dot{x}(Z,t)_j \tag{4.3}$$

donde $U(Z,t)_j$ el la velocidad del viento del j-ésimo nivel a una altura Z en el instante t en la dirección longitudinal; y $\dot{x}(Z,t)_j$ es la velocidad del j-ésimo nivel a una altura Z en el instante t.

Además, la velocidad total del viento, se descompone en la suma de la velocidad media más la ráfaga, es decir

$$U(Z,t)_j = \bar{U}(Z)_j + u(Z,t)_j. \tag{4.4}$$

Si se desarrollan todos los términos de $[U_R]^2$ se obtiene

$$[U_R(Z,t)]^2 = [\bar{U}(Z)]^2 + 2\bar{U}(Z)u(Z,t) + [u(Z,t)]^2 - 2\bar{U}(Z)\dot{x}(Z,t) - 2u(Z,t)\dot{x}(Z,t) + [\dot{x}(Z,t)]^2, \quad (4.5)$$

Y la función de fuerzas desarrollada es

$$P_D(Z,t)_j = \frac{1}{2}\rho C_{D,j} A_j \left\{ [\bar{U}(Z)_j]^2 + 2\bar{U}(Z)_j u(Z,t)_j + [u(Z,t)_j]^2 - 2\bar{U}(Z)_j \dot{x}(Z,t)_j - 2u(Z,t)_j \dot{x}(Z,t)_j + [\dot{x}(Z,t)_j]^2 \right\}. \quad (4.6)$$

Definiendo a

$$F_1(Z,t)_j = \frac{1}{2}\rho C_{D,j} A_j \left\{ [\bar{U}(Z)_j]^2 + 2\bar{U}(Z)_j u(Z,t)_j + [u(Z,t)_j]^2 \right\}, \quad (4.7)$$

$$F_2(Z,t)_j = \frac{1}{2}\rho C_{D,j} A_j \left\{ -2\bar{U}(Z)_j \dot{x}(Z,t)_j - 2u(Z,t)_j \dot{x}(Z,t)_j \right\}, \quad (4.8)$$

$$F_3(Z,t)_j = \frac{1}{2}\rho C_{D,j} A_j [\dot{x}(Z,t)_j]^2, \quad (4.9)$$

donde $F_1(Z,t)_j$ es la fuerza de arrastre debido a las fluctuaciones del viento en la dirección longitudinal; $F_2(Z,t)_j$ es la fuerza asociada al amortiguamiento aerodinámico; y $F_3(Z,t)_j$ es la fuerza asociada al amortiguamiento no lineal. La función de fuerzas de forma condensada es

$$P_D(Z,t)_j = F_1(Z,t)_j + F_2(Z,t)_j + F_3(Z,t)_j. \quad (4.10)$$

Como se observa, la ecuación es no lineal, y su solución es muy compleja ya que la mayor parte de los métodos numéricos de integración de ecuaciones diferenciales de segundo orden están pensandos para resolver ecuaciones lineales, por lo anterior, se han propuesto diversas estrategias de linealización de la función de fuerzas. Las estrategias más comunes observadas en la literatura se describen a continuación.

4.2.1. Forma 1 de la función de fuerzas

La función de fuerzas del viento se puede escribir como una versión modificada de la ecuación de Morison, (Goode, 2007), para cada nivel de la estructura, es decir

$$P_D(Z,t)_j = \frac{1}{2}\rho C_{D,j} A_j U_R(Z,t)_j \left| U_R(Z,t)_j \right|. \quad (4.11)$$

Esta forma no linealiza la función de fuerzas, por el contrario, vuelve más compleja su solución por la función valor absoluto, sin embargo se menciona de manera ilustrativa.

4.2.2. Forma 2 de la función de fuerzas

Esta variante de la función de fuerzas del viento es

$$P_D(Z,t)_j = \frac{1}{2}\rho C_{D,j} A_j \left\{ [\bar{U}(Z)_j]^2 + 2\bar{U}(Z)_j u(Z,t)_j - 2\bar{U}(Z)_j \dot{x}(Z,t)_j \right\}. \tag{4.12}$$

Esta linealización se realiza argumentando que los términos $u(Z,t)_j$ y $\dot{x}(Z,t)_j$ son pequeños en comparación con $\bar{U}(Z)_j$ y que la relación entre $u(Z,t)_j/\bar{U}(Z)_j$ raramente sobrepasa el valor de 0.20 para los intervalos de intensidad de turbulencia.

4.2.3. Forma 3 de la función de fuerzas

Para este caso, la función de fuerzas del viento es

$$P_D(Z,t)_j = \frac{1}{2}\rho C_{D,j} A_j \left\{ [\bar{U}(Z)_j]^2 + 2\bar{U}(Z)_j u(Z,t)_j + [u(Z,t)_j]^2 \right\} = \frac{1}{2}\rho C_{D,j} A_j [U(Z,t)_j]^2. \tag{4.13}$$

Esta forma permite efectuar análisis dinámicos empleando integradores de segundo orden, como en el área de ingeniería sísmica, sin embargo, es criticable que desprecie todos los términos de velocidad de la estructura, en general solo se recomienda su uso cuando se realice un análisis preliminar.

4.3. Simulaciones eólicas en la dirección longitudinal

En el área de ingeniería sísmica, existe un interés por parte del gremio de investigadores y el gobierno mexicano, dadas las condiciones sísmicas del valle de México, por estudiar el comportamiento y diseño estructural en dicha zona, por lo anterior existe una amplia red de acelerómetros distribuidos en el país, principalmente en la zona de subducción, que permiten tener información disponible para el análisis cada que ocurre un evento, en especial los de mayor magnitud.

Para el caso de ingeniería eólica ocurre algo completamente distinto. Se han observado una gran cantidad de problemas ya que esta área se considera que tiene poca incidencia en las estructuras ubicadas en el valle de México. Sin embargo, recientemente el cambio climático ha modificado las velocidades medias del viento, a la par de que en el valle de México cada vez se construyen estructuras más altas y flexibles, haciendo que la acción sísmica sea menos relevante para este tipo de estructuras y se vuelva más importante la eólica. Además, teniendo en cuenta que más del 40 % de la superficie del territorio mexicano es costa, donde anualmente hay presencia de depresiones tropicales, tormentas tropicales y huracanes de diversas categorías, aunado a que en México el turismo tiene una fuerte participación en el producto interno bruto, debe prestarse mayor atención al estudio de las acciones eólicas.

El viento se mide, de acuerdo con una norma meteorológica internacional, a una altura de 10 m, en un terreno libre de obstáculos que produzcan resultados no representativos de la medición, sin llegar a ser superficie costera o mar abierto, en estaciones

anemométricas, sin embargo, en México las estaciones no cumplen con las regulaciones internacionales, haciendo cuestionable la confiabilidad de los registros que existen. Además, que no existe un consenso internacional sobre el tiempo de promediación de las velocidades, donde varía entre 3 segundos para Estados Unidos (ASCE 7-05), Australia (AS/NZS) y México (NTC-CDMX-2017 y MDOC-2008); 10 minutos en la Unión Europea (Eurocódigo) y Japón (AIJ); y 1 hora en Canadá (NBC).

Para la realización de análisis dinámicos, en México no se tiene información más allá de los mapas regionales de isotacas a 3 segundos en terreno tipo 2 para distintos periodos de retorno publicados en *Manual de diseño de obras civiles. Diseño por viento* 2008, con los cuales puede determinarse la velocidad media en el sitio donde se ubique una estructura de interés, sin embargo, las ráfagas no cuentan con una metodología en los manuales disponibles ya que su efecto se determina empleando el factor de amplificación dinámico. En esta sección se aborda una metodología que permite determinar un registro sintético de velocidades para estructuras tipo punto y tipo línea vertical para la realización de análisis dinámicos.

La simulación de viento puede realizarse en el espacio tridimensional, como se estudió en Silva, 2013, sin embargo, en este trabajo, solo se aborda la simulación del viento en la dirección longitudinal en la cara en barlovento para estructuras tipo punto y tipo línea.

La simulación de viento es un proceso aleatorio que permite considerar la turbulencia del viento. El modelo de auto-regresión media móvil (ARMA) y el modelo representación espectral de Shinosaka, (WAWS por las siglas en inglés *Weighted Amplitude Wave Superposition*) son las estrategias más comunes de simulación eólica. En este trabajo se emplea el WAWS con un tiempo de simulación de 10 minutos.

Para realizar una simulación del viento se debe conocer la densidad del aire en el sitio de la simulación, la cual es

$$\rho = \rho_0 \frac{0.392\Lambda}{273 + \tau}, \tag{4.14}$$

donde ρ es la densidad del aire en el sitio; ρ_0 es la densidad del aire en el nivel del mar, con una temperatura de 15°, con un valor de $1.225\,\mathrm{kg/m^3}$; Λ es la presión barométrica del sitio en mmHg, que depende de la altura y se puede determinar con la Ecuación 4.15; y τ es la temperatura anual promedio del sitio en °C.

$$\Lambda = \Lambda_0\, \mathrm{e}^{\frac{-\mu_0\, g\, h}{RT}}, \tag{4.15}$$

donde Λ_0 es la presión barométrica a nivel del mar (760 mmHg); μ_0 es la masa molar del aire terrestre $(0.028\,96\,\mathrm{kg/mol})$; g es la aceleración de la gravedad $(9.81\,\mathrm{m/s^2})$; h es la altitud del lugar en m; R es la constante universal de gas para aire $(8.3143\,\mathrm{Nm/(molK)})$; T es la temperatura anual promedio del aire en K.

4.3.1. Estructuras tipo punto

En la ingeniería civil existen estructuras que comúnmente se idealizan, por sus propiedades geométricas, como estructuras tipo punto. Este tipo de estructuras poseen una

masa concentrada en su parte superior, aunque también puede estar distribuida en su altura, además de ser esbeltas. Ejemplos de este tipo de estructuras son los letreros, tanques de almacenamiento, torres y monopolos, como se muestra en la Figura 4.1.

FIGURA 4.1: Estructuras tipo punto

La Figura 4.2 muestra las propiedades principales de una estructura tipo punto con forma de placa delgada. El sistema está sometido a una excitación en la masa $P(t)$ colocada a una altura H, el ancho de la sección expuesta es B y su altura D, por lo tanto, su área expuesta es $B \times D$.

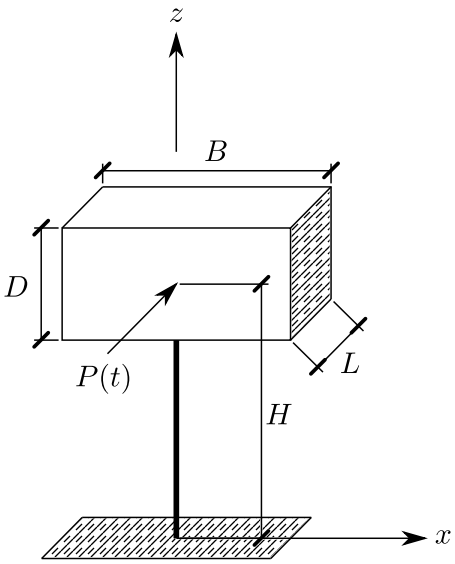


FIGURA 4.2: Propiedades de estructuras tipo punto. (Muñoz, Hernández y López, 2008)

Velocidad media del viento

En la literatura se proponen perfiles de velocidad media del viento exponenciales y logarítmicos, dichos perfiles convergen hasta una altura de 200 m, en este trabajo se emplea un perfil logarítmico corregido, el cual a partir de 1 km permanece constante, ya que la rugosidad del terreno deja de tener influencia sobre la velocidad media. Esta

altura es la altura gradiente, (Holmes, 2004). Por debajo de la altura gradiente ocurren fenómenos de turbulencia, amplificados por la rugosidad del terreno. Producto de la turbulencia, derivan los conceptos de intensidad de turbulencia del viento $I_u(Z)$, que representa el tamaño de los remolinos; y de la longitud de la escala integral del tiempo $L_u(Z)$, que representa el tamaño de los vórtices.

La rugosidad del terreno debida a los obstáculos modifica la velocidad media del viento. El terreno se clasifica de acuerdo con su rugosidad en cuatro categorías que se muestran en la Tabla 4.1. La Figura 4.3 muestra de forma gráfica los distintos tipos de terreno. En la Tabla 4.1, z_0 es longitud de rugosidad del terreno.

TABLA 4.1: Categorías de terreno y parámetros del terreno

Categoría del terreno	z_0 m	Descripción del terreno
I	0.01	Lagos o área plana con vegetación despreciable y sin obstáculos.
II	0.05	Área con pocas obstrucciones, como vegetación, hierba y obstáculos aislados (árboles, edificios, etc.).
III	0.3	Área con cobertura regular de vegetación o edificios o con obstáculos aislados (terreno suburbano, bosque permanente).
IV	1	Área en la que al menos el 15 % de la superficie está cubierta con edificios y su altura promedio supera los 15 m.

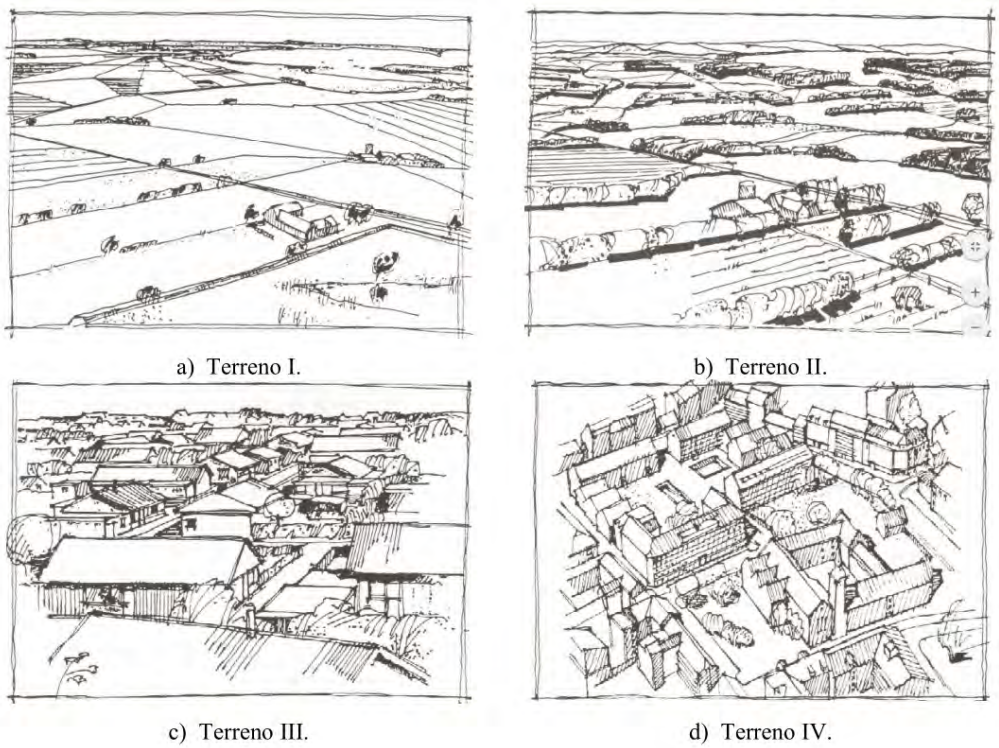


FIGURA 4.3: Categorías del terreno

El perfil de velocidad media del viento está dado por

$$\bar{U}(Z) = \frac{u^*}{k}\left[\ln\left(\frac{Z}{z_o}\right) + 5.75b - 1.88b^2 - 1.33b^3 + 0.25b^4\right], \tag{4.16}$$

con

$$u^* \approx \frac{k\bar{U}\left(z_r\right)_{D,10\,\text{mín}}}{\ln\left(\frac{z_r}{z_o}\right)}, \tag{4.17}$$

$$k \approx 0.4, \tag{4.18}$$

$$b = \frac{Z}{z_g}, \tag{4.19}$$

$$z_r = 10\,\text{min}, \tag{4.20}$$

$$z_g = \frac{u^*}{6f_c}, \tag{4.21}$$

$$f_c = 2\Omega\sin(\lambda), \tag{4.22}$$

donde $\bar{U}(Z)$ es la velocidad media del viento en la altura Z; u^* es la velocidad de fricción del viento; k es la constante de von Kármán; $\bar{U}(z_r)_{D,10min}$ es la velocidad de referencia de diseño; z_r es la altura de referencia; z_g es la altura gradiente del sitio de interés; f_c es el coeficiente de Coriolis en s^{-1}; Ω es la velocidad angular de la Tierra (7.27×10^{-5} rad/s); y λ es la latitud del sitio de interés en °.

La velocidad de referencia de diseño es

$$\bar{U}\left(z_r\right)_{D,10\,\text{mín}} = F_T F_R \bar{U}\left(z_r\right)_{R,10\,\text{mín}}, \tag{4.23}$$

con

$$F_R = k_t \ln\left(\frac{z_r}{z_0}\right), \tag{4.24}$$

$$k_t = 0.19\left(\frac{z_0}{z_{0,2}}\right)^{0.07}, \tag{4.25}$$

$$\bar{U}\left(z_r\right)_{R,10\text{min}} = 0.702\bar{U}\left(z_r\right)_{R,3s}, \tag{4.26}$$

donde F_T es el factor de topografía obtenido de la Tabla 4.2; F_R es el factor de cambio de rugosidad del terreno obtenido de la Tabla 4.3; k_t es un parámetro de rugosidad del

terreno obtenido de la Tabla 4.3; $z_{0,2}$ es la longitud de rugosidad del terreno categoría 2 (Tabla 4.1); $\bar{U}(z_r)_{R,10min}$ es la velocidad media del viento medida en la altura de referencia $z_r = 10\,\text{m}$ con un tiempo de promediación de 10 minutos en un terreno tipo II y se obtiene en cualquier reglamento de diseño eólico; y $\bar{U}(z_r)_{R,10min}$ es la velocidad media del viento medida en la altura de referencia $z_r = 10\,\text{m}$ con un tiempo de promediación de 3 segundos en un terreno tipo II.

TABLA 4.2: Factores de topografía. *Manual de diseño de obras civiles. Diseño por viento* 2008

Sitios	Ejemplos de topografía local	F_T
Protegidos	Base de promontorios y faldas de serranías del lado de sotavento	0.8
	Valles cerrados	0.9
Normales	Terreno prácticamente plano: campo abierto, ausencia de cambios topográficos importantes, con pendientes menores que 5 %	1
Expuestos	Terrenos inclinados con pendiente entre 5 % y 10 %, valles abiertos y litorales planos	1.1
	Cimas de promontorios, colinas y montañas, terrenos con pendientes mayores que 10 %, cañadas cerradas y valles que forman un embudo o cañón, islas	1.2

TABLA 4.3: Parámetros de la velocidad media del viento para un tiempo de promediación de 10 minutos

Categoría del terreno	z_0 (m)	z_{min}	k_t	F_R
I	0.01	2	0.17	1.17
II	0.05	4	0.19	1
III	0.3	8	0.22	0.77
IV	1	16	0.24	0.55

Espectro teórico de potencia de la velocidad longitudinal del viento e intervalos de frecuencia y tiempo

Se deben considerar las frecuencias características de las ráfagas de viento para obtener el espectro de potencia del viento; y para la respuesta de cualquier estructura tipo punto, se requieren sus frecuencias de vibración. El ancho de banda del espectro está acotado entre $f_1 = 0.001\,\text{Hz}$ y $f_u = 10\,\text{Hz}$.

De acuerdo con el teorema de Nyquist, el intervalo de tiempo de las simulaciones de viento es

$$\Delta t = \frac{1}{2f_u}, \tag{4.27}$$

y el intervalo de frecuencias es

$$\Delta f = \frac{f_u - f_1}{N-1} = \frac{f_u - f_1}{\left[\frac{T}{\Delta t} + 1\right] - 1}, \tag{4.28}$$

donde N es el total de datos de la simulación; y T es la duración de la simulación (600 s), correspondiente al tiempo de promediación de 10 minutos.

Existen en la literatura distintos modelos para el cálculo del espectro de potencia de la velocidad longitudinal del viento, (Kolmogorov, 1941; Von Karman, 1948; Davenport, 1961; Kaimal et. al., 1972; Solari, 1993). En este trabajo se emplea el modelo propuesto en (Harris, 1990), ya que se ha comprobado que este espectro reproduce adecuadamente la potencia del viento. El espectro se calcula con

$$S_u(Z,f) = \sigma_u(Z)^2 C_1 \frac{2.987\frac{n_u}{\varepsilon}}{f\left[1+\left(\frac{2\pi n_u}{\varepsilon}\right)^2\right]^{5/6}} + \sigma_u(Z)^2 C_2 \frac{1.294\frac{n_u}{\varepsilon}}{f\left[1+\left(\frac{\pi n_u}{\varepsilon}\right)^2\right]^{5/6}} R_1, \tag{4.29}$$

con

$$n_u = \frac{f L_u(Z)}{\bar{U}(Z)}, \tag{4.30}$$

$$L_u(Z) = \frac{A_k^{3/2}\left[\frac{\sigma_u(Z)}{u^*}\right]^3 Z}{2.5K_z^{3/2}\left(1-\frac{Z}{z_g}\right)^2\left(1+5.75\frac{Z}{z_g}\right)}, \tag{4.31}$$

$$A_k = 0.115\left[1+0.3151\left(1-\frac{Z}{z_g}\right)^6\right]^{2/3}, \tag{4.32}$$

$$K_z = 0.19 - (0.19-K_0)\, e^{-B_k\left(\frac{Z}{z_g}\right)^{N_k}}, \tag{4.33}$$

$$K_0 = \frac{0.39}{R_0^{0.11}}, \tag{4.34}$$

$$B_k = 24R_0^{0.155}, \tag{4.35}$$

$$R_0 = \frac{u^*}{f_c z_0}, \tag{4.36}$$

$$N_k = 1.24R_0^{0.008}, \tag{4.37}$$

$$\sigma_u(Z) = \frac{7.5\eta u^*\left[0.538+0.09\ln\left(\frac{Z}{z_0}\right)\right]^p}{1+0.156\ln(R_0)}, \tag{4.38}$$

$$\eta = 1 - \frac{6 f_c Z}{u^*}, \tag{4.39}$$

$$p = \eta^{16}, \tag{4.40}$$

$$\varepsilon = 0.535 + 2.76\,(0.138 - A_k)^{0.68}, \tag{4.41}$$

$$C_1 = 2.357\varepsilon - 0.761, \tag{4.42}$$

$$C_2 = 1 - C_1, \tag{4.43}$$

$$R_1 = 1 + 0.455 e^{-0.76\left(\frac{n_i}{\varepsilon}\right)^{-0.8}}, \tag{4.44}$$

donde $\sigma_u(Z)$ es la desviación estándar de la componente longitudinal turbulenta; y $L_u(Z)$ es la la longitud de la escala integral del tiempo teórica.

La intensidad de turbulencia teórica es

$$I_u(Z) = \frac{\sigma_u(Z)}{\bar{U}(Z)}. \tag{4.45}$$

Simulación por representación espectral de Shinozuka (WAWS)

Obtenido el espectro teórico de potencia de la velocidad longitudinal del viento, se emplea el modelo WAWS para realizar la simulación longitudinal eólica mediante

$$u_j(Z,t) = \sum_{n=1}^{N} \sqrt{S_u\,(Z, f_n)}\sqrt{2\Delta f_n}\cos\left[(2\pi f_n t_n) + \varphi_n\right], \tag{4.46}$$

donde f_n es la frecuencia del n-ésimo instante de tiempo; t_n es el tiempo del n-ésimo instante; ϕ_n es la fase aleatoria uniformemente distribuida en el intervalo [0, 2π]; y j es el índice del instante de la simulación, $(1 \leq j \leq N)$.

Función de admitancia aerodinámica

Es necesario incluir un filtro que evite sobreestimar la carga eólica producida por el viento, ya que las ráfagas del viento se pueden presentar con frecuencias altas o bajas, éstas a su vez entrarán en contacto con un área; si las ráfagas con frecuencias altas chocan contra un área de contacto, solo una parte del área se verá afectada, y la influencia del viento se verá reducida. Por otro lado, si las ráfagas con frecuencia baja chocan contra un área de contacto, ésta tendrá un área mayor de influencia sobre la estructura. El filtro mencionado se conoce como función de admitancia aerodinámica, y considera

una cierta área expuesta que permite no sobreestimar la carga eólica producida por el viento.

Se propone emplear la función propuesta en Castro et. al., 2015, que contiene un ajuste empírico a la función propuesta en Vickery, 1968, el cual se adecua mejor para la evaluación de la respuesta dinámica de estructuras esbeltas. La función de admitancia es

$$\chi(Z,f)^2 = \left[1 + \left(\frac{2f\sqrt{A}}{\bar{U}(Z)}\right)^{4/3}\right]^{-7/6}. \tag{4.47}$$

Filtrado de simulaciones

Con las simulaciones de las velocidades longitudinales del viento y la función de admitancia se realiza el filtrado. Se tiene el inconveniente que la función de admitancia está en el dominio de la frecuencia y las simulaciones en el dominio del tiempo, por lo tanto, se necesitan transformar las simulaciones al dominio de la frecuencia, para esto se utiliza la transformada rápida de Fourier. Después de la transformación, se realiza el producto de la función de admitancia por las simulaciones en el dominio de la frecuencia, obteniendo las simulaciones filtradas en el dominio de la frecuencia. Finalmente, se tiene que realizar la inversa de la transformada rápida de Fourier para regresar las simulaciones al dominio del tiempo.

Obtención de la velocidad total y fuerza del viento y características del viento simulado

Teniendo las simulaciones, se calcula la velocidad total mediante

$$U(Z,t) = \bar{U}(Z) + u(Z,t). \tag{4.48}$$

La fuerza del viento se puede aproximar, despreciando términos relativos a la velocidad de respuesta de la estructura, mediante

$$P_D(Z,t) = \frac{1}{2}\rho C_D A \left[U(Z,t)\right]^2. \tag{4.49}$$

Esta alternativa es poco recomendable ya que resulta en respuestas mayores a la que considera todos los términos de orden superior, sin embargo, se menciona ya que puede ser empleada con métodos de solución de ecuaciones de segundo orden. Se recomienda solucionar la ecuación de movimiento considerando los términos de orden superior con la formulación variable estado y el integrador RK6-I propuestos en el Capítulo 3.

Finalmente, se deben obtener los parámetros estadísticos de la simulación. La velocidad media simulada es el promedio de las velocidades totales simuladas sin filtro, es decir

$$\bar{U}(Z)_{sim} = \frac{\sum_{n=1}^{N} U_n(Z,t)_{\text{sin filtro}}}{N}. \tag{4.50}$$

La desviación estándar de las ráfagas de la componente longitudinal turbulenta simulada es

$$\sigma_u(Z)_{sim} = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{j=1}^{N} u_j(Z,t)^2}. \tag{4.51}$$

La intensidad de turbulencia simulada se obtiene con la relación entre la desviación estándar de la componente longitudinal turbulenta simulada y la velocidad media simulada, es decir

$$I_u(Z)_{sim} = \frac{\sigma_u(Z)_{simn}}{\bar{U}(Z)_{sim}}. \tag{4.52}$$

Y la longitud de la escala integral del tiempo simulada es

$$L_u(Z)_{sim} = T_u(Z)\bar{U}(Z)_{sim} = \left[\int_0^{\tau_0} R(Z,\tau)d\tau\right]\bar{U}(Z)_{sim}, \tag{4.53}$$

con

$$R(Z,\tau) = \frac{1}{\sigma_u(Z)_{sim}(N-r)}\sum_{j=1}^{N_{s-r}} u_j(Z)u_{j+r}(Z), \tag{4.54}$$

donde $T_u(Z)$ es la escala del tiempo; $R(Z,\tau)$ es la función de auto-correlación de la señal simulada; τ_0 es la primera raíz de la función de auto-correlación; τ es el tiempo de retraso; y r es el número de retraso.

4.3.2. Estructuras tipo línea

También existen estructuras, cuyas propiedades geométricas permiten idealizarlas como tipo línea, horizontal o vertical. Algunos ejemplos de estas estructuras son puentes y edificios prismáticos, como se muestra en la Figura 4.4.

FIGURA 4.4: Estructuras tipo línea. Adaptado de Muñoz, Hernández y López, 2008

La Figura 4.5 muestra las propiedades principales de una estructura tipo línea vertical con sección prismática. La velocidad total del viento es variable en el tiempo y en la altura, B el ancho perpendicular en la dirección longitudinal del viento, sobre el que se genera la presión en barlovento $P_b(Z,t)$, y la succión en la cara en sotavento $P_s(Z,t)$, D es el ancho paralelo en la dirección longitudinal del viento.

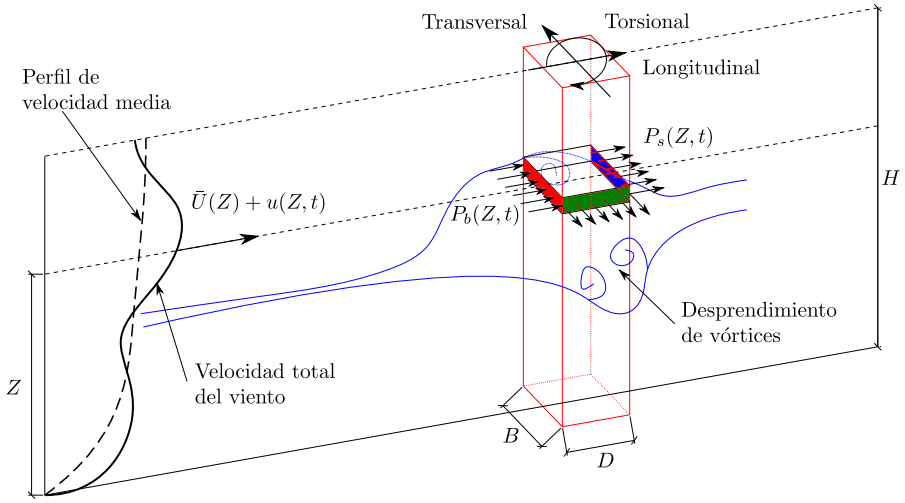


FIGURA 4.5: Estructura tipo línea

La simulación del viento para una estructura tipo línea es similar a la de una tipo punto, algunos de los aspectos son muy parecidos, mientras otros son iguales.

Coeficiente de arrastre

El concepto de este coeficiente es el mismo que para una estructura tipo punto. Esta vez el coeficiente no se encuentra en tablas, en Carvalho y Pinheiro, 2009, se propone una forma gráfica de determinar el coeficiente de arrastre para edificios prismáticos con sección rectangular. La Figura 4.6 permite la obtención del coeficiente de arrastre, la nomenclatura se define igual que en la Figura 4.5.

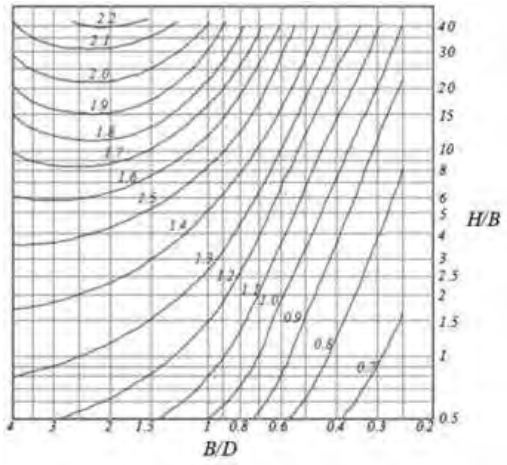


FIGURA 4.6: Coeficiente de arrastre para elementos prismáticos

Para mejorar el flujo en el análisis, se buscó determinar una ecuación que se ajustara a los parámetros de la Figura 4.6. Para ello se tomaron por cada valor de C_d al menos 15 puntos de control para obtener líneas de tendencia por valor de C_d, buscando que la línea de tendencia tenga un ajuste de R^2 de al menos 0.80. Las líneas de ajuste se muestran en la Tabla 4.4.

TABLA 4.4: Líneas de ajuste y ajuste de R^2 de la Figura 4.6

C_d	Ecuación de ajuste	R^2
0.7	$\frac{H}{B} = 0.0367(\frac{B}{D})^{-2.694}$	0.9901
0.8	$\frac{H}{B} = 0.0567(\frac{B}{D})^{-3.48}9$	0.9911
0.9	$\frac{H}{B} = 0.13(\frac{B}{D})^{-3.667}$	0.9966
1.0	$\frac{H}{B} = 0.3655(\frac{B}{D})^{-3.316}$	0.9932
1.1	$\frac{H}{B} = 0.9009(\frac{B}{D})^{-2.959}$	0.9803
1.2	$\frac{H}{B} = 2.374(\frac{B}{D})^{-2.135}$	0.9314
1.3	$\frac{H}{B} = 4.6403(\frac{B}{D})^{-1.715}$	0.9098
1.4	$\frac{H}{B} = 7.6501(\frac{B}{D})^{-1.472}$	0.9017
1.5	$\frac{H}{B} = 11.747(\frac{B}{D})^{-1.173}$	0.8838
1.6	$\frac{H}{B} = 16.253(\frac{B}{D})^{-1.009}$	0.8472
1.7	$\frac{H}{B} = -2.9333(\frac{B}{D})^5 + 37.071(\frac{B}{D})^4 - 180.06(\frac{B}{D})^3 + 419.59(\frac{B}{D})^2 - 469.97(\frac{B}{D}) + 213$	0.9839
1.8	$\frac{H}{B} = -2.7252(\frac{B}{D})^5 + 35.321(\frac{B}{D})^4 - 176.86(\frac{B}{D})^3 + 427.81(\frac{B}{D})^2 - 500.97(\frac{B}{D}) + 240.14$	0.9882
1.9	$\frac{H}{B} = -2.1842(\frac{B}{D})^5 + 29.561(\frac{B}{D})^4 - 155.34(\frac{B}{D})^3 + 397.41(\frac{B}{D})^2 - 496.48(\frac{B}{D}) + 258.92$	0.9956
2.0	$\frac{H}{B} = 6.0004(\frac{B}{D})^2 - 32.033(\frac{B}{D}) + 63.404$	0.9008
2.1	$\frac{H}{B} = 6.1513(\frac{B}{D})^2 - 31.585(\frac{B}{D}) + 71.478$	0.9511
2.2	$\frac{H}{B} = 12.811(\frac{B}{D})^2 - 53.85(\frac{B}{D}) + 96.822$	0.9761

Se aprecia que la línea de tendencia por potencia tiene un valor de ajuste R^2 razonable hasta $C_d = 1.6$, en adelante es mejor usar una tendencia polinómica, donde el máximo grado requerido es el quinto para valores entre 1.7 y 1.9. Con los puntos y las líneas determinadas, se obtuvo una ecuación de ajuste a una superficie empleando polinomios y, aunque se puede incrementar el ajuste incrementando el grado del polinomio, se obtuvo que al emplear un polinomio orden 3 para $\frac{B}{D}$ y orden 4 para $\frac{H}{B}$, un ajuste de R^2 de 0.9917 y un error RMS de 0.0389, que se considera como una aproximación muy buena. La ecuación que permite la determinación del coeficiente de arrastre es

$$\begin{aligned} C_d = {} & 0.3596 + 1.046\left(\frac{B}{D}\right) + 0.04916\left(\frac{H}{B}\right) - 0.4229\left(\frac{B}{D}\right)^2 + 0.04588\left(\frac{B}{D}\right)\left(\frac{H}{B}\right) \\ & - 0.003634\left(\frac{H}{B}\right)^2 + 0.05499\left(\frac{B}{D}\right)^3 + -0.01518\left(\frac{B}{D}\right)^2\left(\frac{H}{B}\right) - 0.0004883\left(\frac{B}{D}\right)\left(\frac{H}{B}\right)^2 \\ & + 0.0001056\left(\frac{H}{B}\right)^3 + 0.001394\left(\frac{B}{D}\right)^3\left(\frac{H}{B}\right) + 9.036\times10^{-5}\left(\frac{B}{D}\right)^2\left(\frac{H}{B}\right)^2 \\ & + 9.974\times10^{-7}\left(\frac{B}{D}\right)\left(\frac{H}{B}\right)^3 - 1.052\times10^{-6}\left(\frac{H}{B}\right)^4 \end{aligned} \quad (4.55)$$

La comparación de la superficie de ajuste contra los puntos de control empleados se presenta en la Figura 4.7. Se puede apreciar que las diferencias son muy pequeñas, por lo que se valida la ecuación del coeficiente de arrastre.

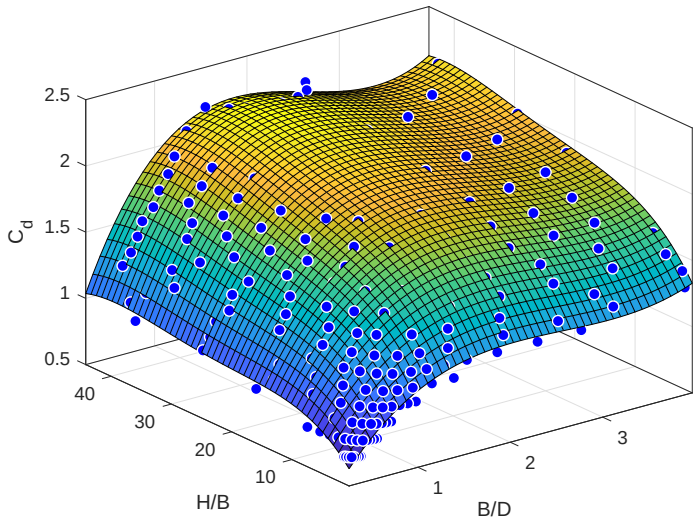


FIGURA 4.7: Comparación de los puntos de control y la función del coeficiente de arrastre

Velocidad media del viento

La velocidad media del viento, no varía respecto a las estructuras tipo punto, sin embargo, ésta varía en la altura del edificio y debe determinarse en los puntos de interés de la simulación.

Espectro teórico de potencia de la velocidad longitudinal del viento e intervalos de frecuencia y tiempo

Los intervalos de frecuencia y tiempo son los mismos que para las estructuras tipo punto. Y el concepto y la forma de calcular el espectro de potencia de la velocidad longitudinal del viento también es igual, únicamente cambia en que la altura varía correspondiente al nivel de análisis, y que cada nivel tiene su espectro de potencia.

Espectro cruzado y función de coherencia

Emplear simulaciones numéricas implica que se deben considerar ciertos conceptos estadísticos. Uno de ellos es la correlación entre varios puntos, este concepto no se considera para estructuras tipo punto ya que sólo existe un punto en el espacio donde se realiza la simulación numérica, pero para estructuras tipo línea se debe tomar en cuenta ya que permite obtener simulaciones más apegadas a la realidad. El espectro cruzado normalizado describe la dependencia estadística entre las componentes turbulentas en dos puntos en el espacio para una frecuencia dada; esta dependencia se debe a la dimensión espacial de los remolinos en el campo de viento.

La distribución espacial de la componente turbulenta longitudinal del viento es descrita de manera adimensional mediante el espectro cruzado normalizado, S_N, es

$$S_N = \frac{S_{uu}\left(p_j, p_k, f_n\right)}{\sqrt{S_u\left(p_j, f_n\right) S_u\left(p_k, f_n\right)}}, \tag{4.56}$$

donde S_{uu} es el espectro cruzado de las dos componentes turbulentas en los puntos p_j y p_k, respectivamente; es decir, se trata de un número complejo. S_u es el espectro teórico de potencia de la velocidad longitudinal del viento para un punto en específico. La parte real del espectro cruzado normalizado es llamada co-espectro normalizado, mientras que la parte imaginaria es llamada espectro de cuadratura normalizado. Ya que la parte imaginaria normalmente es pequeña se puede despreciar en la contribución de S_N, quedando únicamente de esta manera la parte real, o sea, el co-espectro normalizado.

La correlación entre los puntos o alturas de cada nivel del análisis se le conoce como función de coherencia, y matemáticamente es

$$\sqrt{Coh} = \left|S_N\right|. \tag{4.57}$$

Cuando el espectro de fase es cero, el valor absoluto del co-espectro normalizado $|S_N|$ y la raíz cuadrada de la función de coherencia $\sqrt{Coh}$ son iguales. La función de coherencia define el grado de correlación de la velocidad fluctuante entre dos puntos. Esta función tiende a ser cero a medida que la distancia entre los puntos aumenta y tiende a la unidad cuando la distancia entre los puntos es pequeña.

Combinando las ecuaciones anteriores, el espectro cruzado es

$$S_{uu}\left(p_j, p_k, f_n\right) = \sqrt{S_u\left(p_j, f_n\right) S_u\left(p_k, f_n\right)}\sqrt{Coh_{jk}\left(f_n\right)} \tag{4.58}$$

En la literatura existen metodologías para obtener la raíz cuadrada de la función de coherencia entre dos puntos colocados sobre el plano normal a la componente longitudinal del viento turbulento, (Davenport, 1977; Krenk, 1996), se propone emplear la formulación propuesta en Krenk, 1996 ya que soluciona inconsistencias existentes en la propuesta en Davenport, 1977, la raíz cuadrada de la función de coherencia es

$$\sqrt{Coh_{jk}\left(f_n\right)} = \left(1 - \frac{1}{2}\frac{f_m}{\bar{U}_{j,k}}\sqrt{\left(C_y r_y\right)^2 + \left(C_z r_z\right)^2}\right) e^{-\frac{f_m}{\bar{U}_{j,k}}\sqrt{\left(C_y r_y\right)^2 + \left(C_y r_z\right)^2}} \tag{4.59}$$

con

$$f_m = \sqrt{f_n^2 + \left(\frac{\bar{U}_{j,k}}{2.68\pi L_{u,j,k}}\right)^2} \tag{4.60}$$

$$L_{u,j,k} = \frac{L_u\left(Z_j\right) + L_u\left(Z_k\right)}{2} \tag{4.61}$$

donde r_y, r_z es la separación transversal entre los dos puntos p_j y p_k; $\bar{U}(Z_j)$ y $\bar{U}(Z_k)$ representan la velocidad media del viento en los puntos p_j y p_k, respectivamente; y C_y y C_z representan constantes de decaimiento adimensional en la dirección y y z respectivamente. Ya que la simulación es únicamente en la dirección longitudinal, no se realizará la correlación en y, por lo tanto, la función de correlación simplificada es

$$\sqrt{Coh_{jk}\left(f_n\right)} = \left(1 - \frac{1}{2}\frac{f_m}{\bar{U}_{j,k}}\left(C_z r_z\right)\right) e^{-\frac{f_m}{\bar{U}_{jk}}\left(C_z r_z\right)}, \tag{4.62}$$

donde C_z se considera igual a 5.

Simulación por representación espectral de Shinozuka o WAWS y matriz de densidad espectral cruzada

Ya que existe una correlación entre cada punto vertical j y k en la simulación, sus valores se ordenan formando la matriz de densidad espectral cruzada, que está dada por

$$S\left(f_n\right) = \begin{bmatrix} S_{11}\left(f_n\right) & S_{12}\left(f_n\right) & \cdots & S_{1m}\left(f_n\right) \\ S_{21}\left(f_n\right) & S_{22}\left(f_n\right) & \cdots & S_{2m}\left(f_n\right) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{m1}\left(f_n\right) & S_{m2}\left(f_n\right) & \cdots & S_{mm}\left(f_n\right) \end{bmatrix}. \tag{4.63}$$

Las simulaciones por el modelo WAWS se obtienen mediante

$$u_j(Z,t) = \sum_{k=1}^{m}\sum_{n=1}^{N}\left|H_{jk}\left(f_n\right)\right|\sqrt{2\Delta f}\cos\left[\left(2\pi f_n t_n\right) + \varphi_n\right], \tag{4.64}$$

donde $|H_{jk}(f_n)|$ es la matriz triangular inferior de la descomposición de Cholesky de $S(f_n)$, es decir

$$S\left(f_n\right) = H\left(f_n\right) H^T\left(f_n\right), \tag{4.65}$$

con

$$H\left(f_n\right) = \begin{bmatrix} H_{11}\left(f_n\right) & 0 & \cdots & 0 \\ H_{21}\left(f_n\right) & H_{22}\left(f_n\right) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{m1}\left(f_n\right) & H_{m2}\left(f_n\right) & \cdots & H_{mm}\left(f_n\right) \end{bmatrix}, \tag{4.66}$$

donde m es el número de puntos en el espacio.

Función de admitancia aerodinámica

El concepto y la forma de calcular la admitancia aerodinámica es igual que para estructuras tipo punto, se diferencia en que se debe calcular para todas las alturas de interés del elemento línea.

Filtrado de simulaciones

El filtrado de simulaciones se realiza de la misma manera que para estructuras tipo punto, con la diferencia que se debe calcular para todas las alturas de interés del elemento línea.

Obtención de las velocidades totales y fuerzas del viento y características del viento simulado

Las velocidades totales son la suma de la velocidad promedio del nivel más la ráfaga simulada. Se debe calcular la velocidad total para cada altura de interés del elemento. Las fuerzas producidas por las velocidades del viento en cada altura, al igual que para las estructuras tipo punto, pueden aproximarse con

$$P_D(Z,t) = \frac{1}{2}\rho C_D A \left[U(Z,t)\right]^2. \tag{4.67}$$

Nuevamente, sólo se recomienda emplear esta alternativa si se utilizarán métodos de solución de ecuaciones de segundo orden para resolver la ecuación de movimiento, ya que producen respuestas mayores a la que considera todos los términos de orden superior. Se recomienda solucionar la ecuación de movimiento considerando los términos de orden superior con la formulación variable estado y el integrador RK6-I propuestos en el Capítulo 3.

Las propiedades estadísticas de la simulación se determinan al igual que para una estructura tipo punto, con la modificación de que deben calcularse para todas las alturas de interés.

4.4. Simulaciones eólicas en la dirección transversal

El viento, de la misma manera que ocurre con los sismos, afecta en ambas direcciones a las estructuras, además, debido a fenómenos particulares que ocurren en el viento, es posible que los desplazamientos transversales sean mayores a los longitudinales para algunos tipos particulares de construcciones. Por lo anterior, se requiere realizar simulaciones en la dirección transversal.

Definiendo a un punto en el espacio con coordenadas $r(0,0,z)$, sobre el cual actúa un vector resultante del flujo de velocidad del viento $U(x,y,z,t)$, el análisis de la respuesta se obtiene realizando la descomposición ortogonal del vector resultante, tal como se muestra en la Figura 4.8, donde $\bar{U}(z)$ es la velocidad media del viento; $u(z,t)$ es la componente turbulenta longitudinal del viento; $v(z,t)$ es la componente turbulenta transversal del viento; y $w(z,t)$ es la componente turbulenta vertical del viento.

Previamente se abordó la metodología para realizar las simulaciones de la componente longitudinal. Sin embargo, el viento incide en ambas componentes, tal como se muestra en la Figura 4.5. La respuesta transversal del viento se origina por la componente longitudinal del viento, la componente transversal del viento y los vórtices alternantes. En estructuras esbeltas, la respuesta transversal del viento puede ser mayor que la longitudinal, debido principalmente al desprendimiento de vórtices.

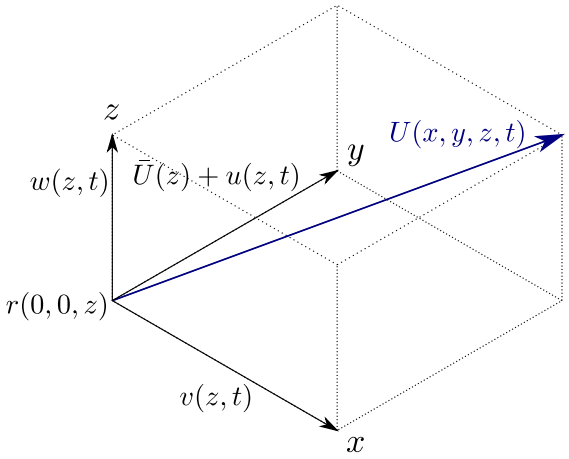


FIGURA 4.8: Componentes de la velocidad del viento en el punto $r(0,0,z)$

El procedimiento de simulación transversal es similar al longitudinal, sin embargo, se diferencia en que el espectro en el cual se basa sólo permite obtener fuerzas en los nodos y el resultado se obtiene en N.

Esta metodología de simulación es válida para secciones circulares constantes o de diámetro variable, así como para secciones rectangulares que cumplan que la relación de aspecto sea $1/4 \leq D/B \leq 4$. En el caso de secciones circulares, la simulación se realiza con base en el espectro propuesto en Vickery y Clark (1972), mientras que para las rectangulares, con las ecuaciones experimentales propuestas en Liang et. al. (2002).

Ambas secciones presentan ciertas limitaciones. Para el caso de las rectangulares, definiendo a $S = BD$, si la relación de aspecto está entre $1/4 \leq D/B < 3$, los resultados son válidos siempre, mientras que, si la relación de aspecto está entre $3 \leq D/B \leq 4$, los resultados son válidos si $4 \leq H/\sqrt{S} \leq 8$. Para el caso de secciones circulares, ocurren problemas numéricos debido a que la matriz de densidad espectral puede ser no definida positiva, sin embargo, este trabajo propone emplear la matriz simétrica semidefinida positiva más cercana, obtenida con base en la metodología propuesta en Higham (1988), en caso de que la matriz de densidad espectral no sea simétrica definida positiva.

Es posible realizar simulaciones considerando el ángulo de incidencia del viento, sin embargo, esta metodología es válida cuando el ángulo de incidencia con respecto a la dirección longitudinal es cero, tal como se muestra en la Figura 4.9.

Para realizar las simulaciones es necesario conocer parámetros comunes a las realizadas en la dirección longitudinal, tales como la temperatura media, la presión atmosférica, la velocidad regional con un tiempo de promediación de 3 segundos, el tipo de terreno donde se ubica la estructura y el tipo de topografía donde se ubica la estructura.

Existen diversos modelos matemáticos para obtener los perfiles de velocidades medias del viento en el sitio de interés, basados en la ley de potencia, en la ley logarítmica, y la ley logarítmica corregida. Cualquiera es válido para alturas menores a 200 m, sin embargo, debido a que considera la altura de la capa límite de la atmósfera, el modelo de la ley logarítmica corregida es válido para alturas mayores a 200 m, se debe considerar que emplear la ley logarítmica corregida requiere conocer la latitud del lugar de interés.

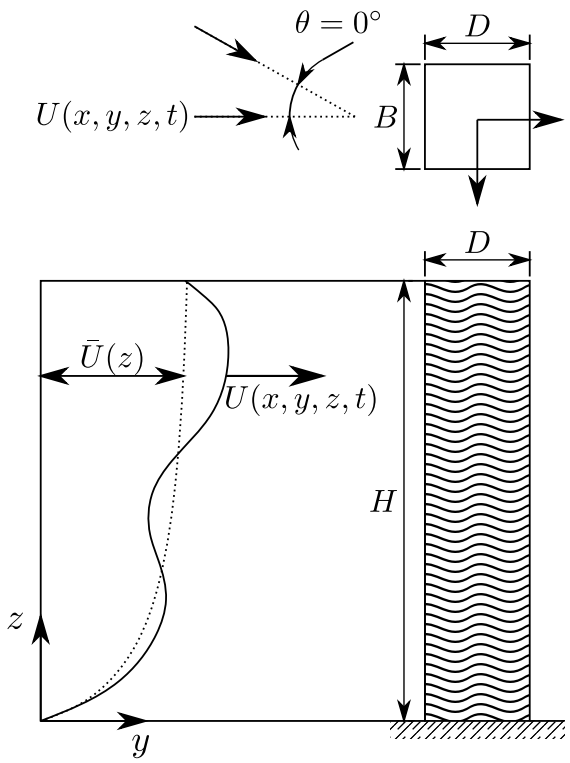


FIGURA 4.9: Ángulo de incidencia del viento

4.4.1. Coeficiente de levante

El concepto del coeficiente de levante, es equivalente al coeficiente de arrastre en la dirección longitudinal. Para su obtención en secciones circulares se requiere conocer el número de Reynolds, debido a que determina la forma en que se desarrollan los vórtices alternantes, como se muestra en la Tabla 4.5. El número de Reynolds, R_e, se define como

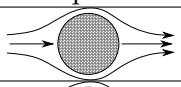
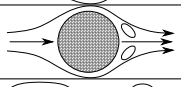
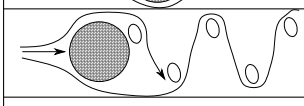
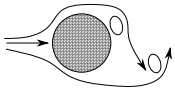
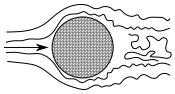
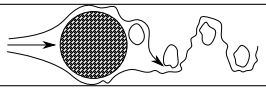
$$R_e = \frac{d(z)\bar{U}(z)}{v_c}, \tag{4.68}$$

donde $d(z)$ es el diámetro de la sección transversal en la altura z; $\bar{U}(z)$ es la velocidad media del viento en la altura z; y v_c es la viscosidad cinemática del aire. Existen diversas formas de obtener la viscosidad cinemática, una de ellas es obtenerla mediante la tabla C.2 incluida en *Manual de diseño de obras civiles. Diseño por viento* (2008), sin embargo, en este trabajo se propone emplear la Ecuación 4.69, la cual se obtuvo empleando un ajuste polinómico de orden 2 de los valores presentados en la tabla C.2 presentada en *Manual de diseño de obras civiles. Diseño por viento* (2008), con un $R^2 = 1$.

$$v_c(T) = 9 \times 10^{-11} T^2 + 9 \times 10^{-8} T + 1 \times 10^{-5}. \tag{4.69}$$

En la Ecuación 4.69 v_c es la viscosidad cinemática del aire a una temperatura T, en $m^2 s^{-1}$; y T es la temperatura media del sitio en grados centígrados.

TABLA 4.5: Vórtices alternantes alrededor de una sección transversal circular

Esquema	R_e	Descripción
	$R_e < 5$	Régimen de flujo no separado
	$5 \leq R_e < 40$	Un par de vórtices de flujo en estela
	$40 \leq R_e < 150$	La calle de vórtices es laminar
	$150 \leq R_e < 300$	Intervalo de transición a régimen turbulento
	$300 \leq R_e < 3 \times 10^5$	La calle de vórtices es completamente turbulenta
	$3 \times 10^5 \leq R_e < 3 \times 10^6$	La capa límite laminar ha experimentado una transición turbulenta y la estela es más estrecha y desorganizada
	$3 \times 10^6 \leq R_e$	Restablecimiento de la calle de vórtices

El coeficiente de levante para secciones transversales circulares se calcula empleando la Ecuación 4.70, propuesta en Simiu y Scanlan (1978).

$$C_L(z) = \begin{cases} 0.45 & R_e < 2.10^5 \\ 0.14 & 2 \cdot 10^5 \leq R_e \leq 2 \cdot 10^6 \\ a\left\{0.15 + 0.035\left[5 + \log_{10}\left(\dfrac{k}{d(z)}\right)\right]^2\right\} & R_e > 2 \cdot 10^6 \end{cases}, \tag{4.70}$$

donde

$$a = \begin{cases} 1 & \dfrac{H}{d(H)} \geq 12 \\ 0.8 + 0.05\left[\dfrac{H}{d(H)} - 8\right] & 8 < \dfrac{H}{d(H)} < 12 \end{cases}; \tag{4.71}$$

H es la altura total del edificio; $d(H)$ es el diámetro de la sección transversal en la parte superior; y k es la rugosidad de la superficie del material en m. En la Tabla 4.6 se muestran las rugosidades de los materiales más comunes empleados en la construcción de estructuras.

Para las simulaciones en secciones rectangulares, el coeficiente de levante, obtenido de manera experimental, depende de la relación de aspecto de la sección transversal, y se obtiene de acuerdo con la Ecuación 4.72, propuesta en Liang et. al. (2002).

$$C_L(z) = 0.045(D/B)^3 - 0.335(D/B)^2 + 0.868(D/B) - 0.174 \tag{4.72}$$

TABLA 4.6: Rugosidades de materiales comunes en las estructuras

Material	k(m)
Plástico	3.0×10^{-7}
Tubo extruido, cobre, latón y acero	1.5×10^{-6}
Acero comercial o soldado	4.6×10^{-5}
Hierro galvanizado	1.5×10^{-4}
Hierro dúctil recubierto	1.2×10^{-4}
Hierro dúctil no recubierto	2.4×10^{-4}
Concreto	1.2×10^{-4}
Acero remachado	1.8×10^{-4}

4.4.2. Número de Strouhal

El número de Strouhal es un factor que incide de manera directa en la frecuencia de los vórtices alternantes. Su determinación depende de la forma de la sección transversal de la estructura. Para el caso de secciones circulares, de acuerdo con lo propuesto en Simiu y Scanlan (1978), el número de Strouhal se obtiene mediante

$$S_t(z) = \begin{cases} 0.2 & R_e < 2 \times 10^5 \\ 0.22 \leq S_t(z) \leq 0.45 & 2 \times 10^5 \leq R_e \leq 2 \times 10^6 \\ c\left\{0.23 - 0.007\left[5 + \log_{10}\left(\dfrac{k}{d(z)}\right)\right]\right\} & R_e > 2 \times 10^6 \end{cases}, \quad (4.73)$$

donde

$$c = \begin{cases} 1 & \dfrac{H}{d(H)} \geq 30 \\ 0.736 + 0.012\left[\dfrac{H}{d(H)} - 8\right] & 8 < \dfrac{H}{d(H)} < 30 \end{cases}, \quad (4.74)$$

y donde $S_t(z)$ es el número de Strouhal a una altura z, (adimensional).

Debido a que, cuando el número de Reynolds se encuentra entre $2 \times 10^5 \leq R_e \leq 2 \times 10^6$, no se define un valor claro del número de Strouhal, se propone la siguiente ecuación de ajuste para ese intervalo

$$S_t(z) = 1.28 \times 10^{-7}(R_e - 2 \times 10^5) + 0.22. \quad (4.75)$$

Cuando la sección transversal es rectangular, el número de Strouhal, depende de la relación de aspecto de la sección transversal, y se obtiene de acuerdo con la Ecuación 4.72, propuesta en Liang et. al. (2002).

$$S_t(z) = \begin{cases} 0.094 & 1/4 \leq D/B \leq 1/2 \\ 0.002(D/B)^2 - 0.023(D/B) + 0.105 & 1/2 < D/B \leq 4 \end{cases} \quad (4.76)$$

4.4.3. Modelo de correlación cruzada para las simulaciones

Con el objetivo de obtener simulaciones más apegadas a la realidad, se requiere considerar la influencia cruzada de las señales en la generación de los registros sintéticos transversales para varios puntos en el espacio. Una maneras de realizarlo es empleando el modelo de coherencia exponencial propuesto en Davenport (1977). En la metodología empleada para las simulaciones no se considera el decaimiento lateral ya que sólo es de interés la correlación vertical de los puntos de simulación.

Se ha observado que la correlación de fuerzas transversales es mayor que la presentada en fuerzas longitudinales al flujo del viento, esto quiere decir que el coeficiente de decaimiento vertical, C_z, es menor para las fuerzas transversales en comparación con las fuerzas longitudinales al flujo del viento.

En Liang et. al. (2002) se presentan las mediciones en un túnel de viento de los coeficientes de correlación de Pearson de señales transversales para edificios de sección transversal rectangular constante con relaciones de aspecto entre $0.25 < D/B \leq 4$. Después de realizar un conjunto de simulaciones de fuerzas transversales, se obtuvieron valores de C_z que se ajustan a los datos medidos en Liang et. al. (2002), los cuales se presenta en la

TABLA 4.7: Valores de C_z para la correlación de fuerzas eólicas transversales de estructuras con sección transversal rectangular

B	C_z
$B < 15\,\text{m}$	$C_z \geq 1.5$
$15\,\text{m} < B \leq 30\,\text{m}$	$1.5 > C_z \geq 0.75$
$30\,\text{m} < B \leq 50\,\text{m}$	$0.75 > C_z \geq 0.25$
$50\,\text{m} < B \leq 75\,\text{m}$	$0.25 > C_z \geq 0.15$
$B > 75\,\text{m}$	$0.15 > C_z > 0$

Para facilitar la realización de las simulaciones, se propone emplear la Ecuación 4.77, la cual presenta un ajuste logarítmico a los valores presentados en la Tabla 4.7 con un coeficiente de determinación de $R^2 = 0.9626$

$$C_z = -0.872 \ln B + 3.7875 \tag{4.77}$$

Debido a que no existe en la literatura información experimental disponible acerca del coeficiente de decaimiento para la correlación en secciones circulares, al realizar una simulación se debe verificar que los valores de correlación simulados obtenidos sean aproximados a los valores esperados de manera iterativa de acuerdo a la estructura a analizar. Se observó durante la realización de este trabajo, que cuando el número de Reynolds de una estructura es mayor que 3×10^6, el coeficiente C_z, tiende a ser alto, por lo que emplear el valor de $C_z = 10$, tal como se sugiere en Simiu y Lozier (1975), resulta en una buena aproximación, y la correlación simulada es cercana a la teórica.

4.4.4. Espectro de potencia teórico de la fuerza transversal del viento

Con base en las desviaciones estándar esperadas, se obtiene el espectro de potencia teórico de la fuerza transversal. Para el caso de secciones rectangulares se emplea la

metodología propuesta en Liang et. al. (2002), la cual separa los espectros de acuerdo a la relación de aspecto de la sección transversal. El espectro cuando la relación de aspecto está entre $1/4 \leq D/B < 3$ se obtiene mediante la Ecuación 4.78.

$$\frac{nS(n)}{\sigma^2} = A\frac{H\left(C_1\right)\bar{n}^2}{\left(1-\bar{n}^2\right)^2 + C_1\bar{n}^2} + (1-A)\frac{C_2^{0.50}\bar{n}^3}{1.56\left[\left(1-\bar{n}^2\right)^2 + C_2\bar{n}^2\right]}, \tag{4.78}$$

donde

$$H\left(C_1\right) = 0.179C_1 + 0.65\sqrt{C_1}, \tag{4.79}$$

$$C_1 = \left[0.47(D/B)^{2.8} - 0.52(D/B)^{1.4} + 0.24\right] / (H/\sqrt{S}), \tag{4.80}$$

$$C_2 = 2, \tag{4.81}$$

$$\begin{aligned} A =& (H/\sqrt{S})\left[-0.6(D/B)^2 + 0.29(D/B) - 0.06\right] + \\ &+ \left[9.84(D/B)^2 - 5.86(D/B) + 1.25\right] \qquad 1/4 \leq D/B < 1/2, \end{aligned} \tag{4.82a}$$

$$\begin{aligned} A =& (H/\sqrt{S})\left[-0.118(D/B)^2 + 0.358(D/B) - 0.214\right] + \\ &+ \left[0.066(D/B)^2 - 0.26(D/B) + 0.894\right] \qquad 1/2 \leq D/B < 3, \end{aligned} \tag{4.82b}$$

σ es el RMS de la fuerza transversal en la altura z, es decir $\sigma = \frac{1}{2}\rho\bar{U}^2(z)C_L B$; $\bar{n} = n/n_s$; n_s es la frecuencia de vórtices alternantes, $n_s = S_t U(z)/B$; y S es el área de la sección transversal, $S = B \times D$.

Cuando la relación de aspecto está entre $3 \leq D/B \leq 4$, el espectro se obtiene empleando la Ecuación 4.83.

$$\frac{nS(n)}{\sigma^2} = A\frac{1.275\bar{n}^2}{\left(1-\bar{n}^2\right)^2 + C_1\bar{n}^2} + (1-A)\frac{C_2^{0.50}(\bar{n}/k)^3}{1.56\left[\left(1-(\bar{n}/k)^2\right)^2 + C_2(\bar{n}/k)^2\right]}, \tag{4.83}$$

donde

$$k = -0.175(H/\sqrt{S}) + 4.7, \quad 4 \leqslant H/\sqrt{S} \leqslant 8, \tag{4.84}$$

$$C_1 = 2, \tag{4.85}$$

$$C_2 = 2/k, \tag{4.86}$$

$$
\begin{aligned}
A &= a I_u^b, \\
a &= 0.17(H/\sqrt{S}) + 3.32, \\
b &= 0.18(D/B) + 0.26,
\end{aligned}
\tag{4.87}
$$

Para secciones circulares, de acuerdo con lo presentado en Vickery y Clark (1972), el espectro se obtiene mediante

$$
\frac{f_n S(f_n)}{\sigma^2} = \frac{f_n}{\sqrt{\pi} B n_s} \exp\left(-\frac{(1 - f_n/n_s)^2}{B^2}\right) \tag{4.88}
$$

donde σ es el RMS de la fuerza transversal en la altura z; f_n es la frecuencia de análisis; n_s es la frecuencia de vórtices alternantes, $n_s = S_t U(z)/D$; y B es el ancho de banda, $B = 0.1 + 2I_u$; y I_u es la intensidad de turbulencia simulada en la dirección longitudinal.

4.4.5. Simulación por representación espectral de Shinozuka

Una vez obtenido el espectro $S(f_n)$, se realiza la simulación de fuerzas transversales empleando el modelo de representación espectral de Shinozuka, presentado en la Sección 4.3.2, con la diferencia de omitir el filtrado de las simulaciones.

4.5. Verificación de las simulaciones

Se realizó un análisis dinámico de un elemento placa delgada, empleando la metodología de simulación eólica presentada. El modelo se idealiza como un oscilador de un grado de libertad, empotrado en la base y libre en la parte superior. Se empleó el reglamento de diseño por viento vigente en México, (*Manual de diseño de obras civiles. Diseño por viento* 2008). La geometría y propiedades del elemento se muestran en la Figura 4.10.

Las dimensiones del área expuesta son $B = 8\,\text{m}$ y $D = 16\,\text{m}$; resultando en un área de $A = 128\,\text{m}^2$. El punto de aplicación de la carga está a una altura $H = 24\,\text{m}$, y la longitud del poste es $h = 20\,\text{m}$. El elemento que resiste lateralmente la acción del viento es un poste tubular de 1 m de diámetro y espesor de 0.0635 m (2.5″). El elemento se encuentra ubicado en la ciudad de Morelia, Michoacán; en terreno tipo III; donde la temperatura media anual es de 18°C; la presión barométrica del lugar es de 604 mmHg y la latitud del sitio es de 19°42′.

De acuerdo con *Manual de diseño de obras civiles. Diseño por viento* 2008, el elemento pertenece al grupo B, donde le corresponde un periodo de retorno de 50 años. La velocidad regional para un periodo de retorno de 3 segundos en Morelia es $\bar{U}(z_r)_{R,10min} = 34.72\,\text{m/s}(125\,\text{km/h})$. La zona donde se encuentra ubicada pertenece a un sitio normal con $F_T = 1$; y para terreno tipo 3, $F_R = 0.77$. En conjunto, la velocidad de referencia de diseño con un tiempo de promediación de 10 minutos a 10 m es de $\bar{U}(z_r)_{D,10min} = 18.77\,\text{m/s}$.

Se realizaron las simulaciones longitudinales empleando el método WAWS, resultando en el registro sintético de velocidades mostrado en la Figura 4.11.

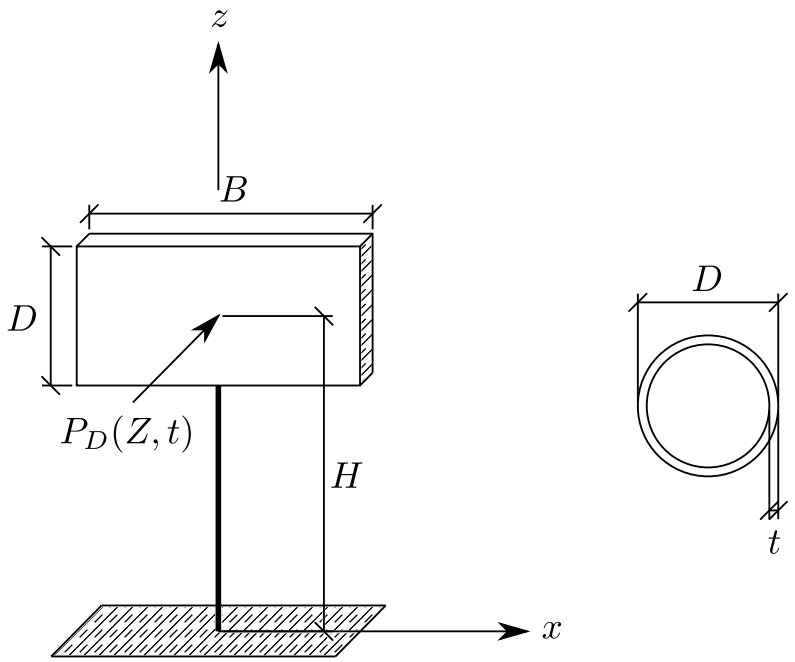


FIGURA 4.10: Elemento placa delgada

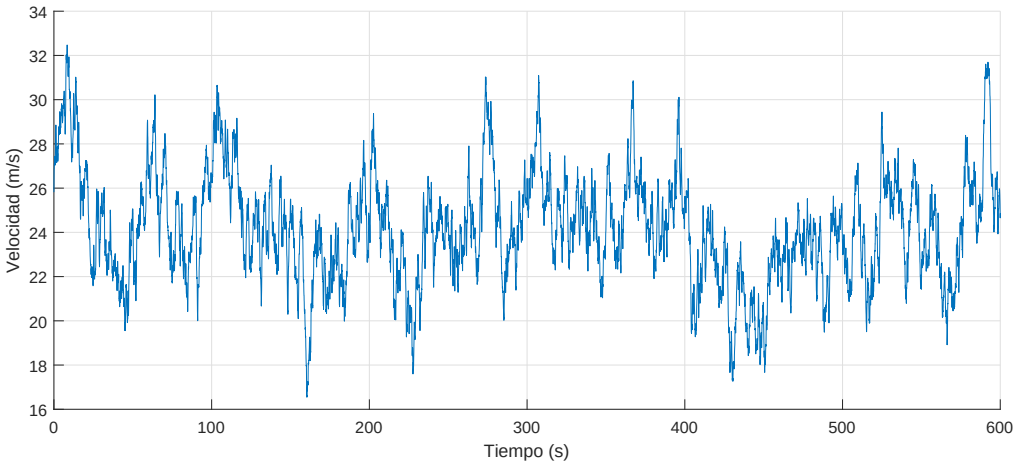


FIGURA 4.11: Simulación de velocidades

La simulación obtenida tiene una velocidad media de $\bar{U}(24\,\mathrm{m})_{sim} = 24.15\,\mathrm{m/s}$; una desviación estándar de $\sigma_u(24\,\mathrm{m})_{sim} = 5.07\,\mathrm{m/s}$; la intensidad de turbulencia es $I_u(24\,\mathrm{m})_{sim} = 20.98\,\mathrm{m/s}$; y la longitud de escala integral del tiempo es $L_u(24\,\mathrm{m})_{sim} = 140.43\,\mathrm{m/s}$.

Para realizar un análisis dinámico, se consideró que el poste es de acero con módulo de elasticidad $E = 2 \times 10^{11}\,\mathrm{Pa}$; la inercia del poste es $I = 0.0206\,\mathrm{m}^4$, que dan una rigidez lateral de $K = 3EI/L^3 = 1.5432\,\mathrm{N/m}$. El elemento tiene un periodo de 1 s, es decir que su masa es de $M = 3.9089 \times 10^4\,\mathrm{kg}$. Considerando un porcentaje de amortiguamiento de 1 %, el coeficiente de amortiguamiento es de $C = 4.912 \times 10^4\,\mathrm{N-s/m}$. Se realizó un análisis dinámico, comparando 4 metodologías para la obtención de las fuerzas: las tres formas de representación mencionadas y la cuarta, denominada "No lineal", es la

consideración de todos los términos. Se empleó un coeficiente de arrastre de 1.6 (*Manual de diseño de obras civiles. Diseño por viento* 2008) y una densidad del aire en el sitio de $\rho = 0.9967\,\mathrm{kg/m^3}$.

La Tabla 4.8 muestra la comparación de las respuestas máximas absolutas, de la misma forma, la Tabla 4.9 muestra la comparación de las respuestas máximas RMS del elemento tipo placa delgada. La forma 1 presenta los resultados más grandes, destacando la aceleración, que tanto para el máximo absoluto como para el máximo RMS se separa significativamente del resto de valores. En general las formas 2 y 3 son parecidas los máximos del análisis no lineal, donde la más cercana es la forma 2.

TABLA 4.8: Respuestas máximas absolutas

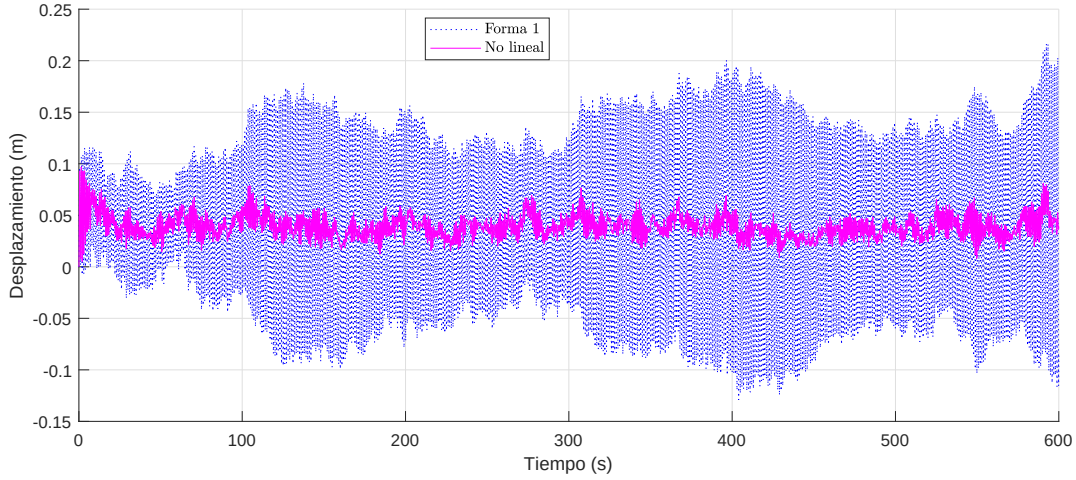
	Forma 1	Forma 2	Forma 3	No lineal
$x\,(\mathrm{m})$	0.2164	0.0952	0.0952	0.0969
$\dot{x}\,(\mathrm{m/s})$	1.0010	0.2865	0.3227	0.2894
$\ddot{x}\,(\mathrm{m/s^2})$	6.2654	1.7585	2.0321	1.7941
$V_b\,(\mathrm{N})$	333937.42	146931.84	158904.09	149557.86
$M_b\,(\mathrm{N-m})$	6678748.47	2938636.88	3178081.72	2991157.19

TABLA 4.9: Respuestas máximas RMS

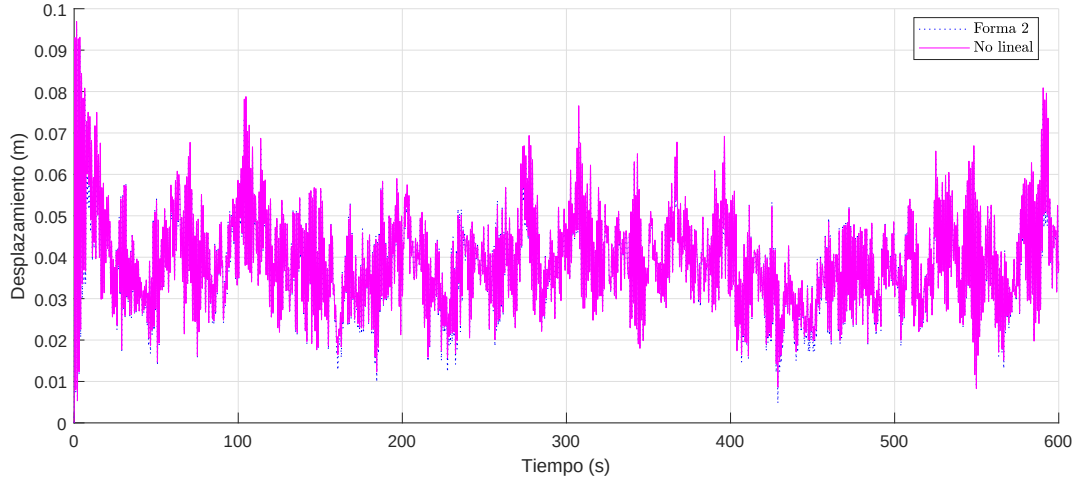
	Forma 1	Forma 2	Forma 3	No lineal
$x\,(\mathrm{m})$	0.0841	0.0400	0.0411	0.0405
$\dot{x}\,(\mathrm{m/s})$	0.4658	0.0445	0.0625	0.0450
$\ddot{x}\,(\mathrm{m/s^2})$	2.9305	0.2775	0.3914	0.2808
$V_b\,(\mathrm{N})$	129842.85	61785.85	63361.22	62457.51
$M_b\,(\mathrm{N-m})$	2596857.05	1235717.03	1267224.48	1249150.29

La Figura 4.12, la Figura 4.13 , la Figura 4.14, la Figura 4.15 y la Figura 4.16 muestran la comparación de las respuestas dinámicas paso a paso para el desplazamiento, la velocidad, la aceleración, el cortante basal y el momento en la base, respectivamente, variando las formas de la función de fuerzas contra la función no lineal.

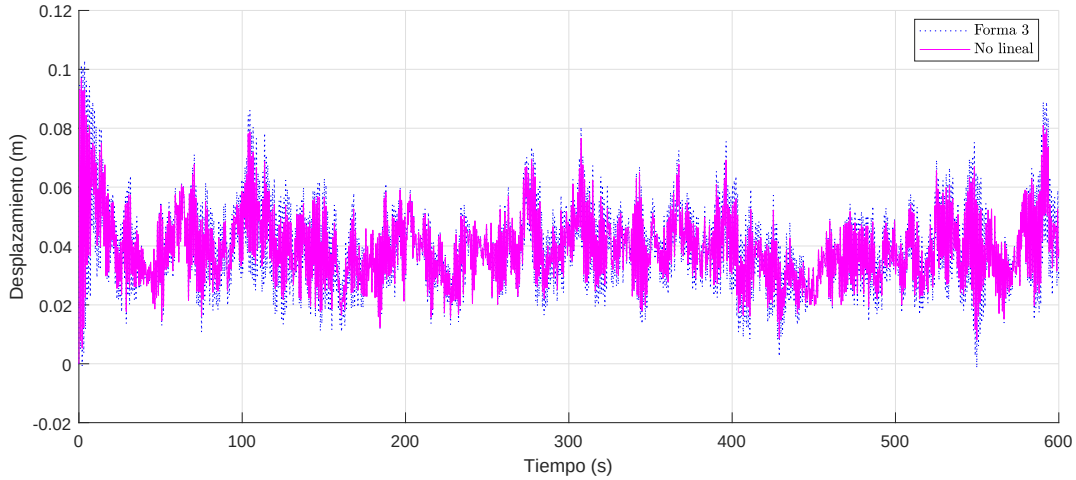
De los resultados destaca la gran variación en la comparativa entre la forma 1 de la función de fuerzas y la forma no lineal, donde se aprecia que el término del valor absoluto incrementa significativamente todas las respuestas. Por otro lado, las formas 2 y 3 tienen una mejor aproximación a los resultados con la forma no lineal, en ambos se aprecia una amplificación de las respuestas, sin embargo, las diferencias son menores en la forma 2.



(A) Forma 1

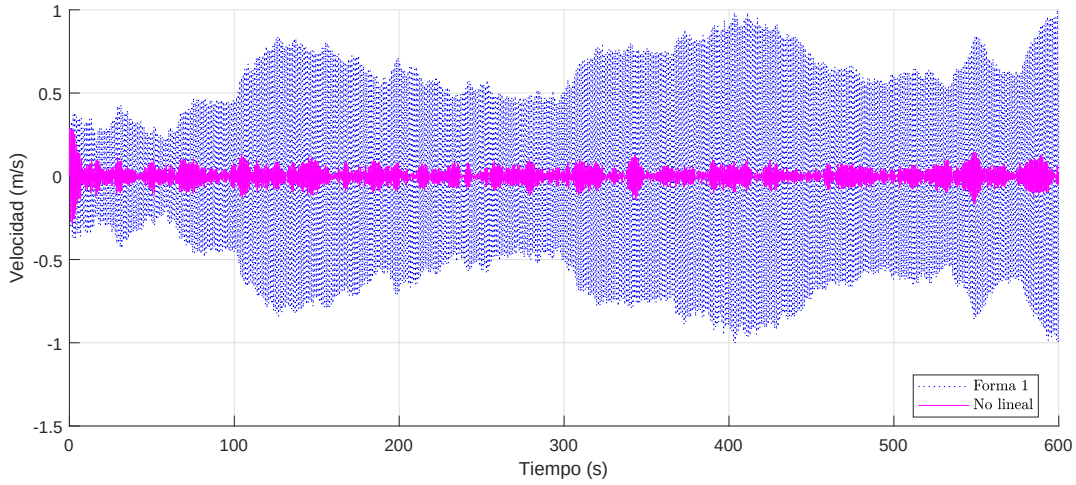


(B) Forma 2

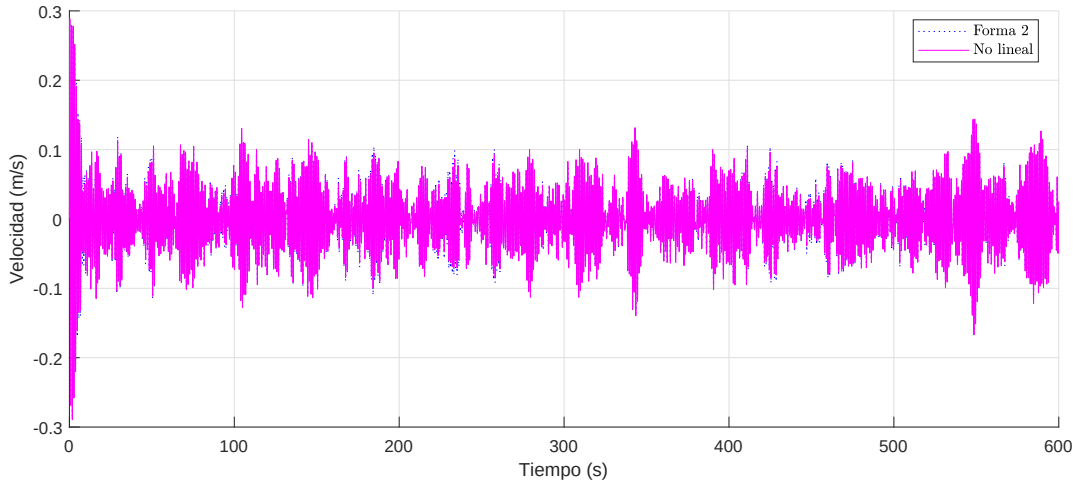


(C) Forma 3

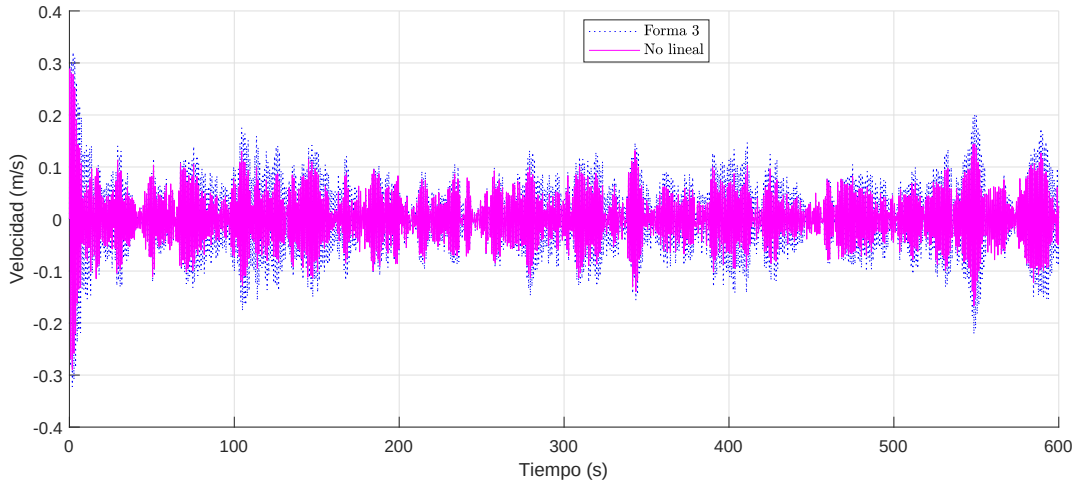
FIGURA 4.12: Comparación de desplazamientos empleando distintas funciones de fuerzas



(A) Forma 1

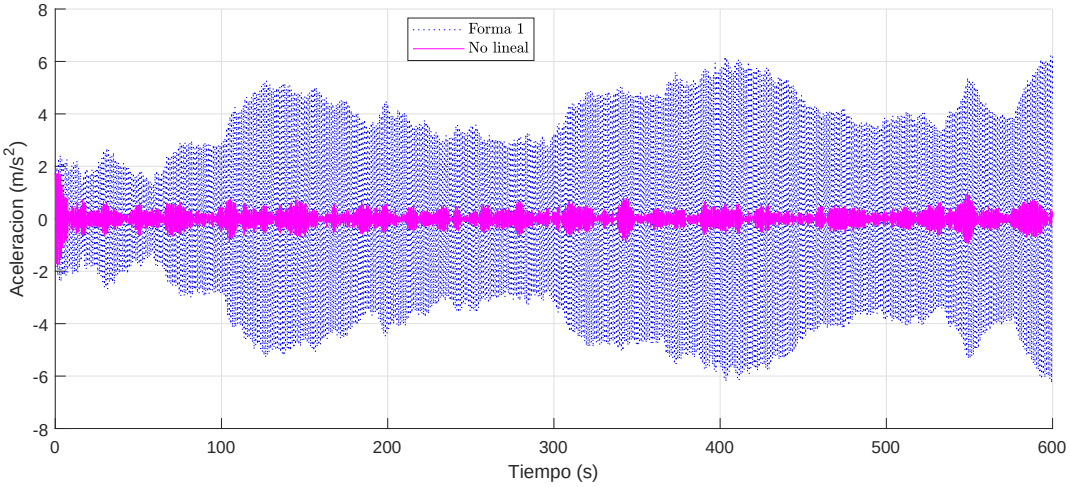


(B) Forma 2

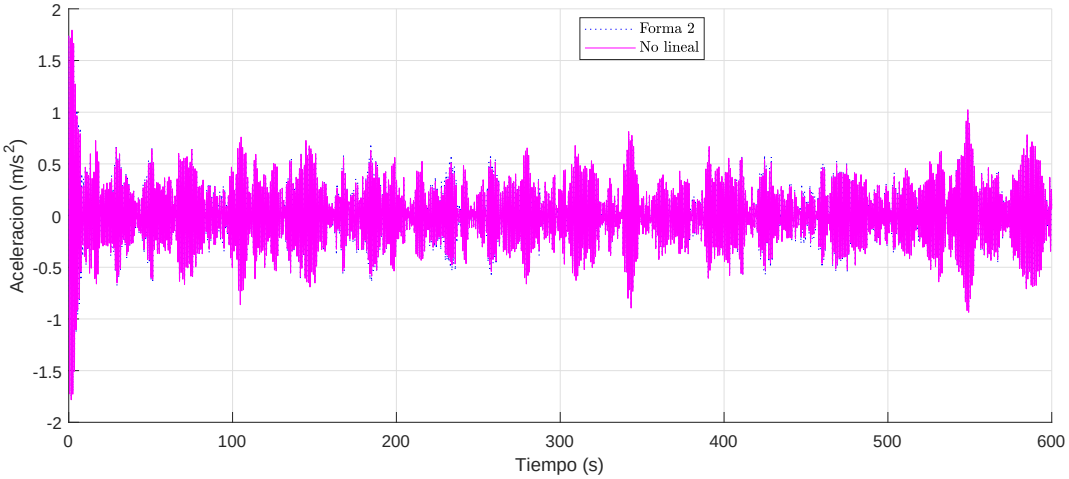


(C) Forma 3

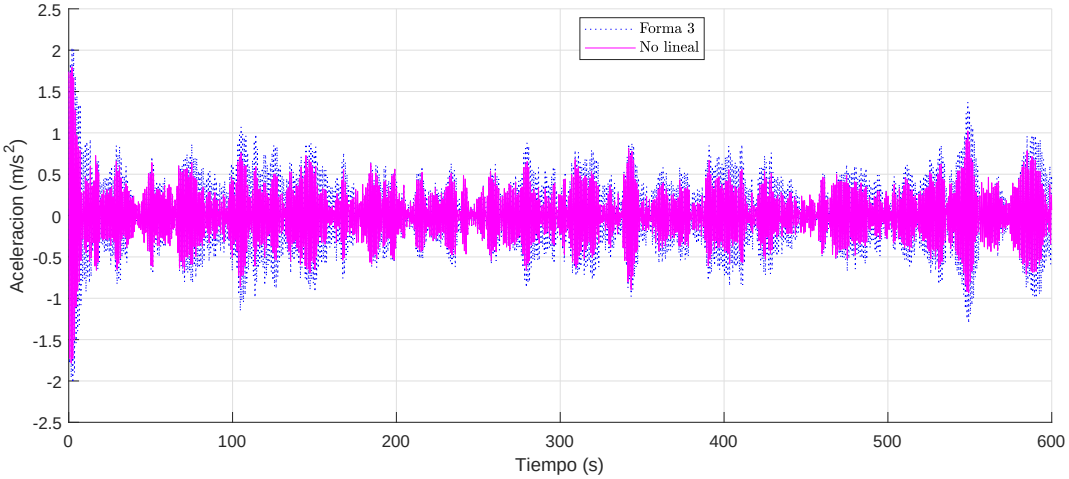
FIGURA 4.13: Comparación de velocidades empleando distintas funciones de fuerzas



(A) Forma 1

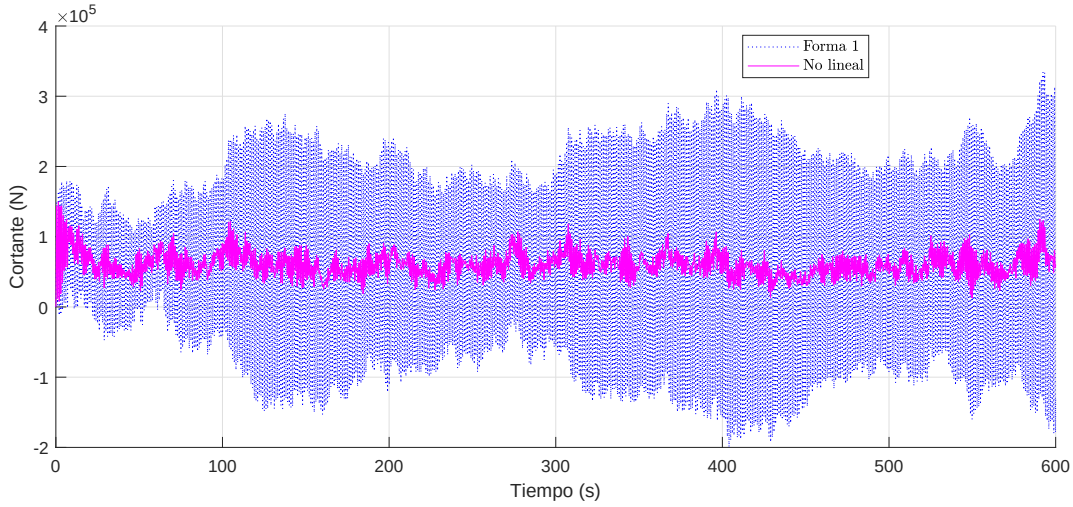


(B) Forma 2

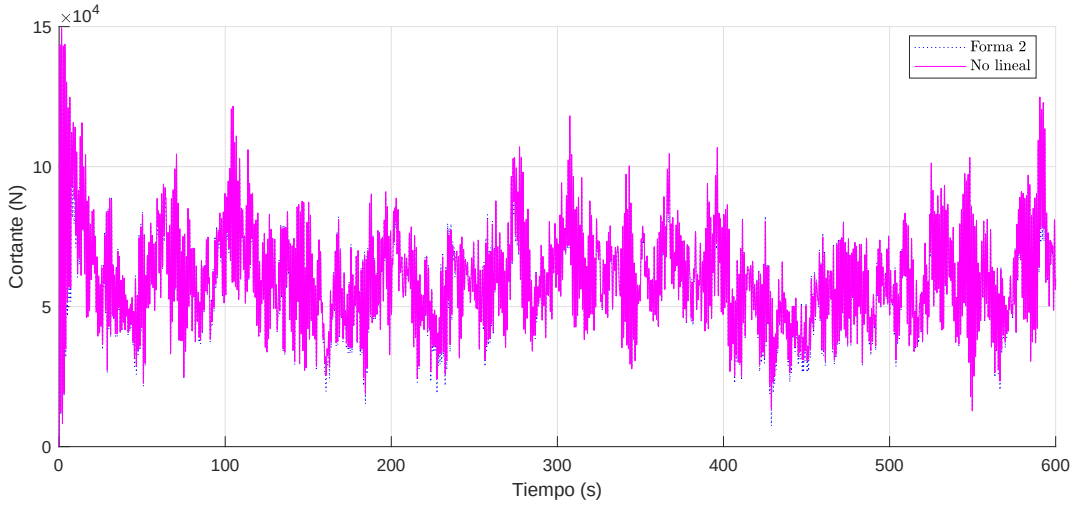


(C) Forma 3

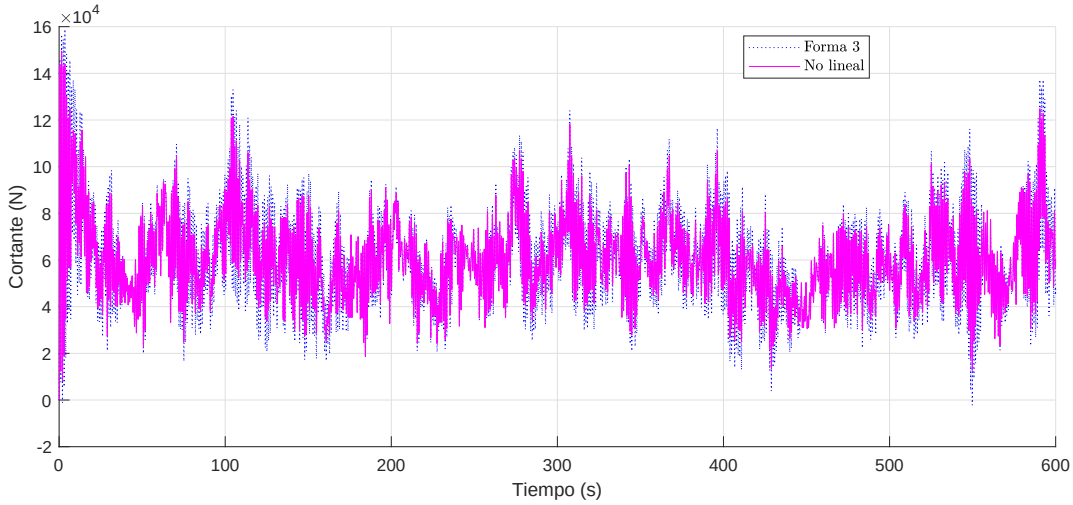
FIGURA 4.14: Comparación de aceleraciones empleando distintas funciones de fuerzas



(A) Forma 1

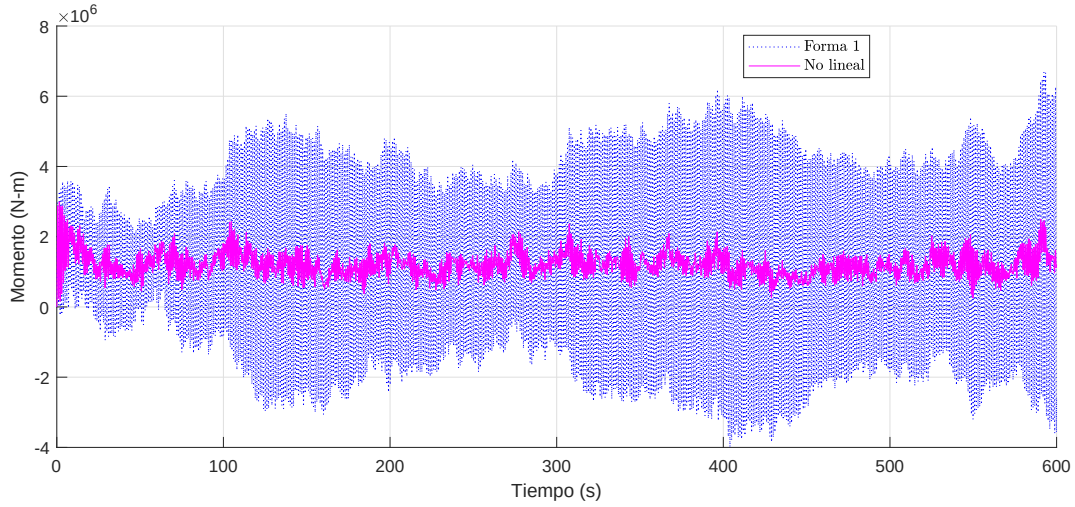


(B) Forma 2

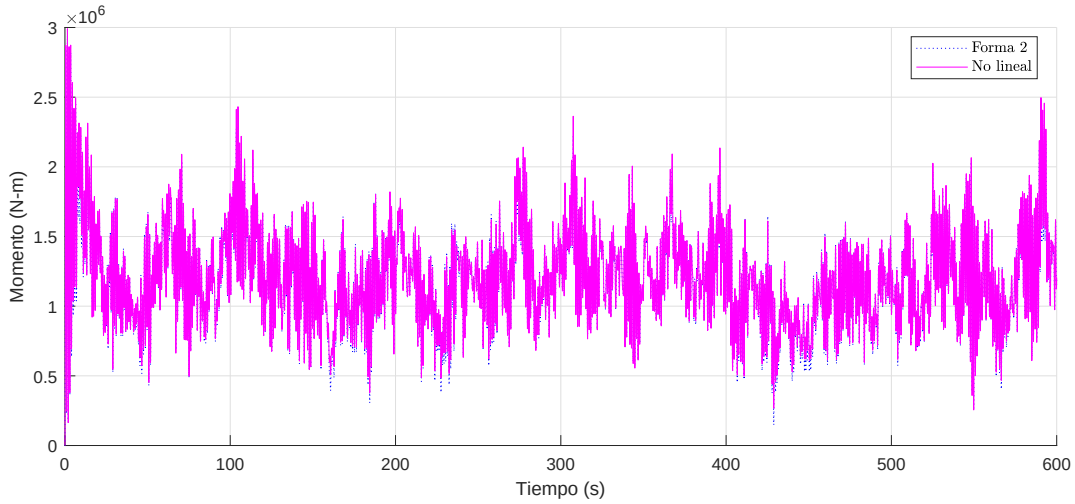


(C) Forma 3

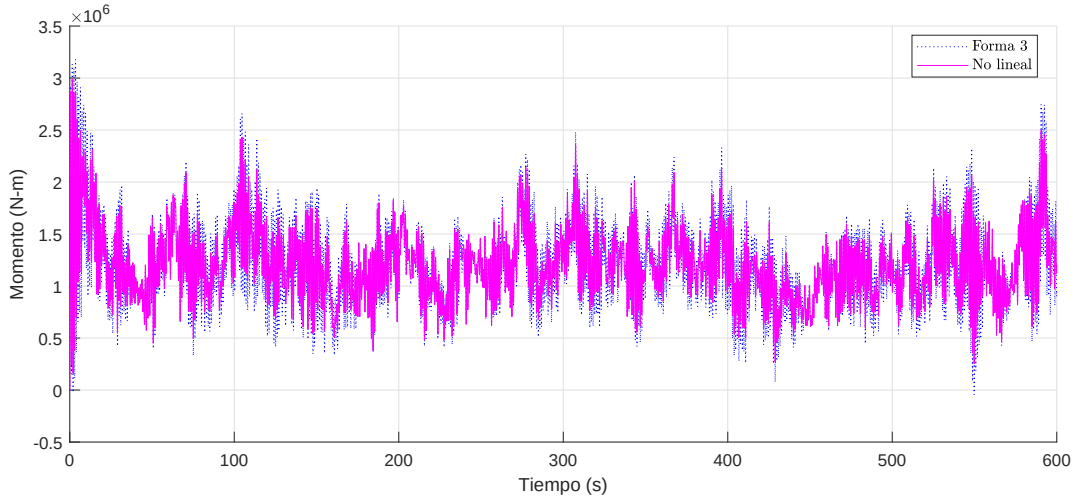
FIGURA 4.15: Comparación de cortantes empleando distintas funciones de fuerzas



(A) Forma 1



(B) Forma 2



(C) Forma 3

FIGURA 4.16: Comparación de momentos empleando distintas funciones de fuerzas

La Tabla 4.10 muestra la comparativa de los valores medios de las respuestas para las 4 formas evaluadas de la función de fuerzas. Los resultados muestran que las 4 metodologías presentan resultados semejantes en desplazamientos, cortantes y momentos, pero en velocidades y aceleraciones la forma 1 se aleja de la tendencia del resto de formas. La Tabla 4.11, muestra que la forma 1 tiene una desviación estándar mayor al resto de las formas evaluadas, donde la mayor diferencia se presenta con la aceleración.

TABLA 4.10: Media de las respuestas

	Forma 1	Forma 2	Forma 3	No lineal
$x\,(\mathrm{m})$	0.03898	0.03858	0.03899	0.03899
$\dot{x}\,(\mathrm{m/s})$	-0.00011	0.00006	0.00005	0.00007
$\ddot{x}\,(\mathrm{m/s^2})$	0.00126	0.00012	0.00015	0.00014
$V_b\,(\mathrm{N})$	60150.32	59536.81	60171.77	60171.05
$M_b\,(\mathrm{N-m})$	1203006.40	1190736.26	1203435.35	1203420.98

TABLA 4.11: Desviación estándar de las respuestas

	Forma 1	Forma 2	Forma 3	No lineal
$x\,(\mathrm{m})$	0.07457	0.01070	0.01286	0.01085
$\dot{x}\,(\mathrm{m/s})$	0.46577	0.04450	0.06253	0.04504
$\ddot{x}\,(\mathrm{m/s^2})$	2.93060	0.27747	0.39138	0.28086
$V_b\,(\mathrm{N})$	115074.80	16519.14	19850.34	16745.43
$M_b\,(\mathrm{N-m})$	2301495.93	330382.84	397006.78	334908.58

La Tabla 4.12 presenta un resumen de las diferencias relativas a la norma 2 de la respuesta dada por la función de fuerzas no lineal. Se aprecia que la forma 1 es la más alejada de la solución no lineal, y que el resto de formas se encuentran cercanas, la forma 2, a pesar de ser la de menor diferencia relativa, tiene diferencias cercanas al 10 % en la velocidad y la aceleración. Donde el desplazamiento se encuentra mucho más parecido, sin embargo, en análisis eólico rigen las condiciones de servicio en el diseño, es decir, las aceleraciones, por tanto, es necesario que sean bien estimadas, y en este sentido, ninguna de las formas de evaluar la función de fuerzas entrega resultados satisfactorios, por tanto, alterar los términos de la función de fuerzas puede cambiar totalmente los resultados de un análisis.

TABLA 4.12: Diferencias relativas con la función no lineal

	Forma 1	Forma 2	Forma 3
x	179.34 %	2.47 %	9.92 %
$\dot{x}$	1012.65 %	9.22 %	55.97 %
$\ddot{x}$	1021.14 %	9.18 %	56.40 %
V_b	179.34 %	2.47 %	9.92 %
M_b	179.34 %	2.47 %	9.92 %

Para verificar la aproximación se calculó el factor de amplificación dinámico empleando la metodología presentada en *Manual de diseño de obras civiles. Diseño por viento* 2008. La Tabla 4.13 muestra los parámetros requeridos para la obtención del factor de amplificación dinámico y la expresión correspondiente en el manual.

TABLA 4.13: Obtención del factor de amplificación dinámico. (*Manual de diseño de obras civiles. Diseño por viento* 2008)

Velocidad regional	V_R	125.00 km/h	Figura 4.2.2
Factor de exposición	F_{RZ}	0.65	Ec 4.4.2.b
Factor de topografía	F_T	1.00	Tabla 4.2.4
Velocidad media a 10 min	V'_D	22.56 m/s	Ec 4.4.1
Constante d	d	0.29	Tabla 4.4.2
Constante α'	α'	0.61	Tabla 4.4.2
Indice de turbulencia	$I_v(Z_s)$	0.17	Ec 4.4.6.a
Longitud de escala de turbulencia	$L(Z_s)$	82.30 m	Ec 4.4.8.a
Factor de respuesta de fondo	B^2	0.71	Ec 4.4.7
Densidad de potencia del viento	$S_L(Z_s, h_{1,x})$	0.06	Ec 4.4.10
Coeficiente de frecuencia reducida	η_h	1.63	
Función de admitancia aerodinámica	R_h	0.43	Ec 4.4.11
Coeficiente de frecuencia reducida	η_b	3.26	
Función de admitancia aerodinámica	R_b	0.26	Ec 4.4.12
Factor de respuesta en resonancia	R^2	0.50	Ec 4.4.9
Frecuencia de cruces por cero	ν	0.65 Hz	Ec 4.4.15
Factor pico	k_p	5.52	Ec 4.4.14
Factor de amplificación dinámico	F_{AD}	1.94	Ec 4.4.5

El factor de amplificación se define como el cociente entre la respuesta máxima y la respuesta media; aplicando la definición anterior se obtienen los factores de amplificación dinámico mostrados en la Tabla 4.14.

TABLA 4.14: Factores de amplificación dinámico del análisis paso a paso

	Forma 1	Forma 2	Forma 3	No lineal
x	5.55	2.47	2.44	2.49
$\dot{x}$	-8992.98	4409.52	6124.31	4414.87
$\ddot{x}$	4953.37	14870.87	13378.69	12757.68
V_b	5.55	2.47	2.64	2.49
M_b	5.55	2.47	2.64	2.49

Como se observa, el factor dinámico obtenido con el reglamento, correspondiente al del desplazamiento del análisis dinámico, es distinto a los obtenidos en el análisis dinámico. El más distinto de los comparados es el de la forma 1 de aproximación de la función de fuerzas, sin embargo, el que marca la pauta es el de la función no lineal de fuerzas, donde el valor obtenido con el reglamento no está cerca del valor real del factor ya que el reglamento está subestimando su magnitud. Para emitir una conclusión más completa, se obtuvieron las respuestas media y máxima empleando el reglamento, los resultados obtenidos son

$$\bar{x} = \frac{\bar{F}}{K} = \frac{\frac{1}{2}\rho C_d A \bar{U}^2}{K} = 0.0148\,\text{m}$$

$$x_t = F_{AD}\bar{x} = 0.0288\,\text{m}$$

Los resultados obtenidos respaldan que, nuevamente el reglamento subestima la respuesta real de la estructura obtenida con el análisis no lineal. Esto es un problema ya que en la práctica no se emplean análisis detallados para el diseño y revisión estructural, en lugar de ello se emplean las metodologías simplificadas que proporciona el reglamento que, como ya se evidenció subestiman la respuesta real de la estructura.

En general se concluye que la forma 1 de la función de fuerzas no produce una respuesta parecida a la obtenida con la función no lineal; la forma 2 produce los resultados más parecidos de las 3, sin embargo, en la velocidad y aceleración, la diferencia global es cercana al 10 % por lo que se reafirma que quitar términos argumentando su poca incidencia produce un resultado, aunque semejante a la solución completa, con una diferencia significativa que quedará a juicio del especialista si merece la pena realizar un análisis más refinado. La forma 3 también reproduce de manera aproximada la respuesta obtenida con el análisis global, dejando en claro que despreciar la respuesta de la estructura en la función de fuerzas origina que el error global en la velocidad y aceleración sea mayor del 50 %. Finalmente, los resultados obtenidos con el reglamento se encuentran por debajo de los del análisis refinado, lo cual se traduce en estructuras diseñadas con fuerzas menores a las que se pueden presentar.

Apéndice

4.A. Manual de usuario simulaciones_viento_1gl.m

4.A.1. Generalidades

Se presenta el manual de usuario del script de Matlab simulaciones_viento_1gl.m. El script permite hacer simulaciones de viento en la dirección longitudinal de una estructura tipo punto. La simulación se realiza empleando el modelo representación espectral de Shinosaka (WAWS).

Se requiere conocer la altura a la cual se realiza la simulación en m (z); el área transversal expuesta en la dirección del viento en m^2 (A); el coeficiente de arrastre de la sección transversal en la dirección longitudinal (C_d); la temperatura media anual del sitio en °C (τ); la presión barométrica del lugar en mmHg (Λ); la velocidad de referencia de diseño a 10 m promediada a 10 minutos en $m\,s^{-1}$ ($\bar{U}\left(z_r\right)_{D,10\,\text{mín}}$); la latitud del sitio donde se ubica la estructura en decimales (λ); y el tipo de terreno donde se ubica la estructura.

4.A.2. Modo de empleo

Archivos requeridos

Se puede generar, de manera opcional, un archivo con las propiedades requeridas para la simulación, (ver Figura 4.17). El archivo debe ser de texto delimitado, puede colocarse en cualquier directorio sin importar la extensión o el nombre del archivo. El archivo de datos debe contener en una sola columna, las propiedades en el siguiente orden estricto:

1. Altura a la cual se realiza la simulación;
2. Área transversal expuesta en la dirección del viento;
3. Coeficiente de arrastre;
4. Temperatura media anual del sitio;
5. Presión barométrica del lugar;
6. Velocidad de referencia de diseño a 10 m promediada a 10 minutos;
7. Latitud del sitio donde se ubica la estructura; y
8. Tipo de terreno donde se ubica la estructura.

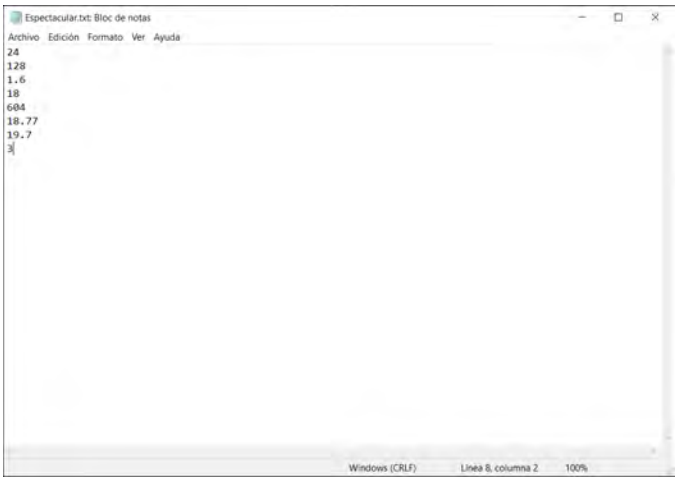


FIGURA 4.17: Datos de entrada

Ejecución del programa

Reunida la información requerida, se procede a la ejecución del script (ver Figura 4.18). Durante la ejecución, pregunta si desea cargar un archivo de datos (ver Figura 4.19), en caso de seleccionar la opción si, se pide que seleccione el archivo de datos (ver Figura 4.20); en caso de seleccionar la opción no, el programa muestra una ventana de entrada de datos para colocar los valores de los parámetros solicitados (ver Figura 4.21), y al finalizar, pide que seleccione el tipo de terreno donde se ubica la estructura (ver Figura 4.22).

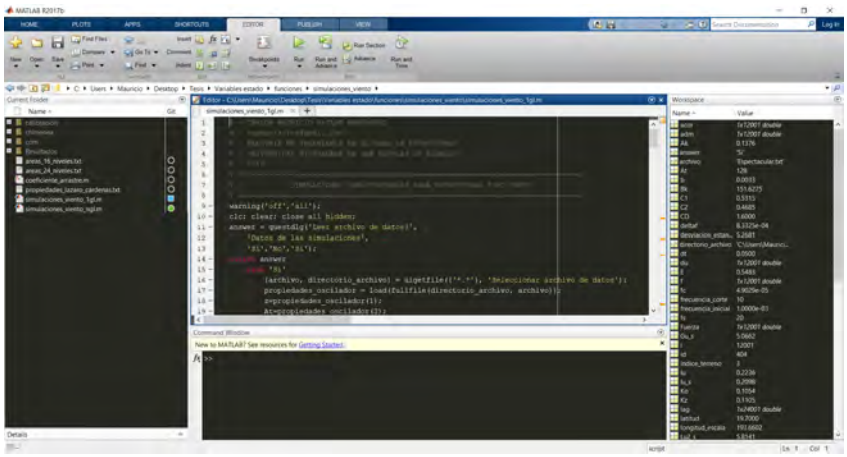


FIGURA 4.18: Ejecución del programa

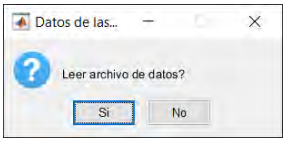


FIGURA 4.19: Tipo de entrada de datos

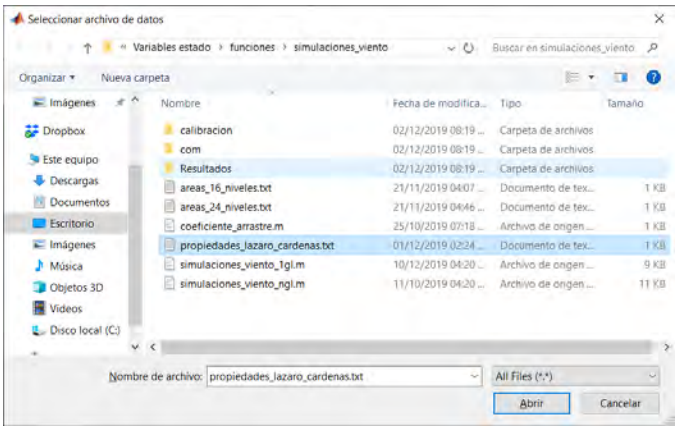


FIGURA 4.20: Selección de archivo de datos

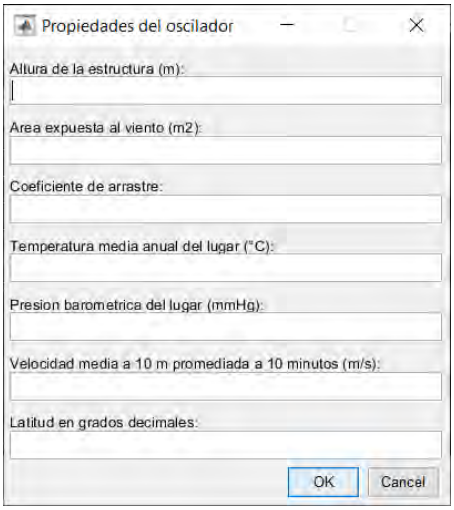


FIGURA 4.21: Ventana de entrada de datos

Resultados del programa

El script crea un directorio llamado Respuestas, (ver Figura 4.23), donde coloca, en formato de gráficos vectoriales (eps), las gráficas de las simulaciones de fuerzas y velocidades, (ver Figura 4.24).

También se reportan las simulaciones en un archivo de Excel, (ver Figura 4.25), donde se colocan las fuerzas y velocidades. Además, se crea otro archivo de Excel, que incluye la altura de las simulaciones, las desviaciones estándar teórica y simulada; las velocidades medias teóricas y simuladas; los índices de turbulencia teórico y simulado; y la longitud de turbulencia teórica y simulada, (ver Figura 4.26).

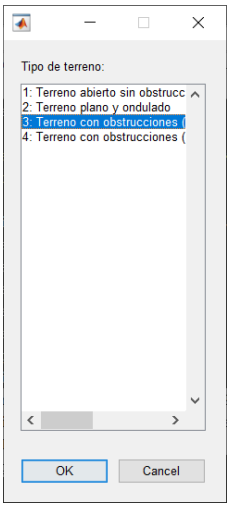


FIGURA 4.22: Selección del tipo de terreno

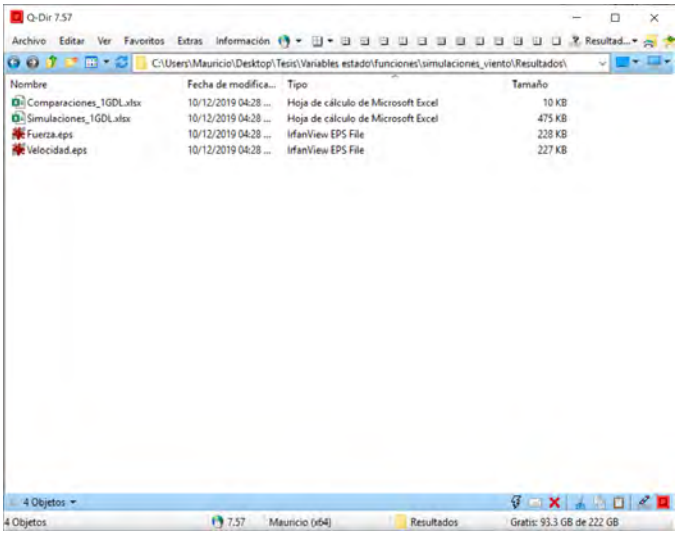


FIGURA 4.23: Directorio con los resultados del script

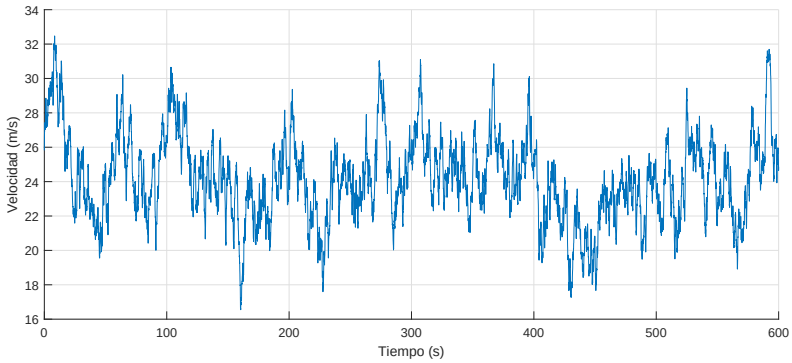


FIGURA 4.24: Simulaciones de velocidades

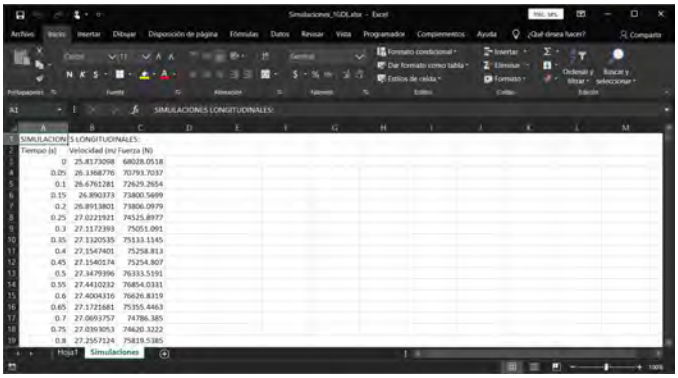


FIGURA 4.25: Simulaciones de fuerzas y velocidades

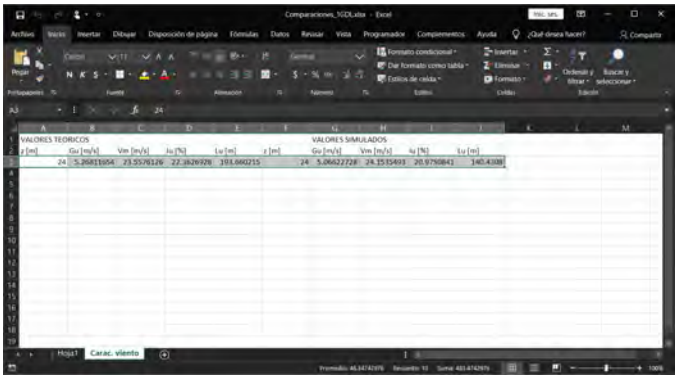


FIGURA 4.26: Parámetros estadísticos de las simulaciones

4.B. Manual de usuario simulaciones_viento_ngl.m

4.B.1. Generalidades

Se presenta el manual de usuario del script de Matlab simulaciones_viento_ngl.m. El script permite hacer simulaciones de viento en la dirección longitudinal de una estructura tipo linea discretizada en n elementos. La simulación se realiza empleando el modelo representación espectral de Shinosaka (WAWS) y la función de la coherencia propuesta en Krenk, 1996.

Se requiere conocer las alturas a la cuales se realizan la simulaciones en m (z_i); las áreas transversales expuestas en la dirección del viento para cada altura en m^2 (A); los coeficientes de arrastre de la sección transversal en la dirección longitudinal para cada altura (C_d); la temperatura media anual del sitio en °C (τ); la presión barométrica del lugar en mmHg (Λ); la velocidad de referencia de diseño a 10 m promediada a 10 minutos en $m\,s^{-1}$ ($\bar{U}\,(z_r)_{D,10\,\text{mín}}$); la latitud del sitio donde se ubica la estructura en decimales (λ); el tipo de terreno donde se ubica la estructura; y el coeficiente de decaimiento vertical empleado para la coherencia.

4.B.2. Modo de empleo

Archivos requeridos

Se puede generar, de manera opcional, un conjunto de archivos con las propiedades requeridas para la simulación, (ver Figura 4.27). Los archivos deben ser de texto delimitado, pueden colocarse en cualquier directorio sin importar la extensión o el nombre del archivo. Los archivos deben tener, de forma separada y colocados los valores en orden ascendente, las alturas de las simulaciones; o las áreas expuestas en la dirección longitudinal; o los coeficientes de arrastre por nivel. El otro archivo de datos posible debe contener en una sola columna, las propiedades en el siguiente orden estricto:

1. Temperatura media anual del sitio;
2. Presión barométrica del lugar;
3. Velocidad de referencia de diseño a 10 m promediada a 10 minutos;
4. Latitud del sitio donde se ubica la estructura;
5. Tipo de terreno donde se ubica la estructura; y
6. Coeficiente de decaimiento vertical

En caso de emplear la función de coherencia propuesta en Krenk, 1996, el coeficiente de decaimiento vertical es 5.

Ejecución del programa

Reunida la información requerida, se procede a la ejecución del script (ver Figura 4.28). Durante la ejecución, pregunta si desea leer un archivo de alturas (ver Figura 4.29), en caso de seleccionar la opción si, se pide que seleccione el archivo de alturas (ver Figura 4.30); en caso de seleccionar la opción no, el programa supone que la altura es igual

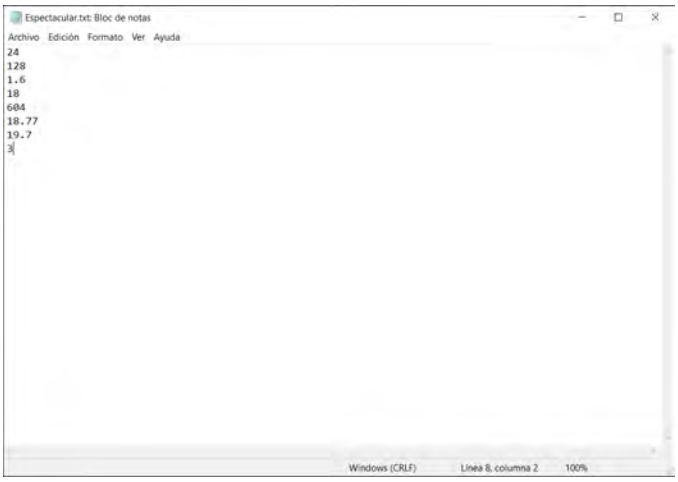


FIGURA 4.27: Datos de entrada

en todos los nodos y pide que se introduzca su valor. A continuación, pregunta si desea leer un archivo de áreas (ver Figura 4.31), en caso de seleccionar la opción si, se pide que seleccione el archivo de áreas (ver Figura 4.32); en caso de seleccionar la opción no, el programa supone que el ancho es igual en todos los nodos y pide que se introduzca su valor e internamente calcula el área en función de las alturas entre nodos. Posteriormente pregunta si desea leer un archivo de coeficientes de arrastre (ver Figura 4.33), en caso de seleccionar la opción si, se pide que seleccione el archivo de coeficientes de arrastre (ver Figura 4.34); en caso de seleccionar la opción no, el programa supone que el coeficiente es igual en todos los nodos y pide que se introduzca su valor. Finalmente, pregunta si desea leer un archivo con los datos (ver Figura 4.35), en caso de seleccionar la opción si, se pide que seleccione el archivo de datos (ver Figura 4.36); en caso de seleccionar la opción no, muestra una ventana de entrada de datos para colocar los valores de los parámetros solicitados (ver Figura 4.37), y al finalizar, pide que seleccione el tipo de terreno donde se ubica la estructura (ver Figura 4.38).

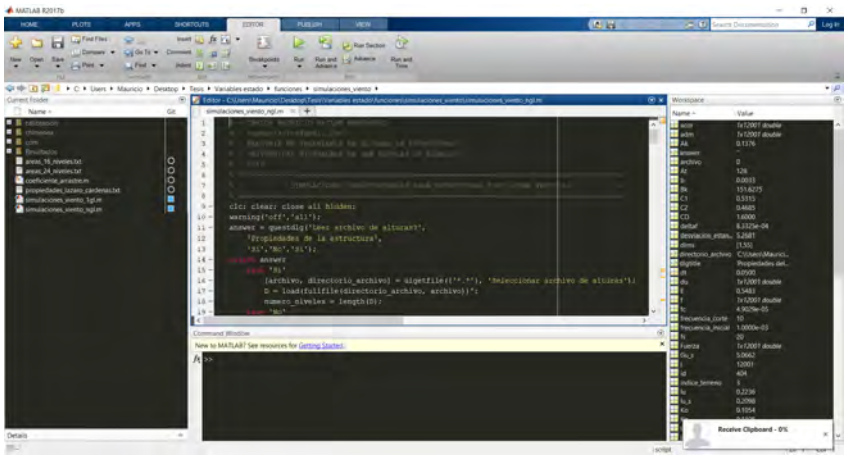


FIGURA 4.28: Ejecución del programa

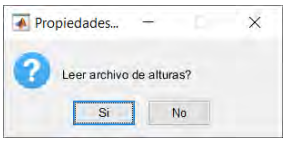


FIGURA 4.29: Tipo de entrada de alturas

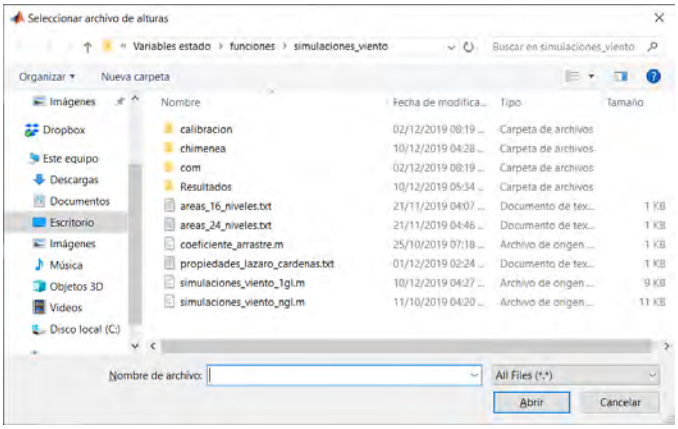


FIGURA 4.30: Selección de archivo de alturas

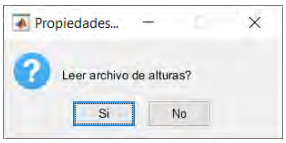


FIGURA 4.31: Tipo de entrada de áreas

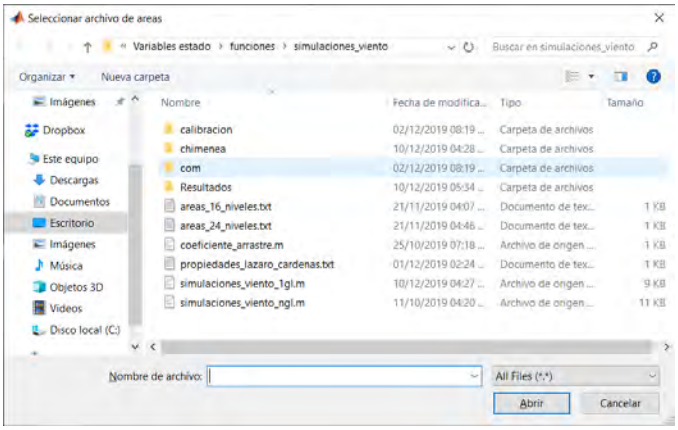


FIGURA 4.32: Selección de archivo de áreas

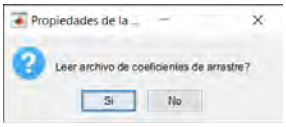


FIGURA 4.33: Tipo de entrada de coeficientes de arrastre

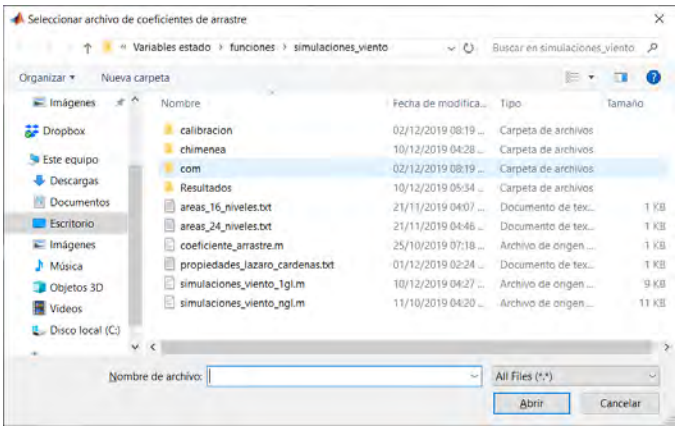


FIGURA 4.34: Selección de archivo de coeficientes de arrastre

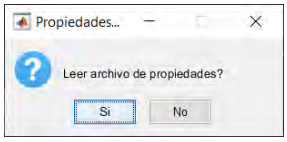


FIGURA 4.35: Tipo de entrada de datos

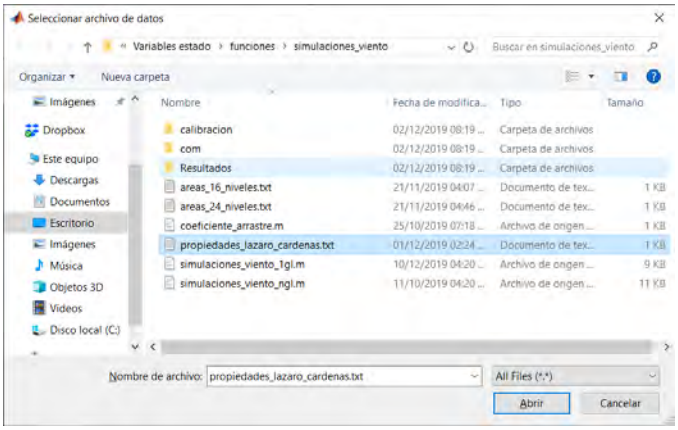


FIGURA 4.36: Selección de archivo de datos

Resultados del programa

El script crea un directorio llamado Respuestas, (ver Figura 4.39), donde coloca, en formato de gráficos vectoriales (eps), las gráficas de las simulaciones de fuerzas y velocidades, (ver Figura 4.40).

También se reportan las simulaciones en un archivo de Excel, (ver Figura 4.41), donde se colocan las fuerzas y velocidades. Además, se crea otro archivo de Excel, que incluye la altura de las simulaciones, las desviaciones estándar teórica y simulada; las velocidades medias teóricas y simuladas; los índices de turbulencia teórico y simulado; y la longitud de turbulencia teórica y simulada, (ver Figura 4.42) para cada altura.

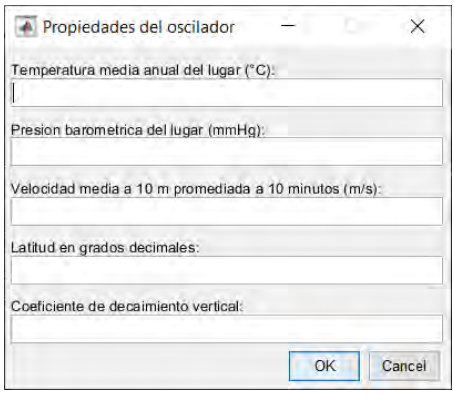


FIGURA 4.37: Ventana de entrada de datos

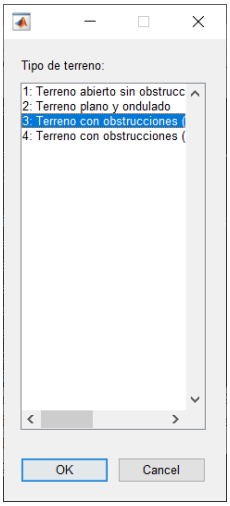


FIGURA 4.38: Selección del tipo de terreno

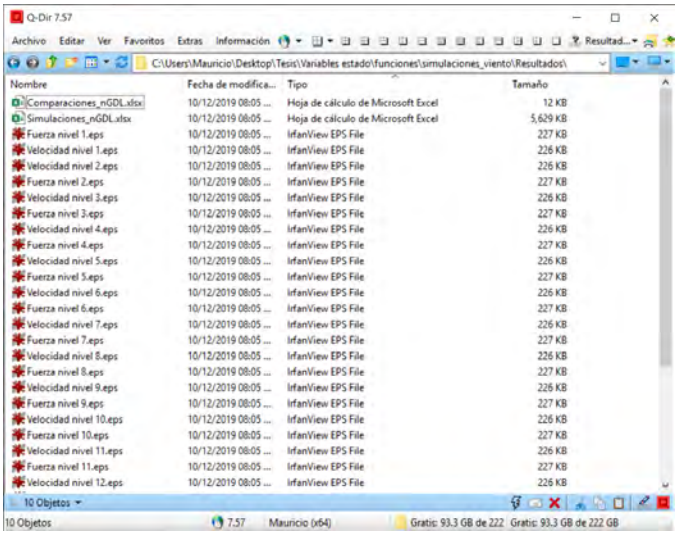


FIGURA 4.39: Directorio con los resultados del script

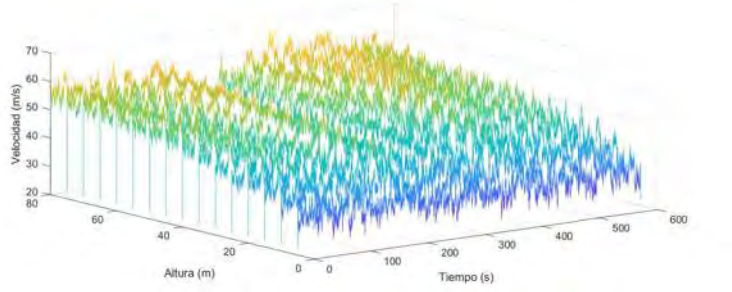


FIGURA 4.40: Simulaciones de velocidades

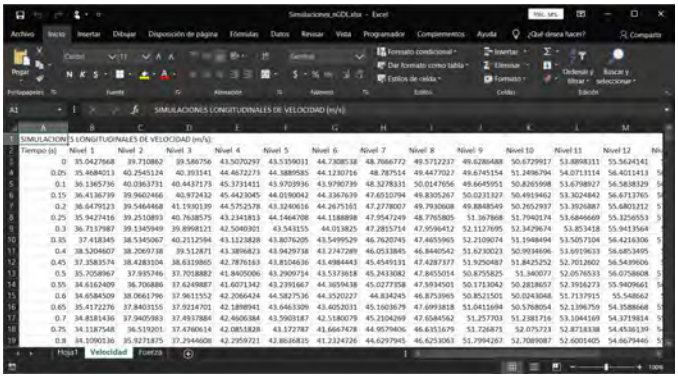


FIGURA 4.41: Simulaciones de fuerzas y velocidades

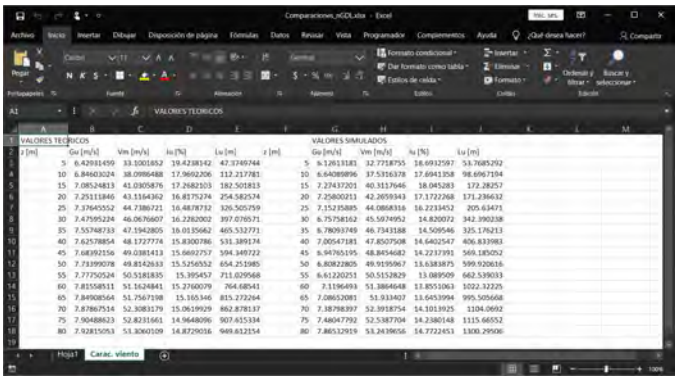


FIGURA 4.42: Parámetros estadísticos de las simulaciones

4.C. Manual de usuario simulacion_transversal_ngl

4.C.1. Generalidades

Se presenta el manual de usuario del script de Matlab simulacion_transversal_ngl. El script permite hacer simulaciones de fuerzas de viento en la dirección transversal de una estructura tipo linea discretizada en n elementos. La simulación se realiza empleando el modelo representación espectral de Shinosaka (WAWS). La duración de la simulación es de 10 minutos. Se soportan secciones rectangulares constantes, cuya relación de aspecto esté entre $0.25 \leq D/B \leq 4$; y secciones circulares constantes o variables con la altura.

Se requiere conocer las distancias entre los nodos en los cuales se realizan la simulaciones en m (dz_i); la forma de la sección transversal de la estructura en la que se realizan las simulaciones; la temperatura media anual del sitio en °C (τ); la presión barométrica del lugar en mmHg (Λ); la velocidad regional a 10 m promediada a 3 segundos en terreno tipo 2 en $\mathrm{m\,s^{-1}}$ ($\bar{U}\left(z_r\right)_{R,3s}$); el tipo de terreno donde se ubica la estructura; el factor de topografía de acuerdo a la zona donde se ubica la estructura; el tipo de perfil de velocidades medias del viento; la latitud del sitio donde se ubica la estructura en decimales (λ); y el coeficiente de decaimiento vertical empleado para la coherencia. De la sección transversal se requiere conocer el diámetro en cada nodo para secciones circulares; y las longitudes perpendicular al flujo de viento, B, y paralela al flujo de viento D.

4.C.2. Modo de empleo

Archivos requeridos

Se deben generar dos archivos con las propiedades requeridas para la simulación, (ver Figura 4.27). Los archivos deben ser de texto delimitado, pueden colocarse en cualquier directorio sin importar la extensión o el nombre del archivo. El primer archivo deben tener, en una sola columna, las distancias entre los nodos donde se realizan las simulaciones, colocadas en orden ascendente. El otro archivo debe contener en una sola columna, las propiedades en el siguiente orden estricto:

1. Temperatura media anual del sitio;
2. Presión barométrica del lugar;
3. Velocidad regional a 10 m promediada a 3 segundos en terreno tipo 2;
4. Tipo de terreno donde se ubica la estructura;
5. Factor de topografía;
6. Tipo de perfil de velocidades medias del viento;
7. Latitud del sitio donde se ubica la estructura;
8. Coeficiente de decaimiento vertical

El script contiene tres tipos de perfiles de velocidades distintos: de ley de potencia, de ley logarítmica y de ley logarítmica corregida. Los tres perfiles son válidos para alturas menores a 200 m, sin embargo, el de ley logarítmica corregida, es válido para cualquier altura debido a que considera la altura de la capa límite atmosférica.

El coeficiente de decaimiento vertical para secciones rectangulares puede obtenerse empleando la Ecuación 4.77, mientras que, para secciones circulares, deberá iniciar realizando una simulación inicial con el valor de 10, y verificar que las correlaciones teóricas y simuladas sean semejantes.

En caso de que la sección de la estructura sea circular variable, se debe generar un archivo de texto delimitado con los diámetros de la sección transversal por nivel en orden ascendente.

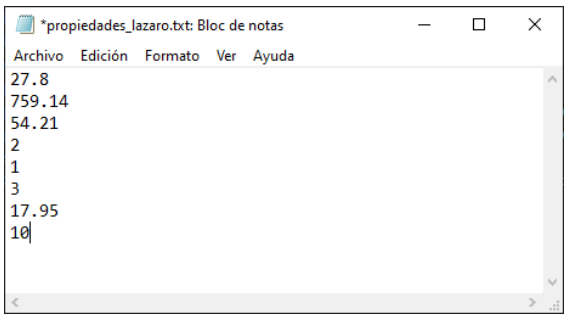


FIGURA 4.43: Datos de entrada

Ejecución del programa

Reunida la información requerida, se procede a la ejecución del script (ver Figura 4.44). Durante la ejecución, pide que seleccione el directorio donde se colocarán los archivos de salida, (ver Figura 4.45). A continuación, pide que seleccione el archivo de alturas (ver Figura 4.46), y muestra una ventana de selección para el tipo de sección transversal considerado en la simulación, (ver Figura 4.47). Posteriormente, pide que seleccione el archivo de datos con las propiedades para las simulaciones (ver Figura 4.48). Finalmente, en función de la forma de la sección transversal, solicita sus propiedades geométricas, donde para rectangulares, pide las dimensiones en planta de la sección, cuando es circular constante pide el diámetro, y para circular variable pide que seleccione el archivo con los diámetros por nivel (ver Figura 4.49).

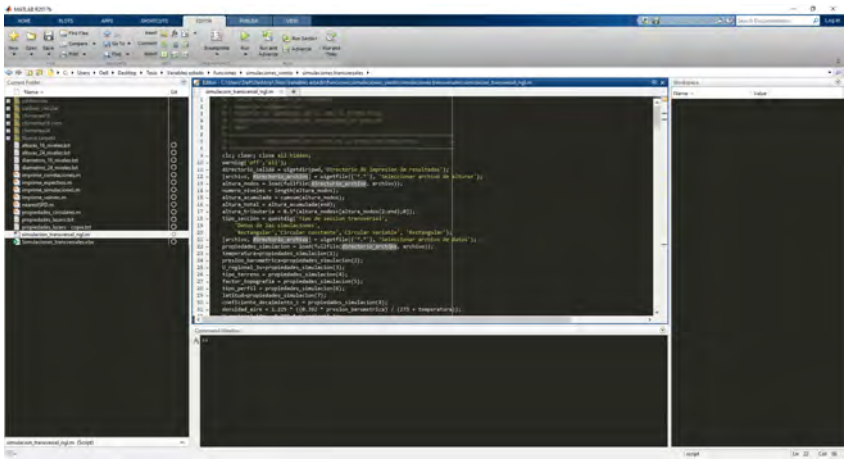


FIGURA 4.44: Ejecución del programa

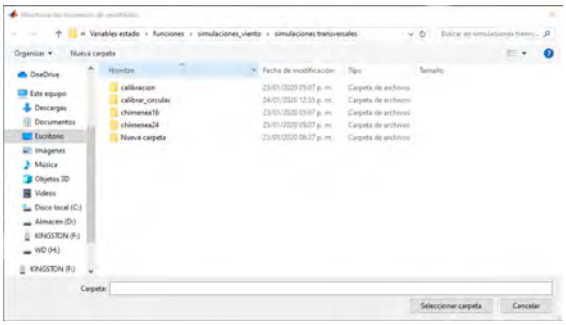


FIGURA 4.45: Selección de directorio de salida

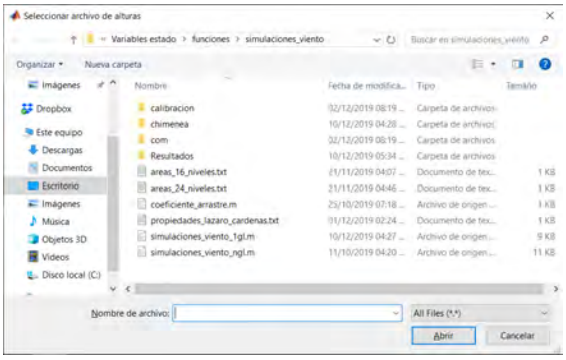


FIGURA 4.46: Selección de archivo de alturas

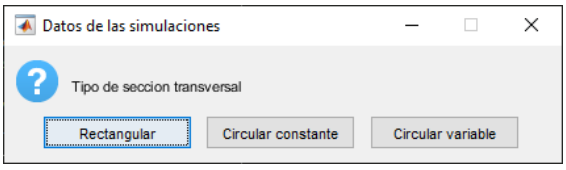


FIGURA 4.47: Selección de archivo de alturas

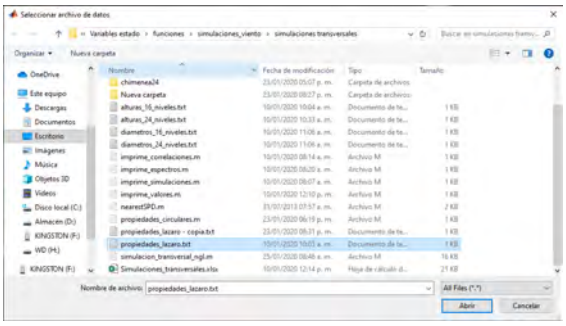


FIGURA 4.48: Selección de archivo de datos

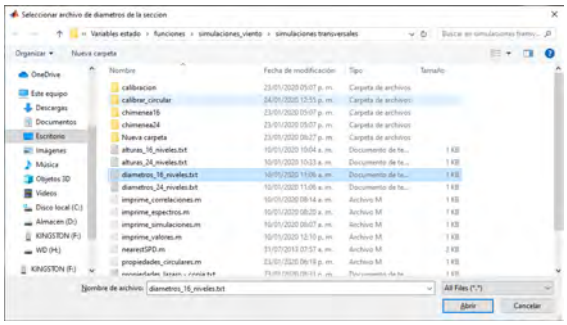


FIGURA 4.49: Selección de archivo de diámetros para sección circular variable

Resultados del programa

En el directorio de salida seleccionado en la ejecución, el script, (ver Figura 4.50), donde coloca, en formato de gráficos vectoriales (eps), el perfil de velocidad media del viento generado; la correlación teórica y simulada; la desviación estándar; los espectros teórico y simulado por nodo; y las simulaciones de fuerzas, (ver Figura 4.51).

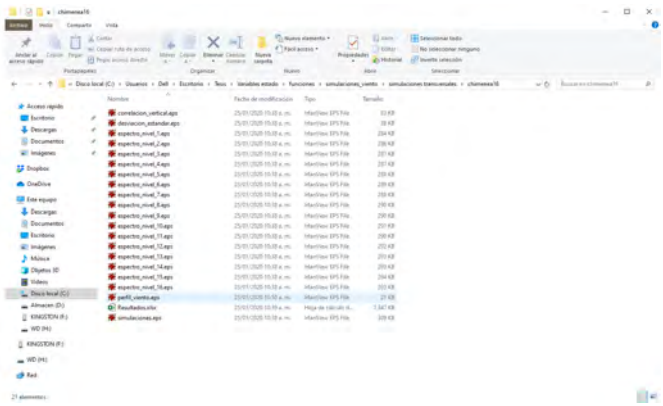
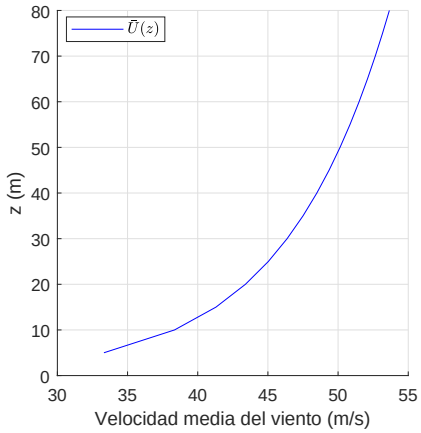
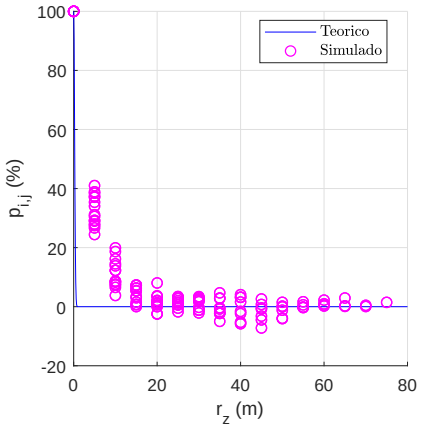


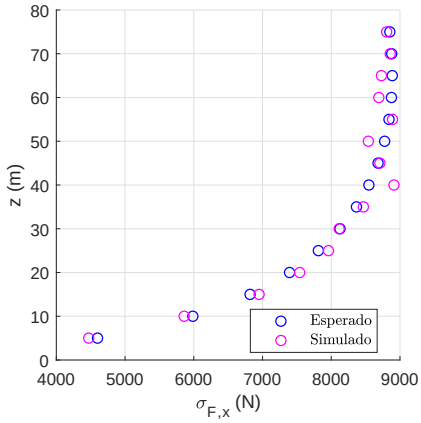
FIGURA 4.50: Directorio con los resultados del script



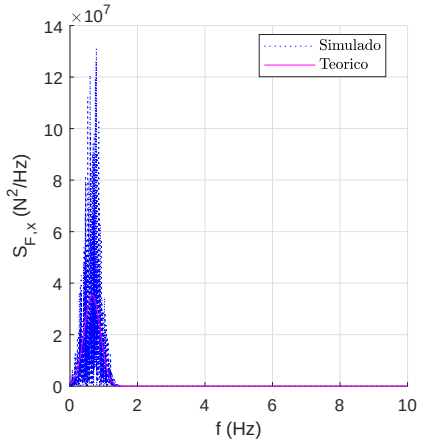
(A) Perfil de velocidad media



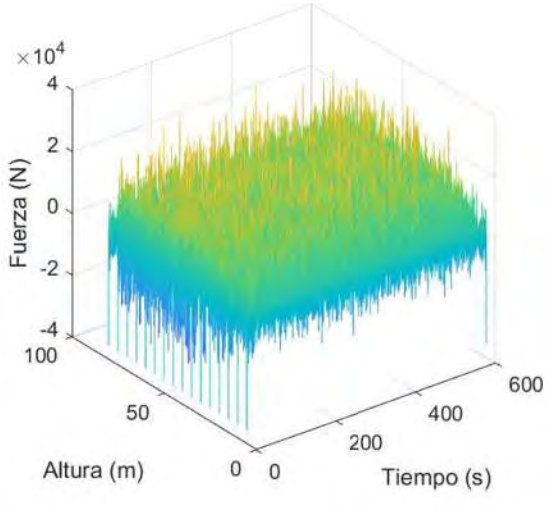
(B) Correlación vertical



(C) Desviación estándar de la simulación



(D) Espectro de potencia



(E) Simulaciones de fuerzas

FIGURA 4.51: Archivos de salida del script

También se reportan los resultados en un archivo de Excel, (ver Figura 4.52), donde se

colocan en pestañas el perfil de velocidad media del viento generado; la correlación teórica y simulada; la desviación estándar; los espectros teórico y simulado por nodo; y las simulaciones de fuerzas.

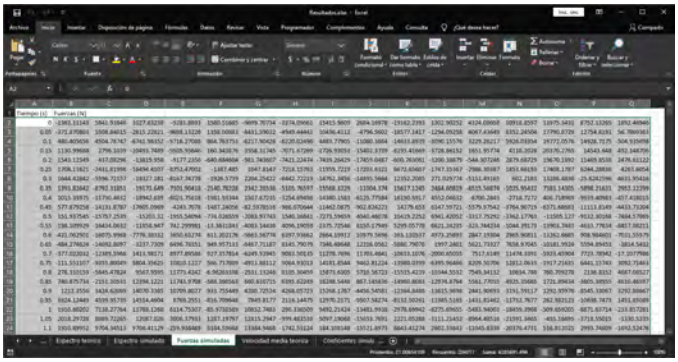


FIGURA 4.52: Archivo de Excel con los resultados de las simulaciones

Capítulo 5

Sistemas de control

5.1. Introducción

El diseño estructural debe abarcar todo el catálogo de fenómenos que pueden presentarse en las estructuras, desde cargas tan triviales como su peso propio, hasta las complejas excitaciones dinámicas que ocurren en la naturaleza como las acciones producidas por el viento y terremotos. Por lo anterior, México demanda ingenieros que tengan la capacidad de hacer frente a cualquier fenómeno que pueda ocurrir.

Mientras la disminución de los efectos producidos por las cargas gravitacionales suelen ser resueltos incrementando la resistencia de los elementos que componen a las estructuras, los efectos que producen las accidentales pueden llegar a demandar que se incorporen elementos adicionales que mejoren su comportamiento durante los periodos de aplicación de dichas cargas. Ejemplos de aplicación de tales elementos se muestran en la Figura 5.1.

FIGURA 5.1: Dispositivos de aislamiento de base

El control de la respuesta dinámica de las estructuras es una tarea compleja, requiere creatividad y comprensión de los fenómenos reales, sin embargo, es una tarea necesaria de realizar. Existen estructuras en las que, por su importancia, los daños deben ser minimizados al grado de ser imperceptibles para los ocupantes y se debe garantizar el funcionamiento ininterrumpido posterior a un evento natural severo. Aquí se encuentra la

motivación central para encontrar una metodología práctica para el ambiente profesional que permita disminuir la respuesta de una estructura y garantice un funcionamiento adecuado en todo momento.

La estructura en estudio presenta ciertas propiedades geométricas y de operación diferentes a las de un edificio convencional, por lo que el control de la respuesta dinámica no es factible de realizar mediante un aislamiento y la colocación de cualquier dispositivo de control tampoco es viable, por lo que se recurrirá a dispositivos de masa que son sencillos de instalar en una estructura de estas características. Sin embargo, para la selección de los dispositivos a colocar se consideraron toda la gama de elementos que permiten el control de la respuesta de la estructura.

5.2. Clasificación de los dispositivos

Para poder comprender el funcionamiento de los dispositivos de control de forma clara, se requiere clasificarlos. Montanaro propone una clasificación en función del fenómeno que intentan contrarrestar. Para el caso de solicitaciones sísmicas existen los dispositivos de aislamiento, mientras que para acciones producidas por viento se emplean principalmente los dispositivos de control de vibraciones (Montanaro, 2002). A continuación se presenta una descripción exhaustiva de los principales dispositivos que los conforman.

5.2.1. Dispositivos de aislamiento

Estos dispositivos son capaces de reducir el daño en las estructuras reduciendo los desplazamientos horizontales producto del movimiento del suelo durante un evento telúrico. Su funcionamiento es tal que el movimiento ocurre mientas la estructura permanece "intacta", disminuyendo la energía disipada mediante la deformación de la estructura y por lo tanto el deterioro de los elementos que la conforman.

Dentro de los dispositivos de aislamiento podemos encontrar a los dispositivos de aislamiento de base y los dispositivos de aislamiento de piso. Un aislador de base formado por placas deslizantes es mostrado en la Figura 5.2.

FIGURA 5.2: Aislador de placas deslizantes. (Silva Alves, 2015)

Dispositivos de aislamiento de base

Estos dispositivos proporcionan confinamiento a la estructura completa, cambiando su periodo de vibración. Suelen instalarse en las columnas que soportan a la edificación. Algunos ejemplos de este tipo de dispositivos se presentan a continuación:

- Apoyo de goma laminada con capas de acero;
- Amortiguador compuesto;
- Apoyo de goma laminada con núcleo de plomo;
- Apoyo de goma con alto amortiguamiento;
- Sistema de fricción puro;
- Sistema de péndulo friccional; y
- Sistema elástico friccional

La principal desventaja de los dispositivos de aislamiento de base radica en la planeación que requieren. Su implementación queda mayormente limitada a estructuras nuevas por requerimientos de espacio, por lo anterior, difícilmente pueden ser empleados para reforzar una estructura dañada por un sismo, sin embargo, se ha observado su colocación en puentes por lo que si es posible colocar un dispositivo de aislamiento de base en una estructura construida, sin embargo requiere mayor trabajo que el realizado sobre una estructura nueva y resulta más conveniente planear su instalación desde el proyecto para una estructura nueva.

Dispositivos de aislamiento de piso

Tales dispositivos brindan protección a una habitación específica. Se emplean para aislar maquinaria especial sensible a vibraciones. Por su bajo costo, son una alternativa económicamente más atractiva en comparación con los dispositivos de aislamiento de base. Por su capacidad de confinamiento pueden clasificarse como:

- Aislamiento bidimensional. Otorgan protección frente a las dos componentes de movimiento horizontal del suelo; y
- Aislamiento tridimensional. Controlan los movimientos del suelo en ambas componentes de movimiento horizontal y la componente vertical.

5.2.2. Dispositivos de control de vibraciones

Los dispositivos de control de vibraciones, a diferencia de los de aislamiento, son colocados a lo largo de toda la estructura o en su nivel superior. Según su funcionamiento, son clasificados en: dispositivos activos, dispositivos pasivos y dispositivos semi-activos o híbridos. Un amortiguador histerético metálico es mostrado en la Figura 5.3

FIGURA 5.3: Amortiguador histerético metálico. (Silva Alves, 2015)

Dispositivos activos

Su principal característica es que registran la respuesta de la estructura mediante sensores y, en tiempo real, calculan la fuerza necesaria a ser aplicada en gatos hidráulicos para contrarrestar los efectos producidos por tal fuerza. Las principales desventajas de los dispositivos activos es que requieren para su funcionamiento de energía externa y no son frecuentemente empleados por su costo de instalación y mantenimiento.

Dispositivos pasivos

Los dispositivos pasivos son activados empleando la energía que proviene de la carga externa. Estos dispositivos son clasificados en amortiguadores histeréticos, amortiguadores viscosos y, dispositivos de masa.

Los amortiguadores histeréticos emplean las propiedades del comportamiento histerético de los materiales. Ejemplos de este tipo de amortiguadores son:

- Amortiguadores de acero;
- Amortiguadores de plomo;
- Amortiguadores de fricción; y
- Amortiguadores viscoelásticos

Los amortiguadores viscosos están conformados por un fluido confinado al interior de un recipiente. Se clasifican en amortiguadores viscosos y, amortiguadores de aceite. Se diferencian porque el amortiguador de aceite disipa la energía a través del impacto de una esfera que se encuentra confinada en el recipiente con fluido, mientras el amortiguador viscoso disipa la energía mediante el movimiento del pistón que ocurre dentro del fluido.

Los dispositivos de masa se componen de un contrapeso que mecánicamente disipa la energía que entra a la estructura. Estos dispositivos pueden ser amortiguadores de

masas sintonizadas, (TMD); amortiguadores de líquidos sintonizados (TLD); y amortiguadores de impacto. La Figura 5.4 muestra el TMD colocado en la torre Taipei 101 en Taiwán.

FIGURA 5.4: Amortiguador de masa sintonizado. (Silva Alves, 2015)

Los TMD se componen de una masa, un resorte y un amortiguador viscoso que son sintonizados con la frecuencia natural de la estructura y la energía se disipa a través del movimiento de la masa. Los TLD se conforman por un tanque que contiene un líquido que debe ser sintinizado con la frecuencia de la estructura. Los TLD disipan la energía a través del movimiento del fluido y se disipa a través de la fricción que ocurre entre el fluido y las paredes del tanque. Los amortiguadores de impacto se conforman por unas cadenas oscilantes que se encuentran confinadas dentro de un recipiente, las cuales disipan la energía sísmica mediante el impacto de la cadena con las paredes del recipiente.

Dispositivos híbridos o semiactivos

Este tipo de dispositivos conservan los beneficios de los dispositivos activos y pasivos. Por una parte registran la respuesta de la estructura y en tiempo real aplican las fuerzas que se oponen al movimiento, pero no requieren de energía externa para tal aplicación, por lo que se convierten en una alternativa interesante en comparación de los dispositivos activos. Estos dispositivos son clasificados en:

- Rigidez variable; y
- Amortiguamiento variable

Los dispositivos de rigidez variable permiten un cambio en la rigidez propia de la estructura, cambiando directamente el periodo de la misma, por lo que se puede evitar la condición de resonancia en la aplicación de cargas dinámicas. Los de amortiguamiento variable aprovechan sus propiedades para proporcionar amortiguamiento adicional a la estructura y de esta manera reducir la respuesta de manera directa. El amortiguador de masa híbrido instalado en la torre Shinsuku Park en Tokio, Japón se muestra en la Figura 5.5.

FIGURA 5.5: Amortiguador de masa híbrido. (Silva Alves, 2015)

5.3. Amortiguadores de masas sintonizadas (TMD)

Los dispositivos conocidos como amortiguadores de masas sintonizadas, (TMD por las siglas en inglés tuned mass damper) son dispositivos de control de las estructuras del tipo pasivo que se colocan en la parte superior de las estructuras. Consisten en una masa cuyo movimiento ocurre relativo a la estructura, y se logra la conexión entre ambas entidades por medio de un resorte de rigidez finita y un amortiguador que se coloca para disipación de la energía. El amortiguador de masa se sintoniza con la frecuencia de la estructura provocando que la masa vibre en resonancia y disipe la energía de entrada al sistema mediante los mecanismos de amortiguamiento que componen al TMD. En la Figura 5.6 se puede observar la idealización de los componentes y del funcionamiento de un TMD.

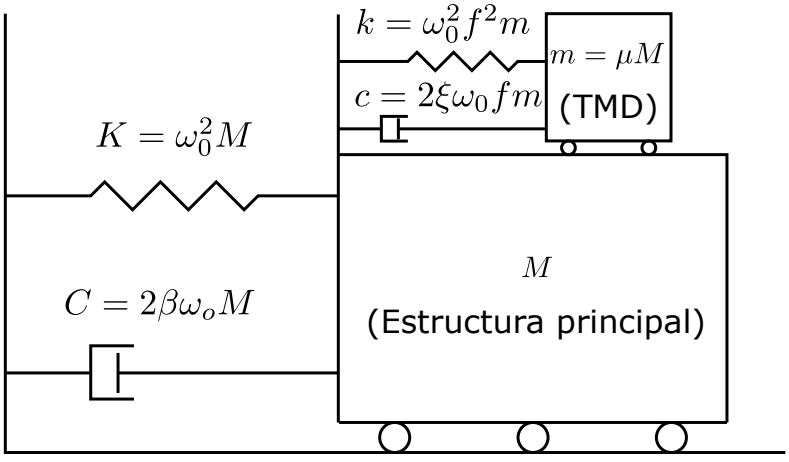


FIGURA 5.6: Esquema del funcionamiento de un amortiguador de masa sintonizado. Adaptado de Sadek et. al., 1997

Existen tres parámetros que determinan la eficiencia de un TMD los cuales deberán ser calibrados en función de la estructura a la cual se desea disminuir la respuesta. Dichos parámetros son: la relación de frecuencia (frecuencia del TMD / frecuencia de la estructura), relación de masa (masa del TMD / masa de la estructura) y la relación de amortiguamiento (porcentaje de amortiguamiento crítico) del dispositivo que compone al TMD.

Definiendo la relación de frecuencia, f, como el cociente de la frecuencia fundamental del TMD, ω_{TMD}, entre la frecuencia de la estructura, ω_0, se obtiene

$$f = \omega_{\text{TMD}}/\omega_0, \tag{5.1}$$

y a la relación de masas como

$$\mu = m_{\text{TMD}}/M, \tag{5.2}$$

donde m_{TMD} es la masa del TMD y M es la masa total del sistema de un grado de libertad. La relación de amortiguamiento del TMD es

$$\xi = \frac{c_{\text{TMD}}}{2m_{\text{TMD}}\omega_{\text{TMD}}}. \tag{5.3}$$

Cabe destacar que los TMD sólo pueden ser sintonizados con un modo de vibrar de la estructura, lo que puede ocasionar que los desplazamientos ante cargas sintonizadas con modos distintos puedan incrementarse, convirtiéndose en una gran desventaja para un solo TMD. Para eliminar este problema se coloca más de un TMD a lo largo de la altura de la estructura y de esta manera cubrir una banda de frecuencias.

Se ha encontrado en registros de la literatura ejemplos de aplicación reales de TMD a estructuras tipo chimenea, por ejemplo, en la década de 1980, fueron construidas dos chimeneas de acero en la ciudad de Kimitsu, Japón. Cada chimenea era igual a la otra con 9 m de diámetro en la base y 3.8 m de diámetro en la parte superior. Ambas estructuras tenían la misma geometría y como prueba, se colocó un TMD de 500 kg en una de las chimeneas. Los resultados lograron demostrar la eficiencia del dispositivo de control ya que, ante excitaciones eólicas, los desplazamientos de la chimenea sin TMD fueron de 22 cm, mientras que en la que lo incluía, se redujeron los desplazamientos hasta 2.7 cm (Soong y Dargush, 1997).

Las ventajas de emplear TMD en las estructuras son las siguientes

1. Su implementación es sencilla ya sea que se trate de estructuras nuevas o para reforzar una estructura existente;
2. No requieren una fuente de energía externa que accione al mecanismo dado que son dispositivos de control pasivo;
3. No interfieren con patrones de cargas horizontales y verticales como lo hacen otros dispositivos de control pasivos;
4. Pueden ser combinados con dispositivos activos y funcionar como un respaldo; y

5. Son efectivos en reducir vibraciones en las estructuras.

La principal desventaja de los TMD es que requieren una masa considerable para alcanzar reducciones significativas en la respuesta, en especial en estructuras con amortiguamiento grande.

Es recomendable tomar en cuenta las siguientes consideraciones cuando se emplean TMD

1. Resulta más efectivo emplear un TMD con relación de masas pequeña en estructuras con amortiguamiento bajo;
2. Los equipos mecánicos colocados en las azoteas pueden ser usados como TMD colocándoles los resortes y amortiguadores con las rigideces y amortiguamiento adecuados cuando la estructura cuenta con amortiguamiento bajo;
3. Se pueden usar bloques de concreto, acero o plomo como masa del TMD si el amortiguamiento de la estructura es bajo, pero experimentará grandes desplazamientos que deberán considerarse en el diseño;
4. Es más recomendable emplear un TMD con relación de masas grande en estructuras con amortiguamiento alto;
5. Emplear los equipos o bloques pesados no proporcionan masa suficiente cuando la estructura es de amortiguamiento alto;
6. La azotea puede proporcionar la masa requerida para una estructura con amortiguamiento alto, Jagadish, Prasad y Rao, 1979 y Miyama, 1992; sin embargo, debido a que la azotea experimentará grandes desplazamientos, se debe proporcionar a la misma una gran resistencia y ductilidad.

Diversos autores han estudiado metodologías que permiten optimizar los parámetros de diseño de los TMD para disminuir la respuesta de la estructuras. Se ha estudiado la influencia de introducir amortiguamiento al TMD cuando ocurren cambios en las excitaciones del sistema involucrando la sensibilidad de la relación de frecuencias óptima y relación de amortiguamiento óptimo en sistemas de un grado de libertad (Ormondroyd, 1928). Se ha investigado, a su vez, la optimización de las relaciones de frecuencia y amortiguamiento para sistemas de un grado de libertad con un TMD amortiguado despreciando el amortiguamiento de la estructura principal (Den Hartog, 1985). Posteriormente, se continuó con el estudio con estructuras de n grados de libertad, sometidas a acciones sísmicas, adaptando los trabajos previos para controlar la respuesta en un modo de vibrar (Rana y Soong, 1998). Se trabajó en una formulación de diseño óptimo basada en aproximar los eigenvalores 1 y 3 de la matriz de estados al promedio de los amortiguamientos de un sistema de un grado de libertad y el TMD (Villaverde, 1985). Se han propuesto formulaciones matemáticas para el dimensionamiento de los TMD en sistemas de un grado de libertad sometidas a excitaciones de ruido blanco empleando las relaciones mencionadas previamente (Warburton, 1982). Posteriormente se trabajó en la optimización de los parámetros de diseño de sistemas de uno y de n grados de libertad con TMD sometidos a acciones sísmicas (Sadek et. al., 1997).

En el presente trabajo se comparan las formulaciones propuestas por Warburton, 1982 y (Sadek et. al., 1997). Después de observar los resultados que entreguen se seleccionará una de las dos formulaciones para dimensionar el TMD que será colocado en la estructura en estudio.

Las relaciones de dimensionamiento para un sistema de un grado de libertad propuestas por Sadek et. al., 1997 son:

$$f_{\text{opt}} = \frac{1}{1+\mu}\left[1 - \xi_{EST}\sqrt{\frac{\mu}{1+\mu}}\right], \tag{5.4}$$

$$\xi_{\text{opt}} = \frac{\xi_{EST}}{1+\mu} + \sqrt{\frac{\mu}{1+\mu}}. \tag{5.5}$$

Para el caso de la formulación propuesta por Warburton, 1982, las relaciones de dimensionamiento están dadas por:

$$f_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{\mu+2}{2(\mu+1)^2}}, \tag{5.6}$$

$$\xi_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{\mu(3\mu+4)}{8(\mu+1)(\mu+2)}}. \tag{5.7}$$

Con los parámetros determinados empleando los pares formados por la Ecuación 5.4 y la Ecuación 5.5; o la Ecuación 5.6 y la Ecuación 5.7, se determinan los coeficientes de amortiguamiento, c_t, y de rigidez, k_t, del TMD definidos por:

$$(c_{\text{TMD}})_{\text{opt}} = 2m\xi_{\text{opt}} f_{\text{opt}} \omega_0, \tag{5.8}$$

$$(k_{\text{TMD}})_{\text{opt}} = m f_{\text{opt}}^2 \omega_0^2. \tag{5.9}$$

Las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento para un sistema de un grado de libertad con un TMD son (Avila y Gonçalves, 2009; Ospina, 2008):

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} M + m_{\text{TMD}} & m_{\text{TMD}} \\ m_{\text{TMD}} & m_{\text{TMD}} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} C & 0 \\ 0 & c_{\text{TMD}} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{pmatrix} K & 0 \\ 0 & k_{\text{TMD}} \end{pmatrix}. \tag{5.10}$$

Con las matrices anteriores es posible formular la ecuación de movimiento en variable estado para integrarla con los métodos presentados en el Capítulo 3. Para utilizar ésta formulación se define el vector de estados

$$\mathbf{z}(t) = \begin{pmatrix} x & x_{\text{TMD}} & \dot{x} & \dot{x}_{\text{TMD}} \end{pmatrix}^T, \tag{5.11}$$

y se integra para conocer la respuesta.

Para un sistema de n grados de libertad, la determinación de los parámetros óptimos del TMD se realiza formulando un sistema de un grado de libertad equivalente (Warburton, 1982; Sadek et. al., 1997; Souza, 2016). Para conseguir esta idealización, se selecciona el modo de vibración a controlar, Φ_i, normalizado a un factor de participación unitario. La masa y rigidez participantes en el modo seleccionado se determinan empleando

$$M = \Phi_i^T \mathbf{M} \Phi_i, \tag{5.12}$$

$$K = \Phi_i^T \mathbf{K} \Phi_i. \tag{5.13}$$

Para la formulación propuesta por Sadek et. al., 1997, la relación de frecuencias f_{opt}, para un sistema de n grados de libertad es casi igual a la relación de frecuencias para un sistema de un grado de libertad con una relación de masas $\mu\Phi$, donde Φ es la amplitud del modo de vibración a controlar para un factor de participación modal unitario calculado en la ubicación del TMD. La ecuación de relación óptima de frecuencias es

$$f_{\text{opt}} = \frac{1}{1+\mu\Phi}\left[1 - \xi_{EST}\sqrt{\frac{\mu\Phi}{1+\mu\Phi}}\right]. \tag{5.14}$$

A sí mismo, la relación de amortiguamiento óptimo del TMD se obtiene de manera aproximada para la relación de amortiguamiento de un sistema de un grado de libertad multiplicada por Φ, es decir

$$\xi_{\text{opt}} = \Phi\left[\frac{\xi_{EST}}{1+\mu} + \sqrt{\frac{\mu}{1+\mu}}\right]. \tag{5.15}$$

Por otra parte, los parámetros óptimos propuestos por Warburton, 1982 para un sistema de n grados de libertad, también se calculan empleando una idealización de la estructura a un sistema de un grado de libertad equivalente para la forma modal a controlar. Empleando la Ecuación 5.12 y la Ecuación 5.13, los parámetros óptimos del TMD se obtienen empleando la Ecuación 5.16 y la Ecuación 5.17.

$$f_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{\mu+2}{2\left(\mu+1\right)^2}}, \tag{5.16}$$

$$\xi_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{\mu\left(3\mu+4\right)}{8\left(\mu+1\right)\left(\mu+2\right)}}. \tag{5.17}$$

Con cualquiera de las dos metodologías de diseño del TMD presentadas, se determinan los coeficientes de amortiguamiento, c_{TMD}, y de rigidez, k_{TMD}, del TMD empleando la Ecuación 5.8 y la Ecuación 5.9.

Una estructura como la mostrada en la Figura 5.7, idealizada como un sistema de n grados de libertad, cuenta con un TMD colocado en el nivel $n-1$. Las matrices de masas, rigidez y amortiguamiento del sistema están dadas por la Ecuación 5.18, la Ecuación 5.19 y la Ecuación 5.20, (Ospina, 2008).

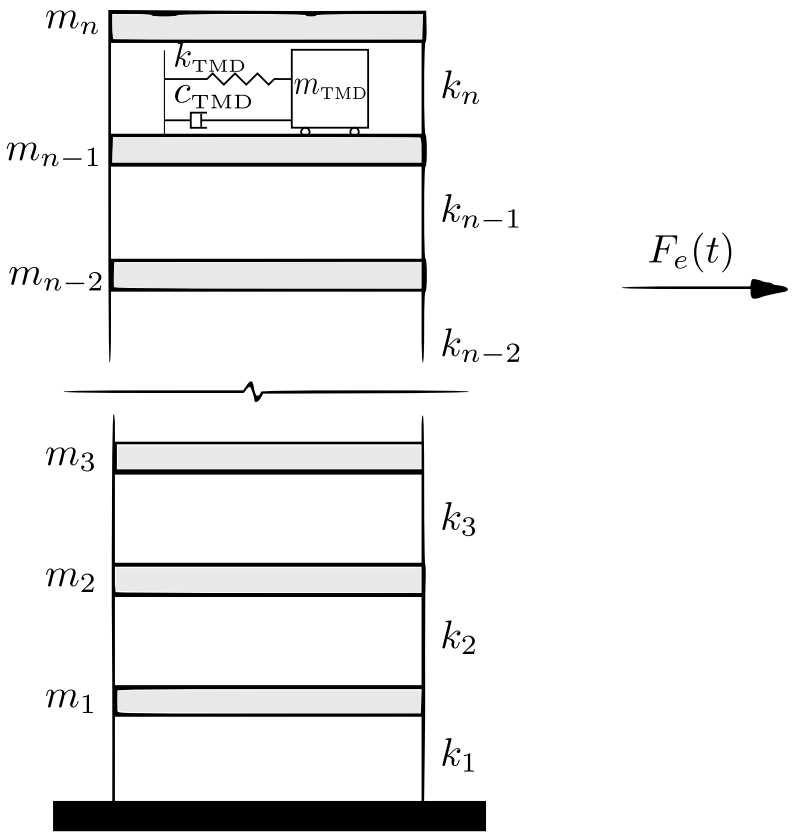


FIGURA 5.7: Sistema de n grados de libertad con un TMD

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & & & & & & & \\ & m_2 & & & & & & \\ & & m_3 & & & & & \\ & & & \ddots & & & & \\ & & & & m_{n-2} & & & \\ & & & & & m_{n-1}+m_{\text{TMD}} & m_{\text{TMD}} & \\ & & & & & m_{\text{TMD}} & m_{\text{TMD}} & \\ & & & & & & & m_n \end{bmatrix}, \tag{5.18}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{14} & \cdots & c_{1(n-2)} & c_{1(n-1)} & & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & c_{24} & \cdots & c_{2(n-2)} & c_{2(n-1)} & & c_{2n} \\ c_{31} & c_{32} & c_{34} & \cdots & c_{3(n-2)} & c_{3(n-1)} & & c_{3n} \\ \vdots & & & \ddots & & & & \vdots \\ c_{(n-2)1} & c_{(n-2)2} & c_{(n-2)4} & \cdots & c_{(n-2)(n-2)} & c_{(n-2)(n-1)} & & c_{(n-2)n} \\ c_{(n-1)1} & c_{(n-1)2} & c_{(n-1)4} & \cdots & c_{(n-1)(n-1)} & c_{(n-1)(n-1)} & & c_{(n-1)n} \\ & & & & & & c_{\text{TMD}} & \\ c_{n1} & c_{n2} & c_{n4} & \cdots & c_{n(n-2)} & c_{n(n-1)} & & c_{nn} \end{bmatrix}, \quad (5.19)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{14} & \cdots & k_{1(n-2)} & k_{1(n-1)} & & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & k_{24} & \cdots & k_{2(n-2)} & k_{2(n-1)} & & k_{2n} \\ k_{31} & k_{32} & k_{34} & \cdots & k_{3(n-2)} & k_{3(n-1)} & & k_{3n} \\ \vdots & & & \ddots & & & & \vdots \\ k_{(n-2)1} & k_{(n-2)2} & k_{(n-2)4} & \cdots & k_{(n-2)(n-2)} & k_{(n-2)(n-1)} & & k_{(n-2)n} \\ k_{(n-1)1} & k_{(n-1)2} & k_{(n-1)4} & \cdots & k_{(n-1)(n-1)} & k_{(n-1)(n-1)} & & k_{(n-1)n} \\ & & & & & & k_{\text{TMD}} & \\ k_{n1} & k_{n2} & k_{n4} & \cdots & k_{n(n-2)} & k_{n(n-1)} & & k_{nn} \end{bmatrix}, \quad (5.20)$$

donde la masa del TMD es $m_{\text{TMD}} = \mu\phi_i^T[M]\phi_i$; el amortiguamiento del TMD es $c_{\text{TMD}} = 2\xi\omega_0 f m_{\text{TMD}}$; la rigidez del TMD es $k_{\text{TMD}} = \omega_0^2 f^2 m_{\text{TMD}}$.

Conocidas las propiedades del TMD, la respuesta de la estructura y él se puede conocer empleando los métodos de variable estado. Para determinar el vector de estados del sistema con TMD se definen los estados

$$\mathbf{z}(t) = \begin{pmatrix} x_1 & \dots & x_{n-1} & x_{\text{TMD}} & x_n & \dot{x}_1 & \dots & \dot{x}_{n-1} & \dot{x}_{\text{TMD}} & \dot{x}_n \end{pmatrix}^T, \quad (5.21)$$

y se aplican las fuerzas en las masas del sistema. Si la fuerza externa es de origen sísmico se debe aplicar también en la masa del TMD, mientras que si es de otro origen se debe determinar si solo es aplicada en la estructura o en ambos. Una vez reunidos todos los datos se resuelve la ecuación de movimiento, Ecuación 2.48, empleando las técnicas de integración con variable estado propuestas en el Capítulo 3.

5.3.1. Ejemplos de calibración

Sistema de un grado de libertad

Al sistema de un grado de libertad presentado en la Sección 2.6.2 se adiciona un TMD, se propone que la relación de masas, μ, sea de 0.10.

Con la finalidad de comparar la disminución de la respuesta empleando dos estrategias de dimensionamiento, el sistema se somete nuevamente al registro sísmico de la estación SCT-1 del 19 de septiembre de 1985, empleando la componente N90E. El registro sísmico se muestra en la Figura 2.15. Una vez obtenidos los resultados de la comparativa

se seleccionó el dispositivo que obtuvo mayor disminución de la respuesta para someter al sistema con el TMD a la componente más desfavorable de los registros sísmicos de las estaciones Caleta de Campos (19 de septiembre de 1985), Ana Freud (22 de enero de 2003) y Villita Corona Centro (19 de septiembre de 1985) y comparar la disminución de la respuesta ante tales registros.

Empleando las fórmulas de optimización de los parámetros del TMD, (Sadek et. al., 1997; Warburton, 1982), se dimensionaron dos TMD y se compararon sus respuestas. Las propiedades de los TMD resultantes son:

Parámetro	Warburton, 1982	Sadek et. al., 1997
m_t	$0.1751 \times 10^5\,\mathrm{kg}$	$0.1751 \times 10^5\,\mathrm{kg}$
f_{opt}	0.9315	0.8954
ξ_{opt}	0.1525	0.3470
$(\mathrm{c}_t)_{\mathrm{opt}}$	$6254\,\mathrm{N-s/m}$	$13\,673\,\mathrm{N-s/m}$
$(\mathrm{k}_t)_{\mathrm{opt}}$	$23.9971 \times 10^5\,\mathrm{N/m}$	$22.1705 \times 10^5\,\mathrm{N/m}$

El vector de estados para obtener la respuesta del sistema con TMD usando la formulación con variable estado está dado por:

$$\mathbf{z}(t) = \begin{pmatrix} x & x_t & \dot{x} & \dot{x}_t \end{pmatrix}^T.$$

Con las dimensiones del TMD resultantes al emplear la formulación propuesta por Warburton, las matrices que definen la ecuación de movimiento del sistema con TMD son:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1.9263 & 0.1751 \\ 0.1751 & 0.1751 \end{bmatrix} 10^5, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2.2006 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.6254 \end{bmatrix} 10^5, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 276.5384 & 0.0000 \\ 0.0000 & 23.9971 \end{bmatrix} 10^5.$$

La ecuación de movimiento en variable estado del sistema con TMD empleando los parámetros propuestos por Warburton, está dada por:

$$\dot{\mathbf{z}}_k = \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \\ -157.9137 & 13.7033 & -1.2566 & 0.3571 \\ 157.9137 & -150.7358 & 1.2566 & -3.9284 \end{bmatrix} \mathbf{z}_k + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} a_k.$$

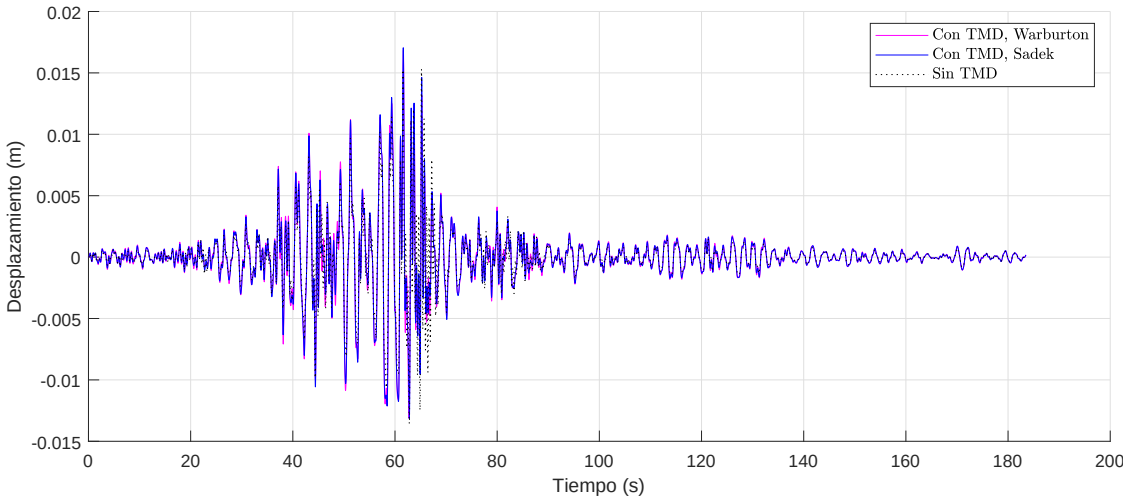
Por otro lado, empleando los parámetros del TMD determinados con las formulas propuestas por Sadek et. al., se obtienen las siguientes matrices que definen la ecuación de movimiento del sistema con TMD

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1.9263 & 0.1751 \\ 0.1751 & 0.1751 \end{bmatrix} 10^5, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2.2006 & 0.0000 \\ 0.0000 & 1.3673 \end{bmatrix} 10^5, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 276.5384 & 0.0000 \\ 0.0000 & 22.1705 \end{bmatrix} 10^5.$$

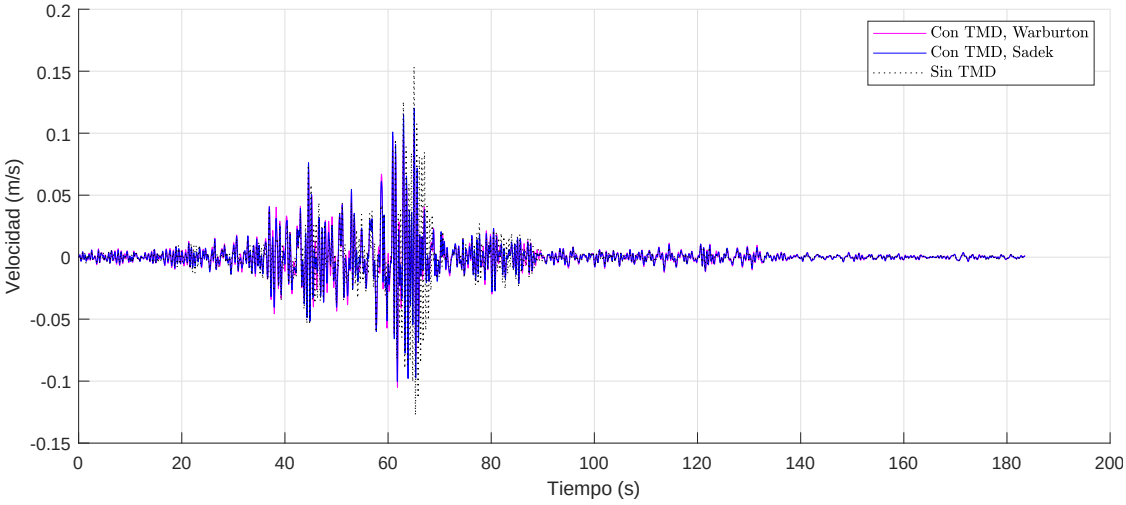
La ecuación de movimiento en variable estado del sistema con TMD empleando los parámetros propuestos por Sadek et. al., está dada por:

$$\dot{\mathbf{z}}_k = \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \\ -157.9137 & 12.6602 & -1.2566 & 0.7808 \\ 157.9137 & -139.2621 & 1.2566 & -8.5887 \end{bmatrix} \mathbf{z}_k + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} a_k.$$

Se determinó la respuesta de la estructura empleando el método de RK6-I con cuadraturas rectangulares. Los resultados obtenidos se comparan con la estructura sin TMD para observar la disminución en la respuesta. Los valores obtenidos se muestran en la Figura 5.8.

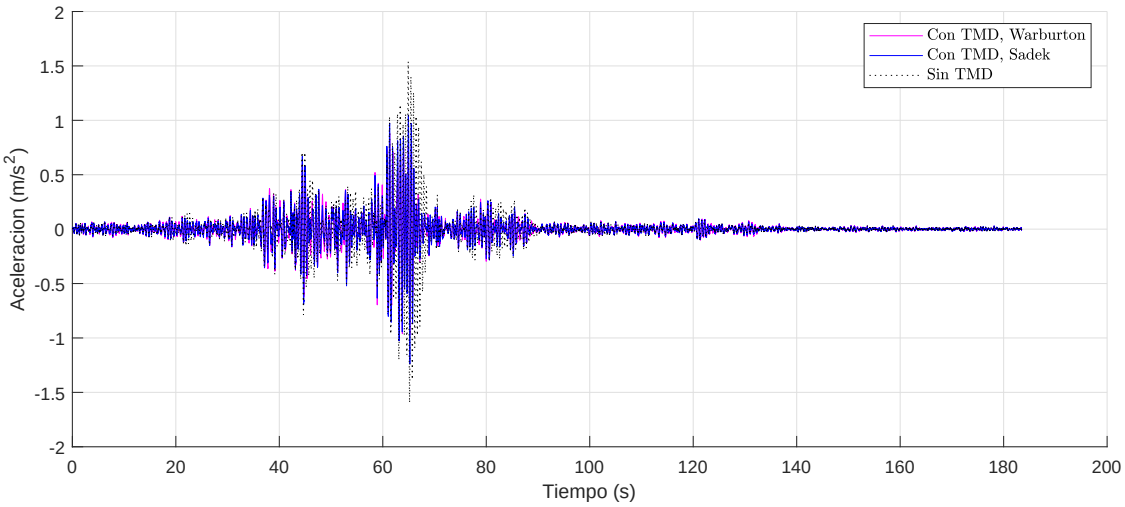


(A) Desplazamiento



(B) Velocidad

FIGURA 5.8: Respuesta del sistema de un grado de libertad con TMD al registro de SCT



(C) Aceleración

FIGURA 5.8: Respuesta del sistema de un grado de libertad con TMD al registro de SCT (continuación)

Los valores de las respuestas máximas de la estructura con TMD y sin él, y su porcentaje de disminución se muestran la Tabla 5.1 y la Tabla 5.2. A pesar de que la formulación para el dimensionamiento de TMD propuesta por Warburton, 1982, desprecia el amortiguamiento del sistema de un grado de libertad, los resultados obtenidos muestran que la mayor disminución en la respuesta se logra dimensionado el TMD con dichas fórmulas. De los parámetros obtenidos con ambas formulaciones se observa que la rigidez resultante con la formulación de Warburton, 1982, es mayor que la obtenida con las fórmulas de Sadek et. al., 1997. Caso contrario ocurre con el amortiguamiento. Ambos métodos disminuyen la respuesta de manera global, sin embargo, la formulación propuesta por Sadek et. al., 1997, incrementa la respuesta máxima de desplazamiento tal como puede observarse en la Tabla 5.2.

TABLA 5.1: Respuestas máximas del sistema de un grado de libertad con TMD para el registro de SCT

Tipo de respuesta	Sin TMD	Sadek et. al., 1997	Warburton, 1982
Desplazamiento (m)	0.0153	0.0170	0.0168
Velocidad (m/s)	0.1536	0.1202	0.1050
Aceleración (m/s^2)	1.5954	1.2372	0.9730

TABLA 5.2: Porcentaje de disminución de la respuesta del sistema de un grado de libertad con TMD para el registro de SCT

Tipo de respuesta	Sadek et. al., 1997		Warburton, 1982	
	Máxima	Global	Máxima	Global
Desplazamiento	-11.45 %	42.67 %	-10.02 %	51.89 %
Velocidad	21.73 %	65.06 %	31.63 %	80.81 %
Aceleración	22.45 %	67.69 %	39.01 %	83.49 %

Con base en los resultados obtenidos, se empleará el TMD diseñado con las fórmulas de Warburton. Las componentes más desfavorables del registro para el sistema sin TMD estudiado son S00E, N00E y S05E para las estaciones de Caleta de Campos, Ana Freud y Villita Corona Centro respectivamente. Los registros sísmicos pueden ser vistos en las Figuras 5.9–5.11. Se repitió lo realizado para el registro de la estación SCT-1. Los resultados obtenidos se muestran en las Figuras 5.12–5.14.

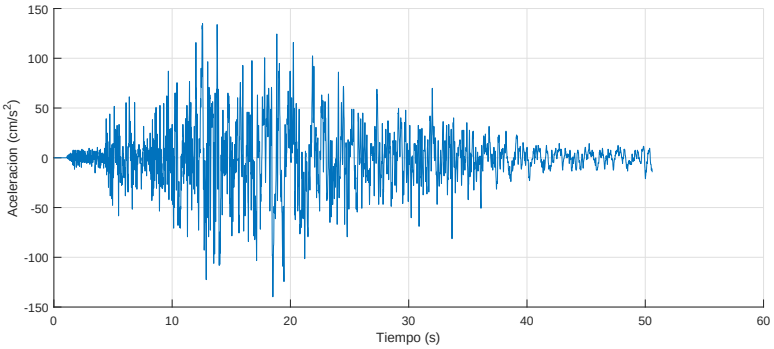


FIGURA 5.9: Acelerograma del sismo del 19 de septiembre de 1985 en la estación Caleta de Campos

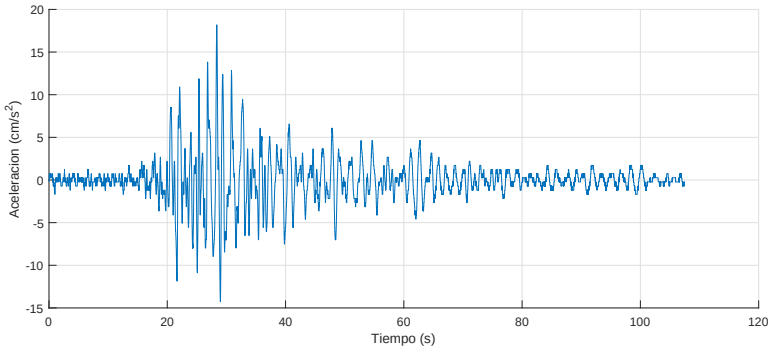


FIGURA 5.10: Acelerograma del sismo del 22 de enero de 2003 en la estación Ana Freud

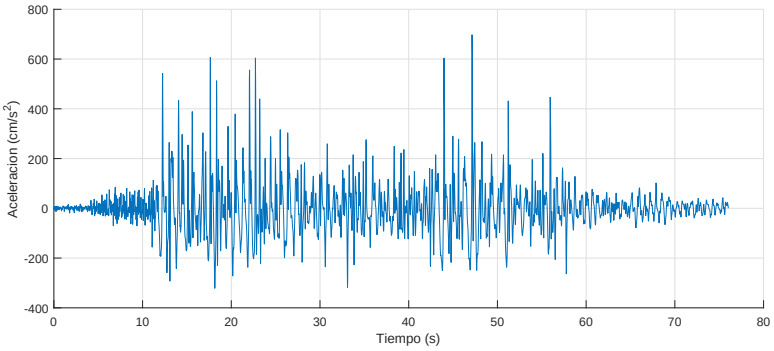
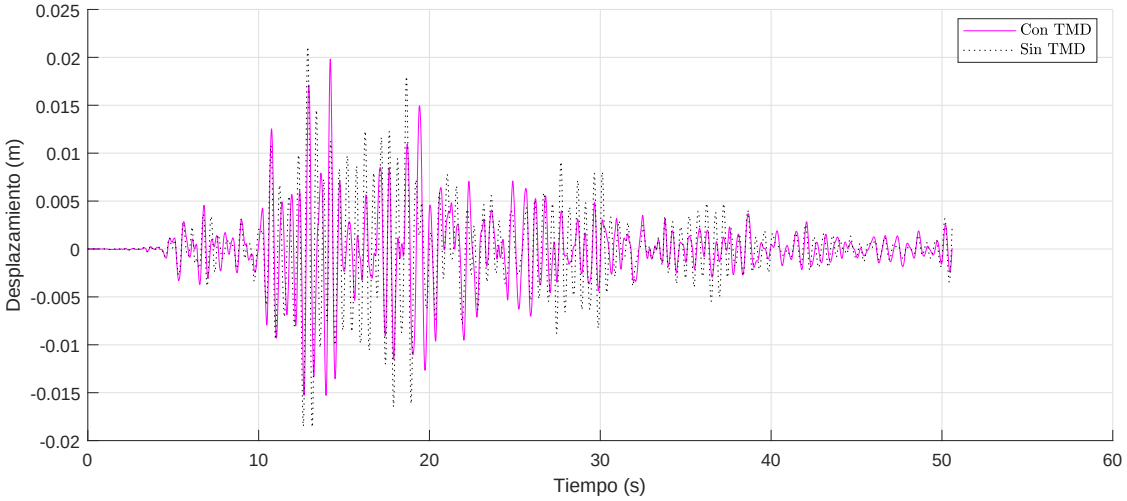
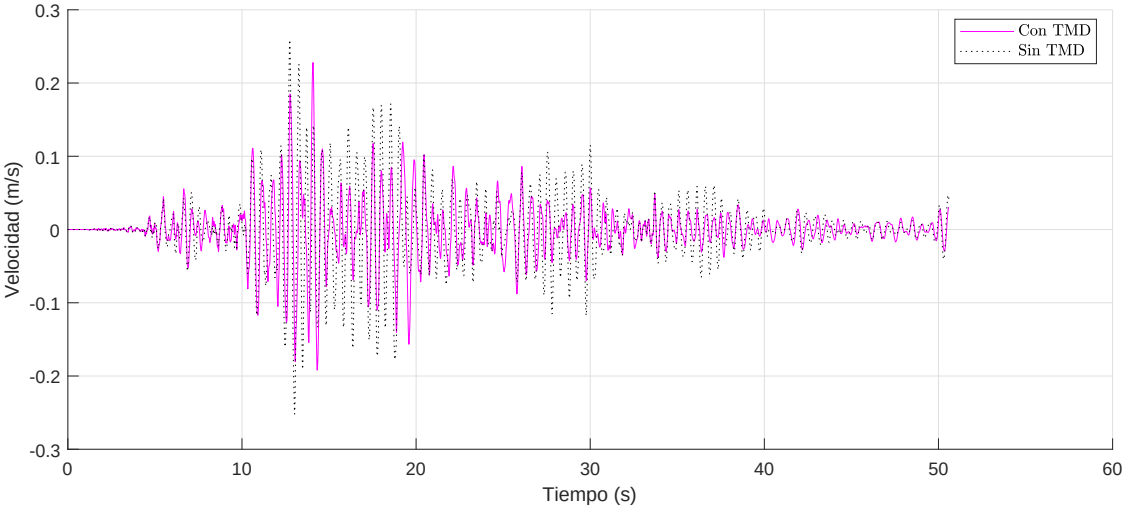


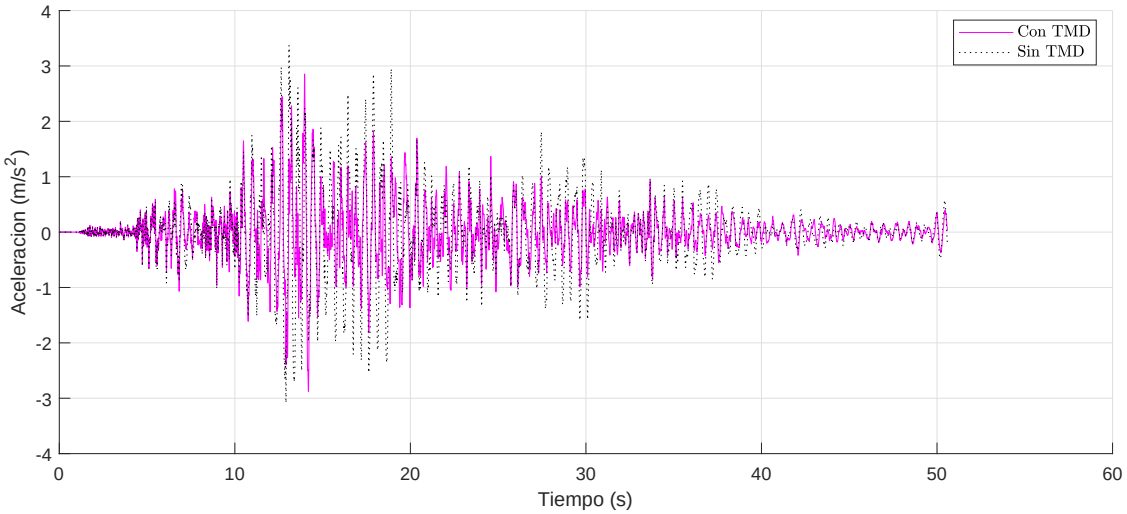
FIGURA 5.11: Acelerograma del sismo del 19 de septiembre de 1985 en la estación Villita Corona Centro



(A) Desplazamiento

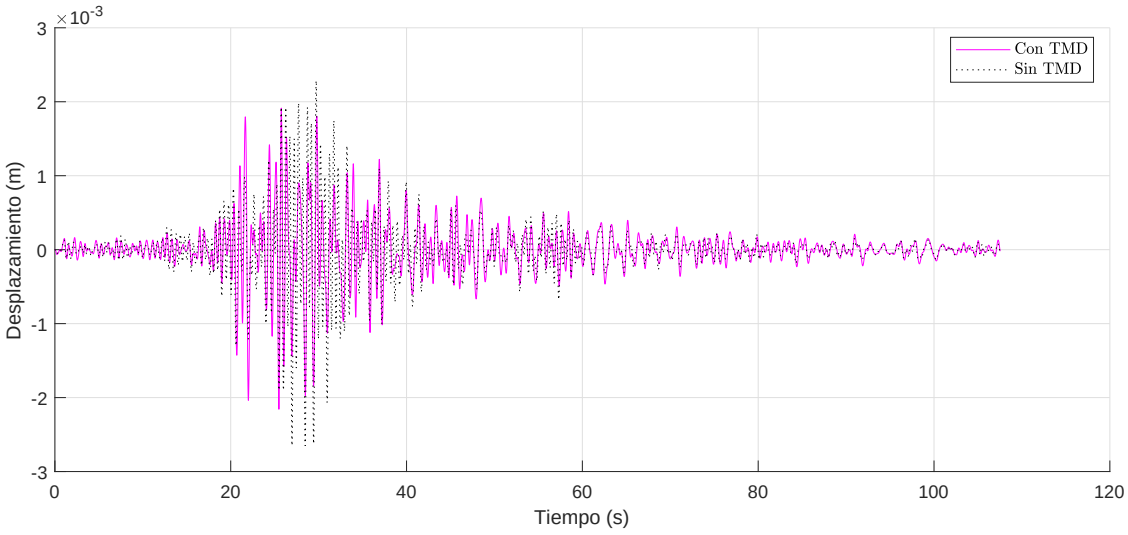


(B) Velocidad

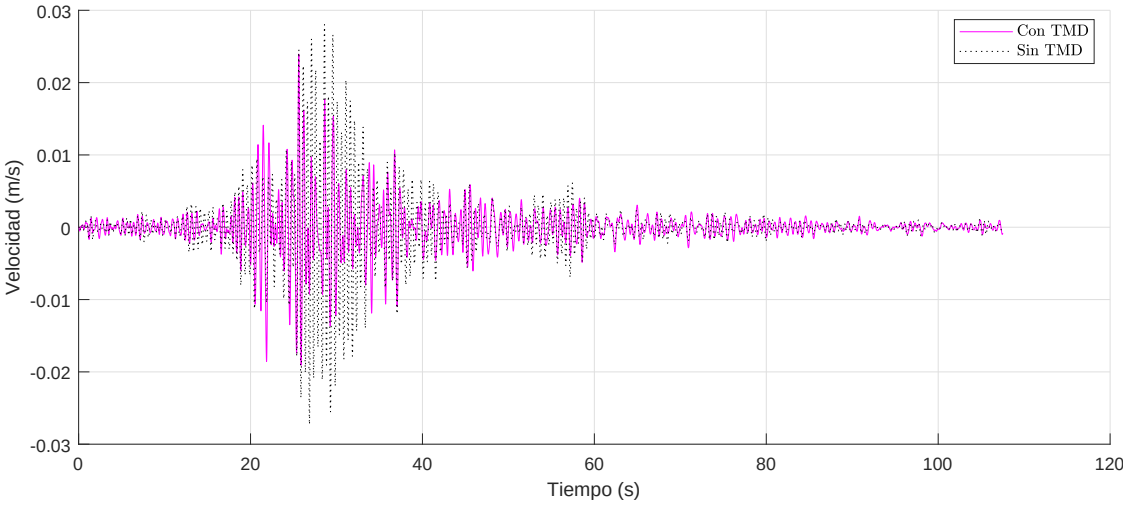


(C) Aceleración

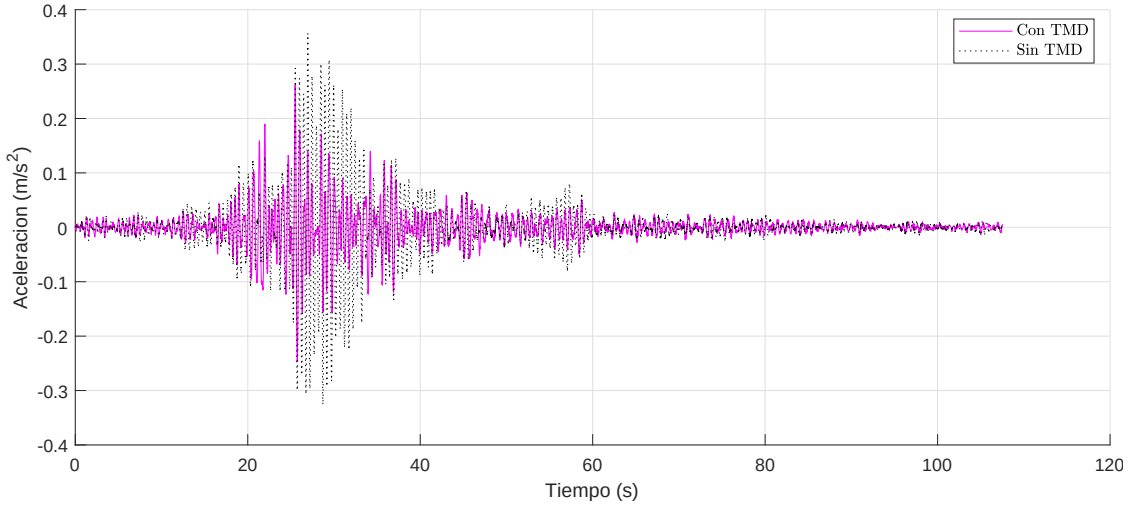
FIGURA 5.12: Respuesta del sistema de un grado de libertad con TMD al registro de Caleta de Campos



(A) Desplazamiento

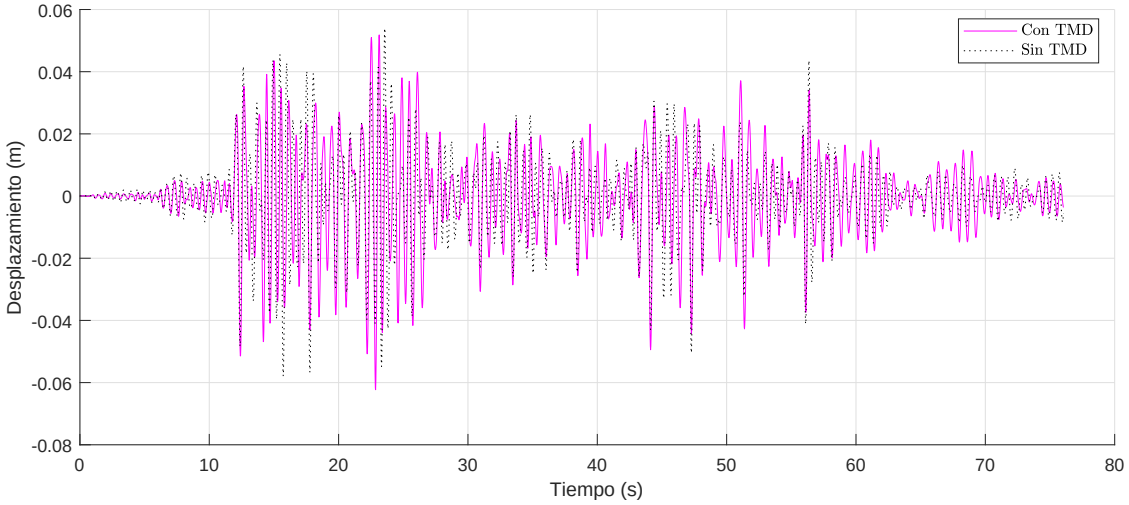


(B) Velocidad

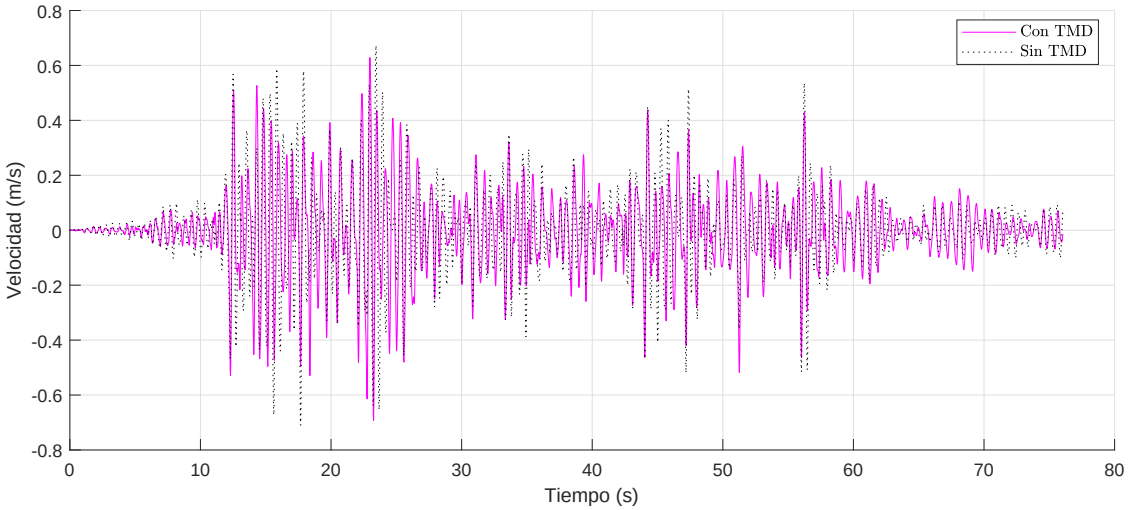


(C) Aceleración

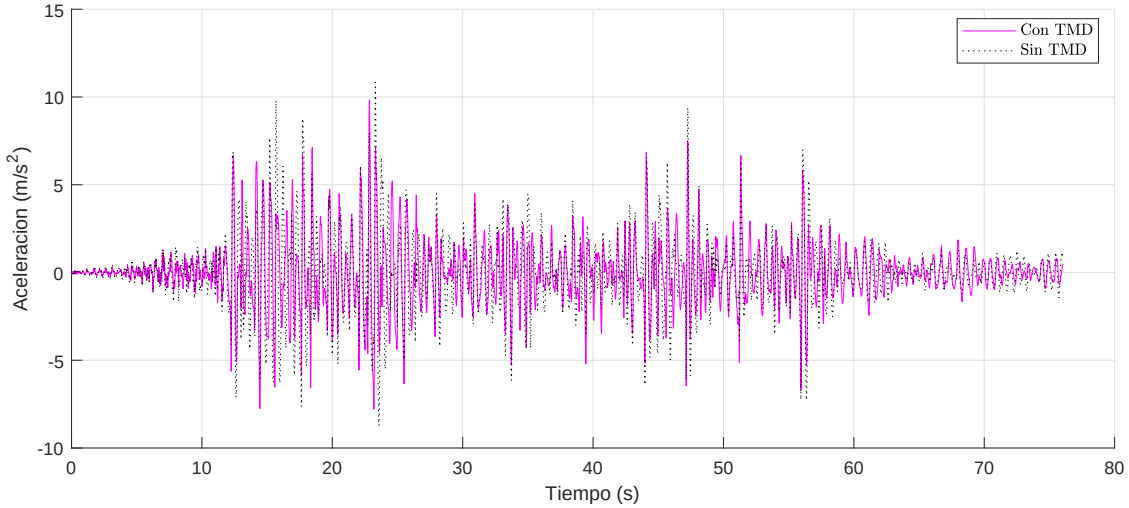
FIGURA 5.13: Respuesta del sistema de un grado de libertad con TMD al registro de Ana Freud



(A) Desplazamiento



(B) Velocidad



(C) Aceleración

FIGURA 5.14: Respuesta del sistema de un grado de libertad con TMD al registro de Villita Corona

Los valores de las respuestas máximas de la estructura con TMD y sin él, y su porcentaje de disminución para los registros sísmicos en estudio se muestran la Tabla 5.3 y la Tabla 5.4. Los resultados obtenidos evidencian una disminución en la respuesta global ante los tres registros para el desplazamiento, la velocidad y la aceleración del sistema. De manera semejante ocurrió una disminución en las respuestas máximas del sistema, con excepción del desplazamiento ante el registro de Villita Corona donde el desplazamiento máximo se incrementó en comparación del sistema sin TMD. Dado que el incremento fue pequeño y el desplazamiento global disminuyó, se puede afirmar que el TMD colocado es una buena alternativa para el control de la respuesta del sistema de un grado de libertad estudiado.

TABLA 5.3: Respuestas máximas del sistema de un grado de libertad con TMD

Tipo de respuesta	Sin TMD	Con TMD
Caleta de Campos		
Desplazamiento (m)	0.0211	0.0198
Velocidad (m/s)	0.2591	0.2279
Aceleración (m/s^2)	3.3725	2.8756
Ana Freud		
Desplazamiento (m)	0.0027	0.0022
Velocidad (m/s)	0.0280	0.0240
Aceleración (m/s^2)	0.3565	0.2615
Villita Corona Centro		
Desplazamiento (m)	0.0579	0.0623
Velocidad (m/s)	0.7098	0.6923
Aceleración (m/s^2)	10.8548	9.8049

TABLA 5.4: Porcentaje de disminución de la respuesta del sistema de un grado de libertad con TMD

Tipo de respuesta	Porc. de disminución	
	Máxima	Global
Caleta de Campos		
Desplazamiento	6.02 %	84.41 %
Velocidad	12.03 %	80.62 %
Aceleración	14.73 %	71.65 %
Ana Freud		
Desplazamiento	18.63 %	74.60 %
Velocidad	14.53 %	77.72 %
Aceleración	26.63 %	75.91 %
Villita Corona Centro		
Desplazamiento	-7.58 %	92.12 %
Velocidad	2.47 %	87.20 %
Aceleración	9.67 %	75.31 %

Sistema de dos grados de libertad

Al sistema de dos grados de libertad presentado en la Sección 2.6.2 se adiciona un TMD, se propone que la relación de masas, μ, sea de 0.10. El modo de vibrar seleccionado a disminuir es el primero.

Con la finalidad de comparar la disminución de la respuesta empleando dos estrategias de dimensionamiento, el sistema con TMD es sometido al registro sísmico de la estación SCT-1 del 19 de septiembre de 1985, empleando la componente N90E. El registro sísmico se muestra en la Figura 2.15. Una vez obtenidos los resultados de la comparativa se seleccionó el dispositivo que obtuvo mayor disminución de la respuesta para someter al sistema con el TMD a la componente más desfavorable de los registros sísmicos de las estaciones Caleta de Campos (19 de septiembre de 1985), Ana Freud (22 de enero de 2003) y Villita Corona Centro (19 de septiembre de 1985) y comparar la disminución de la respuesta ante tales registros.

Con las fórmulas de optimización de los parámetros del TMD, (Warburton, 1982; Sadek et. al., 1997), se dimensionó uno sintonizado para disminuir la respuesta en el primer modo de vibrar. El vector del primer modo de vibración normalizado a un factor de participación modal unitario es:

$$\Phi_1^T = \begin{pmatrix} 0.6581 & 1.1325 \end{pmatrix}$$

Con el vector del modo de vibración obtenido y la relación de masa seleccionada, las propiedades de los TMD resultantes son:

Parámetro	Warburton, 1982	Sadek et. al., 1997
M	0.2357×10^5 kg	0.2357×10^5 kg
K	1975.6127×10^5 N/m	1975.6127×10^5 N/m
m_t	0.0236×10^5 kg	0.0236×10^5 kg
f_{opt}	0.9315	0.8839
ξ_{opt}	0.1525	0.3929
$(c_t)_{\text{opt}}$	0.6132×10^5 N $-$ s/m	1.4989×10^5 N $-$ s/m
$(k_t)_{\text{opt}}$	171.4375×10^5 N/m	154.3678×10^5 N/m

El vector de estados para obtener la respuesta del sistema con TMD usando la formulación con variable estado está dado por:

$$\mathbf{z}(t) = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_t & \dot{x}_1 & \dot{x}_2 & \dot{x}_t, \end{pmatrix}^T,$$

Con las dimensiones del TMD resultantes al emplear la formulación propuesta por Warburton, 1982, las matrices que definen la ecuación de movimiento del sistema con TMD son:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0.1000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.1736 & 0.0236 \\ 0.0000 & 0.0236 & 0.0236 \end{bmatrix} 10^5, \qquad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1.0423 & -0.0737 & 0.0000 \\ -0.0737 & 1.4162 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.6132 \end{bmatrix} 10^5,$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 6003.8628 & -3001.9314 & 0.0000 \\ -3001.9314 & 3001.9314 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 171.4375 \end{bmatrix} 10^5.$$

La ecuación de movimiento en variable estado del sistema con TMD empleando los parámetros propuestos por Warburton, 1982, está dada por:

$$\dot{\mathbf{z}}_k = \begin{bmatrix} 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 \\ -60038.628 & 30019.314 & 0.000 & -10.423 & 0.737 & 0.000 \\ 20012.876 & -20012.876 & 1142.916 & 0.491 & -9.441 & 4.088 \\ -20012.876 & 20012.876 & -8417.088 & -0.491 & 9.441 & -30.108 \end{bmatrix} \mathbf{z}_k + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}^T a_k.$$

Por otro lado, empleando los parámetros del TMD determinados con las formulas propuestas por Sadek et. al., 1997, se obtienen las siguientes matrices que definen la ecuación de movimiento del sistema con TMD

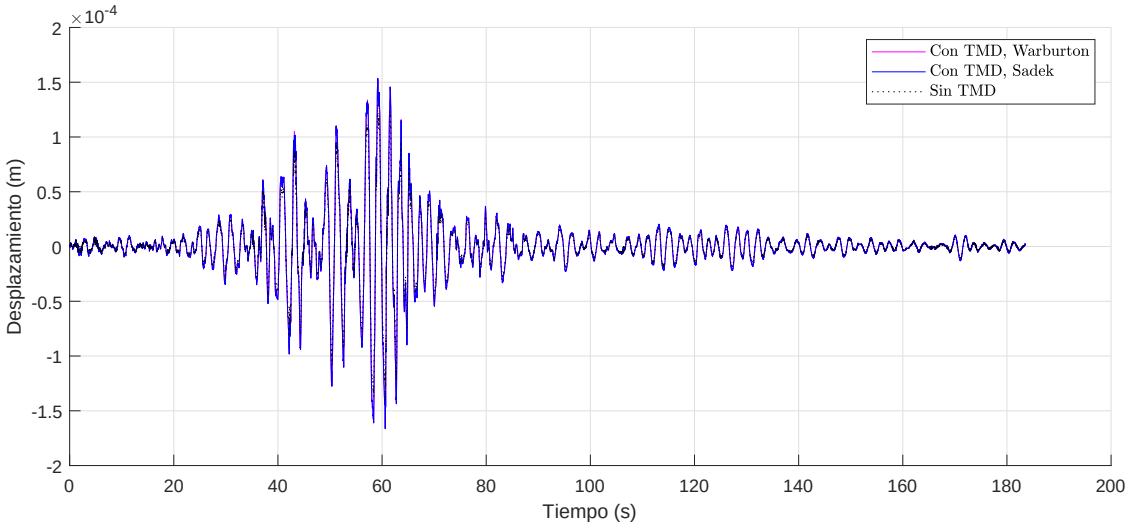
$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0.1000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.1736 & 0.0236 \\ 0.0000 & 0.0236 & 0.0236 \end{bmatrix} 10^5, \qquad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1.0423 & -0.0737 & 0.0000 \\ -0.0737 & 1.4162 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 1.4989 \end{bmatrix} 10^5,$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 6003.8628 & -3001.9314 & 0.0000 \\ -3001.9314 & 3001.9314 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 154.3678 \end{bmatrix} 10^5.$$

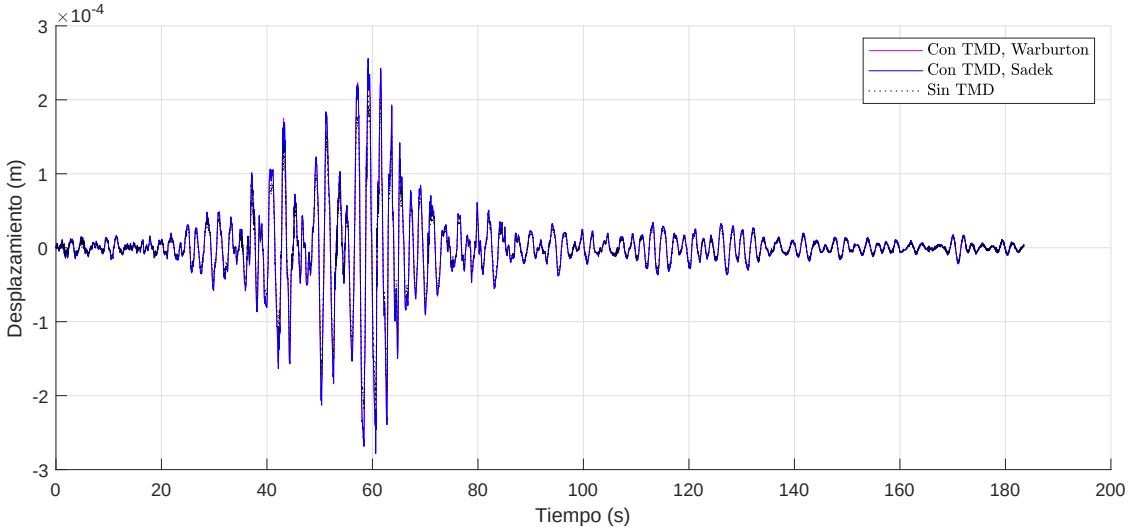
La ecuación de movimiento en variable estado del sistema con TMD empleando los parámetros propuestos por Sadek et. al., 1997, está dada por:

$$\dot{\mathbf{z}}_k = \begin{bmatrix} 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 \\ -60038.628 & 30019.314 & 0.000 & -10.423 & 0.737 & 0.000 \\ 20012.876 & -20012.876 & 1029.119 & 0.491 & -9.441 & 9.993 \\ -20012.876 & 20012.876 & -7579.015 & -0.491 & 9.441 & -73.592 \end{bmatrix} \mathbf{z}_k + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}^T a_k.$$

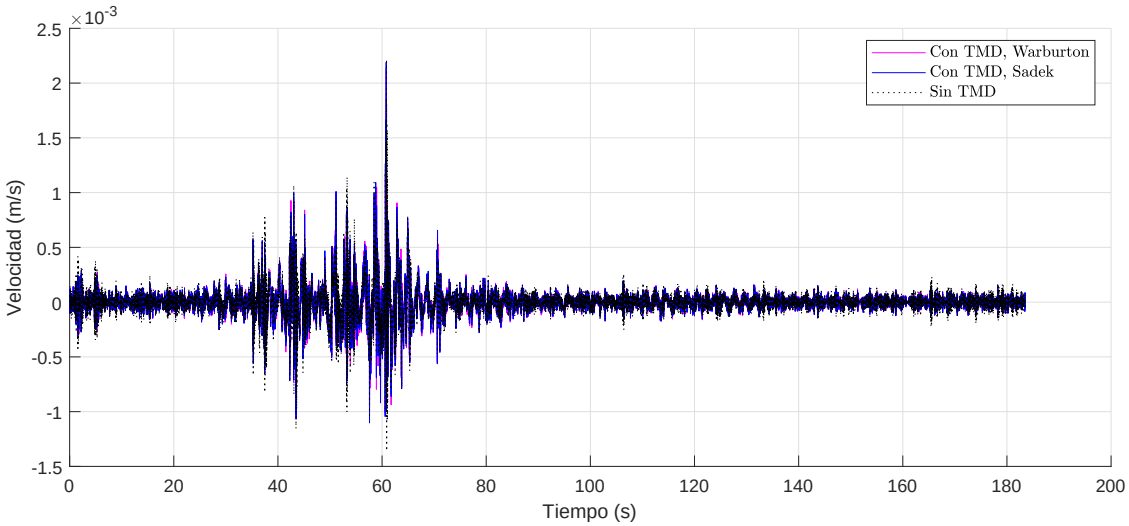
Se determinó la respuesta de la estructura empleando el método RK6-I con cuadraturas rectangulares. Los resultados obtenidos se comparan con la estructura sin TMD para observar la disminución en la respuesta. Los valores obtenidos se muestran en la Figura 5.15.



(A) Desplazamiento nivel 1

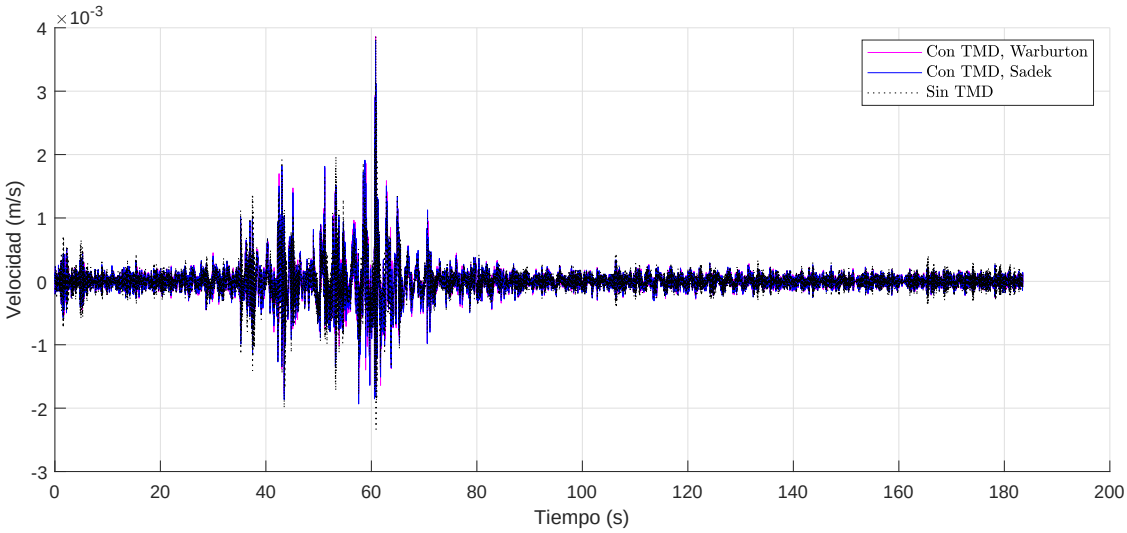


(B) Desplazamiento nivel 2

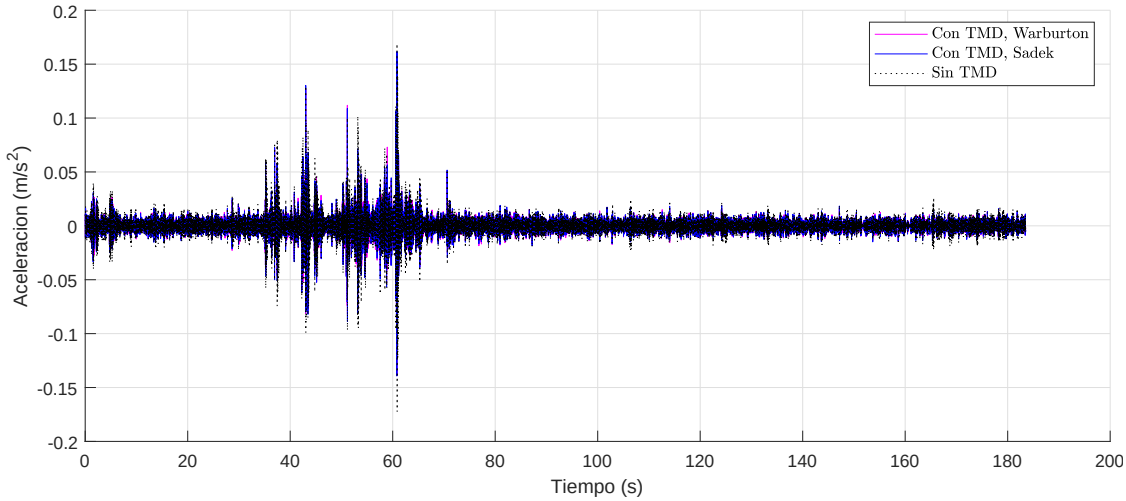


(C) Velocidad nivel 1

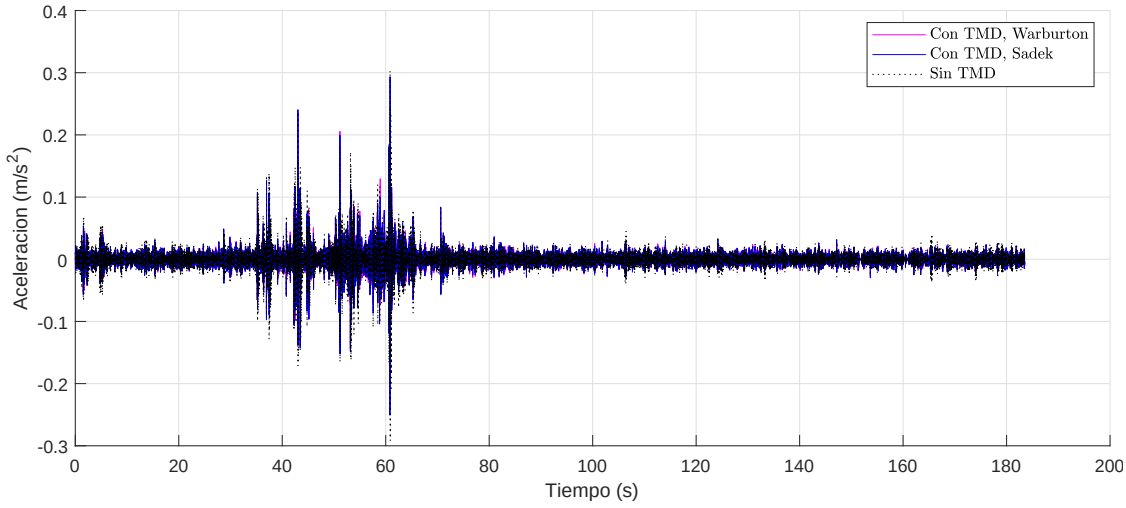
FIGURA 5.15: Respuesta del sistema de dos grados de libertad con TMD al registro de SCT



(D) Velocidad nivel 2



(E) Aceleración nivel 1



(F) Aceleración nivel 2

FIGURA 5.15: Respuesta del sistema de dos grados de libertad con TMD al registro de SCT (continuación)

Los valores de las respuestas máximas de cada nivel de la estructura con TMD y sin él, y su disminución se muestran la Tabla 5.5 y la Tabla 5.6. Los resultados obtenidos muestran que el método de Warburton presenta mayor disminución en todas las respuestas de manera global y la aceleración pico de ambos niveles y en la velocidad del nivel 1, el método de Sadek et. al. presenta mayor reducción en la respuesta pico de velocidad del primer nivel, y las respuestas máximas de desplazamiento para los dos niveles se incrementan con las dos metodologías de diseño. A pesar de que no existe una metodología que claramente sea mejor que la otra, sin embargo, al buscar disminuir la respuesta global, el método de Warburton será el indicado para dimensionar el TMD para un sistema de n grados de libertad.

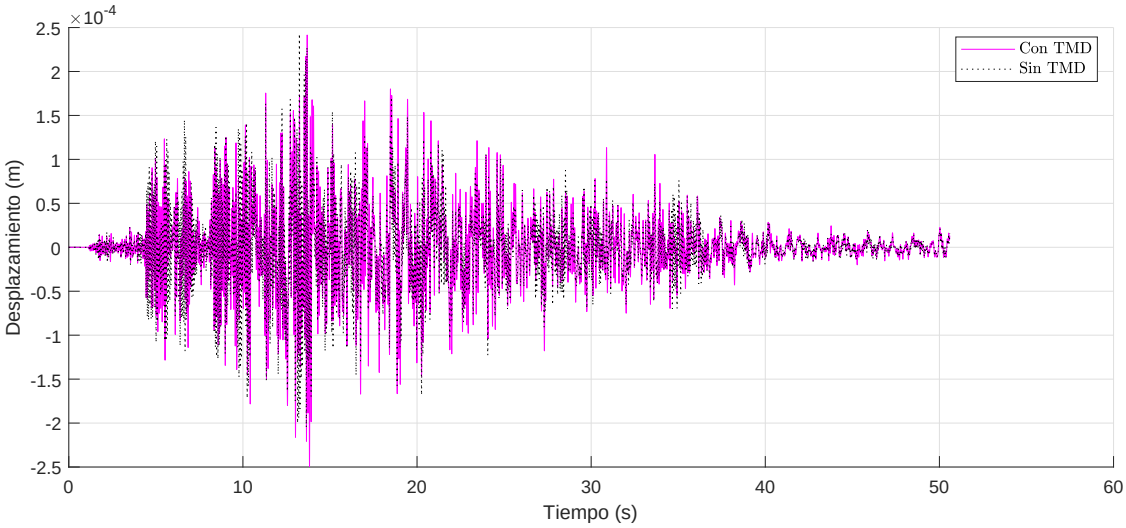
TABLA 5.5: Respuestas máximas del sistema de dos grados de libertad con TMD

Tipo de respuesta	Sin TMD	Sadek et. al., 1997	Warburton, 1982
Desplazamiento N1 (m)	0.00014	0.00017	0.00017
Desplazamiento N2 (m)	0.00023	0.00028	0.00028
Velocidad N1 (m/s)	0.00222	0.00219	0.00214
Velocidad N2 (m/s)	0.00387	0.00380	0.00386
Aceleración N1 (m/s^2)	0.17238	0.16180	0.13906
Aceleración N2 (m/s^2)	0.30310	0.29304	0.24254

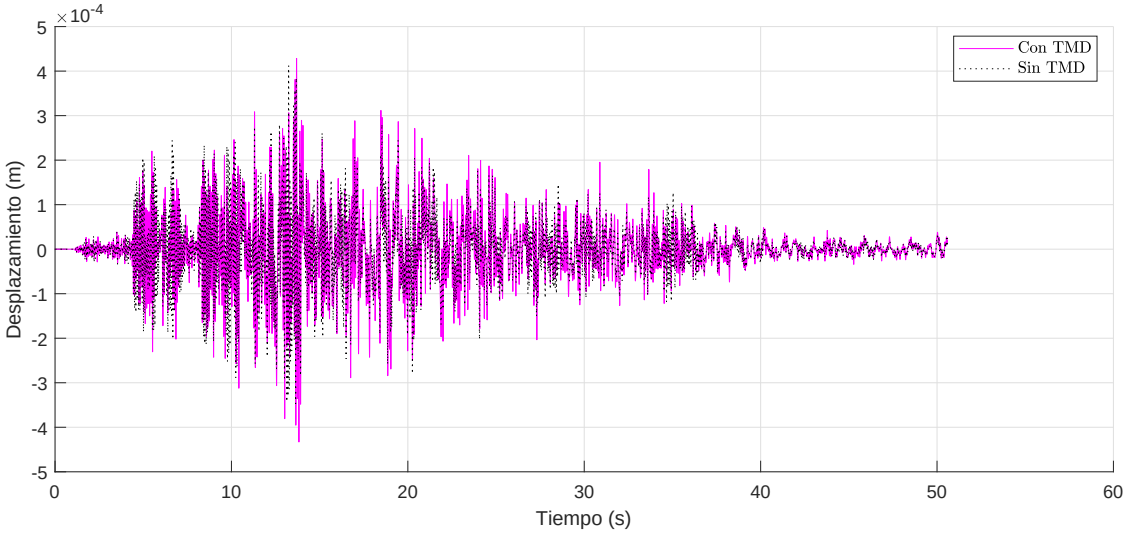
TABLA 5.6: Porcentaje de disminución de la respuesta del sistema de dos grados de libertad con TMD

Tipo de respuesta	Sadek et. al., 1997		Warburton, 1982	
	Máxima	Global	Máxima	Global
Desplazamiento N1	-18.30 %	19.27 %	-18.00 %	19.55 %
Desplazamiento N2	-22.82 %	23.97 %	-22.55 %	24.25 %
Velocidad N1	1.31 %	57.02 %	3.65 %	74.03 %
Velocidad N2	1.79 %	58.71 %	0.10 %	76.25 %
Aceleración N1	6.14 %	60.84 %	19.33 %	78.88 %
Aceleración N2	3.32 %	61.93 %	19.98 %	80.47 %

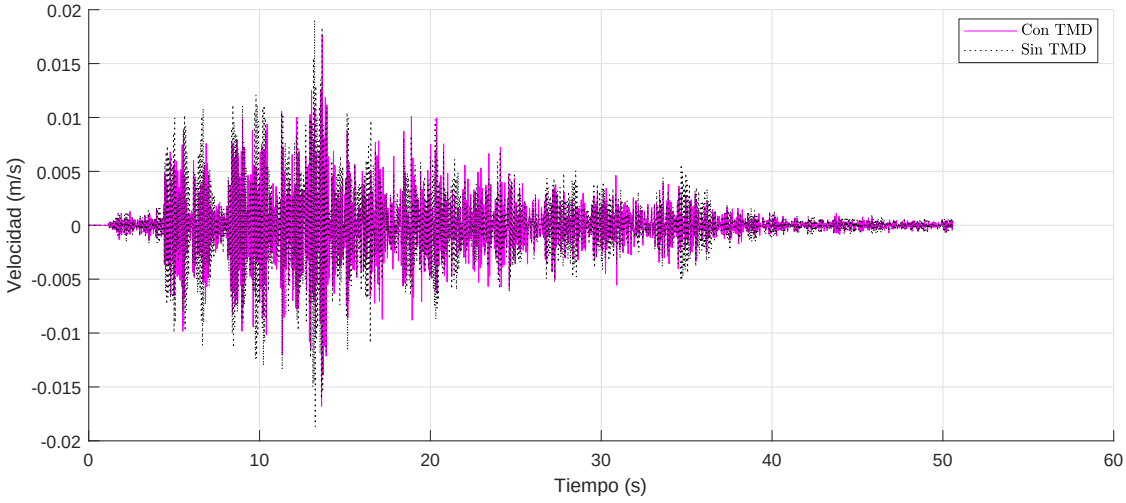
Definido el TMD a emplear para controlar la respuesta del resto de los registros, se identifica la componente más desfavorable de cada uno de los registros, siendo S00E, N00E y S05E para las estaciones de Caleta de Campos, Ana Freud y Villita Corona Centro respectivamente. Los registros sísmicos pueden ser vistos en las Figuras 5.9–5.11. Se repitió el análisis realizado para el registro de la estación SCT-1. Los resultados obtenidos se muestran en las Figuras 5.16–5.18.



(A) Desplazamiento nivel 1

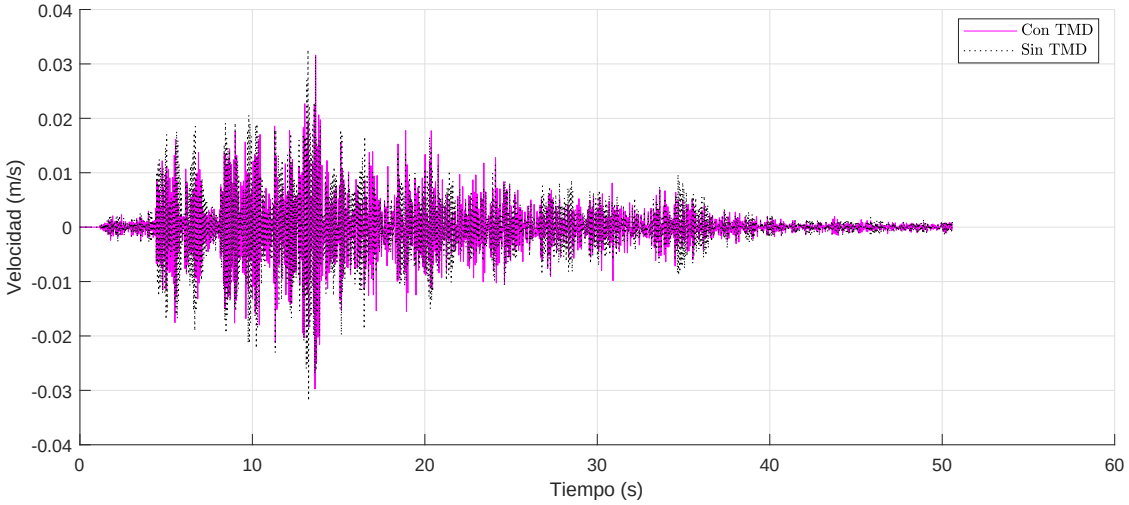


(B) Desplazamiento nivel 2

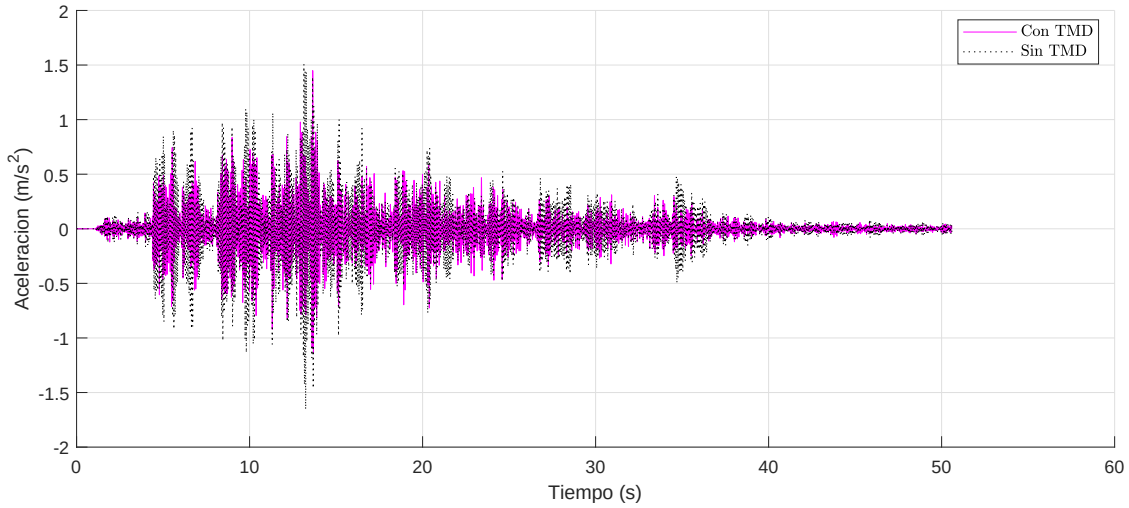


(C) Velocidad nivel 1

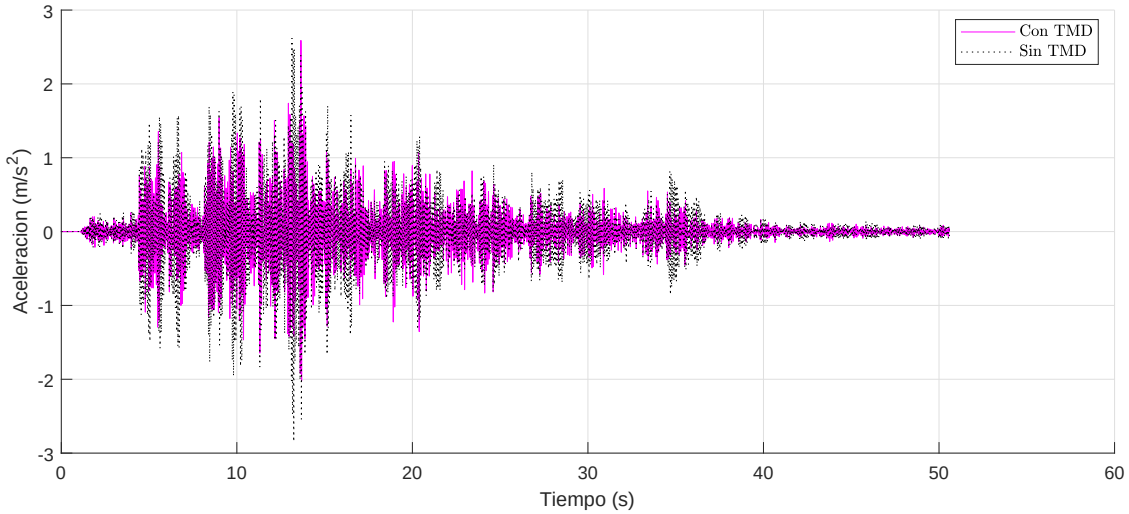
FIGURA 5.16: Respuesta del sistema de dos grados de libertad con TMD al registro de Caleta de Campos



(D) Velocidad nivel 2

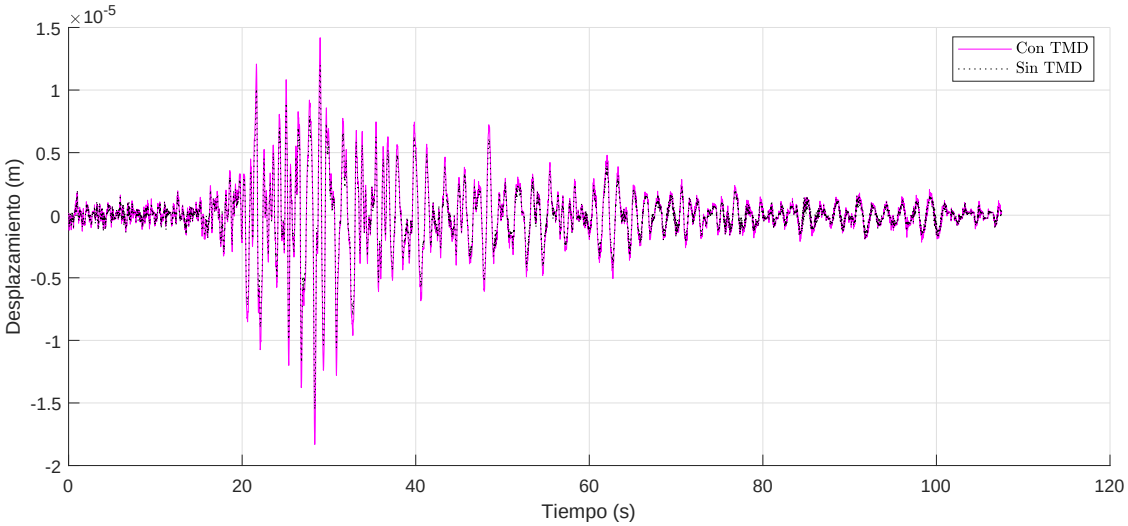


(E) Aceleración nivel 1

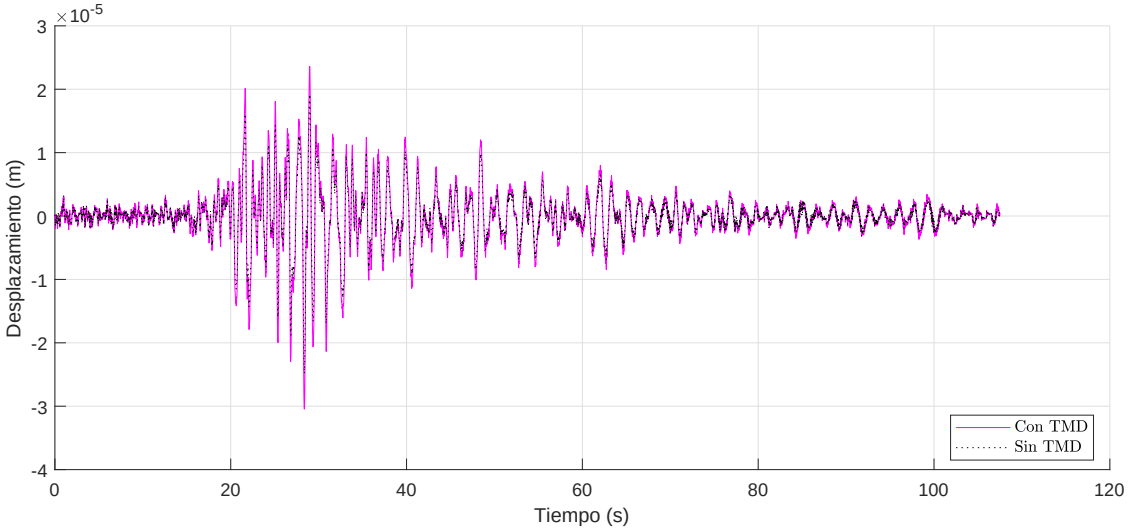


(F) Aceleración nivel 2

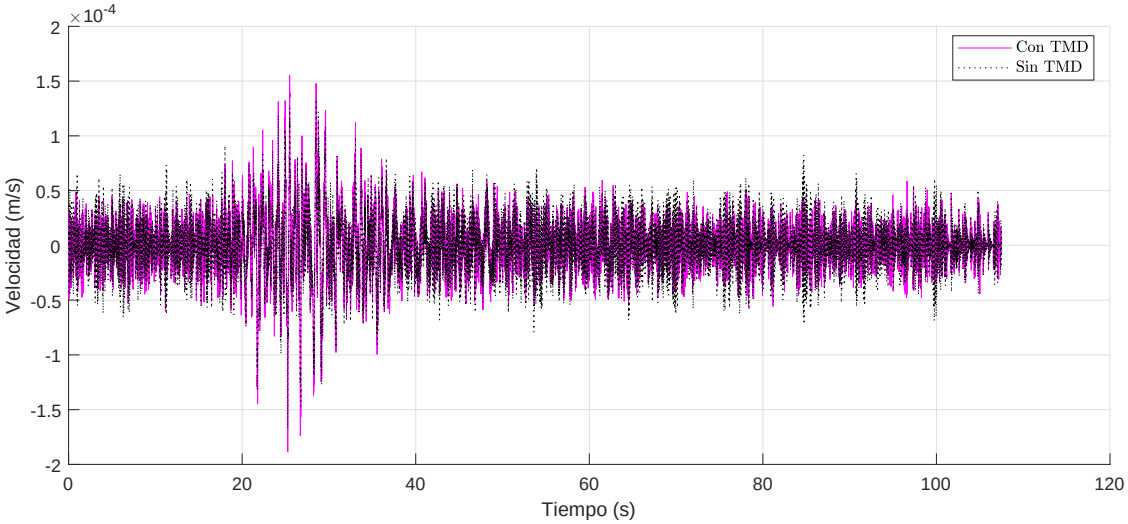
FIGURA 5.16: Respuesta del sistema de dos grados de libertad con TMD al registro de Caleta de Campos (continuación)



(A) Desplazamiento nivel 1

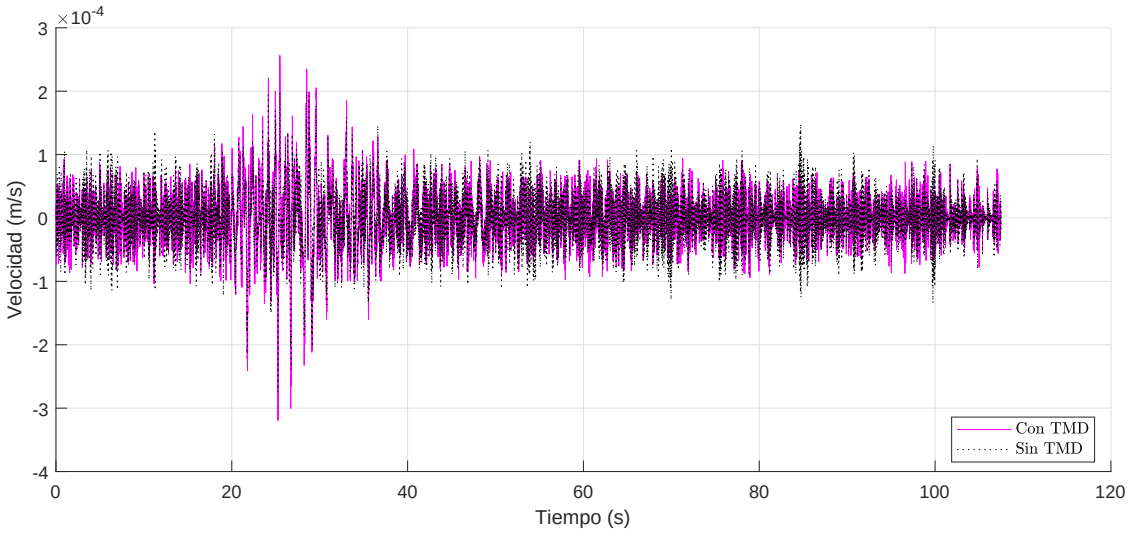


(B) Desplazamiento nivel 2

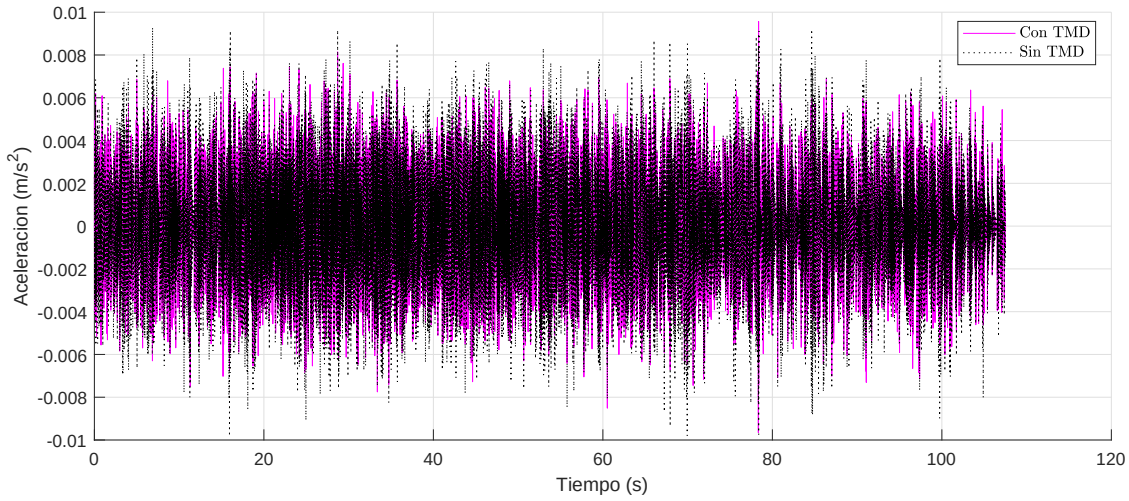


(C) Velocidad nivel 1

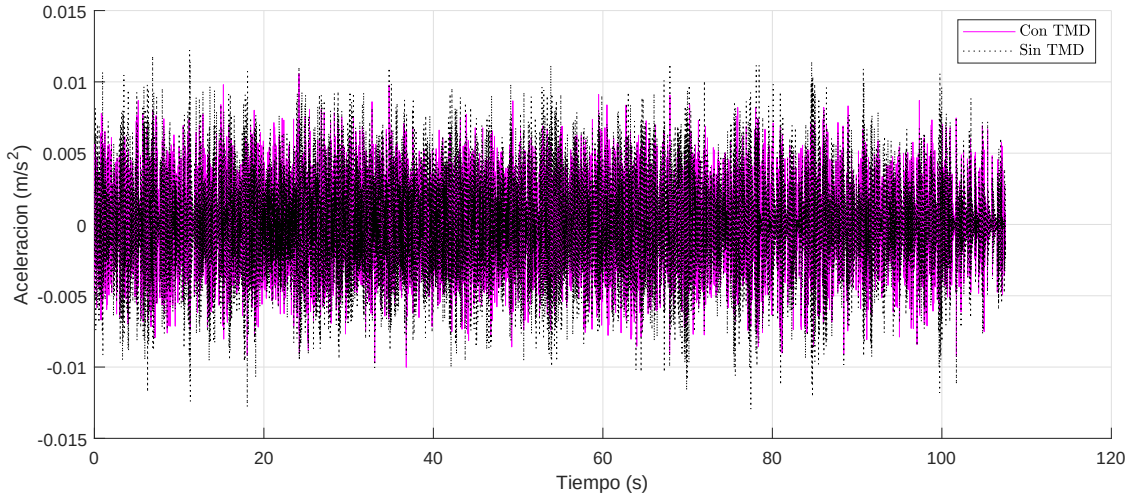
FIGURA 5.17: Respuesta del sistema de dos grados de libertad con TMD al registro de Ana Freud



(D) Velocidad nivel 2

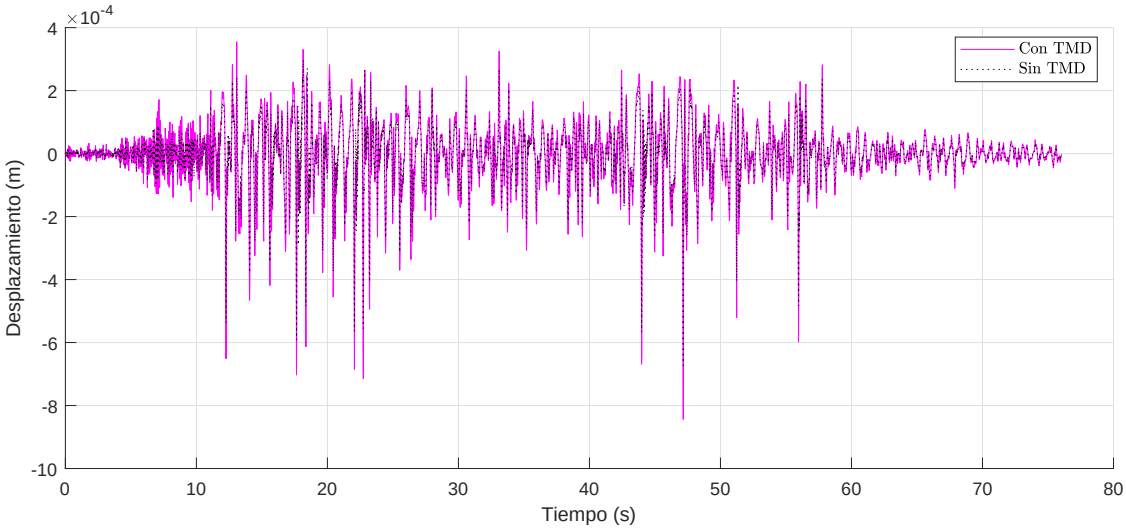


(E) Aceleración nivel 1

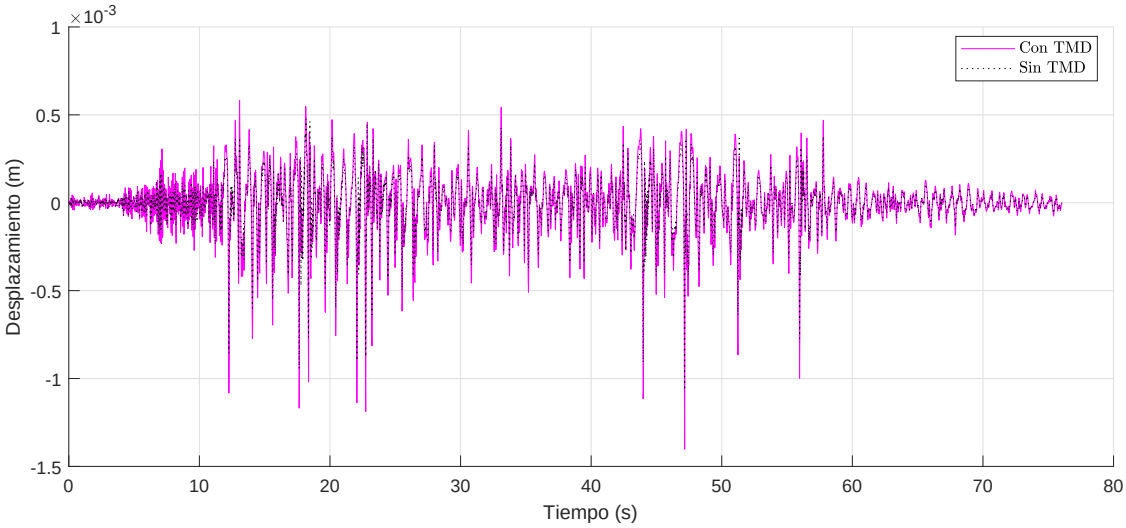


(F) Aceleración nivel 2

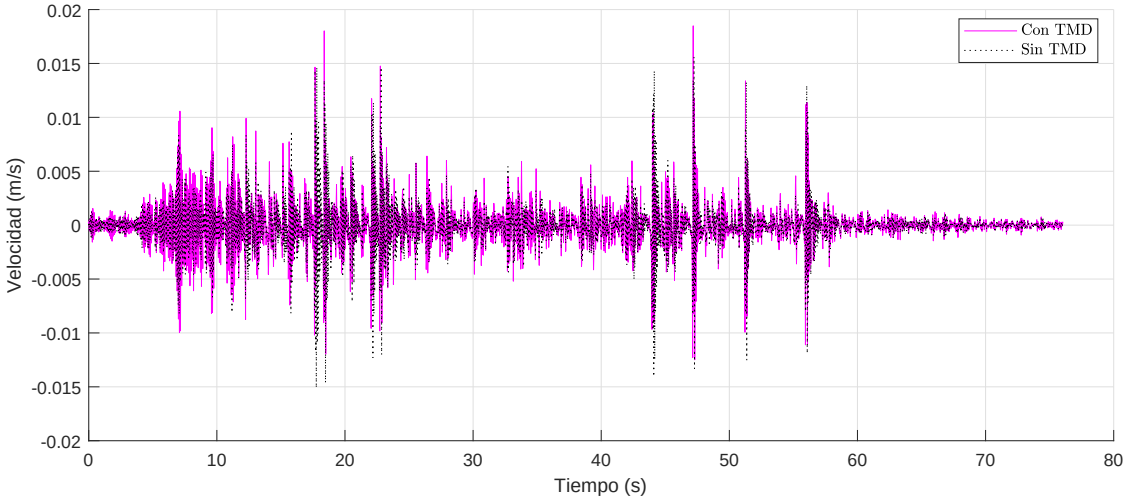
FIGURA 5.17: Respuesta del sistema de dos grados de libertad con TMD al registro de Ana Freud (continuación)



(A) Desplazamiento nivel 1

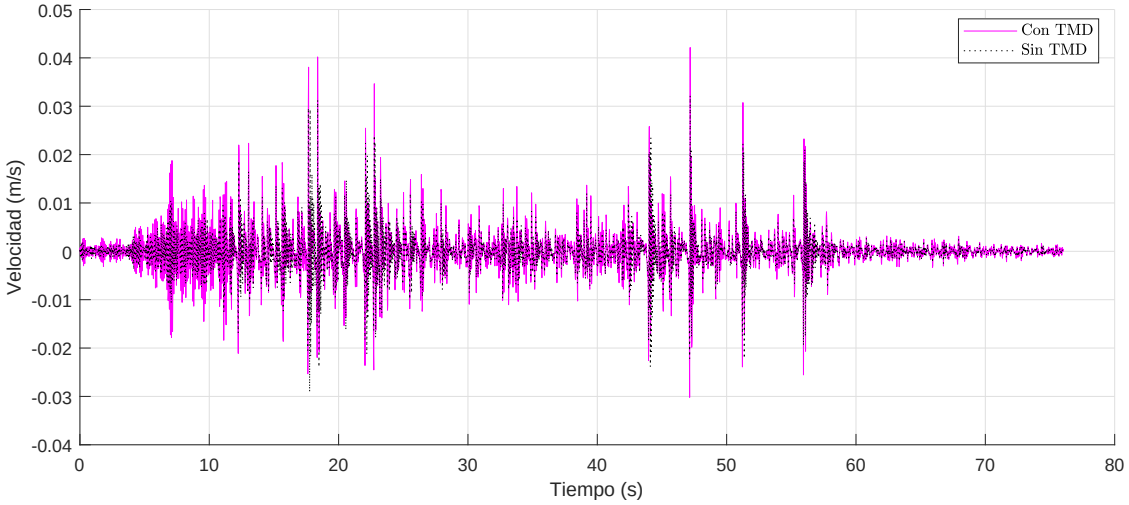


(B) Desplazamiento nivel 2

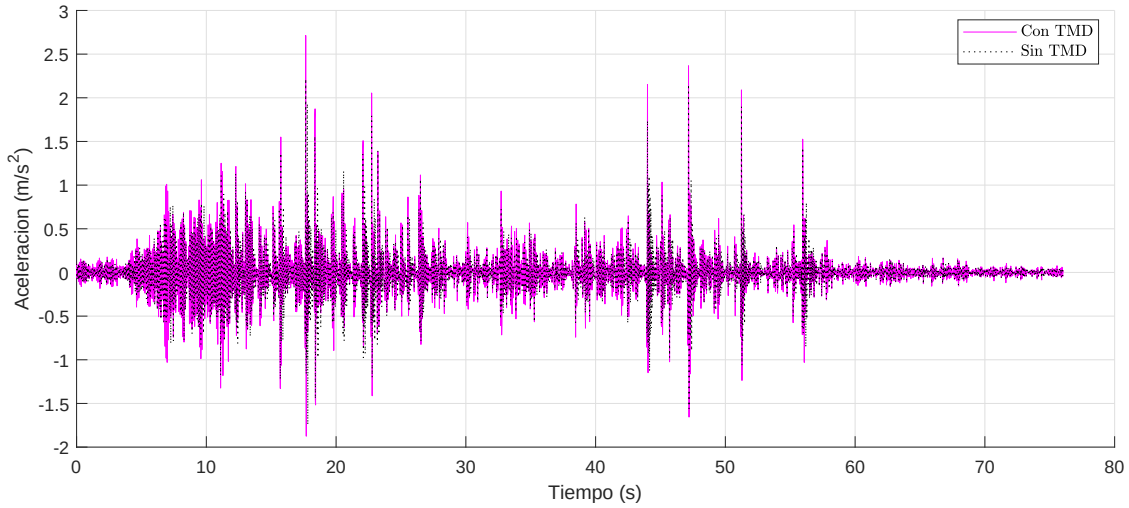


(C) Velocidad nivel 1

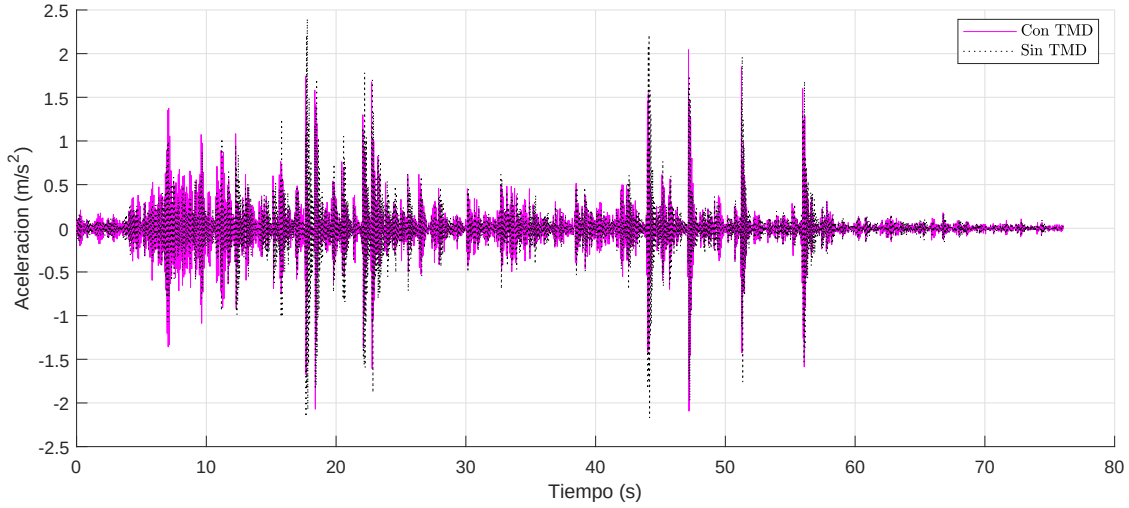
FIGURA 5.18: Respuesta del sistema de dos grados de libertad con TMD al registro de Villita Corona



(D) Velocidad nivel 2



(E) Aceleración nivel 1



(F) Aceleración nivel 2

FIGURA 5.18: Respuesta del sistema de dos grados de libertad con TMD al registro de Villita Corona (continuación)

Los valores de las respuestas máximas de la estructura con TMD y sin él, y su porcentaje de disminución para los registros sísmicos en estudio se muestran la Tabla 5.7 y la Tabla 5.8. Los resultados obtenidos evidencian una disminución en la respuesta global ante los tres registros para el desplazamiento, la velocidad y la aceleración del sistema. Para el registro de Caleta de Campos hubo una disminución en todas las respuestas máximas del sistema, sin embargo, los registros de Ana Freud y Villita Corona presentaron un incremento en la respuesta máxima, siendo la aceleración del nivel 2 para el de Ana Freud y la velocidad del nivel 1 y la aceleración del nivel 2 las únicas respuestas que presentaron disminución. Para este ejemplo se evidenció que la respuesta de un sistema controlado empleando TMD es sensible a la excitación que produce el movimiento del sistema, por lo que no se puede generalizar con la respuesta y se deben probar distintas relaciones de masas y verificar la que sea menos desfavorable para un conjunto de registros sísmicos.

TABLA 5.7: Respuestas máximas del sistema de dos grados de libertad con TMD

Tipo de respuesta	Sin TMD	Con TMD
Caleta de Campos		
Desplazamiento N1 (m)	0.00024	0.00025
Desplazamiento N2 (m)	0.00041	0.00043
Velocidad N1 (m/s)	0.01903	0.01765
Velocidad N2 (m/s)	0.03263	0.03162
Aceleración N1 (m/s^2)	1.65392	1.44913
Aceleración N2 (m/s^2)	2.84339	2.58903
Ana Freud		
Desplazamiento N1 (m)	0.00002	0.00002
Desplazamiento N2 (m)	0.00002	0.00003
Velocidad N1 (m/s)	0.00017	0.00019
Velocidad N2 (m/s)	0.00027	0.00032
Aceleración N1 (m/s^2)	0.00982	0.00966
Aceleración N2 (m/s^2)	0.01295	0.01057
Villita Corona Centro		
Desplazamiento N1 (m)	0.00067	0.00084
Desplazamiento N2 (m)	0.00107	0.00140
Velocidad N1 (m/s)	0.01561	0.01849
Velocidad N2 (m/s)	0.03220	0.04214
Aceleración N1 (m/s^2)	2.21640	2.71332
Aceleración N2 (m/s^2)	2.40006	2.09349

TABLA 5.8: Porcentaje de disminución de la respuesta del sistema de dos grados de libertad con TMD

Tipo de respuesta	Porc. de disminución	
	Máxima	Global
Caleta de Campos		
Desplazamiento N1	-2.74 %	84.12 %
Desplazamiento N2	-5.10 %	89.69 %
Velocidad N1	7.28 %	97.83 %
Velocidad N2	3.12 %	101.11 %
Aceleración N1	12.38 %	94.66 %
Aceleración N2	8.95 %	96.76 %
Ana Freud		
Desplazamiento N1	-18.06 %	21.05 %
Desplazamiento N2	-22.52 %	25.73 %
Velocidad N1	-12.78 %	66.88 %
Velocidad N2	-16.58 %	71.30 %
Aceleración N1	1.67 %	60.12 %
Aceleración N2	18.32 %	75.62 %
Villita Corona Centro		
Desplazamiento N1	-25.45 %	35.16 %
Desplazamiento N2	-31.55 %	40.86 %
Velocidad N1	-18.47 %	97.98 %
Velocidad N2	-30.86 %	92.99 %
Aceleración N1	-22.42 %	64.05 %
Aceleración N2	12.77 %	101.37 %

5.4. Amortiguadores de líquidos sintonizados (TLD)

Durante la década de 1960 surgió un interés en distintas áreas de la ingeniería de utilizar el movimiento de un líquido como disipador de energía. Dos áreas en particular, la ingeniería espacial (Abramson, 1966) y la ingeniería costera (Miles, 1967; y Chester, 1968) fueron las pioneras en estudiar el movimiento de los líquidos. Las primeras aplicaciones de contenedores que emplean el movimiento de un líquido como disipador de energía se encuentran en satélites y buques (Bhuta y Koval, 1966; Sayar y Baumgarten, 1982; y Watanabe, 1969). Fue solo cuestión de tiempo, más precisamente finales de 1980 y principios de 1990, para que se adaptaran los conocimientos adquiridos al área de la ingeniería estructural (Modi, 1987; Tamura et. al., 1988; y Sakai, 1989).

Los amortiguadores de líquidos sintonizados (TLD por las siglas en inglés tuned liquid damper) son dispositivos de control de la respuesta de tipo pasivo cuyo funcionamiento es mecánico que poseen atractivas ventajas de implementación como son:

1. Poseen un bajo costo de fabricación e instalación;
2. Instalación sencilla, incluso cuando existen restricciones de espacio;
3. Pueden ser empleados de manera permanente o temporal;

4. Cuentan con un nivel de disparo es casi nulo;
5. Activación omnidireccional, es decir, no es requerido que la acción ocurra en una dirección específica para que el TLD entre en funcionamiento; y
6. Poseen pocos requisitos de mantenimiento, por lo que resulta muy sencillo el mismo.

Existen dos tipos de TLD, los amortiguadores de agitación sintonizados (TSD por las siglas en inglés tuned sloshing dampers) y los amortiguadores de columnas de líquido sintonizadas (TLCD por las siglas en inglés tuned liquid column dampers). Los TSD consisten en un tanque rígido, de forma prismática o cilíndrica, que actúa como contenedor para un líquido cuya superficie está libre. El movimiento del líquido contenido disipa la energía ya que cambia las características dinámicas de la estructura. Una de las desventajas de los TSD es que solo una pequeña porción del líquido participa en el movimiento. Se ha observado que al emplear una menor cantidad del líquido en el contenedor, existe un mayor amortiguamiento lo cual produce una frecuencia baja en el TSD y es útil para estructuras con periodo alto (Fujino et. al., 1992). Por otro lado, los TLCD, introducidos por Sakai en 1989, (Sakai, 1989), son dispositivos formados por un contenedor con forma de "U", los cuales son llenados de manera parcial con un liquido. A diferencia de los TSD, en estos dispositivos todo el líquido participa en el movimiento por lo que la disipación de energía es mayor (Sakai, 1989). Los TLCD involucran distintos mecanismos para la disipación de energía: el movimiento de la masa del líquido contenido; la fuerza de gravedad que trata de restaurar el líquido al reposo y una serie de orificios que brindan amortiguamiento.

Los dispositivos más empleados para el control de la respuesta estructural presentan la restricción de sólo actuar en una sola dirección, por lo que de forma práctica, pensando en una estructura con planta rectangular, son colocados en la dirección del eje débil, sin embargo las fuerzas que producen las vibraciones en las estructuras pueden ocurrir en cualquier dirección, lo anterior resalta en estructuras con planta cuadrada. Además, se ha observado que las estructuras altas que son sometidas a cargas eólicas suelen vibrar en el eje perpendicular a la dirección de aplicación de la carga debido al fenómeno de golpeteo, (buffeting phenomena), (Min, Kim y Lee, 2014). A pesar de que las estructuras no vibran al mismo en las dos direcciones ortogonales, tratándose de acciones eólicas, es común que ocurran cambios en la dirección de aplicación de las fuerzas, por lo que, en teoría se deben instalar dispositivos de control en las dos direcciones.

Colocar dispositivos de control en dos direcciones no siempre es posible ya sea por razones de costo o de espacio. Por lo anterior, se ha trabajado en el diseño de TLD que puedan tener un efecto bidireccional en el control de la respuesta. Lee, Min y Lee trabajaron en un dispositivo que combina la acción de dos distintos TLD para el control de la respuesta en ambas direcciones (Lee, Min y Lee, 2011). El dispositivo llamado amortiguador de agitación de columnas de líquido sintonizadas (TLCSD por las siglas en inglés tuned liquid column sloshing damper) combina un TSD en una dirección y un TLCD en la dirección ortogonal. En dicho trabajo se incluye una prueba de mesa vibratoria en escala parcial que posteriormente Min, Kim y Kim respaldaron los resultados de manera experimental con un edificio de cinco niveles a escala completa (Min, Kim y Kim, 2014).

La eficiencia de un TLD en el control de la respuesta está influenciada por:

1. Las propiedades del amortiguador;
2. Las características de la excitación; y
3. Los atributos de la estructura.

Todos los parámetros anteriores han sido estudiados. Se ha trabajado en variar las propiedades del amortiguamiento en aras de mejorar su eficiencia (Xu, Samali y Kwok, 1992; y Hitchcock et. al., 1997). También se ha trabajado en encontrar las relaciones de frecuencia y amortiguamiento óptimas de manera similar a los TMD. Derivado de lo anterior se establecieron una serie de fórmulas unificadas para dispositivos de control de vibraciones pasivos incluyendo a los TLD (Chang y Qu, 1998). Empleando dichas fórmulas se encontró la forma óptima del líquido dentro del contenedor "U" para el control de vibraciones debidas al viento para un sistema de un grado de libertad (Park y Min, 2012). Además se estableció una formulación para obtener la matriz de transferencia para reducir las vibraciones inducidas por viento empleando TLCD (Xu, Samali y Kwok, 1992). Los trabajos que han tenido por el objetivo el control de vibraciones empleando TLD han variado la fuente de la excitación considerando fuerzas eólicas y sísmicas (Min, Kim y Lee, 2014). Las propiedades de la estructura se han considerado a lo largo de la estructura como uniformes, con una variación lineal, con planta baja flexible, con cambios abruptos en masa y rigidez empleando una formulación de viga continua y los efectos de la posición del TLD y la influencia de un segundo dispositivo (Balendra, Wang y Rakesh, 1999).

Si bien emplear un TLD para el control de la respuesta de una estructura es una opción a considerar, posee las siguientes desventajas

1. El movimiento del líquido al interior del recipiente es altamente no lineal y predecir su comportamiento es difícil;
2. La mayoría de los trabajos realizados son solo guías útiles para sistemas de un grado de libertad; y
3. Los estudios de estructuras con n grados de libertad se basan en prueba y error (Min, Kim y Lee, 2014).

Un TLCSD típico se muestra en la Figura 5.19. Su sección transversal es la de un TLCD, pero en la dirección ortogonal se alarga el contenedor para que pueda cumplir la función de TSD. Cada una de las columnas actúa como un TSD por lo que su geometría permite el control de la respuesta en las dos direcciones. El control de la respuesta empleando el TLCD ocurre en la dirección x, mientras que el TSD actúa en la dirección y.

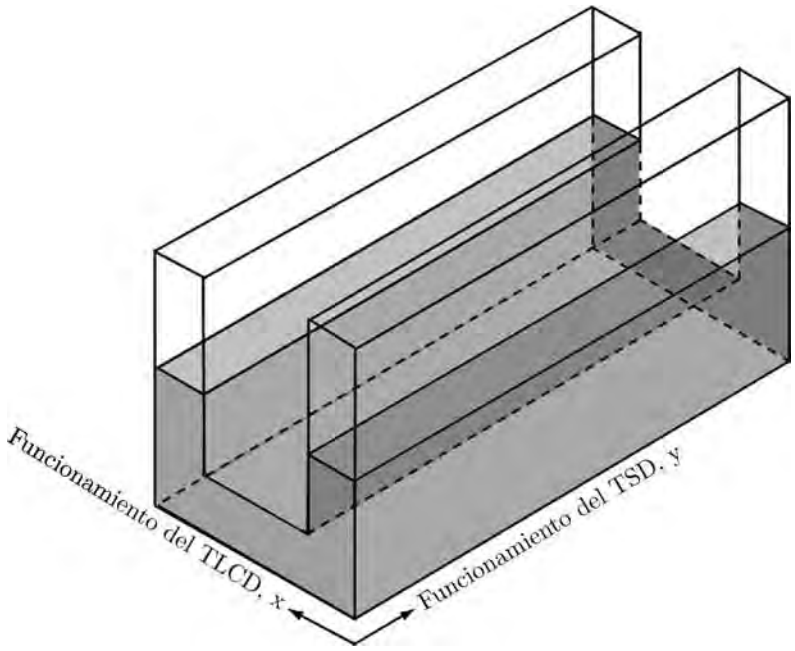
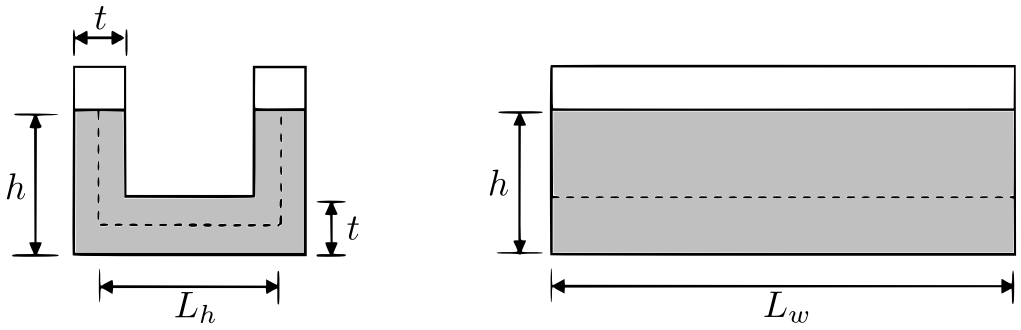


FIGURA 5.19: Amortiguador de líquido sintonizado en dos direcciones. Adaptado de Min, Kim y Lee, 2014

El TLCSD cuenta con cuatro parámetros de diseño para optimizar el control de la respuesta. Tales parámetros son: la longitud horizontal de la columna de líquido, L_h; la altura del líquido, h; el espesor del TLCD, t; y el ancho del TSD, L_w. La distribución de los parámetros anteriores se muestra en la Figura 5.20.



(A) Vista frontal (B) Vista lateral

FIGURA 5.20: Geometría de un amortiguador de líquido sintonizado en dos direcciones. Adaptado de Min, Kim y Lee, 2014

El funcionamiento del TLCSD en la dirección x es el de un TLCD como se muestra en la Figura 5.21. El sistema funciona como un sistema de dos grados de libertad donde $d_x(t)$ es el desplazamiento horizontal de la estructura; $u(t)$ es el desplazamiento vertical de la superficie de líquido en las columnas del TLCD; M_x es la primer masa modal; C_x es el primer amortiguamiento modal; y K_x es la primer rigidez modal de la estructura idealizada como un sistema de un grado de libertad. La ecuación de movimiento del TLCD es una ecuación diferencial no lineal de segundo orden con los siguientes términos

$$\rho A L_e \ddot{u}(t) + \frac{1}{2}\rho A \eta |\dot{u}(t)|\dot{u}(t) + 2\rho A\, g\, u(t) = -\rho A L_h \ddot{d}_x(t), \tag{5.22}$$

donde ρ es la densidad del líquido; A es el área transversal de la columna de líquido; L_e es la longitud total de la columna de líquido, $L_e = 2h - t + L_h$; η es el coeficiente de pérdidas; y g es la aceleración de la gravedad.

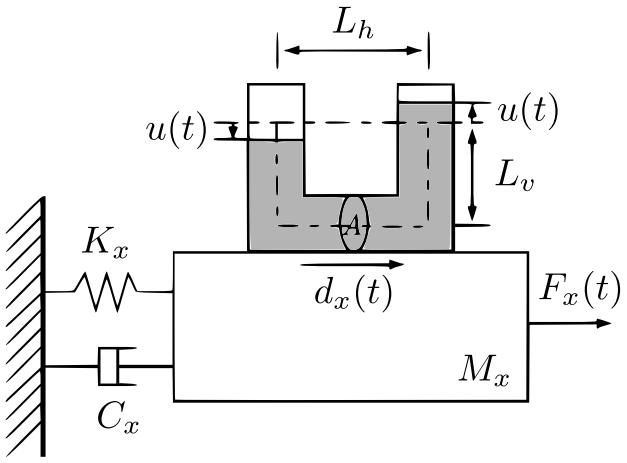


FIGURA 5.21: Funcionamiento del TLCSD en la dirección x. Adaptado de Min, Kim y Lee, 2014

Se puede obtener el coeficiente de amortiguamiento equivalente minimizando el valor del promedio al cuadrado del error entre el sistema no lineal y el sistema lineal equivalente, lo anterior se conoce como desviación estándar de la velocidad de la elevación del líquido, $\sigma_{\dot{u}(t)}$ (Min, Kim y Lee, 2014), y el coeficiente de amortiguamiento equivalente es

$$C_{eq} = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\rho A \eta \sigma_{u(t)}. \tag{5.23}$$

El coeficiente de amortiguamiento equivalente depende del movimiento del líquido contenido en el TLCD (Xu, Samali y Kwok, 1992), y puede ser constante con relación al movimiento de un líquido en específico en una fase de diseño.

Dada una fuerza aplicada en la dirección x, las ecuaciones de movimiento acopladas de forma matricial del TLCD son (Chang y Qu, 1998)

$$\begin{bmatrix} 1+\mu_2 & \mu_3 \\ \mu_3 & \mu_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{d}_x(t) \\ \ddot{u}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\xi_x\omega_x & 0 \\ 0 & 2\mu_1\xi_{TLCD}\omega_{TLCD} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{d}_x(t) \\ \dot{u}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_x^2 & 0 \\ 0 & \mu_1\omega_{TLCD}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_x(t) \\ u(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{F_x(t)}{M_x} \\ 0 \end{Bmatrix}, \tag{5.24}$$

donde μ_1 y μ_2 son iguales en el TLCD a la relación de masas entre la masa total del líquido y la primer masa modal de la estructura, $\rho A L_e / M_x$; μ_3 es la relación de masas

entre una fracción de la masa entre la primer masa modal de la estructura, $\rho A L_h / M_x$; ω_{TLCD} es la frecuencia natural del TLCD; ξ_{TLCD} es el porcentaje de amortiguamiento del TLCD; y C_{eq} puede conocerse con $2\mu_1\xi_{TLCD}\omega_{TLCD}$. La frecuencia natural del TLCD es

$$\omega_{TLCD} = \sqrt{\frac{2g}{L_e}}. \tag{5.25}$$

El funcionamiento del TLCSD en la dirección y es el de un TSD como se muestra en la Figura 5.22. El TSD colocado en la estructura puede ser idealizado como un sistema de dos grados de libertad donde $d_y(t)$ es el desplazamiento horizontal de la estructura; $v(t)$ es la altura del movimiento de agitación del líquido; M_y es la primer masa modal; C_y es el primer amortiguamiento modal; K_y es la primer rigidez modal de la estructura idealizada como un sistema de un grado de libertad; y $F_y(t)$ es la acción externa aplicada en la dirección y.

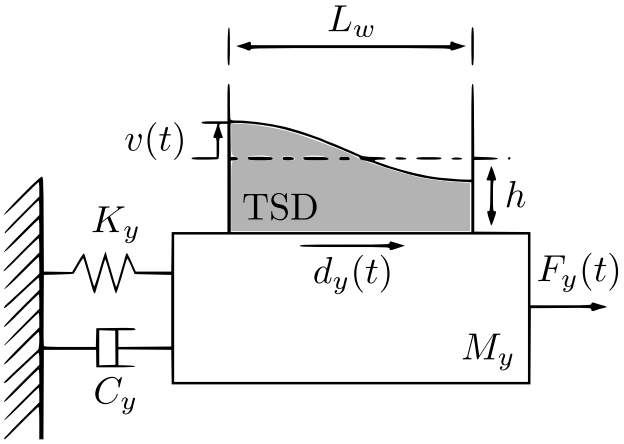


FIGURA 5.22: Funcionamiento del TLCSD en la dirección y. Adaptado de Min, Kim y Lee, 2014

La ecuación de movimiento del sistema de un grado de libertado y el TSD acoplados es

$$\begin{bmatrix} 1+\mu_2 & \mu_3 \\ \mu_3 & \mu_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{d}_y(t) \\ \ddot{v}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\xi_y\omega_y & 0 \\ 0 & 2\mu_1\xi_{TSD}\omega_{TSD} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{d}_y(t) \\ \dot{v}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_y^2 & 0 \\ 0 & \mu_1\omega_{TSD}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_y(t) \\ v(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{F_y(t)}{M_y} \\ 0 \end{Bmatrix}. \tag{5.26}$$

Para la ecuación del movimiento del sistema con TSD μ_1 y μ_3 son iguales a la relación entre la masa total entre la primer masa modal de la estructura, $2\beta\rho L_w h t / M_y$; μ_2 es el cociente de la masa total del líquido entre la primer masa modal de la estructura, $2\rho L_w h t / M_y$; y β es el valor de $8L_w \tanh(\pi h / L_w) / \pi^3 h$. Con base en la teoría de ondas superficiales la cual puede ser aplicada a TSD que tienen una relación de profundidad, h/L_w, ligeramente menor a 0.2 (Seto, 1996), la frecuencia fundamental del líquido en movimiento es

$$\omega_{TSD} = \sqrt{\frac{\pi g}{L_w} \tanh\left(\frac{\pi h}{L_w}\right)}. \tag{5.27}$$

El efecto del funcionamiento acoplado entre el TSD y el TLCD debe investigarse para integrar los funcionamientos de los dispositivos de forma independiente. Cuando un dispositivo es excitado en una dirección no puede ser despreciada la reacción en la dirección ortogonal (Min, Kim y Lee, 2014). Se ha demostrado de forma experimental que el dispositivo en conjunto muestra las frecuencias naturales del TLCD y TSD (Lee, Min y Lee, 2011). Para investigar el funcionamiento en conjunto, un TLCSD se instaló en con un ángulo con respecto al eje de aplicación de la carga en una mesa vibratoria uniaxial. Las características dinámicas del amortiguador fueron medidas de forma experimental para obtener la función de transferencia de distintas excitaciones variando el ángulo. Se observó que las frecuencias naturales medidas son las mismas que las de los TLCD y TSD para distintos ángulos, lo que permite concluir que el TLD bidireccional puede controlar la respuesta de una estructura empleando las acciones del TLCD y el TSD (Min, Kim y Lee, 2014).

Para analizar la respuesta de una estructura con un TLCSD se separará la misma en las componentes ortogonales, si se estudia la dirección en la cual es colocado el TLCD, en el nivel $n-1$, se aprecia una idealización del sistema como la mostrada en la Figura 5.23. Extrapolando las matrices de masas, rigidez y amortiguamiento de un sistema de un grado de libertad a uno de n grados se obtienen:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & & & & & & & \\ & m_2 & & & & & & \\ & & m_3 & & & & & \\ & & & \ddots & & & & \\ & & & & m_{n-2} & & & \\ & & & & & m_{n-1}+\rho A L_e & \rho A L_h & \\ & & & & & \rho A L_h & \rho A L_e & \\ & & & & & & & m_n \end{bmatrix}, \tag{5.28}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{14} & \cdots & c_{1(n-2)} & c_{1(n-1)} & & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & c_{24} & \cdots & c_{2(n-2)} & c_{2(n-1)} & & c_{2n} \\ c_{31} & c_{32} & c_{34} & \cdots & c_{3(n-2)} & c_{3(n-1)} & & c_{3n} \\ \vdots & & & \ddots & & & & \vdots \\ c_{(n-2)1} & c_{(n-2)2} & c_{(n-2)4} & \cdots & c_{(n-2)(n-2)} & c_{(n-2)(n-1)} & & c_{(n-2)n} \\ c_{(n-1)1} & c_{(n-1)2} & c_{(n-1)4} & \cdots & c_{(n-1)(n-1)} & c_{(n-1)(n-1)} & & c_{(n-1)n} \\ & & & & & & 2\rho A L_e \sqrt{\frac{2g}{L_e}} \xi_{TLCD} & \\ c_{n1} & c_{n2} & c_{n4} & \cdots & c_{n(n-2)} & c_{n(n-1)} & & c_{nn} \end{bmatrix}, \tag{5.29}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{14} & \cdots & k_{1(n-2)} & k_{1(n-1)} & & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & k_{24} & \cdots & k_{2(n-2)} & k_{2(n-1)} & & k_{2n} \\ k_{31} & k_{32} & k_{34} & \cdots & k_{3(n-2)} & k_{3(n-1)} & & k_{3n} \\ \vdots & & & \ddots & & & & \vdots \\ k_{(n-2)1} & k_{(n-2)2} & k_{(n-2)4} & \cdots & k_{(n-2)(n-2)} & k_{(n-2)(n-1)} & & k_{(n-2)n} \\ k_{(n-1)1} & k_{(n-1)2} & k_{(n-1)4} & \cdots & k_{(n-1)(n-1)} & k_{(n-1)(n-1)} & & k_{(n-1)n} \\ & & & & & & 2\rho\, g\, A & \\ k_{n1} & k_{n2} & k_{n4} & \cdots & k_{n(n-2)} & k_{n(n-1)} & & k_{nn} \end{bmatrix}. \tag{5.30}$$

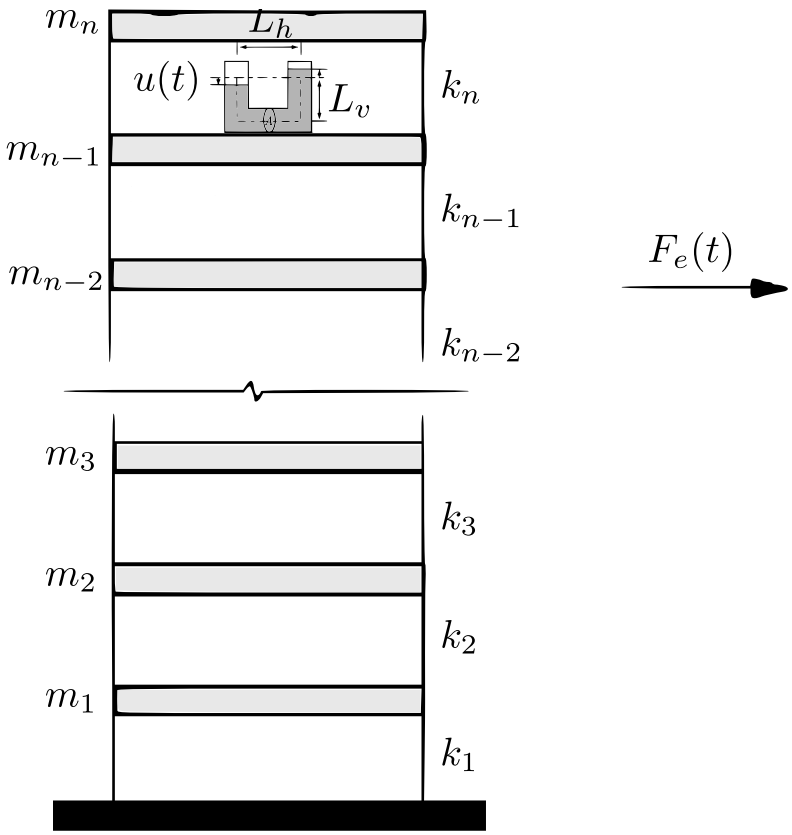


FIGURA 5.23: Sistema de n grados de libertad con un TLCD

El vector de estados del sistema con TLCD está dado por:

$$\mathbf{z}(t) = \begin{pmatrix} x_1 & \dots & x_{n-1} & u & x_n & \dot{x}_1 & \dots & \dot{x}_{n-1} & \dot{u} & \dot{x}_n \end{pmatrix}^T. \tag{5.31}$$

En la dirección ortogonal se encuentra colocado el TSD en el nivel $n-1$ de manera similar a la Figura 5.24. Extrapolando las matrices de masas, amortiguamiento y rigidez de manera similar a lo realizado con el TLCD se obtienen:

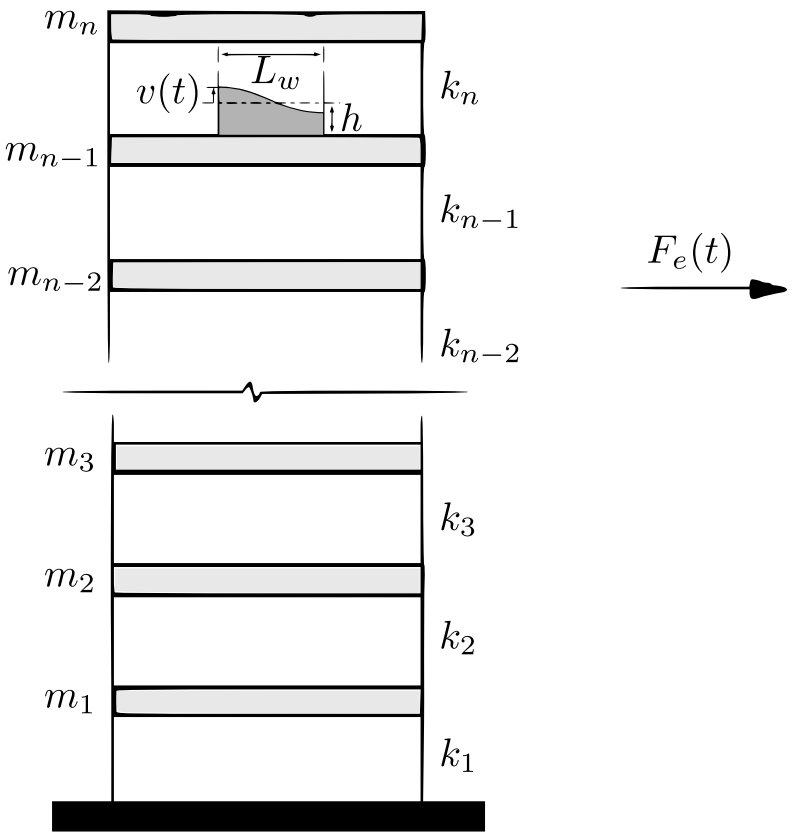


FIGURA 5.24: Sistema de n grados de libertad con un TSD

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & & & & & & & \\ & m_2 & & & & & & \\ & & m_3 & & & & & \\ & & & \ddots & & & & \\ & & & & m_{n-2} & & & \\ & & & & & m_{n-1}+2\rho L_w h t & 2\beta\rho L_w h t & \\ & & & & & 2\beta\rho L_w h t & 2\beta\rho L_w h t & \\ & & & & & & & m_n \end{bmatrix}, \tag{5.32}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{14} & \cdots & c_{1(n-2)} & c_{1(n-1)} & & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & c_{24} & \cdots & c_{2(n-2)} & c_{2(n-1)} & & c_{2n} \\ c_{31} & c_{32} & c_{34} & \cdots & c_{3(n-2)} & c_{3(n-1)} & & c_{3n} \\ \vdots & & & \ddots & & & & \vdots \\ c_{(n-2)1} & c_{(n-2)2} & c_{(n-2)4} & \cdots & c_{(n-2)(n-2)} & c_{(n-2)(n-1)} & & c_{(n-2)n} \\ c_{(n-1)1} & c_{(n-1)2} & c_{(n-1)4} & \cdots & c_{(n-1)(n-1)} & c_{(n-1)(n-1)} & & c_{(n-1)n} \\ & & & & & & 4\beta\rho L_w h t \xi_{TSD}\omega_{TSD} & \\ c_{n1} & c_{n2} & c_{n4} & \cdots & c_{n(n-2)} & c_{n(n-1)} & & c_{nn} \end{bmatrix}, \tag{5.33}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{14} & \cdots & k_{1(n-2)} & k_{1(n-1)} & & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & k_{24} & \cdots & k_{2(n-2)} & k_{2(n-1)} & & k_{2n} \\ k_{31} & k_{32} & k_{34} & \cdots & k_{3(n-2)} & k_{3(n-1)} & & k_{3n} \\ \vdots & & & \ddots & & & & \vdots \\ k_{(n-2)1} & k_{(n-2)2} & k_{(n-2)4} & \cdots & k_{(n-2)(n-2)} & k_{(n-2)(n-1)} & & k_{(n-2)n} \\ k_{(n-1)1} & k_{(n-1)2} & k_{(n-1)4} & \cdots & k_{(n-1)(n-1)} & k_{(n-1)(n-1)} & & k_{(n-1)n} \\ & & & & & & 2\beta\rho L_w ht\omega_{TSD}^2 & \\ k_{n1} & k_{n2} & k_{n4} & \cdots & k_{n(n-2)} & k_{n(n-1)} & & k_{nn} \end{bmatrix}. \tag{5.34}$$

El vector de estados del sistema con TSD es:

$$\mathbf{z}(t) = \begin{pmatrix} x_1 & \dots & x_{n-1} & v & x_n & \dot{x}_1 & \dots & \dot{x}_{n-1} & \dot{v} & \dot{x}_n \end{pmatrix}^T. \tag{5.35}$$

Con las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento y los vectores de estados asociados a los grados de libertad solo resta aplicar las fuerzas correspondientes en las masas. Una vez reunidos todos los datos se resuelve la ecuación de movimiento, Ecuación 2.48, empleando las técnicas de integración propuestas en el Capítulo 3.

Para el diseño del TLCSD se dividirá el dimensionamiento en las dos componentes ortogonales de manera independiente, (Min, Kim y Lee, 2014). Se emplearán una serie de fórmulas de diseño basadas en una función de fuerzas externas Gaussiana, aleatoria de ruido blanco (Chang, 1999).

Haciendo

$$\mu_{1,TLCD} = \frac{\rho A L_e}{M_x}; \qquad \mu_{2,TLCD} = \frac{\rho A L_e}{M_x}; \qquad \mu_{3,TLCD} = \frac{\rho A L_h}{M_x} \tag{5.36a}$$

$$\mu_{1,TSD} = \frac{2\beta\rho L_w ht}{M_y}; \qquad \mu_{2,TSD} = \frac{2\rho L_w ht}{M_y}; \qquad \mu_{3,TSD} = \frac{2\beta\rho L_w ht}{M_y}, \tag{5.36b}$$

Las relaciones óptimas de frecuencia y de amortiguamiento para el TLCSD cuando la excitación proviene de origen eólico son:

$$\omega_{TLCD_{opt}} = \omega_x \frac{\sqrt{1 + \mu_{2,TLCD} - \frac{1}{2}\gamma_{TLCD}}}{1 + \mu_{2,TLCD}}, \tag{5.37a}$$

$$\omega_{TSD_{opt}} = \omega_y \frac{\sqrt{1 + \mu_{2,TSD} - \frac{1}{2}\gamma_{TSD}}}{1 + \mu_{2,TSD}}; \tag{5.37b}$$

$$\xi_{TLCD_{opt}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\gamma_{TLCD}\left(1+\mu_{2,TLCD}-\frac{1}{4}\gamma_{TLCD}\right)}{\left(1+\mu_{2,TLCD}\right)\left(1+\mu_{2,TLCD}-\frac{1}{2}\gamma_{TLCD}\right)}}, \tag{5.38a}$$

$$\xi_{TSD_{opt}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\gamma_{TSD}\left(1+\mu_{2,TSD}-\frac{1}{4}\gamma_{TSD}\right)}{\left(1+\mu_{2,TSD}\right)\left(1+\mu_{2,TSD}-\frac{1}{2}\gamma_{TSD}\right)}}; \tag{5.38b}$$

donde γ_{TLCD} y γ_{TSD} son los índices de eficiencia de los amortiguadores, los cuales se definen como

$$\gamma_{TLCD} = \frac{\mu_{3,TLCD}^2}{\mu_{1,TLCD}} = \frac{L_h^2}{L_e^2}\mu_{2,TLCD}; \qquad \gamma_{TSD} = \frac{\mu_{3,TSD}^2}{\mu_{1,TSD}}. \tag{5.39}$$

Por otra parte, cuando la excitación es de origen sísmico los parámetros óptimos del TLCSD son:

$$\omega_{TLCD_{opt}} = \omega_x \frac{\sqrt{1+\mu_{2,TLCD}-\frac{3}{2}\gamma_{TLCD}}}{1+\mu_{2,TLCD}}, \tag{5.40a}$$

$$\omega_{TSD_{opt}} = \omega_y \frac{\sqrt{1+\mu_{2,TSD}-\frac{3}{2}\gamma_{TSD}}}{1+\mu_{2,TSD}}; \tag{5.40b}$$

$$\xi_{TLCD_{opt}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\mu_{1,TLCD}\left(1+\mu_{2,TLCD}-\frac{5}{4}\gamma_{TLCD}\right)}{\left(1+\mu_{2,TLCD}\right)\left(1+\mu_{2,TLCD}-\frac{3}{2}\gamma_{TLCD}\right)}}, \tag{5.41a}$$

$$\xi_{TSD_{opt}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\mu_{1,TSD}\left(1+\mu_{2,TSD}-\frac{5}{4}\gamma_{TSD}\right)}{\left(1+\mu_{2,TSD}\right)\left(1+\mu_{2,TSD}-\frac{3}{2}\gamma_{TSD}\right)}} \tag{5.41b}$$

El procedimiento de dimensionamiento es semejante para un grado de libertad y n grados de libertad. Al igual que con el procedimiento para un TMD, cuando se trate de un sistema de n grados de libertad, se debe seleccionar un modo de vibración a controlar y los parámetros son determinados transformando la estructura en cuestión a un sistema de un grado de libertad equivalente. El diseño se realiza conforme a la metodología siguiente:

1. Se propone una relación de masas para el TLCD, $\mu_{2,TLCD}$, y una relación de masas para el TSD, $\mu_{2,TSD}$
2. Se plantea un sistema de cinco ecuaciones no lineales igualadas a cero. La primera debe satisfacer la relación de masas del TLCD, $\mu_{2,TLCD}$, de la Ecuación 5.36; la segunda debe satisfacer la relación de masas del TSD, $\mu_{2,TSD}$, de la Ecuación 5.36; la tercera debe satisfacer que $L_e = 2h - t + L_h$; la cuarta que $\omega_{TLCD_{opt}}$ de la Ecuación 5.37 cuando la fuerza externa sea eólica, o de la Ecuación 5.40 sea igual a la frecuencia del TLCD, ω_{TLCD}, de la Ecuación 5.25; y la quinta que $\omega_{TSD_{opt}}$ de la

Ecuación 5.37 cuando la fuerza externa sea eólica, o de la Ecuación 5.40 sea igual a la frecuencia del TSD, ω_{TSD}, de la Ecuación 5.27 Es decir, que para acciones eólicas el sistema a resolver es

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho LwtLe - \mu_{2,TLCD}Mx \\ 2\rho Lwht - \mu_{2,TSD}My \\ 2h - t + L_h - L_e \\ \omega_x \frac{\sqrt{1+\mu_{2,TLCD}-\frac{1}{2}\gamma_{TLCD}}}{1+\mu_{2,TLCD}} - \sqrt{\frac{2g}{L_e}} \\ \omega_y \frac{\sqrt{1+\mu_{2,TSD}-\frac{1}{2}\gamma_{TSD}}}{1+\mu_{2,TSD}} - \sqrt{\frac{\pi g}{L_w}\tanh\left(\frac{\pi h}{L_w}\right)} \end{pmatrix}, \tag{5.42}$$

mientras que para acciones sísmicas el sistema a resolver es

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho LwtLe - \mu_{2,TLCD}Mx \\ 2\rho Lwht - \mu_{2,TSD}My \\ 2h - t + L_h - L_e \\ \omega_x \frac{\sqrt{1+\mu_{2,TLCD}-\frac{3}{2}\gamma_{TLCD}}}{1+\mu_{2,TLCD}} - \sqrt{\frac{2g}{L_e}} \\ \omega_y \frac{\sqrt{1+\mu_{2,TSD}-\frac{3}{2}\gamma_{TSD}}}{1+\mu_{2,TSD}} - \sqrt{\frac{\pi g}{L_w}\tanh\left(\frac{\pi h}{L_w}\right)} \end{pmatrix}. \tag{5.43}$$

El sistema de cinco ecuaciones determinará las dimensiones h, t, L_w, L_h y L_e. Para resolverlo puede emplearse el método de Newton, calculando previamente el Jacobiano del sistema, o bien, emplear el método de región de confianza con pie de perro (trust-region dogleg algorithm), (Powell, 1968). Con las dimensiones definidas, se procede a calcular las masas, amortiguamiento y rigidez del TLCSD en ambas direcciones.

5.4.1. Ejemplos de calibración

Sistema de un grado de libertad

Al sistema de un grado de libertad presentado en la Sección 2.6.2 se adiciona un TLCSD, se propone que la relación de masas, $\mu_{2,TLCD}$, sea de 0.10 y que la relación de masas, $\mu_{2,TSD}$ sea igual a 0.10. El líquido empleado para determinar la respuesta es agua con una densidad de 1000 kg/m^3 (1×10^{-8} KN $-$ s^2/cm/cm^3).

Para comparar la disminución de la respuesta, el sistema se somete a los registros sísmicos de la estación SCT-1 del 19 de septiembre de 1985, empleando la componente N90E. El registro sísmico se muestra en la Figura 2.15 y a la componente S00E de la estación Caleta de Campos (19 de septiembre de 1985), Figura 5.9, la componente N00E de la estación Ana Freud (22 de enero de 2003), Figura 5.10, y la componente S05E de la estación Villita Corona Centro (19 de septiembre de 1985), Figura 5.11, en ambas direcciones.

Con las fórmulas de optimización de los parámetros para sismo del TLCSD, (Chang, 1999; Min, Kim y Lee, 2014), se dimensionó uno. Con fines de evaluación se supone que las propiedades de la estructura principal son las mismas en las dos direcciones ortogonales. Las propiedades resultantes son

Parámetro	Valor calculado
h	103.6175 cm
t	1274.1188 cm
L_w	21.6268 cm
L_h	1702.4116 cm
L_e	635.5278 cm
$\omega_{TLCD_{opt}}$	1.7570 rad/s
$\xi_{TLCD_{opt}}$	0.1508
$\omega_{TSD_{opt}}$	11.9375 rad/s
$\xi_{TSD_{opt}}$	0.0861

Los vectores de estados para obtener las respuestas del sistema con TLCSD usando la formulación con variable estado están dados por:

$$\mathbf{z}_x(t) = \begin{pmatrix} x & u & \dot{x} & \dot{u} \end{pmatrix}^T, \qquad \mathbf{z}_y(t) = \begin{pmatrix} y & v & \dot{y} & \dot{v} \end{pmatrix}^T.$$

Con las dimensiones del TLCSD resultantes al emplear la formulación propuesta por Chang, las matrices que definen la ecuación de movimiento del sistema con TLCD son:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1.9263 & 0.4691 \\ 0.4691 & 0.1751 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2.2006 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0928 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 276.5384 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.5406 \end{bmatrix}.$$

Mientras que las matrices que definen la ecuación de movimiento del sistema con TSD son:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1.7543 & 0.0571 \\ 0.0571 & 0.0571 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2.2006 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.1174 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 276.5384 & 0.0000 \\ 0.0000 & 8.1375 \end{bmatrix}.$$

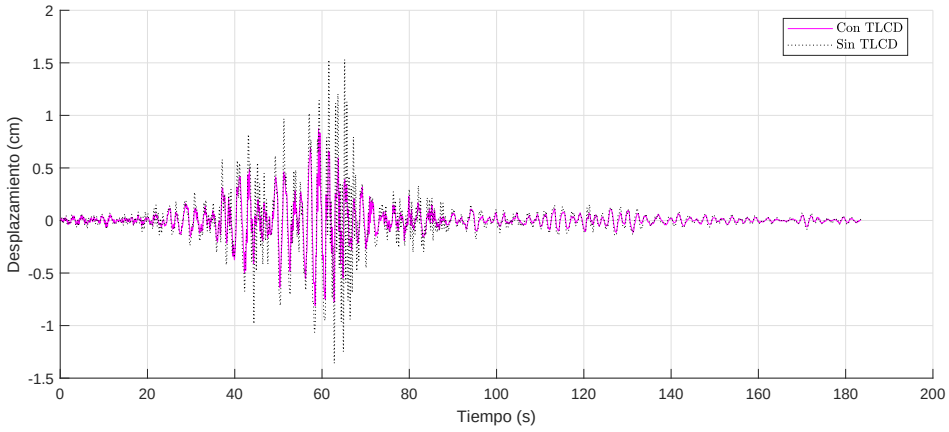
La ecuación de movimiento en variable estado del sistema con TLCD está dada por:

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{u} \\ \ddot{x} \\ \ddot{u} \end{pmatrix}_k = \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \\ -412.9166 & 2.1624 & -3.2859 & 0.3711 \\ 1106.0949 & -8.8797 & 8.8020 & -1.5238 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ u \\ \dot{x} \\ \dot{u} \end{pmatrix}_k + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} a_k.$$

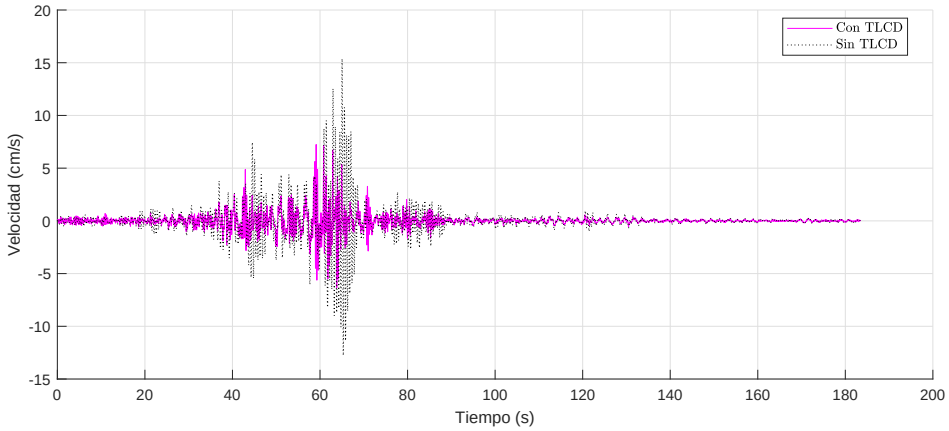
Por otro lado, la ecuación de movimiento en variable estado del sistema con TSD está dada por:

$$\begin{pmatrix} \dot{y} \\ \dot{v} \\ \ddot{y} \\ \ddot{v} \end{pmatrix}_k = \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \\ -162.9408 & 4.7948 & -1.2966 & 0.0692 \\ 162.9408 & -147.2984 & 1.2966 & -2.1258 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y \\ v \\ \dot{y} \\ \dot{v} \end{pmatrix}_k + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} a_k.$$

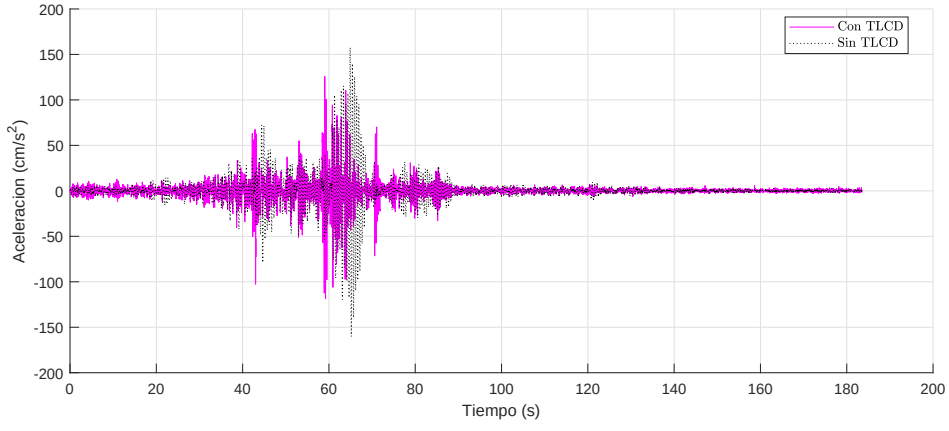
Se determinó la respuesta de la estructura empleando el método RK6-I con cuadraturas rectangulares, aplicando el sismo en ambas direcciones de manera independiente. Los resultados obtenidos se comparan con la estructura sin TLCSD para observar la disminución en la respuesta. Los valores obtenidos se muestran en las Figuras 5.25–5.32.



(A) Desplazamiento

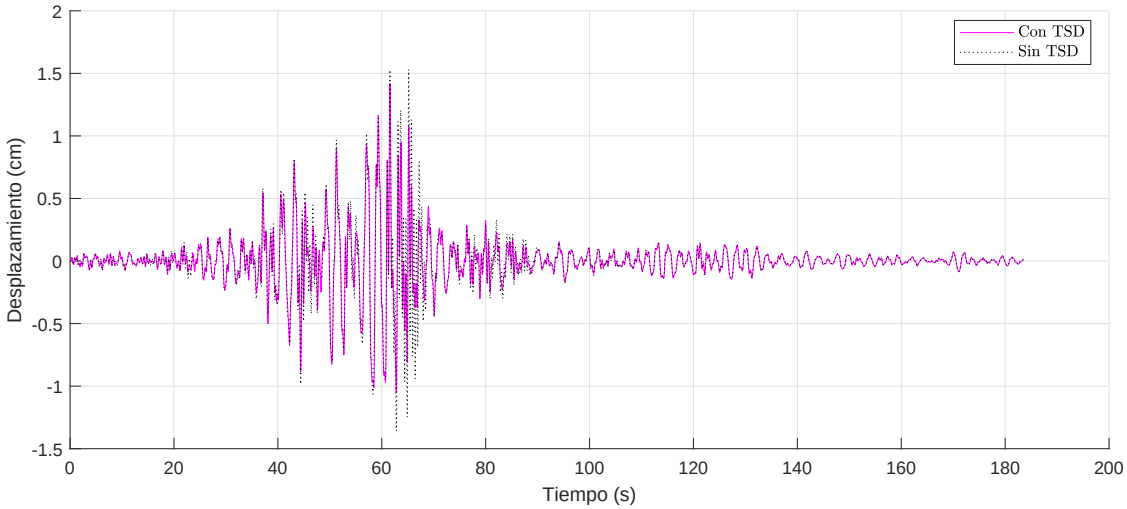


(B) Velocidad

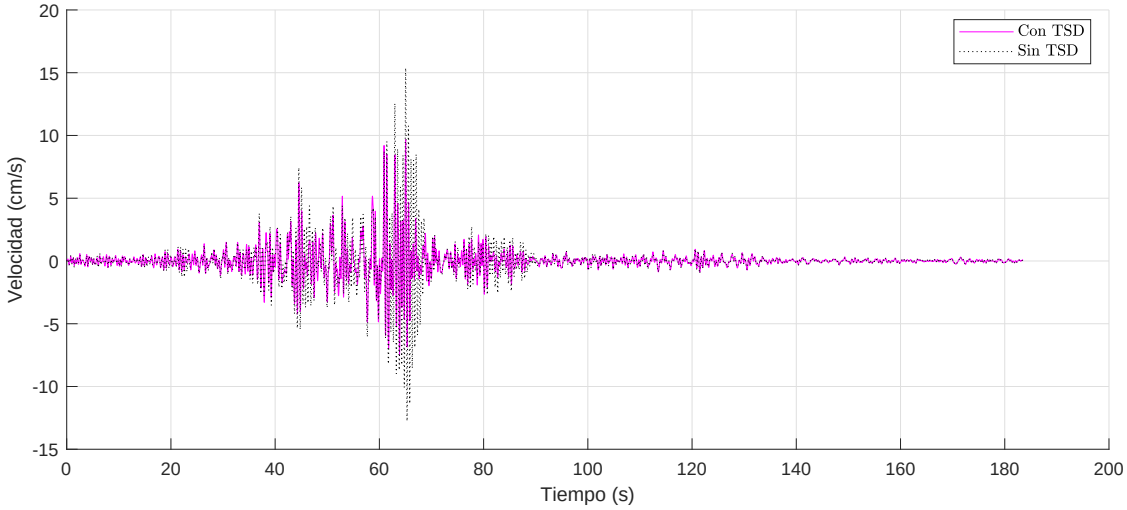


(C) Aceleración

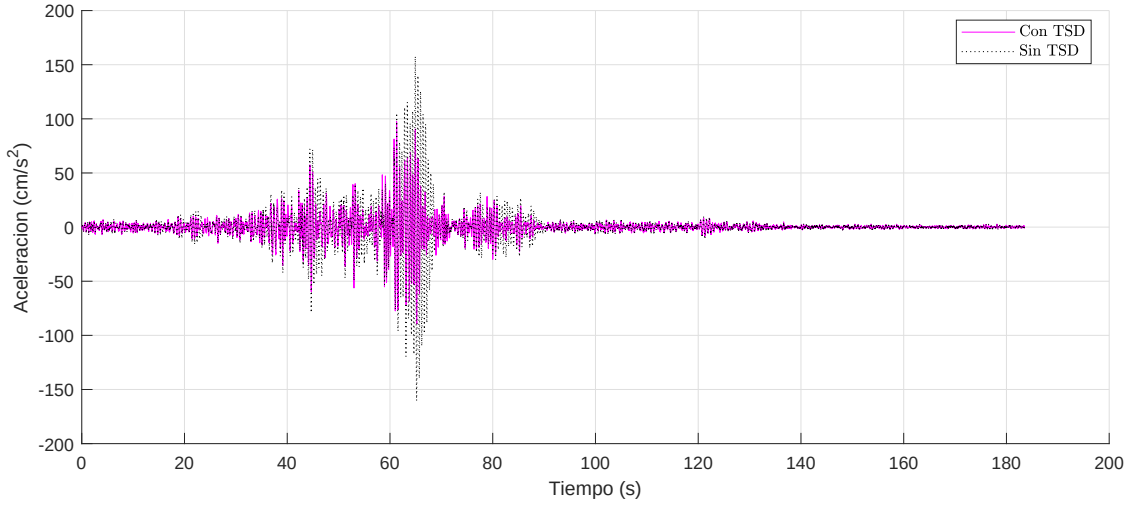
FIGURA 5.25: Respuesta del sistema de un grado de libertad en la dirección x al registro de SCT



(A) Desplazamiento

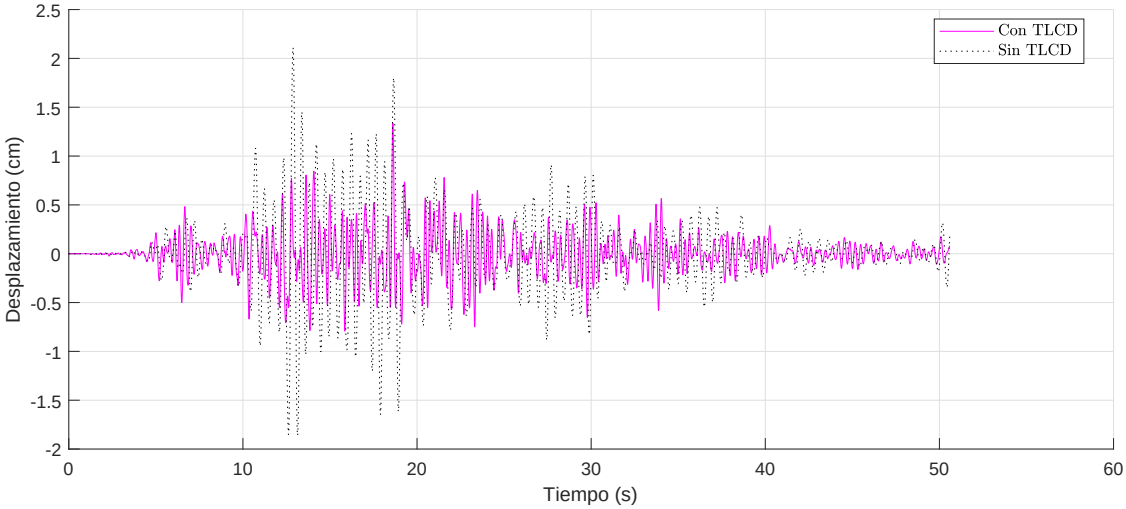


(B) Velocidad

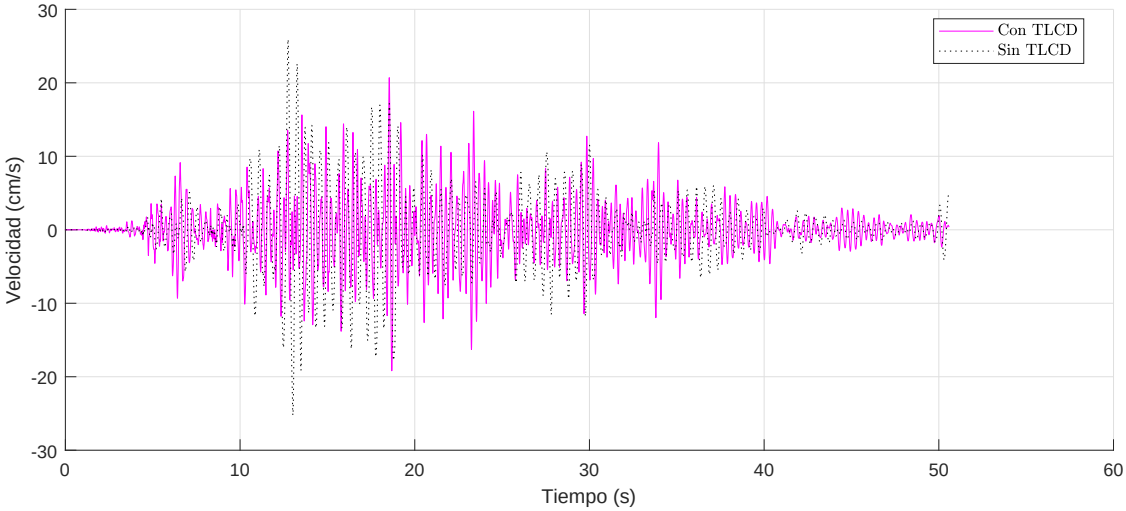


(C) Aceleración

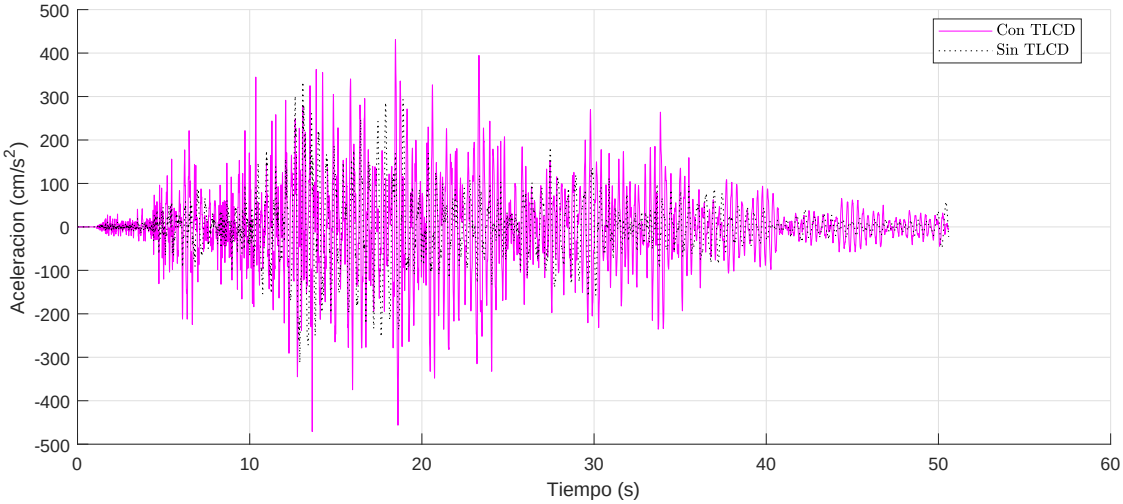
FIGURA 5.26: Respuesta del sistema de un grado de libertad en la dirección y al registro de SCT



(A) Desplazamiento

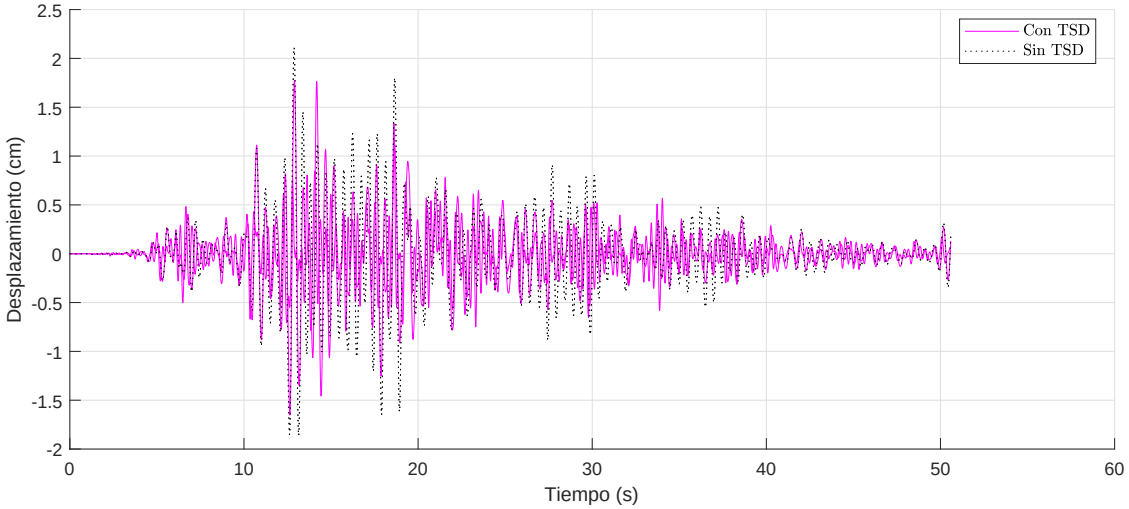


(B) Velocidad

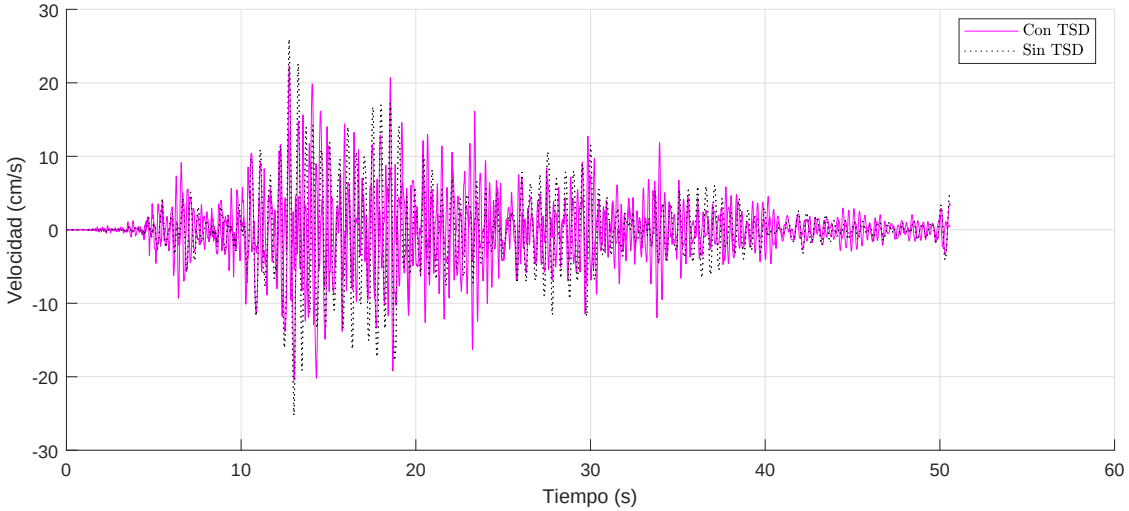


(C) Aceleración

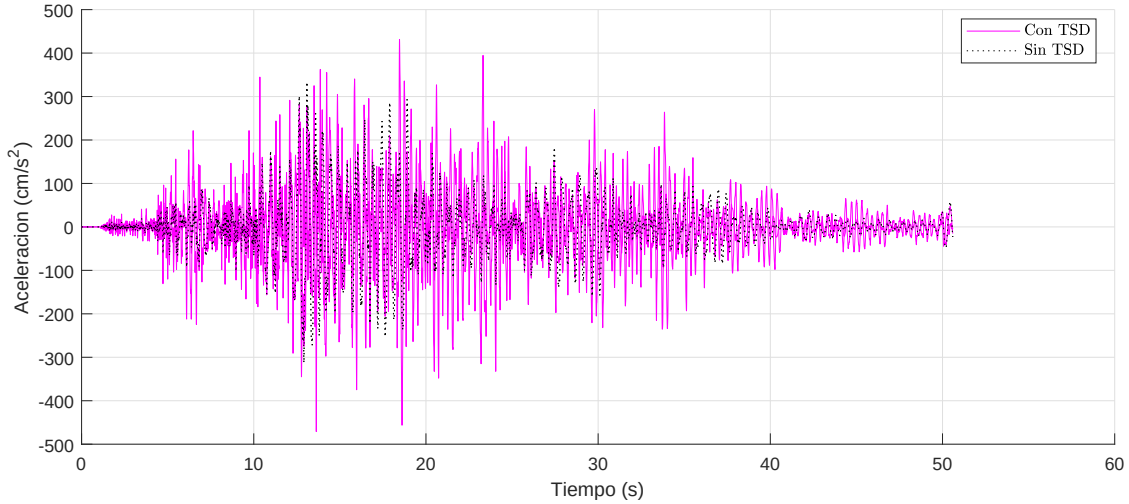
FIGURA 5.27: Respuesta del sistema de un grado de libertad en la dirección x al registro de Caleta de Campos



(A) Desplazamiento

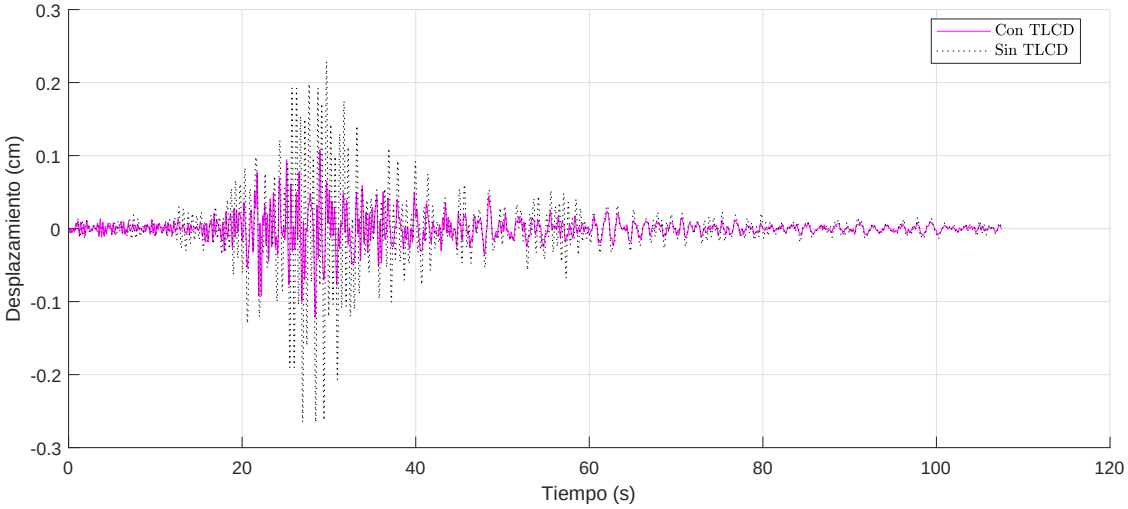


(B) Velocidad

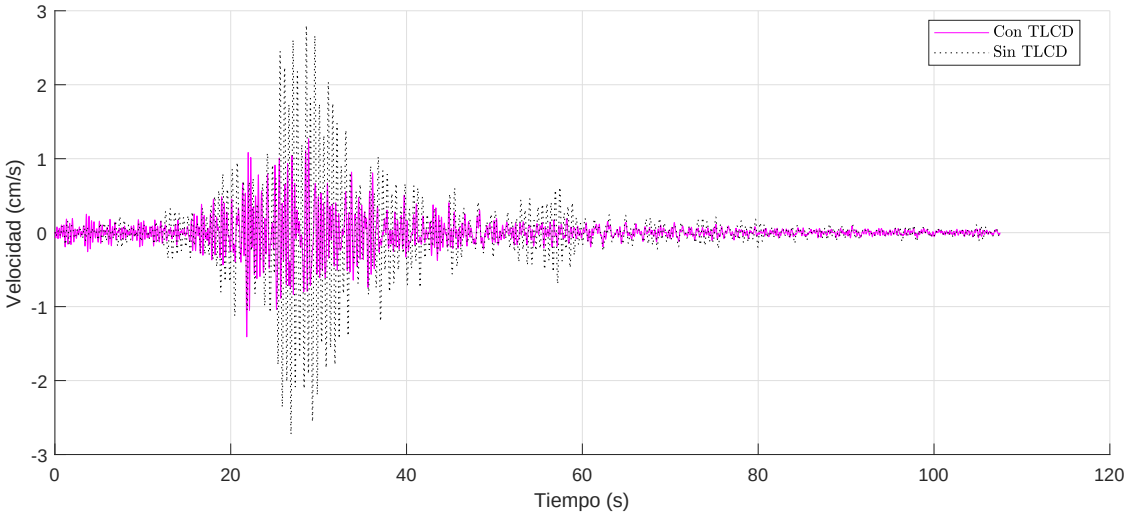


(C) Aceleración

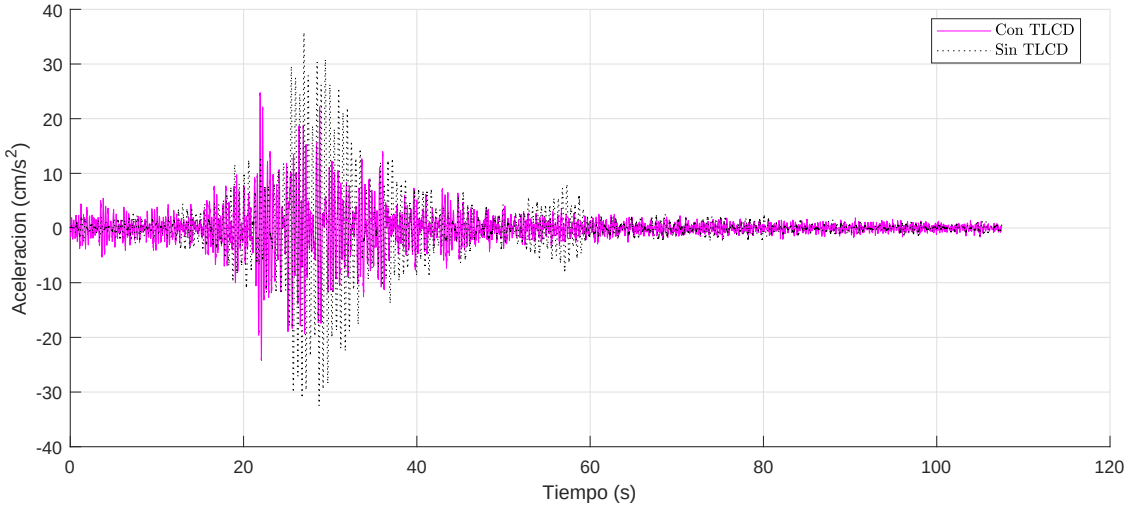
FIGURA 5.28: Respuesta del sistema de un grado de libertad en la dirección *y* al registro de Caleta de Campos



(A) Desplazamiento

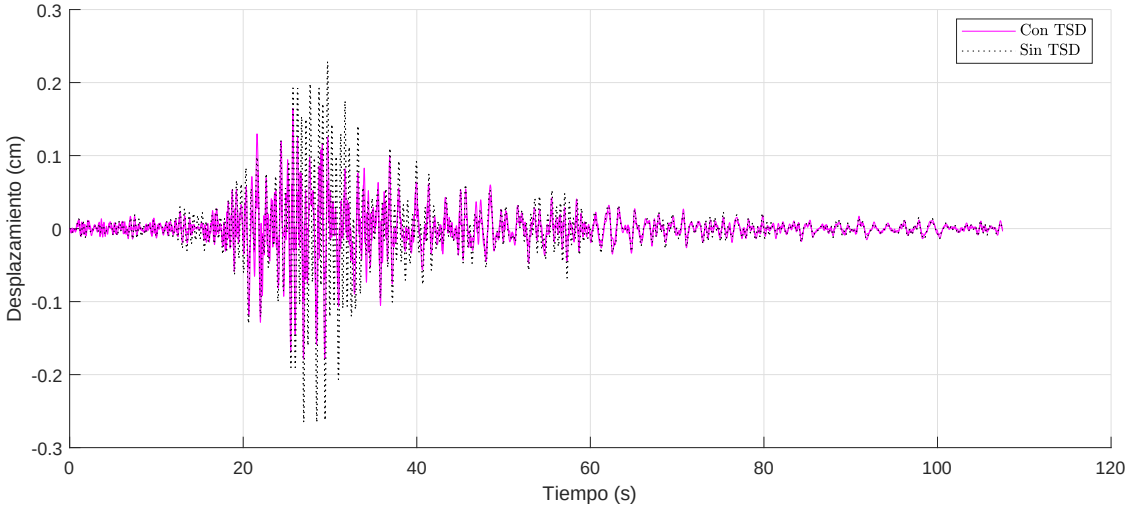


(B) Velocidad

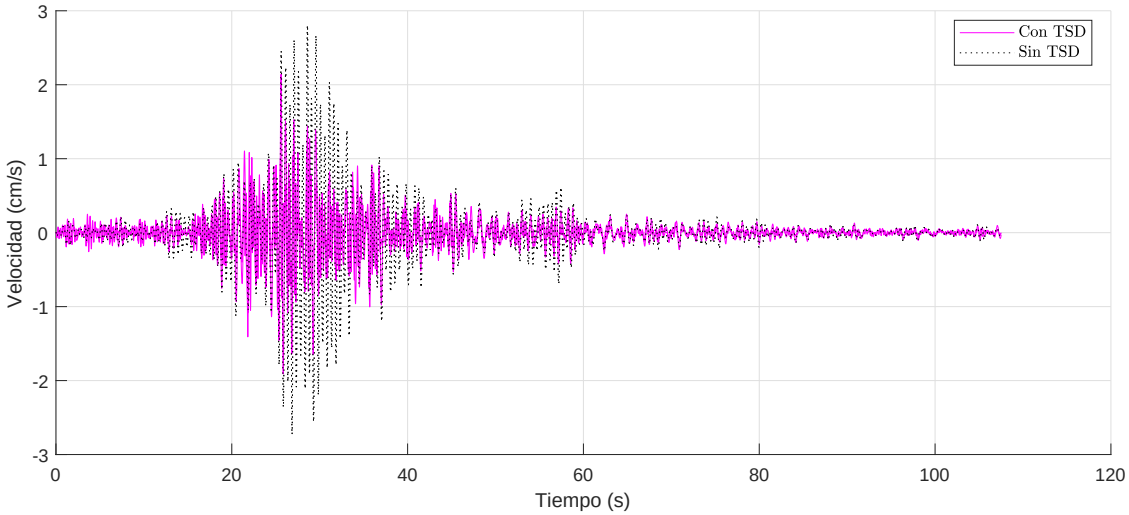


(C) Aceleración

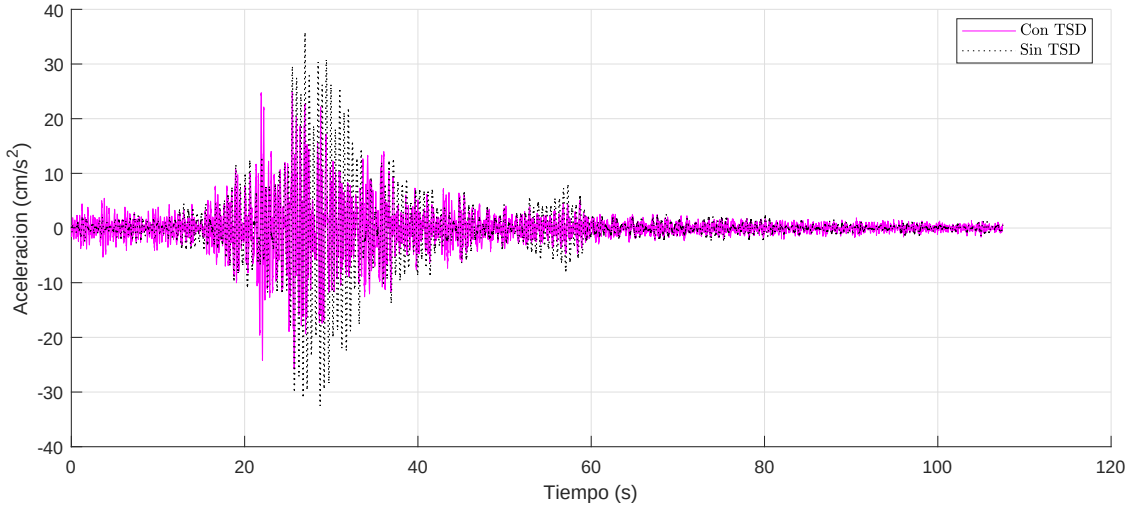
FIGURA 5.29: Respuesta del sistema de un grado de libertad en la dirección x al registro de Ana Freud



(A) Desplazamiento

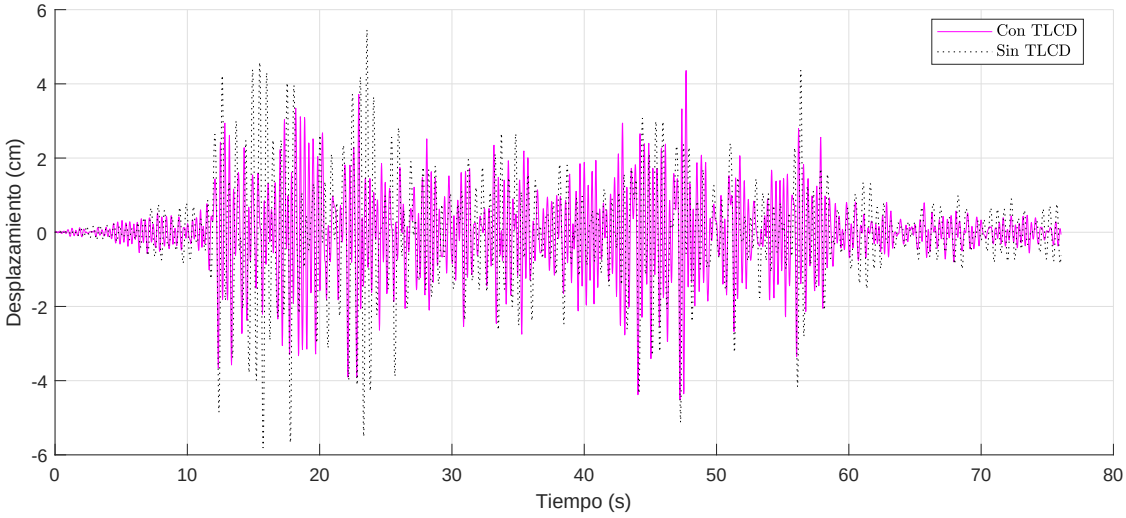


(B) Velocidad

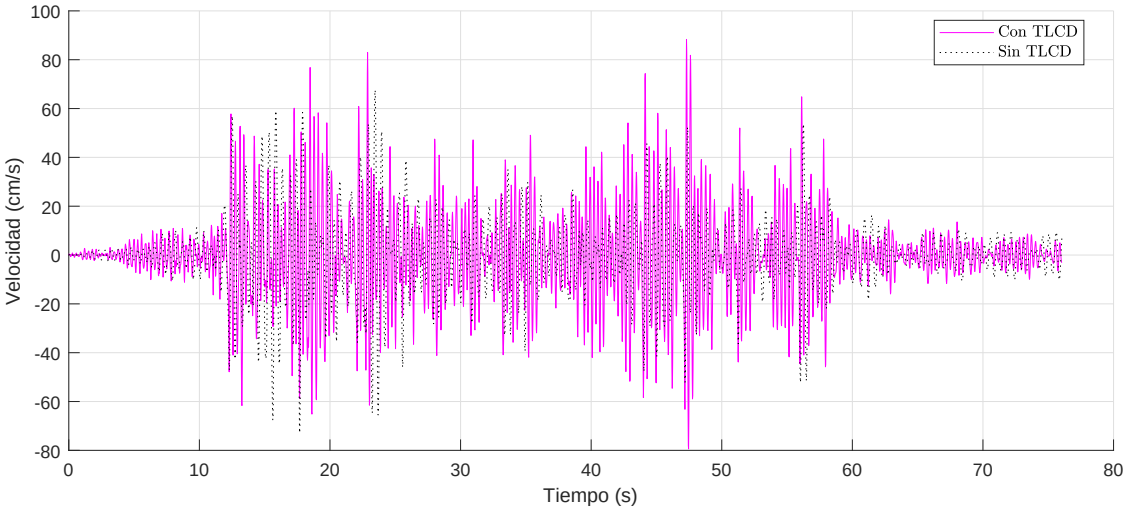


(C) Aceleración

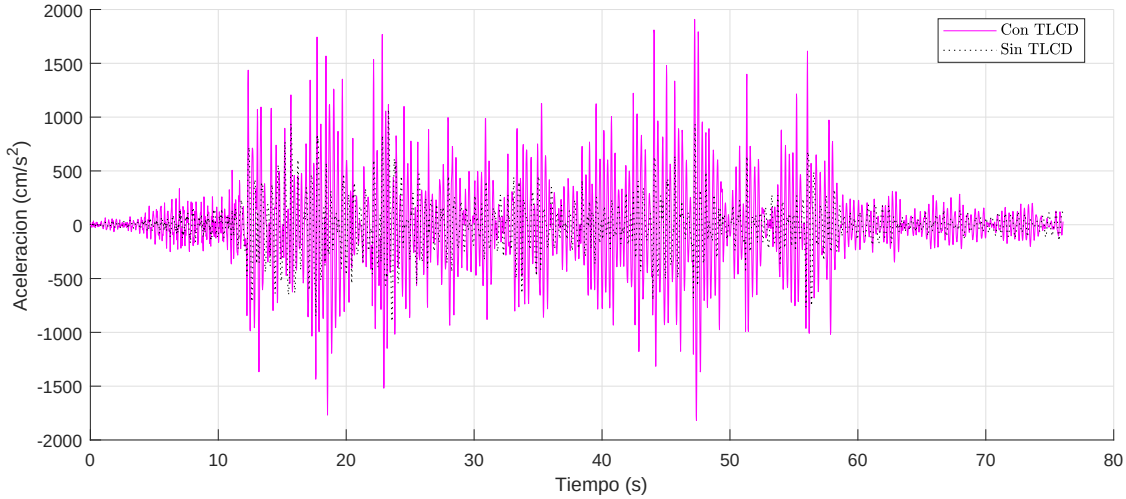
FIGURA 5.30: Respuesta del sistema de un grado de libertad en la dirección y al registro de Ana Freud



(A) Desplazamiento

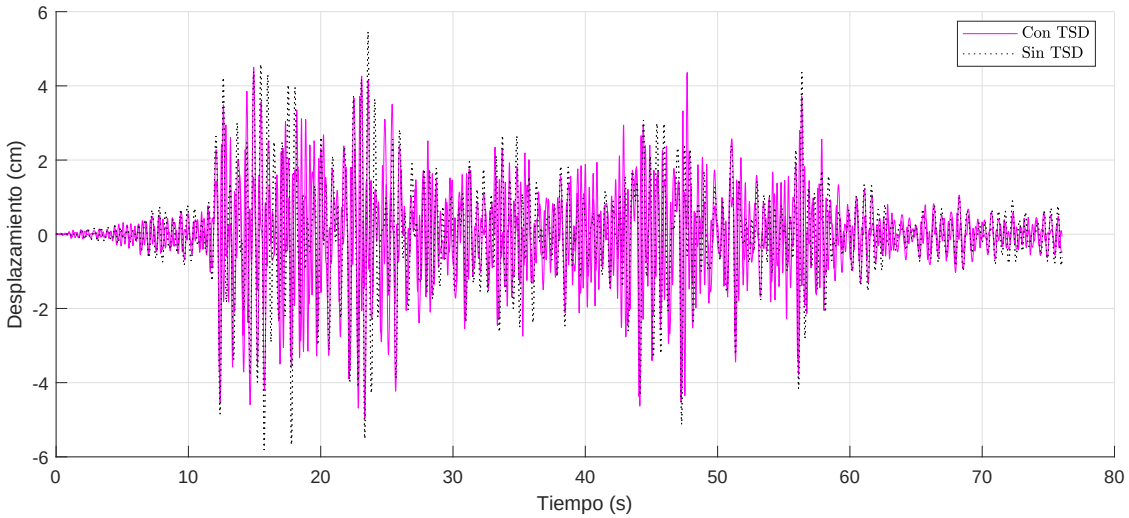


(B) Velocidad

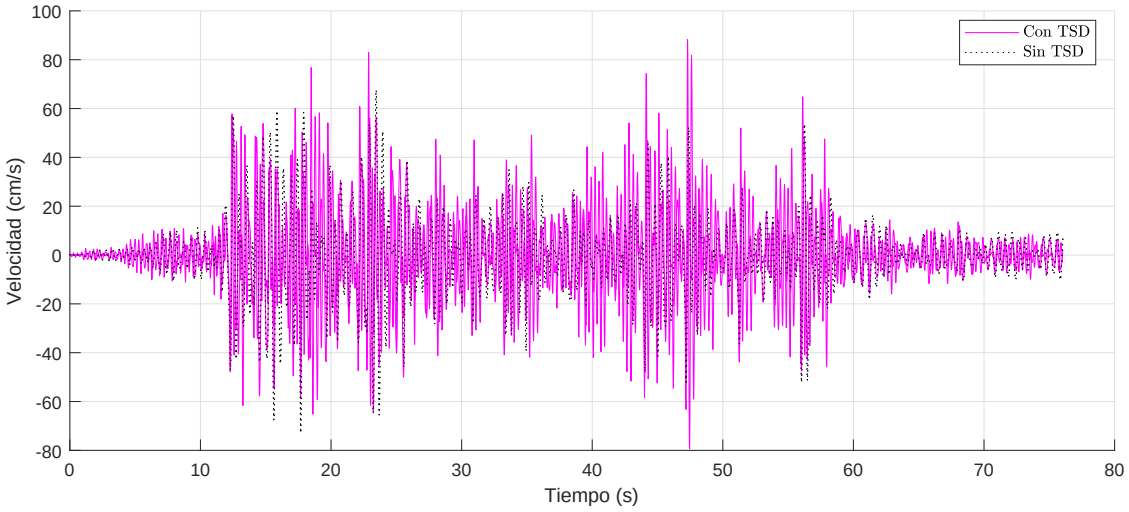


(C) Aceleración

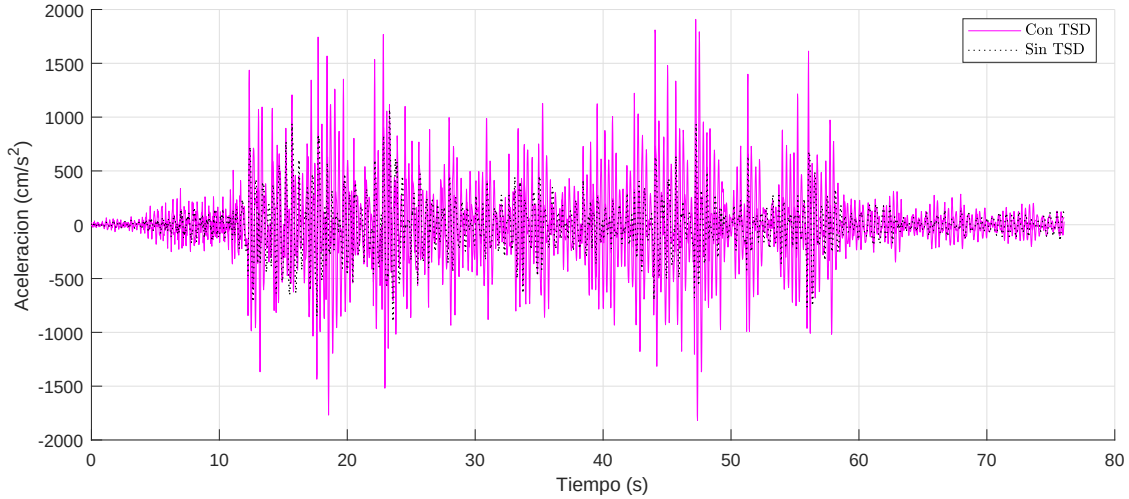
FIGURA 5.31: Respuesta del sistema de un grado de libertad en la dirección x al registro de Villita Corona Centro



(A) Desplazamiento



(B) Velocidad



(C) Aceleración

FIGURA 5.32: Respuesta del sistema de un grado de libertad en la dirección y al registro de Villita Corona Centro

Los valores de la respuesta máxima de la estructura ante sismo en las dos direcciones con TLCSD y sin él, y su disminución se muestran la Tabla 5.9 y la Tabla 5.10. Los resultados obtenidos muestran que el TLCD presenta mayor disminución en todas las respuestas de manera global y máxima con excepción de la aceleración, donde el TSD demuestra ser más eficiente en la disminución de la respuesta máxima para el registro de SCT. Para el registro de Caleta de Campos, el TLCD disminuyó en mayor magnitud las respuestas globales en comparación con el TSD, para el caso de las respuestas máximas, nuevamente el TSD tuvo una mayor disminución comparándolo con el TLCD, donde la respuesta máxima se incrementó. El registro de Ana Freud tuvo el mejor control empleando el TLCD para las respuestas máximas y globales de desplazamiento, velocidad y aceleración. Y el registro de Villita Corona presenta mayor disminución en todas las respuestas de manera global, para las respuestas máximas, el TSD logró un mejor control para la velocidad y aceleración del sistema ya que el TLCD incrementó las respuestas. En resumen, de este ejemplo, el TLCD fue el mejor para disminuir la respuesta global, sin embargo, en especial para la aceleración, el TSD controló mejor esta respuesta para los registros sísmicos estudiados.

TABLA 5.9: Respuestas máximas del sistema de un grado de libertad con TLCSD

Tipo de respuesta	Sin TLCSD (Sx, Sy)	TLCD (Sx)	TSD (Sy)
SCT			
Desplazamiento cm	1.5313	0.8734	1.4186
Velocidad cm/s	15.3801	7.2435	9.6735
Aceleración $cm/^2$	160.3094	125.7347	97.4693
Caleta de Campos			
Desplazamiento cm	2.1094	1.3366	1.7740
Velocidad cm/s	25.9225	20.7018	22.3185
Aceleración $cm/^2$	333.3470	470.9785	297.5338
Ana Freud			
Desplazamiento cm	0.2652	0.1214	0.1788
Velocidad cm/s	2.8032	1.4094	2.1450
Aceleración $cm/^2$	35.8006	24.7552	25.8257
Villita Corona Centro			
Desplazamiento cm	5.8159	4.5081	4.9631
Velocidad cm/s	72.8234	88.3178	64.6806
Aceleración $cm/^2$	1069.4776	1908.5100	975.9817

TABLA 5.10: Porcentaje de disminución de la respuesta del sistema de un grado de libertad con TLCSD

Tipo de respuesta	TLCD (Sx)		TSD (Sy)	
	Máxima	Global	Máxima	Global
SCT				
Desplazamiento	42.96 %	59.17 %	7.36 %	32.26 %
Velocidad	52.90 %	93.45 %	37.10 %	56.81 %
Aceleración	21.57 %	112.32 %	39.20 %	61.16 %
Caleta de Campos				
Desplazamiento	36.64 %	106.31 %	15.90 %	56.93 %
Velocidad	20.14 %	126.55 %	13.90 %	58.79 %
Aceleración	-41.29 %	157.23 %	10.74 %	55.55 %
Ana Freud				
Desplazamiento	54.23 %	90.39 %	32.59 %	54.14 %
Velocidad	49.72 %	104.68 %	23.48 %	60.40 %
Aceleración	30.85 %	116.54 %	27.86 %	61.42 %
Villita Corona Centro				
Desplazamiento	22.49 %	115.87 %	14.66 %	51.99 %
Velocidad	-21.28 %	155.57 %	11.18 %	53.81 %
Aceleración	-78.45 %	209.81 %	8.74 %	49.81 %

Sistema de dos grados de libertad

Al sistema de dos grados de libertad presentado en la Sección 2.6.2 se adiciona un TLCSD. Se propone que la relación de masas del TLCSD, μ_{TLCD}, sea de 0.10 y que la relación de masas del TSD, $\mu_{2,TSD}$, sea de 0.005. El modo de vibrar que seleccionado a disminuir es el primero. El líquido empleado para determinar la respuesta es agua con una densidad de $1000\,kg/m^3$ ($1 \times 10^{-8}\,KN - s^2/cm/cm^3$).

Para comparar la disminución de la respuesta, el sistema se somete a los registros sísmicos de la estación SCT-1 del 19 de septiembre de 1985, empleando la componente N90E, Figura 2.15, a la componente S00E de la estación Caleta de Campos (19 de septiembre de 1985), Figura 5.9, a la componente N00E de la estación Ana Freud (22 de enero de 2003), Figura 5.10, y a la componente S05E de la estación Villita Corona Centro (19 de septiembre de 1985), Figura 5.11, en ambas direcciones.

Con las fórmulas de optimización de los parámetros para sismo del TLCSD, (Chang, 1999; Min, Kim y Lee, 2014), se dimensionó uno. Con fines de evaluación se supone que las propiedades de la estructura principal son las mismas en las dos direcciones ortogonales. El vector de la primer forma modal normalizada a un factor de participación modal unitario es:

$$\Phi_1^T = \begin{pmatrix} 0.6581 & 1.1325 \end{pmatrix}$$

Las propiedades resultantes son

Parámetro	Valor calculado
$M_x = M_y$	$0.2357\,\text{KN} - \text{s}^2/\text{cm}$
$K_x = K_y$	$1975.6127\,\text{KN/cm}$
h	$703.8874\,\text{cm}$
t	$4078.5787\,\text{cm}$
L_w	$0.3695\,\text{cm}$
L_h	$4234.6990\,\text{cm}$
L_e	$1563.8950\,\text{cm}$
$\omega_{TLCD_{opt}}$	$1.1201\,\text{rad/s}$
$\xi_{TLCD_{opt}}$	0.1508
$\omega_{TSD_{opt}}$	$91.3285\,\text{rad/s}$
$\xi_{TSD_{opt}}$	0.1496

Los vectores de estados para obtener las respuestas del sistema con TLCSD usando la formulación con variable estado están dados por:

$$\mathbf{z}_x(t) = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & u & \dot{x}_1 & \dot{x}_2 & \dot{u} \end{pmatrix}^T, \qquad \mathbf{z}_y(t) = \begin{pmatrix} y_1 & y_2 & v & \dot{y}_1 & \dot{y}_2 & \dot{v} \end{pmatrix}^T.$$

Con las dimensiones del TLCSD resultantes al emplear la formulación propuesta por Chang, las matrices que definen la ecuación de movimiento del sistema con TLCD son:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0.1000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.1736 & 0.0638 \\ 0.0000 & 0.0638 & 0.0236 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1.0423 & -0.0737 & 0.0000 \\ -0.0737 & 1.4162 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0080 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 6003.8628 & -3001.9314 & 0.0000 \\ -3001.9314 & 3001.9314 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0296 \end{bmatrix}.$$

Mientras que las matrices que definen la ecuación de movimiento del sistema con TSD son:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0.1000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.1500 & 0.0212 \\ 0.0000 & 0.0212 & 0.0212 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1.0423 & -0.0737 & 0.0000 \\ -0.0737 & 1.4162 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.5799 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 6003.8628 & -3001.9314 & 0.0000 \\ -3001.9314 & 3001.9314 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 176.9542 \end{bmatrix}.$$

La ecuación de movimiento en variable estado del sistema con TLCD está dada por:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{u} \\ \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{u} \end{pmatrix}_k = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} a_k$$

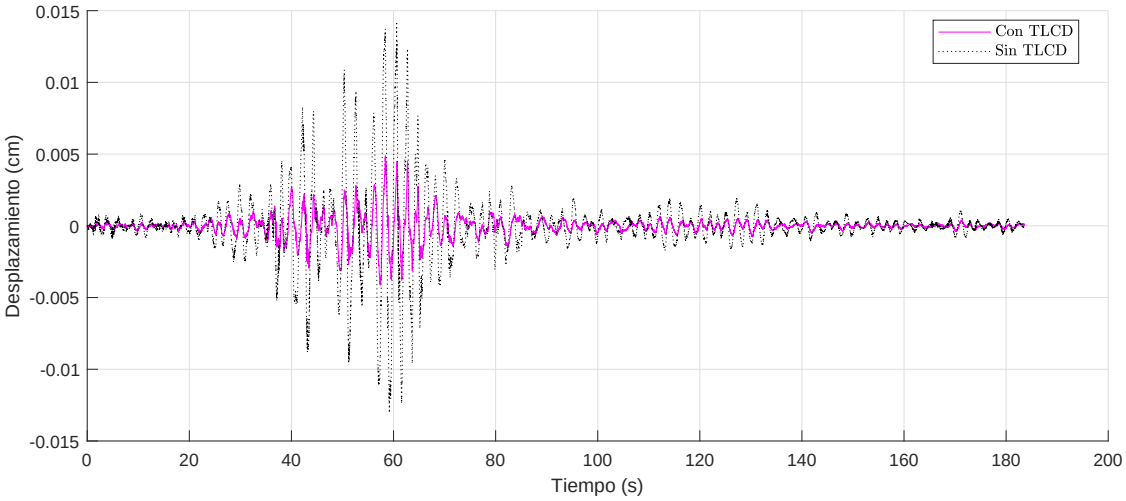
$$+ \begin{bmatrix} 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 \\ -60038.628 & 30019.314 & 0.000 & -10.423 & 0.737 & 0.000 \\ 3925984.285 & -3925984.285 & 104.707 & 96.326 & -1852.072 & 28.186 \\ -10630740.534 & 10630740.534 & -284.780 & -260.830 & 5015.021 & -76.660 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ u \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{u} \end{pmatrix}_k .$$

Por otro lado, la ecuación de movimiento en variable estado del sistema con TSD está dada por:

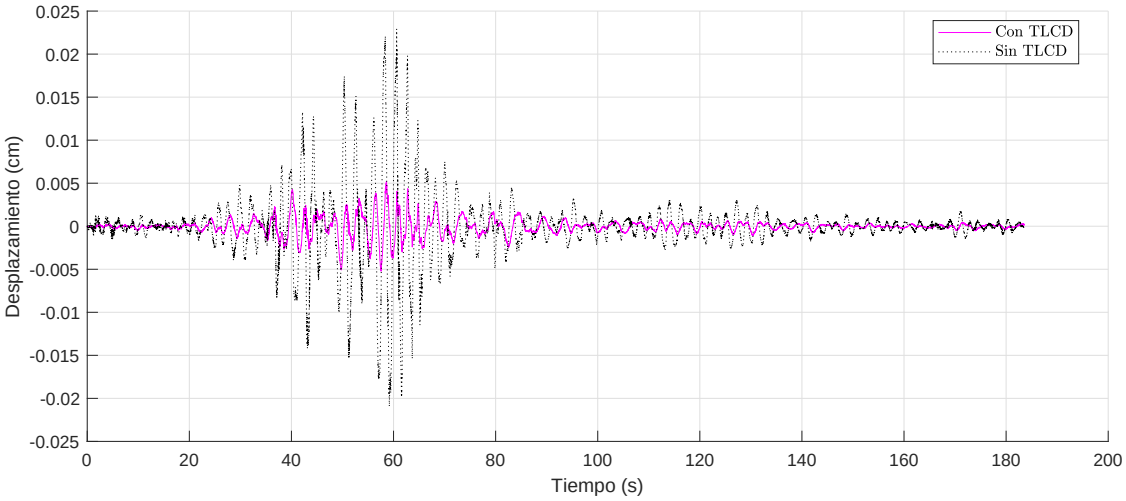
$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{v} \\ \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \\ \ddot{v} \end{pmatrix}_k = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} a_k$$

$$+ \begin{bmatrix} 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 \\ -60038.628 & 30019.314 & 0.000 & -10.423 & 0.737 & 0.000 \\ 23309.157 & -23309.157 & 1374.000 & 0.572 & -10.996 & 4.503 \\ -23309.157 & 23309.157 & -9714.904 & -0.572 & 10.996 & -31.836 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ v \\ \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{v} \end{pmatrix}_k .$$

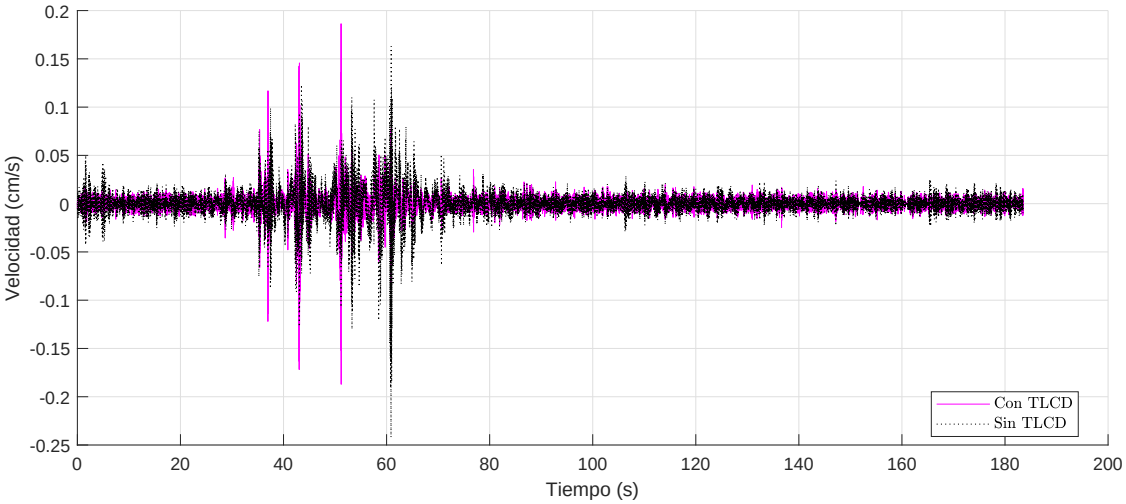
Se determinó la respuesta de la estructura empleando el método RK6-I con cuadraturas rectangulares, aplicando el sismo en ambas direcciones de manera independiente. Los resultados obtenidos se comparan con la estructura sin TLCSD para observar la disminución en la respuesta. Los valores obtenidos se muestran en las Figuras 5.33–5.40.



(A) Desplazamiento nivel 1

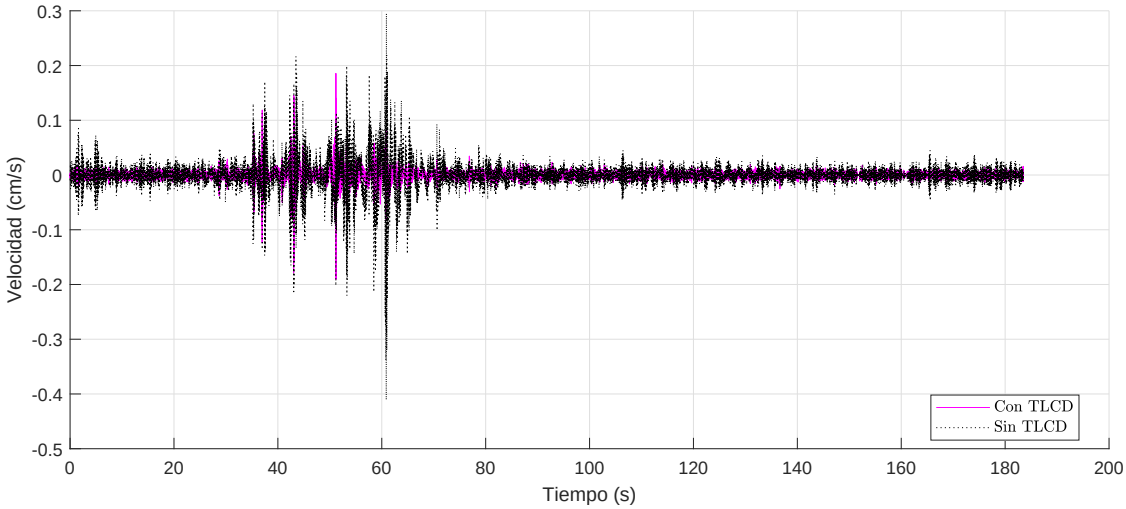


(B) Desplazamiento nivel 2

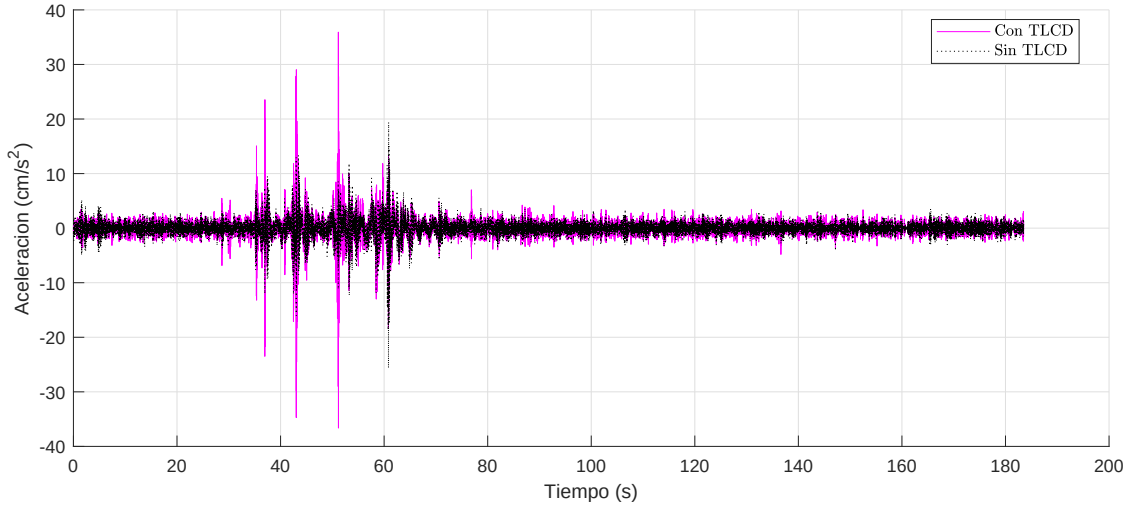


(C) Velocidad nivel 1

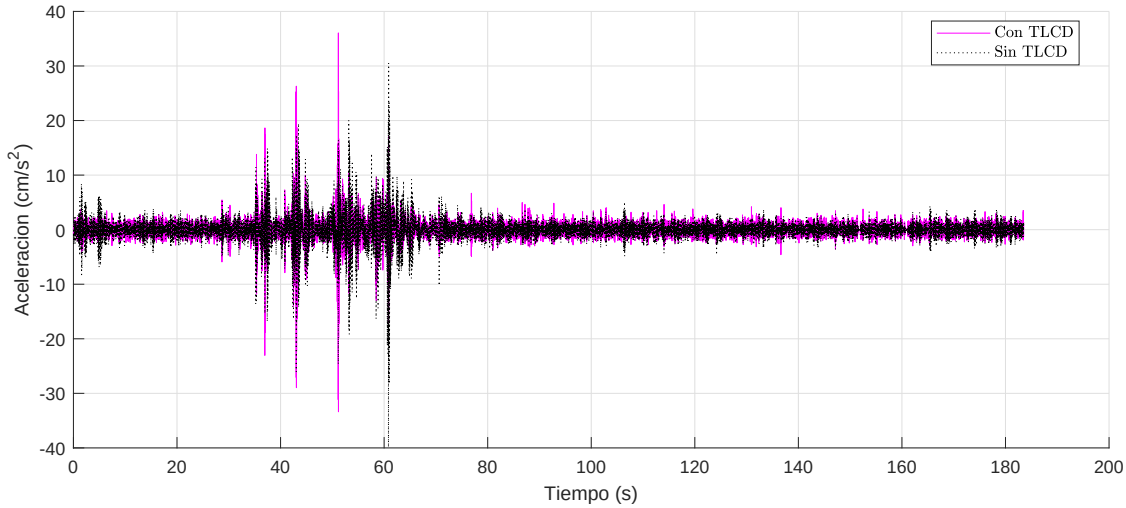
FIGURA 5.33: Respuesta del sistema de dos grados de libertad en la dirección x al registro de SCT



(D) Velocidad nivel 2

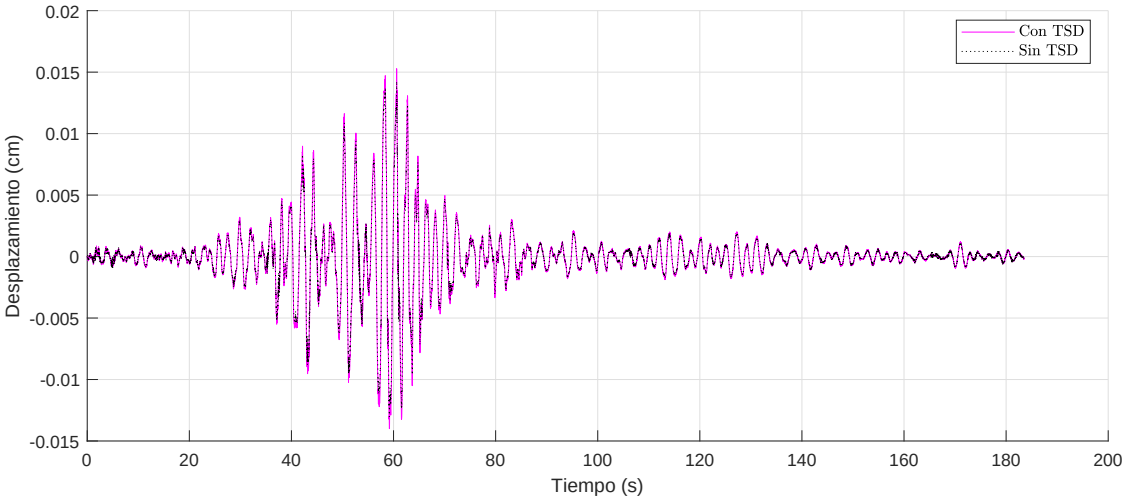


(E) Aceleración nivel 1

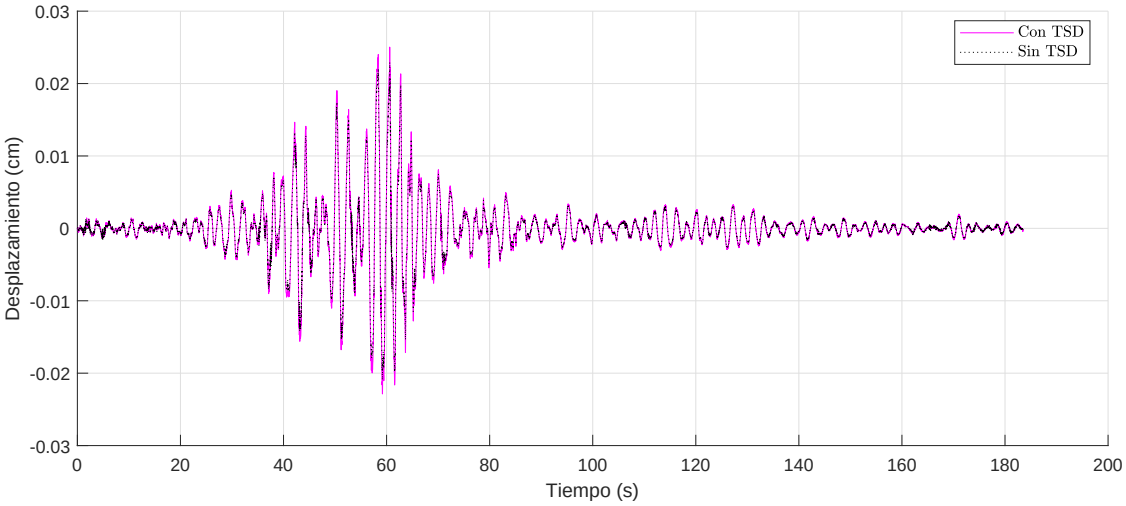


(F) Aceleración nivel 2

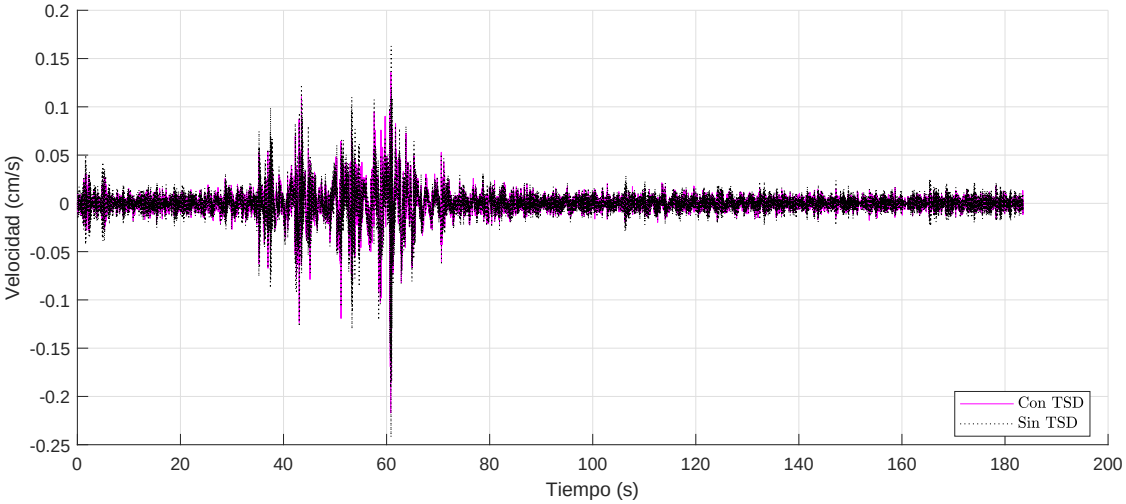
FIGURA 5.33: Respuesta del sistema de dos grados de libertad en la dirección x al registro de SCT (continuación)



(A) Desplazamiento nivel 1

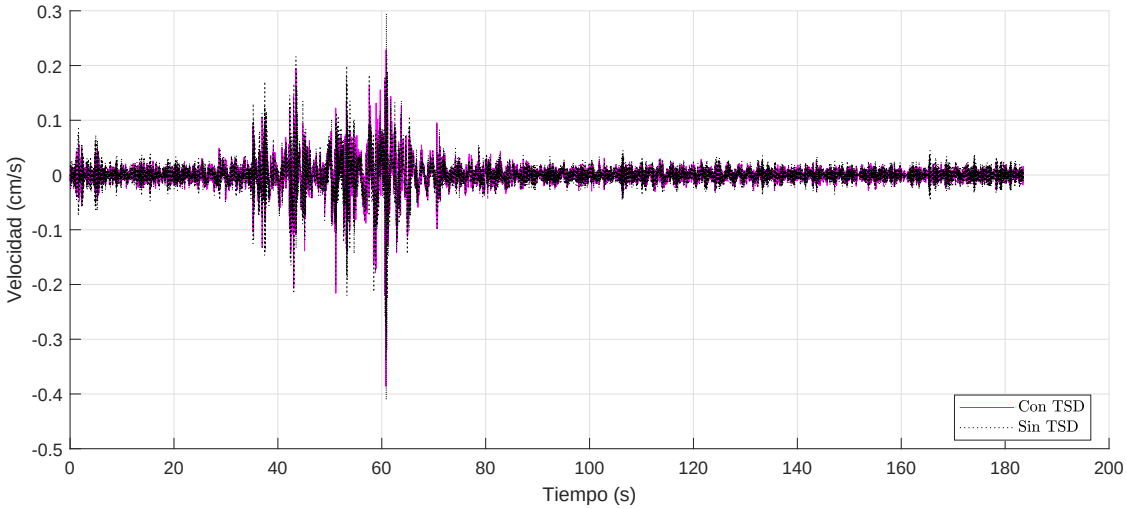


(B) Desplazamiento nivel 2

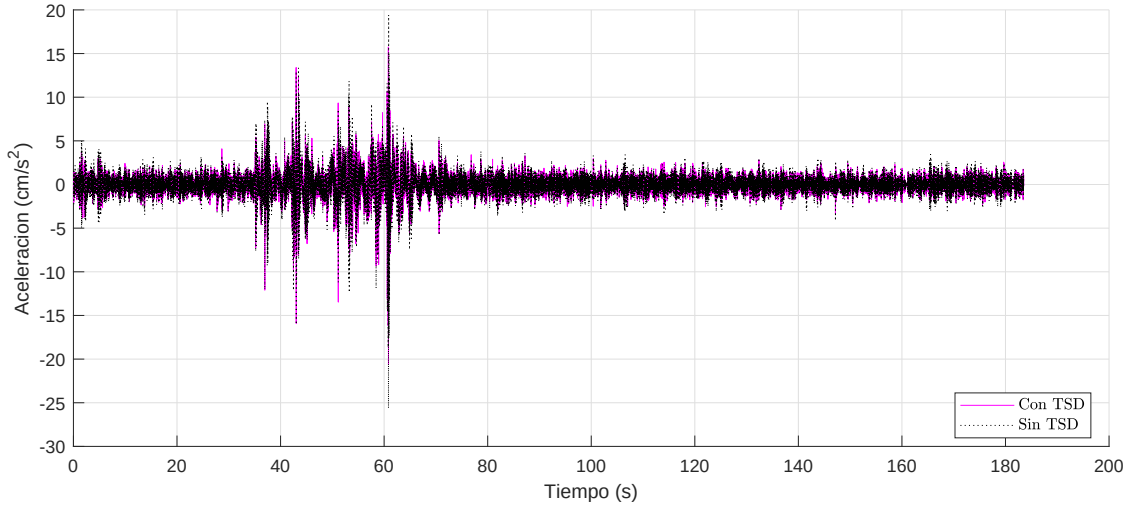


(C) Velocidad nivel 1

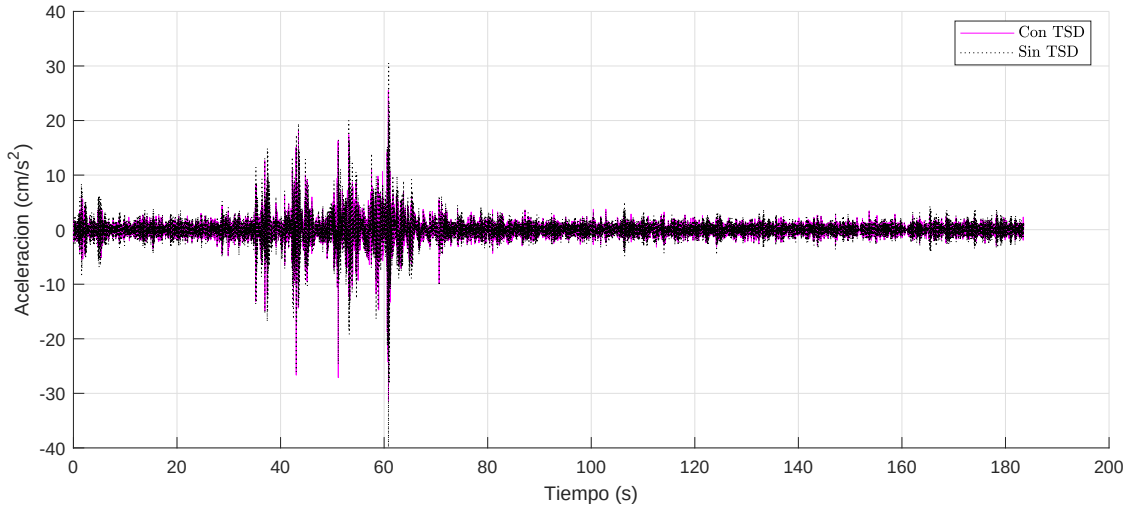
FIGURA 5.34: Respuesta del sistema de dos grados de libertad en la dirección y al registro de SCT



(D) Velocidad nivel 2

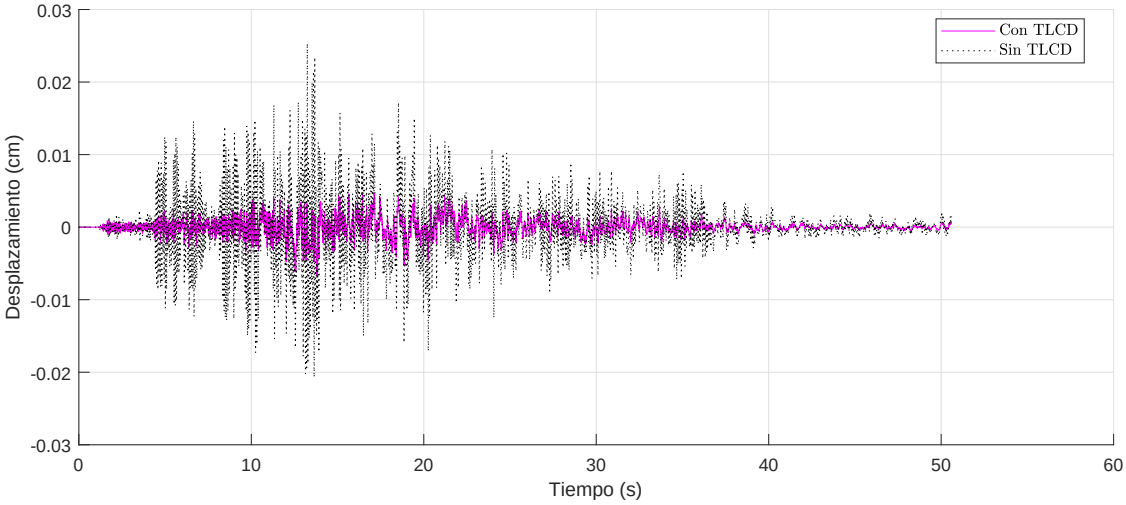


(E) Aceleración nivel 1

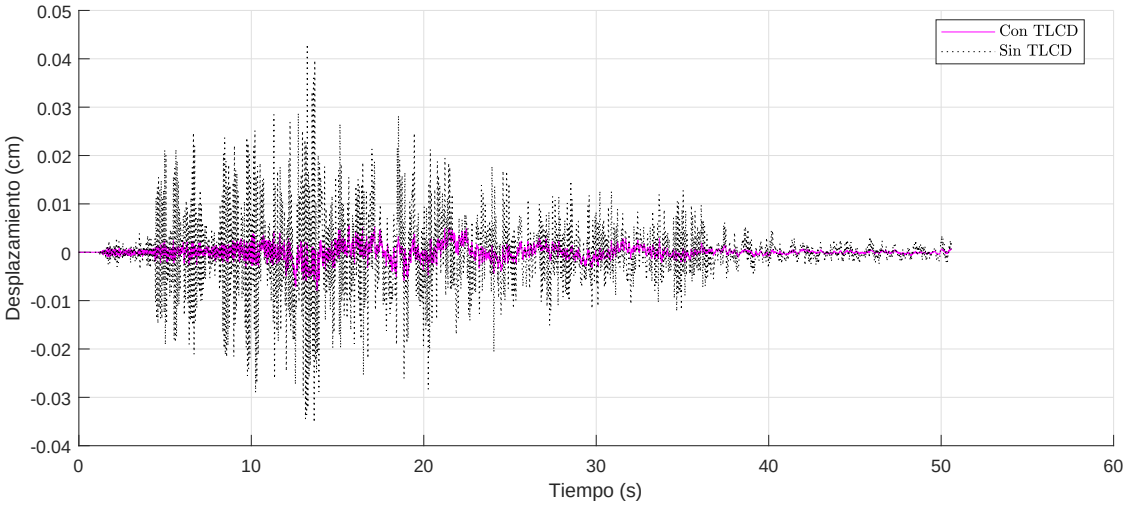


(F) Aceleración nivel 2

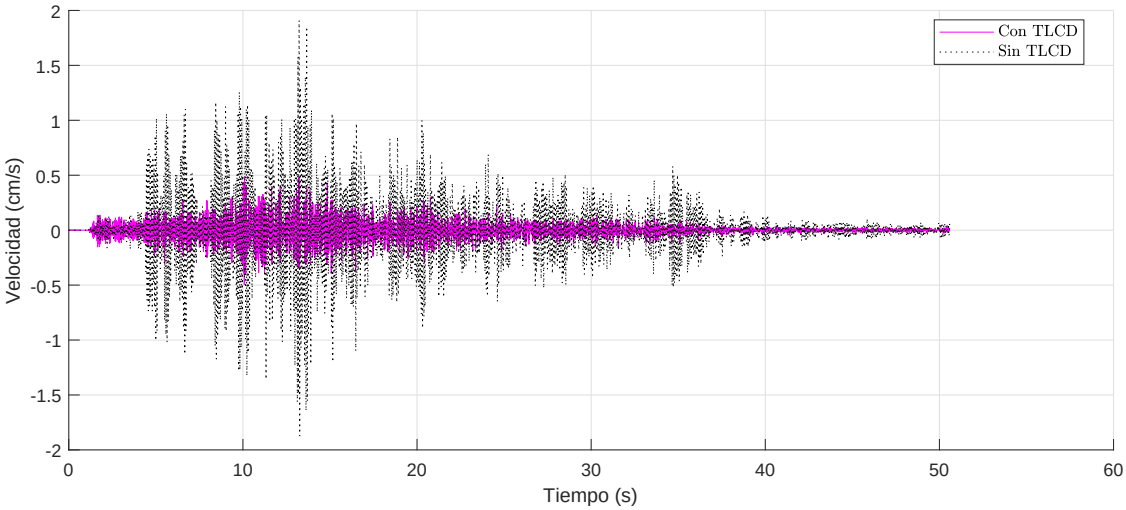
FIGURA 5.34: Respuesta del sistema de dos grados de libertad en la dirección y al registro de SCT (continuación)



(A) Desplazamiento nivel 1

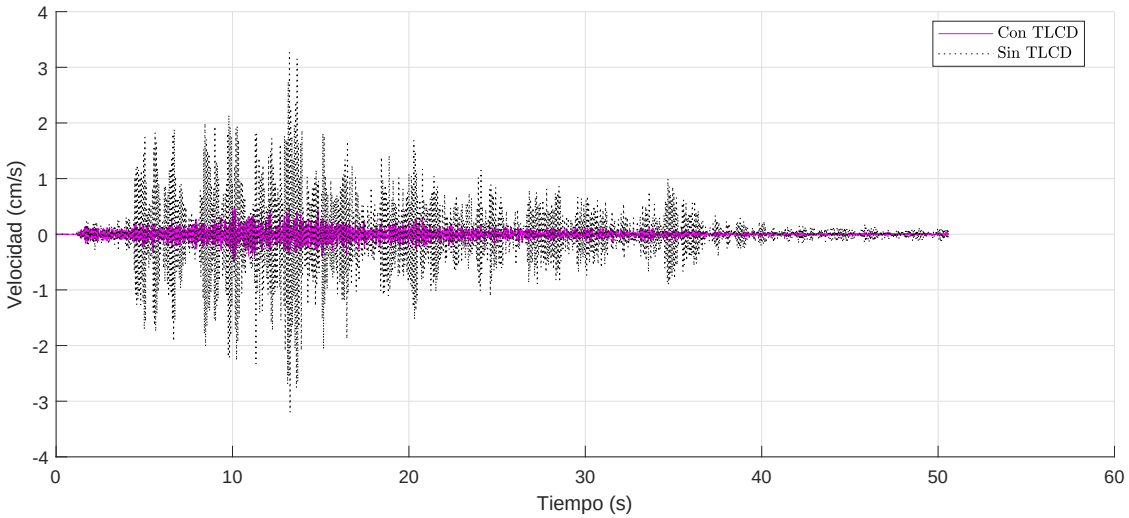


(B) Desplazamiento nivel 2

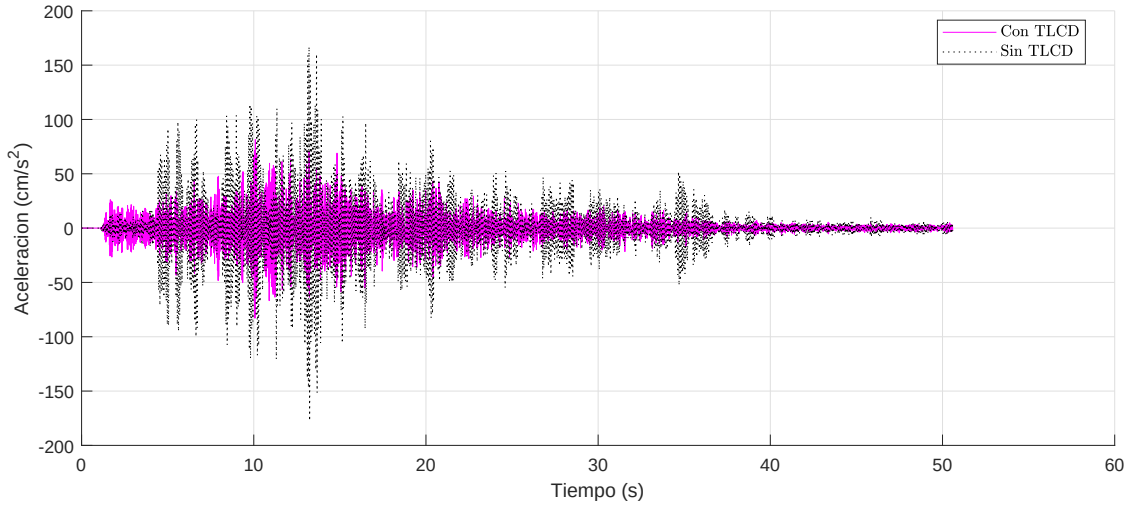


(C) Velocidad nivel 1

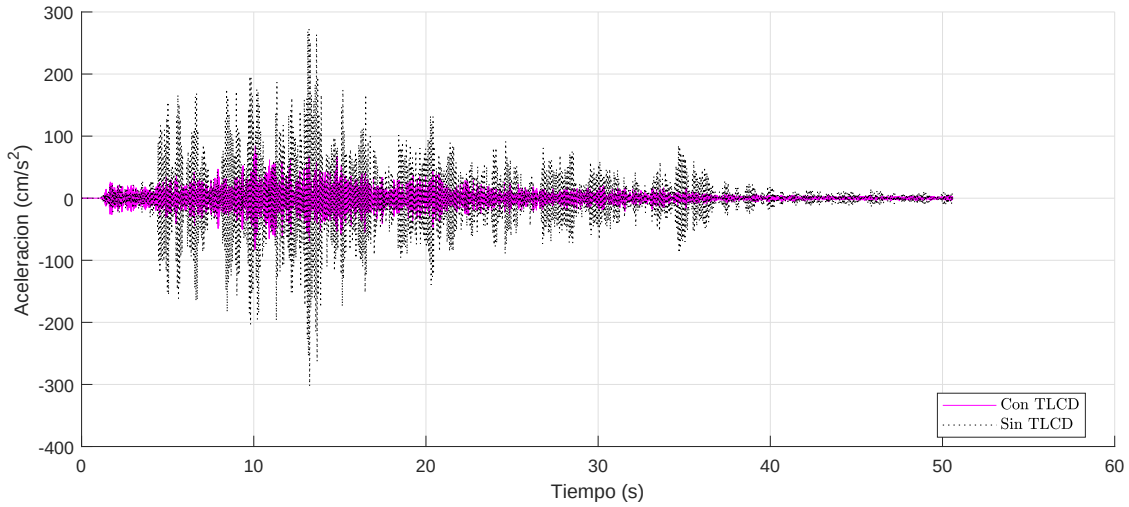
FIGURA 5.35: Respuesta del sistema de dos grados de libertad en la dirección x al registro de Caleta de Campos



(D) Velocidad nivel 2

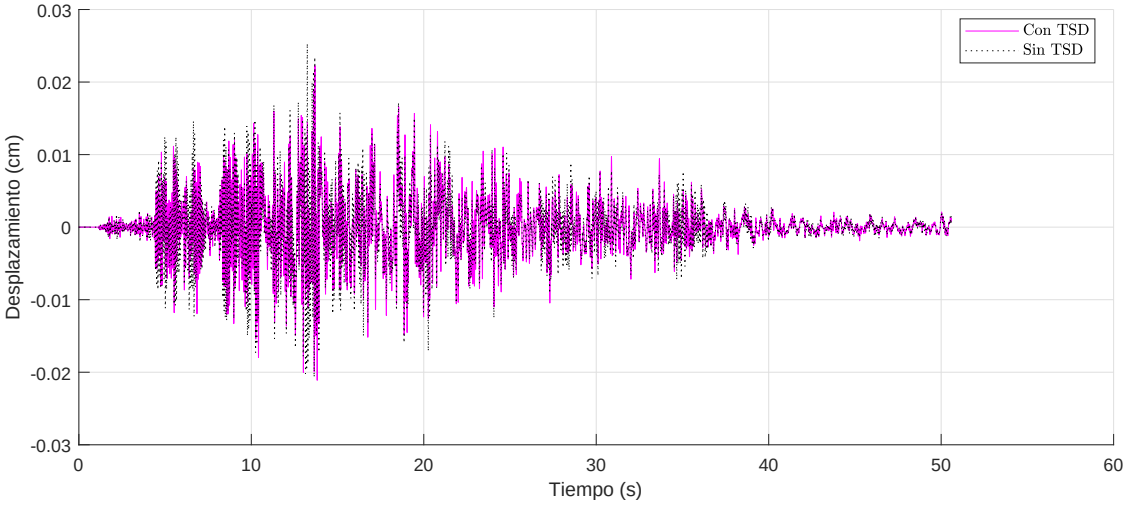


(E) Aceleración nivel 1

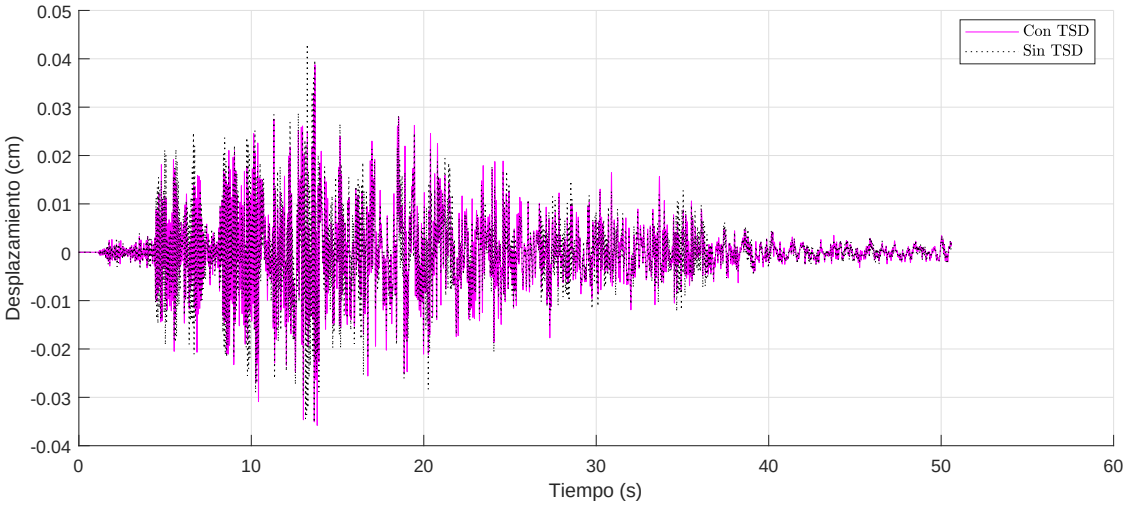


(F) Aceleración nivel 2

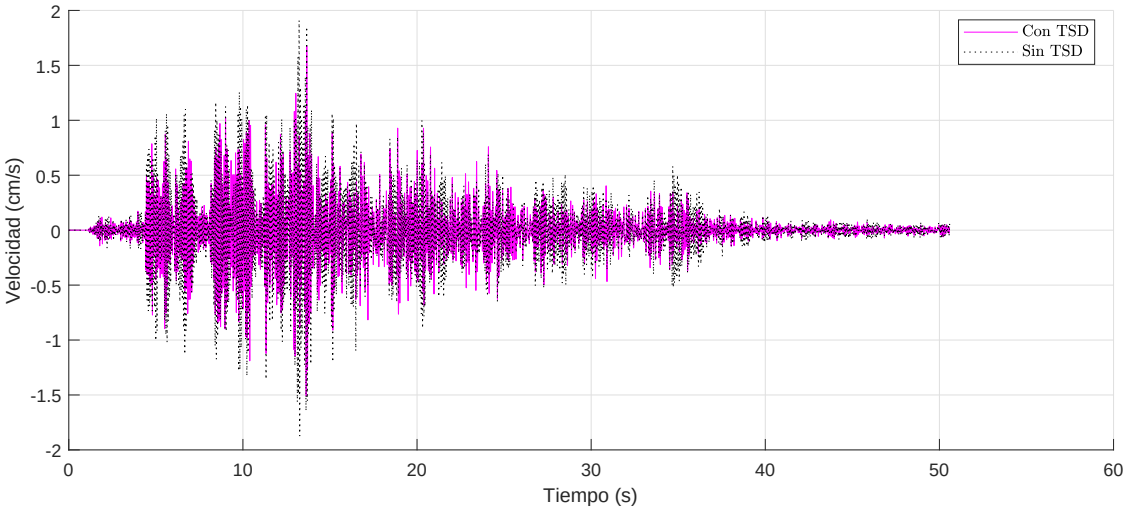
FIGURA 5.35: Respuesta del sistema de dos grados de libertad en la dirección x al registro de Caleta de Campos (continuación)



(A) Desplazamiento nivel 1

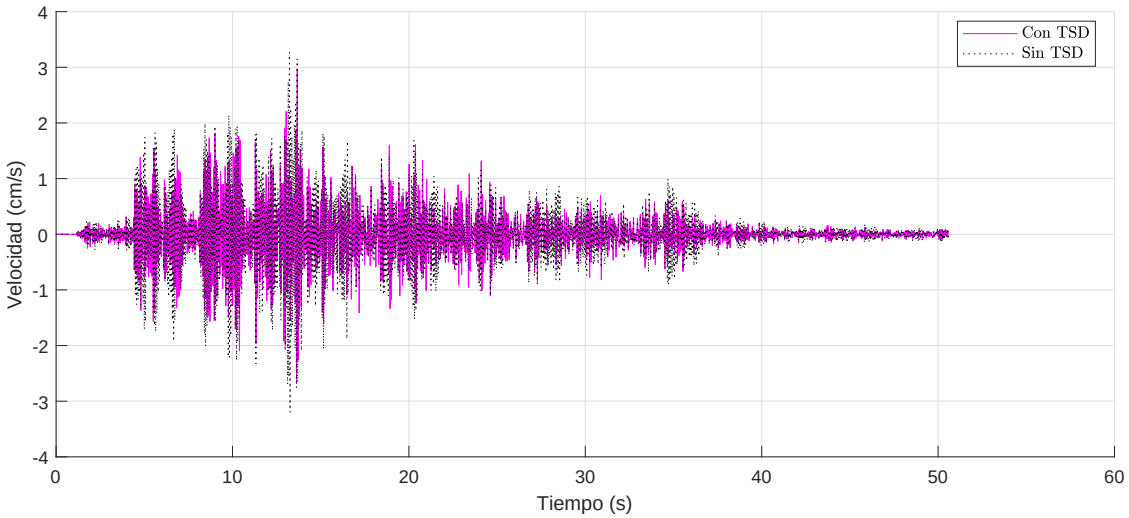


(B) Desplazamiento nivel 2

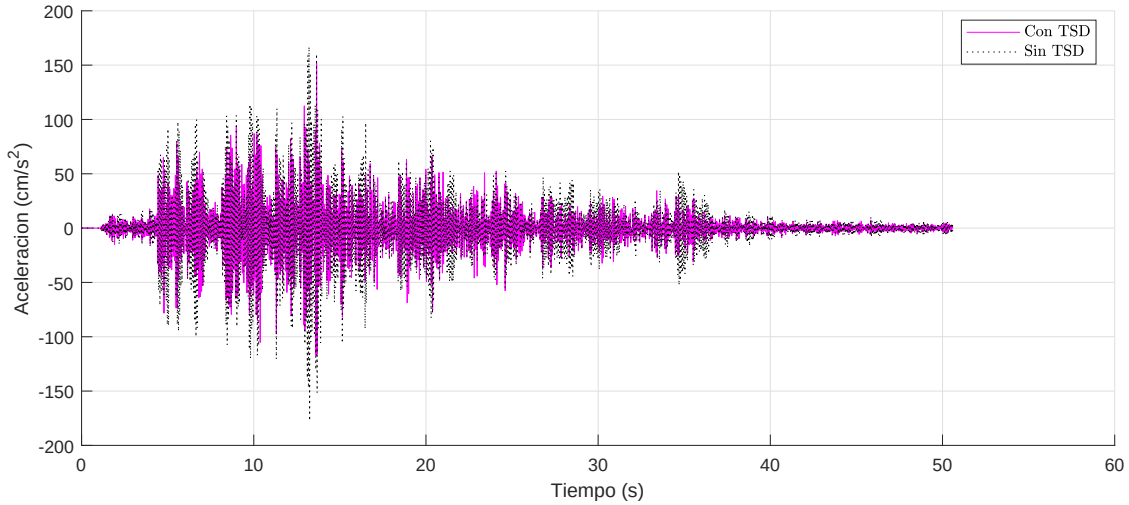


(C) Velocidad nivel 1

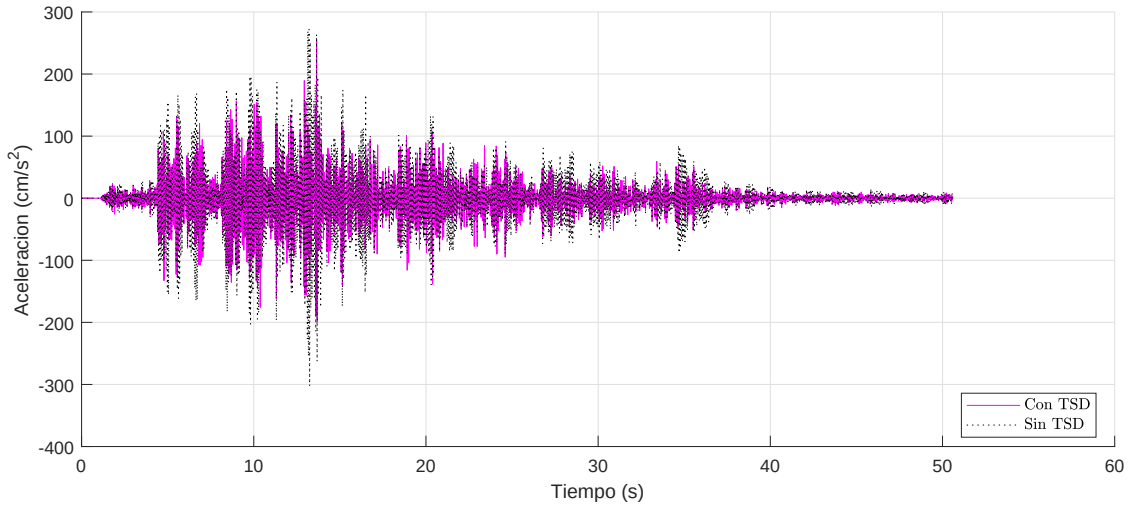
FIGURA 5.36: Respuesta del sistema de dos grados de libertad en la dirección y al registro de Caleta de Campos



(D) Velocidad nivel 2

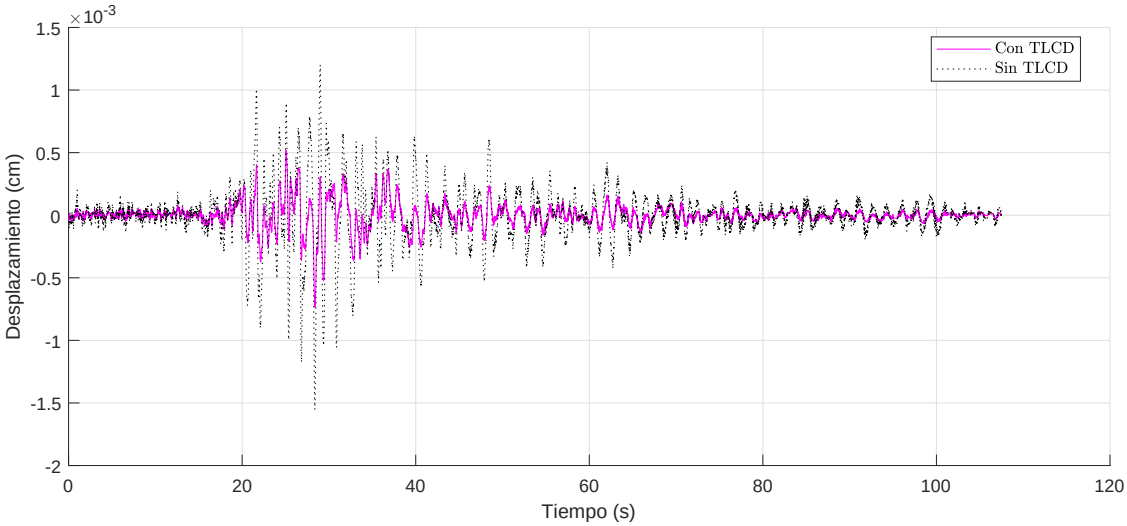


(E) Aceleración nivel 1

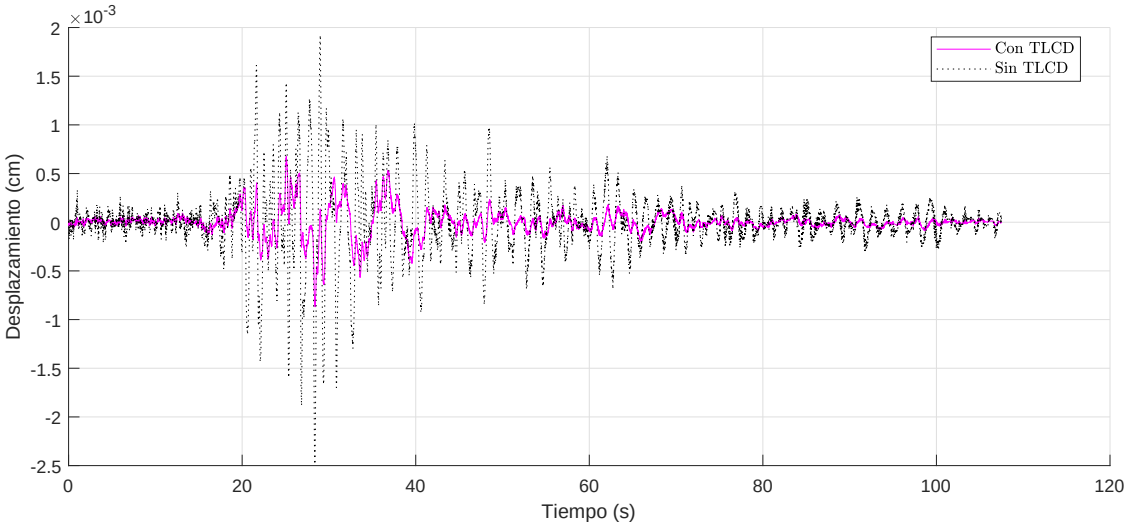


(F) Aceleración nivel 2

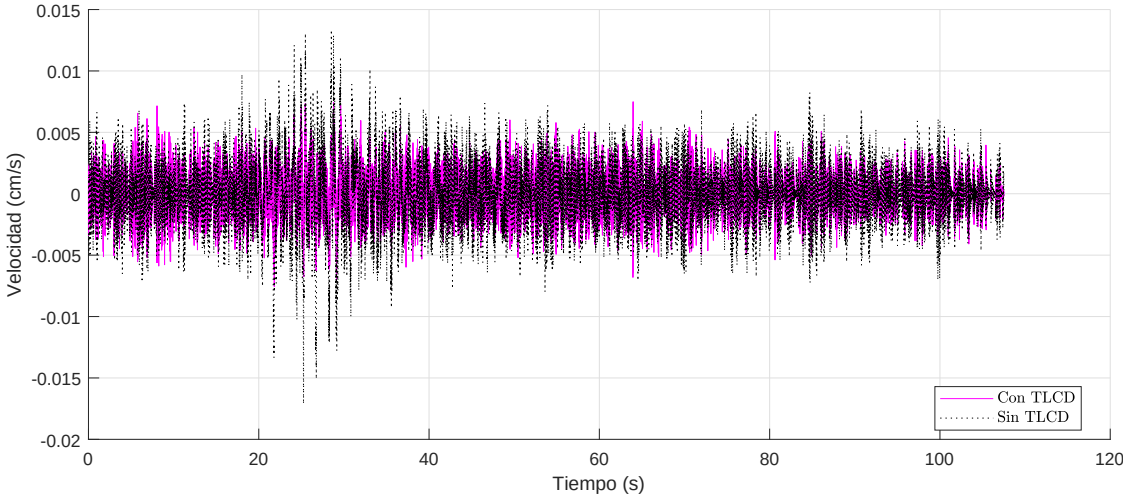
FIGURA 5.36: Respuesta del sistema de dos grados de libertad en la dirección y al registro de Caleta de Campos (continuación)



(A) Desplazamiento nivel 1

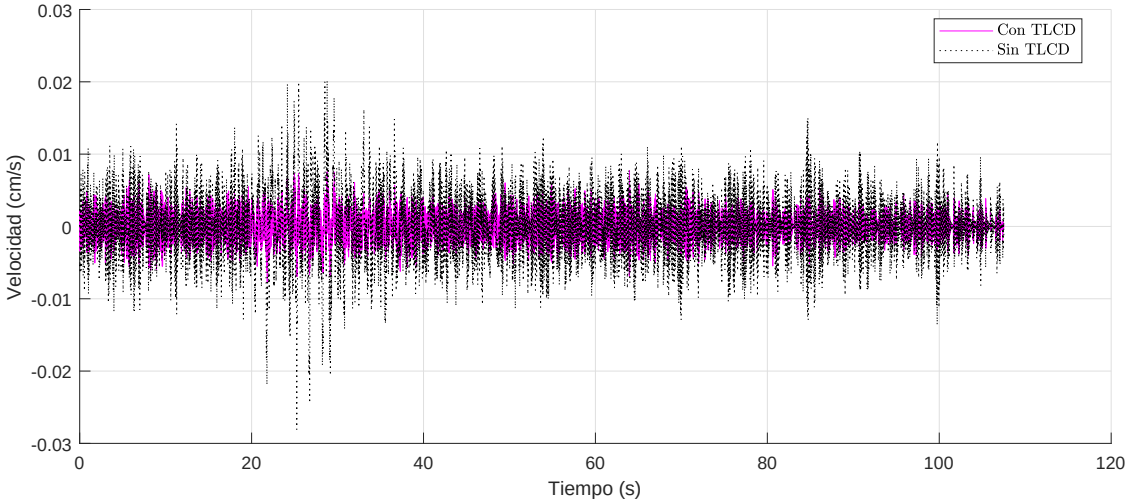


(B) Desplazamiento nivel 2

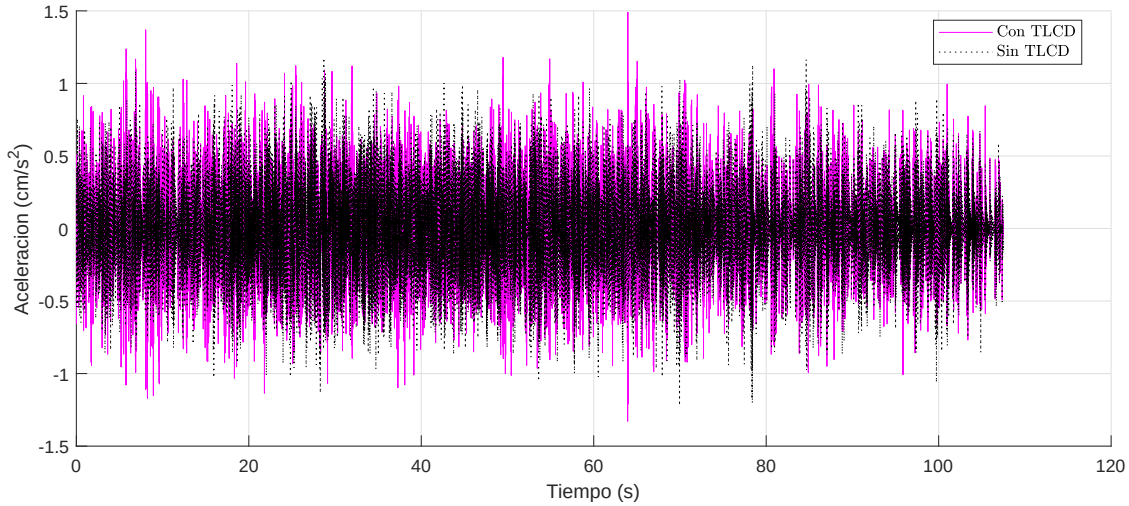


(C) Velocidad nivel 1

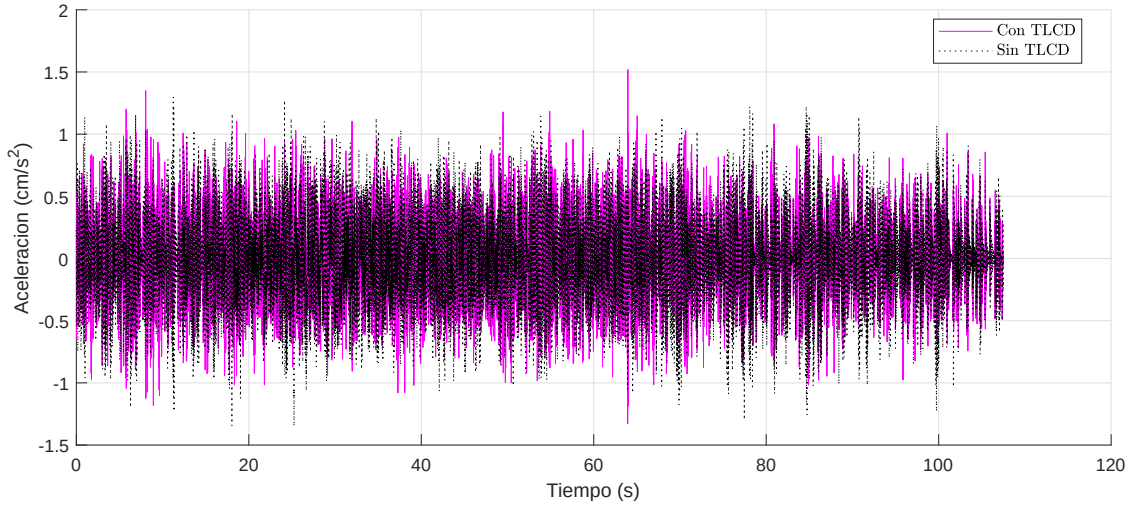
FIGURA 5.37: Respuesta del sistema de dos grados de libertad en la dirección x al registro de Ana Freud



(D) Velocidad nivel 2

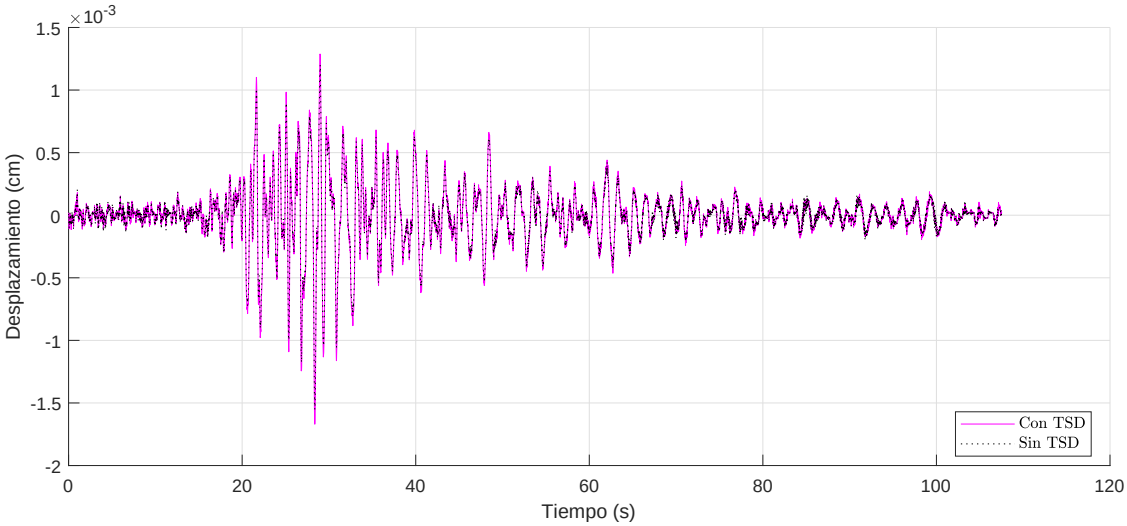


(E) Aceleración nivel 1

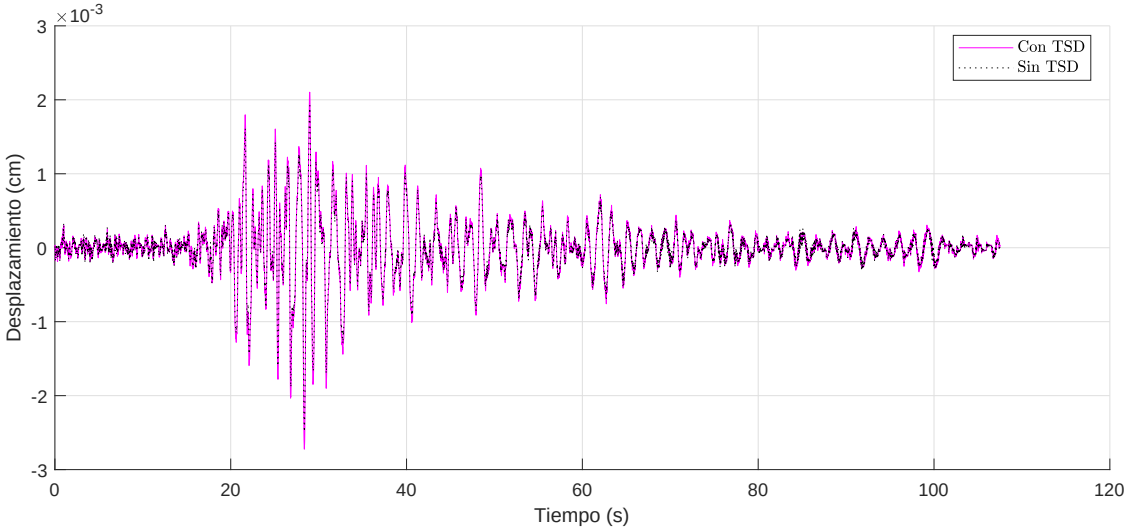


(F) Aceleración nivel 2

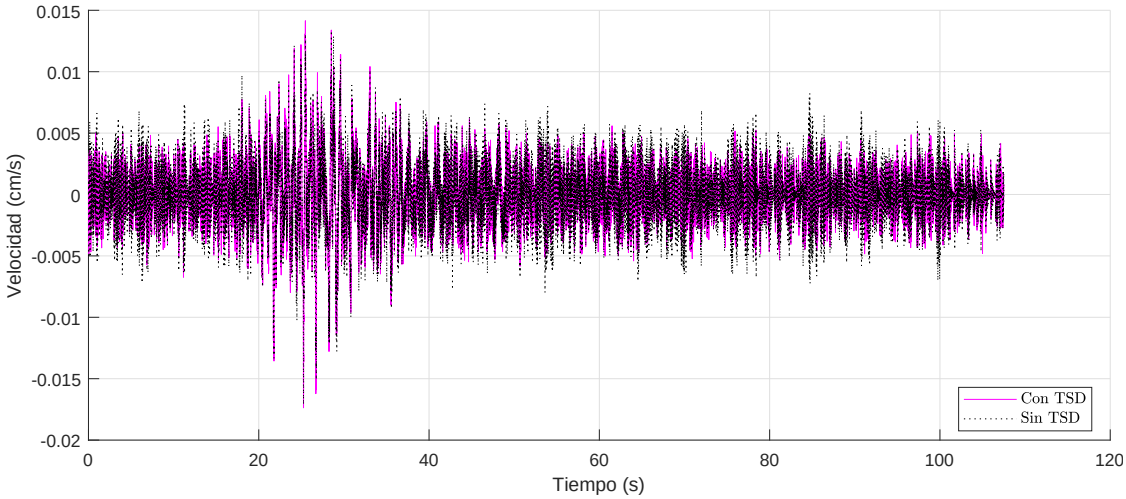
FIGURA 5.37: Respuesta del sistema de dos grados de libertad en la dirección x al registro de Ana Freud (continuación)



(A) Desplazamiento nivel 1

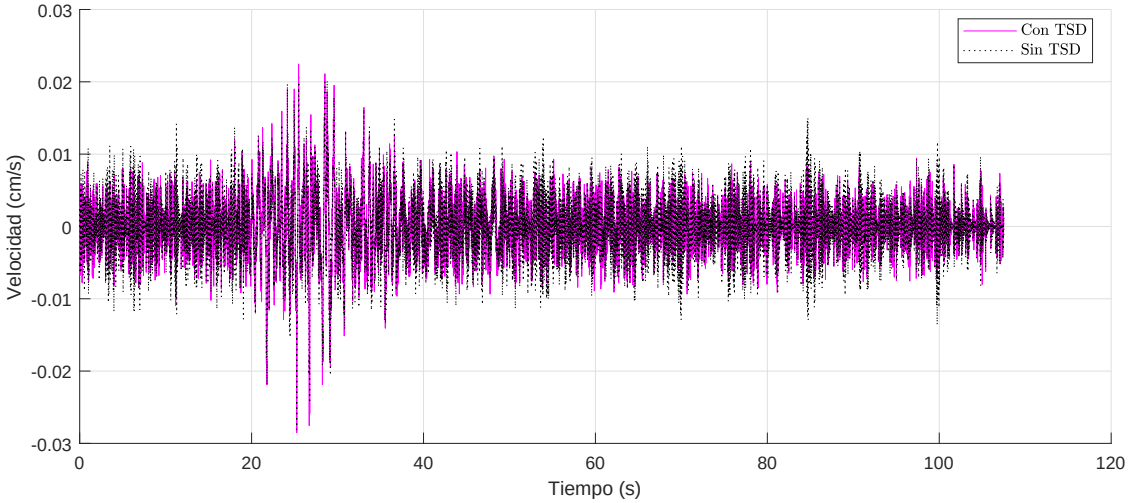


(B) Desplazamiento nivel 2

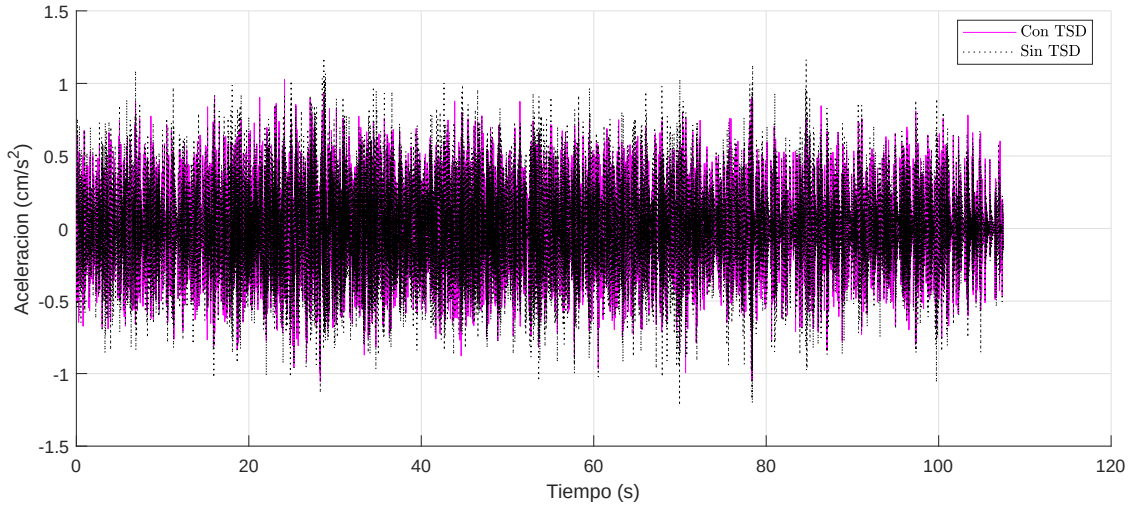


(C) Velocidad nivel 1

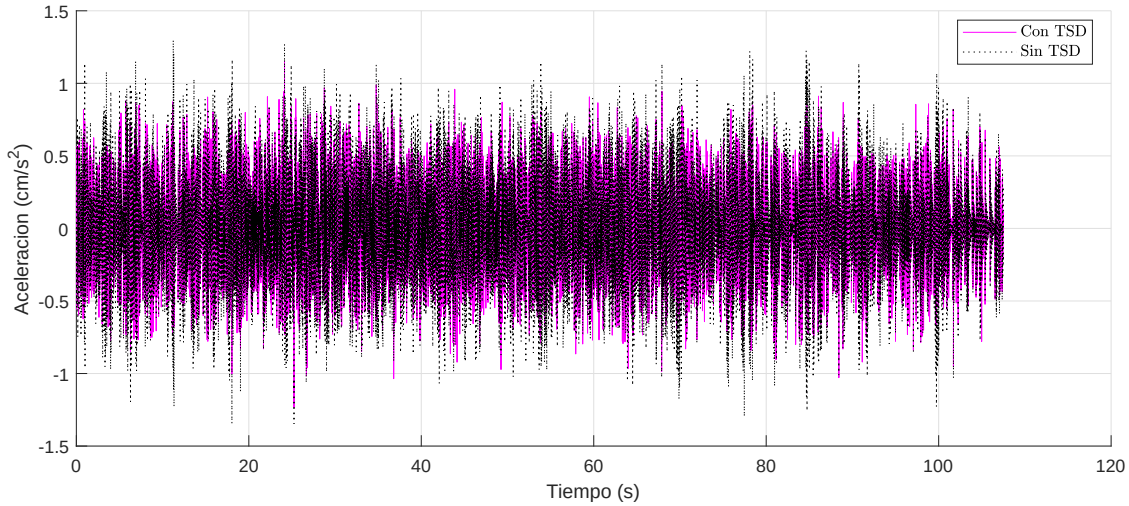
FIGURA 5.38: Respuesta del sistema de dos grados de libertad en la dirección y al registro de Ana Freud



(D) Velocidad nivel 2

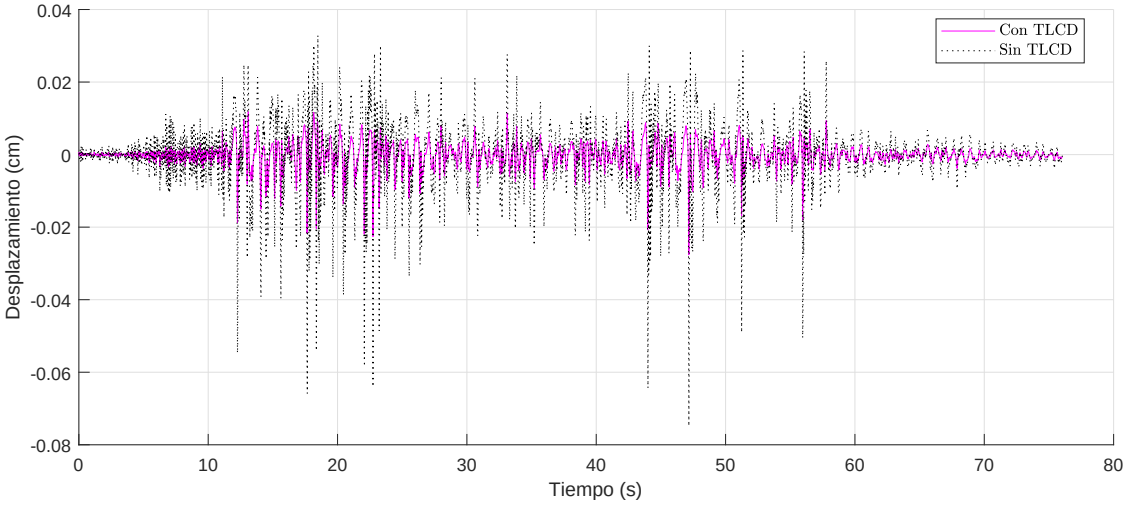


(E) Aceleración nivel 1

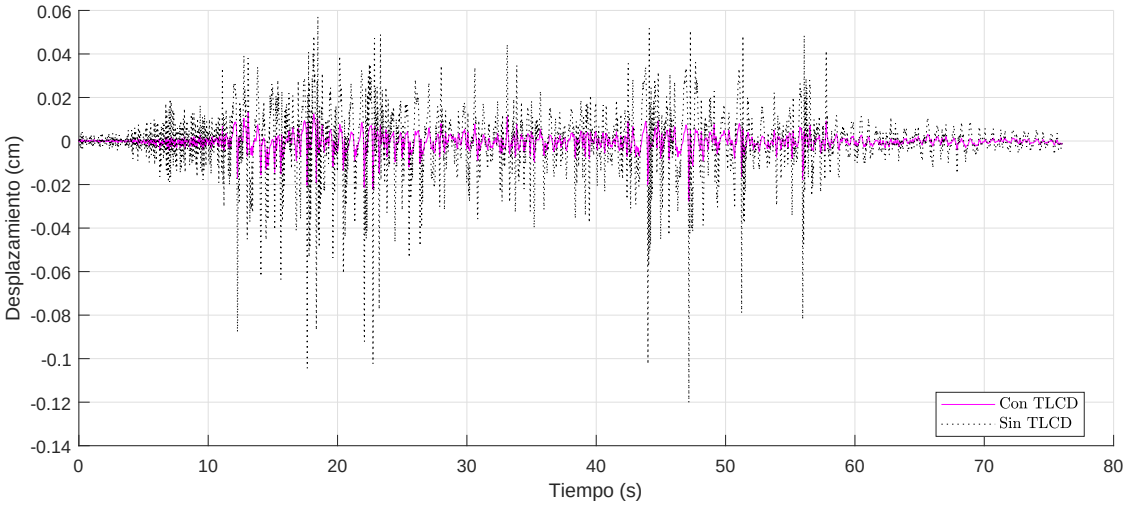


(F) Aceleración nivel 2

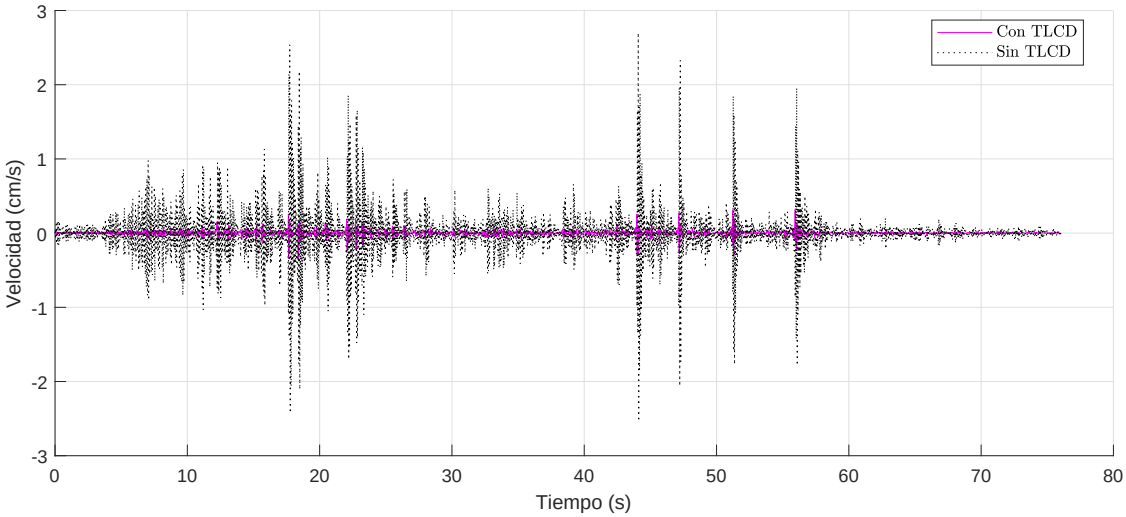
FIGURA 5.38: Respuesta del sistema de dos grados de libertad en la dirección *y* al registro de Ana Freud (continuación)



(A) Desplazamiento nivel 1

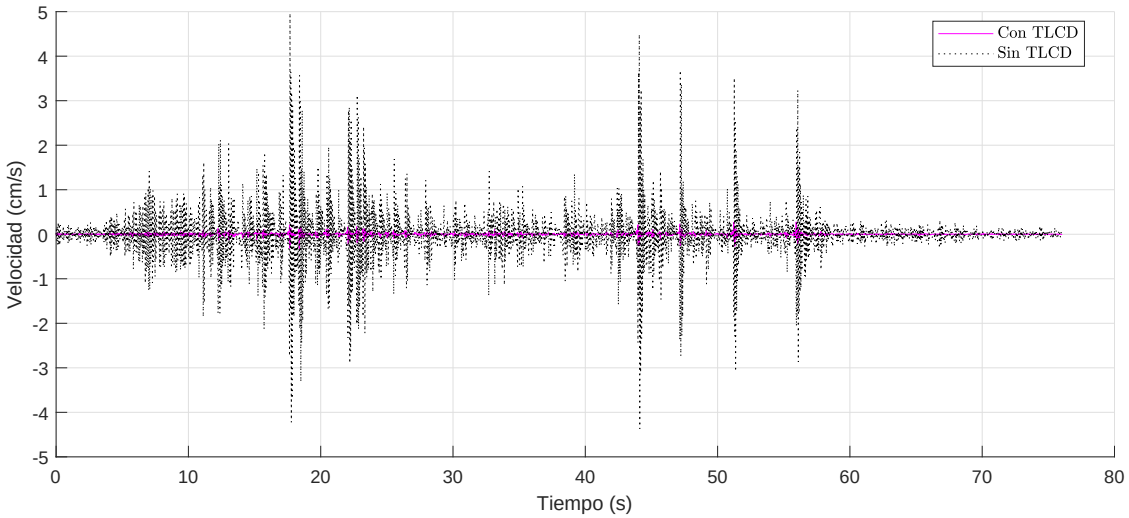


(B) Desplazamiento nivel 2

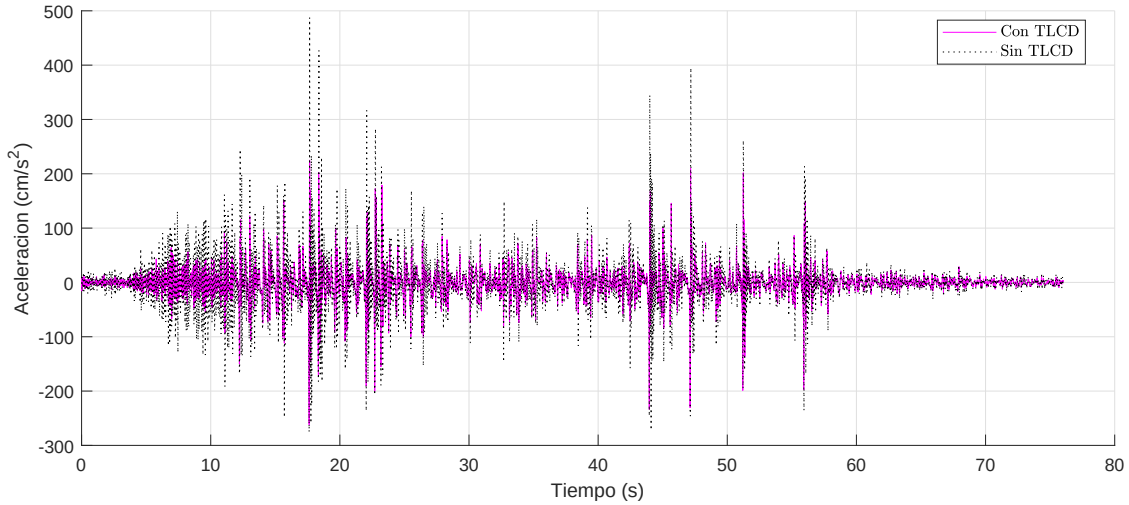


(C) Velocidad nivel 1

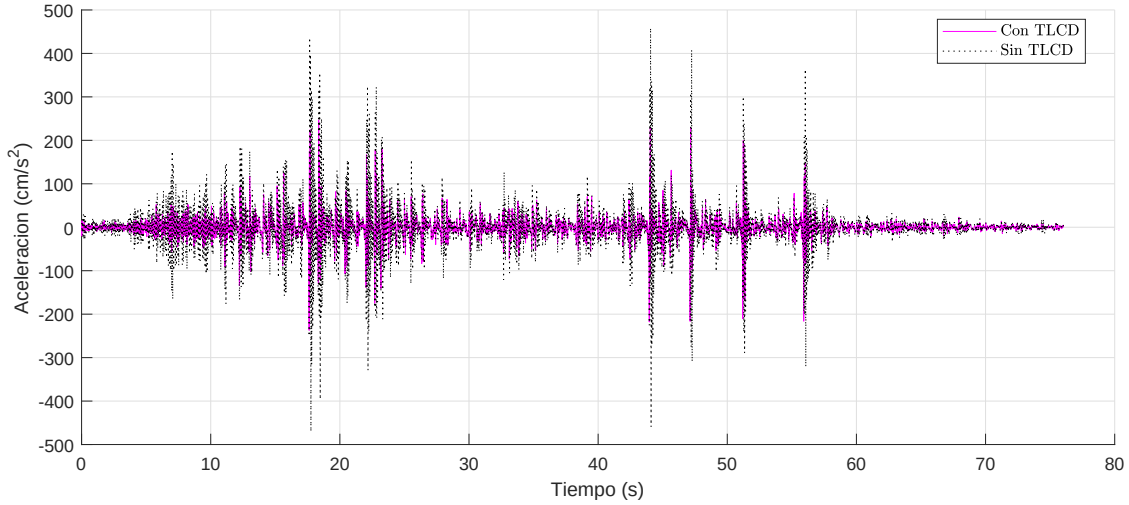
FIGURA 5.39: Respuesta del sistema de dos grados de libertad en la dirección x al registro de Villita Corona



(D) Velocidad nivel 2

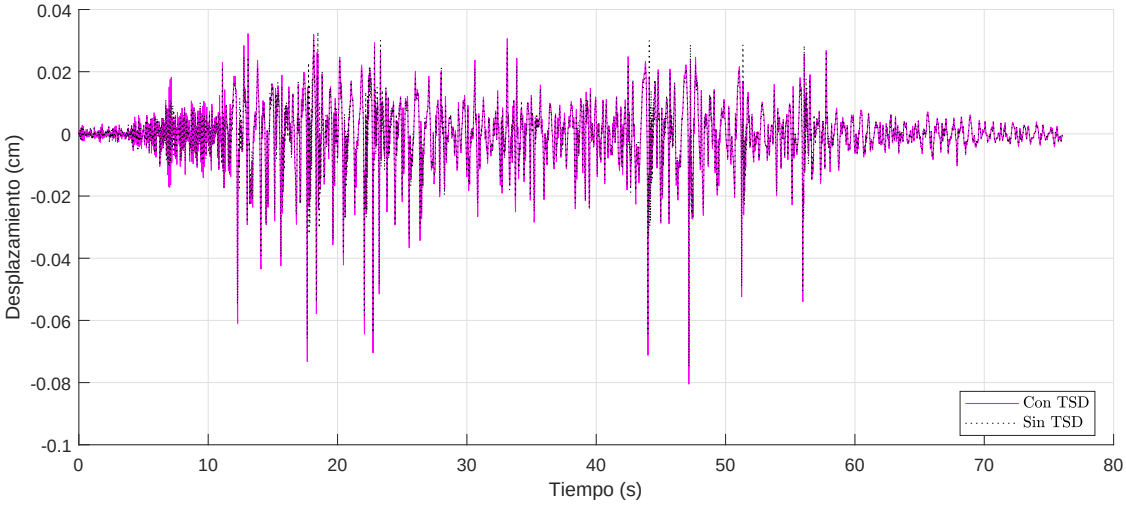


(E) Aceleración nivel 1

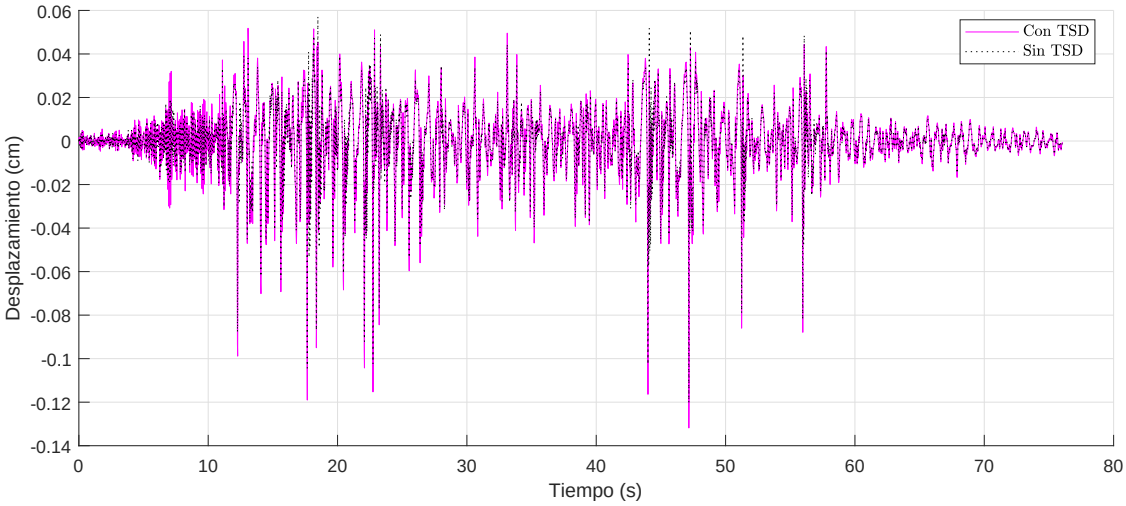


(F) Aceleración nivel 2

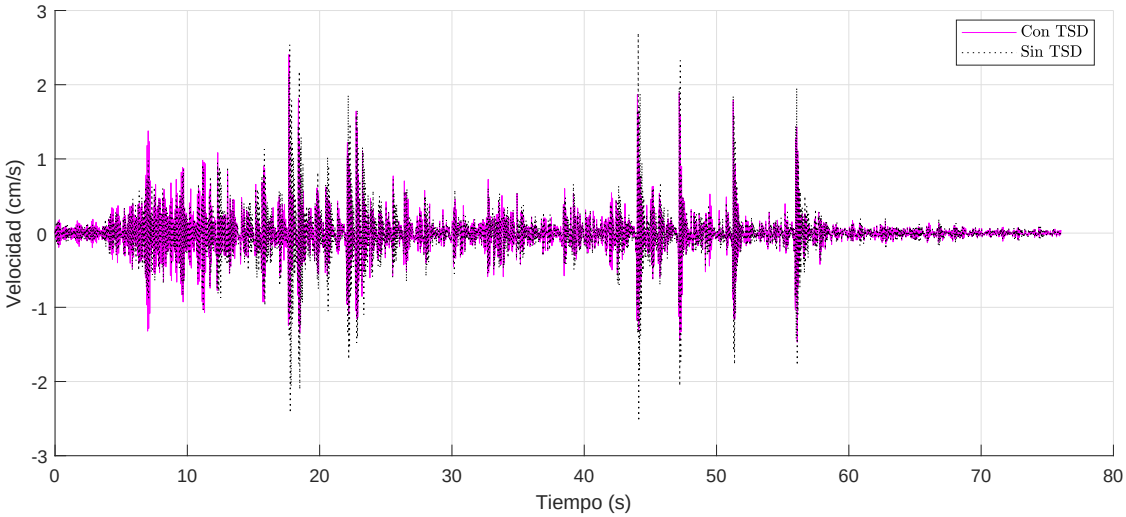
FIGURA 5.39: Respuesta del sistema de dos grados de libertad en la dirección x al registro de Villita Corona (continuación)



(A) Desplazamiento nivel 1

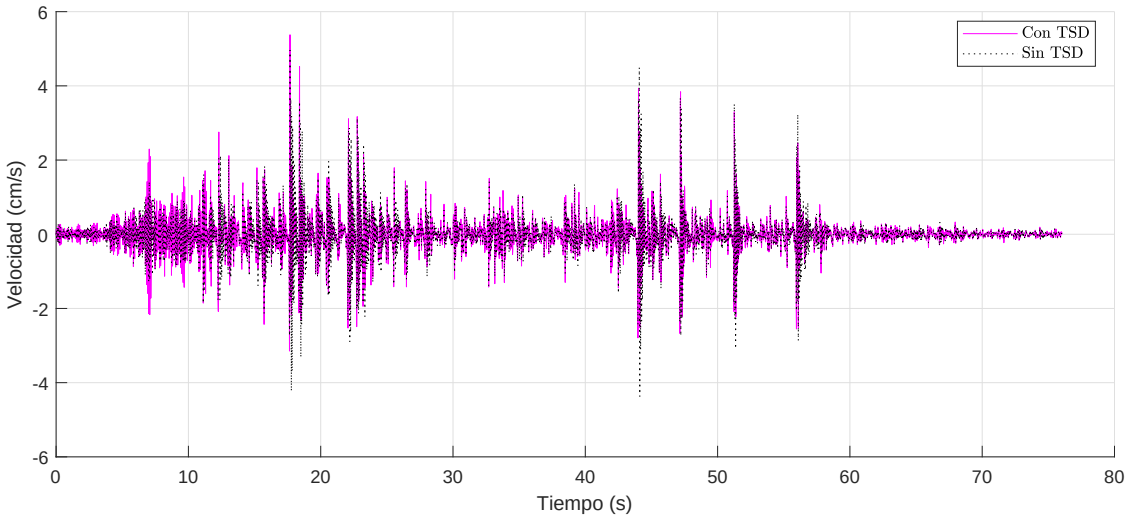


(B) Desplazamiento nivel 2

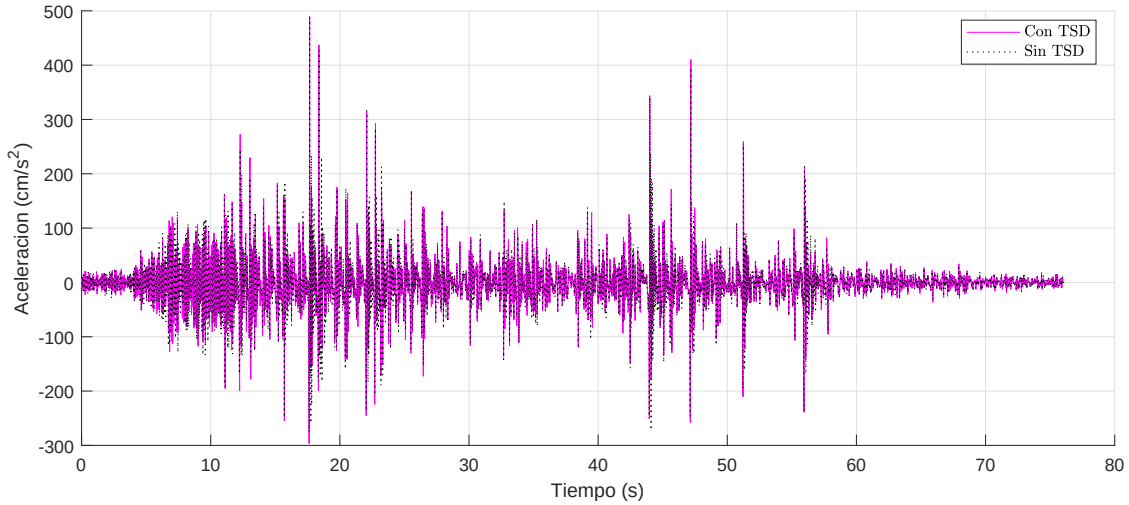


(C) Velocidad nivel 1

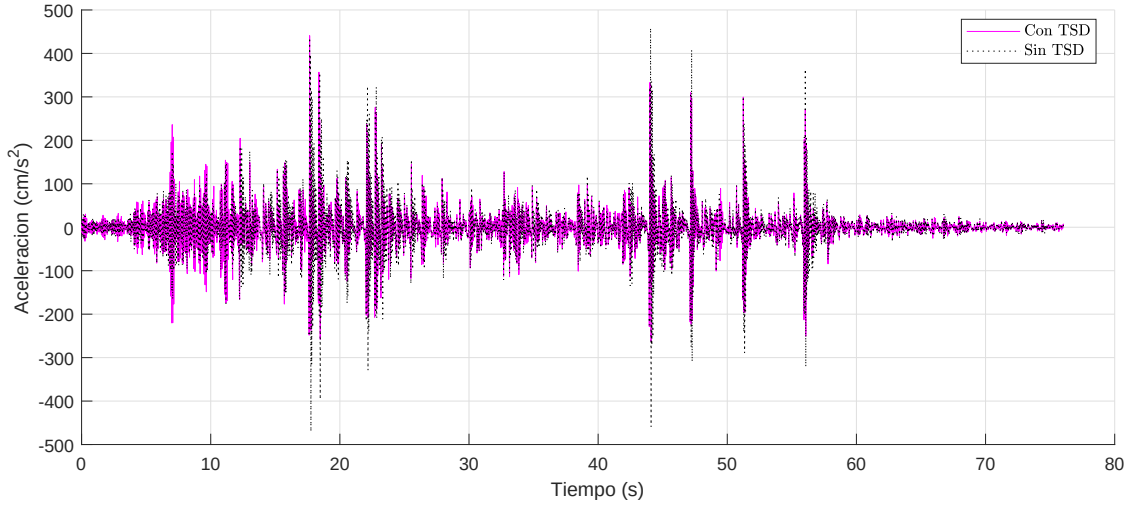
FIGURA 5.40: Respuesta del sistema de dos grados de libertad en la dirección y al registro de Villita Corona



(D) Velocidad nivel 2



(E) Aceleración nivel 1



(F) Aceleración nivel 2

FIGURA 5.40: Respuesta del sistema de dos grados de libertad en la dirección y al registro de Villita Corona (continuación)

Los valores de la respuesta máxima de la estructura ante sismo en las dos direcciones con TLCSD y sin él, y su disminución se muestran en la Tabla 5.11 y la Tabla 5.12. Los resultados obtenidos muestran que, para el registro de SCT, el TLCD presenta mayor disminución en todas las respuestas de manera global y máxima con excepción de la aceleración en los dos niveles de la estructura, donde el TSD demuestra ser más eficiente en la disminución de la respuesta máxima. Para el registro de Caleta de Campos, el TLCD tiene mayor disminución para todas las respuestas de manera global y máxima para los desplazamientos, velocidades y aceleraciones de ambos niveles. Para el registro de Ana Freud, el TLCD alcanzó la mayor disminución para las respuestas globales, mientras que el TSD logró controlar la respuesta máxima de aceleración para ambos niveles debido a que el TLCD incrementó la magnitud de la aceleración máxima del sistema. Para el registro de Villita Corona Centro, el TLCD disminuyó en mayor magnitud las respuestas máximas de desplazamiento, velocidad y aceleración para ambos niveles de manera global y máxima en comparación con el TSD, el cual incrementó las respuestas máximas de desplazamiento en ambos niveles, de velocidad en el segundo nivel y de aceleración en el primer nivel. El empleo de un TLCSD disminuyó todas las respuestas de manera global y de forma general, para los registros estudiados, cuando el sismo se aplicó en la dirección x existe un mejor control de la respuesta global y máxima del sistema.

TABLA 5.11: Respuestas máximas del sistema de dos grados de libertad con TLCSD

Tipo de respuesta	Sin TLCSD (Sx, Sy)	TLCD (Sx)	TSD (Sy)
SCT			
Desplazamiento N1 (cm)	0.0142	0.0049	0.0153
Desplazamiento N2 (cm)	0.0229	0.0052	0.0250
Velocidad N1 (cm/s)	0.2420	0.1871	0.2171
Velocidad N2 (cm/s)	0.4108	0.1907	0.3860
Aceleración N1 (cm/s^2)	25.6282	36.6352	20.5765
Aceleración N2 (cm/s^2)	39.8536	36.0560	31.3568
Caleta de Campos			
Desplazamiento N1 (cm)	0.0253	0.0067	0.0223
Desplazamiento N2 (cm)	0.0430	0.0079	0.0388
Velocidad N1 (cm/s)	1.9089	0.4964	1.6764
Velocidad N2 (cm/s)	3.2644	0.5026	2.9676
Aceleración N1 (cm/s^2)	177.2399	82.9070	152.3805
Aceleración N2 (cm/s^2)	302.5481	84.2092	256.0130
Ana Freud			
Desplazamiento N1 (cm)	0.0016	0.0007	0.0017
Desplazamiento N2 (cm)	0.0025	0.0009	0.0027
Velocidad N1 (cm/s)	0.0171	0.0075	0.0174
Velocidad N2 (cm/s)	0.0281	0.0078	0.0285
Aceleración N1 (cm/s^2)	1.2195	1.4904	1.0544
Aceleración N2 (cm/s^2)	1.3479	1.5181	1.2335

TABLA 5.11: Respuestas máximas del sistema de dos grados de libertad con TLCSD

Tipo de respuesta	Sin TLCSD (Sx, Sy)	TLCD (Sx)	TSD (Sy)
Villita Corona Centro			
Desplazamiento N1 (cm)	0.0748	0.0276	0.0805
Desplazamiento N2 (cm)	0.1202	0.0276	0.1319
Velocidad N1 (cm/s)	2.7003	0.3572	2.4074
Velocidad N2 (cm/s)	4.9667	0.3244	5.3770
Aceleración N1 (cm/s^2)	487.4406	261.5596	489.2521
Aceleración N2 (cm/s^2)	470.2291	246.7000	440.8751

TABLA 5.12: Porcentaje de disminución de la respuesta del sistema de dos grados de libertad con TLCSD

Tipo de respuesta	TLCD (Sx)		TSD (Sy)	
	Máxima	Global	Máxima	Global
SCT				
Desplazamiento N1	65.72 %	77.67 %	-7.27 %	9.81 %
Desplazamiento N2	77.17 %	96.92 %	-9.21 %	11.88 %
Velocidad N1	22.69 %	112.32 %	10.30 %	68.09 %
Velocidad N2	53.57 %	104.57 %	6.04 %	69.22 %
Aceleración N1	-42.95 %	132.66 %	19.71 %	62.57 %
Aceleración N2	9.53 %	120.37 %	21.32 %	70.87 %
Caleta de Campos				
Desplazamiento N1	73.59 %	86.21 %	12.05 %	69.57 %
Desplazamiento N2	81.64 %	92.19 %	9.89 %	73.13 %
Velocidad N1	74.00 %	99.04 %	12.18 %	84.48 %
Velocidad N2	84.60 %	98.49 %	9.09 %	86.40 %
Aceleración N1	53.22 %	105.08 %	14.03 %	81.25 %
Aceleración N2	72.17 %	101.79 %	15.38 %	83.84 %
Ana Freud				
Desplazamiento N1	52.68 %	69.75 %	-7.54 %	11.72 %
Desplazamiento N2	65.05 %	86.70 %	-9.53 %	13.77 %
Velocidad N1	55.87 %	103.87 %	-1.55 %	60.64 %
Velocidad N2	72.39 %	98.02 %	-1.58 %	63.13 %
Aceleración N1	-22.21 %	125.00 %	13.54 %	57.89 %
Aceleración N2	-12.63 %	117.54 %	8.48 %	69.50 %
Villita Corona Centro				
Desplazamiento N1	63.11 %	67.73 %	-7.57 %	32.79 %
Desplazamiento N2	77.02 %	80.32 %	-9.70 %	36.36 %
Velocidad N1	86.77 %	103.07 %	10.85 %	83.70 %
Velocidad N2	93.47 %	101.87 %	-8.26 %	79.49 %
Aceleración N1	46.34 %	72.60 %	-0.37 %	50.50 %
Aceleración N2	47.54 %	90.62 %	6.24 %	70.87 %

5.5. Amortiguadores de masas sintonizadas tipo péndulo

Existen diferentes configuraciones empleadas para colocar la masa en un amortiguador de masas sintonizadas. Una de las alternativas posibles es la disposición en forma de un péndulo el cual se conecta a la estructura principal y cuyo movimiento oscilatorio será una reacción a las acciones externas que actúen sobre la estructura principal. El movimiento en conjunto de la estructura y el péndulo producen una transferencia de energía entre sistemas que en consecuencia permite que exista una disipación de la energía aprovechando el movimiento del péndulo y disminuyendo la disipación de energía por deformación de los elementos estructurales. La frecuencia de vibración del péndulo depende de la longitud del cable que lo une con la estructura y puede ser considerado como un oscilador lineal si las amplitudes de vibración son menores a 2° (Alves E Sousa, 2013).

En la literatura se ha estudiado el uso de péndulos para controlar la respuesta de torres esbeltas empleando análisis paramétricos de las oscilaciones no lineales de la estructura y péndulo para encontrar la configuración óptima (Orlando, 2006). También se ha trabajado en buscar la relación óptima entre la masa del péndulo y la longitud del cable para la reducción de los desplazamientos de una estructura empleando estudios paramétricos (Carneiro, Avila y Brito, 2006). Además, se han efectuado estudios numéricos para evaluar los parámetros óptimos para una estructura con un péndulo que es sometida a acciones de viento y sismo empleando excitaciones aleatorias y ruido blanco (Gerges y Vickery, 2005).

Algunas estructuras donde se han empleado amortiguadores de masas sintonizadas son:

1. La torre Sydney Tower ubicada en Sídney, Australia, con una altura de 305 m, en donde se colocó en 1980 un péndulo de 220 t y de frecuencias de 0.10 Hz y 0.50 Hz;
2. El edificio P&G de Rokko Island de 117 m de altura ubicado en Kobe, Japón, cuenta con un péndulo de 270 t y de frecuencias de 0.33 Hz − 0.62 Hz el cual se instaló en 1993;
3. La torre Chifley Tower de 209 m ubicada en Sídney, Australia, incluye un péndulo de 400 t el cual se instaló en 1993; y
4. La torre Taipei 101 de 508 m ubicada en Taiwán, China (Figura 5.4), incorpora un péndulo de 660 t el cual se instaló en 2004.

Las ventajas de la colocación de péndulos para el control de la respuesta en las estructuras son:

1. Su implementación es sencilla ya sea que se trate de estructuras nuevas o para reforzar una estructura existente;
2. No requieren una fuente de energía externa que accione al mecanismo dado que son dispositivos de control pasivo;
3. No interfieren con patrones de cargas horizontales y verticales como lo hacen otros dispositivos de control pasivos;
4. Pueden ser combinados con dispositivos activos y funcionar como un respaldo; y

5. Son efectivos en reducir vibraciones en las estructuras.

Una de las desventajas del empleo de péndulos para controlar la respuesta de las estructuras es que necesitan de una gran cantidad de masa para poder disminuir la respuesta, además de que requieren una cantidad significativa de espacio para permitir la oscilación de dicha masa.

El funcionamiento de un amortiguador de masa sintonizado tipo péndulo conectado a una estructura idealizada como un sistema de un grado de libertad se muestra en la Figura 5.41. El sistema conjunto funciona como un sistema de dos grados de libertad donde $x(t)$ es el desplazamiento horizontal de la estructura; $\theta(t)$ es el desplazamiento angular del péndulo; M_p es la masa del péndulo; C_p es el amortiguamiento del péndulo; K_p es la rigidez del péndulo; L es la longitud del cable; $F_s(t)$ es la fuerza modal aplicada; M_s es la masa modal del sistema; C_s es el amortiguamiento modal del sistema; y K_s es la rigidez modal del sistema. Las ecuaciones de movimiento del sistema de dos grados de libertad cuando la excitación es aplicada en la masa son:

$$\left(M_s + M_p\right)\ddot{x} + M_p L\ddot{\theta} + C_s\dot{x} + K_s x = F_s(t) \tag{5.44a}$$

$$M_p L\ddot{x} + M_p L^2\ddot{\theta} + C_p\dot{\theta} + \left(K_p + M_p \mathrm{g}\, L\right)\theta = 0, \tag{5.44b}$$

donde g es la aceleración de la gravedad.

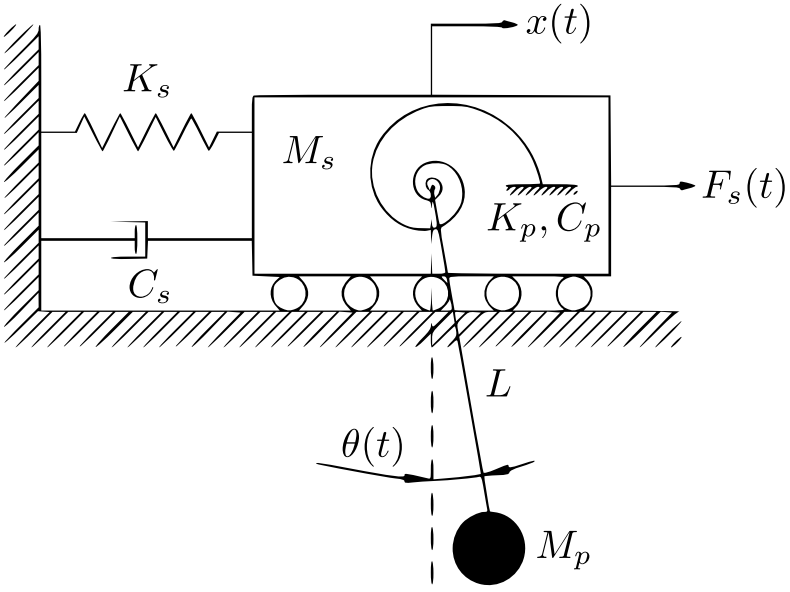


FIGURA 5.41: Sistema de un grado de libertad con un péndulo. Adaptado de Gomez, 2007

Por otro lado, cuando la excitación es aplicada en la base, las ecuaciones de movimiento del sistema son

$$\left(M_s + M_p\right)\ddot{x} + M_p L\ddot{\theta} + C_s\dot{x} + K_s x = -\left(M_s + M_p\right)\ddot{x}_g(\mathrm{t}) \tag{5.45a}$$

$$M_p L\ddot{x} + M_p L^2\ddot{\theta} + C_p\dot{\theta} + \left(K_p + M_p \mathrm{g}\, L\right)\theta = -M_p L\ddot{x}_g(t). \tag{5.45b}$$

Planteando el vector de estados

$$\mathbf{z}(t) = \begin{Bmatrix} x(t) & \theta(t) & \dot{x}(t) & \dot{\theta}(t) \end{Bmatrix}^T \tag{5.46}$$

La ecuación de movimiento en variable estado se reescribe como

$$\frac{d}{dt}\begin{Bmatrix} x(t) \\ \theta(t) \\ \dot{x}(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\dfrac{K_s}{M_s} & \dfrac{K_p + M_p\,g\,L}{M_s L} & -\dfrac{C_s}{M_s} & \dfrac{C_p}{M_s L} \\ \dfrac{K_s}{M_s L} & -\dfrac{(K_p + M_p\,g\,L)(M_s + M_p)}{M_s M_p L^2} & \dfrac{C_s}{M_s L} & -\dfrac{C_p(M_s + M_p)}{M_s M_p L^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x(t) \\ \theta(t) \\ \dot{x}(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_s(t)/M_s \\ F_s(t)/(M_s L) \end{Bmatrix} \tag{5.47}$$

Es natural inferir que no existe acoplamiento entre el amortiguamiento y rigidez de la estructura y el péndulo, por lo que las matrices de amortiguamiento y rigidez son:

$$C = \begin{bmatrix} C_s & 0 \\ 0 & C_p \end{bmatrix} \tag{5.48a}$$

$$K = \begin{bmatrix} K_s & 0 \\ 0 & K_p + M_p\,g\,L \end{bmatrix}. \tag{5.48b}$$

Empleando las ecuaciones anteriores se deduce por independencia lineal que la inversa de la matriz de masas es:

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{M_s} & -\dfrac{1}{M_s L} \\ -\dfrac{1}{M_s L} & \dfrac{M_s + M_p}{M_s M_p L^2} \end{bmatrix}. \tag{5.49}$$

Invirtiendo la matriz anterior se obtiene la matriz de masas del sistema estructura-péndulo

$$M = \begin{bmatrix} M_s + M_p & M_p L \\ M_p L & M_p L^2 \end{bmatrix}, \tag{5.50}$$

se observa que los coeficientes de la matriz de masas obtenida son interdependientes lo cual es coherente ya que las masas se encuentran acoplada y sus respuestas son afectadas la una con la otra. Definidas la matriz de masas, rigidez y amortiguamiento se puede plantear la formulación con variable estado dada por la Ecuación 2.48.

Si se desea el estudio de un sistema de n grados de libertad como el mostrado en la Figura 5.42, se puede extrapolar partiendo de la estructura idealizada como un sistema de un grado de libertad, dado que para la figura el péndulo se encuentra acoplado al grado de libertad $n-1$, las matrices de masas, amortiguamiento y rigidez son:

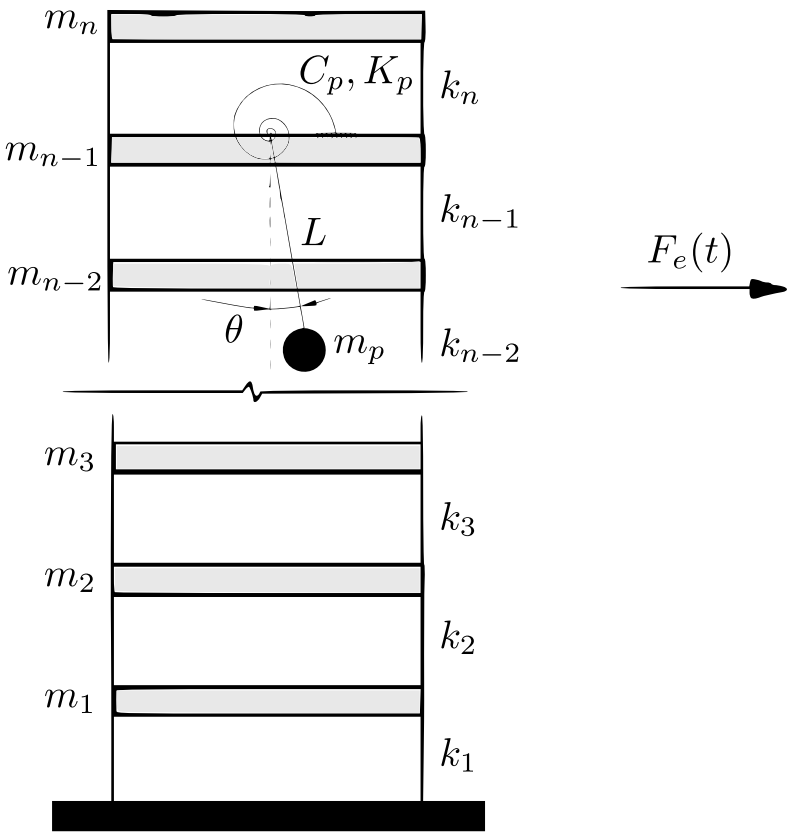


FIGURA 5.42: Sistema de n grados de libertad con un péndulo

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & & & & & & & \\ & m_2 & & & & & & \\ & & m_3 & & & & & \\ & & & \ddots & & & & \\ & & & & m_{n-2} & & & \\ & & & & & m_{n-1}+m_p & m_pL & \\ & & & & & m_pL & m_pL^2 & \\ & & & & & & & m_n \end{bmatrix}, \tag{5.51}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{14} & \cdots & c_{1(n-2)} & c_{1(n-1)} & & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & c_{24} & \cdots & c_{2(n-2)} & c_{2(n-1)} & & c_{2n} \\ c_{31} & c_{32} & c_{34} & \cdots & c_{3(n-2)} & c_{3(n-1)} & & c_{3n} \\ \vdots & & & \ddots & & & & \vdots \\ c_{(n-2)1} & c_{(n-2)2} & c_{(n-2)4} & \cdots & c_{(n-2)(n-2)} & c_{(n-2)(n-1)} & & c_{(n-2)n} \\ c_{(n-1)1} & c_{(n-1)2} & c_{(n-1)4} & \cdots & c_{(n-1)(n-1)} & c_{(n-1)(n-1)} & & c_{(n-1)n} \\ & & & & & & c_p & \\ c_{n1} & c_{n2} & c_{n4} & \cdots & c_{n(n-2)} & c_{n(n-1)} & & c_{nn} \end{bmatrix}, \tag{5.52}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{14} & \cdots & k_{1(n-2)} & k_{1(n-1)} & & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & k_{24} & \cdots & k_{2(n-2)} & k_{2(n-1)} & & k_{2n} \\ k_{31} & k_{32} & k_{34} & \cdots & k_{3(n-2)} & k_{3(n-1)} & & k_{3n} \\ \vdots & & & \ddots & & & & \vdots \\ k_{(n-2)1} & k_{(n-2)2} & k_{(n-2)4} & \cdots & k_{(n-2)(n-2)} & k_{(n-2)(n-1)} & & k_{(n-2)n} \\ k_{(n-1)1} & k_{(n-1)2} & k_{(n-1)4} & \cdots & k_{(n-1)(n-1)} & k_{(n-1)(n-1)} & & k_{(n-1)n} \\ & & & & & & k_p + m_p\, g\, L & \\ k_{n1} & k_{n2} & k_{n4} & \cdots & k_{n(n-2)} & k_{n(n-1)} & & k_{nn} \end{bmatrix}. \tag{5.53}$$

Definiendo al vector de estados

$$\mathbf{z}(t) = \begin{pmatrix} x_1 & \dots & x_{n-1} & \theta & x_n & \dot{x}_1 & \dots & \dot{x}_{n-1} & \dot{\theta} & \dot{x}_n \end{pmatrix}^T, \tag{5.54}$$

y sustituyendo las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez anteriores en la Ecuación 2.48 se puede obtener la respuesta de la estructura en cualquier instante de tiempo conocidas las condiciones iniciales de la misma. La ecuación de movimiento en variable estado puede ser resuelta integrándola de forma directa o empleando el método de RK6-I mencionado en el Capítulo 3.

Una de las metodologías para el diseño de los parámetros óptimos del péndulo está basada en aplicar a un sistema de un grado de libertad equivalente una función de densidad espectral de ruido blanco y determinar las relaciones que minimizan el valor de la media cuadrada de las respuestas de la estructura. Se trabajó en una serie de formulaciones que permiten determinar la longitud óptima del cable y el porcentaje de amortiguamiento óptimo para minimizar el cuadrado de la media del desplazamiento, la velocidad y la aceleración cuando la función de ruido blanco se aplica en los nodos o cuando se aplica en la base, partiendo de suponer la relación de masas entre el péndulo y el sistema de un grado de libertad equivalente y la rigidez del péndulo, (Gomez, 2007).

Para diseñar un péndulo se parte de un sistema de un grado de libertad equivalente a la forma modal a disminuir con una frecuencia natural dada por $\omega_s = \sqrt{K_s/M_s}$. Proponiendo una relación de masas, $\mu = M_p/M_s$ y una rigidez del péndulo, K_p, se determina la relación de la rigidez entre la masa del péndulo, $\omega_a = K_p/M_p$.

Con las propiedades iniciales, se dimensionan los parámetros óptimos según sea la respuesta a disminuir y el tipo de acción seleccionada. Cuando se trate de una acción eólica, aplicada en los nodos, se empleará la formulación aleatoria de ruido blanco, mientras que, para una acción sísmica, se seleccionara la excitación en la base de ruido blanco.

Los parámetros de diseño para disminuir los desplazamientos empleando funciones aleatorias de ruido blanco son

$$L_{opt} = \frac{\left(2\,\mathrm{g}(\mu+1)+2\sqrt{A}\right)(\mu+1)}{2\omega_s^2(\mu+2)}, \tag{5.55a}$$

$$\xi_{\mathrm{p}(opt)} = \frac{\sqrt{\mu(\mu+2)(3\mu+4)(\mu+1)\left(A-\omega_a\omega_s^2(\mu+2)+\mathrm{g}(\mu+1)\sqrt{A}\right)}}{2\omega_s^2(\mu+2)^2}, \tag{5.55b}$$

donde $A = (\mu\,\mathrm{g}+\mathrm{g})^2 + 2\omega_a\omega_s^2(\mu+2)$.

Los parámetros de diseño para disminuir los desplazamientos empleando excitaciones en la base de ruido blanco son

$$L_{opt} = \frac{\left(-2\,\mathrm{g}(\mu+1)-2\sqrt{A}\right)(\mu+1)}{2\omega_s^2(\mu-2)}, \tag{5.56a}$$

$$\xi_{\mathrm{p}(opt)} = \frac{\sqrt{\mu(\mu-2)(\mu-4)(\mu+1)\left(A+\omega_a\omega_s^2(\mu-2)+\mathrm{g}(\mu+1)\sqrt{A}\right)}}{2\omega_s^2(\mu-2)^2}, \tag{5.56b}$$

donde $A = (\mu\,\mathrm{g}+\mathrm{g})^2 - 2\omega_a\omega_s^2(\mu-2)$.

Los parámetros de diseño para disminuir la velocidad empleando funciones aleatorias de ruido blanco son

$$L_{opt} = \frac{\mathrm{g}(\mu+1)+\sqrt{\mu\,\mathrm{g}^2(\mu+2)+\mathrm{g}^2+4\omega_s^2\omega_a(\mu+1)}}{2\omega_s^2}, \tag{5.57a}$$

$$\xi_{\mathrm{p}(opt)} = \frac{\sqrt{2\mu(\mu+1)\left(A-2\omega_s^2\omega_a+\mathrm{g}\sqrt{(\mu+1)A}\right)}}{4\omega_s^2}, \tag{5.57b}$$

donde $A = (\mu+1)\,\mathrm{g}^2 + 4\omega_s^2\omega_a$.

Los parámetros de diseño para disminuir la velocidad empleando excitaciones en la base de ruido blanco son

$$L_{opt} = \frac{(\mu+1)\left(g(\mu+1)+\sqrt{A}\right)}{2\omega_s^2}, \tag{5.58a}$$

$$\xi_{p(opt)} = \frac{\sqrt{2\mu(\mu+1)\left(A-2\omega_s^2\omega_a+g(\mu+1)\sqrt{A}\right)}}{4\omega_s^2}, \tag{5.58b}$$

donde $A = (g\,\mu+g)^2+4\omega_s^2\omega_a$.

Para el caso de los parámetros de diseño para disminuir la aceleración empleando funciones aleatorias de ruido blanco no fue posible encontrar las fórmulas que permitan determinar los parámetros óptimos del péndulo debido al hecho de que la función de densidad espectral de las aceleraciones no se adapta a los resultados en los que se basa la formulación, (Gomez, 2007). De manera que se pueden encontrar los parámetros que minimizan el valor medio del cuadrado de las aceleraciones de forma numérica minimizando la función

$$E\left[\ddot{y}^2\right] = \int_{-\infty}^{\infty} S_y(\omega)d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^4 S_y(\omega)d\omega, \tag{5.59}$$

donde

$$S_y(\omega) = |H(\omega)|^2 S_x(\omega), \tag{5.60}$$

siendo $S_x(\omega) = S_0$ para una función de ruido blanco y $H(\omega)$ la función de respuesta en el dominio de la frecuencia (Gomez, 2007).

Los parámetros de diseño para disminuir la aceleración empleando excitaciones en la base de ruido blanco son

$$L_{opt} = \frac{\left(2\,g(\mu+1)+2\sqrt{A}\right)(\mu+1)}{2\omega_s^2(\mu+2)}, \tag{5.61a}$$

$$\xi_{p(opt)} = \frac{\sqrt{2\mu(\mu+1)\left(A-2\omega_s^2\omega_a+g(\mu+1)\sqrt{A}\right)}}{4\omega_s^2}, \tag{5.61b}$$

donde $A = (\mu\,g+g)^2+2\omega_a\omega_s^2(\mu+2)$.

La constante g es la aceleración de la gravedad. Con las fórmulas empleadas, la longitud tiene unidades de metros. Una vez obtenidos la longitud y porcentaje de amortiguamiento adecuado para la acción y respuesta a controlar, se pueden obtener las propiedades dinámicas de la estructura mediante

$$m_1 = M_p L^2, \tag{5.62a}$$
$$m_2 = M_p, \tag{5.62b}$$
$$m_3 = M_p L; \tag{5.62c}$$

$$K_{opt} = K_p + M_p\, g\, L; \tag{5.63}$$

$$C_{opt} = 2 m_1 \omega_p \xi_{p(opt)}, \tag{5.64}$$

donde $\omega_p = \sqrt{K_{opt}/m_1}$.

5.5.1. Ejemplos de calibración

Sistema de un grado de libertad

Al sistema de un grado de libertad presentado en la Sección 2.6.2 se adiciona un TMD pendular, se propone que la relación de masas, μ, sea de 0.10. Además, se supone que la rigidez del péndulo, K_p, es igual al 8 % de la rigidez de la estructura.

Para comparar la disminución de la respuesta, el sistema se somete a los registros sísmicos de la estación SCT-1 del 19 de septiembre de 1985, empleando la componente N90E, Figura 2.15, a la componente S00E de la estación Caleta de Campos (19 de septiembre de 1985), Figura 5.9, a la componente N00E de la estación Ana Freud (22 de enero de 2003), Figura 5.10, y a la componente S05E de la estación Villita Corona Centro (19 de septiembre de 1985), Figura 5.11.

Con las fórmulas de optimización de los parámetros para sismo del TMD pendular, Gomez, 2007, se dimensionaron tres dispositivos para controlar cada respuesta y comparar los resultados ante un registro sísmico real. Las propiedades resultantes son

Parámetro	Desplazamiento	Velocidad	Aceleración
K_p (kN cm)	22.1231	22.1231	22.1231
M_p (kN s^2 cm^{-1})	0.1751	0.1751	0.1751
ω_a (cm^2 s^{-2})	126.3309	126.3309	126.3309
L (cm)	104.9766	102.2172	99.6620
ξ_p	0.1603	0.1541	0.1520
m_1 (kN s^2 cm)	1929.8392	1829.7149	1739.3823
m_2 (kN s^2 cm^{-1})	0.1751	0.1751	0.1751
m_3 (kN s^2)	18.3835	17.9003	17.4528
K_{opt} (kN cm)	18056.3467	17582.2880	17143.3311
ω_p (rad/s)	3.0588	3.0999	3.1394
C_{opt} (kN s cm)	1892.8333	1748.0623	1660.3055

El vector de estados para obtener las respuestas del sistema con péndulo usando la formulación con variable estado está dado por:

$$\mathbf{z}(t) = \begin{pmatrix} x & \theta & \dot{x} & \dot{\theta} \end{pmatrix}^T$$

Con las dimensiones del TMD pendular resultantes, las matrices que definen la ecuación de movimiento del sistema para controlar el desplazamiento son:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1.9263 & 18.3835 \\ 18.3835 & 1929.8393 \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2.2006 & 0.0000 \\ 0.0000 & 1892.8333 \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 276.5384 & 0.0000 \\ 0.0000 & 18056.3467 \end{bmatrix}.$$

La ecuación de movimiento en variable estado del sistema con péndulo para la disminución del desplazamiento está dada por:

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix}_k = \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \\ -157.9137 & 98.2203 & -1.2566 & 10.2964 \\ 1.5043 & -10.2920 & 0.0120 & -1.0789 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \theta \\ \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix}_k + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} a_k.$$

Para la disminución de la velocidad, las matrices que definen la ecuación de movimiento del sistema son:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1.9263 & 17.9003 \\ 17.9003 & 1829.7149 \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2.2006 & 0.0000 \\ 0.0000 & 1748.0623 \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 276.5384 & 0.0000 \\ 0.0000 & 17582.2880 \end{bmatrix}.$$

La ecuación de movimiento en variable estado del sistema con péndulo para la disminución de la velocidad está dada por:

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix}_k = \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \\ -157.9137 & 98.2236 & -1.2566 & 9.7656 \\ 1.5449 & -10.5702 & 0.0123 & -1.0509 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \theta \\ \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix}_k + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} a_k.$$

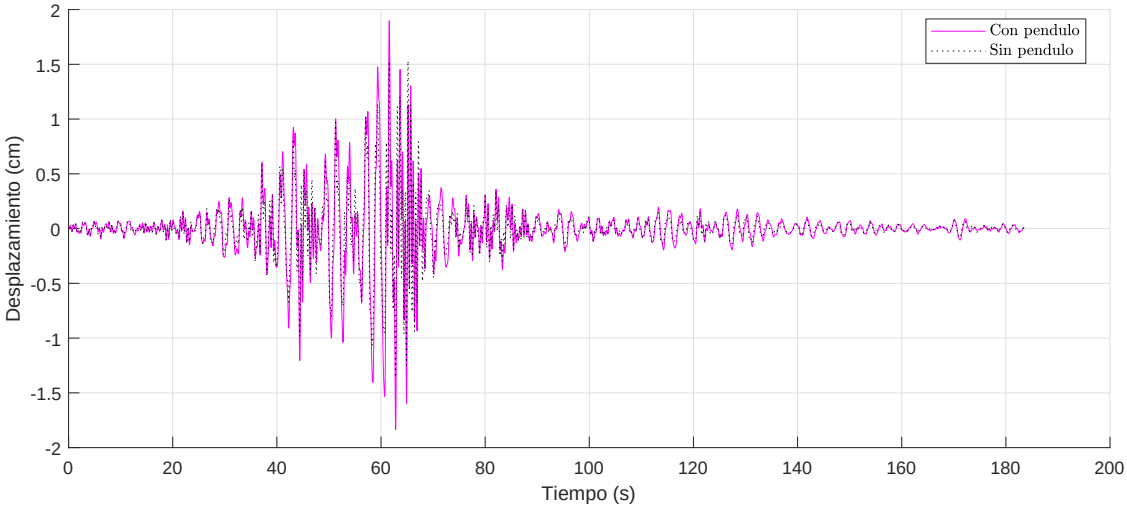
Finalmente, las matrices que definen la ecuación de movimiento del sistema con péndulo para el control de la aceleración son:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1.9263 & 17.4528 \\ 17.4528 & 1739.3823 \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2.2006 & 0.0000 \\ 0.0000 & 1660.3055 \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 276.5384 & 0.0000 \\ 0.0000 & 17143.3311 \end{bmatrix}.$$

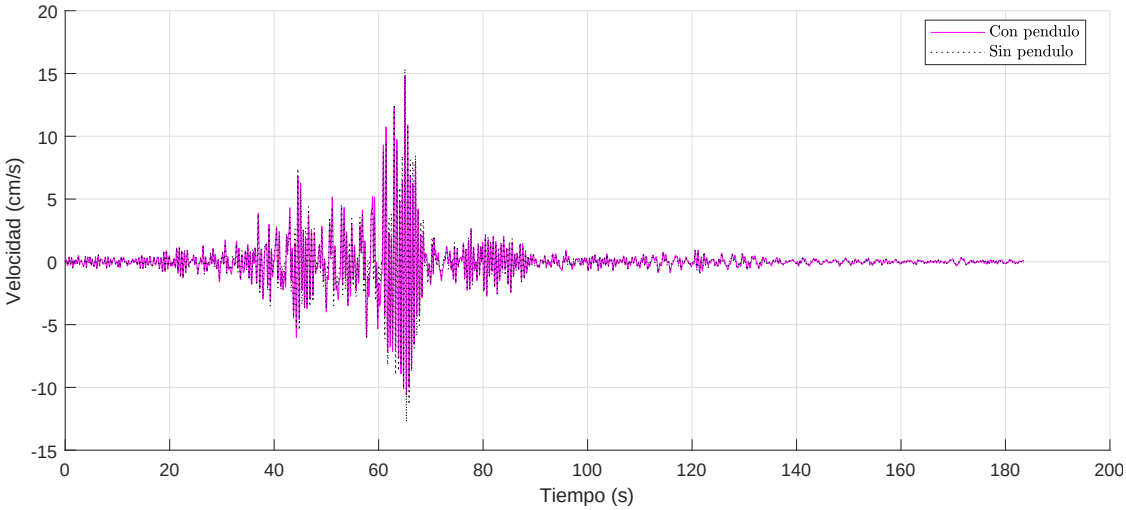
La ecuación de movimiento en variable estado del sistema con péndulo para la disminución de la aceleración está dada por:

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix}_k = \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \\ -157.9137 & 98.2268 & -1.2566 & 9.5131 \\ 1.5845 & -10.8416 & 0.0126 & -1.0500 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \theta \\ \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix}_k + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} a_k.$$

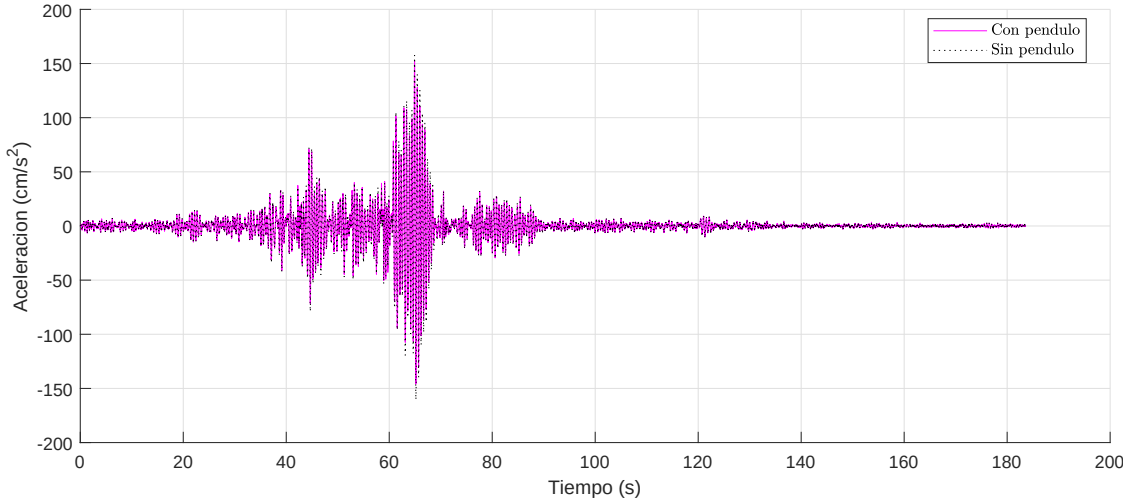
Se determinó la respuesta de la estructura empleando el método RK6-I con cuadraturas rectangulares para los tres distintos péndulos resultantes. Los resultados obtenidos se comparan con la estructura sin TMD para observar la disminución en la respuesta y la eficiencia de los mismos entre sí. Los valores obtenidos se muestran en las Figuras 5.43–5.54.



(A) Desplazamiento

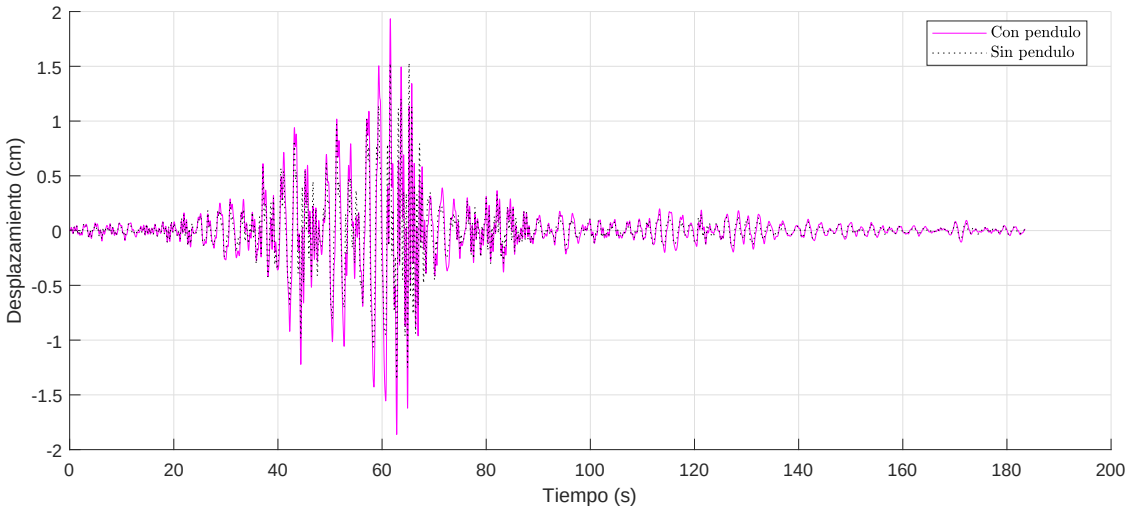


(B) Velocidad

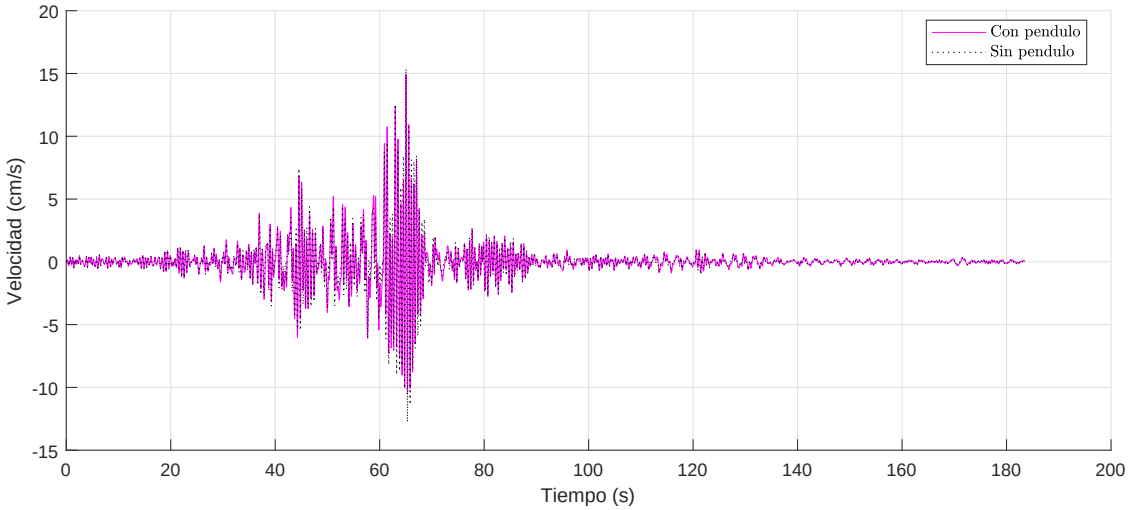


(C) Aceleración

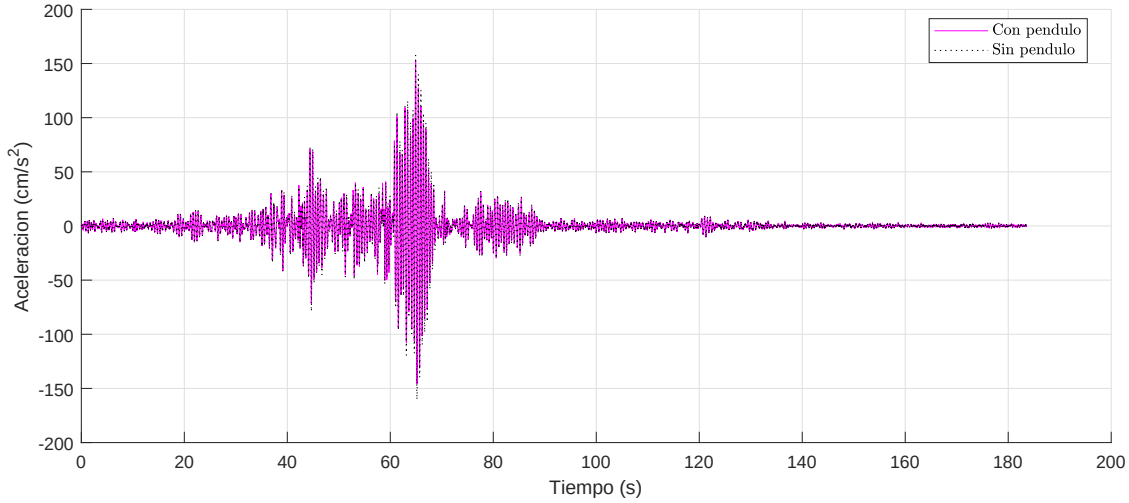
FIGURA 5.43: Respuesta del sistema de un grado de libertad con control del desplazamiento al registro de SCT



(A) Desplazamiento

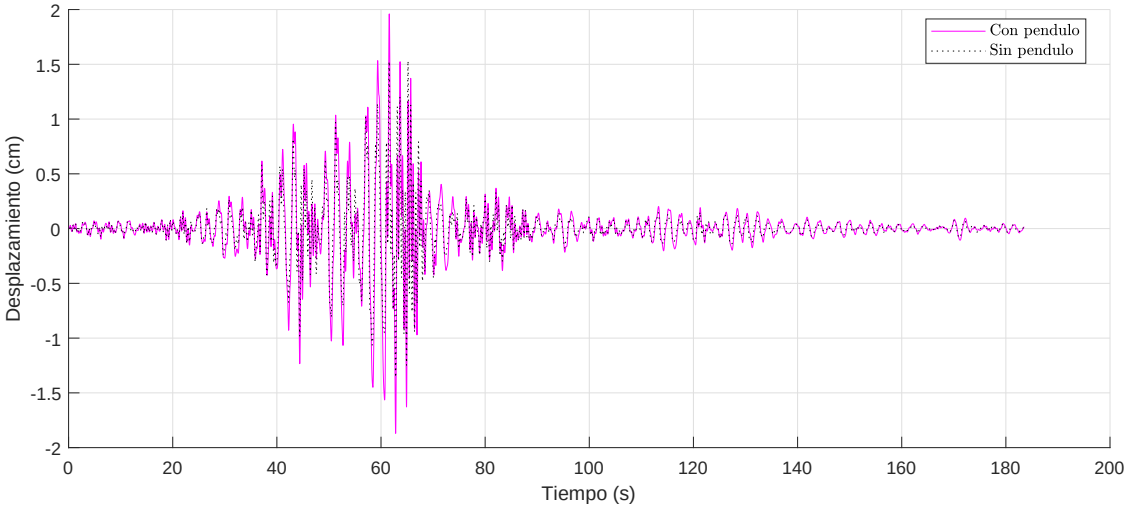


(B) Velocidad

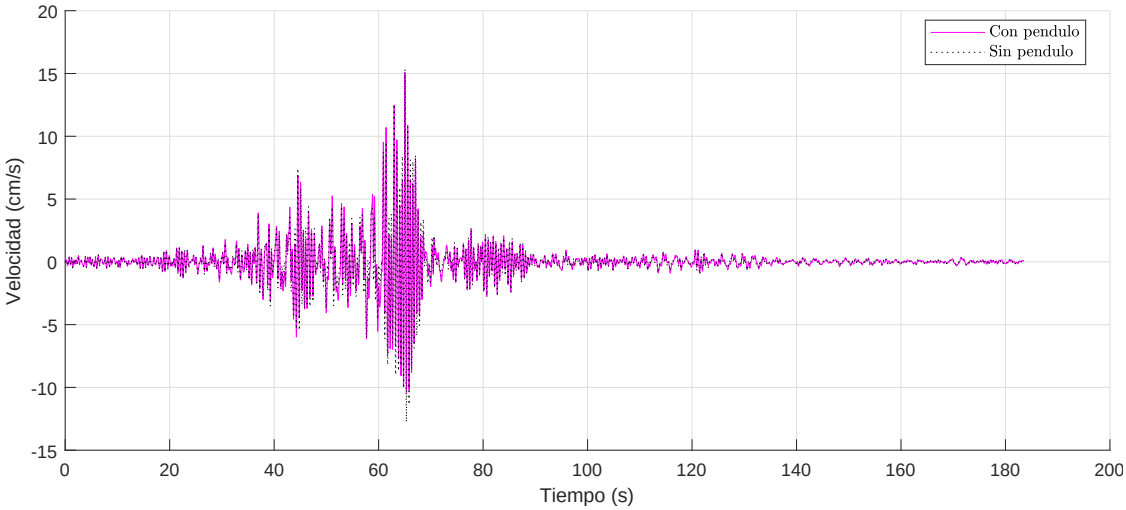


(C) Aceleración

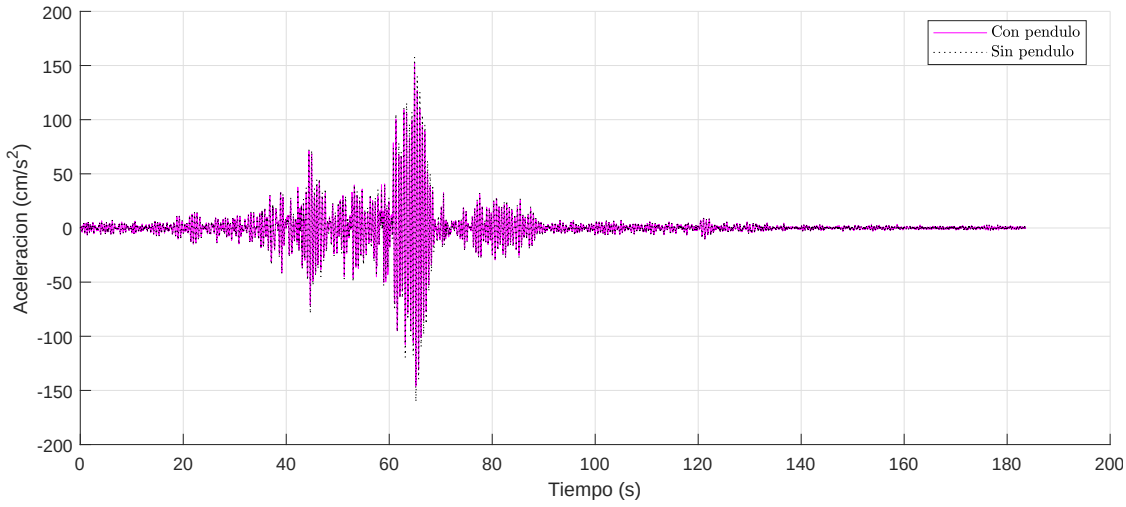
FIGURA 5.44: Respuesta del sistema de un grado de libertad con control de la velocidad al registro de SCT



(A) Desplazamiento

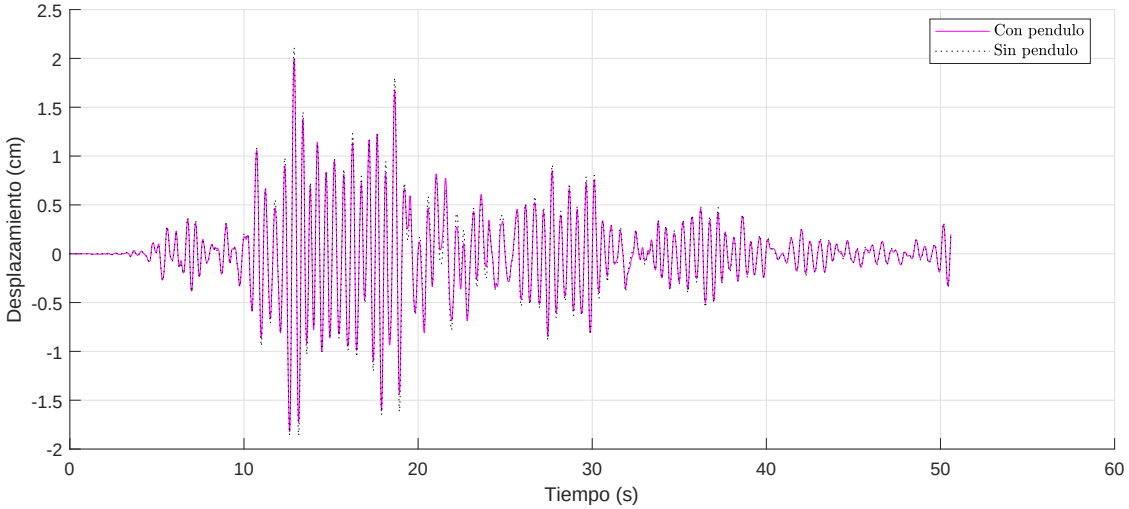


(B) Velocidad

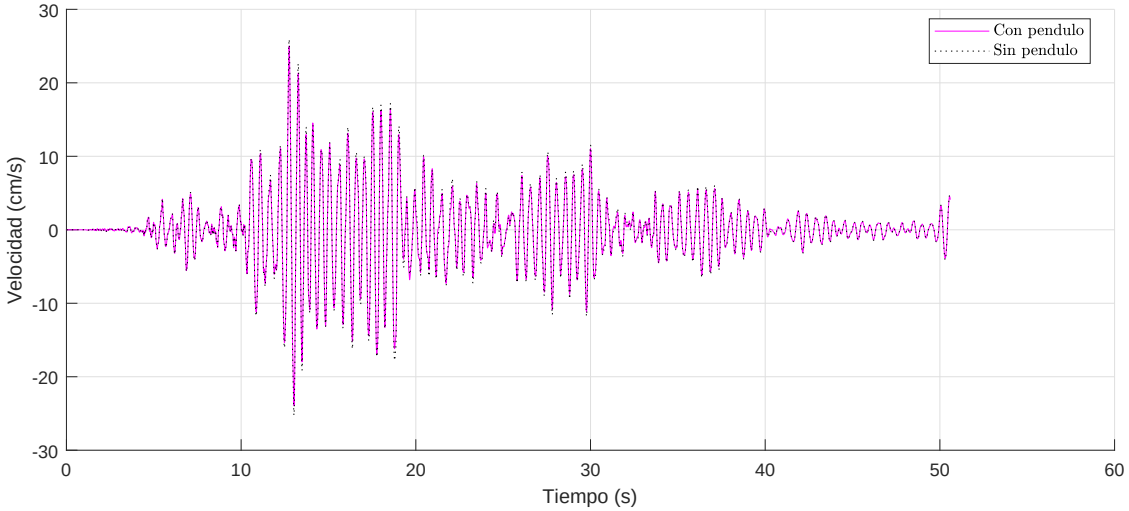


(C) Aceleración

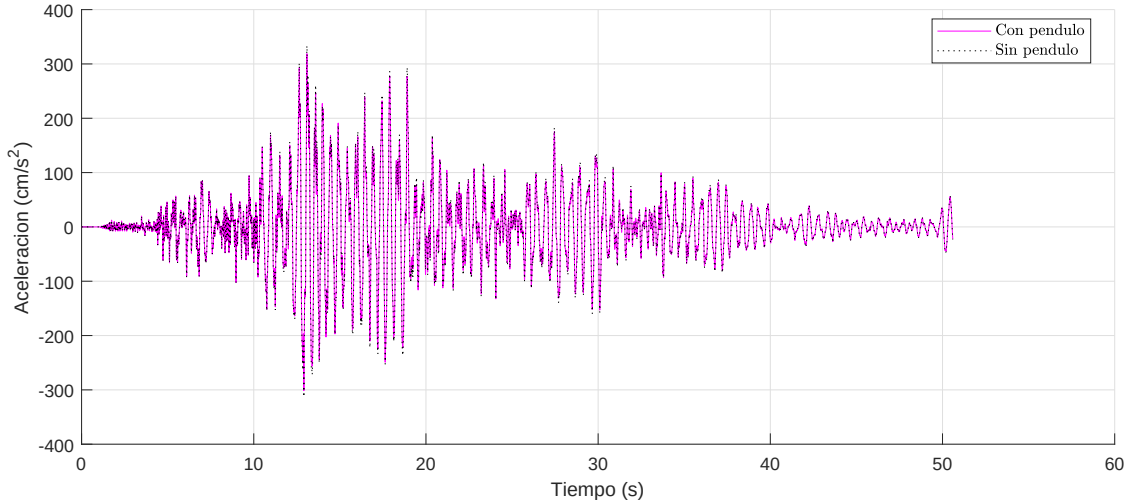
FIGURA 5.45: Respuesta del sistema de un grado de libertad con control de la aceleración al registro de SCT



(A) Desplazamiento

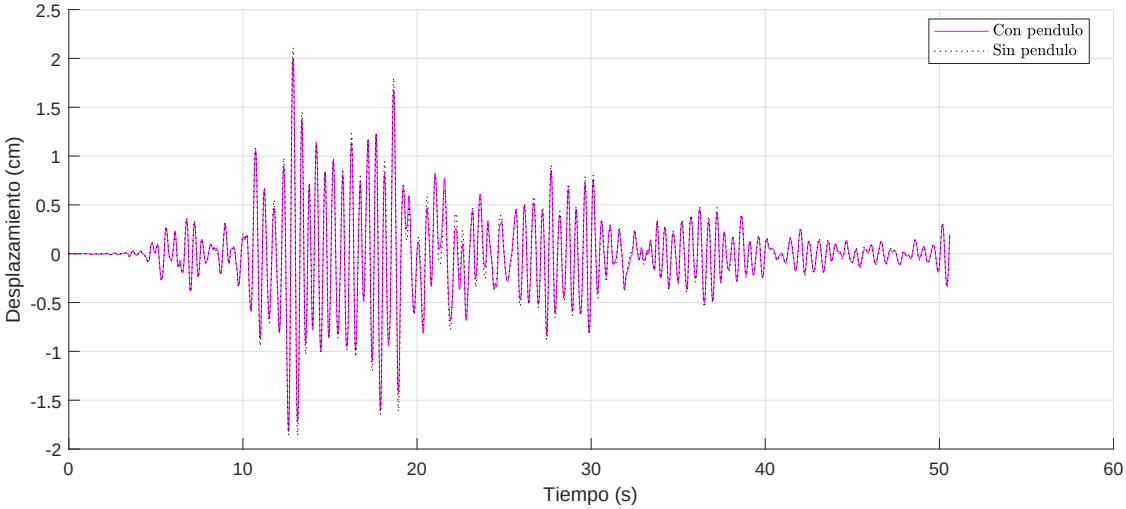


(B) Velocidad

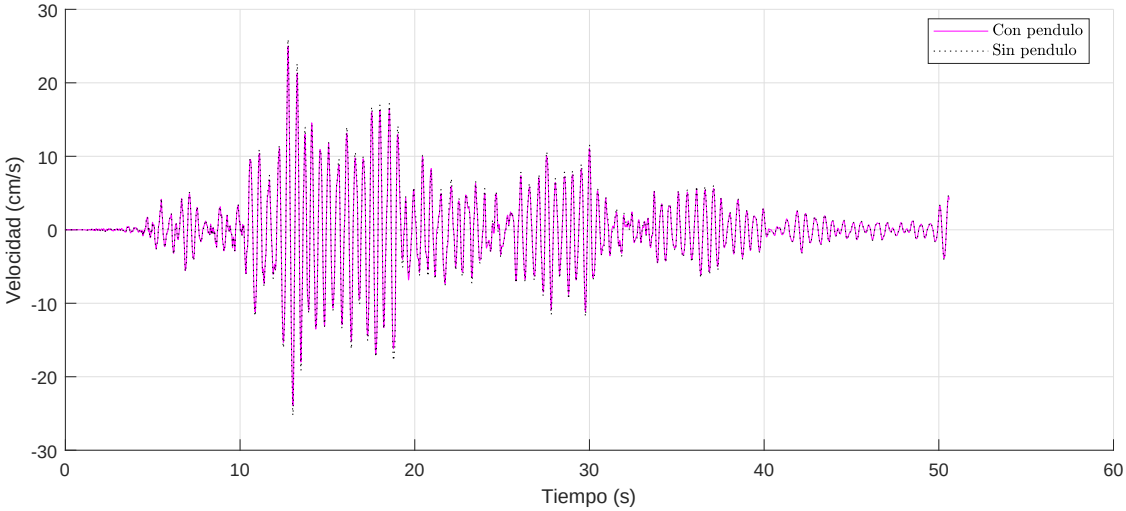


(C) Aceleración

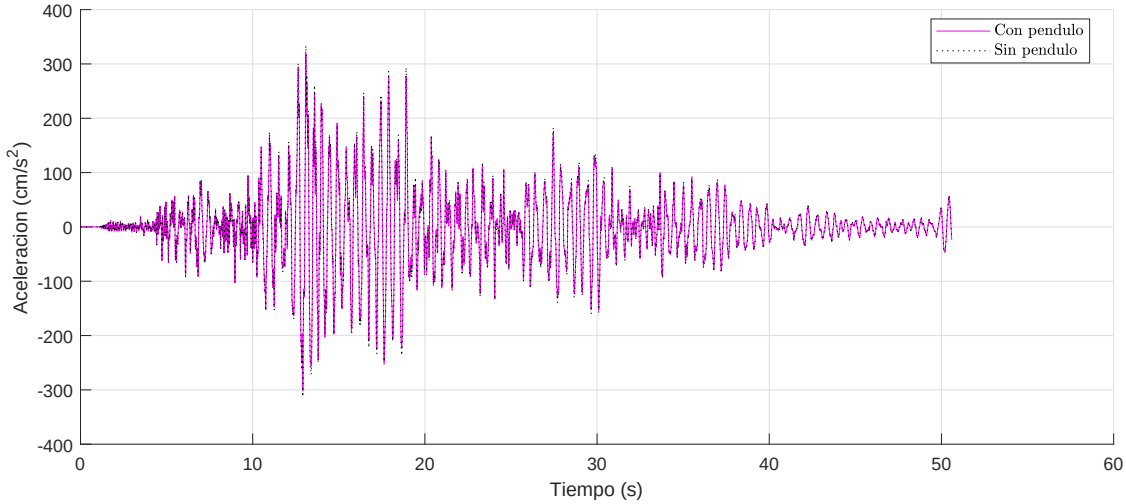
FIGURA 5.46: Respuesta del sistema de un grado de libertad con control del desplazamiento al registro de Caleta de Campos



(A) Desplazamiento

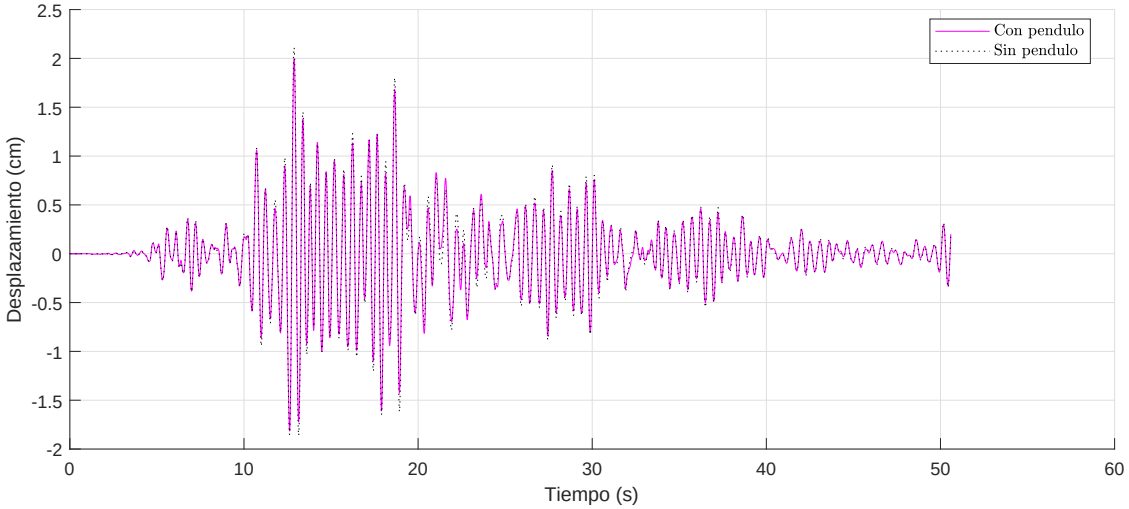


(B) Velocidad

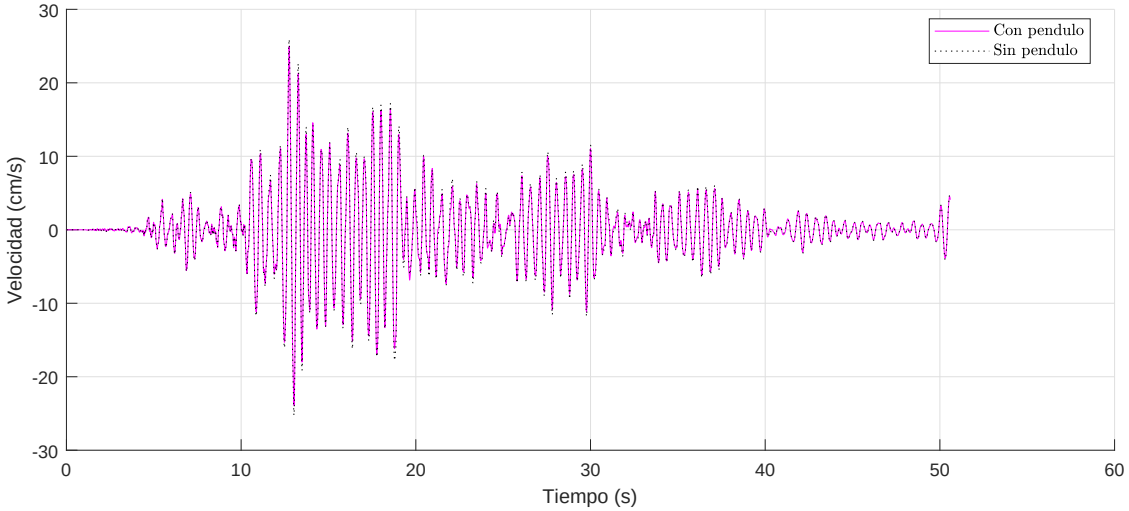


(C) Aceleración

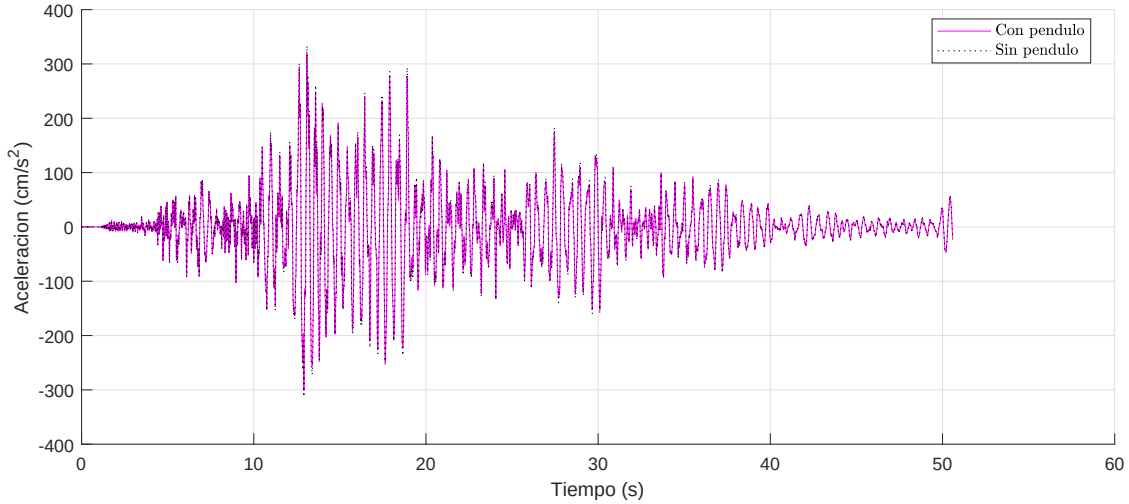
FIGURA 5.47: Respuesta del sistema de un grado de libertad con control de la velocidad al registro de Caleta de Campos



(A) Desplazamiento

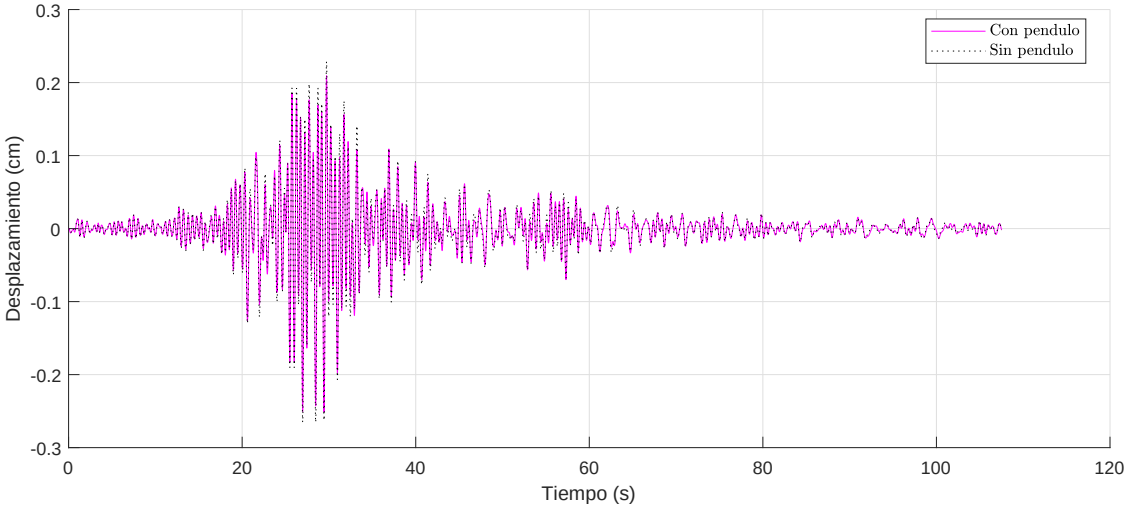


(B) Velocidad

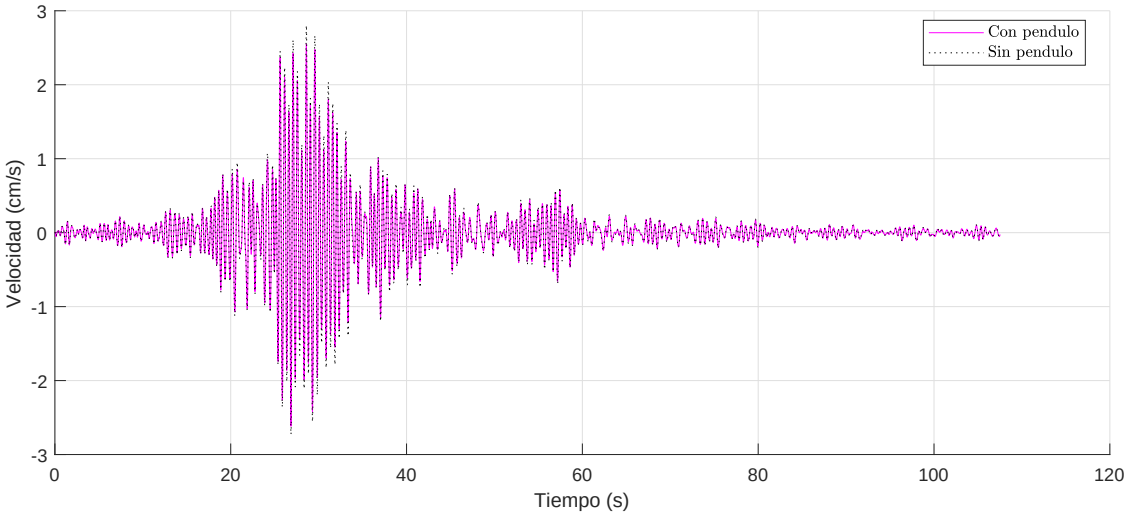


(C) Aceleración

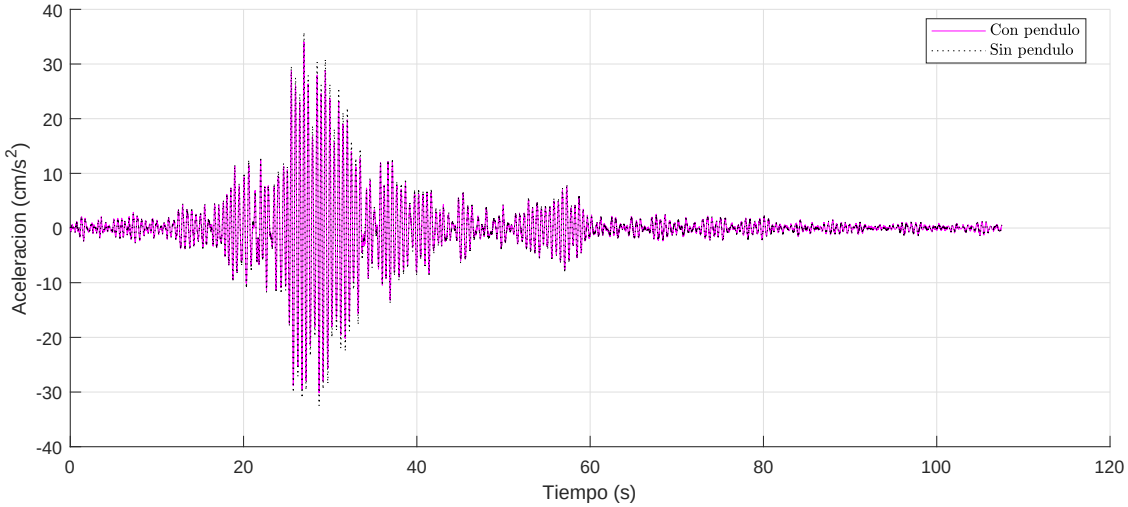
FIGURA 5.48: Respuesta del sistema de un grado de libertad con control de la aceleración al registro de Caleta de Campos



(A) Desplazamiento

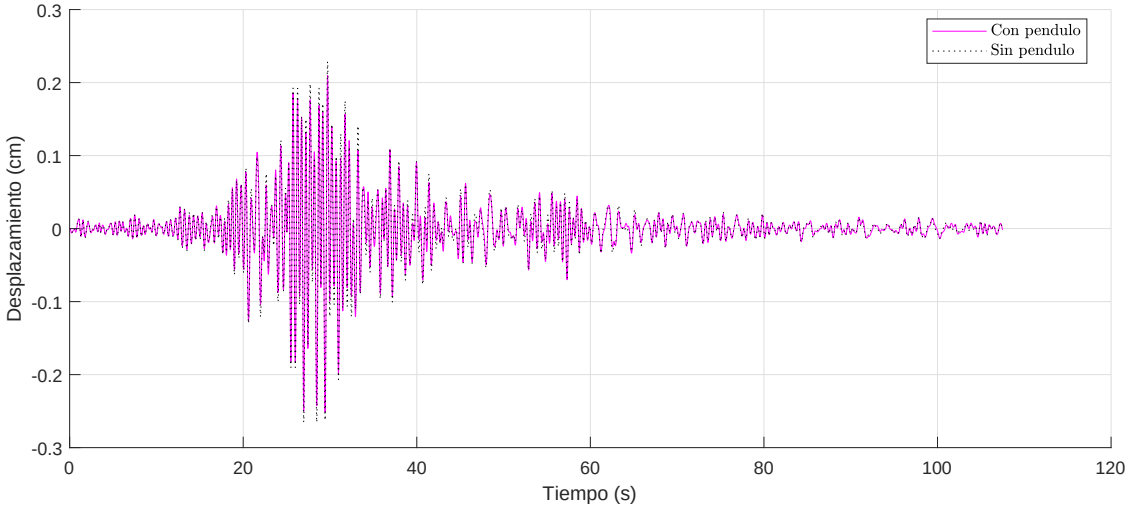


(B) Velocidad

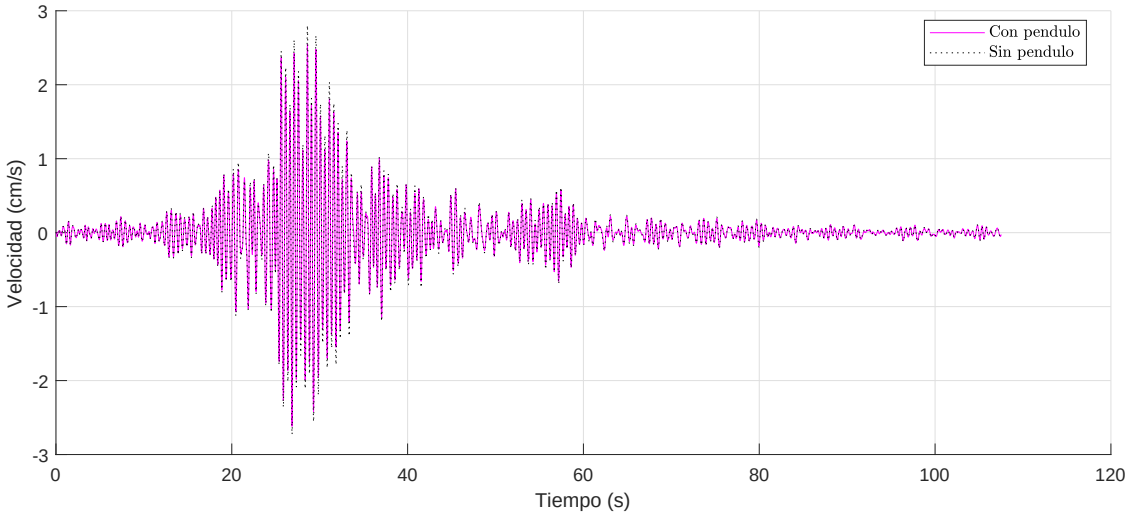


(C) Aceleración

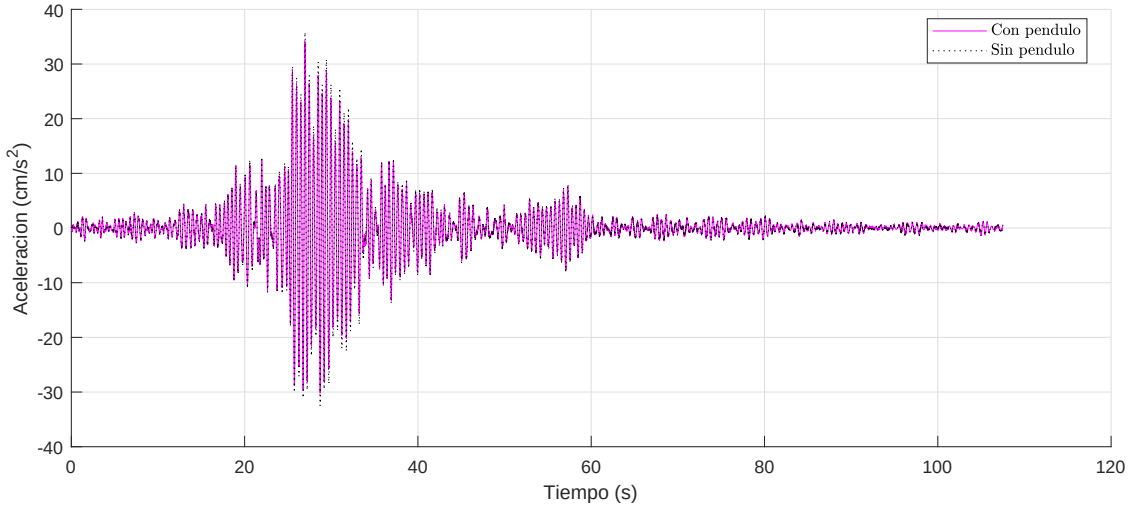
FIGURA 5.49: Respuesta del sistema de un grado de libertad con control del desplazamiento al registro de Ana Freud



(A) Desplazamiento

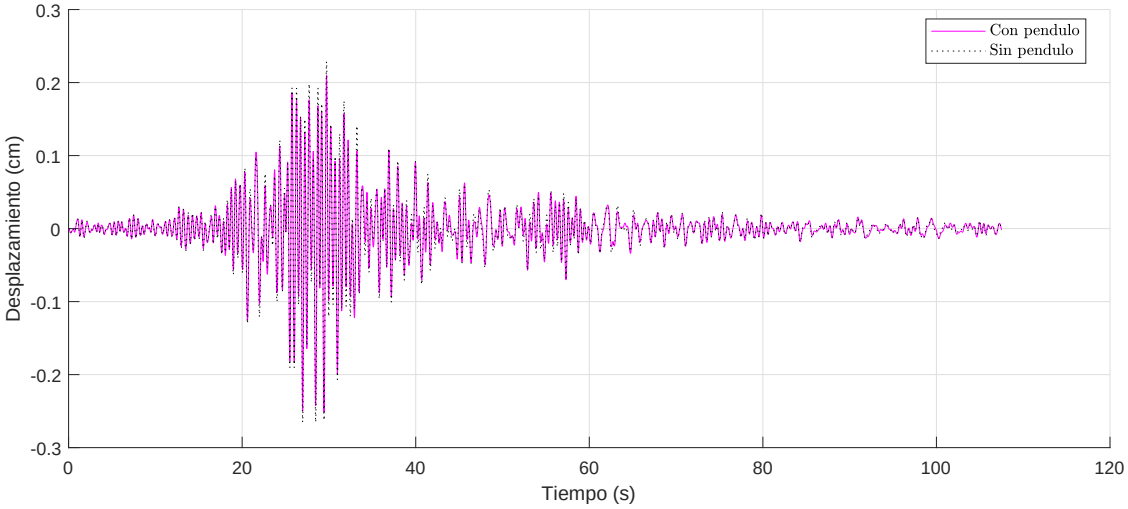


(B) Velocidad

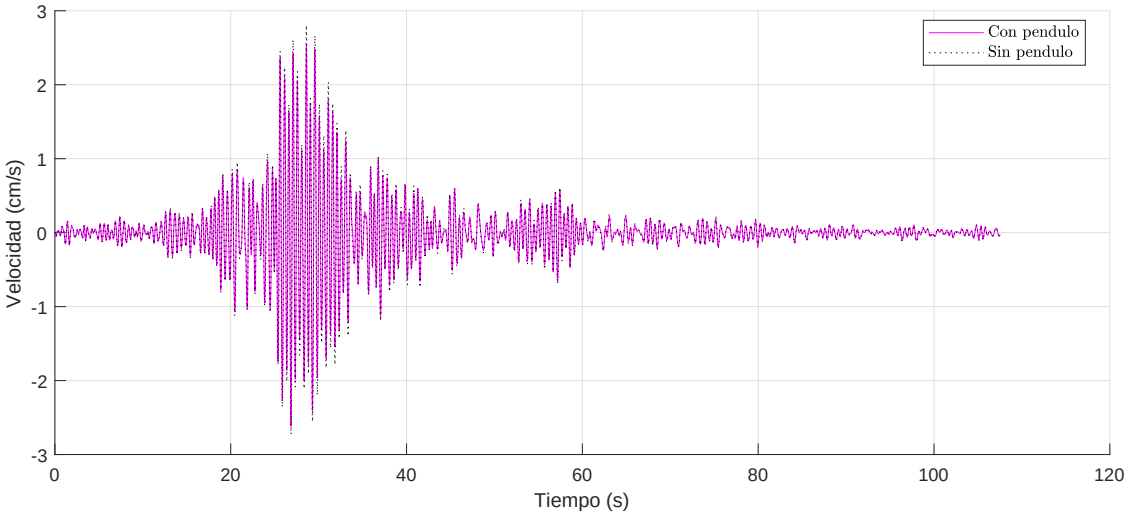


(C) Aceleración

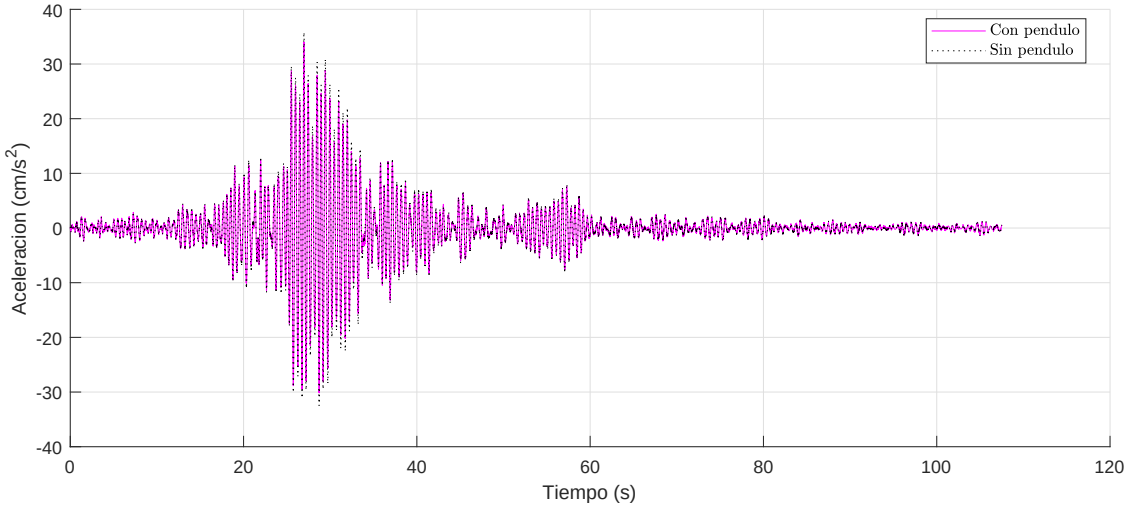
FIGURA 5.50: Respuesta del sistema de un grado de libertad con control de la velocidad al registro de Ana Freud



(A) Desplazamiento

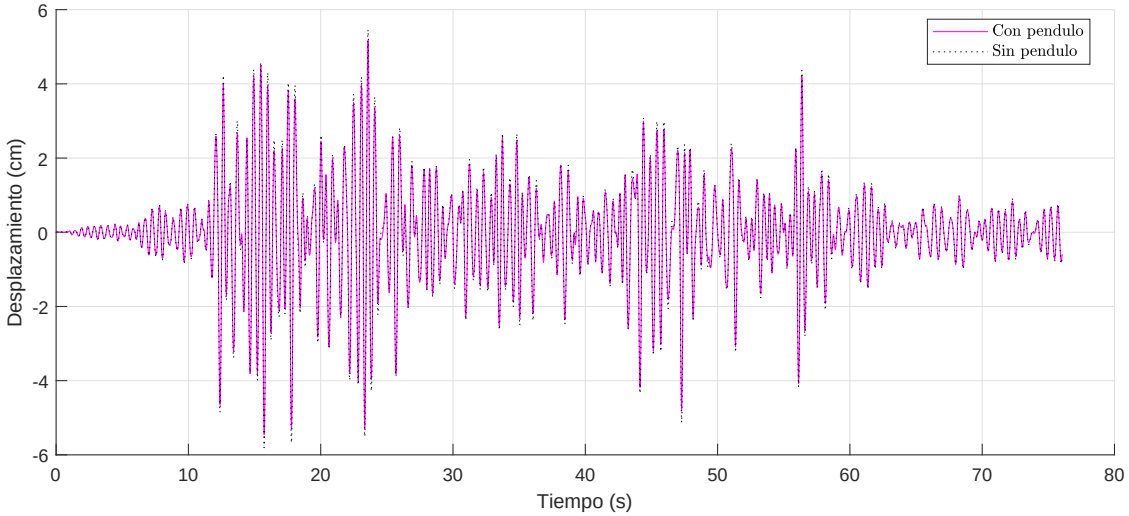


(B) Velocidad

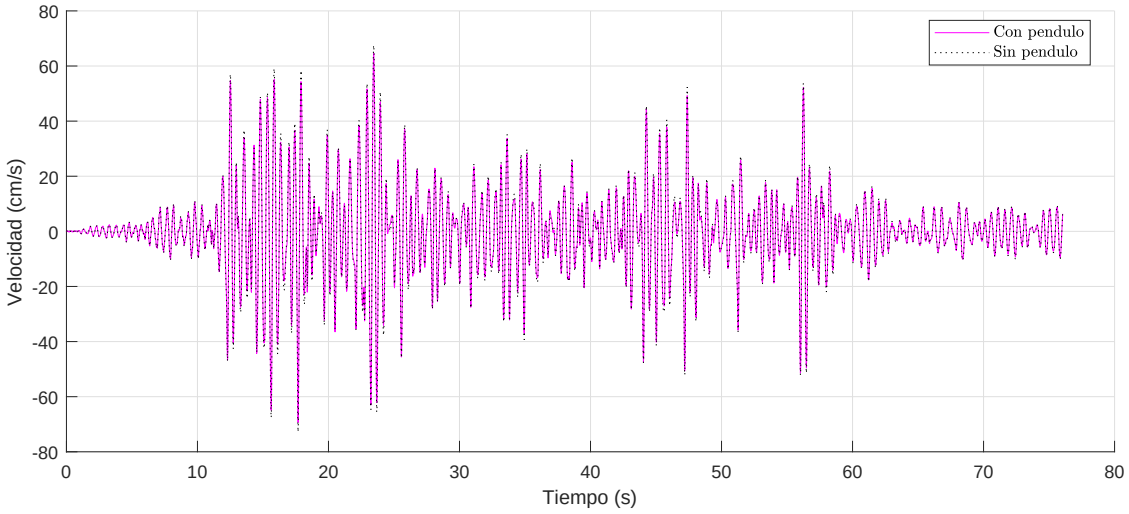


(C) Aceleración

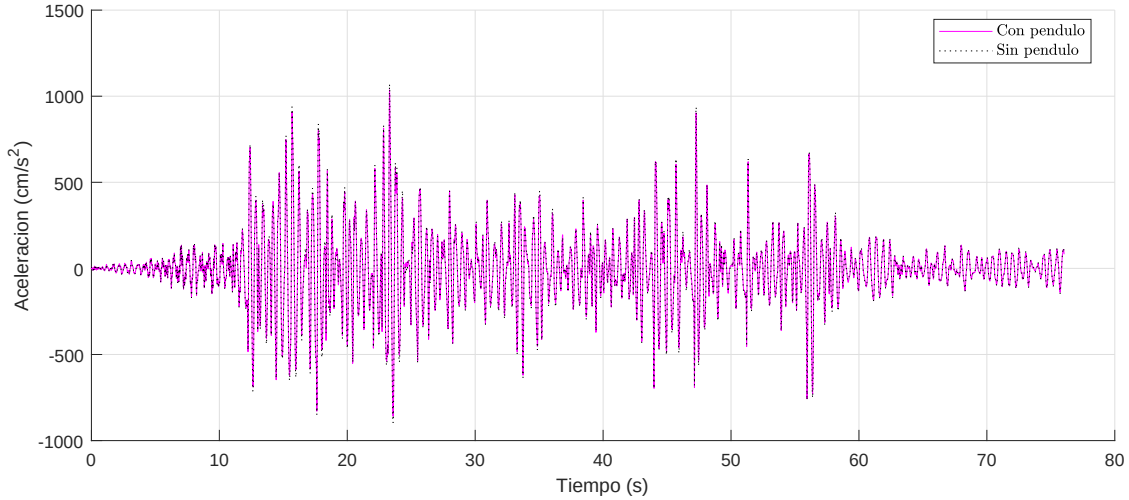
FIGURA 5.51: Respuesta del sistema de un grado de libertad con control de la aceleración al registro de Ana Freud



(A) Desplazamiento

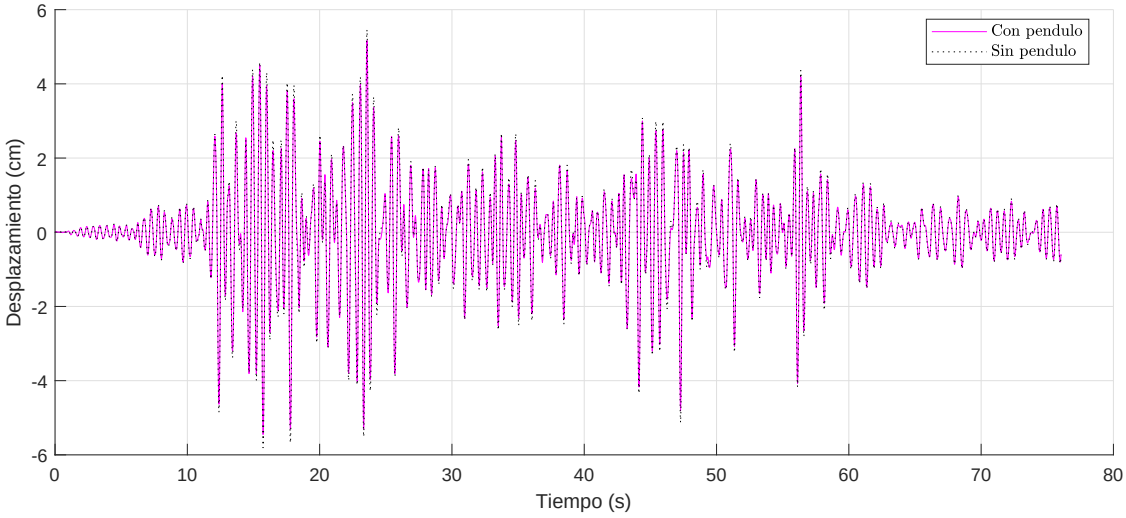


(B) Velocidad

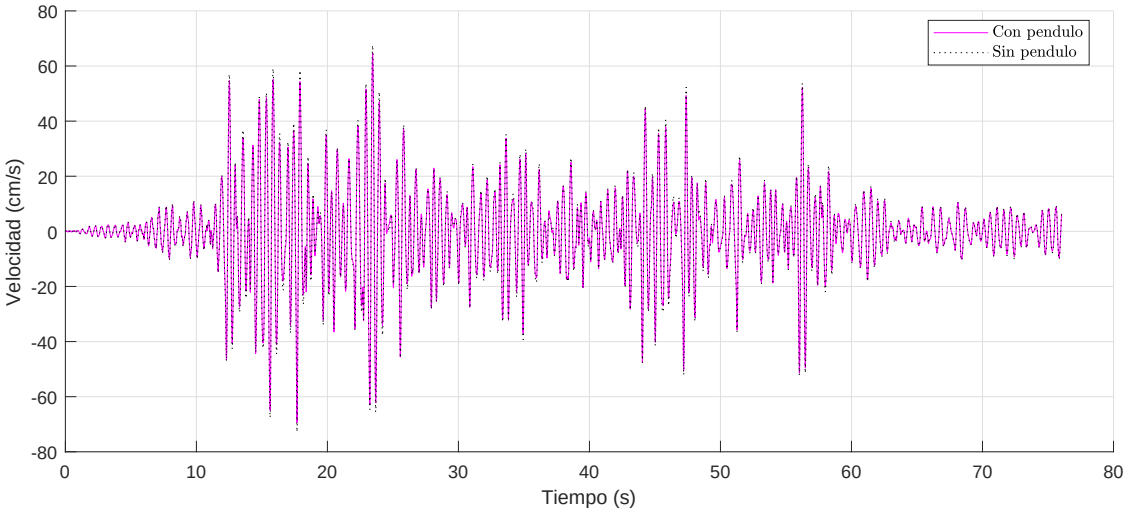


(C) Aceleración

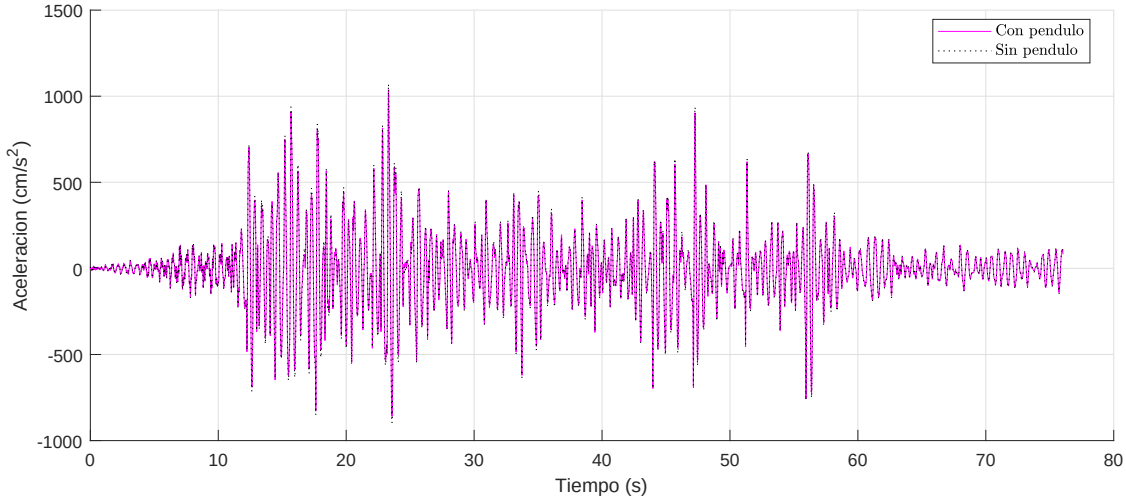
FIGURA 5.52: Respuesta del sistema de un grado de libertad con control del desplazamiento al registro de Villita Corona Centro



(A) Desplazamiento

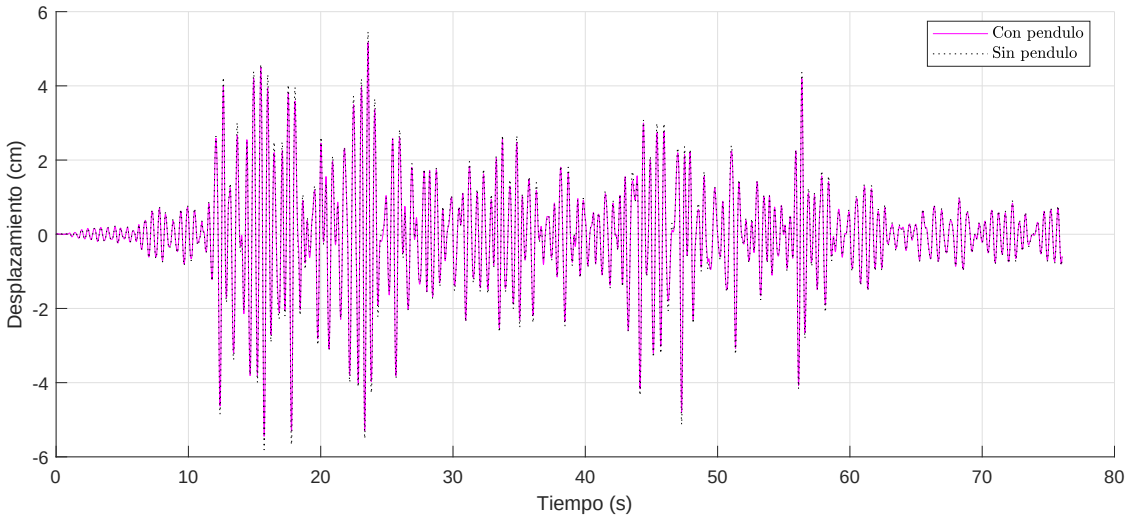


(B) Velocidad

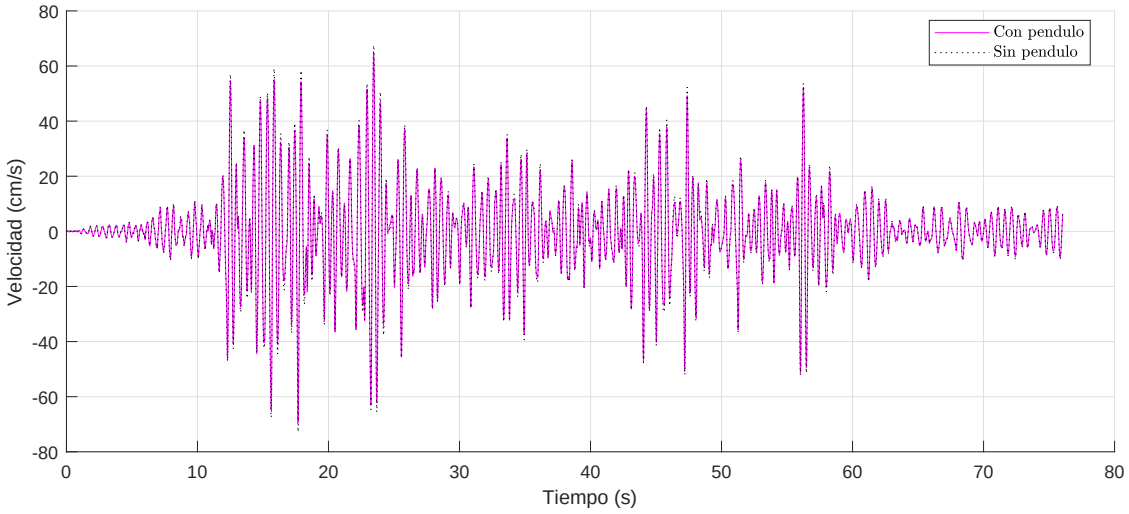


(C) Aceleración

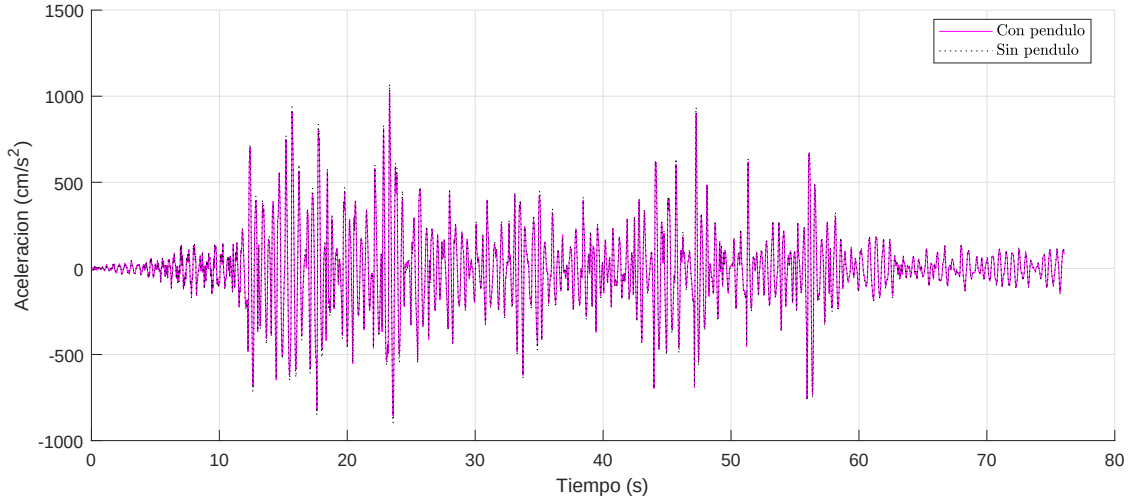
FIGURA 5.53: Respuesta del sistema de un grado de libertad con control de la velocidad al registro de Villita Corona Centro



(A) Desplazamiento



(B) Velocidad



(C) Aceleración

FIGURA 5.54: Respuesta del sistema de un grado de libertad con control de la aceleración al registro de Villita Corona Centro

Los valores de la respuesta máxima de la estructura ante sismo con TMD y sin él, y su disminución se muestran en la Tabla 5.13 y la Tabla 5.14. Los resultados muestran que, para el registro de SCT, el péndulo para el control de las aceleraciones presentó la mayor disminución del desplazamiento, velocidad y aceleración de manera global, mientras que el péndulo para el control de los desplazamientos, presentó la mayor disminución de la respuesta máxima de velocidad y aceleración. Para el caso del desplazamiento máximo, todos los péndulos incrementaron su magnitud, siendo el péndulo de desplazamiento el que lo incrementó en menor magnitud y el del control de la aceleración el que lo incrementó en mayor magnitud. Para el registro de Caleta de Campos, el péndulo para el control de las aceleraciones presentó la mayor disminución en todas las respuestas de manera global, por otro lado, para la respuesta máxima de desplazamiento la mayor disminución la alcanzan los péndulos de desplazamiento y aceleración, para la velocidad el péndulo de aceleración y para la aceleración el péndulo para el control de los desplazamientos. Para el registro de Ana Freud, el péndulo para el control de la aceleración presentó la mayor disminución en todas las respuestas de manera global y para las máximas respuestas de desplazamiento y velocidad, mientras que, para la aceleración máxima, el péndulo para el control del desplazamiento fue el que mejor resultado obtuvo. Para el registro de Villita Corona, el péndulo para el control de la aceleración disminuyó en mayor magnitud los desplazamientos, velocidades y aceleraciones de manera global y máxima. En resumen, para el conjunto de registros estudiados el péndulo para el control de las aceleraciones permitió un mejor control de la respuesta ya que fue el que para todos los registros disminuyó en mayor magnitud todas las respuestas además de que, para la mayoría de las respuestas máximas, también alcanzó el máximo control estructural en comparación con los otros péndulos estudiados.

TABLA 5.13: Respuestas máximas del sistema de un grado de libertad con péndulo

Tipo de respuesta	Sin TMD	TMD Desp.	TMD Vel.	TMD Ace.
SCT				
Desplazamiento cm	1.5313	1.8971	1.9344	1.9606
Velocidad cm/s	15.3801	14.8080	14.9310	15.0351
Aceleración cm/s^2	160.3094	152.1073	152.3073	152.2292
Caleta de Campos				
Desplazamiento cm	2.1094	1.9915	1.9919	1.9915
Velocidad cm/s	25.9225	24.9934	24.9805	24.9608
Aceleración cm/s^2	333.3470	318.9079	319.0809	318.9767
Ana Freud				
Desplazamiento cm	0.2652	0.2514	0.2514	0.2510
Velocidad cm/s	2.8032	2.6167	2.6177	2.6167
Aceleración cm/s^2	35.8006	34.0055	34.0284	34.0151
Villita Corona Centro				
Desplazamiento cm	5.8159	5.4524	5.4500	5.4447
Velocidad cm/s	72.8234	69.3438	69.3286	69.2826
Aceleración cm/s^2	1069.4776	1036.6778	1036.7820	1036.4065

TABLA 5.14: Porcentaje de disminución de la respuesta del sistema de un grado de libertad con péndulo

Tipo de respuesta	TMD desplazamiento		TMD velocidad		TMD aceleración	
	Máxima	Global	Máxima	Global	Máxima	Global
SCT						
Desplazamiento	-23.89 %	49.19 %	-26.32 %	51.07 %	-28.04 %	51.82 %
Velocidad	3.72 %	22.48 %	2.92 %	23.35 %	2.24 %	23.76 %
Aceleración	5.12 %	10.06 %	4.99 %	10.20 %	5.04 %	10.35 %
Caleta de Campos						
Desplazamiento	5.59 %	10.63 %	5.57 %	10.76 %	5.59 %	10.85 %
Velocidad	3.58 %	7.35 %	3.63 %	7.35 %	3.71 %	7.43 %
Aceleración	4.33 %	6.57 %	4.28 %	6.56 %	4.31 %	6.63 %
Ana Freud						
Desplazamiento	5.23 %	14.23 %	5.22 %	14.74 %	5.38 %	15.15 %
Velocidad	6.65 %	9.09 %	6.62 %	9.16 %	6.66 %	9.31 %
Aceleración	5.01 %	8.36 %	4.95 %	8.35 %	4.99 %	8.44 %
Villita Corona Centro						
Desplazamiento	6.25 %	7.11 %	6.29 %	7.13 %	6.38 %	7.24 %
Velocidad	4.78 %	6.65 %	4.80 %	6.64 %	4.86 %	6.72 %
Aceleración	3.07 %	5.90 %	3.06 %	5.89 %	3.09 %	5.96 %

Sistema de dos grados de libertad

Al sistema de dos grados de libertad presentado en la Sección 2.6.2 se adiciona un TMD pendular. Se propone que la relación de masas, μ, sea de 0.10. El modo de vibrar que seleccionado a disminuir es el primero. Además, se supone que la rigidez del péndulo, K_p, es igual al 8 % de la rigidez de la estructura.

Para comparar la disminución de la respuesta, el sistema se somete a los registros sísmicos de la estación SCT-1 del 19 de septiembre de 1985, empleando la componente N90E, Figura 2.15, a la componente S00E de la estación Caleta de Campos (19 de septiembre de 1985), Figura 5.9, a la componente N00E de la estación Ana Freud (22 de enero de 2003), Figura 5.10, y a la componente S05E de la estación Villita Corona Centro (19 de septiembre de 1985), Figura 5.11.

Con las fórmulas de optimización de los parámetros para sismo del TMD pendular, Gomez, 2007, se dimensionaron tres dispositivos para controlar cada respuesta y comparar los resultados ante un registro sísmico real. El vector de la primera forma modal normalizada a un factor de participación modal unitario es:

$$\Phi_1^T = \begin{pmatrix} 0.6581 & 1.1325 \end{pmatrix}$$

Las propiedades resultantes son

Parámetro	Desplazamiento	Velocidad	Aceleración
$M\,(\mathrm{kN\,s^2\,cm^{-1}})$	0.2357	0.2357	0.2357
$K\,(\mathrm{kN\,cm^{-1}})$	1975.6127	1975.6127	1975.6127
$K_p\,(\mathrm{kN\,cm})$	158.0490	158.0490	158.0490
$M_p\,(\mathrm{kN\,s^2\,cm^{-1}})$	0.0236	0.0236	0.0236
$\omega_a\,(\mathrm{cm^2\,s^{-2}})$	6706.0933	6706.0933	6706.0933
$L\,(\mathrm{cm})$	101.0175	98.4578	96.0833
ξ_p	0.1543	0.1484	0.1466
$m_1\,(\mathrm{kN\,s^2\,cm})$	240.5001	228.4666	217.5796
$m_2\,(\mathrm{kN\,s^2\,cm^{-1}})$	0.0236	0.0236	0.0236
$m_3\,(\mathrm{kN\,s^2})$	2.3808	2.3205	2.2645
$K_{opt}\,(\mathrm{kN\,cm})$	2493.5913	2434.4115	2379.5128
$\omega_p\,(\mathrm{rad/s})$	3.2200	3.2643	3.3070
$C_{opt}\,(\mathrm{kN\,s\,cm})$	238.9522	221.3921	210.9184

El vector de estados para obtener las respuestas del sistema con péndulo usando la formulación con variable estado está dado por:

$$\mathbf{z}_x(t) = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \theta & \dot{x}_1 & \dot{x}_2 & \dot{\theta} \end{pmatrix}^T.$$

Con las dimensiones del TMD pendular resultantes, las matrices que definen la ecuación de movimiento del sistema para controlar el desplazamiento son:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0.100 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.174 & 2.381 \\ 0.000 & 2.381 & 240.500 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1.042 & -0.074 & 0.000 \\ -0.074 & 1.416 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 238.952 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 6003.863 & -3001.931 & 0.000 \\ -3001.931 & 3001.931 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 2493.591 \end{bmatrix}.$$

La ecuación de movimiento en variable estado del sistema con péndulo para la disminución del desplazamiento está dada por:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{\theta} \\ \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix}_k = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} a_k + \begin{bmatrix} 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 \\ -60038.628 & 30019.314 & 0.000 & -10.423 & 0.737 & 0.000 \\ 20012.876 & -20012.876 & 164.565 & 0.491 & -9.441 & 15.770 \\ -198.113 & 198.113 & -11.997 & -0.005 & 0.093 & -1.150 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \theta \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{\theta} \end{pmatrix}_k .$$

Para la disminución de la velocidad, las matrices que definen la ecuación de movimiento del sistema son:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0.100 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.174 & 2.320 \\ 0.000 & 2.320 & 228.467 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1.042 & -0.074 & 0.000 \\ -0.074 & 1.416 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 221.392 \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 6003.863 & -3001.931 & 0.000 \\ -3001.931 & 3001.931 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 2434.412 \end{bmatrix}.$$

La ecuación de movimiento en variable estado del sistema con péndulo para la disminución de la velocidad está dada por:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{\theta} \\ \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix}_k = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} a_k + \begin{bmatrix} 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 \\ -60038.628 & 30019.314 & 0.000 & -10.423 & 0.737 & 0.000 \\ 20012.876 & -20012.876 & 164.836 & 0.491 & -9.441 & 14.991 \\ -203.263 & 203.263 & -12.330 & -0.005 & 0.096 & -1.121 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \theta \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{\theta} \end{pmatrix}_k .$$

Finalmente, las matrices que definen la ecuación de movimiento del sistema con péndulo para el control de la aceleración son:

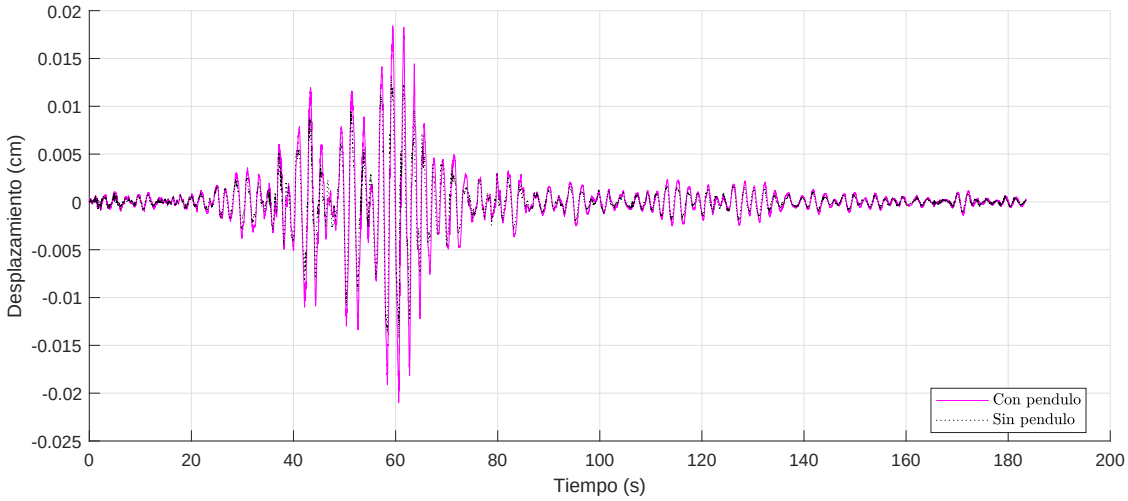
$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0.100 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.174 & 2.264 \\ 0.000 & 2.264 & 217.580 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1.042 & -0.074 & 0.000 \\ -0.074 & 1.416 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 210.918 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 6003.863 & -3001.931 & 0.000 \\ -3001.931 & 3001.931 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 2379.513 \end{bmatrix}.$$

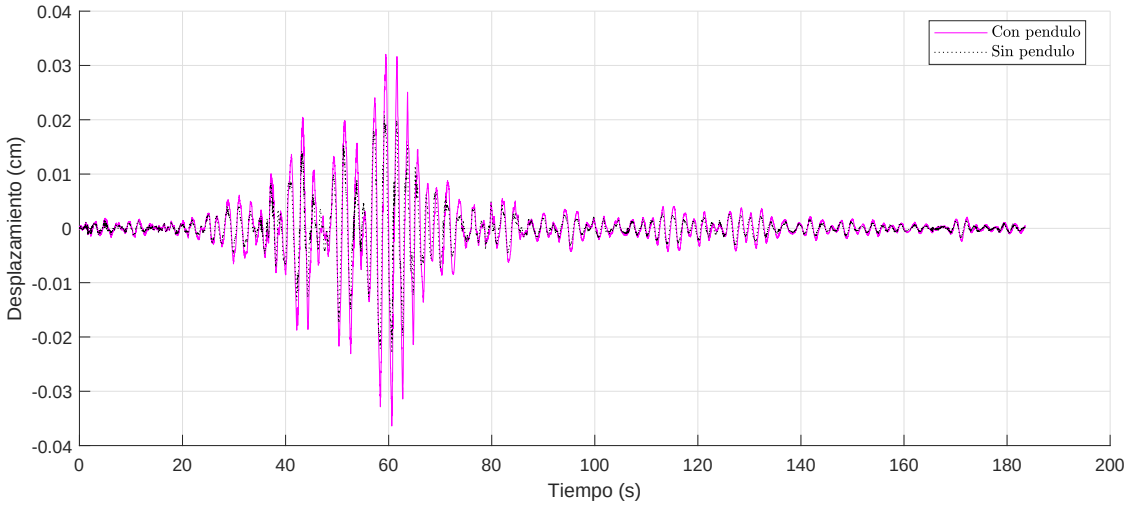
La ecuación de movimiento en variable estado del sistema con péndulo para la disminución de la aceleración está dada por:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{\theta} \\ \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix}_k = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} a_k + \begin{bmatrix} 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 \\ -60038.628 & 30019.314 & 0.000 & -10.423 & 0.737 & 0.000 \\ 20012.876 & -20012.876 & 165.101 & 0.491 & -9.441 & 14.634 \\ -208.287 & 208.287 & -12.655 & -0.005 & 0.098 & -1.122 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \theta \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{\theta} \end{pmatrix}_k.$$

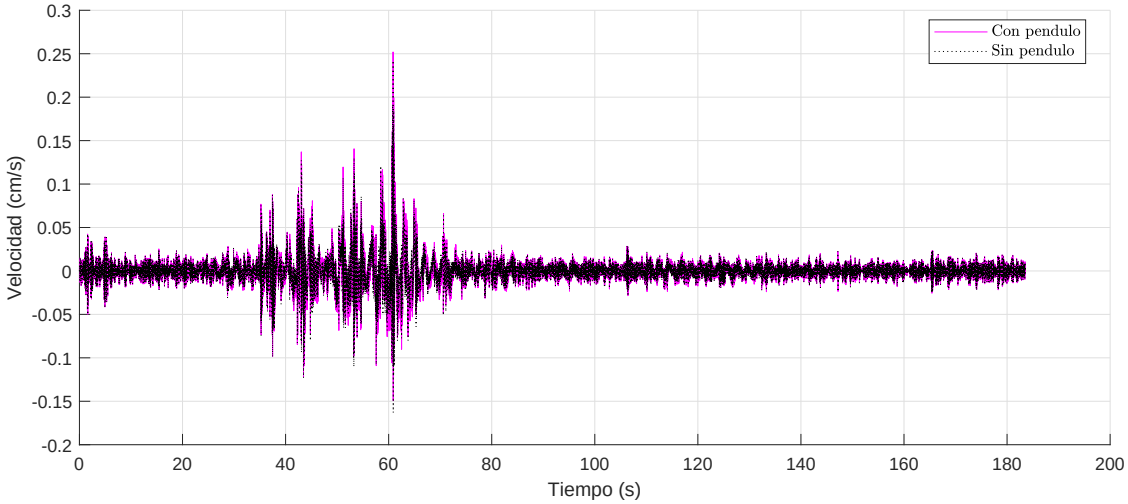
Se determinó la respuesta de la estructura empleando el método RK6-I con cuadraturas rectangulares para los tres distintos péndulos resultantes. Los resultados obtenidos se comparan con la estructura sin TMD para observar la disminución en la respuesta y la eficiencia de los mismos entre sí. Los valores obtenidos se muestran en las Figuras 5.55–5.66.



(A) Desplazamiento nivel 1

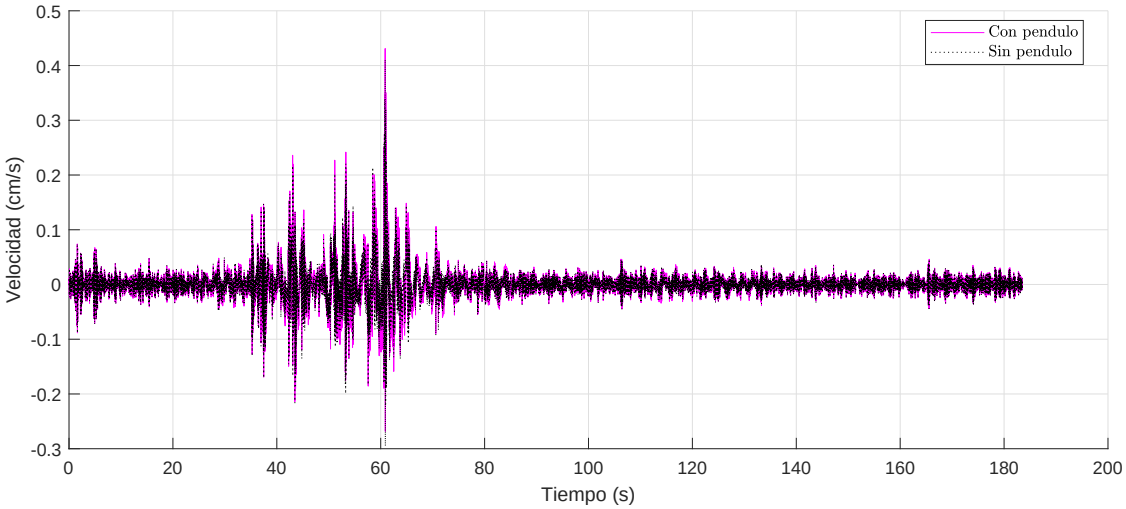


(B) Desplazamiento nivel 2

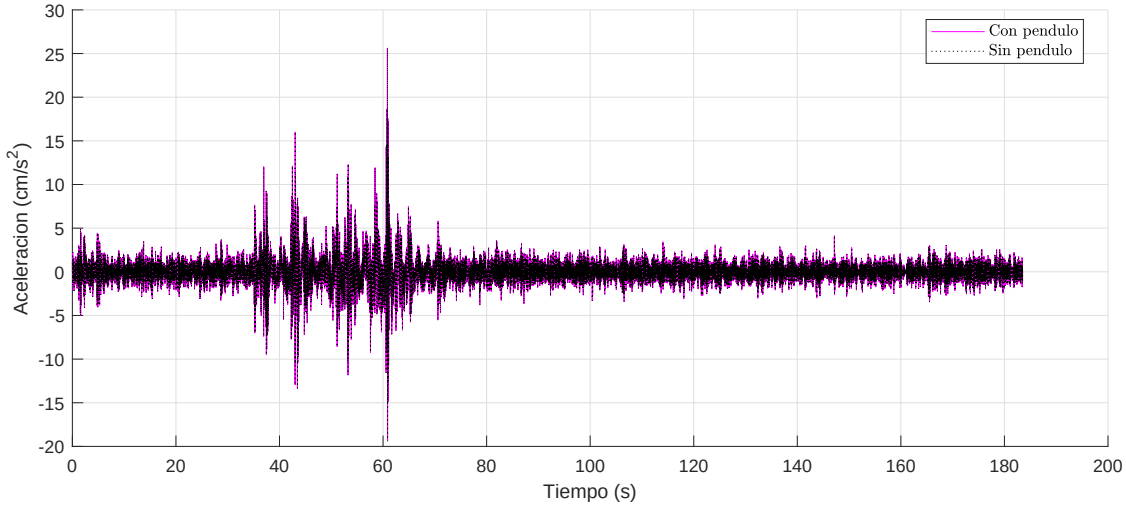


(C) Velocidad nivel 1

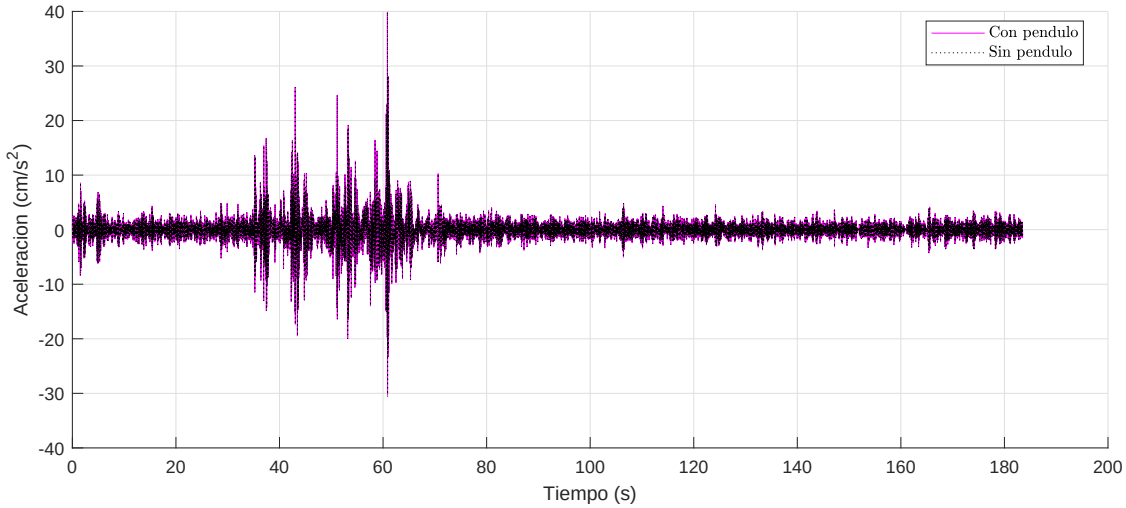
FIGURA 5.55: Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control del desplazamiento al registro de SCT



(D) Velocidad nivel 2

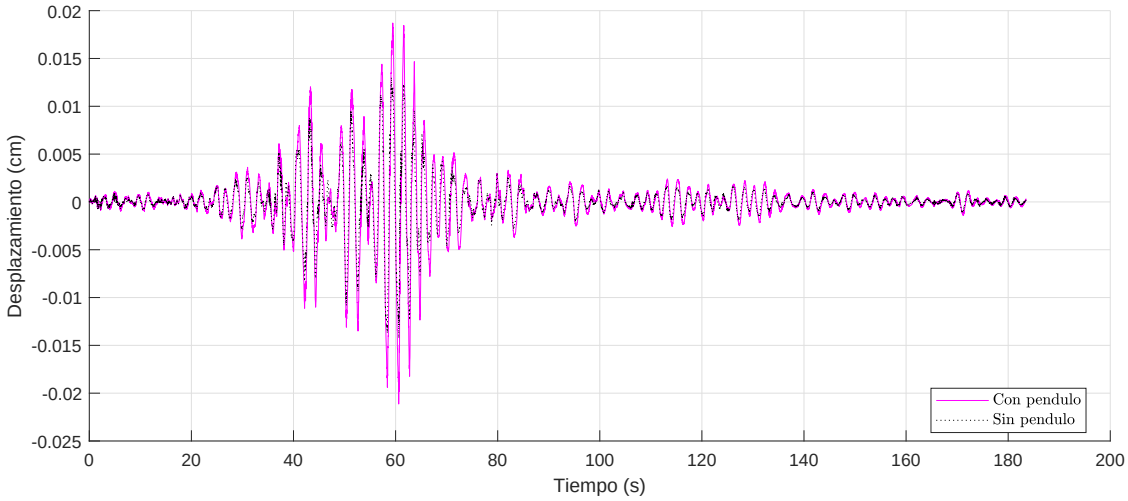


(E) Aceleración nivel 1

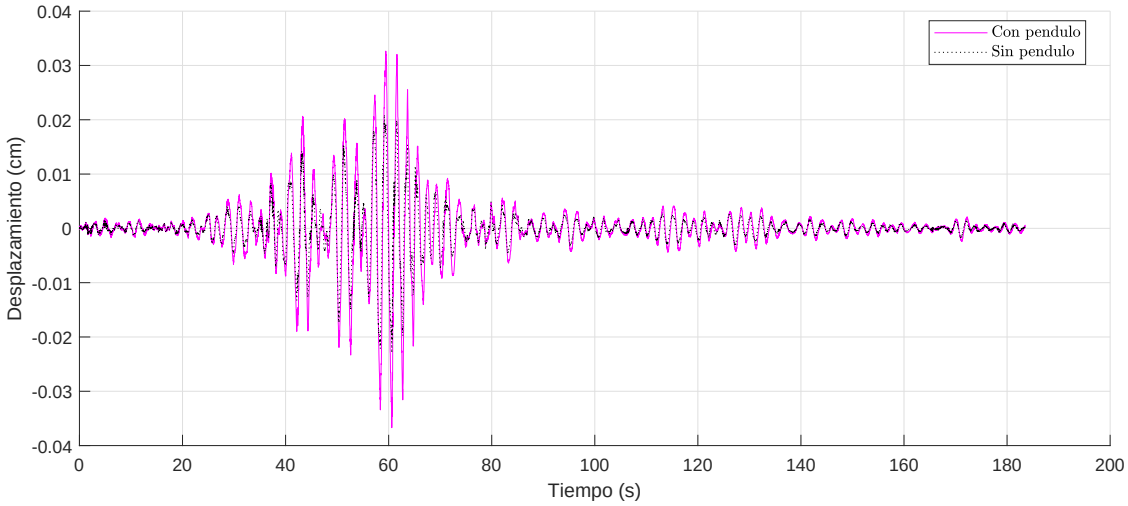


(F) Aceleración nivel 2

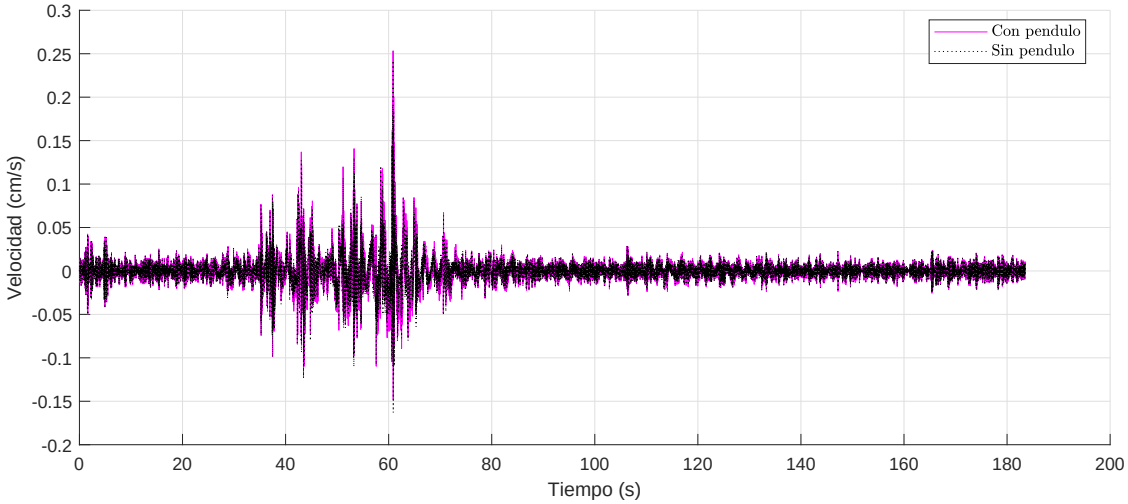
FIGURA 5.55: Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control del desplazamiento al registro de SCT (continuación)



(A) Desplazamiento nivel 1

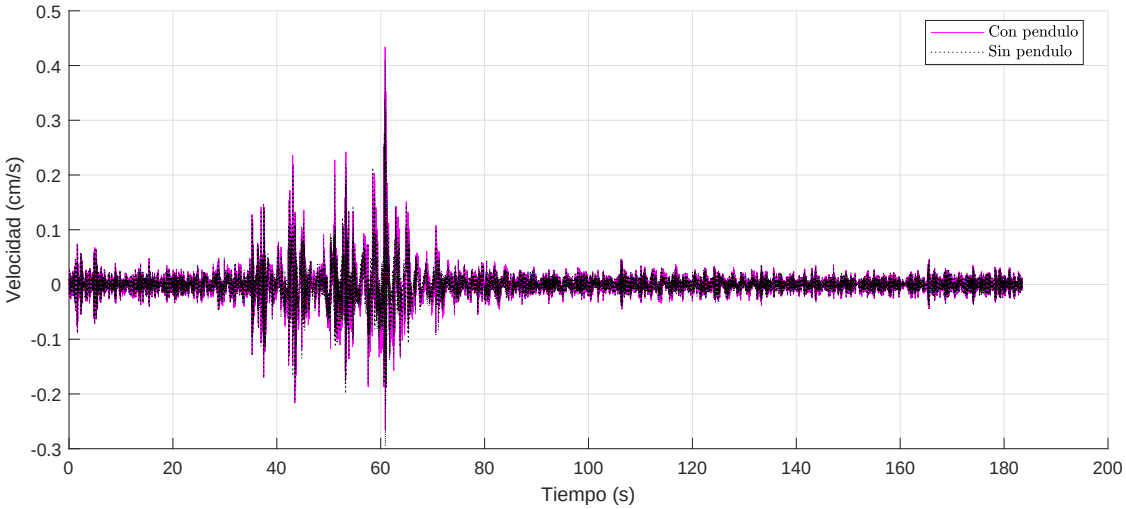


(B) Desplazamiento nivel 2

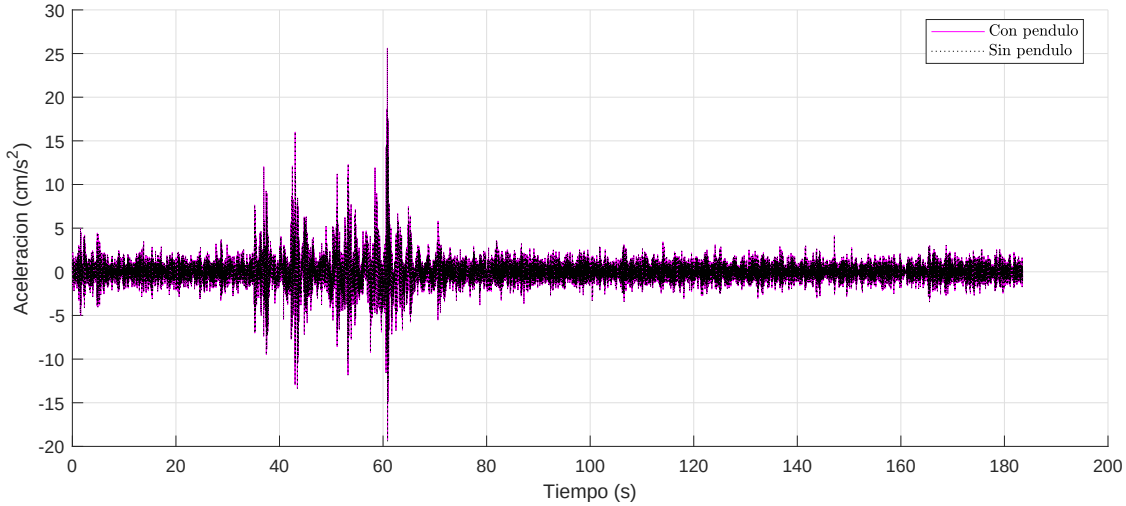


(C) Velocidad nivel 1

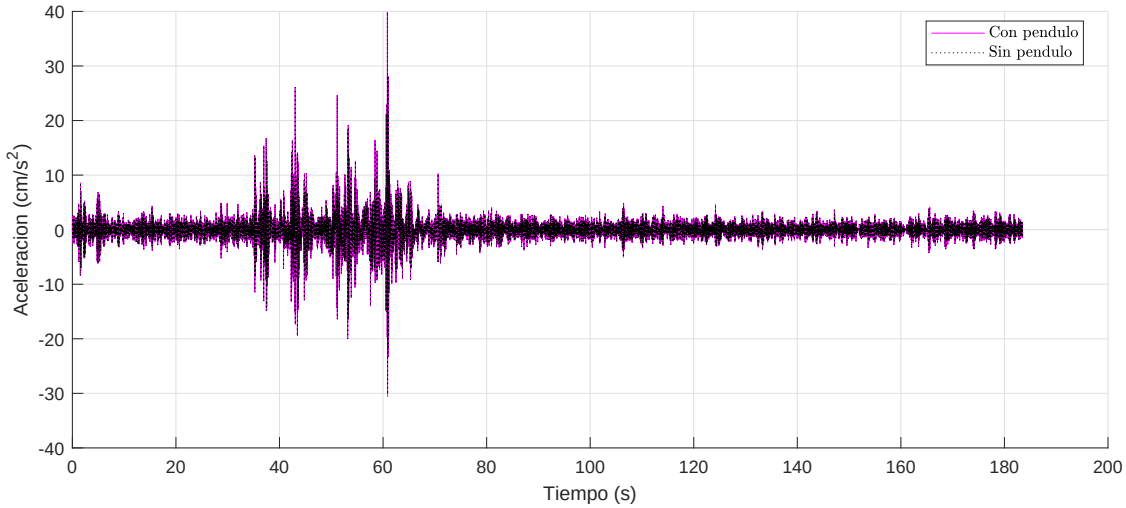
FIGURA 5.56: Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control de la velocidad al registro de SCT



(D) Velocidad nivel 2

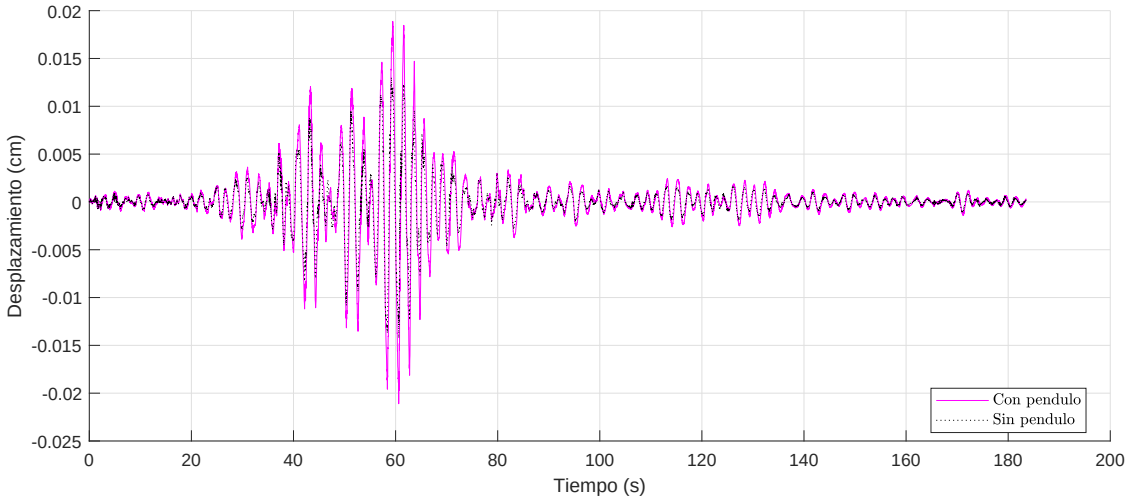


(E) Aceleración nivel 1

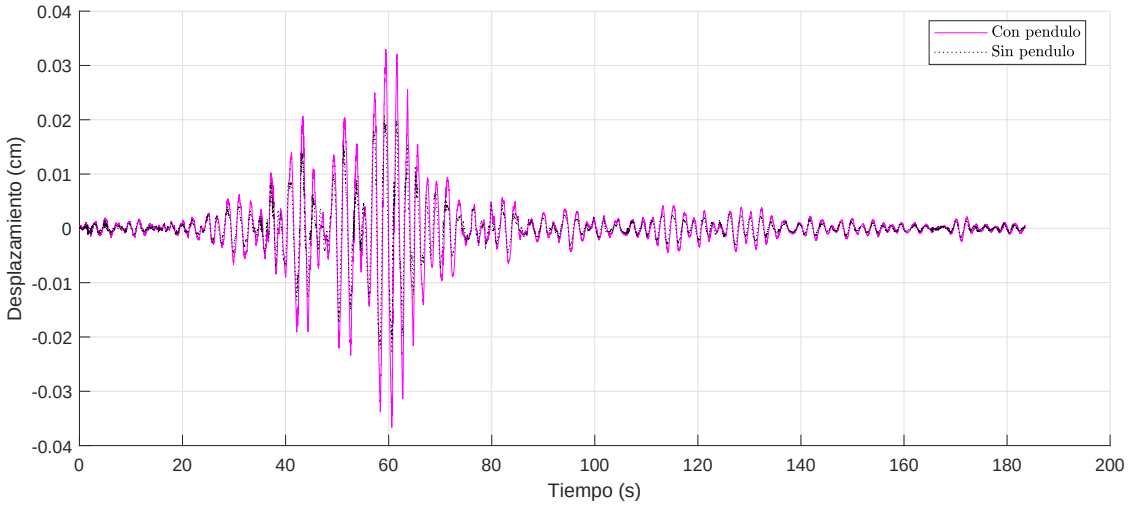


(F) Aceleración nivel 2

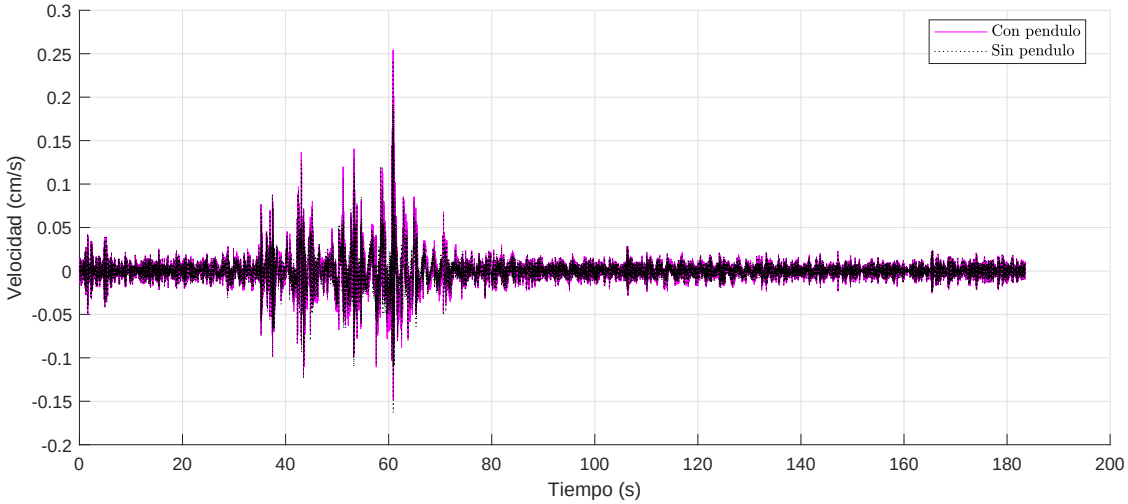
FIGURA 5.56: Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control de la velocidad al registro de SCT (continuación)



(A) Desplazamiento nivel 1

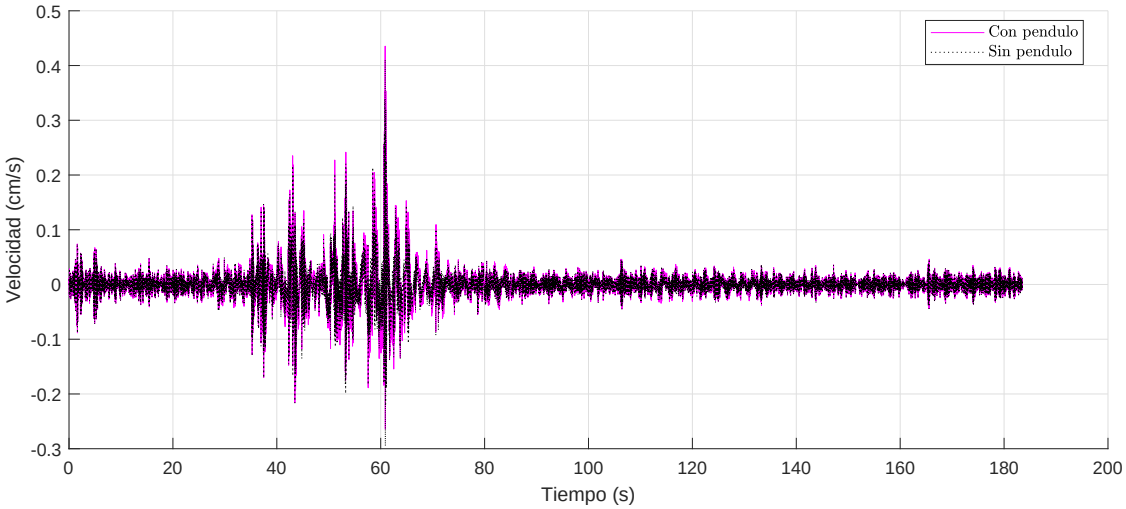


(B) Desplazamiento nivel 2

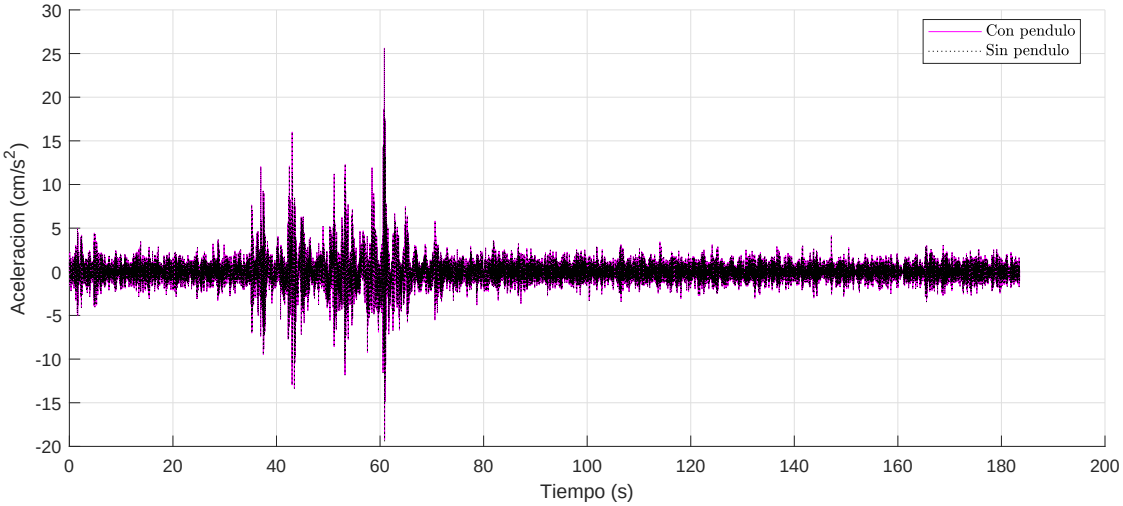


(C) Velocidad nivel 1

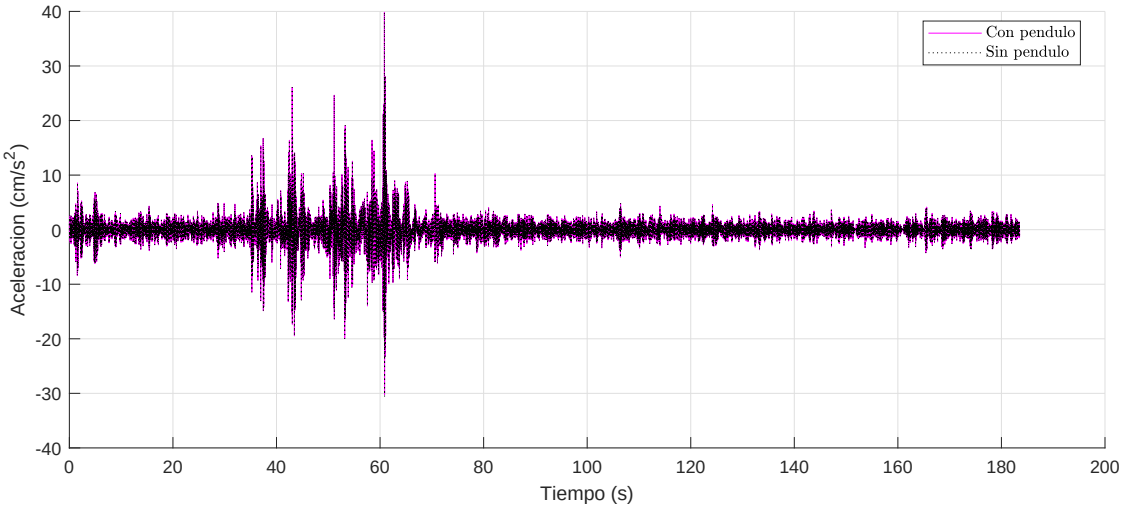
FIGURA 5.57: Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control de la aceleración al registro de SCT



(D) Velocidad nivel 2

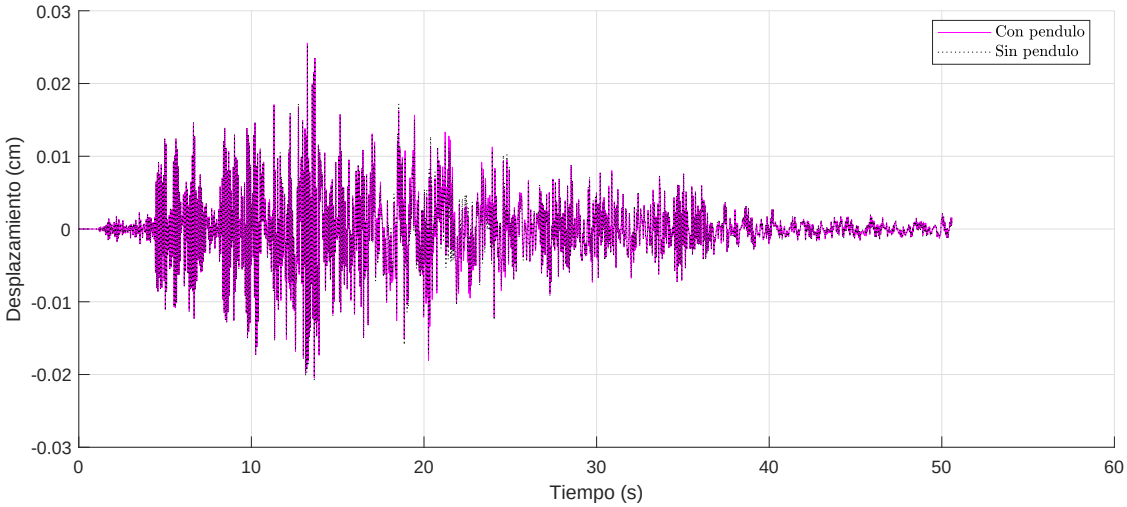


(E) Aceleración nivel 1

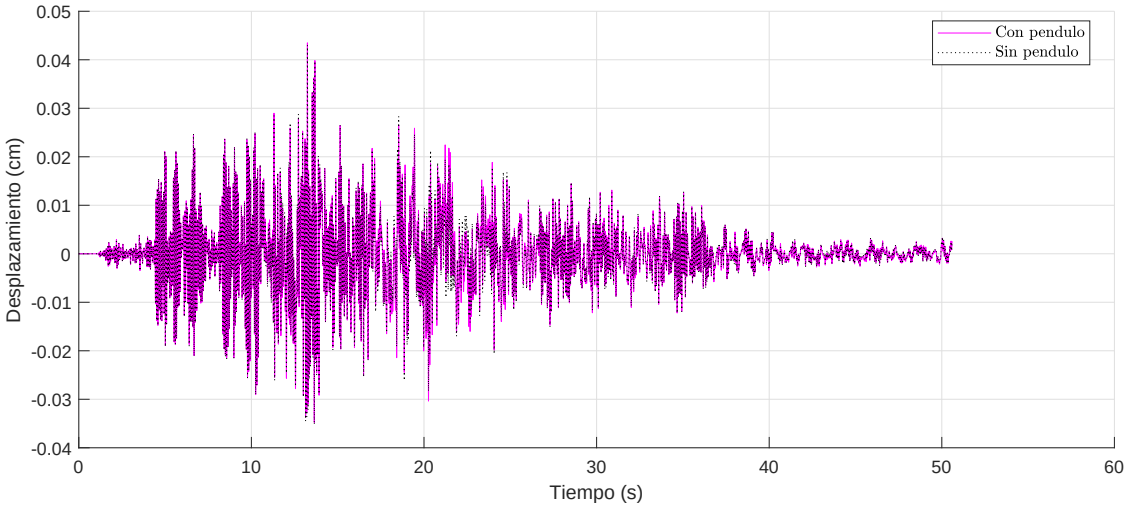


(F) Aceleración nivel 2

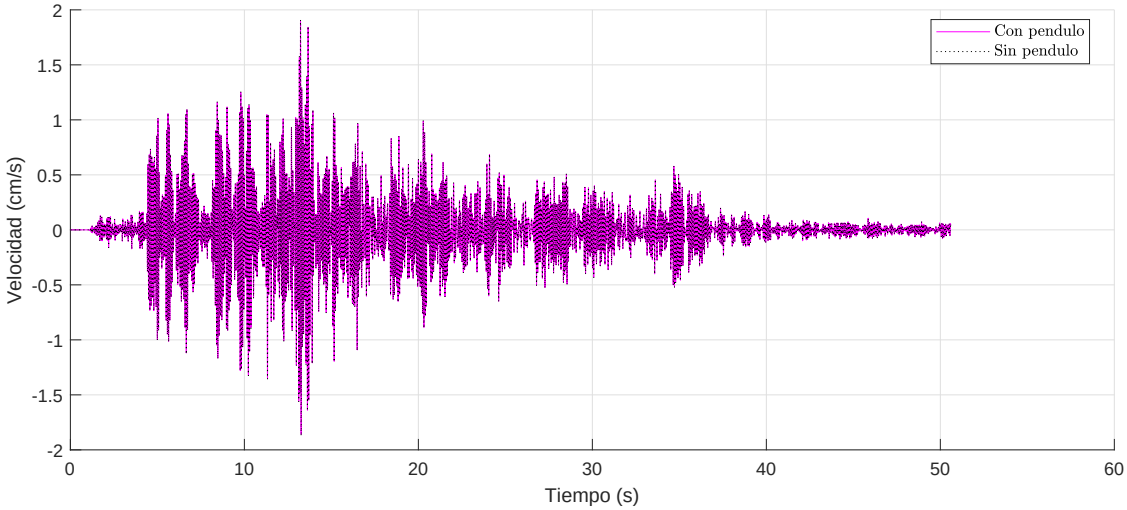
FIGURA 5.57: Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control de la aceleración al registro de SCT (continuación)



(A) Desplazamiento nivel 1

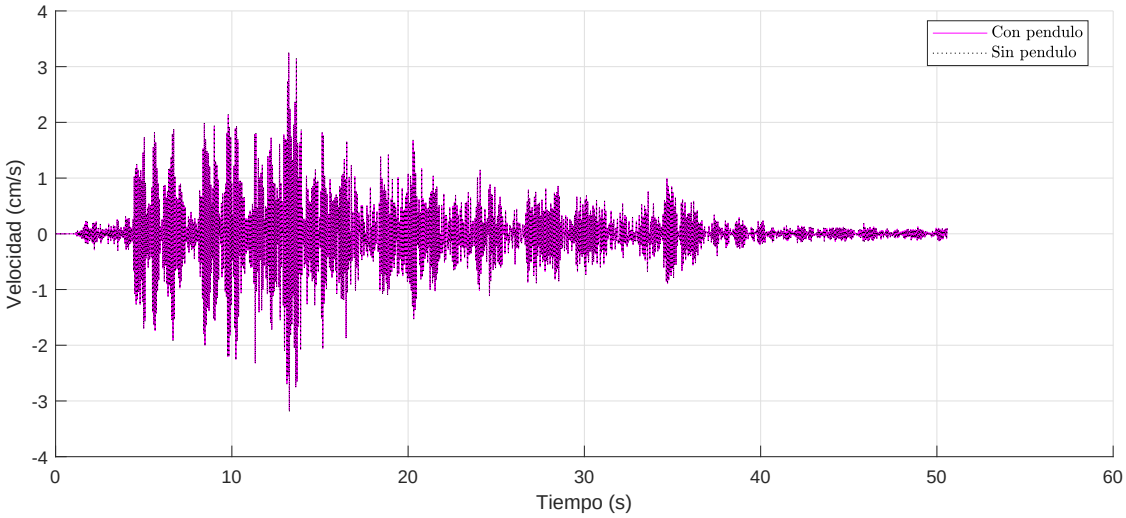


(B) Desplazamiento nivel 2

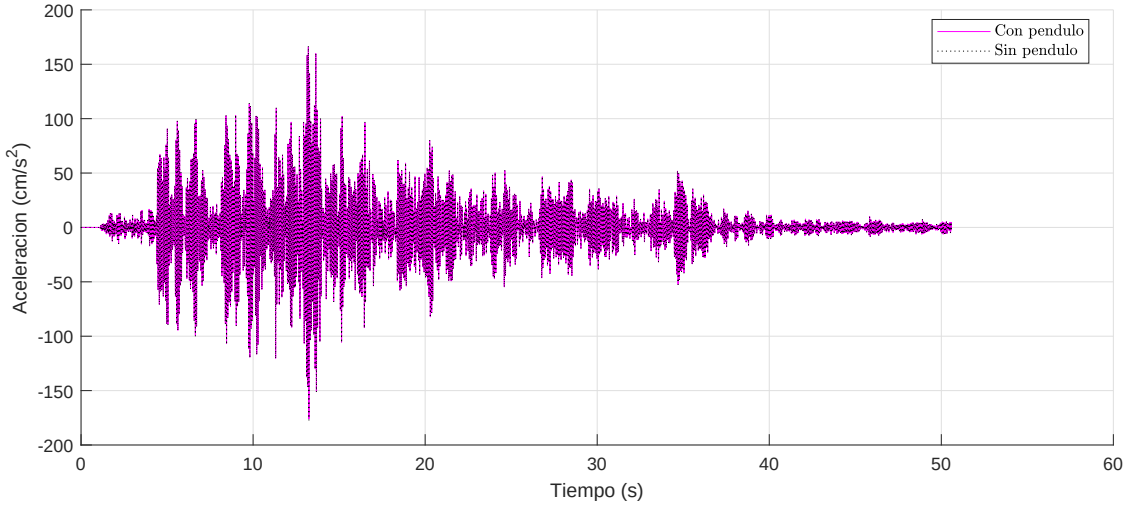


(C) Velocidad nivel 1

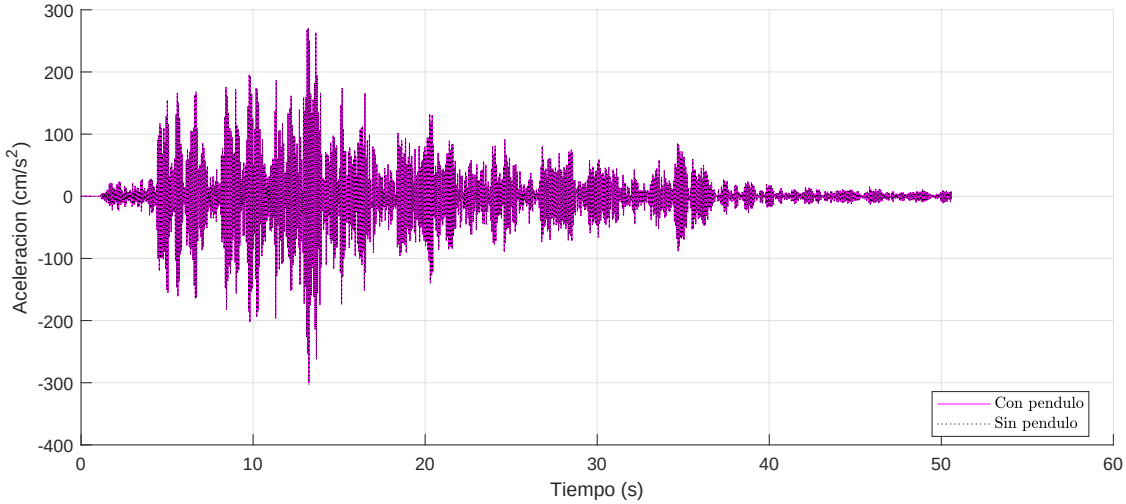
FIGURA 5.58: Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control del desplazamiento al registro de Caleta de Campos



(D) Velocidad nivel 2

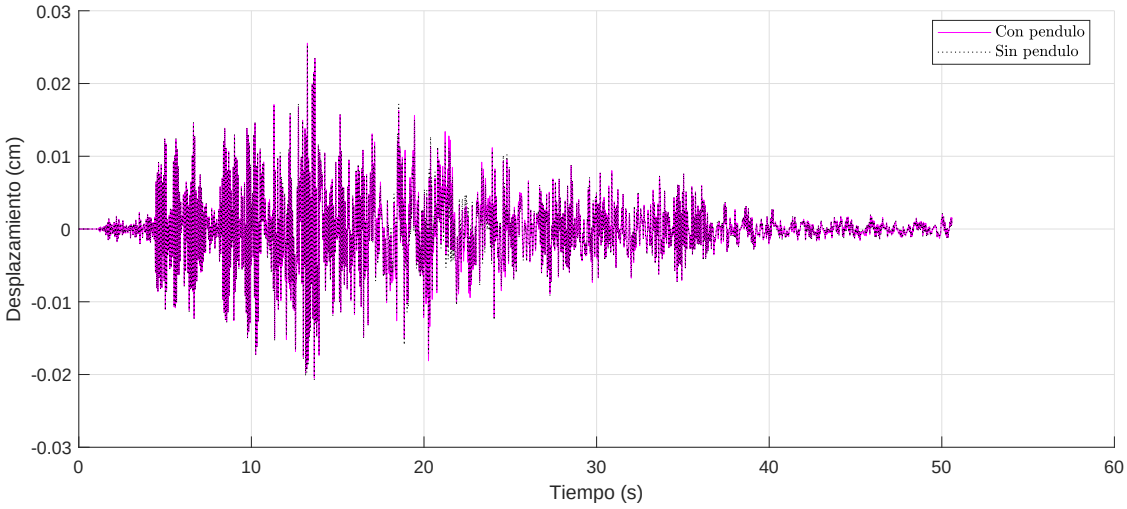


(E) Aceleración nivel 1

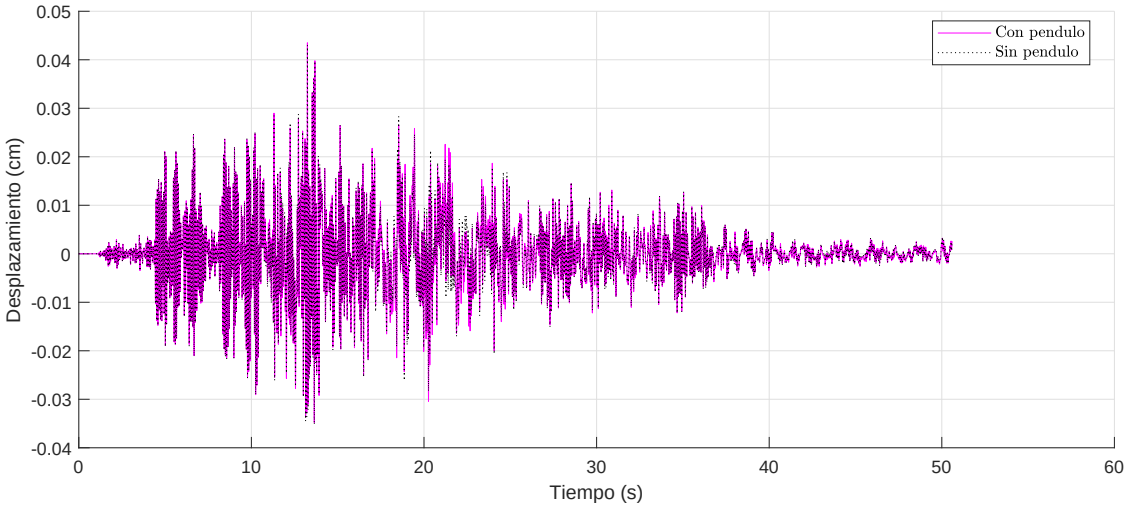


(F) Aceleración nivel 2

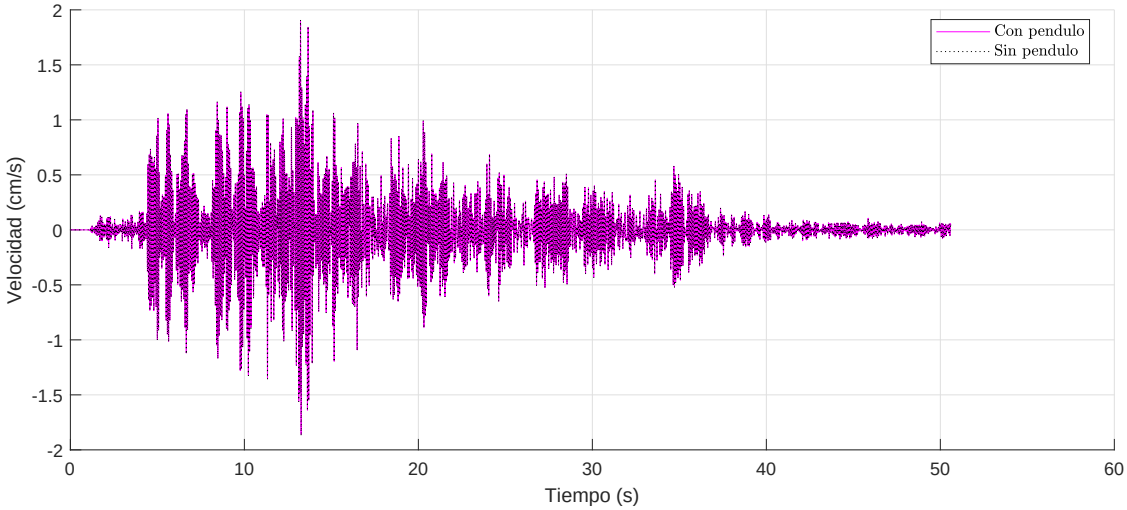
FIGURA 5.58: Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control del desplazamiento al registro de Caleta de Campos (continuación)



(A) Desplazamiento nivel 1

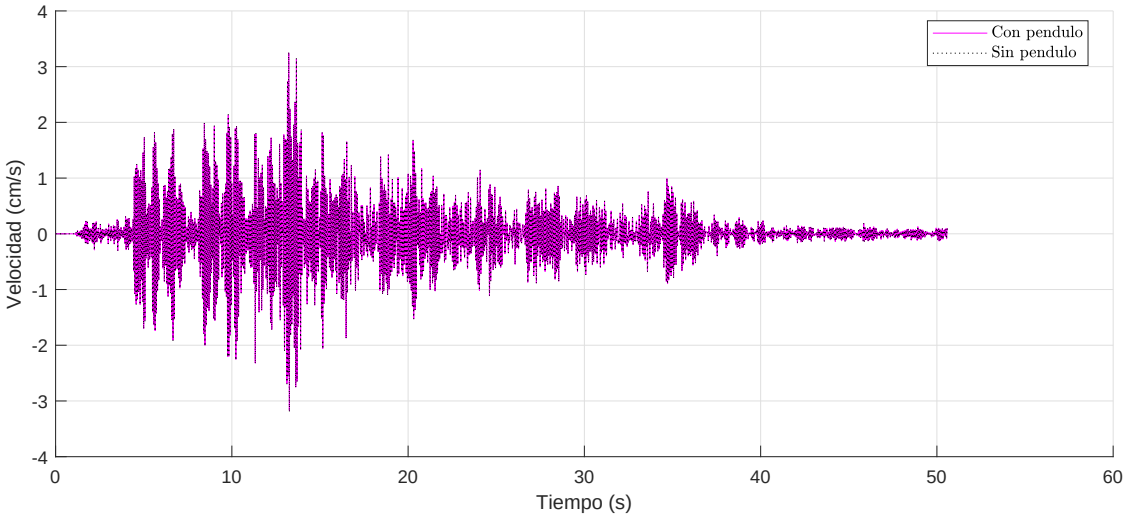


(B) Desplazamiento nivel 2

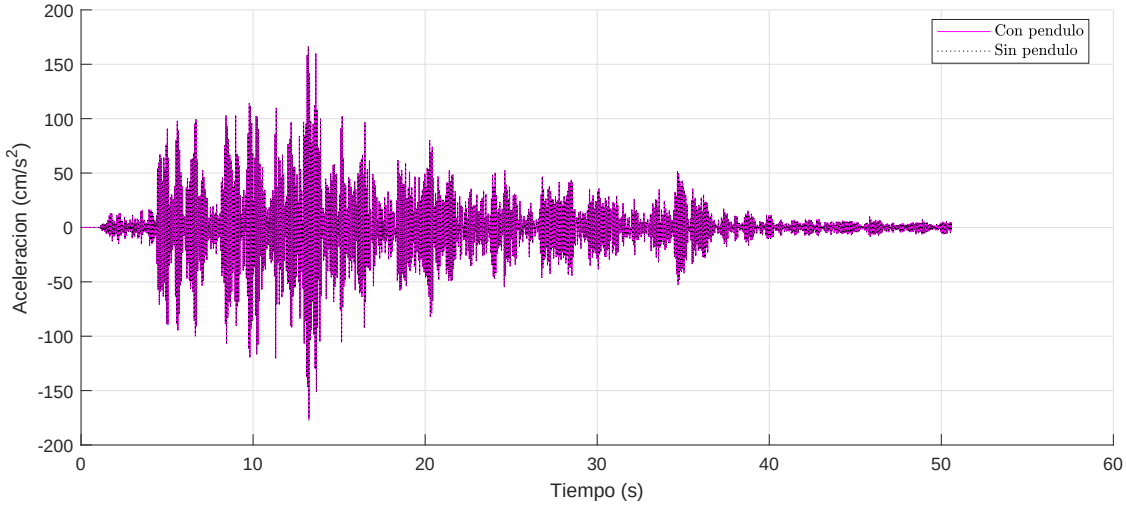


(C) Velocidad nivel 1

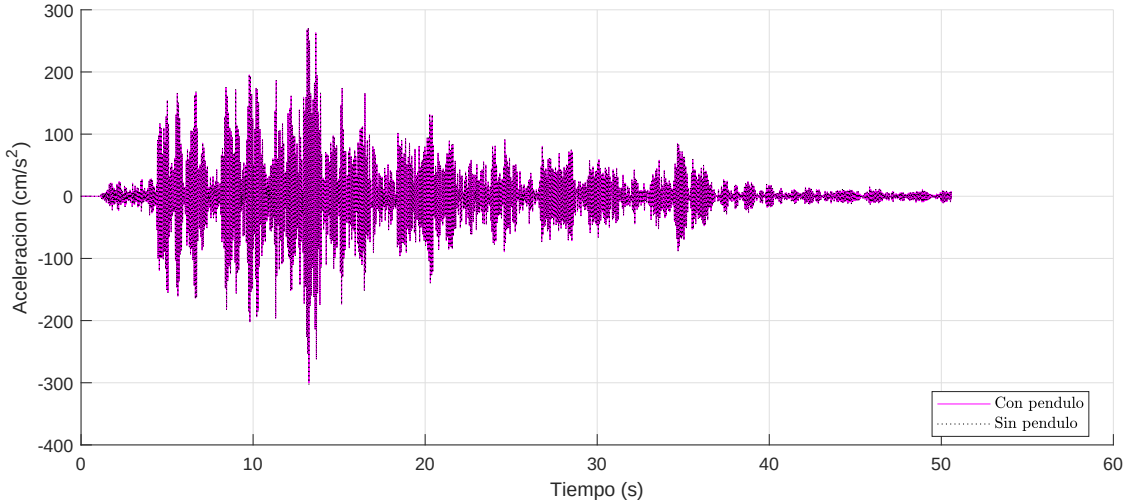
FIGURA 5.59: Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control de la velocidad al registro de Caleta de Campos



(D) Velocidad nivel 2

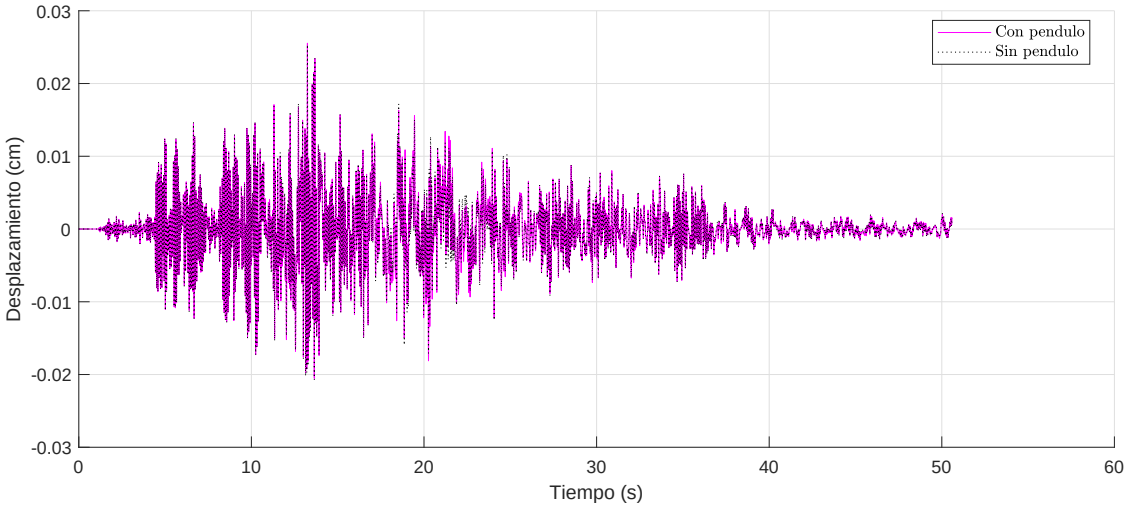


(E) Aceleración nivel 1

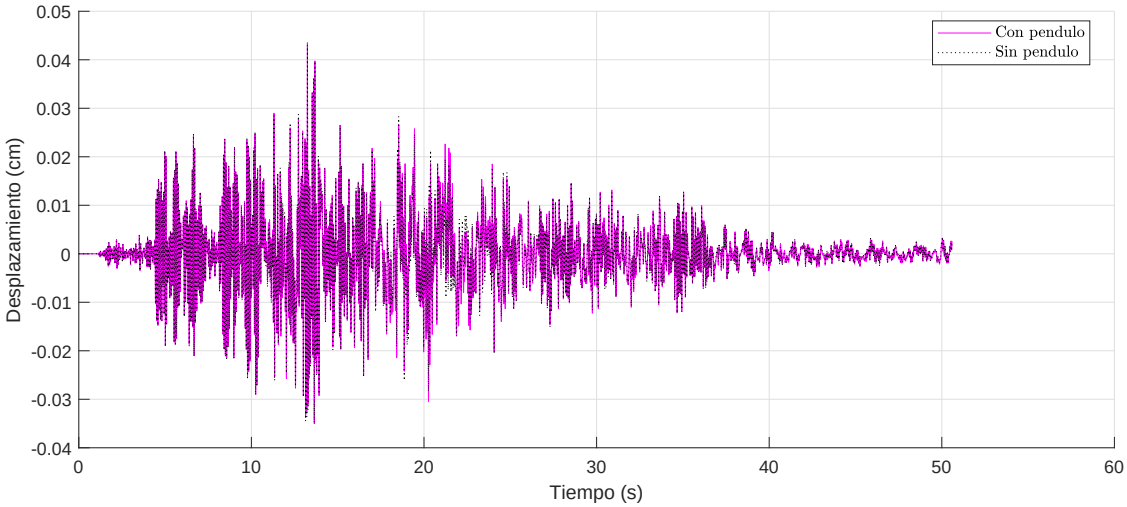


(F) Aceleración nivel 2

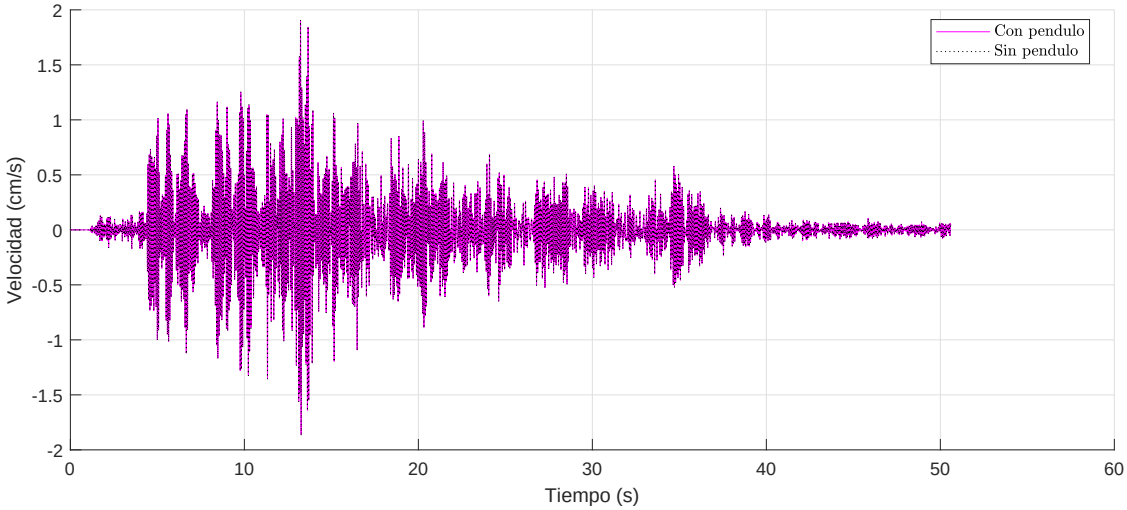
FIGURA 5.59: Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control de la velocidad al registro de Caleta de Campos (continuación)



(A) Desplazamiento nivel 1

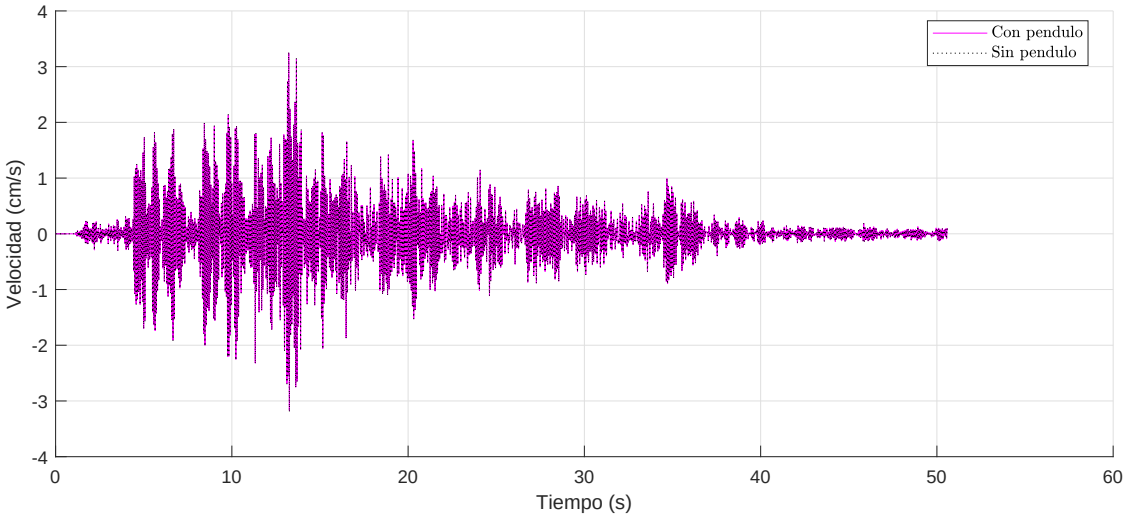


(B) Desplazamiento nivel 2

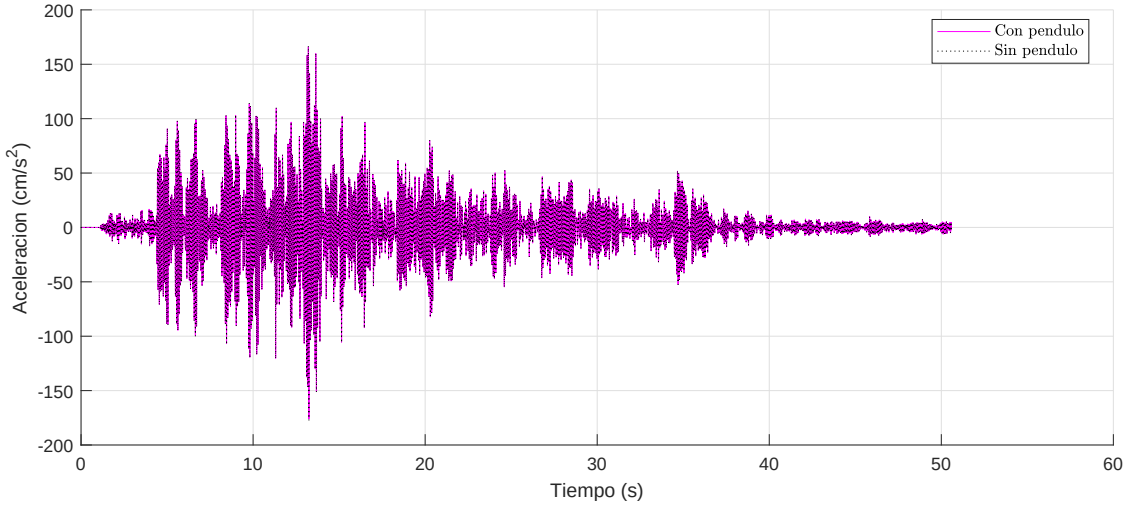


(C) Velocidad nivel 1

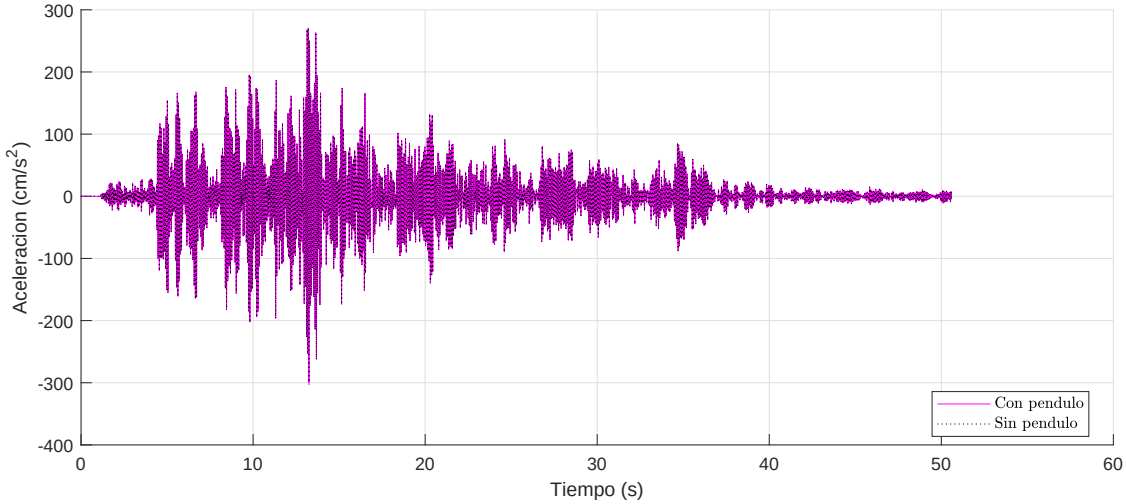
FIGURA 5.60: Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control de la aceleración al registro de Caleta de Campos



(D) Velocidad nivel 2

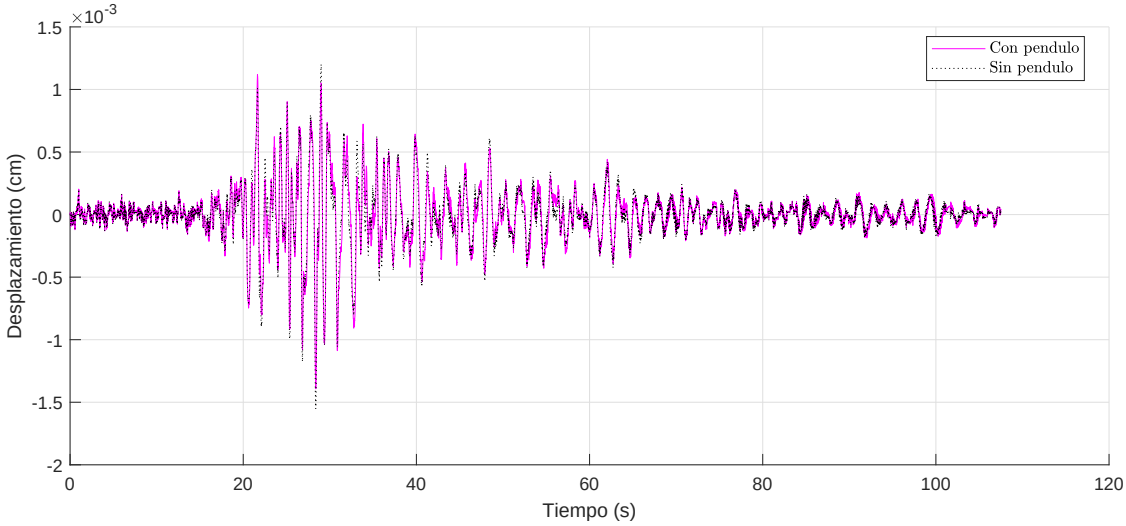


(E) Aceleración nivel 1

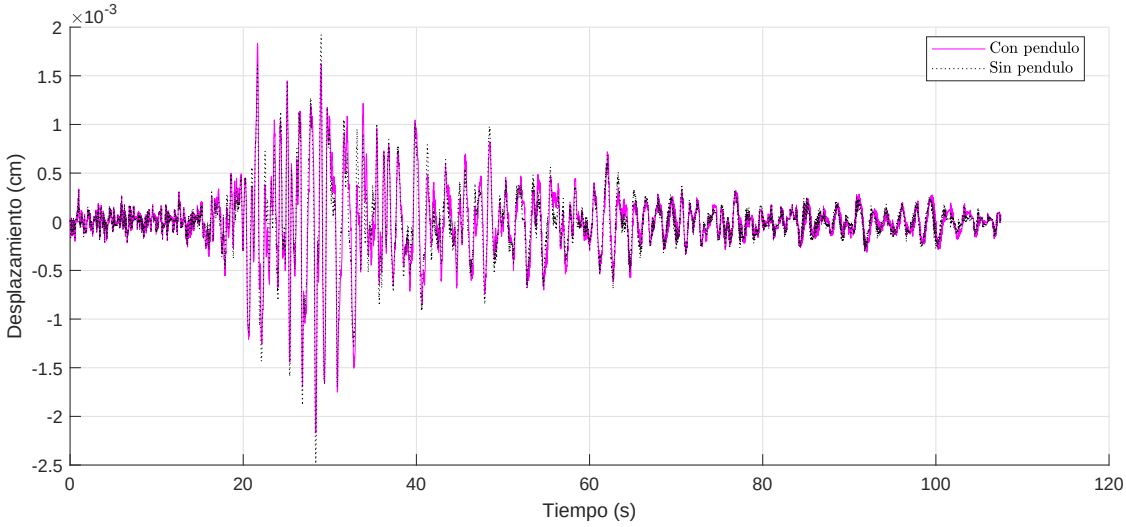


(F) Aceleración nivel 2

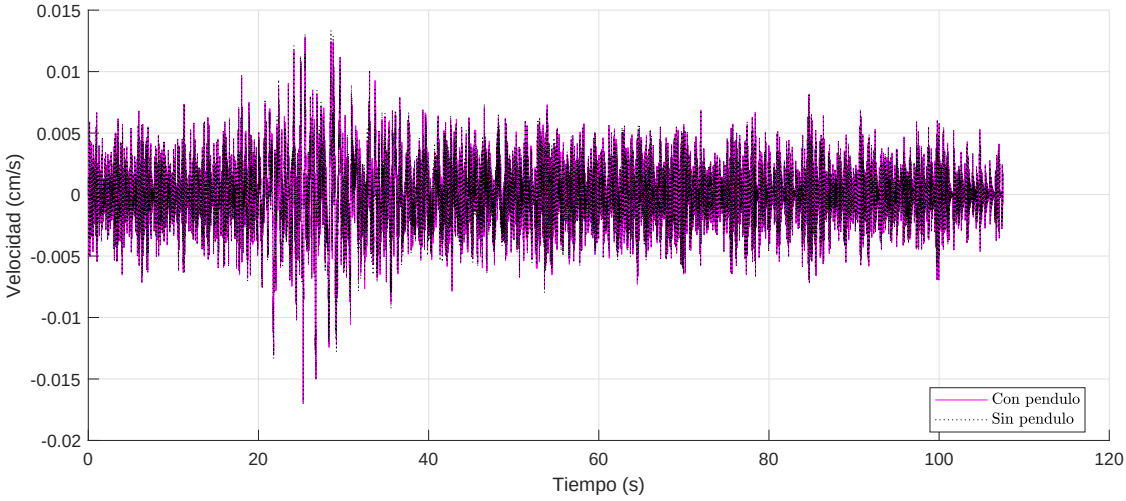
FIGURA 5.60: Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control de la aceleración al registro de Caleta de Campos (continuación)



(A) Desplazamiento nivel 1

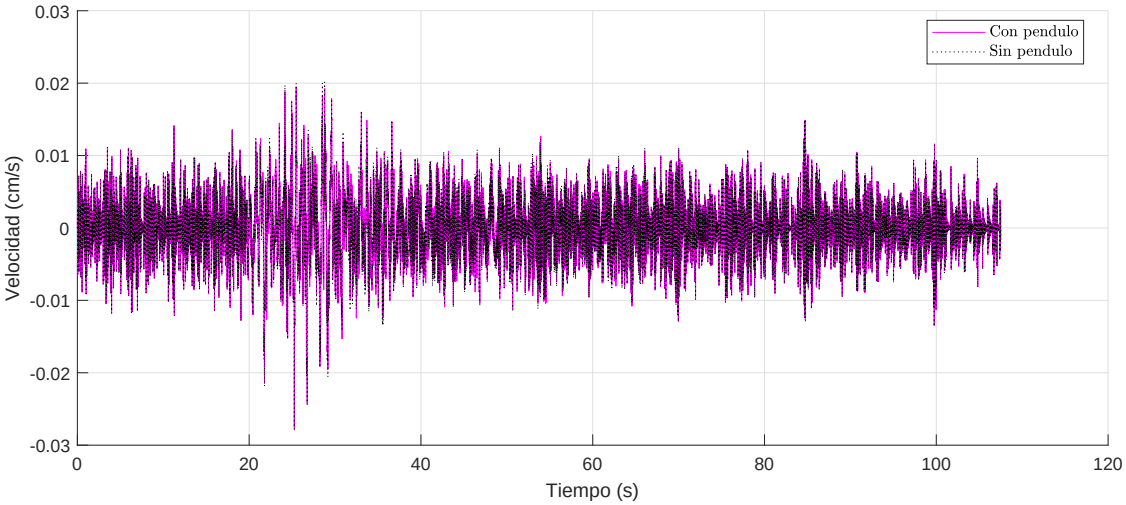


(B) Desplazamiento nivel 2

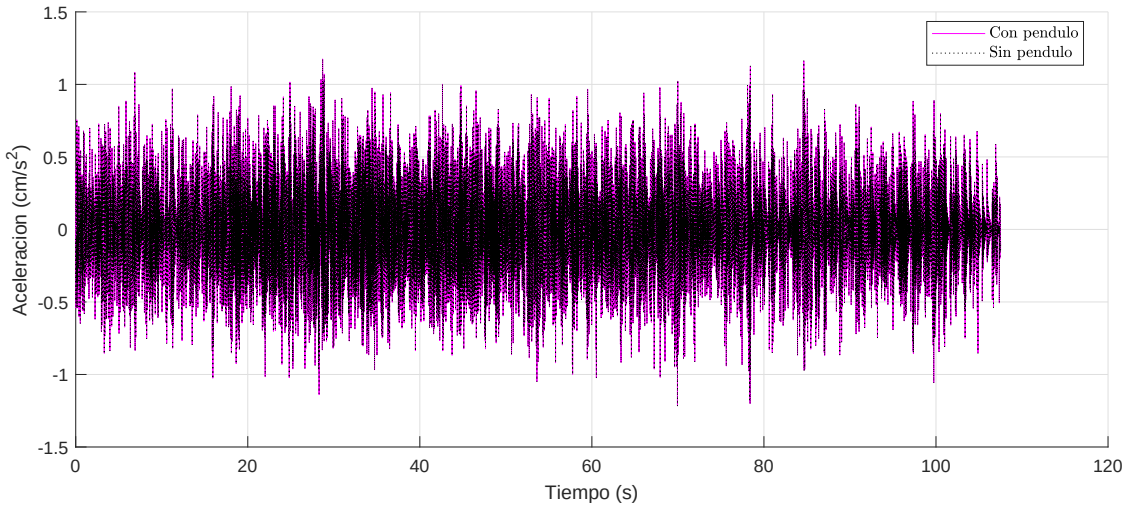


(C) Velocidad nivel 1

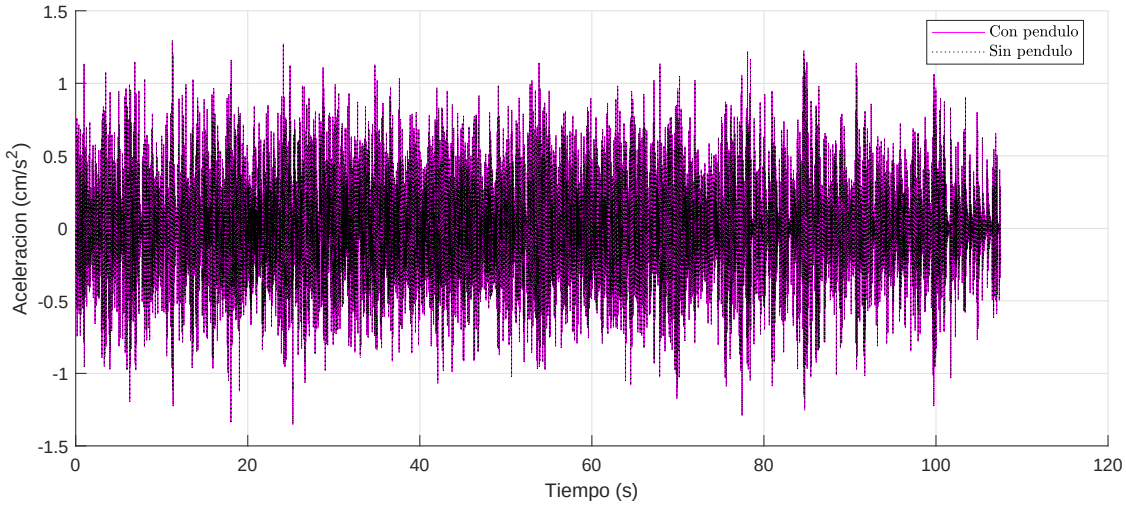
FIGURA 5.61: Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control del desplazamiento al registro de Ana Freud



(D) Velocidad nivel 2

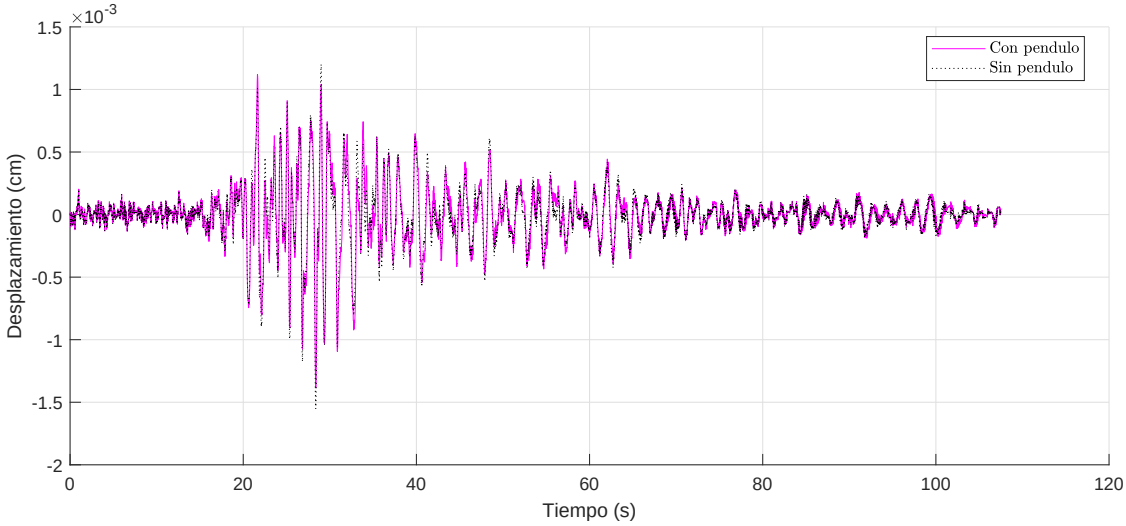


(E) Aceleración nivel 1

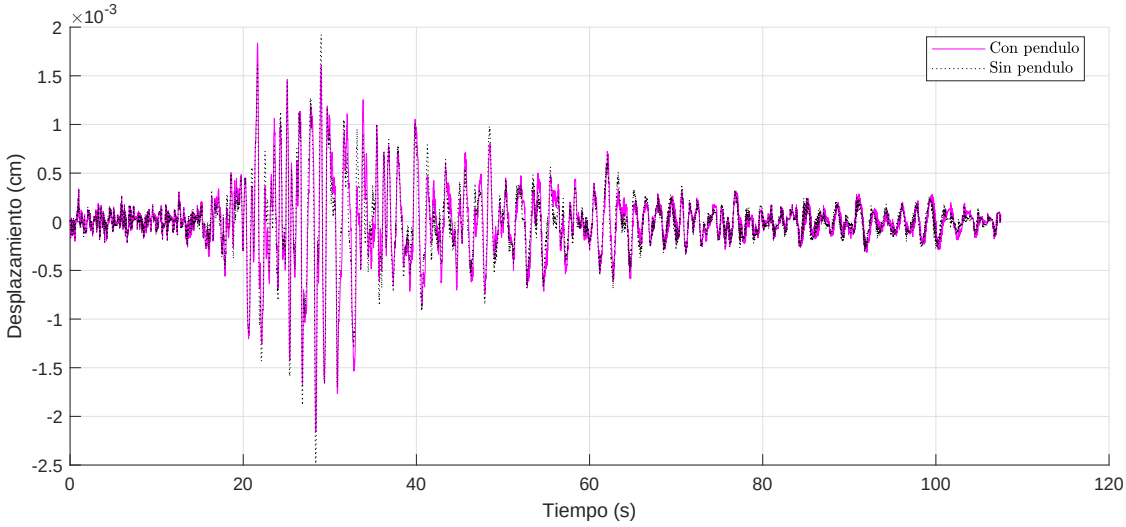


(F) Aceleración nivel 2

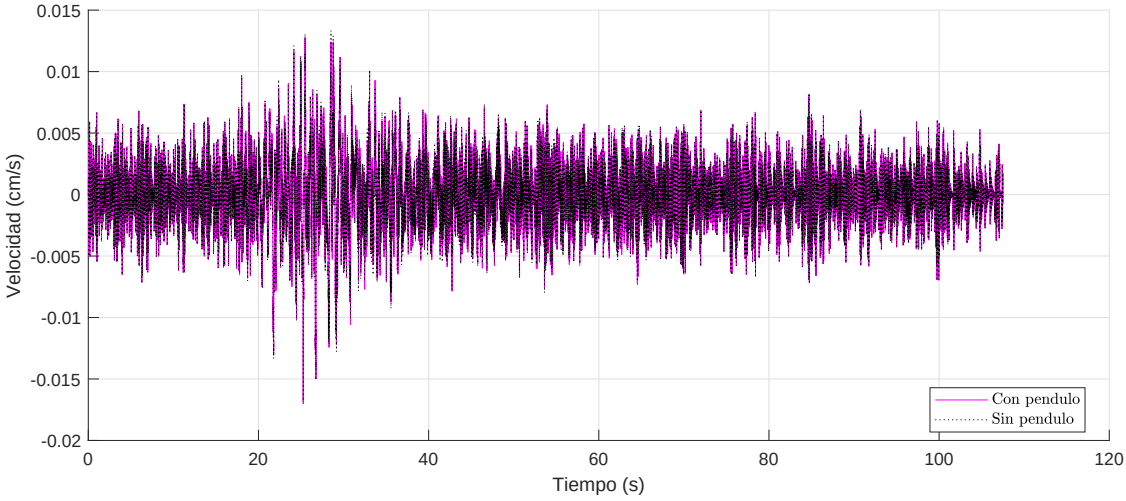
FIGURA 5.61: Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control del desplazamiento al registro de Ana Freud (continuación)



(A) Desplazamiento nivel 1

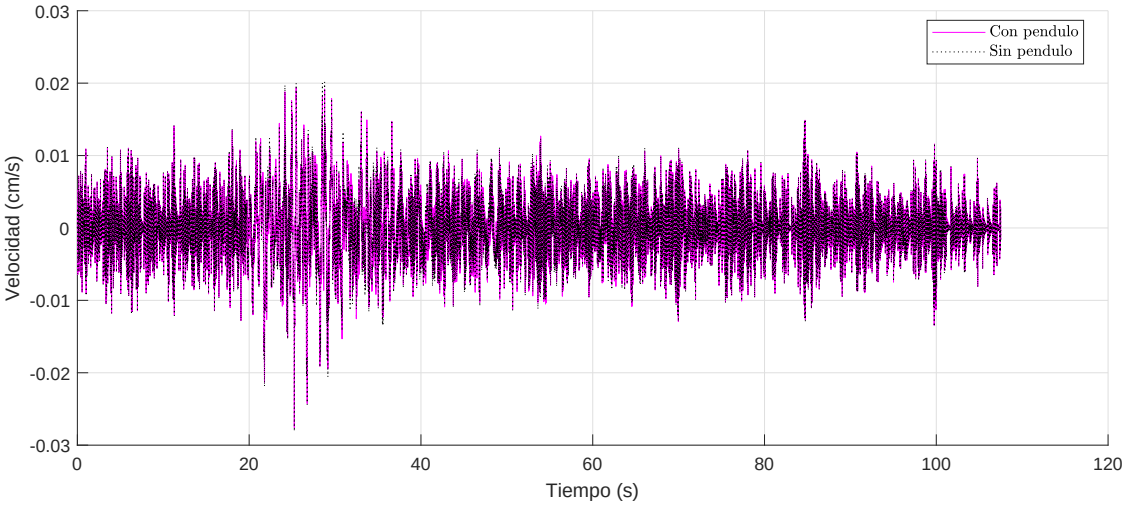


(B) Desplazamiento nivel 2

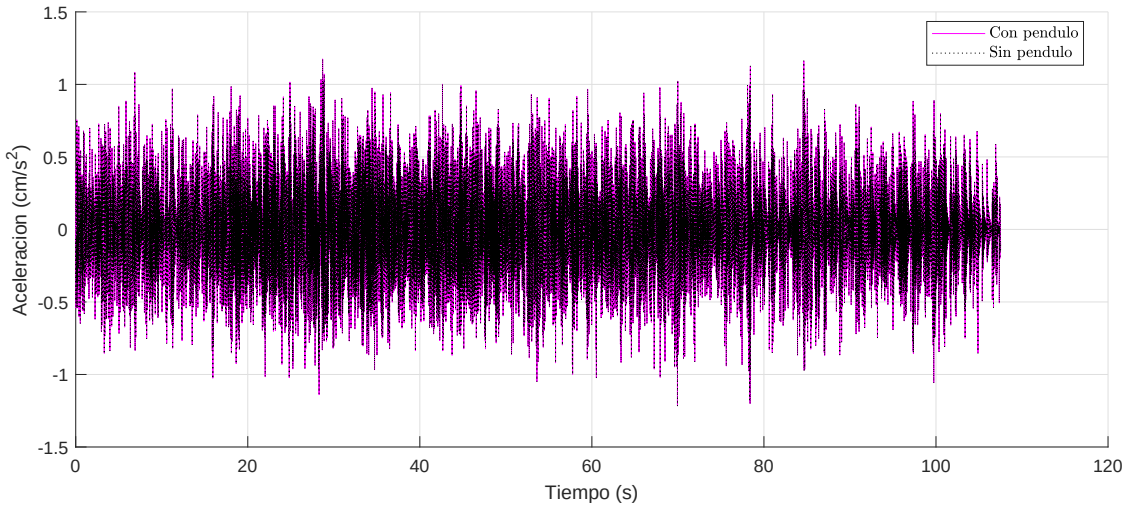


(C) Velocidad nivel 1

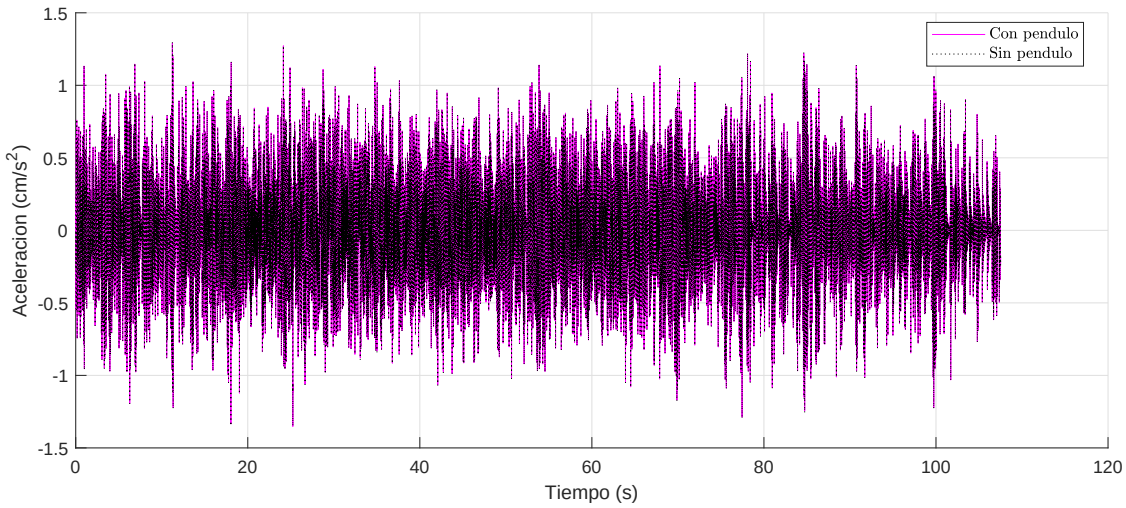
FIGURA 5.62: Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control de la velocidad al registro de Ana Freud



(D) Velocidad nivel 2

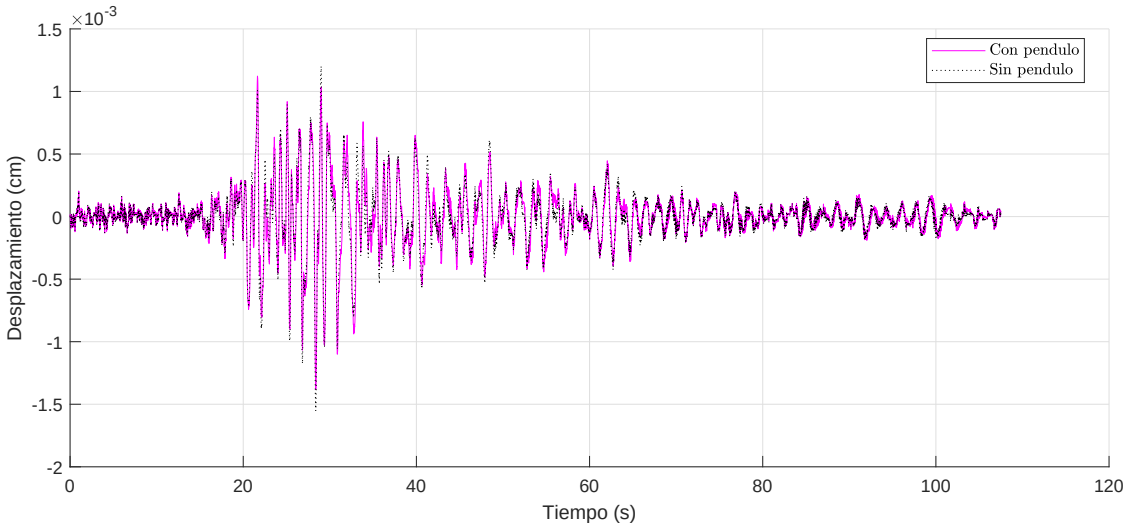


(E) Aceleración nivel 1

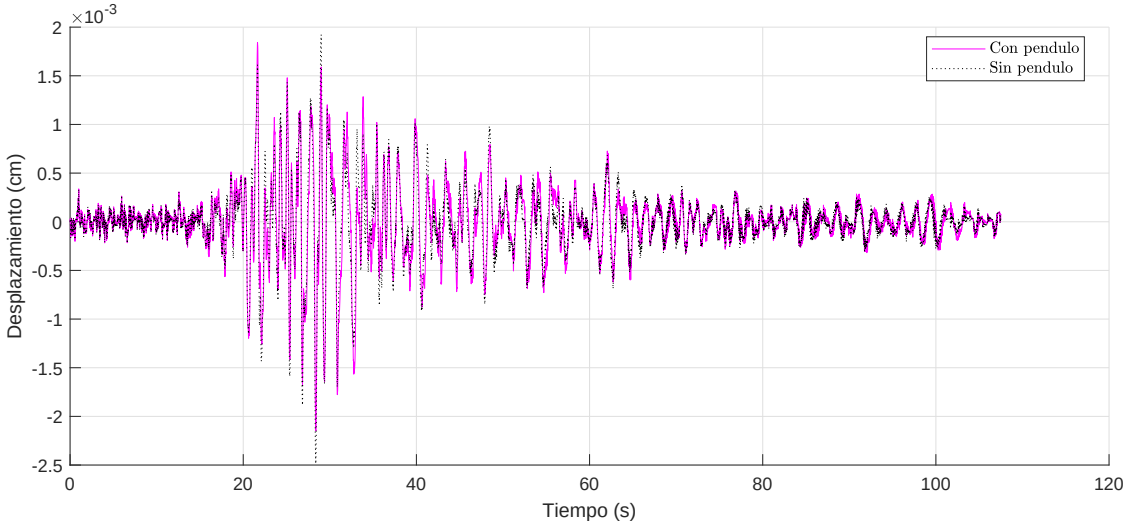


(F) Aceleración nivel 2

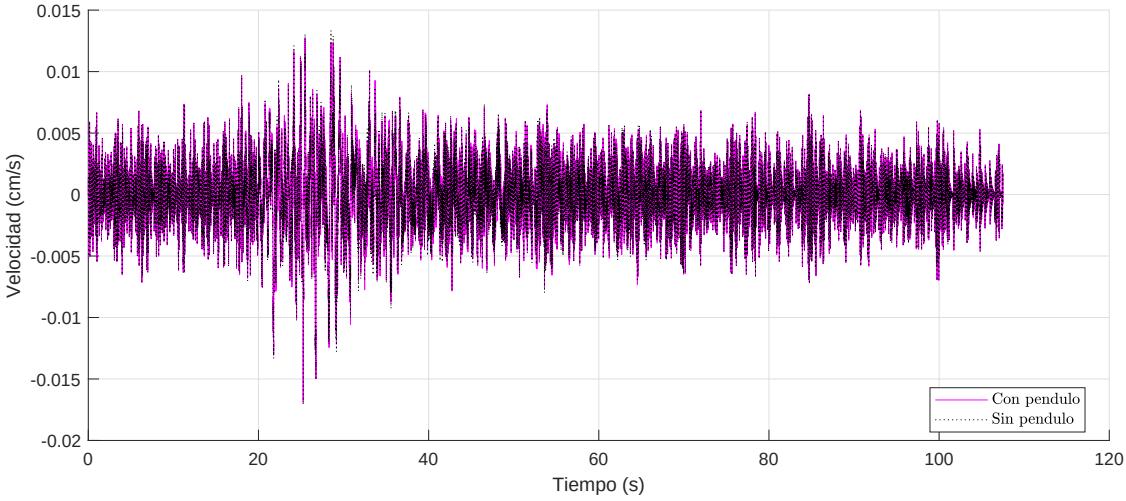
FIGURA 5.62: Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control de la velocidad al registro de Ana Freud (continuación)



(A) Desplazamiento nivel 1

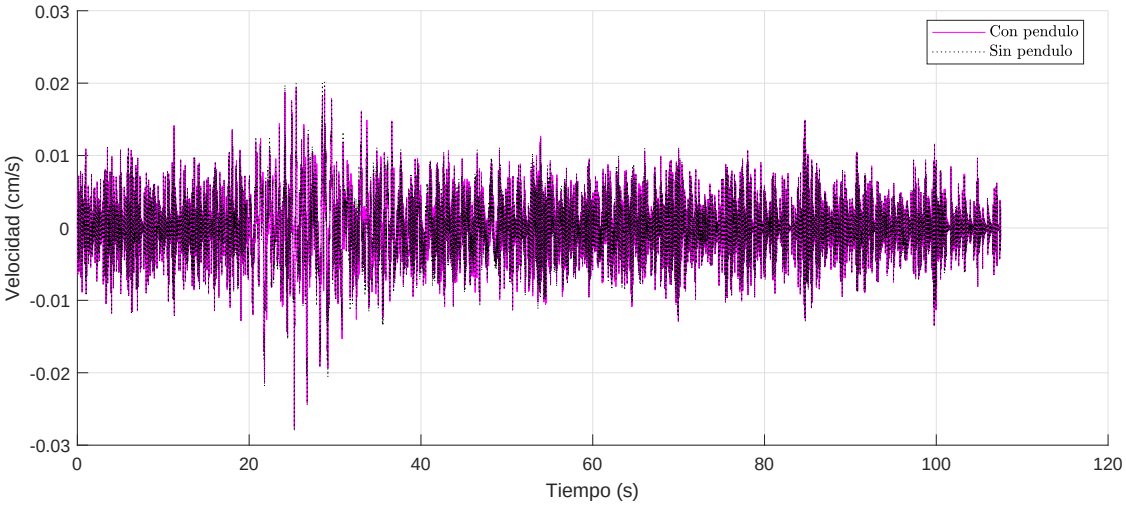


(B) Desplazamiento nivel 2

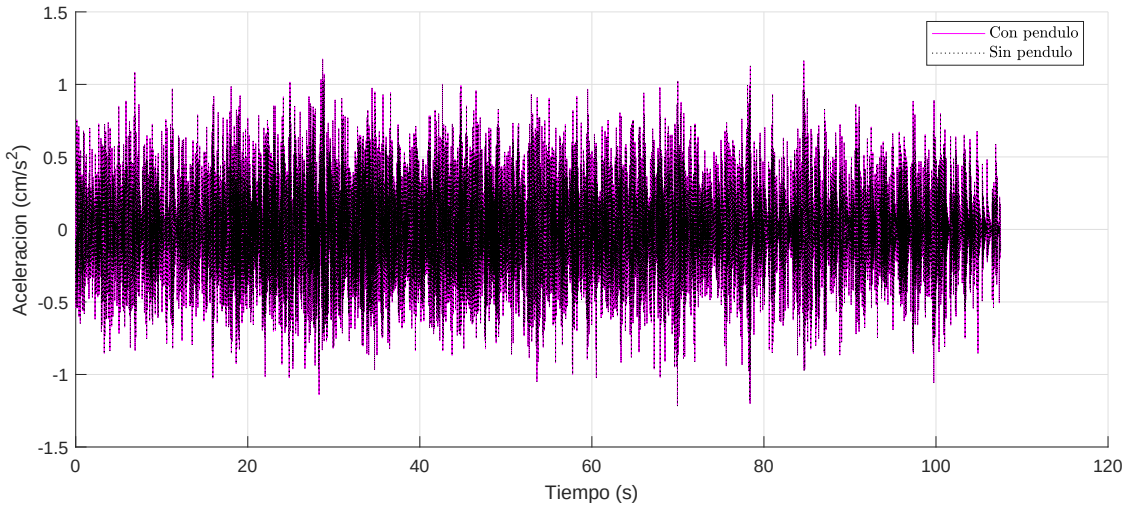


(C) Velocidad nivel 1

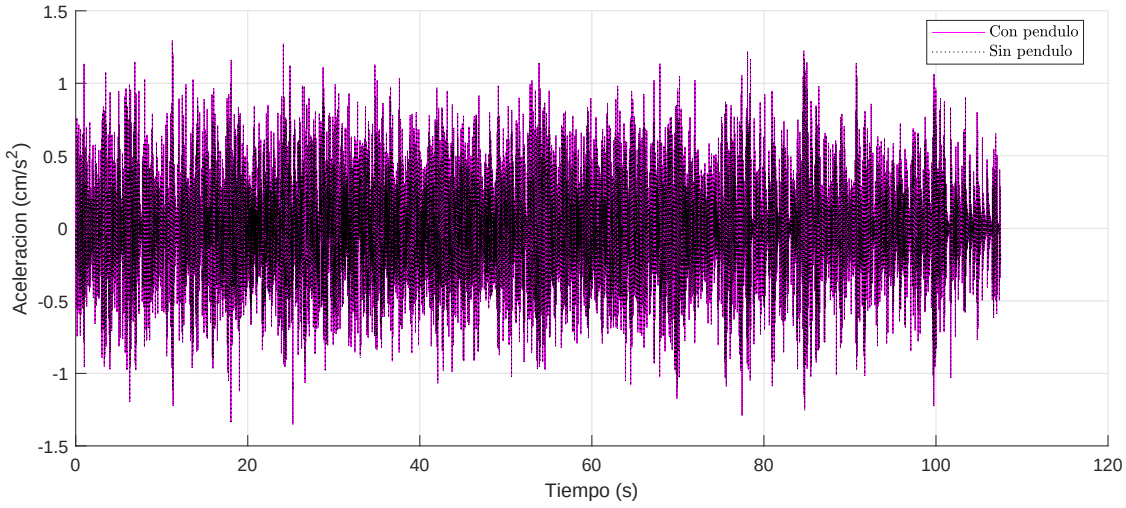
FIGURA 5.63: Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control de la aceleración al registro de Ana Freud



(D) Velocidad nivel 2

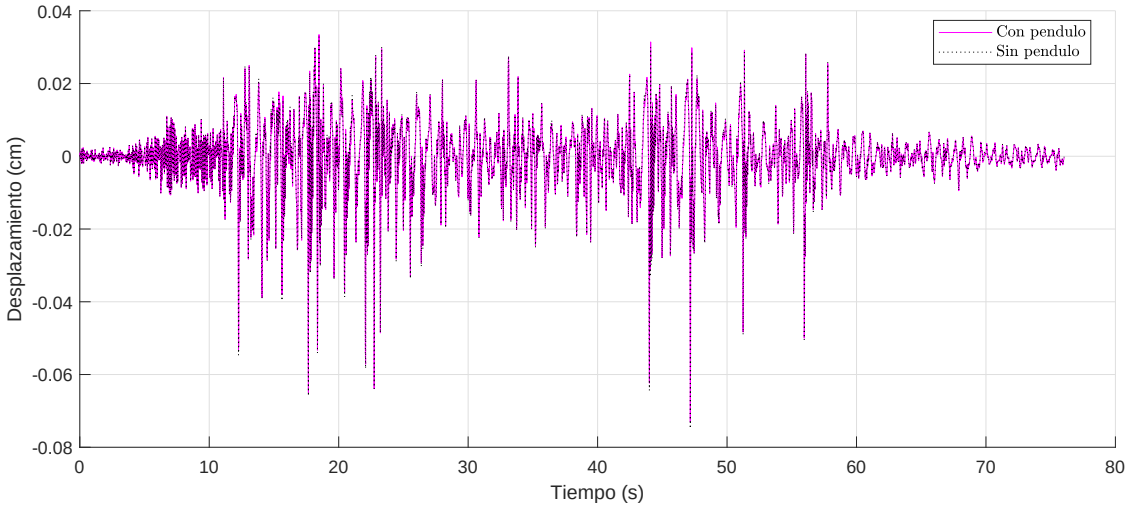


(E) Aceleración nivel 1

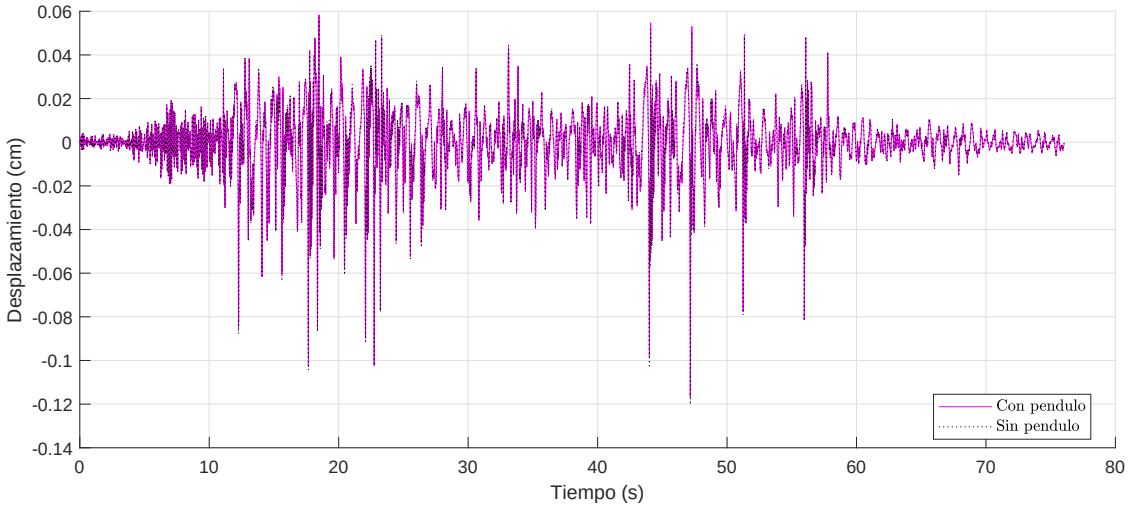


(F) Aceleración nivel 2

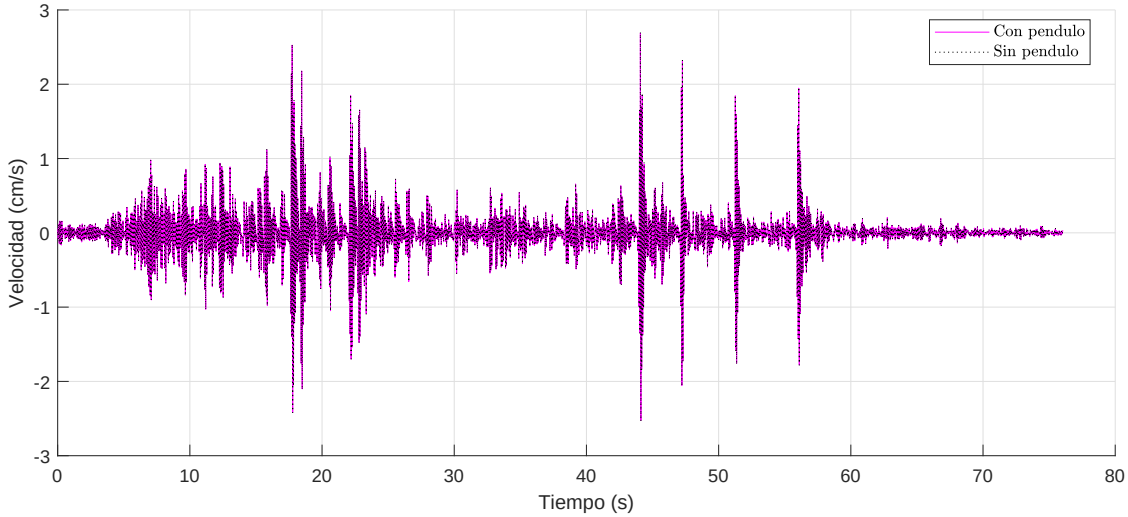
FIGURA 5.63: Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control de la aceleración al registro de Ana Freud (continuación)



(A) Desplazamiento nivel 1

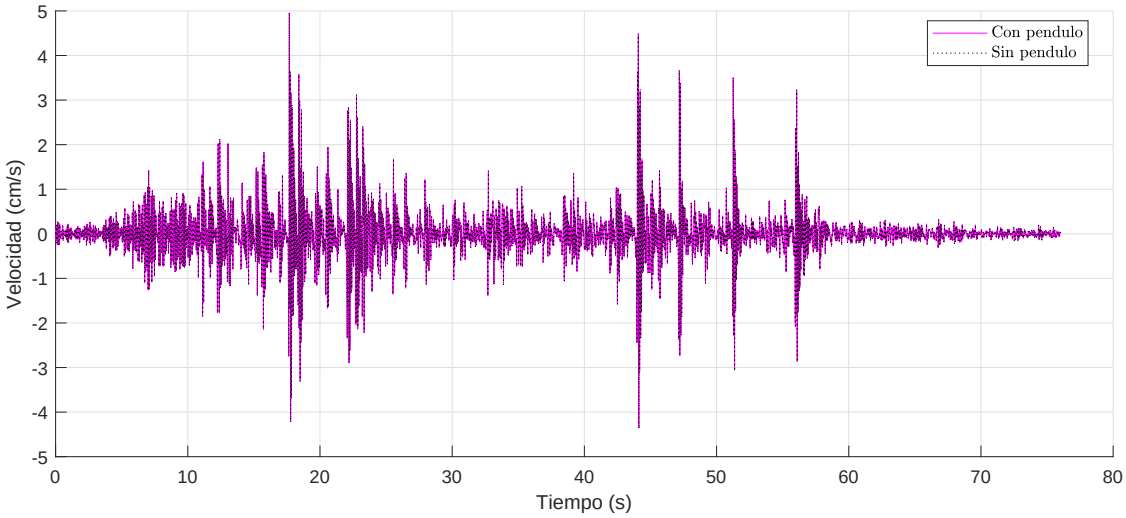


(B) Desplazamiento nivel 2

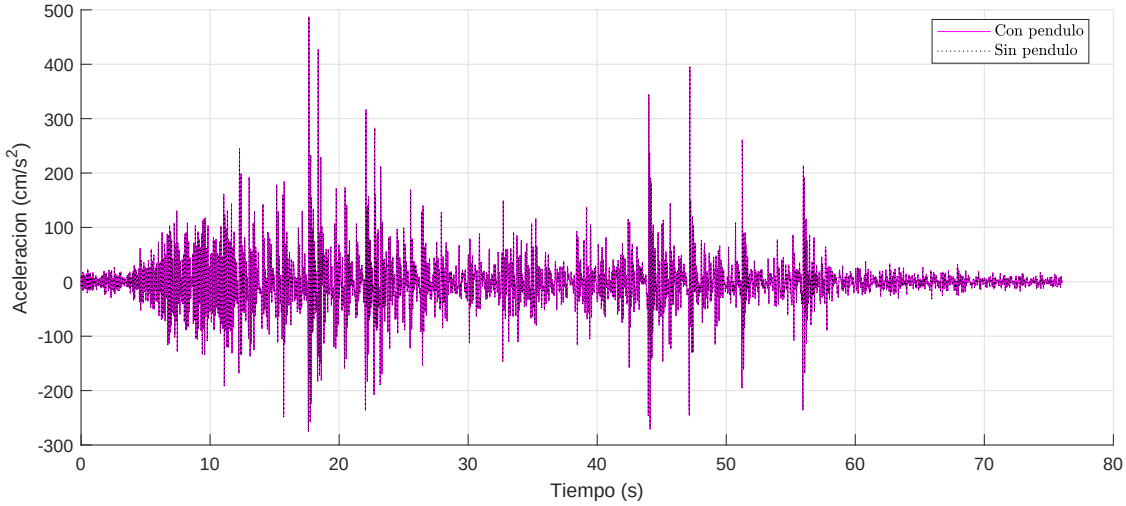


(C) Velocidad nivel 1

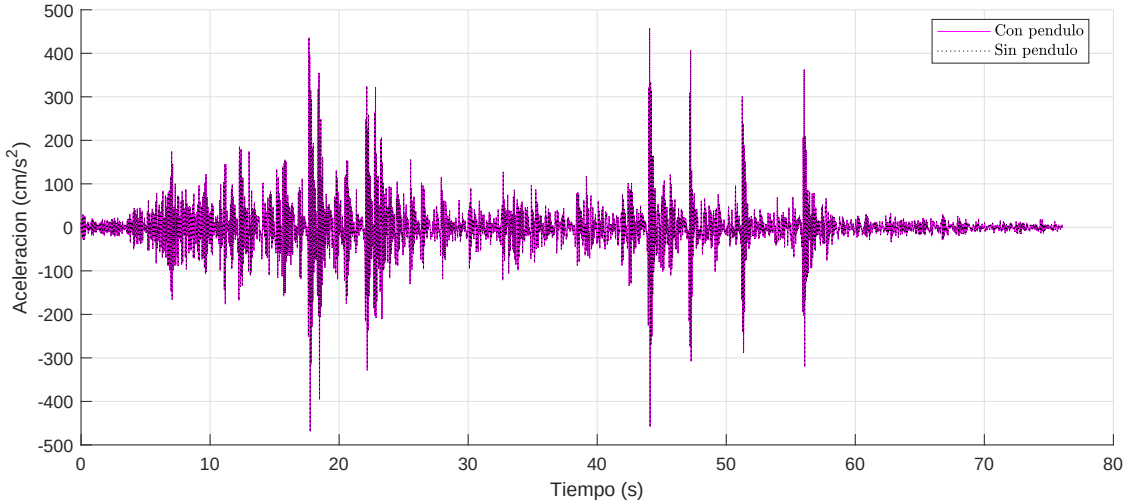
FIGURA 5.64: Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control del desplazamiento al registro de Villita Corona Centro



(D) Velocidad nivel 2

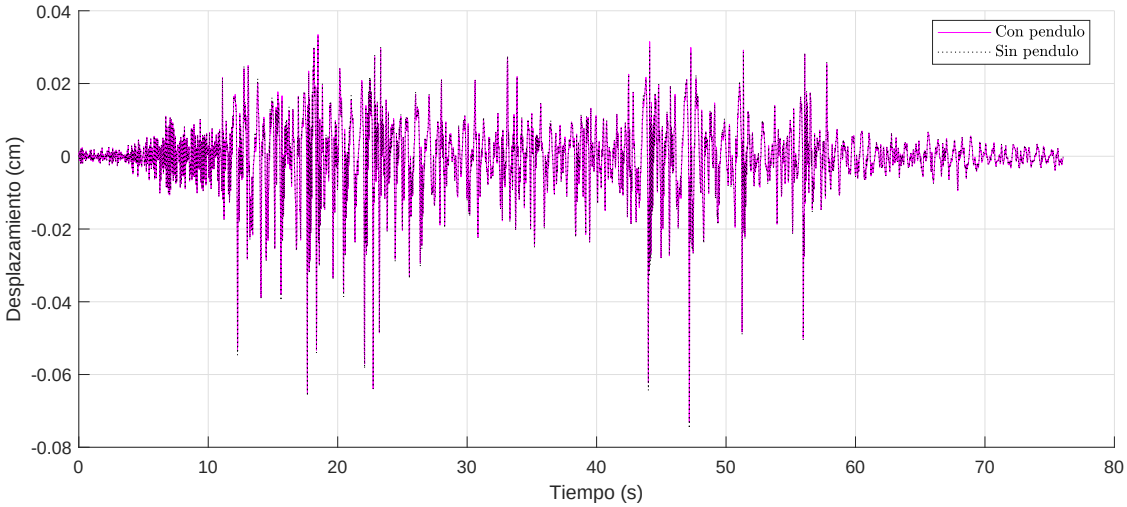


(E) Aceleración nivel 1

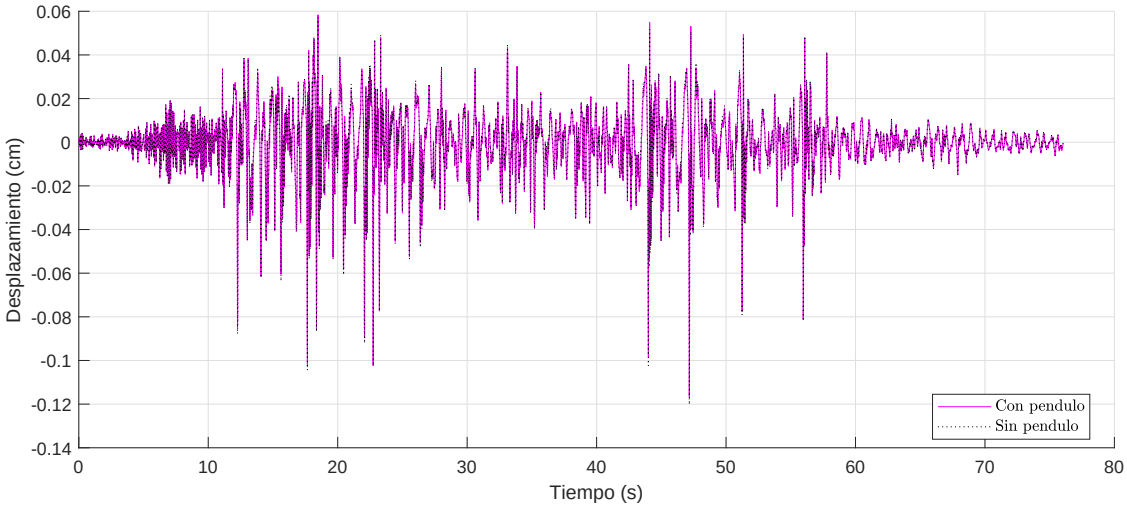


(F) Aceleración nivel 2

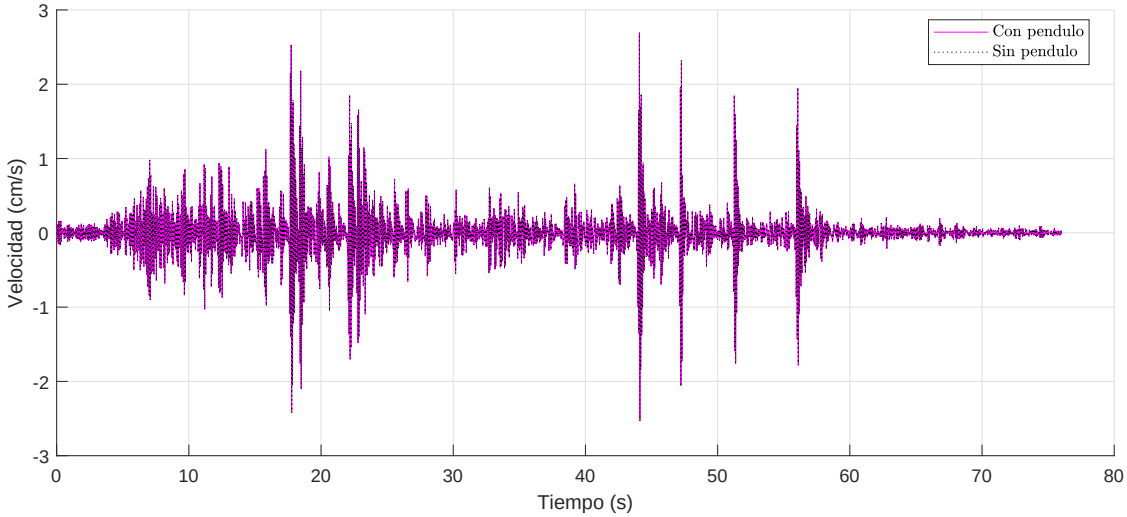
FIGURA 5.64: Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control del desplazamiento al registro de Villita Corona Centro (continuación)



(A) Desplazamiento nivel 1

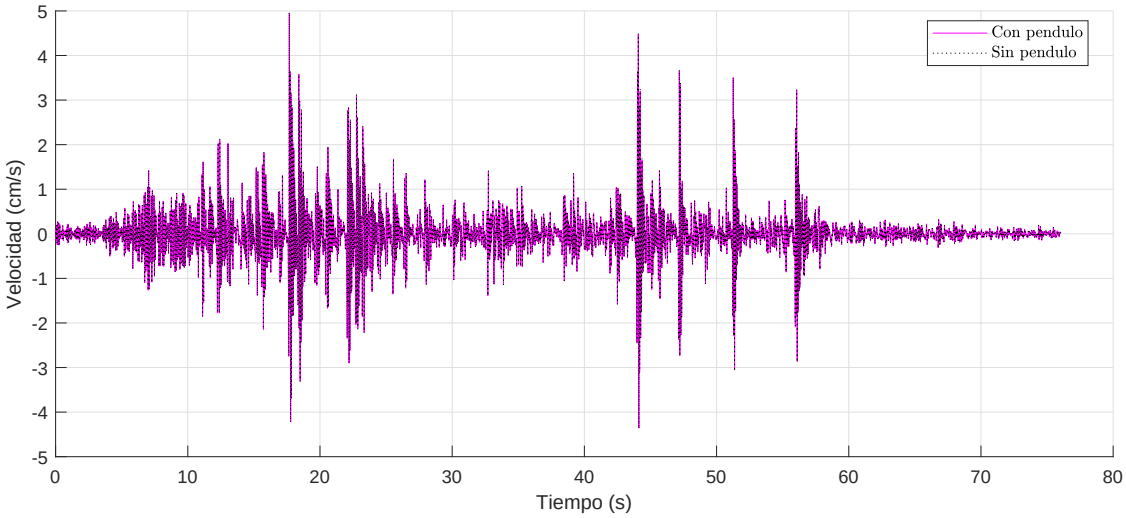


(B) Desplazamiento nivel 2

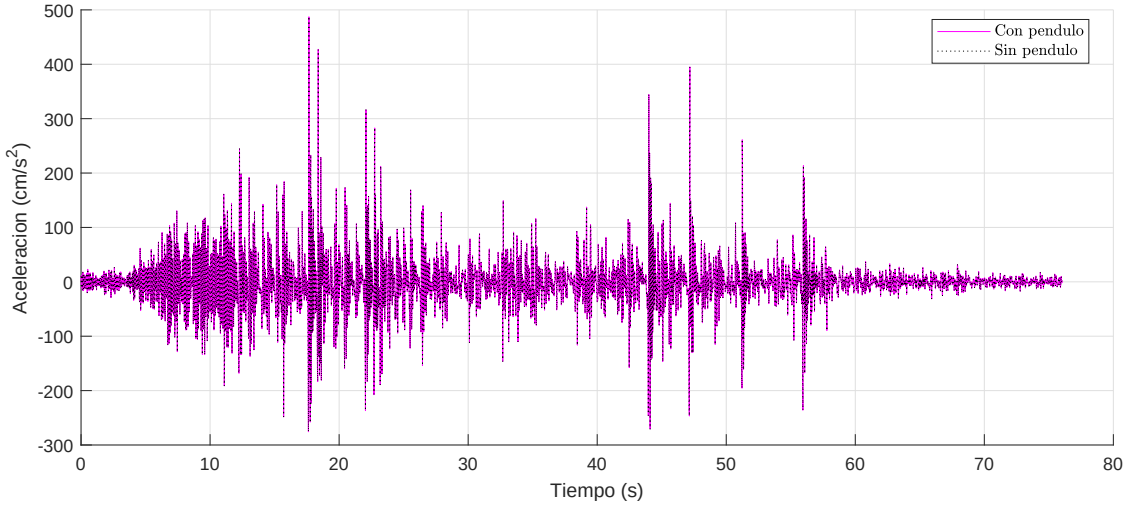


(C) Velocidad nivel 1

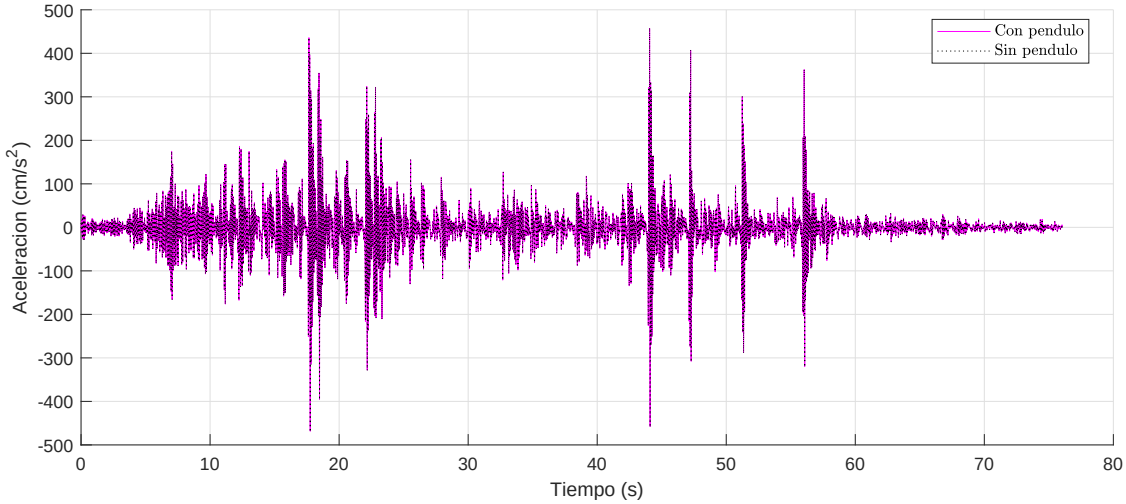
FIGURA 5.65: Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control de la velocidad al registro de Villita Corona Centro



(D) Velocidad nivel 2

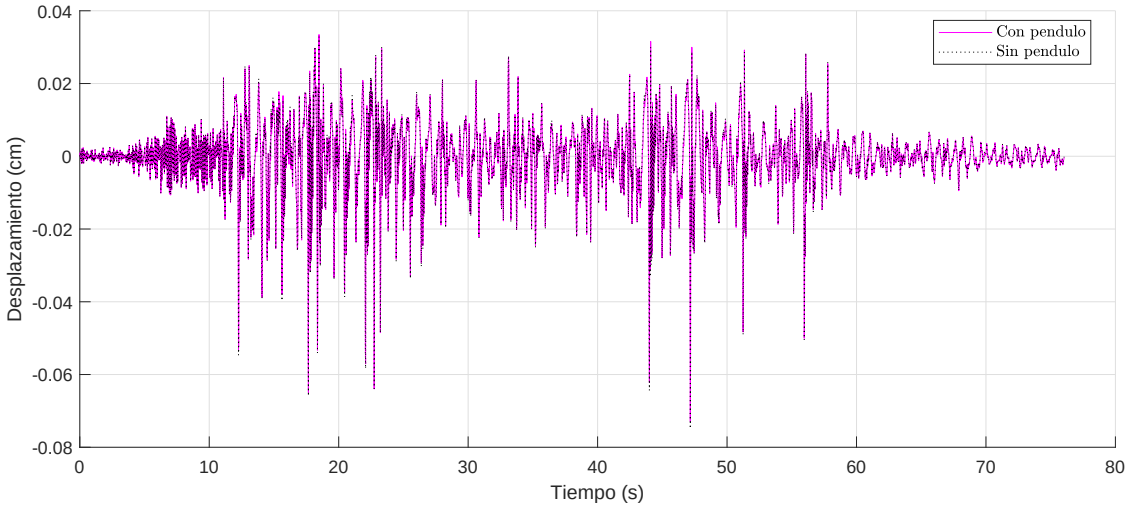


(E) Aceleración nivel 1

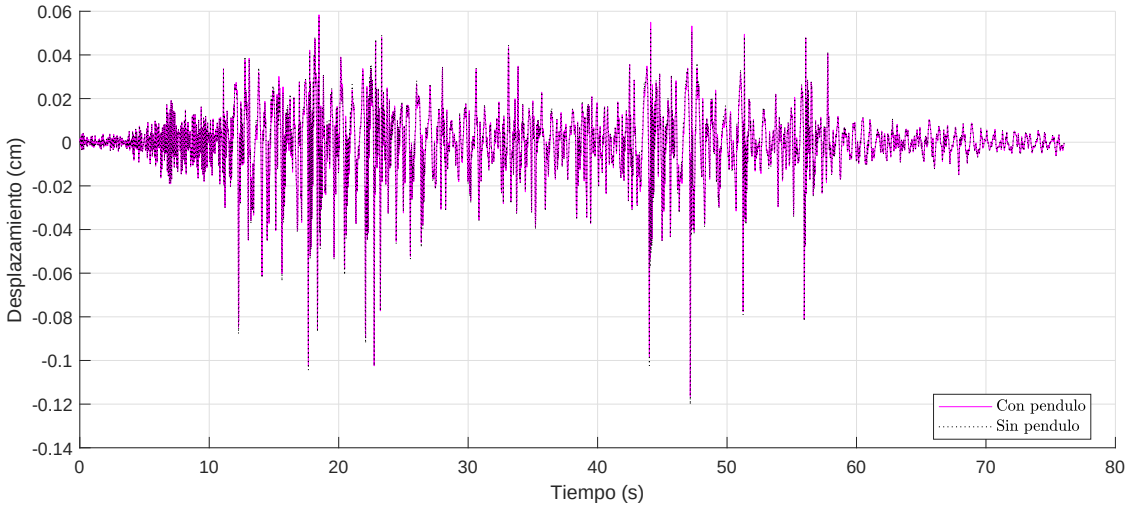


(F) Aceleración nivel 2

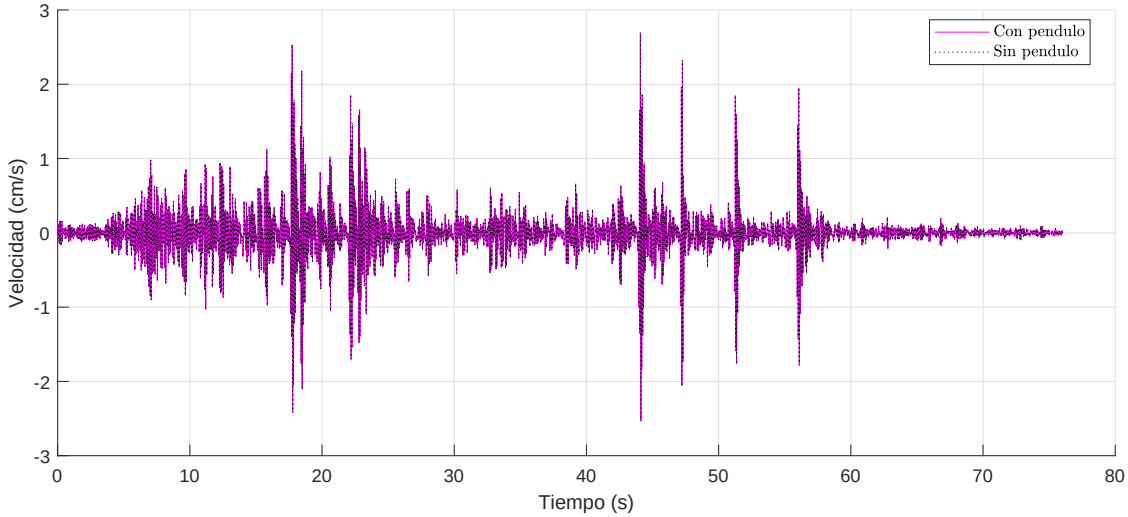
FIGURA 5.65: Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control de la velocidad al registro de Villita Corona Centro (continuación)



(A) Desplazamiento nivel 1

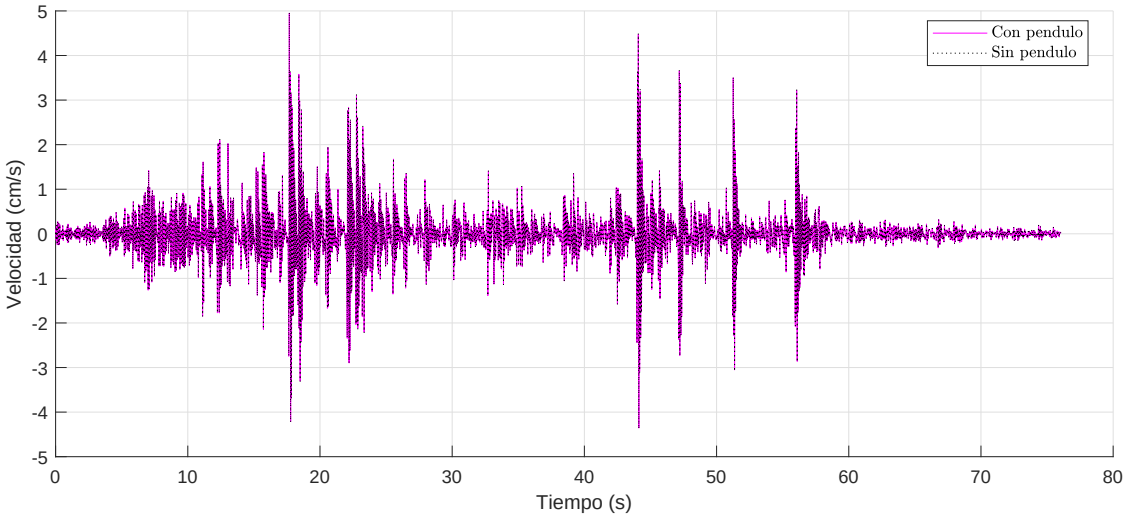


(B) Desplazamiento nivel 2

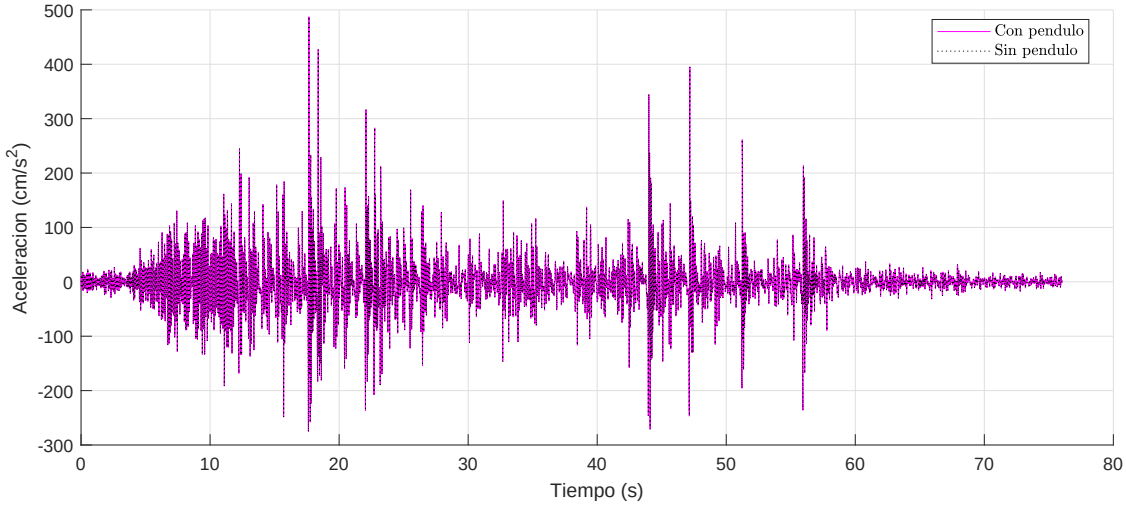


(C) Velocidad nivel 1

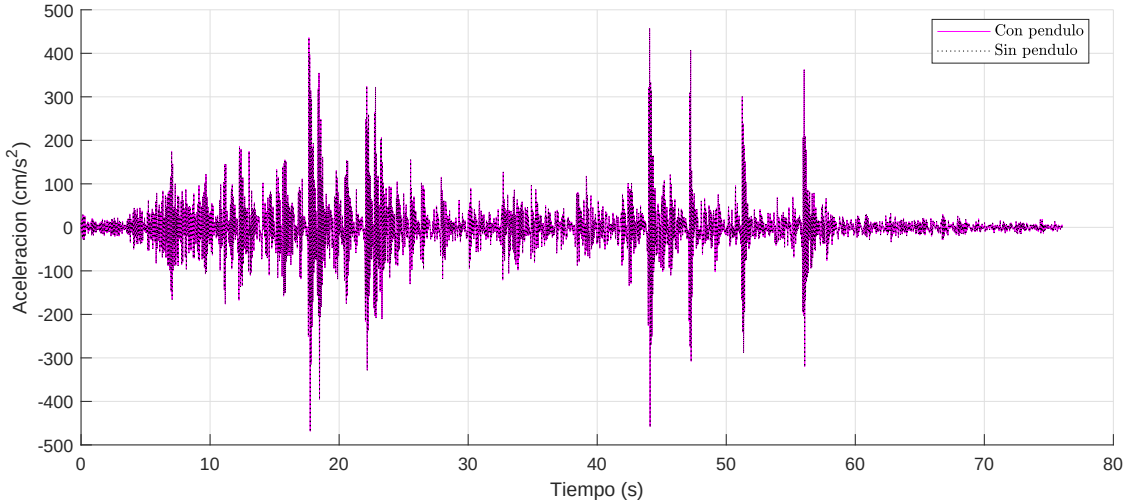
FIGURA 5.66: Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control de la aceleración al registro de Villita Corona Centro



(D) Velocidad nivel 2



(E) Aceleración nivel 1



(F) Aceleración nivel 2

FIGURA 5.66: Respuesta del sistema de dos grados de libertad con control de la aceleración al registro de Villlita Corona Centro (continuación)

Los valores de la respuesta máxima de la estructura ante sismo con TMD y sin él, y su disminución se muestran en la Tabla 5.15 y la Tabla 5.16. Los resultados para el registro de SCT muestran que existe un mayor control de la respuesta de manera global empleando el péndulo diseñado para el control de la velocidad, sin embargo, para las respuestas máximas de desplazamiento y velocidad, no se alcanzó el objetivo de disminuir la respuesta dado que con los tres péndulos diseñados incrementan las respuestas máximas, siendo el desplazamiento el más afectado, para el caso de la aceleración el péndulo para el control de la aceleración alcanzó la mayor disminución. Los resultados obtenidos con el registro de Caleta de Campos muestran que para el control de los desplazamientos de manera global el péndulo para velocidades alcanzó la mayor disminución, mientras que, para la velocidad y aceleración el péndulo para el control de los desplazamientos fue el mejor. Para la disminución de las respuestas máximas de velocidad y aceleración, el péndulo para el control de los desplazamientos alcanzó el mayor control, sin embargo, para el caso de los desplazamientos máximos, los tres dispositivos incrementaron su magnitud. En los resultados del registro de Ana Freud muestran que el péndulo para el control de las aceleraciones fue el que alcanzó el mayor control de la respuesta de manera global y para los desplazamientos máximos de los niveles, por otra parte, para las velocidades máximas el péndulo para el control de la velocidad obtuvo mayor disminución de la respuesta, finalmente, para la aceleración del primer nivel, el péndulo para el control del desplazamiento alcanzó la mayor disminución, mientras que, para la aceleración del segundo nivel todos los péndulos incrementaron su magnitud máxima. Para el registro de Villita Corona Centro, el péndulo para el control de la aceleración logró la mayor disminución de los desplazamientos y velocidades de manera global y máxima, mientras que, el péndulo para el control de los desplazamientos logró el mayor control para las aceleraciones de manera global y máxima.

Se puede observar que los péndulos que alcanzaron mayor control fueron los de desplazamiento y aceleración. Existen registros para los cuales emplear un péndulo incrementa de manera significativa la respuesta, y registros para los cuales hay un control de la respuesta. En comparación con los TMD y TLCSD, los péndulos alcanzan resultados menos favorables empleando relaciones de masas semejantes.

TABLA 5.15: Respuestas máximas del sistema de dos grados de libertad con péndulo

Tipo de respuesta	Sin TMD	TMD Desp.	TMD Vel.	TMD Ace.
SCT				
Desplazamiento N1 cm	0.0142	0.0210	0.0211	0.0211
Desplazamiento N2 cm	0.0229	0.0364	0.0367	0.0366
Velocidad N1 cm/s	0.2420	0.2520	0.2533	0.2542
Velocidad N2 cm/s	0.4108	0.4310	0.4336	0.4354
Aceleración N1 cm/s^2	25.6282	25.6177	25.6175	25.6145
Aceleración N2 cm/s^2	39.8536	39.8503	39.8497	39.8438
Caleta de Campos				
Desplazamiento N1 cm	0.0253	0.0255	0.0255	0.0255
Desplazamiento N2 cm	0.0430	0.0435	0.0435	0.0435
Velocidad N1 cm/s	1.9089	1.8969	1.8971	1.8970
Velocidad N2 cm/s	3.2644	3.2438	3.2442	3.2440
Aceleración N1 cm/s^2	177.2399	175.9393	175.9686	175.9667
Aceleración N2 cm/s^2	302.5481	300.3114	300.3612	300.3577
Ana Freud				
Desplazamiento N1 cm	0.0016	0.0014	0.0014	0.0014
Desplazamiento N2 cm	0.0025	0.0022	0.0022	0.0021
Velocidad N1 cm/s	0.0171	0.0169	0.0169	0.0169
Velocidad N2 cm/s	0.0281	0.0276	0.0276	0.0276
Aceleración N1 cm/s^2	1.2195	1.2144	1.2146	1.2146
Aceleración N2 cm/s^2	1.3479	1.3516	1.3517	1.3519
Villita Corona Centro				
Desplazamiento N1 cm	0.0748	0.0730	0.0730	0.0729
Desplazamiento N2 cm	0.1202	0.1167	0.1166	0.1164
Velocidad N1 cm/s	2.7003	2.6866	2.6868	2.6866
Velocidad N2 cm/s	4.9667	4.9511	4.9513	4.9511
Aceleración N1 cm/s^2	487.4406	487.2055	487.2025	487.1982
Aceleración N2 cm/s^2	470.2291	468.3522	468.3926	468.3889

TABLA 5.16: Porcentaje de disminución de la respuesta del sistema de dos grados de libertad con péndulo

Tipo de respuesta	TMD desplazamiento		TMD velocidad		TMD aceleración	
	Máxima	Global	Máxima	Global	Máxima	Global
SCT						
Desplazamiento N1	-47.28 %	54.28 %	-48.36 %	55.25 %	-48.16 %	54.96 %
Desplazamiento N2	-58.76 %	67.81 %	-60.09 %	69.02 %	-59.85 %	68.66 %
Velocidad N1	-4.13 %	25.73 %	-4.67 %	26.29 %	-5.04 %	26.22 %
Velocidad N2	-4.93 %	30.30 %	-5.56 %	30.95 %	-6.00 %	30.87 %
Aceleración N1	0.04 %	1.11 %	0.04 %	1.11 %	0.05 %	1.11 %
Aceleración N2	0.01 %	1.41 %	0.01 %	1.42 %	0.02 %	1.42 %
Caleta de Campos						
Desplazamiento N1	-0.85 %	9.34 %	-0.88 %	9.45 %	-0.87 %	9.42 %
Desplazamiento N2	-1.10 %	11.17 %	-1.14 %	11.30 %	-1.12 %	11.26 %
Velocidad N1	0.63 %	1.12 %	0.62 %	1.10 %	0.62 %	1.10 %
Velocidad N2	0.63 %	1.17 %	0.62 %	1.15 %	0.62 %	1.15 %
Aceleración N1	0.73 %	1.01 %	0.72 %	0.98 %	0.72 %	0.98 %
Aceleración N2	0.74 %	1.03 %	0.72 %	1.01 %	0.72 %	1.01 %
Ana Freud						
Desplazamiento N1	10.33 %	26.62 %	10.75 %	27.81 %	11.04 %	28.61 %
Desplazamiento N2	12.70 %	33.23 %	13.23 %	34.72 %	13.58 %	35.72 %
Velocidad N1	1.46 %	8.17 %	1.49 %	8.56 %	1.44 %	8.86 %
Velocidad N2	1.75 %	9.97 %	1.78 %	10.45 %	1.72 %	10.82 %
Aceleración N1	0.42 %	0.71 %	0.40 %	0.70 %	0.40 %	0.71 %
Aceleración N2	-0.28 %	1.01 %	-0.29 %	1.01 %	-0.30 %	1.02 %
Villita Corona Centro						
Desplazamiento N1	2.38 %	4.58 %	2.44 %	4.70 %	2.54 %	4.84 %
Desplazamiento N2	2.95 %	5.69 %	3.03 %	5.85 %	3.14 %	6.01 %
Velocidad N1	0.51 %	1.35 %	0.50 %	1.34 %	0.51 %	1.36 %
Velocidad N2	0.31 %	1.41 %	0.31 %	1.40 %	0.32 %	1.42 %
Aceleración N1	0.05 %	0.59 %	0.05 %	0.58 %	0.05 %	0.58 %
Aceleración N2	0.40 %	0.89 %	0.39 %	0.87 %	0.39 %	0.87 %

Capítulo 6

Análisis no lineal

Una gran parte del trabajo de los ingenieros estructuristas consiste en diseñar estructuras nuevas. Esta labor, de manera tradicional, es realizada de manera elástica lineal, empleando espectros de diseño reducidos y, de manera equivocada, empleando la regla de igual desplazamientos para determinar el desplazamiento "inelástico" obtenido de forma elástica.

Recientemente han surgido nuevas filosofías de diseño, basadas en desempeño o energía, en las cuales se requiere efectuar un análisis y diseño inelástico de las estructuras, un trabajo en la cual se ha trabajado dentro de todas las áreas involucradas. Los avances alcanzados permiten que se realice tanto el diseño inelástico de estructuras nuevas como la revisión y refuerzo de las ya existentes.

Es bien conocido que las estructuras son susceptibles a incursionar en el intervalo no lineal cuando son sometidas a acciones dinámicas naturales, en especial aquellas que fueron diseñadas con reglamentos antiguos que no consideraban todos los avances en el diseño y construcción actuales. Debido a que cumple con las características citadas, la estructura estudiada en este trabajo será analizada de manera no lineal.

Uno de los desafíos que se tienen al analizar las estructuras considerando no linealidad del material consiste en que, el método tradicionalmente empleado modifica la matriz de rigidez durante el análisis, volviéndolo costoso de forma computacional. Otra de las limitantes que se tienen, es que la mayor parte de los análisis se realizan empleando los métodos de integración de θ de Wilson o β de Newmark, algoritmos que ya se demostró que tienen problemas de estabilidad para abordar problemas rígidos, además que su formulación no permite abordar de forma directa los problemas de control estructural.

Es posible hacer análisis no lineal de estructuras empleando la formulación de variable estado, y de esta manera abordar de manera sencilla los problemas de control. Para efectuarlo, se empleará el "método de analogía de la fuerza", desarrollado en 1968, pero con mayor crecimiento a partir de 1999, el cual permite abordar este tipo de problemas sin la necesidad de actualizar la matriz de rigidez durante el proceso, disminuyendo el costo computacional, logrando que sea factible realizar este tipo de análisis en la práctica profesional.

6.1. Método de analogía de la fuerza

El método de analogía de la fuerza (FAM por las siglas en inglés Force Analogy Method) es una herramienta computacional que permite resolver problemas estructurales que consideran no linealidad del material. La idea en la cual se basa consiste en reemplazar la fuente de no linealidad obtenida mediante los cambios realizados en la matriz de rigidez, por cambios en los desplazamientos, conocidos como "desplazamientos inelásticos" o "desplazamientos residuales".

La idea original del FAM fue propuesta en 1968 por Lin, (Lin, 1968), sin embargo, ya que se propuso a la par de los métodos que consideran la fuente de no linealidad en la modificación de la matriz rigidez, se optó por el desarrollo de los anteriores. A pesar de que el análisis no lineal empleando el método de los elementos finitos es una herramienta ampliamente usada, desde 1980 hasta la actualidad, su alto costo en tiempo es su mayor limitante para ser empleada para fines prácticos.

Debido la limitación mencionada, se han desarrollado diversas estrategias simplificadas que permiten el análisis y diseño de estructuras de múltiples grados de libertad, (Newmark, 1970; Villaverde, 1988; Villaverde, 1996; Georgoussis, 2008).

Inicialmente la formulación variable estado únicamente permitía realizar análisis elásticos. El análisis inelástico empleando dicha formulación y el FAM fue desarrollado hasta 1999 por Wong y Yang, (Wong y Yang, 1999).

El principio básico del FAM consiste en considerar cada deformación inelástica como una articulación plástica que suma un grado de libertad más a la estructura, de esta manera la matriz de rigidez sólo debe calcularse al inicio del análisis. Hasta antes de este trabajo se había empleado la formulación de variable estado empleando los algoritmos de integración directa con función Delta y constante, y los métodos de la familia Adams, sin embargo, como ya se demostró, en el área de control aparecen problemas rígidos que requieren estrategias de integración implícitas que garanticen la estabilidad en los resultados.

Emplear en conjunto, la formulación de variable estado, con el integrador de Gauss-Legendre de tres etapas propuesto y el FAM, permite abordar cualquier problema dentro del área de control estructural considerando no linealidad del material, de manera precisa, eficiente y computacionalmente estable, sin importar si la no linealidad presenta endurecimiento, degradación de la rigidez y de la resistencia, pinching y demás efectos observados experimentalmente y estudiados en su representación empleando modelos analíticos.

Al emplear el FAM, las fuerzas externas producen deformaciones inelásticas en las articulaciones plásticas modeladas. Las deformaciones plásticas pueden ser alargamiento en los contraventeos de una estructura, rotaciones en las vigas y columnas, fluencia en los aisladores de base, consideración de los efectos de la no linealidad geométrica, entre otros. Cabe resaltar que los modelos de no linealidad del material no pueden ser aplicados de manera directa empleando el FAM debido a que presentan una relación altamente no lineal entre la fuerza y el desplazamiento total, no en relación con la deformación inelástica. Ya que el comportamiento no lineal global de las estructuras depende de la relación entre las fuerzas internas y las deformaciones inelásticas, se ha trabajado

en extender el FAM para elementos estructurales con distintos comportamientos del material, (Li y Wong, 2014).

6.2. Análisis estático no lineal

6.2.1. Rotaciones plásticas

Uno de los conceptos básicos que deben definirse en el FAM, es el de rotación plástica. La rotación plástica puede definirse basado en las rotaciones de la cuerda, (Civil Engineers, 2007), también puede definirse con base en la teoría de una viga Euler-Bernoulli, (Powell, 2010), y como la rotación concentrada en una articulación plástica debida a una demanda de momento que sobrepasa al momento de fluencia, (Li y Wong, 2014). También es posible definirla empleando una viga sometida a dos momentos en los extremos en dirección contra-horaria, positiva de acuerdo con la regla de la mano derecha, (Figura 6.1(a)). Debe resaltarse que un momento positivo produce rotaciones positivas, y el negativo, negativas.

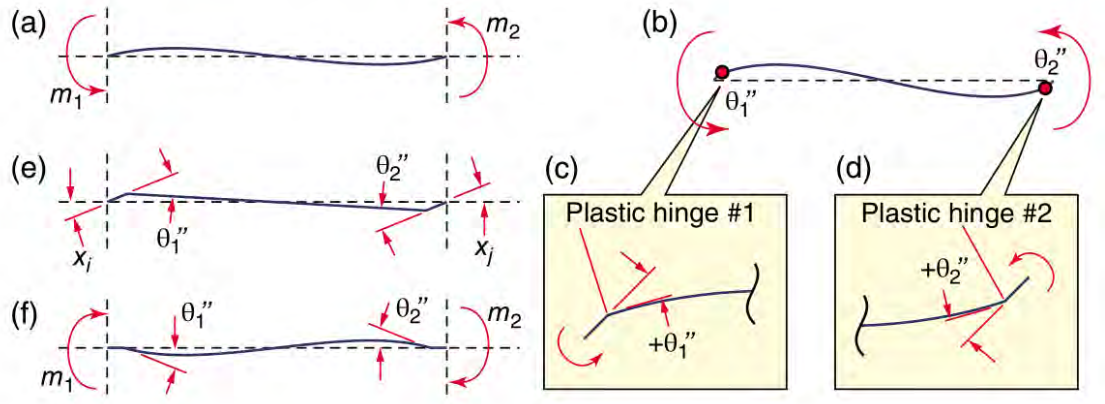


FIGURA 6.1: Definición de rotaciones plásticas positivas: (a) Viga con momentos positivos; (b) Viga con rotaciones plásticas positivas debido a momentos positivos; (c) Rotación plástica en el extremo izquierdo. (d) Rotación plástica en el extremo derecho; (e) Elemento viga que satisface la condición de compatibilidad; (f) Elemento viga que satisface la condición de equilibrio. (Li y Wong, 2014)

Cuando los momentos aplicados exceden al momento de fluencia, se forman articulaciones plásticas positivas, (Figura 6.1(b)). La rotación en el nodo 1 de la viga ocurre en sentido horario visto desde el lado izquierdo de la articulación hacia el derecho, (Figura 6.1(c)). La rotación en el nodo 2 de la viga ocurre en sentido contra-horario visto desde el lado izquierdo de la articulación hacia el derecho, (Figura 6.1(d)).

Ocurrida la fluencia, la relación momento-rotación sigue una función no lineal, definida como $f(\cdot)$. Para realizar un análisis no lineal, deben definirse las funciones de todas las articulaciones plásticas que se esperen en la estructura. Después de definir el comportamiento no lineal, la relación momento-rotación puede expresarse de manera matemática de acuerdo con la Ecuación 6.1.

$$\text{Si} \begin{cases} -m_y < m \\ -m_y \leq m \leq m_y \\ m > m_y \end{cases}, \qquad \text{entonces} \begin{cases} m = f_- (\cdot) \\ \theta'' = 0 \\ m = f_+ (\cdot) \end{cases}, \tag{6.1}$$

donde m_y es el momento de fluencia; $f_+ (\cdot)$ es la relación momento-rotación positiva; $f_- (\cdot)$ es la relación momento-rotación negativa; y θ'' es la rotación plástica o rotación inelástica. Cuando el material tiene una relación momento-rotación simétrica, la relación matemática se simplifica como se muestra en la Ecuación 6.2.

$$\text{Si} \begin{cases} m \leq m_y \\ m > m_y \end{cases}, \qquad \text{entonces} \begin{cases} \theta'' = 0 \\ m = f (\cdot) \end{cases} \tag{6.2}$$

Si los momentos aplicados en los extremos son retirados, la viga vuelve a su posición original y está en equilibrio, pero permanece con las rotaciones plásticas en los extremos, (Figura 6.1(e)). Dado que las rotaciones en los extremos son distintos de cero, se viola la condición de compatibilidad pero se satisface la condición de equilibrio.

Por otro lado, si se forzara a que las rotaciones en los extremos de la viga sean cero, se satisface la condición de compatibilidad, (Figura 6.1(f)). Sin embargo, ya que la viga se encuentra deformada, se inducen los momentos m_1 y m_2 en los extremos, mientras que el segmento que une al extremo con la articulación permanece recto y sin momentos. Lo anterior satisface la condición de compatibilidad pero viola la de equilibrio.

El objetivo del FAM es emplear la técnica descrita para efectuar análisis considerando no linealidad del material, y al mismo tiempo satisfacer las condiciones de equilibrio y compatibilidad.

6.2.2. Sistemas de un grado de libertad

Desplazamiento inelástico

Para determinar los desplazamientos inelásticos, se debe emplear una curva envolvente que defina las relaciones entre la fuerza-desplazamiento o momento-rotación, según sea el tipo de articulación. Empleando una relación fuerza-desplazamiento, pero también aplicable a una relación momento-rotación cambiando las fuerzas por momentos y los desplazamientos por rotaciones, generalmente se tiene la rigidez elástica, $K - e$; la rigidez tangencial posfluencia, K_t; la fuerza de fluencia, F_y; el desplazamiento de fluencia, x_y, (Figura 6.2).

Si se aplica una fuerza F_s, el sistema fluye y alcanza la deformación mostrada en el punto C dada por el desplazamiento x. El principio del FAM es prolongar la pendiente elástica hasta que alcance la fuerza F_s en el punto B. El desplazamiento inelástico del sistema, x'' se obtiene como la diferencia entre el desplazamiento total y el desplazamiento elástico, x'. La diferencia principal entre el desplazamiento elástico y el inelástico, es que el primero desaparece al retirar la carga, mientras que el segundo permanece, por esta razón también se conoce como desplazamiento residual. La relación matemática que define a los desplazamientos anteriores está dada por la Ecuación 6.3 y la Ecuación 6.4.

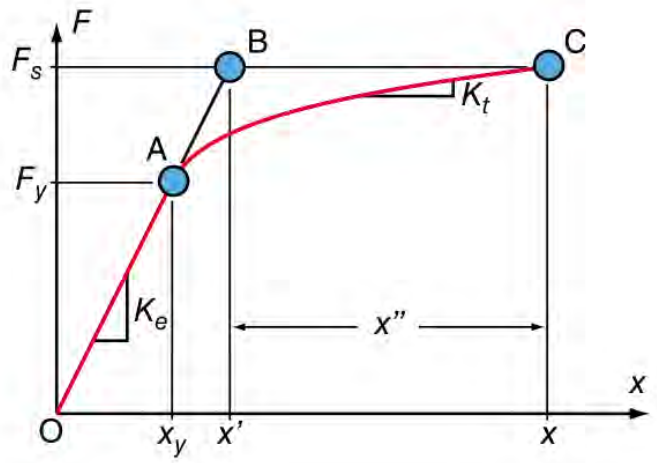


FIGURA 6.2: Desplazamiento inelástico en una relación fuerza-desplazamiento. (Li y Wong, 2014)

$$x = x' + x'', \tag{6.3}$$

$$\text{Si} \begin{cases} x \leq x_y \\ x > x_y \end{cases}, \qquad \text{entonces} \begin{cases} x' = F_s/K_e, & x'' = 0 \\ x' = F_s/K_e, & x'' > 0 \end{cases}. \tag{6.4}$$

La fuerza F_s para cualquier desplazamiento x es igual al producto de la rigidez elástica por el desplazamiento elástico, es decir:

$$F_s = K_e \left(x - x''\right). \tag{6.5}$$

El desplazamiento elástico cambiará con la fuerza aplicada, F_s, y no permanecerá constante, sin importar si el material presenta endurecimiento o degradación. Lo anterior demuestra el que FAM se centra en los cambios en los desplazamientos en lugar de los cambios en la rigidez.

Aplicación del FAM a un sistema de un grado de libertad

Un sistema de un grado de libertad es el ejemplo más sencillo que permite entender el funcionamiento del FAM y como logra satisfacer las condiciones de equilibrio y compatibilidad, (Figura 6.3(a)). El sistema es de longitud L. La relación de desplazamiento está dada por la Ecuación 6.3 y la relación de momento está dada por la Ecuación 6.6,

$$m = m' + m'', \tag{6.6}$$

donde m es el momento total en la articulación plástica, m' es el momento elástico debido al desplazamiento elástico, y m'' es el momento inelástico debido al desplazamiento inelástico. La articulación tiene una relación momento-rotación, (Figura 6.3(b)), y se espera que la articulación plástica se forme en la base del sistema, (Figura 6.3(c)).

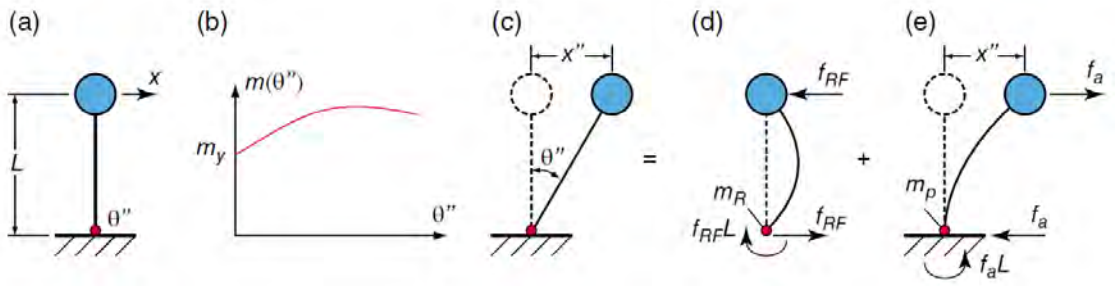


FIGURA 6.3: FAM aplicado a un sistema de un grado de libertad: (a) Sistema de un grado de libertad; (b) Relación momento-rotación; (c) Relación rotación plástica y desplazamiento inelástico; (d) Fuerza que satisface la condición de compatibilidad; (e) Fuerza equivalente para satisfacer la condición de equilibrio. (Li y Wong, 2014)

Al realizar un análisis inelástico, se puede descomponer en dos partes, (Figura 6.3(d) y Figura 6.3(e)). Si se aplica una fuerza restauradora, f_{RF} se regresa el sistema a su condición inicial, sin importar si el sistema sea de múltiples grados de libertad, con lo que se satisface la condición de compatibilidad. La fuerza restauradora se determina mediante la Ecuación 6.7,

$$f_{RF} = -K'\theta'', \tag{6.7}$$

donde K' es la rigidez que relaciona la rotación plástica con la fuerza restauradora. En consecuencia de que exista esta fuerza restauradora, se genera un momento residual m_R el cual se determina mediante la Ecuación 6.8,

$$m_R = -K''\theta'', \tag{6.8}$$

donde K'' es la rigidez que relaciona la rotación plástica con el momento residual.

Dado que la fuerza restauradora no existe en la estructura, se requiere aplicar una fuerza opuesta a ella, f_a, para satisfacer la condición de equilibrio, la cual está dada por la Ecuación 6.9,

$$f_a = -f_{RF}. \tag{6.9}$$

Al aplicar la fuerza opuesta, se debe determinar el desplazamiento inelástico empleando el método de las rigideces, es decir:

$$f_a = Kx'', \tag{6.10}$$

donde K es la matriz de rigidez global ensamblada del sistema. Al aplicar la fuerza opuesta se induce un momento m_P en la articulación plástica, el cual se determina como:

$$m_P = K''\theta''. \tag{6.11}$$

Finalmente, el momento inelástico se determina como la suma del momento residual y el momento inducido al aplicar la fuerza opuesta, es decir:

$$m'' = m_R + m_p = 0. \tag{6.12}$$

Lo anterior demuestra que la rotación plástica no induce momentos inelásticos en el sistema, lo cual es correcto. Empleando el método de las rigideces, se debe obtener el momento elástico, el desplazamiento elástico y la fuerza externa aplicada F_a, mediante la Ecuación 6.13,

$$F_a = Kx', \quad m' = K'x'. \tag{6.13}$$

El FAM cuenta con dos importantes ecuaciones. La primera se obtiene al reemplazar el desplazamiento elástico en la Ecuación 6.13, por la diferencia entre el desplazamiento total y el desplazamiento inelástico, y a su vez aplicar la definición del desplazamiento inelástico, es decir

$$Kx - K'\theta'' = F_a. \tag{6.14}$$

La segunda ecuación se determina al aplicar las relaciones y definiciones de los momentos elásticos e inelásticos dados en la Ecuación 6.6, y aplicar la definición del desplazamiento inelástico, es decir

$$m = m' + m'' = K'x - K''\theta'' + 0 = K'x - K''\theta''. \tag{6.15}$$

Escribiendo las ecuaciones fundamentales del FAM de manera matricial se obtiene

$$\begin{bmatrix} K & K' \\ K' & K'' \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ -\theta'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_a \\ m \end{pmatrix}. \tag{6.16}$$

Dada una fuerza F_a, las incógnitas son el desplazamiento x, el momento m y la rotación plástica θ''. Las ecuaciones que permiten resolver las incógnitas están dadas por la Ecuación 6.16 y la relación momento-rotación de la articulación plástica.

6.2.3. Análisis estructura no lineal de sistemas de n grados de libertad

El concepto empleando en el FAM de un grado de libertad puede extenderse para aplicarse a un sistema de n grados de libertad. El desplazamiento ahora será un vector y puede expresarse mediante:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}' + \mathbf{x}'' = \begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \\ \vdots \\ x_n' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_1'' \\ x_2'' \\ \vdots \\ x_n'' \end{pmatrix}, \tag{6.17}$$

donde $\mathbf{x}$ es el vector de desplazamiento total, $\mathbf{x}'$ el vector de desplazamiento elástico, y $\mathbf{x}''$ el vector de desplazamiento inelástico.

Si en el sistema de análisis se considera la formación de q articulaciones plásticas, el vector de momentos se describe por la ecuación

$$\mathbf{m} = \mathbf{m}' + \mathbf{m}'' = \begin{pmatrix} m'_1 \\ m'_2 \\ \vdots \\ m'_q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m''_1 \\ m''_2 \\ \vdots \\ m''_q \end{pmatrix}, \tag{6.18}$$

donde $\mathbf{m}'$ es el vector de momentos elásticos; y $\mathbf{m}''$ es el vector de momentos inelásticos.

Para el caso de los momentos inelásticos, al rotar las articulaciones plásticas, las rotaciones son reemplazadas por un conjunto de fuerzas ficticias. El vector de rotaciones plásticas se define como

$$\mathbf{\Theta}'' = \begin{pmatrix} \theta''_2 \\ \theta''_2 \\ \vdots \\ \theta''_q \end{pmatrix}. \tag{6.19}$$

Para garantizar que la estructura satisfaga la condición de compatibilidad, a los elementos con articulaciones plásticas se les aplicarán fuerzas restauradoras para regresarlas a la condición original. De manera global, el vector de fuerzas restauradoras se define como

$$\mathbf{f}_{RF} = \begin{pmatrix} F_{RF1} \\ F_{RF2} \\ \vdots \\ F_{RFn} \end{pmatrix} = -\mathbf{K}'\mathbf{\Theta}'', \tag{6.20}$$

donde $\mathbf{K}'$ es la matriz de rigidez ensamblada que relaciona las rotaciones plásticas con las fuerzas aplicadas en los grados de libertad del sistema, la cual se determina como la suma de las matrices de rigidez individuales de cada elemento. Además de las fuerzas restauradoras, las rotaciones plásticas inducen momentos residuales, $\mathbf{m}_R$, definidos a nivel de articulación plástica como

$$\mathbf{m}_R = \begin{pmatrix} m_{R,1} \\ m_{R,2} \\ \vdots \\ m_{R,q} \end{pmatrix} = -\mathbf{K}''\mathbf{\Theta}'' \tag{6.21}$$

donde $\mathbf{K}''$ es la matriz de rigidez ensamblada que relaciona las rotaciones plásticas con los momentos residuales, para obtenerla se acoplaran las matrices de rigidez de cada articulación plástica.

Dado que la fuerza restauradora no existe en la estructura, se deberá aplicar una fuerza opuesta $\mathbf{f}_a$ para restablecer el equilibrio, definida como

$$\mathbf{f}_a = -\mathbf{f}_{RF} = \mathbf{K}'\boldsymbol{\Theta}'' \tag{6.22}$$

Al aplicar la fuerza opuesta, se producen deformaciones permanentes, x'', obtenidas como

$$\mathbf{f}_a = \mathbf{K}\mathbf{x}'', \tag{6.23}$$

donde $\mathbf{K}$ es la matriz de rigidez global del sistema, la cual puede determinarse empleando el método de rigideces, (Hibbeler y Kiang, 2015; Leet, Uang y Gilbert, 2002). La forma despejada del desplazamiento inelástico es

$$\mathbf{x}'' = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{K}'\boldsymbol{\Theta}''. \tag{6.24}$$

Además de los desplazamientos inelásticos, las fuerzas opuestas producen momentos en las articulaciones plásticas, obtenidas con

$$\mathbf{m}_P = \mathbf{K}'^T\mathbf{x}'' = \mathbf{K}'^T\mathbf{K}^{-1}\mathbf{K}'\boldsymbol{\Theta}''. \tag{6.25}$$

Y los momentos inelásticos en las articulaciones se obtienen como la suma de los momentos residuales y los momentos inducidos, es decir

$$\mathbf{m}'' = \mathbf{m}_R + \mathbf{m}_P = -(\mathbf{K}'' - \mathbf{K}'^T\mathbf{K}^{-1}\mathbf{K}')\boldsymbol{\Theta}''. \tag{6.26}$$

Las fuerzas estáticas que relacionan los desplazamientos elásticos y los momentos elásticos se determinan con

$$\mathbf{F}_a = \mathbf{K}\mathbf{x}', \tag{6.27}$$

mientras que los momentos elásticos se determinan con

$$\mathbf{m}' = \mathbf{K}'^T\mathbf{x}'. \tag{6.28}$$

De manera semejante al análisis para un grado de libertad, existen dos importantes ecuaciones en el FAM para un sistema de n grados de libertad. La primera se obtiene al reemplazar el desplazamiento elástico en la Ecuación 6.27, por la diferencia entre el desplazamiento total y el desplazamiento inelástico, y a su vez aplicar la definición del desplazamiento inelástico, (Ecuación 6.24), es decir

$$\mathbf{F}_a = \mathbf{K}[\mathbf{x} - \mathbf{K}^{-1}\mathbf{K}'\boldsymbol{\Theta}''] = \mathbf{K}\mathbf{x} - \mathbf{K}'\boldsymbol{\Theta}'' \tag{6.29}$$

La segunda ecuación se determina al aplicar las relaciones y definiciones de los momentos elásticos e inelásticos dados en la Ecuación 6.18, y aplicar la definición del desplazamiento inelástico, (Ecuación 6.24), es decir

$$\mathbf{m} = \mathbf{m}' + \mathbf{m}'' = \mathbf{K}'^{T}\mathbf{x} - \mathbf{K}''\boldsymbol{\Theta}'' \tag{6.30}$$

Escribiendo las ecuaciones fundamentales del FAM de forma matricial se obtiene

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{K}' \\ \mathbf{K}'^{T} & \mathbf{K}'' \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ -\boldsymbol{\Theta}'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_a \\ \mathbf{m} \end{pmatrix}. \tag{6.31}$$

El vector que incluye los desplazamientos y rotaciones inelásticas, contiene $n+q$ incógnitas las cuales están relacionadas a los grados de libertad y las rotaciones plásticas que existen en la estructura. El tratamiento que se da en el FAM es similar al realizado en el análisis rápido no lineal, (Wilson, 2004), donde también los desplazamientos y rotaciones se consideran grados de libertad.

La solución de la Ecuación 6.31 es un procedimiento iterativo. Dada una fuerza aplicada $\mathbf{F}_a$, las incógnitas serán $\mathbf{m}$, $\boldsymbol{\Theta}''$ y $\mathbf{x}$, ($n+2q$ incógnitas). Para determinarlas, se deberán emplear en conjunto la Ecuación 6.31 y las relaciones momento-rotación o fuerza-desplazamiento.

6.2.4. Condensación estática

Uno de los aspectos más importantes del análisis matricial es la posibilidad de reducir el tamaño de un problema mediante la condensación estática, la cual comprime la matriz de rigidez cuando las fuerzas aplicadas en ciertos grados de libertad son cero.

Enfocándose en el primer renglón de la Ecuación 6.31, algunos de los grados de libertad pueden no tener fuerzas aplicadas, por lo que la Ecuación 6.31 se reescribe como

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{dd} & \mathbf{K}_{dr} & \mathbf{K}'_d \\ \mathbf{K}_{rd} & \mathbf{K}_{rr} & \mathbf{K}'_r \\ \mathbf{K}'^{T}_d & \mathbf{K}'^{T}_r & \mathbf{K}'' \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_d \\ \mathbf{x}_r \\ -\boldsymbol{\Theta}'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{ad} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{m} \end{pmatrix}, \tag{6.32}$$

donde los elementos que contienen un subíndice d se asocian a los grados de libertad donde se encuentran aplicadas las fuerzas; y los elementos que contienen un subíndice r se asocian a los grados de libertad donde no existen fuerzas aplicadas.

Para poder aplicar la condensación estática se requiere aislar el segundo renglón de la Ecuación 6.32 y despejar el vector $\mathbf{x}_r$, obteniendo

$$\mathbf{x}_r = \mathbf{K}_{rr}^{-1}\mathbf{K}'_r\boldsymbol{\Theta}'' - \mathbf{K}_r^{-1}\mathbf{K}_{rd}\mathbf{x}_d. \tag{6.33}$$

Sustituyendo el vector despejado en la Ecuación 6.33 en el primer y tercer renglón de la Ecuación 6.32 se obtiene

$$(\mathbf{K}_{dd} - \mathbf{K}_{dr}\mathbf{K}_{rr}^{-1}\mathbf{K}_{rd})\mathbf{x}_d - (\mathbf{K}'_d - \mathbf{K}_{dr}\mathbf{K}_{rr}^{-1}\mathbf{K}'_r)\boldsymbol{\Theta}'' = \mathbf{F}_{ad}, \tag{6.34a}$$

$$(\mathbf{K}'^T_d - \mathbf{K}'^T_r\mathbf{K}_{rr}^{-1}\mathbf{K}_{rd})\mathbf{x}_d - (\mathbf{K}'' - \mathbf{K}'^T_r\mathbf{K}_{rr}^{-1}\mathbf{K}'_r)\boldsymbol{\Theta}' = \mathbf{m}. \tag{6.34b}$$

Agrupando las sustituciones de forma matricial se obtiene

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{dd} - \mathbf{K}_{dr}\mathbf{K}_{rr}^{-1}\mathbf{K}_{rd} & \mathbf{K}'_d - \mathbf{K}_{dr}\mathbf{K}_{rr}^{-1}\mathbf{K}'_r \\ \mathbf{K}'^T_d - \mathbf{K}'^T_r\mathbf{K}_{rr}^{-1}\mathbf{K}_{rd} & \mathbf{K}'' - \mathbf{K}'^T_r\mathbf{K}_{rr}^{-1}\mathbf{K}'_r \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_d \\ -\boldsymbol{\Theta}'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{ad} \\ \mathbf{m} \end{pmatrix}. \tag{6.35}$$

Definiendo para simplificar los términos a

$$\overline{\mathbf{K}} = \mathbf{K}_{dd} - \mathbf{K}_{dr}\mathbf{K}_{rr}^{-1}\mathbf{K}_{rd}, \qquad \overline{\mathbf{K}}' = \mathbf{K}'_d - \mathbf{K}_{dr}\mathbf{K}_{rr}^{-1}\mathbf{K}'_r, \qquad \overline{\mathbf{K}}'' = \mathbf{K}'' - \mathbf{K}'^T_r\mathbf{K}_{rr}^{-1}\mathbf{K}'_r, \tag{6.36}$$

la Ecuación 6.35 se transforma en

$$\begin{bmatrix} \overline{\mathbf{K}} & \overline{\mathbf{K}}' \\ \overline{\mathbf{K}}'^T & \overline{\mathbf{K}}'' \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_d \\ -\boldsymbol{\Theta}'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{ad} \\ \mathbf{m} \end{pmatrix}. \tag{6.37}$$

6.3. Análisis dinámico no lineal

Como ya se abordó en el Capítulo 3, existen diversas maneras de integrar la ecuación de movimiento, se analizaron sus ventajas y desventajas, y se aclaró que para fines de este trabajo se empleará el método de IRK6 con la formulación variable estado. Tal metodología también puede extenderse para realizar análisis dinámico no lineal teniendo en cuenta algunas consideraciones.

La matriz de masa que se había utilizado hasta ahora para un sistema de n grados de libertad era una matriz diagonal de la forma

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & M_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & M_n \end{bmatrix}. \tag{6.38}$$

Sin embargo, ahora que se consideran los grados de libertad con rotación, suele despreciarse el momento de inercia asociado a la masa de los grados de libertad rotacionales, por lo que la matriz de masas ahora tiene la forma

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & M_d & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{dd} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \tag{6.39}$$

donde d es el número de grados de libertad traslacionales; y $\mathbf{M}_{dd}$ es la matriz de masas de los grados de libertad traslacionales.

De manera análoga a la matriz de masas, la matriz de amortiguamiento resulta en

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{dd} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \tag{6.40}$$

donde $\mathbf{C}_{dd}$ es la matriz de amortiguamiento de los grados de libertad traslacionales. Al emplear un amortiguamiento proporcional, la ecuación para determinar la matriz de amortiguamiento es

$$\mathbf{C}_{dd} = a_1 \mathbf{M}_{dd} + a_2 \overline{\mathbf{K}} \tag{6.41}$$

donde $\overline{\mathbf{K}}$ es la matriz de rigidez obtenida al llevar a cabo la condensación estática.

Cuando se realiza un análisis sísmico existen dos tipos de aceleraciones, una es relativa a la aceleración del terreno natural y es la que satisface a la ecuación de equilibrio dinámico. Al resolver un problema empleando el método de variable estado, la solución permite conocer la velocidad y la aceleración del sistema, y mediante la Ecuación 2.42 se determina la aceleración. La segunda aceleración es una aceleración absoluta la cual resulta de la suma de la aceleración relativa del sistema y la aceleración del terreno, resultando en

$$\ddot{\mathbf{y}}_{k+1} = -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}_{k+1} - \mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}\mathbf{X}_{k+1} \tag{6.42}$$

6.3.1. Análisis no lineal empleando variable estado y el FAM

La ecuación fundamental del análisis dinámico se conoce como ecuación de movimiento, la cual está planteada de manera elástica. Si se realiza un análisis sísmico empleando la nomenclatura empleada en el FAM, la ecuación de movimiento es

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}'(t) = -\mathbf{M}\mathbf{a}(t). \tag{6.43}$$

Si se reemplaza el desplazamiento elástico por la relación dada en la Ecuación 6.17, la ecuación de movimiento se convierte en

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = -\mathbf{M}\ddot{\mathbf{a}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}''(t). \tag{6.44}$$

Al igual que en el Capítulo 3, se define un vector de estados $\mathbf{z}$, y la ecuación de movimiento en variable estado tiene la forma

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \ddot{\mathbf{x}}(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}_e(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} \end{pmatrix} \mathbf{x}''(t). \tag{6.45}$$

Definiendo

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}(t) = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}_e(t) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} \end{pmatrix}, \tag{6.46}$$

donde $\mathbf{A}$ es la matriz de transición de estados; $\mathbf{F}(t)$ es la función de fuerzas en variable estado que, para el caso particular de análisis sísmico, es $\mathbf{F}_e(t) = -\mathbf{M}\mathbf{a}(t)$; y $\mathbf{G}$ es la matriz de transición de desplazamientos inelásticos. La ecuación de movimiento en variable estado de forma discreta y condensada es

$$\dot{\mathbf{z}}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{z}_{k+1} + \mathbf{F}_{k+1} + \mathbf{G}\mathbf{x}''_{k+1}. \tag{6.47}$$

Se observa que en la ecuación anterior existen una gran cantidad de incógnitas, para su solución se requerirán varios pasos. Inicialmente solo se conocen las fuerzas aplicadas al sistema, $\mathbf{F}_{k+1}$, el vector de estados $\mathbf{z}_k$ y el vector de desplazamientos inelásticos $\mathbf{x}''_k$. El primer paso consiste en obtener una primera aproximación a la solución en $\mathbf{z}_{k+1}$, para lograrlo se asume que $\mathbf{x}''_{k+1} = \mathbf{x}''_k$ y se soluciona la Ecuación 6.47 siguiendo la metología presentada en la **??**. Los valores obtenidos del vector de estados $\mathbf{z}_{k+1}$ serán empleados en el FAM para determinar las rotaciones inelásticas.

El FAM será modificado ligeramente para considerar los estados en los que se encuentren las articulaciones plásticas. Dado que existen inversiones en las cargas al efectuar análisis dinámicos, conviene escribir el vector de rotaciones plásticas de forma incremental,

$$\mathbf{\Theta}''_{k+1} = \mathbf{\Theta}''_k + \Delta\mathbf{\Theta}''. \tag{6.48}$$

Reescribiendo la Ecuación 6.30 de forma discreta y reemplazando la rotación plástica por su forma incremental se tiene

$$\mathbf{m}_{k+1} + \mathbf{K}''\Delta\mathbf{\Theta}'' = \mathbf{K}'^{T}\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{K}''\mathbf{\Theta}''_k, \tag{6.49}$$

donde $\mathbf{m}_{k+1}$ es la forma discretizada de $\mathbf{m}(t)$. Los términos del lado derecho son conocidos, el objetivo es calcular $\mathbf{m}_{k+1}$ y $\Delta\mathbf{\Theta}''$. Para determinarla se empleará la Ecuación 6.49 y las relaciones fuerza-desplazamiento o momento-rotación de las articulaciones plásticas. Conocidas las incógnitas, sólo resta obtener las rotaciones plásticas en $k+1$ para determinar los desplazamientos inelásticos mediante

$$\mathbf{x}''_{k+1} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{K}'\boldsymbol{\Theta}''_{k+1} \tag{6.50}$$

Con los desplazamientos inelásticos determinados, se repite la solución de la ecuación de movimiento ahora empleando los valores de $\mathbf{x}''_{k+1}$ y el procedimiento descrito en el **??**.

Al efectuar análisis dinámicos no lineales ocurre que en los grados de libertad rotacionales no sean aplicadas fuerzas, traducido en la ecuación de movimiento como

$$\begin{bmatrix}\mathbf{M}_{dd} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{0}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\ddot{\mathbf{x}}_{d,k}\\ \ddot{\mathbf{x}}_{r,k}\end{pmatrix} + \begin{bmatrix}\mathbf{C}_{dd} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{0}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\dot{\mathbf{x}}_{d,k}\\ \dot{\mathbf{x}}_{r,k}\end{pmatrix} + \begin{bmatrix}\mathbf{K}_{dd} & \mathbf{K}_{dr}\\ \mathbf{K}_{rd} & \mathbf{K}_{rr}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\mathbf{x}'_{d,k}\\ \mathbf{x}'_{r,k}\end{pmatrix} = -\begin{bmatrix}\mathbf{M}_{dd} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{0}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}a_k\\ \mathbf{0}\end{pmatrix}, \tag{6.51}$$

donde los elementos con subíndice d están asociados a los grados de libertad con masa distinta de cero; y los elementos con subíndice r están asociados a los grados de libertad con masa despreciable.

Las ecuaciones principales del FAM, de la misma forma, pueden expresarse mediante

$$\mathbf{m}_k + \mathbf{K}''\boldsymbol{\Theta}''_k = \begin{bmatrix}\mathbf{K}'^T_d & \mathbf{K}'^T_r\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\mathbf{x}_{d,k}\\ \mathbf{x}_{r,k}\end{pmatrix} \tag{6.52}$$

$$\begin{pmatrix}\mathbf{x}''_d(t)\\ \mathbf{x}''_r(t)\end{pmatrix} = \begin{bmatrix}\mathbf{K}_{dd} & \mathbf{K}_{dr}\\ \mathbf{K}_{rd} & \mathbf{K}_{rr}\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\mathbf{K}'_d\\ \mathbf{K}'_r\end{bmatrix}\boldsymbol{\Theta}''(t). \tag{6.53}$$

Para realizar la condensación estática, se aislará el segundo renglón de la Ecuación 6.51, y se despejará el vector de rotaciones elásticas, $\mathbf{x}'_{r,k}$, resultando en

$$\mathbf{x}'_{r,k} = -\mathbf{K}_{rr}^{-1}\mathbf{K}_{rd}\mathbf{x}'_{d,k}. \tag{6.54}$$

Sustituyendo en el primer renglón de la Ecuación 6.51, y definiendo a

$$\overline{\mathbf{K}} = \mathbf{K}_{dd} - \mathbf{K}_{dr}\mathbf{K}_{rr}^{-1}\mathbf{K}_{rd}, \tag{6.55}$$

se obtiene

$$\mathbf{M}_{dd}\ddot{\mathbf{x}}_{d,k} + \mathbf{C}_{dd}\dot{\mathbf{x}}_{d,k} + \overline{\mathbf{K}}\mathbf{x}'_{d,k} = -\mathbf{M}_{dd}a_k, \tag{6.56}$$

la cual es la ecuación de equilibrio dinámico de forma condensada.

Para determinar la forma condensada del desplazamiento inelástico, se multiplicará por la izquierda ambos lados de la Ecuación 6.50 por la matriz de rigidez $\mathbf{K}$ y del segundo renglón se despejará el desplazamiento rotacional inelástico, $\mathbf{x}''_{r,k}$, obteniendo

$$\mathbf{x}''_{r,k} = -\mathbf{K}_{rr}^{-1}\mathbf{K}_{rd}\mathbf{x}''_{d,k} + \mathbf{K}_{rr}^{-1}\mathbf{K}'_r\boldsymbol{\Theta}''_k. \tag{6.57}$$

Sustituyendo en el primer renglón de la Ecuación 6.53 al desplazamiento rotacional inelástico, y definiendo a

$$\overline{\mathbf{K}}' = \mathbf{K}'_d - \mathbf{K}_{dr}\mathbf{K}_{rr}^{-1}\mathbf{K}'_r, \tag{6.58}$$

se obtiene que el desplazamiento traslacional inelástico es

$$\mathbf{x}''_{d,k+1} = \overline{\mathbf{K}}^{-1}\overline{\mathbf{K}}'\boldsymbol{\Theta}''_{k+1}, \tag{6.59}$$

que a su vez es la segunda ecuación gobernante del FAM de forma condensada.

La forma condensada de la primera ecuación gobernante del FAM se obtiene al sustituir los despejes realizados de los vectores de desplazamientos rotacionales elásticos e inelásticos y que $\mathbf{x}_{d,k} = \mathbf{x}'_{d,k} + \mathbf{x}''_{d,k}$ en el vector de desplazamientos, resultando en

$$\mathbf{x}_{r,k} = \mathbf{x}'_{r,k} + \mathbf{x}''_{r,k} = -\mathbf{K}_{rr}^{-1}\mathbf{K}_{rd}\mathbf{x}, \mathbf{k}_d + \mathbf{K}_{rr}^{-1}\mathbf{K}'_r\boldsymbol{\Theta}''_k. \tag{6.60}$$

Sustituyendo el despeje anterior en la Ecuación 6.52, y definiendo a

$$\overline{\mathbf{K}}'' = \mathbf{K}'' - \mathbf{K}'^{T}_r\mathbf{K}_{rr}^{-1}\mathbf{K}'_r, \tag{6.61}$$

se obtiene que la primer ecuación gobernante del FAM de forma condensada e incremental es

$$\mathbf{m}_{k+1} + \overline{\mathbf{K}}''\Delta\boldsymbol{\Theta}'' = \overline{\mathbf{K}}'^{T}\mathbf{x}_{d,k+1} + \overline{\mathbf{K}}''\boldsymbol{\Theta}''_k. \tag{6.62}$$

La ecuación de movimiento a resolver cuando existe condensación estática está dada por la Ecuación 6.47, el único cambio se realiza en la definición de las variables ya que se convierten en

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}_{dd}^{-1}\overline{\mathbf{K}} & -\mathbf{M}_{dd}^{-1}\mathbf{C}_{dd} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}(t) = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{dd}^{-1}\mathbf{F}_{ad} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{dd}^{-1}\overline{\mathbf{K}} \end{pmatrix}. \tag{6.63}$$

En resumen, el procedimiento para efectuar un análisis se detalla en la Tabla 6.1.

TABLA 6.1: Solución paso a paso del análisis no lineal con condensación estática

A		**Cálculos iniciales**
	1	Realizar la condensación estática de las matrices $\mathbf{K}$, $\mathbf{K}'$ y $\mathbf{K}''$; y obtener las matrices $\overline{\mathbf{K}}$, (Ecuación 6.55); $\overline{\mathbf{K}}'$, (Ecuación 6.58); y $\overline{\mathbf{K}}''$, (Ecuación 6.61)
	2	Introducir las matrices de masa $\mathbf{M}_{dd}$ y amortiguamiento $\mathbf{C}_{dd}$. Así como las fuerzas externas $\mathbf{F}_{ad}$ y las relaciones momento-rotación y fuerza-desplazamiento de las articulaciones plásticas
	3	Obtener las condiciones iniciales $\mathbf{x}_{d,0}$, $\dot{\mathbf{x}}_{d,0}$ y $\mathbf{x}''_{d,0}$
	4	Fijar el tamaño de paso Δt
	5	Formar la matriz de estados $\mathbf{A}$ y el vector de fuerzas $\mathbf{F}(t)$ con la Ecuación 6.63
	6	Calcular la aceleración inicial de la ecuación de movimiento $\ddot{\mathbf{x}}_{d,0} = \mathbf{M}_{dd}^{-1}(\mathbf{F}_{ad,0} - \mathbf{C}_{dd}\dot{\mathbf{x}}_{d,0} - \overline{\mathbf{K}}\mathbf{x}_{d,0})$
	7	Seleccionar la aproximación de fuerzas por cuadraturas trapezoidales o rectangulares
B		**Para cada paso de tiempo**
	1	Resolver la Ecuación 6.47 empleando RK6-I y suponer $\mathbf{x}''_{k+1} = \mathbf{x}''_k$
	1.1	Calcular los coeficientes de $\boldsymbol{\xi}_j$ empleando el método de Newton-Raphson
	1.1.1	Inicializar $\xi^k = \mathbf{z}_k$
	1.1.2	Aproximar el Jacobiano empleando diferencias centradas si existen dispositivos de control o con la Ecuación 3.31 o la Ecuación 3.34, según corresponda, si no los hay
	1.1.3	Calcular la siguiente iteración del método de Newton-Raphson con la Ecuación 3.30
	1.1.4	Si $\lvert\boldsymbol{\xi}^{k+1} - \boldsymbol{\xi}^k\rvert <$ tolerancia, entonces el método de Newton-Raphson convergió y $\boldsymbol{\xi}_j = \boldsymbol{\xi}^{k+1}$. En caso contrario hacer $\boldsymbol{\xi}^k = \boldsymbol{\xi}^{k+1}$ y repetir la secuencia desde el paso **B**1.1.2 hasta la o hasta que se alcance un máximo de iteraciones fijado
	1.2	Calcular los estados en el instante $k+1$ con la Ecuación 6.47
	2	Calcular los desplazamientos inelásticos con el FAM
	2.1	Suponer $\Delta\boldsymbol{\Theta} = 0$ y determinar las reacciones en $k+1$ mediante la Ecuación 6.62
	2.2	Comparar las reacciones resultantes contra las de fluencia, si no se superan permanece en el rango elástico, si se superan, $\Delta\boldsymbol{\Theta} \neq 0$ y se deberá repetir el cálculo de las demandas haciendo $\mathbf{m}_{k+1} = \mathbf{m}_y$ en las articulaciones que fluyeron y volviendo a resolver la Ecuación 6.62
	2.3	Obtener $\boldsymbol{\Theta}_{k+1}$ con la Ecuación 6.48
	2.4	Obtener $\mathbf{x}''_{k+1}$ con la Ecuación 6.59
	3	Resolver la Ecuación 6.47 empleando RK6-I repitiendo el paso **B**1 y emplear el valor de $\mathbf{x}''_{k+1}$ calculado en el paso 2
	4	Calcular las aceleraciones relativas en el instante $k+1$ con $\ddot{\mathbf{x}}_{d,k+1} = \mathbf{M}_{dd}^{-1}(\mathbf{F}_{ad,k+1} - \mathbf{C}_{dd}\dot{\mathbf{x}}_{d,k+1} - \overline{\mathbf{K}}\mathbf{x}_{d,k+1})$ y las absolutas en caso de ser un análisis sísmico con $\ddot{\mathbf{y}}_{d,k+1} = -\mathbf{M}_{dd}^{-1}\mathbf{C}_{dd}\dot{\mathbf{x}}_{d,k+1} - \mathbf{M}_{dd}^{-1}\overline{\mathbf{K}}\left(\mathbf{x}_{d,k+1} - \mathbf{x}''_{d,k+1}\right)$

6.3.2. Ejemplos de calibración

Marco de dos niveles con comportamiento elasto-plástico

Se analizará de manera elástica e inelástica un marco de dos niveles como el presentado en el ejemplo 3.8, (Li y Wong, 2014), considerando que sus elementos axialmente rígidos. La geometría y propiedades del marco se muestran en la Figura 6.4. La estructura tiene 6 grados de libertad y se espera la formación de 12 articulaciones plásticas de flexión. Las matrices de rigidez del sistema en (kN, m) son

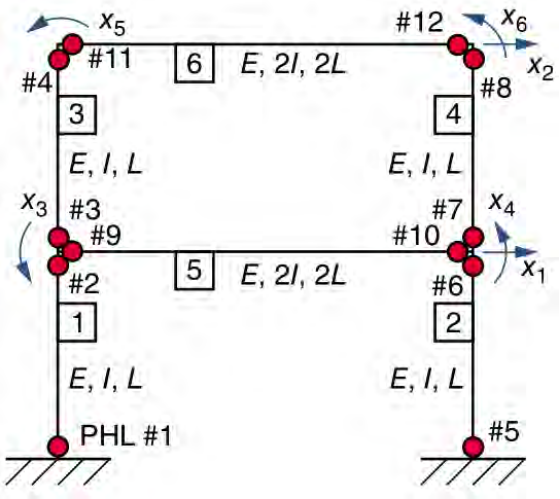


FIGURA 6.4: Marco de dos niveles. (Li y Wong, 2014)

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{dd} & \mathbf{K}_{dr} \\ \mathbf{K}_{rd} & \mathbf{K}_{rr} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cc|cccc} 900 & -450 & 0 & 0 & -450 & -450 \\ -450 & 450 & 450 & 450 & 450 & 450 \\ \hline 0 & 450 & 3600 & 600 & 600 & 0 \\ 0 & 450 & 600 & 3600 & 0 & 600 \\ -450 & 450 & 600 & 0 & 2400 & 600 \\ -450 & 450 & 0 & 600 & 600 & 2400 \end{array}\right]$$

$$\mathbf{K}' = \begin{bmatrix} \mathbf{K}'_d \\ \mathbf{K}'_r \end{bmatrix}$$

$$= \left[\begin{array}{cccccccccccc} 450 & 450 & -450 & -450 & 450 & 450 & -450 & -450 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 450 & 450 & 0 & 0 & 450 & 450 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 600 & 1200 & 1200 & 600 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1200 & 600 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 600 & 1200 & 1200 & 600 & 600 & 1200 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 600 & 1200 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1200 & 600 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 600 & 1200 & 0 & 0 & 600 & 1200 \end{array}\right]$$

$$\mathbf{K}'' = \begin{bmatrix} 1200 & 600 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 600 & 1200 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1200 & 600 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 600 & 1200 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1200 & 600 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 600 & 1200 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1200 & 600 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 600 & 1200 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1200 & 600 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 600 & 1200 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1200 & 600 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 600 & 1200 \end{bmatrix}$$

Las matrices de masas y de amortiguamiento del 2 % proporcional a los dos primeros modos asociados a los grados de libertad traslacionales son

$$\mathbf{M}_{dd} = \begin{bmatrix} 2.5 & 0 \\ 0 & 2.5 \end{bmatrix} \text{ Mg}, \quad \mathbf{C}_{dd} = \begin{bmatrix} 2.4955 & -0.7885 \\ -0.7885 & 1.2812 \end{bmatrix} \text{ kNs/m}$$

Se realizó la condensación estática de las matrices de rigidez empleando la Ecuación 6.55, la Ecuación 6.58 y la Ecuación 6.61. Las matrices condensadas obtenidas son

$$\overline{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} 761.03 & -330.88 \\ -330.88 & 251.47 \end{bmatrix}$$

$$\overline{\mathbf{K}}' = \begin{bmatrix} 436.76 & 423.53 & -383.82 & -277.94 & 436.76 & 423.53 & -383.82 & -277.94 & -39.71 & -39.71 & 277.94 & 277.94 \\ -52.94 & -105.88 & 264.71 & 238.24 & -52.94 & -105.88 & 264.71 & 238.24 & -158.82 & -158.82 & -238.24 & -238.24 \end{bmatrix}$$

$$\overline{\mathbf{K}}'' = \begin{bmatrix} 1091.60 & 383.19 & -186.55 & -47.90 & 20.17 & 40.34 & 27.73 & -5.04 & -196.64 & -68.07 & 47.90 & 5.04 \\ 383.19 & 766.39 & -373.11 & -95.80 & 40.34 & 80.67 & 55.46 & -10.08 & -393.28 & -136.13 & 95.80 & 10.08 \\ -186.55 & -373.11 & 718.49 & 196.64 & 27.73 & 55.46 & 75.63 & 68.07 & -345.38 & -131.09 & -196.64 & -68.07 \\ -47.90 & -95.80 & 196.64 & 536.97 & -5.04 & -10.08 & 68.07 & 151.26 & -100.84 & -57.98 & -536.97 & -151.26 \\ 20.17 & 40.34 & 27.73 & -5.04 & 1091.60 & 383.19 & -186.55 & -47.90 & -68.07 & -196.64 & 5.04 & 47.90 \\ 40.34 & 80.67 & 55.46 & -10.08 & 383.19 & 766.39 & -373.11 & -95.80 & -136.13 & -393.28 & 10.08 & 95.80 \\ 27.73 & 55.46 & 75.63 & 68.07 & -186.55 & -373.11 & 718.49 & 196.64 & -131.09 & -345.38 & -68.07 & -196.64 \\ -5.04 & -10.08 & 68.07 & 151.26 & -47.90 & -95.80 & 196.64 & 536.97 & -57.98 & -100.84 & -151.26 & -536.97 \\ -196.64 & -393.28 & -345.38 & -100.84 & -68.07 & -136.13 & -131.09 & -57.98 & 738.66 & 267.23 & 100.84 & 57.98 \\ -68.07 & -136.13 & -131.09 & -57.98 & -196.64 & -393.28 & -345.38 & -100.84 & 267.23 & 738.66 & 57.98 & 100.84 \\ 47.90 & 95.80 & -196.64 & -536.97 & 5.04 & 10.08 & -68.07 & -151.26 & 100.84 & 57.98 & 536.97 & 151.26 \\ 5.04 & 10.08 & -68.07 & -151.26 & 47.90 & 95.80 & -196.64 & -536.97 & 57.98 & 100.84 & 151.26 & 536.97 \end{bmatrix}$$

La ecuación de movimiento de forma no lineal del sistema está dada por la Ecuación 6.47. La evaluación numérica de las matrices es

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \\ -304.4118 & 132.3529 & -0.9982 & 0.3154 \\ 132.3529 & -100.5882 & 0.3154 & -0.5125 \end{bmatrix},$$

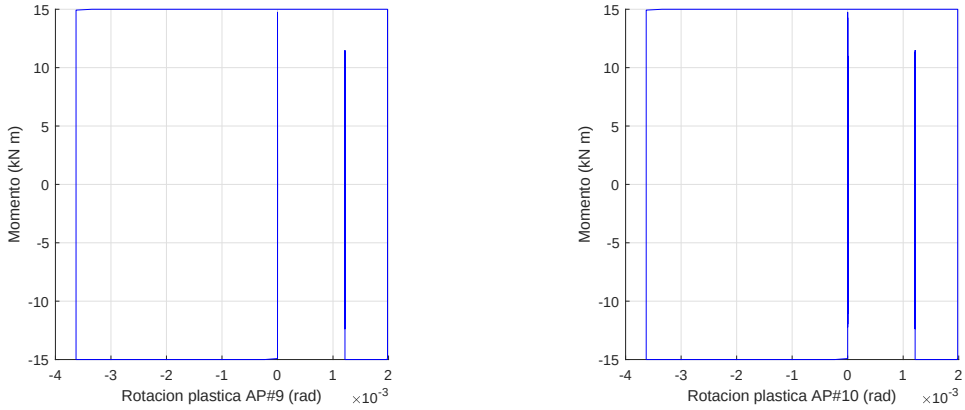
$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} a_k, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 304.41 & -132.35 \\ -132.35 & 100.59 \end{bmatrix}$$

Todas las articulaciones mostradas tienen un comportamiento elasto-plástico, el momento de fluencia para las vigas es de $m_y = 15\,\text{kNm}$ y el de las columnas es de $m_y = 20\,\text{kNm}$, es decir

$$\text{Si} \begin{cases} m_i \leq 20.0 \\ m_i > 20.0 \end{cases} \quad \text{entonces} \begin{cases} \Delta\theta_i'' = 0 \\ m_i = 20.0 \end{cases} \quad i = 1, \ldots, 8$$

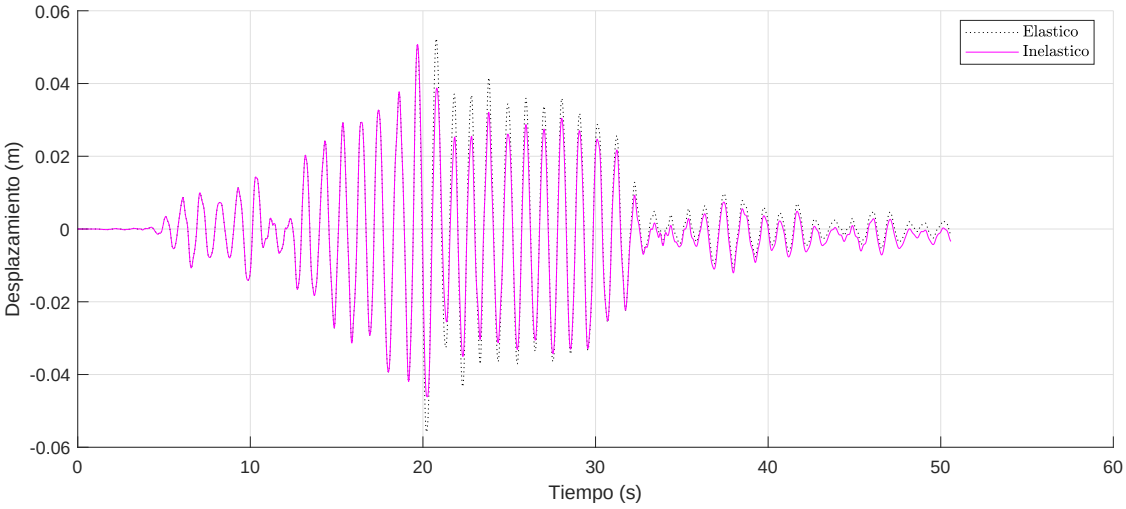
$$\text{Si} \begin{cases} m_i \leq 15.0 \\ m_i > 15.0 \end{cases} \quad \text{entonces} \begin{cases} \Delta\theta_i'' = 0 \\ m_i = 15.0 \end{cases} \quad i = 9, \ldots, 12$$

El sistema se sometió a los registros sísmicos de la estación SCT-1 del 19 de septiembre de 1985, empleando la componente N90E, Figura 2.15; a la componente S00E de la estación Caleta de Campos (19 de septiembre de 1985), Figura 5.9, a la componente N00E de la estación Ana Freud (22 de enero de 2003), Figura 5.10, y a la componente S05E de la estación Villita Corona Centro (19 de septiembre de 1985), Figura 5.11, sin escalar en todos los casos. Debido a que el registro de la estación Ana Freud no produce que la estructura incursione en el intervalo inelástico no se reportaron sus resultados. Las respuestas obtenidas de forma elástica e inelástica, y las relaciones momento-rotación plástica de las articulaciones se muestran en las Figuras 6.5–6.10.

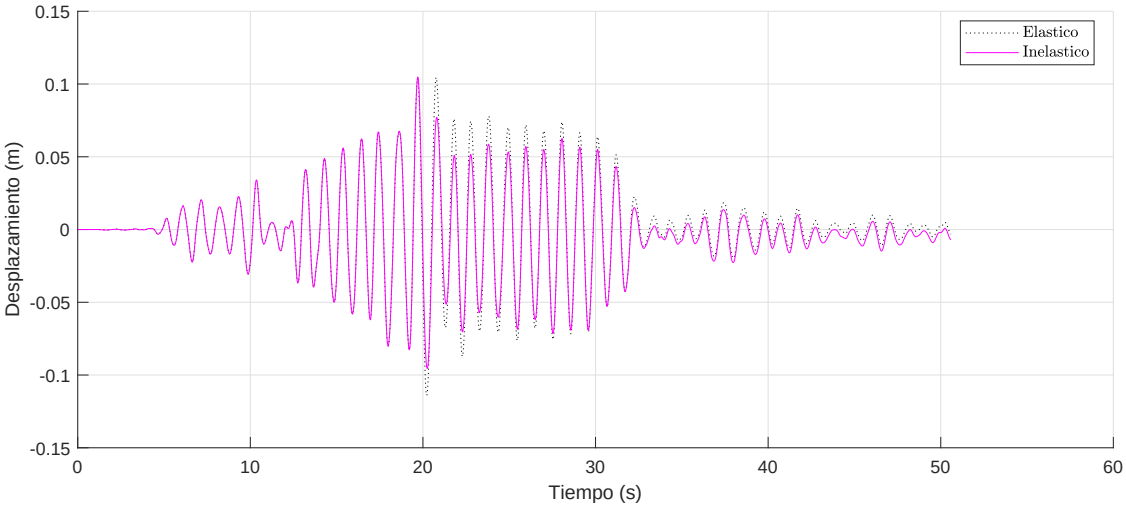


(A) Articulación 9 (B) Articulación 10

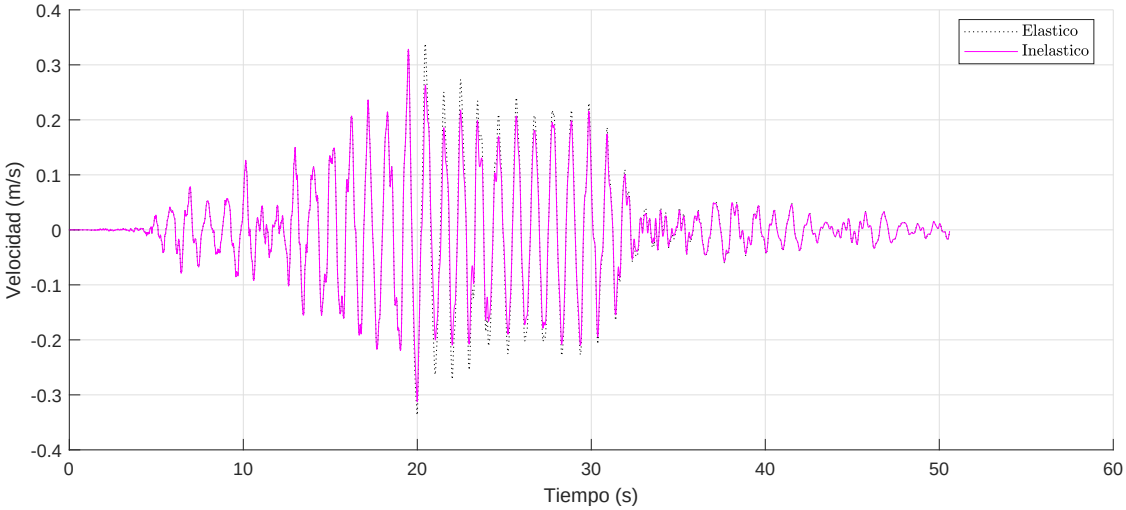
FIGURA 6.5: Respuesta de las articulaciones del marco de dos niveles al registro de Caleta de Campos



(A) Desplazamiento nivel 1

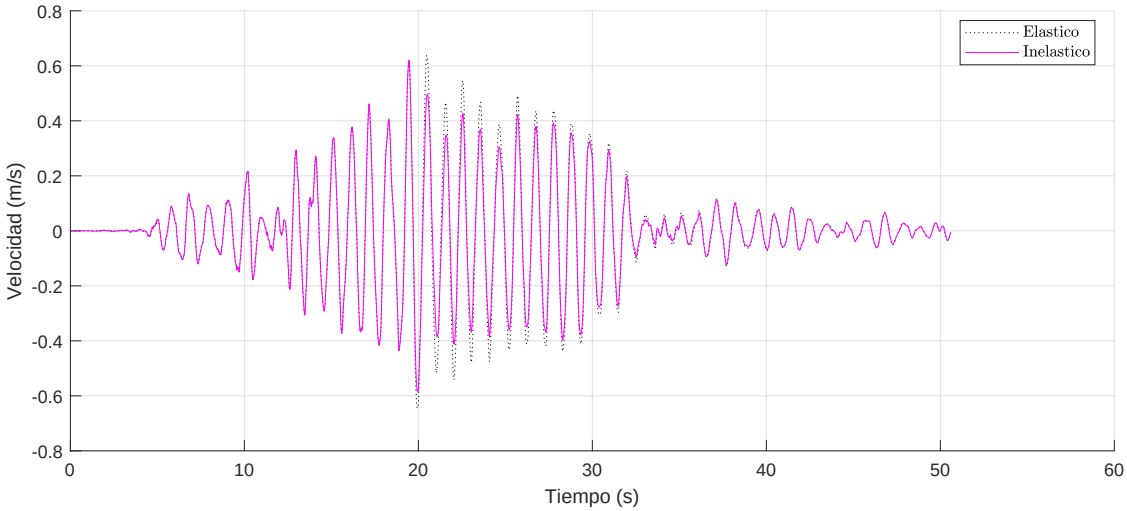


(B) Desplazamiento nivel 2

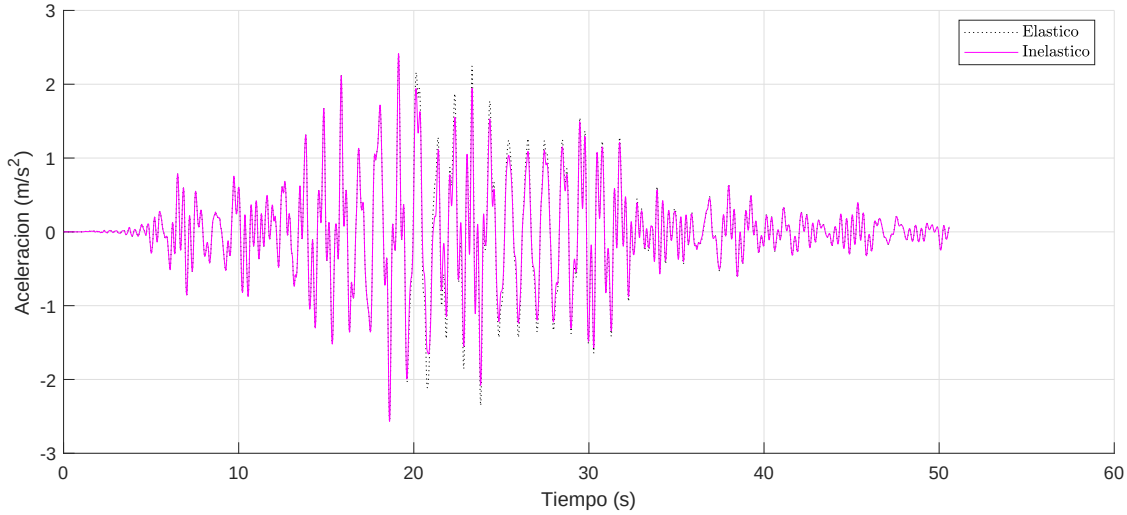


(C) Velocidad nivel 1

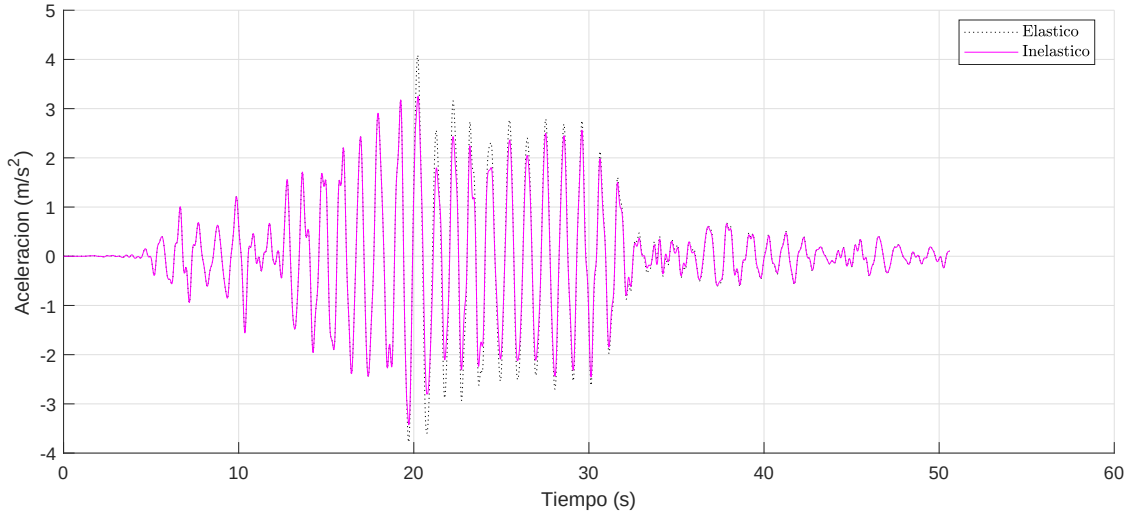
FIGURA 6.6: Respuesta del marco de dos niveles al registro de Caleta de Campos



(D) Velocidad nivel 2

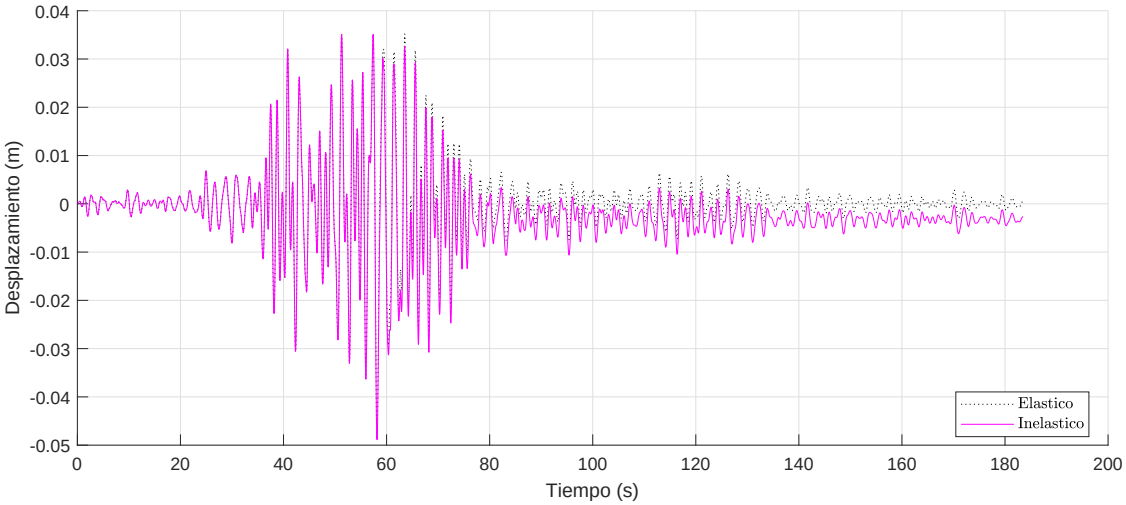


(E) Aceleración absoluta nivel 1

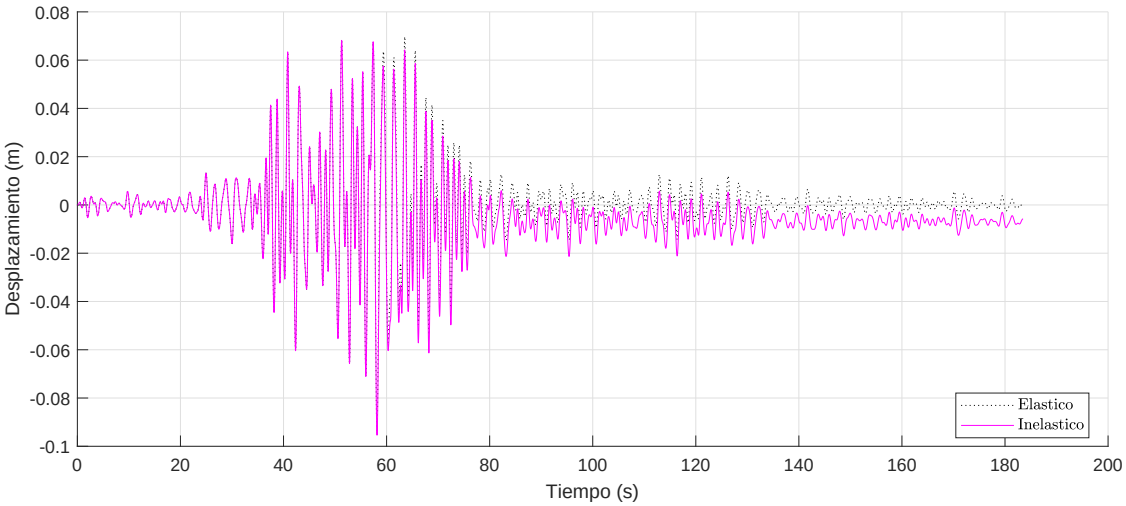


(F) Aceleración absoluta nivel 2

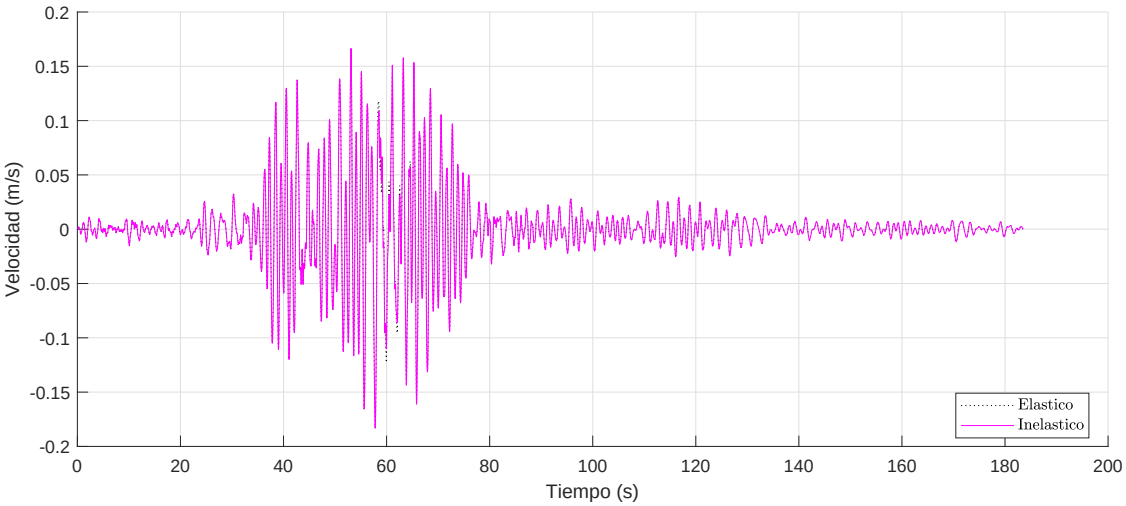
FIGURA 6.6: Respuesta del marco de dos niveles al registro de Caleta de Campos (continuación)



(A) Desplazamiento nivel 1

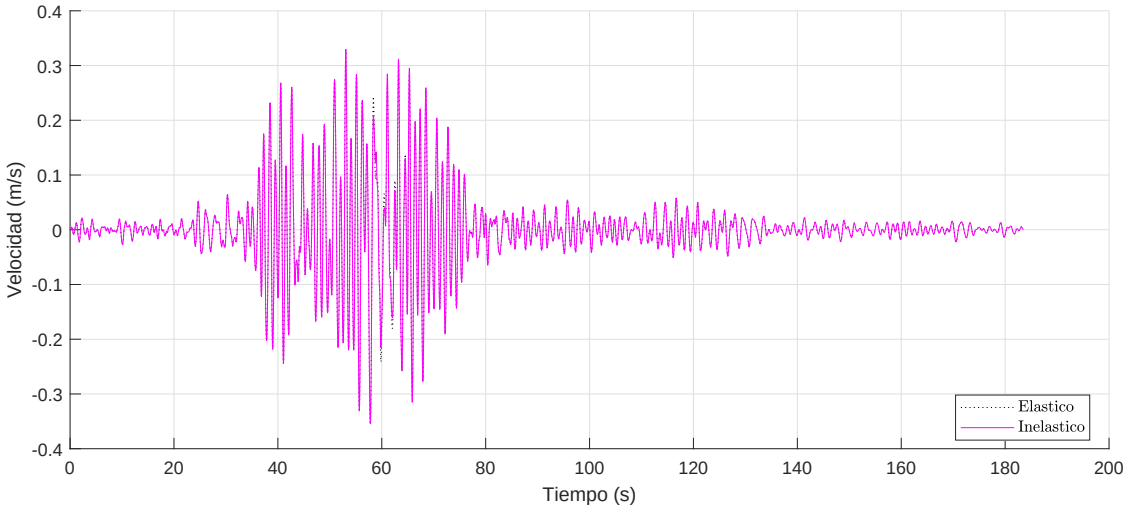


(B) Desplazamiento nivel 2

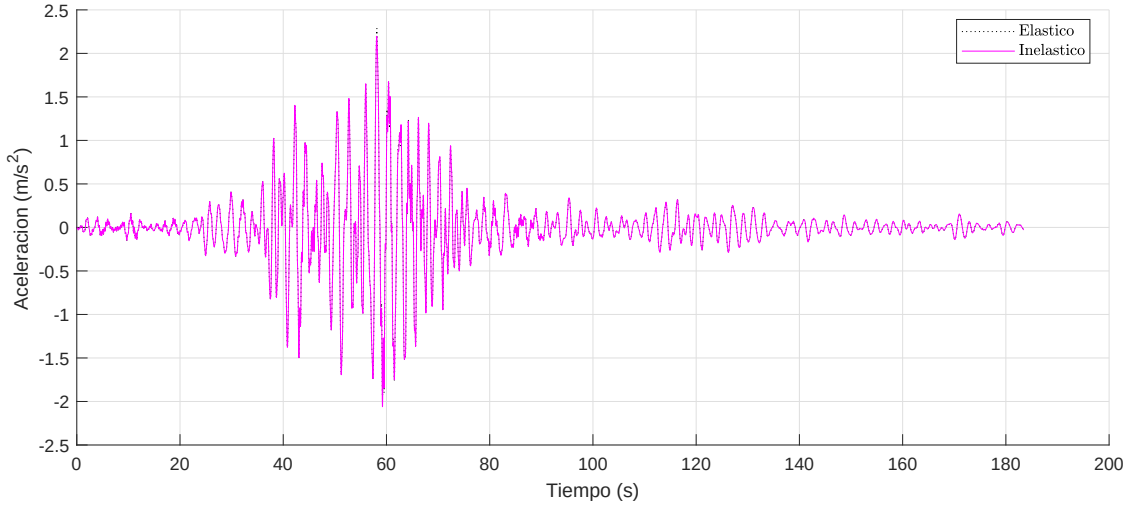


(C) Velocidad nivel 1

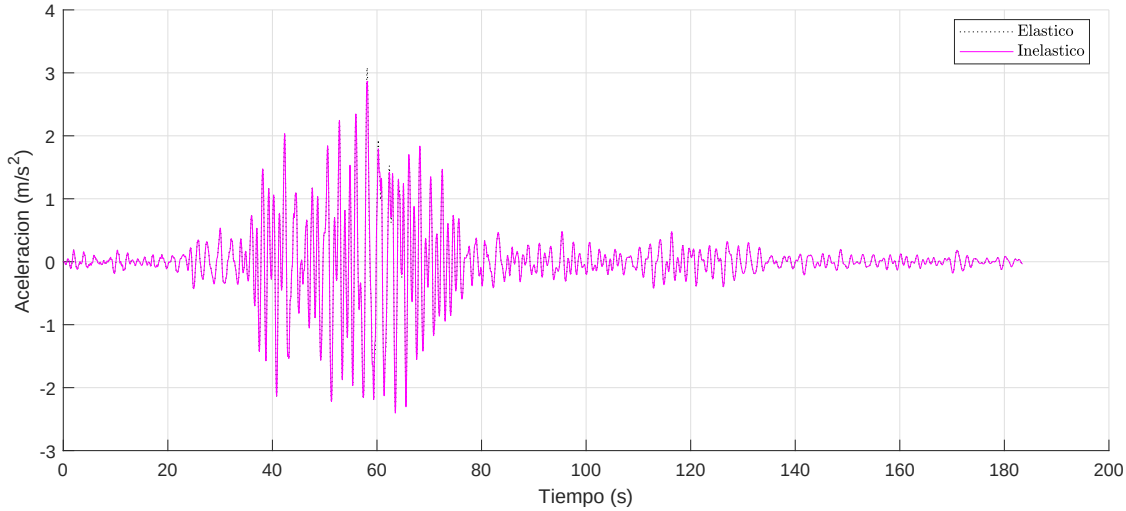
FIGURA 6.7: Respuesta del marco de dos niveles al registro de SCT



(D) Velocidad nivel 2

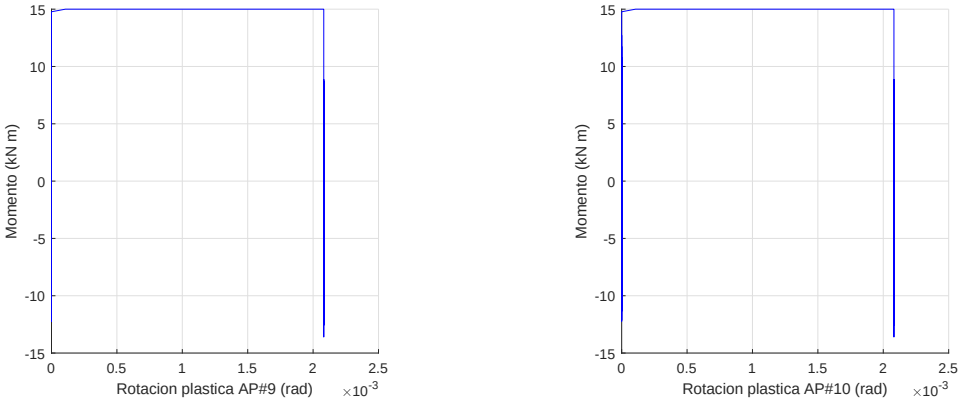


(E) Aceleración absoluta nivel 1



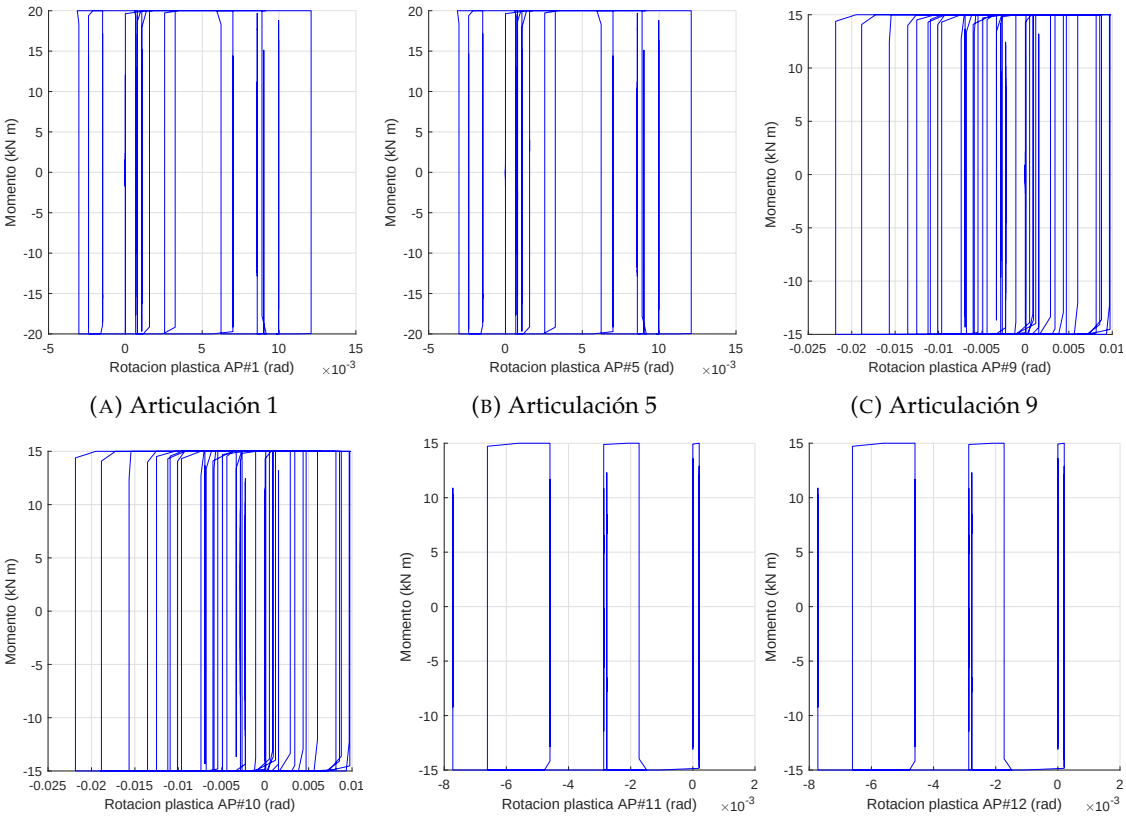
(F) Aceleración absoluta nivel 2

FIGURA 6.7: Respuesta del marco de dos niveles al registro de SCT (continuación)



(A) Articulación 9 (B) Articulación 10

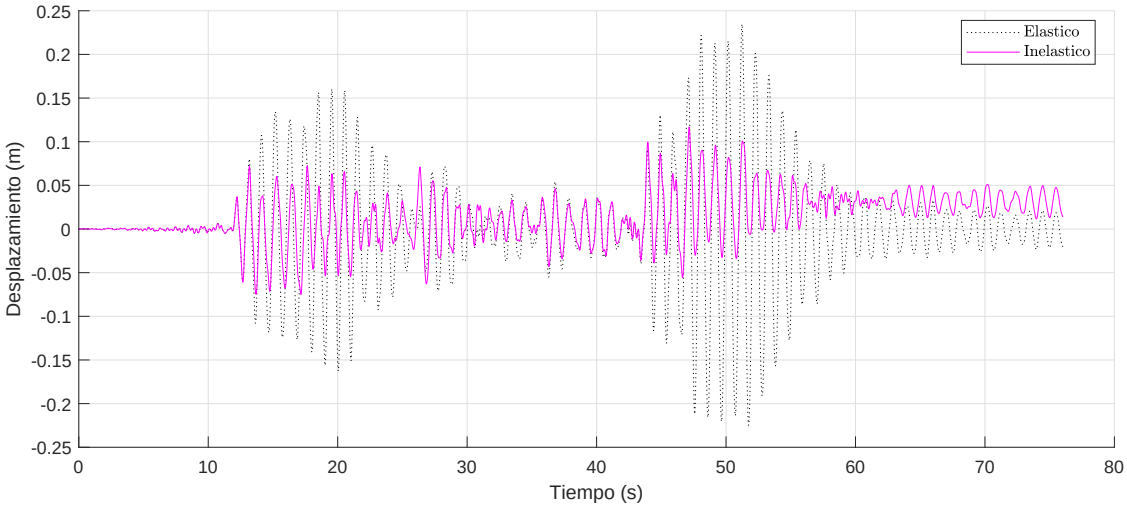
FIGURA 6.8: Respuesta de las articulaciones del marco de dos niveles al registro de SCT



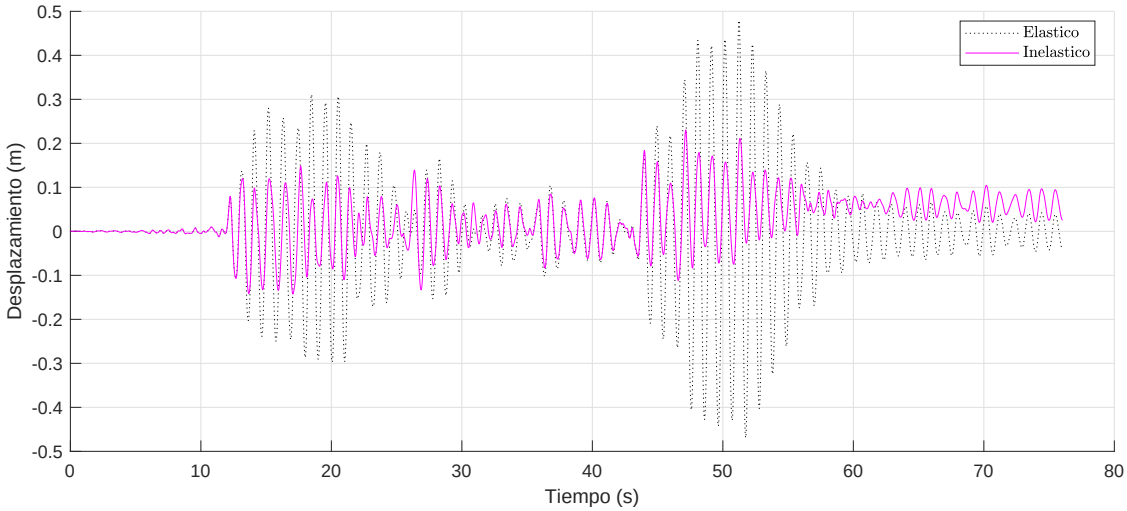
(A) Articulación 1 (B) Articulación 5 (C) Articulación 9

(D) Articulación 10 (E) Articulación 11 (F) Articulación 12

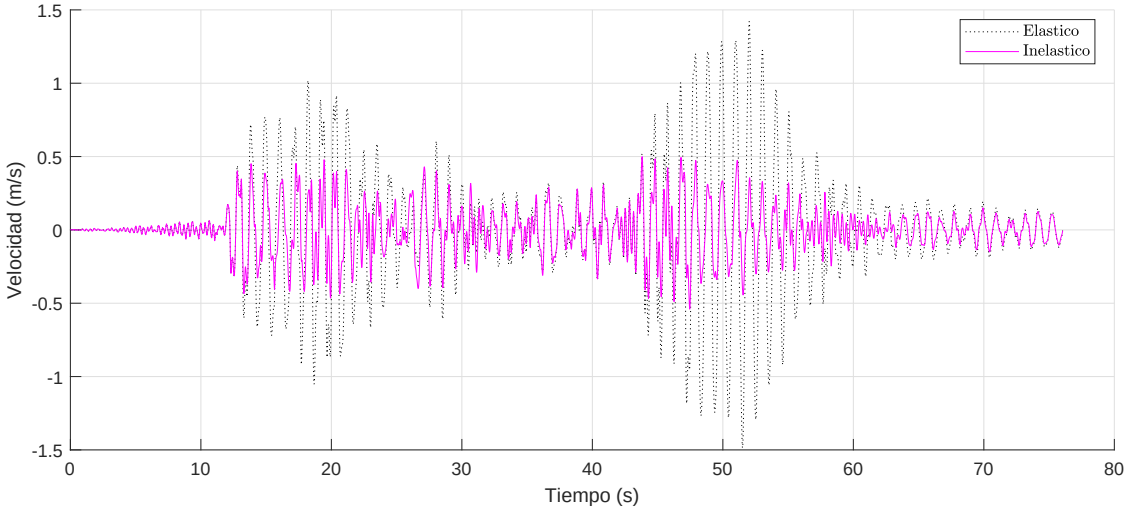
FIGURA 6.9: Respuesta de las articulaciones del marco de dos niveles al registro de Villita Corona



(A) Desplazamiento nivel 1

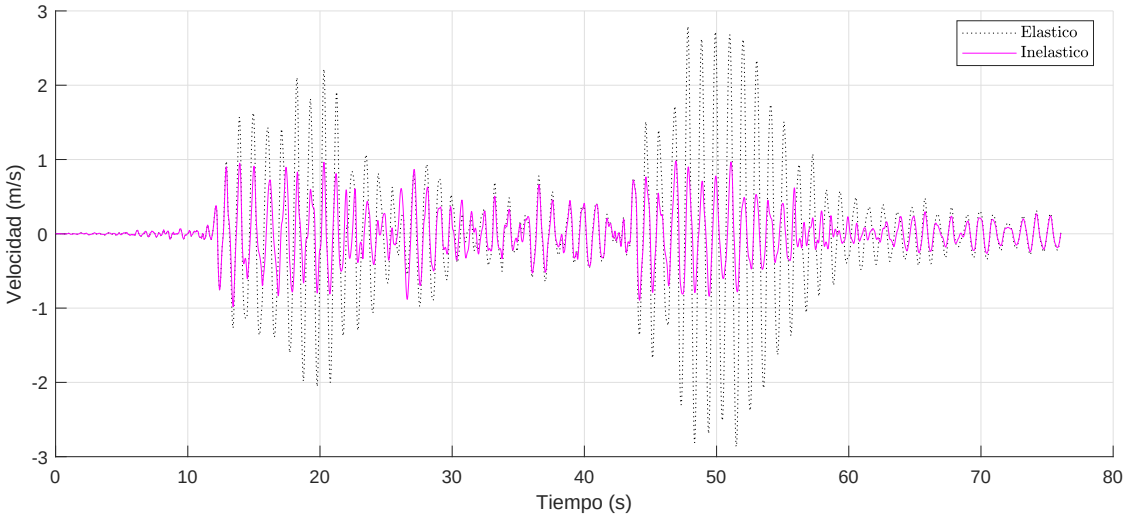


(B) Desplazamiento nivel 2

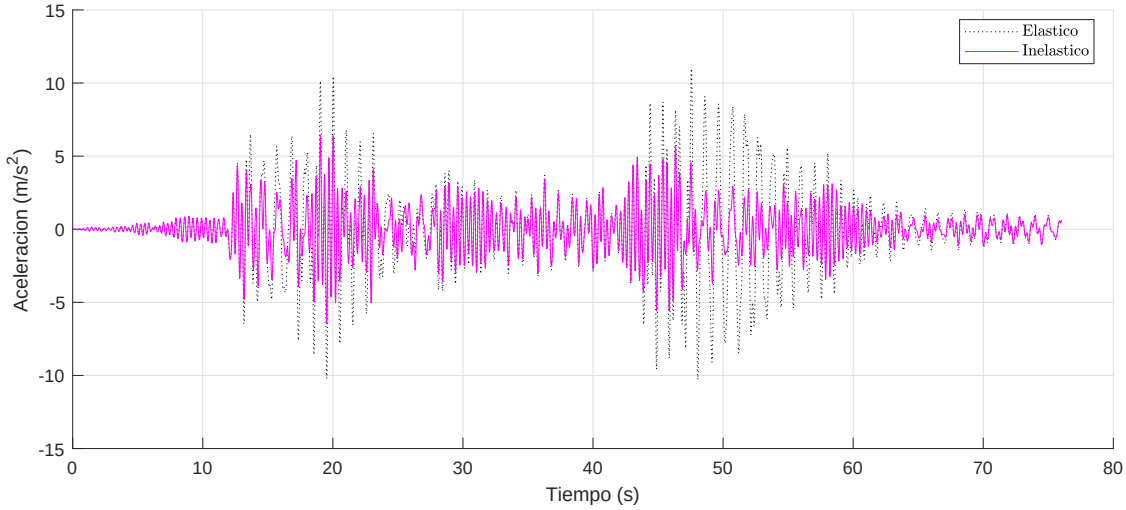


(C) Velocidad nivel 1

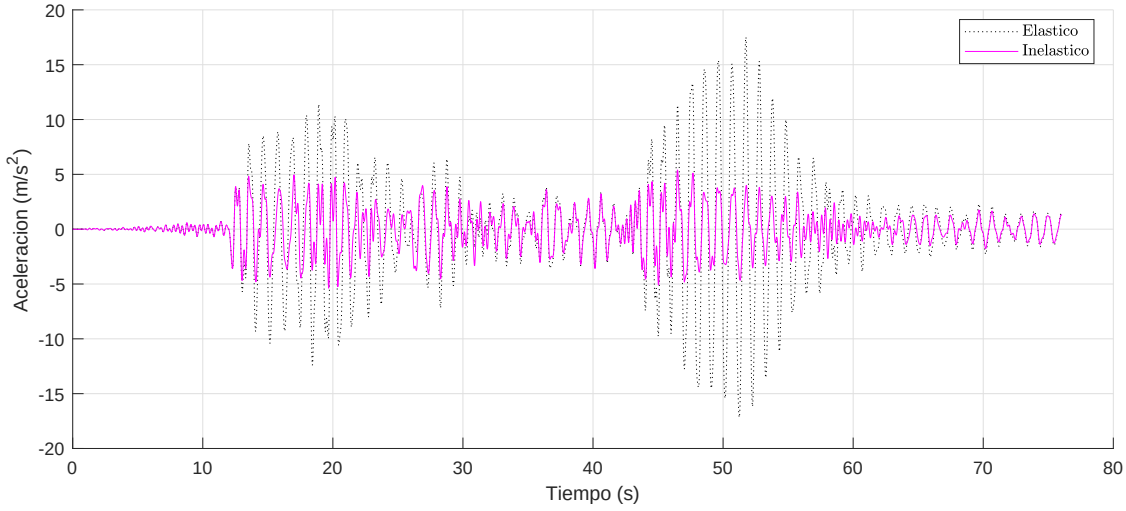
FIGURA 6.10: Respuesta del marco de dos niveles al registro de Villita Corona



(D) Velocidad nivel 2



(E) Aceleración absoluta nivel 1



(F) Aceleración absoluta nivel 2

FIGURA 6.10: Respuesta del marco de dos niveles al registro de Villita Corona (continuación)

Los resultados muestran que existe una tendencia a formar la no linealidad en las vigas del primer nivel, lo cual es un comportamiento deseado por la filosofía de diseño "columna fuerte-viga débil". El registro sísmico de Villita Corona es el que mayor daño produce en la estructura ya que se formaron 6 articulaciones plásticas y los lazos de histéresis observados en la viga del primer nivel presentan un mayor comportamiento no lineal en comparación con los otros registros.

En los desplazamientos obtenidos para el registro de Caleta de Campos se observa que hacia el final del análisis se producen ligeras deformaciones permanentes ya que la línea de equilibrio sobre la cual oscila el sistema se encuentra desplazada hacia abajo. Además, se observa que en comparación con la respuesta elástica, disminuye en amplitud la respuesta inelástica producto de la disipación de energía en las articulaciones. El comportamiento observado en las articulaciones es idéntico y eso se debe a la regularidad del marco.

Ocurre algo semejante a lo mencionado con el registro de Caleta al emplear el registro de SCT. Se aprecia también que la línea de equilibrio en los desplazamientos inelásticos se desplaza hacia abajo, y de forma más clara. Para la respuesta en la fase intensa se observa una menor respuesta en el análisis inelástico, no obstante, hacia el final del registro no hay diferencias apreciables en la velocidad y aceleración.

El registro de Villita Corona es el que produce mayor no linealidad de los tres, y muestra una disminución considerable en todas las respuestas. Los desplazamientos residuales observados ocurren hacia la dirección positiva. La incursión en intervalo inelástico se produce casi desde el inicio del registro y casi toda la respuesta del sistema se ve modificada.

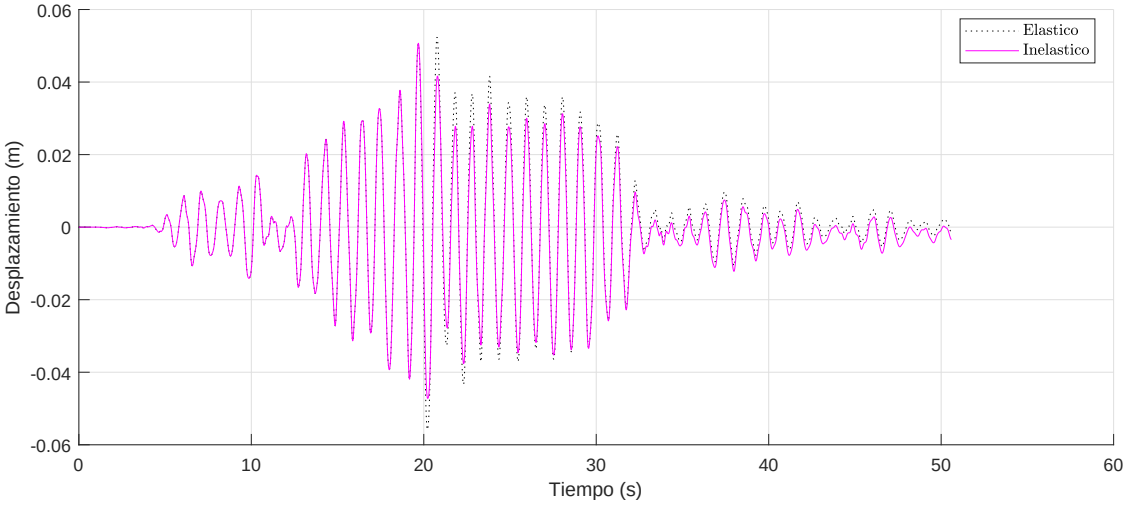
Marco de dos niveles con endurecimiento

Se repetirá el análisis del marco presentado en la Sección 6.3.2. Se conservarán las dimensiones y propiedades de la estructura, sin embargo, ahora se considerará que el material presenta endurecimiento en los ciclos proporcional al 8 % de la rigidez elástica, es decir

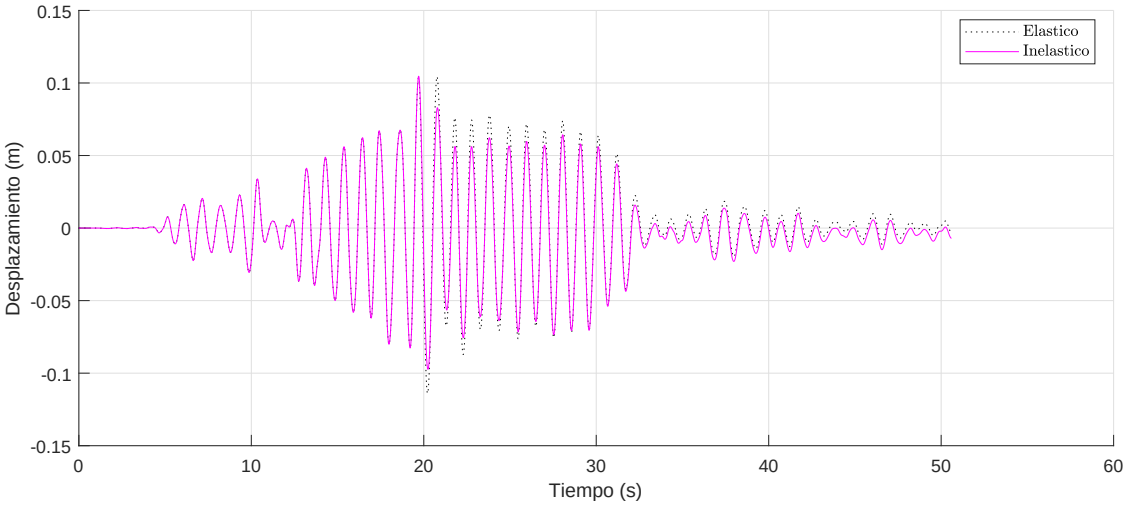
$$\text{Si} \begin{cases} m_i \leq 20.0 \\ m_i > 20.0 \end{cases} \quad \text{entonces} \begin{cases} \Delta\theta_i'' = 0 \\ m_i = 20.0 + 0.08\mathbf{K}''\Delta\theta_i'' \end{cases} \quad i = 1, \ldots, 8$$

$$\text{Si} \begin{cases} m_i \leq 15.0 \\ m_i > 15.0 \end{cases} \quad \text{entonces} \begin{cases} \Delta\theta_i'' = 0 \\ m_i = 15.0 + 0.08\mathbf{K}''\Delta\theta_i'' \end{cases} \quad i = 9, \ldots, 12$$

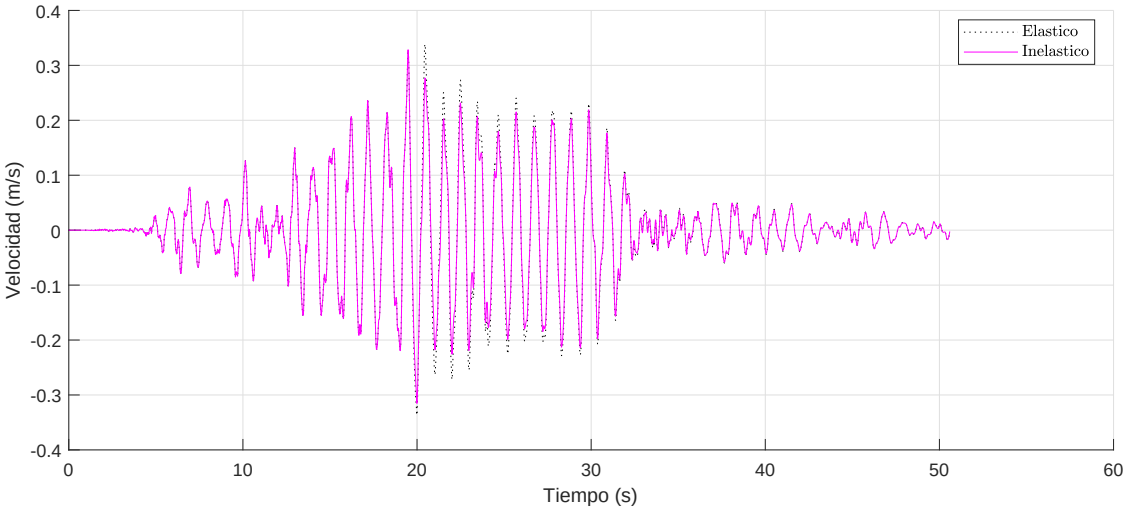
El sistema se sometió a los registros sísmicos empleados en la Sección 6.3.2. Debido a que el registro de la estación Ana Freud no produce que la estructura incursione en el intervalo inelástico no se reportaron sus resultados. Las respuestas obtenidas de forma elástica e inelástica, y las relaciones momento-rotación plástica de las articulaciones se muestran en las Figuras 6.11–6.16.



(A) Desplazamiento nivel 1

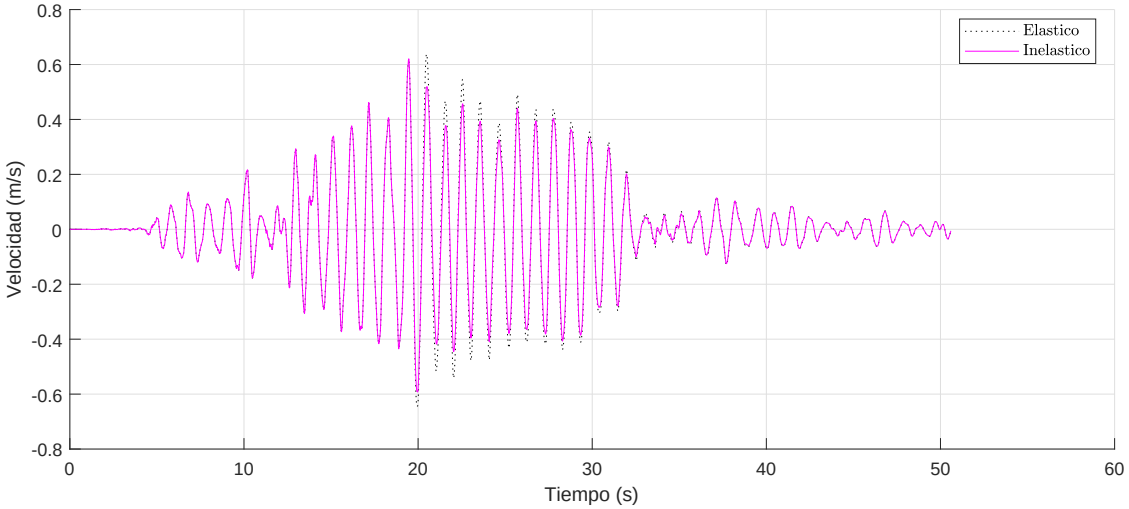


(B) Desplazamiento nivel 2

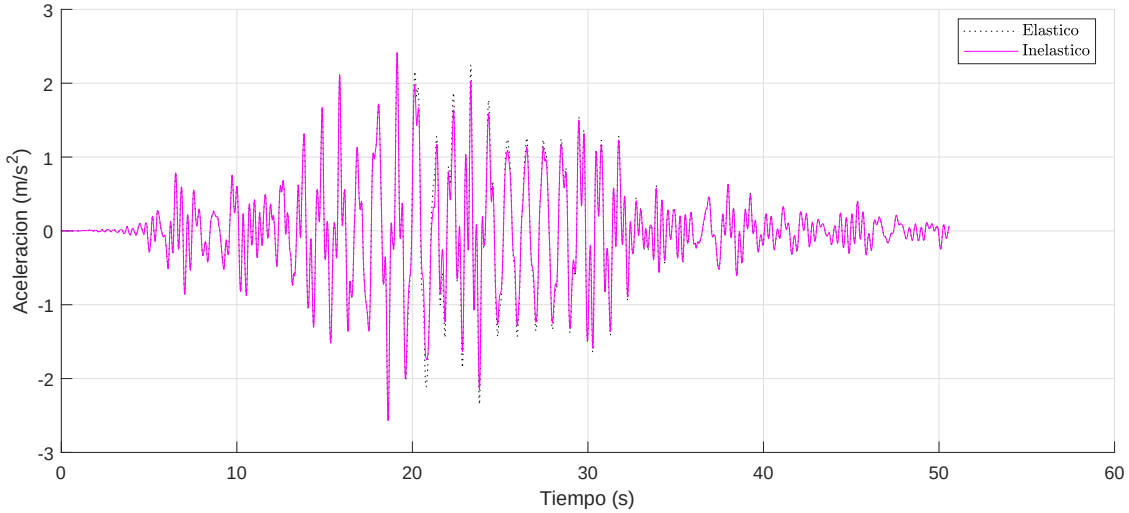


(C) Velocidad nivel 1

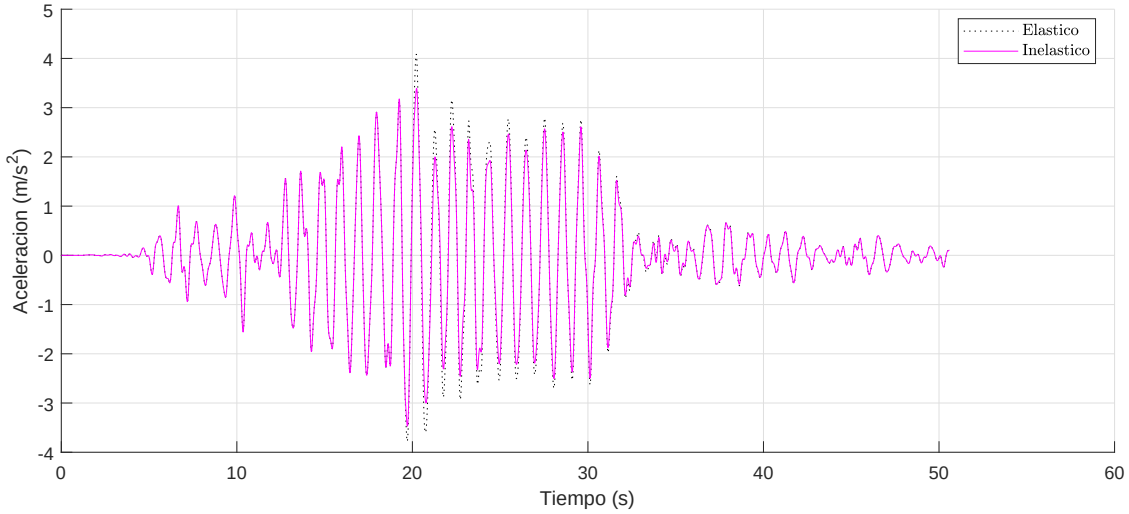
FIGURA 6.11: Respuesta del marco de dos niveles al registro de Caleta de Campos



(D) Velocidad nivel 2

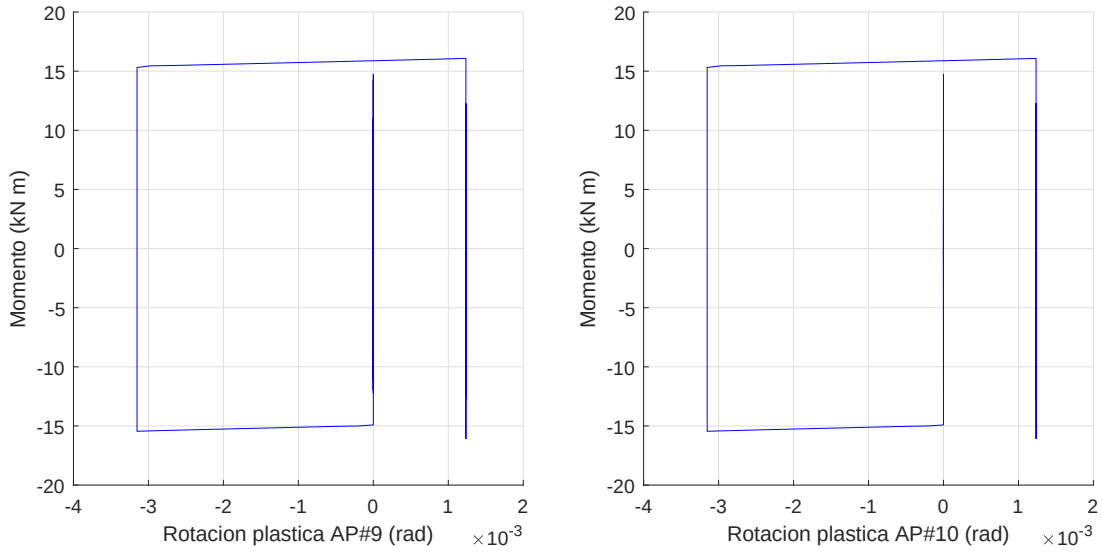


(E) Aceleración absoluta nivel 1



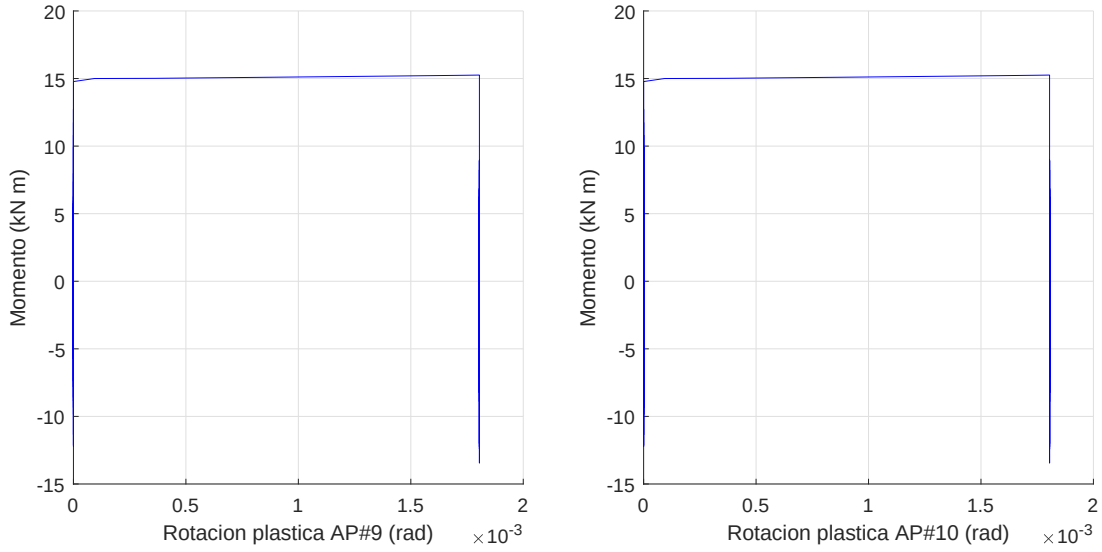
(F) Aceleración absoluta nivel 2

FIGURA 6.11: Respuesta del marco de dos niveles al registro de Caleta de Campos (continuación)



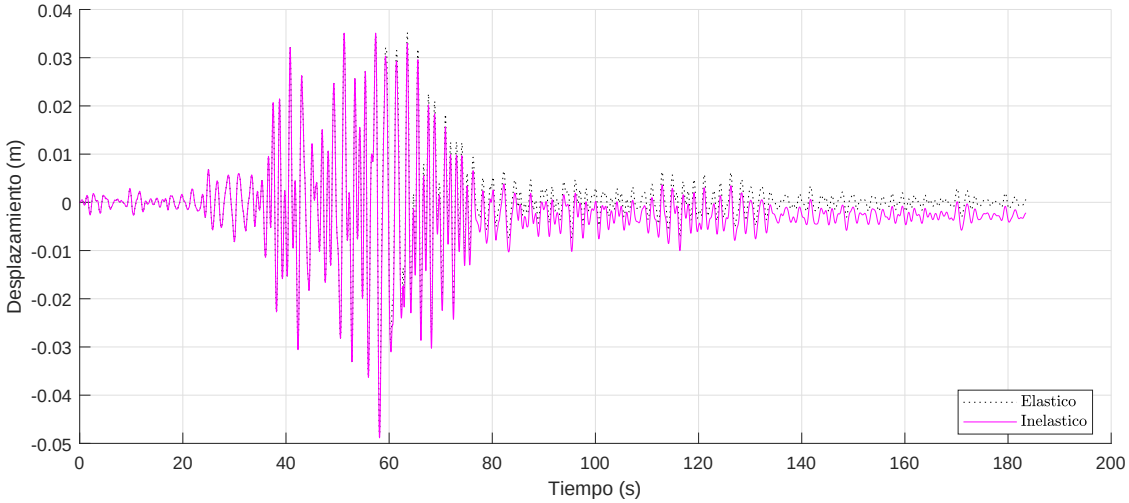
(A) Articulación 9 (B) Articulación 10

FIGURA 6.12: Respuesta de las articulaciones del marco de dos niveles al registro de Caleta de Campos

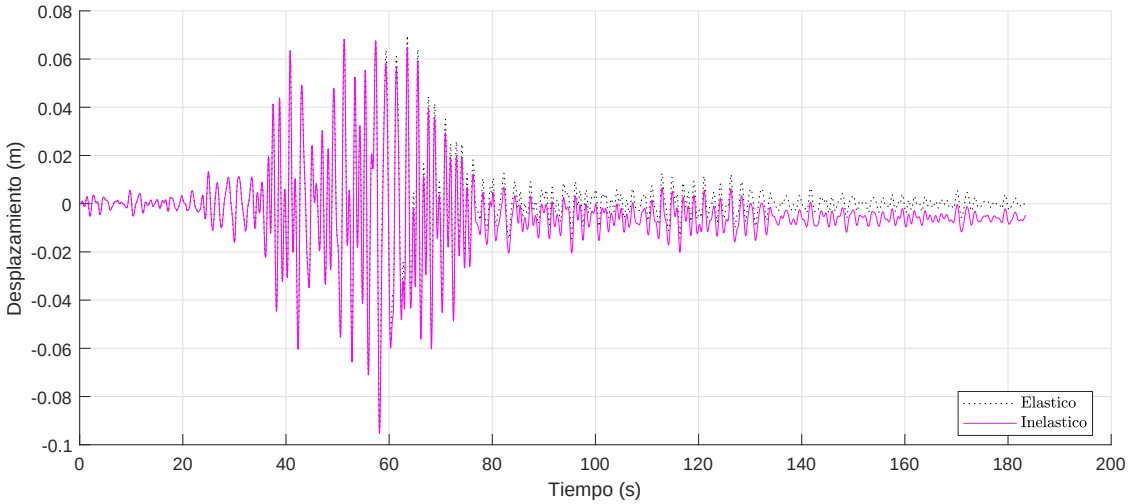


(A) Articulación 9 (B) Articulación 10

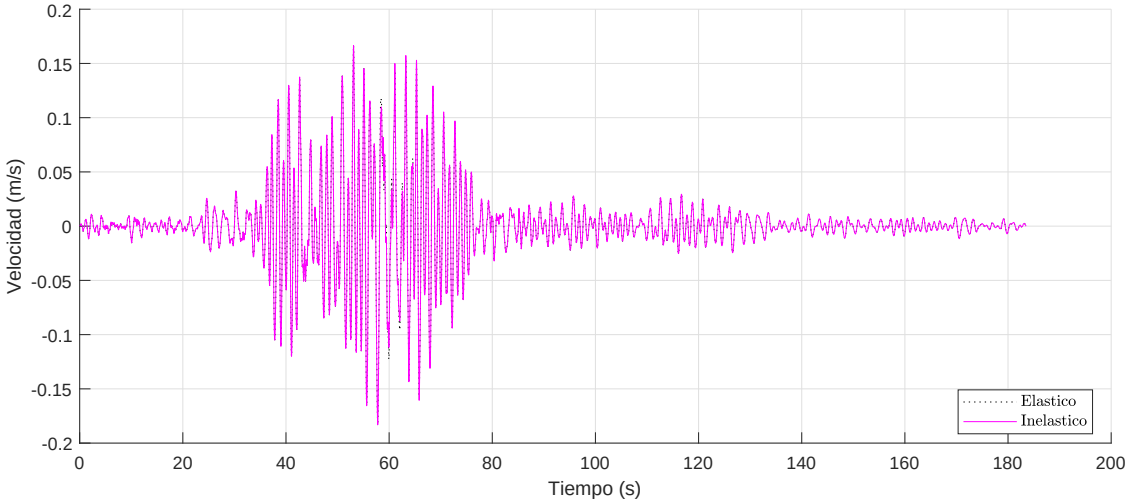
FIGURA 6.13: Respuesta de las articulaciones del marco de dos niveles al registro de SCT



(A) Desplazamiento nivel 1

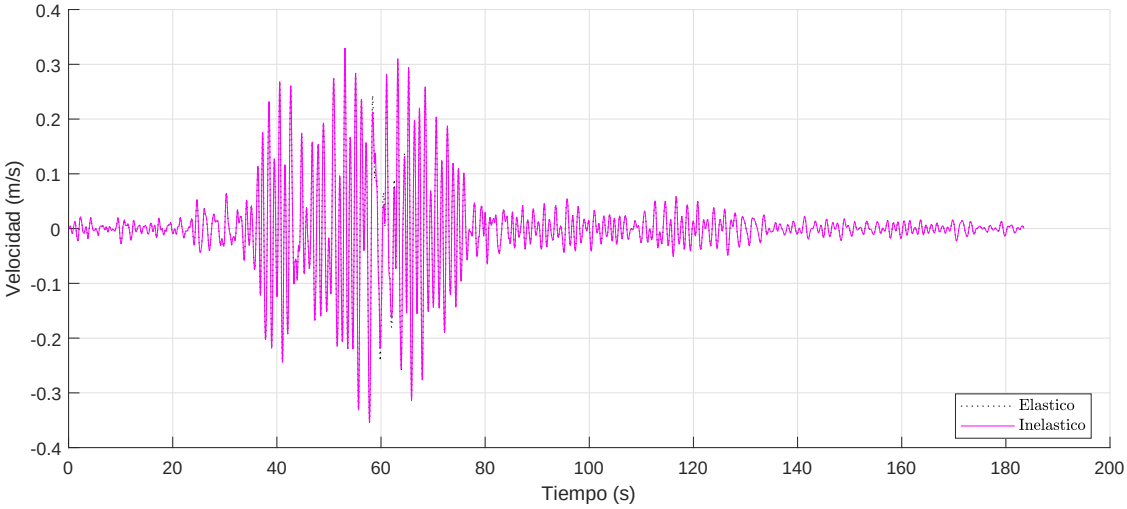


(B) Desplazamiento nivel 2

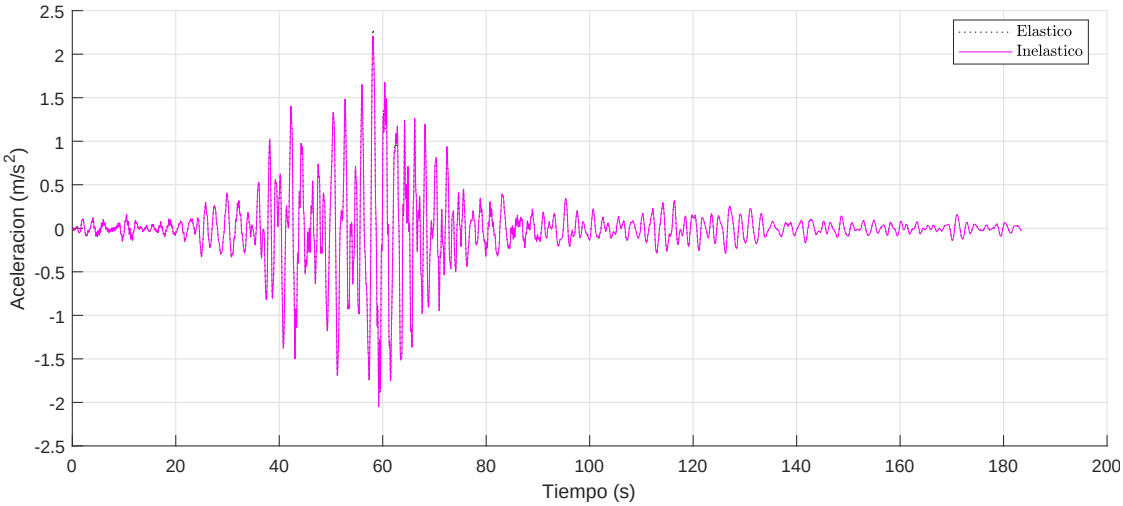


(C) Velocidad nivel 1

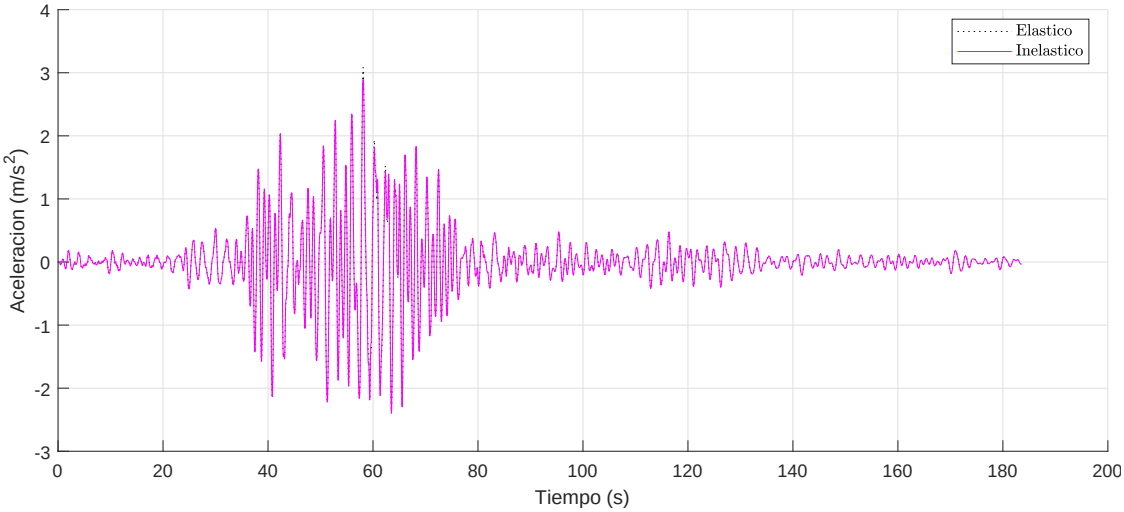
FIGURA 6.14: Respuesta del marco de dos niveles al registro de SCT



(D) Velocidad nivel 2

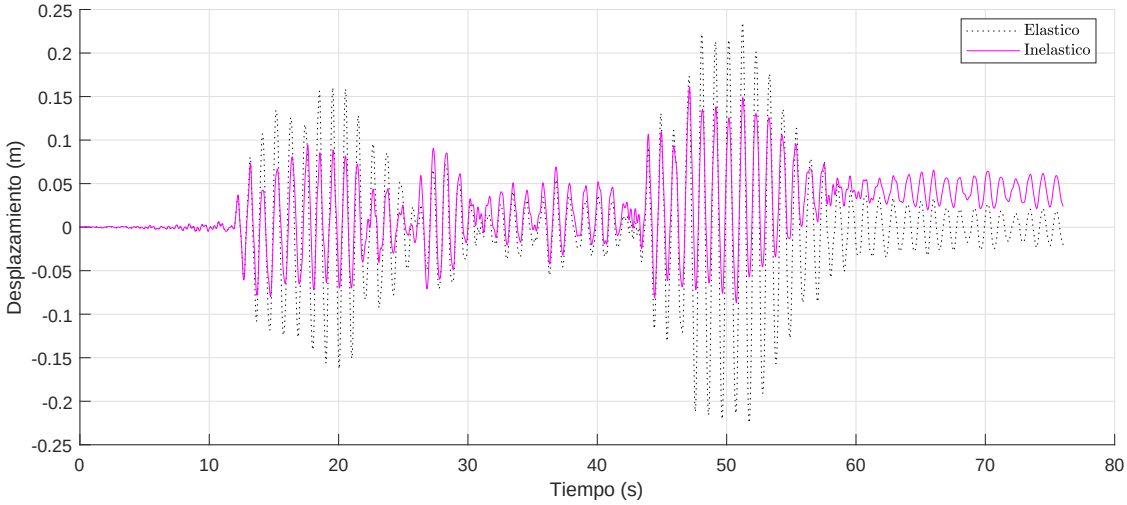


(E) Aceleración absoluta nivel 1

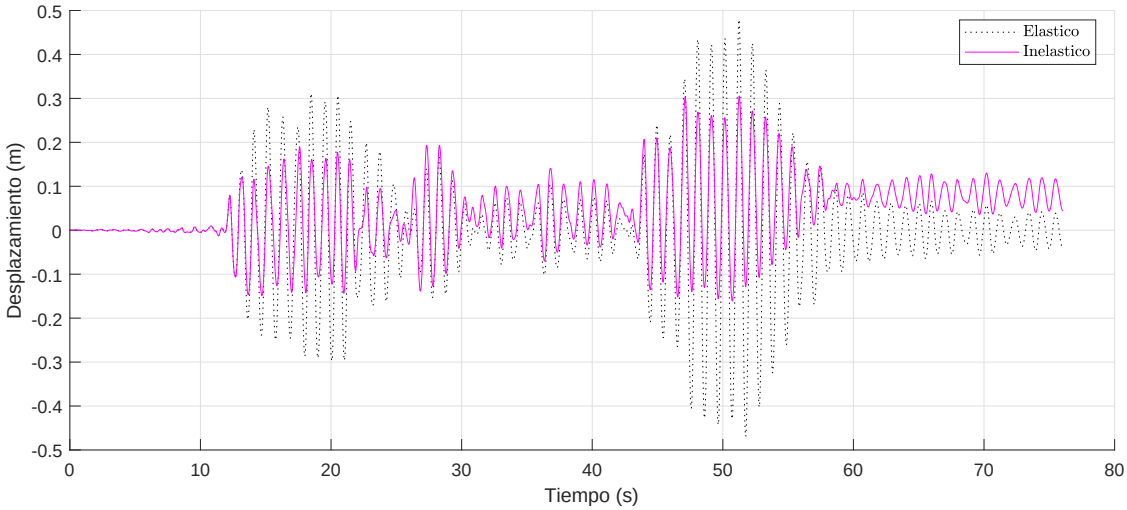


(F) Aceleración absoluta nivel 2

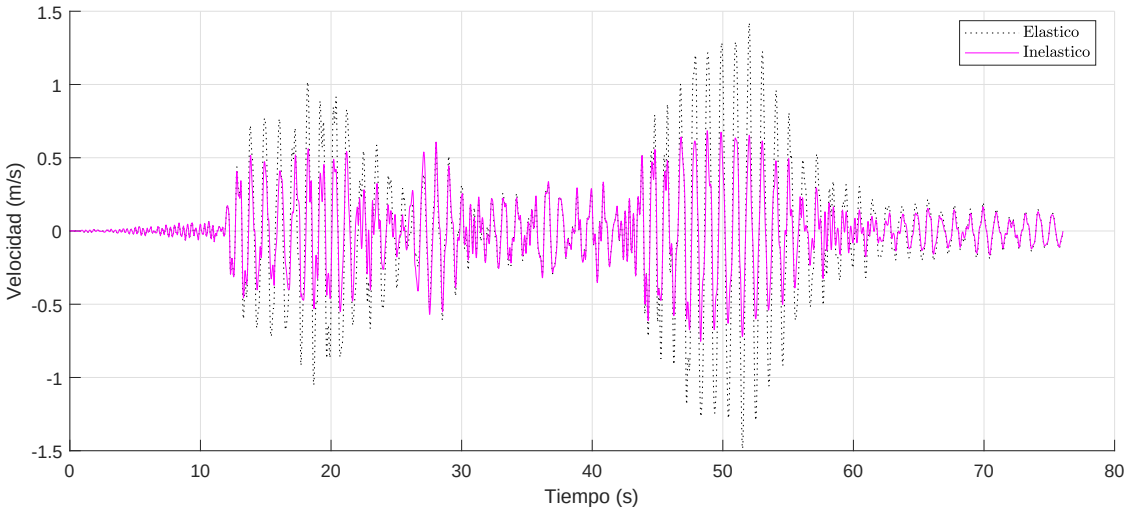
FIGURA 6.14: Respuesta del marco de dos niveles al registro de SCT (continuación)



(A) Desplazamiento nivel 1

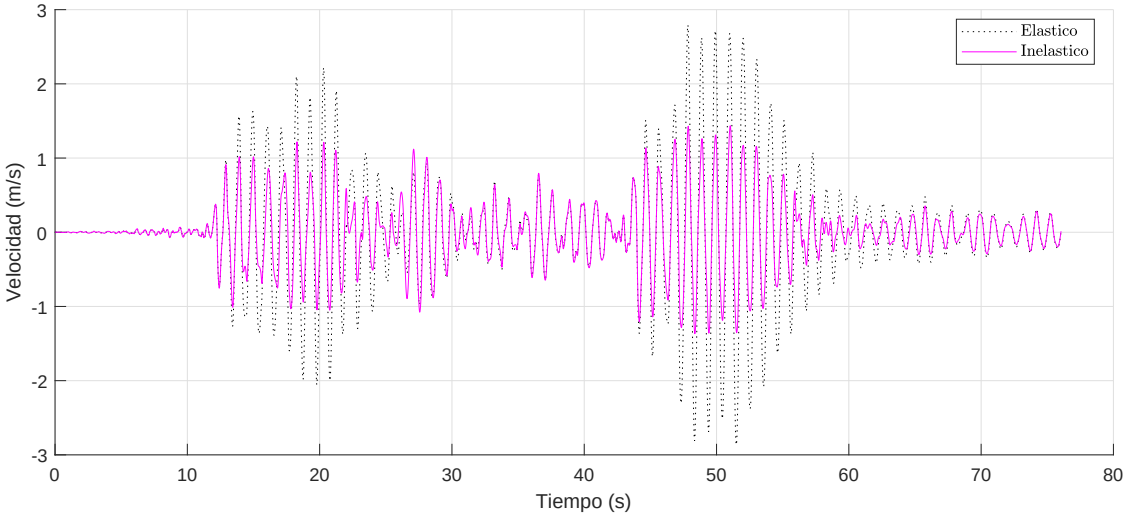


(B) Desplazamiento nivel 2

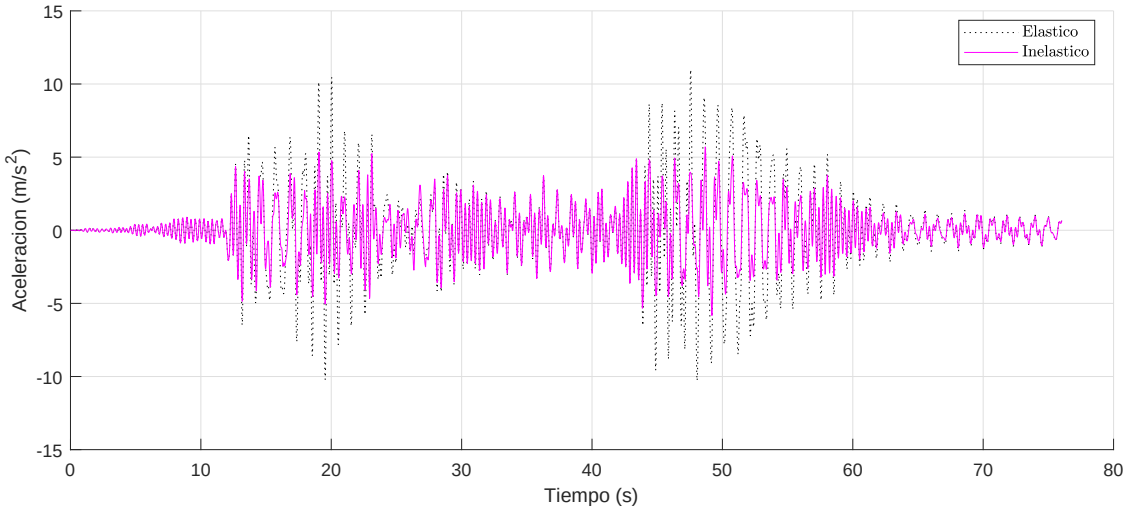


(C) Velocidad nivel 1

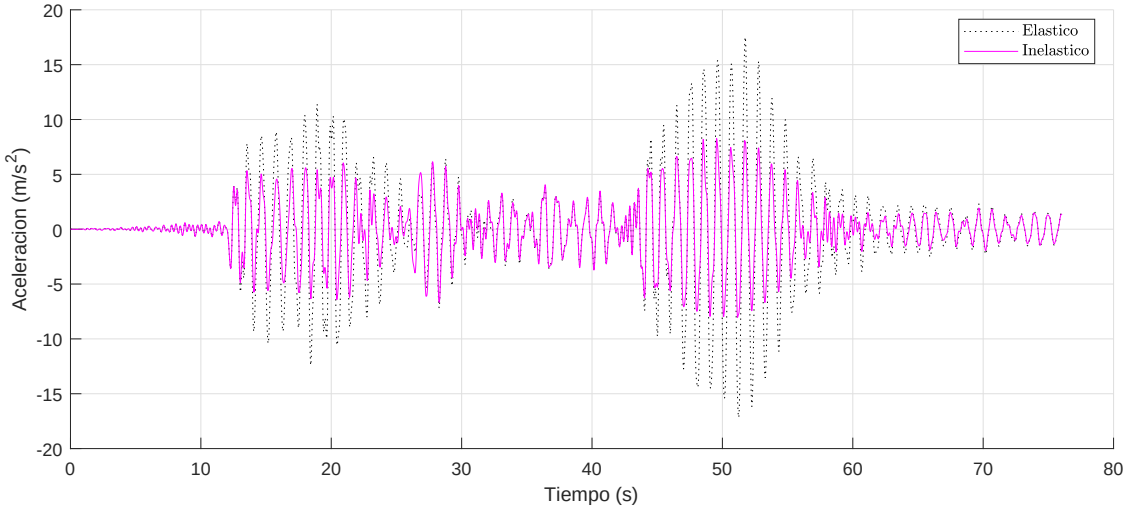
FIGURA 6.15: Respuesta del marco de dos niveles al registro de Villita Corona



(D) Velocidad nivel 2

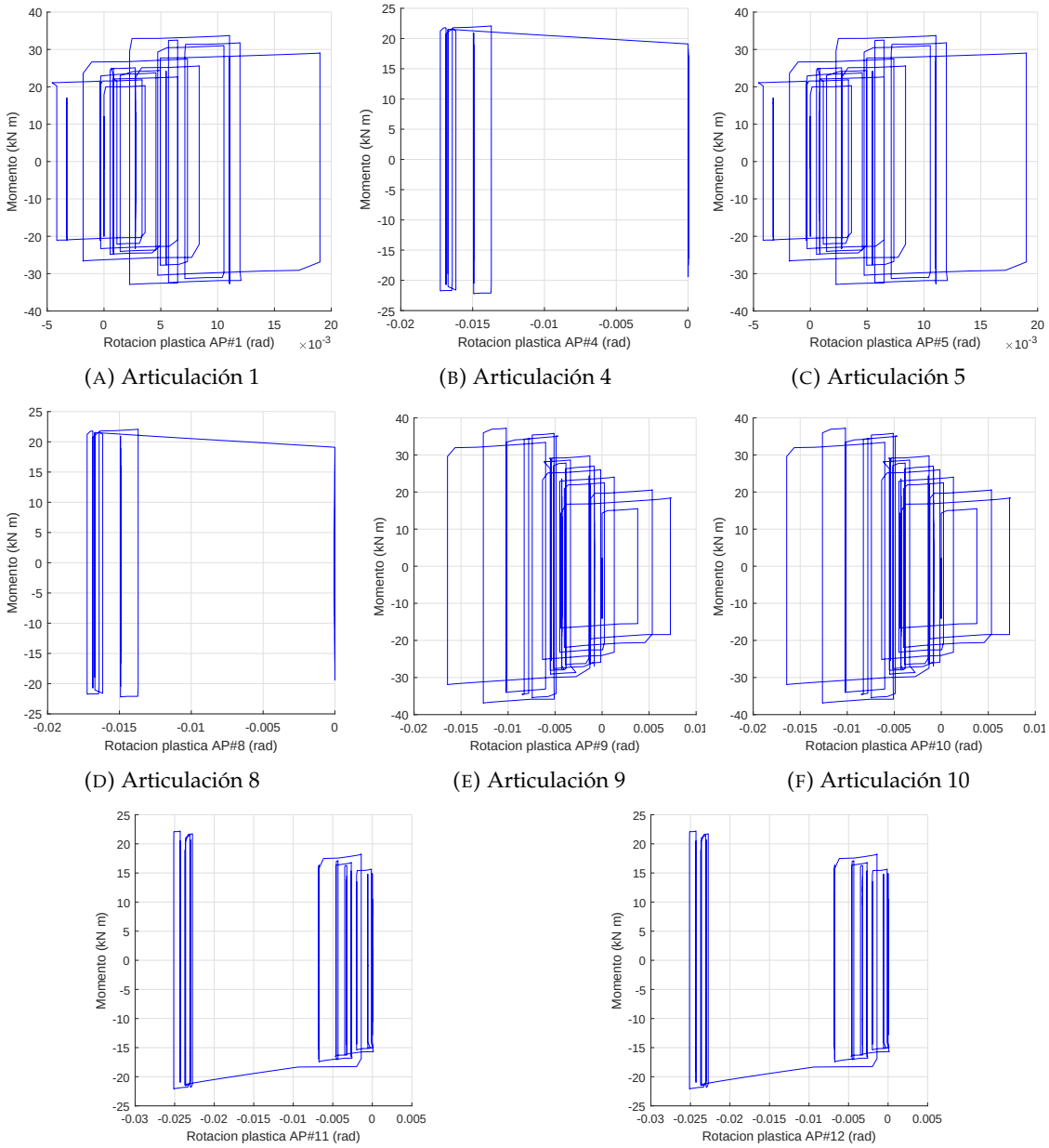


(E) Aceleración absoluta nivel 1



(F) Aceleración absoluta nivel 2

FIGURA 6.15: Respuesta del marco de dos niveles al registro de Villita Corona (continuación)



(A) Articulación 1 (B) Articulación 4 (C) Articulación 5

(D) Articulación 8 (E) Articulación 9 (F) Articulación 10

(G) Articulación 11 (H) Articulación 12

FIGURA 6.16: Respuesta de las articulaciones del marco de dos niveles al registro de Villita Corona

Los resultados muestran que, al igual que en la Sección 6.3.2, existe una tendencia a formar la no linealidad en las vigas del primer nivel. El registro sísmico de Villita Corona es el que mayor daño produce en la estructura ya que se formaron 8 articulaciones plásticas y los lazos de histéresis observados en la viga del primer nivel presentan un mayor comportamiento no lineal en comparación con los otros registros.

De manera general, para los registros de Caleta de Campos y SCT se puede observar y concluir que se obtienen resultados semejantes a los obtenidos empleando un comportamiento elasto-plástico. Para el registro de Villita Corona los resultados no cambian

significativamente, sin embargo, el comportamiento no lineal el más significativo, al grado que se forman dos articulaciones plásticas más, cada una en la parte superior de las columnas. Las deformaciones permanentes también ocurren en la dirección positiva del registro pero, en comparación con el comportamiento elasto-plástico, si incrementan en magnitud. El marco logra disipar una mayor cantidad de energía incursionando en el comportamiento inelástico, sin embargo, esto incrementaría el daño a la estructura y por tanto las deformaciones permanentes.

6.4. Articulación de flexión

Uno de los elementos más comunes en el análisis estructural, y en particular el que describe el comportamiento no lineal de la chimenea en estudio, es la articulación plástica con comportamiento de flexión. Se debe emplear cuando se desee caracterizar elementos viga o columna sometidos a fuerzas cortantes y momentos flexionantes. Es común que sólo se considere el comportamiento en cortante en vigas aperaltadas o muros modelados como viga, sin embargo, en el modelo a utilizar si se considerará. Al emplear el FAM combinado con el modelo histerético de flexión se pueden analizar estructuras de un grado de libertad o de múltiples grados de libertad. Su limitación es que sólo representa el comportamiento no lineal de un elemento sometido a fuerzas cortantes y momentos flexionantes de concreto reforzado.

El comportamiento no lineal de la articulación de flexión está definida por una envolvente monótona que define la respuesta fuerza-deformación en el cual se aprecian la zona elástica, de endurecimiento, de fluencia y de degradación, (Figura 6.17).

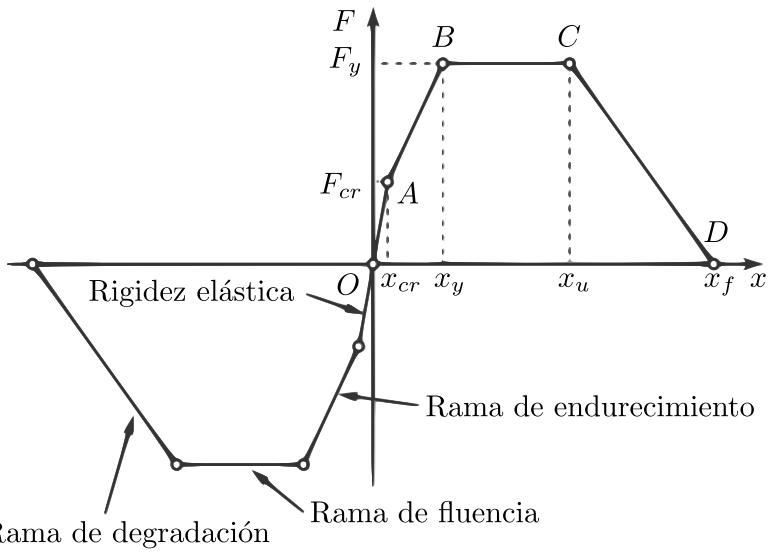
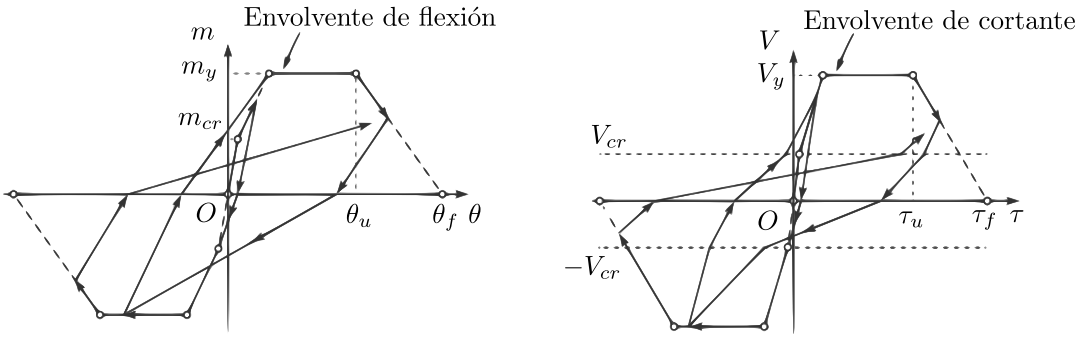


FIGURA 6.17: Envolvente de la articulación de flexión. (Adaptado de Li y Wong, 2014)

Se separará el comportamiento total en uno de flexión y uno de cortante, (Li y Wong, 2014), con el objetivo de tener un mejor entendimiento de la interacción cortante-flexión. El resultado es la suma de un comportamiento con relación momento-rotación para la flexión y uno con relación fuerza-desplazamiento para el cortante, Figura 6.18. Existen

diferentes formas de obtener el comportamiento histerético, una consiste en obtenerlo de un ensayo experimental, la segunda consiste en determinarlo de manera analítica empleando el análisis momento-curvatura para la articulación de flexión propuesto en Park y Paulay, 1975, y la teoría modificada del área de compresión (MCFT por las siglas en inglés *modified compression field theory*), propuesta en Vecchio y Collins, 1988. Si se opta por emplear la estrategia analítica, además, se requieren las ecuaciones empíricas para lograr simular el comportamiento completo en las ramas de fluencia y degradación propuestas en Sezen y Chowdhury, 2009.



(A) Flexión (B) Cortante

FIGURA 6.18: Modelos histeréticos. (Adaptado de Li y Wong, 2014)

La base del modelo histerético de flexión fue propuesta en Takeda, Sozen y Nielsen, 1970, mientras que la base del modelo de cortante fue propuesta en Xu y Zhang, 2011. Los modelos combinados son capaces de simular la degradación de rigidez, de resistencia y el "pinching", (adelgazamiento de los lazos de histéresis debido a la abertura y cierre de grietas), características principales de una articulación de concreto reforzado en flexión, (Li y Wong, 2014).

Para poder caracterizar la envolvente de flexión, deberán determinarse de forma experimental o analítica los momentos de agrietamiento, m_{cr}; y de fluencia, m_y. También se requieren las rotaciones de agrietamiento, θ_{cr}; de fluencia, θ_y; de inicio de la degradación de resistencia, θ_u; y de fractura θ_f. De manera análoga, se deben determinar los puntos correspondientes en la envolvente de cortante. También se debe conocer de la sección su módulo de elasticidad, E; su módulo de cortante, G; su área, A; su momento de inercia, I; y su longitud, L.

A diferencia de lo presentado en el análisis no lineal hasta ahora, cuando se emplea una articulación de flexión el comportamiento se encuentra dominado por las ramas que definen a las articulaciones. Considerando a la rigidez tangente de flexión como α_f, y a la rigidez tangente de cortante como α_s, las relaciones que definen el comportamiento plástico local son:

$$m = \Gamma\left(\theta''\right) = \alpha_f'' \theta'' + m_{int}, \tag{6.64a}$$

$$V = \Psi\left(\tau''\right) = \alpha_s'' \tau'' + V_{int}, \tag{6.64b}$$

donde

$$\alpha_f'' = \frac{k_f \alpha_f}{k_f - \alpha_f}, \tag{6.65a}$$

$$\alpha_s'' = \frac{k_s \alpha_s}{k_s - \alpha_s}, \tag{6.65b}$$

donde k_f es la rigidez inicial a flexión; k_s es la rigidez inicial a cortante; α_f'' es la rigidez tangente del comportamiento plástico local de la articulación de flexión; α_s'' es la rigidez tangente del comportamiento plástico local de la articulación de cortante; m_{int} es la intersección en la rama del modelo histerético de flexión; V_{int} es la intersección en la rama del modelo histerético de cortante; y Γ y Ψ son las funciones que definen el comportamiento plástico local en términos de la rotación inelástica θ'' y el desplazamiento inelástico τ'', respectivamente.

Para mostrar el empleo de las ecuaciones que definen el comportamiento plástico local, se presenta su desarrollo para las 3 ramas no lineales positivas de la envolvente en la Tabla 6.2.

TABLA 6.2: Comportamiento plástico en la envolvente

Tramo	Flexión		Cortante	
	α_f''	m	α_s''	V
AB	$\frac{k_f \alpha_{f,AB}}{k_f - \alpha_{f,AB}}$	$\alpha_{f,AB}''\theta'' + m_{cr}$	$\frac{k_s \alpha_{s,AB}}{k_s - \alpha_{s,AB}}$	$\alpha_{s,AB}''\tau'' + V_{cr}$
BC	$\frac{k_f \alpha_{f,BC}}{k_f - \alpha_{f,BC}}$	$\alpha_{f,BC}''\theta'' + m_y$	$\frac{k_s \alpha_{s,BC}}{k_s - \alpha_{s,BC}}$	$\alpha_{s,BC}''\tau'' + V_y$
CD	$\frac{k_f \alpha_{f,CD}}{k_f - \alpha_{f,CD}}$	$\alpha_{f,CD}''\theta'' + m_y$	$\frac{k_s \alpha_{s,CD}}{k_s - \alpha_{s,CD}}$	$\alpha_{s,CD}''\tau'' + V_y$

La rigidez tangente empleada para la rama AB está formada por los puntos de agrietamiento y de fluencia; para la rama BC se recomienda emplear un valor positivo cercano a cero, se observó que emplear 0.01 entrega buenos resultados; y para la rama CD está formada por los puntos de inicio de la degradación y de la fractura.

Todo lo presentado del FAM aplica para analizar un elemento barra que contiene el comportamiento no lineal en flexión, el concepto nuevo a presentar es que el desplazamiento inelástico ahora es función de la suma del desplazamiento inelástico por flexión x_1'' más el de cortante x_2''. Esto se deduce por un análisis de superposición de los comportamientos, (Figura 6.19).

$$x'' = x_1'' + x_2'' \tag{6.66}$$

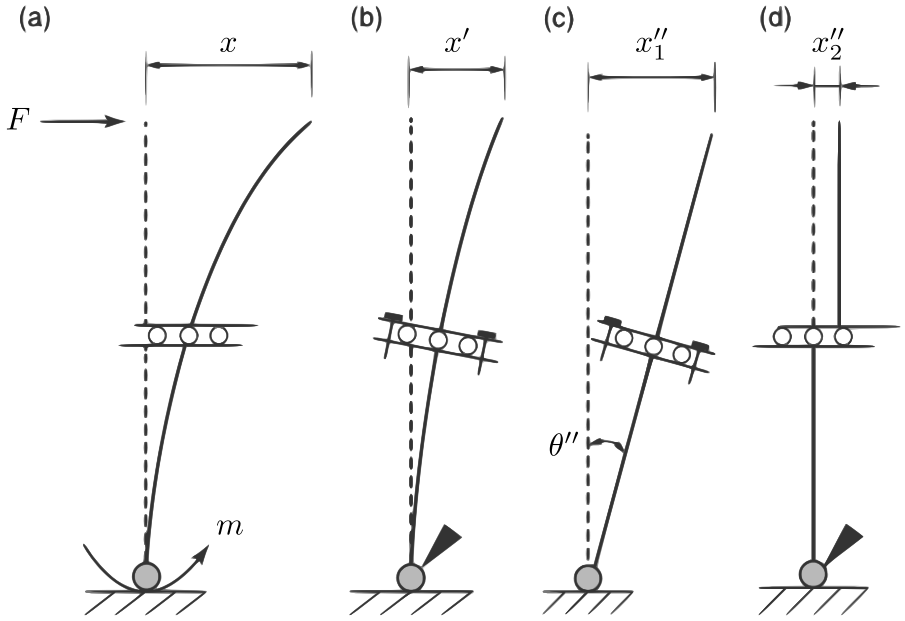


FIGURA 6.19: Representación de los mecanismos inelásticos de los elementos a flexión. (a) Desplazamiento total; (b) Componente elástica; (c) Componente plástica de flexión; (d) Componente plástica de cortante. (Adaptado de Li y Wong, 2014)

La base para el análisis estático no lineal de un sistema como el mostrado en la Figura 6.19 empleando el FAM está dada por la Ecuación 6.31, la cual es modificada en el término que relaciona los momentos y rotaciones en las articulaciones plásticas para considerar el efecto combinado del cortante y de la flexión, obteniendo

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{K}' \\ \mathbf{K}'^T & \mathbf{K}'' \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ -\mathbf{\Lambda}'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{f} \end{pmatrix}, \tag{6.67}$$

donde

$$\mathbf{\Lambda}'' = \begin{pmatrix} \theta'' \\ \tau'' \end{pmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{pmatrix} m \\ V \end{pmatrix}. \tag{6.68}$$

Las bases para el análisis ahora están dadas. Al aplicar una fuerza $\mathbf{F}$, se forman cinco incógnitas: x, m, V, θ'' y τ''. Para resolverlas se deben emplear la Ecuación 6.67 y los modelos histeréticos de las articulaciones de flexión y cortante.

Nada impide que el análisis empleando elementos de flexión sea realizado para sistemas de n grados de libertad, debido a que las bases presentadas son una simplificación de las deducidas considerando que los elementos son vectores en lugar de matrices. Tal como se realizó previamente, el desplazamiento es un vector para un sistema de n grados de libertad definido por la Ecuación 6.17, mientras que el vector que contiene a las fuerzas en las articulaciones es

$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} \mathbf{m} \\ \mathbf{V} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{m}' \\ \mathbf{V}' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{m}'' \\ \mathbf{V}'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m'_1 \\ \vdots \\ m'_{q_f} \\ V'_{q_f+1} \\ \vdots \\ V'_{q_f+q_s} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m''_1 \\ \vdots \\ m''_{q_f} \\ V''_{q_f+1} \\ \vdots \\ V''_{q_f+q_s} \end{pmatrix}. \tag{6.69}$$

De forma similar, el vector que incluye las deformaciones inelásticas por cortante y flexión es

$$\mathbf{\Lambda}'' = \begin{pmatrix} \mathbf{\Theta}'' \\ \mathbf{\Delta}'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta''_1 \\ \vdots \\ \theta''_{q_f} \\ \tau''_{q_f+1} \\ \vdots \\ \tau''_{q_f+q_s} \end{pmatrix}. \tag{6.70}$$

Al igual que lo realizado para un sistema de un grado de libertad, la base para el análisis estático no lineal de un sistema de n grados de libertad empleando el FAM está dada por

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{K}' \\ \mathbf{K}'^T & \mathbf{K}'' \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ -\mathbf{\Lambda}'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{f} \end{pmatrix}. \tag{6.71}$$

Al aplicar un vector de fuerzas $\mathbf{F}$ las incógnitas son: $\mathbf{x}$, $\mathbf{f}$ y $\mathbf{\Lambda}''$. Para resolverlas se deben emplear la Ecuación 6.71 y los modelos histeréticos de las articulaciones de flexión y cortante.

Es muy común que en los grados de libertad rotacionales no existan fuerzas, para reducir el tamaño del problema también es válido aplicar el concepto de condensación estática. Ya que la definición de las matrices condensadas no cambia, pueden obtenerse empleando la Ecuación 6.55; la Ecuación 6.58; y la Ecuación 6.61. El análisis empleando el FAM de forma condensada es

$$\begin{bmatrix} \overline{\mathbf{K}} & \overline{\mathbf{K}}' \\ \overline{\mathbf{K}}'^T & \overline{\mathbf{K}''} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_d \\ -\mathbf{\Lambda}'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{ad} \\ \mathbf{f} \end{pmatrix}. \tag{6.72}$$

Para efectuar un análisis dinámico no lineal es válido emplear el FAM presentado con anterioridad. Para efectuarlo, conviene emplear una formulación incremental para considerar las cargas, descargas e inversiones que ocurren en este tipo de análisis. El vector de deformación plástica de manera incremental está dado por

$$\mathbf{\Lambda}''_{k+1} = \mathbf{\Lambda}''_k + d\mathbf{\Lambda}'', \tag{6.73}$$

donde $d\mathbf{\Lambda}''$ representa el cambio en las deformaciones plásticas entre el paso k y el $k+1$; y $\mathbf{\Lambda}_k''$ es la deformación plástica discretizada en el paso k. La segunda ecuación gobernante del FAM escrita de manera incremental está dada por

$$\mathbf{f}_{k+1} + \mathbf{K}'' d\mathbf{\Lambda}'' = \mathbf{K}'^T \mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{K}'' \mathbf{\Lambda}_k'', \tag{6.74}$$

donde $\mathbf{f}_{k+1}$ es el vector de fuerzas en las articulaciones, discretizado en el instante $k+1$. Las incógnitas son los vectores de fuerzas $\mathbf{f}_{k+1}$ y de incremento en las deformaciones plásticas , y las ecuaciones disponibles son la Ecuación 6.74 y las relaciones momento-rotación y fuerza-desplazamiento de las articulaciones. En Li y Wong, 2014 emplean para obtener las fuerzas en las articulaciones plásticas a la Ecuación 6.64, sin embargo durante la calibración de los resultados se observó que sólo funciona de forma adecuada cuando el análisis no lineal es estático, si el análisis es dinámico produce resultados incorrectos. Se encontraron dos soluciones al problema de la determinación de las fuerzas, una, que es la más difícil y costosa computacionalmente, está basada en la interpolación de las fuerzas equivalentes en las articulaciones, la segunda, aplica ligeros cambios en la Ecuación 6.64 para considerar la contribución de fuerzas debida a la rotación inelástica en la intersección con la envolvente producto de un análisis incremental del fenómeno, es decir

$$m_{k+1} = \alpha_f''(\theta_k'' + d\theta'') + m_{int} - \alpha_f'' \theta_{int}'', \tag{6.75a}$$
$$V_{k+1} = \alpha_s''(\tau_k'' + d\tau'') + V_{int} - \alpha_s'' \tau_{int}'', \tag{6.75b}$$

donde θ_{int}'' es la rotación plástica en el punto de intersección con la envolvente; y τ_{int}'' es el desplazamiento plástico en el punto de intersección con la envolvente. Cabe destacar que no se debe confundir la rotación plástica con la rotación total, la rotación total es la que se tiene de forma gráfica en la Figura 6.18, la determinación de la rotación plástica se obtiene con

$$m_{int} = k_f(\theta_{int} - \theta_{int}''), \tag{6.76a}$$
$$V_{int} = k_s(\tau_{int} - \tau_{int}''), \tag{6.76b}$$

donde θ_{int} y τ_{int} son las rotaciones y desplazamientos plásticos que interceptan a la envolvente en la rama de análisis; y α_f y α_s son las rigideces tangentes en la rama de análisis.

La combinación de ambas ecuaciones anteriores resulta la relación de los mecanismos plásticos de la articulación de forma incremental, el resultado es

$$m_{k+1} = \alpha_f''(\theta_k'' + d\theta'') + \frac{k_f(m_{int} - \alpha_f \theta_{int})}{k_f - \alpha_f}, \tag{6.77a}$$
$$V_{k+1} = \alpha_s''(\tau_k'' + d\tau'') + \frac{k_s(V_{int} - \alpha_s \tau_{int})}{k_s - \alpha_s}. \tag{6.77b}$$

Cuando se realiza un análisis estático, la carga suele incrementarse en una sola dirección, pero debido a la aleatoriedad de los fenómenos que son resueltos mediante análisis dinámicos, ocurren descargas e inversiones en la carga las cuales no habían sido abordadas.

La rama en descarga ocurre una vez que se genera el agrietamiento del concreto. La pendiente varia en función del tipo de articulación, (Figura 6.20). La rigidez tangente en la descarga de flexión, propuesta en Sezen y Chowdhury, 2009, se muestra en la

$$\alpha_f = 1.7 k_{AB} \left(\frac{\theta_y}{\theta_d} \right)^{0.4}, \tag{6.78}$$

donde k_{AB} es la rigidez tangente entre los puntos de agrietamiento y de fluencia; y θ_d es la rotación en el punto donde inicia la descarga.

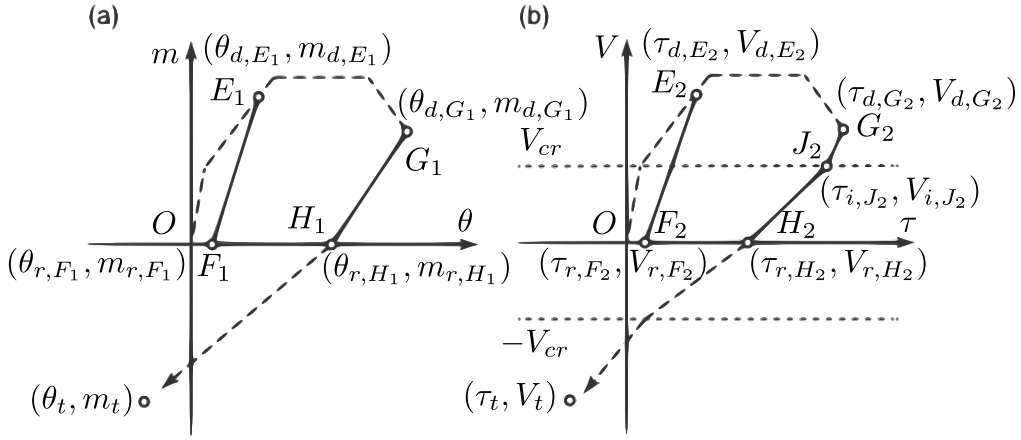


FIGURA 6.20: Ramas de descarga: (a) Descarga en flexión; (b) Descarga en cortante. (Adaptado de Li y Wong, 2014)

La rigidez tangente en descarga de cortante varía en función de la deformación a la que inicia la descarga, (Xu y Zhang, 2011). Si la descarga inicia antes del punto de fluencia en cortante, la rigidez tangente es

$$\alpha_s = k_{OA} - \frac{\tau_d - \tau_{cr}}{\tau_y - \tau_{cr}} \left(k_{OA} - k_{s2} \right), \tag{6.79}$$

donde k_{OA} es la pendiente entre el origen y el punto de agrietamiento; k_{s2} es la pendiente entre el punto de agrietamiento en el lado opuesto de la envolvente, -A, y el punto de fluencia en el lado positivo de la envolvente B; y τ_d es el desplazamiento en el punto donde inicia la descarga. Si la descarga inicia después del punto de fluencia, la rigidez tangente se divide en una que ocurre por encima de la fuerza de agrietamiento, y la segunda que ocurre por debajo de la fuerza de agrietamiento, la rigidez tangente por encima de la fuerza de agrietamiento es

$$\alpha_s = 1.4 k_{s2} \mathrm{e}^{-0.35 \left(\tau_d / \tau_y \right)^{0.01}} \left(1 - 0.02 \tau_d / \tau_y \right)^{3.5}, \tag{6.80}$$

y la rigidez por debajo de la fuerza de agrietamiento es

$$\alpha_s = 0.78 k_{s2} \mathrm{e}^{-0.35\left(\tau_d/\tau_y\right)^{0.01}} \left(1 - 0.02\tau_d/\tau_y\right)^{5.5}. \tag{6.81}$$

Con esta separación es posible considerar el fenómeno de pinching, característico del comportamiento de flexión en el concreto. Ambas formulaciones, de flexión y cortante, consideran una degradación en la rigidez ya que a medida que se incrementa la rotación y el desplazamiento de inicio de la descarga, la rigidez tangente disminuirá. La mayor diferencia entre ellas es que la rigidez tangente en flexión no varía en su formulación sin importar el punto donde inicie la descarga, mientras que la de cortante sí.

La descarga finaliza en el momento en que se alcance la fuerza cero y ocurra una inversión en la carga, a partir de este punto se considera que inicia la recarga y para el modelo empleado se dice que es orientada a picos ya que busca, tanto en flexión como en cortante, la máxima deformación alcanzada del lado en el cual se encuentra la rama de descarga, Figura 6.21. Si fuere el caso que no se ha agrietado la sección en la dirección de la recarga, el punto objetivo será el de agrietamiento, (Xu y Zhang, 2011).

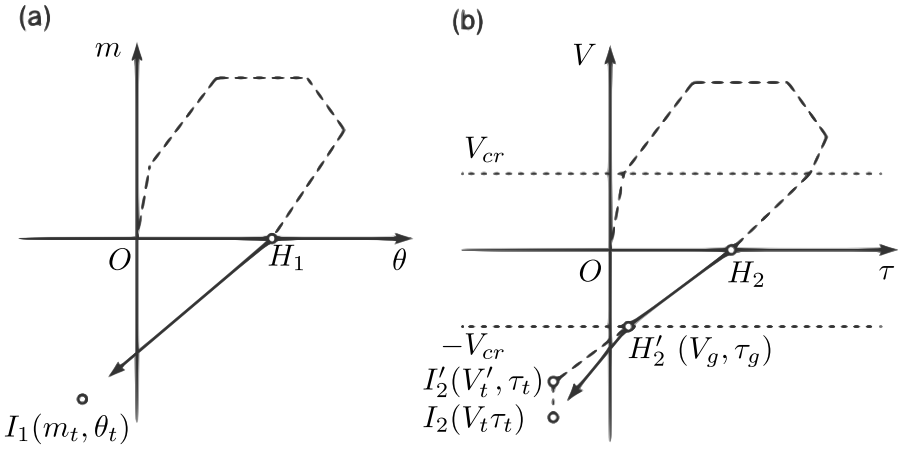


FIGURA 6.21: Ramas de recarga: (a) Recarga en flexión; (b) Recarga en cortante. (Adaptado de Li y Wong, 2014)

La rigidez en recarga por flexión es la pendiente de la curva momento rotación que conecta al punto donde termina la recarga con el punto de rotación máxima en la dirección de la recarga, es decir:

$$\alpha_f = \frac{m_t - m_r}{\theta_t - \theta_r}, \tag{6.82}$$

donde m_r y θ_r son el momento y la rotación en el punto donde termina la descarga; y m_t y θ_t son el momento y la rotación en el punto de rotación máxima en la dirección de recarga. Para la recarga en cortante, la rigidez tangente cambia en función si está por debajo de la fuerza de agrietamiento o por encima de la fuerza de agrietamiento. Cuando la rama en descarga se encuentra por debajo de la fuerza de agrietamiento, el valor de la fuerza asociada al desplazamiento objetivo debe disminuirse para considerar el efecto del pinching, la rigidez tangente en la rama por debajo de la fuerza de agrietamiento es

$$\alpha_s = \frac{V_{t'} - V_r}{\tau_t - \tau_r}, \tag{6.83}$$

con

$$V_{t'} = V_t e^{[0.82(N/N_0)-0.14]\left(\tau_t/\tau_y\right)} \tag{6.84}$$

donde V_r y τ_r son la fuerza cortante y el desplazamiento en el punto donde termina la descarga; V_t y τ_t son la fuerza cortante y el desplazamiento en el punto de desplazamiento máximo en la dirección de recarga; $(N/N_0$ es la relación entre la carga aplicada y la capacidad nominal de la sección con la limitante que $(N/N_0) < 0$. Ninguno de los autores especifica como debe obtenerse la capacidad nominal N_0, en este trabajo se propone emplear el área total de concreto por la resistencia nominal más el área de acero por el esfuerzo de fluencia del acero, es decir:

$$N_0 = f'_c(A_g - A_s) + A_s f_y, \tag{6.85}$$

donde f'_c es la resistencia nominal a compresión del concreto; A_g es el área total de la sección transversal; A_s es el área total del refuerzo longitudinal y f_y es el esfuerzo de fluencia del acero. La rama en descarga por encima de la fuerza de agrietamiento es

$$\alpha_s = \frac{V_t - V_g}{\tau_t - \tau_g} \tag{6.86}$$

donde V_g y τ_g son la fuerza cortante y el desplazamiento en el punto donde se alcanza la fuerza de agrietamiento, mostrado en la Figura 6.21 como el punto H'_2. La Tabla 6.3 presenta un resumen del comportamiento plástico en las ramas que definen al comportamiento histerético en flexión, y la Tabla 6.4 en cortante, para comprender el funcionamiento completo de las ramas de descarga y recarga deben emplearse en conjunto con la Figura 6.20 y la Figura 6.21.

TABLA 6.3: Comportamiento plástico en las ramas de la articulación de flexión

Rama	α''_f	m_{k+1}
AB	$\frac{k_f \alpha_{f,AB}}{k_f - \alpha_{f,AB}}$	$\alpha''_{f,AB}(\theta''_k + d\theta'') + \frac{k_f(m_{cr} - \alpha_{f,AB}\theta_{cr})}{k_f - \alpha_{f,AB}}$
BC	$\frac{k_f \alpha_{f,BC}}{k_f - \alpha_{f,BC}}$	$\alpha''_{f,BC}(\theta''_k + d\theta'') + \frac{k_f(m_y - \alpha_{f,BC}\theta_y)}{k_f - \alpha_{f,BC}}$
CD	$\frac{k_f \alpha_{f,CD}}{k_f - \alpha_{f,CD}}$	$\alpha''_{f,CD}(\theta''_k + d\theta'') + \frac{k_f(m_y - \alpha_{f,CD}\theta_u)}{k_f - \alpha_{f,CD}}$
G_1H_1	$\frac{k_f \alpha_{f,G_1H_1}}{k_f - \alpha_{f,G_1H_1}}$	$\alpha''_{f,G_1H_1}(\theta''_k + d\theta'') + \frac{k_f(m_d - \alpha_{f,G_1H_1}\theta_d)}{k_f - \alpha_{f,G_1H_1}}$
H_1I_1	$\frac{k_f \alpha_{f,H_1I_1}}{k_f - \alpha_{f,H_1I_1}}$	$\alpha''_{f,H_1I_1}(\theta''_k + d\theta'') + \frac{k_f(m_r - \alpha_{f,H_1I_1}\theta_r)}{k_f - \alpha_{f,H_1I_1}}$

TABLA 6.4: Comportamiento plástico en las ramas de la articulación de cortante

Rama	α_s''	V_{k+1}
AB	$\frac{k_s\alpha_{s,AB}}{k_s-\alpha_{s,AB}}$	$\alpha''_{s,AB}(\tau_k''+d\tau'')+\frac{k_s(V_{cr}-\alpha_{s,AB}\tau_{cr})}{k_s-\alpha_{s,AB}}$
BC	$\frac{k_s\alpha_{s,BC}}{k_s-\alpha_{s,BC}}$	$\alpha''_{s,BC}(\tau_k''+d\tau'')+\frac{k_s(V_y-\alpha_{s,BC}\tau_y)}{k_s-\alpha_{s,BC}}$
CD	$\frac{k_s\alpha_{s,CD}}{k_s-\alpha_{s,CD}}$	$\alpha''_{s,CD}(\tau_k''+d\tau'')+\frac{k_s(V_y-\alpha_{s,CD}\tau_u)}{k_s-\alpha_{s,CD}}$
E_2F_2	$\frac{k_s\alpha_{s,E_2F_2}}{k_s-\alpha_{s,E_2F_2}}$	$\alpha''_{s,E_2F_2}(\tau_k''+d\tau'')+\frac{k_s(V_d-\alpha_{s,E_2F_2}\tau_d)}{k_s-\alpha_{s,E_2F_2}}$
G_2J_2	$\frac{k_s\alpha_{s,G_2J_2}}{k_s-\alpha_{s,G_2J_2}}$	$\alpha''_{s,G_2J_2}(\tau_k''+d\tau'')+\frac{k_s(V_d-\alpha_{s,G_2J_2}\tau_d)}{k_s-\alpha_{s,G_2J_2}}$
J_2H_2	$\frac{k_s\alpha_{s,J_2H_2}}{k_s-\alpha_{s,J_2H_2}}$	$\alpha''_{s,J_2H_2}(\tau_k''+d\tau'')+\frac{k_s(V_i-\alpha_{s,J_2H_2}\tau_i)}{k_s-\alpha_{s,J_2H_2}}$
H_2H_2'	$\frac{k_s\alpha_{s,H_2H_2'}}{k_s-\alpha_{s,H_2H_2'}}$	$\alpha''_{s,H_2H_2'}(\tau_k''+d\tau'')+\frac{k_s(V_r-\alpha_{s,H_2H_2'}\tau_r)}{k_s-\alpha_{s,H_2H_2'}}$
$H_2'I_2$	$\frac{k_s\alpha_{s,H_2'I_2}}{k_s-\alpha_{s,H_2'I_2}}$	$\alpha''_{s,H_2'I_2}(\tau_k''+d\tau'')+\frac{k_s(V_g-\alpha_{s,H_2'I_2}\tau_g)}{k_s-\alpha_{s,H_2'I_2}}$

El proceso de análisis descrito en la Tabla 6.1 no cambia para el elemento con comportamiento en flexión, sin embargo, no es igual de sencillo de realizar en la determinación de los desplazamientos inelásticos empleando el FAM. Se recomienda que el punto de partida sea verificar si se formó el agrietamiento en alguna de las articulaciones que no estaban agrietadas, posteriormente, suponer todas las articulaciones ya agrietadas en descarga y comparar contra los límites que definen la descarga, es posible que antes que se alcance el punto de recarga ocurra una inversión en la dirección, si fuere el caso, la pendiente a emplear es la pendiente de descarga correspondiente hasta que se alcance el punto donde inició la descarga, a partir de ahí se debe emplear la pendiente de la rama de la envolvente o de la recarga previa si fuera el caso. El siguiente paso consiste en suponer todas las articulaciones previamente agrietadas en recarga y comparar contra los límites que definen la recarga. Finalmente se suponen las articulaciones en cada una de las ramas no lineales de la envolvente y se comparan contra los respectivos límites de cada rama. Una vez que se tiene una primera aproximación de la posible rama en que se encuentre la articulación se hace un primer análisis combinado y se determinan las demandas en las articulaciones para compararlas con los límites de cada rama en particular, de ser necesario se deberá rectificar las ramas que se encuentren fuera de los límites correspondientes. Una vez definidas las ramas correctas para cada articulación, se procede a determinar las demandas y los desplazamientos inelásticos actualizados. Con los desplazamientos inelásticos se continúa el análisis de acuerdo al procedimiento descrito en la Tabla 6.1.

6.4.1. Ejemplos de calibración

Sistema de un grado de libertad

El primer ejemplo de calibración, correspondiente al ejemplo 4.9 de (Li y Wong, 2014), consiste en una columna de concreto reforzado la cual funciona como un sistema de un grado de libertad, (Figura 6.22(a)). La columna es de sección cuadrada y está armada longitudinalmente con ocho varillas del #8 y cuenta con estribos del #3, (Figura 6.22(b)). La resistencia del concreto es $f'_c = 33.1\,\text{MPa}$, y el esfuerzo de fluencia del acero longitudinal y transversal es 331 MPa y 399.9 MPa. La carga axial aplicada a la columna es $P = 503\,\text{kN}$. La caracterización de la envolvente se muestra en la Tabla 6.5. La columna se encuentra sometida a una función de desplazamiento de prueba tipo sierra, Figura 6.23, común en el área de eléctrica, con incrementos en amplitud cada dos ciclos de carga, para comprobar su comportamiento histerético hasta el colapso teórico de la columna.

En este problema se conocen los desplazamientos en el tiempo, en consecuencia no se requiere emplear la formulación variable estado para resolver la ecuación de movimiento, siendo suficiente con emplear el FAM para conocer las reacciones en las articulaciones. La ecuación gobernante del problema es

$$\left[\begin{array}{c|cc} k_0 & k_0L & k_0 \\ \hline k_0L & k_0L^2 & k_0L \\ k_0 & k_0L & k_0 \end{array}\right] \begin{pmatrix} x_{k+1} \\ -(\theta''_k + d\theta'') \\ -(\tau''_k + d\tau'') \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{k+1} \\ m_{k+1} \\ V_{k+1} \end{pmatrix},$$

sustituyendo valores se llega a

$$\left[\begin{array}{c|cc} 200000 & 294640 & 200000 \\ \hline 294640 & 434063.65 & 294640 \\ 200000 & 294640 & 200000 \end{array}\right] \begin{pmatrix} x_{k+1} \\ -(\theta''_k + d\theta'') \\ -(\tau''_k + d\tau'') \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{k+1} \\ m_{k+1} \\ V_{k+1} \end{pmatrix}.$$

Empleando el procedimiento de análisis presentado se obtuvieron las respuestas en las articulaciones plásticas producto de la aplicación cíclica del desplazamiento empleando el FAM. Los diagramas momento-rotación y fuerza desplazamiento se presentan en la Figura 6.24. La Tabla 6.6 presenta la evaluación numérica de los dos primeros ciclos de carga-descarga-recarga del análisis.

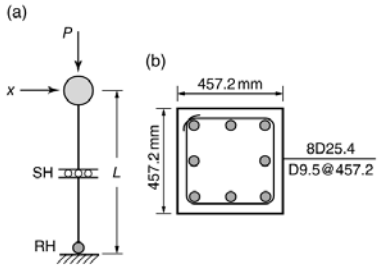


FIGURA 6.22: Columna de concreto reforzado: (a) Modelo numérico; (b) Propiedades de la sección. (Li y Wong, 2014)

TABLA 6.5: Propiedades de las envolventes

Punto	Flexión		Cortante	
	m (kN − m)	θ (rad)	V (kN)	τ (m)
O	0	0	0	0
A	88.392	0.00012	60	0.00012
B	338.836	0.0045	230	0.0044
C	338.836	0.012	230	0.012
D	0	0.018	0	0.018

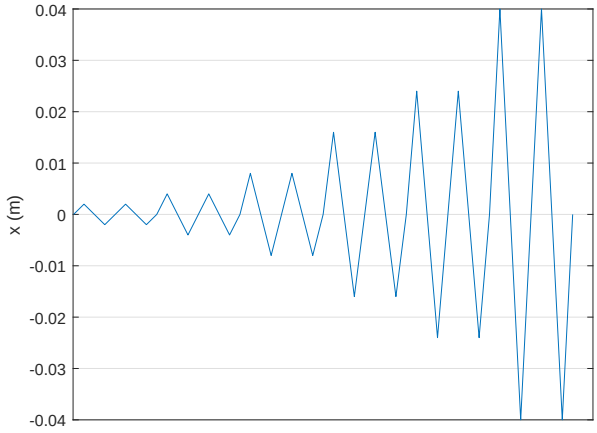
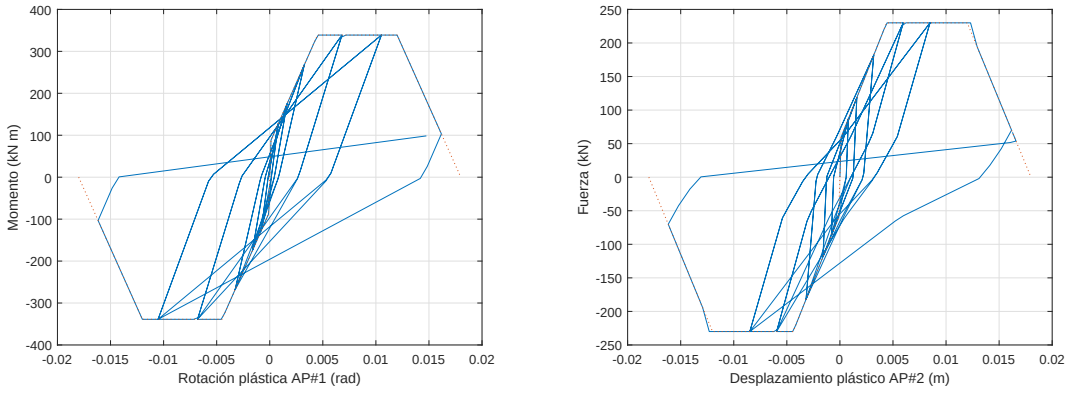


FIGURA 6.23: Protocolo de desplazamientos



(A) Articulación de flexión (B) Articulación de cortante

FIGURA 6.24: Respuesta de las articulaciones de la columna

TABLA 6.6: Respuesta numérica de la columna con comportamiento de flexión

Rama	x (mm)	x'' (mm)	θ'' (rad)	τ'' (m)	θ (rad)	τ (m)	M (kN − m)	V (kN)
Elástica	0.00	0.00	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00	0.00
	0.10	0.10	0.00000	0.00000	0.00004	0.00004	29.46	20.00
	0.20	0.20	0.00000	0.00000	0.00008	0.00008	58.93	40.00
	0.30	0.30	0.00000	0.00000	0.00012	0.00012	88.39	60.00
Endurecimiento	0.40	0.31	0.00004	0.00004	0.00016	0.00016	90.72	61.58
	0.50	0.32	0.00008	0.00007	0.00020	0.00020	93.06	63.17
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	1.80	0.42	0.00056	0.00055	0.00073	0.00072	123.36	83.74
	1.90	0.43	0.00060	0.00059	0.00077	0.00076	125.70	85.32
	2.00	0.43	0.00064	0.00062	0.00081	0.00080	128.03	86.90
Descarga	1.90	0.40	0.00060	0.00062	0.00076	0.00078	117.22	79.57
	1.80	0.36	0.00056	0.00062	0.00070	0.00076	106.42	72.24
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	1.00	0.07	0.00023	0.00060	0.00025	0.00063	19.99	13.57
	0.90	0.03	0.00018	0.00060	0.00020	0.00061	9.19	6.24
Recarga	0.80	0.00	0.00015	0.00059	0.00015	0.00059	-1.19	-0.81
	0.70	-0.03	0.00013	0.00053	0.00012	0.00052	-9.11	-6.19
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	-0.20	-0.27	0.00001	0.00005	-0.00010	-0.00006	-80.46	-54.62
	-0.30	-0.30	0.00000	0.00000	-0.00012	-0.00012	-88.39	-60.00
Endurecimiento	-0.40	-0.31	-0.00004	-0.00004	-0.00016	-0.00016	-90.72	-61.58
	-0.50	-0.32	-0.00008	-0.00007	-0.00020	-0.00020	-93.06	-63.17
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	-1.90	-0.43	-0.00060	-0.00059	-0.00077	-0.00076	-125.70	-85.32
	-2.00	-0.43	-0.00064	-0.00062	-0.00081	-0.00080	-128.03	-86.90
Descarga	-1.90	-0.40	-0.00060	-0.00062	-0.00076	-0.00078	-117.22	-79.57
	-1.80	-0.36	-0.00056	-0.00062	-0.00070	-0.00076	-106.42	-72.24
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	-1.00	-0.07	-0.00023	-0.00060	-0.00025	-0.00063	-19.99	-13.57
	-0.90	-0.03	-0.00018	-0.00060	-0.00020	-0.00061	-9.19	-6.24
Recarga	-0.80	0.00	-0.00014	-0.00059	-0.00014	-0.00059	0.68	0.46
	-0.70	0.02	-0.00012	-0.00055	-0.00011	-0.00054	5.19	3.52
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

El protocolo de carga empleado produce que los lazos de histéresis en las articulaciones sean bastante estables. Una de las más grandes aportaciones que se lograron identificar con este ejemplo de calibración es la detección de que la aritmética de punto flotante influye mucho en la respuesta cuando se realiza un análisis dinámico no lineal, en algunas de las ocasiones el algoritmo se llegó a estancar por diferencias del orden de $1 \exp -18$, se incluyeron tolerancias proporcionales al épsilon de 1 para evitar los problemas de estancamiento en el algoritmo.

Los lazos de histéresis de la articulación de flexión logran disipar más energía ya que el pinching no se encuentra considerado en ellos. En general los lazos de histéresis de la articulación de cortante son más difíciles de programar por la gran cantidad de reglas que deben ser consideradas en función de la rama en la que se encuentra la articulación.

Los resultados muestran que se logró simular correctamente el comportamiento no lineal de la columna hasta el colapso teórico. La articulación de cortante simula adecuadamente el pinching. Se observó que la rigidez a la descarga en flexión es considerablemente mayor que la de cortante, principalmente en la rama de endurecimiento, ya que

los lazos de histéresis son más abiertos en la articulación de cortante.

Marco de dos niveles

Este ejemplo de calibración, adaptado del ejemplo 4.8 de Li y Wong, 2014, consiste en una estructura formada por marcos de dos niveles y una crujía de concreto reforzado, (Figura 6.25(a)). Se supone un diafragma rígido en los entrepisos, en consecuencia, el marco tiene 6 grados de libertad, 2 traslacionales y 4 rotacionales. Se espera la formación de 16 articulaciones plásticas en total de las cuales 12 serán de flexión ubicadas en los extremos de columnas y vigas y 4 serán de cortante en las columnas. Las columnas tienen una longitud $L_c = 3\,\text{m}$ con una sección cuadrada de 50 cm, armada con ocho varillas longitudinales del #6 y transversalmente con estribos del #3, (Figura 6.25(b)), mientras que las vigas una longitud $L_c = 6\,\text{m}$, con una sección de 20 cm de ancho y 40 cm de alto, el armado longitudinal es con ocho varillas del #5 y el transversal con estribos del #2.5, (Figura 6.25(c)).

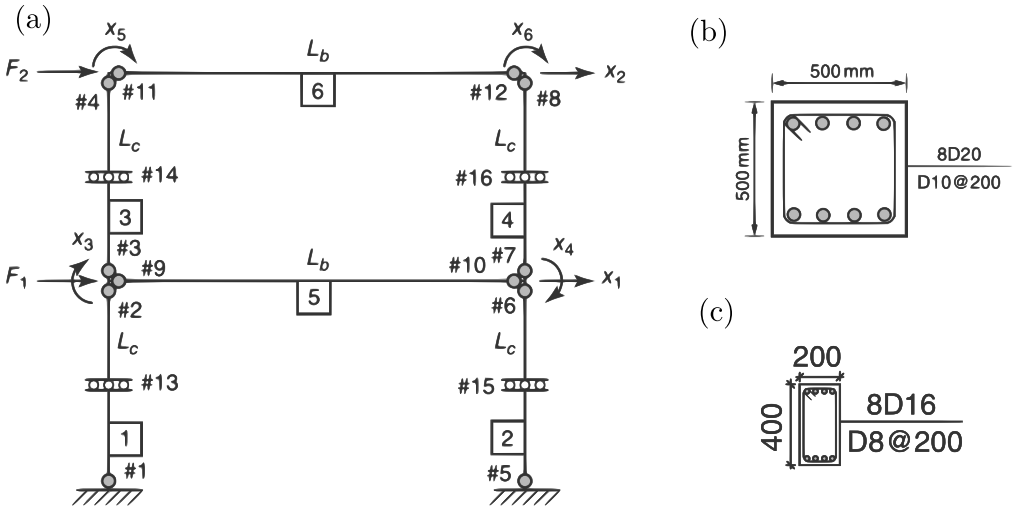


FIGURA 6.25: Marco de dos niveles y una crujía. (a) Idealización; (b) Sección de la columna; (c) Sección de la viga. (Adaptado de Li y Wong, 2014)

Las matrices de rigidez del sistema en (kN, m) son

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{dd} & \mathbf{K}_{dr} \\ \mathbf{K}_{rd} & \mathbf{K}_{rr} \end{bmatrix}$$

$$= \left[\begin{array}{cc|cccc} 255555.6 & -127777.8 & 0.0 & 0.0 & 95833.3 & 95833.3 \\ -127777.8 & 127777.8 & -95833.3 & -95833.3 & -95833.3 & -95833.3 \\ \hline 0.0 & -95833.3 & 413000.0 & 10666.7 & 91666.7 & 0.0 \\ 0.0 & -95833.3 & 10666.7 & 413000.0 & 0.0 & 91666.7 \\ 95833.3 & -95833.3 & 91666.7 & 0.0 & 217166.7 & 10666.7 \\ 95833.3 & -95833.3 & 0.0 & 91666.7 & 10666.7 & 217166.7 \end{array}\right]$$

$$\mathbf{K}' = \begin{bmatrix} \mathbf{K}'_d \\ \mathbf{K}'_r \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -9.59 & -9.59 & 9.59 & 9.59 & -9.59 & -9.59 & 9.59 & 9.59 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6.39 & -6.39 & 6.39 & -6.39 \\ 0 & 0 & -9.59 & -9.59 & 0 & 0 & -9.59 & -9.59 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6.39 & 0 & 6.39 \\ 9.17 & 19.59 & 19.59 & 9.17 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.13 & 1.07 & 0 & 0 & -9.59 & -9.59 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9.17 & 19.59 & 19.59 & 9.17 & 1.07 & 2.13 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9.59 & -9.59 \\ 0 & 0 & 9.17 & 19.59 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.13 & 1.07 & 0 & -9.59 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9.17 & 19.59 & 0 & 0 & 1.07 & 2.13 & 0 & 0 & 0 & -9.59 \end{bmatrix} \times 10^4$$

$$\mathbf{K}'' = \begin{bmatrix} 19.59 & 9.17 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9.59 & 0 & 0 & 0 \\ 9.17 & 19.59 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9.59 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 19.59 & 9.17 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9.59 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9.17 & 19.59 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9.59 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 19.59 & 9.17 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9.59 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9.17 & 19.59 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9.59 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 19.59 & 9.17 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9.59 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9.17 & 19.59 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9.59 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.13 & 1.07 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.07 & 2.13 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.13 & 1.07 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.07 & 2.13 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -9.59 & -9.59 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6.39 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -9.59 & -9.59 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6.39 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -9.59 & -9.59 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6.39 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9.59 & -9.59 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6.39 \end{bmatrix} \times 10^4$$

Las matrices de masas y de amortiguamiento son

$$\mathbf{M}_{dd} = \begin{bmatrix} 2.5 & 0 \\ 0 & 2.5 \end{bmatrix} \text{ Mg}, \quad \mathbf{C}_{dd} = \begin{bmatrix} 2.4955 & -0.7885 \\ -0.7885 & 1.2812 \end{bmatrix} \text{ kNs/m}$$

Se realizó la condensación estática de las matrices de rigidez empleando la Ecuación 6.55, la Ecuación 6.58 y la Ecuación 6.61. Las matrices condensadas obtenidas son

$$\overline{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} 167247.54 & -58576.53 \\ -58576.53 & 30194.29 \end{bmatrix}$$

$$\overline{\mathbf{K}}' = \begin{bmatrix} -8.68 & -7.64 & 7.32 & 1.48 & -8.68 & -7.64 & 7.32 & 1.48 & 0.32 & 0.32 & -1.47 & -1.47 & 5.43 & -2.93 & 5.43 & -2.93 \\ 1.36 & 2.90 & -3.38 & -1.16 & 1.36 & 2.90 & -3.38 & -1.16 & 0.47 & 0.47 & 1.16 & 1.16 & -1.42 & 1.51 & -1.42 & 1.51 \end{bmatrix} \times 10^4$$

$$\overline{\mathbf{K}}'' = \begin{bmatrix} 1091.60 & 383.19 & -186.55 & -47.90 & 20.17 & 40.34 & 27.73 & -5.04 & -196.64 & -68.07 & 47.90 & 5.04 \\ 383.19 & 766.39 & -373.11 & -95.80 & 40.34 & 80.67 & 55.46 & -10.08 & -393.28 & -136.13 & 95.80 & 10.08 \\ -186.55 & -373.11 & 718.49 & 196.64 & 27.73 & 55.46 & 75.63 & 68.07 & -345.38 & -131.09 & -196.64 & -68.07 \\ -47.90 & -95.80 & 196.64 & 536.97 & -5.04 & -10.08 & 68.07 & 151.26 & -100.84 & -57.98 & -536.97 & -151.26 \\ 20.17 & 40.34 & 27.73 & -5.04 & 1091.60 & 383.19 & -186.55 & -47.90 & -68.07 & -196.64 & 5.04 & 47.90 \\ 40.34 & 80.67 & 55.46 & -10.08 & 383.19 & 766.39 & -373.11 & -95.80 & -136.13 & -393.28 & 10.08 & 95.80 \\ 27.73 & 55.46 & 75.63 & 68.07 & -186.55 & -373.11 & 718.49 & 196.64 & -131.09 & -345.38 & -68.07 & -196.64 \\ -5.04 & -10.08 & 68.07 & 151.26 & -47.90 & -95.80 & 196.64 & 536.97 & -57.98 & -100.84 & -151.26 & -536.97 \\ -196.64 & -393.28 & -345.38 & -100.84 & -68.07 & -136.13 & -131.09 & -57.98 & 738.66 & 267.23 & 100.84 & 57.98 \\ -68.07 & -136.13 & -131.09 & -57.98 & -196.64 & -393.28 & -345.38 & -100.84 & 267.23 & 738.66 & 57.98 & 100.84 \\ 47.90 & 95.80 & -196.64 & -536.97 & 5.04 & 10.08 & -68.07 & -151.26 & 100.84 & 57.98 & 536.97 & 151.26 \\ 5.04 & 10.08 & -68.07 & -151.26 & 47.90 & 95.80 & -196.64 & -536.97 & 57.98 & 100.84 & 151.26 & 536.97 \end{bmatrix} \times 10^4$$

La ecuación de movimiento de forma no lineal del sistema está dada por la Ecuación 6.47. La evaluación numérica de las matrices es

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \\ -66899.02 & 23430.61 & -1.00 & 0.32 \\ 23430.61 & -12077.72 & 0.32 & -0.51 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} a_k, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 \\ 66899.02 & -23430.61 \\ -23430.61 & 12077.72 \end{bmatrix}$$

Los diagramas momento-rotación y fuerza desplazamiento se presentan en la Tabla 6.7 y la Tabla 6.8.

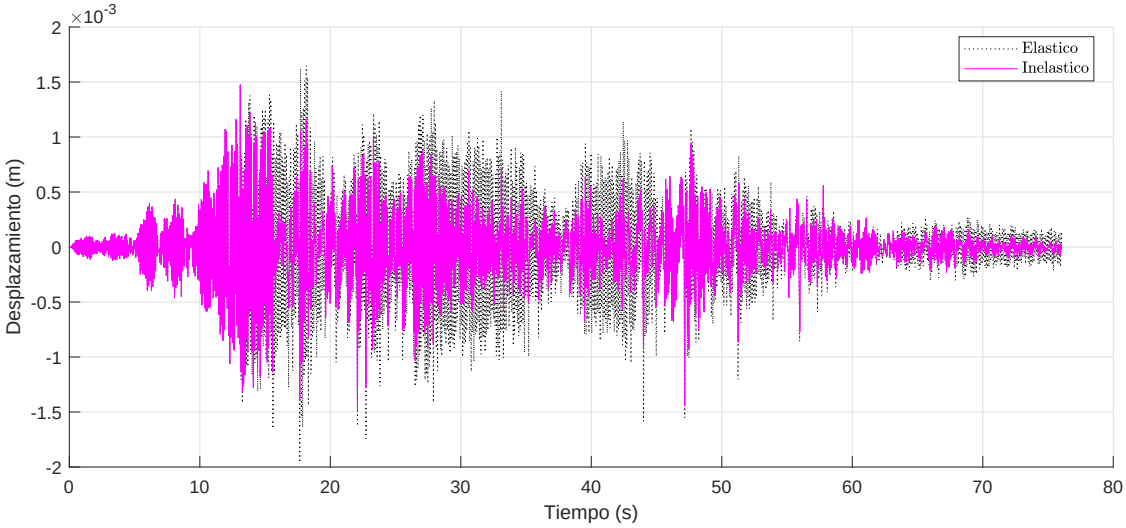
TABLA 6.7: Propiedades de las envolventes de las columnas

Punto	Flexión		Cortante	
	m (kN − m)	θ (rad)	V (kN)	τ (m)
A	91.95	0.00032	61.3	0.00008
B	229.50	0.00240	153.0	0.00250
C	229.50	0.01650	153.0	0.00750
D	0.00	0.03600	0.0	0.01200

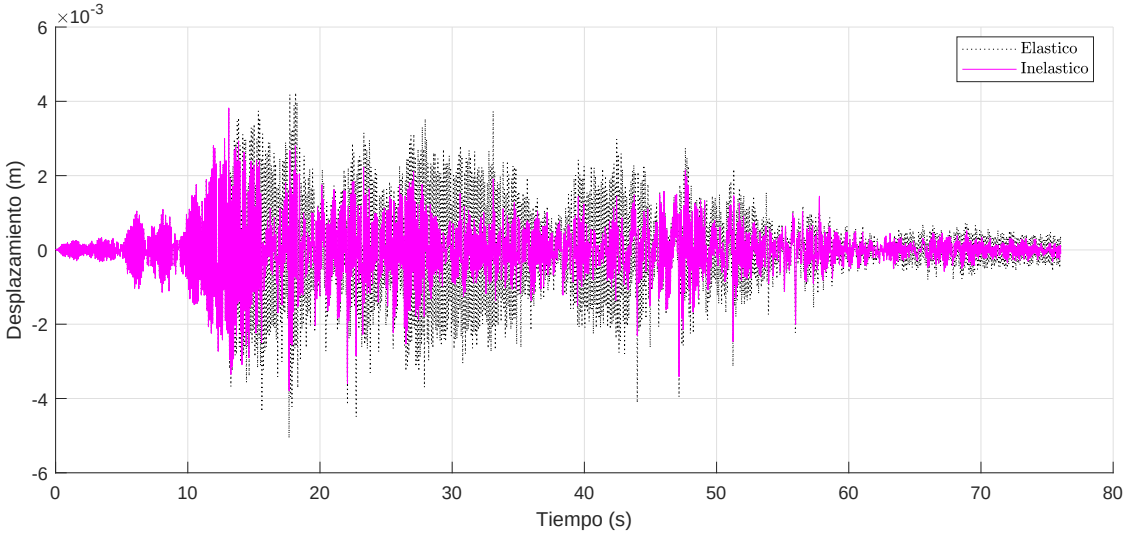
TABLA 6.8: Propiedades de las envolventes de las vigas

Punto	Flexión	
	m (kN − m)	θ (rad)
A	21	0.00017
B	100	0.00129
C	100	0.00335
D	0	0.01100

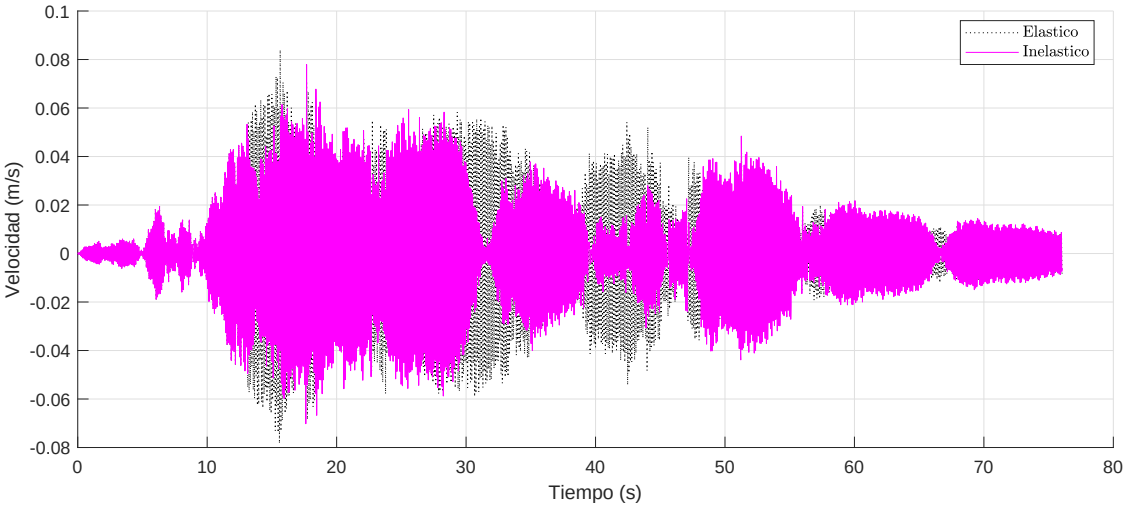
El sistema se sometió a los registros sísmicos de la estación SCT-1 del 19 de septiembre de 1985, empleando la componente N90E, Figura 2.15; a la componente S00E de la estación Caleta de Campos (19 de septiembre de 1985), Figura 5.9, a la componente N00E de la estación Ana Freud (22 de enero de 2003), Figura 5.10, y a la componente S05E de la estación Villita Corona Centro (19 de septiembre de 1985), Figura 5.11, sin escalar en todos los casos. De los cuatro registros analizados, únicamente el registro de Villita Corona incursionó en el intervalo inelástico y sólo se reportarán tales resultados. Las respuestas obtenidas de forma elástica e inelástica, y las relaciones momento-rotación plástica de las articulaciones y sus estados de acuerdo con el FEMA-356 , (*Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000), se muestran en las Figuras 6.26–6.28.



(A) Desplazamiento nivel 1

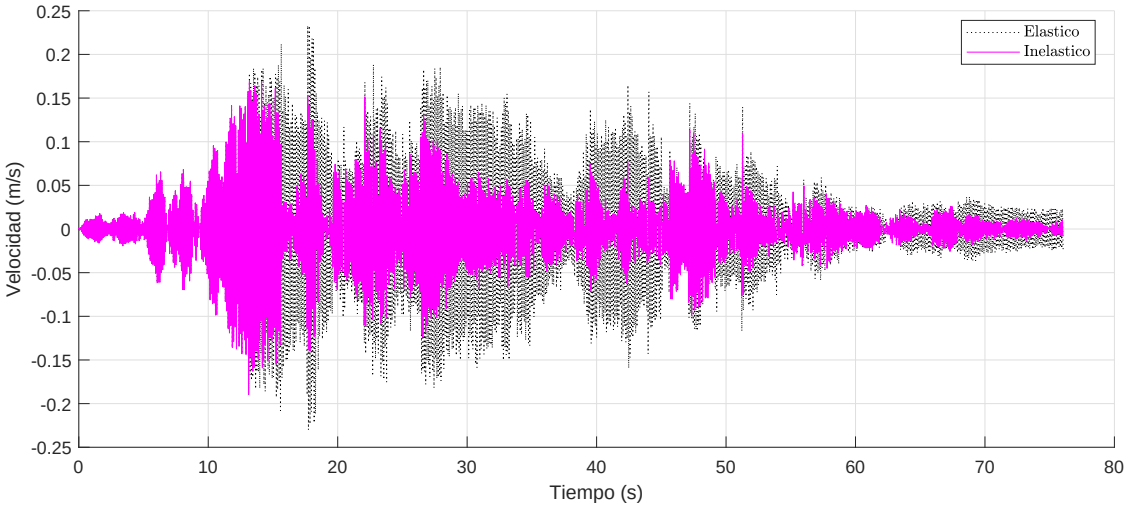


(B) Desplazamiento nivel 2

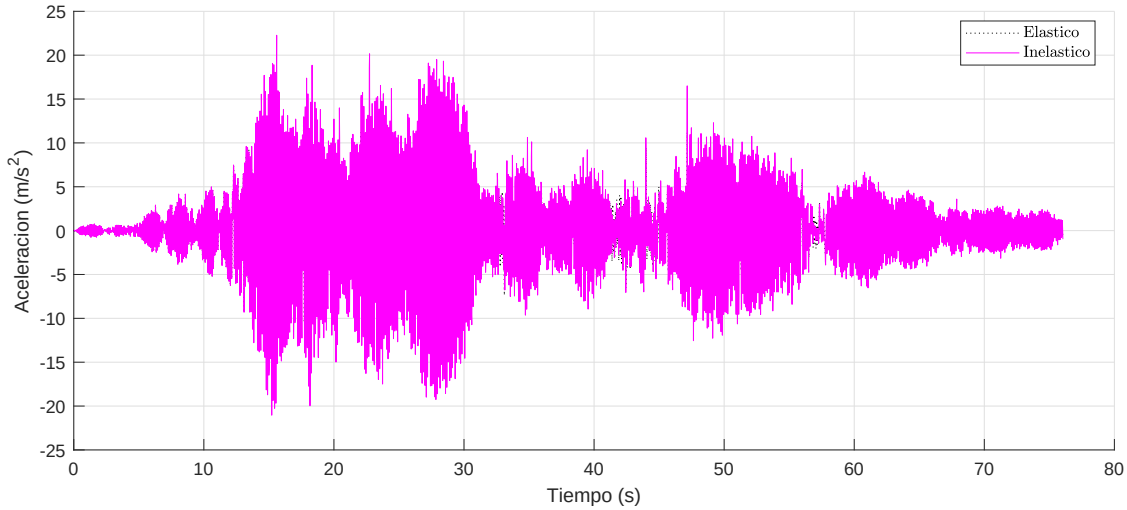


(C) Velocidad nivel 1

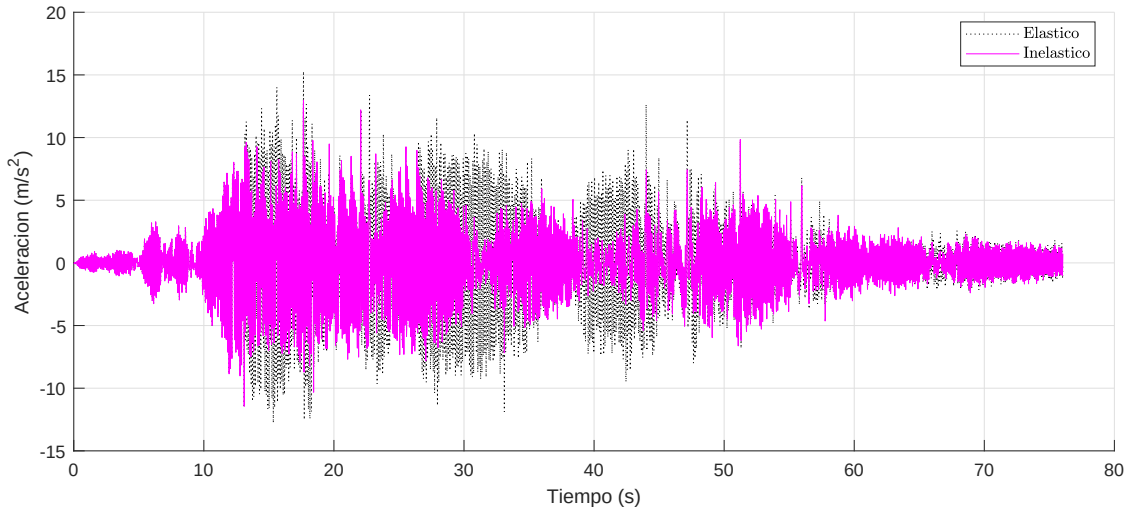
FIGURA 6.26: Respuesta del marco de dos niveles al registro de Villita Corona, sin escalar



(D) Velocidad nivel 2

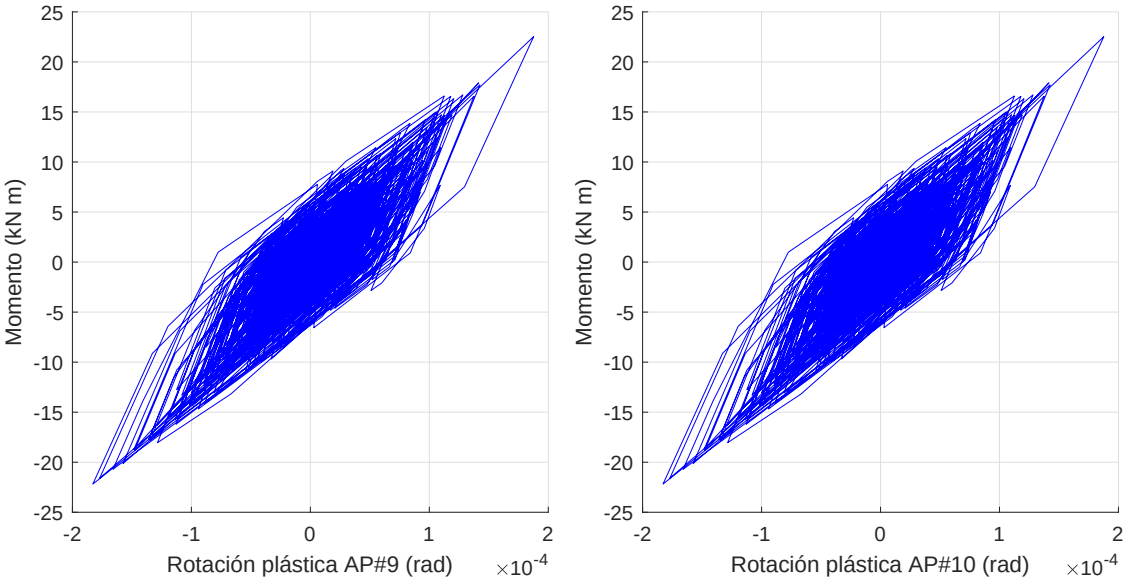


(E) Aceleración absoluta nivel 1



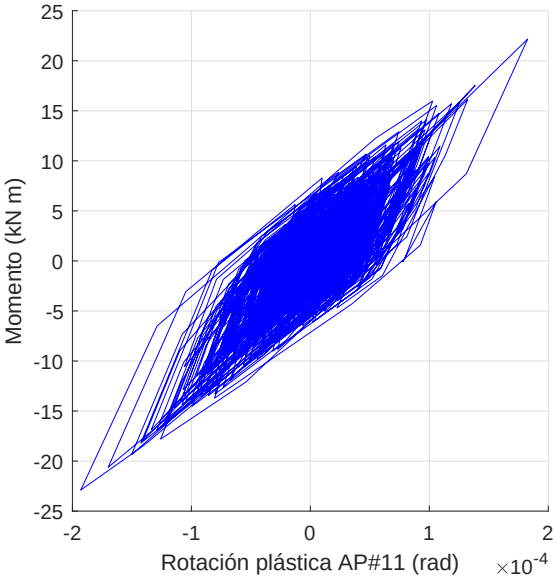
(F) Aceleración absoluta nivel 2

FIGURA 6.26: Respuesta del marco de dos niveles al registro de Villita Corona, sin escalar (continuación)

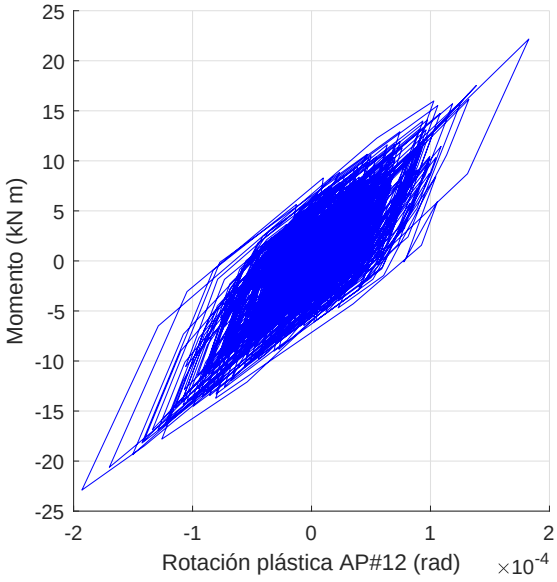


(A) Articulación 9

(B) Articulación 10



(C) Articulación 11



(D) Articulación 12

FIGURA 6.27: Respuesta de las articulaciones del marco de dos niveles al registro de Villita Corona, sin escalar

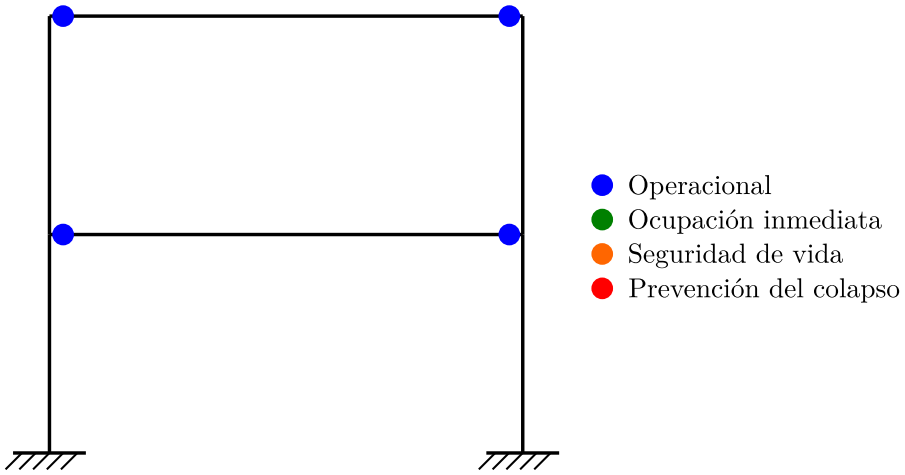


FIGURA 6.28: Estados de daño en las articulaciones plásticas al registro de Villita Corona, sin escalar

La estructuración y diseño del marco permitió que ante el conjunto de registros analizados permaneciera dentro del rango elástico en la mayoría. Para el registro de Villita Corona ocurrió un agrietamiento en las vigas de ambos niveles, sin embargo, después de la ocurrencia del sismo, la estructura permanece con daños muy leves y es segura su ocupación inmediatamente después del evento.

La comparación de las respuestas elásticas e inelásticas muestra que en el desplazamiento y la velocidad hay una reducción en la respuesta en amplitud, principalmente en la fase intensa, de la respuesta inelástica. En la aceleración del primer nivel se incrementa en amplitud, fenómeno que no se observa en la aceleración del segundo nivel.

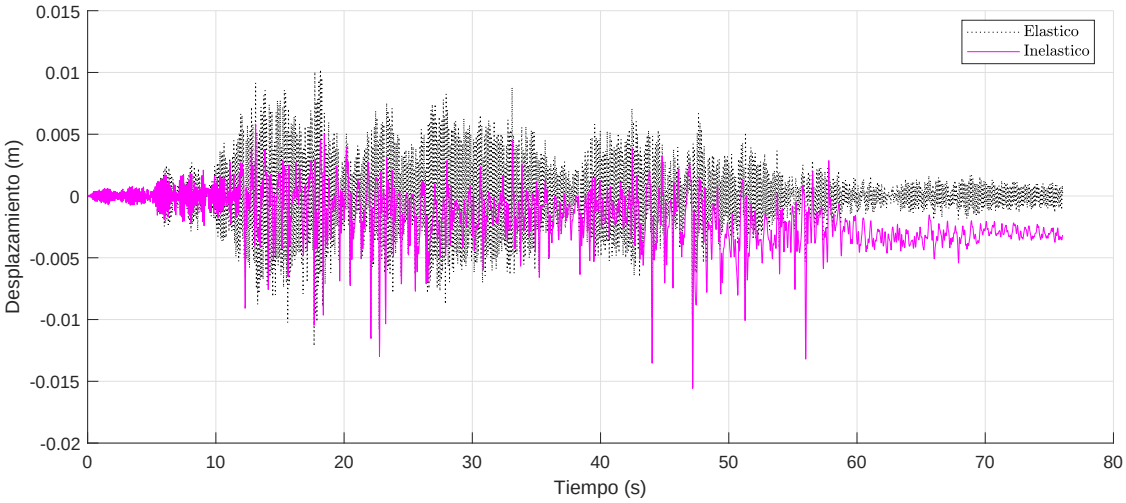
Las deformaciones permanentes posterior al evento son ligeras, y se observan como un desplazamiento hacia la dirección negativa del desplazamiento en ambos niveles.

A diferencia del protocolo de carga aplicado en el problema anterior, este problema puso a prueba las capacidades del algoritmo del FAM ya que, durante el análisis dinámico, ocurrieron una enorme cantidad de descargas e inversiones en la dirección de carga, incrementando la complejidad del problema debido a la cantidad significativamente mayor de fuentes de no linealidad posibles.

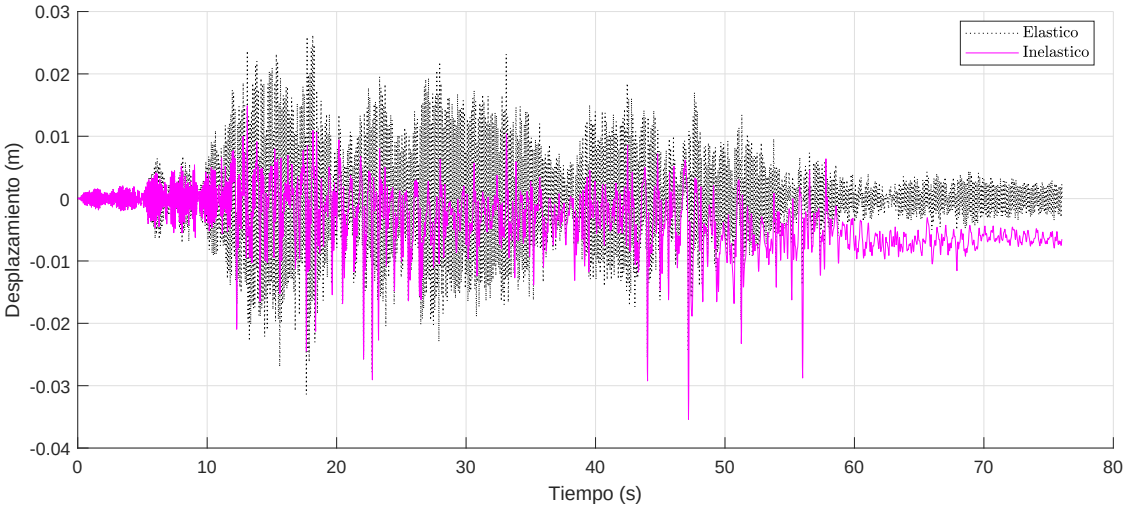
Marco de dos niveles con el registro escalado

Se repetirá el problema presentado en la Sección 6.4.1 empleando únicamente el registro de Villita Corona, debido a que se observó que es el más desfavorable para el marco en análisis. El registro se amplificó en incrementos de 0.1 hasta un factor de escala antes del colapso teórico de la estructura. El factor de escala obtenido fue de 6.2, y el registro escalado tiene una amplitud máxima de $43.25\,\mathrm{m/s^2}$.

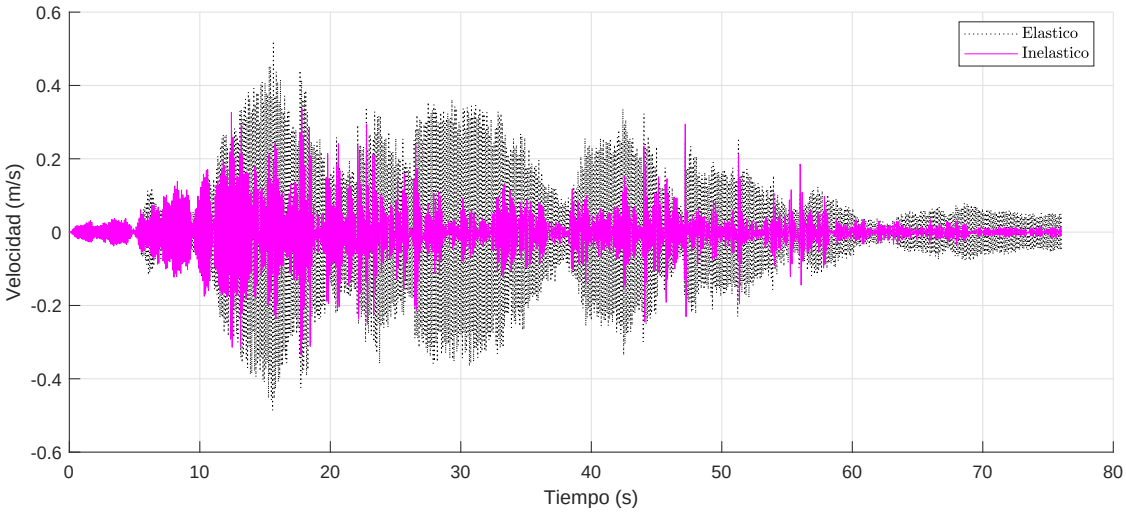
Las respuestas obtenidas de forma elástica e inelástica, y las relaciones momento-rotación plástica de las articulaciones y sus estados de acuerdo con el FEMA-356 , (*Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000), se muestran en las Figuras 6.26–6.28.



(A) Desplazamiento nivel 1

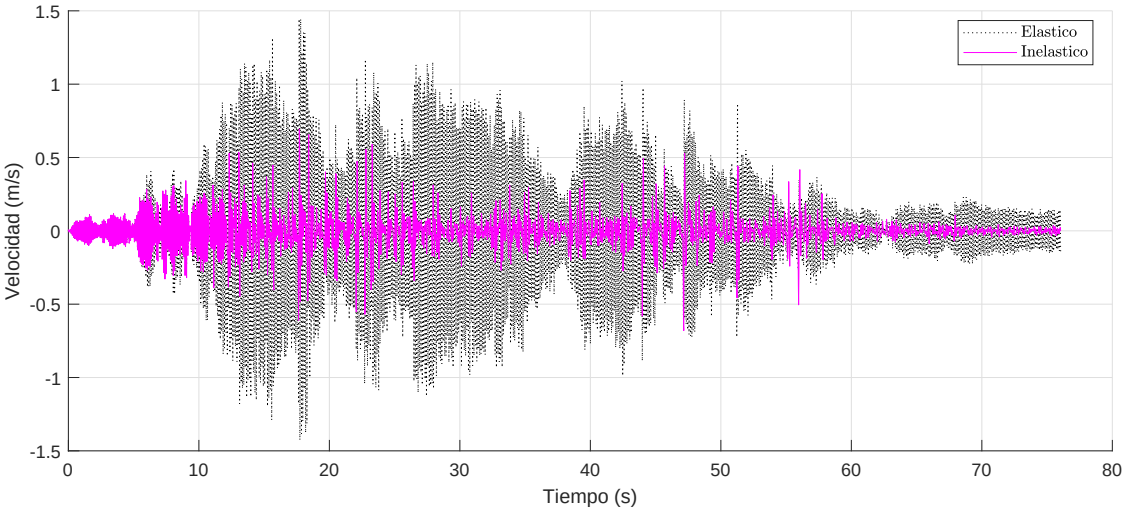


(B) Desplazamiento nivel 2

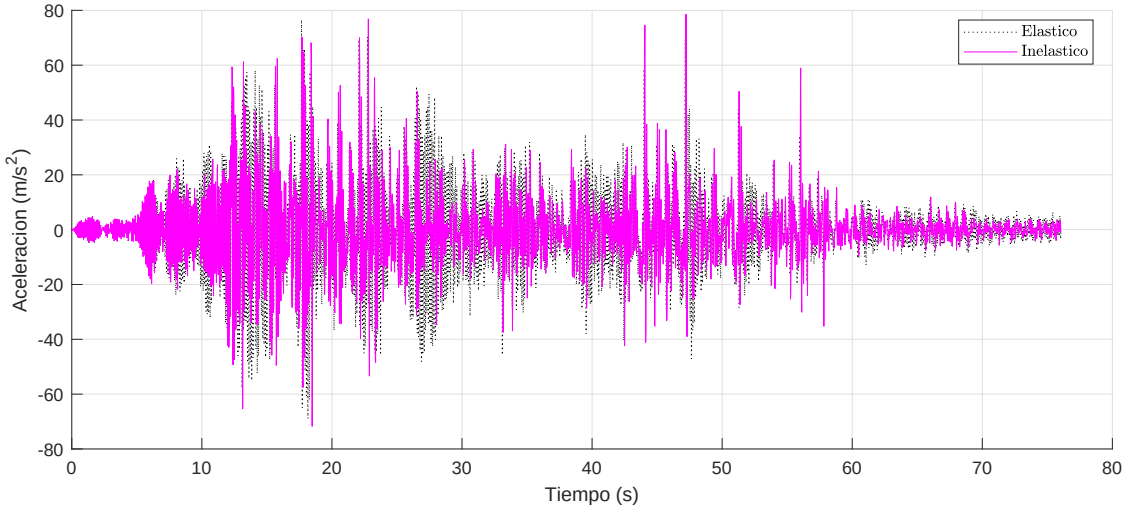


(C) Velocidad nivel 1

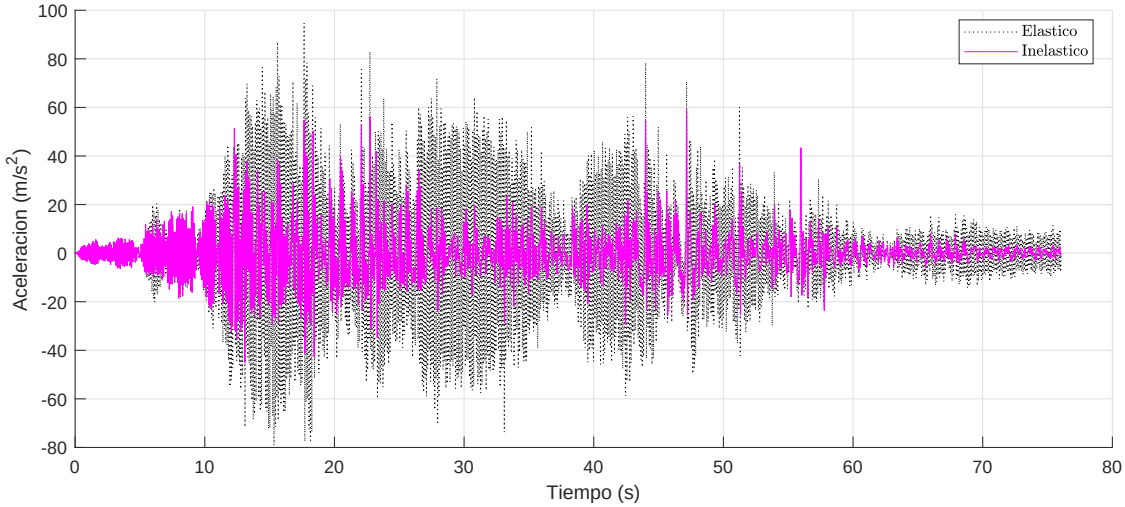
FIGURA 6.29: Respuesta del marco de dos niveles al registro de Villita Corona, factor de escala 6.2



(D) Velocidad nivel 2

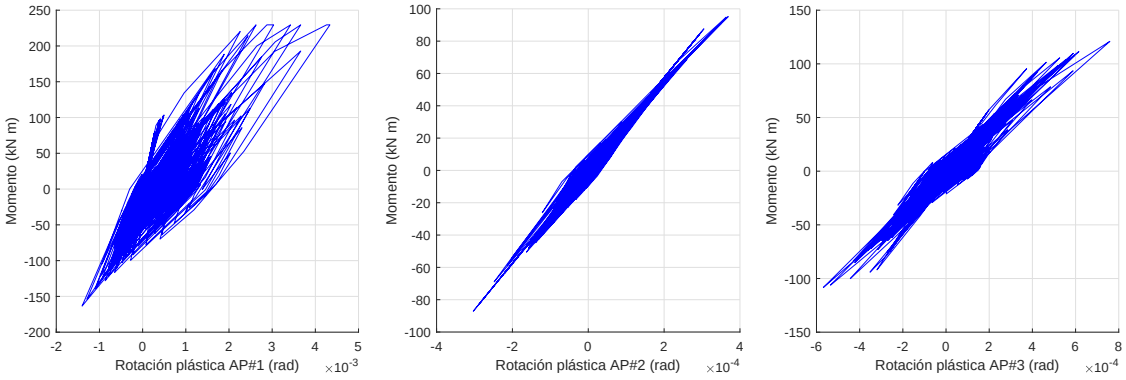


(E) Aceleración absoluta nivel 1



(F) Aceleración absoluta nivel 2

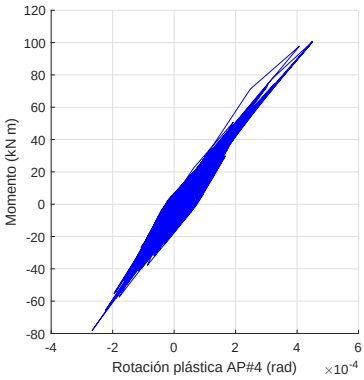
FIGURA 6.29: Respuesta del marco de dos niveles al registro de Villita Corona, factor de escala 6.2 (continuación)



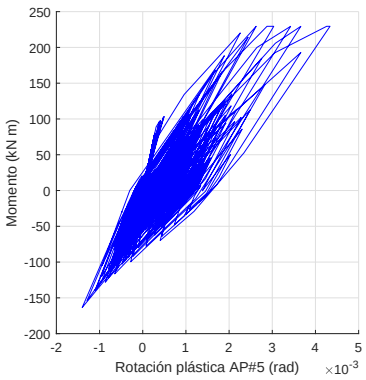
(A) Articulación 1

(B) Articulación 2

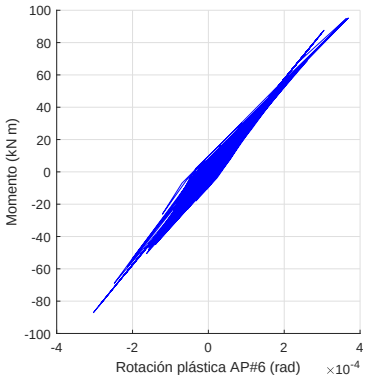
(C) Articulación 3



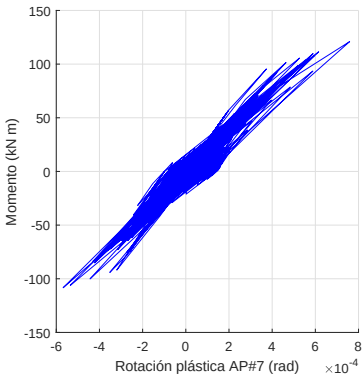
(D) Articulación 4



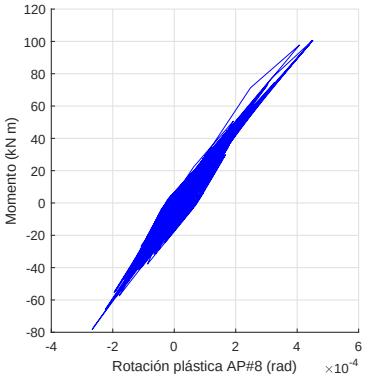
(E) Articulación 5



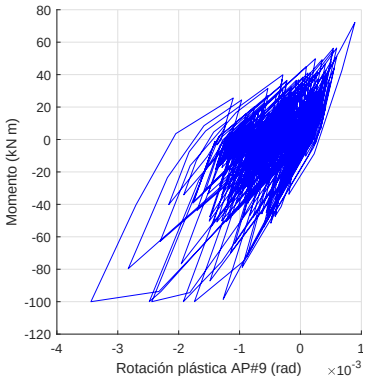
(F) Articulación 6



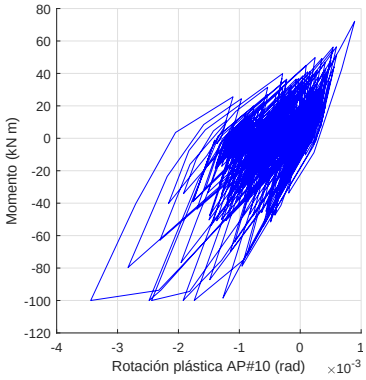
(G) Articulación 7



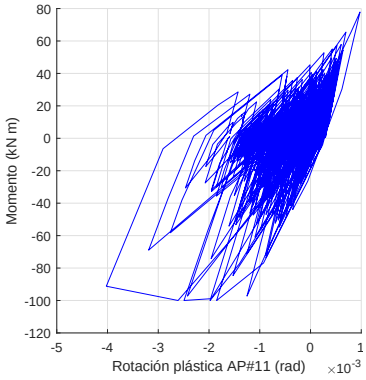
(H) Articulación 8



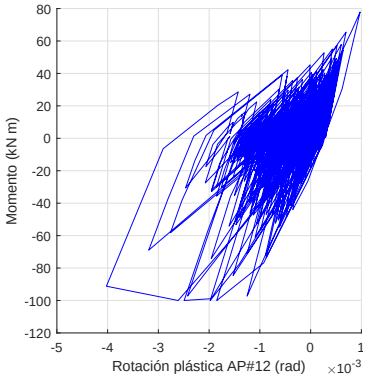
(I) Articulación 9



(J) Articulación 10

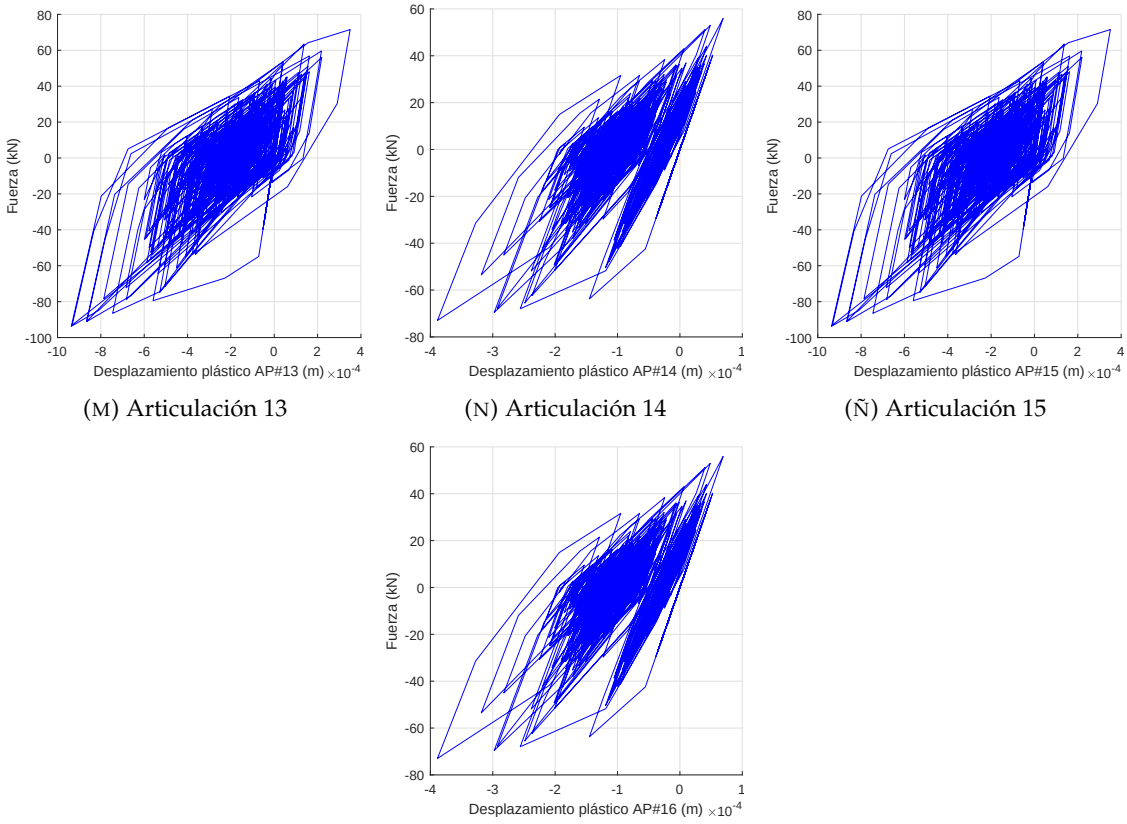


(K) Articulación 11



(L) Articulación 12

FIGURA 6.30: Respuesta de las articulaciones del marco de dos niveles al registro de Villita Corona, factor de escala 6.2



(M) Articulación 13 (N) Articulación 14 (Ñ) Articulación 15

(O) Articulación 16

FIGURA 6.30: Respuesta de las articulaciones del marco de dos niveles al registro de Villita Corona, factor de escala 6.2 (continuación)

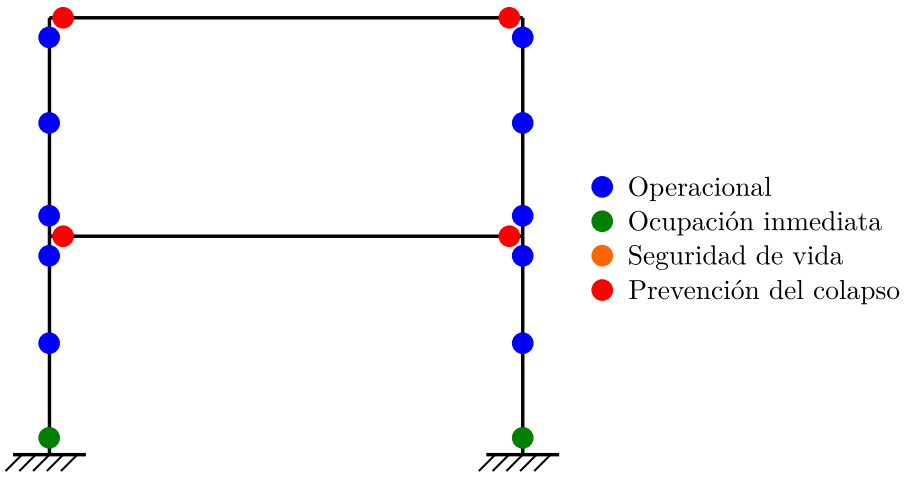


FIGURA 6.31: Estados de daño en las articulaciones plásticas al registro de Villita Corona, factor de escala 6.2

Las respuestas de desplazamiento, velocidad y aceleración muestran una disminución notable en amplitud. El desplazamiento residual puede observarse de manera clara en

la modificación del eje neutro desplazándolo hacia la dirección negativa del desplazamiento en ambos niveles. La aceleración del primer nivel disminuye en amplitud, sin embargo, lo hace en menor proporción en comparación con el segundo nivel, este fenómeno también fue observado en la Sección 6.4.1, lo anterior puede atribuirse a las propiedades de la estructura y a las características de la excitación.

Empleando el registro escalado, se logró la formación de todas las articulaciones plásticas en la estructura. El registro muestra que el marco fue diseñado empleando la filosofía de diseño "columna fuerte viga débil", ya que el colapso teórico de la estructura se dio en las vigas de los entrepisos. El mayor daño en las columnas del primer nivel ocurrió en su base, donde los ciclos obtenidos muestran que se rebasó el punto de fluencia pero no se llegó hasta la deformación última del elemento. El resto de las articulaciones no alcanzaron el punto de fluencia.

El estado de la mayor parte de las articulaciones es operacional, se logró que las columnas en su base se encontraran en ocupación inmediata, sin embargo un incremento más en la amplificación provocaría que las columnas alcancen el estado de seguridad de vida, pero a su vez produciría que las vigas colapsaran. Las vigas de ambos niveles se encuentran en el estado de prevención del colapso, es decir, se encuentran severamente dañadas y su demolición es inminente para garantizar la seguridad estructural.

Se logró la simulación completa de los estados de las articulaciones plásticas del marco de concreto reforzado. Se observa que hay una gran cantidad de descargas e inversiones de cargas durante el análisis. Es mucho más difícil resolver este problema en comparación con los presentados previamente, debido a las fuentes de no linealidad presentes, y al comportamiento histerético de las articulaciones, en especial las articulaciones de cortante. El algoritmo programado es capaz de simular el comportamiento no lineal de la estructura hasta su colapso.

Capítulo 7

Modelo numérico de una estructura esbelta considerando ISE

7.1. Introducción

El caso de estudio del presente trabajo es una estructura tipo chimenea la cual se encuentra en el municipio de Lázaro Cárdenas, en el estado de Michoacán de Ocampo, México. Tal chimenea posee propiedades que la hacen una estructura interesante de abordar.

De acuerdo con información del Inafed, el municipio de Lázaro Cárdenas se encuentra localizado al sur del estado de Michoacán, en las coordenadas 17°57′ de latitud norte y 102°12′ de longitud oeste y una altura de 10 metros sobre el nivel del mar. Limita al norte con Arteaga, al sur con el Océano Pacífico, al este con el estado de Guerrero y al oeste con Aquila. El hecho que la estructura se encuentre ubicada en Lázaro Cárdenas hace que se encuentre expuesta a acciones naturales sísmicas y eólicas.

La superficie de México comprende a cinco placas tectónicas: Norteamericana, Pacífico, Rivera, Cocos y Caribe. La zona de subducción del Pacífico mexicano está conformada por las placas de Rivera y Cocos, las cuales se subducen bajo la placa Norteamericana. La placa de Rivera subduce bajo los estados de Jalisco y Colima, mientras que la de Cocos bajo Michoacán, Guerrero, Oaxaca y Chiapas.

Desde que se tienen registros sísmicos en México, se han detectado dos eventos a destacar, el primero ocurrió en 1932 abarcando las costas de Jalisco y Colima con una magnitud de 8.2. El segundo ocurrió en 1985 en las costas de Michoacán con una magnitud de 8.1. La figura Figura 7.1 muestra los eventos con magnitud mayor a Mb4.3 del boletín EHB distribuido por el Centro Sismológico Internacional (Martínez-López y Mendoza, 2016) para el periodo 1964-2008. Como puede observarse, existe una gran cantidad de registros para la zona aledaña a donde se encuentra ubicada la estructura de estudio por lo que existirá información para someter la estructura a los registros de tales eventos. Además que se puede inferir que la estructura se encuentra en un peligro latente dado que se encuentra dentro de la zona de subducción de la placa de Cocos con la Norteamericana.

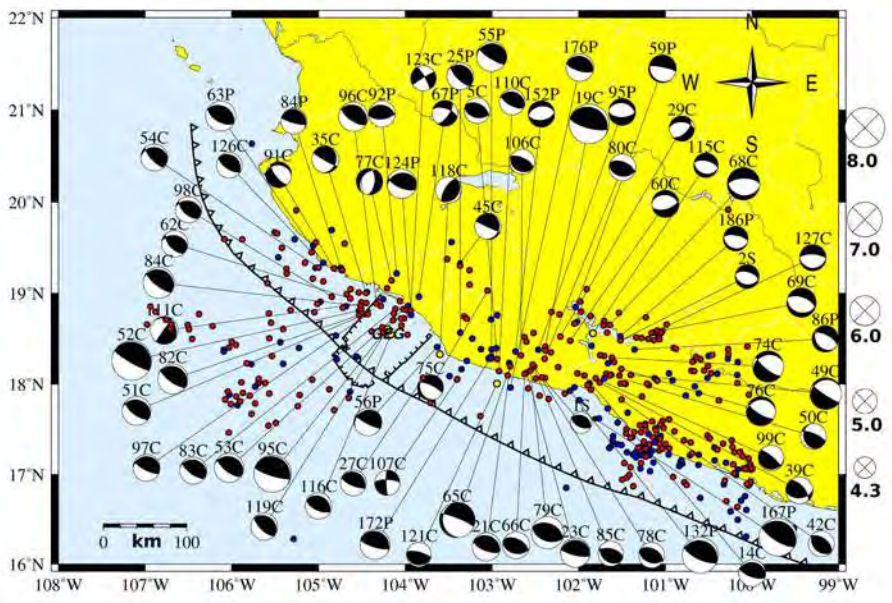
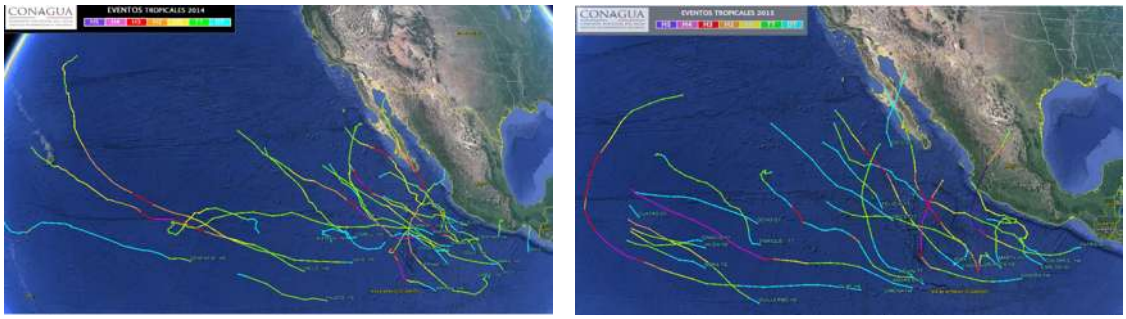


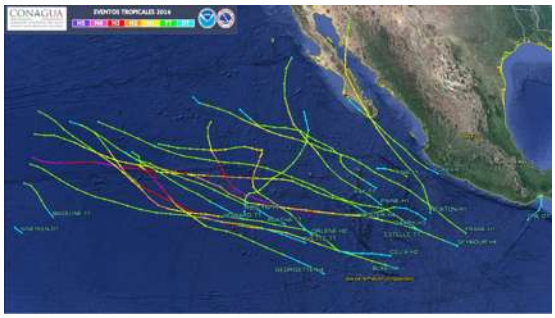
FIGURA 7.1: Eventos con magnitud mayor a Mb4.3 para el periodo 1964-2008. (Martínez-López y Mendoza, 2016)

Además, México se encuentra entre los océanos Pacífico y Atlántico, por lo que es susceptible a las acciones de ciclones tropicales año con año. Durante el pasado lustro, ha habido una tendencia a la formación de más ciclones en la costa del Pacífico en comparación con las costas del Atlántico de acuerdo con información publicada en el Servicio Meteorológico Nacional. La figura Figura 7.2 muestra los registros de eventos tropicales de los últimos 5 años, incluyendo depresiones tropicales, tormentas tropicales y huracanes. Se aprecia que cada año las costas de Lázaro Cárdenas experimentan la presencia de al menos una depresión tropical, en consecuencia, la estructura en estudio es susceptible a cargas laterales debidas a la acción del viento.



(A) 2014 (B) 2015

FIGURA 7.2: Trayectorias históricas por año de eventos tropicales en el Pacífico mexicano. Servicio Meteorológico Nacional



(C) 2016

(D) 2017

(E) 2018

FIGURA 7.2: Trayectorias históricas por año de eventos tropicales en el Pacífico mexicano. Servicio Meteorológico Nacional (continuación)

7.2. Descripción de la estructura

Dada la información presentada, se selecciona para el estudio de la respuesta la chimenea ubicada en el municipio de Lázaro Cárdenas. La estructura pertenece a la empresa siderúrgica ArcelorMittal y es una chimenea tipo industrial de 80 m de altura que se encuentra ubicada en el área peletizadora. Para ayudar a comprender su respuesta, es necesario primero clasificarla. De acuerdo con *Manual de diseño de obras civiles. Diseño por viento* 2008, la chimenea se clasifica de acuerdo a su importancia como una estructura del grupo A

> "*Estructuras con un grado de seguridad elevado. Se incluyen en este grupo aquéllas cuya falla cause la pérdida de un número importante de vidas, o perjuicios económicos o culturales excepcionalmente altos; las construcciones y depósitos cuya falla implique un peligro significativo por almacenar o contener sustancias tóxicas o inflamables; las construcciones cuyo funcionamiento es imprescindible y debe continuar después de la ocurrencia de vientos fuertes y las construcciones cuya falla impida la operación de plantas termoeléctricas, hidroeléctricas y nucleares. Ejemplos de estas estructuras son: áreas de reunión con capacidad mayor que doscientas personas (salas de espectáculos, auditorios y centros de convenciones), locales y cubiertas que alojen equipo especialmente costoso, museos, templos, estadios, terminales de distribución de hidrocarburos, centrales telefónicas e inmuebles de telecomunicaciones principales, estaciones terminales de transporte, estaciones de bomberos, de rescate y de policía, hospitales e inmuebles médicos con áreas de urgencias, centros de operación en situaciones de desastre, escuelas, chimeneas, subestaciones eléctricas*".

Por otra parte, de acuerdo también con el citado manual, la estructura se clasifica según su respuesta ante la acción del viento como tipo 3.

> *"Estas estructuras, presentan todas las características de las del Tipo 2 y, además, presentan oscilaciones importantes transversales al flujo del viento al aparecer vórtices o remolinos periódicos que interactúan con la estructura. Se incluyen las construcciones y elementos aproximadamente cilíndricos o prismáticos esbeltos, tales como chimeneas, tuberías exteriores o elevadas, arbotantes para iluminación y postes de distribución."*.

A continuación se presenta de manera gráfica la geometría de la estructura mediante una serie de figuras. Las notas referentes a las mismas son:

1. Todas las cotas están en milímetros
2. Elevaciones en metros referenciadas al nivel medio del mar (NMM)
3. Concreto f'c = 250 kg/cm^2
4. Acero de refuerzo fy = 4000 kg/cm^2
5. El recubrimiento máximo de las varillas es de 40 mm excepto en ménsulas 20 mm.
6. La notación empleada representa

$$\underbrace{27}_{a}\ \underbrace{AR}_{b}\ \underbrace{10}_{c}\ \underbrace{04}_{d}\ @\ \underbrace{300}_{e} = \underbrace{7800}_{f}$$

   a) Cantidad de varillas en esta zona
   b) AR = Alta resistencia
   c) N° de la varilla en octavos de pulgada
   d) Número consecutivo de la varilla tipo
   e) Separación de las varillas en milímetros
   f) Ancho cubierto con estas varillas

7. Utilizar los procedimientos de mezclado, colocación, deposito y curado del concreto recomendado en el reglamento ACI
8. En las regiones donde no hay aberturas el refuerzo circunferencial deberá colocarse de tal forma que no coincidan los traslapes
9. Tamaño máximo del agregado = 20 mm.
10. El refuerzo a 45° en las esquinas de las aberturas se colocara entre el refuerzo vertical y el circunferencial

En la Figura 7.3 muestra la elevación general de la chimenea, se pueden apreciar los principales elementos de la misma. La chimenea es de concreto reforzado de sección cilíndrica no prismática con sección variable. Cuenta con una altura de fuste de 80 m, misma que hace que el comportamiento de la estructura sea en flexión, principio que respalda el comportamiento de viga Bernoulli.

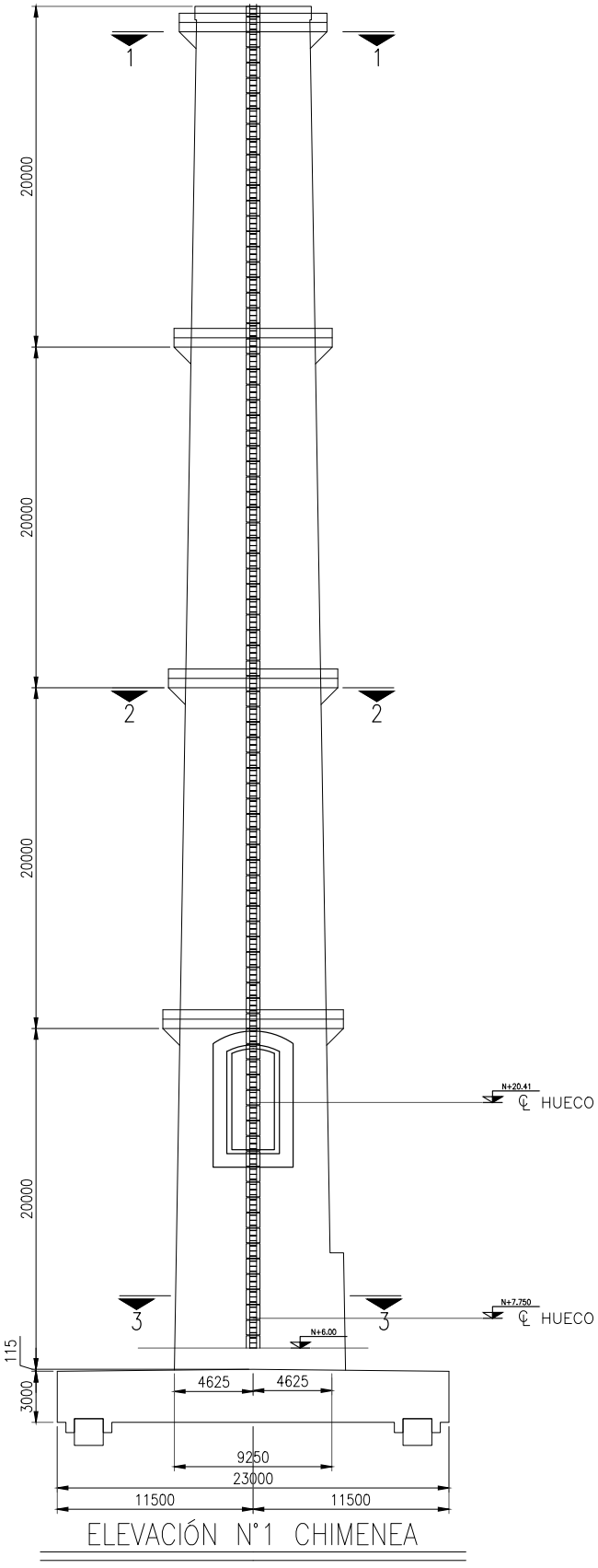


FIGURA 7.3: Elevación de la geometría de la chimenea

La variación en las secciones transversales puede apreciarse en la Figura 7.4 y la Figura 7.5 donde se muestran los espesores del fuste a distintas alturas, así como los anchos de la cámara de ventilación y del andador.

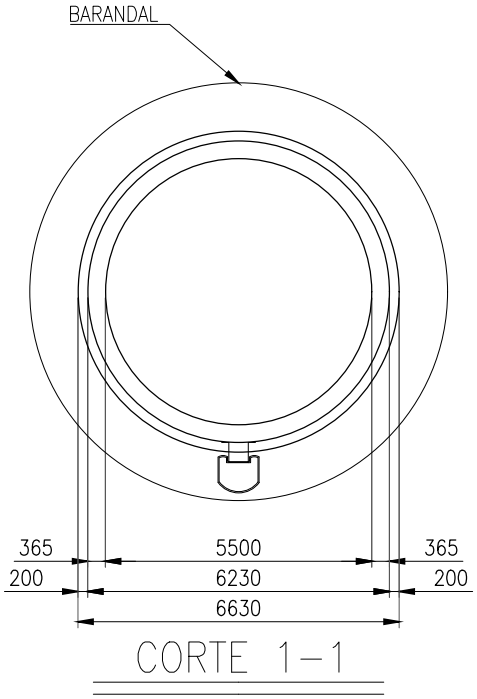


FIGURA 7.4: Corte en la parte superior del fuste

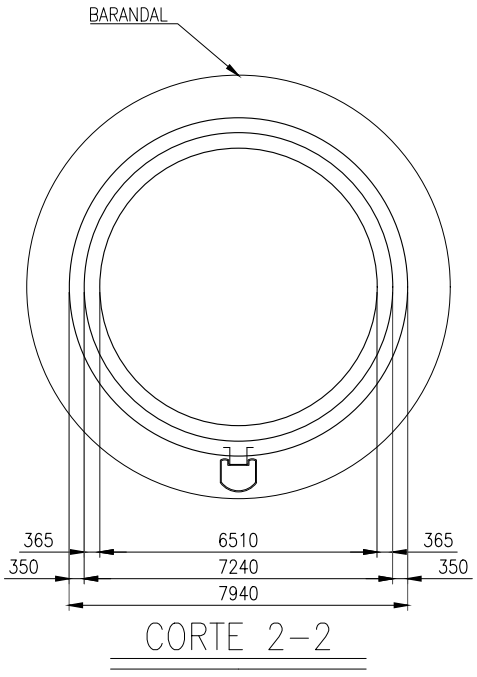


FIGURA 7.5: Corte en la parte intermedia del fuste

Cuenta con una cimentación formada por una zapata octagonal como se muestra en la Figura 7.6 de 3 m de peralte la cual se apoya en 24 pilotes de concreto concéntricos distribuidos en una capa de 8 y una de 16 pilotes. La Figura 7.7 presenta un detalle de la escalera metálica que da acceso a los andadores ubicados a cada 20 m. La Figura 7.8 muestra un corte transversal de la chimenea y las dimensiones del fuste en la parte superior.

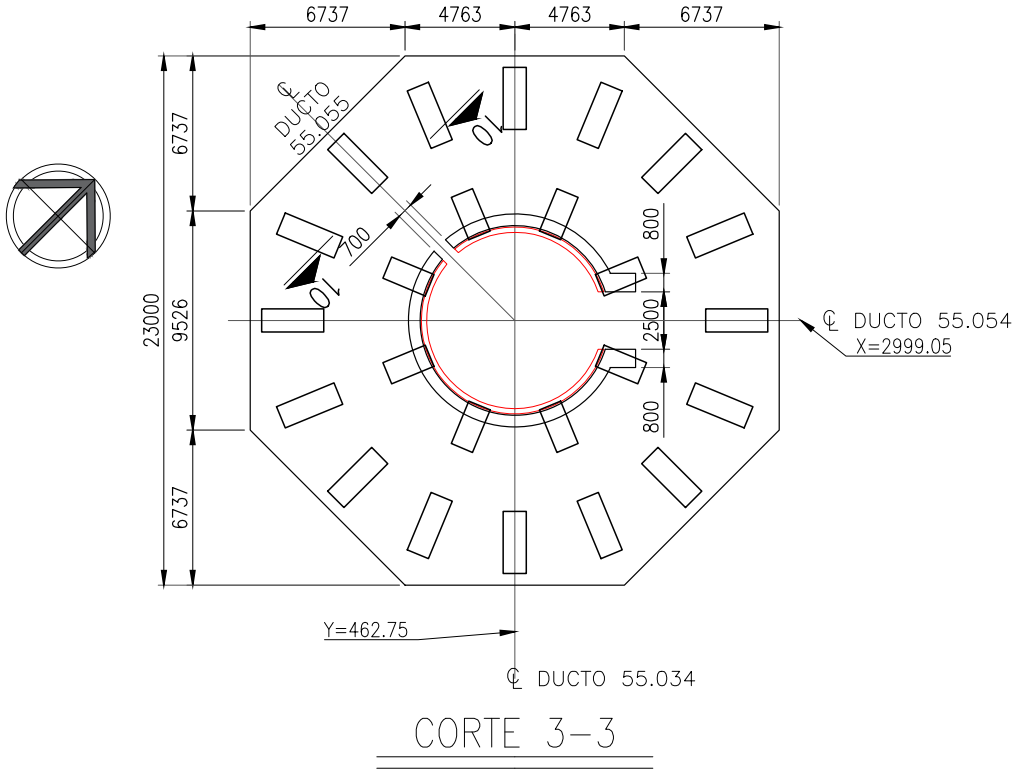


FIGURA 7.6: Corte de la cimentación

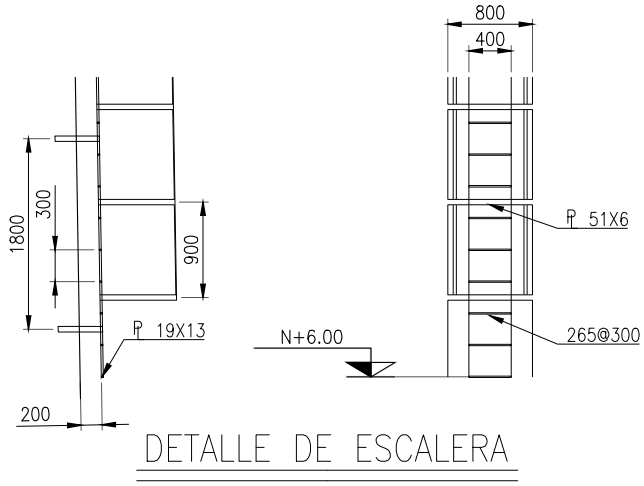


FIGURA 7.7: Detalle de escalera

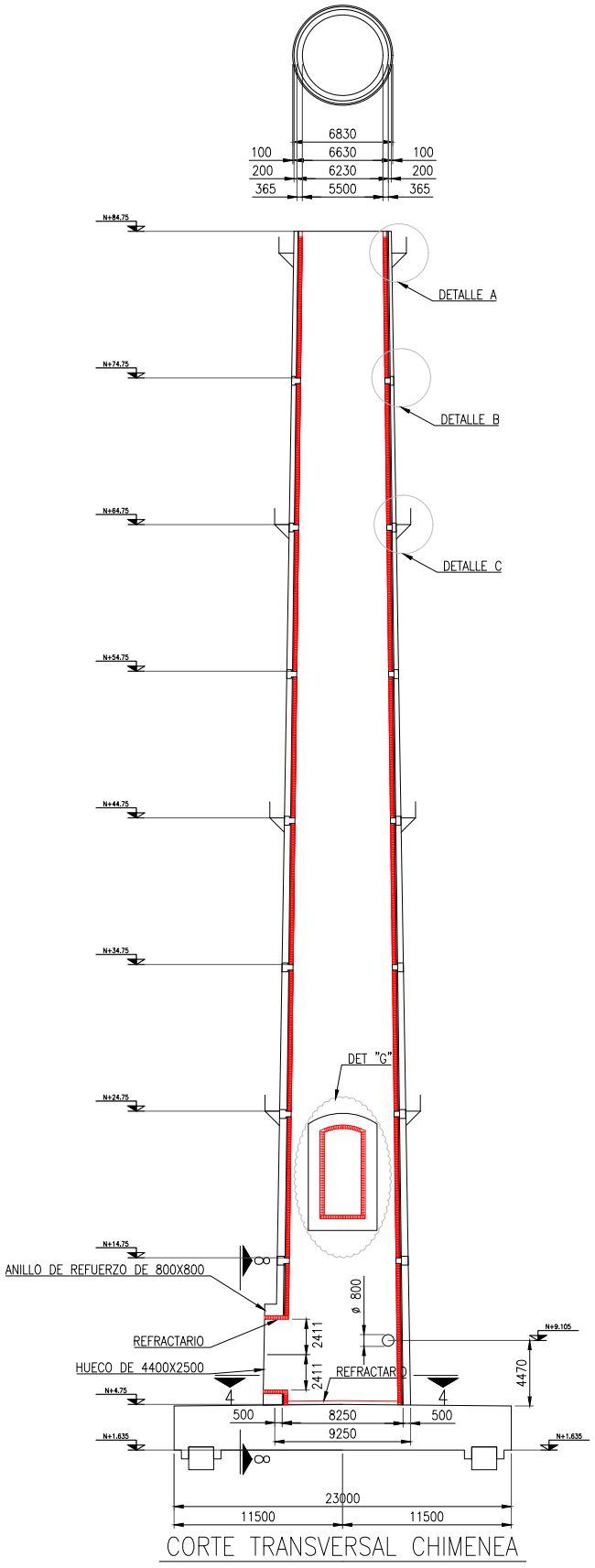


FIGURA 7.8: Corte transversal de la chimenea

En el corte presentado en la Figura 7.9 se aprecia la cimentación de la chimenea, la cual tiene forma octagonal y se encuentra apoyada en 24 pilotes de concreto. Además, se aprecian las proyecciones en planta de los huecos de la chimenea los cuales son de 2.5 m y 2.7 m. La Figura 7.10 muestra el detalle de la gemetría del remate de fuste en la parte superior. Se aprecian las dimensiones del soporte y barandal del andador, así como las dimensiones del tabique refractario interno y de la cámara de aire incluyendo sus tubos de ventilación. En la Figura 7.11 se observa el detalle tipo para soportes en niveles sin plataforma. Este detalle se presenta a cada 20 metros a lo largo del fuste, se puede observar la geometría de la ménsula en la cual descansa el tabique refractario, la cámara de aire y los tubos de ventilación colocados. La Figura 7.12 presenta el detalle de los soportes tipo en niveles con plataforma. Éstos también se encuentran colocados a cada 20 metros, intercalándose con los soportes sin plataforma. Se muestra la geometría del andador y su barandal, el muro de tabique refractario, la ménsula para apoyo del tabique refractario, la cámara de aire y los ductos de ventilación. En la Figura 7.13 se aprecian los detalles de las conexiones entre el andador y el fuste de la chimenea así como con el barandal. La Figura 7.14 muestra las dimensiones del hueco en el nivel +17.41, el cual consta de un muro de tabique refractario rodeado por un anillo de refuerzo de concreto reforzado.

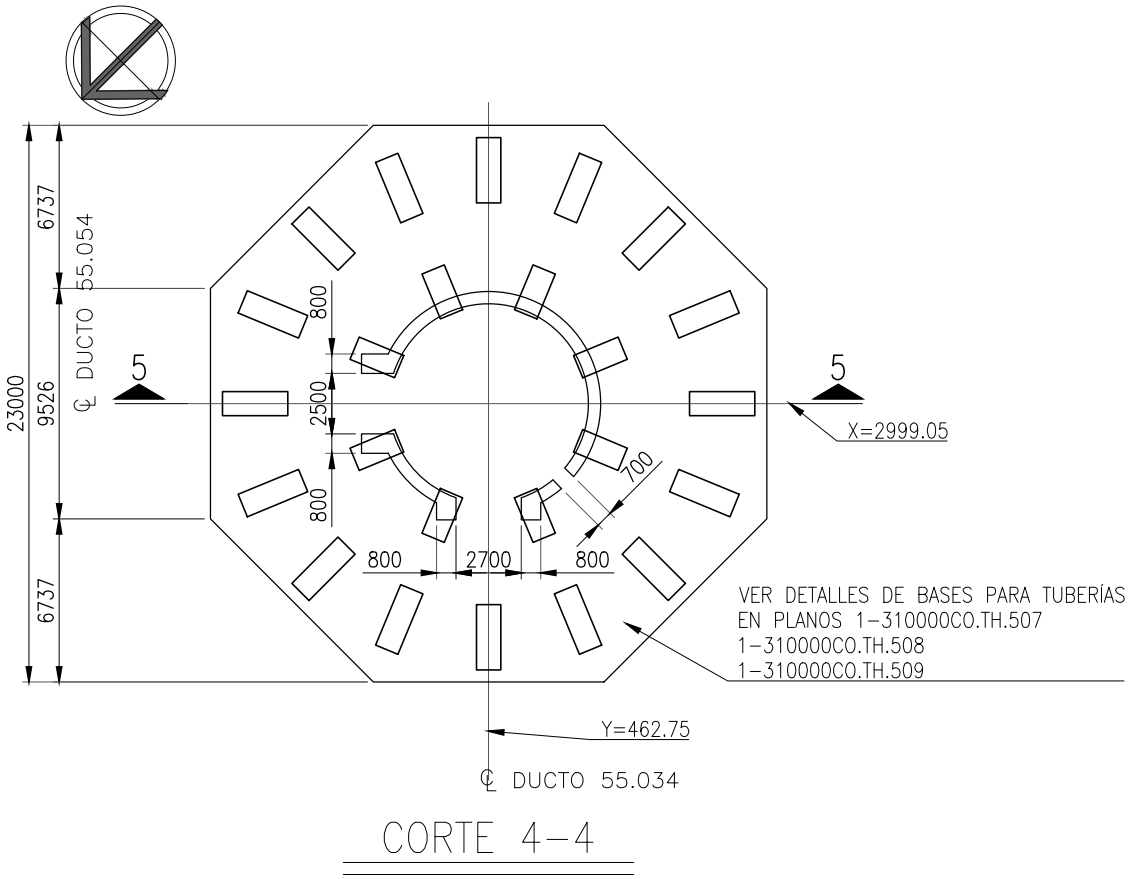


FIGURA 7.9: Corte de la cimentación

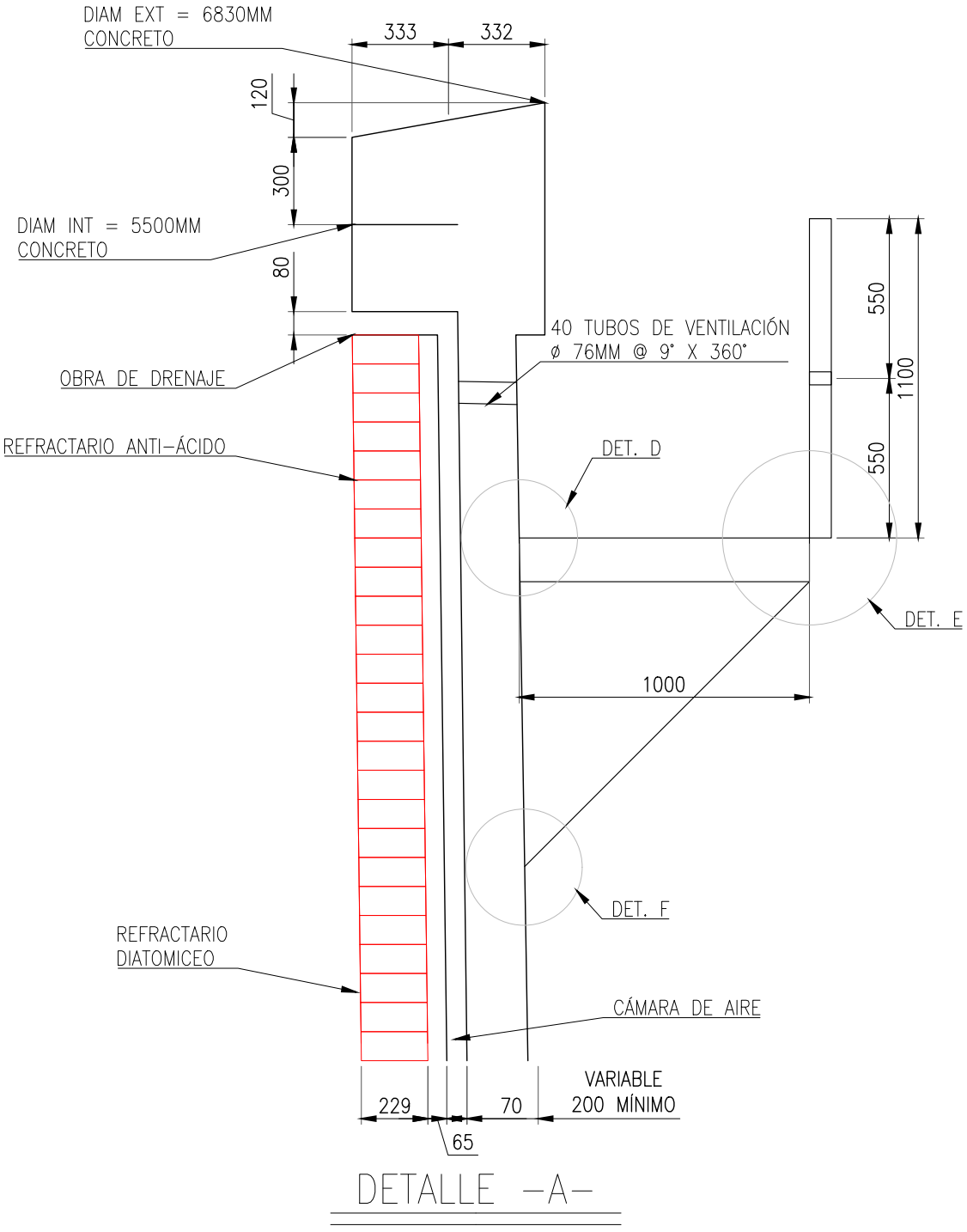


FIGURA 7.10: Detalle del remate del fuste

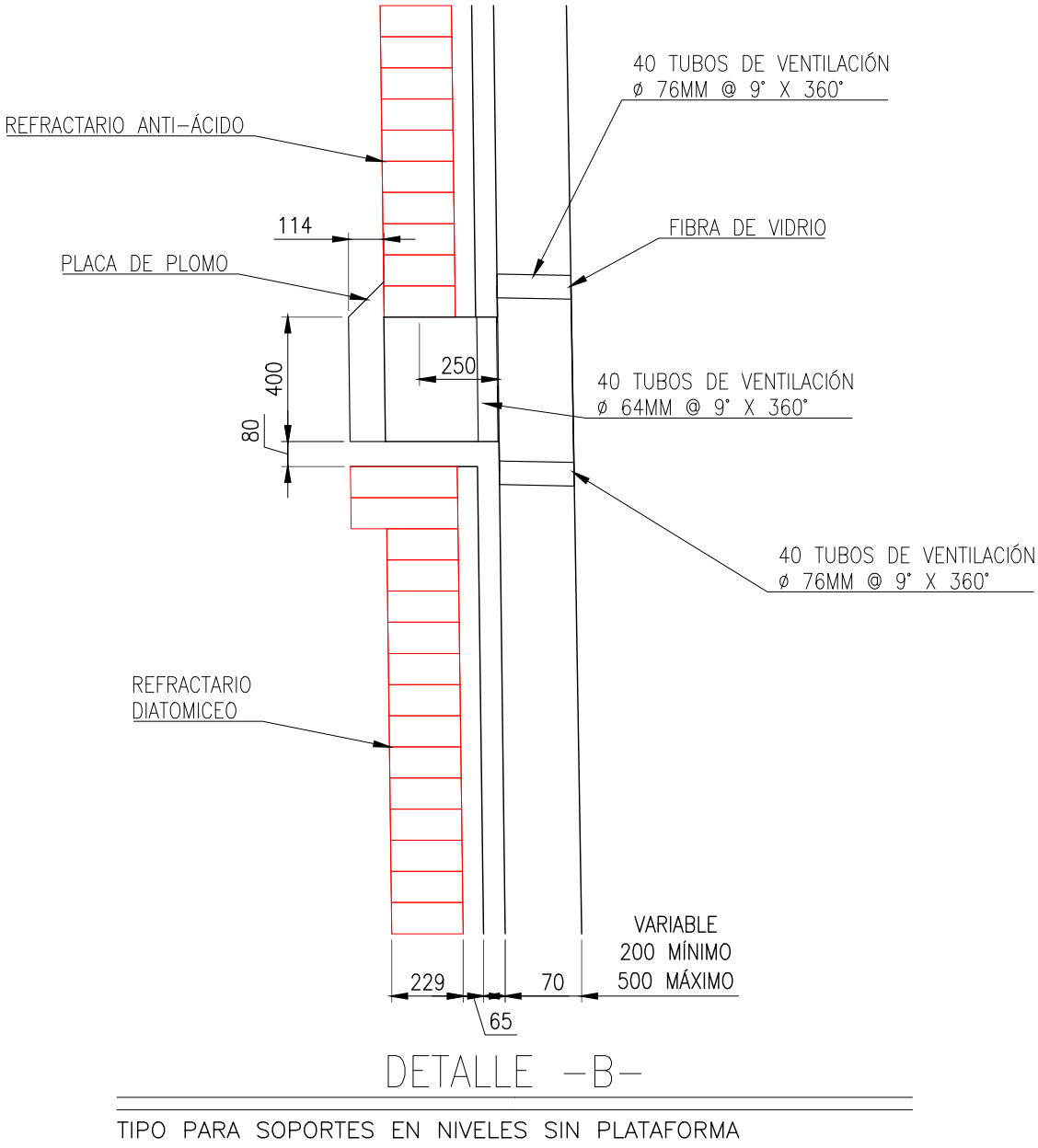


FIGURA 7.11: Detalle de los soportes para niveles sin plataforma

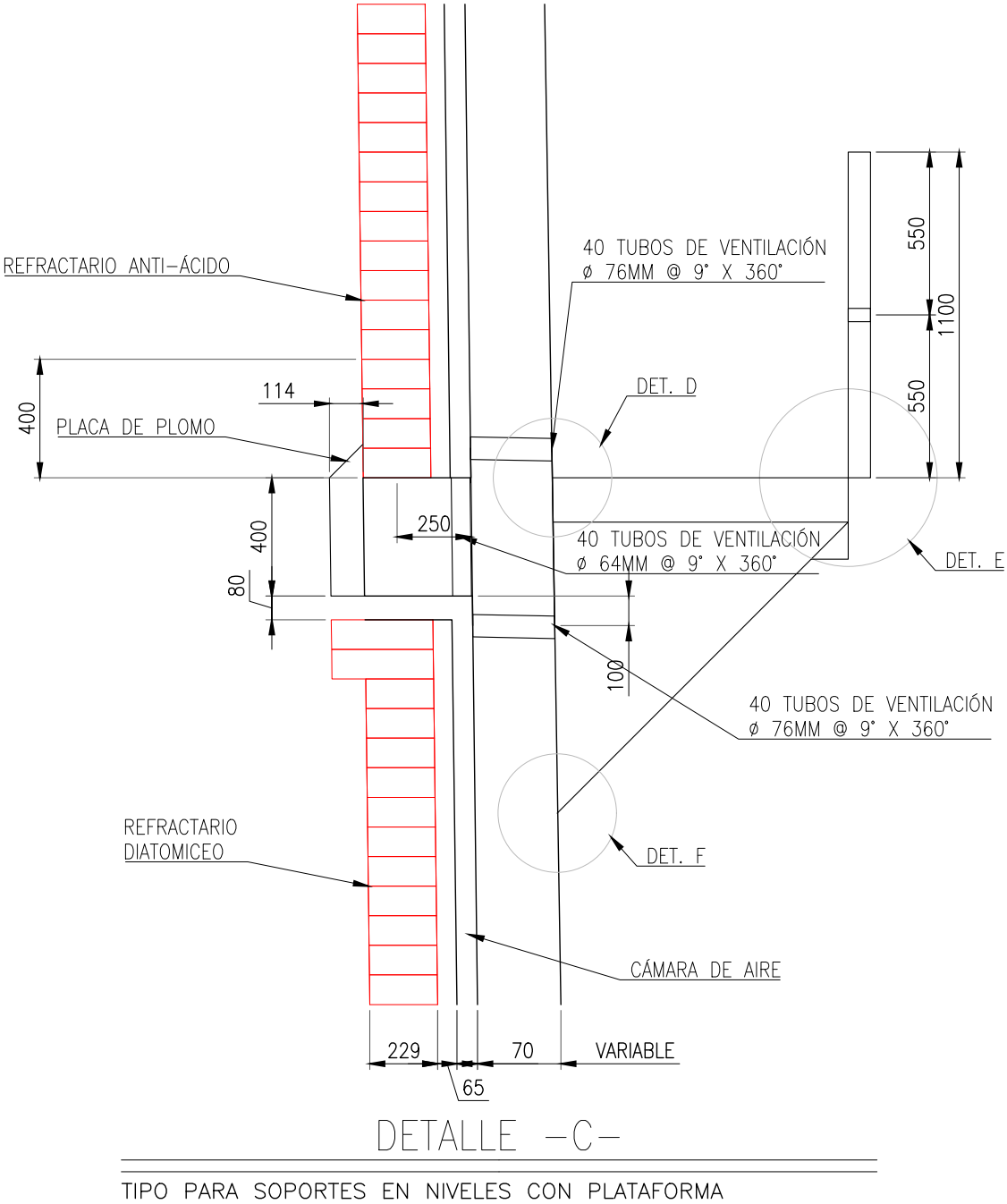


FIGURA 7.12: Detalle de los soportes para niveles con plataforma

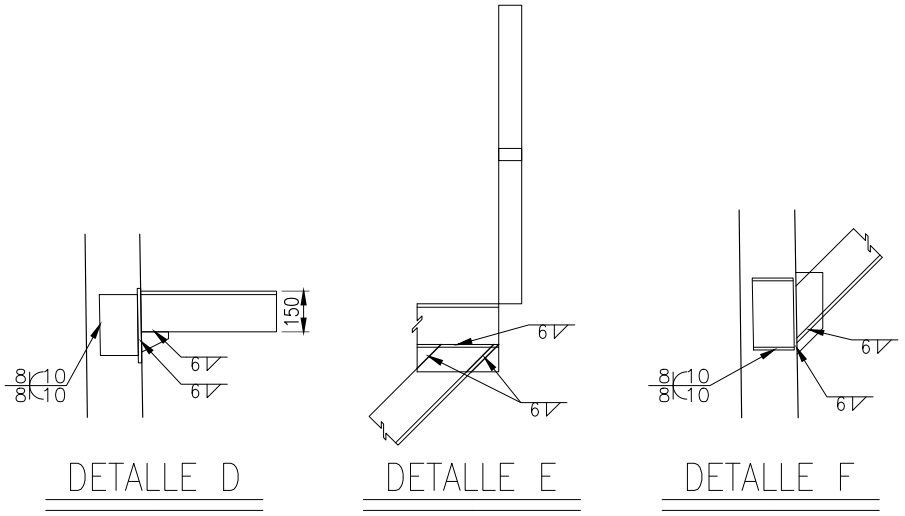


FIGURA 7.13: Detalle de conexiones metálicas en niveles con plataforma

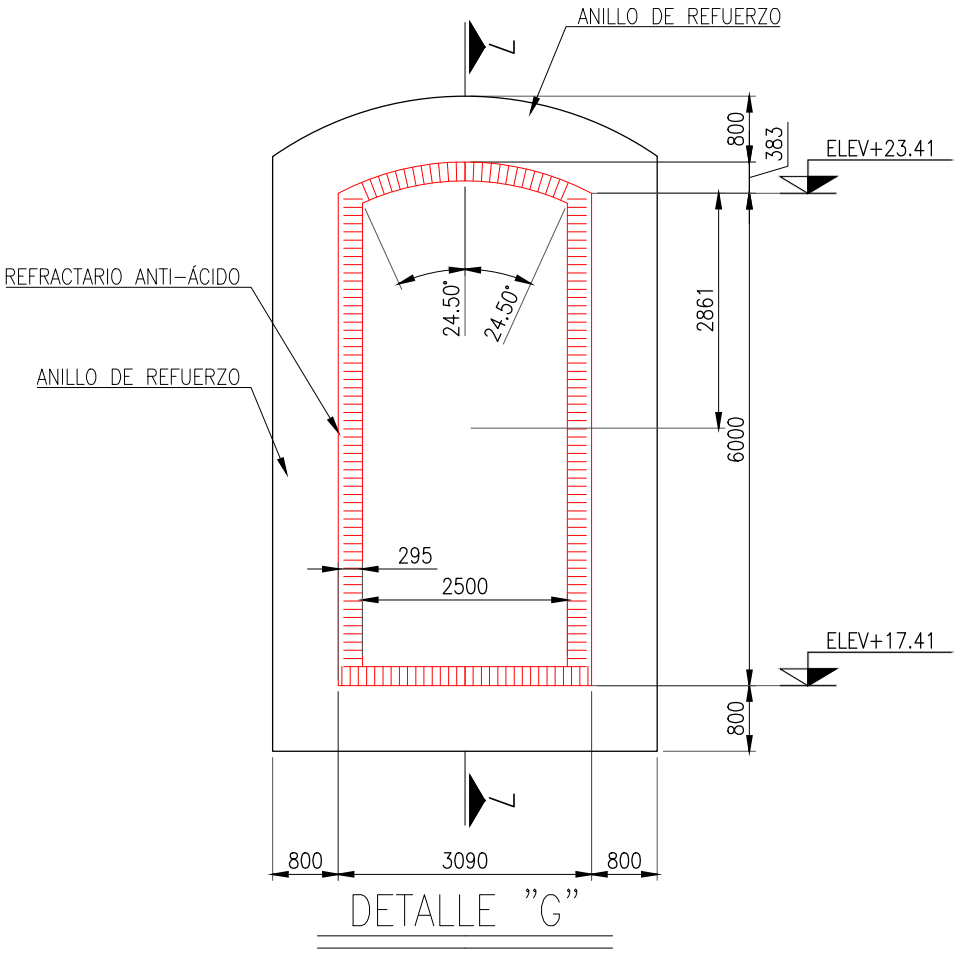


FIGURA 7.14: Detalle del hueco en el nivel +17.41

En la Figura 7.15 se aprecian las dimensiones del hueco en el nivel +5.50, el cual consta de un muro de tabique refractario rodeado por un anillo de refuerzo de concreto reforzado.

La Figura 7.16 muestra los cortes transversales realizados a los huecos de la chimenea, las dimensiones de los anillos de refuerzo y su espesor. En la Figura 7.18 se observan las pendientes al interior del fuste y las propiedades del cárcamo. La Figura 7.17 presenta un corte realizado por la cimentación donde se nota el refuerzo de la zapata y las pilas de cimentación, sus niveles y dimensiones.

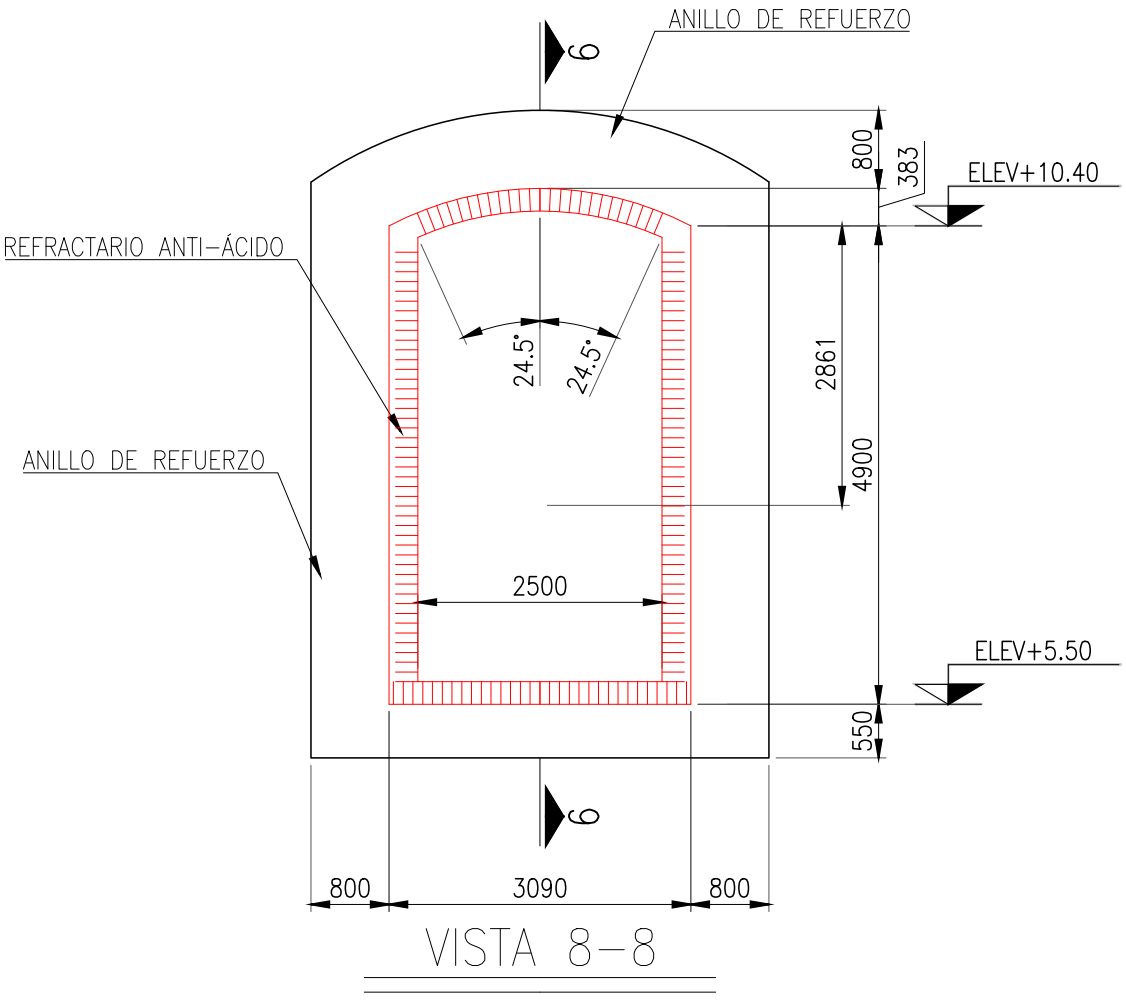
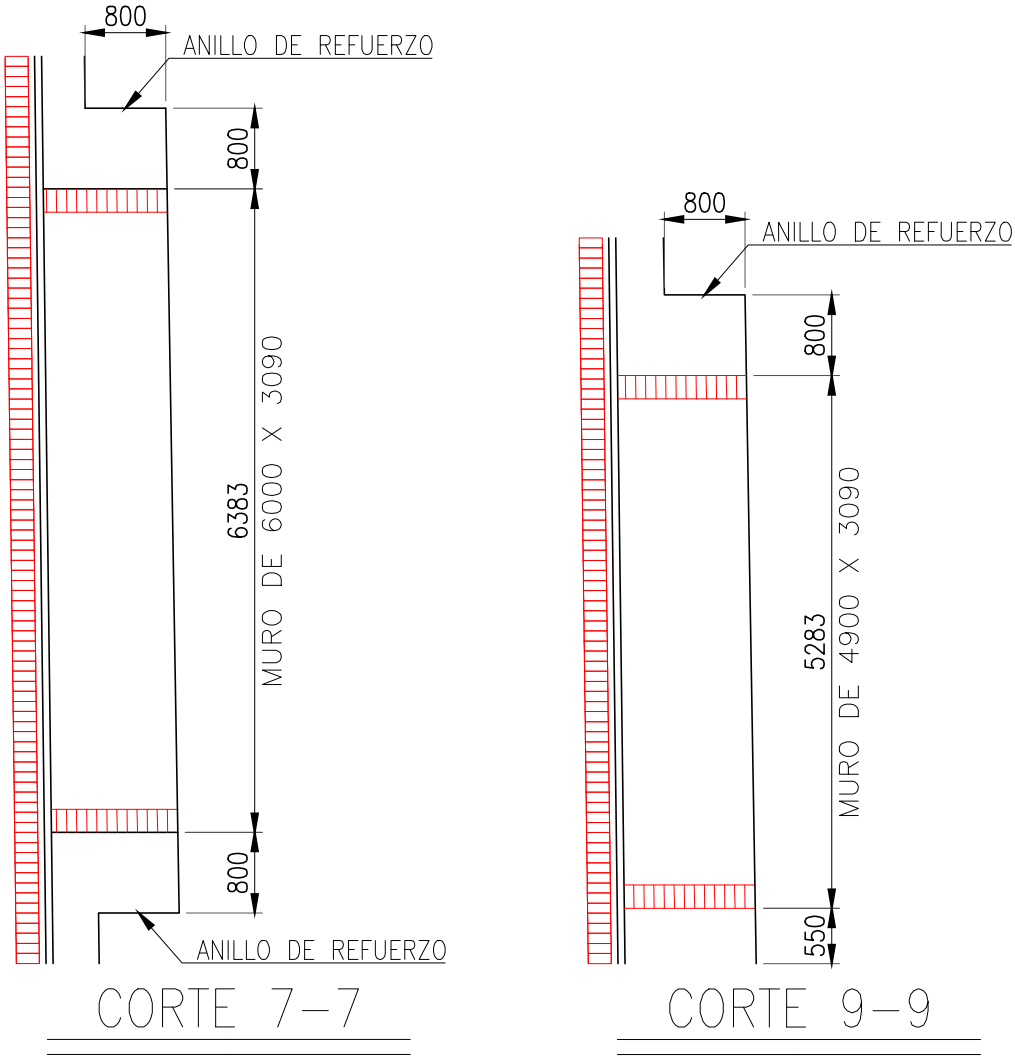


FIGURA 7.15: Detalle del hueco en el nivel +5.50



(A) Nivel +17.41 (B) Nivel +5.50

FIGURA 7.16: Cortes en los huecos de la chimenea

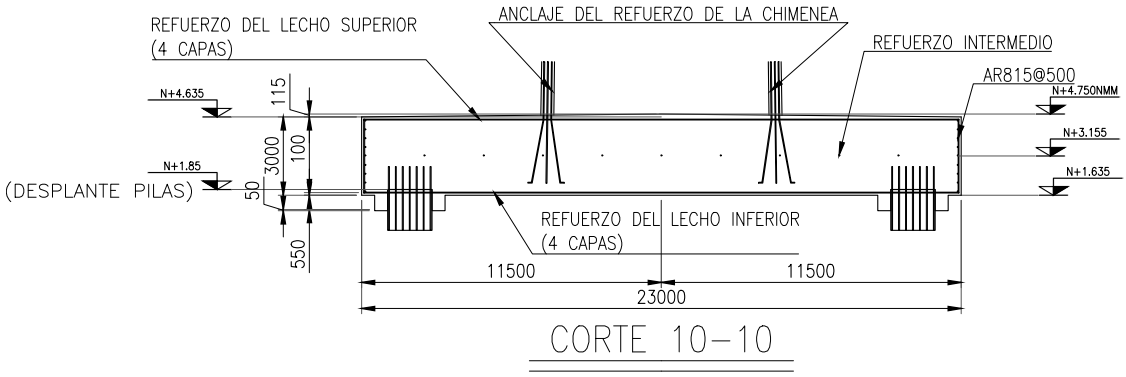


FIGURA 7.17: Corte por la zapata de cimentación

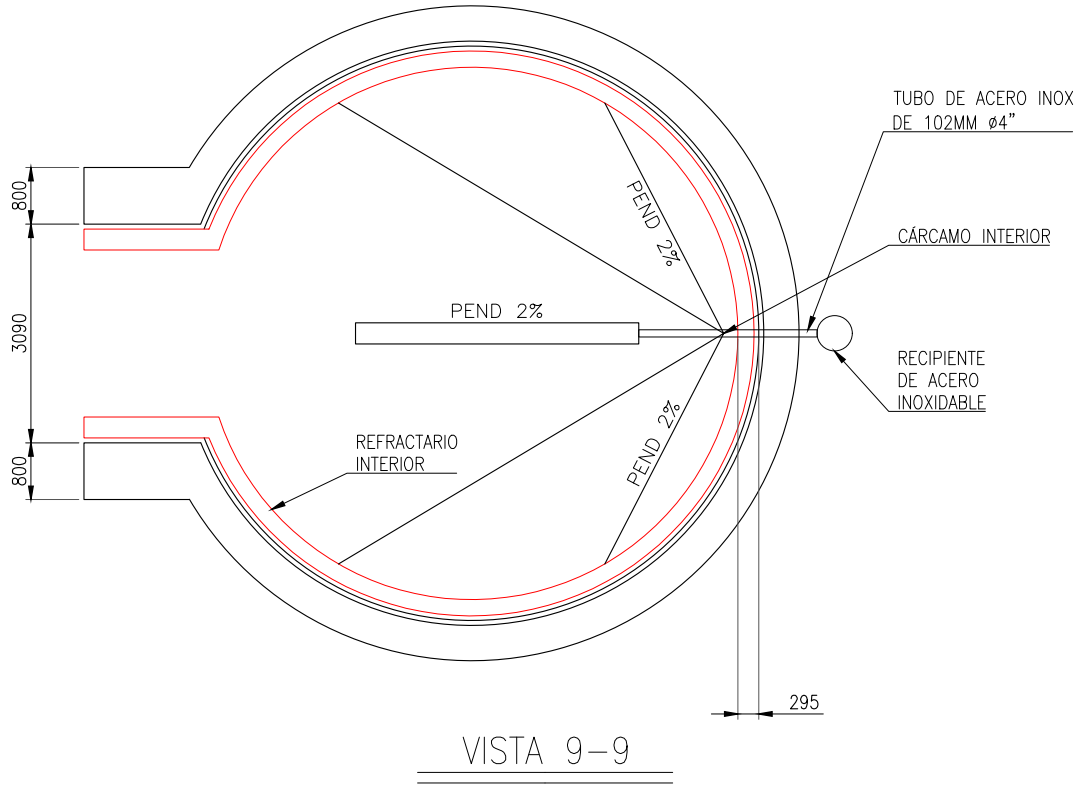


FIGURA 7.18: Vista de las pendientes en la base del fuste

La Figura 7.19 muestra la geometría de la chimenea hasta el nivel +24.75 en la cual se detallará el acero de refuerzo. El corte mostrado en la Figura 7.20 contiene la geometría de los armados del fuste, niveles de armados, así como los detalles del refuerzo. El detalle presentado en la Figura 7.21 muestra el armado longitudinal y transversal del fuste en la base. Se aprecia que el armado continúa hacia la zapata para anclarse en la misma. En el detalle mostrado en la Figura 7.22 se aprecia el armado de los anillos de refuerzo colocados en los huecos, los recubrimientos, estribos y separaciones. Se presenta el armado de las ménsulas en los apoyos sin plataforma en la Figura 7.23. La Figura 7.24 muestra los armados y conexiones en los apoyos con plataforma. La vista mostrada en la Figura 7.25 contiene las indicaciones de los detalles a emplear en el hueco ubicado en el nivel +17.41. En la Figura 7.26 se aprecia el armado del hueco en el nivel +5.50 conformado por varillas del 8 con estribos del 4. La Figura 7.27 muestra un detalle del armado del hueco en el nivel +5.50 y el fuste de la chimenea. En la Figura 7.28 se presenta la colocación en planta de los tubos de ventilación en el fuste de la chimenea. La Figura 7.29 expone el detalle del armado en el hueco ubicado en el nivel +5.50. En la Figura 7.30 se indican la posición de las secciones donde se presenta el armado del fuste.]La Figura 7.31 muestra los armados del fuste en los niveles +14.75 y +24.75 los cuales constan de 360 varillas del 12 en 3 lechos, se indican las dimensiones geométricas del fuste, los diámetros de cada lecho, estribos y anillos. La sección presentada en la Figura 7.32 presenta una vista del armado del fuste en la cual se aprecia el hueco ubicado en el nivel +5.50. La Figura 7.33 señala la sección donde se puede apreciar el armado del fuste y del hueco del nivel +17.41 y en la Figura 7.34 se indica el armado del fuste en las vistas donde no se aprecia ninguno de los huecos.

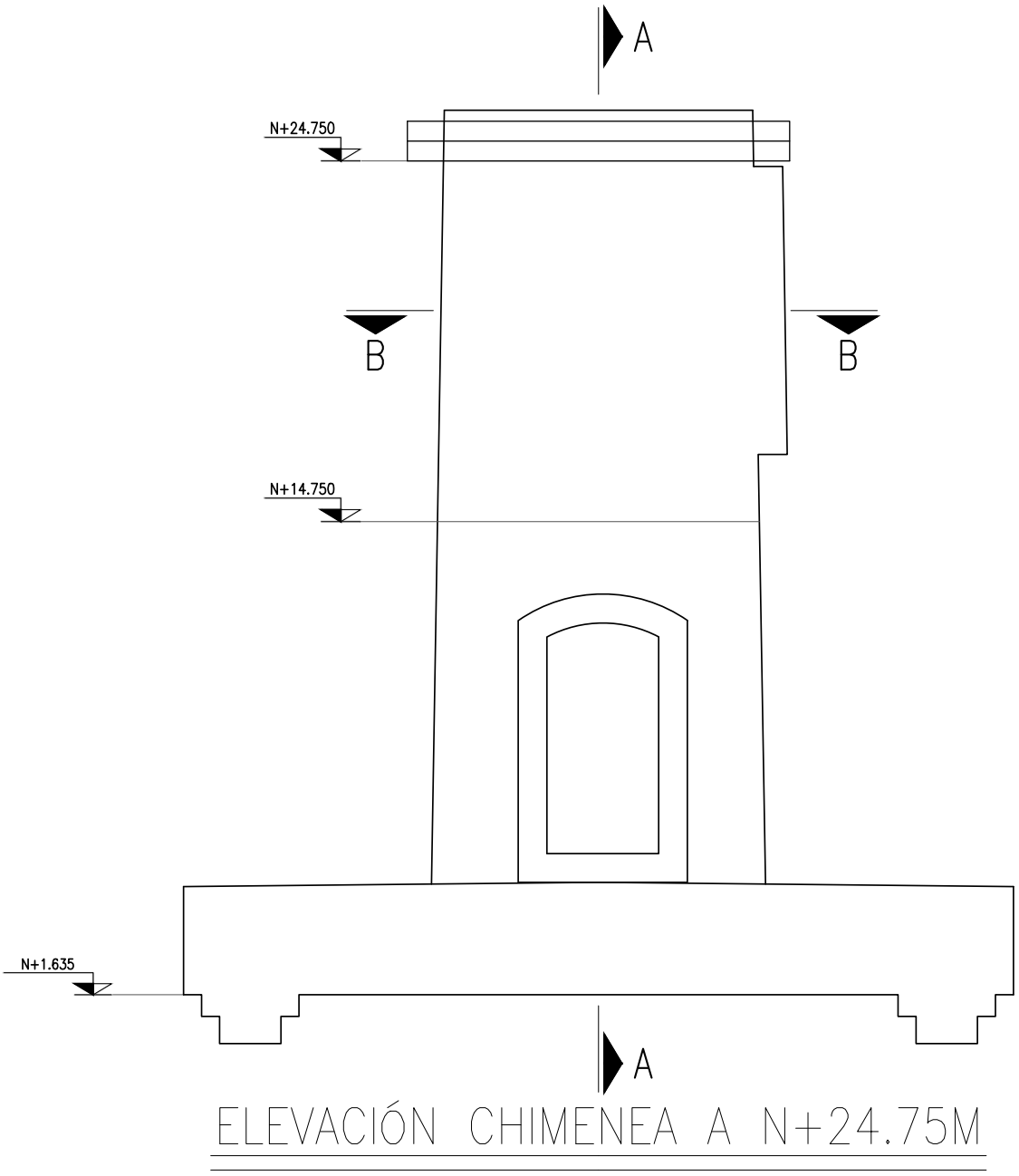


FIGURA 7.19: Elevación de la chimenea a nivel N+24.75

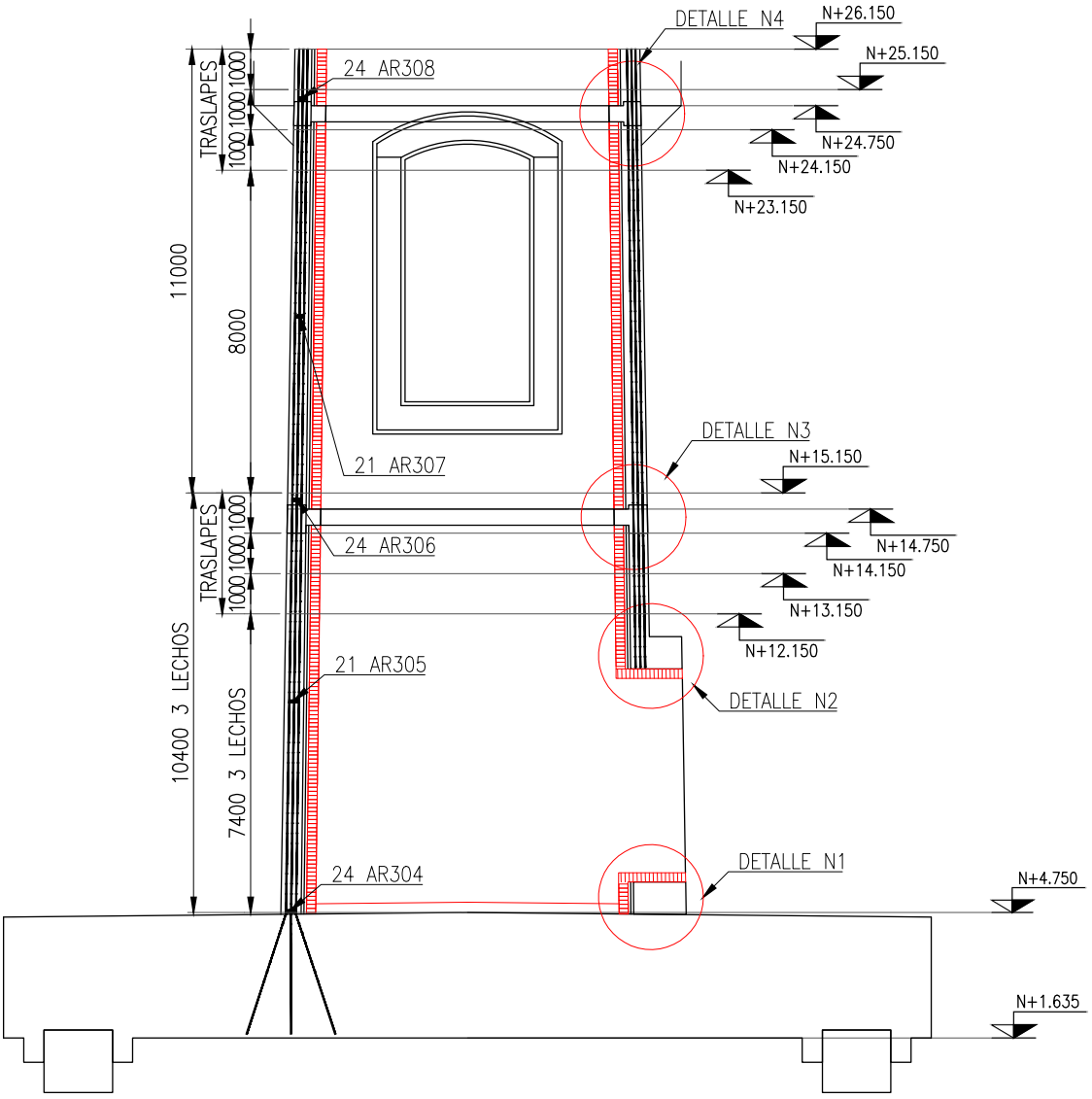


FIGURA 7.20: Corte por armado de la chimenea a nivel N+24.75

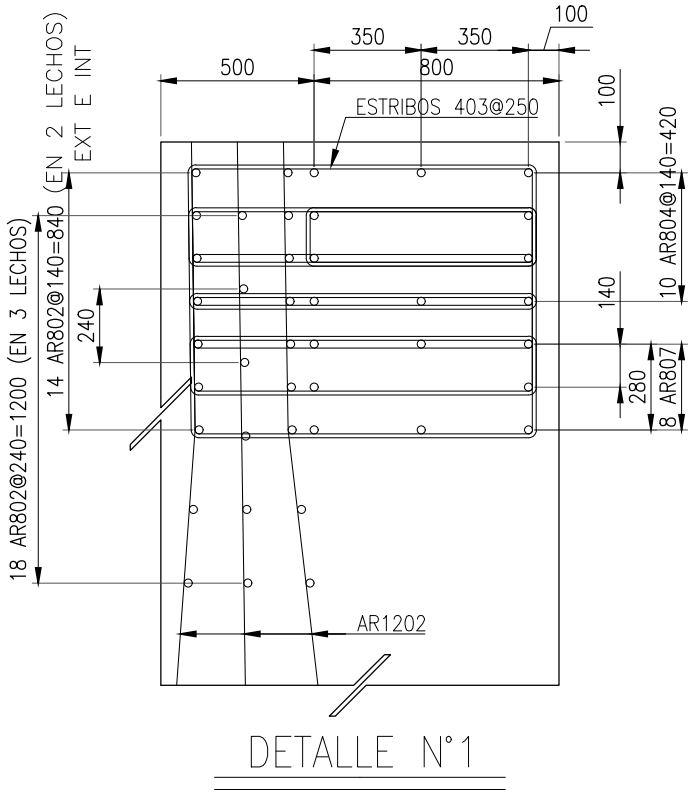


FIGURA 7.21: Detalle de armado en la base del fuste

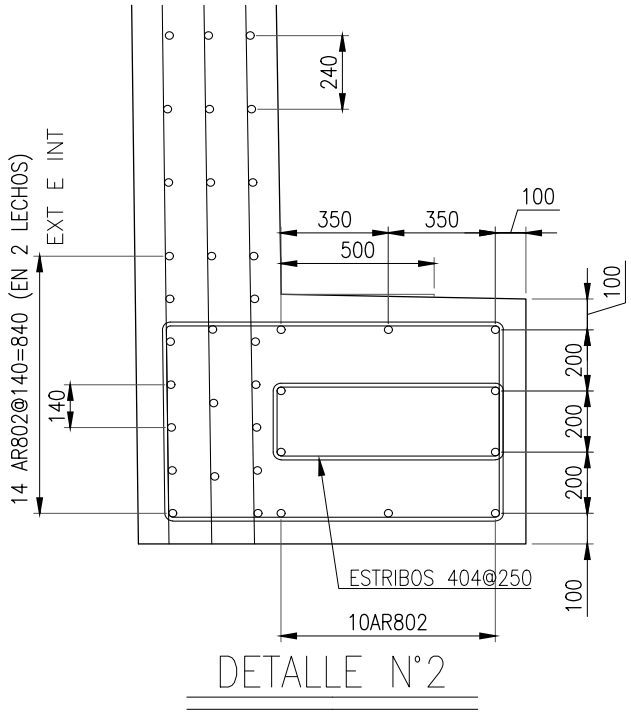


FIGURA 7.22: Detalle de armado en anillo de refuerzo

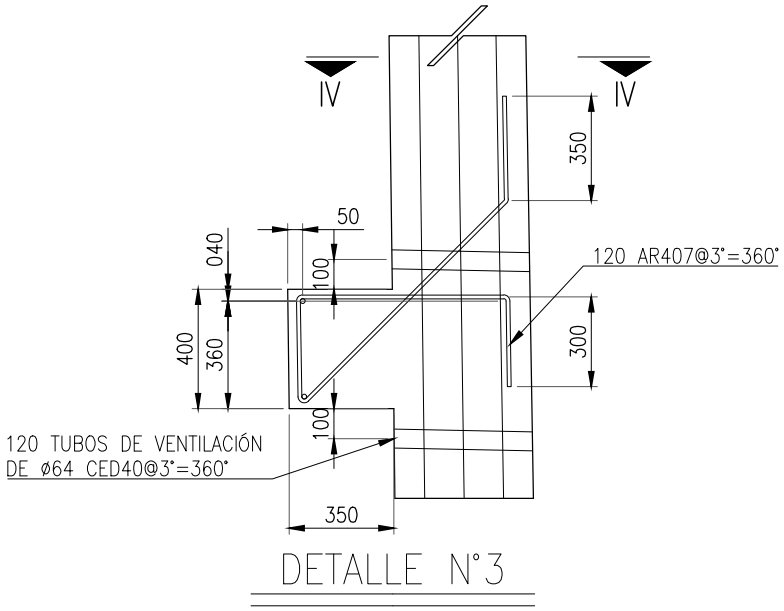


FIGURA 7.23: Detalle de armado en los apoyos sin plataforma

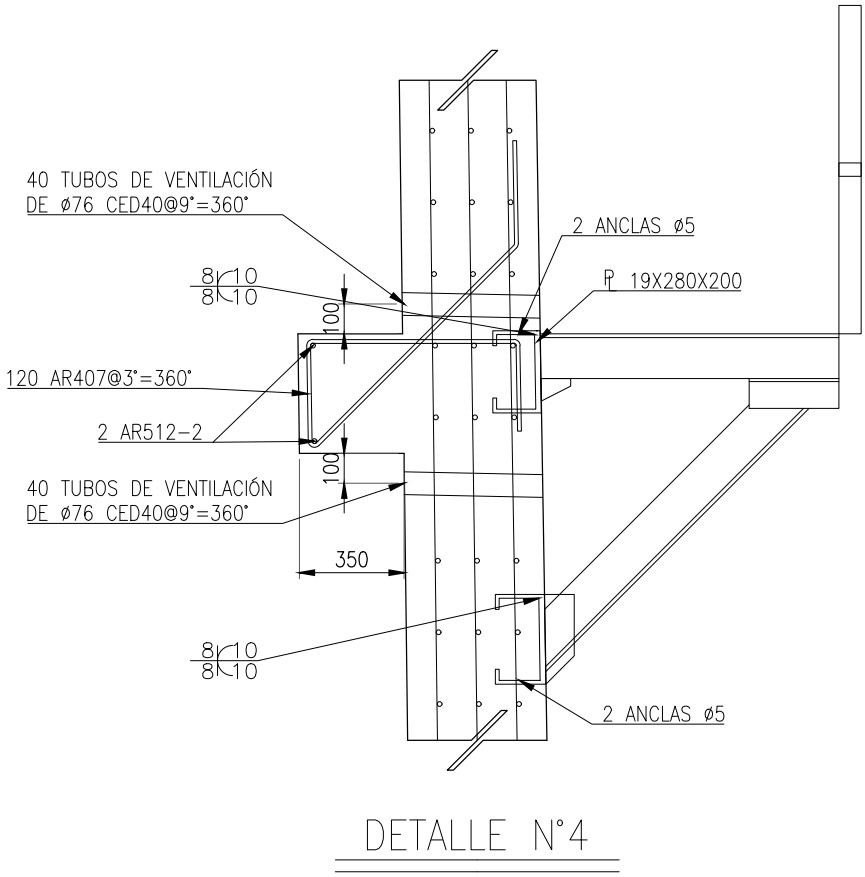


FIGURA 7.24: Detalle de armado en los apoyos con plataforma

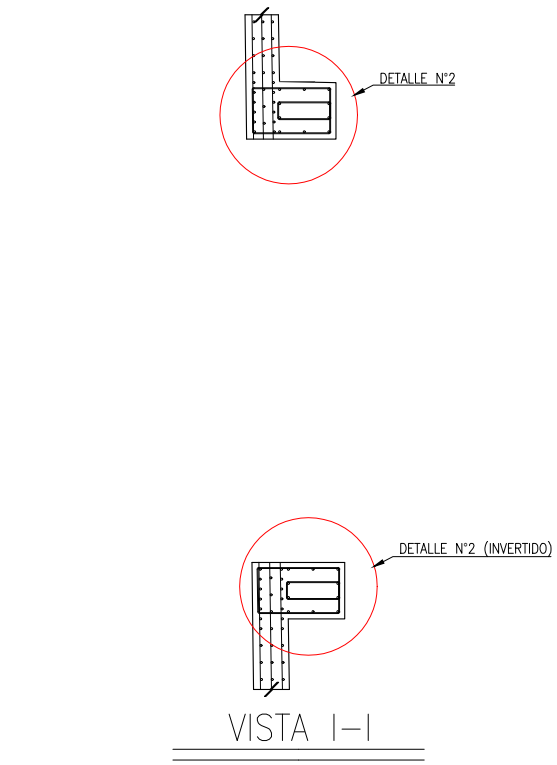


FIGURA 7.25: Armado del hueco en el nivel +17.41

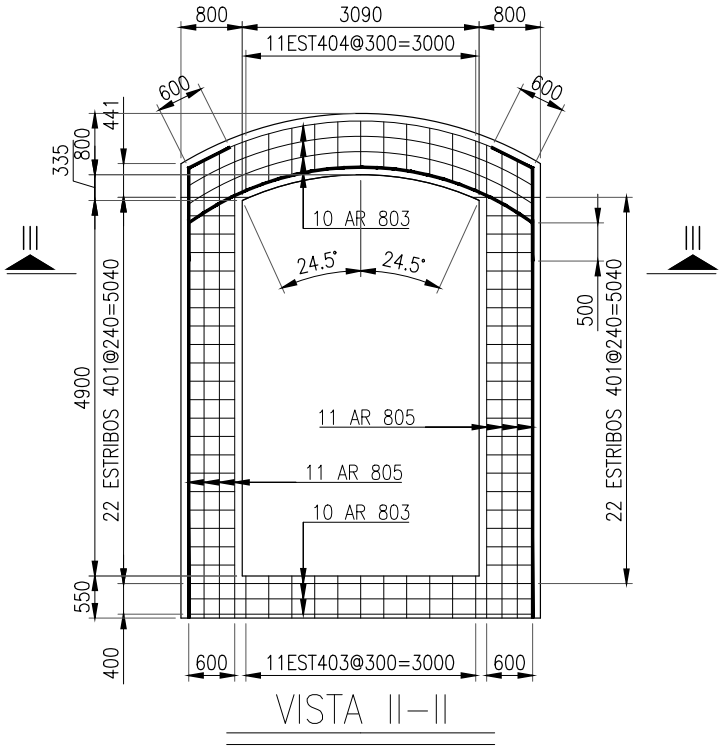


FIGURA 7.26: Armado del hueco en el nivel +5.50

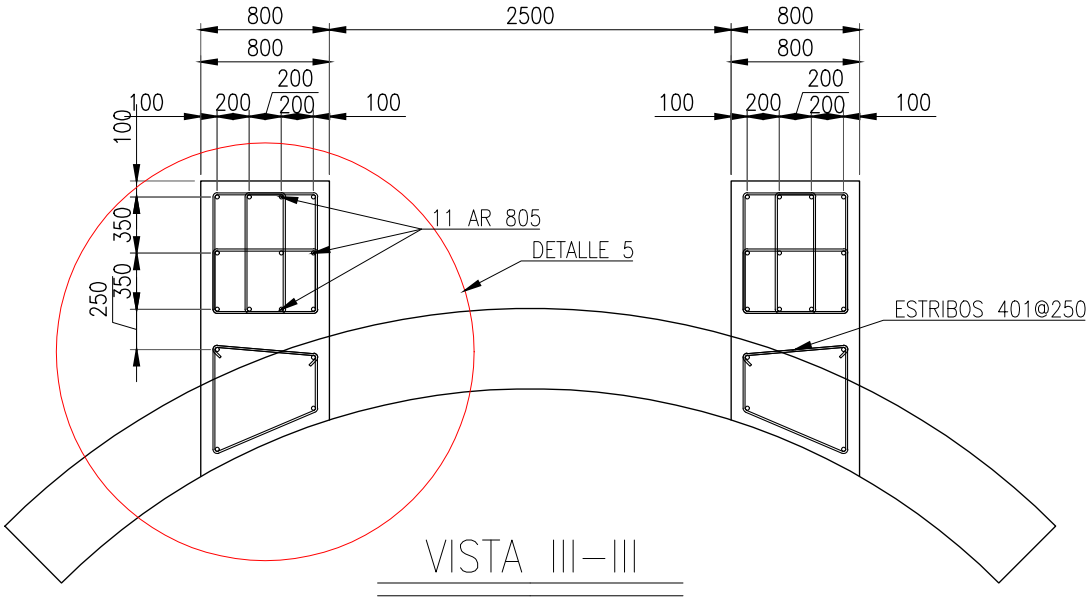


FIGURA 7.27: Armado del hueco y el fuste de la chimenea

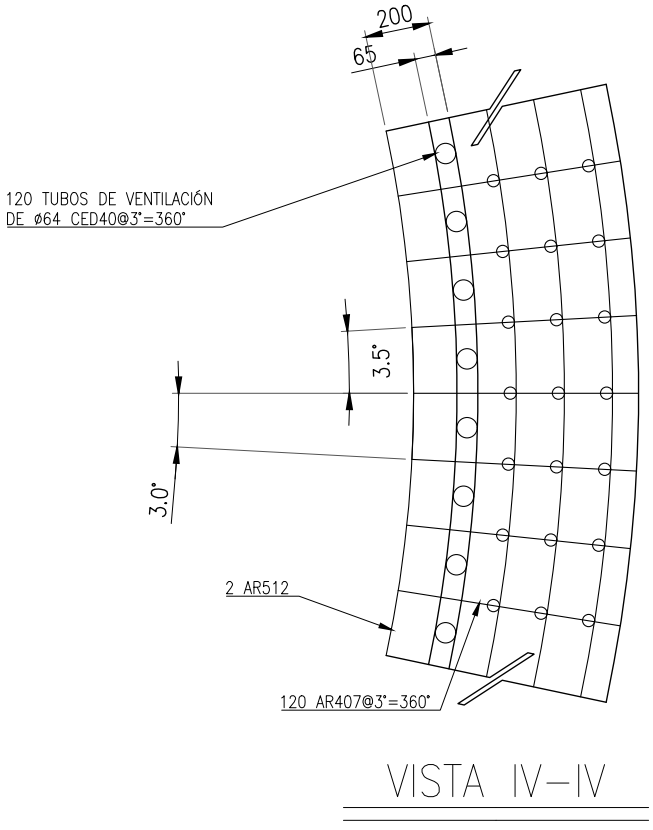


FIGURA 7.28: Vista de tubos de ventilación

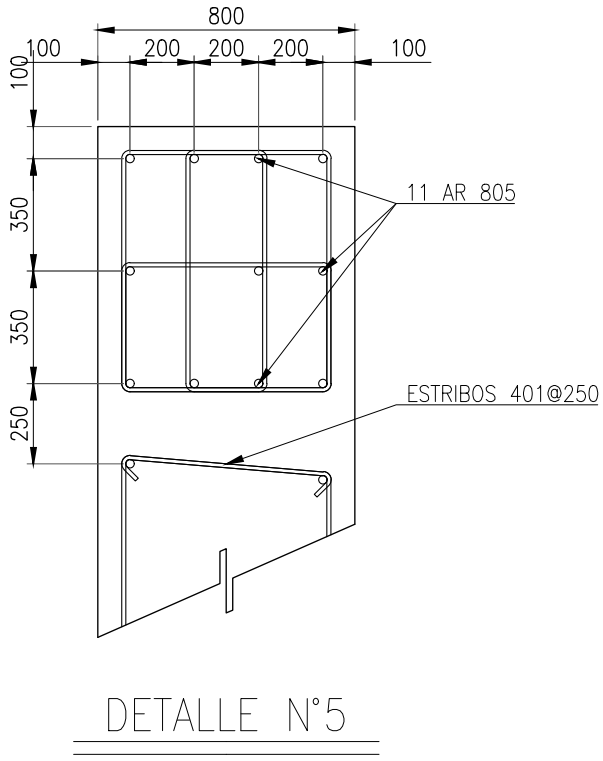


FIGURA 7.29: Detalle de armado del hueco y el fuste de la chimenea

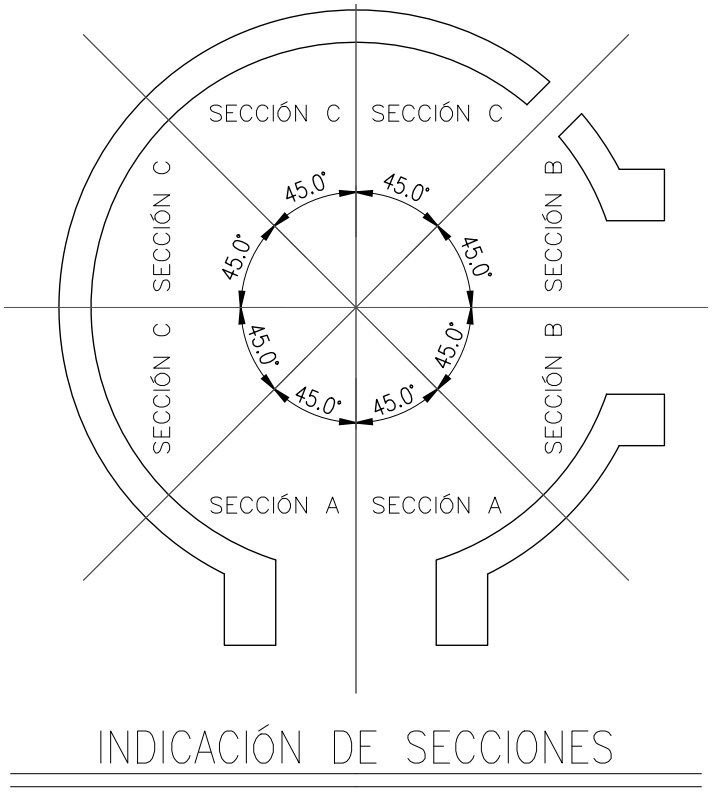


FIGURA 7.30: Orientación de las secciones de armado

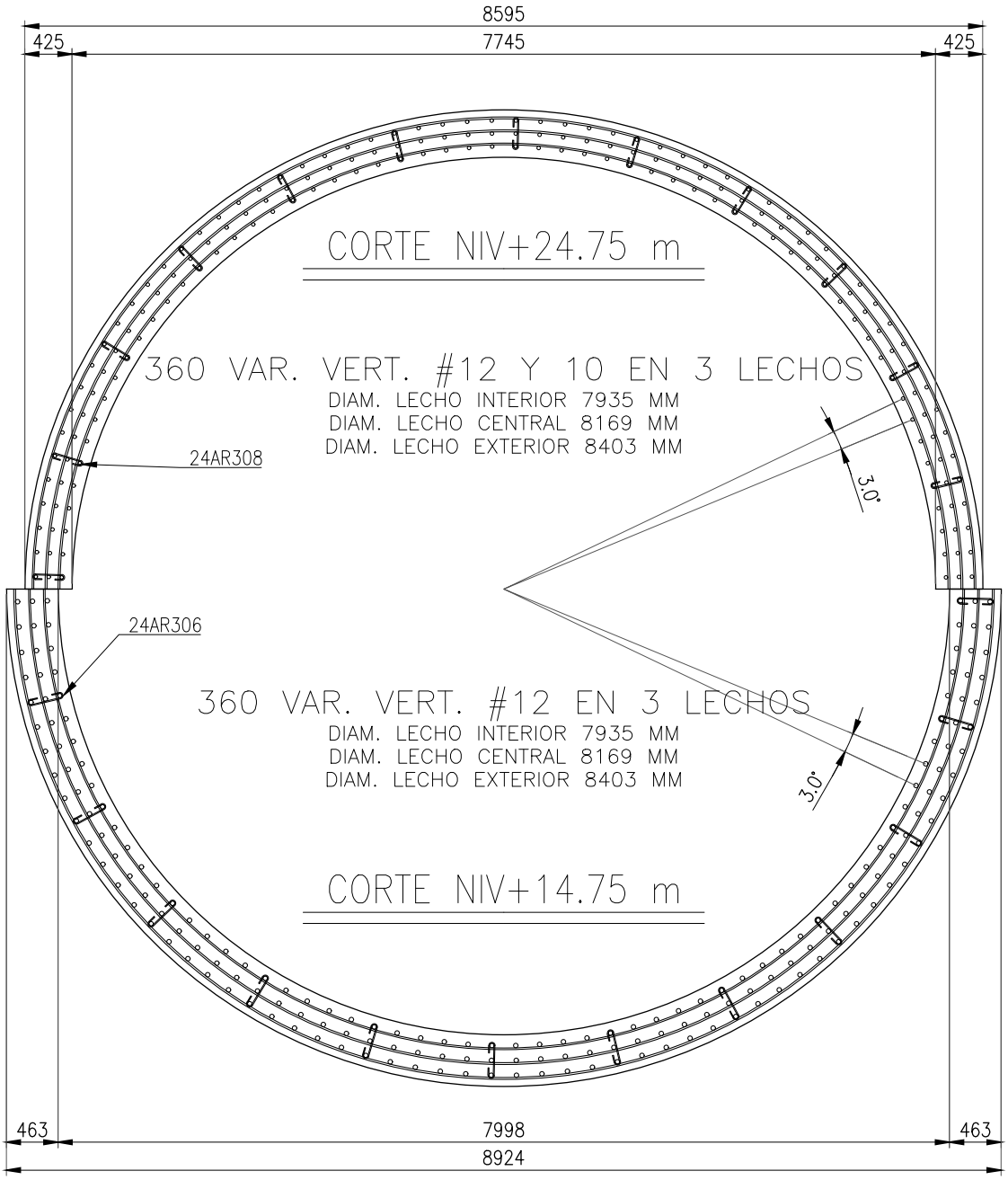


FIGURA 7.31: Armado del fuste en niveles +14.75 y +24.75

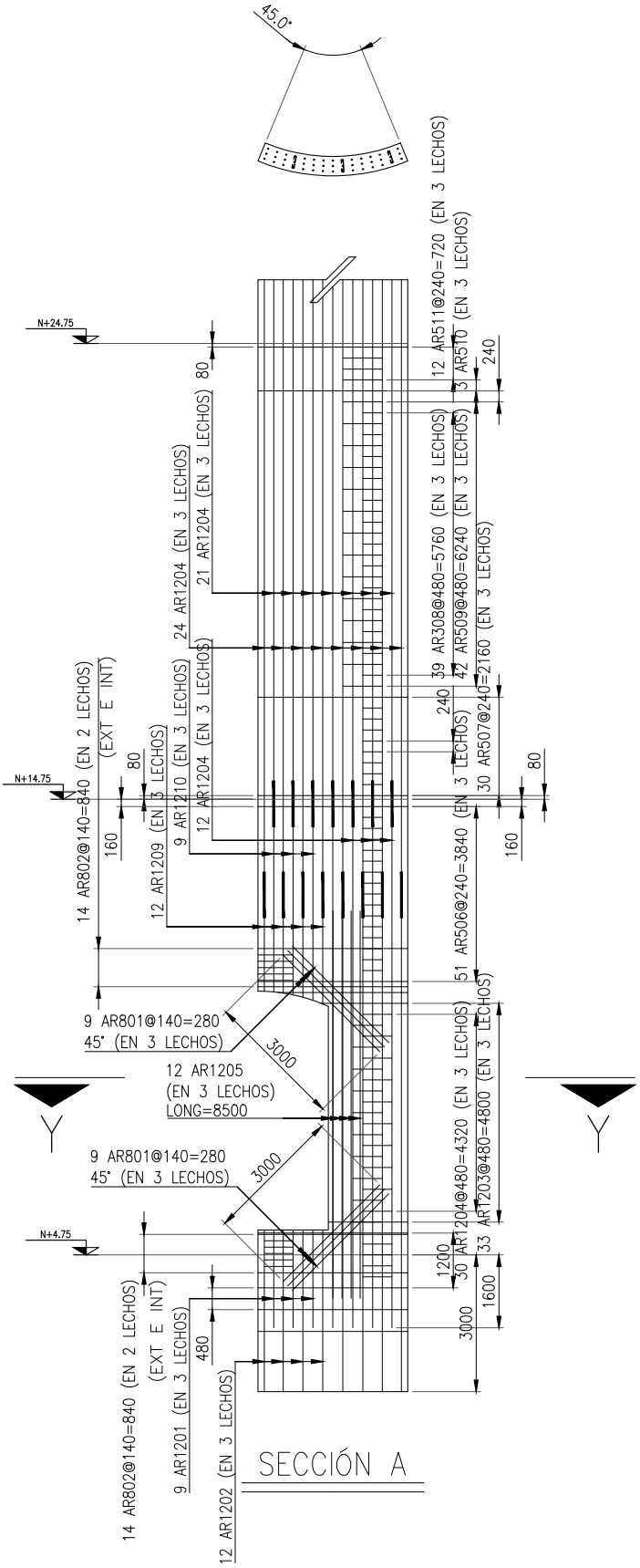


FIGURA 7.32: Sección A del armado del fuste entre niveles +4.75 y +24.75

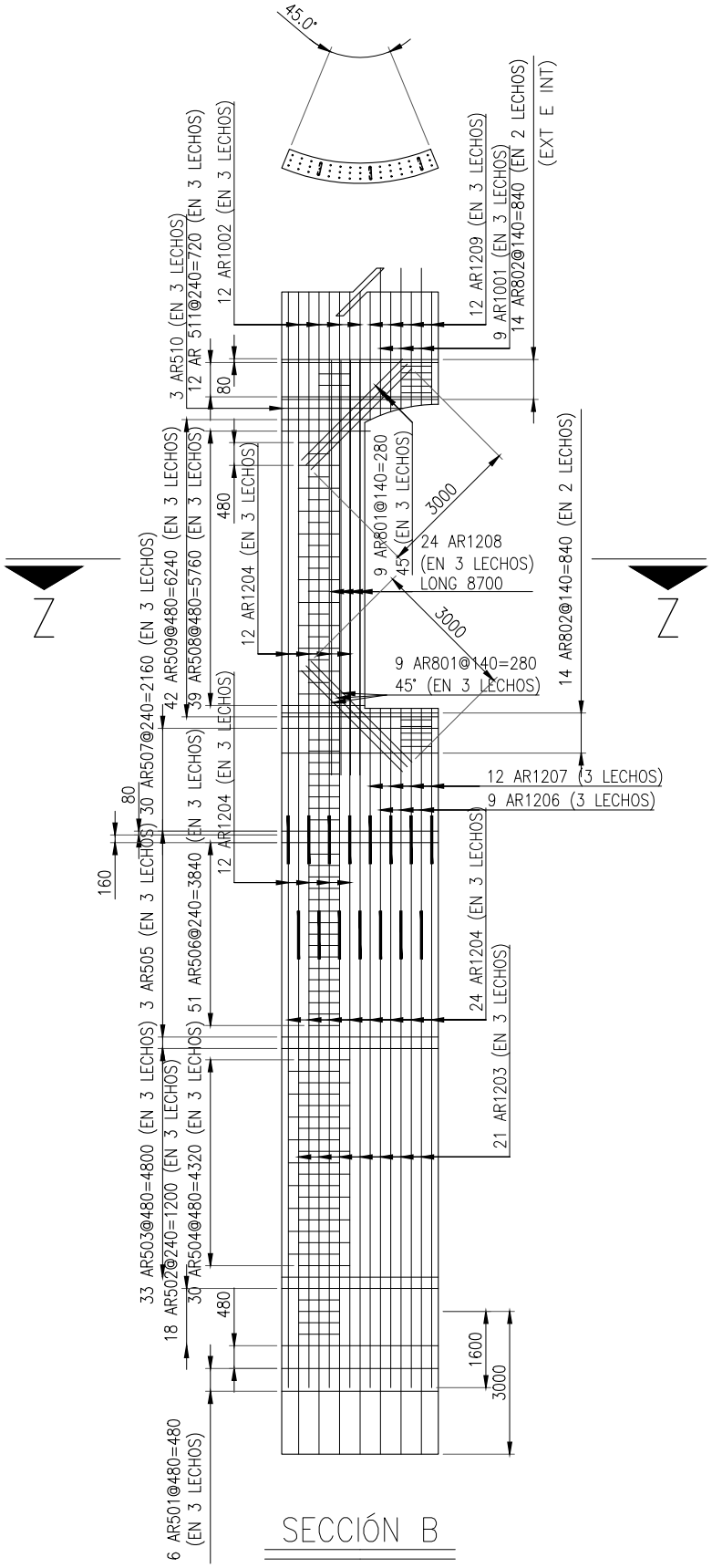


FIGURA 7.33: Sección B del armado del fuste entre niveles +4.75 y +24.75

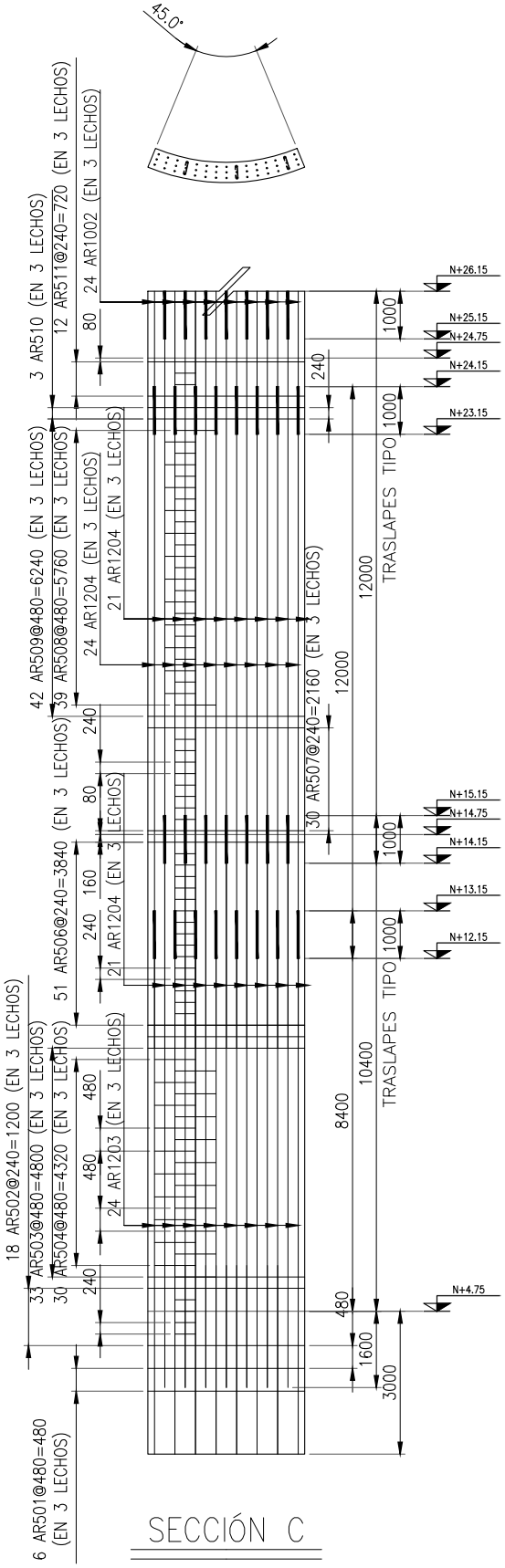


FIGURA 7.34: Sección C del armado del fuste entre niveles +4.75 y +24.75

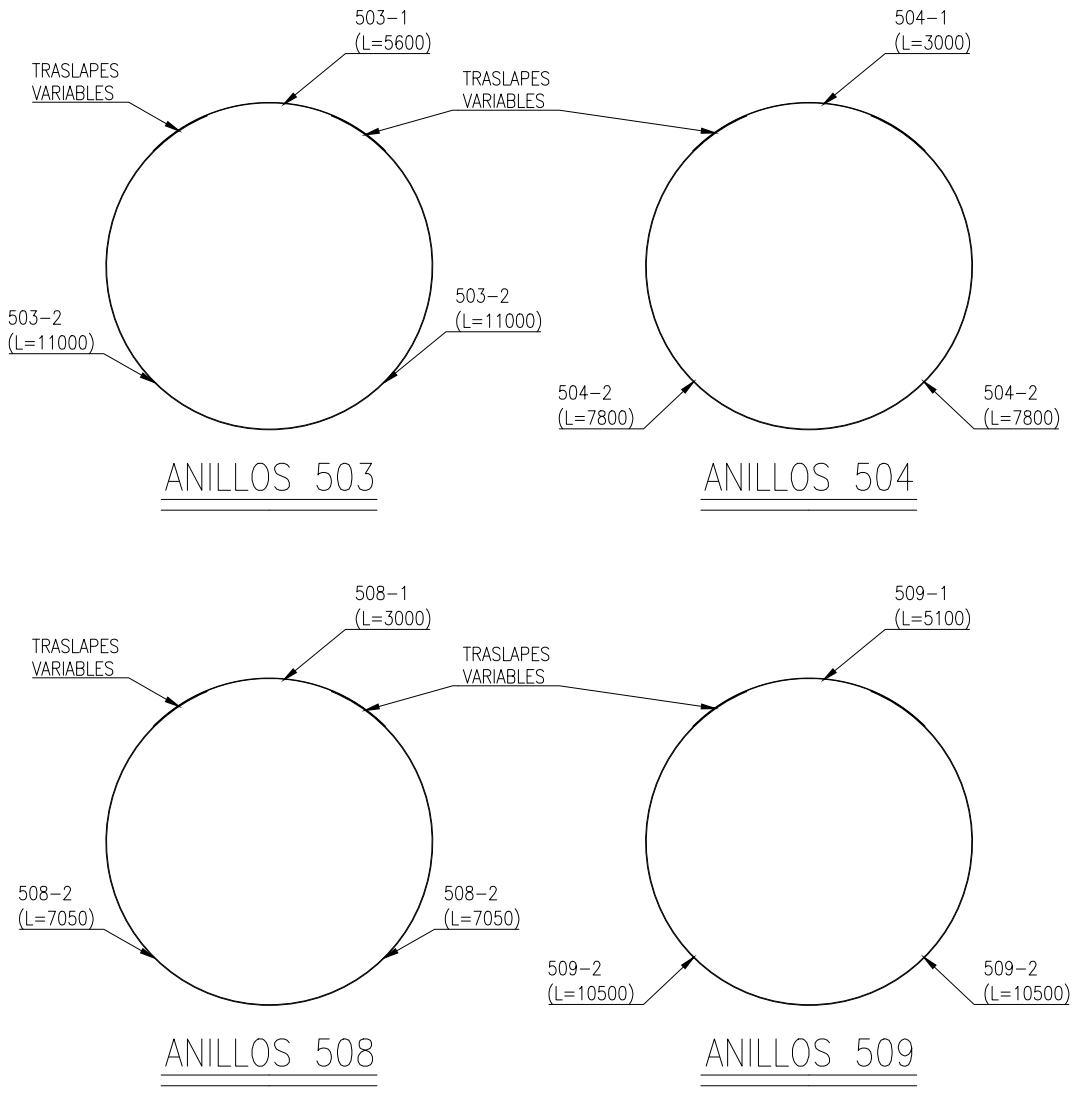


FIGURA 7.35: Traslapes de anillos de refuerzo

En la Figura 7.36 se muestra una elevación completa de la chimenea indicando los niveles a cada 10 m, además se puede apreciar la sección transversal en la parte superior del fuste. Los niveles son indicados para mostrar los armados del fuste en los mismos. El armado indicado en la Figura 7.37 muestra que el nivel +34.75 cuenta con 360 varillas verticales del 10 en 3 lechos. Además, el nivel +44.75 cuenta con 360 varillas del 8 en 3 lechos. Se pueden apreciar los espesores del fuste, diámetro interior y exterior, así como los diámetros de colocación de las varillas de refuerzo. Los cortes presentados en la Figura 7.38 indican el refuerzo en los niveles +54.75 y +64.75 del fuste. El armado del primer nivel consiste en 240 varillas del 7 en 2 lechos, mientras que el segundo consta de 240 varillas del 6 en 2 lechos. También se indican los espesores, diámetro interno y externo, y diámetros de colocación del refuerzo. La Figura 7.39 señala el armado de los niveles +74.75 y +84.75. Ambos cuentan con 240 varillas en 2 lechos, el del nivel +74.75 son varillas del 5, mientras que el del +84.75 son varillas del 4. También se indican los espesores, diámetros del fuste y diámetros de colocación del armado.

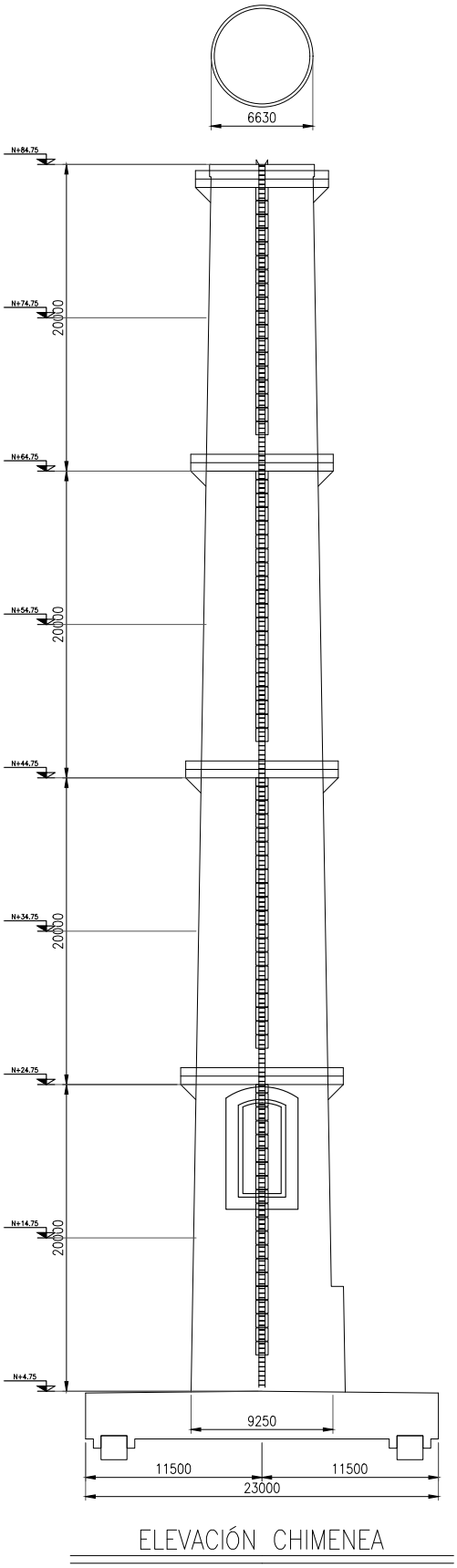


FIGURA 7.36: Elevación de la chimenea para indicación de secciones de refuerzo

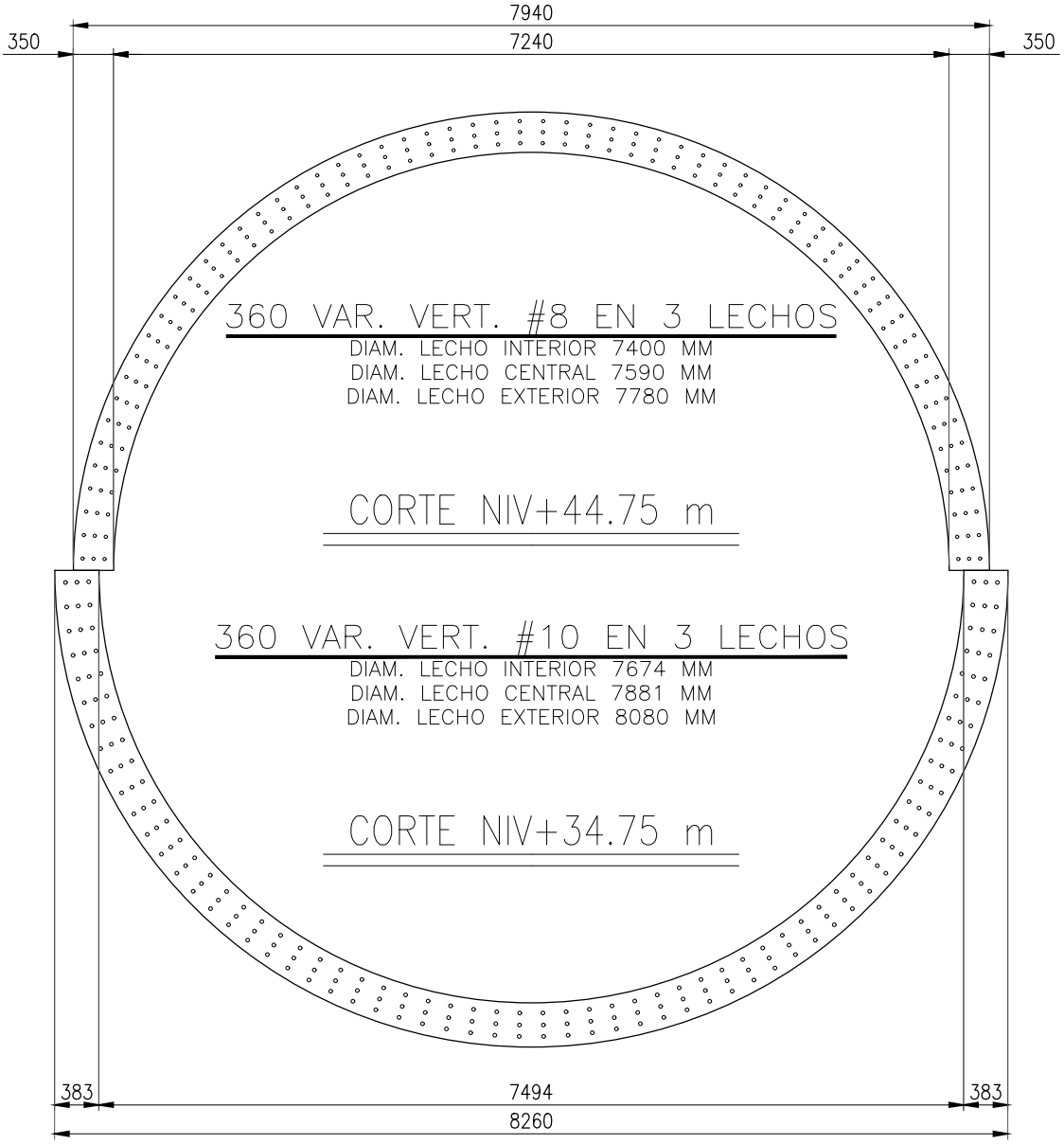


FIGURA 7.37: Armado del fuste en niveles +34.75 y +44.75

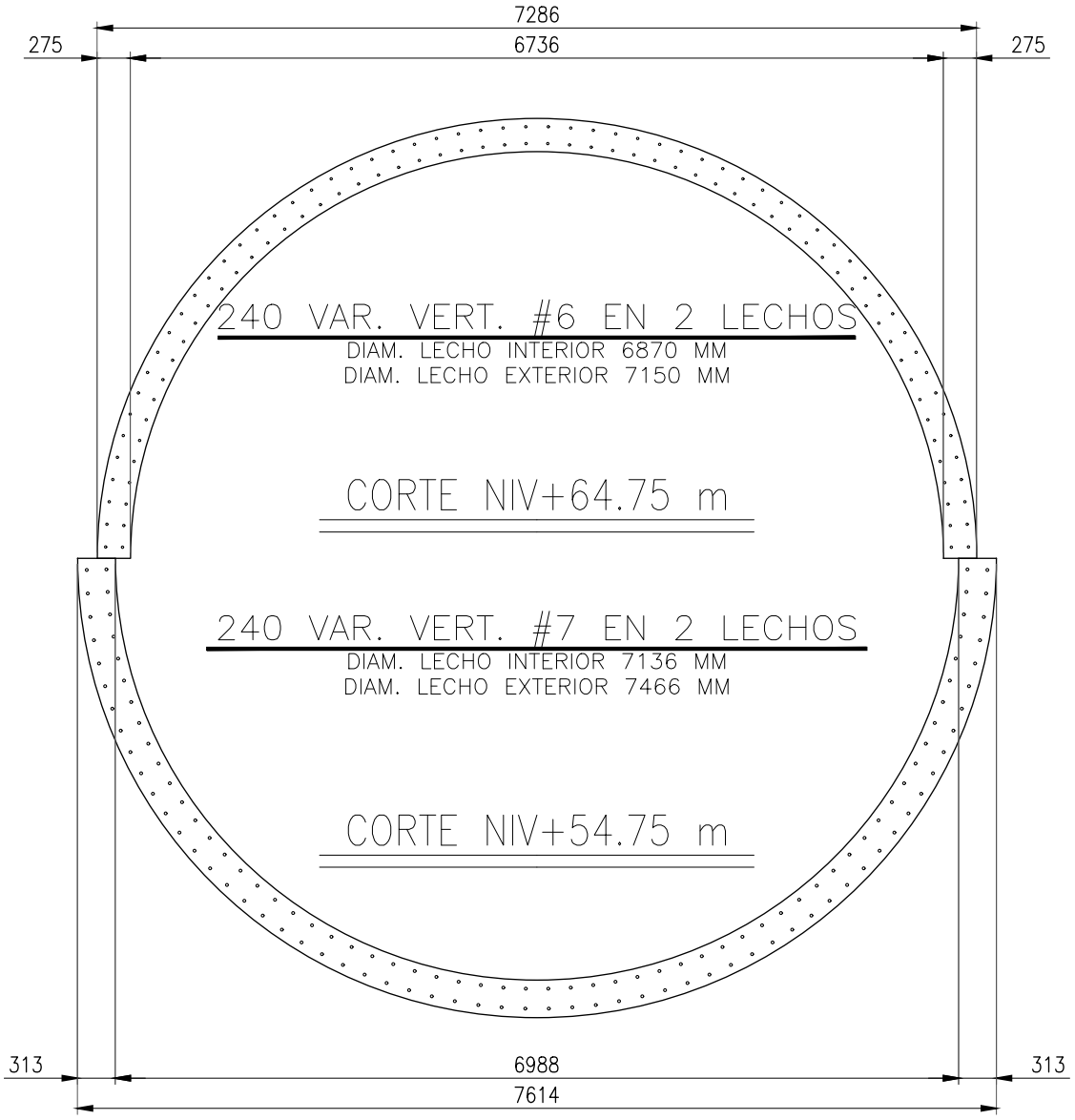


FIGURA 7.38: Armado del fuste en niveles +54.75 y +64.75

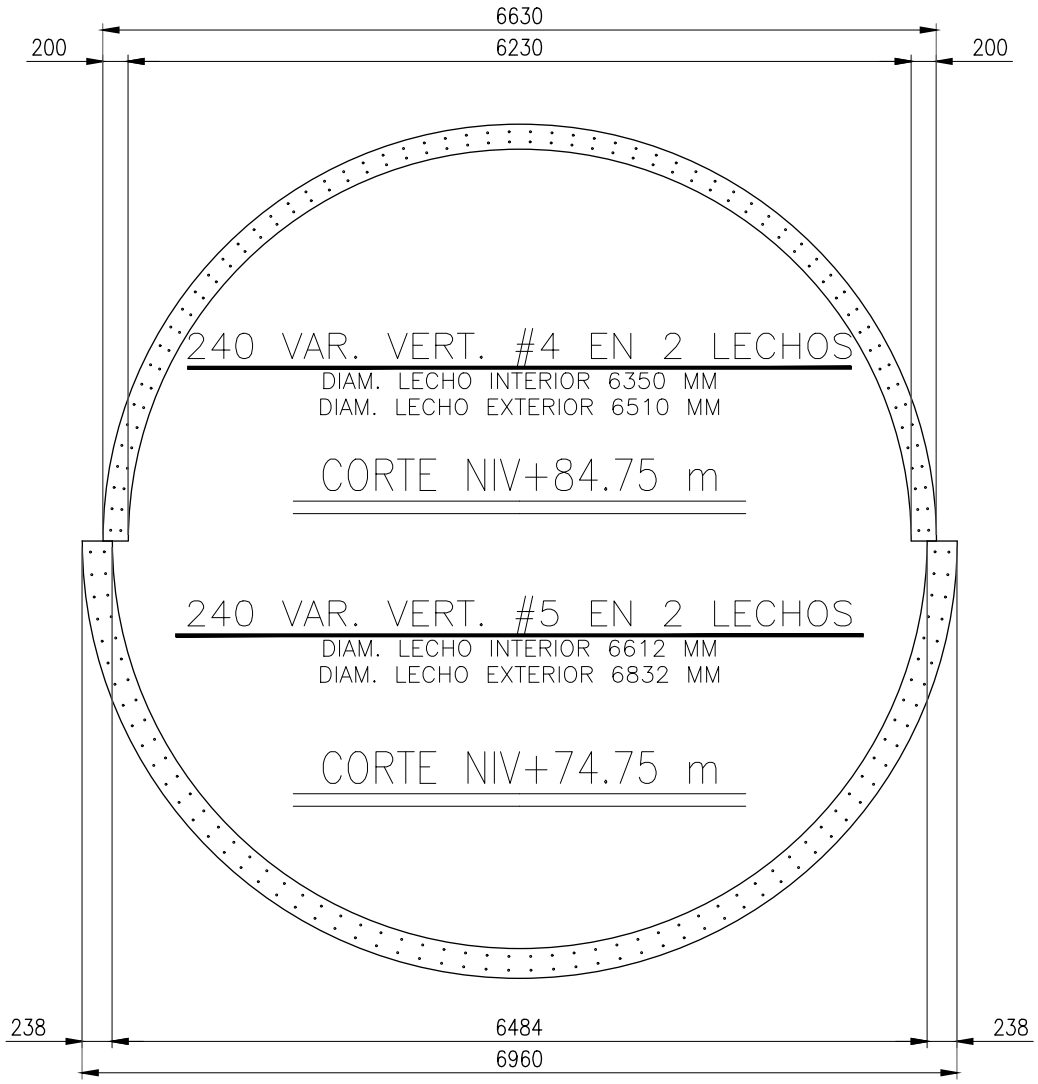
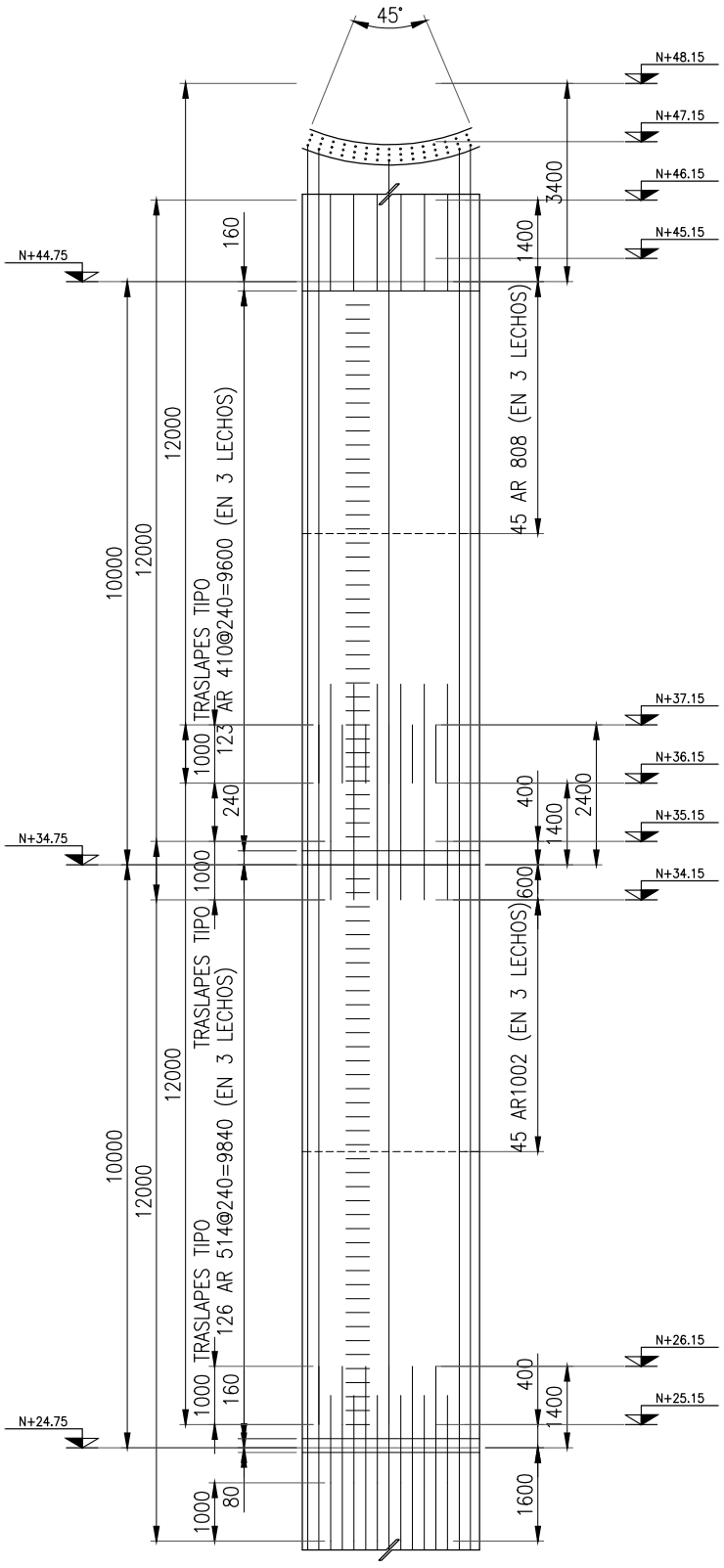


FIGURA 7.39: Armado del fuste en niveles +74.75 y +84.75

Las Figura 7.40, Figura 7.41 y Figura 7.42 presentan el armado longitudinal y transversal del fuste haciendo un desdoble de una sección transversal a 45°. Se incluyen dimensiones como longitudes de traslape y espaciamiento de anillos de refuerzo. La primera de las figuras muestra el armado comprendido entre los niveles +24.75 al +44.75, en el cual se aprecian varillas del 10 y del 8 con anillos de refuerzo del 5 y del 4. La segunda presenta el armado comprendido entre los niveles +44.75 a +64.75, el cual contiene varillas del 7 y del 6 con anillos de refuerzo del 4. Finalmente, la tercer figura muestra el armado de los niveles +64.75 a +84.75, dicho armado está conformado por varillas verticales del 5 y del 4 con anillos de refuerzo del 3. La Figura 7.43 muestra una elevación general de la chimenea en la cual se presentan longitudes entre niveles con andador y niveles. Los andadores de la chimenea se encuentran colocados a cada 20 m y están formados colocando una placa antiderrapante de 4.8 mm de espesor (3/16") por 1 m de ancho apoyada entre dos perfiles L de 6.3X76X76. La Figura 7.44, la Figura 7.45, Figura 7.46 y Figura 7.47 muestran las dimensiones geométricas y propiedades de los elementos de los andadores ubicados en los niveles +24.75, +44.75, +64.75 y +83.25 respectivamente.



ARMADO DEL NIV+24.75 AL NIV+44.75

FIGURA 7.40: Armado del fuste entre los niveles +24.75 a +44.75

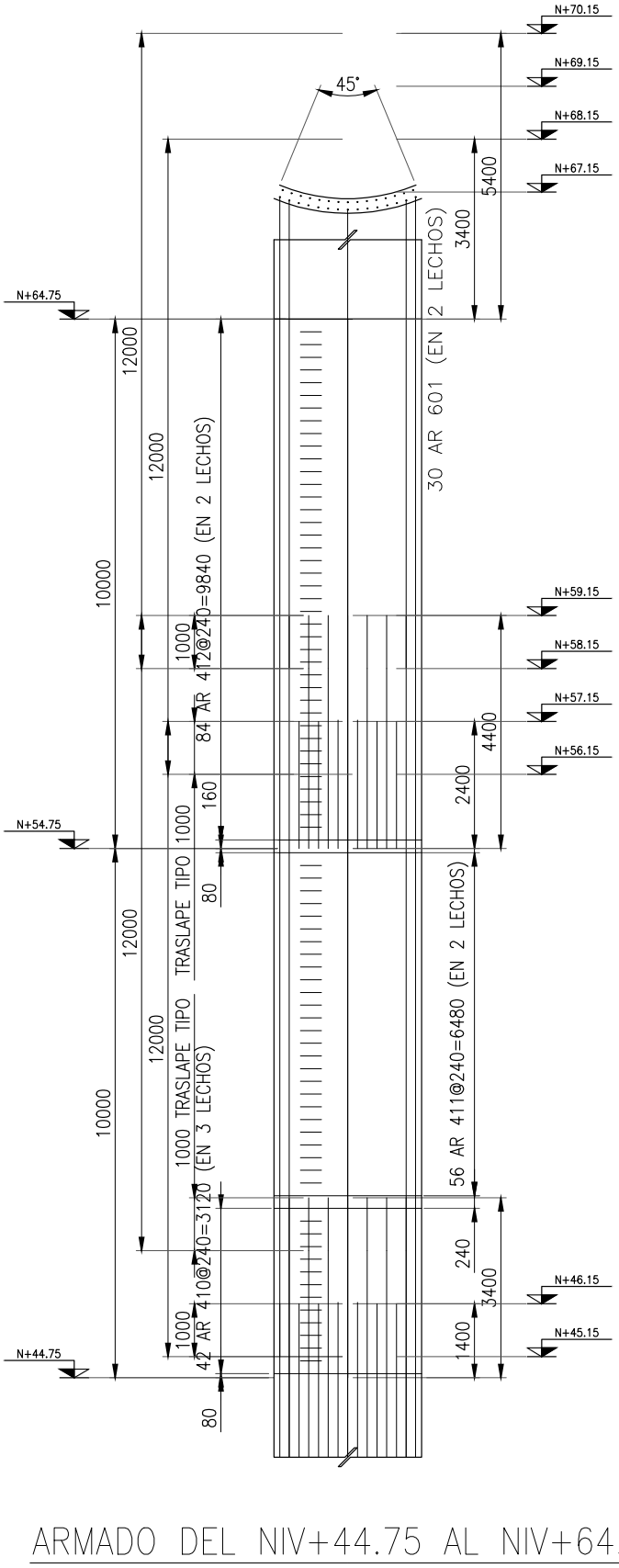


FIGURA 7.41: Armado del fuste entre los niveles +44.75 a +64.75

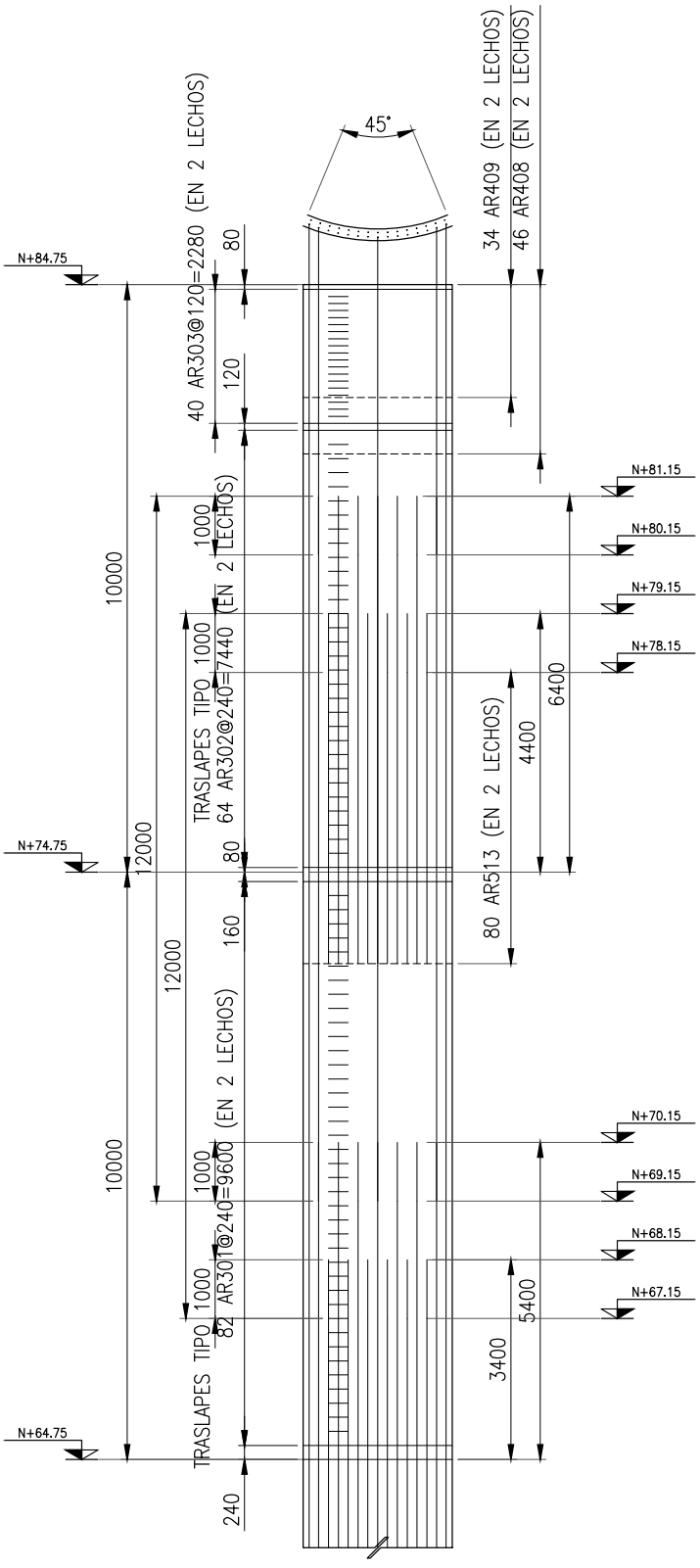


FIGURA 7.42: Armado del fuste entre los niveles +64.75 a +84.75

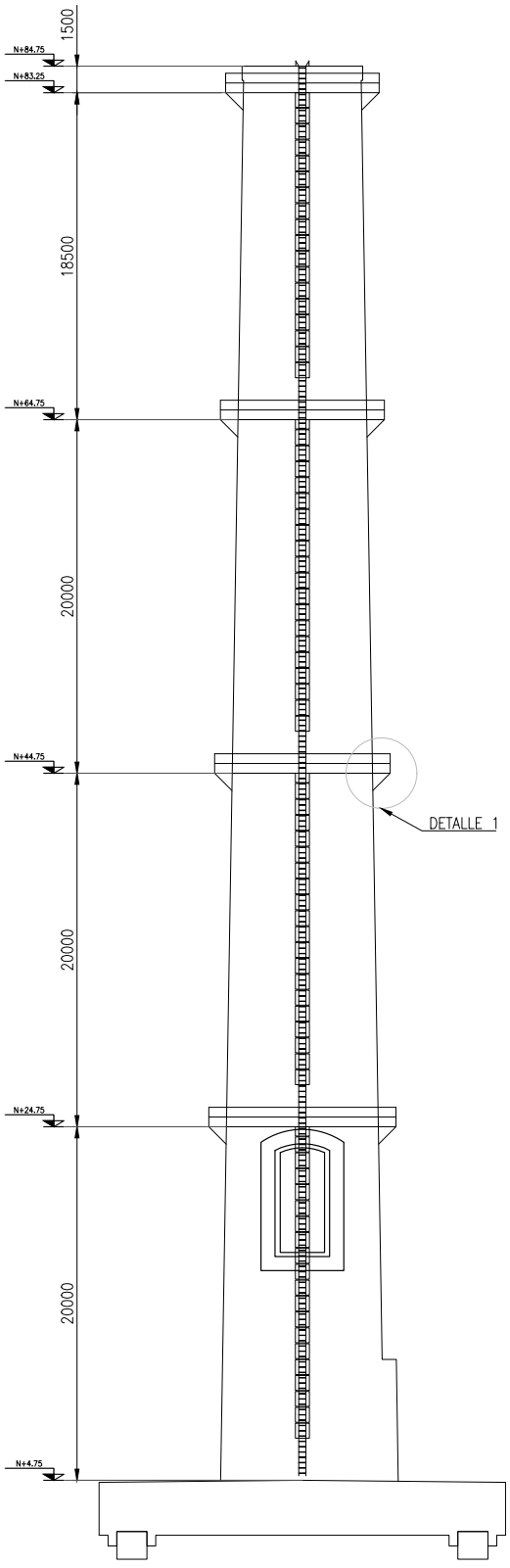


FIGURA 7.43: Elevación de la chimenea para indicación de andadores

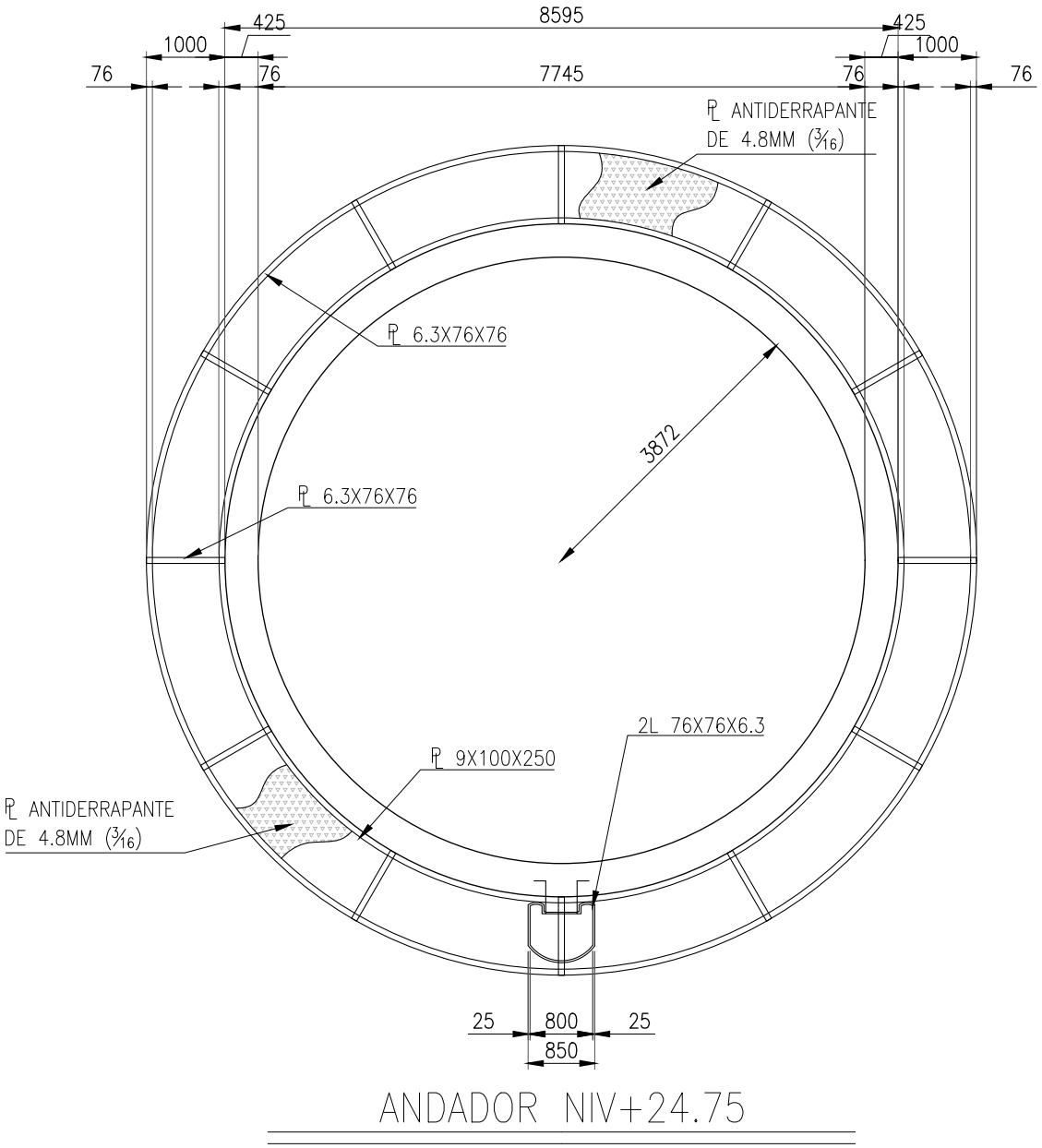


FIGURA 7.44: Andador de la chimenea nivel +24.75

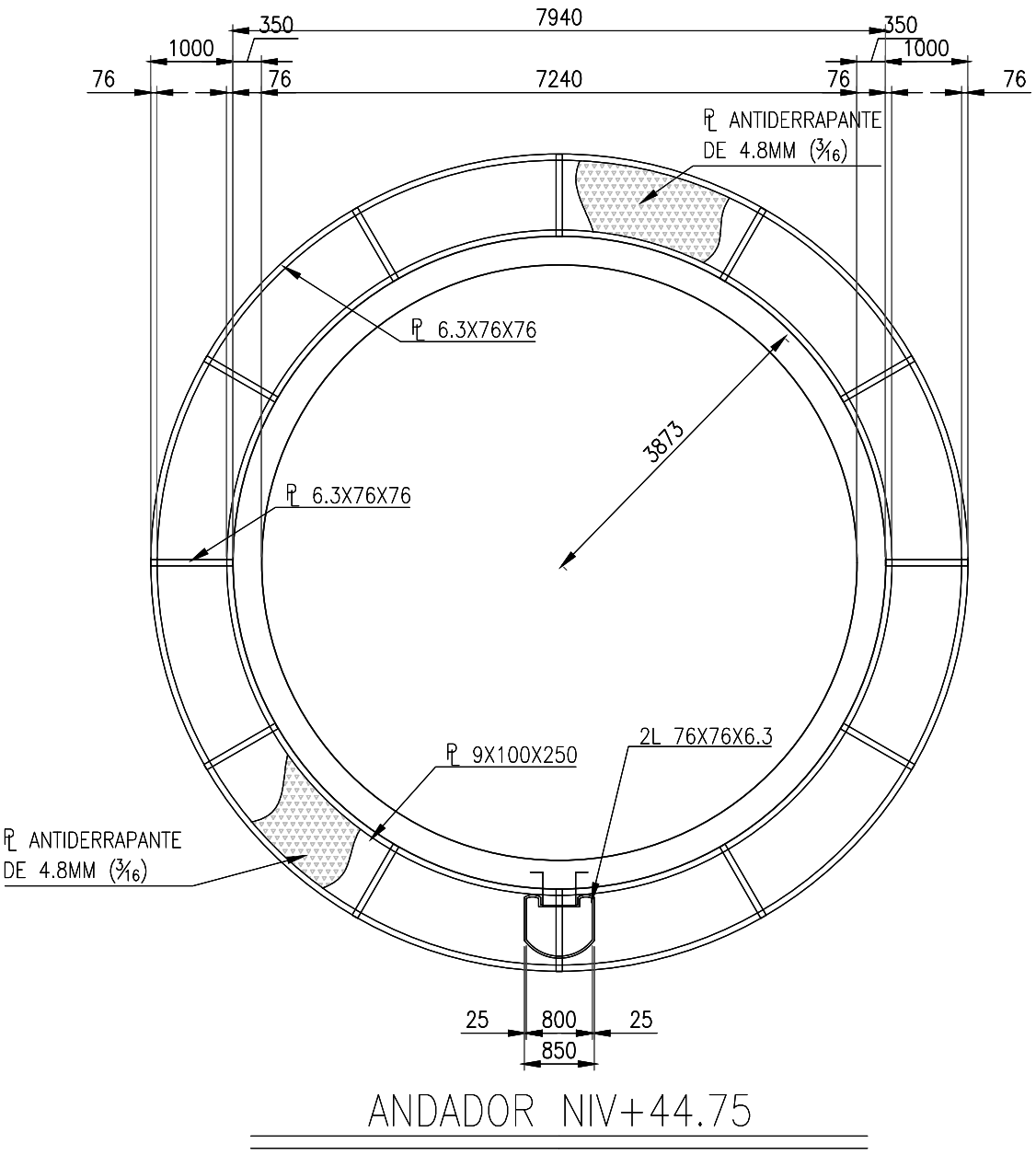


FIGURA 7.45: Andador de la chimenea nivel +44.75

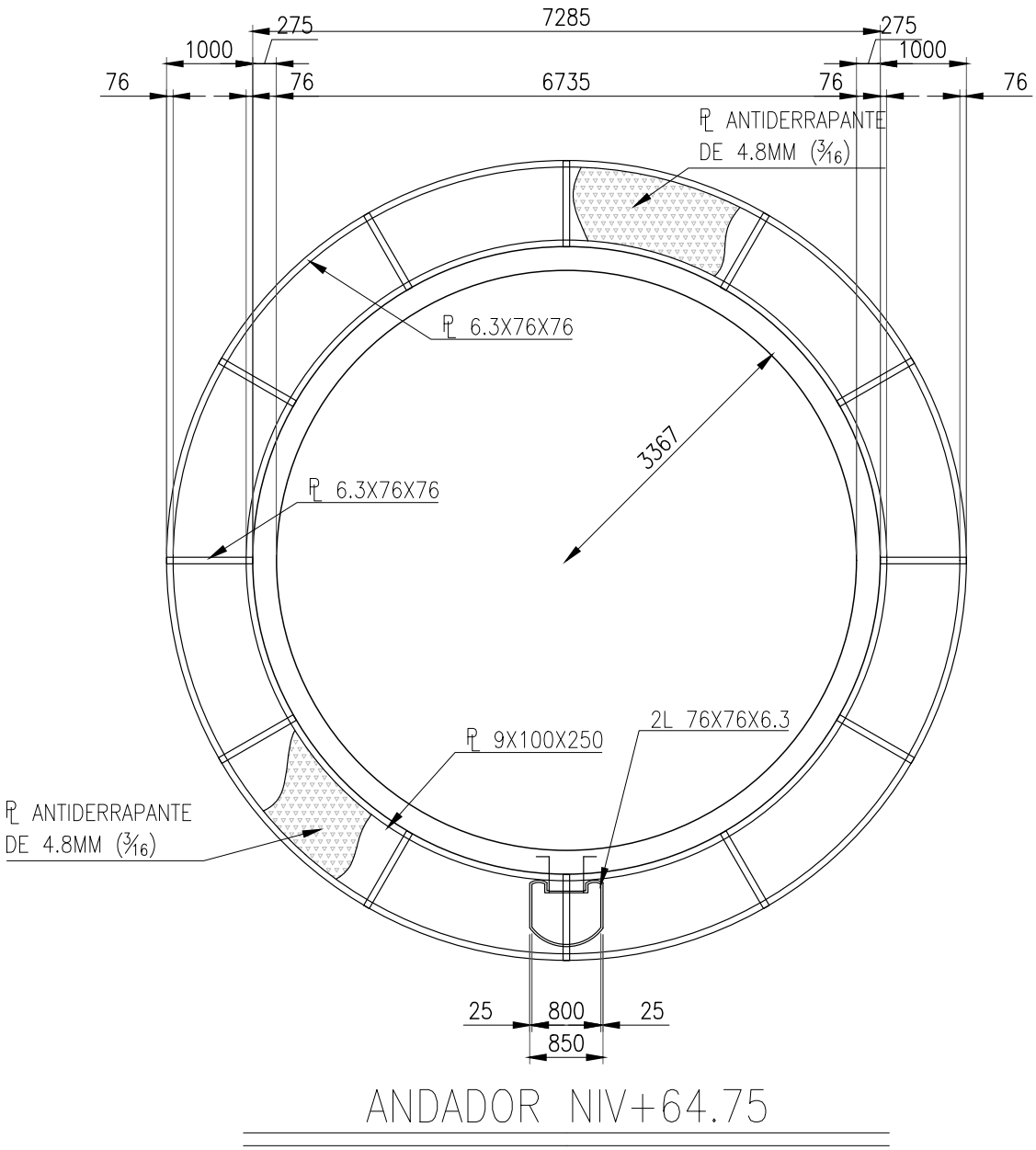


FIGURA 7.46: Andador de la chimenea nivel +64.75

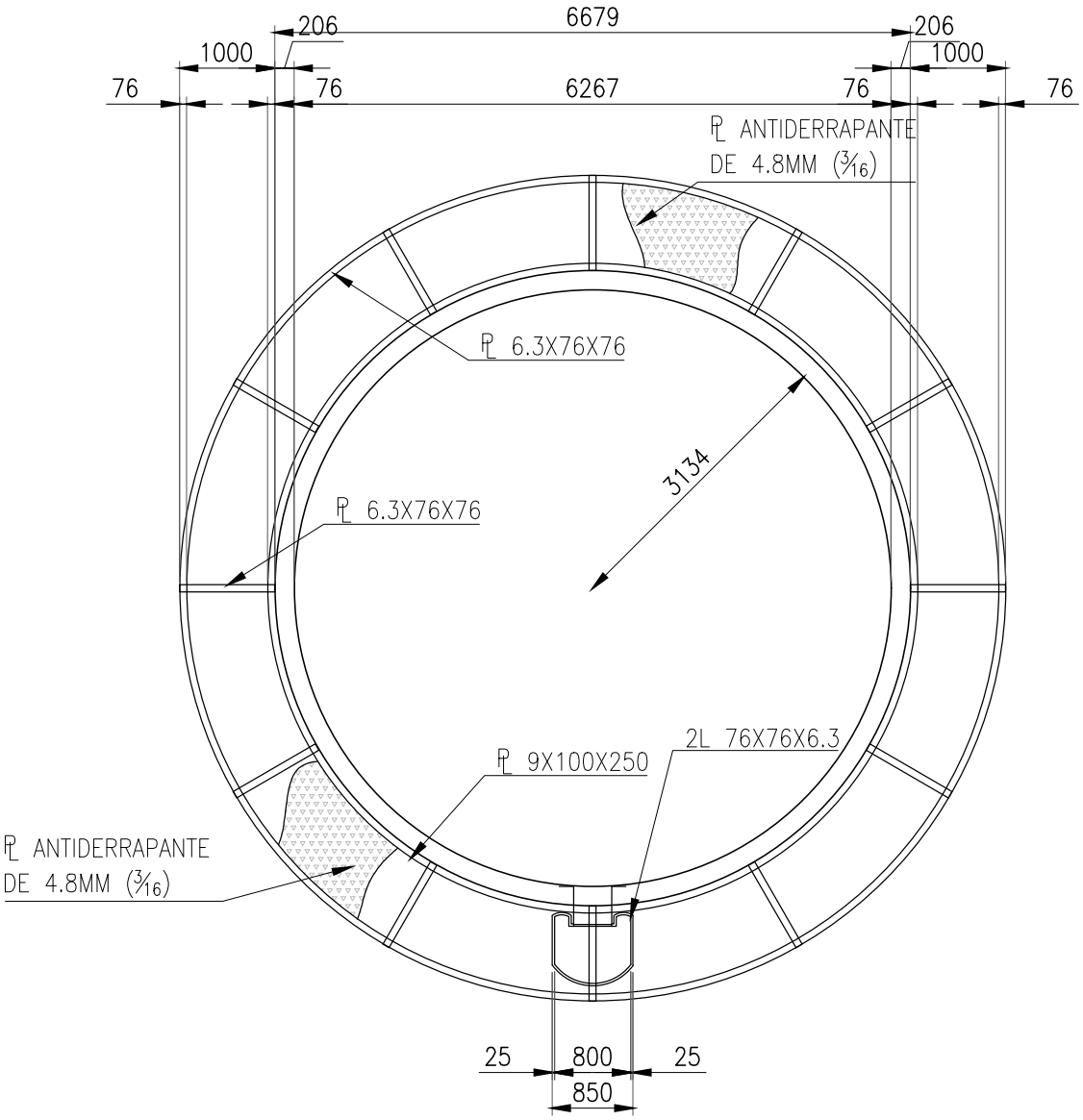


FIGURA 7.47: Andador de la chimenea nivel +83.25

La elevación de la chimenea mostrada en la Figura 7.48 contiene una vista general de la escalera metálica que permite el acceso a los andadores ubicados a cada 20 m, se aprecian la separación de los escalones formados por tubos de 25.4 mm colocados a cada 300 mm y la separación de la protección de escalera formada por placas de 6.3X5.1 es a cada 900 mm. El detalle de desplante presentado en la Figura 7.49 incluye un corte y una elevación de los primeros metros de la escalera, se aprecian los perfiles que permiten la conexión con el fuste y los principales niveles. La Figura 7.50 exhibe el detalle del remate de la escalera en la parte superior del fuste, se pueden observar los detalles de conexión con el fuste, niveles y dimensiones en elevación y corte.

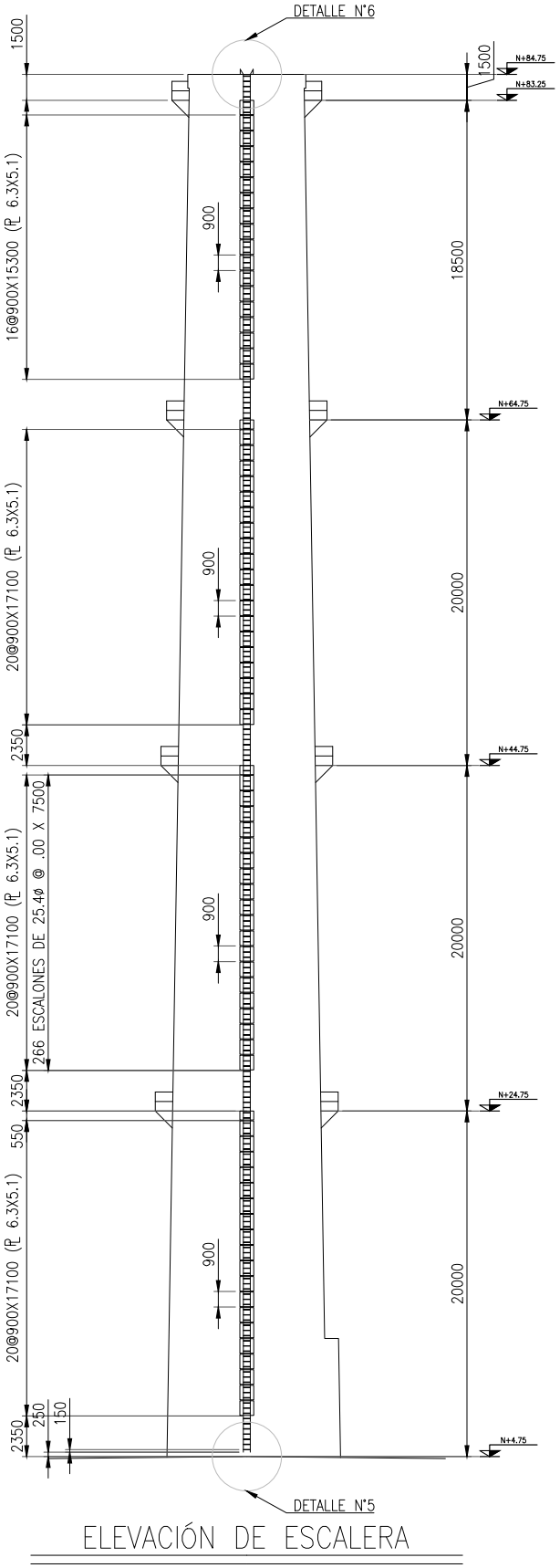


FIGURA 7.48: Elevación de la escalera

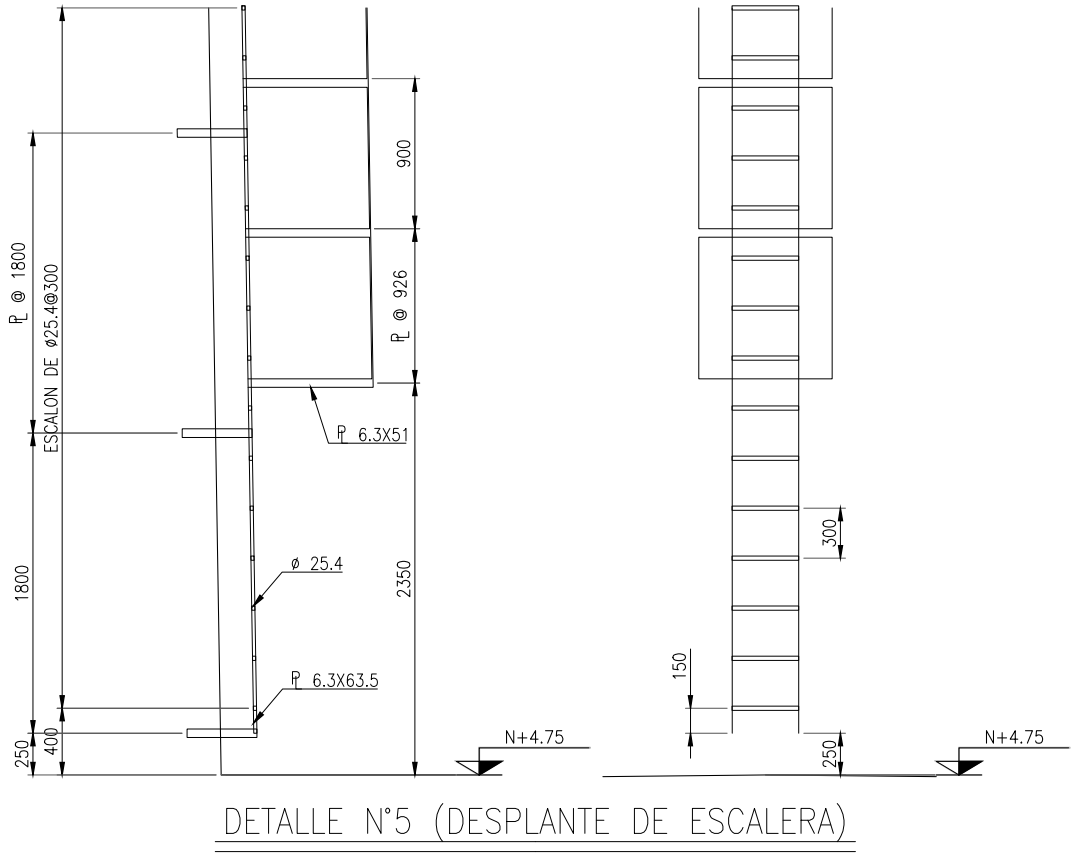


FIGURA 7.49: Desplante de la escalera

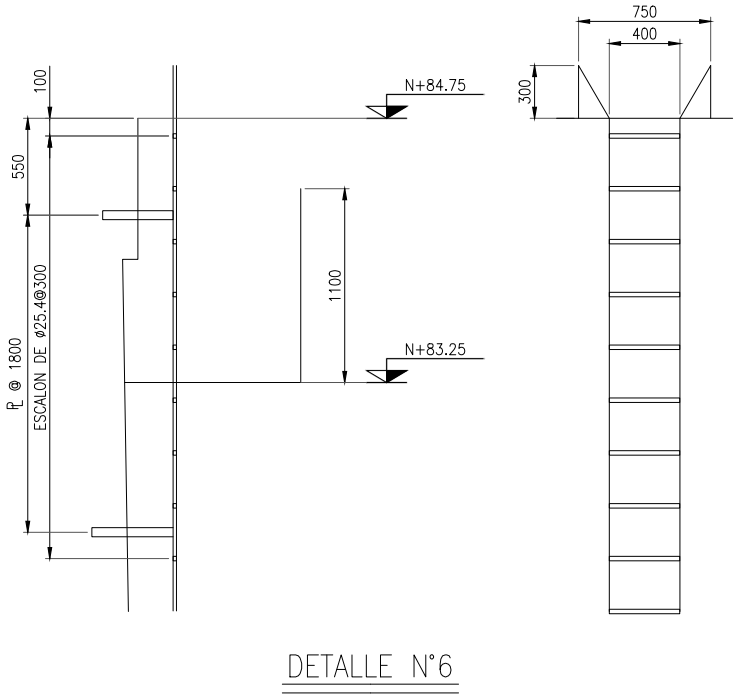


FIGURA 7.50: Remate de la escalera

La conexión indicada en la Figura 7.51 muestra los detalles del apoyo entre los andadores y el fuste formada por dos perfiles L de 6.3X76X76, una placa de 10X100X200 y un ancla. Se detallan las dimensiones y soldaduras empleadas. La Figura 7.52 enseña un corte indicado en la Figura 7.51. Se aprecian los dos perfiles L y la placa de unión de los mismos. Finalmente, la Figura 7.53 contiene las propiedades de los barandales colocados en los andadores, se detallan los apoyos, los tubos que conforman los barandales y sus dimensiones principales.

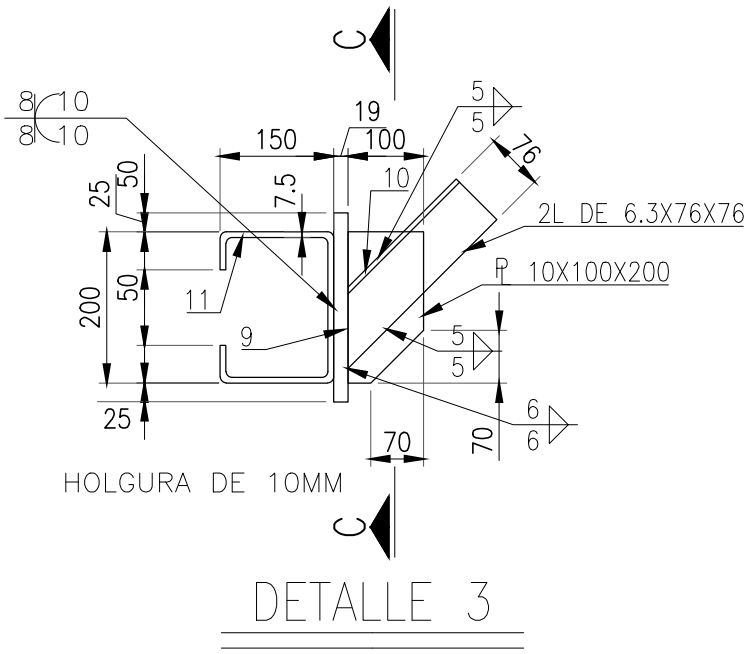


FIGURA 7.51: Conexión de apoyo de andadores

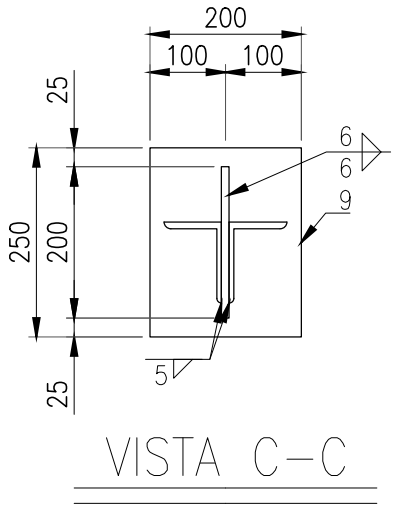


FIGURA 7.52: Detalle de placa de conexión

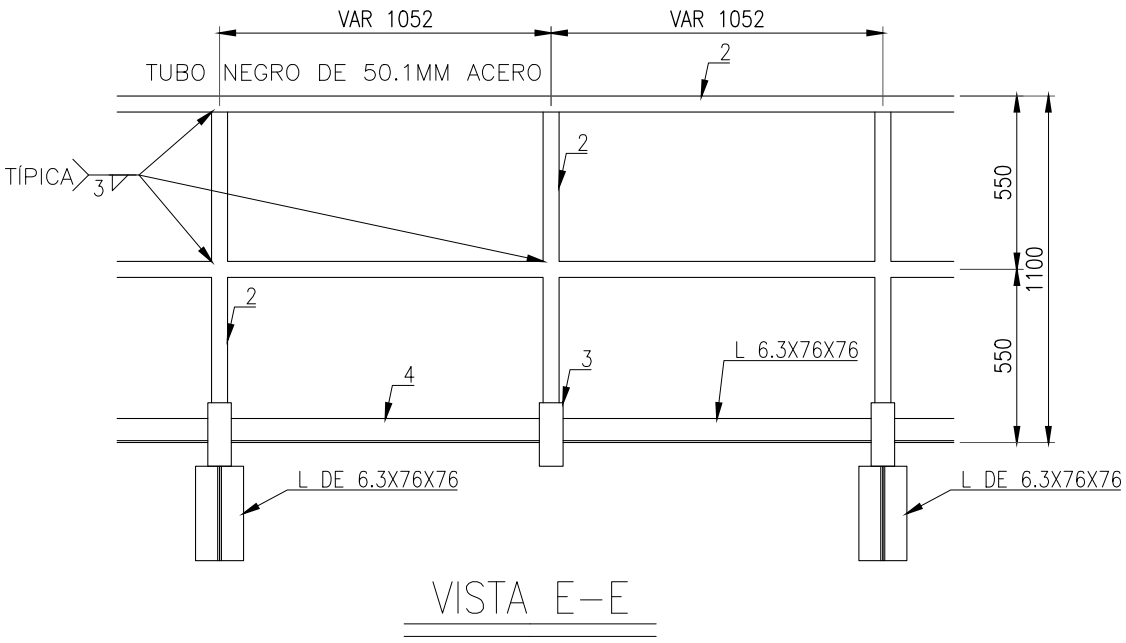
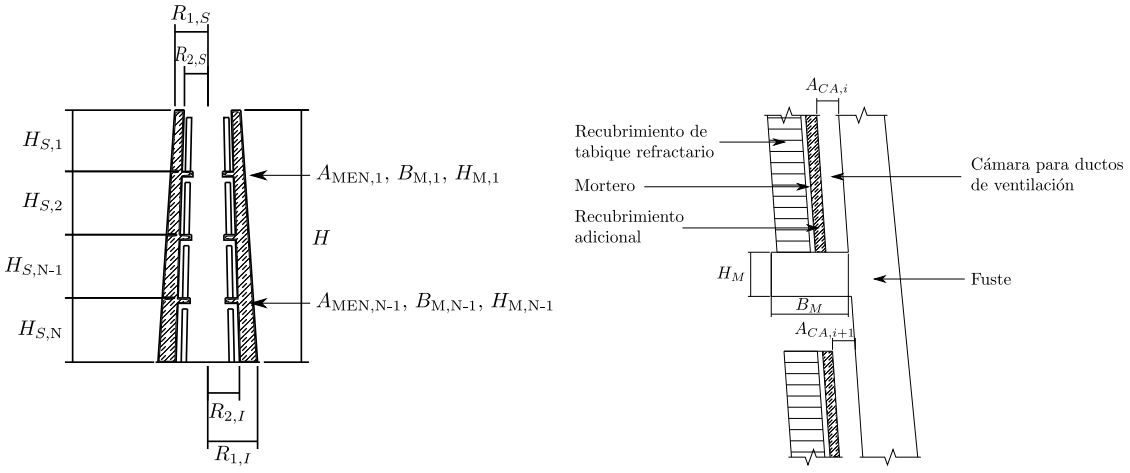


FIGURA 7.53: Barandal de andador

7.3. Modelo discretizado de la estructura con base fija

Se elaboró una rutina en Matlab que permite obtener las propiedades dinámicas de una estructura tipo chimenea con sección circular hueca, considerando que tiene una variación lineal de los diámetros internos y externos del fuste. Se emplea una idealización mediante masas concentradas. La rutina permite considerar distintas longitudes de discretización de la estructura, además incluye la consideración de ménsulas y masas de conos de tabique refractario. La Figura 7.54 muestra las propiedades geométricas que permiten hacer la caracterización de la chimenea.



(A) Parámetros transversales (B) Detalle en ménsulas

FIGURA 7.54: Parámetros geométricos de la chimenea. Adaptado de Aranda, 1978

En la Figura 7.54, H es la altura total de la chimenea; $H_{S,i}$ es la altura del i-ésimo nivel de la chimenea iniciando en la parte superior del fuste; $R_{1,S}$ y $R_{2,S}$ son los radios exterior e interior del fuste en la parte superior; $R_{1,I}$ y $R_{2,I}$ son los radios exterior e interior del fuste en la parte inferior; $A_{MEN,j}$, $B_{M,j}$ y $H_{M,j}$ son el área, ancho y peralte de la j-ésima ménsula respectivamente y $A_{CA,i}$ es el ancho de la cámara de ventilación en el i-ésimo nivel, donde $i = 1, 2, \ldots, N$ y $j = 1, 2, \ldots, N-1$.

La cubicación del fuste y ménsulas se hace empleando el teorema de Pappus-Guldinus, para ello se requiere interpolar linealmente los radios de la chimenea a lo largo de su altura. Figura 7.55 define geométricamente las alturas auxiliares requeridas para la cubicación.

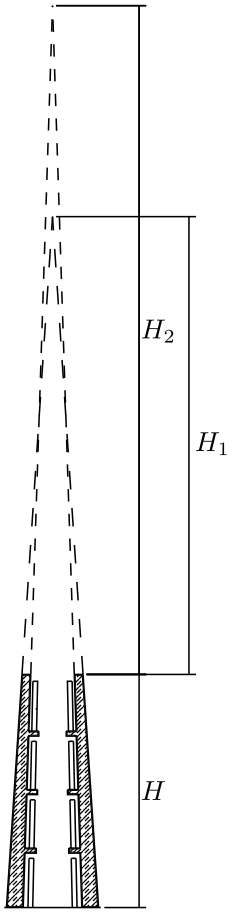


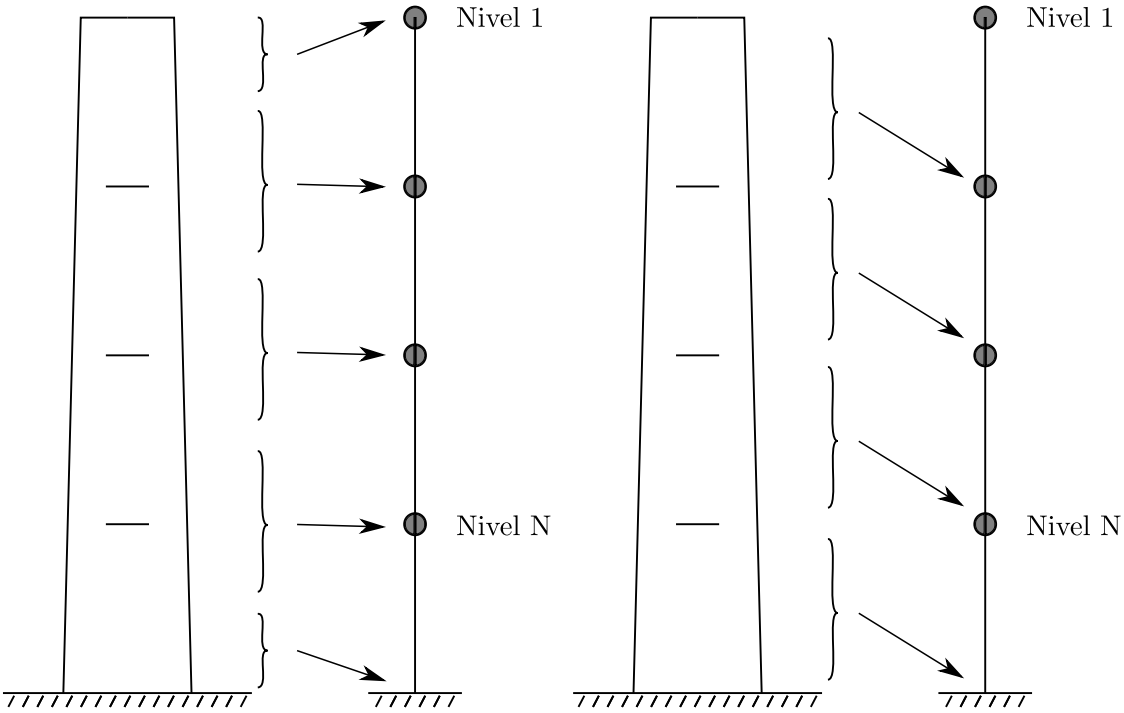
FIGURA 7.55: Alturas auxiliares para la cubicación del fuste. Adaptado de Aranda, 1978

En la Figura 7.55, H_1 es la altura complementaria del cono exterior; y H_2 es la altura complementaria del cono interior, que se determinan con

$$H_1 = \frac{R_{1,S}}{R_{1,I} - R_{1,S}} H, \tag{7.1a}$$

$$H_2 = \frac{R_{2,S}}{R_{2,I} - R_{2,S}} H. \tag{7.1b}$$

El modelo concentra las masas del fuste mediante una longitud tributaria, para el nivel 1 y el nivel N, la longitud tributaria es la mitad de la longitud $H_{S,1}$ y $H_{S,N}$, respectivamente; para el resto de los niveles, la masa i-ésima se obtiene con la mitad de la masa del nivel i más la mitad de la masa del nivel $i+1$. La masa del recubrimiento, al estar soportada en una ménsula, se concentra directamente en el nivel donde se encuentra la ménsula. La Figura 7.56 muestra la idealización de las masas concentradas que emplea el modelo.



(A) Masa del fuste (B) Masa del recubrimiento

FIGURA 7.56: Concentración de las masas de la chimenea. Adaptado de Aranda, 1978

La determinación de las matrices de rigideces se hace atendiendo la metodología sugerida en Newmark, 1943.

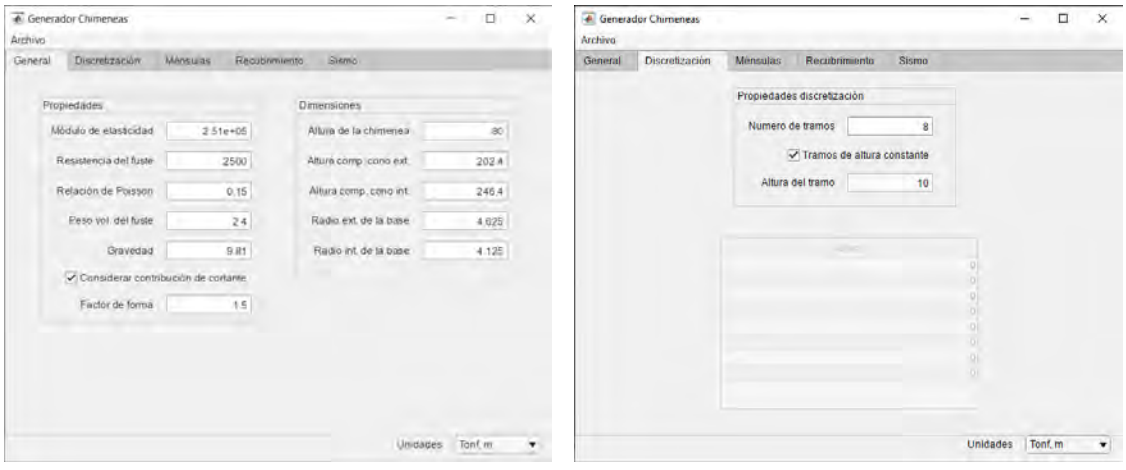
Para facilitar la generación del archivo de datos para el uso del script, se elaboró una interfaz gráfica en Matlab que hace más sencillo el modelado y caracterización de la estructura. La interfaz cuenta con cinco pestañas donde deben introducirse las propiedades geométricas generales de la estructura, su longitud de discretización, las propiedades de las ménsulas, las propiedades del recubrimiento, y los parámetros para un análisis y diseño modal sísmico. La interfaz genera un archivo de texto que será interpretado por el script para determinar las propiedades dinámicas.

En Durand, 1974 se trabajó en el análisis y diseño de la chimenea de este trabajo. Para validar el modelo elaborado, se realizó un análisis con los parámetros publicados. El resumen de los parámetros empleados se muestra en la Tabla 7.1. La discretización del fuste se realizó en ocho tramos iguales de 10 m con la finalidad de que coincidieran

con las ménsulas de la chimenea. Los parámetros introducidos en la interfaz gráfica se muestran en la Figura 7.57.

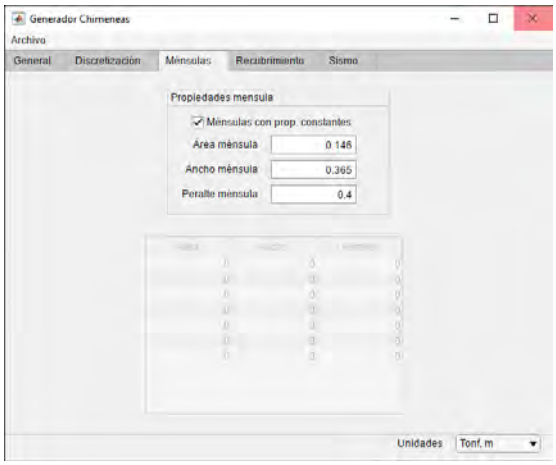
TABLA 7.1: Parámetros publicados en Durand, 1974

Parámetro	Valor
Altura	$H = 80\,\text{m}$
Resistencia del fuste	$f'c = 250\,\text{kg/cm}^2 (24.52\,\text{MPa})$
Esfuerzo de fluencia del acero	$f_y = 4000\,\text{kg/cm}^2 (392.4\,\text{MPa})$
Módulo de elasticidad	$E = 251\,000\,\text{kg/cm}^2 (24\,623.1\,\text{MPa})$
Diámetro interior superior	$D_{2,S} = 6.23\,\text{m}$
Diámetro interior inferior	$D_{2,I} = 8.25\,\text{m}$
Espesor superior	$t_S = 0.2\,\text{m}$
Espesor inferior	$t_I = 0.5\,\text{m}$
Espesor tabique refractario	$t_t = 0.22\,\text{m}$
Espesor liga de mortero	$t_m = 0.003\,\text{m}$
Espesor recubrimiento adicional	$t_r = 0.065\,\text{m}$
Peso volumétrico concreto	$\gamma_c = 2.4\,\text{tonf/m}^3 (23\,544\,\text{N/m}^3)$
Peso volumétrico tabique	$\gamma_t = 2.3\,\text{tonf/m}^3 (22\,563\,\text{N/m}^3)$
Peso volumétrico mortero	$\gamma_m = 2\,\text{tonf/m}^3 (19\,620\,\text{N/m}^3)$
Peso volumétrico recubrimiento	$\gamma_r = 0.55\,\text{tonf/m}^3 (5395.5\,\text{N/m}^3)$
Ancho de cámara de ventilación	$A_{CA} = 0.07\,\text{m}$
Ancho de ménsulas	$B_M = 0.365\,\text{m}$
Peralte de ménsulas	$H_M = 0.4\,\text{m}$

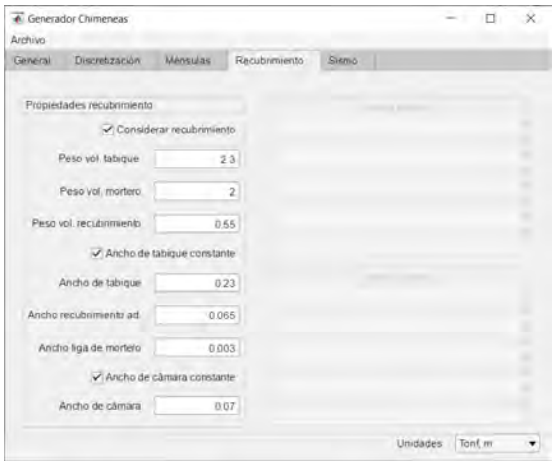


(A) Geometría (B) Discretización

FIGURA 7.57: Parámetros de modelado de la chimenea de 80 m



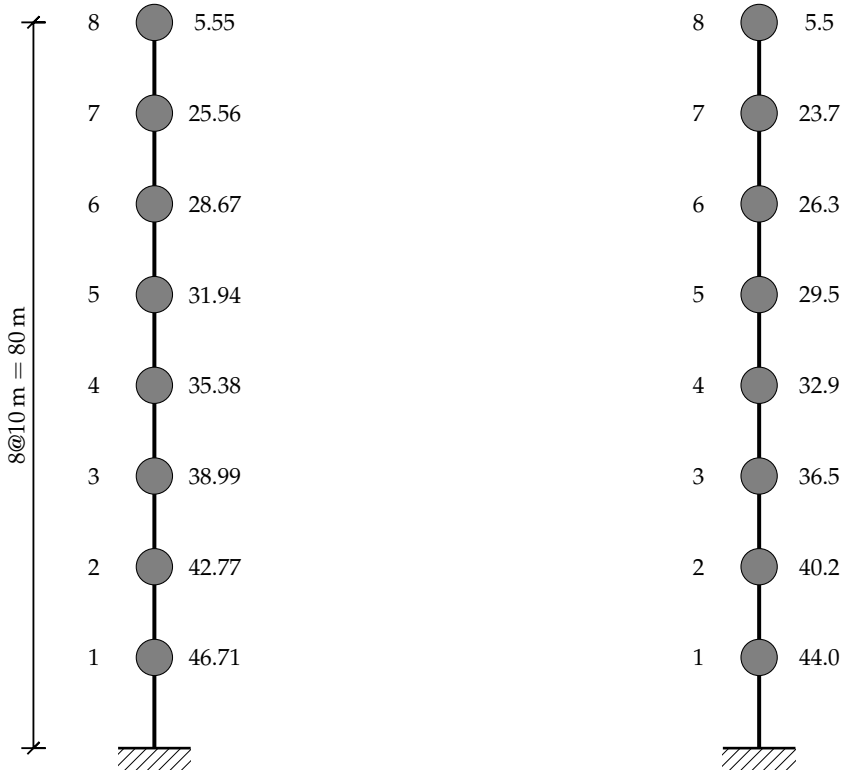
(C) Ménsulas



(D) Recubrimiento

FIGURA 7.57: Parámetros de modelado de la chimenea de 80 m (continuación)

Se ejecutó la rutina de Matlab, obteniendo las matrices de masas y rigidez global lateral de la chimenea. La comparación de la concentración final de masas obtenidas contra los resultados obtenidos en la Durand, 1974 se muestra en la Figura 7.58.



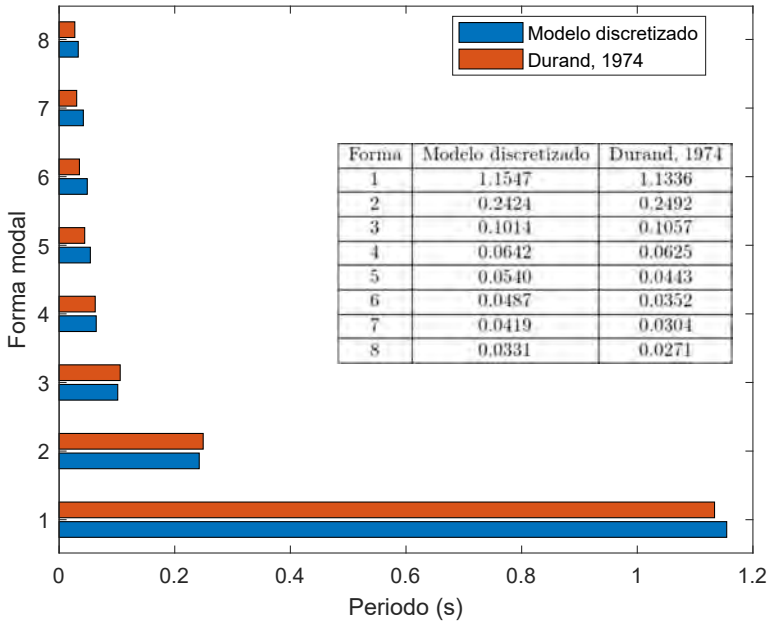
(a) Modelo discretizado

(b) Durand, 1974

FIGURA 7.58: Comparación de las masas concentradas con los resultados de Durand, 1974

La diferencia relativa entre las masas concentradas es de 7 %, lo cual muestra que el modelo elaborado reproduce con suficiente precisión las masas reportadas en Durand, 1974.

Se realizó un análisis modal de la estructura, determinando las frecuencias angulares y periodos. La Figura 7.59 muestra la comparativa entre los periodos obtenidos con el modelo discreto y los reportados en Durand, 1974.



Forma	Modelo discretizado	Durand, 1974
1	1.1547	1.1336
2	0.2424	0.2492
3	0.1014	0.1057
4	0.0642	0.0625
5	0.0540	0.0443
6	0.0487	0.0352
7	0.0419	0.0304
8	0.0331	0.0271

FIGURA 7.59: Comparación de los periodos con los resultados de Durand, 1974

La diferencia relativa entre periodos es de 2.6 %, por lo tanto, con base en los resultados obtenidos se valida el modelo realizado comparado con los resultados publicados en Durand, 1974.

Además, se elaboró un modelo elástico en el programa SAP2000 v14 para realizar una segunda verificación de los resultados. La Figura 7.60 muestra la geometría en isométrico del modelo.

El modelo se elaboró definiendo la sección inferior y superior del fuste, para generar una sección no prismática que interpolara la geometría variable de la estructura. Se utilizó el mismo módulo de elasticidad empleado para calibrar al modelo discreto. La altura se discretizó en 8 barras de 10 m de altura, y sobre los nodos correspondientes se colocaron las masas concentradas del recubrimiento interior. La base se consideró empotrada. Se obtuvieron los parámetros dinámicos del modelo, la Figura 7.61 muestra la comparativa entre los periodos obtenidos con el modelo discreto.

La diferencia relativa entre periodos es de 4.7 %, que se acepta dentro de la tolerancia y, con base en los resultados obtenidos, se valida el modelo discreto realizado.

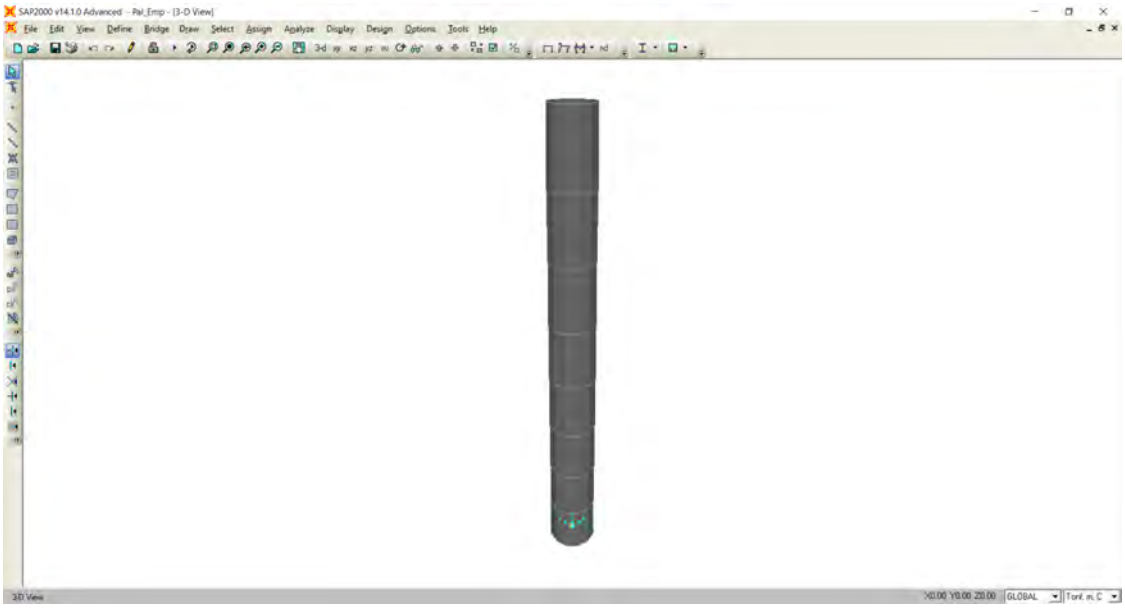
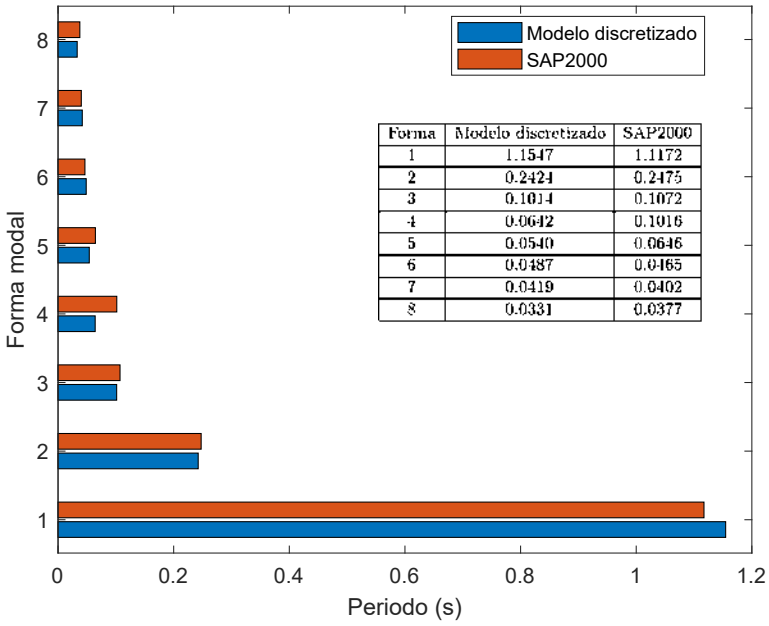


FIGURA 7.60: Modelo de la chimenea en SAP2000



Forma	Modelo discretizado	SAP2000
1	1.1547	1.1172
2	0.2424	0.2475
3	0.1014	0.1072
4	0.0642	0.1016
5	0.0540	0.0646
6	0.0487	0.0465
7	0.0419	0.0402
8	0.0331	0.0377

FIGURA 7.61: Comparación de los periodos con el modelo de SAP2000

7.4. Modelo de vigas de flexión y cortante acopladas

7.4.1. Modelo continuo

Diversos trabajos han encontrado que es posible modelar una estructura con base fija empleando un modelo continuo de dos vigas de flexión y cortante acopladas como el

mostrado en la Figura 7.62, (Miranda, 1999; Miranda y Reyes, 2002; Miranda y Taghavi, 2005; Taghavi y Miranda, 2005; Reinoso y Miranda, 2005; Miranda y Akkar, 2006; Arredondo, Reinoso y Miranda, 2004; Hernández, 2014).

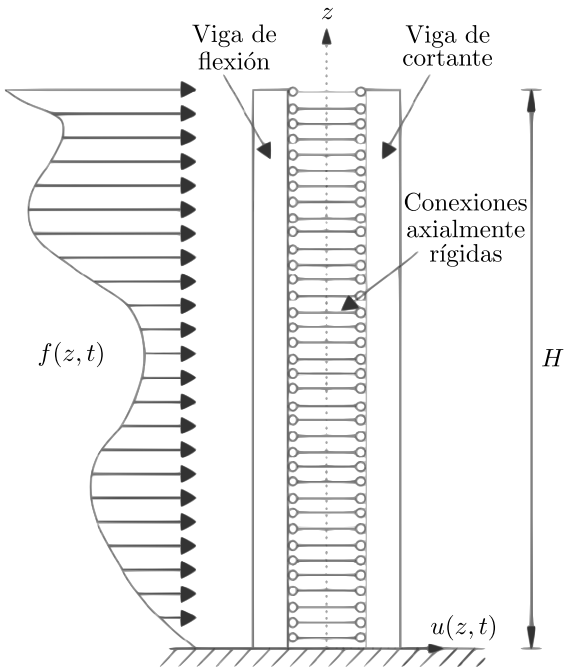


FIGURA 7.62: Modelo continuo de vigas acopladas con base fija. Adaptado de Huergo y Hernández, 2019a

La ecuación de movimiento del modelo continuo es

$$\frac{\bar{m}(\bar{z})}{EI_0}\frac{\partial^2 u(\bar{z},t)}{\partial t^2}+\frac{\bar{c}(\bar{z})}{EI_0}\frac{\partial u(\bar{z},t)}{\partial t}+\frac{1}{H^4}\frac{\partial^2}{\partial \bar{z}^2}\left(\frac{EI(\bar{z})}{EI_0}\frac{\partial^2 u(\bar{z},t)}{\partial \bar{z}}^2\right)-\frac{\alpha_0^2}{H^4}\frac{\partial}{\partial \bar{z}}\left(\frac{GA_s(\bar{z})}{GA_{s,0}}\frac{\partial u(\bar{z},t)}{\partial \bar{z}}\right) = \frac{f(\bar{z},t)}{EI_0}, \quad (7.2)$$

donde $\bar{z}$ es la altura de interés normalizada con respecto a la altura de la estructura; $\bar{m}(\bar{z})$ es la masa por unidad de longitud de la estructura; H es la altura total de la estructura; $u(\bar{z},t)$ es el desplazamiento lateral en la altura $\bar{z}$ y en el tiempo t; $EI(\bar{z})$ es la rigidez a flexión de la viga de flexión; EI_0 es la rigidez a flexión de la viga de flexión en la base de la estructura; $GA_s(\bar{z})$ es la rigidez efectiva a cortante de la viga de cortante; $GA_{s,0}$ es la rigidez efectiva a cortante de la viga de cortante en la base de la estructura; $\bar{c}(\bar{z})$ es el coeficiente de amortiguamiento por unidad de longitud de la estructura; $f(\bar{z},t)$ es la fuerza externa por unidad de longitud de la estructura; y α_0 es el parámetro adimensional que relaciona la relación de rigidez lateral en la base de la estructura.

Considerando a la masa y rigidez constantes en la altura de la estructura, la Ecuación 7.2 se reescribe como

$$\frac{\bar{m}}{EI}\frac{\partial^2 u(\bar{z},t)}{\partial t^2}+\frac{\bar{c}}{EI}\frac{\partial u(\bar{z},t)}{\partial t}+\frac{1}{H^4}\frac{\partial^4 u(\bar{z},t)}{\partial \bar{z}^4}-\frac{\alpha^2}{H^4}\frac{\partial^2 u(\bar{z},t)}{\partial \bar{z}^2}=\frac{f(\bar{z},t)}{EI}, \tag{7.3}$$

donde la relación de rigidez lateral se define como

$$\alpha = H\sqrt{\frac{GA_s}{EI}}. \tag{7.4}$$

Emplear un valor de $\alpha = 0$ es equivalente a una viga Bernoulli (comportamiento de flexión pura), y cuando $\alpha \to \infty$ es equivalente a un comportamiento de cortante puro. Se recomiendan valores de $0 \leq \alpha \leq 2$ para representar a edificios estructurados con muros de cortante o marcos contraventeados; valores de $1.5 \leq \alpha \leq 6$ para edificios con una combinación de marcos resistentes con muros de cortante o contraventeos; y valores de $5 \leq \alpha \leq 20$ para edificios formados por marcos, (Miranda y Reyes, 2002). Emplear un valor de $\alpha = 20$ representa un comportamiento muy cercano al de cortante puro, (Miranda y Reyes, 2002).

Las formas modales del modelo continuo están dadas por, (Miranda y Taghavi, 2005).

$$\phi_i(\bar{z}) = \sin(\gamma_i\bar{z}) - \frac{\gamma_i}{\beta_i}\sinh(\beta_i\bar{z}) - \eta_i\cos(\gamma_i\bar{z}) + \eta_i\cosh(\beta_i\bar{z}), \tag{7.5}$$

donde

$$\beta_i = \sqrt{\alpha^2+\gamma_i^2}, \tag{7.6}$$

$$\eta_i = \frac{\gamma_i^2\sin(\gamma_i)+\gamma_i\beta_i\sinh(\beta_i)}{\gamma_i^2\cos(\gamma_i)+\beta_i^2\cosh(\beta_i)}, \tag{7.7}$$

$$\bar{z} = z/H, \tag{7.8}$$

y γ_i es el eigenvalor del $i-$ésimo modo correspondiente a la $i-$ésima raíz de la Ecuación 7.9

$$2+\left(2+\frac{\alpha^4}{\gamma_i^2\beta_i^2}\right)\cos(\gamma_i)\cosh(\beta_i)+\left(\frac{\alpha^2}{\gamma_i\beta_i}\right)\sin(\gamma_i)\sinh(\beta_i)=0. \tag{7.9}$$

El porcentaje de participación de masas del $i-$ésimo modo se define como

$$m_{eff,i} = \frac{\left[\int_0^1 \phi_i(\bar{z})d\bar{z}\right]^2}{\int_0^1 \left[\phi_i(\bar{z})\right]^2 d\bar{z}}. \tag{7.10}$$

Considerando los primeros cinco modos de vibrar se obtiene una participación de 91.92 % para $\alpha = 0$; y de 95.96 % para $\alpha \to \infty$, (Huergo y Hernández, 2019a).

Los periodos del modelo continuo se obtienen mediante

$$T_i = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{EI}{\bar{m}H^4}\gamma_i^2\left(\gamma_i^2+\alpha^2\right)}}, \tag{7.11}$$

sin embargo, si se conoce el periodo del modo fundamental, los periodos de los modos superiores se determinan con la Ecuación 7.12, (Miranda y Taghavi, 2005).

$$T_i = \frac{T_1\gamma_1}{\gamma_i}\sqrt{\frac{\alpha^2+\gamma_1^2}{\alpha^2+\gamma_i^2}}. \tag{7.12}$$

Es posible determinar la respuesta dinámica del modelo continuo, asumiendo que el modelo tiene amortiguamiento proporcional, resolviendo la integral de Duhamel para determinar los desplazamientos y empleando diferenciación numérica para conocer la velocidad y la aceleración, (Huergo y Hernández, 2019a), sin embargo, en este trabajo no se emplea el modelo continuo para el modelado de la chimenea.

7.4.2. Modelo de elementos finitos con base fija

Existe un modelo discreto que permite reproducir los resultados obtenidos con el modelo continuo de dos vigas acopladas, llamado modelo discreto de vigas de flexión y cortante acopladas, el cual se muestra en la Figura 7.63, (Huergo y Hernández, 2019a).

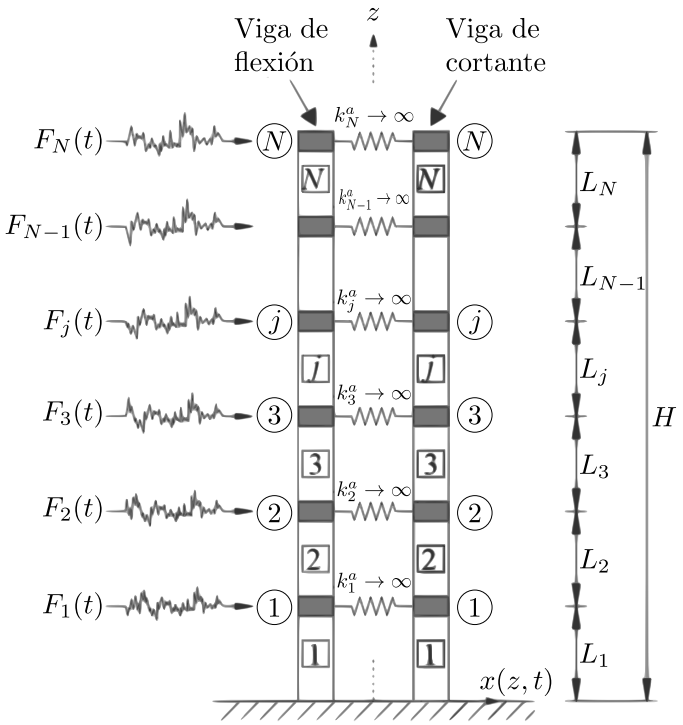


FIGURA 7.63: Modelo discreto de vigas acopladas con base fija. Adaptado de Huergo y Hernández, 2019a

El modelo discreto, o modelo de elementos finitos, consiste en dos vigas en paralelo, una de flexión y la otra de cortante, conectadas por un conjunto de elementos axiálmente rígidos que permiten la consideración de modos de deformación intermedios de comportamiento. Ambas vigas se discretizan en N elementos de longitud L_j, y se debe cumplir que $\sum_{j=1}^{N} L_j = H$. Los $j-$ésimos nodos de ambas vigas están conectados mediante un elemento axialmente rígido, k_j^a, que permite el acoplamiento en paralelo de las vigas. En cada $j-$ésimo nodo de la discretización se aplica una fuerza externa F_j.

Se considera que las masas del sistema son masas concentradas, obtenidas dividiendo la masa por unidad de longitud en dos partes iguales y aplicando la parte proporcional correspondiente a cada nodo. Las matrices de masas concentradas de la viga de flexión desacoplada y de la viga de cortante desacoplada están dadas por

$$[M_\Delta^F] = \begin{bmatrix} m_1^F & & \\ & \ddots & \\ & & m_N^F \end{bmatrix}, \tag{7.13}$$

$$[M_\Delta^S] = \begin{bmatrix} m_1^S & & \\ & \ddots & \\ & & m_N^S \end{bmatrix}, \tag{7.14}$$

donde m_j^F y m_j^S son el $j-$ésimo coeficiente de masa de la viga en flexión y cortante, respectivamente; y $j = 1, 2, \ldots, N$.

La matriz de rigidez del $j-$ésimo elemento de la viga de flexión es

$$[k_j^{EF}] = \begin{bmatrix} [k_{j,AA}^{EF}] & [k_{j,AB}^{EF}] \\ [k_{j,BA}^{EF}] & [k_{j,BB}^{EF}] \end{bmatrix} = \frac{EI}{L_j^3} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 & 6L_j \\ 6L_j & 4L_j^2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -12 & 6L_j \\ -6L_j & 2L_j^2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -12 & -6L_j \\ 6L_j & 2L_j^2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 12 & -6L_j \\ -6L_j & 4L_j^2 \end{bmatrix} \end{bmatrix}, \tag{7.15}$$

y la matriz de rigidez del $j-$ésimo elemento de la viga de cortante es

$$[k_j^{ES}] = \begin{bmatrix} [k_{j,AA}^{ES}] & [k_{j,AB}^{ES}] \\ [k_{j,BA}^{ES}] & [k_{j,BB}^{ES}] \end{bmatrix} = \frac{(EI)^S}{L_j^3(1+\delta)} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 & 6L_j \\ 6L_j & (4+\delta)L_j^2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -12 & 6L_j \\ -6L_j & (2-\delta)L_j^2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -12 & -6L_j \\ 6L_j & (2-\delta)L_j^2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 12 & -6L_j \\ -6L_j & (4+\delta)L_j^2 \end{bmatrix} \end{bmatrix}, \tag{7.16}$$

donde EI es la rigidez correspondiente al $j-$ésimo nivel de la estructura; y $(EI)^S$ es la rigidez de flexión equivalente del $j-$ésimo elemento de la viga de cortante. Considerando una rigidez lateral uniforme, EI se obtiene con

$$EI = \frac{4\pi^2 \bar{m} H^4}{T_1^2 \gamma_1^2 \left(\gamma_1^2 + \alpha^2\right)}, \tag{7.17}$$

y el coeficiente δ se obtiene con

$$\delta = \frac{3(EI)^S T_1^2 \gamma_1^2 \left(\gamma_1^2 + \alpha^2\right)}{\pi^2 \bar{m} \alpha^2 H^2 L_j^2}. \tag{7.18}$$

La matriz de rigidez global de cada viga desacoplada se obtiene ensamblando, como se realiza en el análisis con elementos finitos, las matrices de rigidez de cada elemento de la discretización. Se debe realizar una condensación de las matrices para obtener la matriz de rigidez ensamblada únicamente con los grados de libertad traslacionales activos. El resultado de la condensación es la matriz de rigidez de la viga de flexión desacoplada $[K_\Delta^F]_{N\times N}$; y la matriz de rigidez de la viga de cortante desacoplada $[K_\Delta^S]_{N\times N}$.

Se emplea el amortiguamiento de Rayleigh para cada viga desacoplada, para esto, se requiere conocer el porcentaje de amortiguamiento proporcional a los dos primeros modos de la estructura, ξ_1 y ξ_2. Las matrices de amortiguamiento se obtienen resolviendo el problema de eigenvalores con las matrices $[M_\Delta^F]$ y $[K_\Delta^F]$ para la viga de flexión desacoplada; y con las matrices $[M_\Delta^S]$ y $[K_\Delta^S]$ para la viga de cortante desacoplada obteniendo, respectivamente, las matrices de amortiguamiento de la viga de flexión desacoplada, $[C_\Delta^F]$, y de la viga de cortante desacoplada, $[C_\Delta^S]$.

La ecuación de movimiento del modelo discreto, en forma continua, está dada por

$$[M_{DM}]\{\ddot{X}_{DM}(t)\} + [C_{DM}]\{\dot{X}_{DM}(t)\} + [K_{DM}]\{X_{DM}(t)\} = \{F_{DM}(t)\}, \tag{7.19}$$

donde

$$[M_{DM}] = \begin{bmatrix} [M_\Delta^F]_{N\times N} & [0]_{N\times N} \\ [0]_{N\times N} & [M_\Delta^S]_{N\times N} \end{bmatrix}, \tag{7.20}$$

$$[C_{DM}] = \begin{bmatrix} [C_\Delta^F]_{N\times N} & [0]_{N\times N} \\ [0]_{N\times N} & [C_\Delta^S]_{N\times N} \end{bmatrix}, \tag{7.21}$$

$$[K_{DM}] = \begin{bmatrix} [K_\Delta^F]_{N\times N} & [0]_{N\times N} \\ [0]_{N\times N} & [K_\Delta^S]_{N\times N} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [K^A] & -[K^A] \\ -[K^A] & [K^A] \end{bmatrix}, \tag{7.22}$$

$$[K^A] = \begin{bmatrix} k_1^a \to \infty & & \\ & \ddots & \\ & & k_N^a \to \infty \end{bmatrix}, \tag{7.23}$$

$$\{X_{DM}(t)\} = \{x_1^F(t) \quad \cdots \quad x_N^F(t) \quad x_1^S(t) \quad \cdots \quad x_N^S(t)\}^T, \tag{7.24}$$

los coeficientes x_j^F y x_j^S son los desplazamientos laterales del j-ésimo nodo de la viga de flexión y de cortante, respectivamente.

La función de fuerzas externas depende del origen de la excitación. Para el caso del análisis con una excitación en la base es

$$\{F_{DM}(t)\} = -M_{DM}\ddot{X}_g(t), \tag{7.25}$$

donde $\ddot{X}_g(t)$ es la aceleración del terreno. Para el análisis considerando excitaciones en las masas, la función de fuerzas externas es

$$\{F_{DM}(t)\} = \{F_1^F(t) \quad \cdots \quad F_N^F(t) \quad F_1^S(t) \quad \cdots \quad F_N^S(t)\}^T, \tag{7.26}$$

$$F_j^F(t) = F_j^S(t) = \frac{F_j(t)}{2}. \tag{7.27}$$

El porcentaje de participación de masas del i-ésimo modo de vibrar del modelo acoplado es

$$m_{eff,i} = \frac{p_i^2}{\bar{m}H}, \tag{7.28}$$

donde el factor de participación modal del i-ésimo modo es

$$p_i = \frac{\{\phi_i\}^T [M_{DM}] \{1\}_{2N\times 1}}{\{\phi_i\}^T [M_{DM}] \{\phi_i\}}. \tag{7.29}$$

El vector de formas modales ϕ, se obtiene al resolver el problema de eigenvalores y eigenvectores asociados al sistema acoplado, $[M_{DM}]$ y $[K_{DM}]$.

Es posible realizar la solución de la ecuación de movimiento empleando cualquiera de los métodos presentados en el Capítulo 3, sin embargo, en este trabajo se emplea la solución con la formulación variable estado empleando el integrador RK6-I.

7.4.3. Modelo de elementos finitos con base fija y TMDs

Una de las ventajas de emplear el modelo discreto de las vigas acopladas con base fija es la posibilidad de incluir dispositivos de control de la respuesta. Se han realizado intentos para relacionar las frecuencias de vibrar con la altura del edificio, considerando un acoplamiento en serie, de los modelos continuo y discreto, (Wu y Chou, 1999; Hijmissen y Van Horssen, 2007; Ricciardelli, 1999; Liu et. al., 2008; Lewandowski y Grzymisławska, 2009; Elias y Matsagar, 2014; Elias, Matsagar y Datta, 2016).

Uno de los trabajos recientes logró incluir dispositivos de control en el modelo con base fija discreto considerando un acoplamiento en paralelo, (Huergo y Hernández, 2019a). El modelo discreto con TMDs se muestra en la Figura 7.64.

Los parámetros de la masa del n-ésimo TMD son

$$C_{m,i} = \int_0^1 \phi_i^2(\bar{z})d\bar{z}, \tag{7.30}$$

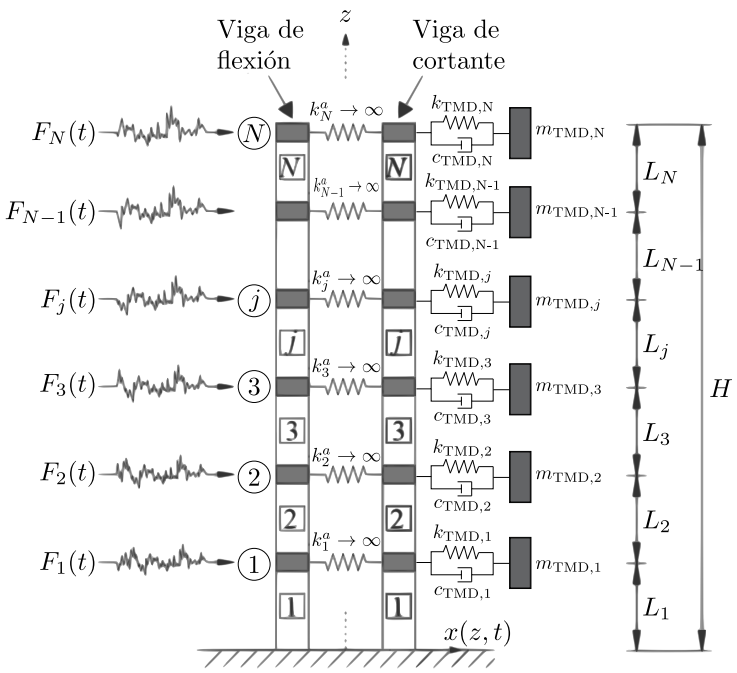


FIGURA 7.64: Modelo discreto de vigas acopladas con base fija y TMDs. Adaptado de Huergo y Hernández, 2019a

$$\bar{z}_n^* = \frac{z_n^*}{H}, \tag{7.31}$$

$$\tilde{m}_{e,i} = \frac{\bar{m} H C_{m,i}}{\phi_i^2\left(\bar{z}_n^*\right)}, \tag{7.32}$$

$$\mu = \frac{m_{\text{TMD},n}}{\tilde{m}_{e,i}}, \tag{7.33}$$

donde $C_{m,i}$ es el coeficiente de masa efectiva del i-ésimo modo del modelo continuo; $\phi(\bar{z})$ es el i-ésimo modo de vibrar del modelo continuo; z_n^* es la altura del n-ésimo TMD; $\bar{z}_n^*$ es la altura adimensional del n-ésimo TMD; $\bar{m}$ es la masa por unidad de longitud del edificio; $\phi(\bar{z}_n^*)$ es la amplitud modal en $\bar{z}_n^*$ del i-ésimo modo de vibrar; $m_{\text{TMD},n}$ es la masa del n-ésimo TMD; y $\tilde{m}_{e,i}$ es la masa modal efectiva en $\bar{z}_n^*$ del i-ésimo modo del modelo continuo.

Una forma alternativa de determinar la relación de masas del TMD se obtiene empleando la Ecuación 7.28 para determinar la masa modal efectiva del i-ésimo modo en el modelo discreto y de esta, seleccionar el coeficiente asociado al nivel donde se encuentra ubicado el TMD.

Los parámetros que definen al TMD, (Bachmann et. al., 2012), se determinan con

$$T_{\text{TMD},n} = T_i(1+\mu), \tag{7.34}$$

$$k_{\mathrm{TMD},n} = m_{\mathrm{TMD},n}\left(\frac{2\pi}{T_{\mathrm{TMD},n}}\right)^2, \tag{7.35}$$

$$c_{\mathrm{TMD},n} = 2\xi_{\mathrm{TMD},n} m_{\mathrm{TMD},n}\left(\frac{2\pi}{T_{\mathrm{TMD},n}}\right), \tag{7.36}$$

$$\xi_{\mathrm{TMD},n} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)^3}}, \tag{7.37}$$

donde μ es la relación de masas entre el TMD y la masa efectiva en $\bar{z}_n^*$ del i-ésimo modo, con límites $1/50 \leq \mu \leq 1/15$; $T_{\mathrm{TMD},n}$ es el periodo del n-ésimo TMD; $k_{\mathrm{TMD},n}$ es la rigidez del n-ésimo TMD; $c_{\mathrm{TMD},n}$ es el coeficiente de amortiguamiento del n-ésimo TMD; y $\xi_{\mathrm{TMD},n}$ es el porcentaje de amortiguamiento óptimo del n-ésimo TMD.

Los coeficientes de masa, amortiguamiento y rigidez se distribuyen equitativamente en las vigas de flexión y cortante mediante

$$m^F_{TMD,n} = m^S_{TMD,n} = \frac{m_{TMD,n}}{2}, \tag{7.38}$$

$$c^F_{TMD,n} = c^S_{TMD,n} = \frac{c_{TMD,n}}{2}, \tag{7.39}$$

$$k^F_{TMD,n} = k^S_{TMD,n} = \frac{k_{TMD,n}}{2}, \tag{7.40}$$

donde $m_{TMD,n}$, $c_{TMD,n}$ y $k_{TMD,n}$, son los coeficientes de masa, amortiguamiento y rigidez del $n-$ésimo TMD, respectivamente; $m^F_{TMD,n}$, $c^F_{TMD,n}$ y $k^F_{TMD,n}$, son los coeficientes de masa, amortiguamiento y rigidez del $n-$ésimo TMD equivalente colocado en la viga de flexión, respectivamente; y $m^S_{TMD,n}$, $c^S_{TMD,n}$ y $k^S_{TMD,n}$, son los coeficientes de masa, amortiguamiento y rigidez del $n-$ésimo TMD equivalente colocado en la viga de cortante, respectivamente.

La ecuación de movimiento del modelo discreto con base fija incluyendo n TMDs es

$$[M_{DM}]\{\ddot{X}_{DM}(t)\} + [C_{DM}]\{\dot{X}_{DM}(t)\} + [K_{DM}]\{X_{DM}(t)\} = \{F_{DM}(t)\}, \tag{7.41}$$

donde

$$[M_{DM}] = \begin{bmatrix} [M^F_\Psi] & [0]_{(N+n)\times(N+n)} \\ [0]_{(N+n)\times(N+n)} & [M^S_\Psi] \end{bmatrix}, \tag{7.42}$$

$$M_{\Psi}^{F} = \begin{bmatrix} m_1^F & & & & & & \\ & \ddots & & & & & \\ & & m_N^F & & & & \\ & & & m_{TMD,1}^F & & & \\ & & & & \ddots & & \\ & & & & & m_{TMD,n}^F \end{bmatrix}, \tag{7.43}$$

$$M_{\Psi}^{S} = \begin{bmatrix} m_1^S & & & & & & \\ & \ddots & & & & & \\ & & m_N^S & & & & \\ & & & m_{TMD,1}^S & & & \\ & & & & \ddots & & \\ & & & & & m_{TMD,n}^S \end{bmatrix}, \tag{7.44}$$

$$[K_{DM}] = \begin{bmatrix} [K_{\Psi}^{F}] & [K_{\Psi}^{A}] \\ [K_{\Psi}^{A}] & [K_{\Psi}^{S}] \end{bmatrix}, \tag{7.45}$$

$$[K_{\Psi}^{F}] = \begin{bmatrix} [K_{\Delta}^{F}] + [K^{A}] + [K_{TMD}^{F}]' & -[K_{TMD}^{F}]'' \\ -[K_{TMD}^{F}]''^{T} & [K_{TMD}^{F}] \end{bmatrix}, \tag{7.46}$$

$$[K_{\Psi}^{S}] = \begin{bmatrix} [K_{\Delta}^{S}] + [K^{A}] + [K_{TMD}^{S}]' & -[K_{TMD}^{S}]'' \\ -[K_{TMD}^{S}]''^{T} & [K_{TMD}^{S}] \end{bmatrix}, \tag{7.47}$$

$$[K_{\Psi}^{A}] = \begin{bmatrix} -[K^{A}] & [0]_{N\times n} \\ [0]_{n\times N} & [0]_{n\times n} \end{bmatrix}, \tag{7.48}$$

$$[K_{TMD}^{F}] = \begin{bmatrix} k_{TMD,1}^F & & \\ & \ddots & \\ & & k_{TMD,n}^F \end{bmatrix}, \tag{7.49}$$

$$[K_{TMD}^{S}] = \begin{bmatrix} k_{TMD,1}^S & & \\ & \ddots & \\ & & k_{TMD,n}^S \end{bmatrix}, \tag{7.50}$$

$$[C_{DM}] = \begin{bmatrix} [C_{\Psi}^{F}] & [0]_{(N+n)\times(N+n)} \\ [0]_{(N+n)\times(N+n)} & [C_{\Psi}^{S}] \end{bmatrix}, \tag{7.51}$$

$$[C_{\Psi}^{F}] = \begin{bmatrix} [C_{\Delta}^{F}] + [C_{TMD}^{F}]' & -[C_{TMD}^{F}]'' \\ -[C_{TMD}^{F}]''^{T} & [C_{TMD}^{F}] \end{bmatrix}, \tag{7.52}$$

$$[C_{\Psi}^{S}] = \begin{bmatrix} [C_{\Delta}^{S}] + [C_{TMD}^{S}]' & -[C_{TMD}^{S}]'' \\ -[C_{TMD}^{S}]''^{T} & [C_{TMD}^{S}] \end{bmatrix}, \tag{7.53}$$

$$[C^F_{TMD}] = \begin{bmatrix} c^F_{TMD,1} & & \\ & \ddots & \\ & & c^F_{TMD,n} \end{bmatrix}, \tag{7.54}$$

$$[C^S_{TMD}] = \begin{bmatrix} c^S_{TMD,1} & & \\ & \ddots & \\ & & c^S_{TMD,n} \end{bmatrix}. \tag{7.55}$$

Las matrices $[K^F_{TMD}]'$, $[K^S_{TMD}]'$, $[C^F_{TMD}]'$ y $[C^S_{TMD}]'$ son de tamaño $N \times N$ y están formadas por ceros y, en el $i-$ésimo elemento de la diagonal correspondiente al nivel donde se encuentra colocado el $j-$ésimo TMD, se colocará su coeficiente de rigidez o de amortiguamiento correspondiente, de manera semejante al proceso de ensamblado empleado en el método de las rigideces. Las matrices $[K^F_{TMD}]''$, $[K^S_{TMD}]''$, $[C^F_{TMD}]''$, $[C^S_{TMD}]''$ son de tamaño $N \times n$, para obtenerlas, se deben formar las matrices $[K^F_{TMD}]'$, $[K^S_{TMD}]'$, $[C^F_{TMD}]'$ y $[C^S_{TMD}]'$ y de éstas se eliminarán las columnas de las matrices cuyas entradas en la diagonal sean ceros.

La función de fuerzas externas dependerá del origen de la excitación. Para el caso del análisis con una excitación en la base será

$$\{F_{DM}(t)\} = -M_{DM}\ddot{X}_g(t), \tag{7.56}$$

donde $\ddot{X}_g(t)$ es la aceleración del terreno. Para el análisis considerando excitaciones en las masas, la función de fuerzas externas es

$$\{F_{DM}(t)\} = \{F^F_1(t) \quad \cdots \quad F^F_N(t) \quad \{0\}_{1\times n} \quad F^S_1(t) \quad \cdots \quad F^S_N(t) \quad \{0\}_{1\times n}\}^T, \tag{7.57}$$

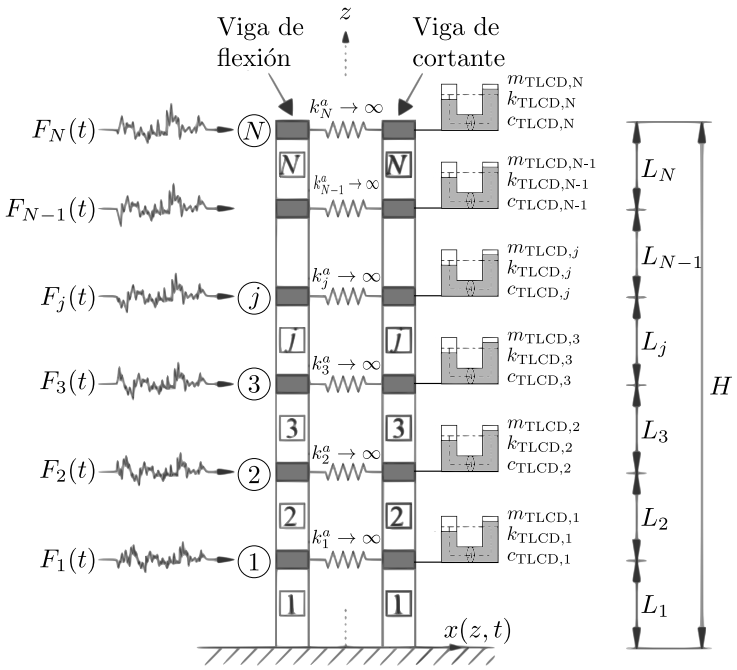
$$F^F_j(t) = F^S_j(t) = \frac{F_j(t)}{2}. \tag{7.58}$$

En Huergo y Hernández, 2019a, se propone emplear la formulación variable estado con integración directa para resolver la ecuación de movimiento, sin embargo, gracias a lo presentado en el Capítulo 3, se empleará la formulación de variable estado con el integrador RK6-I.

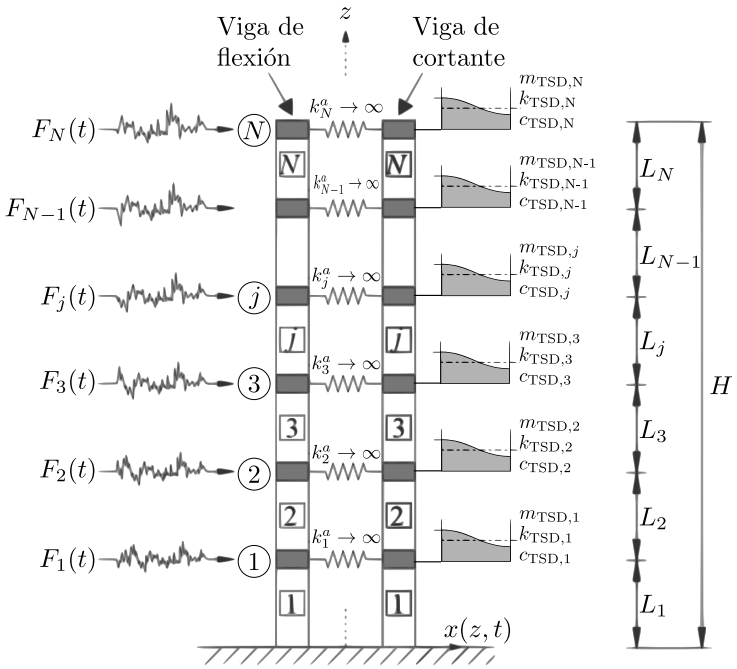
7.4.4. Modelo de elementos finitos con base fija y TLDs

Emplear el modelo discreto de las dos vigas acopladas permite hacer manipulaciones en el mismo con la finalidad de incorporar dispositivos de control como se estudió en Huergo y Hernández, 2019a. Otro de los dispositivos de control que puede incorporarse al modelo discreto son los amortiguadores de líquidos sintonizados. Existen diversas formas de amortiguadores de líquidos sintonizados, sin embargo, este trabajo se centra en el empleo de los TLCSD, cuyo funcionamiento, diseño, propiedades que lo definen y modelado se detalla en la Sección 5.4. El modelo discreto de las dos vigas acopladas

visto en las dos direcciones en las que puede colocarse un TLCSD se muestra en la Figura 7.65.



(A) TLCD



(B) TSD

FIGURA 7.65: Modelo discreto de vigas acopladas con base fija y TLDs

El principio básico para el funcionamiento de un amortiguador de líquidos sintonizados es su colocación en alguno de los niveles de la estructura. Tal dispositivo cuenta con

tres propiedades fundamentales en cada dirección en la que se oriente: una masa, un amortiguamiento y una rigidez. Las propiedades son distintas, dependiendo del dispositivo que está actuando, sin embargo, se generalizaron, con el subíndice genérico TLD, a fin de deducir las fórmulas de integración con el modelo de las dos vigas acopladas, ya que se realiza de la misma forma indistintamente de la orientación del dispositivo. Si el modelo tuviese n TLDs, se tendrán en total $3n$ coeficientes con las propiedades de cada amortiguador. Los coeficientes de masas, rigidez y amortiguamiento que se colocarán en las matrices del modelo de elementos finitos con base fija para el $n-$ésimo TLD son

$$m^F_{TLD,n} = m^S_{TLD,n} = \frac{m_{TLD,n}}{2}, \tag{7.59}$$

$$c^F_{TLD,n} = c^S_{TLD,n} = \frac{c_{TLD,n}}{2}, \tag{7.60}$$

$$k^F_{TLD,n} = k^S_{TLD,n} = \frac{k_{TLD,n}}{2}, \tag{7.61}$$

donde $m_{TLD,n}$, $c_{TLD,n}$ y $k_{TLD,n}$, son los coeficientes de masa, amortiguamiento y rigidez del $n-$ésimo TLD, respectivamente, que se determinan con la Ecuación 7.62 para el TLCD; y con la Ecuación 7.63 para el TSD; $m^F_{TLD,n}$, $c^F_{TLD,n}$ y $k^F_{TLD,n}$, son los coeficientes de masa, amortiguamiento y rigidez del $n-$ésimo TLD equivalente colocado en la viga de flexión, respectivamente; $m^S_{TLD,n}$, $c^S_{TLD,n}$ y $k^S_{TLD,n}$, son los coeficientes de masa, amortiguamiento y rigidez del $n-$ésimo TLD equivalente colocado en la viga de cortante, respectivamente. En los parámetros que definen al n-ésimo TLD, ρ_n es la densidad del líquido; A_n es el área transversal de la columna de líquido; $L_{e,n}$ es la longitud total de la columna de líquido; g es la aceleración de la gravedad; $\xi_{TLCD,n}$ es el porcentaje de amortiguamiento del TLCD; $L_{w,n}$ es el ancho del TSD; h_n es la altura de líquido; t_n es el espesor del TLCD, $\xi_{TSD,n}$ es el porcentaje de amortiguamiento del TSD; $\beta = 8L_{w,n}\tanh(\pi h_n/L_{w,n})/(\pi^3 h_n)$; y $\omega_{TLCD,n}$ es la frecuencia natural del TSD. Los coeficientes de amortiguamiento y frecuencias dependen de la excitación de la estructura y su determinación se realiza atendiendo a las recomendaciones realizadas en la Sección 5.4.

$$m_{TLD,n} = \rho_n A_n L_{e,n}, \quad c_{TLD,n} = 2\rho_n A_n L_{e,n}\sqrt{\frac{2g}{L_{e,n}}}\xi_{TLCD,n}, \quad k_{TLD,n} = 2\rho_n g A_n, \tag{7.62}$$

$$m_{TLD,n} = 2\beta_n\rho_n L_{w,n} h_n t_n, \quad c_{TLD,n} = 4\beta_n\rho_n L_{w,n} h_n t_n \xi_{TSD,n}\omega_{TSD,n},$$
$$k_{TLD,n} = 2\beta_n\rho_n L_{w,n} h_n t_n \omega^2_{TSD,n}. \tag{7.63}$$

En la literatura se han propuesto una variedad de distintas formulaciones para el modelado de los amortiguadores de líquido sintonizados en una estructura, (Balendra, Wang y Cheong, 1995; Wu, Chang y Lin, 2009; Gao, Kwok y Samali, 1997; Gao, Kwok y Samali, 1999; Xue, Ko y Xu, 2000; Won, Pires y Haroun, 1996; Chaiseri et. al., 1989; Banerji et. al.,

2000; Sun, Fujino y Koga, 1995; Tait, Isyumov y Damatty, 2008; Yu, Wakahara y Reed, 1999). Un trabajo previo que estudió la integración entre el modelo de elementos finitos con base fija y TMDs, (Huergo y Hernández, 2019a), emplea una formulación similar a la propuesta en Yu, Wakahara y Reed, 1999, donde las matrices de masas se encuentran desacopladas, y se acoplan las matrices de rigidez y amortiguamiento de la estructura. Durante la calibración del modelo de elementos finitos con TLDs, se intentaron integrar las matrices empleando las distintas formulaciones propuestas en la literatura para un sistema convencional, resultando incompatibles con el modelo de elementos finitos, con excepción de la formulación propuesta en Yu, Wakahara y Reed, 1999. A continuación se describe el proceso de integración de modelo de elementos finitos con un conjunto de n TLDs.

La integración de los TLDs al modelo de elementos finitos se tratará como n grados de libertad más en el modelo, la matriz de masas se considerará desacoplada por lo que está definida mediante

$$[M_{DM}] = \begin{bmatrix} [M_\Psi^F] & [0]_{(N+n)\times(N+n)} \\ [0]_{(N+n)\times(N+n)} & [M_\Psi^S] \end{bmatrix}, \tag{7.64}$$

donde N es el total de grados de libertad de la viga de flexión o de cortante y n es el total de TLDs. Las matrices $[M_\Psi^F]$ y $[M_\Psi^S]$ se definen como

$$M_\Psi^F = \begin{bmatrix} m_1^F & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & m_N^F & & & \\ & & & m_{TLD,1}^F & & \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & m_{TLD,n}^F \end{bmatrix}, \tag{7.65}$$

$$M_\Psi^S = \begin{bmatrix} m_1^S & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & m_N^S & & & \\ & & & m_{TLD,1}^S & & \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & m_{TLD,n}^S \end{bmatrix}. \tag{7.66}$$

Las matrices de rigideces se encuentran acopladas entre sí, es decir, que la matriz tiene la forma

$$[K_{DM}] = \begin{bmatrix} [K_\Psi^F] & [K_\Psi^A] \\ [K_\Psi^A] & [K_\Psi^S] \end{bmatrix}, \tag{7.67}$$

donde

$$[K_{\Psi}^{F}] = \begin{bmatrix} [K_{\Delta}^{F}] + [K^{A}] + [K_{TLD}^{F}]' & -[K_{TLD}^{F}]'' \\ -[K_{TLD}^{F}]''^{T} & [K_{TLD}^{F}] \end{bmatrix}, \tag{7.68}$$

$$[K_{\Psi}^{S}] = \begin{bmatrix} [K_{\Delta}^{S}] + [K^{A}] + [K_{TLD}^{S}]' & -[K_{TLD}^{S}]'' \\ -[K_{TLD}^{S}]''^{T} & [K_{TLD}^{S}] \end{bmatrix}, \tag{7.69}$$

$$[K_{\Psi}^{A}] = \begin{bmatrix} -[K^{A}] & [0]_{N\times n} \\ [0]_{n\times N} & [0]_{n\times n} \end{bmatrix}, \tag{7.70}$$

$$[K_{TLD}^{F}] = \begin{bmatrix} k_{TLD,1}^{F} & & \\ & \ddots & \\ & & k_{TLD,n}^{F} \end{bmatrix}, \tag{7.71}$$

$$[K_{TLD}^{S}] = \begin{bmatrix} k_{TLD,1}^{S} & & \\ & \ddots & \\ & & k_{TLD,n}^{S} \end{bmatrix}. \tag{7.72}$$

Las matrices $[K_{TLD}^{F}]'$ y $[K_{TLD}^{S}]'$ son de tamaño $N \times N$ y están formadas por ceros y, en el $i-$ésimo elemento de la diagonal correspondiente al nivel donde se encuentra colocado el $j-$ésimo TLD, se colocará su coeficiente de rigidez correspondiente de manera semejante al proceso de ensamblado empleado en el método de las rigideces. Las matrices $[K_{TLD}^{F}]''$ y $[K_{TLD}^{S}]''$ son de tamaño $N \times n$, para obtenerlas, se deben formar las matrices $[K_{TLD}^{F}]'$ y $[K_{TLD}^{S}]'$ y de éstas se eliminarán las columnas de las matrices cuyas entradas en la diagonal son ceros.

Las matrices de amortiguamiento, al igual que las de rigideces, también se encuentran acopladas, teniendo la forma

$$[C_{DM}] = \begin{bmatrix} [C_{\Psi}^{F}] & [0]_{(N+n)\times(N+n)} \\ [0]_{(N+n)\times(N+n)} & [C_{\Psi}^{S}] \end{bmatrix}, \tag{7.73}$$

donde

$$[C_{\Psi}^{F}] = \begin{bmatrix} [C_{\Delta}^{F}] + [C_{TLD}^{F}]' & -[C_{TLD}^{F}]'' \\ -[C_{TLD}^{F}]''^{T} & [C_{TLD}^{F}] \end{bmatrix}, \tag{7.74}$$

$$[C_{\Psi}^{S}] = \begin{bmatrix} [C_{\Delta}^{S}] + [C_{TLD}^{S}]' & -[C_{TLD}^{S}]'' \\ -[C_{TLD}^{S}]''^{T} & [C_{TLD}^{S}] \end{bmatrix}, \tag{7.75}$$

$$[C_{TLD}^{F}] = \begin{bmatrix} c_{TLD,1}^{F} & & \\ & \ddots & \\ & & c_{TLD,n}^{F} \end{bmatrix}, \tag{7.76}$$

$$[C^S_{TLD}] = \begin{bmatrix} c^S_{TLD,1} & & \\ & \ddots & \\ & & c^S_{TLD,n} \end{bmatrix}. \tag{7.77}$$

Las matrices $[C^F_{TLD}]'$ y $[C^S_{TLD}]'$; y $[C^F_{TLD}]''$ y $[C^S_{TLD}]''$ se obtienen de manera semejante al procedimiento descrito para las matrices de rigideces.

La ecuación de movimiento del modelo de elementos finitos con TLDs en forma continua está dada por

$$[M_{DM}]\{\ddot{X}_{DM}(t)\} + [C_{DM}]\{\dot{X}_{DM}(t)\} + [K_{DM}]\{X_{DM}(t)\} = \{F_{DM}(t)\}, \tag{7.78}$$

donde

$$\{X_{DM}(t)\} = \{\{X^F_\Psi(t)\} \quad \{X^S_\Psi(t)\}\}^T, \tag{7.79}$$

$$\{X^F_\Psi(t)\} = \{x^F_1(t) \quad \cdots \quad x^F_N(t) \quad x^F_{\text{TLD},1}(t) \quad \cdots \quad x^F_{\text{TLD},n}(t)\}, \tag{7.80}$$

$$\{X^S_\Psi(t)\} = \{x^S_1(t) \quad \cdots \quad x^S_N(t) \quad x^S_{\text{TLD},1}(t) \quad \cdots \quad x^S_{\text{TLD},n}(t)\}. \tag{7.81}$$

La función de fuerzas externas depende del origen de la excitación. Para el caso del análisis con una excitación en la base es

$$\{F_{DM}(t)\} = -M_{DM}\ddot{X}_g(t), \tag{7.82}$$

donde $\ddot{X}_g(t)$ es la aceleración del terreno. Para el análisis considerando excitaciones en las masas, la función de fuerzas externas es

$$\{F_{DM}(t)\} = \{F^F_1(t) \quad \cdots \quad F^F_N(t) \quad \{0\}_{1\times n} \quad F^S_1(t) \quad \cdots \quad F^S_N(t) \quad \{0\}_{1\times n}\}^T, \tag{7.83}$$

$$F^F_j(t) = F^S_j(t) = \frac{F_j(t)}{2}. \tag{7.84}$$

La ecuación de movimiento se resuelve empleando la formulación variable estado con el integrador RK6-I.

7.4.5. Modelo de elementos finitos con base fija y péndulos

Existen diferentes formas en las que pueden colocarse amortiguadores de masas sintonizadas en las estructuras, una de ellas es colocarlas mediante masas suspendidas sujetadas por un cable cuya longitud permite que vibren en resonancia con la estructura. Por esta razón los amortiguadores pendulares son considerados como un tipo especial de TMDs. Se ha observado su aplicación en una gran variedad de estructuras, donde suele colocarse un solo péndulo en la parte superior de la estructura y se sintoniza con el periodo fundamental de la estructura, sin embargo, matemáticamente es posible distribuir una gran cantidad de péndulos a lo largo de la estructura, lo cual está limitado físicamente a las restricciones de espacio de la estructura real. La Figura 7.66 muestra el modelo discreto de las dos vigas acopladas con amortiguadores pendulares.

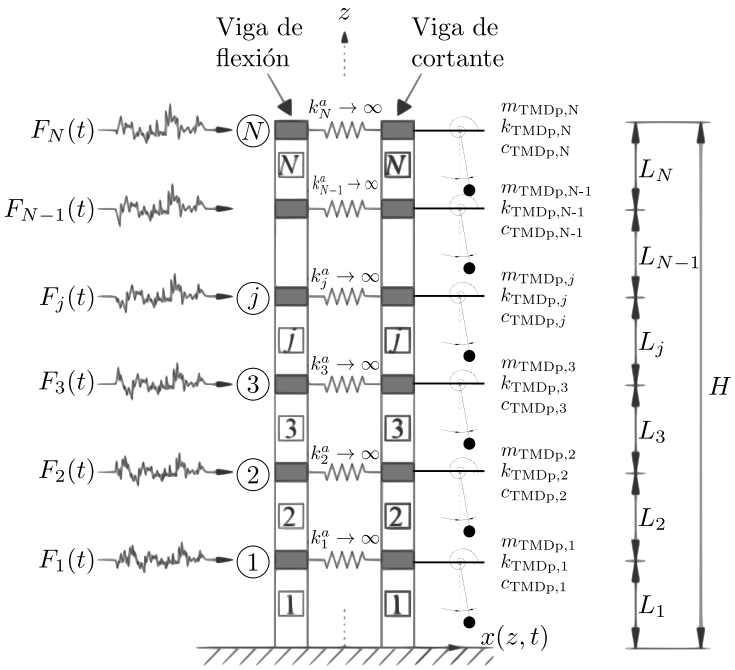


FIGURA 7.66: Modelo discreto de vigas acopladas con base fija y péndulos

Los TMDs pendulares se definen por sus masas, rigideces y amortiguamiento; y si el modelo tuviese n TMDs pendulares, se tendrán en total $3n$ coeficientes con las propiedades para cada péndulo. Los coeficientes de masas, rigidez y amortiguamiento que se colocarán en las matrices del modelo de elementos finitos con base fija para el $n-$ésimo péndulo son

$$m^F_{TMDp,n} = m^S_{TMDp,n} = \frac{m_{TMDp,n}}{2}, \tag{7.85}$$

$$c^F_{TMDp,n} = c^S_{TMDp,n} = \frac{c_{TMDp,n}}{2}, \tag{7.86}$$

$$k^F_{TMDp,n} = k^S_{TMDp,n} = \frac{k_{TMDp,n}}{2}, \tag{7.87}$$

donde $m_{TMDp,n}$, $c_{TMDp,n}$ y $k_{TMDp,n}$, son los coeficientes de masa, amortiguamiento y rigidez del $n-$ésimo péndulo, respectivamente, determinados con la Ecuación 7.88; $m^F_{TMDp,n}$, $c^F_{TMDp,n}$ y $k^F_{TMDp,n}$, son los coeficientes de masa, amortiguamiento y rigidez del $n-$ésimo péndulo equivalente colocado en la viga de flexión, respectivamente; y $m^S_{TMDp,n}$, $c^S_{TMDp,n}$ y $k^S_{TMDp,n}$, son los coeficientes de masa, amortiguamiento y rigidez del $n-$ésimo péndulo equivalente colocado en la viga de cortante, respectivamente. En las propiedades del n-ésimo péndulo, $M_{p,n}$ es la masa suspendida; L_n es la longitud del cable; $\omega_{p,n}$ es la frecuencia natural del péndulo; $\xi_{p,n}$ es el porcentaje de amortiguamiento del péndulo; y g es la aceleración de la gravedad. El procedimiento sugerido para la determinación de los parámetros depende de la ubicación de la excitación y del tipo de respuesta a controlar, su desarrollo se presenta en la Sección 5.5.

$$m_{TMDp,n} = M_{p,n}L_n^2, \qquad c_{TMDp,n} = 2M_{p,n}L_n^2\omega_{p,n}\xi_{p,n}, \qquad k_{TMDp,n} = K_{p,n} + M_{p,n}gL_n. \tag{7.88}$$

Un trabajo previo presenta las bases que permiten realizar la integración entre el modelo de elementos finitos con base fija y TMDs, (Huergo y Hernández, 2019a). Debido a que los péndulos son un tipo especial de TMDs, se empleará una analogía semejante a la presentada para la integración de los péndulos y el modelo de elementos finitos. Las matrices de masas se consideran desacopladas, y se acoplan las matrices de rigideces y amortiguamiento de la estructura con los coeficientes respectivos de los péndulos. A continuación se describirá el proceso de acoplamiento de modelo de elementos finitos con un conjunto de n péndulos.

La integración de los péndulos al modelo de elementos finitos se tratará como n grados de libertad más en el modelo, la matriz de masas está desacoplada y se define mediante

$$[M_{DM}] = \begin{bmatrix} [M^F_\Psi] & [0]_{(N+n)\times(N+n)} \\ [0]_{(N+n)\times(N+n)} & [M^S_\Psi] \end{bmatrix}, \tag{7.89}$$

donde N es el total de grados de libertad de la viga de flexión o de cortante; y n es el total de péndulos. Las matrices $[M^F_\Psi]$ y $[M^S_\Psi]$ se definen como

$$M^F_\Psi = \begin{bmatrix} m^F_1 & & & & & & \\ & \ddots & & & & & \\ & & m^F_N & & & & \\ & & & m^F_{TMDp,1} & & & \\ & & & & \ddots & & \\ & & & & & m^F_{TMDp,n} \end{bmatrix}, \tag{7.90}$$

$$M_{\Psi}^{S} = \begin{bmatrix} m_1^S & & & & & & \\ & \ddots & & & & & \\ & & m_N^S & & & & \\ & & & m_{TMDp,1}^S & & & \\ & & & & \ddots & & \\ & & & & & m_{TMDp,n}^S \end{bmatrix}. \tag{7.91}$$

Las matrices de rigideces se encuentran acopladas entre sí, es decir, que la matriz tiene la forma

$$[K_{DM}] = \begin{bmatrix} [K_{\Psi}^{F}] & [K_{\Psi}^{A}] \\ [K_{\Psi}^{A}] & [K_{\Psi}^{S}] \end{bmatrix}, \tag{7.92}$$

donde

$$[K_{\Psi}^{F}] = \begin{bmatrix} [K_{\Delta}^{F}] + [K^{A}] + [K_{TMDp}^{F}]' & -[K_{TMDp}^{F}]'' \\ -[K_{TMDp}^{F}]''^{T} & [K_{TMDp}^{F}] \end{bmatrix}, \tag{7.93}$$

$$[K_{\Psi}^{S}] = \begin{bmatrix} [K_{\Delta}^{S}] + [K^{A}] + [K_{TMDp}^{S}]' & -[K_{TMDp}^{S}]'' \\ -[K_{TMDp}^{S}]''^{T} & [K_{TMDp}^{S}] \end{bmatrix}, \tag{7.94}$$

$$[K_{\Psi}^{A}] = \begin{bmatrix} -[K^{A}] & [0]_{N\times n} \\ [0]_{n\times N} & [0]_{n\times n} \end{bmatrix}, \tag{7.95}$$

$$[K_{TMDp}^{F}] = \begin{bmatrix} k_{TMDp,1}^{F} & & \\ & \ddots & \\ & & k_{TMDp,n}^{F} \end{bmatrix}, \tag{7.96}$$

$$[K_{TMDp}^{S}] = \begin{bmatrix} k_{TMDp,1}^{S} & & \\ & \ddots & \\ & & k_{TMDp,n}^{S} \end{bmatrix}. \tag{7.97}$$

Las matrices $[K_{TMDp}^{F}]'$ y $[K_{TMDp}^{S}]'$ son de tamaño $N \times N$ y están formadas por ceros y, en el $i-$ésimo elemento de la diagonal correspondiente al nivel donde se encuentra colocado el $j-$ésimo péndulo, se colocará su coeficiente de rigidez correspondiente de manera semejante al proceso de ensamblado empleado en el método de las rigideces. Las matrices $[K_{TMDp}^{F}]''$ y $[K_{TMDp}^{S}]''$ son de tamaño $N \times n$, para obtenerlas, se deben formar las matrices $[K_{TMDp}^{F}]'$ y $[K_{TMDp}^{S}]'$ y de éstas se eliminarán las columnas de las matrices cuyas entradas en la diagonal son ceros.

Las matrices de amortiguamiento, al igual que las de rigideces, también se encuentran acopladas, teniendo la forma

$$[C_{DM}] = \begin{bmatrix} [C_{\Psi}^{F}] & [0]_{(N+n)\times(N+n)} \\ [0]_{(N+n)\times(N+n)} & [C_{\Psi}^{S}] \end{bmatrix}, \tag{7.98}$$

donde

$$[C_{\Psi}^{F}] = \begin{bmatrix} [C_{\Delta}^{F}] + [C_{TMDp}^{F}]' & -[C_{TMDp}^{F}]'' \\ -[C_{TMDp}^{F}]''^{T} & [C_{TMDp}^{F}] \end{bmatrix}, \tag{7.99}$$

$$[C_{\Psi}^{S}] = \begin{bmatrix} [C_{\Delta}^{S}] + [C_{TMDp}^{S}]' & -[C_{TMDp}^{S}]'' \\ -[C_{TMDp}^{S}]''^{T} & [C_{TMDp}^{S}] \end{bmatrix}, \tag{7.100}$$

$$[C_{TMDp}^{F}] = \begin{bmatrix} c_{TMDp,1}^{F} & & \\ & \ddots & \\ & & c_{TMDp,n}^{F} \end{bmatrix}, \tag{7.101}$$

$$[C_{TMDp}^{S}] = \begin{bmatrix} c_{TMDp,1}^{S} & & \\ & \ddots & \\ & & c_{TMDp,n}^{S} \end{bmatrix}. \tag{7.102}$$

Las matrices $[C_{TMDp}^{F}]'$ y $[C_{TMDp}^{S}]'$; y $[C_{TMDp}^{F}]''$ y $[C_{TMDp}^{S}]''$ se obtienen de manera semejante al procedimiento descrito para las matrices de rigideces.

La ecuación de movimiento del modelo de elementos finitos con péndulos en forma continua está dada por

$$[M_{DM}]\{\ddot{X}_{DM}(t)\} + [C_{DM}]\{\dot{X}_{DM}(t)\} + [K_{DM}]\{X_{DM}(t)\} = \{F_{DM}(t)\}, \tag{7.103}$$

donde

$$\{X_{DM}(t)\} = \{\{X_{\Psi}^{F}(t)\} \quad \{X_{\Psi}^{S}(t)\}\}^{T}, \tag{7.104}$$

$$\{X_{\Psi}^{F}(t)\} = \{x_{1}^{F}(t) \quad \cdots \quad x_{N}^{F}(t) \quad \theta_{\mathrm{TMDp},1}^{F}(t) \quad \cdots \quad \theta_{\mathrm{TMDp},n}^{F}(t)\}, \tag{7.105}$$

$$\{X_{\Psi}^{S}(t)\} = \{x_{1}^{S}(t) \quad \cdots \quad x_{N}^{S}(t) \quad \theta_{\mathrm{TMDp},1}^{S}(t) \quad \cdots \quad \theta_{\mathrm{TMDp},n}^{S}(t)\}. \tag{7.106}$$

La función de fuerzas externas depende del origen de la excitación. Para el caso del análisis con una excitación en la base es

$$\begin{aligned} \{F_{DM}(t)\} = -M_{DM}\{\{\ddot{X}_{g,1}(t)^{F} \quad \cdots \quad \ddot{X}_{g,N}(t)^{F} \quad \ddot{X}_{gp,1}(t)^{F} \quad \cdots \quad \ddot{X}_{gp,n}(t)^{F}\} \\ \{\ddot{X}_{g,1}(t)^{S} \quad \cdots \quad \ddot{X}_{g,N}(t)^{S} \quad \ddot{X}_{gp,1}(t)^{S} \quad \cdots \quad \ddot{X}_{gp,n}(t)^{S}\}\}^{T}, \end{aligned} \tag{7.107}$$

donde

$$\ddot{X}_{g,1}(t)^F = \cdots = \ddot{X}_{g,N}(t)^F = \ddot{X}_{g,1}(t)^S = \cdots = \ddot{X}_{g,N}(t)^S = \ddot{X}_g(t), \tag{7.108}$$

y

$$\ddot{X}_{gp,i}(t)^F = \ddot{X}_{gp,i}(t)^S = \frac{\ddot{X}_g(t)}{L_i}, \tag{7.109}$$

donde $\ddot{X}_g(t)$ es la aceleración del terreno; y L_i es la longitud del $i-$ésimo péndulo. Para el análisis considerando excitaciones en las masas, la función de fuerzas externas es

$$\{F_{DM}(t)\} = \{F_1^F(t) \quad \cdots \quad F_N^F(t) \quad \{0\}_{1\times n} \quad F_1^S(t) \quad \cdots \quad F_N^S(t) \quad \{0\}_{1\times n,}\}^T \tag{7.110}$$

$$F_j^F(t) = F_j^S(t) = \frac{F_j(t)}{2}. \tag{7.111}$$

La ecuación de movimiento se resuelve empleando la formulación variable estado con el integrador RK6-I.

7.4.6. Modelo de elementos finitos con base flexible

Una de las ventajas de emplear el modelo discreto de las dos vigas acopladas es que permite incorporar la interacción de la cimentación en el análisis dinámico. La interacción de un estrato de suelo con la estructura es modelada en el plano empleando tres resortes: uno axial, uno lateral y uno rotacional, sin embargo, al realizar análisis lateral suele despreciarse la vibración axial, (Cruz y Miranda, 2016; Berg, 2012; Cheng y Heaton, 2015; Taciroglu, Ghahari y Abazarsa, 2017; Liu et. al., 2008; Salvi, Pioldi y Rizzi, 2018; Elias, 2019). En Huergo y Hernández, 2019b se presenta al modelo de las vigas de flexión y cortante acopladas incluyendo interacción suelo-estructura. El modelo discreto de las vigas acopladas incluyendo interacción suelo-estructura se muestra en la Figura 7.67.

Para incorporar la interacción suelo-estructura, al modelo discreto de las vigas acopladas con base fija se le agregan dos grados de libertad más: uno traslacional caracterizado por la masa de la cimentación, m_0, la rigidez lateral, k_t, y un coeficiente de amortiguamiento, c_t; y uno rotacional, caracterizado por el momento de inercia de la cimentación, $I_{m,0}$, una rigidez rotacional, k_θ, y un coeficiente de amortiguamiento, c_θ. En consecuencia el modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible es una evolución del modelo con base fija.

En la literatura existen formulas para determinar los coeficientes de rigidez y amortiguamiento de la cimentación, en este trabajo se emplean los propuestos en Gazetas, 1991, que son:

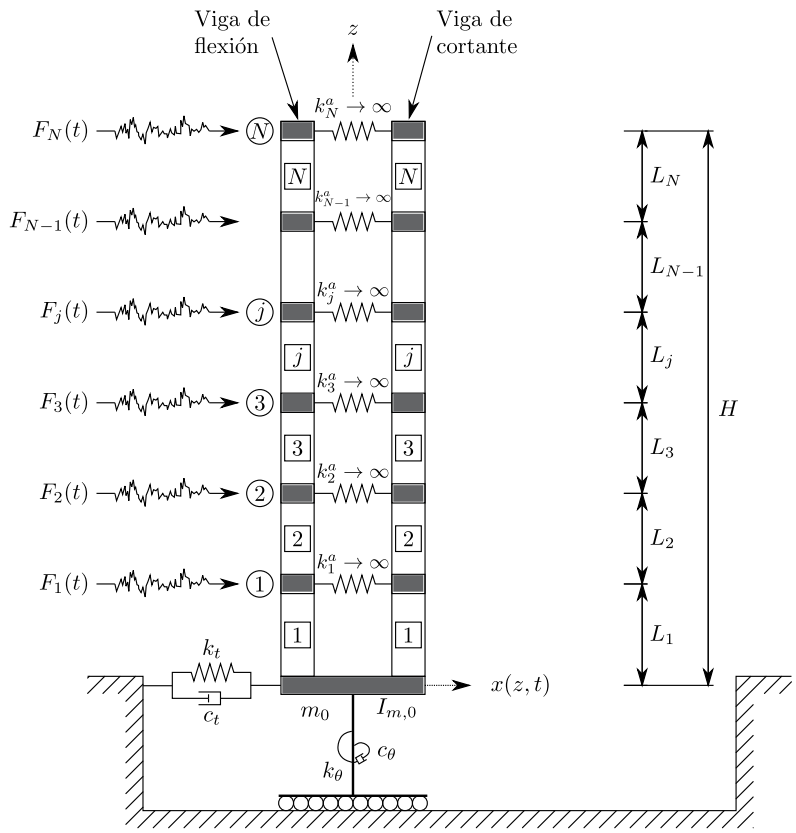


FIGURA 7.67: Modelo discreto de vigas acopladas con base flexible. Adaptado de Huergo y Hernández, 2019b

$$k_t = \frac{8 G_s r_0}{2 - \nu_s}, \tag{7.112}$$

$$k_\theta = \frac{8 G_s r_0^3}{3\,(1 - \nu_s)}, \tag{7.113}$$

$$c_t = \frac{4.6 \rho_s V_s r_0^2}{2 - \nu_s}, \tag{7.114}$$

$$c_\theta = \frac{0.4 \rho_s V_s r_0^4}{1 - \nu_s}, \tag{7.115}$$

con

$$G_s = \frac{E_s}{2\,(1 + \nu_s)} \tag{7.116}$$

$$V_s = \sqrt{\frac{G_s}{\rho_s}} \tag{7.117}$$

donde G_s es el módulo cortante del suelo; r_0 es el radio de la cimentación; ν_s es la relación de Poisson del suelo; ρ_s es la densidad del suelo; V_s es la velocidad de ondas de cortante del suelo; y E_s es el módulo de elasticidad del suelo.

Las matrices de rigidez y amortiguamiento de la cimentación se encuentran desacopladas entre sí y de la estructura, y se reparten en las vigas del modelo discreto como

$$[C_S^F] = [C_S^S] = \begin{bmatrix} \frac{c_\theta}{2} & \\ & \frac{c_t}{2} \end{bmatrix}, \tag{7.118}$$

$$[K_S^F] = [K_S^S] = \begin{bmatrix} \frac{k_\theta}{2} & \\ & \frac{k_t}{2} \end{bmatrix}. \tag{7.119}$$

La ecuación de movimiento del modelo discreto de las dos vigas con base flexible es

$$[M_{DM}]\{\ddot{X}_{DM}(t)\} + [C_{DM}]\{\dot{X}_{DM}(t)\} + [K_{DM}]\{X_{DM}(t)\} = \{F_{DM}(t)\}. \tag{7.120}$$

La matriz de masas del modelo discreto de las dos vigas con base flexible es

$$[M_{DM}] = \begin{bmatrix} [M_\Psi^F] & [0]_{(N+2)\times(N+2)} \\ [0]_{(N+2)\times(N+2)} & [M_\Psi^S] \end{bmatrix}, \tag{7.121}$$

donde

$$[M_\Psi^F] = \begin{bmatrix} \frac{I_{m,0}}{2} + \sum_{j=1}^N \left(\frac{I_{m,j}}{2} + m_j^F z_j^2 \right) & \sum_{j=1}^N m_j^F z_j & m_1^F z_1 & \cdots & m_N^F z_N \\ \sum_{j=1}^N m_j^F z_j & \frac{m_0}{2} + \sum_{j=1}^N m_j^F & m_1^F & \cdots & m_N^F \\ m_1^F z_1 & m_1^F & m_1^F & & \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \\ m_N^F z_N & m_N^F & & & m_N^F \end{bmatrix}, \tag{7.122}$$

$$[M_\Psi^S] = \begin{bmatrix} \frac{I_{m,0}}{2} + \sum_{j=1}^N \left(\frac{I_{m,j}}{2} + m_j^S z_j^2 \right) & \sum_{j=1}^N m_j^S z_j & m_1^S z_1 & \cdots & m_N^S z_N \\ \sum_{j=1}^N m_j^S z_j & \frac{m_0}{2} + \sum_{j=1}^N m_j^S & m_1^S & \cdots & m_N^S \\ m_1^S z_1 & m_1^S & m_1^S & & \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \\ m_N^S z_N & m_N^S & & & m_N^S \end{bmatrix}. \tag{7.123}$$

La matriz de amortiguamiento del modelo discreto de las dos vigas con base flexible es

$$[C_{DM}] = \begin{bmatrix} \left[C_{\Psi}^{F}\right] & [0]_{(N+2)\times(N+2)} \\ [0]_{(N+2)\times(N+2)} & \left[C_{\Psi}^{S}\right] \end{bmatrix}, \tag{7.124}$$

donde

$$\left[C_{\Psi}^{F}\right] = \begin{bmatrix} [C_{S}^{F}] & [0]_{2\times N} \\ [0]_{N\times 2} & [C_{\Delta}^{F}] \end{bmatrix}, \tag{7.125}$$

$$\left[C_{\Psi}^{S}\right] = \begin{bmatrix} [C_{S}^{S}] & [0]_{2\times N} \\ [0]_{N\times 2} & [C_{\Delta}^{S}] \end{bmatrix}. \tag{7.126}$$

La matriz de rigidez del modelo discreto de las dos vigas con base flexible es

$$[K_{DM}] = \begin{bmatrix} \left[K_{\Psi}^{F}\right] & \left[K_{\Psi}^{A}\right] \\ \left[K_{\Psi}^{A}\right] & \left[K_{\Psi}^{S}\right] \end{bmatrix}, \tag{7.127}$$

donde

$$[K_{\Psi}^{F}] = \begin{bmatrix} [K_{S}^{F}] & [0]_{2\times N} \\ [0]_{N\times 2} & [K_{\Delta}^{F}] + [K^{A}] \end{bmatrix} \tag{7.128}$$

$$[K_{\Psi}^{S}] = \begin{bmatrix} [K_{S}^{S}] & [0]_{2\times N} \\ [0]_{N\times 2} & [K_{\Delta}^{S}] + [K^{A}] \end{bmatrix} \tag{7.129}$$

$$[K_{\Psi}^{A}] = \begin{bmatrix} [0]_{2\times 2} & [0]_{2\times N} \\ [0]_{N\times 2} & -[K^{A}] \end{bmatrix} \tag{7.130}$$

Los grados de libertad del modelo discreto de las dos vigas con base flexible son

$$\{X_{DM}(t)\} = \{\{X_{\Psi}^{F}(t)\} \quad \{X_{\Psi}^{S}(t)\}\}^{T}, \tag{7.131}$$

$$\{X_{\Psi}^{F}(t)\} = \{\theta_{0}^{F} \quad x_{0}^{F} \quad x_{1}^{F}(t) \quad \cdots \quad x_{N}^{F}(t)\}, \tag{7.132}$$

$$\{X_{\Psi}^{S}(t)\} = \{\theta_{0}^{S} \quad x_{0}^{S} \quad x_{1}^{S}(t) \quad \cdots \quad x_{N}^{S}(t)\}, \tag{7.133}$$

donde θ_0 es el grado de libertad rotacional de la cimentación; y x_0 es el grado de libertad traslacional de la cimentación. Al considerar la interacción de la cimentación la respuesta obtenida en los nodos que discretizan a la viga es relativa, el desplazamiento total del j-ésimo nodo de la viga de flexión y de cortante, respectivamente, son

$$x_{\text{total},j}^{F} = x_{j}^{F} + x_{0}^{F} + z_{j}\theta_{0}^{F}, \tag{7.134}$$

$$x^S_{\text{total},j} = x^S_j + x^S_0 + z_j\theta^S_0. \tag{7.135}$$

La función de fuerzas externas depende del origen de la excitación. Para el caso del análisis con una excitación en la base es

$$\{F_{DM}(t)\} = -[M^*_{DM}]\ddot{X}_g(t), \tag{7.136}$$

con

$$[M^*_{DM}] = \begin{bmatrix} [M^F_\Xi] & [0]_{(N+2)\times(N+2)} \\ [0]_{(N+2)\times(N+2)} & [M^S_\Xi] \end{bmatrix}, \tag{7.137}$$

$$[M^F_\Xi] = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^N m^F_j z_j & & & & \\ & \frac{m_0}{2} + \sum_{j=1}^N m^F_j & & & \\ & & m^F_1 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & m^F_N \end{bmatrix}, \tag{7.138}$$

$$[M^S_\Xi] = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^N m^S_j z_j & & & & \\ & \frac{m_0}{2} + \sum_{j=1}^N m^S_j & & & \\ & & m^S_1 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & m^S_N \end{bmatrix}, \tag{7.139}$$

donde $\ddot{X}_g(t)$ es la aceleración del terreno. De acuerdo con Huergo y Hernández (2019b), para el análisis considerando excitaciones en las masas, la función de fuerzas externas es

$$\{F_{DM}(t)\} = \left\{ \sum_{j=1}^N \frac{z_j F_j(t)}{2} \quad \sum_{j=1}^N \frac{F_j(t)}{2} \quad F^F_1(t) \quad \cdots \quad F^F_N(t) \right. \\ \left. \sum_{j=1}^N \frac{z_j F_j(t)}{2} \quad \sum_{j=1}^N \frac{F_j(t)}{2} \quad F^S_1(t) \quad \cdots \quad F^S_N(t) \right\}^T, \tag{7.140}$$

$$F^F_j(t) = F^S_j(t) = \frac{F_j(t)}{2}. \tag{7.141}$$

La ecuación de movimiento se resuelve empleando la formulación variable estado con el integrador RK6-I.

7.4.7. Modelo de elementos finitos con base flexible y TMDs

Una de las estrategias para controlar la respuesta dinámica de una estructura con base flexible es emplear dispositivos de control pasivo como los amortiguadores de masas sintonizadas. En Huergo y Hernández, 2019b se presenta la estrategia de incorporación de amortiguadores de masas sintonizadas al modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible. El modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible y amortiguadores de masas sintonizadas se muestra en la Figura 7.68.

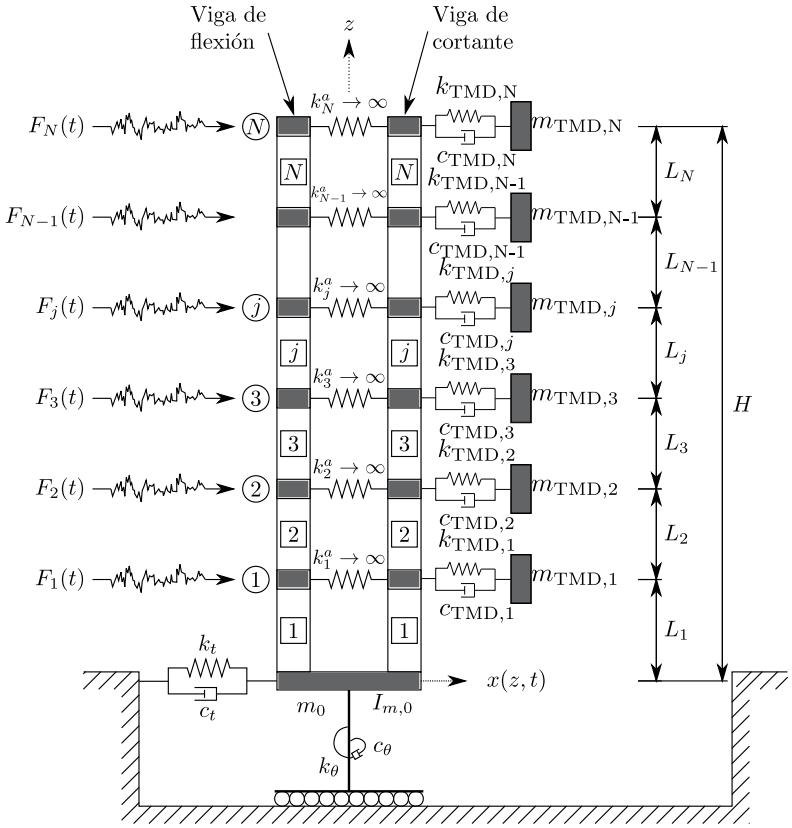


FIGURA 7.68: Modelo discreto de vigas acopladas con base flexible y TMDs. Adaptado de Huergo y Hernández, 2019b

La determinación de los parámetros de los TMDs se hace mediante las expresiones propuestas en Bachmann et. al., 2012, y presentadas en la Subsección 7.4.3. Para su determinación se debe conocer la masa modal efectiva del i-ésimo modo determinada por la Ecuación 7.28 del modelo discreto con base flexible, presentado en la Subsección 7.4.6. Dicho de otra manera, es un requisito elaborar primero el modelo discreto de las dos vigas con base flexible para determinar los parámetros modales.

Determinados los parámetros que definen a los n TMDs de la estructura, la ecuación de movimiento del modelo con base flexible es

$$[M_{DM}]\{\ddot{X}_{DM}(t)\} + [C_{DM}]\{\dot{X}_{DM}(t)\} + [K_{DM}]\{X_{DM}(t)\} = \{F_{DM}(t)\}. \tag{7.142}$$

La matriz de masas acoplada del modelo con base flexible y TMDs es

$$[M_{DM}] = \begin{bmatrix} [M_{\Psi}^{F}] & [0]_{(N+n+2)\times(N+n+2)} \\ [0]_{(N+n+2)\times(N+n+2)} & [M_{\Psi}^{S}] \end{bmatrix}, \tag{7.143}$$

donde

$$[M_{\Psi}^{F}] = \begin{bmatrix} [M_{0,0}^{F}] & [M_{0,B}^{F}] & [M_{0,\text{TMD}}^{F}] \\ [M_{0,B}^{F}]^{T} & [M_{\Delta}^{F}] & [0]_{N\times n} \\ [M_{0,\text{TMD}}^{F}] & [0]_{n\times N} & [M_{\text{TMD}}^{F}] \end{bmatrix}, \tag{7.144}$$

$$[M_{\Psi}^{S}] = \begin{bmatrix} [M_{0,0}^{S}] & [M_{0,B}^{S}] & [M_{0,\text{TMD}}^{S}] \\ [M_{0,B}^{S}]^{T} & [M_{\Delta}^{S}] & [0]_{N\times n} \\ [M_{0,\text{TMD}}^{S}] & [0]_{n\times N} & [M_{\text{TMD}}^{S}] \end{bmatrix}, \tag{7.145}$$

$$[M_{0,0}^{F}] = \begin{bmatrix} \frac{I_{m,0}}{2} + \sum_{j=1}^{N}\left(\frac{I_{m,j}}{2} + m_j^F z_j^2\right) + \sum_{j=1}^{n} m_{\text{TMD},j}^{F} z_{\text{TMD},j}^{2} & \sum_{j=1}^{N} m_j^F z_j + \sum_{j=1}^{n} m_{\text{TMD},j}^{F} z_{\text{TMD},j} \\ \sum_{j=1}^{N} m_j^F z_j + \sum_{j=1}^{n} m_{\text{TMD},j}^{F} z_{\text{TMD},j} & \frac{m_0}{2} + \sum_{j=1}^{N} m_j^F + \sum_{j=1}^{n} m_{\text{TMD},j}^{F} \end{bmatrix}, \tag{7.146}$$

$$[M_{0,B}^{F}] = \begin{bmatrix} m_1^F z_1 & \cdots & m_N^F z_N \\ m_1^F & \cdots & m_N^F \end{bmatrix}, \tag{7.147}$$

$$[M_{0,\text{TMD}}^{F}] = \begin{bmatrix} m_{\text{TMD},1}^{F} z_{\text{TMD},1} & \cdots & m_{\text{TMD},n}^{F} z_{\text{TMD},n} \\ m_{\text{TMD},1}^{F} & \cdots & m_{\text{TMD},n}^{F} \end{bmatrix}, \tag{7.148}$$

$$[M_{\text{TMD}}^{F}] = \begin{bmatrix} m_{\text{TMD},1}^{F} & & \\ & \ddots & \\ & & m_{\text{TMD},n}^{F} \end{bmatrix}, \tag{7.149}$$

$$[M_{0,0}^{S}] = \begin{bmatrix} \frac{I_{m,0}}{2} + \sum_{j=1}^{N}\left(\frac{I_{m,j}}{2} + m_j^S z_j^2\right) + \sum_{j=1}^{n} m_{\text{TMD},j}^{S} z_{\text{TMD},j}^{2} & \sum_{j=1}^{N} m_j^S z_j + \sum_{j=1}^{n} m_{\text{TMD},j}^{S} z_{\text{TMD},j} \\ \sum_{j=1}^{N} m_j^S z_j + \sum_{j=1}^{n} m_{\text{TMD},j}^{S} z_{\text{TMD},j} & \frac{m_0}{2} + \sum_{j=1}^{N} m_j^S + \sum_{j=1}^{n} m_{\text{TMD},j}^{S} \end{bmatrix}, \tag{7.150}$$

$$[M_{0,B}^{S}] = \begin{bmatrix} m_1^S z_1 & \cdots & m_N^S z_N \\ m_1^S & \cdots & m_N^S \end{bmatrix}, \tag{7.151}$$

$$[M_{0,\text{TMD}}^{S}] = \begin{bmatrix} m_{\text{TMD},1}^{S} z_{\text{TMD},1} & \cdots & m_{\text{TMD},n}^{S} z_{\text{TMD},n} \\ m_{\text{TMD},1}^{S} & \cdots & m_{\text{TMD},n}^{S} \end{bmatrix}, \tag{7.152}$$

$$[M^S_{\text{TMD}}] = \begin{bmatrix} m^S_{\text{TMD},1} & & \\ & \ddots & \\ & & m^S_{\text{TMD},n} \end{bmatrix}. \tag{7.153}$$

La matriz de amortiguamiento del modelo con base flexible y TMDs es

$$[C_{DM}] = \begin{bmatrix} \left[C^F_\Psi\right] & [0]_{(N+n+2)\times(N+n+2)} \\ [0]_{(N+n+2)\times(N+n+2)} & \left[C^S_\Psi\right] \end{bmatrix}, \tag{7.154}$$

$$\left[C^F_\Psi\right] = \begin{bmatrix} [C^F_S] & [0]_{2\times N} & [0]_{2\times n} \\ [0]_{N\times 2} & [C^F_\Delta] & [0]_{N\times n} \\ [0]_{n\times 2} & [0]_{n\times N} & [C^F_{\text{TMD}}] \end{bmatrix}, \tag{7.155}$$

$$\left[C^S_\Psi\right] = \begin{bmatrix} [C^S_S] & [0]_{2\times N} & [0]_{2\times n} \\ [0]_{N\times 2} & [C^S_\Delta] & [0]_{N\times n} \\ [0]_{n\times 2} & [0]_{n\times N} & [C^S_{\text{TMD}}] \end{bmatrix}. \tag{7.156}$$

La matriz de rigidez del modelo con base flexible y TMDs es

$$[K_{DM}] = \begin{bmatrix} \left[K^F_\Psi\right] & \left[K^A_\Psi\right] \\ \left[K^A_\Psi\right] & \left[K^S_\Psi\right] \end{bmatrix}, \tag{7.157}$$

$$[K^F_\Psi] = \begin{bmatrix} [K^F_S] & [0]_{2\times N} & [N]_{2\times n} \\ [0]_{N\times 2} & [K^F_\Delta] + [K^A] + [K^F_{\text{TMD}}]' & -[K^F_{\text{TMD}}]'' \\ [0]_{n\times 2} & -[K^F_{\text{TMD}}]''^T & [K^F_{\text{TMD}}] \end{bmatrix}, \tag{7.158}$$

$$[K^S_\Psi] = \begin{bmatrix} [K^S_S] & [0]_{2\times N} & [N]_{2\times n} \\ [0]_{N\times 2} & [K^S_\Delta] + [K^A] + [K^S_{\text{TMD}}]' & -[K^S_{\text{TMD}}]'' \\ [0]_{n\times 2} & -[K^S_{\text{TMD}}]''^T & [K^S_{\text{TMD}}] \end{bmatrix}, \tag{7.159}$$

$$[K^A_\Psi] = \begin{bmatrix} [0]_{2\times 2} & [0]_{2\times N} & [0]_{2\times n} \\ [0]_{N\times 2} & -[K^A] & [0]_{N\times n} \\ [0]_{n\times 2} & [0]_{n\times N} & [0]_{n\times n} \end{bmatrix}. \tag{7.160}$$

Los grados de libertad del modelo discreto con base flexible y TMDs son

$$\{X_{DM}(t)\} = \{\{X^F_\Psi(t)\} \quad \{X^S_\Psi(t)\}\}^T, \tag{7.161}$$

$$\{X^F_\Psi(t)\} = \{\theta^F_0(t) \quad x^F_0(t) \quad x^F_1(t) \quad \cdots \quad x^F_N(t) \quad x^F_{\text{TMD},1}(t) \quad \cdots \quad x^F_{\text{TMD},n}(t)\}, \tag{7.162}$$

$$\{X^S_\Psi(t)\} = \{\theta^S_0(t) \quad x^S_0(t) \quad x^S_1(t) \quad \cdots \quad x^S_N(t) \quad x^S_{\text{TMD},1}(t) \quad \cdots \quad x^S_{\text{TMD},n}(t)\}, \tag{7.163}$$

donde θ_0 es el grado de libertad rotacional de la cimentación; y x_0 es el grado de libertad traslacional de la cimentación. Al considerar la interacción de la cimentación la respuesta obtenida en los nodos que discretizan a la viga es relativa, el desplazamiento total del j-ésimo nodo de la viga de flexión y de cortante, respectivamente, son

$$x^F_{\text{total},j} = x^F_j + x^F_0 + z_j\theta^F_0, \tag{7.164}$$

$$x^S_{\text{total},j} = x^S_j + x^S_0 + z_j\theta^S_0. \tag{7.165}$$

La función de fuerzas externas depende del origen de la excitación. Para el caso del análisis con una excitación en la base es

$$\{F_{DM}(t)\} = -[M^*_{DM}]\ddot{X}_g(t), \tag{7.166}$$

con

$$[M^*_{DM}] = \begin{bmatrix} [M^F_\Xi] & [0]_{(N+n+2)\times(N+n+2)} \\ [0]_{(N+n+2)\times(N+n+2)} & [M^S_\Xi] \end{bmatrix}, \tag{7.167}$$

$$[M^F_\Xi] = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^N m^F_j z_j & & & & & & & \\ & \frac{m_0}{2} + \sum_{j=1}^N m^F_j & & & & & & \\ & & m^F_1 & & & & & \\ & & & \ddots & & & & \\ & & & & m^F_N & & & \\ & & & & & m^F_{\text{TMD},1} & & \\ & & & & & & \ddots & \\ & & & & & & & m^F_{\text{TMD},n} \end{bmatrix}, \tag{7.168}$$

$$[M^S_\Xi] = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^N m^S_j z_j & & & & & & & \\ & \frac{m_0}{2} + \sum_{j=1}^N m^S_j & & & & & & \\ & & m^S_1 & & & & & \\ & & & \ddots & & & & \\ & & & & m^S_N & & & \\ & & & & & m^S_{\text{TMD},1} & & \\ & & & & & & \ddots & \\ & & & & & & & m^S_{\text{TMD},n} \end{bmatrix}, \tag{7.169}$$

donde $\ddot{X}_g(t)$ es la aceleración del terreno. Para el análisis considerando excitaciones en las masas, la función de fuerzas externas es

$$\{F_{DM}(t)\} = \left\{ \sum_{j=1}^{N} \frac{z_j F_j(t)}{2} \quad \sum_{j=1}^{N} \frac{F_j(t)}{2} \quad F_1^F(t) \quad \cdots \quad F_N^F(t) \quad \{0\}_{1\times n} \right.$$
$$\left. \sum_{j=1}^{N} \frac{z_j F_j(t)}{2} \quad \sum_{j=1}^{N} \frac{F_j(t)}{2} \quad F_1^S(t) \quad \cdots \quad F_N^S(t) \quad \{0\}_{1\times n} \right\}^T, \tag{7.170}$$

$$F_j^F(t) = F_j^S(t) = \frac{F_j(t)}{2}. \tag{7.171}$$

La ecuación de movimiento se resuelve empleando la formulación variable estado con el integrador RK6-I.

7.4.8. Modelo de elementos finitos con base flexible y TLDs

Otra estrategia para controlar la respuesta dinámica de una estructura con base flexible es emplear amortiguadores de líquidos sintonizados. En la Subsección 7.4.4 se presenta la estrategia de incorporación de amortiguadores de líquidos sintonizados al modelo discreto de las vigas acopladas con base fija. La colocación y diseño de los amortiguadores al modelo discreto con base flexible es un proceso semejante al realizado con base fija y el proceso de dimensionamiento se detalla en la Sección 5.4. El modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible y TLDs se muestra en la Figura 7.69.

Para la determinación de los parámetros que definen a los TLDs, se debe conocer la masa modal efectiva del i-ésimo modo determinada por la Ecuación 7.28 del modelo discreto con base flexible, presentado en la Subsección 7.4.6. Es decir, se requiere elaborar primero el modelo discreto de las dos vigas con base flexible para determinar los parámetros modales necesarios para determinar las propiedades de los TLDs.

Determinados los parámetros que definen a los n TLDs de la estructura, la ecuación de movimiento del modelo con base flexible es

$$[M_{DM}]\{\ddot{X}_{DM}(t)\} + [C_{DM}]\{\dot{X}_{DM}(t)\} + [K_{DM}]\{X_{DM}(t)\} = \{F_{DM}(t)\}. \tag{7.172}$$

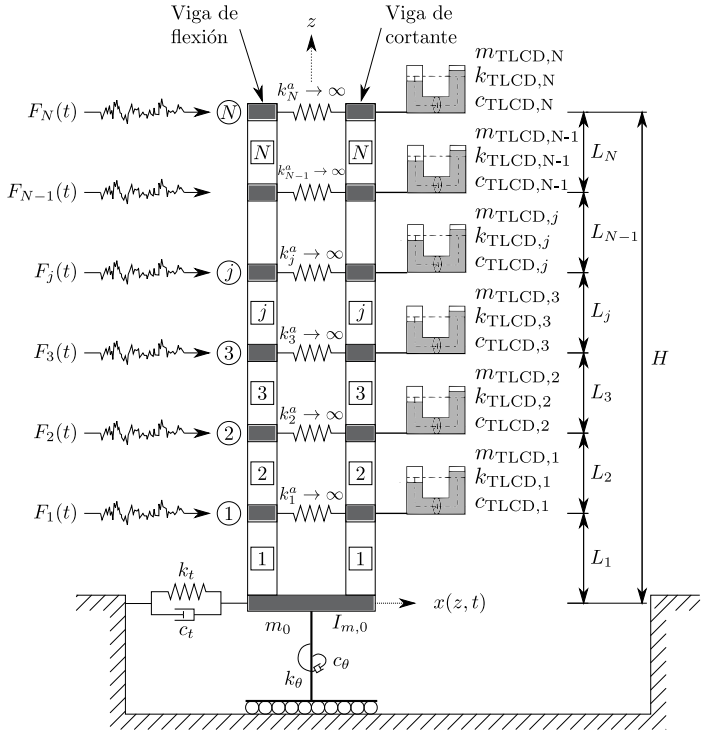
La matriz de masas acoplada del modelo con base flexible y TLDs es

$$[M_{DM}] = \begin{bmatrix} [M_\Psi^F] & [0]_{(N+n+2)\times(N+n+2)} \\ [0]_{(N+n+2)\times(N+n+2)} & [M_\Psi^S] \end{bmatrix}, \tag{7.173}$$

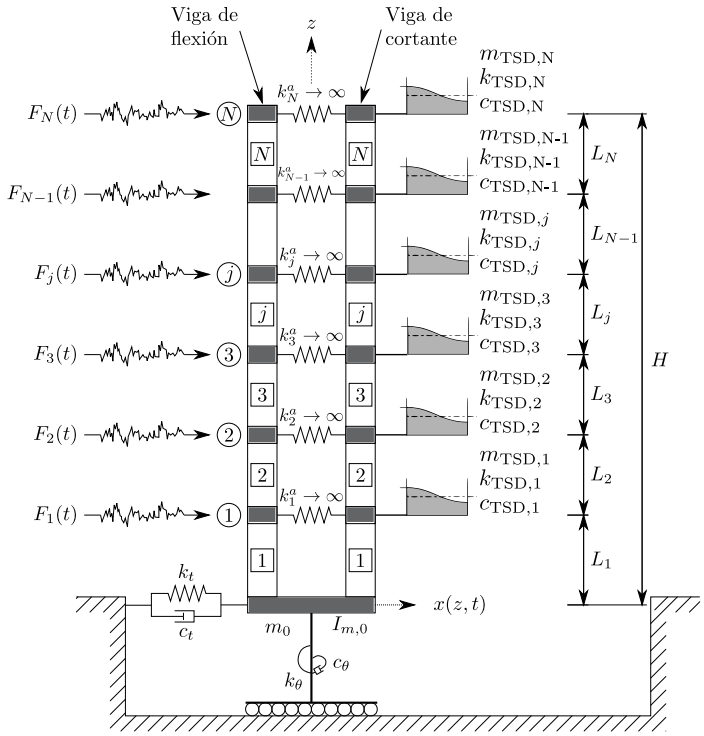
donde

$$[M_\Psi^F] = \begin{bmatrix} [M_{0,0}^F] & [M_{0,B}^F] & [M_{0,\mathrm{TLD}}^F] \\ [M_{0,B}^F]^T & [M_\Delta^F] & [0]_{N\times n} \\ [M_{0,\mathrm{TLD}}^F] & [0]_{n\times N} & [M_{\mathrm{TLD}}^F] \end{bmatrix}, \tag{7.174}$$

$$[M_\Psi^S] = \begin{bmatrix} [M_{0,0}^S] & [M_{0,B}^S] & [M_{0,\mathrm{TLD}}^S] \\ [M_{0,B}^S]^T & [M_\Delta^S] & [0]_{N\times n} \\ [M_{0,\mathrm{TLD}}^S] & [0]_{n\times N} & [M_{\mathrm{TLD}}^S] \end{bmatrix}, \tag{7.175}$$



(A) TLCD



(B) TSD

FIGURA 7.69: Modelo discreto de vigas acopladas con base flexible y TLDs

$$[M^F_{0,0}] = \begin{bmatrix} \frac{I_{m,0}}{2} + \sum_{j=1}^{N}\left(\frac{I_{m,j}}{2} + m^F_j z^2_j\right) + \sum_{j=1}^{n} m^F_{\text{TLD},j} z^2_{\text{TLD},j} & \sum_{j=1}^{N} m^F_j z_j + \sum_{j=1}^{n} m^F_{\text{TLD},j} z_{\text{TLD},j} \\ \sum_{j=1}^{N} m^F_j z_j + \sum_{j=1}^{n} m^F_{\text{TLD},j} z_{\text{TLD},j} & \frac{m_0}{2} + \sum_{j=1}^{N} m^F_j + \sum_{j=1}^{n} m^F_{\text{TLD},j} \end{bmatrix}, \tag{7.176}$$

$$[M^F_{0,B}] = \begin{bmatrix} m^F_1 z_1 & \cdots & m^F_N z_N \\ m^F_1 & \cdots & m^F_N \end{bmatrix}, \tag{7.177}$$

$$[M^F_{0,\text{TLD}}] = \begin{bmatrix} m^F_{\text{TLD},1} z_{\text{TLD},1} & \cdots & m^F_{\text{TLD},n} z_{\text{TLD},n} \\ m^F_{\text{TLD},1} & \cdots & m^F_{\text{TLD},n} \end{bmatrix}, \tag{7.178}$$

$$[M^F_{\text{TLD}}] = \begin{bmatrix} m^F_{\text{TLD},1} & & \\ & \ddots & \\ & & m^F_{\text{TLD},n} \end{bmatrix}, \tag{7.179}$$

$$[M^S_{0,0}] = \begin{bmatrix} \frac{I_{m,0}}{2} + \sum_{j=1}^{N}\left(\frac{I_{m,j}}{2} + m^S_j z^2_j\right) + \sum_{j=1}^{n} m^S_{\text{TLD},j} z^2_{\text{TLD},j} & \sum_{j=1}^{N} m^S_j z_j + \sum_{j=1}^{n} m^S_{\text{TLD},j} z_{\text{TLD},j} \\ \sum_{j=1}^{N} m^S_j z_j + \sum_{j=1}^{n} m^S_{\text{TLD},j} z_{\text{TLD},j} & \frac{m_0}{2} + \sum_{j=1}^{N} m^S_j + \sum_{j=1}^{n} m^S_{\text{TLD},j} \end{bmatrix}, \tag{7.180}$$

$$[M^S_{0,B}] = \begin{bmatrix} m^S_1 z_1 & \cdots & m^S_N z_N \\ m^S_1 & \cdots & m^S_N \end{bmatrix}, \tag{7.181}$$

$$[M^S_{0,\text{TLD}}] = \begin{bmatrix} m^S_{\text{TLD},1} z_{\text{TLD},1} & \cdots & m^S_{\text{TLD},n} z_{\text{TLD},n} \\ m^S_{\text{TLD},1} & \cdots & m^S_{\text{TLD},n} \end{bmatrix}, \tag{7.182}$$

$$[M^S_{\text{TLD}}] = \begin{bmatrix} m^S_{\text{TLD},1} & & \\ & \ddots & \\ & & m^S_{\text{TLD},n} \end{bmatrix}. \tag{7.183}$$

La matriz de amortiguamiento del modelo con base flexible y TLDs es

$$[C_{DM}] = \begin{bmatrix} \left[C^F_\Psi\right] & [0]_{(N+n+2)\times(N+n+2)} \\ [0]_{(N+n+2)\times(N+n+2)} & \left[C^S_\Psi\right] \end{bmatrix}, \tag{7.184}$$

$$\left[C^F_\Psi\right] = \begin{bmatrix} [C^F_S] & [0]_{2\times N} & [0]_{2\times n} \\ [0]_{N\times 2} & [C^F_\Delta] & [0]_{N\times n} \\ [0]_{n\times 2} & [0]_{n\times N} & [C^F_{\text{TLD}}] \end{bmatrix}, \tag{7.185}$$

$$\left[C_{\Psi}^{S}\right] = \begin{bmatrix} [C_S^S] & [0]_{2\times N} & [0]_{2\times n} \\ [0]_{N\times 2} & [C_\Delta^S] & [0]_{N\times n} \\ [0]_{n\times 2} & [0]_{n\times N} & [C_{\text{TLD}}^S] \end{bmatrix}. \tag{7.186}$$

La matriz de rigidez del modelo con base flexible y TLDs es

$$[K_{DM}] = \begin{bmatrix} [K_{\Psi}^{F}] & [K_{\Psi}^{A}] \\ [K_{\Psi}^{A}] & [K_{\Psi}^{S}] \end{bmatrix}, \tag{7.187}$$

$$[K_{\Psi}^{F}] = \begin{bmatrix} [K_S^F] & [0]_{2\times N} & [N]_{2\times n} \\ [0]_{N\times 2} & [K_\Delta^F] + [K^A] + [K_{\text{TLD}}^F]' & -[K_{\text{TLD}}^F]'' \\ [0]_{n\times 2} & -[K_{\text{TLD}}^F]''^T & [K_{\text{TLD}}^F] \end{bmatrix}, \tag{7.188}$$

$$[K_{\Psi}^{S}] = \begin{bmatrix} [K_S^S] & [0]_{2\times N} & [N]_{2\times n} \\ [0]_{N\times 2} & [K_\Delta^S] + [K^A] + [K_{\text{TLD}}^S]' & -[K_{\text{TLD}}^S]'' \\ [0]_{n\times 2} & -[K_{\text{TLD}}^S]''^T & [K_{\text{TLD}}^S] \end{bmatrix}, \tag{7.189}$$

$$[K_{\Psi}^{A}] = \begin{bmatrix} [0]_{2\times 2} & [0]_{2\times N} & [0]_{2\times n} \\ [0]_{N\times 2} & -[K^A] & [0]_{N\times n} \\ [0]_{n\times 2} & [0]_{n\times N} & [0]_{n\times n} \end{bmatrix}. \tag{7.190}$$

Los grados de libertad del modelo discreto con base flexible y TLDs son

$$\{X_{DM}(t)\} = \{\{X_{\Psi}^{F}(t)\} \quad \{X_{\Psi}^{S}(t)\}\}^T, \tag{7.191}$$

$$\{X_{\Psi}^{F}(t)\} = \{\theta_0^F \quad x_0^F \quad x_1^F(t) \quad \cdots \quad x_N^F(t) \quad x_{\text{TLD},1}^F(t) \quad \cdots \quad x_{\text{TLD},n}^F(t)\}, \tag{7.192}$$

$$\{X_{\Psi}^{S}(t)\} = \{\theta_0^S \quad x_0^S \quad x_1^S(t) \quad \cdots \quad x_N^S(t) \quad x_{\text{TLD},1}^S(t) \quad \cdots \quad x_{\text{TLD},n}^S(t)\}, \tag{7.193}$$

donde θ_0 es el grado de libertad rotacional de la cimentación; y x_0 es el grado de libertad traslacional de la cimentación. Al considerar la interacción de la cimentación la respuesta obtenida en los nodos que discretizan a la viga es relativa, el desplazamiento total del j-ésimo nodo de la viga de flexión y de cortante, respectivamente, son

$$x_{\text{total},j}^F = x_j^F + x_0^F + z_j\theta_0^F, \tag{7.194}$$

$$x_{\text{total},j}^S = x_j^S + x_0^S + z_j\theta_0^S. \tag{7.195}$$

La función de fuerzas externas depende del origen de la excitación. Para el caso del análisis con una excitación en la base es

$$\{F_{DM}(t)\} = -[M_{DM}^*]\ddot{X}_g(t), \tag{7.196}$$

con

$$[M^*_{DM}] = \begin{bmatrix} [M^F_\Xi] & [0]_{(N+n+2)\times(N+n+2)} \\ [0]_{(N+n+2)\times(N+n+2)} & [M^S_\Xi] \end{bmatrix}, \tag{7.197}$$

$$[M^F_\Xi] = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^N m_j^F z_j & & & & & & & & \\ & \frac{m_0}{2} + \sum_{j=1}^N m_j^F & & & & & & & \\ & & m_1^F & & & & & & \\ & & & \ddots & & & & & \\ & & & & m_N^F & & & & \\ & & & & & m^F_{\text{TLD},1} & & & \\ & & & & & & \ddots & & \\ & & & & & & & m^F_{\text{TLD},n} \end{bmatrix}, \tag{7.198}$$

$$[M^S_\Xi] = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^N m_j^S z_j & & & & & & & & \\ & \frac{m_0}{2} + \sum_{j=1}^N m_j^S & & & & & & & \\ & & m_1^S & & & & & & \\ & & & \ddots & & & & & \\ & & & & m_N^S & & & & \\ & & & & & m^S_{\text{TLD},1} & & & \\ & & & & & & \ddots & & \\ & & & & & & & m^S_{\text{TLD},n} \end{bmatrix}, \tag{7.199}$$

donde $\ddot{X}_g(t)$ es la aceleración del terreno. Para el análisis considerando excitaciones en las masas, la función de fuerzas externas es

$$\{F_{DM}(t)\} = \Big\{ \sum_{j=1}^N \frac{z_j F_j(t)}{2} \quad \sum_{j=1}^N \frac{F_j(t)}{2} \quad F_1^F(t) \quad \cdots \quad F_N^F(t) \quad \{0\}_{1\times n} \quad \sum_{j=1}^N \frac{z_j F_j(t)}{2} \quad \sum_{j=1}^N \frac{F_j(t)}{2} \quad F_1^S(t) \quad \cdots \quad F_N^S(t) \quad \{0\}_{1\times n} \Big\}^T, \tag{7.200}$$

$$F_j^F(t) = F_j^S(t) = \frac{F_j(t)}{2}. \tag{7.201}$$

La ecuación de movimiento se resuelve empleando la formulación variable estado con el integrador RK6-I.

7.4.9. Modelo de elementos finitos con base flexible y péndulos

La última estrategia empleada en este trabajo para controlar la respuesta dinámica de una estructura con base flexible es emplear amortiguadores de masas sintonizadas tipo pendular. En la Subsección 7.4.5 se presenta la estrategia de incorporación de los péndulos al modelo discreto de las vigas acopladas con base fija. La colocación y diseño de los péndulos al modelo discreto con base flexible es un proceso semejante al realizado con base fija y el proceso detallado de dimensionamiento se presenta en la Sección 5.5. El modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible y péndulos se muestra en la Figura 7.70.

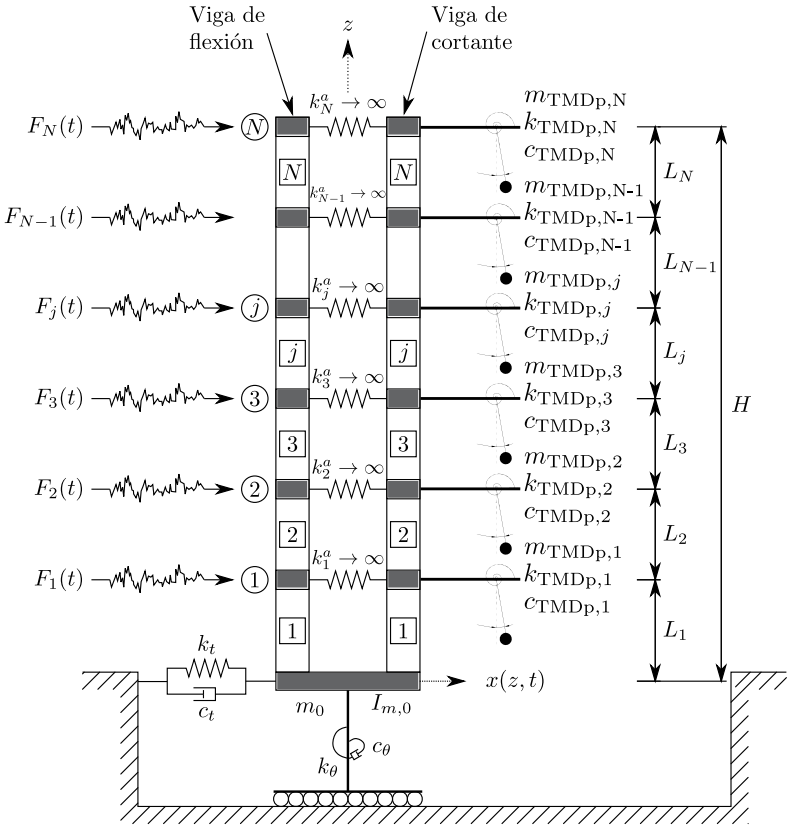


FIGURA 7.70: Modelo discreto de vigas acopladas con base flexible y péndulos

Para la determinación de los parámetros que definen a los péndulos, se debe conocer la masa modal efectiva del i-ésimo modo determinada por la Ecuación 7.28 del modelo discreto con base flexible, presentado en la Subsección 7.4.6. Es decir, se requiere elaborar primero el modelo discreto de las dos vigas con base flexible para determinar los parámetros modales necesarios para determinar las propiedades de los péndulos.

Determinados los parámetros que definen a los n péndulos de la estructura, la ecuación de movimiento del modelo con base flexible es

$$[M_{DM}]\{\ddot{X}_{DM}(t)\} + [C_{DM}]\{\dot{X}_{DM}(t)\} + [K_{DM}]\{X_{DM}(t)\} = \{F_{DM}(t)\}. \tag{7.202}$$

La matriz de masas acoplada del modelo con base flexible y péndulos es

$$[M_{DM}] = \begin{bmatrix} [M_\Psi^F] & [0]_{(N+n+2)\times(N+n+2)} \\ [0]_{(N+n+2)\times(N+n+2)} & [M_\Psi^S] \end{bmatrix}, \tag{7.203}$$

donde

$$[M_\Psi^F] = \begin{bmatrix} [M_{0,0}^F] & [M_{0,B}^F] & [M_{0,\text{TMDp}}^F] \\ [M_{0,B}^F]^T & [M_\Delta^F] & [0]_{N\times n} \\ [M_{0,\text{TMDp}}^F] & [0]_{n\times N} & [M_{\text{TMDp}}^F] \end{bmatrix}, \tag{7.204}$$

$$[M_\Psi^S] = \begin{bmatrix} [M_{0,0}^S] & [M_{0,B}^S] & [M_{0,\text{TMDp}}^S] \\ [M_{0,B}^S]^T & [M_\Delta^S] & [0]_{N\times n} \\ [M_{0,\text{TMDp}}^S] & [0]_{n\times N} & [M_{\text{TMDp}}^S] \end{bmatrix}, \tag{7.205}$$

$$[M_{0,0}^F] = \begin{bmatrix} \frac{I_{m,0}}{2} + \sum_{j=1}^N \left(\frac{I_{m,j}}{2} + m_j^F z_j^2 \right) + \sum_{j=1}^n m_{\text{TMDp},j}^F z_{\text{TMDp},j}^2 & \sum_{j=1}^N m_j^F z_j + \sum_{j=1}^n m_{\text{TMDp},j}^F z_{\text{TMDp},j} \\ \sum_{j=1}^N m_j^F z_j + \sum_{j=1}^n m_{\text{TMDp},j}^F z_{\text{TMDp},j} & \frac{m_0}{2} + \sum_{j=1}^N m_j^F + \sum_{j=1}^n m_{\text{TMDp},j}^F \end{bmatrix}, \tag{7.206}$$

$$[M_{0,B}^F] = \begin{bmatrix} m_1^F z_1 & \cdots & m_N^F z_N \\ m_1^F & \cdots & m_N^F \end{bmatrix}, \tag{7.207}$$

$$[M_{0,\text{TMDp}}^F] = \begin{bmatrix} m_{\text{TMDp},1}^F z_{\text{TMDp},1} & \cdots & m_{\text{TMDp},n}^F z_{\text{TMDp},n} \\ m_{\text{TMDp},1}^F & \cdots & m_{\text{TMDp},n}^F \end{bmatrix}, \tag{7.208}$$

$$[M_{\text{TMDp}}^F] = \begin{bmatrix} m_{\text{TMDp},1}^F & & \\ & \ddots & \\ & & m_{\text{TMDp},n}^F \end{bmatrix}, \tag{7.209}$$

$$[M_{0,0}^S] = \begin{bmatrix} \frac{I_{m,0}}{2} + \sum_{j=1}^N \left(\frac{I_{m,j}}{2} + m_j^S z_j^2 \right) + \sum_{j=1}^n m_{\text{TMDp},j}^S z_{\text{TMDp},j}^2 & \sum_{j=1}^N m_j^S z_j + \sum_{j=1}^n m_{\text{TMDp},j}^S z_{\text{TMDp},j} \\ \sum_{j=1}^N m_j^S z_j + \sum_{j=1}^n m_{\text{TMDp},j}^S z_{\text{TMDp},j} & \frac{m_0}{2} + \sum_{j=1}^N m_j^S + \sum_{j=1}^n m_{\text{TMDp},j}^S \end{bmatrix}, \tag{7.210}$$

$$[M_{0,B}^S] = \begin{bmatrix} m_1^S z_1 & \cdots & m_N^S z_N \\ m_1^S & \cdots & m_N^S \end{bmatrix}, \tag{7.211}$$

$$[M_{0,\text{TMDp}}^S] = \begin{bmatrix} m_{\text{TMDp},1}^S z_{\text{TMDp},1} & \cdots & m_{\text{TMDp},n}^S z_{\text{TMDp},n} \\ m_{\text{TMDp},1}^S & \cdots & m_{\text{TMDp},n}^S \end{bmatrix}, \tag{7.212}$$

$$[M^S_{\text{TMDp}}] = \begin{bmatrix} m^S_{\text{TMDp},1} & & \\ & \ddots & \\ & & m^S_{\text{TMDp},n} \end{bmatrix}. \tag{7.213}$$

La matriz de amortiguamiento del modelo con base flexible y péndulos es

$$[C_{DM}] = \begin{bmatrix} [C^F_\Psi] & [0]_{(N+n+2)\times(N+n+2)} \\ [0]_{(N+n+2)\times(N+n+2)} & [C^S_\Psi] \end{bmatrix}, \tag{7.214}$$

$$\left[C^F_\Psi\right] = \begin{bmatrix} [C^F_S] & [0]_{2\times N} & [0]_{2\times n} \\ [0]_{N\times 2} & [C^F_\Delta] & [0]_{N\times n} \\ [0]_{n\times 2} & [0]_{n\times N} & [C^F_{\text{TMDp}}] \end{bmatrix}, \tag{7.215}$$

$$\left[C^S_\Psi\right] = \begin{bmatrix} [C^S_S] & [0]_{2\times N} & [0]_{2\times n} \\ [0]_{N\times 2} & [C^S_\Delta] & [0]_{N\times n} \\ [0]_{n\times 2} & [0]_{n\times N} & [C^S_{\text{TMDp}}] \end{bmatrix}. \tag{7.216}$$

La matriz de rigidez del modelo con base flexible y péndulos es

$$[K_{DM}] = \begin{bmatrix} [K^F_\Psi] & [K^A_\Psi] \\ [K^A_\Psi] & [K^S_\Psi] \end{bmatrix}, \tag{7.217}$$

$$[K^F_\Psi] = \begin{bmatrix} [K^F_S] & [0]_{2\times N} & [N]_{2\times n} \\ [0]_{N\times 2} & [K^F_\Delta] + [K^A] + [K^F_{\text{TMDp}}]' & -[K^F_{\text{TMDp}}]'' \\ [0]_{n\times 2} & -[K^F_{\text{TMDp}}]''^T & [K^F_{\text{TMDp}}] \end{bmatrix}, \tag{7.218}$$

$$[K^S_\Psi] = \begin{bmatrix} [K^S_S] & [0]_{2\times N} & [N]_{2\times n} \\ [0]_{N\times 2} & [K^S_\Delta] + [K^A] + [K^S_{\text{TMDp}}]' & -[K^S_{\text{TMDp}}]'' \\ [0]_{n\times 2} & -[K^S_{\text{TMDp}}]''^T & [K^S_{\text{TMDp}}] \end{bmatrix}, \tag{7.219}$$

$$[K^A_\Psi] = \begin{bmatrix} [0]_{2\times 2} & [0]_{2\times N} & [0]_{2\times n} \\ [0]_{N\times 2} & -[K^A] & [0]_{N\times n} \\ [0]_{n\times 2} & [0]_{n\times N} & [0]_{n\times n} \end{bmatrix}. \tag{7.220}$$

Los grados de libertad del modelo discreto con base flexible y péndulos son

$$\{X_{DM}(t)\} = \{\{X^F_\Psi(t)\} \quad \{X^S_\Psi(t)\}\}^T, \tag{7.221}$$

$$\{X^F_\Psi(t)\} = \{\theta^F_0(t) \quad x^F_0(t) \quad x^F_1(t) \quad \cdots \quad x^F_N(t) \quad \theta^F_{\text{TMDp},1}(t) \quad \cdots \quad \theta^F_{\text{TMDp},n}(t)\}, \tag{7.222}$$

$$\{X_{\Psi}^{S}(t)\} = \{\theta_0^S(t) \quad x_0^S(t) \quad x_1^S(t) \quad \cdots \quad x_N^S(t) \quad \theta_{\text{TMDp},1}^S(t) \quad \cdots \quad \theta_{\text{TMDp},n}^S(t)\}, \quad (7.223)$$

donde θ_0 es el grado de libertad rotacional de la cimentación; y x_0 es el grado de libertad traslacional de la cimentación. Al considerar la interacción de la cimentación la respuesta obtenida en los nodos que discretizan a la viga es relativa, el desplazamiento total del j-ésimo nodo de la viga de flexión y de cortante, respectivamente, son

$$x_{\text{total},j}^F = x_j^F + x_0^F + z_j\theta_0^F, \quad (7.224)$$

$$x_{\text{total},j}^S = x_j^S + x_0^S + z_j\theta_0^S. \quad (7.225)$$

La función de fuerzas externas depende del origen de la excitación. Para el caso del análisis con una excitación en la base es

$$\begin{aligned}\{F_{DM}(t)\} = &-[M_{DM}^*] \\ &\{\{\ddot{X}_{g,\theta_0}(t)^F \quad \ddot{X}_{g,x_0}(t)^F \quad \ddot{X}_{g,1}(t)^F \quad \cdots \quad \ddot{X}_{g,N}(t)^F \quad \ddot{X}_{gp,1}(t)^F \quad \cdots \quad \ddot{X}_{gp,n}(t)^F\} \\ &\{\ddot{X}_{g,\theta_0}(t)^S \quad \ddot{X}_{g,x_0}(t)^S \quad \ddot{X}_{g,1}(t)^S \quad \cdots \quad \ddot{X}_{g,N}(t)^S \quad \ddot{X}_{gp,1}(t)^S \quad \cdots \quad \ddot{X}_{gp,n}(t)^S\}\}^T, \quad (7.226)\end{aligned}$$

con

$$[M_{DM}^*] = \begin{bmatrix} [M_{\Xi}^F] & [0]_{(N+n+2)\times(N+n+2)} \\ [0]_{(N+n+2)\times(N+n+2)} & [M_{\Xi}^S] \end{bmatrix}, \quad (7.227)$$

$$[M_{\Xi}^F] = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^N m_j^F z_j & & & & & & & & \\ & \frac{m_0}{2} + \sum_{j=1}^N m_j^F & & & & & & & \\ & & m_1^F & & & & & & \\ & & & \ddots & & & & & \\ & & & & m_N^F & & & & \\ & & & & & m_{\text{TMDp},1}^F & & & \\ & & & & & & \ddots & & \\ & & & & & & & m_{\text{TMDp},n}^F \end{bmatrix}, \quad (7.228)$$

$$[M_{\Xi}^{S}] = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{N} m_j^S z_j & & & & & & & & \\ & \frac{m_0}{2} + \sum_{j=1}^{N} m_j^S & & & & & & & \\ & & m_1^S & & & & & & \\ & & & \ddots & & & & & \\ & & & & m_N^S & & & & \\ & & & & & m_{\text{TMDp},1}^S & & & \\ & & & & & & \ddots & & \\ & & & & & & & m_{\text{TMDp},n}^S \end{bmatrix}, \quad (7.229)$$

$$\ddot{X}_{g,1}(t)^F = \cdots = \ddot{X}_{g,N}(t)^F = \ddot{X}_{g,1}(t)^S = \cdots = \ddot{X}_{g,N}(t)^S = \ddot{X}_g(t), \quad (7.230)$$

$$\ddot{X}_{gp,i}(t)^F = \ddot{X}_{gp,i}(t)^S = \frac{\ddot{X}_g(t)}{L_i}, \quad (7.231)$$

donde $\ddot{X}_g(t)$ es la aceleración del terreno; y L_i es la longitud del $i-$ésimo péndulo. Para el análisis considerando excitaciones en las masas, la función de fuerzas externas es

$$\{F_{DM}(t)\} = \left\{ \sum_{j=1}^{N} \frac{z_j F_j(t)}{2} \quad \sum_{j=1}^{N} \frac{F_j(t)}{2} \quad F_1^F(t) \quad \cdots \quad F_N^F(t) \quad \{0\}_{1\times n} \right. \\ \left. \sum_{j=1}^{N} \frac{z_j F_j(t)}{2} \quad \sum_{j=1}^{N} \frac{F_j(t)}{2} \quad F_1^S(t) \quad \cdots \quad F_N^S(t) \quad \{0\}_{1\times n} \right\}^T, \quad (7.232)$$

$$F_j^F(t) = F_j^S(t) = \frac{F_j(t)}{2}. \quad (7.233)$$

La ecuación de movimiento se resuelve empleando la formulación variable estado con el integrador RK6-I.

7.4.10. Validación de modelo con base fija

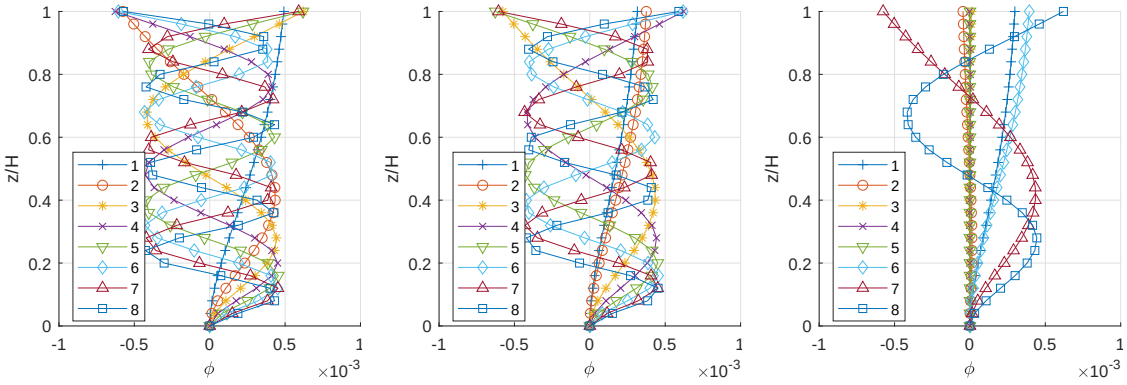
Se calibró el modelo con base fija empleando el ejemplo numérico presentado en Huergo y Hernández, 2019a, que consiste en un edificio de 25 niveles ubicado en la Ciudad de México. Su estructuración es mediante muros de cortante de concreto reforzado con marcos de acero contraventeados. La altura es igual en todos los entrepisos, de 3.746 m. La planta es cuadrada de 25 m, y la altura total es de 93.65 m. En Huergo y Hernández, 2019a se elaboró un modelo de elementos finitos para validar sus resultados. La Figura 7.71 muestra una vista general del edificio y del modelo de elementos finitos realizado.

La masa por unidad de longitud es de 112 500 kg/m. El periodo fundamental de la estructura es de 2.09 s. En en análisis se considera una relación de rigidez lateral de $\alpha = 6.5$, para reproducir el comportamiento de la estructuración empleada.

(a) Vista general; (b) FEM.

FIGURA 7.71: Edificio de 25 niveles con base fija. Adaptado de Huergo y Hernández, 2019a

Para el control de la respuesta dinámica se compararon dos metodologías, la primera consiste en colocar un TMD en la parte superior, y la segunda colocar 5 TMDs, repartidos en los niveles 5, 10, 15, 20 y 25. Todos los TMDs empleados tienen una relación de masas de 2 % y se encuentran sintonizados al periodo fundamental. Las primeras 8 formas modales del edificio sin TMDs y con las dos configuraciones se muestran en la Figura 7.72.



(A) Sin TMDs (B) 1 TMD (C) 5 TMDs

FIGURA 7.72: Formas modales del edificio de 25 niveles

Las formas modales obtenidas coinciden con las presentadas en Huergo y Hernández, 2019a, se observa que en algunos modos de los modelos con 1 y 5 TMDs, la amplitud aparece reflejada respecto al origen del eje vertical, sin embargo, esto matemáticamente es correcto y los resultados son bien simulados.

También se determinaron los periodos de los ocho primeros modos de los modelos. Los

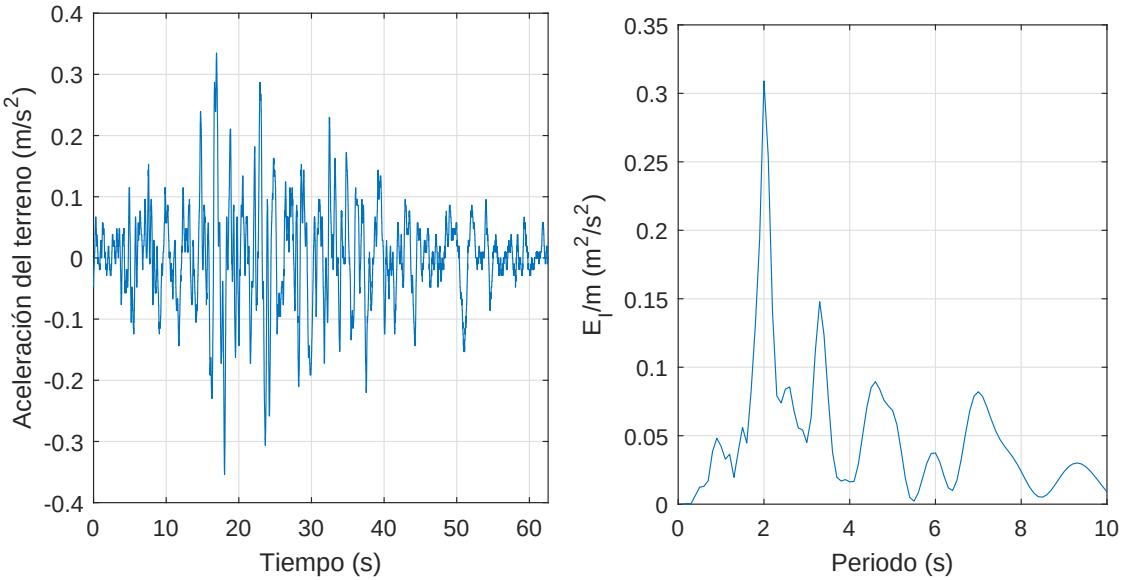
resultados obtenidos y su comparativa con los presentados en Huergo y Hernández, 2019a se presentan en la Tabla 7.2.

TABLA 7.2: Periodos del edificio de 25 niveles

	Periodos obtenidos (s)			Periodos (s). (Huergo y Hernández, 2019a)		
Modo	Sin TMDs	1 TMDs	5 TMDs	Sin TMDs	1 TMDs	5 TMDs
1	2.10	2.27	2.48	2.10	2.27	2.48
2	0.62	1.97	2.17	0.62	1.97	2.16
3	0.31	0.62	2.14	0.31	0.62	2.14
4	0.18	0.31	2.14	0.18	0.31	2.13
5	0.12	0.18	2.14	0.12	0.18	2.13
6	0.08	0.12	1.82	0.08	0.12	1.81
7	0.06	0.08	0.61	0.06	0.08	0.61
8	0.05	0.06	0.31	0.05	0.06	0.31

Los resultados muestran que el modelo realizado reproduce, con muy buena exactitud, los periodos presentados en Huergo y Hernández, 2019a. Las diferencias obtenidas son muy pequeñas y no afectan a las respuestas del análisis dinámico.

Se validaron, además, las respuestas obtenidas empleando un análisis dinámico. En Huergo y Hernández, 2019a se realizó un análisis con una excitación en la base, correspondiente a la componente S00W de la estación CUMV, ubicada en la Ciudad de México, del sismo del 19 de septiembre de 1985. Se consideró un amortiguamiento proporcional del 5 %. La componente S00W de la estación CUMV y su espectro de energía de entrada se presentan en la Figura 7.73.



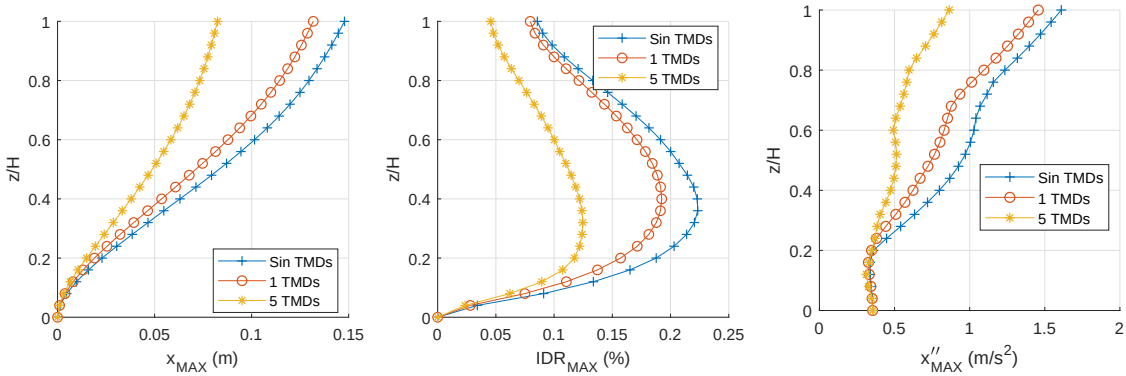
(A) Componente S00W de CUMV

(B) Espectro de energía de entrada

FIGURA 7.73: Registro de la estación CUMV. Sismo del 19 de septiembre de 1985

Se observa que el pico del espectro de energía, coincide aproximadamente con el periodo fundamental de la estructura, por lo anterior, se espera que el sismo produzca mayor daño en el edificio de análisis.

Se determinó la respuesta dinámica de la estructura, de la cual se obtuvieron los desplazamientos máximos absolutos, las distorsiones de entrepiso máximas y las aceleraciones máximas absolutas, de los tres modelos. La comparativa de los resultados obtenidos se muestra en la Figura 7.74.



(A) Desplazamientos máximos (B) Distorsiones máximas (C) Aceleraciones máximas

FIGURA 7.74: Respuesta sísmica del edificio de 25 niveles

En Huergo y Hernández, 2019a se incluye en la comparativa de las respuestas al modelo continuo de las vigas acopladas. El objeto de esta decisión es validar los resultados presentados. En este trabajo no se incluyen, puesto que sus resultados ya están validados. La comparativa de desplazamientos máximos y de distorsiones de entrepiso obtenida coincide en amplitud y forma con sus resultados. Se observa que existe una variación en el perfil de aceleraciones máximas, lo anterior se debe a que, en este trabajo, el perfil corresponde a la aceleración absoluta de la respuesta, tal como se propuso en Li y Wong, 2014, mientras que en Huergo y Hernández, 2019a, la aceleración es relativa.

Con base en lo anterior, se concluye que el modelo realizado reproduce bien los resultados del análisis sísmico presentados en Huergo y Hernández, 2019a.

Además del análisis con la excitación en la base, en Huergo y Hernández, 2019a, se presenta un análisis con excitación en las masas, como una simplificación de un análisis eólico. En este trabajo se puede hacer un análisis más refinado considerando los términos no lineales de la ecuación de movimiento cuando la excitación es de origen eólica pero, con la finalidad de reproducir los resultados, se presenta el análisis empleando la excitación en las masas correspondiente a la forma 3 de linealización de la función de fuerzas de viento presentada en la Sección 4.2.

Las simulaciones realizadas consideran que la estructura se encuentra colocada en un área suburbana, con una longitud de rugosidad de 0.3 m. El coeficiente de presión reportado es de 1.35, sin embargo, el coeficiente calculado con la Ecuación 4.55, considerando $B/D = 1$ y $H/B = 3.746$ resulta de 1.2909. Cabe destacar, que en estricto sentido, se debe calcular un coeficiente de arrastre para cada altura del análisis, sin embargo, con fines de verificación del modelo, se emplea el coeficiente de arrastre empleado en

Huergo y Hernández, 2019a. La velocidad media considerada a 10 m de altura es de 19.46 m/s, correspondiente a una probabilidad de 0.02 para la Ciudad de México. Las simulaciones de fuerzas empleadas en el análisis se muestran en la Figura 7.75.

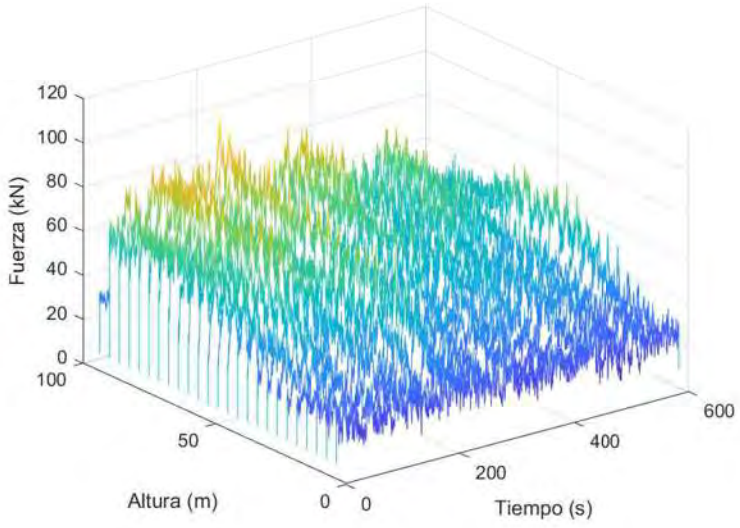
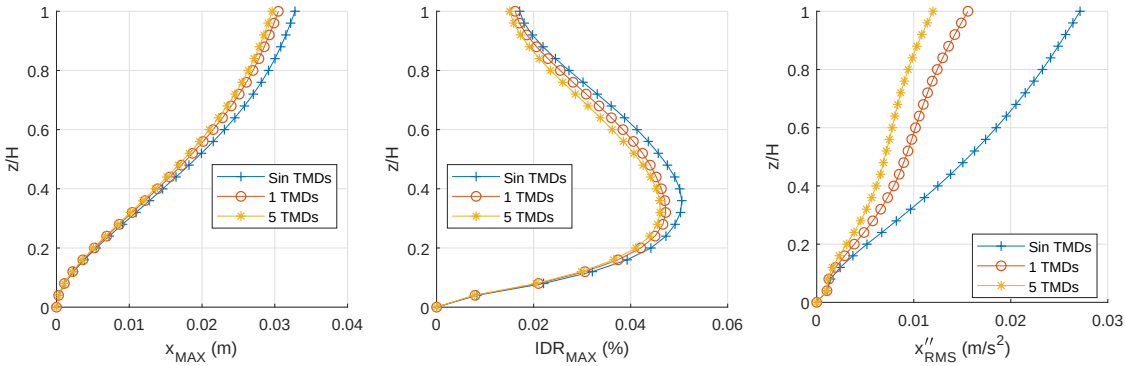


FIGURA 7.75: Fuerzas del viento en la dirección longitudinal del edificio de 25 niveles

Se determinó la respuesta dinámica de la estructura, de la cual se obtuvieron los desplazamientos máximos absolutos, las distorsiones de entrepiso máximas y las aceleraciones máximas RMS, de los tres modelos. La comparativa de los resultados obtenidos se muestra en la Figura 7.76.



(A) Desplazamientos máximos (B) Distorsiones máximas (C) Aceleraciones RMS

FIGURA 7.76: Respuesta eólica del edificio de 25 niveles

En los resultados presentados no se incluyen los resultados del modelo continuo de las vigas acopladas. La comparativa de desplazamientos máximos y de distorsiones de entrepiso obtenida coincide en amplitud y forma con los resultados de Huergo y Hernández,

2019a. Se observa que existe una variación en el perfil de aceleraciones RMS, la diferencia se debe a que en este trabajo se emplea un integrador implícito, el cual es mucho mejor para problemas rígidos, como el analizado, en comparación del integrador explícito empleado en Huergo y Hernández, 2019a.

7.4.11. Modelo de la chimenea empleando el modelo discreto de las vigas de flexión y cortante acopladas

Modelo con base fija

Se modeló la estructura de estudio en este trabajo, empleando el modelo discreto de las vigas de flexión y cortante acopladas con base fija. Se consideró que el modelo al menos tuviera 10 elementos en la discretización, proponiendo emplear 24 de igual altura. La masa total de la estructura se consideró como la suma de las masas concentradas en los nodos del modelo discretizado presentado en la Sección 7.3. La masa total de la estructura obtenida es de $M_{\text{total}} = 2\,507\,181.21\,\text{kg}$. En consecuencia, la masa por unidad de longitud de la estructura es

$$\bar{m} = \frac{2\,507\,181.21}{80} = 31\,339.77\,\text{kg/m}.$$

El periodo fundamental del modelo discretizado es de $T_1 = 1.1547\,\text{s}$. Empleando estos valores se varió la relación de comportamiento de las vigas acopladas hasta obtener el mínimo error relativo de los periodos asociados a los primeros cuatro modos del modelo discretizado, ya que representan más del 90 % de participación de masas. Para lograr disminuir el error se debe mantener la discretización, la masa por unidad de longitud y el periodo fundamental, variando la relación de comportamiento. En este trabajo se empleó una variación entre $0.1 \leq \alpha \leq 20$. Para cada valor, se determinaron los periodos asociados al sistema, de los cuales solo interesan los primeros 4 periodos, los cuales se almacenan en T^{α}_{1-4}; los periodos obtenidos se comparan con los primeros cuatro periodos del modelo de referencia, T^{ref}_{1-4}, y se determina la norma 2 del error relativo, es decir

$$E(\,\%) = \frac{|T^{\text{ref}}_{1-4} - T^{\alpha}_{1-4}|_2}{|T^{\text{ref}}_{1-4}|_2}(100) \tag{7.234}$$

Este proceso se puede hacer de manera manual, o bien, como en este trabajo, se puede programar la variación de parámetro hasta encontrar el valor que minimice el error relativo. La Figura 7.77 muestra la variación del parámetro α y el error relativo a los periodos de los primeros cuatro modos.

Basándose en los resultados presentados, el parámetro α que mejor reproduce la respuesta del modelo discretizado empleando el modelo de las vigas acopladas es de 1.9, ya que su error relativo asociado es de 1.42 %. Los valores de la rigidez de flexión y cortante asociados al sistema, empleando $\alpha = 1.9$, son

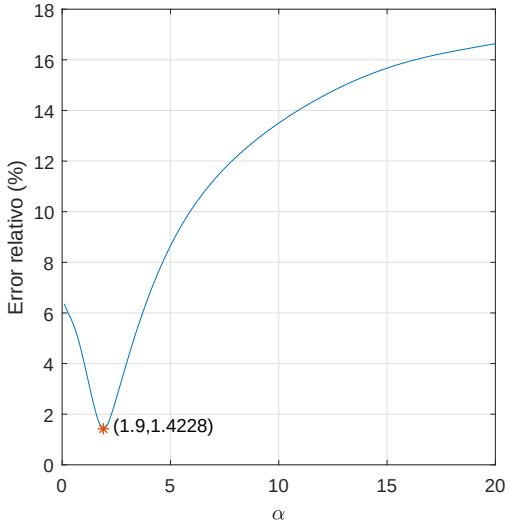


FIGURA 7.77: Error relativo asociado a la relación de comportamiento

$$EI = \frac{4\pi^2 \bar{m} H^4}{T_1^2 \gamma_1^2 \left(\gamma_1^2 + \alpha^2\right)} = \frac{4\pi^2 (31\,339.77\,\mathrm{kg/m})(80\,\mathrm{m})^4}{(1.1547\,\mathrm{s})^2 (1.9392)^2 \left((1.9392)^2 + (1.9)^2\right)} = 1.3713 \times 10^{12}\,\mathrm{Nm}^2$$

$$GA_s = \frac{4\pi^2 \bar{m} \alpha^2 H^2}{T_1^2 \gamma_1^2 \left(\gamma_1^2 + \alpha^2\right)} = \frac{4\pi^2 (31\,339.77\,\mathrm{kg/m})(1.9)^2 (80\,\mathrm{m})^2}{(1.1547\,\mathrm{s})^2 (1.9392)^2 \left((1.9392)^2 + (1.9)^2\right)} = 7.7348 \times 10^8\,\mathrm{N}$$

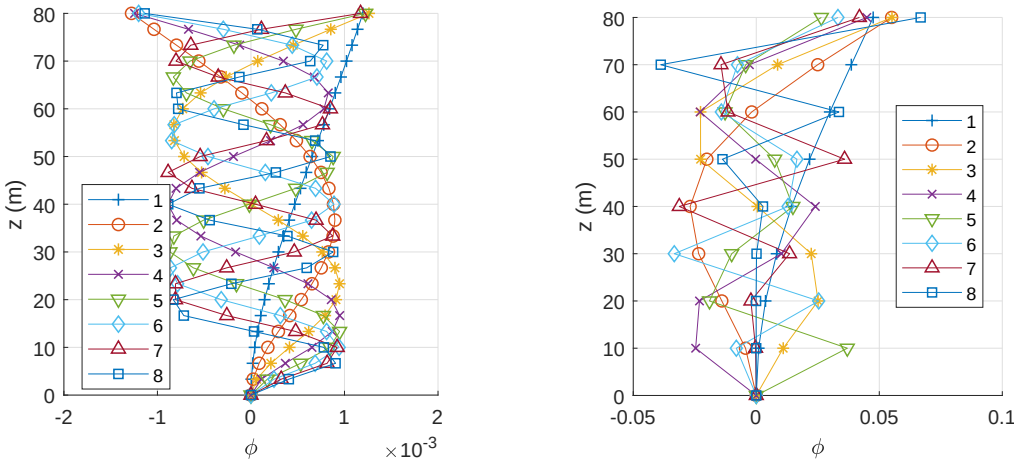
Empleando la relación de comportamiento de 1.9, se obtuvieron los primeros ocho periodos y sus porcentajes de masas participativas, presentados en la Tabla 7.3.

TABLA 7.3: Comparativa de periodos y participaciones de masas entre el modelo discretizado y el modelo de las vigas acopladas

	Periodos (s)		Masa participativa (%)	
Forma	Modelo discretizado	Vigas acopladas	Modelo discretizado	Vigas acopladas
1	1.155	1.153	56.54 %	64.22 %
2	0.242	0.249	22.44 %	16.25 %
3	0.101	0.096	10.18 %	6.21 %
4	0.064	0.050	7.27 %	3.24 %
5	0.054	0.030	3.58 %	1.98 %
6	0.049	0.020	0.00 %	1.33 %
7	0.042	0.015	0.00 %	0.95 %
8	0.033	0.011	0.00 %	0.72 %

Se observa que los periodos asociados a las primeras cuatro formas de la chimenea se reproducen variando solo en milésimas, para los periodos de los modos superiores varía en centésimas, sin embargo, estos periodos tienen poca o nula participación.

Se determinaron las formas modales del modelo discreto de las vigas acopladas, la Figura 7.78 muestra la comparativa de las primeras ocho formas modales entre el modelo de las vigas acopladas y el modelo discretizado.



(A) Vigas acopladas (B) Modelo discretizado

FIGURA 7.78: Comparación de las formas modales de la chimenea

El modelo de las vigas acopladas, al tener más puntos de discretización, presenta mayor suavidad en las formas obtenidas, no obstante, la forma general del modo se reproduce con bastante fidelidad.

Con base en los resultados presentados, el pequeño error en los periodos obtenidos (1.42 % para las primeras cuatro formas), y la fidelidad que esto representa, el modelo de las vigas de flexión y cortante acopladas permite obtener una buena aproximación de la respuesta en comparación de un modelo de elementos finitos discretizado. Para lograr esta respuesta, se debe emplear un comportamiento intermedio entre flexión y cortante, con una relación de comportamiento de 1.9. La masa por unidad de longitud a emplear en el modelo es de 31 339.77 kg/m, y el periodo fundamental es 1.1547 s. La altura de la discretización es igual en todos los tramos, y es de $h_j = 3.33$ m. Finalmente, la rigidez de flexión del sistema es $EI = 1.3713 \times 10^{12}\,\mathrm{N\,m^2}$, y la rigidez de cortante es $GA_s = 7.7348 \times 10^{8}\,\mathrm{N}$.

Modelo con base flexible

Una vez planteado el modelo con base fija, se elaboraron un conjunto de modelos que consideran la flexibilidad de la cimentación. Para estimar la masa y momento de inercia se consideraron las propiedades geométricas presentadas en los planos de este capítulo y una densidad del material de $\gamma_c = 2400\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$. La masa y momento de inercia de la cimentación obtenidas son

$$m_0 = 3.1552 \times 10^{6}\,\mathrm{kg},$$
$$I_{m,0} = 1.2221 \times 10^{8}\,\mathrm{kg\,m^2},$$

En este trabajo se consideran cuatro distintos tipos de suelo representativos para el análisis con base flexible: (a) roca; (b) denso; (c) rígido; y (d) blando. Los parámetros

de los suelos son tomados de Huergo y Hernández, 2019b. La rigidez y amortiguamiento de la cimentación se aproximaron empleando las Ecuaciones (7.112)–(7.115). En la Tabla 7.4 se presenta un resumen de las propiedades del suelo y la cimentación.

TABLA 7.4: Parámetros del suelo y la cimentación

Tipo suelo	$\rho(\mathrm{kg\,m^{-3}})$	ν	$G(\mathrm{Pa})$	$V_s(\mathrm{m\,s^{-1}})$	$k_t(\mathrm{N\,m^{-1}})$	$k_\theta(\mathrm{N\,m})$	$c_t(\mathrm{N\,s\,m^{-1}})$	$c_\theta(\mathrm{N\,s\,m})$
Roca	2700	0.25	2.00E+10	2722	1.14E+12	1.37E+14	2.99E+09	9.41E+10
Denso	2400	0.33	6.00E+08	500	3.58E+10	4.61E+12	5.12E+08	1.72E+10
Rígido	1900	0.48	1.71E+08	300	1.12E+10	1.69E+12	2.67E+08	1.05E+10
Blando	1800	0.49	1.80E+07	100	1.19E+09	1.81E+11	8.50E+07	3.39E+09

Se obtuvieron los periodos y formas modales de la chimenea considerando interacción suelo-estructura. La comparativa de los primeros cuatro periodos para los modelos con base fija y con base flexible se muestra en la Tabla 7.5. Se observa que el periodo fundamental es el que cambia para los distintos tipos de suelo, mientras que el resto de periodos tienden a mantenerse constantes. En la Figura 7.79 se presenta la comparativa de las primeras cuatro formas modales de la chimenea variando las condiciones de suelo. Las formas modales coinciden para los tres primeros suelos, sin embargo, el suelo blando, a pesar de tener formas semejantes a los primeros casos, presenta diferencias de amplitud.

TABLA 7.5: Periodos laterales (segundos) de la chimenea con base flexible

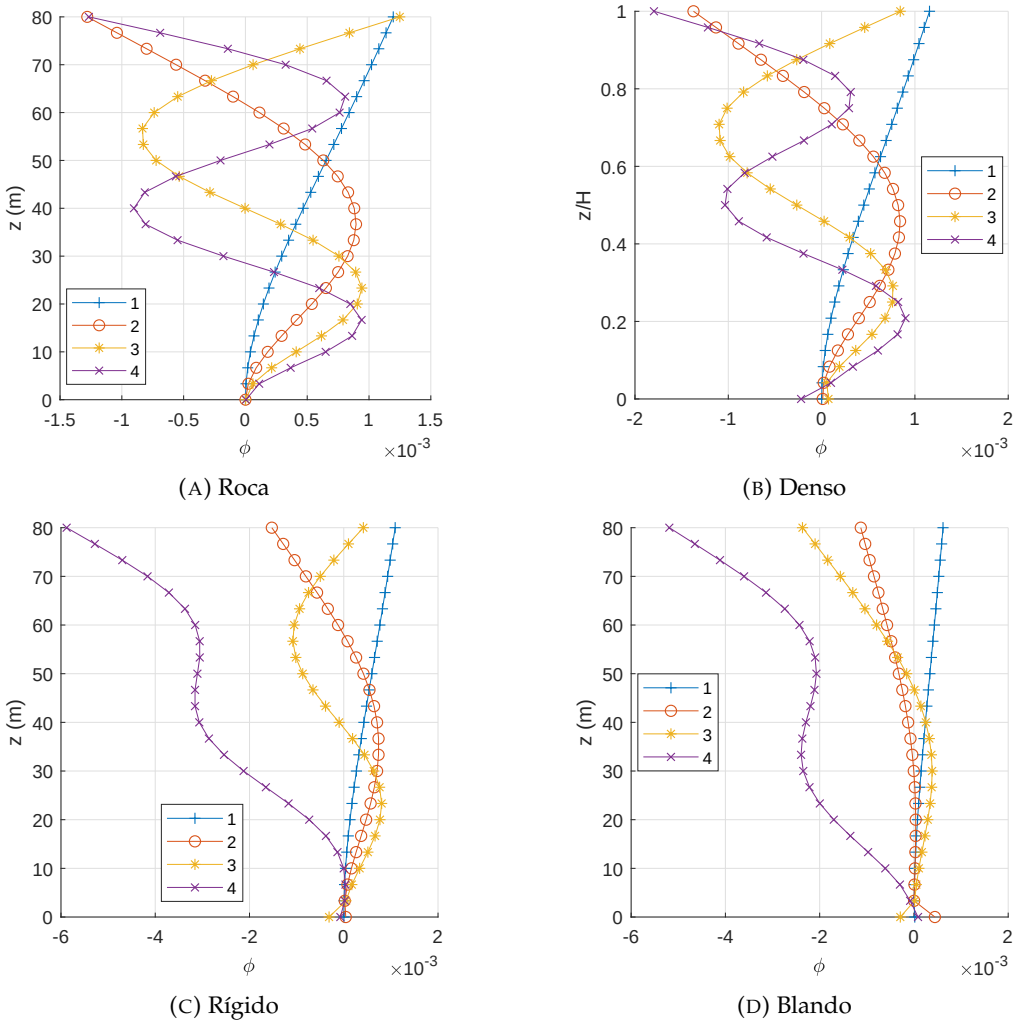
	Base fija		Base flexible			
Forma	Discretizado	Vigas acopladas	Roca	Denso	Rigido	Blando
1	1.16	1.15	1.15	1.17	1.21	1.60
2	0.24	0.25	0.25	0.25	0.26	0.37
3	0.10	0.10	0.10	0.10	0.09	0.24
4	0.06	0.05	0.05	0.06	0.05	0.08

7.5. Modelo no lineal

Para realizar el análisis dinámico considerando no linealidad del material de la chimenea, deben generarse los diagramas momento-rotación de las articulaciones plásticas, y construir las matrices de rigidez necesarias para el análisis. El modelo no lineal elaborado discretiza a la estructura en 16 elementos de 5 m de altura. Se espera la formación de 31 articulaciones plásticas de flexión, definidas por un diagrama momento-rotación y se muestran en la Figura 7.80.

Los planos presentados en este capítulo permiten concluir que las propiedades no varían significativamente en los elementos en que se discretiza el modelo no lineal, por lo anterior, se considera para el análisis que las articulaciones plásticas en los extremos de un elemento tienen las mismas propiedades en la envolvente, es decir, se consideran en total 16 articulaciones plásticas distintas.

Para caracterizar la envolvente se deben conocer los momentos de agrietamiento y de fluencia; y las rotaciones plásticas de agrietamiento, fluencia, última y de fractura. Los valores asociados al momento de agrietamiento pueden conocerse de manera sencilla y directa empleando la sección transformada y las ecuaciones



(A) Roca (B) Denso

(C) Rígido (D) Blando

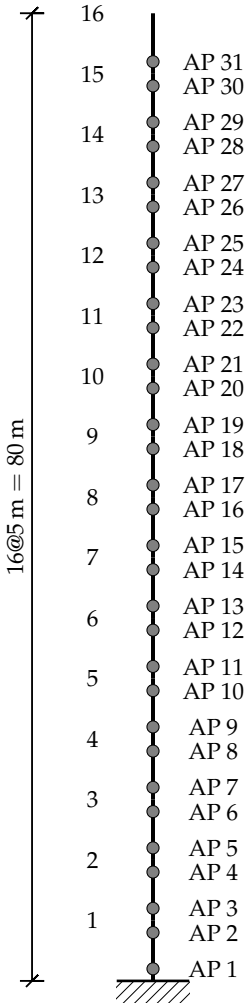
FIGURA 7.79: Comparación de las formas modales de la chimenea para distintos tipos de suelo

$$M_{agr} = \frac{(f_r + \frac{P}{A})I}{y}, \tag{7.235}$$

y

$$\phi_{agr} = \frac{(f_r + \frac{P}{A})}{E_c y}, \tag{7.236}$$

donde f_r es la resistencia a tensión del concreto, $f_r = 0.63\sqrt{f'c}$(MPa); P es la carga axial aplicada (N), A es el área de la sección transformada (mm^2), I es el momento de inercia de la sección transformada (mm^4); E_c es el módulo de elasticidad del concreto (MPa); e y es la distancia a la fibra en tensión más alejada. Para el problema en estudio, el armado del fuste en todas las secciones es simétrico en ambas direcciones, por lo



(a) Modelo discretizado

FIGURA 7.80: Modelo no lineal de la chimenea

tanto, el centroide de la sección transformada coincide con el de la sección compuesta y la distancia a la fibra en tensión más alejada es igual al radio del fuste en esa altura.

Empleando una resistencia a la compresión del concreto de 24.52 MPa, el módulo de elasticidad del concreto de 24 623.10 MPa, y el módulo de elasticidad del acero de 200 GPa, se terminaron los puntos de agrietamiento de las 16 articulaciones plásticas, obteniendo los valores presentados en la Tabla 7.6.

Para determinar los puntos de fluencia, último y fractura, se empleó el programa XTRACT, el cual proporciona los diagramas momento curvatura de la sección, y directamente reporta el punto de fluencia, el punto último al 85 % de la curvatura máxima, y el punto de fractura se obtiene al determinar la curvatura máxima. Para el análisis se requiere conocer el armado transversal y longitudinal del elemento, así como el área confinada y la carga de compresión axial del elemento. Los resultados obtenidos del análisis momento-curvatura, considerando la separación de los estribos a cada 240 mm, se presentan en la

TABLA 7.6: Momento y curvatura de agrietamiento de la chimenea

Elemento	Total de varillas	# varilla	P (N)	A (mm^2)	y (m)	I (m^4)	M_{agr} (N-m)	ϕ_{agr} (1/m)
1	360	12	23826844	16298067	4.584	153.830	153745881	4.06E-05
2	360	12	22289628	15571966	4.502	142.085	143626063	4.11E-05
3	360	12	20752412	14862948	4.420	131.027	133859007	4.15E-05
4	360	12	19215196	14171012	4.338	120.635	124447863	4.19E-05
5	360	10	17677981	12603858	4.257	103.548	110009561	4.31E-05
6	360	10	16140765	11946087	4.175	94.646	101358253	4.35E-05
7	360	10	14603549	11305398	4.093	86.321	93038890	4.38E-05
8	360	10	13066334	10681792	4.011	78.546	85046106	4.40E-05
9	360	8	11529118	9344505	3.929	66.133	73275554	4.50E-05
10	240	8	9991902	8321733	3.847	56.641	63607036	4.56E-05
11	240	7	8454686	7545957	3.765	49.354	55576990	4.57E-05
12	240	7	6917471	6990681	3.683	43.900	48973476	4.53E-05
13	240	6	5380255	6276419	3.602	37.812	41752293	4.48E-05
14	240	6	3843039	5755308	3.520	33.234	35761167	4.37E-05
15	240	5	2305824	5102562	3.438	28.217	29313880	4.22E-05
16	240	4	768608	4494248	3.356	23.777	23314628	3.98E-05

Tabla 7.7.

TABLA 7.7: Puntos de fluencia, último y fractura de la chimenea

Elemento	# varilla	Anillos	V_{est}/V_c	A_{conf} (mm^2)	M_y (N-m)	ϕ_y (1/m)	ϕ_u (1/m)	ϕ_f (1/m)
1	5	3	0.00504	11194118	695000000	4.67E-04	7.11E-03	8.37E-03
2	5	3	0.00524	10504460	674000000	4.79E-04	7.21E-03	8.48E-03
3	5	3	0.00546	9831884	652000000	4.90E-04	7.34E-03	8.64E-03
4	5	3	0.00570	9176391	631000000	5.02E-04	7.48E-03	8.80E-03
5	5	3	0.00595	8537980	469000000	4.99E-04	9.06E-03	1.07E-02
6	5	3	0.00623	7916651	452000000	5.11E-04	9.20E-03	1.08E-02
7	4	3	0.00419	7312405	426000000	5.14E-04	7.03E-03	8.27E-03
8	4	3	0.00441	6725242	409000000	5.27E-04	7.17E-03	8.43E-03
9	4	3	0.00465	6155160	284000000	5.19E-04	9.16E-03	1.08E-02
10	4	2	0.00328	5602162	200000000	5.05E-04	9.22E-03	1.09E-02
11	4	2	0.00348	5066245	158000000	5.10E-04	1.11E-02	1.30E-02
12	4	2	0.00371	4547411	149000000	5.26E-04	1.12E-02	1.31E-02
13	4	2	0.00397	4045660	114000000	5.35E-04	1.42E-02	1.67E-02
14	3	2	0.00241	3560990	101000000	5.31E-04	1.05E-02	1.23E-02
15	3	2	0.00260	3093404	90600000	5.44E-04	1.41E-02	1.66E-02
16	3	2	0.00284	2642899	42300000	5.20E-04	1.44E-02	1.70E-02

Una vez definidos los puntos de la envolvente, solo resta convertir las curvaturas a rotaciones plásticas mediante la longitud de articulación plástica. En la literatura existen diversas propuestas para determinar la longitud de articulación plástica, (Baker, 1956; Baker y Amarakone, 1965; Mattock, 1965; Park, Priestley y Gill, 1982; Sheikh y Khoury, 1993; Mendis, 2002; Sakai y Sheikh, 1989; Bae y Bayrak, 2008). En este trabajo se emplea la propuesta en Bae y Bayrak, 2008, ya que considera el efecto del nivel de carga axial en elemento, la relación claro a peralte (L/h), y el porcentaje de refuerzo longitudinal, parámetros que no son considerados con la importancia que tienen en la longitud de articulación plástica en la mayoría de las formulaciones propuestas. La expresión para determinar la longitud de articulación plástica es

$$\frac{l_p}{h} = \left[0.3\left(\frac{P}{P_0}\right) + 3\left(\frac{A_s}{A_g}\right) - 0.1\right]\left(\frac{L}{h}\right) + 0.25 \geq 0.25, \tag{7.237}$$

donde P_0 es la capacidad de carga axial nominal de la sección $(0.85f'_c\left(A_g - A_s\right) + f_y A_s)$; A_s es el área de refuerzo de acero; y A_g es el área total de concreto de la sección transversal.

Empleando la Ecuación 7.237 se obtuvieron los valores de longitud de articulación plástica y las rotaciones asociadas para caracterizar las 16 envolventes. Los resultados obtenidos se presentan en la Tabla 7.8.

TABLA 7.8: Longitud de articulación plástica y rotaciones de la chimenea

Elemento	l_p (m)	θ_{agr} (rad)	θ_y (rad)	θ_u (rad)	θ_f (rad)
1	2.335	9.48E-05	1.09E-03	1.66E-02	1.95E-02
2	2.317	9.51E-05	1.11E-03	1.67E-02	1.97E-02
3	2.300	9.54E-05	1.13E-03	1.69E-02	1.99E-02
4	2.285	9.57E-05	1.15E-03	1.71E-02	2.01E-02
5	2.128	9.18E-05	1.06E-03	1.93E-02	2.27E-02
6	2.095	9.11E-05	1.07E-03	1.93E-02	2.27E-02
7	2.077	9.09E-05	1.07E-03	1.46E-02	1.72E-02
8	2.060	9.06E-05	1.09E-03	1.48E-02	1.74E-02
9	1.965	8.84E-05	1.02E-03	1.80E-02	2.12E-02
10	1.924	8.77E-05	9.72E-04	1.77E-02	2.09E-02
11	1.883	8.61E-05	9.59E-04	2.09E-02	2.45E-02
12	1.842	8.34E-05	9.68E-04	2.06E-02	2.42E-02
13	1.801	8.08E-05	9.64E-04	2.56E-02	3.01E-02
14	1.760	7.69E-05	9.35E-04	1.85E-02	2.17E-02
15	1.719	7.25E-05	9.36E-04	2.42E-02	2.85E-02
16	1.678	6.68E-05	8.72E-04	2.42E-02	2.84E-02

En la Tabla 7.9 se presenta un resumen de las envolventes de las articulaciones plásticas.

TABLA 7.9: Envolventes de las articulaciones plásticas de la chimenea

Elemento	M_{agr} (kN-m)	θ_{agr} (rad)	M_y (kN-m)	θ_y (rad)	θ_u (rad)	θ_f (rad)
1	153746	9.48E-05	695000	1.09E-03	1.66E-02	1.95E-02
2	143626	9.51E-05	674000	1.11E-03	1.67E-02	1.97E-02
3	133859	9.54E-05	652000	1.13E-03	1.69E-02	1.99E-02
4	124448	9.57E-05	631000	1.15E-03	1.71E-02	2.01E-02
5	110010	9.18E-05	469000	1.06E-03	1.93E-02	2.27E-02
6	101358	9.11E-05	452000	1.07E-03	1.93E-02	2.27E-02
7	93039	9.09E-05	426000	1.07E-03	1.46E-02	1.72E-02
8	85046	9.06E-05	409000	1.09E-03	1.48E-02	1.74E-02
9	73276	8.84E-05	284000	1.02E-03	1.80E-02	2.12E-02
10	63607	8.77E-05	200000	9.72E-04	1.77E-02	2.09E-02
11	55577	8.61E-05	158000	9.59E-04	2.09E-02	2.45E-02
12	48973	8.34E-05	149000	9.68E-04	2.06E-02	2.42E-02
13	41752	8.08E-05	114000	9.64E-04	2.56E-02	3.01E-02
14	35761	7.69E-05	101000	9.35E-04	1.85E-02	2.17E-02
15	29314	7.25E-05	90600	9.36E-04	2.42E-02	2.85E-02
16	23315	6.68E-05	42300	8.72E-04	2.42E-02	2.84E-02

Definidas las envolventes de las articulaciones plásticas, el siguiente paso es obtener las matrices de rigidez del modelo no lineal. El sistema tiene en total 31 grados de libertad, ya que se considera que la componente vertical no es de importancia, y la rotación del último nodo tampoco es de interés ya que está libre, en consecuencia, el sistema puede desplazarse en 16 nodos y es de interés la rotación en 15 de los nodos.

La matriz de rigidez de los grados de libertad del j-ésimo elemento se determina mediante

$$\mathbf{K}_j = \begin{bmatrix} \frac{12}{1+\chi}\frac{EI_j}{L_j^3} & \frac{6}{1+\chi}\frac{EI_j}{L_j^2} & -\frac{12}{1+\chi}\frac{EI_j}{L_j^3} & \frac{6}{1+\chi}\frac{EI_j}{L_j^2} \\ \frac{6}{1+\chi}\frac{EI_j}{LL_j^2} & \frac{4+\chi EI_j}{1+\chi}\frac{EI_j}{L_j} & -\frac{6}{1+\chi}\frac{EI_j}{L_j^2} & \frac{2-\chi}{1+\chi}\frac{EI_j}{L_j} \\ -\frac{12}{1+\chi}\frac{EI_j}{L_j^3} & -\frac{6}{1+\chi}\frac{EI_j}{L_j^2} & \frac{12}{1+\chi}\frac{EI_j}{L_j^3} & -\frac{6}{1+\chi}\frac{EI_j}{L_j^2} \\ \frac{6}{1+\chi}\frac{EI_j}{L_j^2} & \frac{2-\chi}{1+\chi}\frac{EI_j}{L_j} & -\frac{6}{1+\chi}\frac{EI_j}{L_j^2} & \frac{4+\chi EI_j}{1+\chi}\frac{EI_j}{L_j} \end{bmatrix}, \tag{7.238}$$

con

$$\chi = \frac{12EI_j b}{GA_j L_j^2}, \tag{7.239}$$

donde $\mathbf{K}_j$ es la matriz de rigidez del j-ésimo elemento en el sistema local; E es el módulo de elasticidad del material; I_j es la inercia del j-ésimo elemento; L_j es la longitud del j-ésimo elemento; χ es el parámetro que permite considerar la deformación por cortante en la matriz de rigidez; b es el factor de forma de la sección transversal, el cual es 1.5 para la sección en estudio; y A_j es el área transversal del j-ésimo elemento.

La matriz de rigidez que relaciona la rotación plástica con la fuerza restauradora del j-ésimo elemento se determina mediante

$$\mathbf{K}'_j = \begin{bmatrix} \frac{6}{1+\chi}\frac{EI_j}{L_j^2} & \frac{6}{1+\chi}\frac{EI_j}{L_j^2} \\ \frac{4+\chi EI_j}{1+\chi}\frac{EI_j}{L_j} & \frac{2-\chi}{1+\chi}\frac{EI_j}{L_j} \\ -\frac{6}{1+\chi}\frac{EI_j}{L_j^2} & -\frac{6}{1+\chi}\frac{EI_j}{L_j^2} \\ \frac{2-\chi}{1+\chi}\frac{EI_j}{L_j} & \frac{4+\chi EI_j}{1+\chi}\frac{EI_j}{L_j} \end{bmatrix}. \tag{7.240}$$

La matriz de rigidez que relaciona la rotación plástica con el momento residual del j-ésimo elemento se determina mediante

$$\mathbf{K}''_j = \begin{bmatrix} \frac{4+\chi EI_j}{1+\chi}\frac{EI_j}{L_j} & \frac{2-\chi}{1+\chi}\frac{EI_j}{L_j} \\ \frac{2-\chi}{1+\chi}\frac{EI_j}{L_j} & \frac{4+\chi EI_j}{1+\chi}\frac{EI_j}{L_j} \end{bmatrix}. \tag{7.241}$$

Determinadas las matrices correspondientes a cada elemento, y rotadas de manera adecuada para coincidir con el sistema global, se ensamblan de manera tradicional como se realiza en el análisis matricial, dejando primero a los coeficientes de los grados de libertad traslacionales, y al final los de los rotacionales. Las matrices de rigidez globales obtenidas son

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} [\mathbf{K}_{dd}]_{16\times16} & [\mathbf{K}_{dr}]_{16\times15} \\ [\mathbf{K}_{rd}]_{15\times16} & [\mathbf{K}_{rr}]_{15\times15} \end{bmatrix}_{31\times31},$$

$$\mathbf{K}' = \begin{bmatrix} [\mathbf{K}'_d]_{16\times31} \\ [\mathbf{K}'_r]_{15\times31} \end{bmatrix}_{31\times31}, \qquad \text{y} \qquad [\mathbf{K}'']_{31\times31},$$

donde los elementos que contienen un subíndice d se asocian a los grados de libertad traslacionales; y los elementos que contienen un subíndice r se asocian a los grados de libertad rotacionales.

Las masas asociadas a los grados de libertad rotacionales son despreciables, en consecuencia, se debe realizar una condensación estática para disminuir el tamaño del sistema y evitar singularidades ocasionadas por el hecho de despreciar la masa de los grados de libertad rotacionales. Las matrices condensadas obtenidas son $[\bar{\mathbf{K}}]_{16\times16}$, $[\bar{\mathbf{K}}']_{16\times31}$ y $[\bar{\mathbf{K}}'']_{31\times31}$.

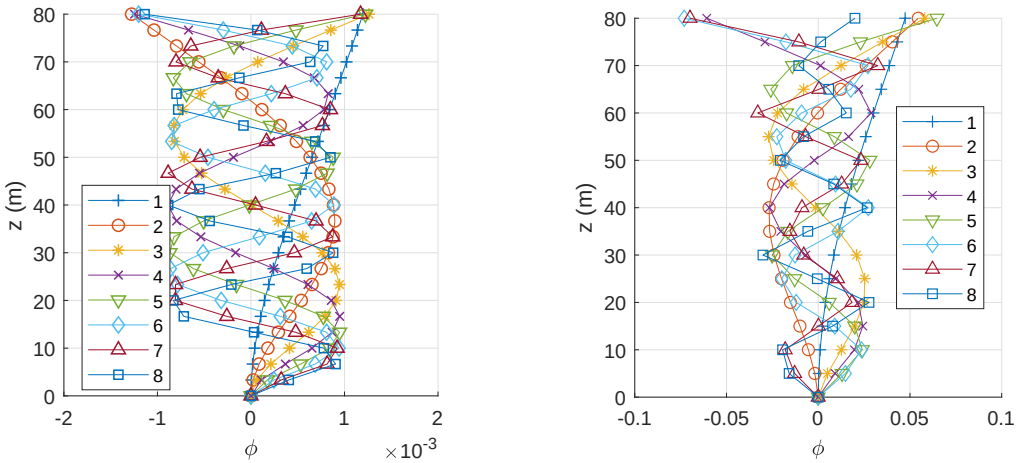
Empleando la matriz de masas de la discretización y la matriz de rigidez condensada, se obtuvieron los periodos y porcentajes de participación. Los periodos y porcentajes de participación son comparados con el modelo de las dos vigas acopladas, ya que será el modelo empleado para obtener la respuesta dinámica de la estructura, para las primeras ocho formas modales, los resultados de la comparativa son mostrados en la Tabla 7.10.

TABLA 7.10: Comparativa de periodos y participaciones de masas entre el modelo no lineal y el modelo de las vigas acopladas

	Periodos (s)		Masa participativa (%)	
Forma	Modelo no lineal	Vigas acopladas	Modelo no lineal	Vigas acopladas
1	1.162	1.153	63.50 %	64.22 %
2	0.253	0.249	19.61 %	16.25 %
3	0.106	0.096	7.38 %	6.21 %
4	0.062	0.050	3.56 %	3.24 %
5	0.043	0.030	1.73 %	1.98 %
6	0.033	0.020	0.71 %	1.33 %
7	0.028	0.015	0.33 %	0.95 %
8	0.025	0.011	1.75 %	0.72 %

Se observa que los periodos asociados a las primeras cuatro formas son bastante semejantes, variando únicamente en milésimas. La diferencia entre los periodos asociados a las primeras cuatro formas modales entre los modelos es de 1.56 %, lo cual valida el modelo no lineal realizado.

Se determinaron las formas modales del modelo no lineal. La Figura 7.81 muestra la comparativa de las primeras ocho formas modales entre el modelo de las vigas acopladas y el modelo no lineal.



(A) Vigas acopladas (B) Modelo no lineal

FIGURA 7.81: Comparación de las formas modales de la chimenea empleando el modelo no lineal

Se aprecia que las formas obtenidas son muy semejantes en los dos modelos, algunas de las formas se encuentran reflejadas respecto al eje vertical, sin embargo, esto no es un problema. En conclusión, el modelo no lineal permite obtener una buena aproximación de las propiedades dinámicas del modelo de las vigas acopladas, por lo que ambos modelos se encuentran listos para poder realizar análisis dinámicos de la estructura.

Una vez definido el modelo con base fija, se elaboró un conjunto de modelos no lineales que consideran la flexibilidad de la cimentación. Para ello se consideraron los cuatro tipos de suelo empleados para el modelo de las vigas acopladas con base flexible. Empleando los parámetros presentados en la Tabla 7.4, se obtuvieron los periodos y formas

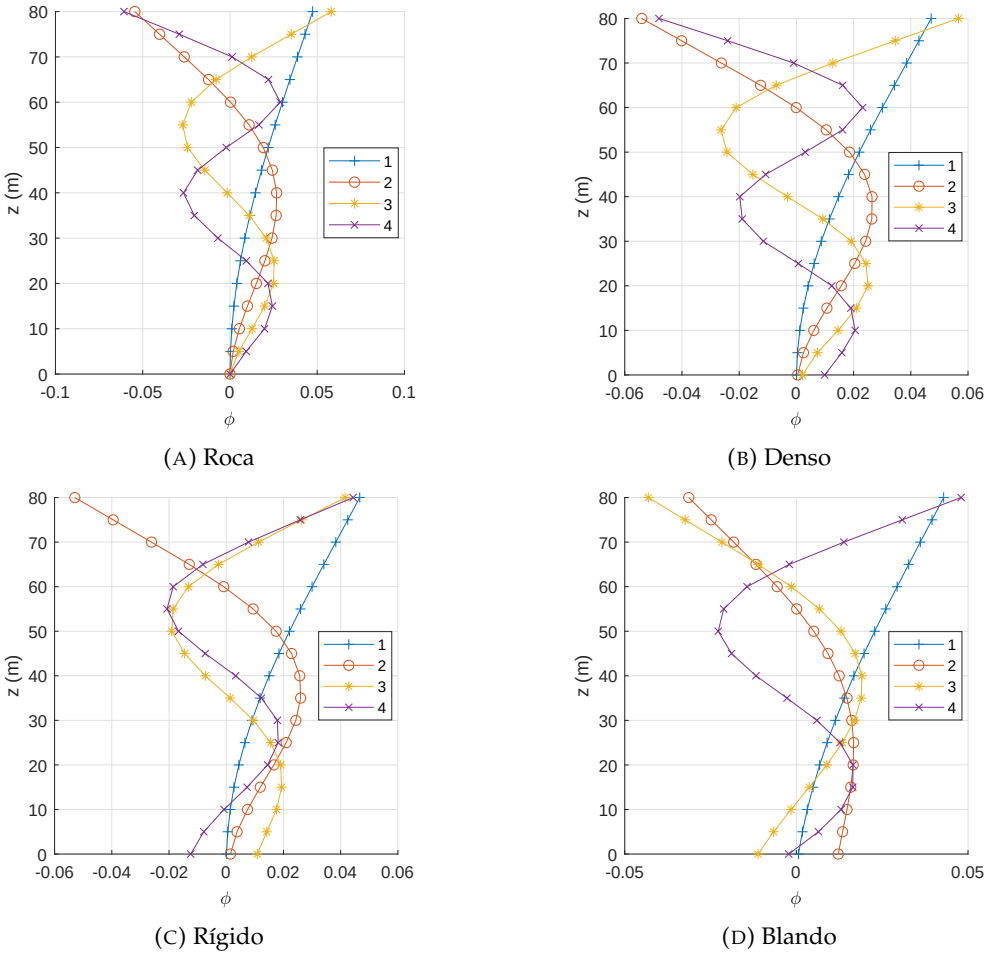
modales de los modelos no lineales mientras la estructura permanece elástica. En la Tabla 7.11 se muestra la comparativa de los periodos obtenidos para las primeras cuatro formas de la chimenea.

TABLA 7.11: Periodos laterales (segundos) del modelo no lineal de la chimenea con base flexible

Forma	Empotrado	Roca	Denso	Rígido	Blando
1	1.16	1.16	1.18	1.21	1.54
2	0.25	0.25	0.26	0.27	0.40
3	0.11	0.11	0.11	0.12	0.27
4	0.06	0.06	0.07	0.10	0.13

Los periodos obtenidos con base flexible son similares al del modelo no lineal con base fija. Además, se observa que los periodos obtenidos coinciden con los del modelo de las vigas acopladas con base flexible.

En la Figura 7.82 se presenta la comparativa de las primeras cuatro formas modales considerando distintos tipos de suelo.



(A) Roca (B) Denso

(C) Rígido (D) Blando

FIGURA 7.82: Comparación de las formas modales de la chimenea para distintos tipos de suelo

Las formas obtenidas para los cuatro tipos de suelo son semejantes, en comparación con las obtenidas con el modelo de las dos vigas acopladas con base flexible, no son tan evidentes las diferencias en amplitud en comparación con el modelo empotrado.

Apéndice

7.A. Manual de usuario metmatr.m

7.A.1. Generalidades

Se presenta el manual de usuario del script de Matlab metmatr. El script permite conocer la respuesta elástica de una estructura en el plano formada por elementos línea empleando el método de las rigideces. Se permiten restricciones totales o parciales en los grados de libertad. Además, se puede considerar que el elemento está empotrado-empotrado o empotrado-articulado en sus extremos, también se consideran las deformaciones por cortante y desplazamientos prescritos en los nodos. Las fuerzas pueden estar aplicadas en los nodos o en las barras. En la Figura 7.83 se presenta un ejemplo de una estructura formada por elementos línea en el plano.

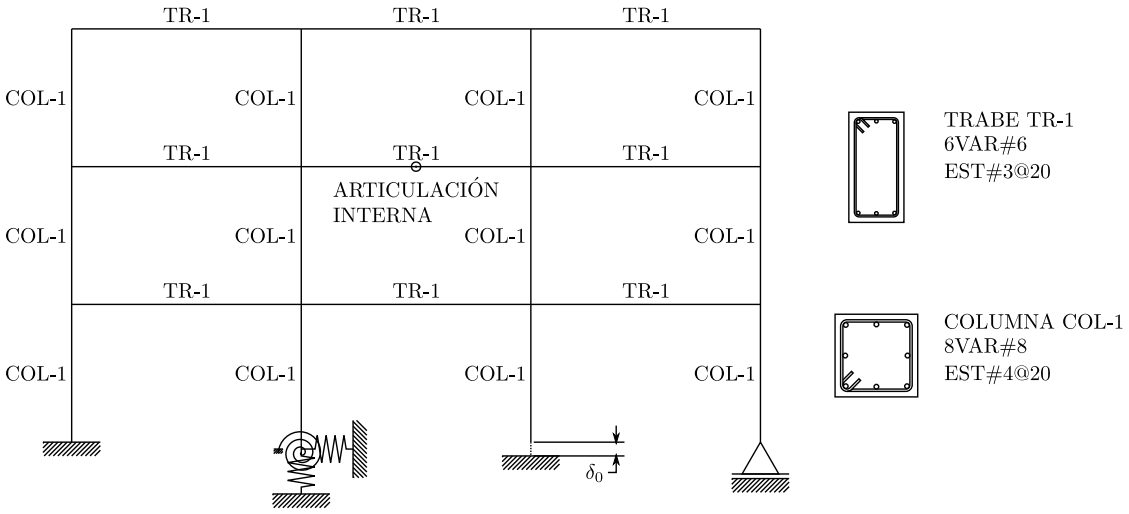


FIGURA 7.83: Marco plano de concreto reforzado

Para el funcionamiento del script se requieren conocer las propiedades geométricas y de los materiales de la estructura en análisis. Además, previo a su ejecución se deben obtener los momentos de empotramiento perfecto debidos a las cargas aplicadas en las barras en el sistema global. Las unidades empleadas deben ser consistentes.

7.A.2. Modo de empleo

Archivos requeridos

Se deben generar tres archivos con las propiedades requeridas para la construcción del modelo, (ver Figura 4.27). Los archivos deben ser de texto delimitado, pueden colocarse en cualquier directorio sin importar la extensión o el nombre del archivo. El primer archivo contiene las propiedades de los nodos y tiene la siguiente estructura:

N	X	Y	$U(i)$	$V(i)$	$T(i)$	Fx	Fy	Mz	$U(p)$	$V(p)$	$T(p)$	KU	KV	KT
N_1	X_1	Y_1	$U(i)_1$	$V(i)_1$	$T(i)_1$	Fx_1	Fy_1	Mz_1	$U(p)_1$	$V(p)_1$	$T(p)_1$	KU_1	KV_1	KT_1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
N_n	X_n	Y_n	$U(i)_n$	$V(i)_n$	$T(i)_n$	Fx_n	Fy_n	Mz_n	$U(p)_n$	$V(p)_n$	$T(p)_n$	KU_n	KV_n	KT_n

En la primera línea está reservada para el encabezado, aunque no es estricta su utilización, se recomienda mantenerlo. En la columna N se colocan los números de los nodos del modelo; en la columna X se colocan las coordenadas en la dirección horizontal de los nodos; en la columna Y se colocan las coordenadas en la dirección vertical de los nodos; en las columnas $U(i), V(i)$ y $T(i)$ se coloca un 1 si el grado de libertad está libre o un 0 si está restringido, $U(i)$ en el desplazamiento horizontal, $V(i)$ en la vertical y $T(i)$ en el giro; Fx, Fy y Mz son las magnitudes de las fuerzas en la dirección horizontal, vertical y momento flexionante concentrados en el nodo en el sistema global; en las columnas $U(p), V(p)$ y $T(p)$ se colocan los desplazamientos y giros prescritos del nodo en el sistema global; y en las columnas KU, KV y KT se colocan los coeficientes de rigidez de los resortes traslacionales y rotacionales.

El segundo archivo contiene las propiedades de las barras y tiene la siguiente estructura:

N	$n(i)$	$n(f)$	E	A	I	G	ff	Tipo	N_{mep}
N_1	$n(i)_1$	$n(f)_1$	E_1	A_1	I_1	G_1	ff_1	Tipo_1	$N_{mep,1}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
N_n	$n(i)_n$	$n(f)_n$	E_n	A_n	I_n	G_n	ff_n	Tipo_n	$N_{mep,n}$

En la primera línea está reservada para el encabezado, aunque no es estricta su utilización, se recomienda mantenerlo. En la columna N se colocan los índices de las barras del modelo; en las columnas $n(i)$ y $n(f)$ se colocan los índices de los nodos inicial y final, respectivamente; en la columna E se coloca el módulo de elasticidad del material; en la columna A se coloca el área de la sección transversal del elemento; en la columna G se coloca el módulo cortante del material; en la columna ff se coloca el factor de forma de la sección transversal para considerar la deformación por cortante, en caso de secciones rectangulares es 1.2, para circulares macizas 10/9 y para circulares huecas 2, en caso de querer despreciar las deformaciones por cortante, el factor de forma debe ser 0; en la columna Tipo se coloca 1 si la barra está empotrada-empotrada o 2 si está empotrada-articulada; y en la columna N_{mep} se coloca el total de momentos de empotramiento perfecto distintos en la barra.

El tercer archivo contiene los momentos de empotramiento perfecto de las barras,el cual debe ser generado previo a ejecutar el análisis, y tiene la siguiente estructura:

$$\begin{matrix} F_{mep}(i)_{x,1} & F_{mep}(i)_{y,1} & M_{mep}(i)_{z,1} & F_{mep}(j)_{x,1} & F_{mep}(j)_{y,1} & M_{mep}(j)_{z,1} \\ F_{mep}(i)_{x,2} & F_{mep}(i)_{y,2} & M_{mep}(i)_{z,2} & F_{mep}(j)_{x,2} & F_{mep}(j)_{y,2} & M_{mep}(j)_{z,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ F_{mep}(i)_{x,n} & F_{mep}(i)_{y,n} & M_{mep}(i)_{z,n} & F_{mep}(j)_{x,n} & F_{mep}(j)_{y,n} & M_{mep}(j)_{z,n} \end{matrix}$$

en donde $F_{mep}(i)_{x,k}$ es la fuerza de empotramiento perfecto en la k-ésima barra en el nodo inicial en la dirección x global; $F_{mep}(i)_{y,k}$ es la fuerza de empotramiento perfecto en la k-ésima barra en el nodo inicial en la dirección y global; $M_{mep}(i)_{z,k}$ es el momento de empotramiento perfecto en la k-ésima barra en el nodo inicial en la dirección z global; $F_{mep}(j)_{x,k}$ es la fuerza de empotramiento perfecto en la k-ésima barra en el nodo final en la dirección x global; $F_{mep}(j)_{y,k}$ es la fuerza de empotramiento perfecto en la k-ésima barra en el nodo final en la dirección y global; y $M_{mep}(j)_{z,k}$ es el momento de empotramiento perfecto en la k-ésima barra en el nodo final en la dirección z global.

Ejecución del programa

Reunida la información requerida, se procede a la ejecución del script (ver Figura 7.84). Durante la ejecución, pide que seleccione los archivos de entrada con las propiedades de los nodos, de las barras y de los momentos de empotramiento perfecto, (ver Figura 7.85). A continuación, pide que cree el archivo de salida de los resultados, donde se puede definir su nombre, directorio y extensión (ver Figura 7.86).

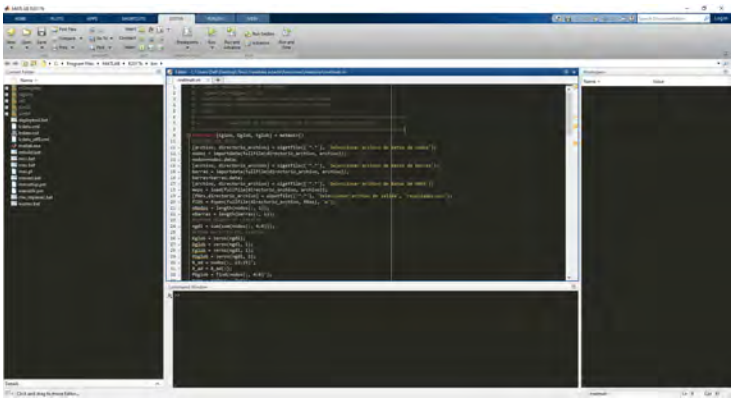


FIGURA 7.84: Ejecución del programa

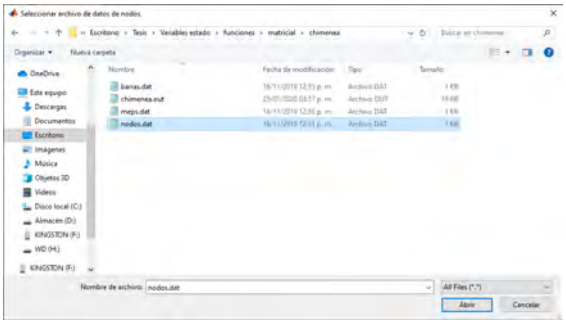


FIGURA 7.85: Selección de archivo de alturas

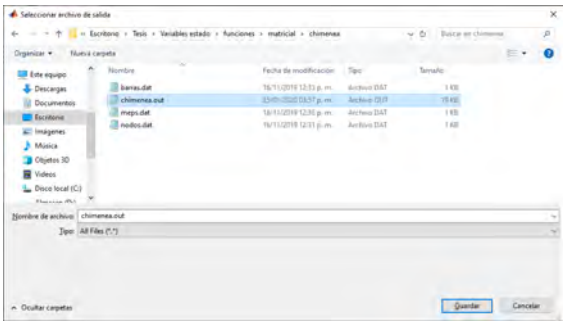


FIGURA 7.86: Selección de directorio de salida

Resultados del programa

En el archivo creado para la salida de resultados, el script coloca las matrices de rigidez por barra en el sistema global; si existen desplazamientos prescritos, coloca las fuerzas debidas a estos en el sistema global; también coloca las fuerzas totales en el modelo en el sistema global; la matriz de rigidez de los grados de libertad no restringidos en el sistema global; los desplazamientos de los grados de libertad no restringidos en el sistema global; y las fuerzas en las barras en el sistema local y global, (ver Figura 7.87).

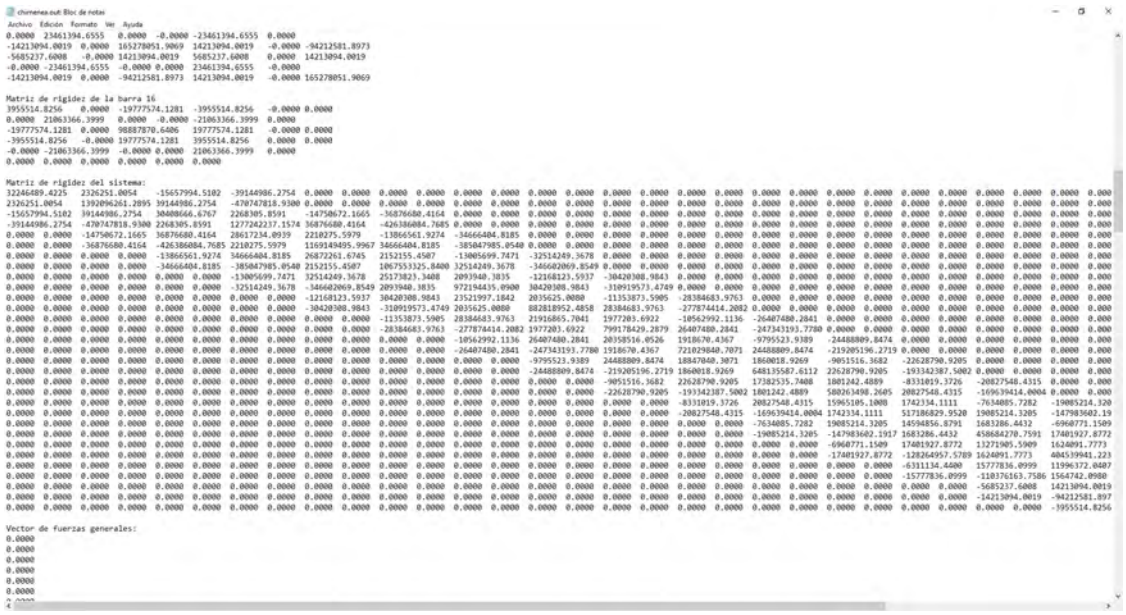


FIGURA 7.87: Archivo de resultados del análisis

Capítulo 8

Respuesta sísmica de una estructura esbelta

Se analizan cuatro casos distintos de la misma estructura empleando la herramienta desarrollada en el capítulo anterior, variando las condiciones de apoyo y se obtienen las demandas al ser sometidas a excitaciones dinámicas en la base por medio de acelerogramas.

8.1. Acciones de análisis

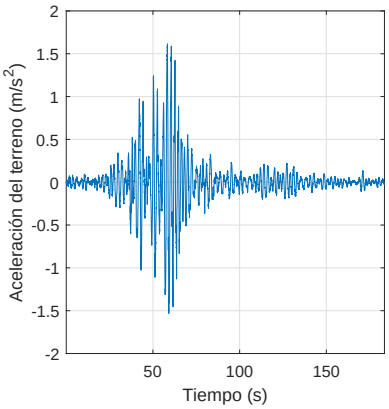
Para efectuar el análisis dinámico, se deben conocer las fuerzas externas a aplicar en la estructura. En este trabajo se emplean acciones sísmicas y eólicas, ya que son las acciones que ha experimentado la estructura desde su construcción. A continuación se presentan las acciones sísmicas utilizadas.

8.1.1. Acciones sísmicas

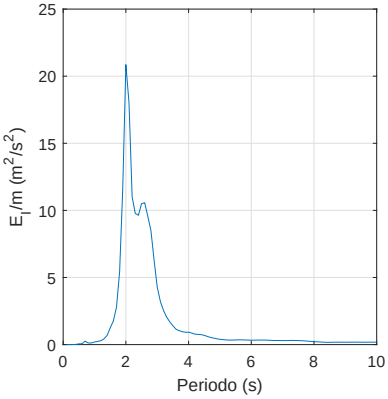
México es un país con una actividad sísmica importante, por ello, existe una considerable cantidad de información disponible para el análisis sísmico de las estructuras.

Del catálogo de sismos disponible, se seleccionaron cuatro registros: el registro de la estación SCT-1 del sismo del 19 de septiembre de 1985, por ser considerado un registro característico de colapso en suelo blando de fuente lejana; el registro de la estación Caleta de Campos del sismo del 19 de septiembre de 1985; por considerarse un registro característico de colapso en suelo firme de fuente cercana; el registro de la estación Villita Corona Centro del 19 de septiembre de 1985, por la importante cantidad de energía de entrada que presenta al ser de fuente cercana; y el registro de la estación Ana Freud del sismo del 22 de enero de 2003, por considerarse un registro característico de colapso en suelo firme de fuente cercana del sismo de Tecomán, Colima.

Seleccionados los registros a emplear, se busca la componente horizontal con mayor ordenada, resultando en la componente N90E para el registro de SCT-1; la componente S00E para Caleta de Campos; la componente S05E para Villita Corona Centro; y la componente N00E para Ana Freud. En las Figuras 8.1–8.4 se presentan los acelerogramas de las componentes más desfavorables de los registros seleccionados y sus espectros elásticos de energía de entrada asociados.

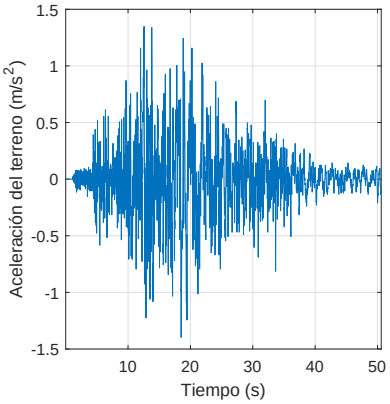


(A) Acelerograma

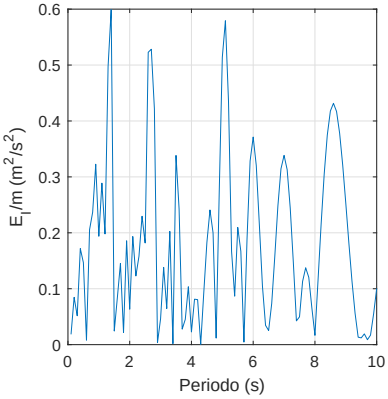


(B) Energía de entrada

FIGURA 8.1: Componente N90E de la estación SCT-1

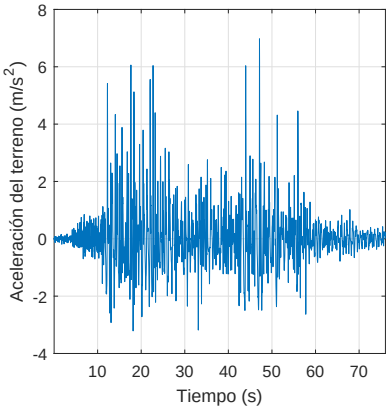


(A) Acelerograma

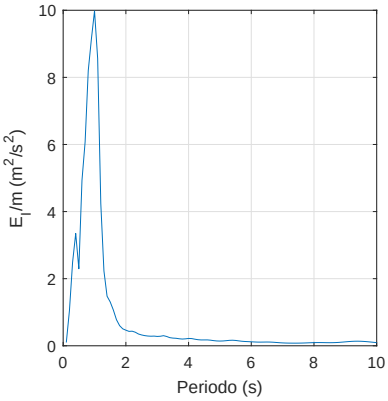


(B) Energía de entrada

FIGURA 8.2: Componente S00E de la estación Caleta de Campos

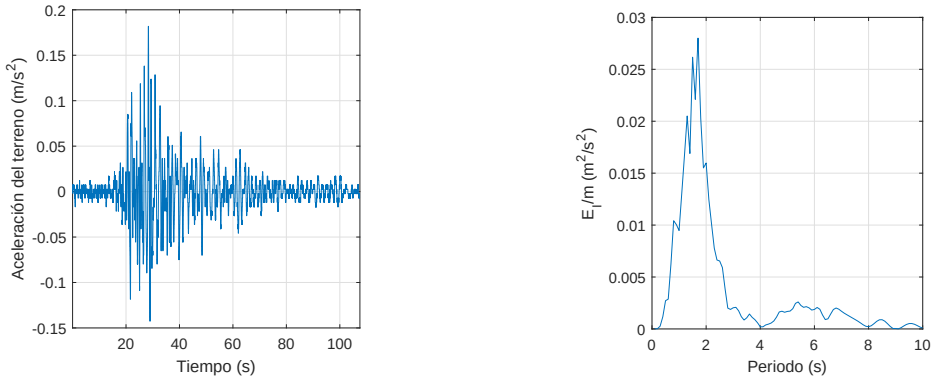


(A) Acelerograma



(B) Energía de entrada

FIGURA 8.3: Componente S05E de la estación Villita Corona



(A) Acelerograma (B) Energía de entrada

FIGURA 8.4: Componente N00E de la estación Ana Freud

Para el análisis sísmico se considera un amortiguamiento proporcional a los dos primeros modos de la estructura del 3 %.

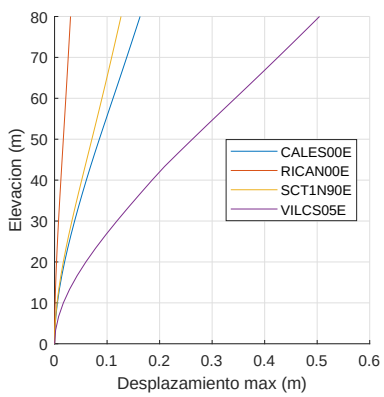
8.2. Respuesta dinámica

Se presenta la respuesta dinámica de la estructura. Se realizaron cuatro modelos: dos elásticos lineales y dos considerando no linealidad del material, de cada par de modelos, uno supone la cimentación sobre suelo rígido y el segundo considera la flexibilidad de la cimentación en cuatro tipos distintos de suelos. La respuesta se obtuvo empleando el método RK6-I con cuadraturas rectangulares.

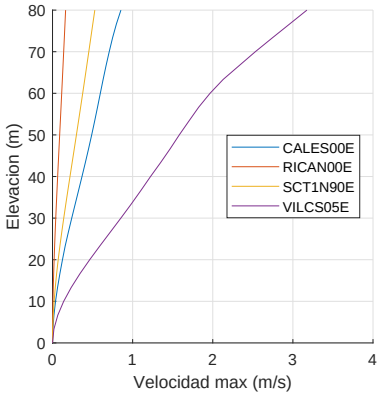
8.2.1. Modelo elástico con base fija

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base fija. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. A continuación se presentan los resultados.

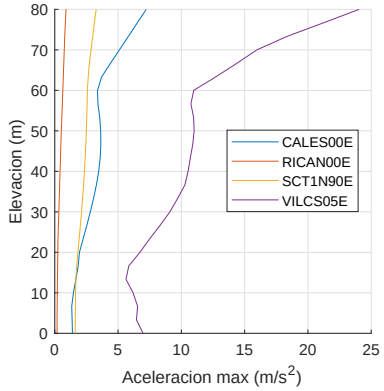
En la Figura 8.5 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó con el registro de Villita Corona y la respuesta mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.



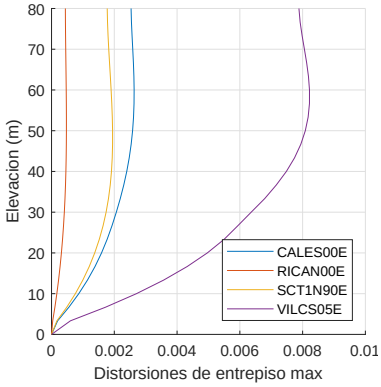
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



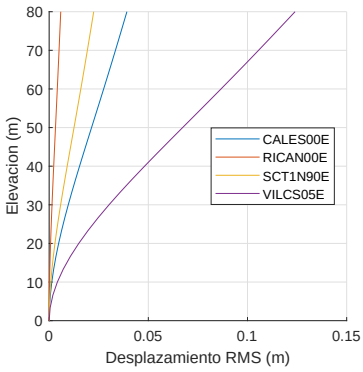
(C) Aceleraciones



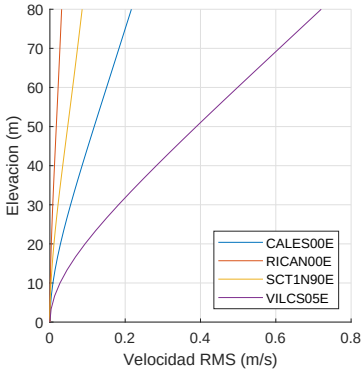
(D) Distorsiones

FIGURA 8.5: Respuestas máximas del modelo elástico con base fija

En la Figura 8.6 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima se presenta con el registro de Villita Corona y la amplitud mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.

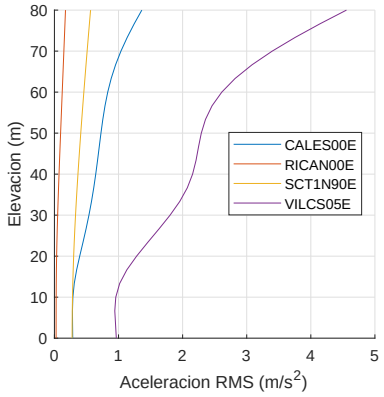


(A) Desplazamientos

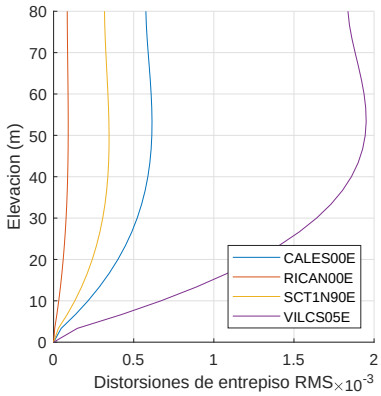


(B) Velocidades

FIGURA 8.6: Respuestas RMS del modelo elástico con base fija



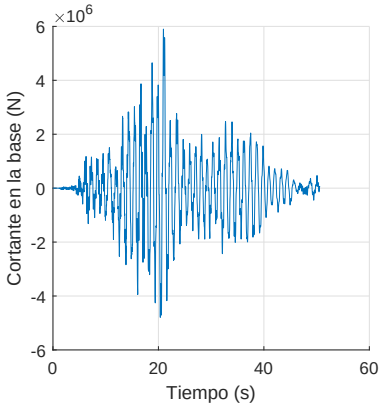
(C) Aceleraciones



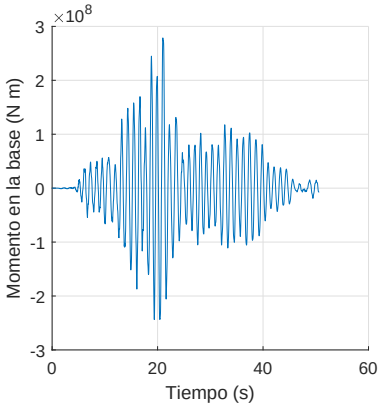
(D) Distorsiones

FIGURA 8.6: Respuestas RMS del modelo elástico con base fija (continuación)

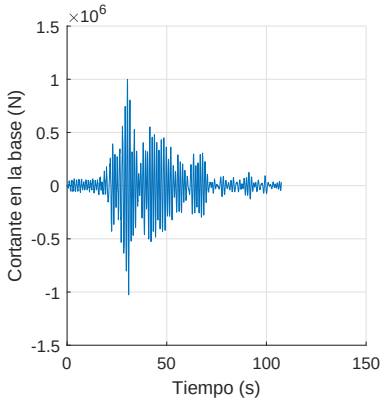
En la Figura 8.7 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 8.1 y 8.2 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



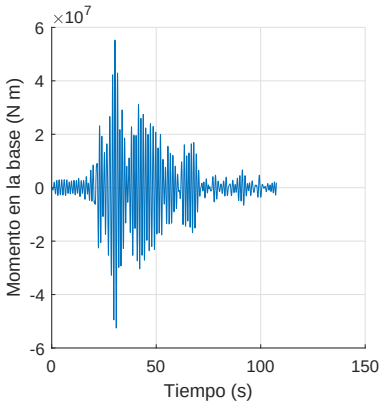
(A) Cortante, CALES00E



(B) Momento, CALES00E

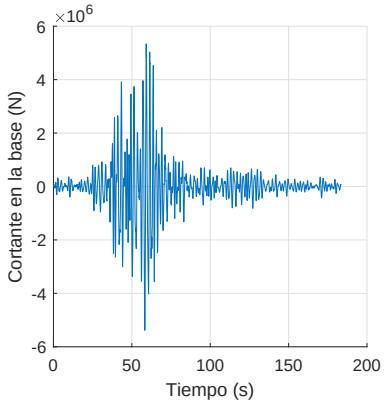


(C) Cortante, RICAN00E

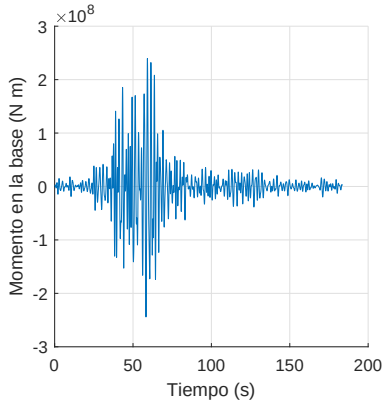


(D) Momento, RICAN00E

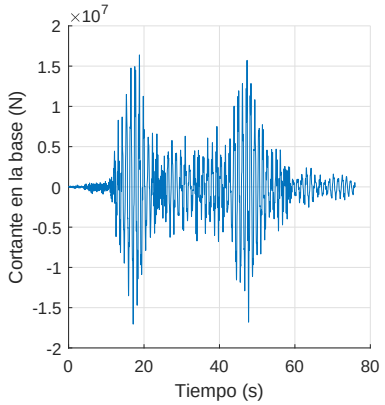
FIGURA 8.7: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija



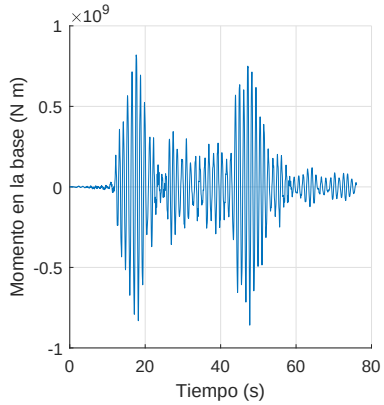
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 8.7: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija (continuación)

TABLA 8.1: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico con base fija

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	5.90E+06	1.03E+06	5.39E+06	1.70E+07
Momento (N m)	2.79E+08	5.53E+07	2.44E+08	8.59E+08

TABLA 8.2: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico con base fija

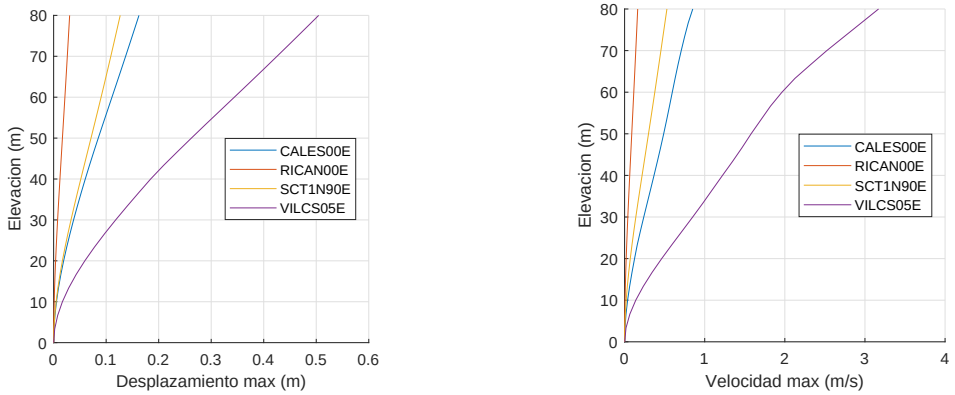
Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	1.28E+06	1.90E+05	9.20E+05	3.91E+06
Momento (N m)	7.05E+07	1.06E+07	4.28E+07	2.20E+08

Los resultados muestran que el registro sísmico que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está empotrada es el registro de Villita Corona y, por otra parte, el registro que menores demandas produjo en la estructura es el de la estación Ana Freud.

8.2.2. Modelo elástico sobre roca

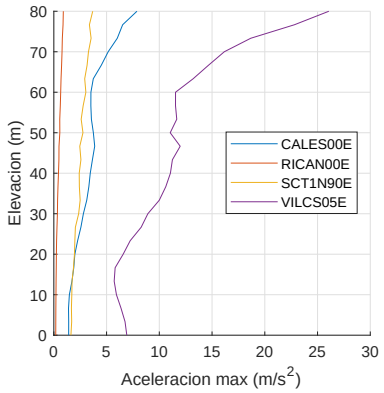
La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible con los parámetros correspondientes a roca presentados en la Tabla 7.4. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. A continuación se presentan los resultados.

En la Figura 8.8 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, se obtuvieron resultados parecidos a los obtenidos con el modelo de las dos vigas con base fija.

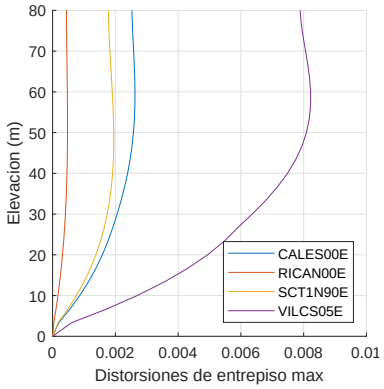


(A) Desplazamientos

(B) Velocidades



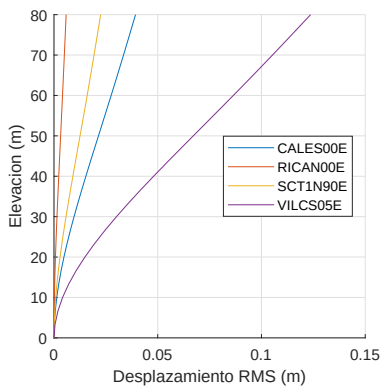
(C) Aceleraciones



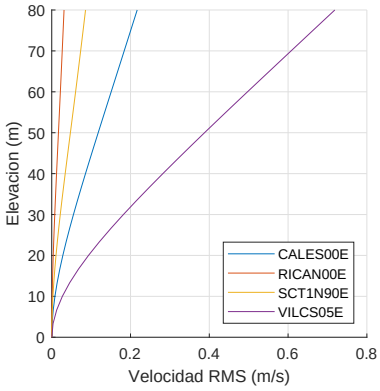
(D) Distorsiones

FIGURA 8.8: Respuestas máximas del modelo elástico sobre roca

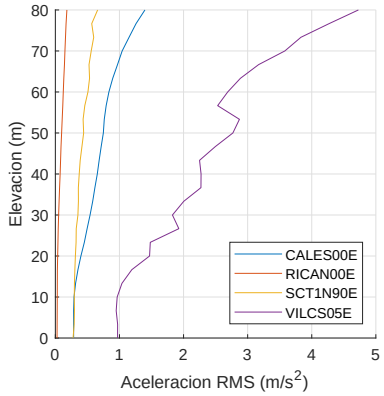
En la Figura 8.9 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, se obtuvieron resultados parecidos a los obtenidos con el modelo de las dos vigas con base fija.



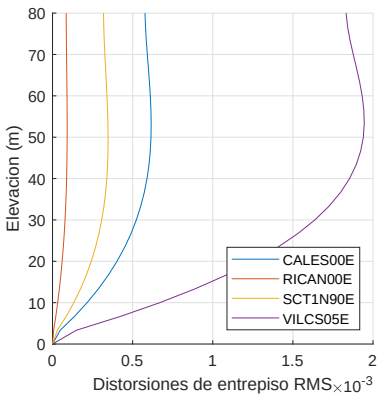
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



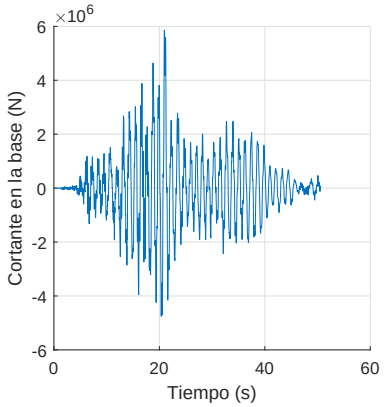
(C) Aceleraciones



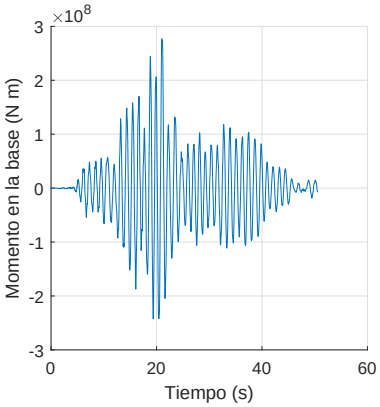
(D) Distorsiones

FIGURA 8.9: Respuestas RMS del modelo elástico sobre roca

En la Figura 8.10 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 8.3 y 8.4 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.

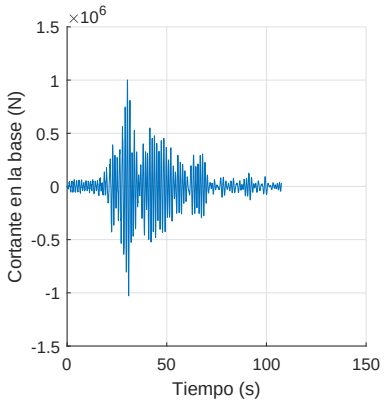


(A) Cortante, CALES00E

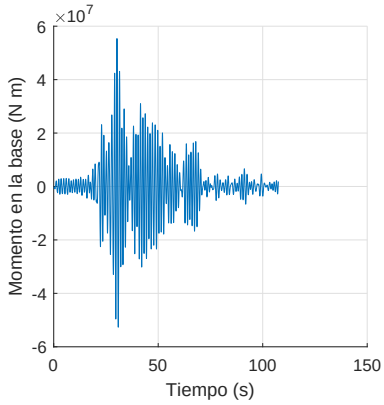


(B) Momento, CALES00E

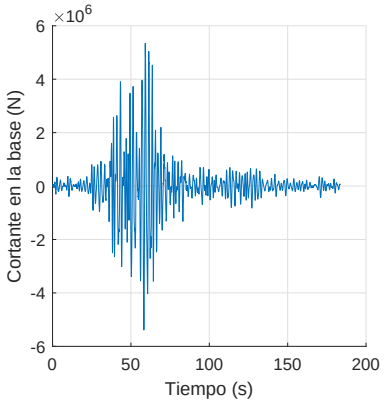
FIGURA 8.10: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca



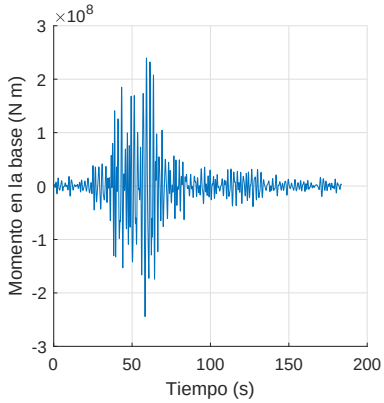
(C) Cortante, RICAN00E



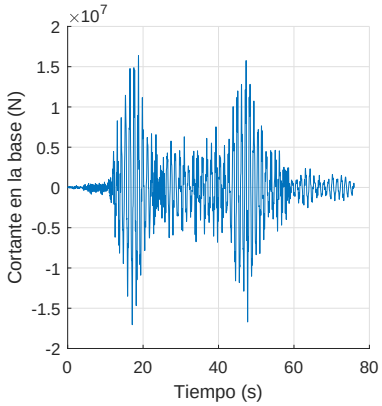
(D) Momento, RICAN00E



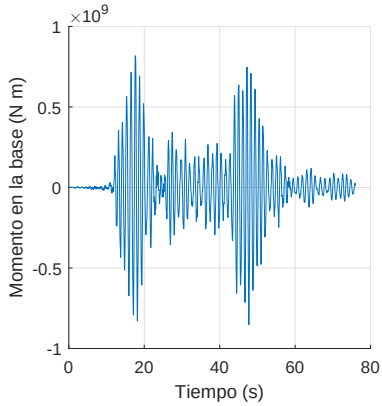
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 8.10: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca (continuación)

Los resultados muestran que el registro sísmico que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación es roca es el registro de Villita Corona y, por otra parte, el registro que menores demandas produjo en la estructura es el de la estación Ana Freud. Los valores obtenidos son semejantes a los del modelo con base fija.

TABLA 8.3: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre roca

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	5.86E+06	1.03E+06	5.39E+06	1.70E+07
Momento (N m)	2.77E+08	5.54E+07	2.44E+08	8.53E+08

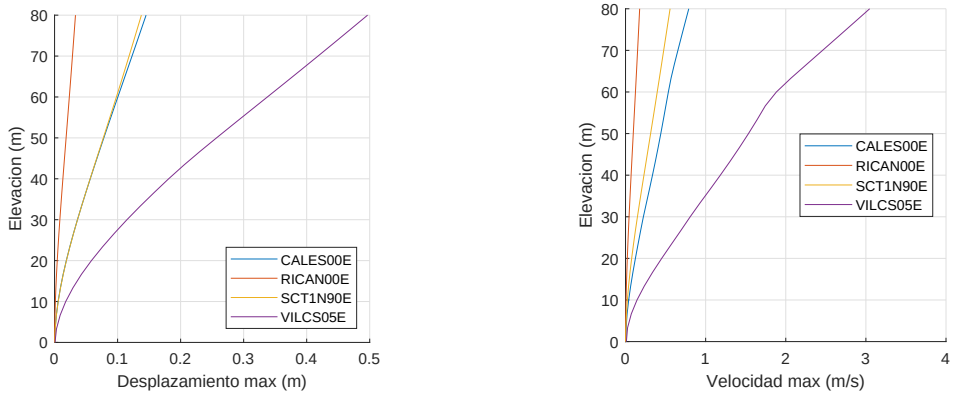
TABLA 8.4: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre roca

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	1.28E+06	1.90E+05	9.20E+05	3.90E+06
Momento (N m)	7.06E+07	1.06E+07	4.28E+07	2.20E+08

8.2.3. Modelo elástico sobre suelo denso

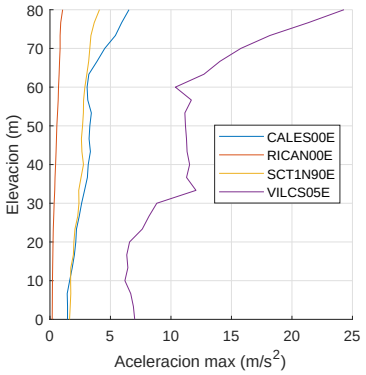
La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible con los parámetros correspondientes a suelo denso presentados en la Tabla 7.4. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. A continuación se presentan los resultados.

En la Figura 8.11 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó con el registro de Villita Corona y la respuesta mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.

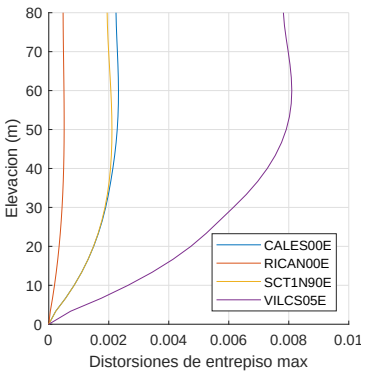


(A) Desplazamientos (B) Velocidades

FIGURA 8.11: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo denso



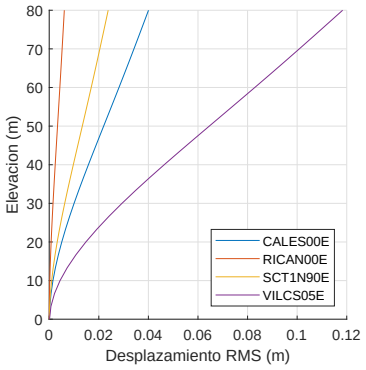
(C) Aceleraciones



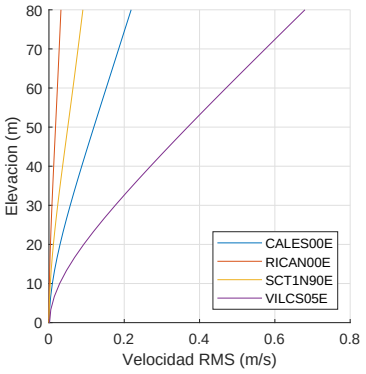
(D) Distorsiones

FIGURA 8.11: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo denso (continuación)

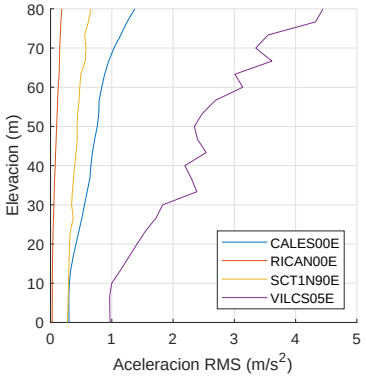
En la Figura 8.12 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima se presenta con el registro de Villita Corona y la amplitud mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.



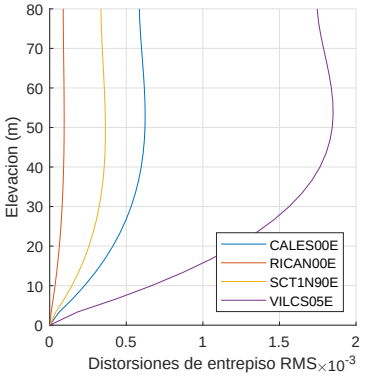
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



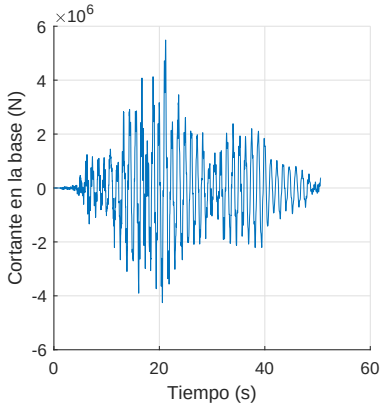
(C) Aceleraciones



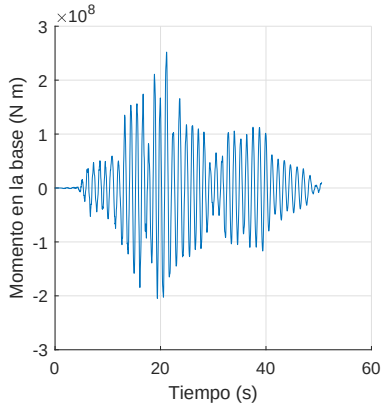
(D) Distorsiones

FIGURA 8.12: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo denso

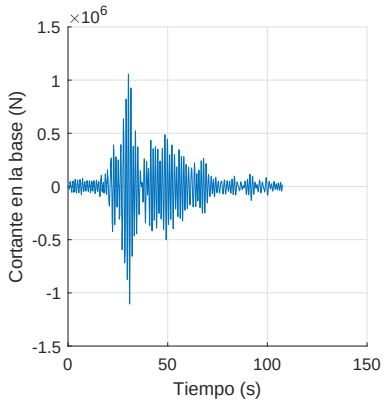
En la Figura 8.13 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 8.5 y 8.6 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



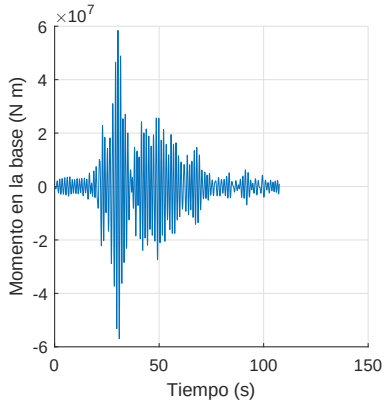
(A) Cortante, CALES00E



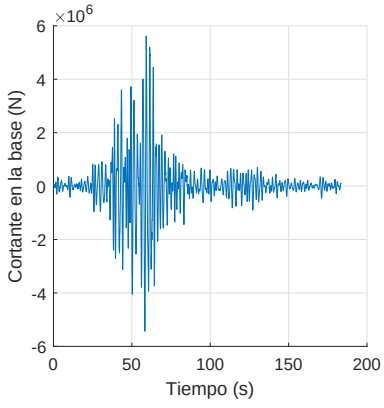
(B) Momento, CALES00E



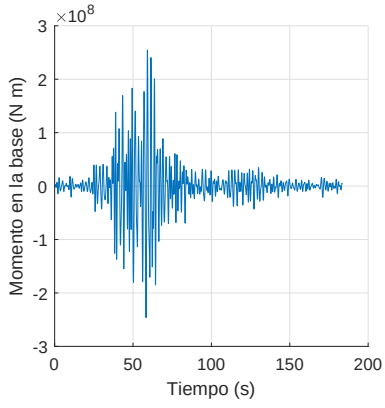
(C) Cortante, RICAN00E



(D) Momento, RICAN00E

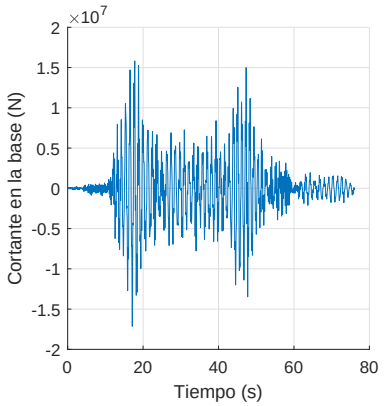


(E) Cortante, SCT1N90E

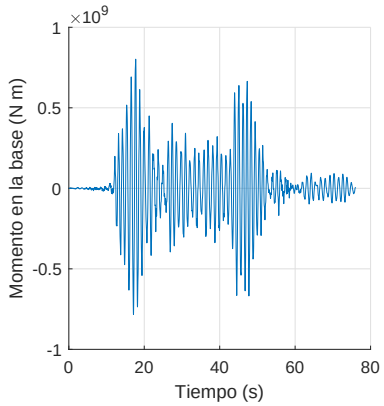


(F) Momento, SCT1N90E

FIGURA 8.13: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 8.13: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso (continuación)

TABLA 8.5: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre suelo denso

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	5.49E+06	1.11E+06	5.62E+06	1.71E+07
Momento (N m)	2.52E+08	5.84E+07	2.55E+08	8.02E+08

TABLA 8.6: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre suelo denso

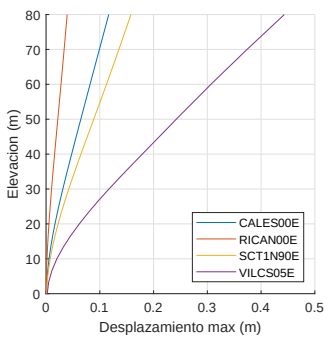
Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	1.27E+06	1.93E+05	9.37E+05	3.66E+06
Momento (N m)	6.98E+07	1.07E+07	4.37E+07	2.04E+08

Los resultados muestran que el registro sísmico que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que el suelo es denso es el registro de Villita Corona y, por otra parte, el registro que menores demandas produjo en la estructura es el de la estación Ana Freud. Los valores obtenidos son semejantes a los del modelo elástico con base fija y al modelo elástico sobre roca.

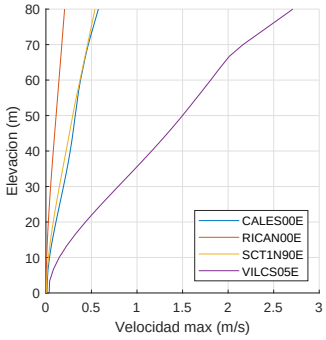
8.2.4. Modelo elástico sobre suelo rígido

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible con los parámetros correspondientes a suelo rígido presentados en la Tabla 7.4. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. A continuación se presentan los resultados.

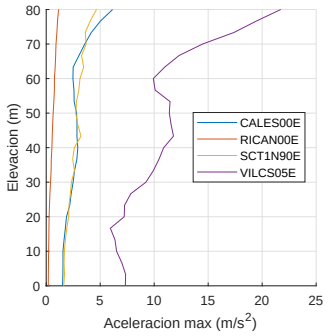
En la Figura 8.14 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó con el registro de Villita Corona y la respuesta mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.



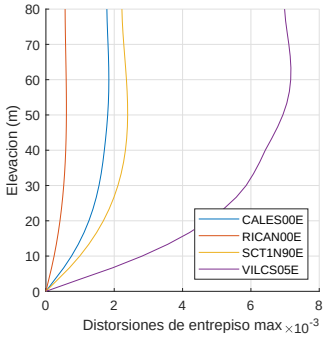
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



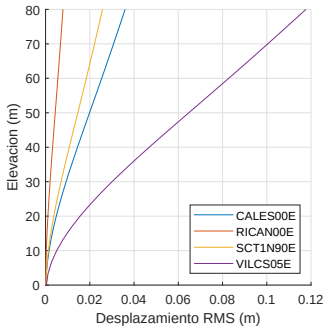
(C) Aceleraciones



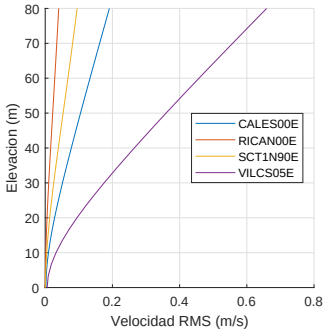
(D) Distorsiones

FIGURA 8.14: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo rígido

En la Figura 8.15 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima se presenta con el registro de Villita Corona y la amplitud mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.

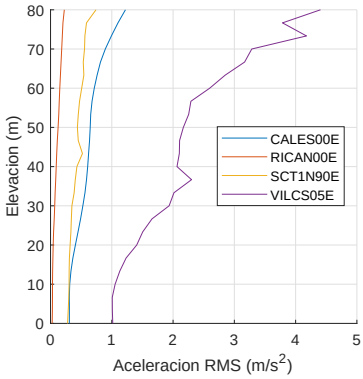


(A) Desplazamientos

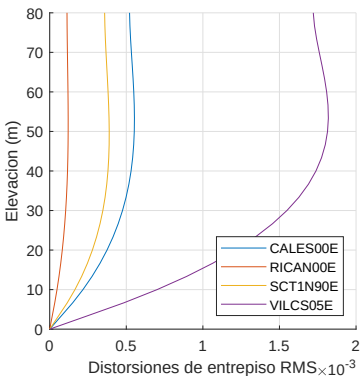


(B) Velocidades

FIGURA 8.15: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo rígido



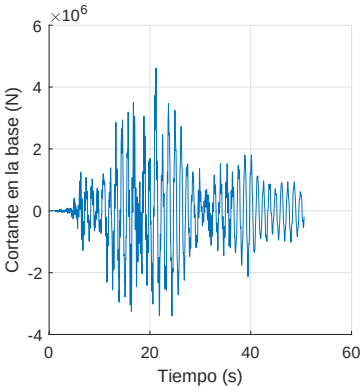
(C) Aceleraciones



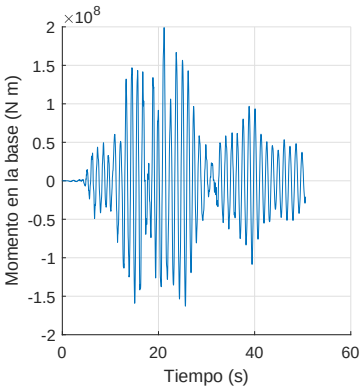
(D) Distorsiones

FIGURA 8.15: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo rígido (continuación)

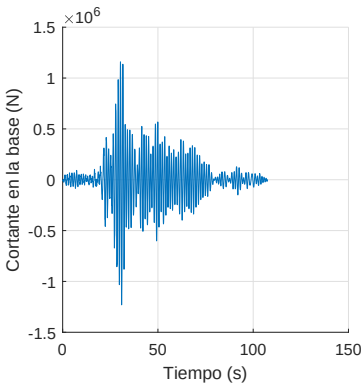
En la Figura 8.16 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 8.7 y 8.8 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



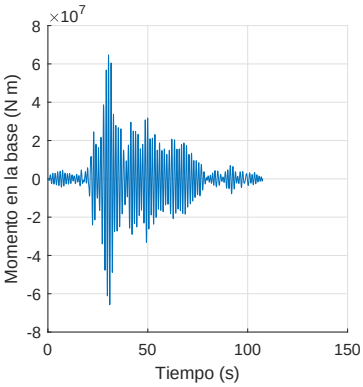
(A) Cortante, CALES00E



(B) Momento, CALES00E

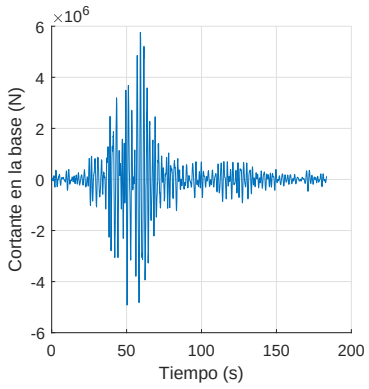


(C) Cortante, RICAN00E

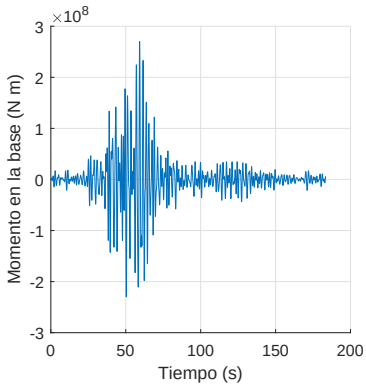


(D) Momento, RICAN00E

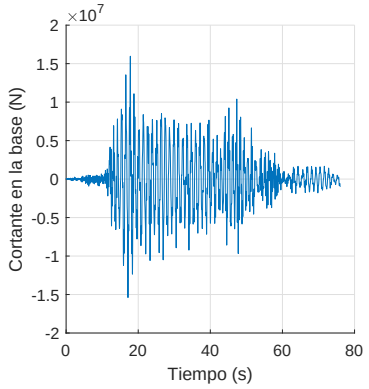
FIGURA 8.16: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido



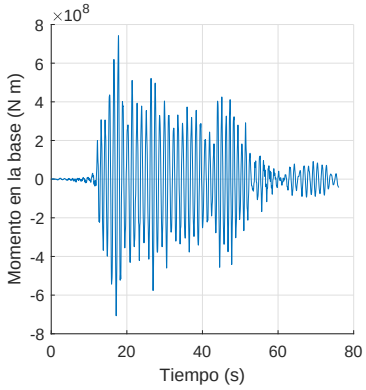
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 8.16: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido (continuación)

TABLA 8.7: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	4.62E+06	1.23E+06	5.76E+06	1.60E+07
Momento (N m)	1.99E+08	6.57E+07	2.70E+08	7.42E+08

TABLA 8.8: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre suelo rígido

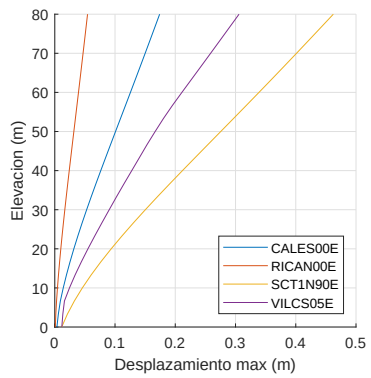
Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	1.11E+06	2.36E+05	9.57E+05	3.49E+06
Momento (N m)	5.95E+07	1.31E+07	4.47E+07	1.93E+08

Los resultados muestran que el registro sísmico que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que el suelo es rígido es el registro de Villita Corona y, por otra parte, el registro que menores demandas produjo en la estructura es el de la estación Ana Freud. Las demandas máximas obtenidas disminuyen con respecto al modelo elástico con base fija para el registro de Villita Corona.

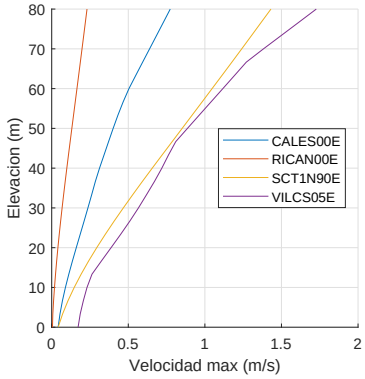
8.2.5. Modelo elástico sobre suelo blando

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible con los parámetros correspondientes a suelo blando presentados en la Tabla 7.4. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. A continuación se presentan los resultados.

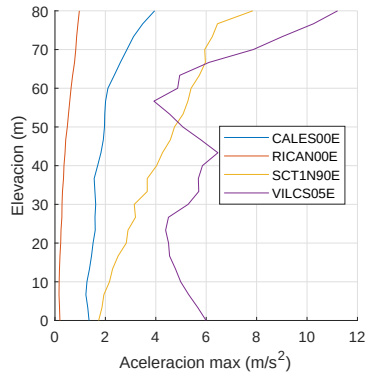
En la Figura 8.17 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, los desplazamientos y distorsiones máximos se presentaron con el registro de SCT, mientras la velocidad y aceleración máxima con el registro de Villita Corona. La respuesta mínima ocurrió con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.



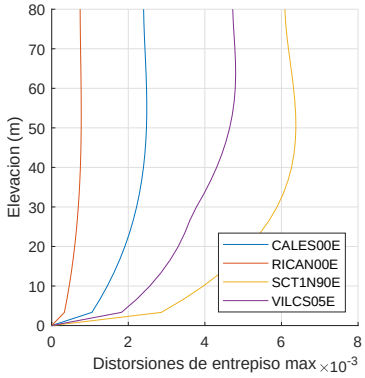
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



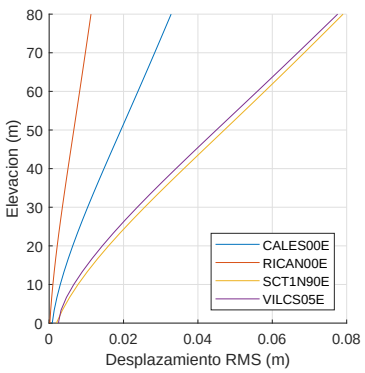
(C) Aceleraciones



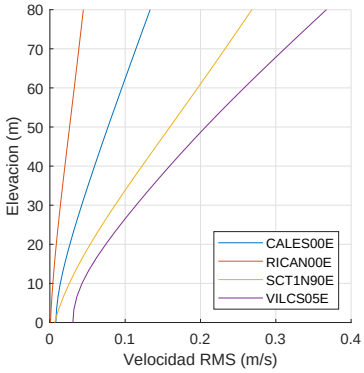
(D) Distorsiones

FIGURA 8.17: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo blando

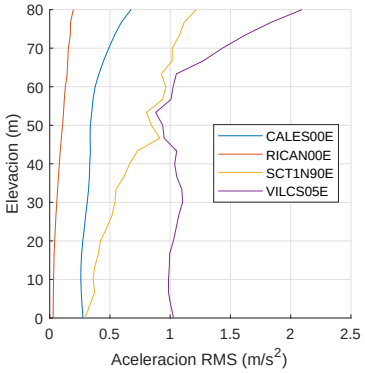
En la Figura 8.18 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Las máximas amplitudes de los perfiles coinciden con las observadas en los perfiles de respuesta máxima. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.



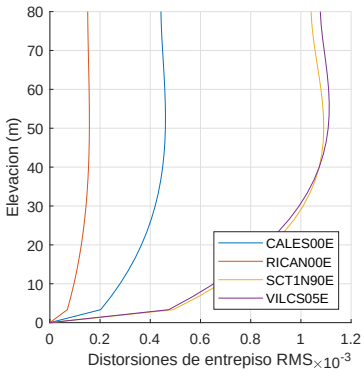
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



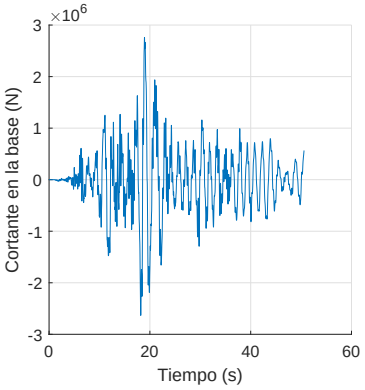
(C) Aceleraciones



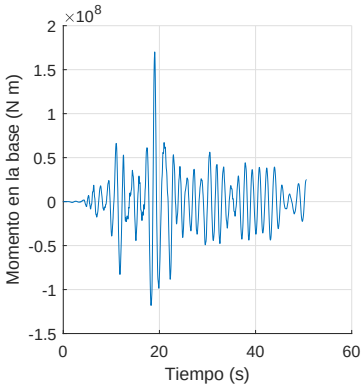
(D) Distorsiones

FIGURA 8.18: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo blando

En la Figura 8.19 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 8.9 y 8.10 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.

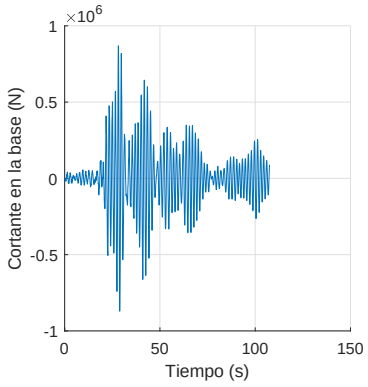


(A) Cortante, CALES00E

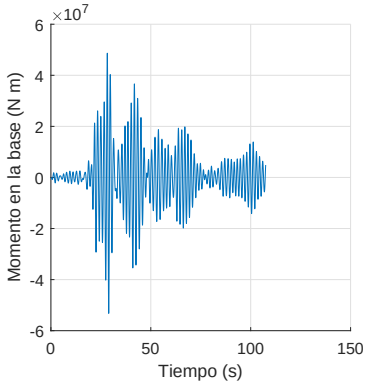


(B) Momento, CALES00E

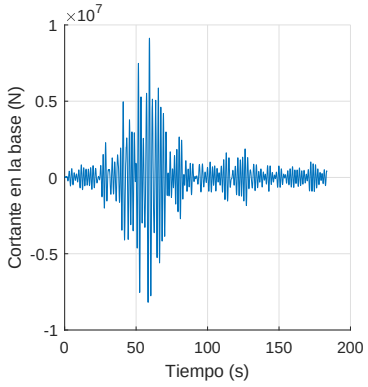
FIGURA 8.19: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo blando



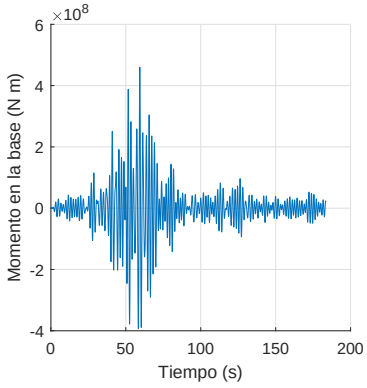
(C) Cortante, RICAN00E



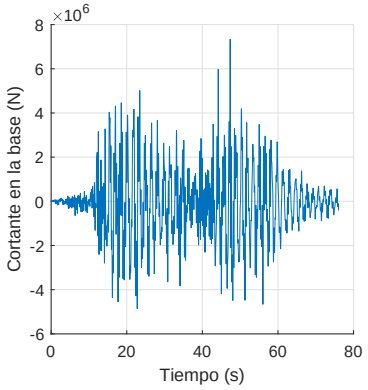
(D) Momento, RICAN00E



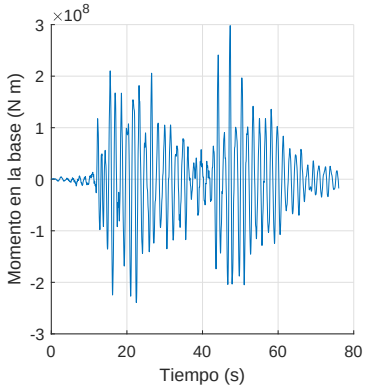
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 8.19: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo blando (continuación)

TABLA 8.9: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre suelo blando

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	2.76E+06	8.71E+05	9.13E+06	7.33E+06
Momento (N m)	1.70E+08	5.33E+07	4.60E+08	2.98E+08

Los resultados muestran que el registro sísmico que mayores demandas produce en la

TABLA 8.10: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre suelo blando

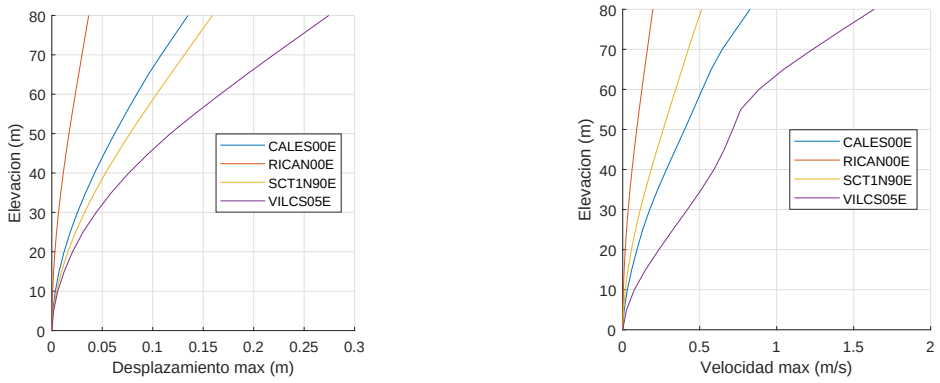
Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	6.30E+05	2.04E+05	1.57E+06	1.52E+06
Momento (N m)	3.24E+07	1.11E+07	7.88E+07	7.59E+07

chimenea cuando se considera que el suelo es blando es el registro de SCT y, por otra parte, el registro que menores demandas produjo en la estructura es el de la estación Ana Freud. Las demandas máximas obtenidas son distintas a las del modelo elástico ya que el registro SCT ahora produce mayores demandas al de Villita Corona.

8.2.6. Modelo no lineal con base fija

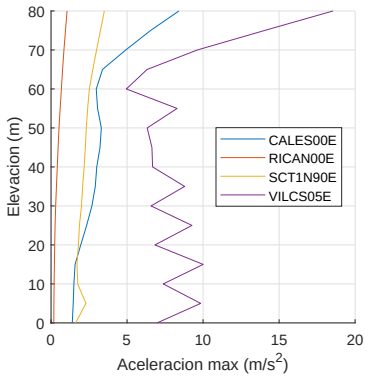
La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base fija. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además, se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. A continuación se presentan los resultados.

En la Figura 8.20 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó con el registro de Villita Corona y la respuesta mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.

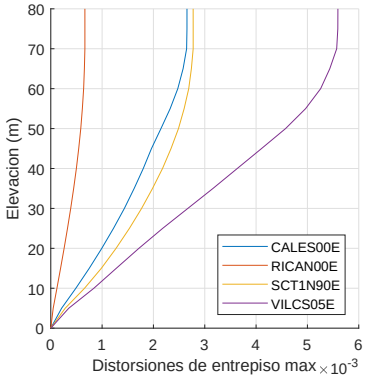


(A) Desplazamientos (B) Velocidades

FIGURA 8.20: Respuestas máximas del modelo no lineal con base fija



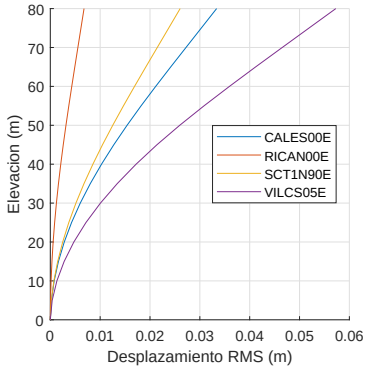
(C) Aceleraciones



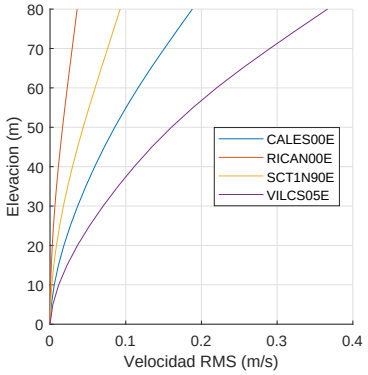
(D) Distorsiones

FIGURA 8.20: Respuestas máximas del modelo no lineal con base fija (continuación)

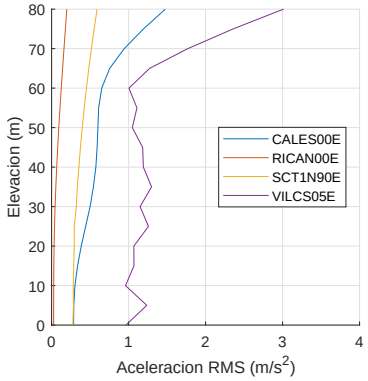
En la Figura 8.21 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima se presenta con el registro de Villita Corona y la amplitud mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.



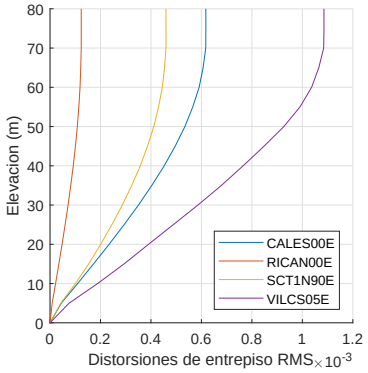
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



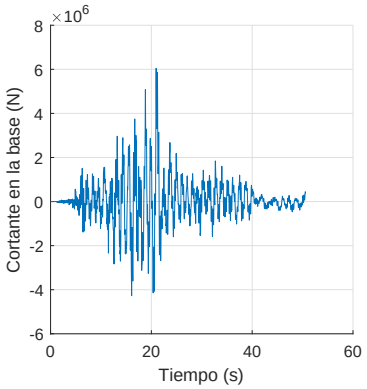
(C) Aceleraciones



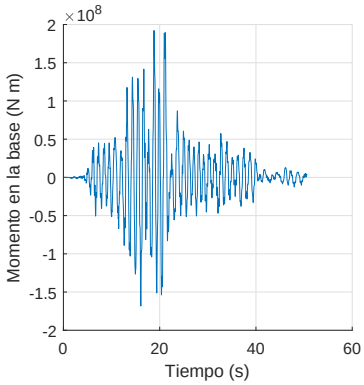
(D) Distorsiones

FIGURA 8.21: Respuestas RMS del modelo no lineal con base fija

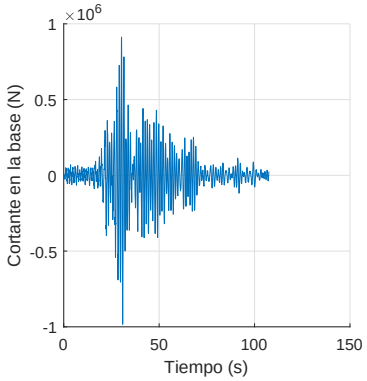
En la Figura 8.22 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 8.11 y 8.12 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



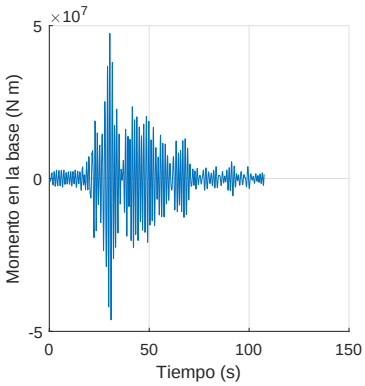
(A) Cortante, CALES00E



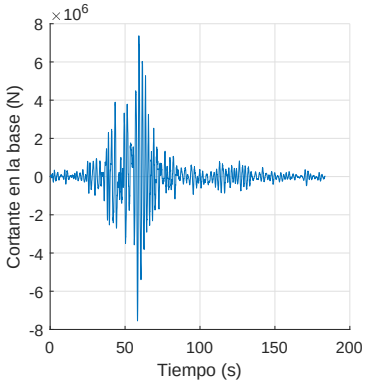
(B) Momento, CALES00E



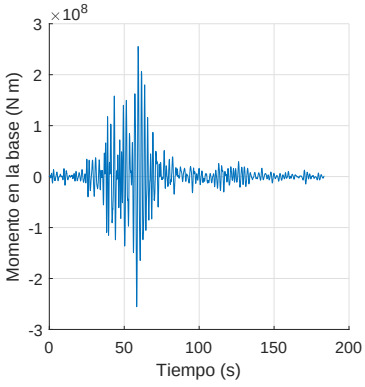
(C) Cortante, RICAN00E



(D) Momento, RICAN00E

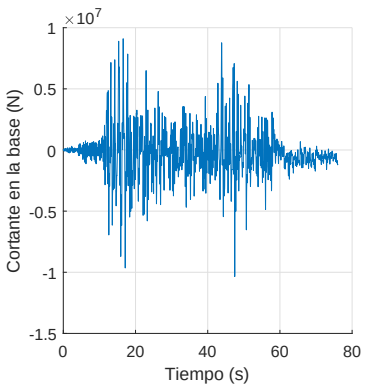


(E) Cortante, SCT1N90E

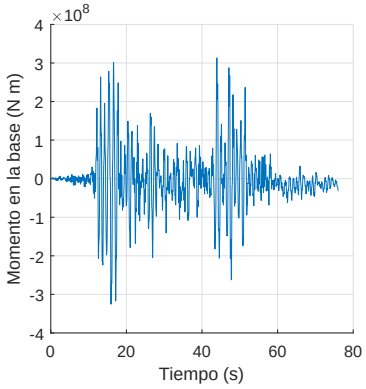


(F) Momento, SCT1N90E

FIGURA 8.22: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 8.22: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija (continuación)

TABLA 8.11: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal con base fija

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	6.05E+06	9.83E+05	7.55E+06	1.03E+07
Momento (N m)	1.92E+08	4.74E+07	2.55E+08	3.25E+08

TABLA 8.12: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal con base fija

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	1.03E+06	1.68E+05	1.08E+06	1.94E+06
Momento (N m)	4.34E+07	8.69E+06	3.95E+07	7.33E+07

Los resultados muestran que el registro sísmico que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está empotrada es el registro de Villita Corona y, por otra parte, el registro que menores demandas produjo en la estructura es el de la estación Ana Freud.

Además, las demandas máximas cambian respecto al modelo elástico con base fija. Debido a que para tres de los registros se formaron articulaciones plásticas, el cortante en la base para los registros de Caleta y SCT se incrementó, mientras que, para el resto disminuyó. Por otra parte, el momento en la base para el registro SCT se incrementó, mientras que, para el resto disminuyó.

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000. Las rotaciones y estados de daño son presentados en la Tabla 8.13, donde el estado EL es elástico y FO es operacional.

TABLA 8.13: Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal con base fija

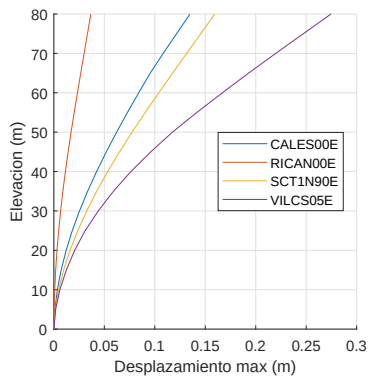
	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado
AP1	1.34E-04	FO	2.93E-05	EL	1.90E-04	FO	2.45E-04	FO
AP2	9.97E-05	FO	2.64E-05	EL	1.43E-04	FO	1.93E-04	FO
AP3	1.20E-04	FO	2.84E-05	EL	1.64E-04	FO	2.16E-04	FO
AP4	9.16E-05	EL	2.54E-05	EL	1.19E-04	FO	1.82E-04	FO
AP5	1.04E-04	FO	2.73E-05	EL	1.40E-04	FO	2.05E-04	FO
AP6	8.61E-05	EL	2.41E-05	EL	9.71E-05	FO	1.77E-04	FO
AP7	9.30E-05	EL	2.61E-05	EL	1.17E-04	FO	2.01E-04	FO
AP8	8.09E-05	EL	2.27E-05	EL	8.81E-05	EL	1.79E-04	FO
AP9	8.78E-05	EL	2.46E-05	EL	1.04E-04	FO	2.39E-04	FO
AP10	7.64E-05	EL	2.11E-05	EL	8.06E-05	EL	2.04E-04	FO
AP11	8.23E-05	EL	2.27E-05	EL	8.68E-05	EL	2.31E-04	FO
AP12	7.35E-05	EL	1.90E-05	EL	7.15E-05	EL	2.02E-04	FO
AP13	7.99E-05	EL	2.07E-05	EL	7.77E-05	EL	2.31E-04	FO
AP14	7.09E-05	EL	1.70E-05	EL	6.30E-05	EL	1.87E-04	FO
AP15	7.73E-05	EL	1.85E-05	EL	6.87E-05	EL	2.16E-04	FO
AP16	6.71E-05	EL	1.46E-05	EL	5.37E-05	EL	1.69E-04	FO
AP17	7.60E-05	EL	1.66E-05	EL	6.08E-05	EL	2.54E-04	FO
AP18	6.32E-05	EL	1.28E-05	EL	4.64E-05	EL	1.77E-04	FO
AP19	7.22E-05	EL	1.46E-05	EL	5.31E-05	EL	2.80E-04	FO
AP20	5.72E-05	EL	1.05E-05	EL	3.78E-05	EL	1.65E-04	FO
AP21	6.42E-05	EL	1.18E-05	EL	4.25E-05	EL	2.57E-04	FO
AP22	4.73E-05	EL	8.20E-06	EL	2.91E-05	EL	1.01E-04	FO
AP23	5.20E-05	EL	9.02E-06	EL	3.20E-05	EL	1.57E-04	FO
AP24	3.40E-05	EL	5.41E-06	EL	1.89E-05	EL	6.90E-05	EL
AP25	3.86E-05	EL	6.15E-06	EL	2.15E-05	EL	7.84E-05	EL
AP26	2.20E-05	EL	3.35E-06	EL	1.16E-05	EL	4.64E-05	EL
AP27	2.44E-05	EL	3.72E-06	EL	1.29E-05	EL	5.15E-05	EL
AP28	8.48E-06	EL	1.14E-06	EL	3.85E-06	EL	1.85E-05	EL
AP29	9.75E-06	EL	1.31E-06	EL	4.43E-06	EL	2.13E-05	EL
AP30	2.69E-06	EL	3.35E-07	EL	1.12E-06	EL	5.92E-06	EL
AP31	3.12E-06	EL	3.89E-07	EL	1.30E-06	EL	6.85E-06	EL

El registro de Villita Corona es el más desfavorable de los analizados para este modelo, ya que se alcanza la máxima rotación plástica, se forman más articulaciones plásticas, el cortante y momento son los máximos y los perfiles máximos y RMS tienen mayor amplitud.

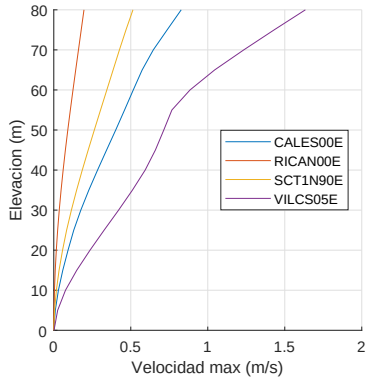
8.2.7. Modelo no lineal sobre roca

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base flexible con los parámetros correspondientes a roca presentados en la Tabla 7.4. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además, se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. A continuación se presentan los resultados.

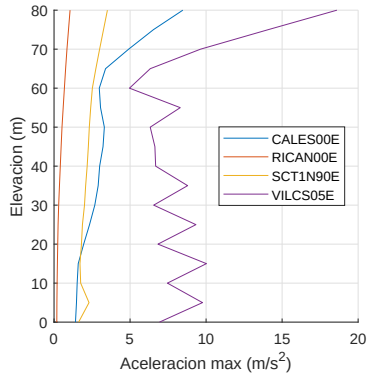
En la Figura 8.23 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, se obtuvieron resultados parecidos a los obtenidos con el modelo no lineal con base fija.



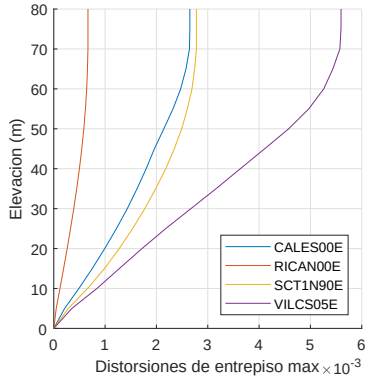
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



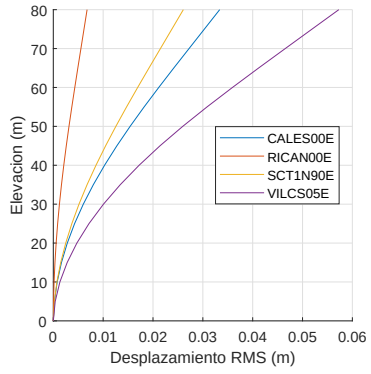
(C) Aceleraciones



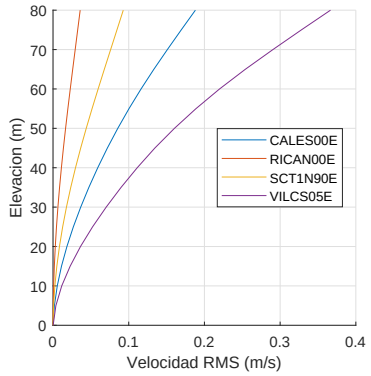
(D) Distorsiones

FIGURA 8.23: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre roca

En la Figura 8.24 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, se obtuvieron resultados parecidos a los obtenidos con el modelo no lineal con base fija.

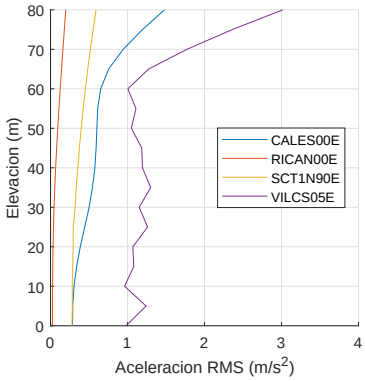


(A) Desplazamientos

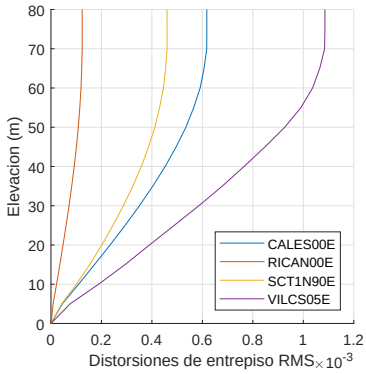


(B) Velocidades

FIGURA 8.24: Respuestas RMS del modelo elástico sobre roca



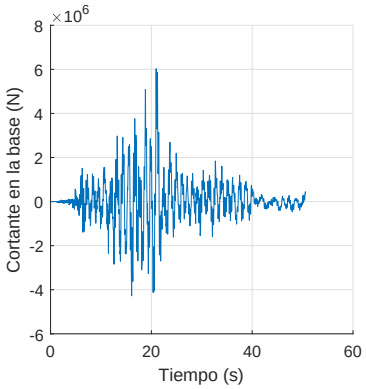
(C) Aceleraciones



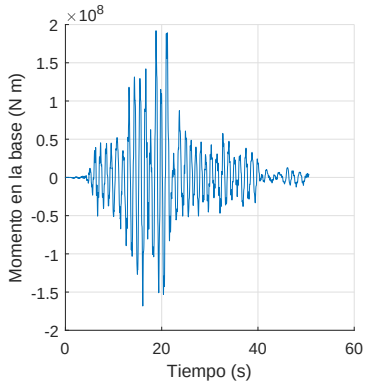
(D) Distorsiones

FIGURA 8.24: Respuestas RMS del modelo elástico sobre roca (continuación)

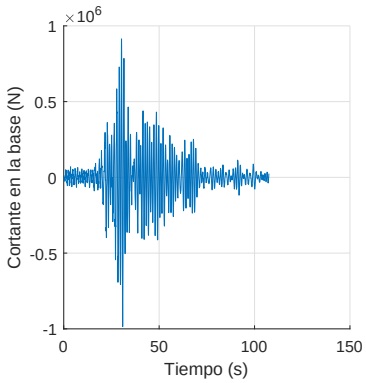
En la Figura 8.25 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 8.14 y 8.15 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



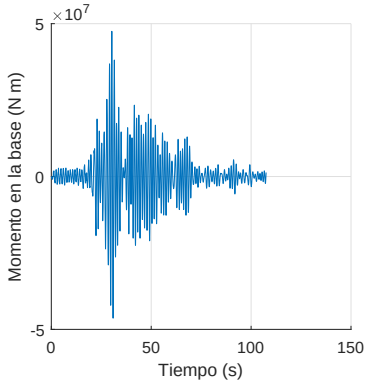
(A) Cortante, CALES00E



(B) Momento, CALES00E

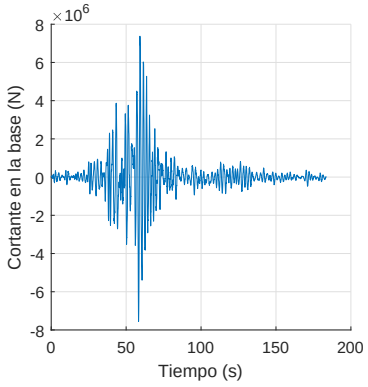


(C) Cortante, RICAN00E

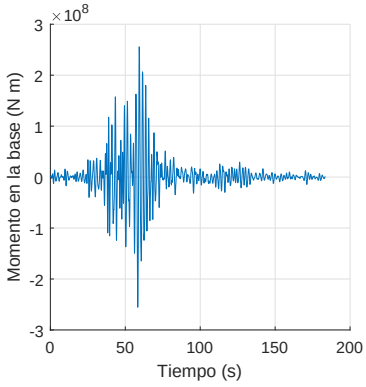


(D) Momento, RICAN00E

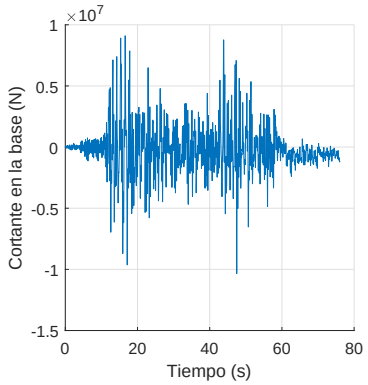
FIGURA 8.25: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca



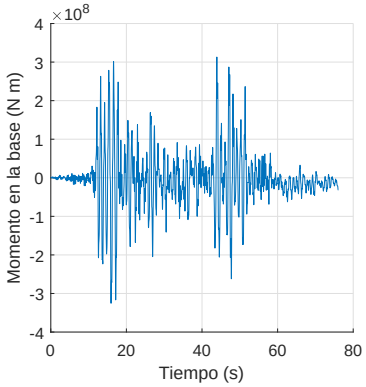
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 8.25: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca (continuación)

TABLA 8.14: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre roca

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	6.03E+06	9.85E+05	7.56E+06	1.03E+07
Momento (N m)	1.92E+08	4.75E+07	2.56E+08	3.25E+08

TABLA 8.15: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre roca

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	1.03E+06	1.68E+05	1.08E+06	1.94E+06
Momento (N m)	4.34E+07	8.70E+06	3.95E+07	7.33E+07

Los resultados muestran que el registro sísmico que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que el suelo es roca es el registro de Villita Corona y, por otra parte, el registro que menores demandas produjo en la estructura es el de la estación Ana Freud.

Además, las demandas máximas cambian respecto al modelo elástico sobre roca, y son semejantes a las obtenidas con el modelo no lineal con base fija. Debido a que para tres registros se formaron articulaciones plásticas, el cortante en la base para los registros

de Caleta y SCT se incrementó, mientras que, para el resto disminuyó con respecto al modelo elástico sobre roca. Por otra parte, el momento en la base para el registro SCT se incrementó, mientras que, para el resto disminuyó.

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000. Las rotaciones y estados de daño son presentados en la Tabla 8.16, donde el estado EL es elástico y FO es operacional.

TABLA 8.16: Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre roca

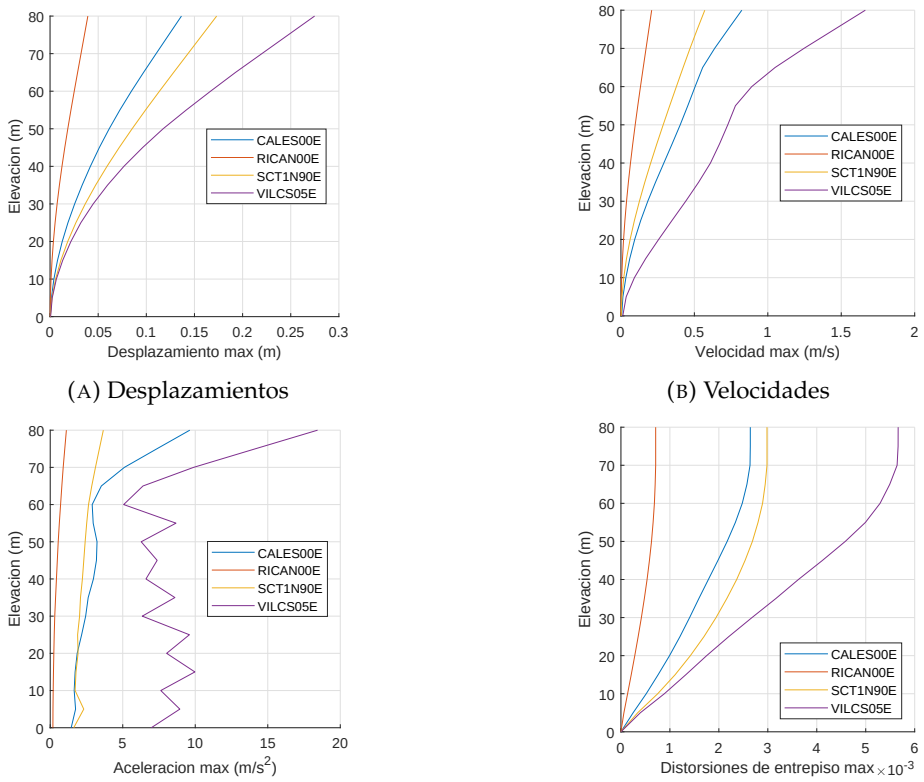
	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado
AP1	1.34E-04	FO	2.93E-05	EL	1.90E-04	FO	2.45E-04	FO
AP2	9.95E-05	FO	2.65E-05	EL	1.43E-04	FO	1.93E-04	FO
AP3	1.19E-04	FO	2.84E-05	EL	1.64E-04	FO	2.16E-04	FO
AP4	9.15E-05	EL	2.54E-05	EL	1.19E-04	FO	1.82E-04	FO
AP5	1.04E-04	FO	2.74E-05	EL	1.40E-04	FO	2.05E-04	FO
AP6	8.60E-05	EL	2.42E-05	EL	9.73E-05	FO	1.77E-04	FO
AP7	9.28E-05	EL	2.61E-05	EL	1.17E-04	FO	2.01E-04	FO
AP8	8.08E-05	EL	2.27E-05	EL	8.82E-05	EL	1.79E-04	FO
AP9	8.77E-05	EL	2.46E-05	EL	1.04E-04	FO	2.39E-04	FO
AP10	7.63E-05	EL	2.11E-05	EL	8.06E-05	EL	2.04E-04	FO
AP11	8.22E-05	EL	2.28E-05	EL	8.69E-05	EL	2.31E-04	FO
AP12	7.35E-05	EL	1.91E-05	EL	7.15E-05	EL	2.02E-04	FO
AP13	7.99E-05	EL	2.07E-05	EL	7.78E-05	EL	2.32E-04	FO
AP14	7.09E-05	EL	1.70E-05	EL	6.31E-05	EL	1.87E-04	FO
AP15	7.73E-05	EL	1.85E-05	EL	6.88E-05	EL	2.16E-04	FO
AP16	6.70E-05	EL	1.47E-05	EL	5.37E-05	EL	1.70E-04	FO
AP17	7.59E-05	EL	1.66E-05	EL	6.09E-05	EL	2.54E-04	FO
AP18	6.31E-05	EL	1.28E-05	EL	4.65E-05	EL	1.77E-04	FO
AP19	7.21E-05	EL	1.46E-05	EL	5.31E-05	EL	2.80E-04	FO
AP20	5.71E-05	EL	1.05E-05	EL	3.79E-05	EL	1.66E-04	FO
AP21	6.42E-05	EL	1.18E-05	EL	4.26E-05	EL	2.57E-04	FO
AP22	4.72E-05	EL	8.21E-06	EL	2.92E-05	EL	1.02E-04	FO
AP23	5.19E-05	EL	9.03E-06	EL	3.21E-05	EL	1.58E-04	FO
AP24	3.39E-05	EL	5.42E-06	EL	1.89E-05	EL	6.91E-05	EL
AP25	3.85E-05	EL	6.16E-06	EL	2.15E-05	EL	7.86E-05	EL
AP26	2.20E-05	EL	3.35E-06	EL	1.16E-05	EL	4.64E-05	EL
AP27	2.44E-05	EL	3.72E-06	EL	1.29E-05	EL	5.16E-05	EL
AP28	8.54E-06	EL	1.14E-06	EL	3.86E-06	EL	1.85E-05	EL
AP29	9.82E-06	EL	1.31E-06	EL	4.43E-06	EL	2.13E-05	EL
AP30	2.71E-06	EL	3.36E-07	EL	1.12E-06	EL	5.93E-06	EL
AP31	3.14E-06	EL	3.89E-07	EL	1.30E-06	EL	6.87E-06	EL

El registro de Villita Corona, al igual que con el modelo no lineal con base fija, es el más desfavorable de los analizados para este modelo, ya que se alcanza la máxima rotación plástica, se forman más articulaciones plásticas, el cortante y momento son los máximos y los perfiles máximos y RMS tienen mayor amplitud.

8.2.8. Modelo no lineal sobre suelo denso

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base flexible con los parámetros correspondientes a suelo denso presentados en la Tabla 7.4. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además, se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. A continuación se presentan los resultados.

En la Figura 8.26 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, se obtuvieron resultados parecidos a los obtenidos con el modelo no lineal con base fija.



(A) Desplazamientos

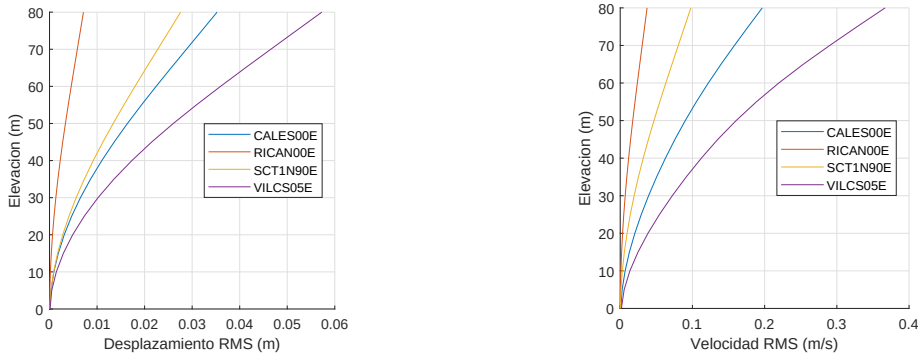
(B) Velocidades

(C) Aceleraciones

(D) Distorsiones

FIGURA 8.26: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo denso

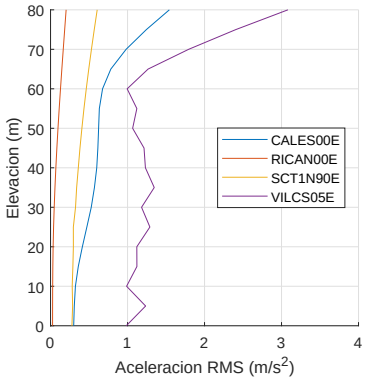
En la Figura 8.27 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, se obtuvieron resultados parecidos a los obtenidos con el modelo no lineal con base fija.



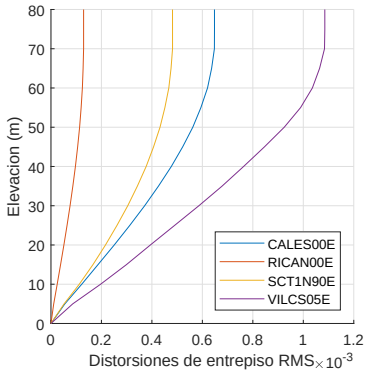
(A) Desplazamientos

(B) Velocidades

FIGURA 8.27: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo denso



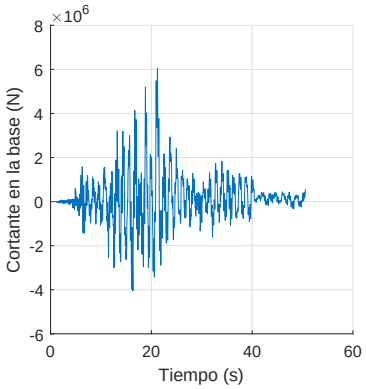
(C) Aceleraciones



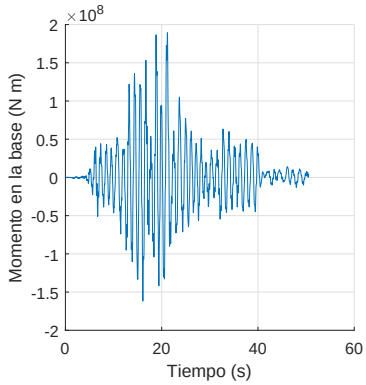
(D) Distorsiones

FIGURA 8.27: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo denso (continuación)

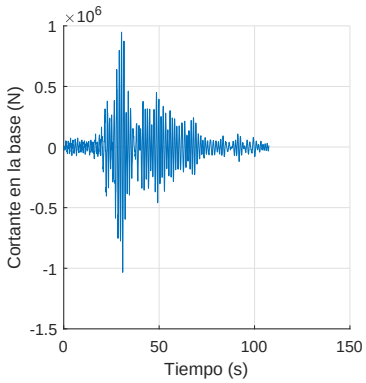
En la Figura 8.28 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 8.17 y 8.18 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



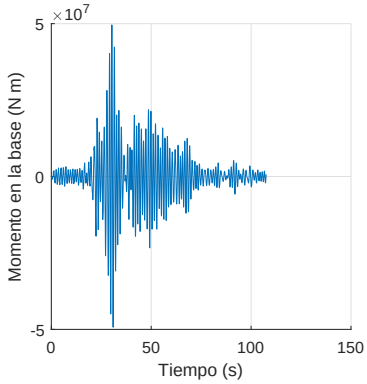
(A) Cortante, CALES00E



(B) Momento, CALES00E

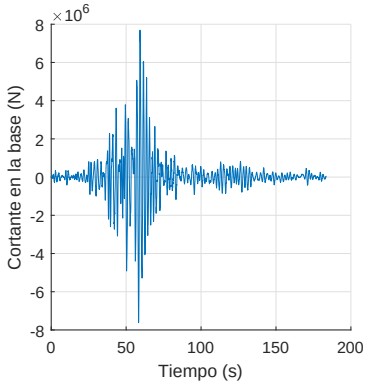


(C) Cortante, RICAN00E

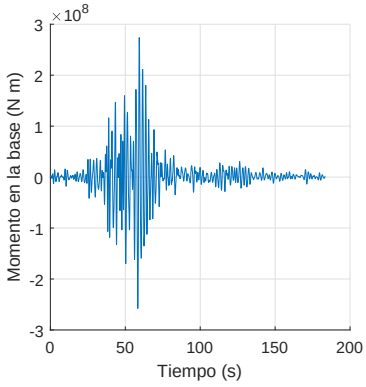


(D) Momento, RICAN00E

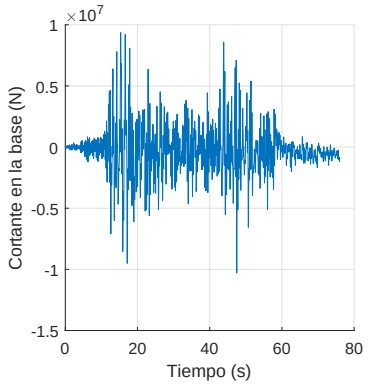
FIGURA 8.28: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso



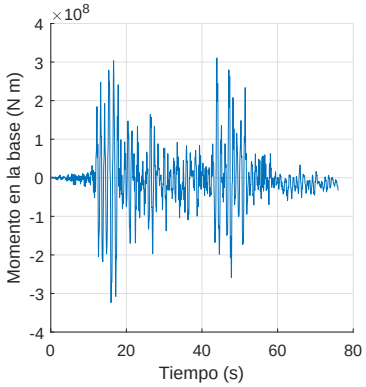
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 8.28: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso (continuación)

TABLA 8.17: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	6.05E+06	1.03E+06	7.69E+06	1.03E+07
Momento (N m)	1.89E+08	4.96E+07	2.74E+08	3.24E+08

TABLA 8.18: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre suelo denso

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	1.05E+06	1.74E+05	1.12E+06	1.95E+06
Momento (N m)	4.45E+07	8.99E+06	4.09E+07	7.18E+07

Los resultados muestran que el registro sísmico que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que el suelo es denso es el registro de Villita Corona y, por otra parte, el registro que menores demandas produjo en la estructura es el de la estación Ana Freud.

Además, las demandas máximas cambian respecto al modelo elástico sobre suelo denso, y son semejantes a las obtenidas con el modelo no lineal con base fija. El cortante en

la base para los registros de Caleta y SCT se incrementó, mientras que, para el resto disminuyó con respecto al modelo elástico sobre suelo denso. Por otra parte, el momento en la base para el registro SCT se incrementó, mientras que, para el resto disminuyó.

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000. Las rotaciones y estados de daño son presentados en la Tabla 8.19, donde el estado EL es elástico y FO es operacional.

TABLA 8.19: Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre suelo denso

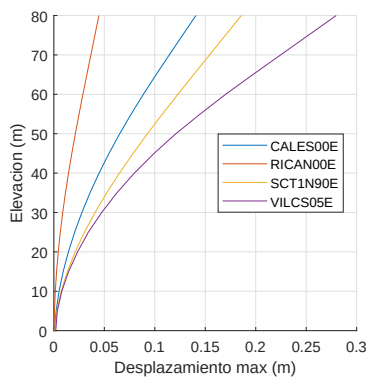
	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado
AP1	1.33E-04	FO	3.06E-05	EL	2.04E-04	FO	2.43E-04	FO
AP2	9.45E-05	EL	2.77E-05	EL	1.56E-04	FO	1.92E-04	FO
AP3	1.13E-04	FO	2.97E-05	EL	1.78E-04	FO	2.16E-04	FO
AP4	8.88E-05	EL	2.66E-05	EL	1.31E-04	FO	1.80E-04	FO
AP5	9.58E-05	FO	2.86E-05	EL	1.52E-04	FO	2.03E-04	FO
AP6	8.29E-05	EL	2.53E-05	EL	1.08E-04	FO	1.75E-04	FO
AP7	8.94E-05	EL	2.73E-05	EL	1.28E-04	FO	1.98E-04	FO
AP8	7.90E-05	EL	2.38E-05	EL	9.15E-05	EL	1.78E-04	FO
AP9	8.57E-05	EL	2.58E-05	EL	1.16E-04	FO	2.38E-04	FO
AP10	7.66E-05	EL	2.22E-05	EL	8.37E-05	EL	2.05E-04	FO
AP11	8.25E-05	EL	2.39E-05	EL	9.01E-05	EL	2.33E-04	FO
AP12	7.36E-05	EL	2.00E-05	EL	7.42E-05	EL	2.02E-04	FO
AP13	8.00E-05	EL	2.18E-05	EL	8.07E-05	EL	2.32E-04	FO
AP14	7.02E-05	EL	1.79E-05	EL	6.55E-05	EL	1.90E-04	FO
AP15	7.66E-05	EL	1.95E-05	EL	7.14E-05	EL	2.19E-04	FO
AP16	6.66E-05	EL	1.55E-05	EL	5.58E-05	EL	1.72E-04	FO
AP17	7.54E-05	EL	1.75E-05	EL	6.32E-05	EL	2.58E-04	FO
AP18	6.36E-05	EL	1.35E-05	EL	4.83E-05	EL	1.81E-04	FO
AP19	7.27E-05	EL	1.54E-05	EL	5.52E-05	EL	2.86E-04	FO
AP20	5.90E-05	EL	1.11E-05	EL	3.95E-05	EL	1.71E-04	FO
AP21	6.63E-05	EL	1.25E-05	EL	4.43E-05	EL	2.65E-04	FO
AP22	4.99E-05	EL	8.60E-06	EL	3.04E-05	EL	1.09E-04	FO
AP23	5.49E-05	EL	9.46E-06	EL	3.34E-05	EL	1.66E-04	FO
AP24	3.71E-05	EL	5.67E-06	EL	1.97E-05	EL	6.94E-05	EL
AP25	4.21E-05	EL	6.44E-06	EL	2.24E-05	EL	7.88E-05	EL
AP26	2.45E-05	EL	3.51E-06	EL	1.21E-05	EL	4.64E-05	EL
AP27	2.72E-05	EL	3.90E-06	EL	1.34E-05	EL	5.15E-05	EL
AP28	9.69E-06	EL	1.19E-06	EL	4.02E-06	EL	1.83E-05	EL
AP29	1.11E-05	EL	1.37E-06	EL	4.63E-06	EL	2.10E-05	EL
AP30	3.08E-06	EL	3.51E-07	EL	1.17E-06	EL	5.80E-06	EL
AP31	3.57E-06	EL	4.07E-07	EL	1.35E-06	EL	6.72E-06	EL

El registro de Villita Corona, al igual que con el modelo no lineal con base fija, es el más desfavorable de los analizados para este modelo, ya que se alcanza la máxima rotación plástica, se forman más articulaciones plásticas, el cortante y momento son los máximos y los perfiles máximos y RMS tienen mayor amplitud.

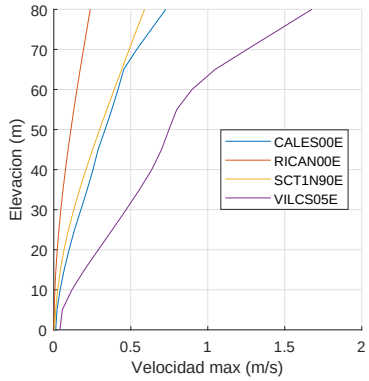
8.2.9. Modelo no lineal sobre suelo rígido

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base flexible con los parámetros correspondientes a suelo rígido presentados en la Tabla 7.4. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además, se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. A continuación se presentan los resultados.

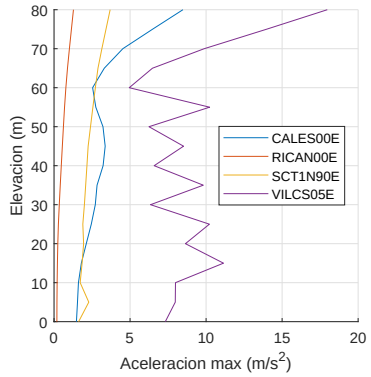
En la Figura 8.29 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, se obtuvieron resultados parecidos a los obtenidos con el modelo no lineal con base fija.



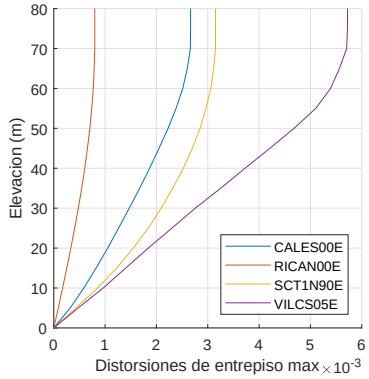
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



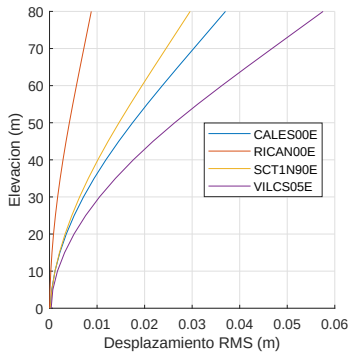
(C) Aceleraciones



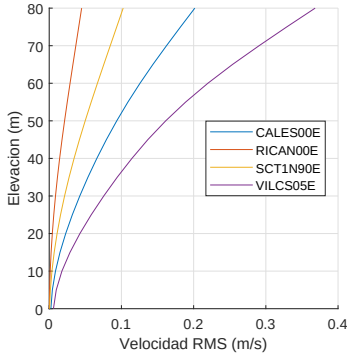
(D) Distorsiones

FIGURA 8.29: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo rígido

En la Figura 8.30 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, se obtuvieron resultados parecidos a los obtenidos con el modelo no lineal con base fija.

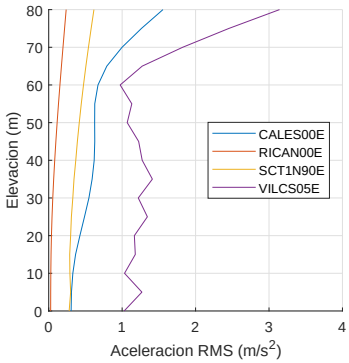


(A) Desplazamientos

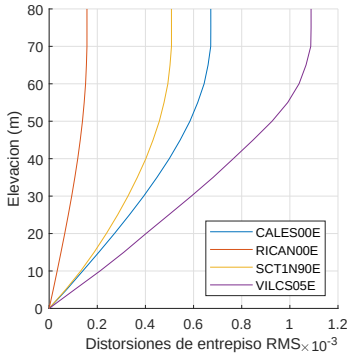


(B) Velocidades

FIGURA 8.30: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo rígido



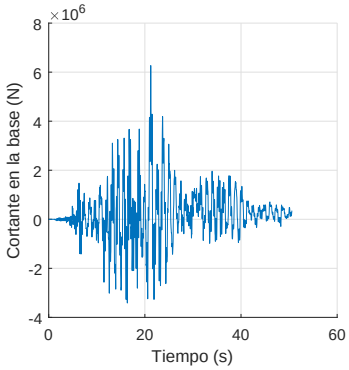
(C) Aceleraciones



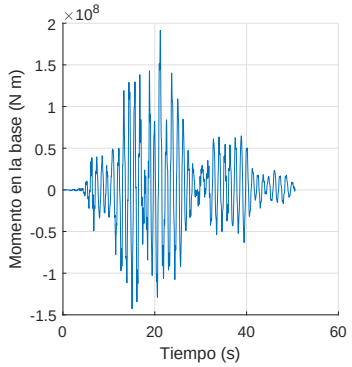
(D) Distorsiones

FIGURA 8.30: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo rígido (continuación)

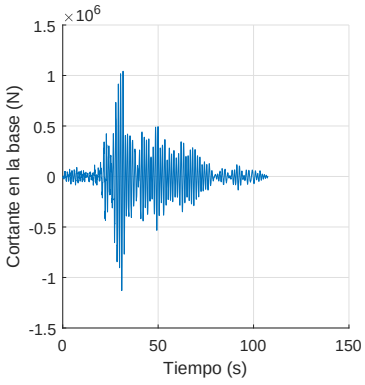
En la Figura 8.31 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 8.20 y 8.21 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



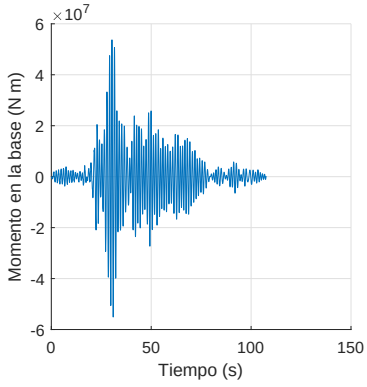
(A) Cortante, CALES00E



(B) Momento, CALES00E

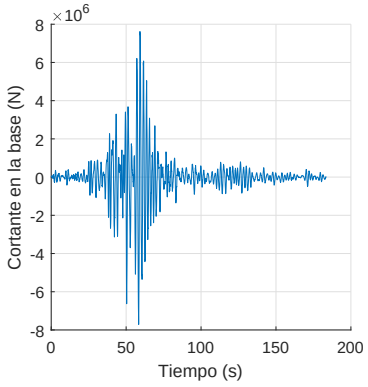


(C) Cortante, RICAN00E

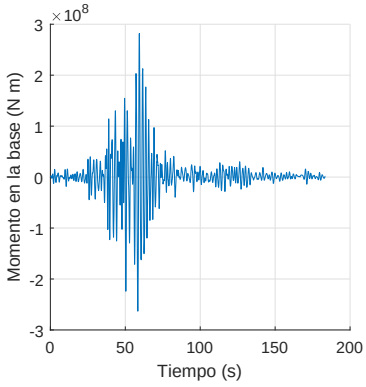


(D) Momento, RICAN00E

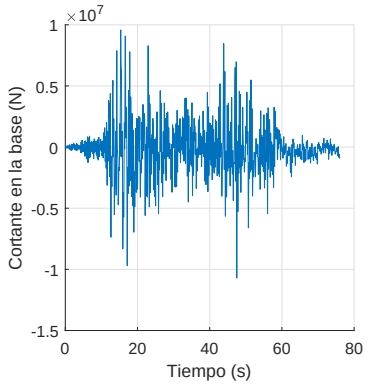
FIGURA 8.31: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido



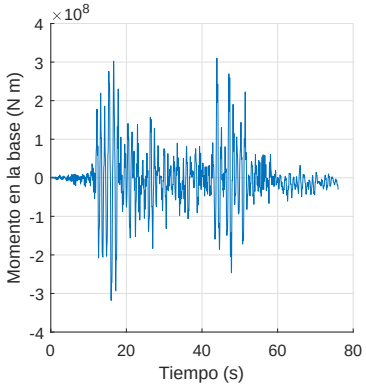
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 8.31: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido (continuación)

TABLA 8.20: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	6.27E+06	1.13E+06	7.71E+06	1.07E+07
Momento (N m)	1.91E+08	5.51E+07	2.82E+08	3.18E+08

TABLA 8.21: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	1.06E+06	2.06E+05	1.18E+06	1.97E+06
Momento (N m)	4.48E+07	1.07E+07	4.27E+07	6.97E+07

Los resultados muestran que el registro sísmico que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que el suelo es rígido es el registro de Villita Corona y, por otra parte, el registro que menores demandas produjo en la estructura es el de la estación Ana Freud.

Además, las demandas máximas cambian respecto al modelo elástico sobre suelo rígido. El cortante en la base para los registros de Caleta y SCT se incrementó, mientras que, para el resto disminuyó con respecto al modelo elástico sobre suelo rígido. Por otra

parte, el momento en la base para el registro SCT se incrementó, mientras que, para el resto disminuyó.

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000. Las rotaciones y estados de daño son presentados en la Tabla 8.22, donde el estado EL es elástico y FO es operacional.

TABLA 8.22: Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre suelo rígido

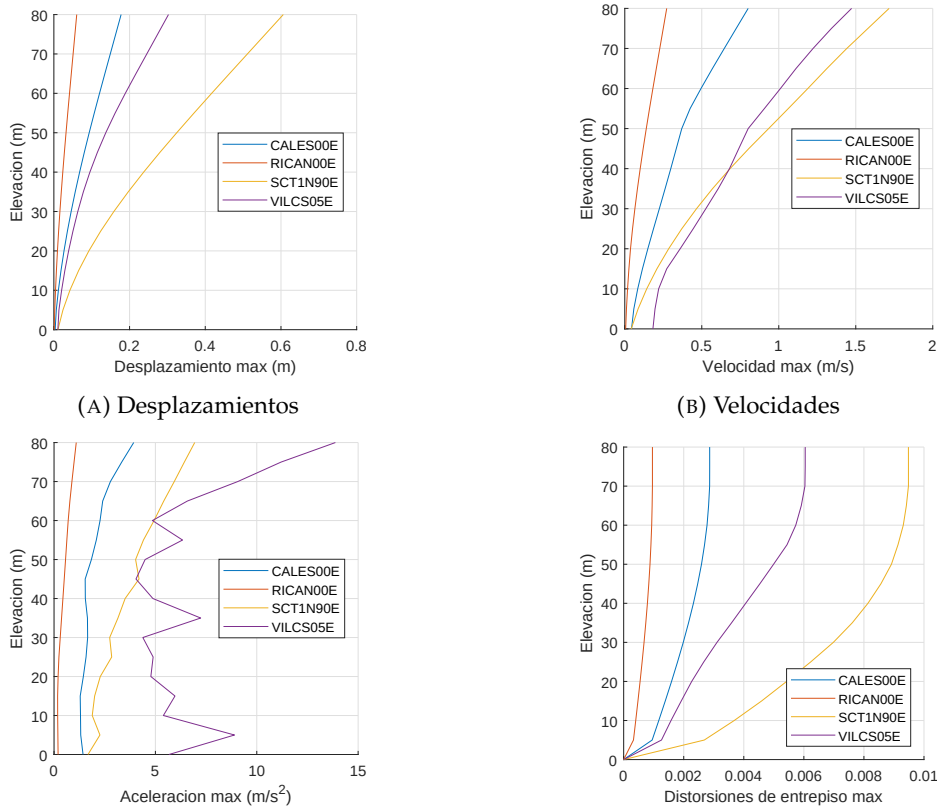
	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado
AP1	1.35E-04	FO	3.40E-05	EL	2.09E-04	FO	2.37E-04	FO
AP2	9.42E-05	EL	3.05E-05	EL	1.62E-04	FO	1.90E-04	FO
AP3	1.13E-04	FO	3.28E-05	EL	1.84E-04	FO	2.13E-04	FO
AP4	8.86E-05	EL	2.92E-05	EL	1.37E-04	FO	1.80E-04	FO
AP5	9.54E-05	EL	3.14E-05	EL	1.58E-04	FO	2.03E-04	FO
AP6	8.50E-05	EL	2.77E-05	EL	1.14E-04	FO	1.76E-04	FO
AP7	9.17E-05	EL	2.99E-05	EL	1.34E-04	FO	1.99E-04	FO
AP8	8.13E-05	EL	2.60E-05	EL	9.34E-05	EL	1.80E-04	FO
AP9	8.82E-05	EL	2.82E-05	EL	1.23E-04	FO	2.40E-04	FO
AP10	7.79E-05	EL	2.43E-05	EL	8.53E-05	EL	2.10E-04	FO
AP11	8.39E-05	EL	2.61E-05	EL	9.35E-05	FO	2.38E-04	FO
AP12	7.39E-05	EL	2.20E-05	EL	7.54E-05	EL	2.08E-04	FO
AP13	8.03E-05	EL	2.39E-05	EL	8.20E-05	EL	2.38E-04	FO
AP14	6.97E-05	EL	1.97E-05	EL	6.64E-05	EL	1.93E-04	FO
AP15	7.60E-05	EL	2.15E-05	EL	7.24E-05	EL	2.22E-04	FO
AP16	6.45E-05	EL	1.71E-05	EL	5.64E-05	EL	1.78E-04	FO
AP17	7.30E-05	EL	1.94E-05	EL	6.39E-05	EL	2.67E-04	FO
AP18	5.96E-05	EL	1.50E-05	EL	4.87E-05	EL	1.83E-04	FO
AP19	6.82E-05	EL	1.72E-05	EL	5.57E-05	EL	2.90E-04	FO
AP20	5.30E-05	EL	1.25E-05	EL	3.97E-05	EL	1.80E-04	FO
AP21	5.95E-05	EL	1.40E-05	EL	4.46E-05	EL	2.76E-04	FO
AP22	4.36E-05	EL	9.69E-06	EL	3.06E-05	EL	1.15E-04	FO
AP23	4.79E-05	EL	1.06E-05	EL	3.36E-05	EL	1.72E-04	FO
AP24	3.25E-05	EL	6.41E-06	EL	1.98E-05	EL	7.06E-05	EL
AP25	3.69E-05	EL	7.29E-06	EL	2.25E-05	EL	8.02E-05	EL
AP26	2.14E-05	EL	3.97E-06	EL	1.21E-05	EL	4.70E-05	EL
AP27	2.38E-05	EL	4.42E-06	EL	1.35E-05	EL	5.23E-05	EL
AP28	8.48E-06	EL	1.36E-06	EL	4.04E-06	EL	1.85E-05	EL
AP29	9.75E-06	EL	1.56E-06	EL	4.65E-06	EL	2.13E-05	EL
AP30	2.70E-06	EL	4.02E-07	EL	1.17E-06	EL	5.89E-06	EL
AP31	3.12E-06	EL	4.65E-07	EL	1.36E-06	EL	6.82E-06	EL

El registro de Villita Corona es el más desfavorable de los analizados para este modelo, ya que se alcanza la máxima rotación plástica, se forman más articulaciones plásticas, el cortante y momento son los máximos y los perfiles máximos y RMS tienen mayor amplitud.

8.2.10. Modelo no lineal sobre suelo blando

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base flexible con los parámetros correspondientes a suelo blando presentados en la Tabla 7.4. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además, se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. A continuación se presentan los resultados.

En la Figura 8.32 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que el registro SCT presenta las máximas amplitudes en desplazamientos, velocidades y distorsiones, mientras que el de Villita Corona para las aceleraciones.



(A) Desplazamientos

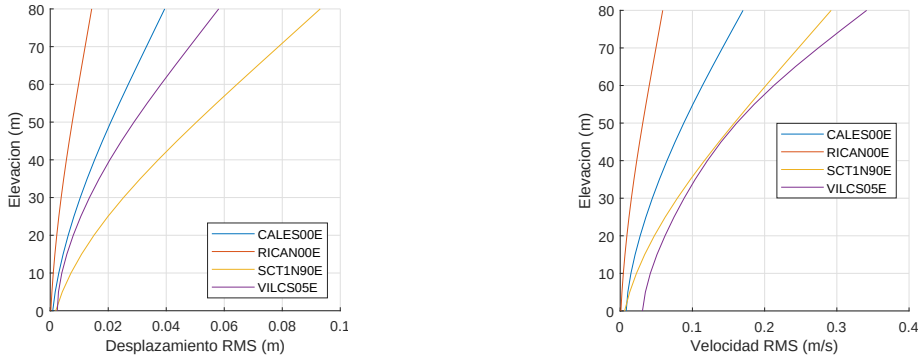
(B) Velocidades

(C) Aceleraciones

(D) Distorsiones

FIGURA 8.32: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo blando

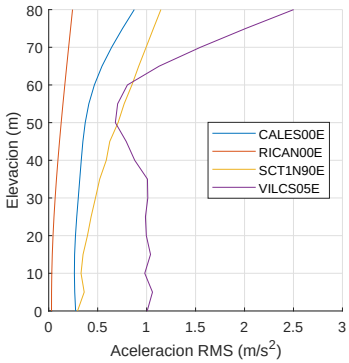
En la Figura 8.33 se muestran los perfiles de respuestas RMS. La amplitud máxima coincide con la observada en la Figura 8.32.



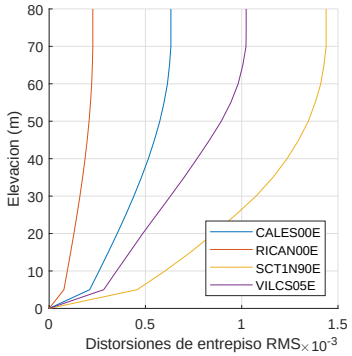
(A) Desplazamientos

(B) Velocidades

FIGURA 8.33: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo blando



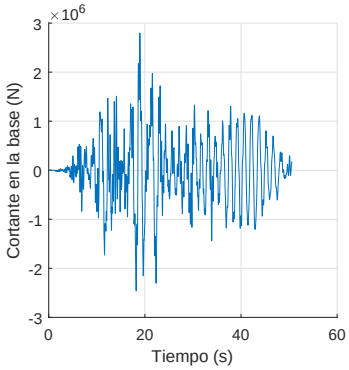
(C) Aceleraciones



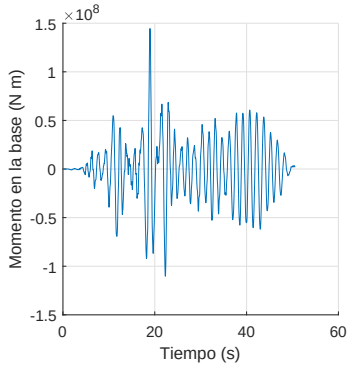
(D) Distorsiones

FIGURA 8.33: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo blando (continuación)

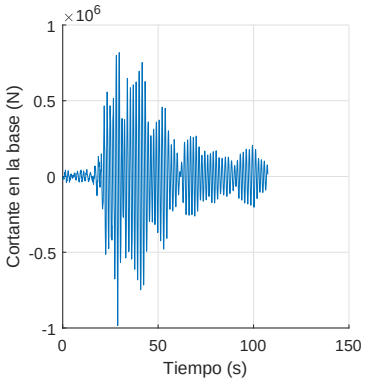
En la Figura 8.34 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 8.23 y 8.24 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



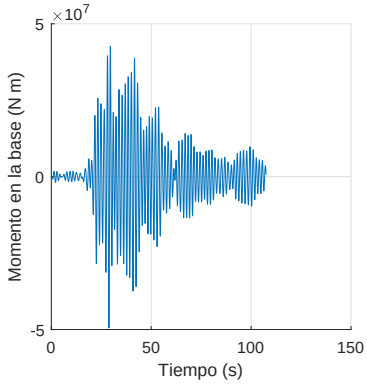
(A) Cortante, CALES00E



(B) Momento, CALES00E

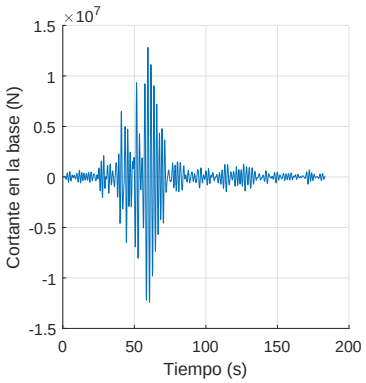


(C) Cortante, RICAN00E

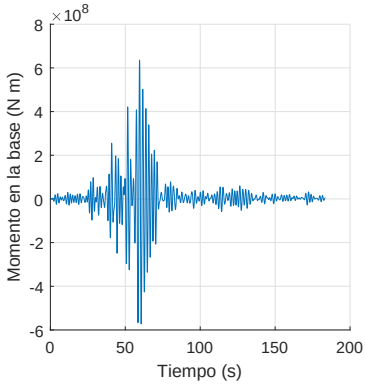


(D) Momento, RICAN00E

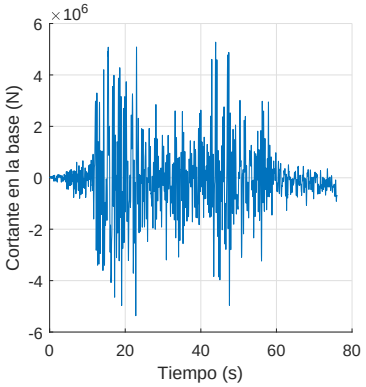
FIGURA 8.34: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando



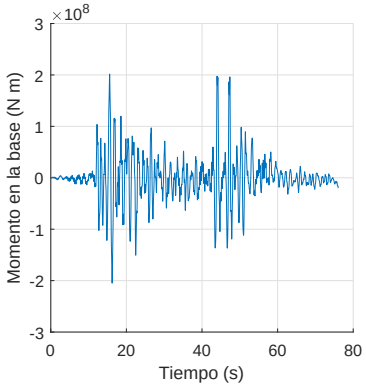
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 8.34: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando (continuación)

TABLA 8.23: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	2.80E+06	9.84E+05	1.28E+07	5.37E+06
Momento (N m)	1.45E+08	4.95E+07	6.36E+08	2.05E+08

TABLA 8.24: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre suelo blando

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	6.80E+05	2.30E+05	2.10E+06	1.28E+06
Momento (N m)	3.20E+07	1.17E+07	9.54E+07	4.44E+07

Los resultados muestran que el registro sísmico que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que el suelo es blando es el registro de SCT y, por otra parte, el registro que menores demandas produjo en la estructura es el de la estación Ana Freud.

Además, las demandas máximas cambian respecto al modelo elástico sobre suelo blando. El cortante en la base para el registro de Villita Corona disminuyó, mientras que, para el resto se incrementó con respecto al modelo elástico sobre suelo blando. Por otra

parte, el momento en la base para el registro SCT se incrementó, mientras que, para el resto disminuyó.

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000. Las rotaciones y estados de daño son presentados en la Tabla 8.25, donde el estado EL es elástico y FO es operacional.

TABLA 8.25: Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre suelo blando

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado
AP1	8.92E-05	EL	3.05E-05	EL	4.90E-04	FO	1.41E-04	FO
AP2	8.05E-05	EL	2.75E-05	EL	4.16E-04	FO	1.14E-04	FO
AP3	8.65E-05	EL	2.95E-05	EL	4.48E-04	FO	1.35E-04	FO
AP4	7.72E-05	EL	2.63E-05	EL	3.73E-04	FO	1.31E-04	FO
AP5	8.31E-05	EL	2.83E-05	EL	4.05E-04	FO	1.53E-04	FO
AP6	7.35E-05	EL	2.50E-05	EL	3.32E-04	FO	1.47E-04	FO
AP7	7.93E-05	EL	2.69E-05	EL	3.62E-04	FO	1.69E-04	FO
AP8	6.93E-05	EL	2.34E-05	EL	2.89E-04	FO	1.60E-04	FO
AP9	7.52E-05	EL	2.54E-05	EL	3.82E-04	FO	2.15E-04	FO
AP10	6.47E-05	EL	2.17E-05	EL	2.93E-04	FO	1.92E-04	FO
AP11	6.97E-05	EL	2.34E-05	EL	3.24E-04	FO	2.19E-04	FO
AP12	5.86E-05	EL	1.96E-05	EL	2.36E-04	FO	1.95E-04	FO
AP13	6.37E-05	EL	2.13E-05	EL	2.67E-04	FO	2.24E-04	FO
AP14	5.24E-05	EL	1.75E-05	EL	1.85E-04	FO	1.86E-04	FO
AP15	5.72E-05	EL	1.91E-05	EL	2.14E-04	FO	2.15E-04	FO
AP16	4.58E-05	EL	1.52E-05	EL	1.31E-04	FO	1.68E-04	FO
AP17	5.18E-05	EL	1.72E-05	EL	1.99E-04	FO	2.52E-04	FO
AP18	4.05E-05	EL	1.33E-05	EL	9.72E-05	FO	1.65E-04	FO
AP19	4.63E-05	EL	1.52E-05	EL	1.63E-04	FO	2.62E-04	FO
AP20	3.41E-05	EL	1.11E-05	EL	7.43E-05	EL	1.42E-04	FO
AP21	3.83E-05	EL	1.24E-05	EL	8.35E-05	EL	2.26E-04	FO
AP22	2.69E-05	EL	8.62E-06	EL	5.73E-05	EL	8.24E-05	EL
AP23	2.96E-05	EL	9.48E-06	EL	6.30E-05	EL	1.21E-04	FO
AP24	1.81E-05	EL	5.69E-06	EL	3.72E-05	EL	5.94E-05	EL
AP25	2.06E-05	EL	6.46E-06	EL	4.23E-05	EL	6.75E-05	EL
AP26	1.14E-05	EL	3.52E-06	EL	2.28E-05	EL	3.84E-05	EL
AP27	1.26E-05	EL	3.91E-06	EL	2.53E-05	EL	4.26E-05	EL
AP28	4.01E-06	EL	1.20E-06	EL	7.58E-06	EL	1.41E-05	EL
AP29	4.61E-06	EL	1.38E-06	EL	8.72E-06	EL	1.63E-05	EL
AP30	1.22E-06	EL	3.53E-07	EL	2.20E-06	EL	4.37E-06	EL
AP31	1.41E-06	EL	4.09E-07	EL	2.55E-06	EL	5.07E-06	EL

El registro de SCT es el más desfavorable de los analizados para este modelo, ya que se alcanza la máxima rotación plástica, el cortante y momento son los máximos y los perfiles máximos y RMS tienen mayor amplitud para desplazamientos, velocidades y distorsiones.

Apéndice

8.A. Manual de usuario base_fija.m

8.A.1. Generalidades

Se presenta el manual de usuario del script de Matlab llamado base_fija.m. El script permite construir el modelo discreto de las vigas de flexión y cortante acopladas con base fija y obtener la respuesta dinámica elástica de una estructura idealizada como un sistema de n grados de libertad, (ver Figura 8.35). Se emplea la formulación de variable estado y el integrador RK6-I aproximando la función de fuerzas con rectángulos de punto medio.

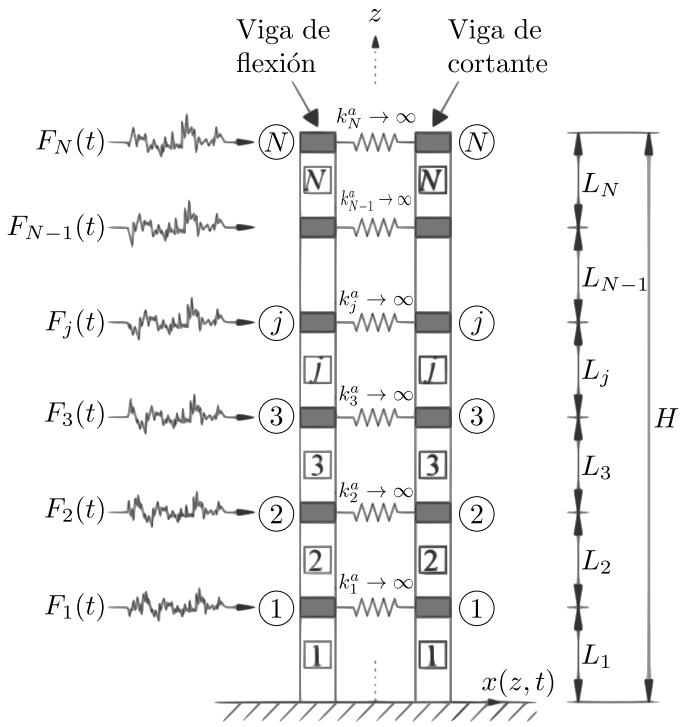


FIGURA 8.35: Modelo discreto de vigas acopladas con base fija

En la Figura 8.35 N es el total de grados de libertad; H es la altura total de la estructura; L_j es la altura del j-ésimo elemento; z es la altura de cualquier nodo de la estructura; y t es el instante de tiempo donde se desea conocer la respuesta de manera discreta. El script permite conocer la respuesta dinámica $x(z,t)$, al aplicar una excitación externa en las masas $\mathbf{F}_e(z,t)$, un acelerograma $\ddot{\mathbf{x}}_g(t)$, o una simulación de velocidades de viento $\mathbf{U}(z,t)$ de manera no lineal, es decir, $\mathbf{F}_e(t) = \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}\mathbf{C}_d\mathbf{A}(\mathbf{U}(t))^2 - \boldsymbol{\rho}\mathbf{C}_d\mathbf{A}\mathbf{U}(t)\dot{\mathbf{x}}(t) + \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}\mathbf{C}_d\mathbf{A}(\dot{\mathbf{x}}(t))^2$.

Se requiere conocer de la estructura el número de elementos en que se discretiza, N; sus alturas, L_j, la masa por unidad de longitud, $\bar{m}$; la forma de la sección transversal; el periodo fundamental de la estructura, T_1; su tipo de deformación lateral y el coeficiente de rigidez lateral, α, en caso de ser intermedio; y la fracción de amortiguamiento proporcional al primer y segundo modo, ζ_1 y ζ_2.

8.A.2. Modo de empleo

Archivos requeridos

Para la ejecución del script se requiere crear de manera externa un conjunto de archivos y colocarlos, preferentemente, en el directorio donde se encuentra el script, aunque si no se encuentran en el directorio, es capaz de leerlos correctamente. Los formatos admitidos son de texto delimitados por tabulaciones o por comas, sin importar la extensión o nombre del archivo. Se debe crear un archivo con las acciones dinámicas a aplicar al modelo.

En caso de ser un registro sísmico, el archivo debe tener la siguiente estructura

$$\begin{matrix} t_1 & \ddot{x}_{g,1} \\ t_2 & \ddot{x}_{g,2} \\ \vdots & \vdots \\ t_k & \ddot{x}_{g,k} \end{matrix}',$$

donde $t_1, t_2, \ldots, t_k$ son los tiempos de medición del acelerograma; y $\ddot{x}_{g,1}, \ddot{x}_{g,2}, \ldots, \ddot{x}_{g,k}$ son las aceleraciones correspondientes. El script permite realizar el análisis con un conjunto de acelerogramas para ello, los registros deben tener las mismas unidades.

El script también permite que las acciones externas sean fuerzas aplicadas en las masas, para ello, el archivo debe tener la siguiente estructura

$$\begin{matrix} t_1 & F_{e(1,1)} & F_{e(2,1)} & \cdots & F_{e(n,1)} \\ t_2 & F_{e(1,2)} & F_{e(2,2)} & \cdots & F_{e(n,2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ t_k & F_{e(1,k)} & F_{e(2,k)} & \cdots & F_{e(n,k)} \end{matrix}',$$

donde $t_1, t_2, \ldots, t_k$ son los tiempos de medición del registro de fuerzas; $F_{e(i,j)}$ es la fuerza externa en el instante t_j en el i-ésimo nivel. Las unidades de las fuerzas son N.

Además, el script permite realizar un análisis considerando no linealidad cinemática, al permitir que las fuerzas externas sean una simulación de velocidades de viento. El archivo debe tener la siguiente estructura

$$\begin{matrix} t_1 & U_{(1,1)} & U_{(2,1)} & \cdots & U_{(n,1)} \\ t_2 & U_{(1,2)} & U_{(2,2)} & \cdots & U_{(n,2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ t_k & U_{(1,k)} & U_{(2,k)} & \cdots & U_{(n,k)} \end{matrix}',$$

donde $t_1, t_2, \ldots, t_k$ son los tiempos de medición del registro de velocidades; $U_{(i,j)}$ es la velocidad simulada (media más ráfaga) en el instante t_j en el i-ésimo nivel. Las unidades de las velocidades son $\mathrm{m\,s^{-1}}$.

Para obtener las fuerzas debidas al viento cuando se carga una simulación de velocidades, se requiere de un archivo complementario que contenga las propiedades aeroelásticas de la estructura por nivel, es decir, contiene los coeficientes del producto $\rho_j C_{d,j} A_j$, donde ρ_j es la densidad del aire en la altura del j-ésimo nivel en $\mathrm{kg\,m^{-3}}$; $C_{d,j}$ es el coeficiente de arrastre en el j-ésimo nivel y A_j es el área transversal expuesta al viento en la dirección longitudinal del j-ésimo nivel en $\mathrm{m^2}$. El archivo requerido debe tener la siguiente estructura.

$$\begin{matrix} \rho_1 C_{d,1} A_1 \\ \rho_2 C_{d,2} A_2 \\ \vdots \\ \rho_n C_{d,n} A_n \end{matrix} .$$

Independientemente del tipo de análisis, se debe generar un archivo de texto delimitado, donde se encuentren colocados, en una columna, los nodos de control donde se requiera la impresión de la respuesta del análisis dinámico, (ver Figura 8.36).

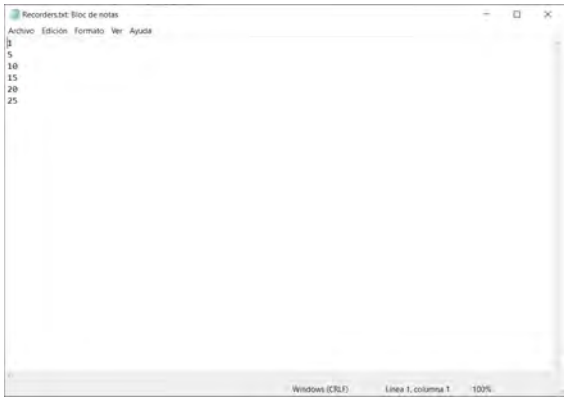


FIGURA 8.36: Nodos de control

Ejecución del programa

Una vez generados y almacenados los archivos necesarios, se procede a ejecutar el script (ver Figura 8.37). Durante la ejecución, se pide que seleccione si el análisis es sísmico o eólico, (ver Figura 8.38), y que introduzca el total de elementos en que se discretiza al modelo. A continuación, pregunta si la altura de la discretización es constante, (ver Figura 8.39), y su valor en caso de serlo, de lo contrario se pide que seleccione el archivo que contiene las alturas de los entrepisos, (ver Figura 8.40). Después debe introducirse el valor de la masa por unidad de longitud, $\bar{m}$, la forma de la sección transversal, (ver Figura 8.41), y el periodo fundamental, T_1. A continuación, se pregunta el tipo de comportamiento de la estructura, (ver Figura 8.42), y, si el comportamiento seleccionado es intermedio, se debe introducir el coeficiente de rigidez lateral, α. Previo al análisis, se pide que se introduzcan los valores del porcentaje de amortiguamiento crítico asociados al

primer y segundo modo de la estructura. Si se trata de un análisis sísmico, se solicita que seleccione el directorio donde se encuentran los acelerogramas, (ver Figura 8.43), y que introduzca el factor de conversión de las unidades a $\mathrm{m\,s^{-2}}$. En caso de ser análisis eólico se pide que seleccione el archivo de acciones, (ver Figura 8.44), y una vez seleccionado, pregunta si se trata de un registro de fuerzas o de velocidades, (ver Figura 8.45), en caso de que se trate de un registro de velocidades, se solicita que seleccione el archivo con las propiedades aeroelásticas, (ver Figura 8.46). Finalmente, se solicita que seleccione el archivo con los números de los nodos de control, (ver Figura 8.47).

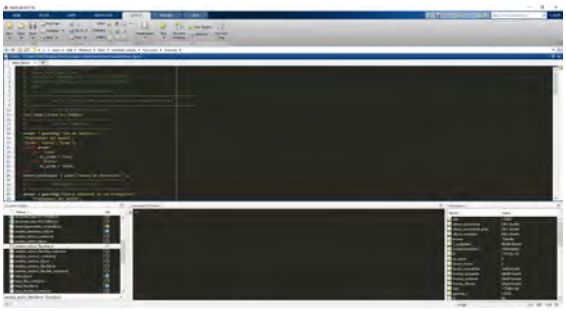


FIGURA 8.37: Ejecución del script

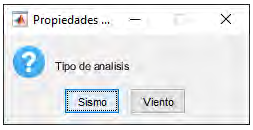


FIGURA 8.38: Selección del tipo de análisis

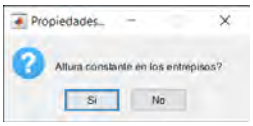


FIGURA 8.39: Tipo de discretización

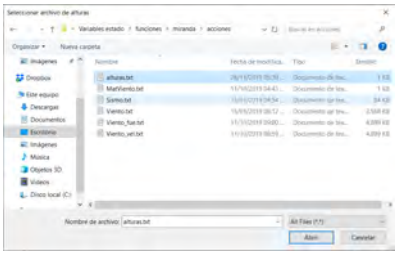


FIGURA 8.40: Selección del archivo con alturas de la discretización

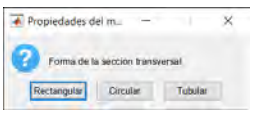


FIGURA 8.41: Selección del tipo de forma transversal

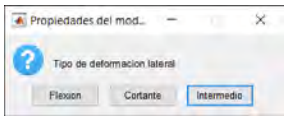


FIGURA 8.42: Selección del tipo de deformación lateral

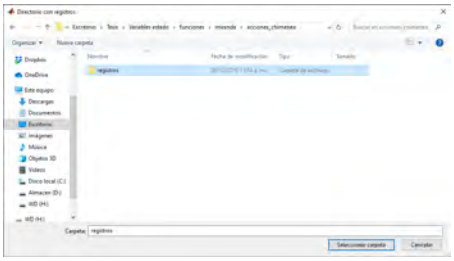


FIGURA 8.43: Selección de la carpeta con los registros sísmicos

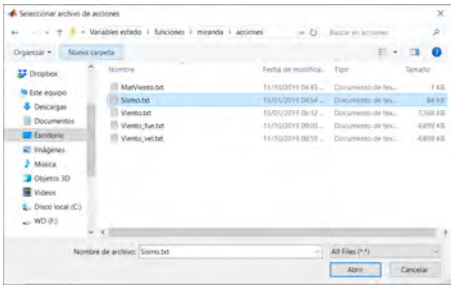


FIGURA 8.44: Selección del archivo de acciones eólicas

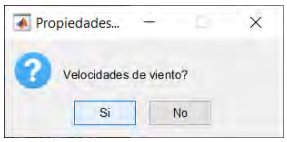


FIGURA 8.45: Selección del tipo de acciones

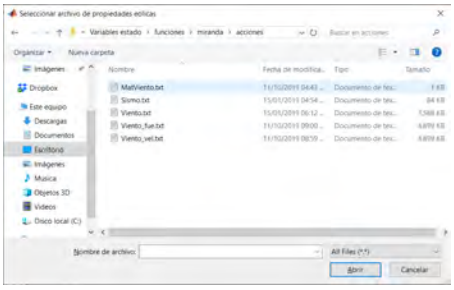


FIGURA 8.46: Selección del archivo de propiedades aeroelásticas

Resultados del programa

El script crea tres directorios de salida: Formas, Respuestas y Perfiles, las cuales contienen archivos de gráficos vectoriales (eps). En la carpeta Formas, (ver Figura 8.48), se

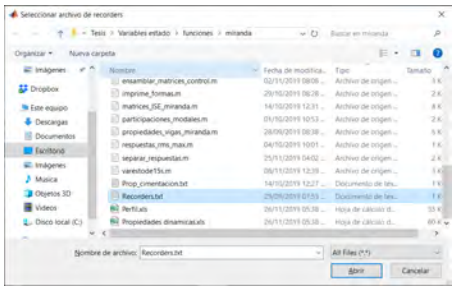


FIGURA 8.47: Selección del archivo de los nodos de control

colocan las gráficas de las formas modales de las vigas de flexión y cortante, (ver Figura 8.49). La carpeta Respuestas, (ver Figura 8.50), contiene las gráficas de la respuesta dinámica de los nodos de control y el cortante y momento en la base; el nombre de los archivos de la respuesta de la estructura está conformado por el nombre del archivo de acciones y un sufijo, que está conformado por una letra y un número. La letra D corresponde a desplazamientos, V a velocidades, y A a aceleraciones; el número del sufijo corresponde al nivel graficado, (ver Figura 8.51). El archivo de cortante tiene el sufijo VB y el de momento, MB. La carpeta Perfiles, (ver Figura 8.52), contiene los perfiles de los valores máximos absolutos por nivel de la estructura obtenida en el análisis dinámico y el valor RMS de la respuesta por nivel de la estructura, para desplazamientos, velocidades, aceleraciones y distorsiones de entrepiso, (ver Figura 8.53).

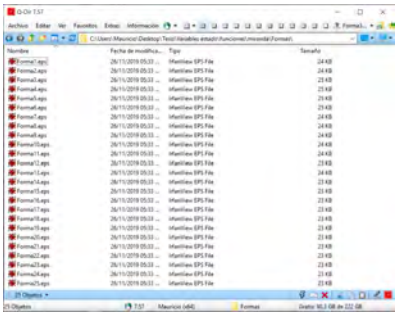


FIGURA 8.48: Directorio con las gráficas de las formas modales

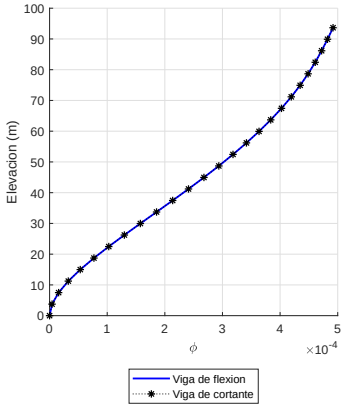


FIGURA 8.49: Formas modales de la estructura

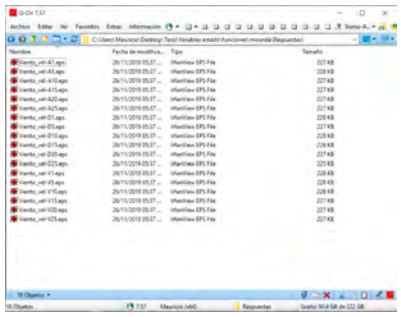


FIGURA 8.50: Directorio con las gráficas de las respuestas dinámicas

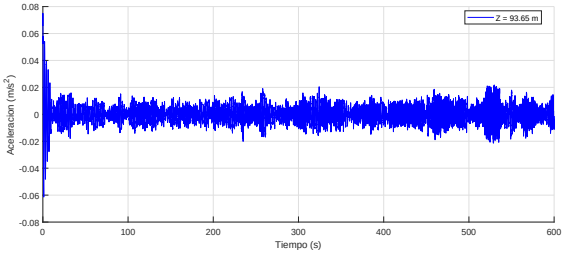


FIGURA 8.51: Respuesta dinámica de los grados de libertad

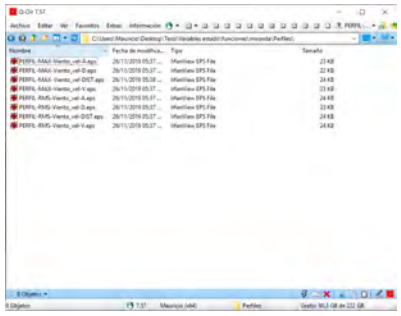


FIGURA 8.52: Directorio con las gráficas de los perfiles de la estructura

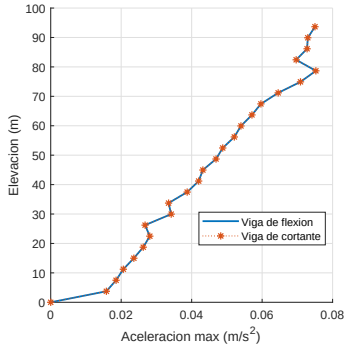


FIGURA 8.53: Perfiles de respuesta de la estructura

Además, se generan reportes de Excel. El archivo llamado Propiedades dinámicas, contiene un resumen con los periodos de vibrar, porcentajes de participación y las formas modales de la estructura, (ver Figura 8.54). El archivo cuyo nombre inicia con Perfil,

contiene los perfiles de respuesta máxima absoluta y RMS de desplazamiento, velocidad, aceleración y distorsión de entrepiso por análisis, (ver Figura 8.55). Y el archivo cuyo nombre inicia con Acciones base, contiene el cortante y momento en la base en el dominio del tiempo, y sus valores máximos y RMS, (ver Figura 8.56).

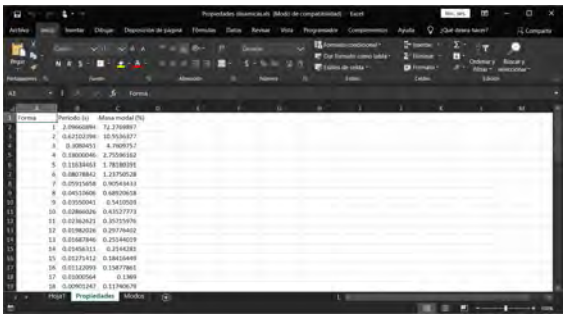


FIGURA 8.54: Archivo de propiedades dinámicas

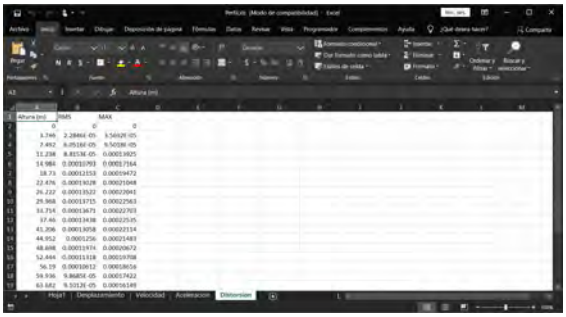


FIGURA 8.55: Archivo de perfiles

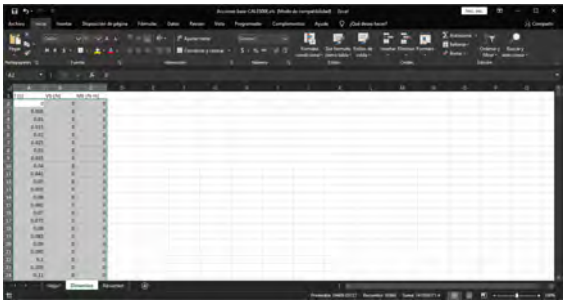


FIGURA 8.56: Archivo de elementos mecánicos en la cimentación

8.B. Manual de usuario base_flexible.m

8.B.1. Generalidades

Se presenta el manual de usuario del script de Matlab llamado base_flexible.m. El script permite construir el modelo discreto de las vigas de flexión y cortante acopladas con base flexible y obtener la respuesta dinámica elástica de una estructura idealizada como un sistema de n grados de libertad considerando interacción suelo-estructura, (ver Figura 8.57). Se emplea la formulación de variable estado y el integrador RK6-I aproximando la función de fuerzas con rectángulos de punto medio.

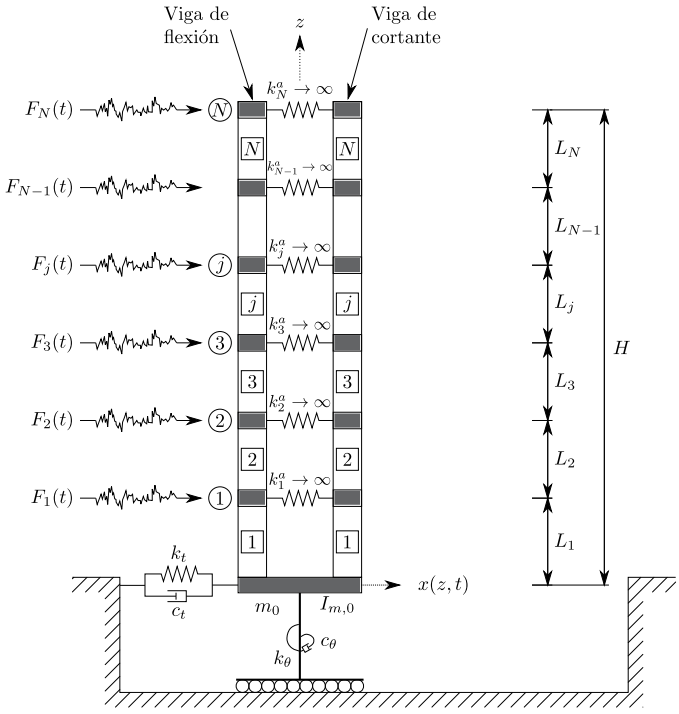


FIGURA 8.57: Modelo discreto de vigas acopladas con base flexible

En la Figura 8.57 N es el total de grados de libertad; H es la altura total de la estructura; L_j es la altura del j-ésimo elemento; z es la altura de cualquier nodo de la estructura; t es el instante de tiempo donde se desea conocer la respuesta de manera discreta; m_0 es la masa de la cimentación; $I_{m,0}$ es el momento de inercia de la cimentación; c_t es el coeficiente de amortiguamiento traslacional de la cimentación; k_t es el coeficiente de rigidez traslacional de la cimentación; c_θ es el coeficiente de amortiguamiento rotacional de la cimentación; y k_θ es el coeficiente de rigidez rotacional de la cimentación. El script permite conocer la respuesta dinámica $x(z,t)$, al aplicar una excitación externa en las masas $\mathbf{F}_e(z,t)$, un acelerograma $\ddot{\mathbf{x}}_g(t)$, o una simulación de velocidades de viento $\mathbf{U}(z,t)$ de manera no lineal, es decir, $\mathbf{F}_e(t) = \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}\mathbf{C}_d\mathbf{A}(\mathbf{U}(t))^2 - \boldsymbol{\rho}\mathbf{C}_d\mathbf{A}\mathbf{U}(t)\dot{\mathbf{x}}(t) + \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}\mathbf{C}_d\mathbf{A}(\dot{\mathbf{x}}(t))^2$.

Se requiere conocer de la estructura el número de elementos en que se discretiza, N; sus alturas, L_j, la masa por unidad de longitud, $\bar{m}$; la forma de la sección transversal; el periodo fundamental de la estructura, T_1; su tipo de deformación lateral y el coeficiente de rigidez lateral, α, en caso de ser intermedio; y la fracción de amortiguamiento

proporcional al primer y segundo modo, ζ_1 y ζ_2. Así mismo, se requiere conocer de la cimentación su masa, m_0; su momento de inercia, $I_{m,0}$; los coeficientes de amortiguamiento traslacional y rotacional, c_t y c_θ, respectivamente; y los coeficientes de rigidez traslacional y rotacional, k_t y k_θ, respectivamente. El modelo se integra adaptando la metodología propuesta en Huergo y Hernández, 2019a.

8.B.2. Modo de empleo

Archivos requeridos

Para la ejecución del script se requiere crear de manera externa un conjunto de archivos y colocarlos, preferentemente, en el directorio donde se encuentra el script, aunque si no se encuentran en el directorio, es capaz de leerlos correctamente. Los formatos admitidos son de texto delimitados por tabulaciones o por comas, sin importar la extensión o nombre del archivo. Se debe crear un archivo con las acciones dinámicas a aplicar al modelo.

En caso de ser un registro sísmico, el archivo debe tener la siguiente estructura

$$\begin{matrix} t_1 & \ddot{x}_{g,1} \\ t_2 & \ddot{x}_{g,2} \\ \vdots & \vdots \\ t_k & \ddot{x}_{g,k} \end{matrix},$$

donde $t_1, t_2, \ldots, t_k$ son los tiempos de medición del acelerograma; y $\ddot{x}_{g,1}, \ddot{x}_{g,2}, \ldots, \ddot{x}_{g,k}$ son las aceleraciones correspondientes. El script permite realizar el análisis con un conjunto de acelerogramas para ello, los registros deben tener las mismas unidades.

El script también permite que las acciones externas sean fuerzas aplicadas en las masas, para ello, el archivo debe tener la siguiente estructura

$$\begin{matrix} t_1 & F_{e(1,1)} & F_{e(2,1)} & \cdots & F_{e(n,1)} \\ t_2 & F_{e(1,2)} & F_{e(2,2)} & \cdots & F_{e(n,2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ t_k & F_{e(1,k)} & F_{e(2,k)} & \cdots & F_{e(n,k)} \end{matrix},$$

donde $t_1, t_2, \ldots, t_k$ son los tiempos de medición del registro de fuerzas; $F_{e(i,j)}$ es la fuerza externa en el instante t_j en el i-ésimo nivel. Las unidades de las fuerzas son N.

Además, el script permite realizar un análisis considerando no linealidad cinemática, al permitir que las fuerzas externas sean una simulación de velocidades de viento. El archivo debe tener la siguiente estructura

$$\begin{matrix} t_1 & U_{(1,1)} & U_{(2,1)} & \cdots & U_{(n,1)} \\ t_2 & U_{(1,2)} & U_{(2,2)} & \cdots & U_{(n,2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ t_k & U_{(1,k)} & U_{(2,k)} & \cdots & U_{(n,k)} \end{matrix},$$

donde $t_1, t_2, \ldots, t_k$ son los tiempos de medición del registro de velocidades; $U_{(i,j)}$ es la velocidad simulada (media más ráfaga) en el instante t_j en el i-ésimo nivel. Las unidades de las velocidades son $\mathrm{m\,s^{-1}}$.

Para obtener las fuerzas debidas al viento cuando se carga una simulación de velocidades, se requiere de un archivo complementario que contenga las propiedades aeroelásticas de la estructura por nivel, es decir, contiene los coeficientes del producto $\rho_j C_{d,j} A_j$, donde ρ_j es la densidad del aire en la altura del j-ésimo nivel en $\mathrm{kg\,m^{-3}}$; $C_{d,j}$ es el coeficiente de arrastre en el j-ésimo nivel y A_j es el área transversal expuesta al viento en la dirección longitudinal del j-ésimo nivel en $\mathrm{m^2}$. El archivo requerido debe tener la siguiente estructura.

$$\begin{matrix} \rho_1 C_{d,1} A_1 \\ \rho_2 C_{d,2} A_2 \\ \vdots \\ \rho_n C_{d,n} A_n \end{matrix} .$$

Independientemente del tipo de análisis, se debe generar un archivo de texto delimitado, donde se encuentren colocados, en una columna, los nodos de control donde se requiera la impresión de la respuesta del análisis dinámico, (ver Figura 8.58).

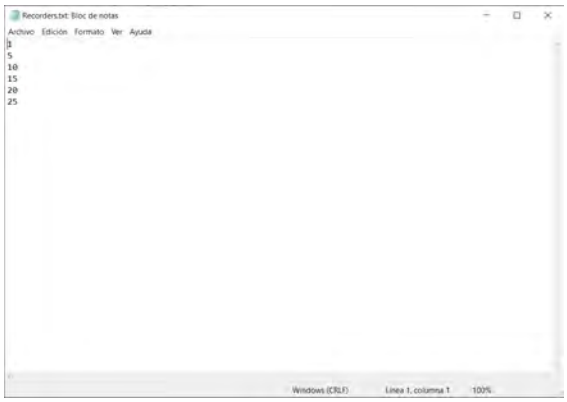


FIGURA 8.58: Nodos de control

Además, se debe incluir un archivo de texto delimitado con las propiedades de la cimentación, el archivo debe tener la siguiente estructura

$$\begin{matrix} m_0 \\ I_{m,0} \\ k_t \\ k_\theta \\ c_t \\ c_\theta \end{matrix} ,$$

donde m_0 es la masa de la cimentación en kg; $I_{m,0}$ es el momento de inercia de la cimentación en $\mathrm{kg\,m^2}$; k_t es el coeficiente de rigidez traslacional de la cimentación en $\mathrm{N\,m^{-1}}$; k_θ es el coeficiente de rigidez rotacional de la cimentación en $\mathrm{N\,m}$; c_t es el coeficiente

de amortiguamiento traslacional de la cimentación en $\mathrm{N\,s\,m^{-1}}$; y c_θ es el coeficiente de amortiguamiento rotacional de la cimentación en N s m.

Ejecución del programa

Una vez generados y almacenados los archivos necesarios, se procede a ejecutar el script (ver Figura 8.59). Durante la ejecución, se pide que seleccione si el análisis es sísmico o eólico, (ver Figura 8.60), y que introduzca el total de elementos en que se discretiza al modelo. A continuación, pregunta si la altura de la discretización es constante, (ver Figura 8.61), y su valor en caso de serlo, de lo contrario se pide que seleccione el archivo que contiene las alturas de los entrepisos, (ver Figura 8.62). Después debe introducirse el valor de la masa por unidad de longitud, $\bar{m}$, la forma de la sección transversal, (ver Figura 8.63), y el periodo fundamental, T_1. A continuación, se pregunta el tipo de comportamiento de la estructura, (ver Figura 8.64), y, si el comportamiento seleccionado es intermedio, se debe introducir el coeficiente de rigidez lateral, α. Previo al análisis, se pide que se introduzcan los valores del porcentaje de amortiguamiento crítico asociados al primer y segundo modo de la estructura y que se seleccione el archivo con las propiedades de la cimentación, (ver Figura 8.65). Si se trata de un análisis sísmico, se solicita que seleccione el directorio donde se encuentran los acelerogramas, (ver Figura 8.66), y que introduzca el factor de conversión de las unidades a $\mathrm{m\,s^{-2}}$. En caso de ser análisis eólico se pide que seleccione el archivo de acciones, (ver Figura 8.67), y una vez seleccionado, pregunta si se trata de un registro de fuerzas o de velocidades, (ver Figura 8.68), en caso de que se trate de un registro de velocidades, se solicita que seleccione el archivo con las propiedades aeroelásticas, (ver Figura 8.69). Finalmente, se solicita que seleccione el archivo con los números de los nodos de control, (ver Figura 8.70).

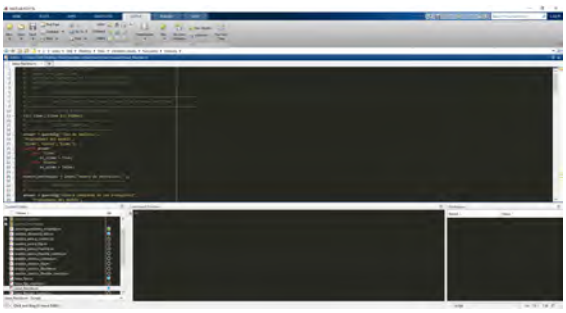


FIGURA 8.59: Ejecución del script

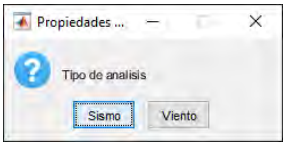


FIGURA 8.60: Selección del tipo de análisis

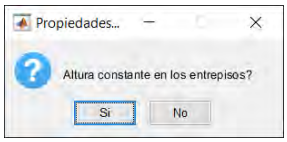


FIGURA 8.61: Tipo de discretización

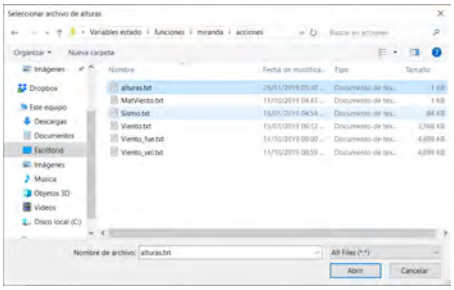


FIGURA 8.62: Selección del archivo con alturas de la discretización

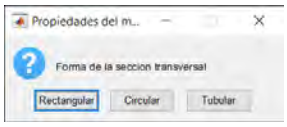


FIGURA 8.63: Selección del tipo de forma transversal

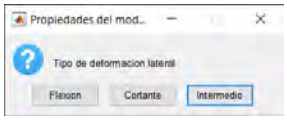


FIGURA 8.64: Selección del tipo de deformación lateral

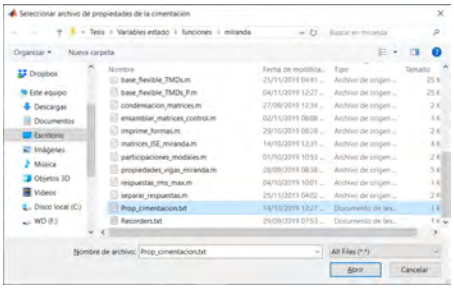


FIGURA 8.65: Selección del archivo de propiedades de la cimentación

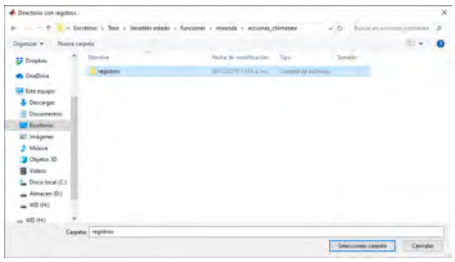


FIGURA 8.66: Selección de la carpeta con los registros sísmicos

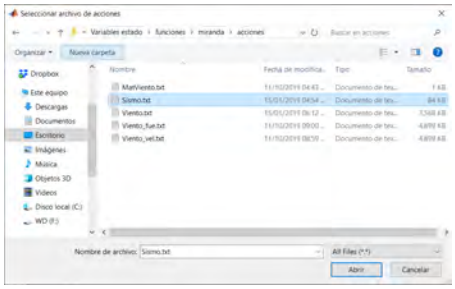


FIGURA 8.67: Selección del archivo de acciones eólicas

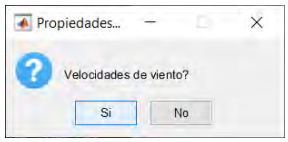


FIGURA 8.68: Selección del tipo de acciones

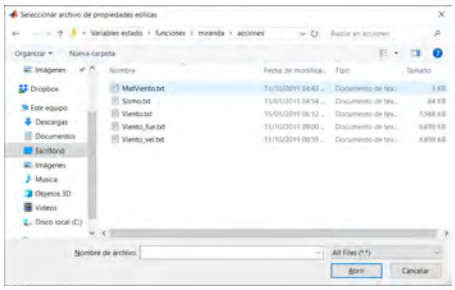


FIGURA 8.69: Selección del archivo de propiedades aeroelásticas

Resultados del programa

El script crea tres directorios de salida: Formas, Respuestas y Perfiles, las cuales contienen archivos de gráficos vectoriales (eps). En la carpeta Formas, (ver Figura 8.71), se colocan las gráficas de las formas modales de las vigas de flexión y cortante, (ver Figura 8.72). La carpeta Respuestas, (ver Figura 8.73), contiene las gráficas de la respuesta dinámica de los nodos de control y el cortante y momento en la base; el nombre de los archivos de la respuesta de la estructura está conformado por el nombre del archivo de acciones y un sufijo, que está conformado por una letra y un número. La letra D corresponde a desplazamientos, V a velocidades, y A a aceleraciones; el número del sufijo

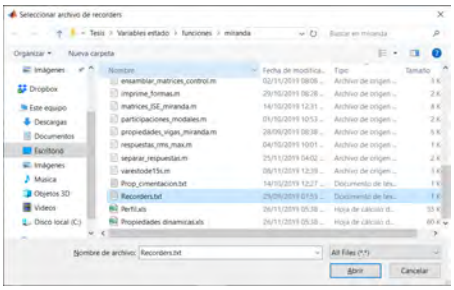


FIGURA 8.70: Selección del archivo de los nodos de control

corresponde al nivel graficado, (ver Figura 8.74). El archivo de cortante tiene el sufijo VB y el de momento, MB. La carpeta Perfiles, (ver Figura 8.75), contiene los perfiles de los valores máximos absolutos por nivel de la estructura obtenida en el análisis dinámico y el valor RMS de la respuesta por nivel de la estructura, para desplazamientos, velocidades, aceleraciones y distorsiones de entrepiso, (ver Figura 8.76).

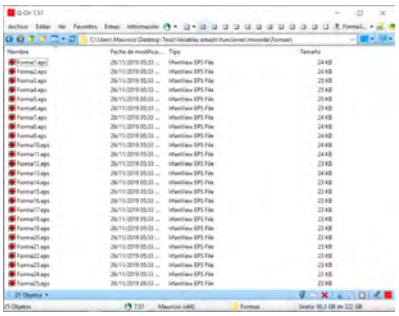


FIGURA 8.71: Directorio con las gráficas de las formas modales

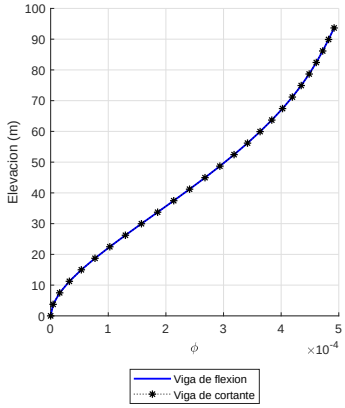


FIGURA 8.72: Formas modales de la estructura

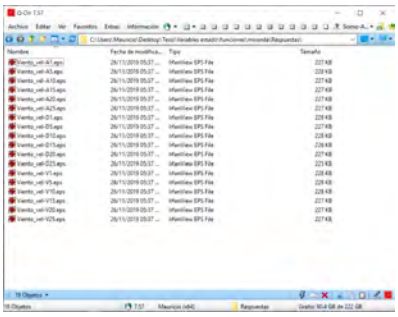


FIGURA 8.73: Directorio con las gráficas de las respuestas dinámicas

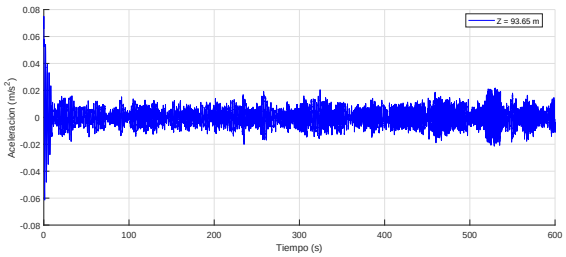


FIGURA 8.74: Respuesta dinámica de los grados de libertad

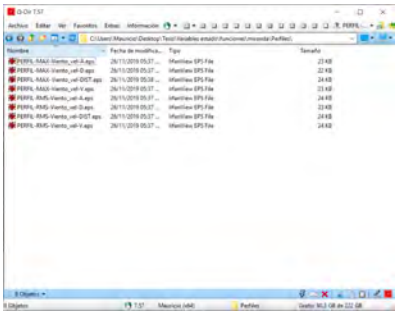


FIGURA 8.75: Directorio con las gráficas de los perfiles de la estructura

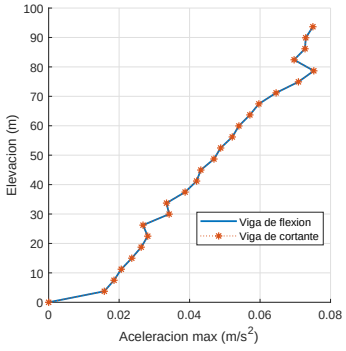


FIGURA 8.76: Perfiles de respuesta de la estructura

Además, se generan reportes de Excel. El archivo llamado Propiedades dinámicas, contiene un resumen con los periodos de vibrar, porcentajes de participación y las formas modales de la estructura, (ver Figura 8.77). El archivo cuyo nombre inicia con Perfil,

contiene los perfiles de respuesta máxima absoluta y RMS de desplazamiento, velocidad, aceleración y distorsión de entrepiso por análisis, (ver Figura 8.78). Y el archivo cuyo nombre inicia con Acciones base, contiene el cortante y momento en la base en el dominio del tiempo, y sus valores máximos y RMS, (ver Figura 8.79).

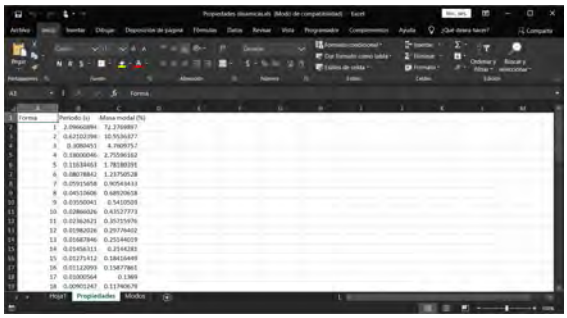


FIGURA 8.77: Archivo de propiedades dinámicas

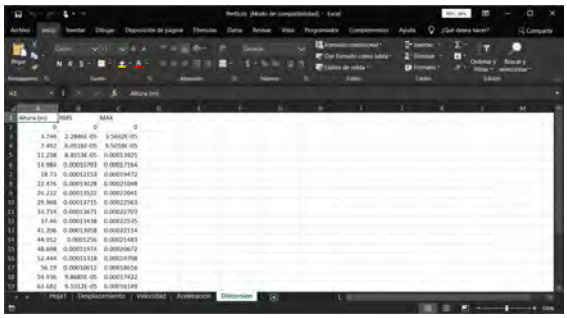


FIGURA 8.78: Archivo de perfiles

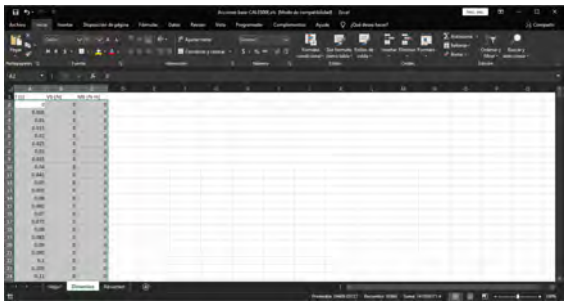


FIGURA 8.79: Archivo de elementos mecánicos en la cimentación

8.C. Manual de usuario Flexion_NL.m

8.C.1. Generalidades

Se presenta el manual de usuario del script de MatLab llamado Flexion_NL.m. El script permite conocer la respuesta dinámica inelástica de una estructura formada por elementos linea de concreto reforzado donde las articulaciones tienen comportamiento no lineal de flexión, (ver Figura 8.80). Se emplea el integrador RK6-I con cuadraturas rectangulares y el método de analogía de la fuerza (FAM).

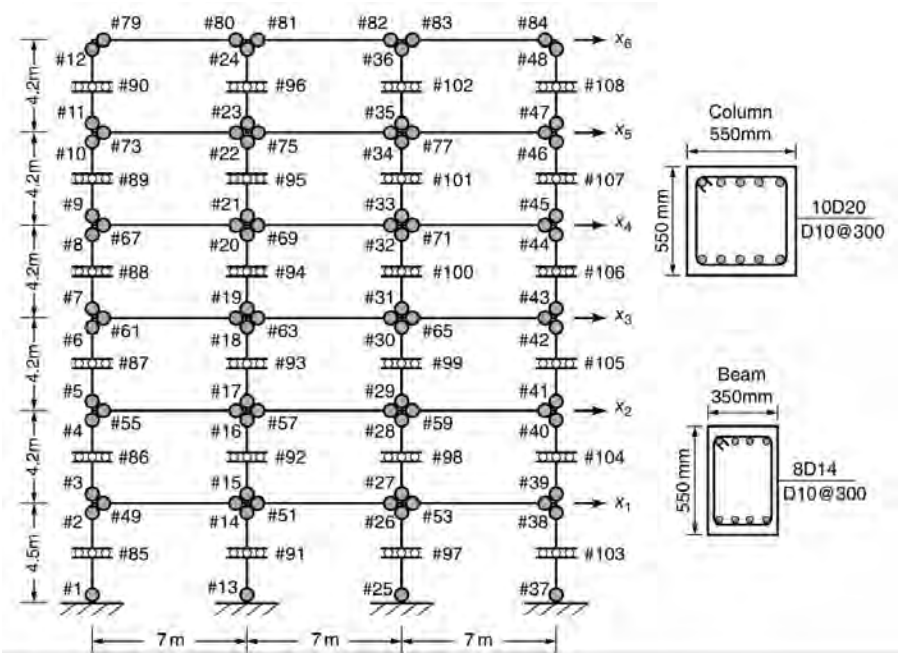


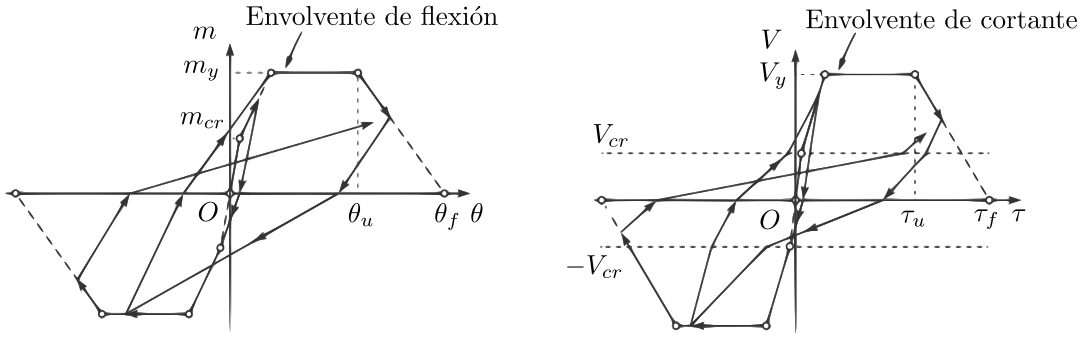
FIGURA 8.80: Ejemplo de modelo

Se requiere conocer de la estructura la matriz de masas de los grados de libertad traslacionales $\mathbf{M}_{dd}$; la matriz de amortiguamiento $\mathbf{C}_{dd}$; la matriz de rigidez de los grados de libertad de la estructura $\mathbf{K}$, la matriz de rigidez que relaciona la rotación plástica con la fuerza restauradora $\mathbf{K}'$; la matriz de rigidez que relaciona la rotación plástica con el momento residual $\mathbf{K}''$; las propiedades de las envolventes de la articulación plástica y las alturas de los niveles de la estructura.

El script permite obtener la respuesta dinámica $\mathbf{x}(t)$, al aplicar una excitación externa en las masas $\mathbf{F}_e(z,t)$, un acelerograma $\ddot{\mathbf{x}}_g(t)$, o una simulación de velocidades de viento $\mathbf{U}(z,t)$ de manera no lineal, es decir, $\mathbf{F}_e(t) = \frac{1}{2}\rho\mathbf{C}_d\mathbf{A}(\mathbf{U}(t))^2 - \rho\mathbf{C}_d\mathbf{A}\mathbf{U}(t)\dot{\mathbf{x}}(t) + \frac{1}{2}\rho\mathbf{C}_d\mathbf{A}(\dot{\mathbf{x}}(t))^2$.

El modelo empleado separa el comportamiento total en uno de flexión y uno de cortante, (Li y Wong, 2014), El resultado es la suma de un comportamiento con relación momento-rotación para la flexión y uno con relación fuerza-desplazamiento para el cortante, (ver Figura 8.81). El comportamiento histerético se puede obtener de un ensayo experimental, o de manera analítica empleando el análisis momento-curvatura para la articulación de flexión propuesto en Park y Paulay, 1975, y la teoría modificada del área

de compresión (MCFT por las siglas en inglés modified compression field theory), propuesta en Vecchio y Collins, 1988.



(A) Flexión (B) Cortante

FIGURA 8.81: Modelos histeréticos. (Adaptado de Li y Wong, 2014)

La base del modelo histerético de flexión fue propuesta en Takeda, Sozen y Nielsen, 1970, mientras que la base del modelo de cortante fue propuesta en Xu y Zhang, 2011. Los modelos combinados son capaces de simular la degradación de rigidez, de resistencia y el "pinching", (adelgazamiento de los lazos de histéresis debido a la abertura y cierre de grietas).

Para poder caracterizar la envolvente de flexión, deben determinarse de forma experimental o analítica los momentos de agrietamiento, m_{cr}; y de fluencia, m_y. También se requieren las rotaciones de agrietamiento, θ_{cr}; de fluencia, θ_y; de inicio de la degradación de resistencia, θ_u; y de fractura θ_f. De manera análoga, se deben determinar los puntos correspondientes en la envolvente de cortante.

El funcionamiento del programa realiza la condensación estática de los grados de libertad rotacionales disminuyendo el tamaño del problema.

8.C.2. Modo de empleo

Archivos requeridos

Para la ejecución del script se requiere crear de manera externa un conjunto de archivos, que pueden almacenarse en indistintamente del directorio, el nombre o su extensión. Los formatos admitidos son de texto delimitados por tabulaciones o por comas, (ver Figura 8.82). Se debe crear un archivo individual que contenga las siguientes matrices:

- Matriz de masas
- Matriz de amortiguamiento
- Matriz de rigidez de los grados de libertad
- Matriz de rigidez que relaciona la rotación plástica con la fuerza restauradora
- Matriz de rigidez que relaciona la rotación plástica con el momento residual

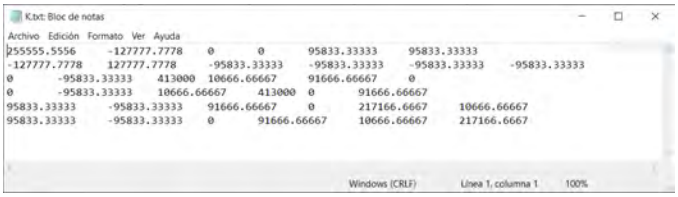


FIGURA 8.82: Archivo de datos delimitado por tabulaciones

También se debe colocar un archivo con las propiedades de las envolventes de las articulaciones plásticas, (ver Figura 8.83). Las columnas deben contener en estricto orden los datos presentados en la Tabla **??**.

TABLA 8.26: Propiedades según el tipo de elemento

Flexión	m_{cr}	θ_{cr}	m_y	θ_y	θ_u	θ_f	0	0	1
Cortante	V_{cr}	δ_{cr}	V_y	δ_y	δ_u	δ_f	N	N_0	0

donde N es la carga axial aplicada en el elemento; y N_0 es la carga axial nominal del elemento.

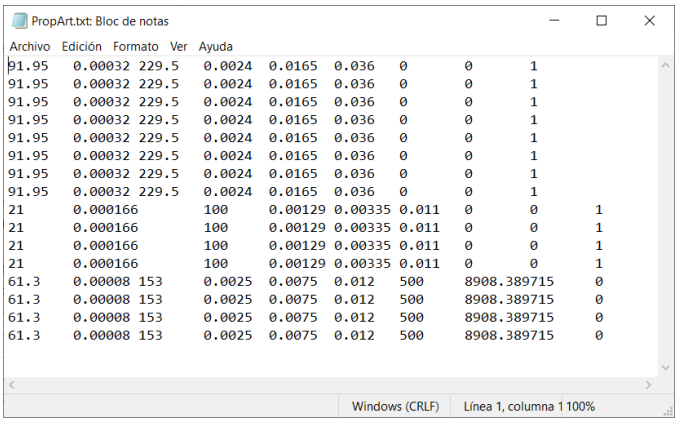


FIGURA 8.83: Propiedades de las articulaciones plásticas

Se deben crear los archivos con las acciones dinámicas a aplicar al modelo. En caso de ser registros sísmicos, los archivos deben tener la siguiente estructura

$$\begin{matrix} t_1 & \ddot{x}_{g,1} \\ t_2 & \ddot{x}_{g,2} \\ \vdots & \vdots \\ t_k & \ddot{x}_{g,k} \end{matrix},$$

donde $t_1, t_2, \ldots, t_k$ son los tiempos de medición del acelerograma; y $\ddot{x}_{g,1}, \ddot{x}_{g,2}, \ldots, \ddot{x}_{g,k}$ son las aceleraciones correspondientes. El script permite realizar el análisis con un conjunto de acelerogramas para ello, los registros deben tener las mismas unidades y estar colocados en el mismo directorio. Las unidades de los resultados del programa son kN y m, para facilitar la entrada de datos, al leer los registros el programa pregunta por el factor de conversión de unidades. Además, permite escalar los registros de manera interna.

El script también permite que las acciones externas sean fuerzas aplicadas en las masas, para ello, el archivo debe tener la siguiente estructura

$$\begin{matrix} t_1 & F_{e(1,1)} & F_{e(2,1)} & \cdots & F_{e(n,1)} \\ t_2 & F_{e(1,2)} & F_{e(2,2)} & \cdots & F_{e(n,2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ t_k & F_{e(1,k)} & F_{e(2,k)} & \cdots & F_{e(n,k)} \end{matrix},$$

donde $t_1, t_2, \ldots, t_k$ son los tiempos de medición del registro de fuerzas; $F_{e(i,j)}$ es la fuerza externa en el instante t_j en el i-ésimo nivel. El script pregunta por el factor de conversión de unidades de las fuerzas a kN.

Además, el script permite realizar un análisis considerando no linealidad cinemática, al permitir que las fuerzas externas sean una simulación de velocidades de viento. El archivo debe tener la siguiente estructura

$$\begin{matrix} t_1 & U_{(1,1)} & U_{(2,1)} & \cdots & U_{(n,1)} \\ t_2 & U_{(1,2)} & U_{(2,2)} & \cdots & U_{(n,2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ t_k & U_{(1,k)} & U_{(2,k)} & \cdots & U_{(n,k)} \end{matrix},$$

donde $t_1, t_2, \ldots, t_k$ son los tiempos de medición del registro de velocidades; $U_{(i,j)}$ es la velocidad simulada (media más ráfaga) en el instante t_j en el i-ésimo nivel. Las unidades de las velocidades son $\mathrm{m\,s^{-1}}$.

Para obtener las fuerzas debidas al viento cuando se carga una simulación de velocidades, se requiere de un archivo complementario que contenga las propiedades aeroelásticas de la estructura por nivel, es decir, contiene los coeficientes del producto $\rho_j C_{d,j} A_j$, donde ρ_j es la densidad del aire en la altura del j-ésimo nivel en $\mathrm{kg\,m^{-3}}$; $C_{d,j}$ es el coeficiente de arrastre en el j-ésimo nivel y A_j es el área transversal expuesta al viento en la dirección longitudinal del j-ésimo nivel en $\mathrm{m^2}$. El archivo requerido debe tener la siguiente estructura.

$$\begin{matrix} \rho_1 C_{d,1} A_1 \\ \rho_2 C_{d,2} A_2 \\ \vdots \\ \rho_n C_{d,n} A_n \end{matrix}.$$

Debido a que las fuerzas obtenidas no son las de salida de resultados, el script pregunta por el factor de conversión de unidades de las fuerzas a kN.

Ejecución del programa

Una vez generados y almacenados los archivos necesarios, se procede a ejecutar el script (ver Figura 8.84). Durante la ejecución, pregunta si el análisis a realizar es sísmico o eólico, (ver Figura 8.85), y pide que seleccione los archivos con las matrices de masas,

amortiguamiento, y rigideces, y los archivos que contienen las alturas de entrepiso del modelo y las propiedades de las articulaciones plásticas, (ver Figura 8.86). Si el análisis es sísmico, pide que seleccione la carpeta donde se encuentran los registros sísmicos, (ver Figura 8.87), y pregunta el factor de conversión de unidades a $\mathrm{m\,s^{-2}}$ y el factor de escalamiento de los registros. En caso de ser análisis eólico, se pide que seleccione el archivo de acciones, (ver Figura 8.88), y una vez seleccionado, pregunta si se trata de un registro de fuerzas o de velocidades, (ver Figura 8.89), en caso de que se trate de un registro de velocidades, se solicita que seleccione el archivo con las propiedades aeroelásticas, (ver Figura 8.90). En cualquiera de los casos, pide el factor de conversión de unidades de las fuerzas a kN. Finalmente, solicita que seleccione si en el formato de la impresión de los resultados de las articulaciones plásticas se incluya la curva envolvente (ver Figura 8.91).

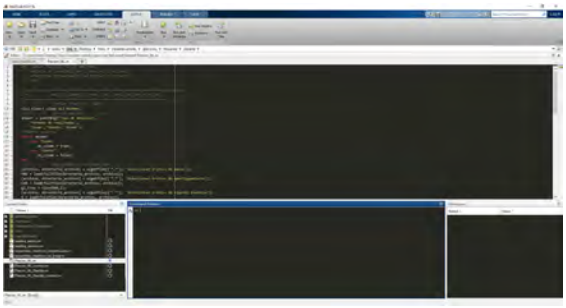


FIGURA 8.84: Ejecución del script

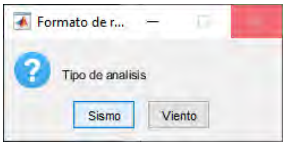


FIGURA 8.85: Selección del tipo de análisis

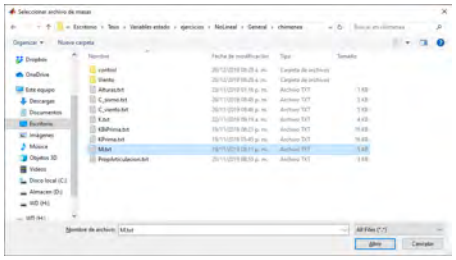


FIGURA 8.86: Selección de los archivos requeridos

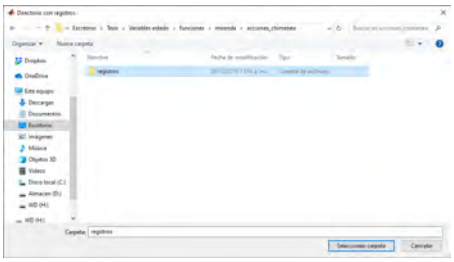


FIGURA 8.87: Selección de la carpeta con los registros sísmicos

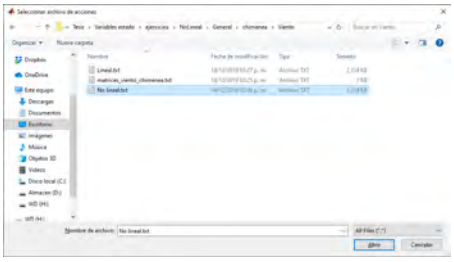


FIGURA 8.88: Selección del archivo de acciones eólicas

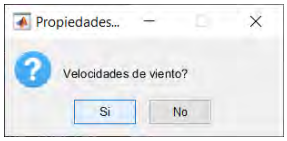


FIGURA 8.89: Selección del tipo de acciones eólicas

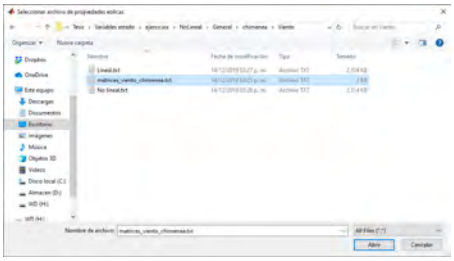


FIGURA 8.90: Selección del archivo de propiedades aeroelásticas

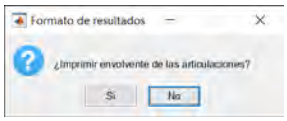
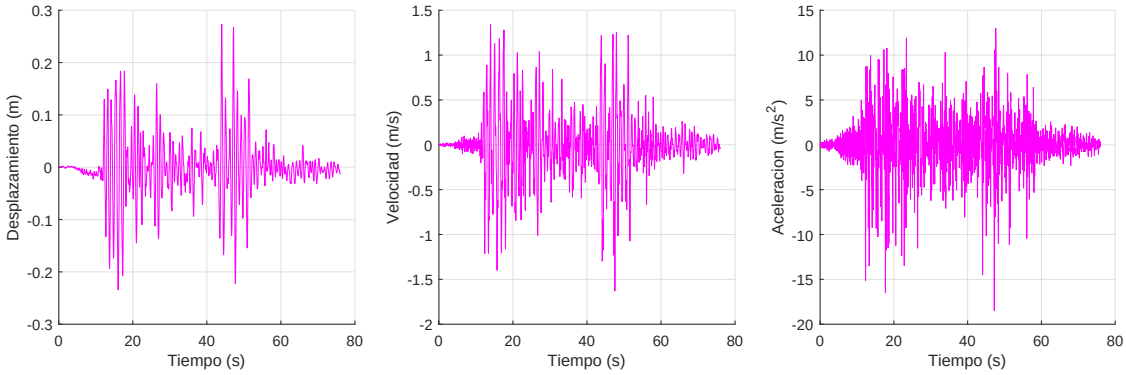


FIGURA 8.91: Impresión de la envolvente de las articulaciones

Resultados del programa

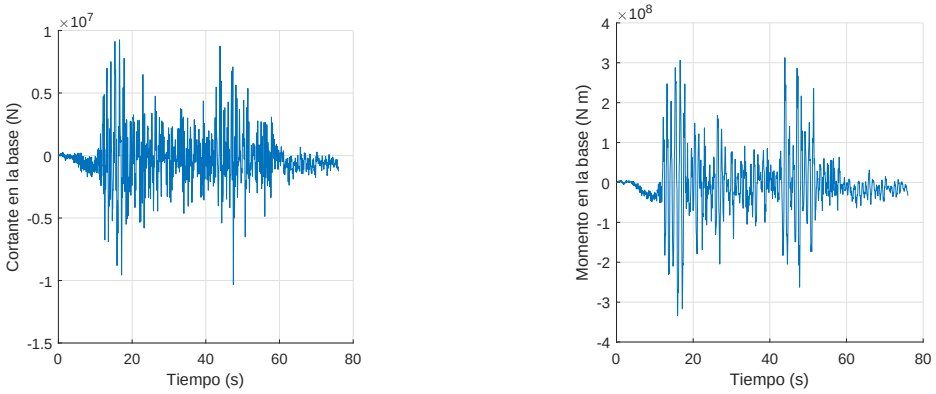
El script crea, para cada análisis, la respuesta inelástica de desplazamiento, velocidad y aceleración de todos los grados de libertad traslacionales, (ver Figura 8.92), y el cortante y momento en la base, (ver Figura 8.93). Además, si se incursiona en el intervalo

inelástico, se generan los resultados de las articulaciones que lo hayan hecho, (ver Figura 8.94).



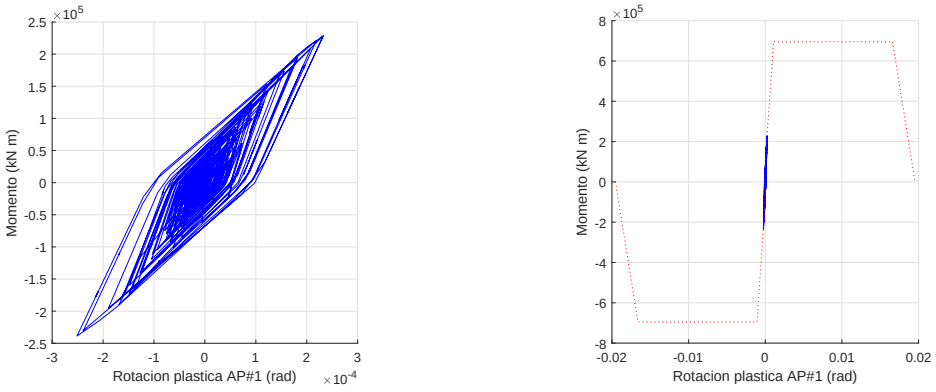
(A) Desplazamiento (B) Velocidad (C) Aceleración

FIGURA 8.92: Respuesta de los grados de libertad traslacionales



(A) Cortante (B) Momento

FIGURA 8.93: Elementos mecánicos en la base

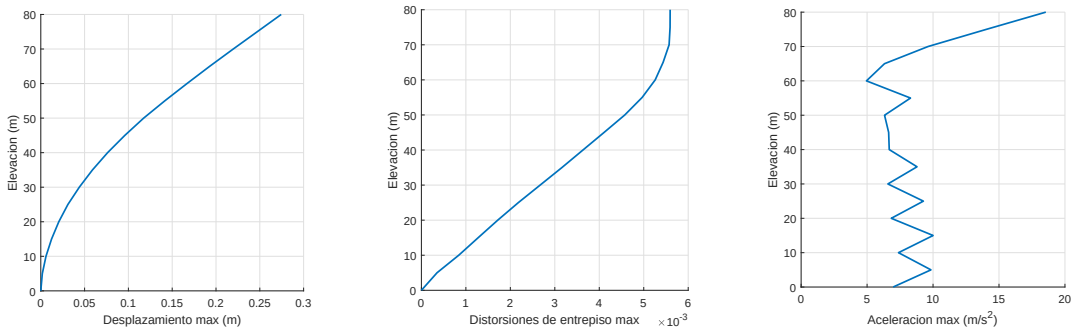


(A) Sin envolvente (B) Con envolvente

FIGURA 8.94: Respuesta de las articulaciones plásticas

También se crea un directorio llamado Perfiles, donde se colocan los perfiles máximos y

RMS de desplazamiento, velocidad, aceleración y distorsión de cada análisis realizado, (ver Figura 8.95).



(A) Desplazamiento (B) Velocidad (C) Aceleración

FIGURA 8.95: Perfiles de respuesta

Así mismo, se exportan los resultados a una hoja de cálculo de Excel por análisis, donde se imprimen las respuestas dinámicas, el nivel de daño de las articulaciones de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000, y los elementos mecánicos en la base, (ver Figura 8.96). Finalmente, se genera un archivo de Excel, que incluye los perfiles máximos y RMS de desplazamiento, velocidad, aceleración y distorsión de cada análisis realizado, (ver Figura 8.97).

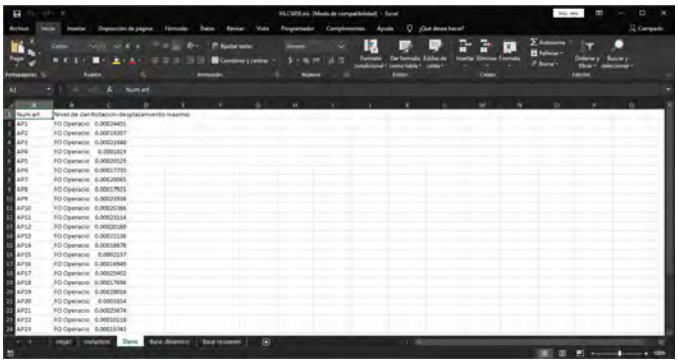


FIGURA 8.96: Resultados en Excel

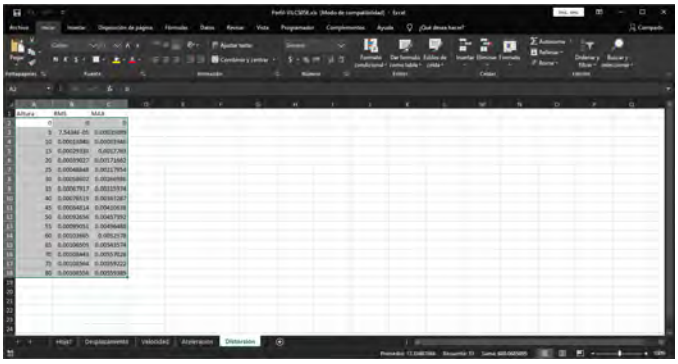


FIGURA 8.97: Perfiles en Excel

8.D. Manual de usuario Flexion_NL_flexible.m

8.D.1. Generalidades

Se presenta el manual de usuario del script de MatLab llamado Flexion_NL_flexible.m. El script permite conocer la respuesta dinámica inelástica de una estructura formada por elementos linea de concreto reforzado donde las articulaciones tienen comportamiento no lineal de flexión considerando interacción suelo-estructura, (ver Figura 8.98). Se emplea el integrador RK6-I con cuadraturas rectangulares y el método de analogía de la fuerza (FAM).

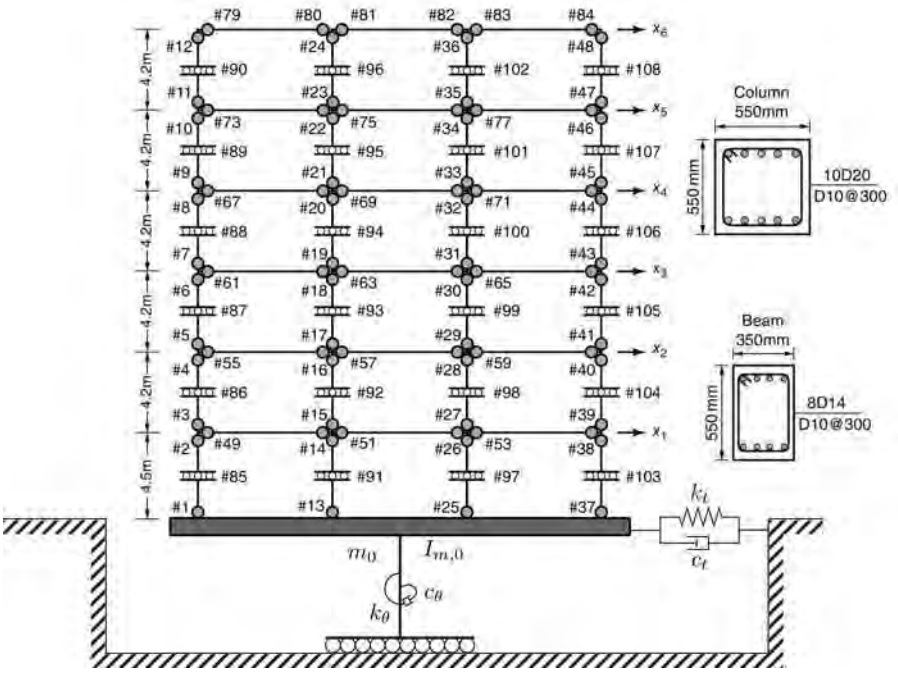


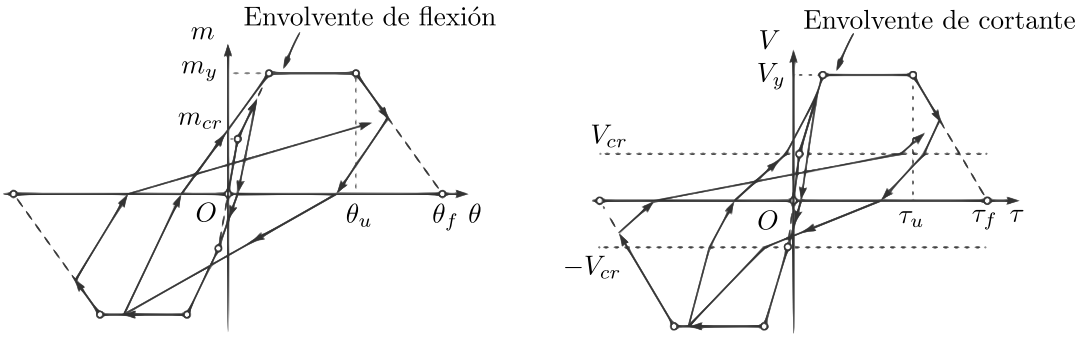
FIGURA 8.98: Ejemplo de modelo con interacción suelo-estructura

Se requiere conocer de la estructura la matriz de masas de los grados de libertad traslacionales $\mathbf{M}_{dd}$; la matriz de amortiguamiento $\mathbf{C}_{dd}$; la matriz de rigidez de los grados de libertad de la estructura $\mathbf{K}$, la matriz de rigidez que relaciona la rotación plástica con la fuerza restauradora $\mathbf{K}'$; la matriz de rigidez que relaciona la rotación plástica con el momento residual $\mathbf{K}''$; las propiedades de las envolventes de la articulación plástica y las alturas de los niveles de la estructura. De la cimentación se requiere conocer su masa m_0; el momento de inercia $I_{m,0}$; el coeficiente de amortiguamiento traslacional c_t; el coeficiente de rigidez traslacional k_t; el coeficiente de amortiguamiento rotacional c_θ; y el coeficiente de rigidez rotacional k_θ.

El script permite obtener la respuesta dinámica $\mathbf{x}(t)$, al aplicar una excitación externa en las masas $\mathbf{F}_e(z,t)$, un acelerograma $\ddot{\mathbf{x}}_g(t)$, o una simulación de velocidades de viento $\mathbf{U}(z,t)$ de manera no lineal, es decir, $\mathbf{F}_e(t) = \frac{1}{2}\rho\mathbf{C}_d\mathbf{A}(\mathbf{U}(t))^2 - \rho\mathbf{C}_d\mathbf{A}\mathbf{U}(t)\dot{\mathbf{x}}(t) + \frac{1}{2}\rho\mathbf{C}_d\mathbf{A}(\dot{\mathbf{x}}(t))^2$.

El modelo empleado separa el comportamiento total en uno de flexión y uno de cortante, (Li y Wong, 2014), El resultado es la suma de un comportamiento con relación

momento-rotación para la flexión y uno con relación fuerza-desplazamiento para el cortante, (ver Figura 8.99). El comportamiento histerético se puede obtener de un ensayo experimental, o de manera analítica empleando el análisis momento-curvatura para la articulación de flexión propuesto en Park y Paulay, 1975, y la teoría modificada del área de compresión (MCFT por las siglas en inglés modified compression field theory), propuesta en Vecchio y Collins, 1988.



(A) Flexión (B) Cortante

FIGURA 8.99: Modelos histeréticos. (Adaptado de Li y Wong, 2014)

La base del modelo histerético de flexión fue propuesta en Takeda, Sozen y Nielsen, 1970, mientras que la base del modelo de cortante fue propuesta en Xu y Zhang, 2011. Los modelos combinados son capaces de simular la degradación de rigidez, de resistencia y el "pinching", (adelgazamiento de los lazos de histéresis debido a la abertura y cierre de grietas).

Para poder caracterizar la envolvente de flexión, deben determinarse de forma experimental o analítica los momentos de agrietamiento, m_{cr}; y de fluencia, m_y. También se requieren las rotaciones de agrietamiento, θ_{cr}; de fluencia, θ_y; de inicio de la degradación de resistencia, θ_u; y de fractura θ_f. De manera análoga, se deben determinar los puntos correspondientes en la envolvente de cortante.

El funcionamiento del programa realiza la condensación estática de los grados de libertad rotacionales disminuyendo el tamaño del problema.

8.D.2. Modo de empleo

Archivos requeridos

Para la ejecución del script se requiere crear de manera externa un conjunto de archivos, que pueden almacenarse en indistintamente del directorio, el nombre o su extensión. Los formatos admitidos son de texto delimitados por tabulaciones o por comas, (ver Figura 8.100). Se debe crear un archivo individual que contenga las siguientes matrices:

- Matriz de masas
- Matriz de amortiguamiento
- Matriz de rigidez de los grados de libertad
- Matriz de rigidez que relaciona la rotación plástica con la fuerza restauradora

- Matriz de rigidez que relaciona la rotación plástica con el momento residual

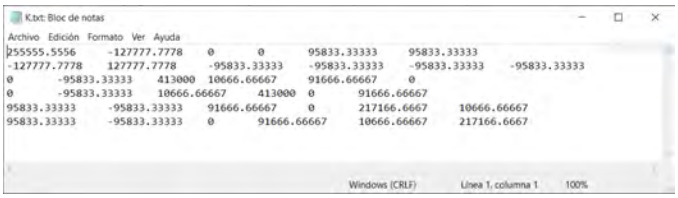


FIGURA 8.100: Archivo de datos delimitado por tabulaciones

También se debe colocar un archivo con las propiedades de las envolventes de las articulaciones plásticas, (ver Figura 8.101). Las columnas deben contener en estricto orden los datos presentados en la Tabla **??**.

TABLA 8.27: Propiedades según el tipo de elemento

Flexión	m_{cr}	θ_{cr}	m_y	θ_y	θ_u	θ_f	0	0	1
Cortante	V_{cr}	δ_{cr}	V_y	δ_y	δ_u	δ_f	N	N_0	0

donde N es la carga axial aplicada en el elemento; y N_0 es la carga axial nominal del elemento.

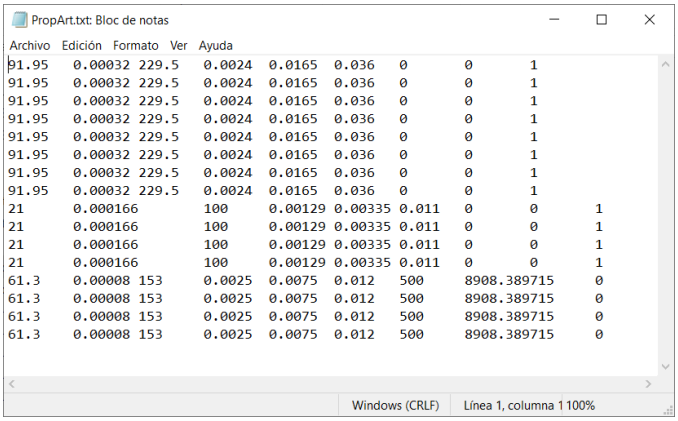


FIGURA 8.101: Propiedades de las articulaciones plásticas

Se deben crear los archivos con las acciones dinámicas a aplicar al modelo. En caso de ser registros sísmicos, los archivos deben tener la siguiente estructura

$$\begin{matrix} t_1 & \ddot{x}_{g,1} \\ t_2 & \ddot{x}_{g,2} \\ \vdots & \vdots \\ t_k & \ddot{x}_{g,k} \end{matrix},$$

donde $t_1, t_2, \ldots, t_k$ son los tiempos de medición del acelerograma; y $\ddot{x}_{g,1}, \ddot{x}_{g,2}, \ldots, \ddot{x}_{g,k}$ son las aceleraciones correspondientes. El script permite realizar el análisis con un conjunto de acelerogramas para ello, los registros deben tener las mismas unidades y estar colocados en el mismo directorio. Las unidades de los resultados del programa son kN y m,

para facilitar la entrada de datos, al leer los registros el programa pregunta por el factor de conversión de unidades. Además, permite escalar los registros de manera interna.

El script también permite que las acciones externas sean fuerzas aplicadas en las masas, para ello, el archivo debe tener la siguiente estructura

$$\begin{matrix} t_1 & F_{e(1,1)} & F_{e(2,1)} & \cdots & F_{e(n,1)} \\ t_2 & F_{e(1,2)} & F_{e(2,2)} & \cdots & F_{e(n,2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ t_k & F_{e(1,k)} & F_{e(2,k)} & \cdots & F_{e(n,k)} \end{matrix},$$

donde $t_1, t_2, \ldots, t_k$ son los tiempos de medición del registro de fuerzas; $F_{e(i,j)}$ es la fuerza externa en el instante t_j en el i-ésimo nivel. El script pregunta por el factor de conversión de unidades de las fuerzas a kN.

Además, el script permite realizar un análisis considerando no linealidad cinemática, al permitir que las fuerzas externas sean una simulación de velocidades de viento. El archivo debe tener la siguiente estructura

$$\begin{matrix} t_1 & U_{(1,1)} & U_{(2,1)} & \cdots & U_{(n,1)} \\ t_2 & U_{(1,2)} & U_{(2,2)} & \cdots & U_{(n,2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ t_k & U_{(1,k)} & U_{(2,k)} & \cdots & U_{(n,k)} \end{matrix},$$

donde $t_1, t_2, \ldots, t_k$ son los tiempos de medición del registro de velocidades; $U_{(i,j)}$ es la velocidad simulada (media más ráfaga) en el instante t_j en el i-ésimo nivel. Las unidades de las velocidades son $\mathrm{m\,s^{-1}}$.

Para obtener las fuerzas debidas al viento cuando se carga una simulación de velocidades, se requiere de un archivo complementario que contenga las propiedades aeroelásticas de la estructura por nivel, es decir, contiene los coeficientes del producto $\rho_j C_{d,j} A_j$, donde ρ_j es la densidad del aire en la altura del j-ésimo nivel en $\mathrm{kg\,m^{-3}}$; $C_{d,j}$ es el coeficiente de arrastre en el j-ésimo nivel y A_j es el área transversal expuesta al viento en la dirección longitudinal del j-ésimo nivel en $\mathrm{m^2}$. El archivo requerido debe tener la siguiente estructura.

$$\begin{matrix} \rho_1 C_{d,1} A_1 \\ \rho_2 C_{d,2} A_2 \\ \vdots \\ \rho_n C_{d,n} A_n \end{matrix}.$$

Debido a que las fuerzas obtenidas no son las de salida de resultados, el script pregunta por el factor de conversión de unidades de las fuerzas a kN.

Además, se debe incluir un archivo de texto delimitado con las propiedades de la cimentación, el archivo debe tener la siguiente estructura

$$
\begin{matrix}
m_0 \\
I_{m,0} \\
k_t \\
k_\theta \\
c_t \\
c_\theta
\end{matrix}
\text{ ,}
$$

donde m_0 es la masa de la cimentación en Mg; $I_{m,0}$ es el momento de inercia de la cimentación en $\mathrm{Mg\,m^2}$; k_t es el coeficiente de rigidez traslacional de la cimentación en $\mathrm{kN\,m^{-1}}$; k_θ es el coeficiente de rigidez rotacional de la cimentación en kN m; c_t es el coeficiente de amortiguamiento traslacional de la cimentación en $\mathrm{kN\,s\,m^{-1}}$; y c_θ es el coeficiente de amortiguamiento rotacional de la cimentación en kN s m.

Ejecución del programa

Una vez generados y almacenados los archivos necesarios, se procede a ejecutar el script (ver Figura 8.102). Durante la ejecución, pregunta si el análisis a realizar es sísmico o eólico, (ver Figura 8.103), y pide que seleccione los archivos con las matrices de masas, amortiguamiento, y rigideces, y los archivos que contienen las alturas de entrepiso del modelo, las propiedades de la cimentación y las propiedades de las articulaciones plásticas, (ver Figura 8.104). Si el análisis es sísmico, pide que seleccione la carpeta donde se encuentran los registros sísmicos, (ver Figura 8.105), y pregunta el factor de conversión de unidades a $\mathrm{m\,s^{-2}}$ y el factor de escalamiento de los registros. En caso de ser análisis eólico, se pide que seleccione el archivo de acciones, (ver Figura 8.106), y una vez seleccionado, pregunta si se trata de un registro de fuerzas o de velocidades, (ver Figura 8.107), en caso de que se trate de un registro de velocidades, se solicita que seleccione el archivo con las propiedades aeroelásticas, (ver Figura 8.108). En cualquiera de los casos, pide el factor de conversión de unidades de las fuerzas a kN. Finalmente, solicita que seleccione si en el formato de la impresión de los resultados de las articulaciones plásticas se incluya la curva envolvente (ver Figura 8.109).

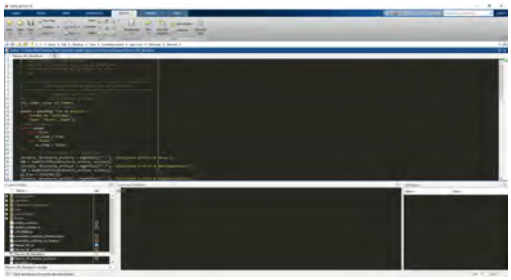


FIGURA 8.102: Ejecución del script

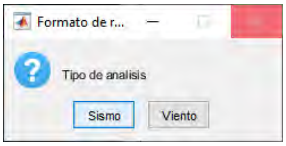


FIGURA 8.103: Selección del tipo de análisis

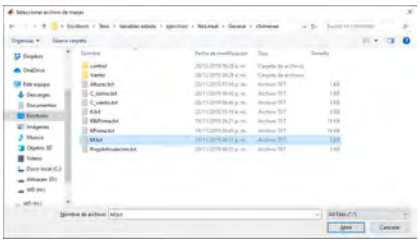


FIGURA 8.104: Selección de los archivos requeridos

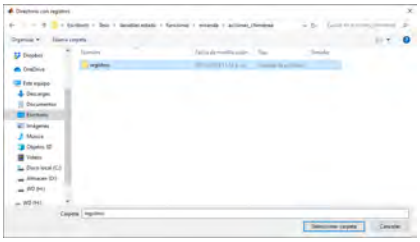


FIGURA 8.105: Selección de la carpeta con los registros sísmicos

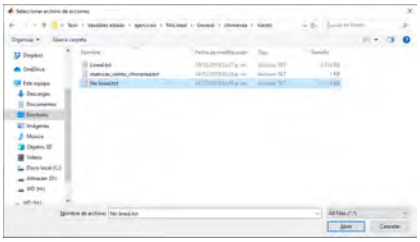


FIGURA 8.106: Selección del archivo de acciones eólicas

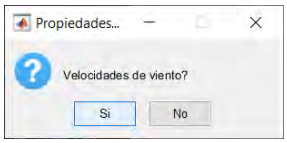


FIGURA 8.107: Selección del tipo de acciones eólicas

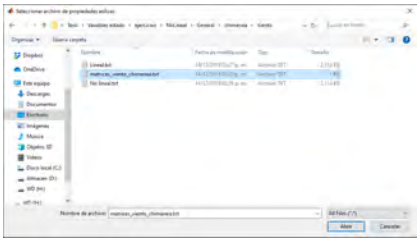


FIGURA 8.108: Selección del archivo de propiedades aeroelásticas

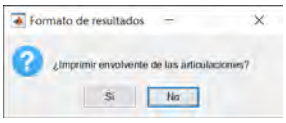
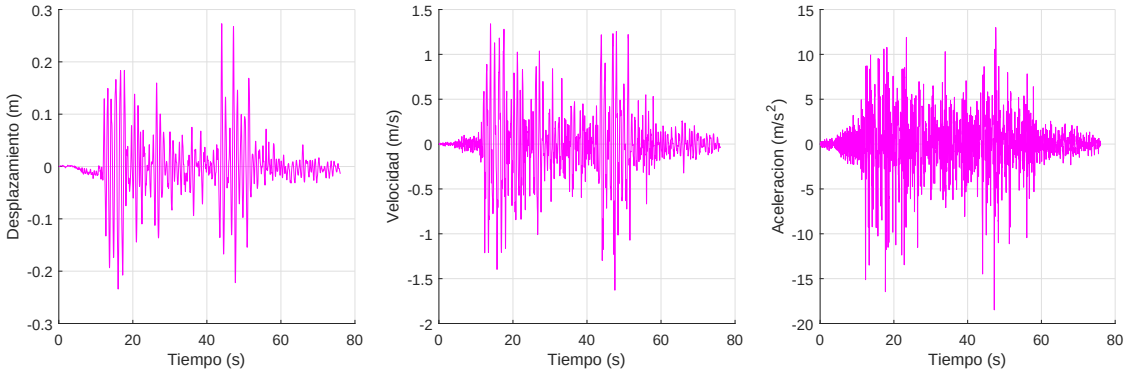


FIGURA 8.109: Impresión de la envolvente de las articulaciones

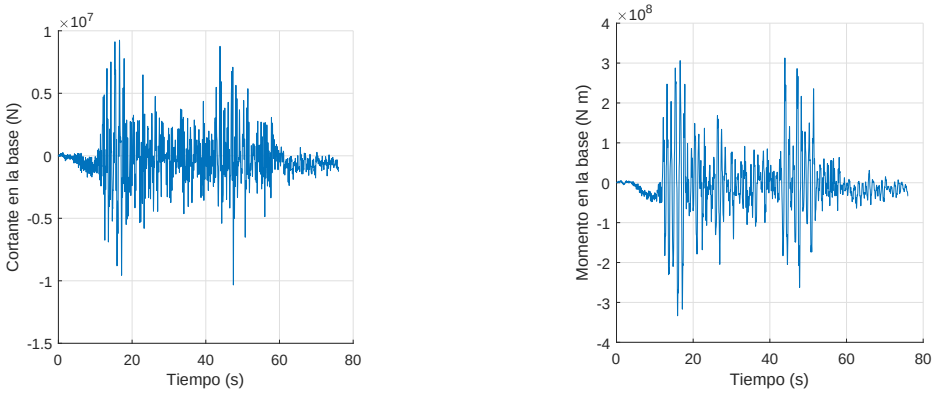
Resultados del programa

El script crea, para cada análisis, la respuesta inelástica de desplazamiento, velocidad y aceleración de todos los grados de libertad traslacionales, (ver Figura 8.110), y el cortante y momento en la base, (ver Figura 8.111). Además, si se incursiona en el intervalo inelástico, se generan los resultados de las articulaciones que lo hayan hecho, (ver Figura 8.112).



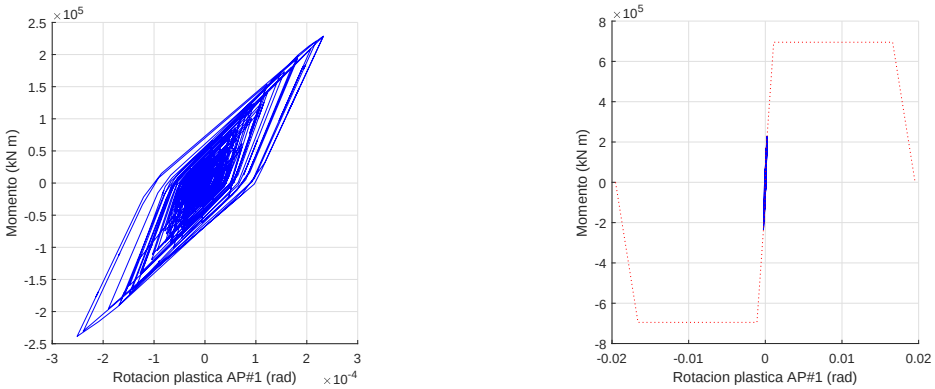
(A) Desplazamiento (B) Velocidad (C) Aceleración

FIGURA 8.110: Respuesta de los grados de libertad traslacionales



(A) Cortante (B) Momento

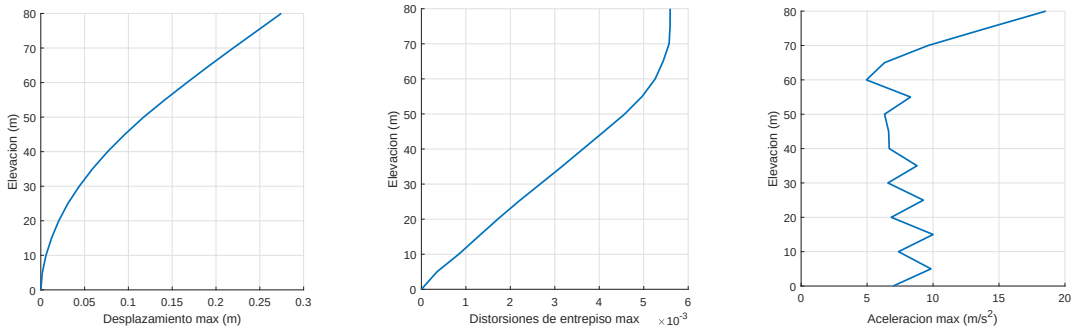
FIGURA 8.111: Elementos mecánicos en la base



(A) Sin envolvente (B) Con envolvente

FIGURA 8.112: Respuesta de las articulaciones plásticas

También se crea un directorio llamado Perfiles, donde se colocan los perfiles máximos y RMS de desplazamiento, velocidad, aceleración y distorsión de cada análisis realizado, (ver Figura 8.113).



(A) Desplazamiento (B) Velocidad (C) Aceleración

FIGURA 8.113: Perfiles de respuesta

Así mismo, se exportan los resultados a una hoja de cálculo de Excel por análisis, donde se imprimen las respuestas dinámicas, el nivel de daño de las articulaciones de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000, y los elementos mecánicos en la base, (ver Figura 8.114). Finalmente, se genera un archivo de Excel, que incluye los perfiles máximos y RMS de desplazamiento, velocidad, aceleración y distorsión de cada análisis realizado, (ver Figura 8.115).

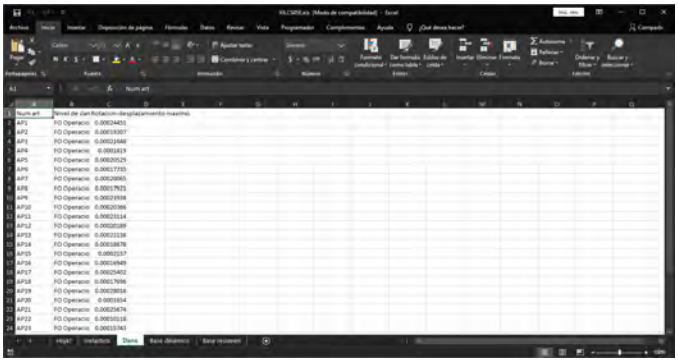


FIGURA 8.114: Resultados en Excel

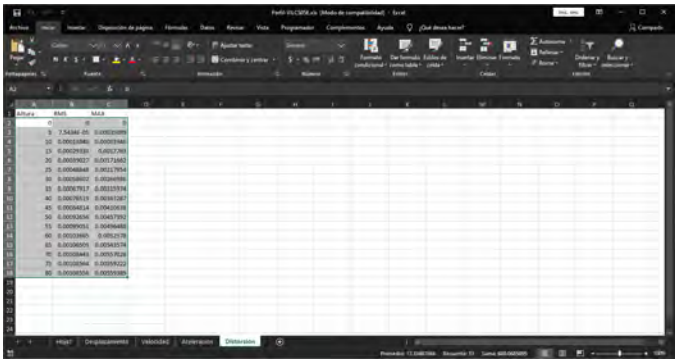


FIGURA 8.115: Perfiles en Excel

Capítulo 9

Control de la respuesta sísmica con TMDs

Una vez conocida la respuesta sísmica de la estructura, se busca disminuir los desplazamientos y aceleraciones, para ello se dimensiona y realiza el análisis considerando un amortiguador de masas sintonizadas en la parte superior del fuste. A continuación se presenta el dimensionamiento y las propiedades dinámicas de la estructura con el amortiguador.

9.1. Dimensionamiento y propiedades dinámicas

Para controlar la respuesta de la chimenea, se coloca en la parte superior del fuste un amortiguador de masas sintonizadas, el cual se sintoniza con el periodo fundamental de la estructura y tiene una relación de masas del 2 %. Debido a que en los modelos elaborados tienen distintas condiciones de apoyo, cambia el valor del periodo fundamental, por ello, para los análisis se mantiene fijo el valor de la relación de masas y sólo cambia el valor del periodo.

Las propiedades de los modelos elásticos de las vigas acopladas y del amortiguador de masas sintonizadas colocado en la parte superior del fuste, dimensionado con las expresiones propuestas en Bachmann et. al., 2012 se muestran en la Tabla 9.1.

TABLA 9.1: Propiedades dinámicas de los modelos elásticos con un TMD

Tipo de apoyo	T (s)	m_{GEN} (kg)	T_{TMD} (s)	m_{TMD} (kg)	k_{TMD} (N m^{-1})	c_{TMD} (N s m^{-1})
Base fija	1.15	6.97E+05	1.18	1.39E+04	3.98E+05	1.25E+04
Roca	1.15	6.97E+05	1.18	1.39E+04	3.98E+05	1.25E+04
Denso	1.17	7.02E+05	1.20	1.40E+04	3.87E+05	1.24E+04
Rígido	1.21	7.10E+05	1.23	1.42E+04	3.69E+05	1.22E+04
Blando	1.60	7.74E+05	1.63	1.55E+04	2.30E+05	1.00E+04

Por otra parte, las propiedades de los modelos no lineales considerando un amortiguador de masas sintonizadas colocado en la parte superior del fuste, dimensionado con las expresiones propuestas en Bachmann et. al., 2012 se muestran en la Tabla 9.2.

Comparando los resultados obtenidos, se observa que ambos modelos presentan periodos parecidos, para la estructura y para el TMD, la masa, rigidez y amortiguamiento del dispositivo cuando la cimentación es roca, suelo denso o rígido son similares, sin

TABLA 9.2: Propiedades dinámicas de los modelos no lineales con un TMD

Tipo de apoyo	T (s)	m_{GEN} (kg)	T_{TMD} (s)	m_{TMD} (kg)	k_{TMD} (N m^{-1})	c_{TMD} (N s m^{-1})
Base fija	1.16	4.46E+05	1.18	8.91E+03	2.51E+05	7.94E+03
Roca	1.16	4.46E+05	1.19	8.91E+03	2.50E+05	7.94E+03
Denso	1.18	4.51E+05	1.20	9.01E+03	2.46E+05	7.92E+03
Rígido	1.21	4.59E+05	1.23	9.18E+03	2.40E+05	7.89E+03
Blando	1.54	5.43E+05	1.57	1.09E+04	1.75E+05	7.33E+03

embargo, la masa del sistema de un grado de libertad no es parecida entre el modelo de las vigas acopladas y el modelo no lineal, esto se debe a que el modelo de las vigas acopladas distribuye la masa de manera uniforme, mientras que el modelo no lineal presenta concentraciones de masas en las ménsulas.

Se determinaron los periodos y formas de vibrar de los modelos. Los valores de los periodos para las primeras cuatro formas modales del modelo elástico se presentan en la Tabla 9.3, mientras los periodos para el modelo no lineal se presentan en la Tabla 9.4.

TABLA 9.3: Periodos laterales (s) del modelo elástico con un TMD

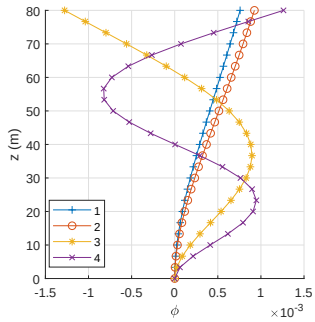
Forma modal	Base fija	Roca	Denso	Rígido	Blando
1	1.25	1.25	1.27	1.31	1.73
2	1.09	1.09	1.10	1.14	1.51
3	0.25	0.25	0.25	0.25	0.37
4	0.10	0.10	0.10	0.12	0.24

TABLA 9.4: Periodos laterales (s) del modelo no lineal con un TMD

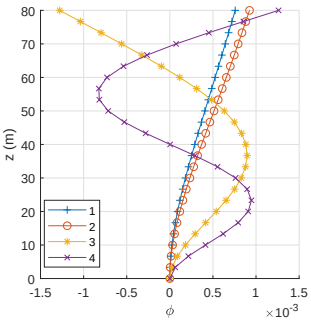
Forma modal	Base fija	Roca	Denso	Rígido	Blando
1	1.26	1.26	1.28	1.31	1.67
2	1.09	1.09	1.11	1.14	1.45
3	0.25	0.25	0.26	0.27	0.40
4	0.11	0.11	0.11	0.12	0.27

En la Figura 9.1 se muestran las primeras cuatro formas de vibrar del modelo elástico considerando los distintos apoyos modelados, mientras que, en la Figura 9.2 se muestran las primeras cuatro formas de vibrar del modelo no lineal considerando los distintos apoyos.

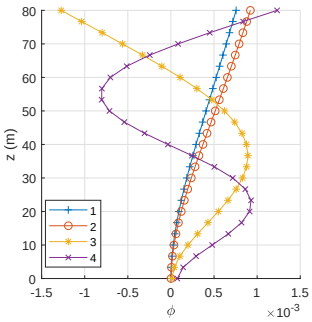
Los periodos obtenidos en ambos modelos presentan valores similares en magnitud, las mayores diferencias observadas aparecen para los primeros dos periodos del modelo sobre suelo blando, sin embargo, se encuentran dentro de la tolerancia. Se aprecia que para ambos modelos, los periodos obtenidos con el modelo que considera base fija, son semejantes a los obtenidos con base flexible sobre roca, suelo denso y suelo rígido, donde el modelo con mayor similitud es el de roca. Además, las formas modales obtenidas son parecidas entre los modelos lineal y no lineal para cada tipo de apoyo considerado, de la misma forma que para los periodos, las formas modales del modelo con base fija son similares a las del modelo sobre roca y suelo denso. Debido a los resultados obtenidos, ambos modelos con TMD, considerando distintas condiciones de apoyo están calibrados.



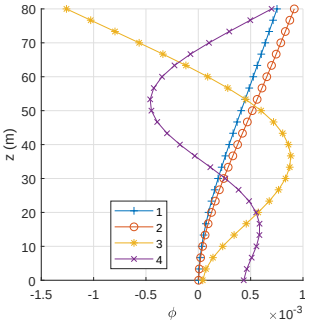
(A) Base fija



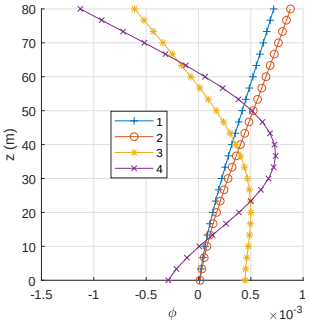
(B) Roca



(C) Suelo denso

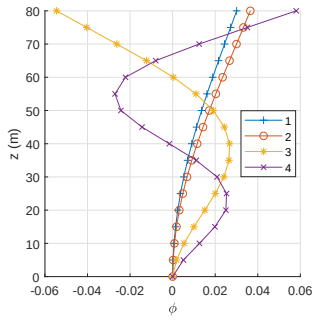


(D) Suelo rígido

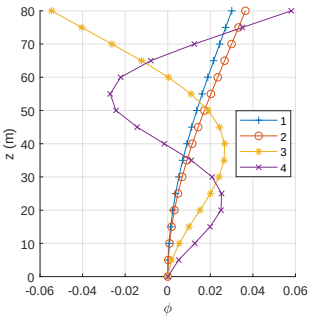


(E) Suelo blando

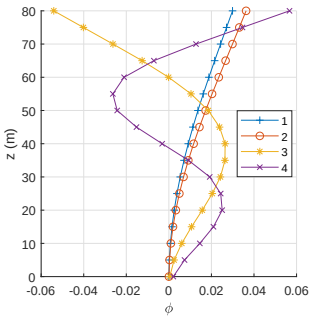
FIGURA 9.1: Formas de vibrar del modelo elástico con un TMD



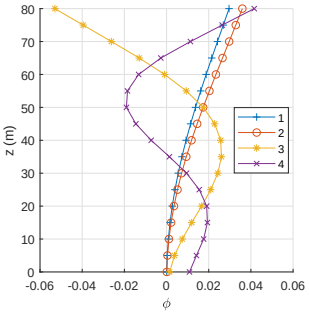
(A) Base fija



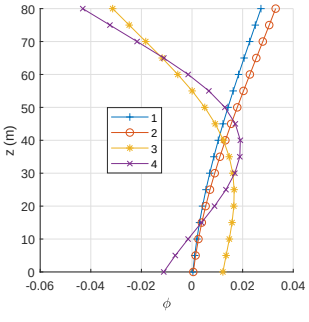
(B) Roca



(C) Suelo denso



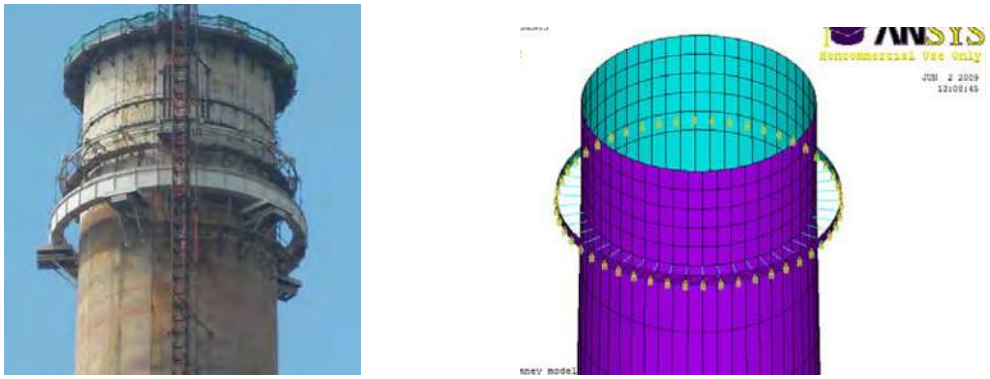
(D) Suelo rígido



(E) Suelo blando

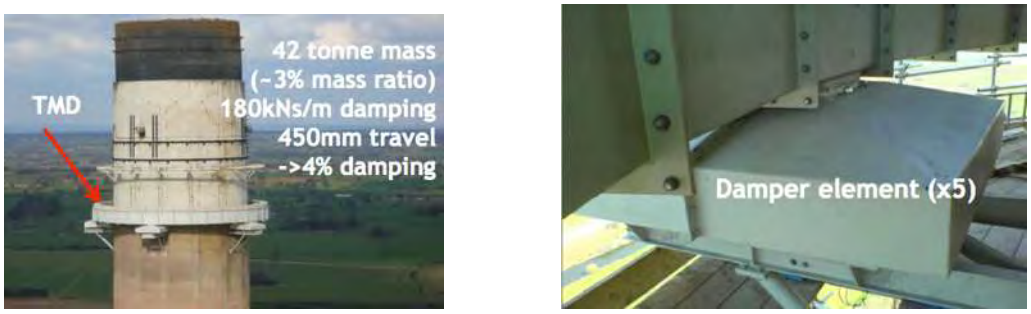
FIGURA 9.2: Formas de vibrar del modelo no lineal con un TMD

Existen trabajos previos en los que se aborda la colocación de amortiguadores de masas sintonizadas para el control de la respuesta dinámica de chimeneas. En Longarini y Zucca (2014) se presenta la colocación de un amortiguador de masas sintonizadas en una chimenea de mampostería de 50 m de altura; y en Garcia-Diéguez et. al. (2011) se aborda, de manera analítica y experimental, el control de la respuesta con masas sintonizadas de una chimenea de 183 m de concreto reforzado ubicada en la Rugeley Power Station, la cual es retomada en Brownjohn et. al. (2015). En la Figura 9.3 se muestra el modelo analítico elaborado empleando un programa de elementos finitos, mientras en la Figura 9.4 se presentan la vista general y detalle del amortiguador de masas sintonizadas de la chimenea de 183 m.



(A) Estructura real (B) Modelo analítico

FIGURA 9.3: Estudio de chimenea de concreto reforzado con un TMD. Garcia-Diéguez et. al. (2011)



(A) Estructura con un TMD (B) Detalle del TMD

FIGURA 9.4: Chimenea de concreto reforzado con un TMD. Brownjohn et. al. (2015)

En este trabajo se propone que la colocación del TMD en la chimenea de estudio sea similar a la que se muestra en la Figura 9.4. La estructura donde se coloca el TMD debe ser metálica y cumplir con las propiedades mostradas en la Tabla 9.1 para los modelos lineales y con las de la Tabla 9.2 para los no lineales.

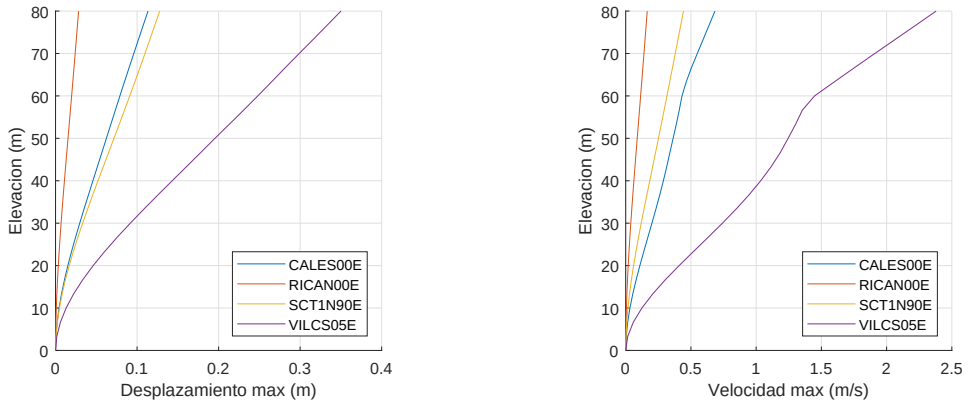
9.2. Respuesta dinámica

Se realizo el análisis dinámico paso a paso de la estructura considerando el dispositivo de control, la estructura se sometió a las acciones presentadas en Capítulo 8. Se realizaron cuatro modelos: dos elásticos lineales y dos considerando no linealidad del material, de cada par de modelos, uno supone la cimentación sobre suelo rígido y el segundo considera la flexibilidad de la cimentación en cuatro tipos distintos de suelos. La respuesta se obtuvo empleando el método RK6-I con cuadraturas rectangulares.

9.2.1. Modelo elástico con base fija

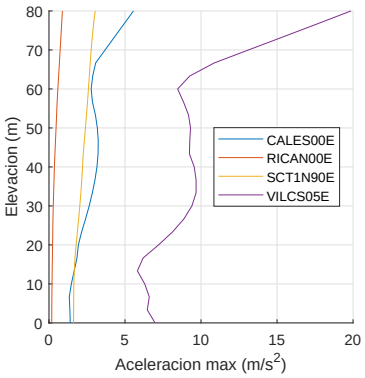
La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base fija con un TMD. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo discreto de las vigas acopladas con base fija sin el TMD. A continuación se presentan los resultados.

En la Figura 9.5 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó con el registro de Villita Corona y la respuesta mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.

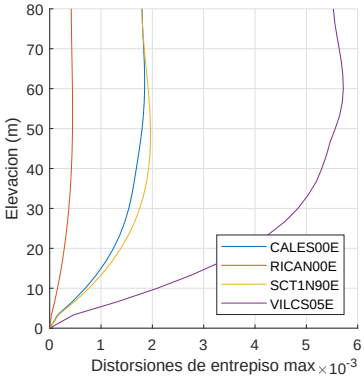


(A) Desplazamientos (B) Velocidades

FIGURA 9.5: Respuestas máximas del modelo elástico con base fija y un TMD



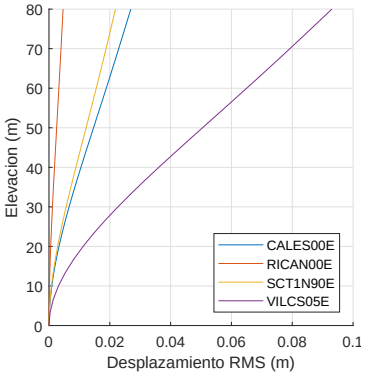
(C) Aceleraciones



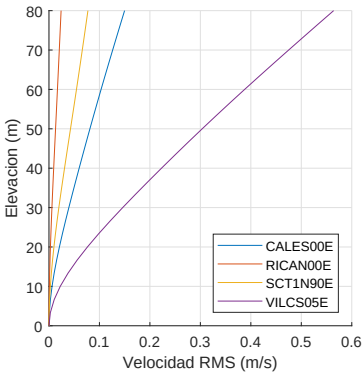
(D) Distorsiones

FIGURA 9.5: Respuestas máximas del modelo elástico con base fija y un TMD (continuación)

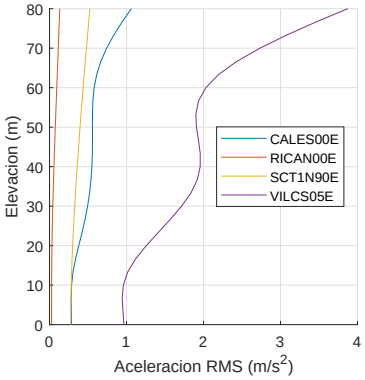
En la Figura 9.6 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima se presenta con el registro de Villita Corona y la amplitud mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.



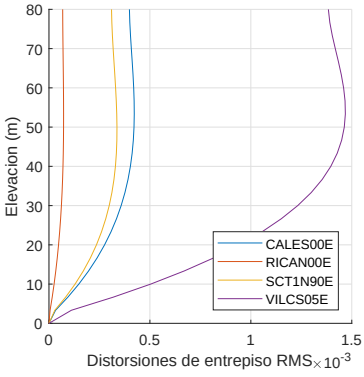
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



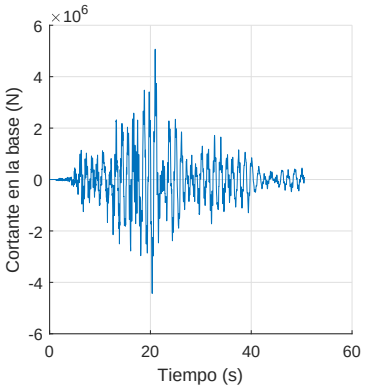
(C) Aceleraciones



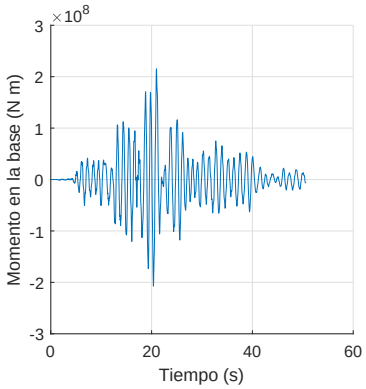
(D) Distorsiones

FIGURA 9.6: Respuestas RMS del modelo elástico con base fija y un TMD

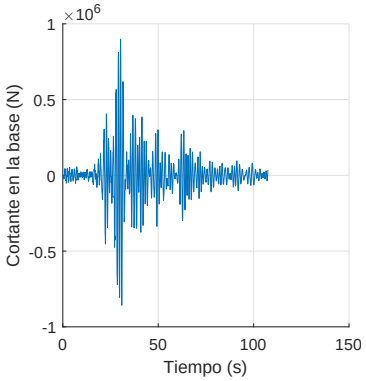
En la Figura 9.7 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 9.5 y 9.6 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



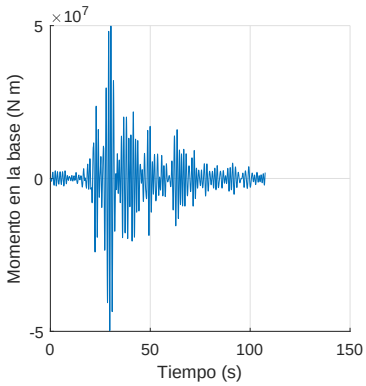
(A) Cortante, CALES00E



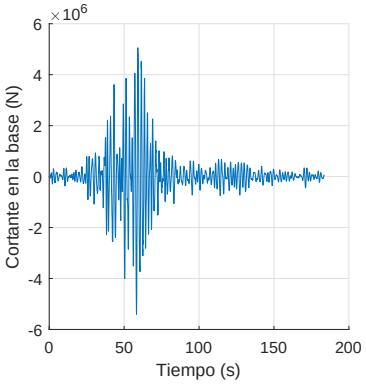
(B) Momento, CALES00E



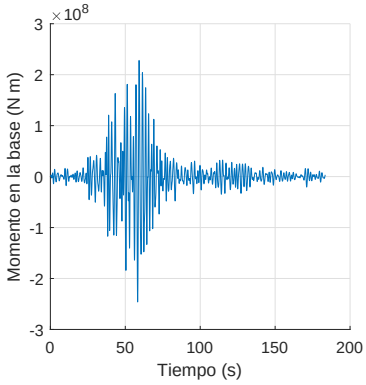
(C) Cortante, RICAN00E



(D) Momento, RICAN00E

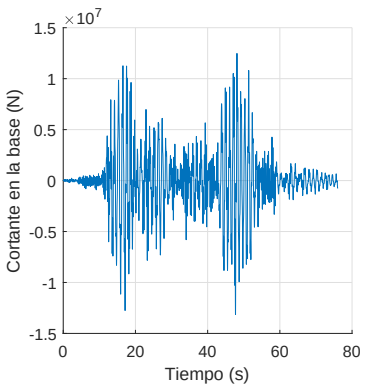


(E) Cortante, SCT1N90E

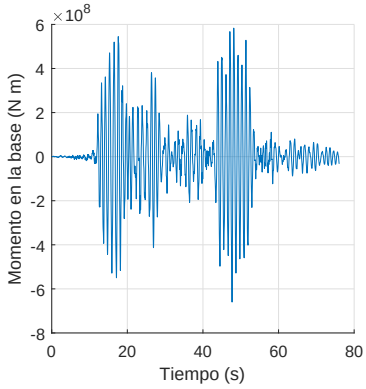


(F) Momento, SCT1N90E

FIGURA 9.7: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija y un TMD



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 9.7: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija y un TMD (continuación)

TABLA 9.5: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico con base fija y un TMD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	5.07E+06	8.99E+05	5.41E+06	1.31E+07
Momento (N m)	2.15E+08	4.99E+07	2.46E+08	6.60E+08

TABLA 9.6: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico con base fija y un TMD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	9.16E+05	1.51E+05	9.06E+05	3.02E+06
Momento (N m)	4.84E+07	8.37E+06	4.18E+07	1.65E+08

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 9.7.

TABLA 9.7: Disminución de la respuesta del modelo elástico con base fija y un TMD

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	31.42 %	29.06 %	20.77 %	7.71 %	2.64 %	-0.90 %	24.96 %	28.54 %
Velocidad	30.96 %	23.00 %	23.19 %	0.28 %	9.88 %	15.96 %	21.85 %	23.66 %
Aceleración	23.75 %	20.30 %	22.25 %	7.22 %	4.59 %	3.98 %	16.40 %	14.53 %
Distorsión	31.18 %	28.57 %	20.63 %	6.82 %	2.64 %	-0.96 %	24.76 %	28.99 %
Cortante	28.63 %	14.09 %	20.13 %	12.41 %	1.52 %	-0.38 %	22.89 %	22.89 %
Momento	31.39 %	22.75 %	20.78 %	9.80 %	2.40 %	-0.75 %	25.10 %	23.15 %

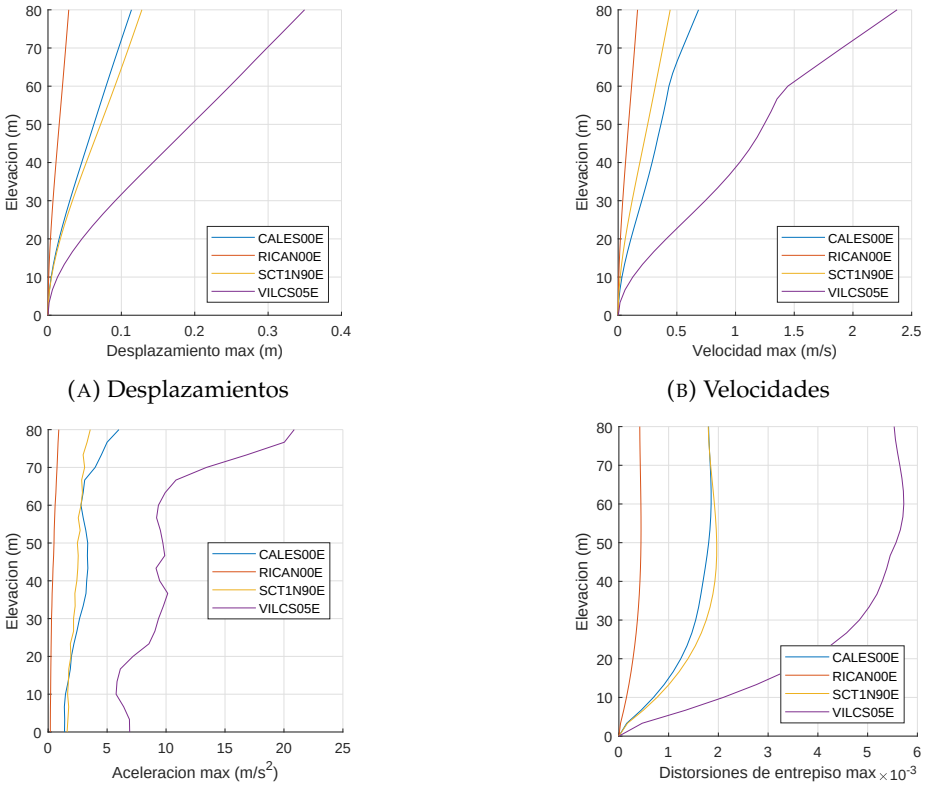
Los resultados obtenidos muestran que el registro que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está empotrada es el registro de Villita Corona. En comparación con la respuesta obtenida sin control considerando que la cimentación está empotrada, las demandas disminuyen en casi todos los casos, la excepción ocurre en los desplazamientos, distorsiones, cortantes y momentos máximos para el registro de SCT, sin embargo el incremento es poco significativo y, para el registro de Villita Corona, el cual presenta las mayores demandas en el modelo sin control, se

logró disminuir tanto la respuesta máxima como la respuesta RMS, por lo tanto, para el modelo de la chimenea, considerando que la cimentación está empotrada, un TMD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es sísmica.

9.2.2. Modelo elástico sobre roca

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible con los parámetros correspondientes a roca presentados en la Tabla 7.4, con un TMD. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo discreto de las vigas acopladas sobre roca sin el TMD. A continuación se presentan los resultados.

En la Figura 9.8 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó con el registro de Villita Corona y la respuesta mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.



(A) Desplazamientos

(B) Velocidades

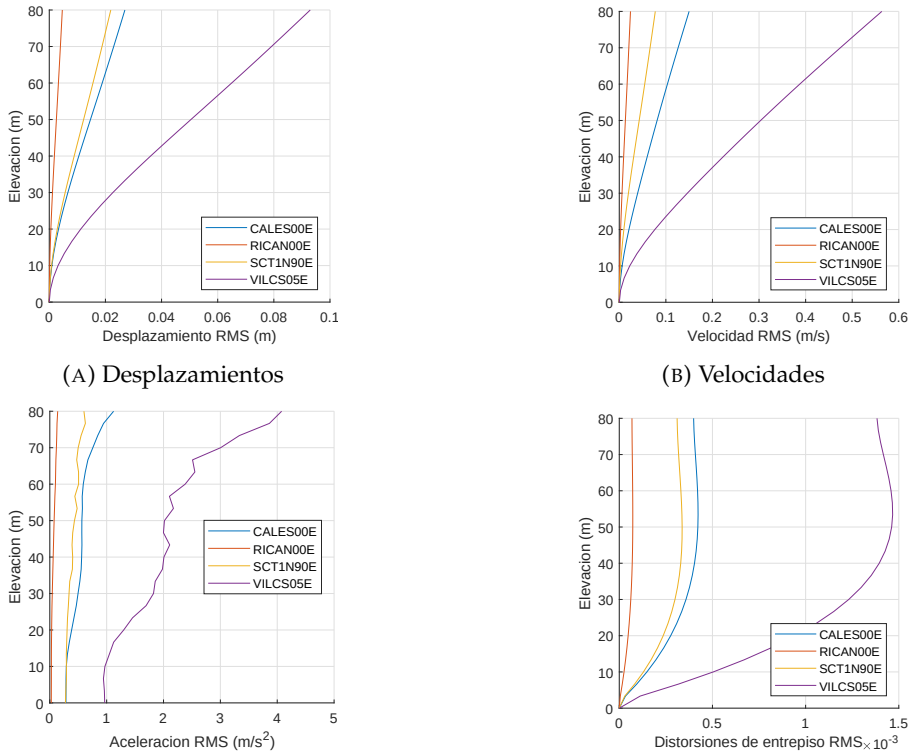
(C) Aceleraciones

(D) Distorsiones

FIGURA 9.8: Respuestas máximas del modelo elástico sobre roca con un TMD

En la Figura 9.9 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima se presenta con el registro de

Villita Corona y la amplitud mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.



(A) Desplazamientos

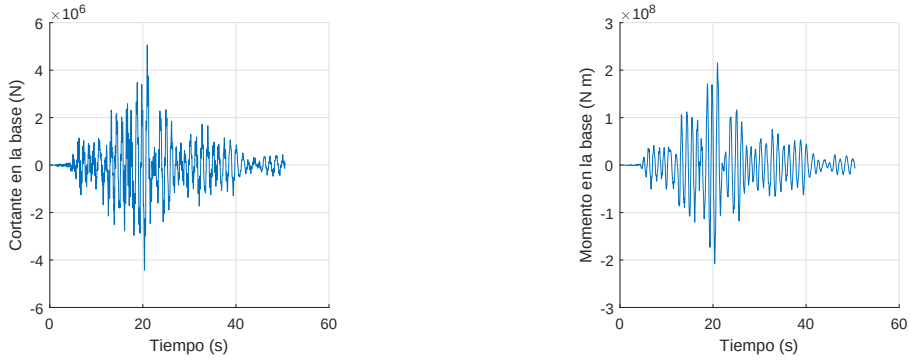
(B) Velocidades

(C) Aceleraciones

(D) Distorsiones

FIGURA 9.9: Respuestas RMS del modelo elástico sobre roca con un TMD

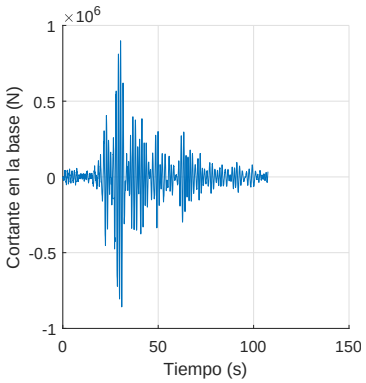
En la Figura 9.10 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 9.8 y 9.9 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



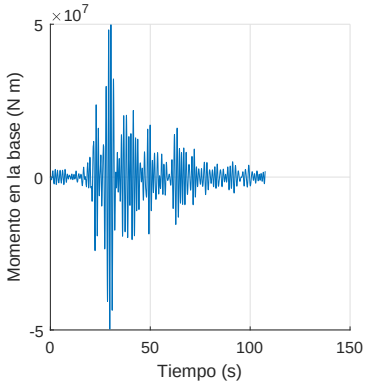
(A) Cortante, CALES00E

(B) Momento, CALES00E

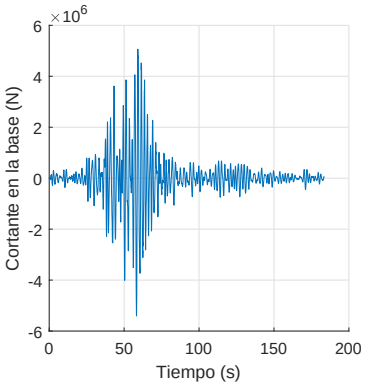
FIGURA 9.10: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca con un TMD



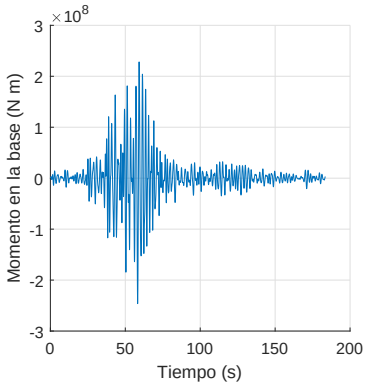
(C) Cortante, RICAN00E



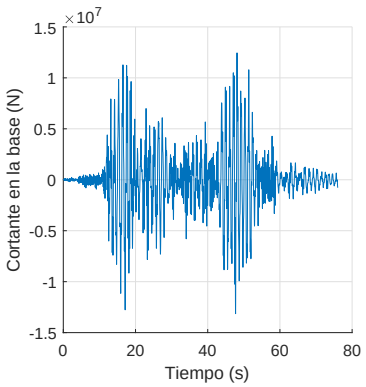
(D) Momento, RICAN00E



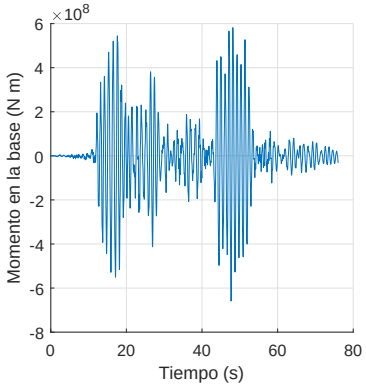
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 9.10: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca con un TMD (continuación)

TABLA 9.8: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre roca con un TMD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	5.07E+06	8.99E+05	5.41E+06	1.31E+07
Momento (N m)	2.15E+08	4.98E+07	2.46E+08	6.59E+08

TABLA 9.9: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre roca con un TMD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	9.16E+05	1.52E+05	9.07E+05	3.01E+06
Momento (N m)	4.84E+07	8.37E+06	4.18E+07	1.65E+08

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 9.10.

TABLA 9.10: Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre roca con un TMD

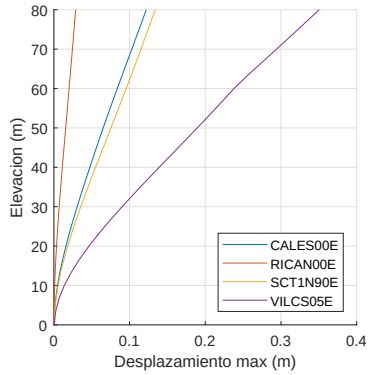
	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	31.51 %	28.69 %	20.72 %	7.90 %	2.63 %	-0.89 %	24.82 %	28.61 %
Velocidad	31.06 %	22.79 %	23.12 %	0.43 %	9.84 %	15.94 %	21.70 %	23.63 %
Aceleración	23.34 %	19.68 %	21.87 %	7.21 %	1.36 %	5.46 %	14.91 %	13.30 %
Distorsión	31.27 %	28.19 %	20.58 %	7.01 %	2.63 %	-0.96 %	24.62 %	28.95 %
Cortante	28.71 %	13.55 %	20.09 %	12.68 %	1.51 %	-0.36 %	22.75 %	22.91 %
Momento	31.48 %	22.28 %	20.74 %	10.02 %	2.39 %	-0.74 %	24.96 %	22.76 %

Los resultados obtenidos muestran que el registro que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre roca es el registro de Villita Corona. En comparación con la respuesta obtenida sin control considerando que la cimentación está sobre roca, las demandas disminuyen en casi todos los casos, la excepción ocurre en los desplazamientos, distorsiones, cortantes y momentos máximos para el registro de SCT, sin embargo el incremento es poco significativo y, para el registro de Villita Corona, el cual presenta las mayores demandas en el modelo sin control, se logró disminuir tanto la respuesta máxima como la respuesta RMS, por lo tanto, para el modelo de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre roca, un TMD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es sísmica.

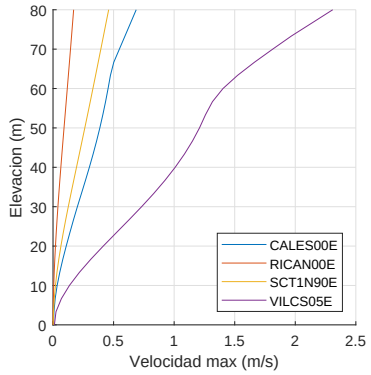
9.2.3. Modelo elástico sobre suelo denso

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible con los parámetros correspondientes a suelo denso presentados en la Tabla 7.4, con un TMD. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo discreto de las vigas acopladas sobre suelo denso sin el TMD. A continuación se presentan los resultados.

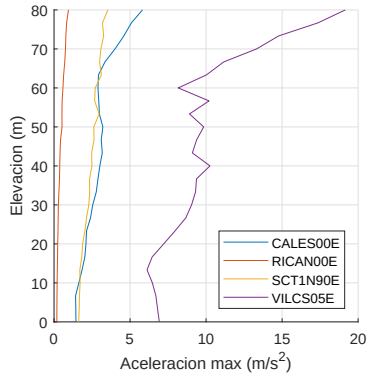
En la Figura 9.11 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó con el registro de Villita Corona y la respuesta mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.



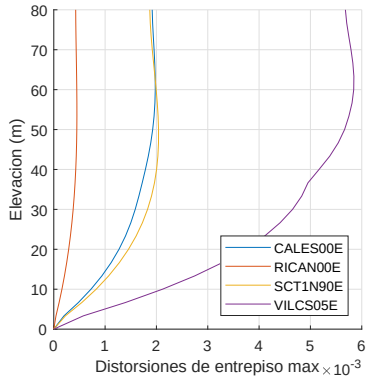
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



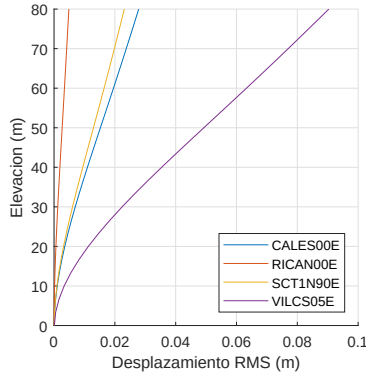
(C) Aceleraciones



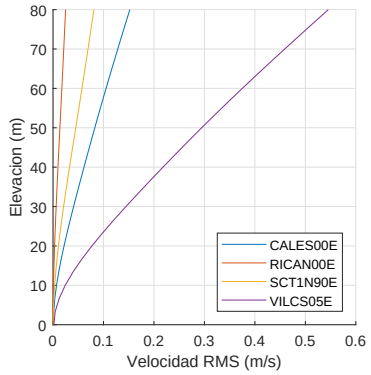
(D) Distorsiones

FIGURA 9.11: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo denso con un TMD

En la Figura 9.12 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima se presenta con el registro de Villita Corona y la amplitud mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.

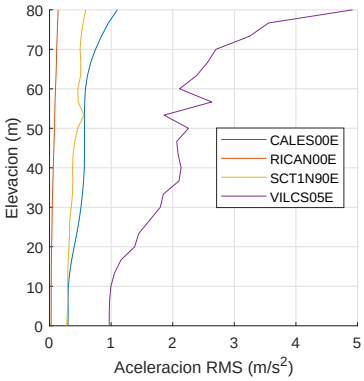


(A) Desplazamientos

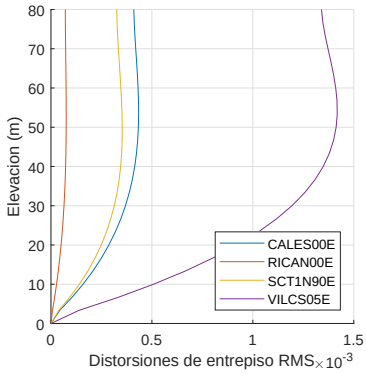


(B) Velocidades

FIGURA 9.12: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo denso con un TMD



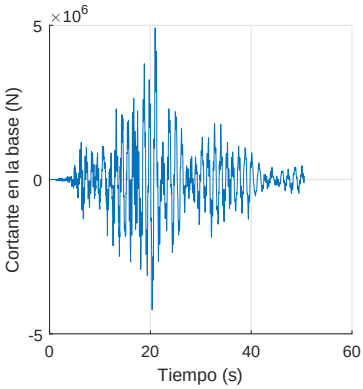
(C) Aceleraciones



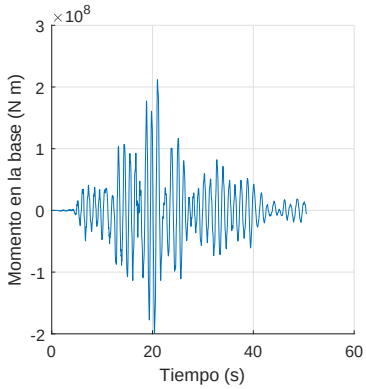
(D) Distorsiones

FIGURA 9.12: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo denso con un TMD (continuación)

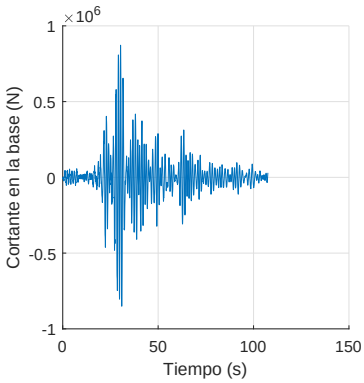
En la Figura 9.13 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 9.11 y 9.12 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



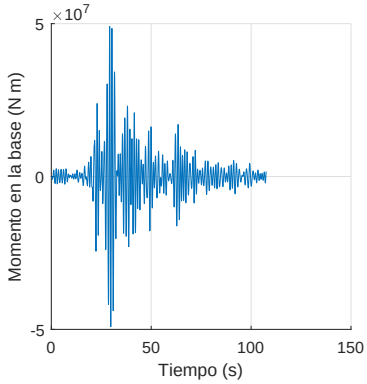
(A) Cortante, CALES00E



(B) Momento, CALES00E

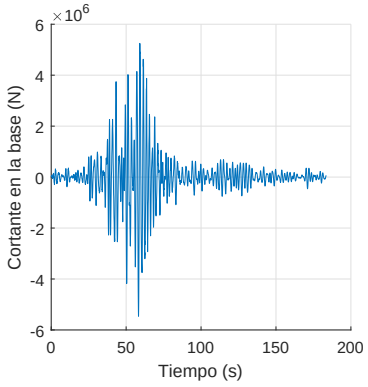


(C) Cortante, RICAN00E

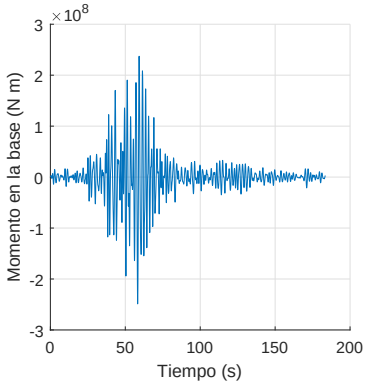


(D) Momento, RICAN00E

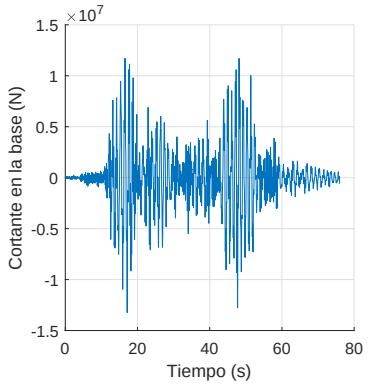
FIGURA 9.13: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso con un TMD



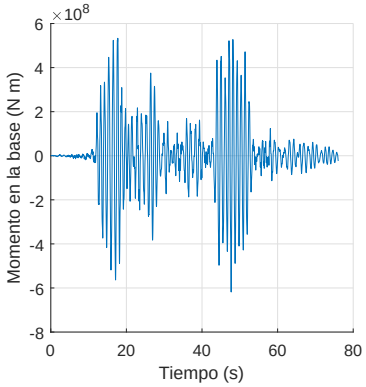
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 9.13: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso con un TMD (continuación)

TABLA 9.11: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre suelo denso con un TMD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	4.91E+06	8.72E+05	5.46E+06	1.32E+07
Momento (N m)	2.12E+08	4.91E+07	2.49E+08	6.18E+08

TABLA 9.12: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre suelo denso con un TMD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	9.23E+05	1.54E+05	9.21E+05	2.86E+06
Momento (N m)	4.85E+07	8.51E+06	4.26E+07	1.55E+08

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 9.13.

Los resultados obtenidos muestran que el registro que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre suelo denso es el registro de Villita Corona. En comparación con la respuesta obtenida sin control considerando que la cimentación está sobre suelo denso, las demandas disminuyen en todos los casos. Para el registro de Villita Corona, el cual presenta las mayores demandas en el modelo

TABLA 9.13: Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo denso con un TMD

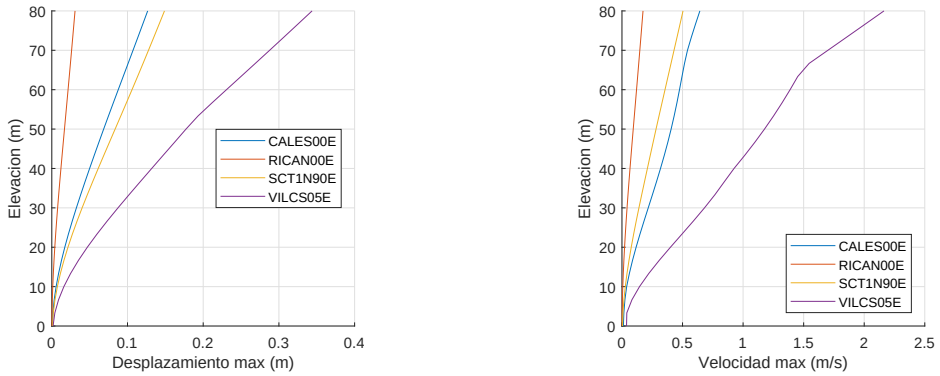
	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	30.52 %	16.23 %	20.18 %	13.95 %	2.84 %	2.66 %	23.68 %	28.59 %
Velocidad	30.47 %	14.23 %	22.03 %	4.92 %	10.12 %	16.84 %	19.91 %	23.90 %
Aceleración	23.25 %	10.13 %	22.11 %	13.60 %	2.19 %	5.60 %	13.52 %	15.93 %
Distorsión	30.28 %	15.35 %	20.01 %	12.92 %	2.84 %	3.20 %	23.42 %	27.17 %
Cortante	27.50 %	10.47 %	20.12 %	21.09 %	1.72 %	2.81 %	21.90 %	22.73 %
Momento	30.48 %	15.91 %	20.30 %	15.92 %	2.61 %	2.33 %	23.90 %	22.92 %

sin control, se logró disminuir tanto la respuesta máxima como la respuesta RMS, por lo tanto, para el modelo de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo denso, un TMD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es sísmica.

9.2.4. Modelo elástico sobre suelo rígido

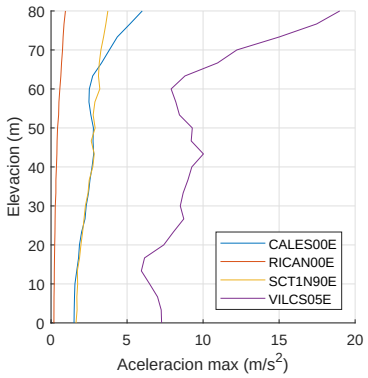
La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible con los parámetros correspondientes a suelo rígido presentados en la Tabla 7.4, con un TMD. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo discreto de las vigas acopladas sobre suelo rígido sin el TMD. A continuación se presentan los resultados.

En la Figura 9.14 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó con el registro de Villita Corona y la respuesta mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.

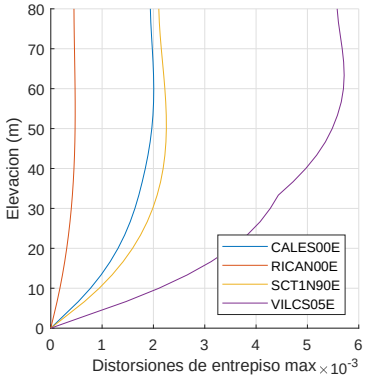


(A) Desplazamientos (B) Velocidades

FIGURA 9.14: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo rígido con un TMD



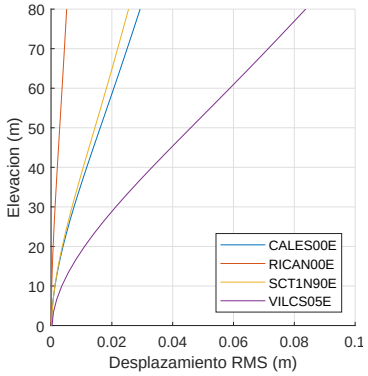
(C) Aceleraciones



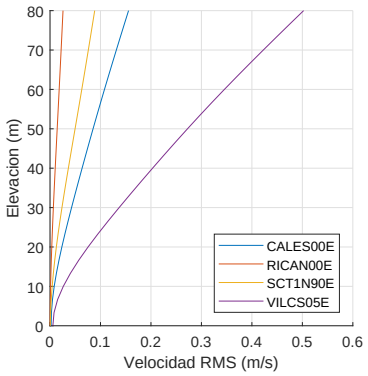
(D) Distorsiones

FIGURA 9.14: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo rígido con un TMD (continuación)

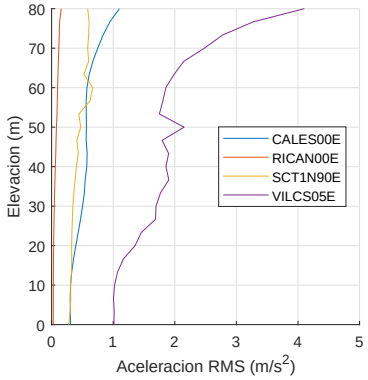
En la Figura 9.15 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima se presenta con el registro de Villita Corona y la amplitud mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.



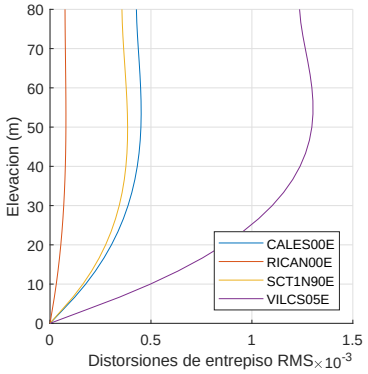
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



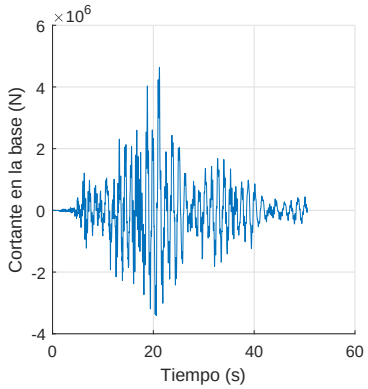
(C) Aceleraciones



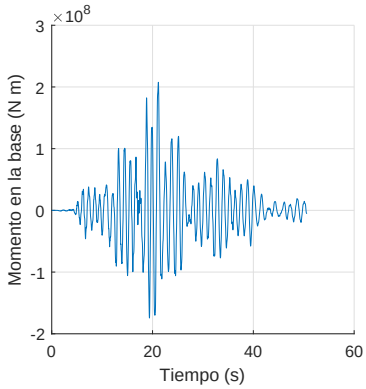
(D) Distorsiones

FIGURA 9.15: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo rígido con un TMD

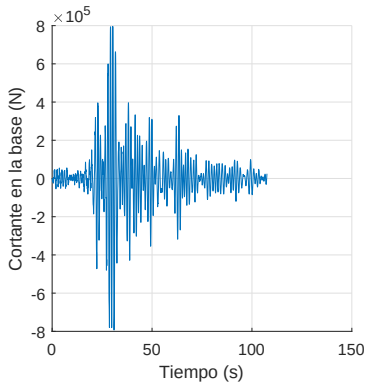
En la Figura 9.16 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 9.14 y 9.15 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



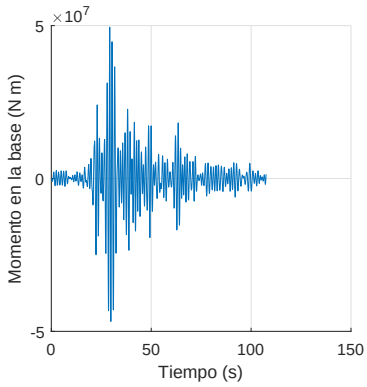
(A) Cortante, CALES00E



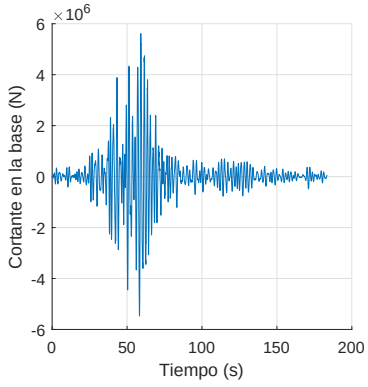
(B) Momento, CALES00E



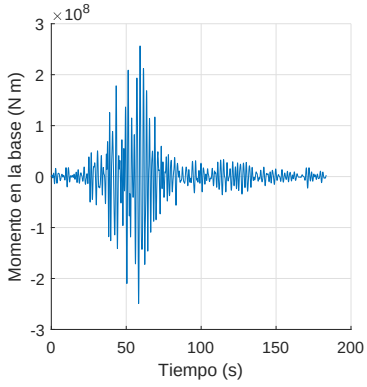
(C) Cortante, RICAN00E



(D) Momento, RICAN00E

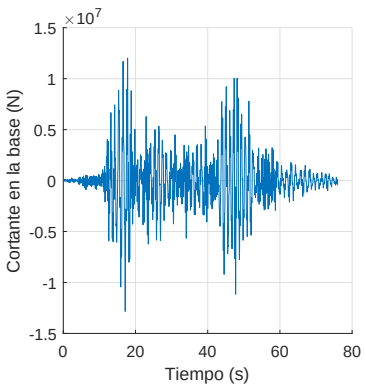


(E) Cortante, SCT1N90E

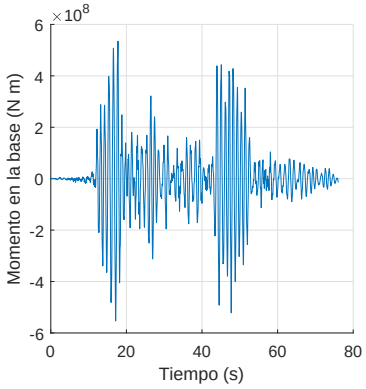


(F) Momento, SCT1N90E

FIGURA 9.16: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido con un TMD



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 9.16: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido con un TMD (continuación)

TABLA 9.14: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido con un TMD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	4.63E+06	7.96E+05	5.61E+06	1.28E+07
Momento (N m)	2.08E+08	4.95E+07	2.56E+08	5.54E+08

TABLA 9.15: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre suelo rígido con un TMD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	9.22E+05	1.54E+05	9.51E+05	2.55E+06
Momento (N m)	4.84E+07	8.53E+06	4.43E+07	1.36E+08

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 9.16.

TABLA 9.16: Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo rígido con un TMD

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	18.61 %	-7.54 %	34.77 %	22.62 %	1.09 %	5.69 %	28.95 %	24.09 %
Velocidad	18.69 %	-18.63 %	36.10 %	16.10 %	6.88 %	5.60 %	24.02 %	21.17 %
Aceleración	13.22 %	-0.12 %	34.55 %	23.61 %	-2.31 %	7.46 %	20.74 %	12.09 %
Distorsión	18.38 %	-7.87 %	34.63 %	21.55 %	1.04 %	5.68 %	28.51 %	22.28 %
Cortante	16.83 %	-0.39 %	34.59 %	35.30 %	0.65 %	2.47 %	27.02 %	19.62 %
Momento	18.68 %	-4.23 %	34.86 %	24.66 %	1.00 %	5.04 %	29.32 %	25.40 %

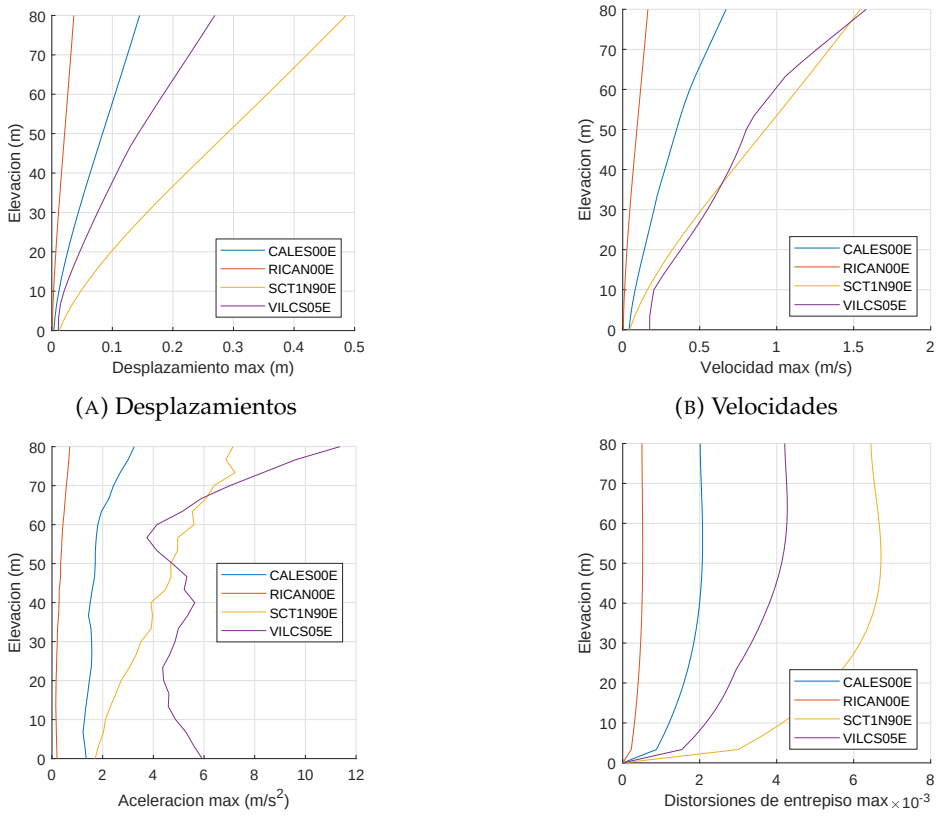
Los resultados obtenidos muestran que el registro que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre suelo rígido es el registro de Villita Corona. En comparación con la respuesta obtenida sin control considerando que la cimentación está sobre suelo rígido, las demandas disminuyen en casi todos los casos, la excepción ocurre en las demandas máximas para Caleta de Campos y la aceleración RMS para SCT. Para el registro de Villita Corona, el cual presenta las mayores

demandas en el modelo sin control, se logró disminuir tanto la respuesta máxima como la respuesta RMS, por lo tanto, para el modelo de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo rígido, un TMD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es sísmica, sin embargo, se puede incrementar la respuesta máxima para algunos registros.

9.2.5. Modelo elástico sobre suelo blando

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible con los parámetros correspondientes a suelo blando presentados en la Tabla 7.4, con un TMD. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo discreto de las vigas acopladas sobre suelo blando sin el TMD. A continuación se presentan los resultados.

En la Figura 9.17 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que el registro de SCT produce las mayores demandas de desplazamiento y distorsión, mientras que, Villita Corona las de velocidad y aceleración. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.



(A) Desplazamientos

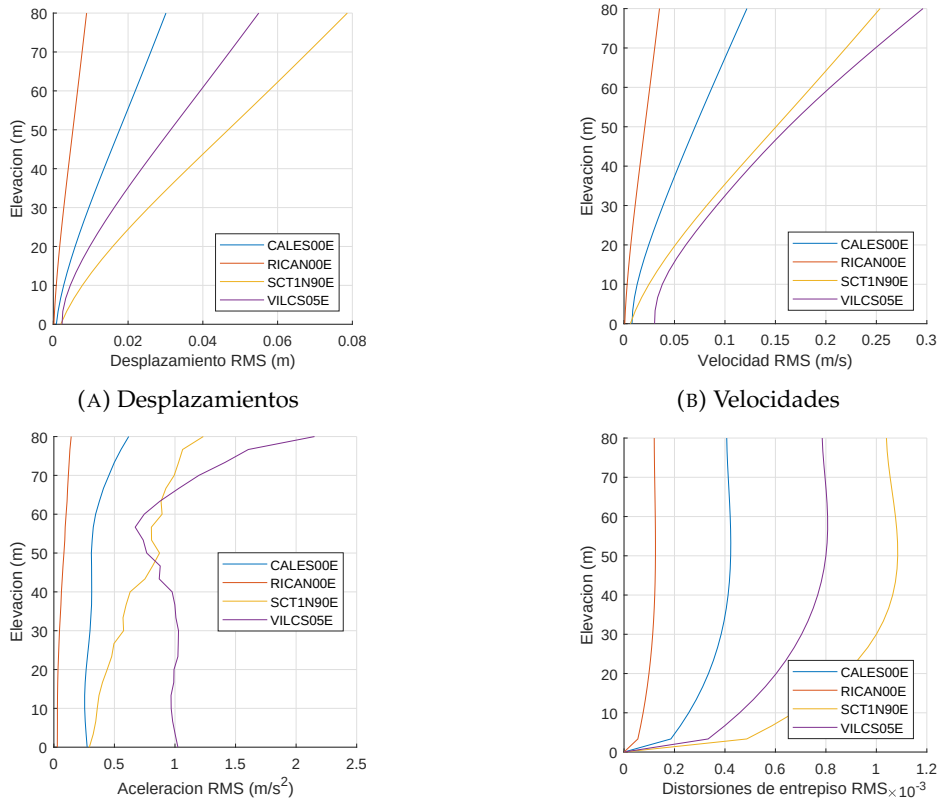
(B) Velocidades

(C) Aceleraciones

(D) Distorsiones

FIGURA 9.17: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo blando con un TMD

En la Figura 9.18 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, el registro de SCT produce las mayores amplitudes de desplazamiento y distorsión, mientras que, Villita Corona las de velocidad y aceleración. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.



(A) Desplazamientos

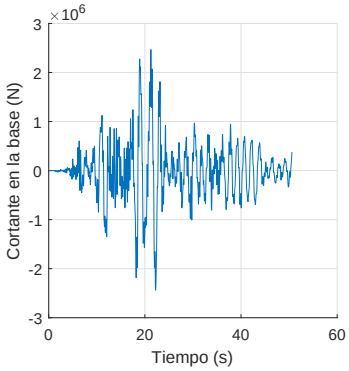
(B) Velocidades

(C) Aceleraciones

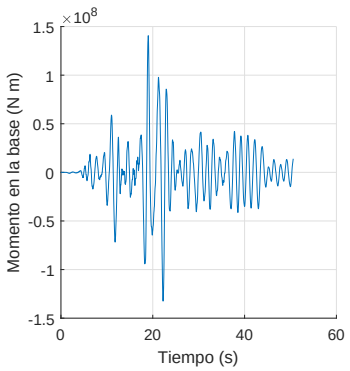
(D) Distorsiones

FIGURA 9.18: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo blando con un TMD

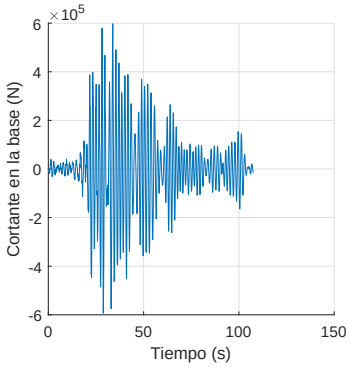
En la Figura 9.19 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 9.17 y 9.18 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



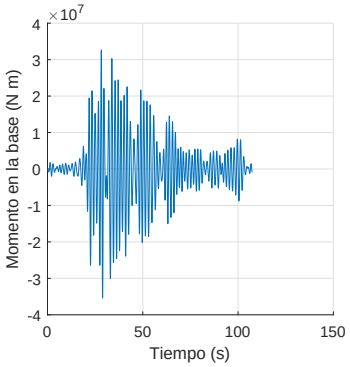
(A) Cortante, CALES00E



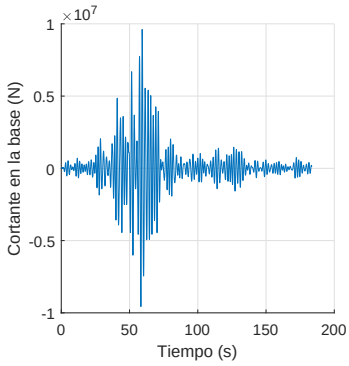
(B) Momento, CALES00E



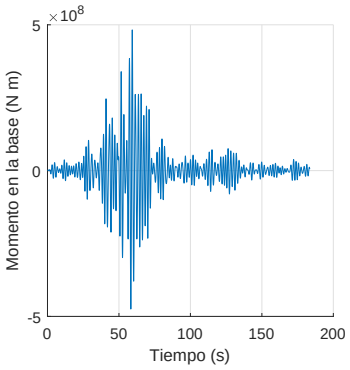
(C) Cortante, RICAN00E



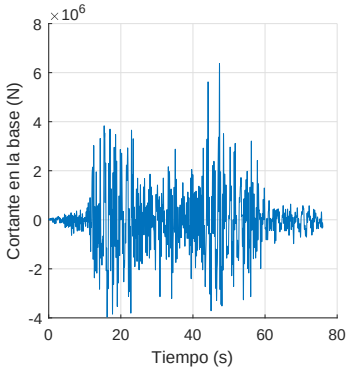
(D) Momento, RICAN00E



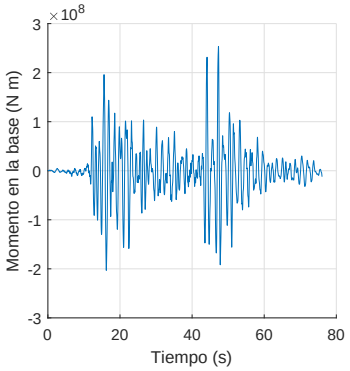
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 9.19: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo blando con un TMD

TABLA 9.17: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre suelo blando con un TMD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	2.47E+06	5.98E+05	9.61E+06	6.37E+06
Momento (N m)	1.41E+08	3.54E+07	4.83E+08	2.53E+08

TABLA 9.18: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre suelo blando con un TMD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	5.83E+05	1.60E+05	1.56E+06	1.15E+06
Momento (N m)	2.98E+07	8.79E+06	7.84E+07	5.29E+07

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 9.19.

TABLA 9.19: Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo blando con un TMD

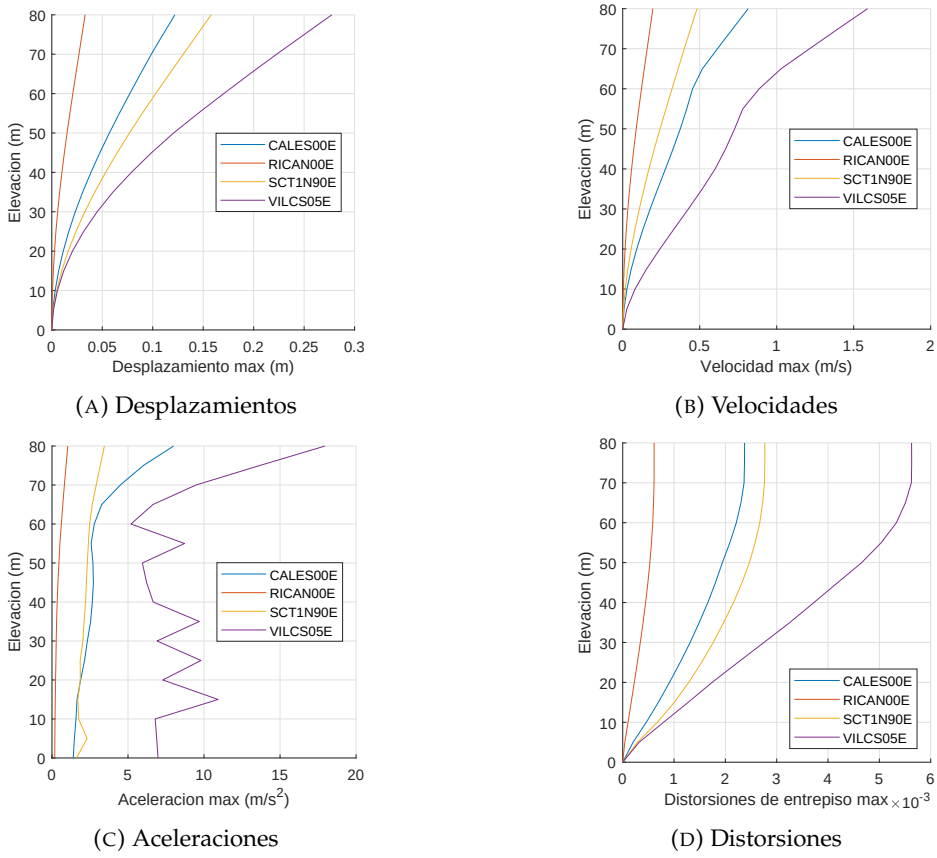
	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	8.14 %	16.83 %	20.95 %	33.11 %	0.56 %	-4.95 %	29.73 %	13.09 %
Velocidad	8.62 %	13.42 %	21.05 %	29.67 %	5.44 %	-8.44 %	20.15 %	8.73 %
Aceleración	6.88 %	12.82 %	23.36 %	28.28 %	4.33 %	-2.32 %	11.49 %	6.47 %
Distorsión	8.15 %	16.53 %	20.87 %	32.90 %	0.65 %	-5.22 %	28.14 %	11.93 %
Cortante	7.38 %	10.64 %	21.60 %	31.35 %	0.68 %	-5.25 %	24.09 %	13.10 %
Momento	8.26 %	17.30 %	21.12 %	33.49 %	0.60 %	-4.95 %	30.26 %	14.96 %

Los resultados obtenidos muestran que el registro que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre suelo blando es el registro de SCT. En comparación con la respuesta obtenida sin control considerando que la cimentación está sobre suelo rígido, las demandas disminuyen en casi todos los casos, la excepción ocurre en las demandas máximas para SCT. Para el registro de Villita Corona, el cual presenta las mayores aceleraciones en el modelo sin control, se logró disminuir tanto la respuesta máxima como la respuesta RMS, sin embargo, para el registro de SCT, el cual tiene los mayores desplazamientos en el modelo sin control, se incrementa la respuesta, por lo tanto, para el modelo de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo blando, un TMD en la parte superior del fuste permite controlar las aceleraciones cuando la excitación es sísmica, sin embargo, se puede incrementar la respuesta máxima para algunos registros.

9.2.6. Modelo no lineal con base fija

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base fija y un TMD. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. También se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. Además, se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo no lineal con base fija sin el TMD. A continuación se presentan los resultados.

En la Figura 9.20 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó con el registro de Villita Corona y la respuesta mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.



(A) Desplazamientos

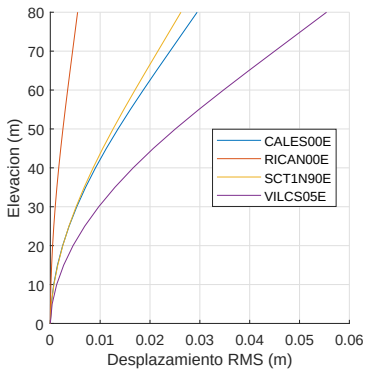
(B) Velocidades

(C) Aceleraciones

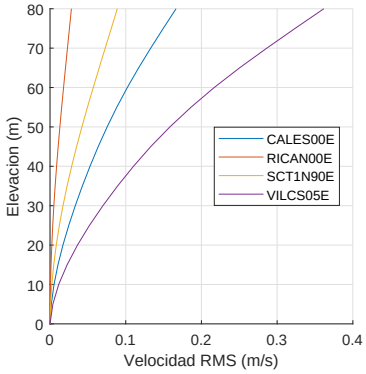
(D) Distorsiones

FIGURA 9.20: Respuestas máximas del modelo no lineal con base fija y un TMD

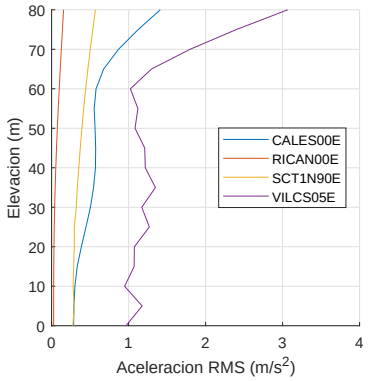
En la Figura 9.21 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima se presenta con el registro de Villita Corona y la amplitud mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.



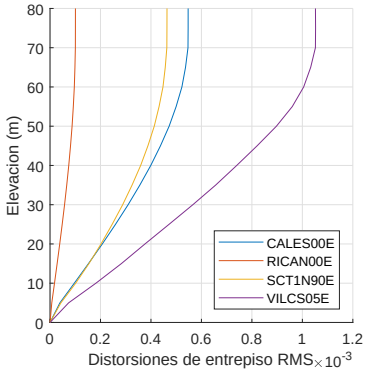
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



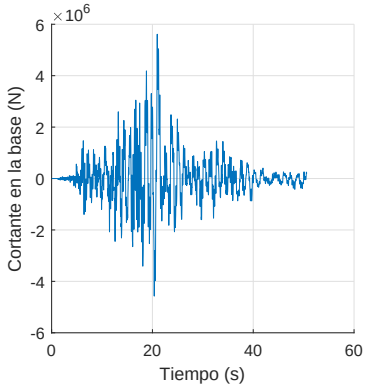
(C) Aceleraciones



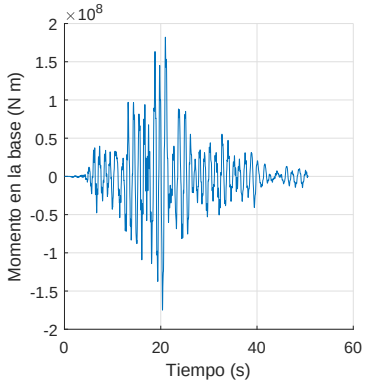
(D) Distorsiones

FIGURA 9.21: Respuestas RMS del modelo no lineal con base fija y un TMD

En la Figura 9.22 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 9.20 y 9.21 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.

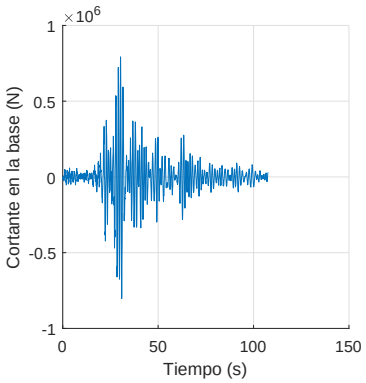


(A) Cortante, CALES00E

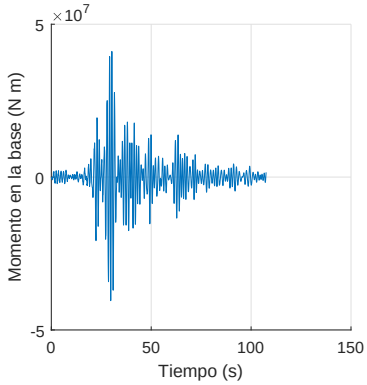


(B) Momento, CALES00E

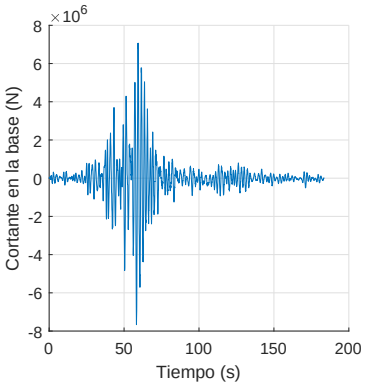
FIGURA 9.22: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija y un TMD



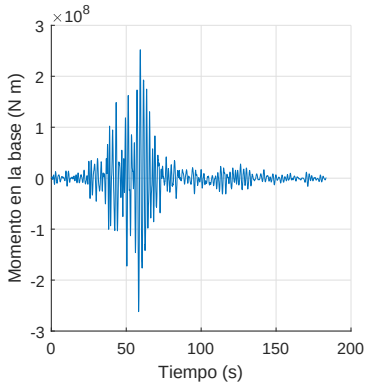
(C) Cortante, RICAN00E



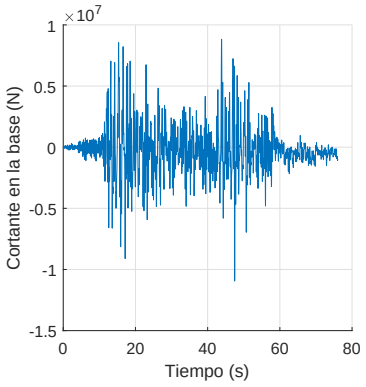
(D) Momento, RICAN00E



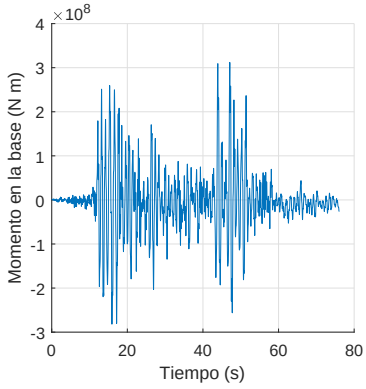
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 9.22: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija y un TMD (continuación)

TABLA 9.20: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal con base fija y un TMD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	5.61E+06	8.03E+05	7.67E+06	1.09E+07
Momento (N m)	1.82E+08	4.11E+07	2.62E+08	3.12E+08

El registro sísmico que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera

TABLA 9.21: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal con base fija y un TMD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	9.29E+05	1.37E+05	1.11E+06	1.95E+06
Momento (N m)	3.82E+07	7.01E+06	3.99E+07	7.10E+07

que la cimentación está empotrada y se coloca un TMD en la parte superior del fuste es el de Villita Corona y, por otra parte, el que menores demandas produce es el de la estación Ana Freud.

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000. Las rotaciones y estados de daño son presentados en la Tabla 9.22, donde el estado EL es elástico y FO es operacional.

TABLA 9.22: Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal con base fija y un TMD

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado
AP1	1.26E-04	FO	2.54E-05	EL	1.95E-04	FO	2.28E-04	FO
AP2	9.17E-05	EL	2.29E-05	EL	1.46E-04	FO	1.91E-04	FO
AP3	1.05E-04	FO	2.46E-05	EL	1.68E-04	FO	2.14E-04	FO
AP4	8.60E-05	EL	2.23E-05	EL	1.19E-04	FO	1.85E-04	FO
AP5	9.25E-05	EL	2.40E-05	EL	1.40E-04	FO	2.09E-04	FO
AP6	8.02E-05	EL	2.15E-05	EL	9.61E-05	FO	1.83E-04	FO
AP7	8.65E-05	EL	2.32E-05	EL	1.16E-04	FO	2.06E-04	FO
AP8	7.51E-05	EL	2.05E-05	EL	8.78E-05	EL	1.86E-04	FO
AP9	8.15E-05	EL	2.22E-05	EL	1.03E-04	FO	2.48E-04	FO
AP10	7.10E-05	EL	1.93E-05	EL	8.02E-05	EL	2.11E-04	FO
AP11	7.65E-05	EL	2.08E-05	EL	8.64E-05	EL	2.39E-04	FO
AP12	6.79E-05	EL	1.76E-05	EL	7.11E-05	EL	2.06E-04	FO
AP13	7.38E-05	EL	1.92E-05	EL	7.73E-05	EL	2.35E-04	FO
AP14	6.44E-05	EL	1.60E-05	EL	6.29E-05	EL	1.88E-04	FO
AP15	7.03E-05	EL	1.74E-05	EL	6.85E-05	EL	2.16E-04	FO
AP16	6.02E-05	EL	1.41E-05	EL	5.37E-05	EL	1.68E-04	FO
AP17	6.82E-05	EL	1.60E-05	EL	6.08E-05	EL	2.51E-04	FO
AP18	5.61E-05	EL	1.25E-05	EL	4.67E-05	EL	1.71E-04	FO
AP19	6.41E-05	EL	1.43E-05	EL	5.34E-05	EL	2.71E-04	FO
AP20	5.02E-05	EL	1.06E-05	EL	3.85E-05	EL	1.58E-04	FO
AP21	5.64E-05	EL	1.19E-05	EL	4.32E-05	EL	2.47E-04	FO
AP22	4.15E-05	EL	8.41E-06	EL	3.00E-05	EL	9.38E-05	FO
AP23	4.56E-05	EL	9.24E-06	EL	3.30E-05	EL	1.50E-04	FO
AP24	3.13E-05	EL	5.71E-06	EL	1.99E-05	EL	6.71E-05	EL
AP25	3.56E-05	EL	6.49E-06	EL	2.26E-05	EL	7.62E-05	EL
AP26	2.09E-05	EL	3.66E-06	EL	1.26E-05	EL	4.47E-05	EL
AP27	2.33E-05	EL	4.07E-06	EL	1.40E-05	EL	4.96E-05	EL
AP28	8.68E-06	EL	1.43E-06	EL	4.77E-06	EL	1.75E-05	EL
AP29	9.98E-06	EL	1.65E-06	EL	5.49E-06	EL	2.01E-05	EL
AP30	2.94E-06	EL	5.91E-07	EL	1.68E-06	EL	5.98E-06	EL
AP31	3.41E-06	EL	6.85E-07	EL	1.95E-06	EL	6.93E-06	EL

El registro de Villita Corona es el más desfavorable de los analizados para este modelo, ya que se alcanza la máxima rotación plástica, se forman más articulaciones plásticas, el cortante y momento son los máximos y los perfiles máximos y RMS tienen mayor amplitud.

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 9.23.

TABLA 9.23: Disminución de la respuesta del modelo no lineal con base fija y un TMD

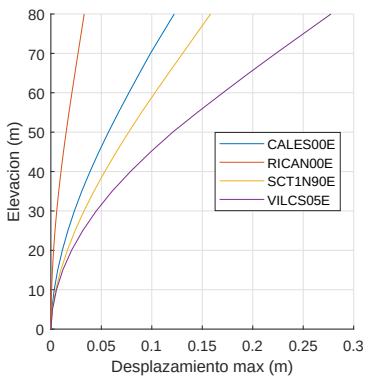
	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	11.75 %	8.96 %	19.22 %	10.29 %	-0.57 %	0.53 %	3.29 %	-1.62 %
Velocidad	11.68 %	6.14 %	21.32 %	1.92 %	4.06 %	6.44 %	1.33 %	0.96 %
Aceleración	5.95 %	8.58 %	20.70 %	7.80 %	1.58 %	0.84 %	-0.84 %	4.03 %
Distorsión	11.56 %	9.89 %	19.03 %	9.25 %	-0.63 %	0.21 %	3.14 %	-1.25 %
Cortante	9.86 %	7.17 %	18.14 %	18.33 %	-2.36 %	-1.51 %	-0.30 %	-5.76 %
Momento	11.99 %	5.24 %	19.33 %	13.33 %	-1.21 %	-2.56 %	3.13 %	4.11 %

Los resultados obtenidos muestran que el registro que mayores demandas produce en el modelo no lineal de la chimenea cuando se considera que la cimentación está empotrada es el registro de Villita Corona. En comparación con la respuesta obtenida del modelo no lineal sin control considerando que la cimentación está empotrada, las demandas disminuyen en algunos casos, pero para otros se incrementan, aunque el mayor incremento es del 5 %, que es poco significativo. Además, comparando los estados de las articulaciones, se forman menos articulaciones en el registro de Caleta de Campos, aunado a que las rotaciones en las articulaciones plásticas disminuyen, por lo tanto, para el modelo no lineal de la chimenea, considerando que la cimentación está empotrada, un TMD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es sísmica.

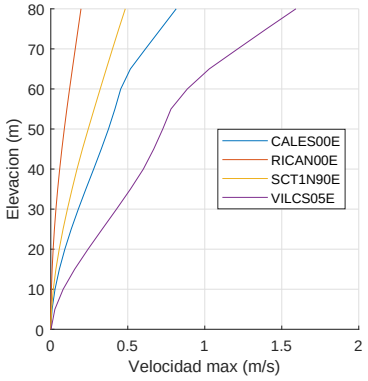
9.2.7. Modelo no lineal sobre roca

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base flexible y un TMD con los parámetros correspondientes a roca presentados en la Tabla 7.4. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. También se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. Además, se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo no lineal sobre roca sin el TMD. A continuación se presentan los resultados.

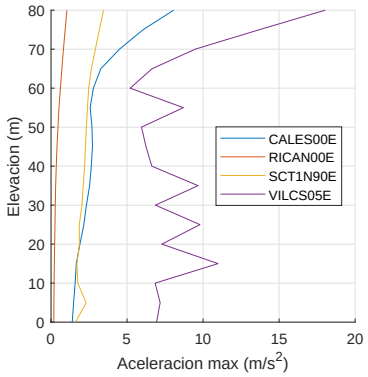
En la Figura 9.23 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó con el registro de Villita Corona y la respuesta mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.



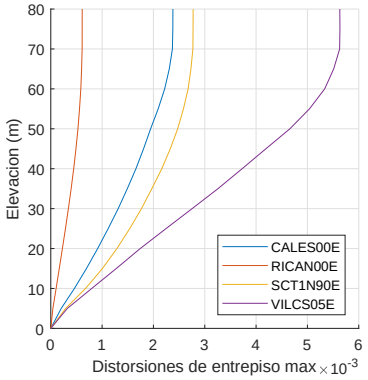
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



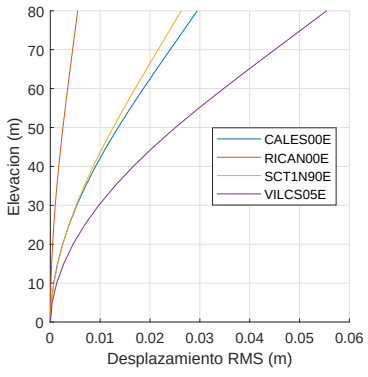
(C) Aceleraciones



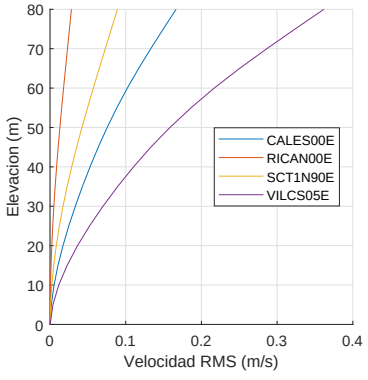
(D) Distorsiones

FIGURA 9.23: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre roca con un TMD

En la Figura 9.24 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima se presenta con el registro de Villita Corona y la amplitud mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.

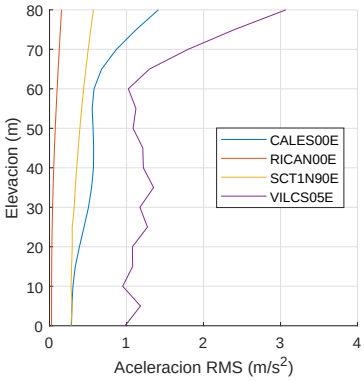


(A) Desplazamientos

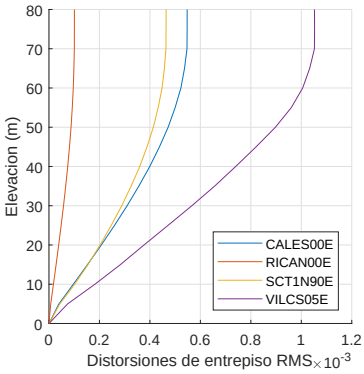


(B) Velocidades

FIGURA 9.24: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre roca con un TMD



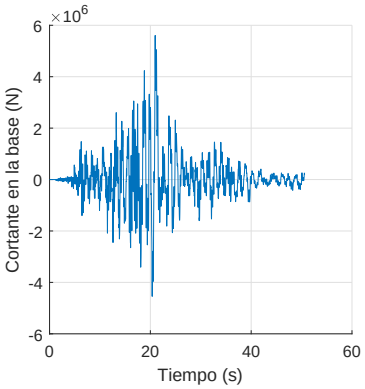
(C) Aceleraciones



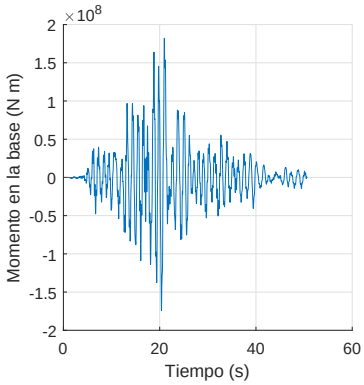
(D) Distorsiones

FIGURA 9.24: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre roca con un TMD (continuación)

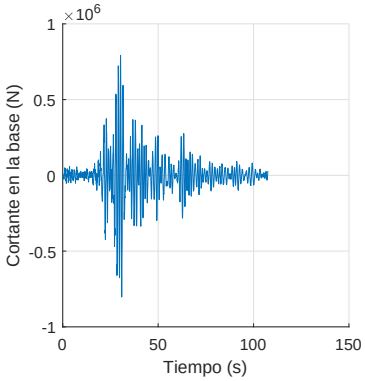
En la Figura 9.25 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 9.24 y 9.25 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



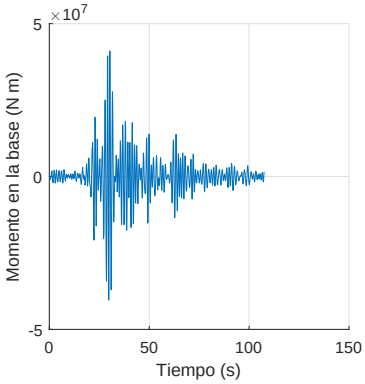
(A) Cortante, CALES00E



(B) Momento, CALES00E

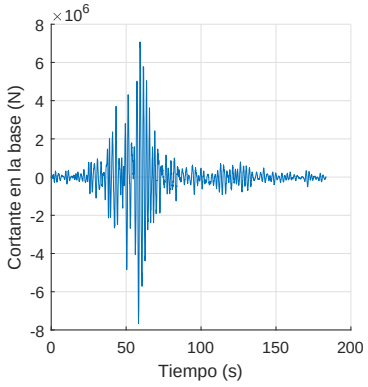


(C) Cortante, RICAN00E

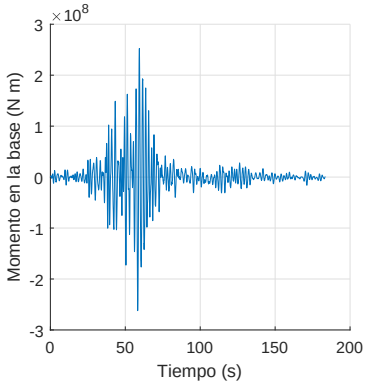


(D) Momento, RICAN00E

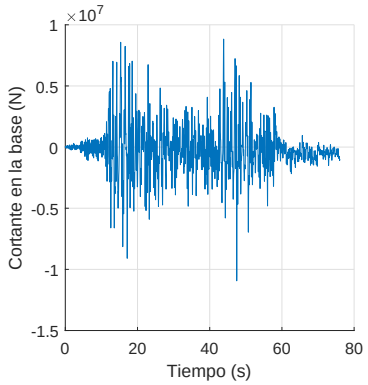
FIGURA 9.25: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca con un TMD



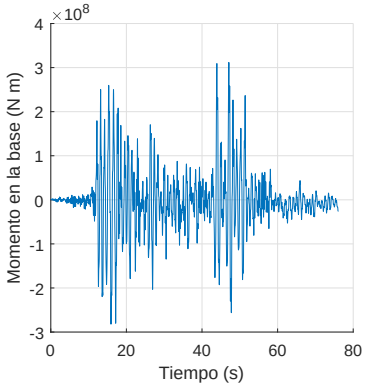
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 9.25: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca con un TMD (continuación)

TABLA 9.24: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre roca con un TMD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	5.60E+06	8.03E+05	7.67E+06	1.09E+07
Momento (N m)	1.82E+08	4.11E+07	2.62E+08	3.12E+08

TABLA 9.25: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre roca con un TMD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	9.30E+05	1.37E+05	1.11E+06	1.95E+06
Momento (N m)	3.82E+07	7.02E+06	4.00E+07	7.10E+07

El registro sísmico que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre roca y se coloca un TMD en la parte superior del fuste es el de Villita Corona y, por otra parte, el que menores demandas produce es el de la estación Ana Freud.

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic*

rehabilitation of buildings 2000. Las rotaciones y estados de daño son presentados en la Tabla 9.26, donde el estado EL es elástico y FO es operacional.

TABLA 9.26: Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre roca con un TMD

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado
AP1	1.26E-04	FO	2.53E-05	EL	1.95E-04	FO	2.28E-04	FO
AP2	9.17E-05	EL	2.29E-05	EL	1.46E-04	FO	1.91E-04	FO
AP3	1.05E-04	FO	2.46E-05	EL	1.68E-04	FO	2.14E-04	FO
AP4	8.59E-05	EL	2.23E-05	EL	1.19E-04	FO	1.86E-04	FO
AP5	9.25E-05	EL	2.40E-05	EL	1.40E-04	FO	2.09E-04	FO
AP6	8.01E-05	EL	2.15E-05	EL	9.63E-05	FO	1.83E-04	FO
AP7	8.65E-05	EL	2.32E-05	EL	1.16E-04	FO	2.06E-04	FO
AP8	7.51E-05	EL	2.04E-05	EL	8.78E-05	EL	1.86E-04	FO
AP9	8.15E-05	EL	2.22E-05	EL	1.03E-04	FO	2.48E-04	FO
AP10	7.10E-05	EL	1.93E-05	EL	8.03E-05	EL	2.11E-04	FO
AP11	7.65E-05	EL	2.08E-05	EL	8.65E-05	EL	2.39E-04	FO
AP12	6.80E-05	EL	1.76E-05	EL	7.12E-05	EL	2.06E-04	FO
AP13	7.39E-05	EL	1.92E-05	EL	7.74E-05	EL	2.35E-04	FO
AP14	6.45E-05	EL	1.60E-05	EL	6.29E-05	EL	1.88E-04	FO
AP15	7.03E-05	EL	1.74E-05	EL	6.86E-05	EL	2.17E-04	FO
AP16	6.02E-05	EL	1.41E-05	EL	5.38E-05	EL	1.68E-04	FO
AP17	6.82E-05	EL	1.60E-05	EL	6.09E-05	EL	2.52E-04	FO
AP18	5.62E-05	EL	1.26E-05	EL	4.68E-05	EL	1.71E-04	FO
AP19	6.42E-05	EL	1.44E-05	EL	5.35E-05	EL	2.72E-04	FO
AP20	5.03E-05	EL	1.06E-05	EL	3.85E-05	EL	1.58E-04	FO
AP21	5.65E-05	EL	1.19E-05	EL	4.33E-05	EL	2.48E-04	FO
AP22	4.17E-05	EL	8.42E-06	EL	3.00E-05	EL	9.41E-05	FO
AP23	4.58E-05	EL	9.25E-06	EL	3.30E-05	EL	1.50E-04	FO
AP24	3.15E-05	EL	5.72E-06	EL	1.99E-05	EL	6.72E-05	EL
AP25	3.58E-05	EL	6.50E-06	EL	2.27E-05	EL	7.63E-05	EL
AP26	2.11E-05	EL	3.67E-06	EL	1.26E-05	EL	4.47E-05	EL
AP27	2.34E-05	EL	4.08E-06	EL	1.40E-05	EL	4.97E-05	EL
AP28	8.73E-06	EL	1.44E-06	EL	4.78E-06	EL	1.75E-05	EL
AP29	1.00E-05	EL	1.65E-06	EL	5.50E-06	EL	2.02E-05	EL
AP30	2.96E-06	EL	5.91E-07	EL	1.68E-06	EL	5.97E-06	EL
AP31	3.43E-06	EL	6.85E-07	EL	1.95E-06	EL	6.92E-06	EL

El registro de Villita Corona es el más desfavorable de los analizados para este modelo, ya que se alcanza la máxima rotación plástica, se forman más articulaciones plásticas, el cortante y momento son los máximos y los perfiles máximos y RMS tienen mayor amplitud.

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 9.27.

TABLA 9.27: Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre roca con un TMD

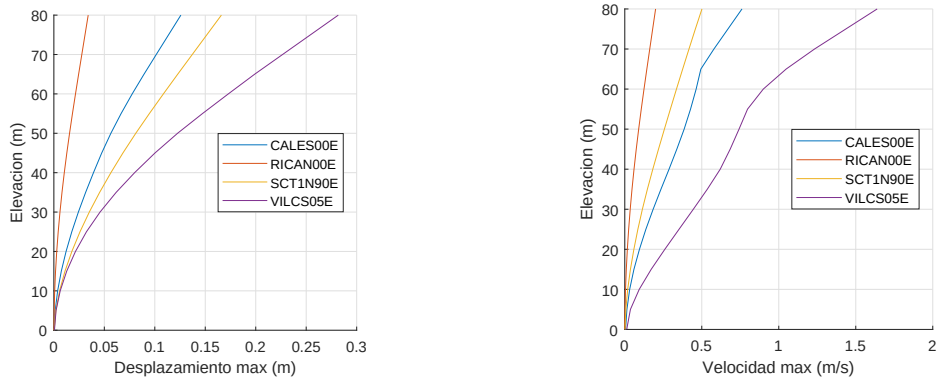
	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	11.72 %	8.75 %	19.21 %	10.46 %	-0.60 %	0.56 %	3.26 %	-1.62 %
Velocidad	11.67 %	6.03 %	21.30 %	2.04 %	4.01 %	6.43 %	1.31 %	0.94 %
Aceleración	5.93 %	8.38 %	20.68 %	7.89 %	1.57 %	0.82 %	-0.85 %	3.17 %
Distorsión	11.53 %	9.63 %	19.02 %	9.43 %	-0.66 %	0.23 %	3.12 %	-1.26 %
Cortante	9.79 %	7.06 %	18.15 %	18.48 %	-2.47 %	-1.54 %	-0.20 %	-5.72 %
Momento	11.94 %	5.16 %	19.32 %	13.51 %	-1.25 %	-2.55 %	3.10 %	4.20 %

Los resultados obtenidos muestran que el registro que mayores demandas produce en el modelo no lineal de la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre roca es el registro de Villita Corona. En comparación con la respuesta obtenida del modelo no lineal sin control considerando que la cimentación está sobre roca, las demandas disminuyen en algunos casos, pero para otros se incrementan, aunque el mayor incremento es del 5 %, que es poco significativo. Además, comparando los estados de las articulaciones, se forman menos articulaciones en el registro de Caleta de Campos, aunado a que las rotaciones en las articulaciones plásticas disminuyen, por lo tanto, para el modelo no lineal de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre roca, un TMD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es sísmica.

9.2.8. Modelo no lineal sobre suelo denso

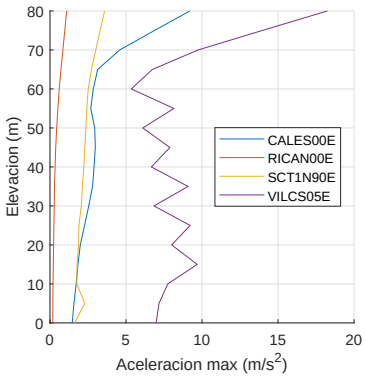
La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base flexible y un TMD con los parámetros correspondientes a suelo denso presentados en la Tabla 7.4. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. También se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. Además, se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo no lineal sobre suelo denso sin el TMD. A continuación se presentan los resultados.

En la Figura 9.26 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó con el registro de Villita Corona y la respuesta mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.

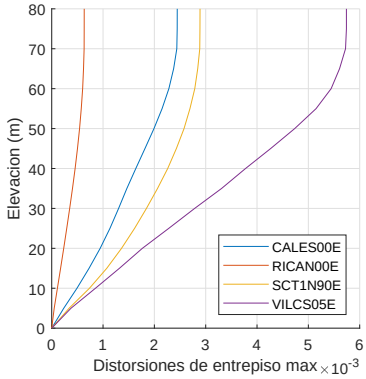


(A) Desplazamientos (B) Velocidades

FIGURA 9.26: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo denso con un TMD



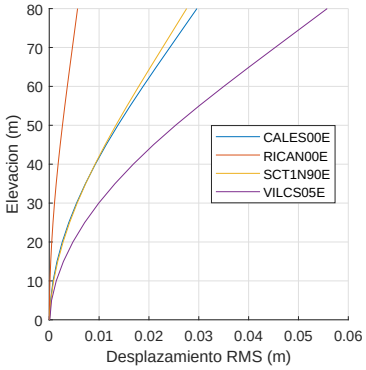
(C) Aceleraciones



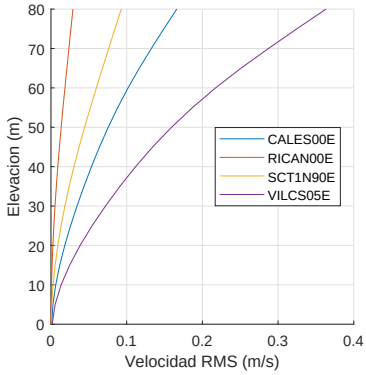
(D) Distorsiones

FIGURA 9.26: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo denso con un TMD (continuación)

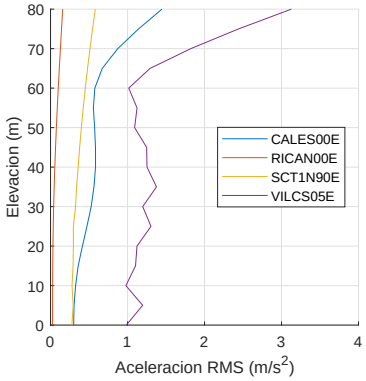
En la Figura 9.27 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima se presenta con el registro de Villita Corona y la amplitud mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.



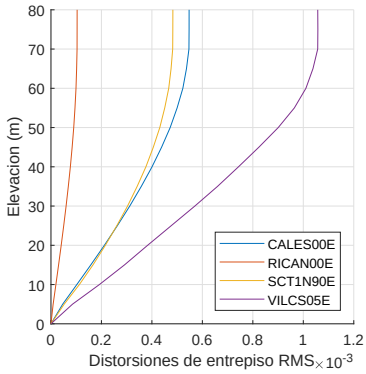
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



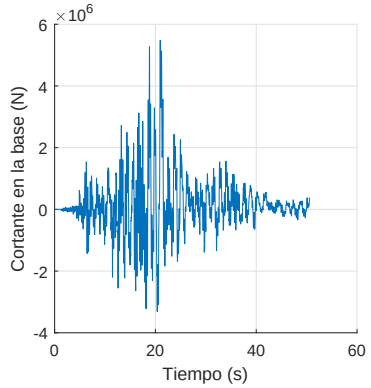
(C) Aceleraciones



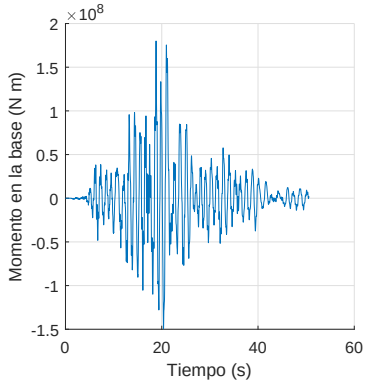
(D) Distorsiones

FIGURA 9.27: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo denso con un TMD

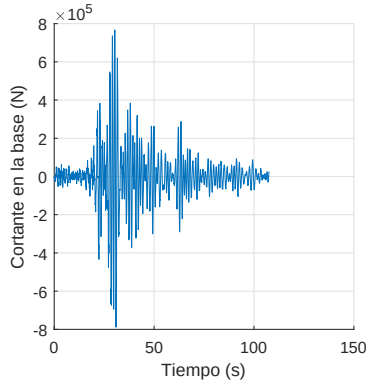
En la Figura 9.28 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 9.28 y 9.29 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



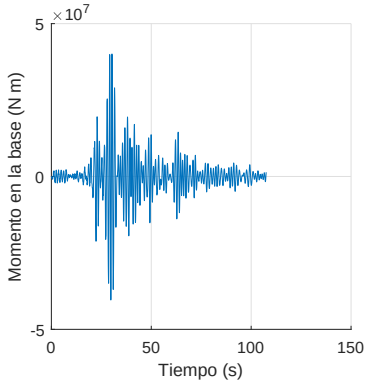
(A) Cortante, CALES00E



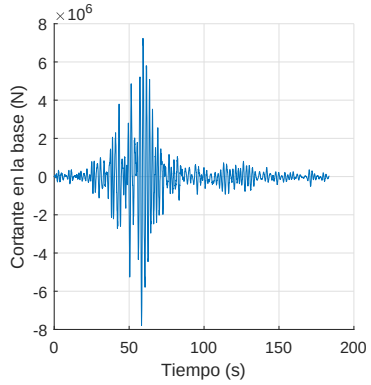
(B) Momento, CALES00E



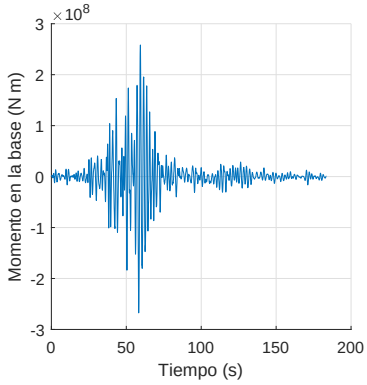
(C) Cortante, RICAN00E



(D) Momento, RICAN00E

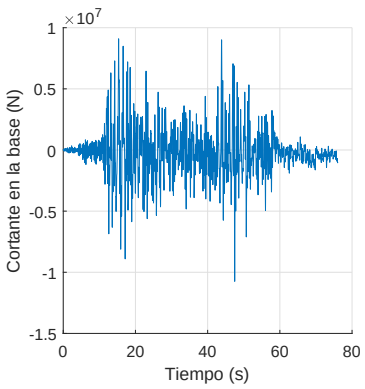


(E) Cortante, SCT1N90E

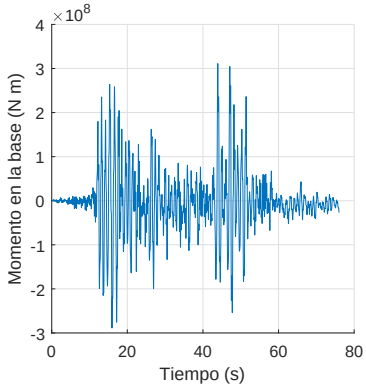


(F) Momento, SCT1N90E

FIGURA 9.28: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso con un TMD



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 9.28: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso con un TMD (continuación)

TABLA 9.28: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso con un TMD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	5.48E+06	7.89E+05	7.80E+06	1.07E+07
Momento (N m)	1.80E+08	4.04E+07	2.68E+08	3.11E+08

TABLA 9.29: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre suelo denso con un TMD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	9.20E+05	1.39E+05	1.14E+06	1.95E+06
Momento (N m)	3.75E+07	7.12E+06	4.10E+07	7.01E+07

El registro sísmico que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre suelo denso y se coloca un TMD en la parte superior del fuste es el de Villita Corona y, por otra parte, el que menores demandas produce es el de la estación Ana Freud.

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000. Las rotaciones y estados de daño son presentados en la Tabla 9.30, donde el estado EL es elástico y FO es operacional.

TABLA 9.30: Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre suelo denso con un TMD

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado
AP1	1.23E-04	FO	2.49E-05	EL	2.00E-04	FO	2.29E-04	FO
AP2	9.14E-05	EL	2.28E-05	EL	1.50E-04	FO	1.91E-04	FO
AP3	1.04E-04	FO	2.45E-05	EL	1.72E-04	FO	2.14E-04	FO
AP4	8.41E-05	EL	2.21E-05	EL	1.23E-04	FO	1.85E-04	FO
AP5	9.05E-05	EL	2.38E-05	EL	1.43E-04	FO	2.09E-04	FO
AP6	7.64E-05	EL	2.14E-05	EL	1.00E-04	FO	1.83E-04	FO
AP7	8.24E-05	EL	2.31E-05	EL	1.20E-04	FO	2.06E-04	FO
AP8	7.21E-05	EL	2.05E-05	EL	8.93E-05	EL	1.87E-04	FO
AP9	7.83E-05	EL	2.23E-05	EL	1.08E-04	FO	2.49E-04	FO
AP10	7.00E-05	EL	1.95E-05	EL	8.18E-05	EL	2.16E-04	FO
AP11	7.53E-05	EL	2.10E-05	EL	8.81E-05	EL	2.44E-04	FO
AP12	6.73E-05	EL	1.80E-05	EL	7.27E-05	EL	2.08E-04	FO
AP13	7.31E-05	EL	1.96E-05	EL	7.90E-05	EL	2.38E-04	FO
AP14	6.43E-05	EL	1.64E-05	EL	6.43E-05	EL	1.93E-04	FO
AP15	7.01E-05	EL	1.79E-05	EL	7.02E-05	EL	2.22E-04	FO
AP16	6.03E-05	EL	1.45E-05	EL	5.51E-05	EL	1.71E-04	FO
AP17	6.83E-05	EL	1.65E-05	EL	6.25E-05	EL	2.56E-04	FO
AP18	5.66E-05	EL	1.30E-05	EL	4.81E-05	EL	1.78E-04	FO
AP19	6.46E-05	EL	1.48E-05	EL	5.49E-05	EL	2.81E-04	FO
AP20	5.31E-05	EL	1.10E-05	EL	3.97E-05	EL	1.64E-04	FO
AP21	5.97E-05	EL	1.24E-05	EL	4.46E-05	EL	2.55E-04	FO
AP22	4.59E-05	EL	8.74E-06	EL	3.10E-05	EL	1.00E-04	FO
AP23	5.04E-05	EL	9.61E-06	EL	3.40E-05	EL	1.57E-04	FO
AP24	3.48E-05	EL	5.96E-06	EL	2.06E-05	EL	6.77E-05	EL
AP25	3.96E-05	EL	6.77E-06	EL	2.34E-05	EL	7.70E-05	EL
AP26	2.33E-05	EL	3.83E-06	EL	1.30E-05	EL	4.50E-05	EL
AP27	2.59E-05	EL	4.25E-06	EL	1.45E-05	EL	5.00E-05	EL
AP28	9.62E-06	EL	1.50E-06	EL	4.92E-06	EL	1.74E-05	EL
AP29	1.11E-05	EL	1.73E-06	EL	5.66E-06	EL	2.00E-05	EL
AP30	3.20E-06	EL	5.80E-07	EL	1.72E-06	EL	5.63E-06	EL
AP31	3.71E-06	EL	6.72E-07	EL	2.00E-06	EL	6.52E-06	EL

El registro de Villita Corona es el más desfavorable de los analizados para este modelo, ya que se alcanza la máxima rotación plástica, se forman más articulaciones plásticas, el cortante y momento son los máximos y los perfiles máximos y RMS tienen mayor amplitud.

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 9.31.

TABLA 9.31: Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo denso con un TMD

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	15.97 %	7.82 %	20.52 %	14.29 %	0.10 %	4.32 %	2.63 %	-3.06 %
Velocidad	15.85 %	7.67 %	22.13 %	5.55 %	5.00 %	11.35 %	0.92 %	0.09 %
Aceleración	8.35 %	4.49 %	21.70 %	11.05 %	2.25 %	1.88 %	-0.82 %	2.49 %
Distorsión	15.75 %	7.67 %	20.30 %	12.76 %	0.02 %	3.82 %	2.56 %	-2.44 %
Cortante	12.77 %	9.40 %	20.05 %	23.72 %	-1.60 %	-1.40 %	-0.31 %	-4.35 %
Momento	15.80 %	4.97 %	20.79 %	18.55 %	-0.35 %	2.28 %	2.37 %	3.82 %

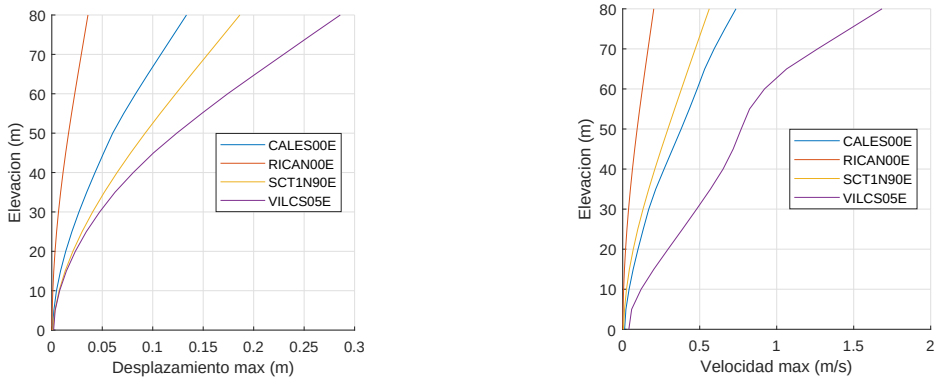
Los resultados obtenidos muestran que el registro que mayores demandas produce en el modelo no lineal de la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre

suelo denso es el registro de Villita Corona. En comparación con la respuesta obtenida del modelo no lineal sin control considerando que la cimentación está sobre suelo denso, las demandas disminuyen en algunos casos, pero para otros se incrementan, aunque el mayor incremento es del 4 %, que es poco significativo. Además, comparando los estados de las articulaciones, se forman menos articulaciones en el registro de Caleta de Campos, aunado a que las rotaciones en las articulaciones plásticas disminuyen, por lo tanto, para el modelo no lineal de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo denso, un TMD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es sísmica.

9.2.9. Modelo no lineal sobre suelo rígido

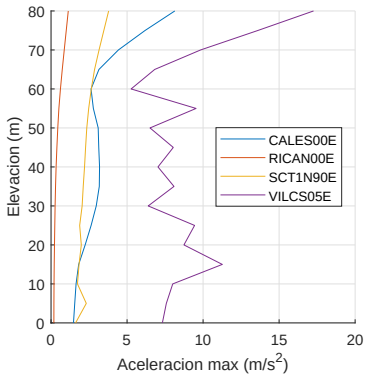
La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base flexible y un TMD con los parámetros correspondientes a suelo rígido presentados en la Tabla 7.4. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. También se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. Además, se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo no lineal sobre suelo rígido sin el TMD. A continuación se presentan los resultados.

En la Figura 9.29 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó con el registro de Villita Corona y la respuesta mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.

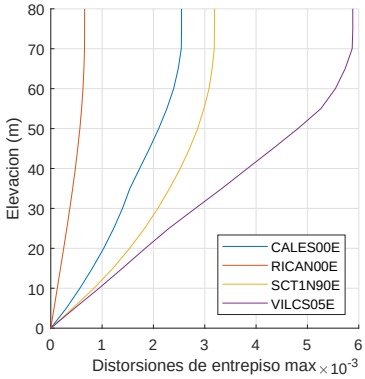


(A) Desplazamientos (B) Velocidades

FIGURA 9.29: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo rígido con un TMD



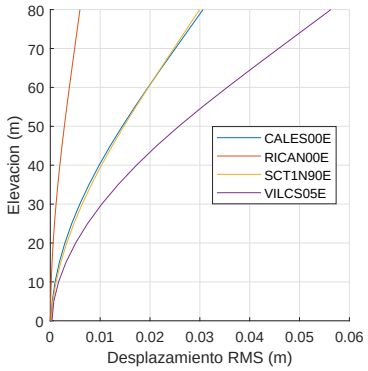
(C) Aceleraciones



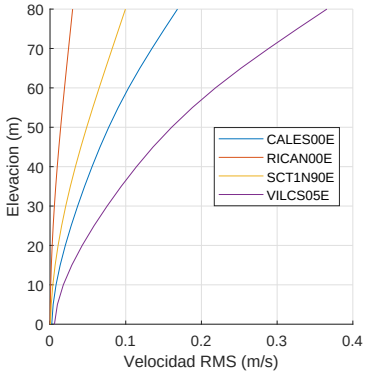
(D) Distorsiones

FIGURA 9.29: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo rígido con un TMD (continuación)

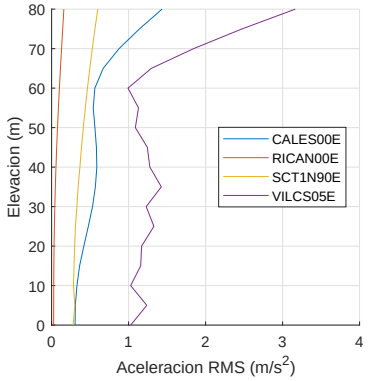
En la Figura 9.30 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima se presenta con el registro de Villita Corona y la amplitud mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.



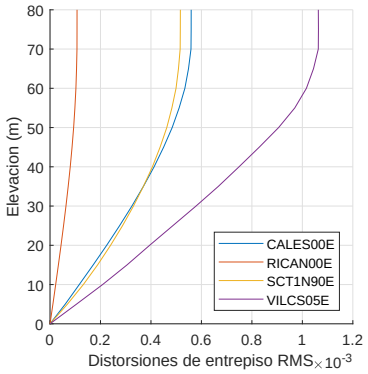
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



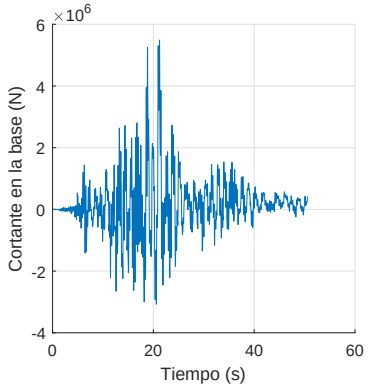
(C) Aceleraciones



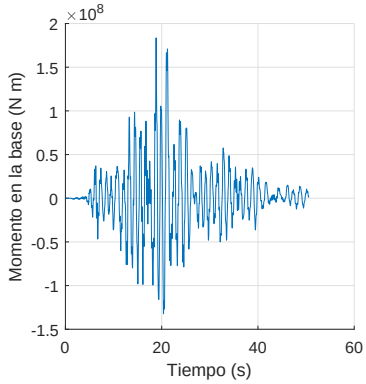
(D) Distorsiones

FIGURA 9.30: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo rígido con un TMD

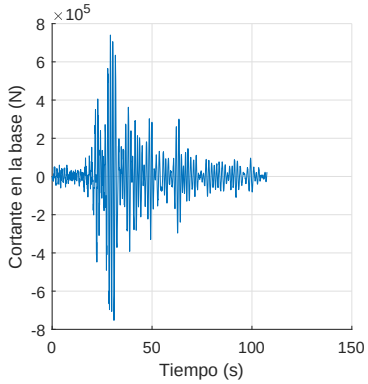
En la Figura 9.31 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 9.32 y 9.33 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



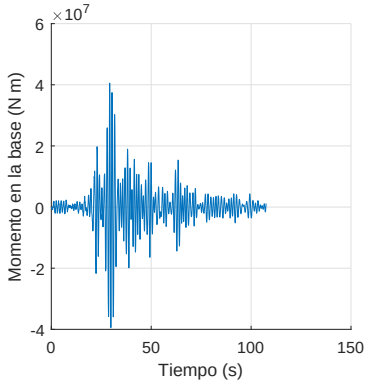
(A) Cortante, CALES00E



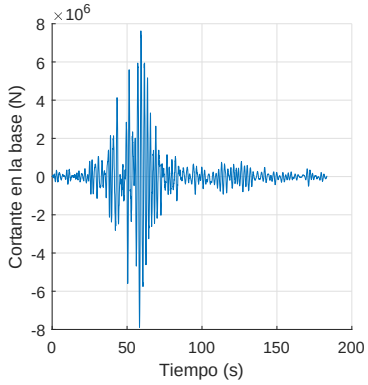
(B) Momento, CALES00E



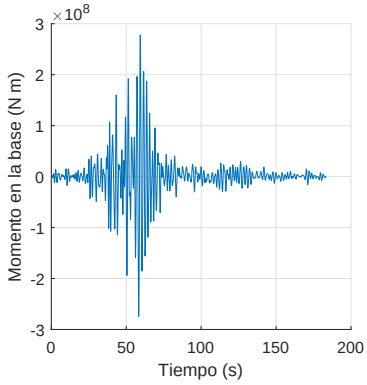
(C) Cortante, RICAN00E



(D) Momento, RICAN00E

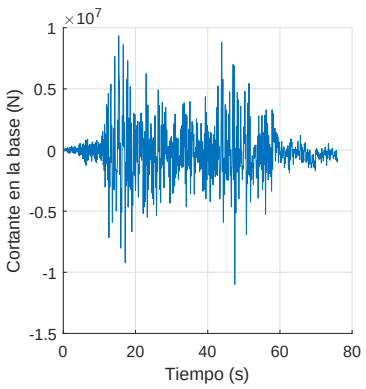


(E) Cortante, SCT1N90E

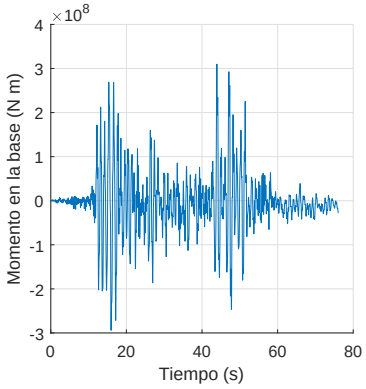


(F) Momento, SCT1N90E

FIGURA 9.31: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido con un TMD



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 9.31: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido con un TMD (continuación)

TABLA 9.32: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido con un TMD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	5.49E+06	7.53E+05	7.89E+06	1.10E+07
Momento (N m)	1.84E+08	4.06E+07	2.78E+08	3.10E+08

TABLA 9.33: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido con un TMD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	9.25E+05	1.41E+05	1.19E+06	1.96E+06
Momento (N m)	3.73E+07	7.18E+06	4.30E+07	6.85E+07

El registro sísmico que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre suelo rígido y se coloca un TMD en la parte superior del fuste es el de Villita Corona y, por otra parte, el que menores demandas produce es el de la estación Ana Freud.

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000. Las rotaciones y estados de daño son presentados en la Tabla 9.34, donde el estado EL es elástico y FO es operacional.

TABLA 9.34: Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre suelo rígido con un TMD

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado
AP1	1.27E-04	FO	2.50E-05	EL	2.06E-04	FO	2.28E-04	FO
AP2	9.28E-05	EL	2.30E-05	EL	1.60E-04	FO	1.89E-04	FO
AP3	1.08E-04	FO	2.46E-05	EL	1.82E-04	FO	2.12E-04	FO
AP4	8.59E-05	EL	2.24E-05	EL	1.36E-04	FO	1.80E-04	FO
AP5	9.25E-05	EL	2.42E-05	EL	1.57E-04	FO	2.04E-04	FO
AP6	7.76E-05	EL	2.18E-05	EL	1.14E-04	FO	1.81E-04	FO
AP7	8.37E-05	EL	2.35E-05	EL	1.34E-04	FO	2.04E-04	FO
AP8	7.44E-05	EL	2.09E-05	EL	9.38E-05	EL	1.87E-04	FO
AP9	8.08E-05	EL	2.26E-05	EL	1.24E-04	FO	2.50E-04	FO
AP10	7.24E-05	EL	1.98E-05	EL	8.60E-05	EL	2.18E-04	FO
AP11	7.80E-05	EL	2.13E-05	EL	9.60E-05	FO	2.46E-04	FO
AP12	6.96E-05	EL	1.83E-05	EL	7.65E-05	EL	2.15E-04	FO
AP13	7.56E-05	EL	1.99E-05	EL	8.32E-05	EL	2.45E-04	FO
AP14	6.63E-05	EL	1.67E-05	EL	6.78E-05	EL	1.98E-04	FO
AP15	7.22E-05	EL	1.82E-05	EL	7.39E-05	EL	2.28E-04	FO
AP16	6.18E-05	EL	1.48E-05	EL	5.80E-05	EL	1.80E-04	FO
AP17	7.00E-05	EL	1.68E-05	EL	6.57E-05	EL	2.69E-04	FO
AP18	5.76E-05	EL	1.32E-05	EL	5.05E-05	EL	1.82E-04	FO
AP19	6.59E-05	EL	1.51E-05	EL	5.78E-05	EL	2.88E-04	FO
AP20	5.15E-05	EL	1.12E-05	EL	4.17E-05	EL	1.75E-04	FO
AP21	5.79E-05	EL	1.26E-05	EL	4.68E-05	EL	2.70E-04	FO
AP22	4.23E-05	EL	8.93E-06	EL	3.25E-05	EL	1.08E-04	FO
AP23	4.64E-05	EL	9.82E-06	EL	3.57E-05	EL	1.65E-04	FO
AP24	3.16E-05	EL	6.09E-06	EL	2.16E-05	EL	6.86E-05	EL
AP25	3.59E-05	EL	6.92E-06	EL	2.46E-05	EL	7.80E-05	EL
AP26	2.09E-05	EL	3.91E-06	EL	1.37E-05	EL	4.52E-05	EL
AP27	2.33E-05	EL	4.34E-06	EL	1.52E-05	EL	5.02E-05	EL
AP28	8.41E-06	EL	1.53E-06	EL	5.18E-06	EL	1.73E-05	EL
AP29	9.68E-06	EL	1.76E-06	EL	5.96E-06	EL	1.99E-05	EL
AP30	2.80E-06	EL	5.63E-07	EL	1.81E-06	EL	5.47E-06	EL
AP31	3.25E-06	EL	6.52E-07	EL	2.10E-06	EL	6.34E-06	EL

El registro de Villita Corona es el más desfavorable de los analizados para este modelo, ya que se alcanza la máxima rotación plástica, se forman más articulaciones plásticas, el cortante y momento son los máximos y los perfiles máximos y RMS tienen mayor amplitud.

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 9.35.

TABLA 9.35: Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo rígido con un TMD

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	17.30 %	5.71 %	32.40 %	20.71 %	-1.12 %	0.03 %	2.11 %	-2.14 %
Velocidad	16.82 %	-9.52 %	33.65 %	15.11 %	2.75 %	3.24 %	0.61 %	-1.64 %
Aceleración	9.73 %	0.31 %	32.82 %	17.97 %	1.45 %	-0.31 %	-0.21 %	3.89 %
Distorsión	17.03 %	5.10 %	32.22 %	19.25 %	-1.29 %	-0.50 %	2.17 %	-2.65 %
Cortante	12.94 %	12.46 %	31.60 %	33.33 %	-0.98 %	-2.31 %	0.34 %	-2.66 %
Momento	16.90 %	4.09 %	32.60 %	26.40 %	-0.80 %	1.33 %	1.70 %	2.62 %

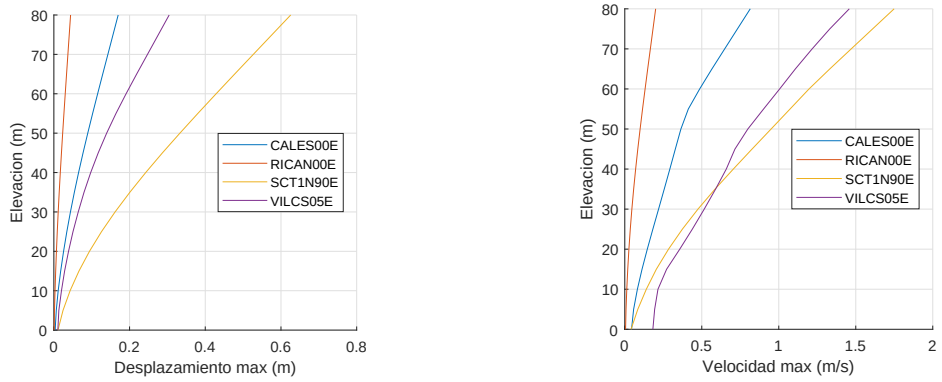
Los resultados obtenidos muestran que el registro que mayores demandas produce en el modelo no lineal de la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre

suelo rígido es el registro de Villita Corona. En comparación con la respuesta obtenida del modelo no lineal sin control considerando que la cimentación está sobre suelo rígido, las demandas disminuyen en algunos casos, pero para otros se incrementan, aunque el mayor incremento es del 2 %, que es poco significativo. Además, comparando los estados de las articulaciones, se forman menos articulaciones en el registro de Caleta de Campos, aunado a que las rotaciones en las articulaciones plásticas disminuyen, por lo tanto, para el modelo no lineal de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo rígido, un TMD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es sísmica.

9.2.10. Modelo no lineal sobre suelo blando

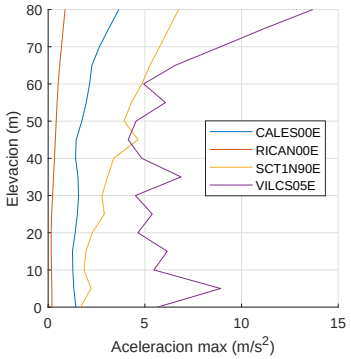
La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base flexible y un TMD con los parámetros correspondientes a suelo blando presentados en la Tabla 7.4. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. También se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. Además, se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo no lineal sobre suelo blando sin el TMD. A continuación se presentan los resultados.

En la Figura 9.32 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, con excepción de la aceleración, la respuesta máxima se presentó con el registro de SCT y la respuesta mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.

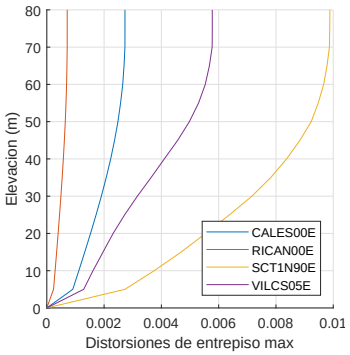


(A) Desplazamientos (B) Velocidades

FIGURA 9.32: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo blando con un TMD



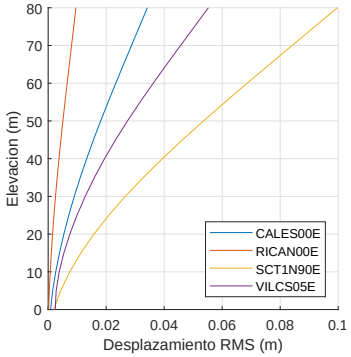
(C) Aceleraciones



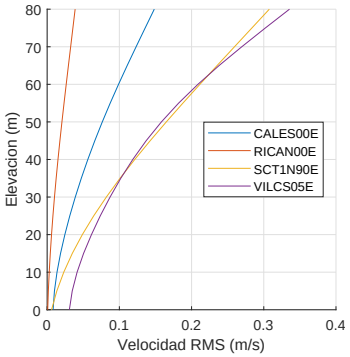
(D) Distorsiones

FIGURA 9.32: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo blando con un TMD (continuación)

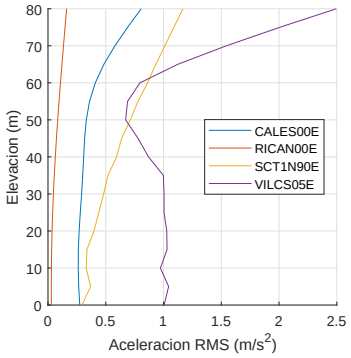
En la Figura 9.33 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Se observa que, para el desplazamiento y distorsión, la amplitud máxima se presenta con el registro de SCT, y para la velocidad y aceleración con Villita Corona. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.



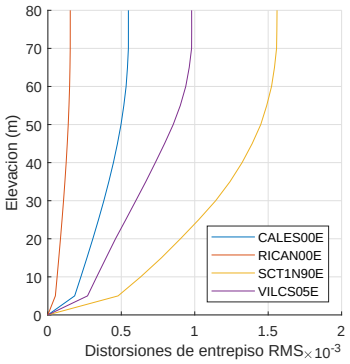
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



(C) Aceleraciones

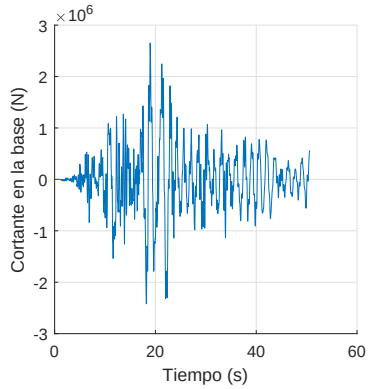


(D) Distorsiones

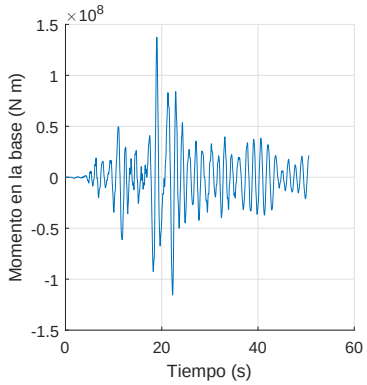
FIGURA 9.33: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo blando con un TMD

En la Figura 9.34 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis

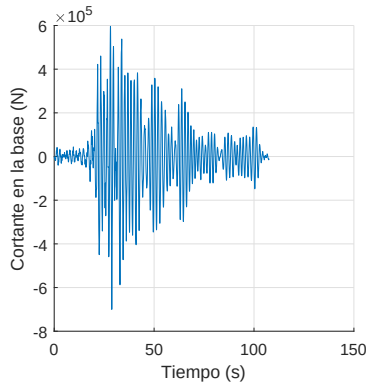
dinámico, y en las Tablas 9.36 y 9.37 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



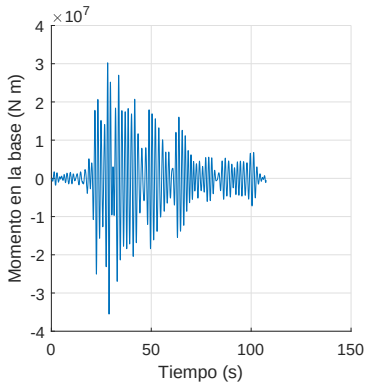
(A) Cortante, CALES00E



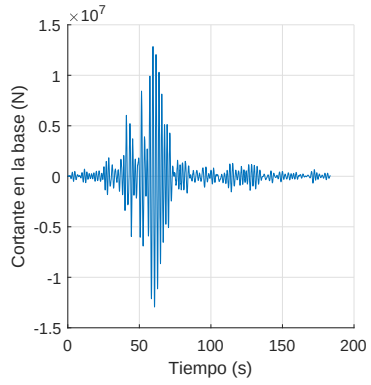
(B) Momento, CALES00E



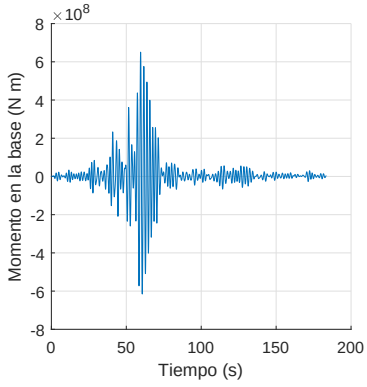
(C) Cortante, RICAN00E



(D) Momento, RICAN00E

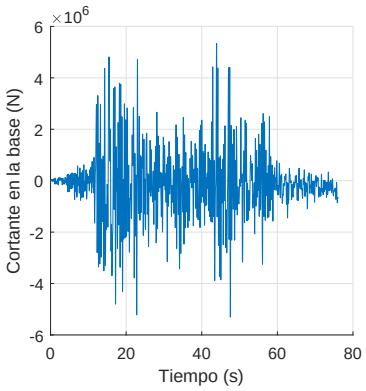


(E) Cortante, SCT1N90E

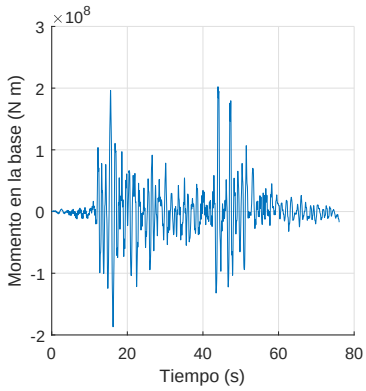


(F) Momento, SCT1N90E

FIGURA 9.34: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando con un TMD



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 9.34: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando con un TMD (continuación)

TABLA 9.36: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando con un TMD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	2.65E+06	7.00E+05	1.29E+07	5.34E+06
Momento (N m)	1.37E+08	3.55E+07	6.51E+08	2.02E+08

TABLA 9.37: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre suelo blando con un TMD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	6.08E+05	1.55E+05	2.17E+06	1.23E+06
Momento (N m)	2.78E+07	7.78E+06	1.01E+08	4.14E+07

El registro sísmico que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre suelo blando y se coloca un TMD en la parte superior del fuste es el de SCT y, por otra parte, el que menores demandas produce es el de la estación Ana Freud.

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000. Las rotaciones y estados de daño son presentados en la Tabla 9.38, donde el estado EL es elástico y FO es operacional.

TABLA 9.38: Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre suelo blando con un TMD

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado
AP1	8.47E-05	EL	2.19E-05	EL	5.01E-04	FO	1.37E-04	FO
AP2	7.68E-05	EL	1.98E-05	EL	4.27E-04	FO	1.19E-04	FO
AP3	8.25E-05	EL	2.13E-05	EL	4.59E-04	FO	1.39E-04	FO
AP4	7.42E-05	EL	1.91E-05	EL	3.84E-04	FO	1.35E-04	FO
AP5	7.98E-05	EL	2.06E-05	EL	4.16E-04	FO	1.57E-04	FO
AP6	7.08E-05	EL	1.83E-05	EL	3.43E-04	FO	1.49E-04	FO
AP7	7.64E-05	EL	1.97E-05	EL	3.73E-04	FO	1.71E-04	FO
AP8	6.66E-05	EL	1.73E-05	EL	2.99E-04	FO	1.62E-04	FO
AP9	7.23E-05	EL	1.88E-05	EL	3.95E-04	FO	2.17E-04	FO
AP10	6.21E-05	EL	1.63E-05	EL	3.06E-04	FO	1.90E-04	FO
AP11	6.68E-05	EL	1.76E-05	EL	3.37E-04	FO	2.17E-04	FO
AP12	5.61E-05	EL	1.50E-05	EL	2.49E-04	FO	1.86E-04	FO
AP13	6.10E-05	EL	1.63E-05	EL	2.80E-04	FO	2.15E-04	FO
AP14	5.01E-05	EL	1.36E-05	EL	1.97E-04	FO	1.75E-04	FO
AP15	5.47E-05	EL	1.48E-05	EL	2.26E-04	FO	2.03E-04	FO
AP16	4.36E-05	EL	1.19E-05	EL	1.43E-04	FO	1.59E-04	FO
AP17	4.94E-05	EL	1.35E-05	EL	2.16E-04	FO	2.39E-04	FO
AP18	3.85E-05	EL	1.06E-05	EL	1.13E-04	FO	1.54E-04	FO
AP19	4.41E-05	EL	1.21E-05	EL	1.87E-04	FO	2.47E-04	FO
AP20	3.25E-05	EL	8.93E-06	EL	7.89E-05	EL	1.32E-04	FO
AP21	3.65E-05	EL	1.00E-05	EL	1.00E-04	FO	2.13E-04	FO
AP22	2.57E-05	EL	7.06E-06	EL	6.19E-05	EL	8.08E-05	EL
AP23	2.82E-05	EL	7.77E-06	EL	6.81E-05	EL	1.12E-04	FO
AP24	1.73E-05	EL	4.79E-06	EL	4.16E-05	EL	5.85E-05	EL
AP25	1.97E-05	EL	5.44E-06	EL	4.73E-05	EL	6.65E-05	EL
AP26	1.12E-05	EL	3.06E-06	EL	2.68E-05	EL	3.77E-05	EL
AP27	1.24E-05	EL	3.40E-06	EL	2.98E-05	EL	4.19E-05	EL
AP28	4.50E-06	EL	1.20E-06	EL	1.08E-05	EL	1.38E-05	EL
AP29	5.17E-06	EL	1.38E-06	EL	1.24E-05	EL	1.59E-05	EL
AP30	1.64E-06	EL	4.54E-07	EL	4.10E-06	EL	4.27E-06	EL
AP31	1.90E-06	EL	5.26E-07	EL	4.75E-06	EL	4.95E-06	EL

El registro de SCT es el más desfavorable de los analizados para este modelo, ya que se alcanza la máxima rotación plástica, el cortante y momento son los máximos y los perfiles máximos y RMS tienen mayor amplitud.

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 9.39.

TABLA 9.39: Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo blando con un TMD

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	13.30 %	4.22 %	33.03 %	27.24 %	-6.69 %	-2.93 %	5.06 %	-0.92 %
Velocidad	12.95 %	0.27 %	34.28 %	27.37 %	-4.93 %	-1.69 %	1.74 %	1.32 %
Aceleración	8.69 %	5.56 %	33.46 %	22.93 %	-1.06 %	-0.27 %	0.00 %	-0.13 %
Distorsión	13.32 %	4.41 %	33.02 %	26.42 %	-7.55 %	-3.52 %	4.52 %	2.52 %
Cortante	10.55 %	5.25 %	32.54 %	28.85 %	-3.11 %	-0.84 %	3.93 %	0.55 %
Momento	13.34 %	4.98 %	33.28 %	28.21 %	-6.06 %	-2.33 %	6.79 %	1.25 %

Los resultados obtenidos muestran que el registro que mayores demandas produce en el modelo no lineal de la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre

suelo blando es el registro de SCT. En comparación con la respuesta obtenida del modelo no lineal sin control considerando que la cimentación está sobre suelo blando, las demandas disminuyen en la mayoría de los casos, pero para otros se incrementan, aunque el mayor incremento es del 3 % para la respuesta máxima, ocurre en el registro que mas daño causa a la estructura. Para el modelo no lineal de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo blando, un TMD en la parte superior del fuste permite controlar en algunos casos la respuesta cuando la excitación es sísmica, pero a su vez, es posible que la respuesta sufra un incremento para algunos registros.

Apéndice

9.A. Manual de usuario base_fija_control.m

9.A.1. Generalidades

Se presenta el manual de usuario del script de Matlab llamado base_fija_control.m. El script permite construir el modelo discreto de las vigas de flexión y cortante acopladas con base fija, diseñar y colocar n dispositivos de control y obtener la respuesta dinámica elástica del sistema de vigas acopladas con control, (ver Figura 9.35). Los dispositivos de control admitidos son amortiguadores de masas sintonizadas, amortiguadores de columna de líquido de agitación sintonizado, y péndulos. Se emplea la formulación de variable estado y el integrador RK6-I aproximando la función de fuerzas con rectángulos de punto medio.

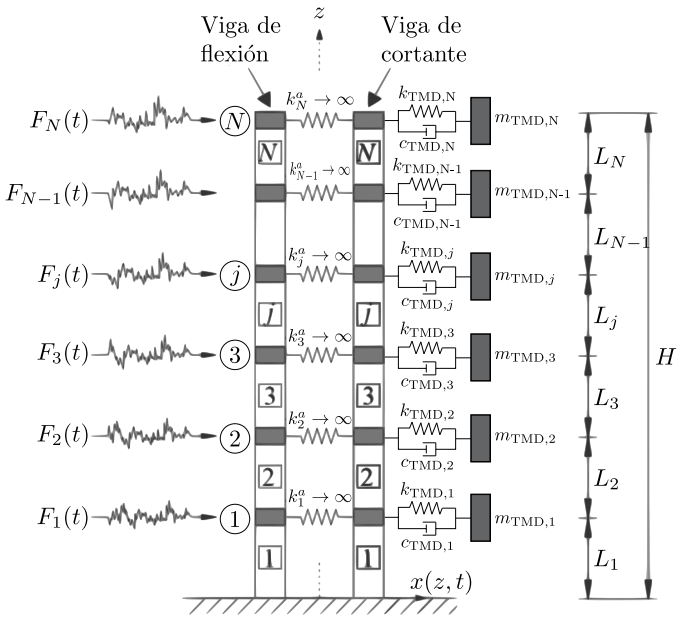


FIGURA 9.35: Ejemplo del modelo discreto de vigas acopladas con base fija con control

En la Figura 9.35 N es el total de grados de libertad; H es la altura total de la estructura; L_j es la altura del j-ésimo elemento; z es la altura de cualquier nodo de la estructura; y t es el instante de tiempo donde se desea conocer la respuesta de manera discreta. El script permite conocer la respuesta dinámica $x(z,t)$, al aplicar una excitación externa en las masas $\mathbf{F}_e(z,t)$, un acelerograma $\ddot{\mathbf{x}}_g(t)$, o una simulación de velocidades de viento $\mathbf{U}(z,t)$ de manera no lineal, es decir, $\mathbf{F}_e(t) = \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}\mathbf{C}_d\mathbf{A}(\mathbf{U}(t))^2 - \boldsymbol{\rho}\mathbf{C}_d\mathbf{A}\mathbf{U}(t)\dot{\mathbf{x}}(t) + \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}\mathbf{C}_d\mathbf{A}(\dot{\mathbf{x}}(t))^2$.

Se requiere conocer de la estructura el número de elementos en que se discretiza, N; sus alturas, L_j, la masa por unidad de longitud, $\bar{m}$; la forma de la sección transversal; el periodo fundamental de la estructura, T_1; su tipo de deformación lateral y el coeficiente de rigidez lateral, α, en caso de ser intermedio; y la fracción de amortiguamiento proporcional al primer y segundo modo, ζ_1 y ζ_2. De los dispositivos de control se requiere conocer el modo de sintonización y el nivel donde se ubican; además, cuando se trata de masas sintonizadas o péndulos, se requiere el porcentaje entre la masa del dispositivo y la masa de la estructura en el modo de sintonización, mientras que, para líquidos sintonizados, se requiere el porcentaje entre la masa del TLCD y del TSD y la masa de la estructura en el modo de sintonización; y la densidad del líquido contenido. Los dispositivos se integran al modelo con la metodología presentada en Huergo y Hernández, 2019a. El dimensionamiento de los amortiguadores de masas sintonizadas se hace con la metodología propuesta en Bachmann et. al., 2012; el de los líquidos sintonizados con la metodología propuesta en Min, Kim y Lee, 2014; y los péndulos con la metodología propuesta en Gomez, 2007.

9.A.2. Modo de empleo

Archivos requeridos

Para la ejecución del script se requiere crear de manera externa un conjunto de archivos y colocarlos, preferentemente, en el directorio donde se encuentra el script, aunque si no se encuentran en el directorio, es capaz de leerlos correctamente. Los formatos admitidos son de texto delimitados por tabulaciones o por comas, sin importar la extensión o nombre del archivo. Se debe crear un archivo con las acciones dinámicas a aplicar al modelo.

En caso de ser un registro sísmico, el archivo debe tener la siguiente estructura

$$\begin{matrix} t_1 & \ddot{x}_{g,1} \\ t_2 & \ddot{x}_{g,2} \\ \vdots & \vdots \\ t_k & \ddot{x}_{g,k} \end{matrix}',$$

donde $t_1, t_2, \ldots, t_k$ son los tiempos de medición del acelerograma; y $\ddot{x}_{g,1}, \ddot{x}_{g,2}, \ldots, \ddot{x}_{g,k}$ son las aceleraciones correspondientes. El script permite realizar el análisis con un conjunto de acelerogramas para ello, los registros deben tener las mismas unidades.

El script también permite que las acciones externas sean fuerzas aplicadas en las masas, para ello, el archivo debe tener la siguiente estructura

$$\begin{matrix} t_1 & F_{e(1,1)} & F_{e(2,1)} & \cdots & F_{e(n,1)} \\ t_2 & F_{e(1,2)} & F_{e(2,2)} & \cdots & F_{e(n,2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ t_k & F_{e(1,k)} & F_{e(2,k)} & \cdots & F_{e(n,k)} \end{matrix}',$$

donde $t_1, t_2, \ldots, t_k$ son los tiempos de medición del registro de fuerzas; $F_{e(i,j)}$ es la fuerza externa en el instante t_j en el i-ésimo nivel. Las unidades de las fuerzas son N.

Además, el script permite realizar un análisis considerando no linealidad cinemática, al permitir que las fuerzas externas sean una simulación de velocidades de viento. El archivo debe tener la siguiente estructura

$$\begin{matrix} t_1 & U_{(1,1)} & U_{(2,1)} & \cdots & U_{(n,1)} \\ t_2 & U_{(1,2)} & U_{(2,2)} & \cdots & U_{(n,2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ t_k & U_{(1,k)} & U_{(2,k)} & \cdots & U_{(n,k)} \end{matrix},$$

donde $t_1, t_2, \ldots, t_k$ son los tiempos de medición del registro de velocidades; $U_{(i,j)}$ es la velocidad simulada (media más ráfaga) en el instante t_j en el i-ésimo nivel. Las unidades de las velocidades son $\mathrm{m\,s^{-1}}$.

Para obtener las fuerzas debidas al viento cuando se carga una simulación de velocidades, se requiere de un archivo complementario que contenga las propiedades aeroelásticas de la estructura por nivel, es decir, contiene los coeficientes del producto $\rho_j C_{d,j} A_j$, donde ρ_j es la densidad del aire en la altura del j-ésimo nivel en $\mathrm{kg\,m^{-3}}$; $C_{d,j}$ es el coeficiente de arrastre en el j-ésimo nivel y A_j es el área transversal expuesta al viento en la dirección longitudinal del j-ésimo nivel en $\mathrm{m^2}$. El archivo requerido debe tener la siguiente estructura.

$$\begin{matrix} \rho_1 C_{d,1} A_1 \\ \rho_2 C_{d,2} A_2 \\ \vdots \\ \rho_n C_{d,n} A_n \end{matrix}.$$

Independientemente del tipo de análisis, se debe generar un archivo de texto delimitado, donde se encuentren colocados, en una columna, los nodos de control donde se requiera la impresión de la respuesta del análisis dinámico, (ver Figura 9.36).

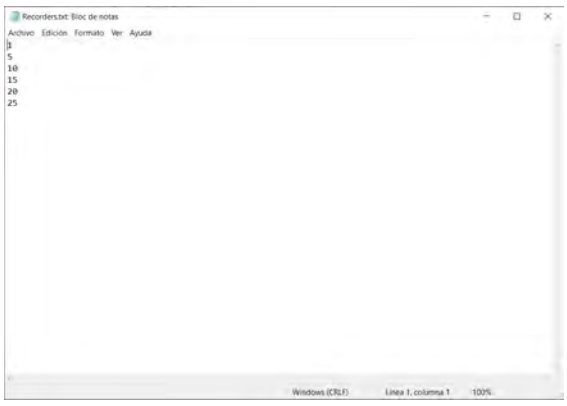


FIGURA 9.36: Nodos de control

Finalmente, se requiere un archivo con las propiedades de los dispositivos de control, para el caso de masas sintonizadas o péndulos el archivo debe tener la siguiente estructura

$$\begin{matrix} n_1 & m_1 & \mu_1 \\ n_2 & m_2 & \mu_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ n_k & m_k & \mu_k \end{matrix}',$$

donde $n_1, n_2, \ldots, n_k$ son los niveles donde se ubican los dispositivos; $m_1, m_2, \ldots, m_k$ son los modos de sintonización de los dispositivos; y $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_k$ son las relaciones de masa de los dispositivos. Cuando se trata de amortiguadores de líquidos sintonizados, la estructura es

$$\begin{matrix} n_1 & m_1 & \mu_{LC,1} & \mu_{S,1} & \rho_1 \\ n_2 & m_2 & \mu_{LC,2} & \mu_{S,2} & \rho_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ n_k & m_k & \mu_{LC,k} & \mu_{S,k} & \rho_k \end{matrix}',$$

donde $n_1, n_2, \ldots, n_k$ son los niveles donde se ubican los dispositivos; $m_1, m_2, \ldots, m_k$ son los modos de sintonización de los dispositivos; $\mu_{LC,1}, \mu_{LC,2}, \ldots, \mu_{LC,k}$ son las relaciones de masa de los dispositivos en la dirección donde actúa el amortiguador de columna de líquido; $\mu_{S,1}, \mu_{S,2}, \ldots, \mu_{S,k}$ son las relaciones de masa de los dispositivos en la dirección donde actúa el amortiguador de agitación; y $\rho_1, \rho_2, \ldots, \rho_k$ son las densidades del líquido para cada dispositivo.

Ejecución del programa

Una vez generados y almacenados los archivos necesarios, se procede a ejecutar el script (ver Figura 9.37). Durante la ejecución, se pide que seleccione si el análisis es sísmico o eólico, (ver Figura 9.38), y que introduzca el total de elementos en que se discretiza al modelo. A continuación, pregunta si la altura de la discretización es constante, (ver Figura 9.39), y su valor en caso de serlo, de lo contrario se pide que seleccione el archivo que contiene las alturas de los entrepisos, (ver Figura 9.40). Después debe introducirse el valor de la masa por unidad de longitud, $\bar{m}$, la forma de la sección transversal, (ver Figura 9.41), y el periodo fundamental, T_1. A continuación, se pregunta el tipo de comportamiento de la estructura, (ver Figura 9.42), y, si el comportamiento seleccionado es intermedio, se debe introducir el coeficiente de rigidez lateral, α. Previo al análisis, se pide que se introduzcan los valores del porcentaje de amortiguamiento crítico asociados al primer y segundo modo de la estructura. Además, pide que seleccione el tipo de dispositivo a utilizar, (ver Figura 9.43), y pide que seleccione el archivo con las propiedades del dispositivo (ver Figura 9.44). En caso de seleccionar líquidos sintonizados, pregunta si el funcionamiento es como columna de líquido, (ver Figura 9.45), mientras que en caso de seleccionar péndulos, pregunta por el tipo de respuesta a controlar, (ver Figura 9.46). Si se trata de un análisis sísmico, se solicita que seleccione el directorio donde se encuentran los acelerogramas, (ver Figura 9.47), y que introduzca el factor de conversión de las unidades a $\mathrm{m\,s^{-2}}$. En caso de ser análisis eólico se pide que seleccione el archivo de acciones, (ver Figura 9.48), y una vez seleccionado, pregunta si se trata de un registro de fuerzas o de velocidades, (ver Figura 9.49), en caso de que se trate de un registro de velocidades, se solicita que seleccione el archivo con las propiedades

aeroelásticas, (ver Figura 9.50). Finalmente, se solicita que seleccione el archivo con los números de los nodos de control, (ver Figura 9.51).

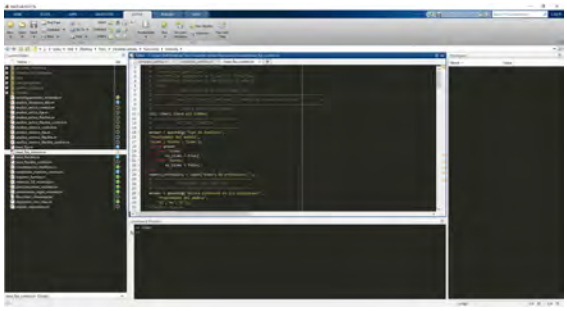


FIGURA 9.37: Ejecución del script

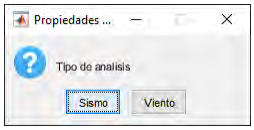


FIGURA 9.38: Selección del tipo de análisis

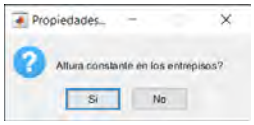


FIGURA 9.39: Tipo de discretización

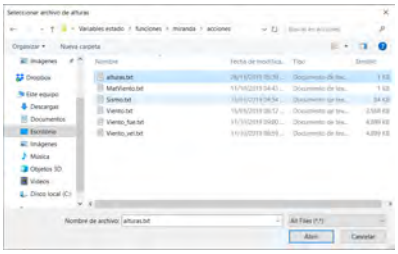


FIGURA 9.40: Selección del archivo con alturas de la discretización

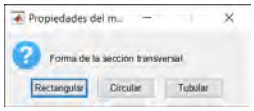


FIGURA 9.41: Selección del tipo de forma transversal

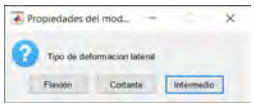


FIGURA 9.42: Selección del tipo de deformación lateral

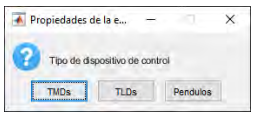


FIGURA 9.43: Selección del tipo de dispositivo de control

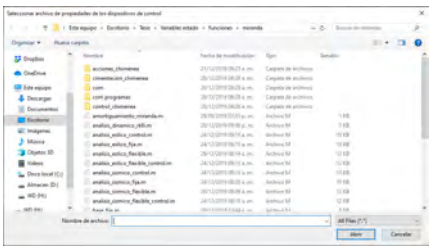


FIGURA 9.44: Selección del archivo con las propiedades de los dispositivos de control

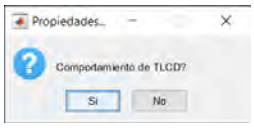


FIGURA 9.45: Selección del comportamiento de los amortiguadores de líquidos sintonizados

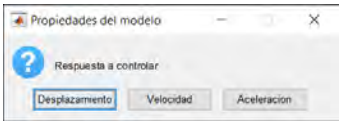


FIGURA 9.46: Selección de la respuesta a controlar de los péndulos

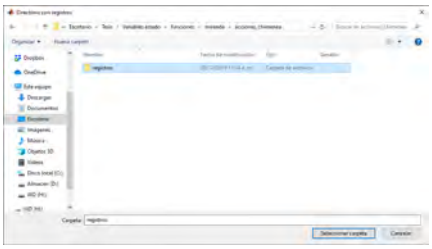


FIGURA 9.47: Selección de la carpeta con los registros sísmicos

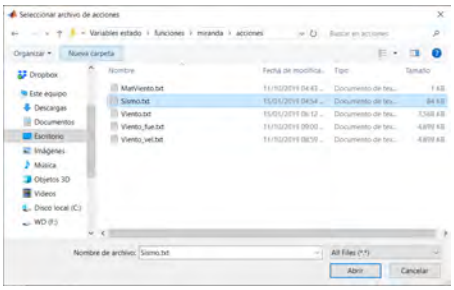


FIGURA 9.48: Selección del archivo de acciones eólicas

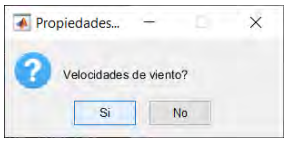


FIGURA 9.49: Selección del tipo de acciones

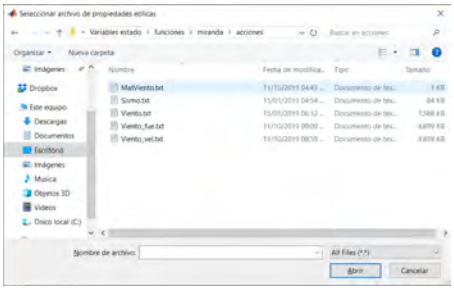


FIGURA 9.50: Selección del archivo de propiedades aeroelásticas

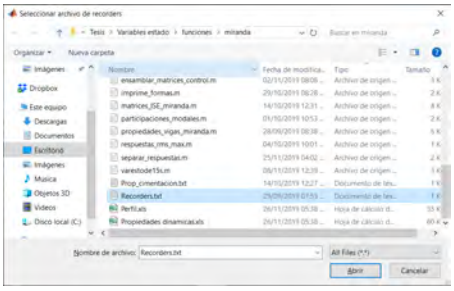


FIGURA 9.51: Selección del archivo de los nodos de control

Resultados del programa

El script crea tres directorios de salida: Formas, Respuestas y Perfiles, las cuales contienen archivos de gráficos vectoriales (eps). En la carpeta Formas, (ver Figura 9.52), se colocan las gráficas de las formas modales de las vigas de flexión y cortante con los dispositivos de control, (ver Figura 9.53). La carpeta Respuestas, (ver Figura 9.54), contiene las gráficas de la respuesta dinámica de los nodos de control y el cortante y momento en la base; el nombre de los archivos de la respuesta de la estructura está conformado por el nombre del archivo de acciones y un sufijo, que está conformado por una letra y un

número. La letra D corresponde a desplazamientos, V a velocidades, y A a aceleraciones; el número del sufijo corresponde al nivel graficado, (ver Figura 9.55). El archivo de cortante tiene el sufijo VB y el de momento, MB. La carpeta Perfiles, (ver Figura 9.56), contiene los perfiles de los valores máximos absolutos por nivel de la estructura obtenida en el análisis dinámico y el valor RMS de la respuesta por nivel de la estructura, para desplazamientos, velocidades, aceleraciones y distorsiones de entrepiso, (ver Figura 9.57).

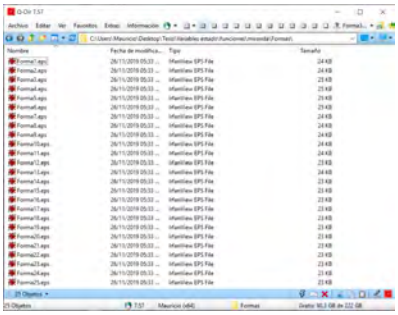


FIGURA 9.52: Directorio con las gráficas de las formas modales

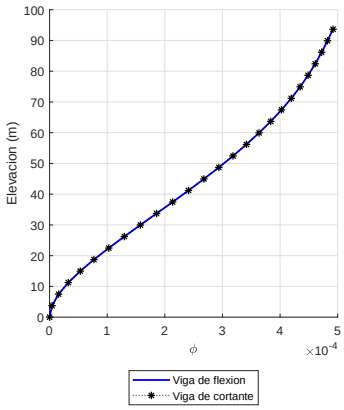


FIGURA 9.53: Formas modales de la estructura

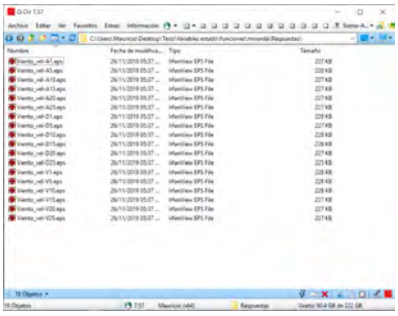


FIGURA 9.54: Directorio con las gráficas de las respuestas dinámicas

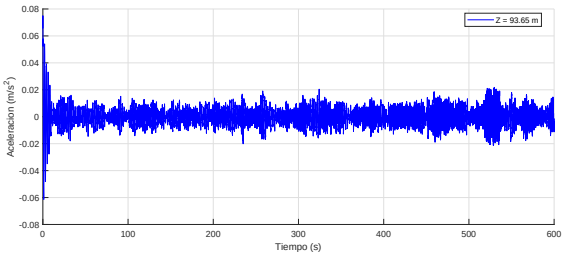


FIGURA 9.55: Respuesta dinámica de los grados de libertad

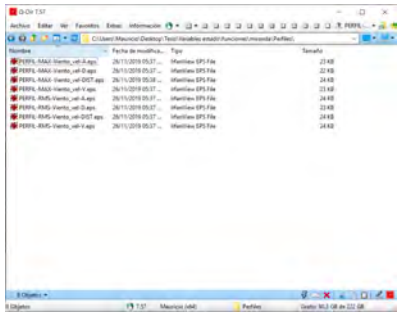


FIGURA 9.56: Directorio con las gráficas de los perfiles de la estructura

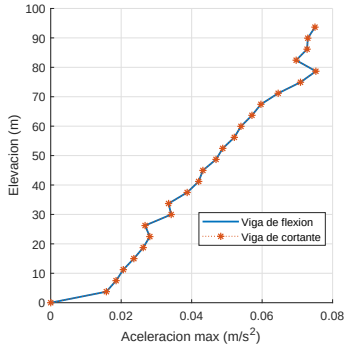


FIGURA 9.57: Perfiles de respuesta de la estructura

Además, se generan reportes de Excel. El archivo llamado Propiedades dinámicas, contiene un resumen con los periodos de vibrar, porcentajes de participación y las formas modales de la estructura, (ver Figura 9.58). El archivo cuyo nombre inicia con Perfil, contiene los perfiles de respuesta máxima absoluta y RMS de desplazamiento, velocidad, aceleración y distorsión de entrepiso por análisis, (ver Figura 9.59). Y el archivo cuyo nombre inicia con Acciones base, contiene el cortante y momento en la base en el dominio del tiempo, y sus valores máximos y RMS, (ver Figura 9.60).

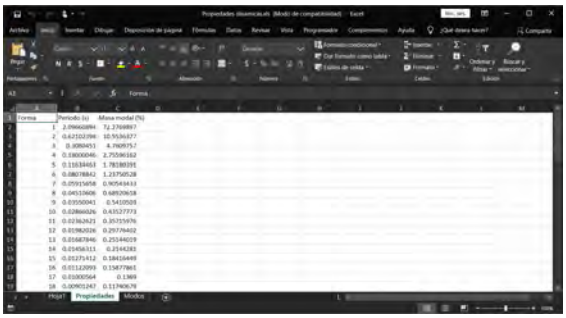


FIGURA 9.58: Archivo de propiedades dinámicas

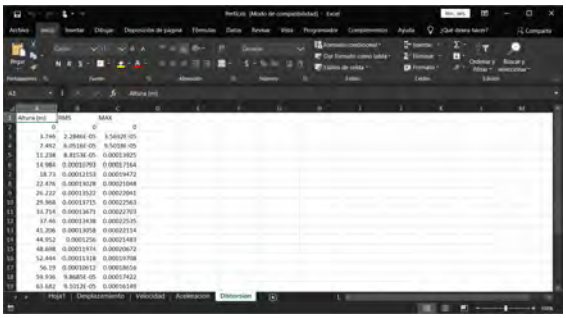


FIGURA 9.59: Archivo de perfiles

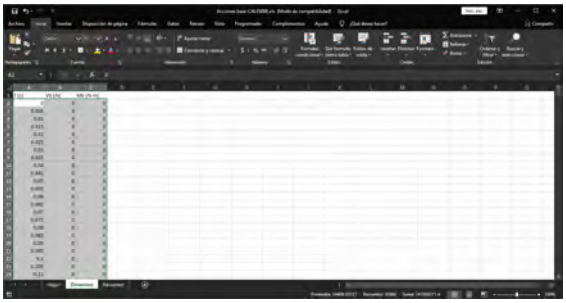


FIGURA 9.60: Archivo de elementos mecánicos en la cimentación

9.B. Manual de usuario base_flexible_control.m

9.B.1. Generalidades

Se presenta el manual de usuario del script de Matlab llamado base_flexible_control.m. El script permite construir el modelo discreto de las vigas de flexión y cortante acopladas con base flexible, diseñar y colocar n dispositivos de control y obtener la respuesta dinámica elástica del sistema de vigas acopladas con control considerando interacción suelo-estructura, (ver Figura 9.61). Los dispositivos de control admitidos son amortiguadores de masas sintonizadas, amortiguadores de columna de líquido de agitación sintonizado, y péndulos. Se emplea la formulación de variable estado y el integrador RK6-I aproximando la función de fuerzas con rectángulos de punto medio.

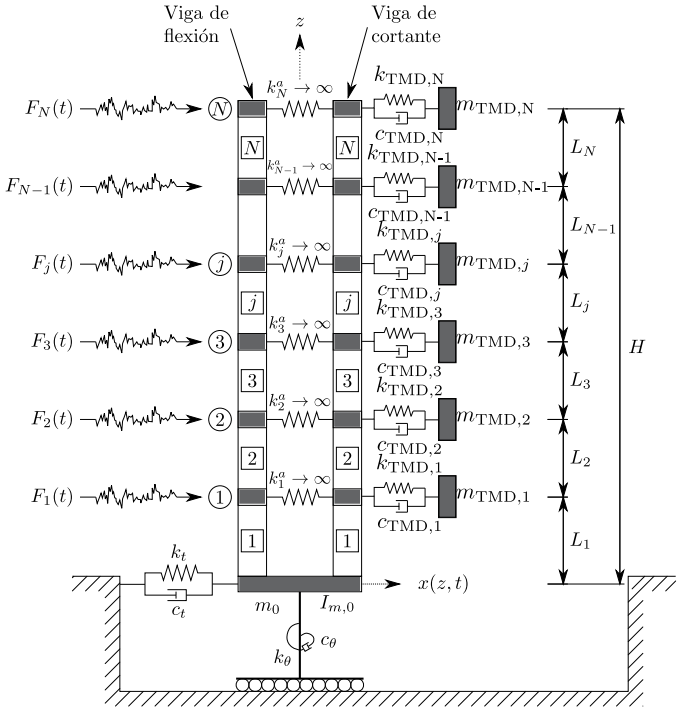


FIGURA 9.61: Ejemplo del modelo discreto de vigas acopladas con base flexible con control

En la Figura 9.61 N es el total de grados de libertad; H es la altura total de la estructura; L_j es la altura del j-ésimo elemento; z es la altura de cualquier nodo de la estructura; t es el instante de tiempo donde se desea conocer la respuesta de manera discreta; m_0 es la masa de la cimentación; $I_{m,0}$ es el momento de inercia de la cimentación; c_t es el coeficiente de amortiguamiento traslacional de la cimentación; k_t es el coeficiente de rigidez traslacional de la cimentación; c_θ es el coeficiente de amortiguamiento rotacional de la cimentación; y k_θ es el coeficiente de rigidez rotacional de la cimentación. El script permite conocer la respuesta dinámica $x(z,t)$, al aplicar una excitación externa en las masas $\mathbf{F}_e(z,t)$, un acelerograma $\ddot{\mathbf{x}}_g(t)$, o una simulación de velocidades de viento $\mathbf{U}(z,t)$ de manera no lineal, es decir, $\mathbf{F}_e(t) = \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}\mathbf{C}_d\mathbf{A}(\mathbf{U}(t))^2 - \boldsymbol{\rho}\mathbf{C}_d\mathbf{A}\mathbf{U}(t)\dot{\mathbf{x}}(t) + \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}\mathbf{C}_d\mathbf{A}(\dot{\mathbf{x}}(t))^2$.

Se requiere conocer de la estructura el número de elementos en que se discretiza, N; sus alturas, L_j, la masa por unidad de longitud, $\bar{m}$; la forma de la sección transversal;

el periodo fundamental de la estructura, T_1; su tipo de deformación lateral y el coeficiente de rigidez lateral, α, en caso de ser intermedio; y la fracción de amortiguamiento proporcional al primer y segundo modo, ζ_1 y ζ_2. Así mismo, se requiere conocer de la cimentación su masa, m_0; su momento de inercia, $I_{m,0}$; los coeficientes de amortiguamiento traslacional y rotacional, c_t y c_θ, respectivamente; y los coeficientes de rigidez traslacional y rotacional, k_t y k_θ, respectivamente. De los dispositivos de control se requiere conocer el modo de sintonización y el nivel donde se ubican; además, cuando se trata de masas sintonizadas o péndulos, se requiere el porcentaje entre la masa del dispositivo y la masa de la estructura en el modo de sintonización, mientras que, para líquidos sintonizados, se requiere el porcentaje entre la masa del TLCD y del TSD y la masa de la estructura en el modo de sintonización; y la densidad del líquido contenido. Los dispositivos se integran al modelo con la metodología presentada en Huergo y Hernández, 2019b. El dimensionamiento de los amortiguadores de masas sintonizadas se hace con la metodología propuesta en Bachmann et. al., 2012; el de los líquidos sintonizados con la metodología propuesta en Min, Kim y Lee, 2014; y los péndulos con la metodología propuesta en Gomez, 2007.

9.B.2. Modo de empleo

Archivos requeridos

Para la ejecución del script se requiere crear de manera externa un conjunto de archivos y colocarlos, preferentemente, en el directorio donde se encuentra el script, aunque si no se encuentran en el directorio, es capaz de leerlos correctamente. Los formatos admitidos son de texto delimitados por tabulaciones o por comas, sin importar la extensión o nombre del archivo. Se debe crear un archivo con las acciones dinámicas a aplicar al modelo.

En caso de ser un registro sísmico, el archivo debe tener la siguiente estructura

$$\begin{matrix} t_1 & \ddot{x}_{g,1} \\ t_2 & \ddot{x}_{g,2} \\ \vdots & \vdots \\ t_k & \ddot{x}_{g,k} \end{matrix},$$

donde $t_1, t_2, \ldots, t_k$ son los tiempos de medición del acelerograma; y $\ddot{x}_{g,1}, \ddot{x}_{g,2}, \ldots, \ddot{x}_{g,k}$ son las aceleraciones correspondientes. El script permite realizar el análisis con un conjunto de acelerogramas para ello, los registros deben tener las mismas unidades.

El script también permite que las acciones externas sean fuerzas aplicadas en las masas, para ello, el archivo debe tener la siguiente estructura

$$\begin{matrix} t_1 & F_{e(1,1)} & F_{e(2,1)} & \cdots & F_{e(n,1)} \\ t_2 & F_{e(1,2)} & F_{e(2,2)} & \cdots & F_{e(n,2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ t_k & F_{e(1,k)} & F_{e(2,k)} & \cdots & F_{e(n,k)} \end{matrix},$$

donde $t_1, t_2, \ldots, t_k$ son los tiempos de medición del registro de fuerzas; $F_{e(i,j)}$ es la fuerza externa en el instante t_j en el i-ésimo nivel. Las unidades de las fuerzas son N.

Además, el script permite realizar un análisis considerando no linealidad cinemática, al permitir que las fuerzas externas sean una simulación de velocidades de viento. El archivo debe tener la siguiente estructura

$$\begin{matrix} t_1 & U_{(1,1)} & U_{(2,1)} & \cdots & U_{(n,1)} \\ t_2 & U_{(1,2)} & U_{(2,2)} & \cdots & U_{(n,2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ t_k & U_{(1,k)} & U_{(2,k)} & \cdots & U_{(n,k)} \end{matrix},$$

donde $t_1, t_2, \ldots, t_k$ son los tiempos de medición del registro de velocidades; $U_{(i,j)}$ es la velocidad simulada (media más ráfaga) en el instante t_j en el i-ésimo nivel. Las unidades de las velocidades son $\mathrm{m\,s^{-1}}$.

Para obtener las fuerzas debidas al viento cuando se carga una simulación de velocidades, se requiere de un archivo complementario que contenga las propiedades aeroelásticas de la estructura por nivel, es decir, contiene los coeficientes del producto $\rho_j C_{d,j} A_j$, donde ρ_j es la densidad del aire en la altura del j-ésimo nivel en $\mathrm{kg\,m^{-3}}$; $C_{d,j}$ es el coeficiente de arrastre en el j-ésimo nivel y A_j es el área transversal expuesta al viento en la dirección longitudinal del j-ésimo nivel en $\mathrm{m^2}$. El archivo requerido debe tener la siguiente estructura.

$$\begin{matrix} \rho_1 C_{d,1} A_1 \\ \rho_2 C_{d,2} A_2 \\ \vdots \\ \rho_n C_{d,n} A_n \end{matrix}.$$

Independientemente del tipo de análisis, se debe generar un archivo de texto delimitado, donde se encuentren colocados, en una columna, los nodos de control donde se requiera la impresión de la respuesta del análisis dinámico, (ver Figura 9.62).

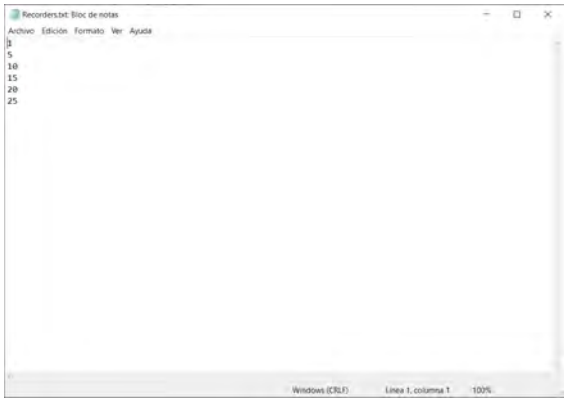


FIGURA 9.62: Nodos de control

Además, se debe incluir un archivo de texto delimitado con las propiedades de la cimentación, el archivo debe tener la siguiente estructura

$$\begin{matrix} m_0 \\ I_{m,0} \\ k_t \\ k_\theta \\ c_t \\ c_\theta \end{matrix}',$$

donde m_0 es la masa de la cimentación en kg; $I_{m,0}$ es el momento de inercia de la cimentación en $\mathrm{kg\,m^2}$; k_t es el coeficiente de rigidez traslacional de la cimentación en $\mathrm{N\,m^{-1}}$; k_θ es el coeficiente de rigidez rotacional de la cimentación en N m; c_t es el coeficiente de amortiguamiento traslacional de la cimentación en $\mathrm{N\,s\,m^{-1}}$; y c_θ es el coeficiente de amortiguamiento rotacional de la cimentación en N s m.

Finalmente, se requiere un archivo con las propiedades de los dispositivos de control, para el caso de masas sintonizadas o péndulos el archivo debe tener la siguiente estructura

$$\begin{matrix} n_1 & m_1 & \mu_1 \\ n_2 & m_2 & \mu_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ n_k & m_k & \mu_k \end{matrix}',$$

donde $n_1, n_2, \ldots, n_k$ son los niveles donde se ubican los dispositivos; $m_1, m_2, \ldots, m_k$ son los modos de sintonización de los dispositivos; y $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_k$ son las relaciones de masa de los dispositivos. Cuando se trata de amortiguadores de líquidos sintonizados, la estructura es

$$\begin{matrix} n_1 & m_1 & \mu_{LC,1} & \mu_{S,1} & \rho_1 \\ n_2 & m_2 & \mu_{LC,2} & \mu_{S,2} & \rho_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ n_k & m_k & \mu_{LC,k} & \mu_{S,k} & \rho_k \end{matrix}',$$

donde $n_1, n_2, \ldots, n_k$ son los niveles donde se ubican los dispositivos; $m_1, m_2, \ldots, m_k$ son los modos de sintonización de los dispositivos; $\mu_{LC,1}, \mu_{LC,2}, \ldots, \mu_{LC,k}$ son las relaciones de masa de los dispositivos en la dirección donde actúa el amortiguador de columna de líquido; $\mu_{S,1}, \mu_{S,2}, \ldots, \mu_{S,k}$ son las relaciones de masa de los dispositivos en la dirección donde actúa el amortiguador de agitación; y $\rho_1, \rho_2, \ldots, \rho_k$ son las densidades del líquido para cada dispositivo.

Ejecución del programa

Una vez generados y almacenados los archivos necesarios, se procede a ejecutar el script (ver Figura 9.63). Durante la ejecución, se pide que seleccione si el análisis es sísmico o

eólico, (ver Figura 9.64), y que introduzca el total de elementos en que se discretiza al modelo. A continuación, pregunta si la altura de la discretización es constante, (ver Figura 9.65), y su valor en caso de serlo, de lo contrario se pide que seleccione el archivo que contiene las alturas de los entrepisos, (ver Figura 9.66). Después debe introducirse el valor de la masa por unidad de longitud, $\bar{m}$, la forma de la sección transversal, (ver Figura 9.67), y el periodo fundamental, T_1. A continuación, se pregunta el tipo de comportamiento de la estructura, (ver Figura 9.68), y, si el comportamiento seleccionado es intermedio, se debe introducir el coeficiente de rigidez lateral, α. Previo al análisis, se pide que se introduzcan los valores del porcentaje de amortiguamiento crítico asociados al primer y segundo modo de la estructura y que se seleccione el archivo con las propiedades de la cimentación, (ver Figura 9.69). Además, pide que seleccione el tipo de dispositivo a utilizar, (ver Figura 9.70), y pide que seleccione el archivo con las propiedades del dispositivo (ver Figura 9.71). En caso de seleccionar líquidos sintonizados, pregunta si el funcionamiento es como columna de líquido, (ver Figura 9.72), mientras que en caso de seleccionar péndulos, pregunta por el tipo de respuesta a controlar, (ver Figura 9.73). Si se trata de un análisis sísmico, se solicita que seleccione el directorio donde se encuentran los acelerogramas, (ver Figura 9.74), y que introduzca el factor de conversión de las unidades a $\mathrm{m\,s^{-2}}$. En caso de ser análisis eólico se pide que seleccione el archivo de acciones, (ver Figura 9.75), y una vez seleccionado, pregunta si se trata de un registro de fuerzas o de velocidades, (ver Figura 9.76), en caso de que se trate de un registro de velocidades, se solicita que seleccione el archivo con las propiedades aeroelásticas, (ver Figura 9.77). Finalmente, se solicita que seleccione el archivo con los números de los nodos de control, (ver Figura 9.78).

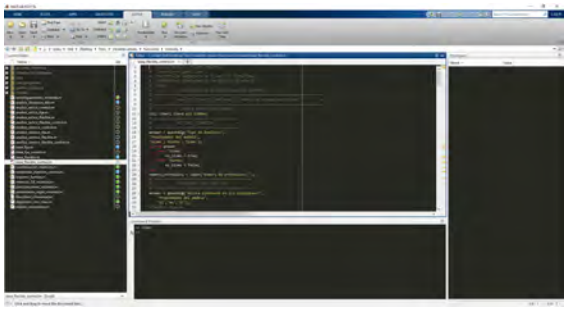


FIGURA 9.63: Ejecución del script

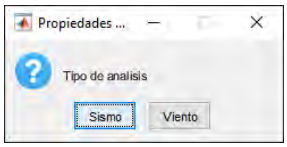


FIGURA 9.64: Selección del tipo de análisis

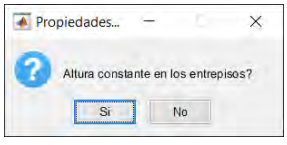


FIGURA 9.65: Tipo de discretización

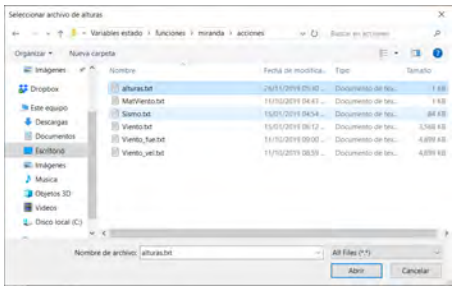


FIGURA 9.66: Selección del archivo con alturas de la discretización

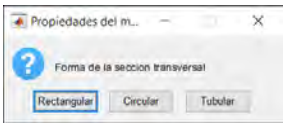


FIGURA 9.67: Selección del tipo de forma transversal

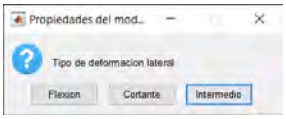


FIGURA 9.68: Selección del tipo de deformación lateral

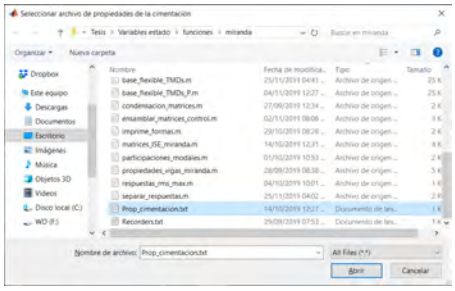


FIGURA 9.69: Selección del archivo de propiedades de la cimentación

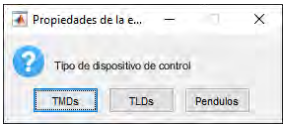


FIGURA 9.70: Selección del tipo de dispositivo de control

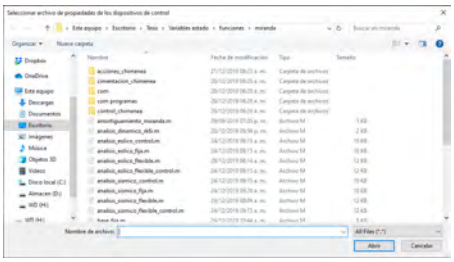


FIGURA 9.71: Selección del archivo con las propiedades de los dispositivos de control

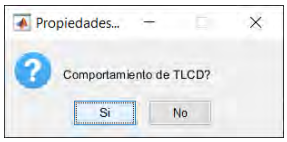


FIGURA 9.72: Selección del comportamiento de los amortiguadores de líquidos sintonizados

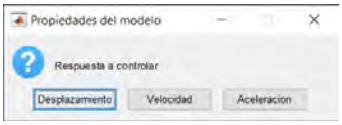


FIGURA 9.73: Selección de la respuesta a controlar de los péndulos

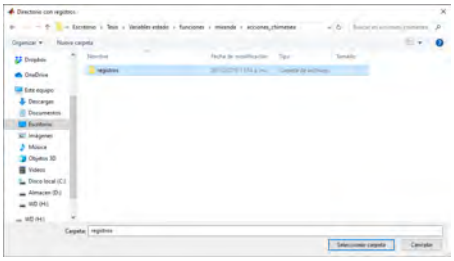


FIGURA 9.74: Selección de la carpeta con los registros sísmicos

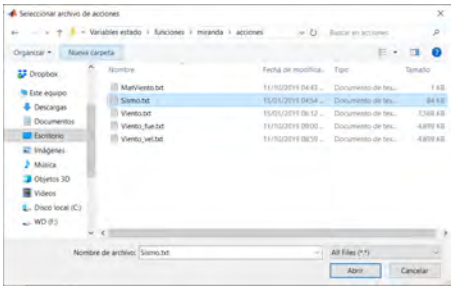


FIGURA 9.75: Selección del archivo de acciones eólicas

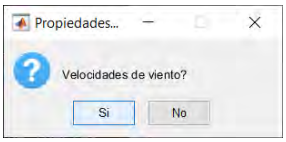


FIGURA 9.76: Selección del tipo de acciones

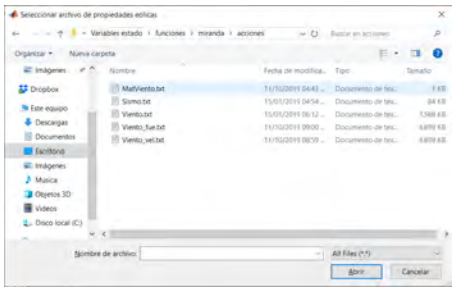


FIGURA 9.77: Selección del archivo de propiedades aeroelásticas

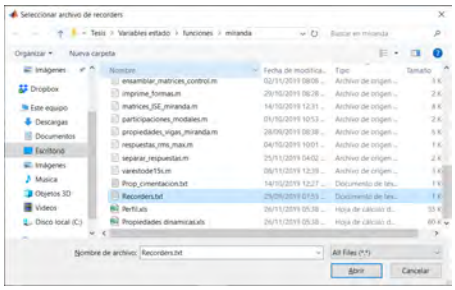


FIGURA 9.78: Selección del archivo de los nodos de control

Resultados del programa

El script crea tres directorios de salida: Formas, Respuestas y Perfiles, las cuales contienen archivos de gráficos vectoriales (eps). En la carpeta Formas, (ver Figura 9.79), se colocan las gráficas de las formas modales de las vigas de flexión y cortante, (ver Figura 9.80). La carpeta Respuestas, (ver Figura 9.81), contiene las gráficas de la respuesta dinámica de los nodos de control y el cortante y momento en la base; el nombre de los archivos de la respuesta de la estructura está conformado por el nombre del archivo de acciones y un sufijo, que está conformado por una letra y un número. La letra D corresponde a desplazamientos, V a velocidades, y A a aceleraciones; el número del sufijo corresponde al nivel graficado, (ver Figura 9.82). El archivo de cortante tiene el sufijo VB y el de momento, MB. La carpeta Perfiles, (ver Figura 9.83), contiene los perfiles de los valores máximos absolutos por nivel de la estructura obtenida en el análisis dinámico y el valor RMS de la respuesta por nivel de la estructura, para desplazamientos, velocidades, aceleraciones y distorsiones de entrepiso, (ver Figura 9.84).

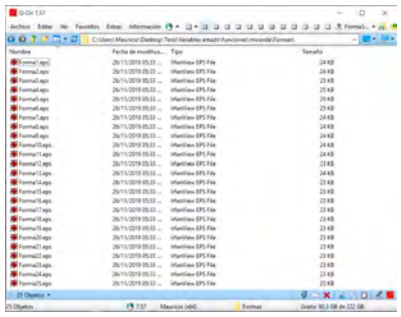


FIGURA 9.79: Directorio con las gráficas de las formas modales

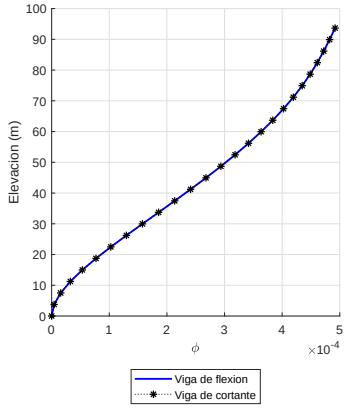


FIGURA 9.80: Formas modales de la estructura

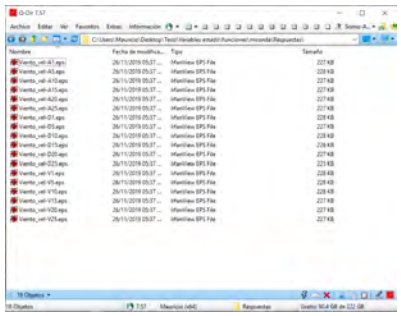


FIGURA 9.81: Directorio con las gráficas de las respuestas dinámicas

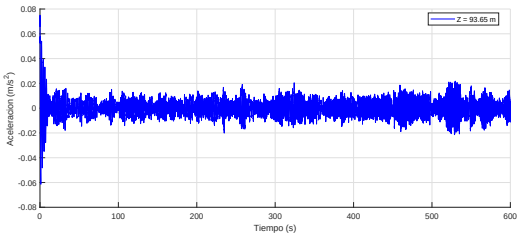


FIGURA 9.82: Respuesta dinámica de los grados de libertad

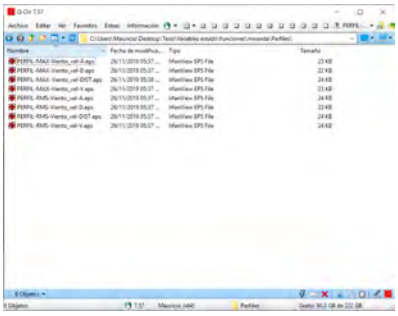


FIGURA 9.83: Directorio con las gráficas de los perfiles de la estructura

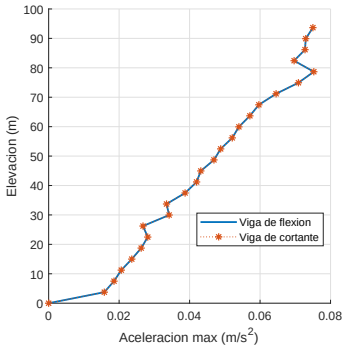


FIGURA 9.84: Perfiles de respuesta de la estructura

Además, se generan reportes de Excel. El archivo llamado Propiedades dinámicas, contiene un resumen con los periodos de vibrar, porcentajes de participación y las formas modales de la estructura, (ver Figura 9.85). El archivo cuyo nombre inicia con Perfil, contiene los perfiles de respuesta máxima absoluta y RMS de desplazamiento, velocidad, aceleración y distorsión de entrepiso por análisis, (ver Figura 9.86). Y el archivo cuyo nombre inicia con Acciones base, contiene el cortante y momento en la base en el dominio del tiempo, y sus valores máximos y RMS, (ver Figura 9.87).

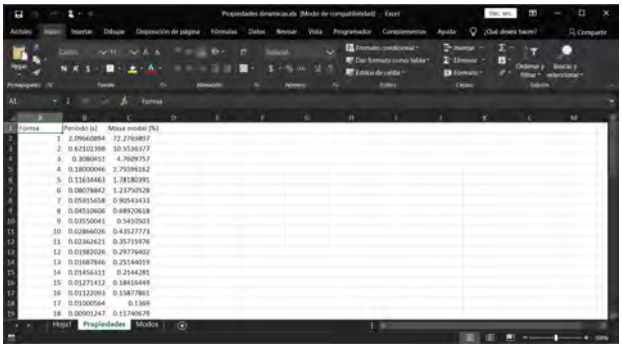


FIGURA 9.85: Archivo de propiedades dinámicas

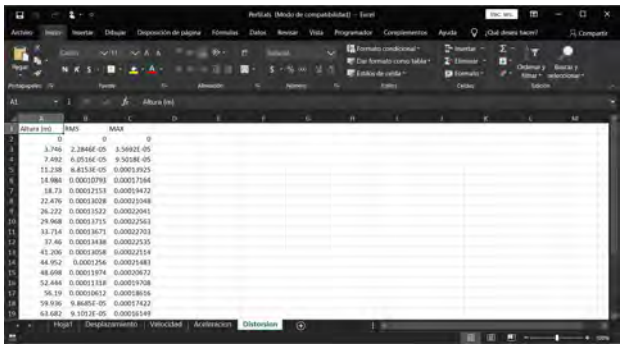


FIGURA 9.86: Archivo de perfiles

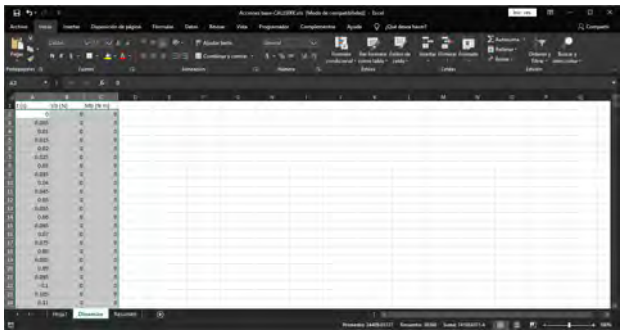


FIGURA 9.87: Archivo de elementos mecánicos en la cimentación

9.C. Manual de usuario Flexion_NL.m

9.C.1. Generalidades

Se presenta el manual de usuario del script de MatLab llamado Flexion_NL.m. El script permite diseñar y colocar n dispositivos de control, y conocer la respuesta dinámica inelástica de una estructura formada por elementos linea de concreto reforzado donde las articulaciones tienen comportamiento no lineal de flexión con control, (ver Figura 9.88). Los dispositivos de control admitidos son amortiguadores de masas sintonizadas, amortiguadores de columna de líquido de agitación sintonizado, y péndulos. Se emplea el integrador RK6-I con cuadraturas rectangulares y el método de analogía de la fuerza (FAM).

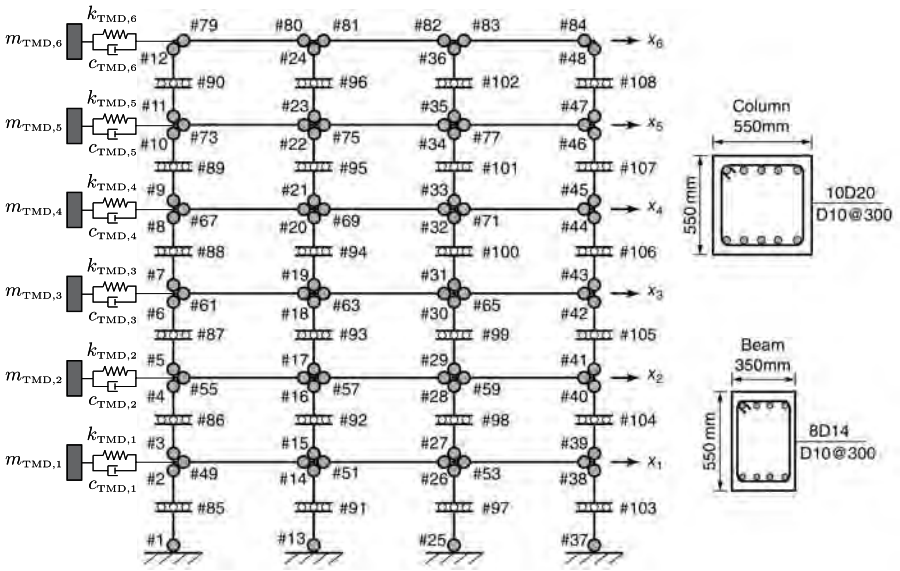


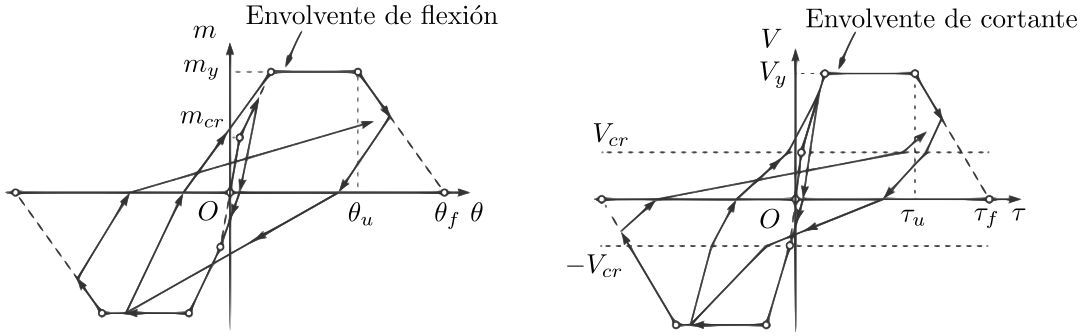
FIGURA 9.88: Ejemplo de modelo no lineal con base fija y control

Se requiere conocer de la estructura la matriz de masas de los grados de libertad traslacionales $\mathbf{M}_{dd}$; la matriz de amortiguamiento $\mathbf{C}_{dd}$; la matriz de rigidez de los grados de libertad de la estructura $\mathbf{K}$, la matriz de rigidez que relaciona la rotación plástica con la fuerza restauradora $\mathbf{K}'$; la matriz de rigidez que relaciona la rotación plástica con el momento residual $\mathbf{K}''$; las propiedades de las envolventes de la articulación plástica y las alturas de los niveles de la estructura. De los dispositivos de control se requiere conocer el modo de sintonización y el nivel donde se ubican; además, cuando se trata de masas sintonizadas o péndulos, se requiere el porcentaje entre la masa del dispositivo y la masa de la estructura en el modo de sintonización, mientras que, para líquidos sintonizados, se requiere el porcentaje entre la masa del TLCD y del TSD y la masa de la estructura en el modo de sintonización; y la densidad del líquido contenido. El dimensionamiento de los amortiguadores de masas sintonizadas se hace con la metodología propuesta en Bachmann et. al., 2012; el de los líquidos sintonizados con la metodología propuesta en Min, Kim y Lee, 2014; y los péndulos con la metodología propuesta en Gomez, 2007.

El script permite obtener la respuesta dinámica $\mathbf{x}(t)$, al aplicar una excitación externa en las masas $\mathbf{F}_e(z,t)$, un acelerograma $\ddot{\mathbf{x}}_g(t)$, o una simulación de velocidades de

viento $\mathbf{U}(z,t)$ de manera no lineal, es decir, $\mathbf{F}_e(t) = \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}\mathbf{C}_d\mathbf{A}(\mathbf{U}(t))^2 - \boldsymbol{\rho}\mathbf{C}_d\mathbf{A}\mathbf{U}(t)\dot{\mathbf{x}}(t) + \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}\mathbf{C}_d\mathbf{A}(\dot{\mathbf{x}}(t))^2$.

El modelo empleado separa el comportamiento total en uno de flexión y uno de cortante, (Li y Wong, 2014), El resultado es la suma de un comportamiento con relación momento-rotación para la flexión y uno con relación fuerza-desplazamiento para el cortante, (ver Figura 9.89). El comportamiento histerético se puede obtener de un ensayo experimental, o de manera analítica empleando el análisis momento-curvatura para la articulación de flexión propuesto en Park y Paulay, 1975, y la teoría modificada del área de compresión (MCFT por las siglas en inglés modified compression field theory), propuesta en Vecchio y Collins, 1988.



(A) Flexión (B) Cortante

FIGURA 9.89: Modelos histeréticos. (Adaptado de Li y Wong, 2014)

La base del modelo histerético de flexión fue propuesta en Takeda, Sozen y Nielsen, 1970, mientras que la base del modelo de cortante fue propuesta en Xu y Zhang, 2011. Los modelos combinados son capaces de simular la degradación de rigidez, de resistencia y el "pinching", (adelgazamiento de los lazos de histéresis debido a la abertura y cierre de grietas).

Para poder caracterizar la envolvente de flexión, deben determinarse de forma experimental o analítica los momentos de agrietamiento, m_{cr}; y de fluencia, m_y. También se requieren las rotaciones de agrietamiento, θ_{cr}; de fluencia, θ_y; de inicio de la degradación de resistencia, θ_u; y de fractura θ_f. De manera análoga, se deben determinar los puntos correspondientes en la envolvente de cortante.

El funcionamiento del programa realiza la condensación estática de los grados de libertad rotacionales disminuyendo el tamaño del problema.

9.C.2. Modo de empleo

Archivos requeridos

Para la ejecución del script se requiere crear de manera externa un conjunto de archivos, que pueden almacenarse en indistintamente del directorio, el nombre o su extensión. Los formatos admitidos son de texto delimitados por tabulaciones o por comas, (ver Figura 9.90). Se debe crear un archivo individual que contenga las siguientes matrices:

- Matriz de masas

- Matriz de amortiguamiento
- Matriz de rigidez de los grados de libertad
- Matriz de rigidez que relaciona la rotación plástica con la fuerza restauradora
- Matriz de rigidez que relaciona la rotación plástica con el momento residual

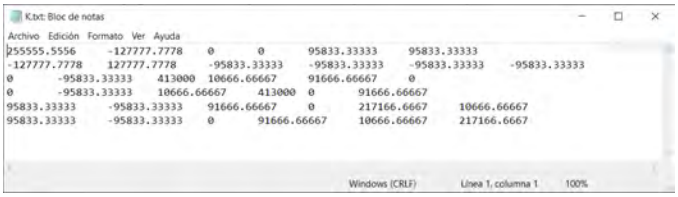


FIGURA 9.90: Archivo de datos delimitado por tabulaciones

También se debe colocar un archivo con las propiedades de las envolventes de las articulaciones plásticas, (ver Figura **??**). Las columnas deben contener en estricto orden los datos presentados en la Tabla **??**.

TABLA 9.40: Propiedades según el tipo de elemento

Flexión	m_{cr}	θ_{cr}	m_y	θ_y	θ_u	θ_f	0	0	1
Cortante	V_{cr}	δ_{cr}	V_y	δ_y	δ_u	δ_f	N	N_0	0

donde N es la carga axial aplicada en el elemento; y N_0 es la carga axial nominal del elemento.

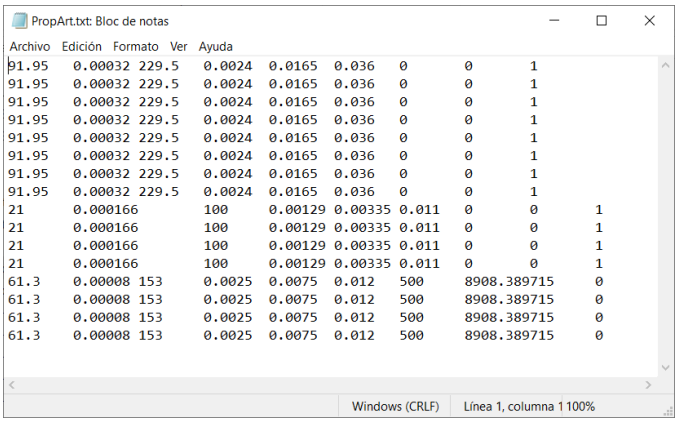


FIGURA 9.91: Propiedades de las articulaciones plásticas

Se deben crear los archivos con las acciones dinámicas a aplicar al modelo. En caso de ser registros sísmicos, los archivos deben tener la siguiente estructura

$$\begin{matrix} t_1 & \ddot{x}_{g,1} \\ t_2 & \ddot{x}_{g,2} \\ \vdots & \vdots \\ t_k & \ddot{x}_{g,k} \end{matrix}',$$

donde $t_1, t_2, \ldots, t_k$ son los tiempos de medición del acelerograma; y $\ddot{x}_{g,1}, \ddot{x}_{g,2}, \ldots, \ddot{x}_{g,k}$ son las aceleraciones correspondientes. El script permite realizar el análisis con un conjunto de acelerogramas para ello, los registros deben tener las mismas unidades y estar colocados en el mismo directorio. Las unidades de los resultados del programa son kN y m, para facilitar la entrada de datos, al leer los registros el programa pregunta por el factor de conversión de unidades. Además, permite escalar los registros de manera interna.

El script también permite que las acciones externas sean fuerzas aplicadas en las masas, para ello, el archivo debe tener la siguiente estructura

$$\begin{matrix} t_1 & F_{e(1,1)} & F_{e(2,1)} & \cdots & F_{e(n,1)} \\ t_2 & F_{e(1,2)} & F_{e(2,2)} & \cdots & F_{e(n,2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ t_k & F_{e(1,k)} & F_{e(2,k)} & \cdots & F_{e(n,k)} \end{matrix},$$

donde $t_1, t_2, \ldots, t_k$ son los tiempos de medición del registro de fuerzas; $F_{e(i,j)}$ es la fuerza externa en el instante t_j en el i-ésimo nivel. El script pregunta por el factor de conversión de unidades de las fuerzas a kN.

Además, el script permite realizar un análisis considerando no linealidad cinemática, al permitir que las fuerzas externas sean una simulación de velocidades de viento. El archivo debe tener la siguiente estructura

$$\begin{matrix} t_1 & U_{(1,1)} & U_{(2,1)} & \cdots & U_{(n,1)} \\ t_2 & U_{(1,2)} & U_{(2,2)} & \cdots & U_{(n,2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ t_k & U_{(1,k)} & U_{(2,k)} & \cdots & U_{(n,k)} \end{matrix},$$

donde $t_1, t_2, \ldots, t_k$ son los tiempos de medición del registro de velocidades; $U_{(i,j)}$ es la velocidad simulada (media más ráfaga) en el instante t_j en el i-ésimo nivel. Las unidades de las velocidades son $\mathrm{m\,s^{-1}}$.

Para obtener las fuerzas debidas al viento cuando se carga una simulación de velocidades, se requiere de un archivo complementario que contenga las propiedades aeroelásticas de la estructura por nivel, es decir, contiene los coeficientes del producto $\rho_j C_{d,j} A_j$, donde ρ_j es la densidad del aire en la altura del j-ésimo nivel en $\mathrm{kg\,m^{-3}}$; $C_{d,j}$ es el coeficiente de arrastre en el j-ésimo nivel y A_j es el área transversal expuesta al viento en la dirección longitudinal del j-ésimo nivel en $\mathrm{m^2}$. El archivo requerido debe tener la siguiente estructura.

$$\begin{matrix} \rho_1 C_{d,1} A_1 \\ \rho_2 C_{d,2} A_2 \\ \vdots \\ \rho_n C_{d,n} A_n \end{matrix}.$$

Debido a que las fuerzas obtenidas no son las de salida de resultados, el script pregunta por el factor de conversión de unidades de las fuerzas a kN.

Finalmente, se requiere un archivo con las propiedades de los dispositivos de control, para el caso de masas sintonizadas o péndulos el archivo debe tener la siguiente estructura

$$\begin{matrix} n_1 & m_1 & \mu_1 \\ n_2 & m_2 & \mu_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots\,' \\ n_k & m_k & \mu_k \end{matrix}$$

donde $n_1, n_2, \ldots, n_k$ son los niveles donde se ubican los dispositivos; $m_1, m_2, \ldots, m_k$ son los modos de sintonización de los dispositivos; y $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_k$ son las relaciones de masa de los dispositivos. Cuando se trata de amortiguadores de líquidos sintonizados, la estructura es

$$\begin{matrix} n_1 & m_1 & \mu_{LC,1} & \mu_{S,1} & \rho_1 \\ n_2 & m_2 & \mu_{LC,2} & \mu_{S,2} & \rho_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\,' \\ n_k & m_k & \mu_{LC,k} & \mu_{S,k} & \rho_k \end{matrix}$$

donde $n_1, n_2, \ldots, n_k$ son los niveles donde se ubican los dispositivos; $m_1, m_2, \ldots, m_k$ son los modos de sintonización de los dispositivos; $\mu_{LC,1}, \mu_{LC,2}, \ldots, \mu_{LC,k}$ son las relaciones de masa de los dispositivos en la dirección donde actúa el amortiguador de columna de líquido; $\mu_{S,1}, \mu_{S,2}, \ldots, \mu_{S,k}$ son las relaciones de masa de los dispositivos en la dirección donde actúa el amortiguador de agitación; y $\rho_1, \rho_2, \ldots, \rho_k$ son las densidades del líquido para cada dispositivo en $\mathrm{Mg\,m^{-3}}$.

Ejecución del programa

Una vez generados y almacenados los archivos necesarios, se procede a ejecutar el script (ver Figura 9.92). Durante la ejecución, pregunta si el análisis a realizar es sísmico o eólico, (ver Figura 9.93), y el tipo de dispositivo de control a utilizar, (ver Figura 9.94), a continuación, pide que seleccione los archivos con las matrices de masas, amortiguamiento, y rigideces, y los archivos que contienen las alturas de entrepiso del modelo, las propiedades de los dispositivos de control y las propiedades de las articulaciones plásticas, (ver Figura 9.95). En caso de seleccionar líquidos sintonizados, pregunta si el funcionamiento es como columna de líquido, (ver Figura 9.96), mientras que en caso de seleccionar péndulos, pregunta por el tipo de respuesta a controlar, (ver Figura 9.97). Si el análisis es sísmico, pide que seleccione la carpeta donde se encuentran los registros sísmicos, (ver Figura 9.98), y pregunta el factor de conversión de unidades a $\mathrm{m\,s^{-2}}$ y el factor de escalamiento de los registros. En caso de ser análisis eólico, se pide que seleccione el archivo de acciones, (ver Figura 9.99), y una vez seleccionado, pregunta si se trata de un registro de fuerzas o de velocidades, (ver Figura 9.100), en caso de que se trate de un registro de velocidades, se solicita que seleccione el archivo con las propiedades aeroelásticas, (ver Figura 9.101). En cualquiera de los casos, pide el factor de conversión de unidades de las fuerzas a kN. Finalmente, solicita que seleccione si en el

formato de la impresión de los resultados de las articulaciones plásticas se incluya la curva envolvente (ver Figura 9.102).

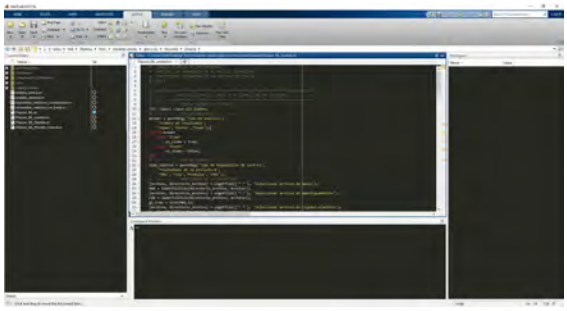


FIGURA 9.92: Ejecución del script

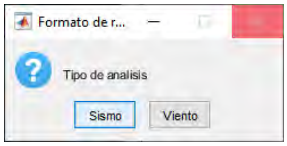


FIGURA 9.93: Selección del tipo de análisis

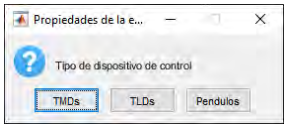


FIGURA 9.94: Selección del tipo de dispositivo de control

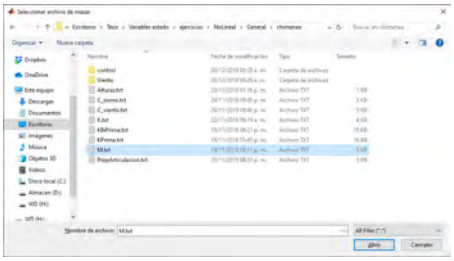


FIGURA 9.95: Selección de los archivos requeridos

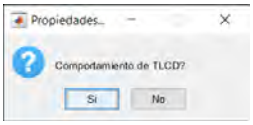


FIGURA 9.96: Selección del comportamiento de los amortiguadores de líquidos sintonizados

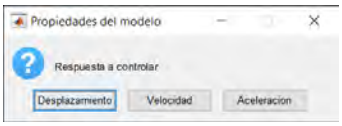


FIGURA 9.97: Selección de la respuesta a controlar de los péndulos

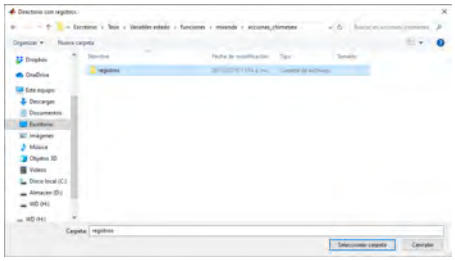


FIGURA 9.98: Selección de la carpeta con los registros sísmicos

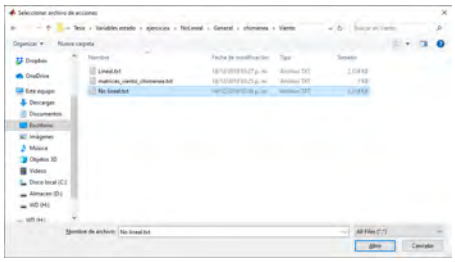


FIGURA 9.99: Selección del archivo de acciones eólicas

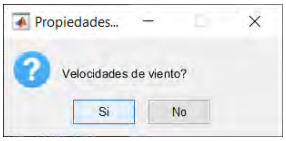


FIGURA 9.100: Selección del tipo de acciones eólicas

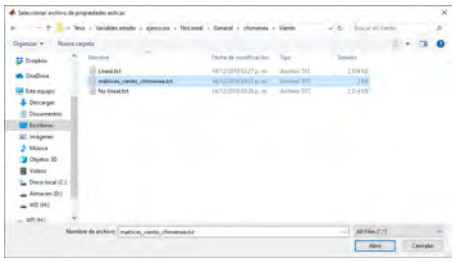


FIGURA 9.101: Selección del archivo de propiedades aeroelásticas

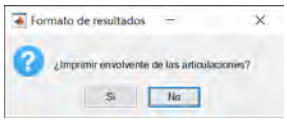
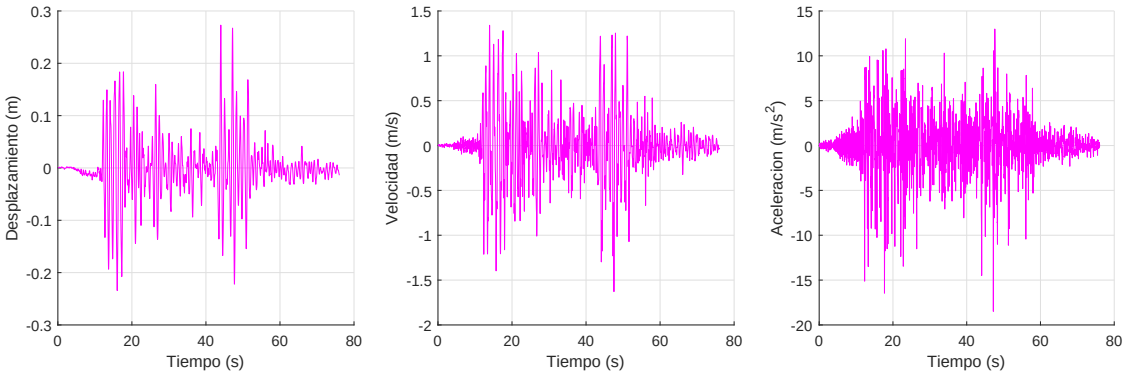


FIGURA 9.102: Impresión de la envolvente de las articulaciones

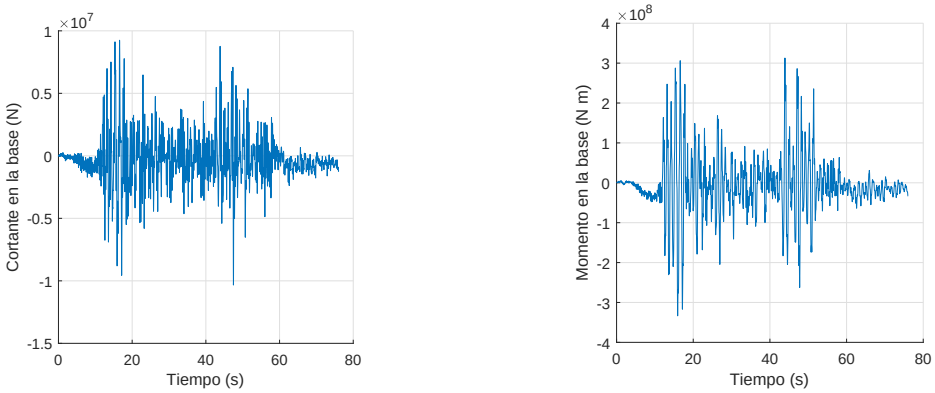
Resultados del programa

El script crea, para cada análisis, la respuesta inelástica de desplazamiento, velocidad y aceleración de todos los grados de libertad traslacionales, (ver Figura 9.103), y el cortante y momento en la base, (ver Figura 9.104). Además, si se incursiona en el intervalo inelástico, se generan los resultados de las articulaciones que lo hayan hecho, (ver Figura 9.105).



(A) Desplazamiento (B) Velocidad (C) Aceleración

FIGURA 9.103: Respuesta de los grados de libertad traslacionales

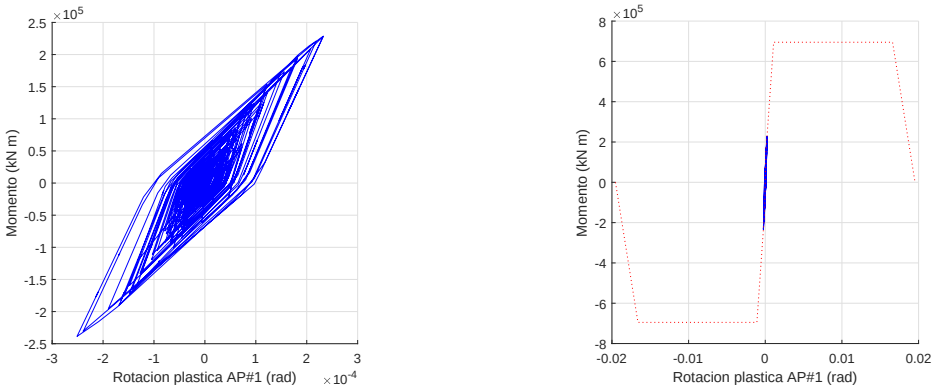


(A) Cortante (B) Momento

FIGURA 9.104: Elementos mecánicos en la base

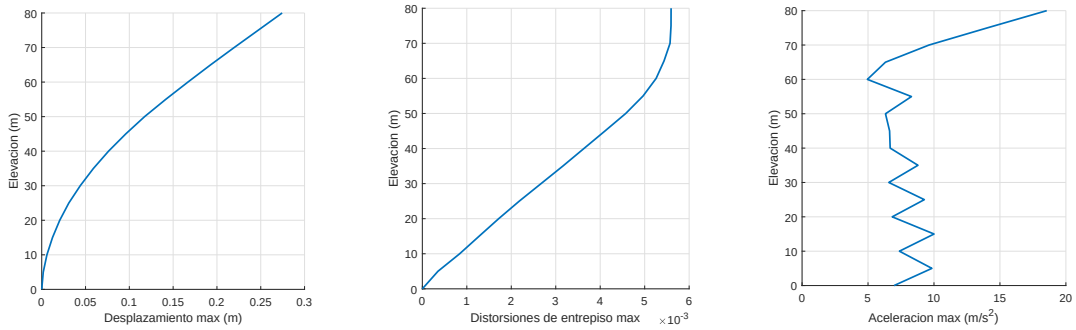
También se crea un directorio llamado Perfiles, donde se colocan los perfiles máximos y RMS de desplazamiento, velocidad, aceleración y distorsión de cada análisis realizado, (ver Figura 9.106).

Así mismo, se exportan los resultados a una hoja de cálculo de Excel por análisis, donde se imprimen las respuestas dinámicas, el nivel de daño de las articulaciones de acuerdo



(A) Sin envolvente (B) Con envolvente

FIGURA 9.105: Respuesta de las articulaciones plásticas



(A) Desplazamiento (B) Velocidad (C) Aceleración

FIGURA 9.106: Perfiles de respuesta

con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000, y los elementos mecánicos en la base, (ver Figura 9.107). Finalmente, se genera un archivo de Excel, que incluye los perfiles máximos y RMS de desplazamiento, velocidad, aceleración y distorsión de cada análisis realizado, (ver Figura 9.108).

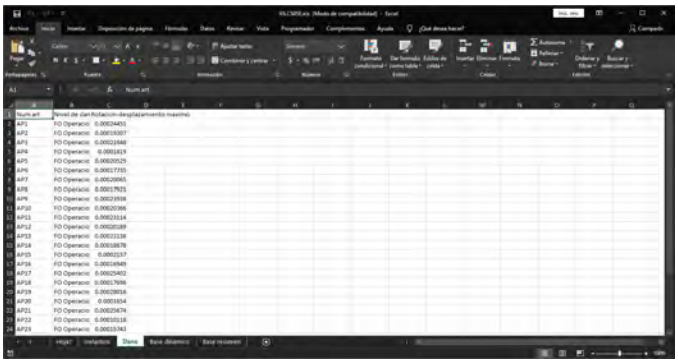


FIGURA 9.107: Resultados en Excel

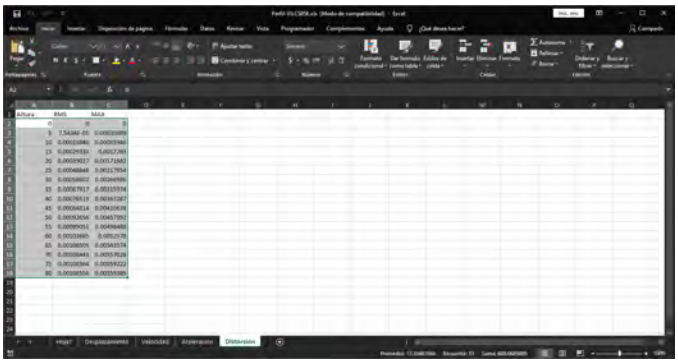


FIGURA 9.108: Perfiles en Excel

9.D. Manual de usuario Flexion_NL_flexible_control.m

9.D.1. Generalidades

Se presenta el manual de usuario del script de MatLab llamado Flexion_NL_flexible_control.m. El script permite diseñar y colocar n dispositivos de control, y conocer la respuesta dinámica inelástica de una estructura formada por elementos linea de concreto reforzado donde las articulaciones tienen comportamiento no lineal de flexión con control considerando interacción suelo-estructura, (ver Figura 9.109). Se emplea el integrador RK6-I con cuadraturas rectangulares y el método de analogía de la fuerza (FAM).

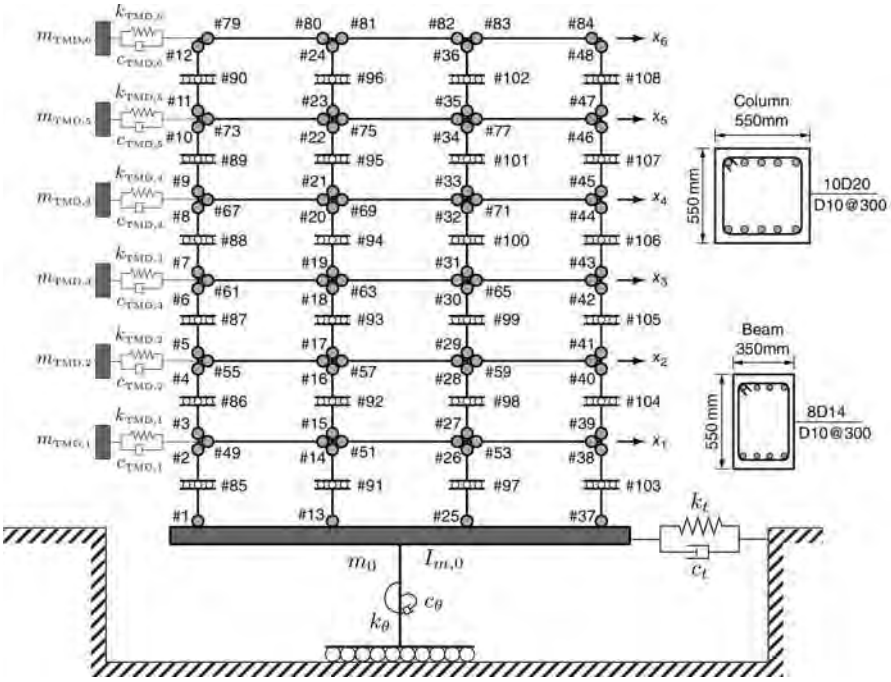


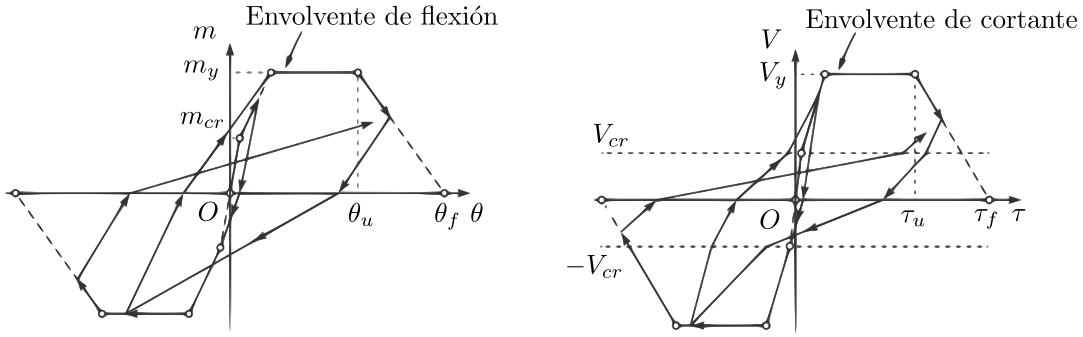
FIGURA 9.109: Ejemplo del modelo no lineal con base flexible y control

Se requiere conocer de la estructura la matriz de masas de los grados de libertad traslacionales $\mathbf{M}_{dd}$; la matriz de amortiguamiento $\mathbf{C}_{dd}$; la matriz de rigidez de los grados de libertad de la estructura $\mathbf{K}$, la matriz de rigidez que relaciona la rotación plástica con la fuerza restauradora $\mathbf{K}'$; la matriz de rigidez que relaciona la rotación plástica con el momento residual $\mathbf{K}''$; las propiedades de las envolventes de la articulación plástica y las alturas de los niveles de la estructura. De la cimentación se requiere conocer su masa m_0; el momento de inercia $I_{m,0}$; el coeficiente de amortiguamiento traslacional c_t; el coeficiente de rigidez traslacional k_t; el coeficiente de amortiguamiento rotacional c_θ; y el coeficiente de rigidez rotacional k_θ. De los dispositivos de control se requiere conocer el modo de sintonización y el nivel donde se ubican; además, cuando se trata de masas sintonizadas o péndulos, se requiere el porcentaje entre la masa del dispositivo y la masa de la estructura en el modo de sintonización, mientras que, para líquidos sintonizados, se requiere el porcentaje entre la masa del TLCD y del TSD y la masa de la estructura en el modo de sintonización; y la densidad del líquido contenido. El dimensionamiento de los amortiguadores de masas sintonizadas se hace con la metodología propuesta en

Bachmann et. al., 2012; el de los líquidos sintonizados con la metodología propuesta en Min, Kim y Lee, 2014; y los péndulos con la metodología propuesta en Gomez, 2007.

El script permite obtener la respuesta dinámica $\mathbf{x}(t)$, al aplicar una excitación externa en las masas $\mathbf{F}_e(z,t)$, un acelerograma $\ddot{\mathbf{x}}_g(t)$, o una simulación de velocidades de viento $\mathbf{U}(z,t)$ de manera no lineal, es decir, $\mathbf{F}_e(t) = \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}\mathbf{C}_d\mathbf{A}(\mathbf{U}(t))^2 - \boldsymbol{\rho}\mathbf{C}_d\mathbf{A}\mathbf{U}(t)\dot{\mathbf{x}}(t) + \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}\mathbf{C}_d\mathbf{A}(\dot{\mathbf{x}}(t))^2$.

El modelo empleado separa el comportamiento total en uno de flexión y uno de cortante, (Li y Wong, 2014), El resultado es la suma de un comportamiento con relación momento-rotación para la flexión y uno con relación fuerza-desplazamiento para el cortante, (ver Figura 9.110). El comportamiento histerético se puede obtener de un ensayo experimental, o de manera analítica empleando el análisis momento-curvatura para la articulación de flexión propuesto en Park y Paulay, 1975, y la teoría modificada del área de compresión (MCFT por las siglas en inglés modified compression field theory), propuesta en Vecchio y Collins, 1988.



(A) Flexión (B) Cortante

FIGURA 9.110: Modelos histeréticos. (Adaptado de Li y Wong, 2014)

La base del modelo histerético de flexión fue propuesta en Takeda, Sozen y Nielsen, 1970, mientras que la base del modelo de cortante fue propuesta en Xu y Zhang, 2011. Los modelos combinados son capaces de simular la degradación de rigidez, de resistencia y el "pinching", (adelgazamiento de los lazos de histéresis debido a la abertura y cierre de grietas).

Para poder caracterizar la envolvente de flexión, deben determinarse de forma experimental o analítica los momentos de agrietamiento, m_{cr}; y de fluencia, m_y. También se requieren las rotaciones de agrietamiento, θ_{cr}; de fluencia, θ_y; de inicio de la degradación de resistencia, θ_u; y de fractura θ_f. De manera análoga, se deben determinar los puntos correspondientes en la envolvente de cortante.

El funcionamiento del programa realiza la condensación estática de los grados de libertad rotacionales disminuyendo el tamaño del problema.

9.D.2. Modo de empleo

Archivos requeridos

Para la ejecución del script se requiere crear de manera externa un conjunto de archivos, que pueden almacenarse en indistintamente del directorio, el nombre o su extensión. Los formatos admitidos son de texto delimitados por tabulaciones o por comas, (ver Figura 9.111). Se debe crear un archivo individual que contenga las siguientes matrices:

- Matriz de masas
- Matriz de amortiguamiento
- Matriz de rigidez de los grados de libertad
- Matriz de rigidez que relaciona la rotación plástica con la fuerza restauradora
- Matriz de rigidez que relaciona la rotación plástica con el momento residual

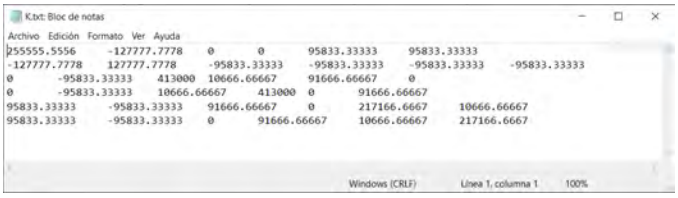


FIGURA 9.111: Archivo de datos delimitado por tabulaciones

También se debe colocar un archivo con las propiedades de las envolventes de las articulaciones plásticas, (ver Figura 9.112). Las columnas deben contener en estricto orden los datos presentados en la Tabla **??**.

TABLA 9.41: Propiedades según el tipo de elemento

Flexión	m_{cr}	θ_{cr}	m_y	θ_y	θ_u	θ_f	0	0	1
Cortante	V_{cr}	δ_{cr}	V_y	δ_y	δ_u	δ_f	N	N_0	0

donde N es la carga axial aplicada en el elemento; y N_0 es la carga axial nominal del elemento.

Se deben crear los archivos con las acciones dinámicas a aplicar al modelo. En caso de ser registros sísmicos, los archivos deben tener la siguiente estructura

$$\begin{matrix} t_1 & \ddot{x}_{g,1} \\ t_2 & \ddot{x}_{g,2} \\ \vdots & \vdots \\ t_k & \ddot{x}_{g,k} \end{matrix},$$

donde $t_1, t_2, \ldots, t_k$ son los tiempos de medición del acelerograma; y $\ddot{x}_{g,1}, \ddot{x}_{g,2}, \ldots, \ddot{x}_{g,k}$ son las aceleraciones correspondientes. El script permite realizar el análisis con un conjunto de acelerogramas para ello, los registros deben tener las mismas unidades y estar colocados en el mismo directorio. Las unidades de los resultados del programa son kN y m,

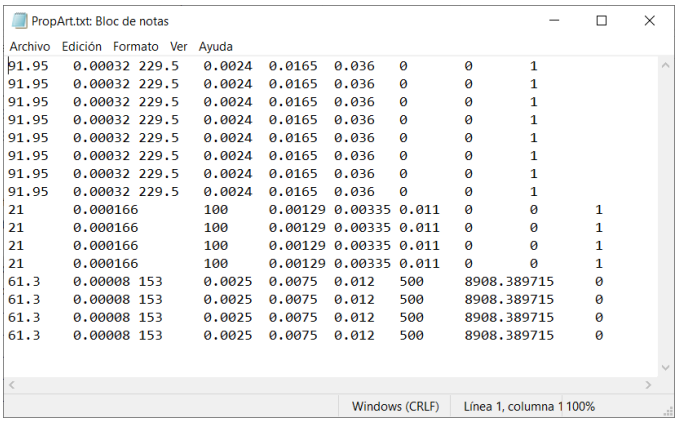


FIGURA 9.112: Propiedades de las articulaciones plásticas

para facilitar la entrada de datos, al leer los registros el programa pregunta por el factor de conversión de unidades. Además, permite escalar los registros de manera interna.

El script también permite que las acciones externas sean fuerzas aplicadas en las masas, para ello, el archivo debe tener la siguiente estructura

$$\begin{matrix} t_1 & F_{e(1,1)} & F_{e(2,1)} & \cdots & F_{e(n,1)} \\ t_2 & F_{e(1,2)} & F_{e(2,2)} & \cdots & F_{e(n,2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ t_k & F_{e(1,k)} & F_{e(2,k)} & \cdots & F_{e(n,k)} \end{matrix},$$

donde $t_1, t_2, \ldots, t_k$ son los tiempos de medición del registro de fuerzas; $F_{e(i,j)}$ es la fuerza externa en el instante t_j en el i-ésimo nivel. El script pregunta por el factor de conversión de unidades de las fuerzas a kN.

Además, el script permite realizar un análisis considerando no linealidad cinemática, al permitir que las fuerzas externas sean una simulación de velocidades de viento. El archivo debe tener la siguiente estructura

$$\begin{matrix} t_1 & U_{(1,1)} & U_{(2,1)} & \cdots & U_{(n,1)} \\ t_2 & U_{(1,2)} & U_{(2,2)} & \cdots & U_{(n,2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ t_k & U_{(1,k)} & U_{(2,k)} & \cdots & U_{(n,k)} \end{matrix},$$

donde $t_1, t_2, \ldots, t_k$ son los tiempos de medición del registro de velocidades; $U_{(i,j)}$ es la velocidad simulada (media más ráfaga) en el instante t_j en el i-ésimo nivel. Las unidades de las velocidades son $\mathrm{m\,s^{-1}}$.

Para obtener las fuerzas debidas al viento cuando se carga una simulación de velocidades, se requiere de un archivo complementario que contenga las propiedades aeroelásticas de la estructura por nivel, es decir, contiene los coeficientes del producto $\rho_j C_{d,j} A_j$, donde ρ_j es la densidad del aire en la altura del j-ésimo nivel en $\mathrm{kg\,m^{-3}}$; $C_{d,j}$ es el coeficiente de arrastre en el j-ésimo nivel y A_j es el área transversal expuesta al viento

en la dirección longitudinal del j-ésimo nivel en m^2. El archivo requerido debe tener la siguiente estructura.

$$\begin{matrix} \rho_1 C_{d,1} A_1 \\ \rho_2 C_{d,2} A_2 \\ \vdots \\ \rho_n C_{d,n} A_n \end{matrix} .$$

Debido a que las fuerzas obtenidas no son las de salida de resultados, el script pregunta por el factor de conversión de unidades de las fuerzas a kN.

Además, se debe incluir un archivo de texto delimitado con las propiedades de la cimentación, el archivo debe tener la siguiente estructura

$$\begin{matrix} m_0 \\ I_{m,0} \\ k_t \\ k_\theta \\ c_t \\ c_\theta \end{matrix} ,$$

donde m_0 es la masa de la cimentación en Mg; $I_{m,0}$ es el momento de inercia de la cimentación en Mg m^2; k_t es el coeficiente de rigidez traslacional de la cimentación en kN m^{-1}; k_θ es el coeficiente de rigidez rotacional de la cimentación en kN m; c_t es el coeficiente de amortiguamiento traslacional de la cimentación en kN s m^{-1}; y c_θ es el coeficiente de amortiguamiento rotacional de la cimentación en kN s m.

Finalmente, se requiere un archivo con las propiedades de los dispositivos de control, para el caso de masas sintonizadas o péndulos el archivo debe tener la siguiente estructura

$$\begin{matrix} n_1 & m_1 & \mu_1 \\ n_2 & m_2 & \mu_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ n_k & m_k & \mu_k \end{matrix} ,$$

donde $n_1, n_2, \ldots, n_k$ son los niveles donde se ubican los dispositivos; $m_1, m_2, \ldots, m_k$ son los modos de sintonización de los dispositivos; y $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_k$ son las relaciones de masa de los dispositivos. Cuando se trata de amortiguadores de líquidos sintonizados, la estructura es

$$\begin{matrix} n_1 & m_1 & \mu_{LC,1} & \mu_{S,1} & \rho_1 \\ n_2 & m_2 & \mu_{LC,2} & \mu_{S,2} & \rho_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ n_k & m_k & \mu_{LC,k} & \mu_{S,k} & \rho_k \end{matrix} ,$$

donde $n_1, n_2, \ldots, n_k$ son los niveles donde se ubican los dispositivos; $m_1, m_2, \ldots, m_k$ son los modos de sintonización de los dispositivos; $\mu_{LC,1}, \mu_{LC,2}, \ldots, \mu_{LC,k}$ son las relaciones de masa de los dispositivos en la dirección donde actúa el amortiguador de columna de líquido; $\mu_{S,1}, \mu_{S,2}, \ldots, \mu_{S,k}$ son las relaciones de masa de los dispositivos en la dirección donde actúa el amortiguador de agitación; y $\rho_1, \rho_2, \ldots, \rho_k$ son las densidades del líquido para cada dispositivo en $\mathrm{Mg\,m^{-3}}$.

Ejecución del programa

Una vez generados y almacenados los archivos necesarios, se procede a ejecutar el script (ver Figura 9.113). Durante la ejecución, pregunta si el análisis a realizar es sísmico o eólico, (ver Figura 9.114), y el tipo de dispositivo de control a utilizar, (ver Figura 9.94), a continuación, pide que seleccione los archivos con las matrices de masas, amortiguamiento, y rigideces, y los archivos que contienen las alturas de entrepiso del modelo, las propiedades de la cimentación, las propiedades de los dispositivos de control y las propiedades de las articulaciones plásticas, (ver Figura 9.116). En caso de seleccionar líquidos sintonizados, pregunta si el funcionamiento es como columna de líquido, (ver Figura 9.96), mientras que en caso de seleccionar péndulos, pregunta por el tipo de respuesta a controlar, (ver Figura 9.97). Si el análisis es sísmico, pide que seleccione la carpeta donde se encuentran los registros sísmicos, (ver Figura 9.119), y pregunta el factor de conversión de unidades a $\mathrm{m\,s^{-2}}$ y el factor de escalamiento de los registros. En caso de ser análisis eólico, se pide que seleccione el archivo de acciones, (ver Figura 9.120), y una vez seleccionado, pregunta si se trata de un registro de fuerzas o de velocidades, (ver Figura 9.121), en caso de que se trate de un registro de velocidades, se solicita que seleccione el archivo con las propiedades aeroelásticas, (ver Figura 9.122). En cualquiera de los casos, pide el factor de conversión de unidades de las fuerzas a kN. Finalmente, solicita que seleccione si en el formato de la impresión de los resultados de las articulaciones plásticas se incluya la curva envolvente (ver Figura 9.123).

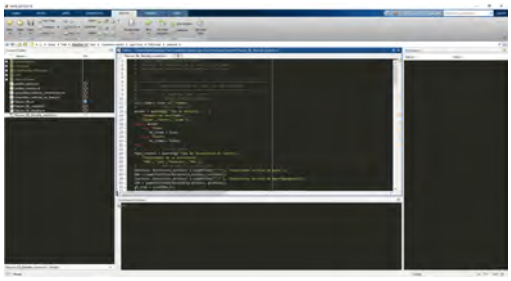


FIGURA 9.113: Ejecución del script

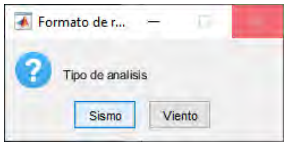


FIGURA 9.114: Selección del tipo de análisis

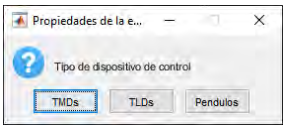


FIGURA 9.115: Selección del tipo de dispositivo de control

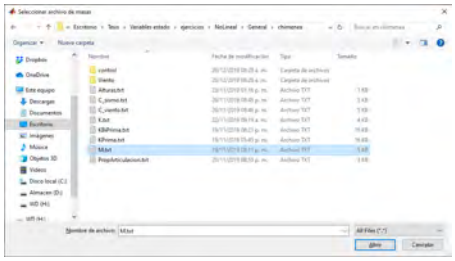


FIGURA 9.116: Selección de los archivos requeridos

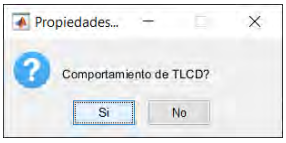


FIGURA 9.117: Selección del comportamiento de los amortiguadores de líquidos sintonizados

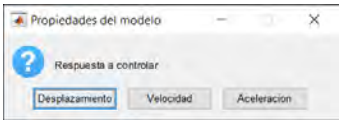


FIGURA 9.118: Selección de la respuesta a controlar de los péndulos

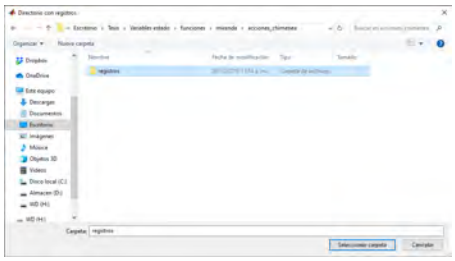


FIGURA 9.119: Selección de la carpeta con los registros sísmicos

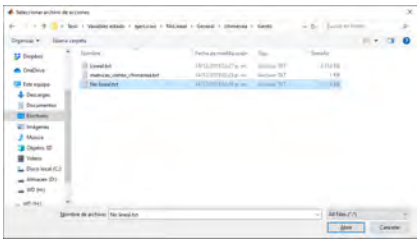


FIGURA 9.120: Selección del archivo de acciones eólicas

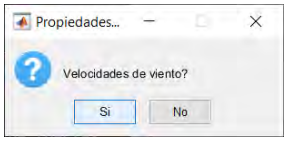


FIGURA 9.121: Selección del tipo de acciones eólicas

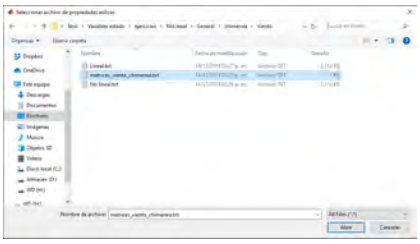


FIGURA 9.122: Selección del archivo de propiedades aeroelásticas

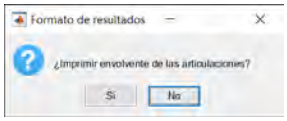
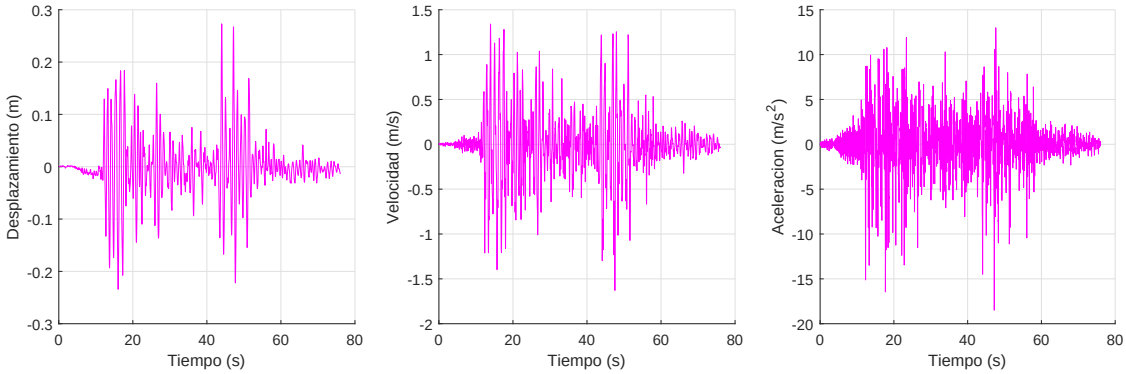


FIGURA 9.123: Impresión de la envolvente de las articulaciones

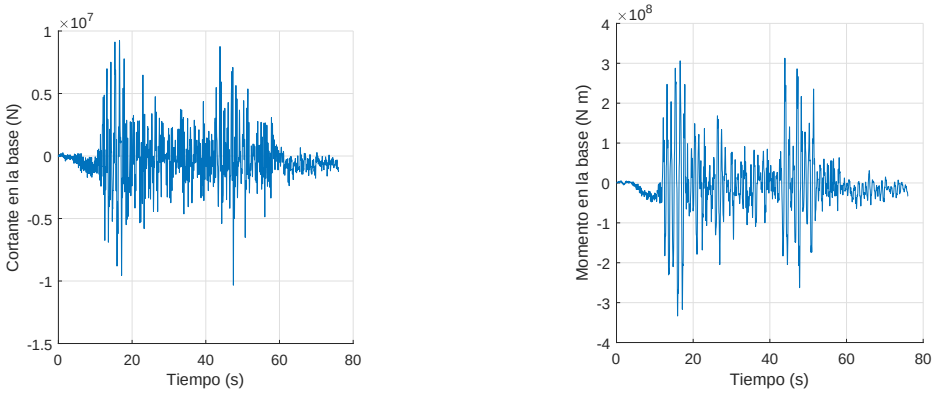
Resultados del programa

El script crea, para cada análisis, la respuesta inelástica de desplazamiento, velocidad y aceleración de todos los grados de libertad traslacionales, (ver Figura 9.124), y el cortante y momento en la base, (ver Figura 9.125). Además, si se incursiona en el intervalo inelástico, se generan los resultados de las articulaciones que lo hayan hecho, (ver Figura 9.126).



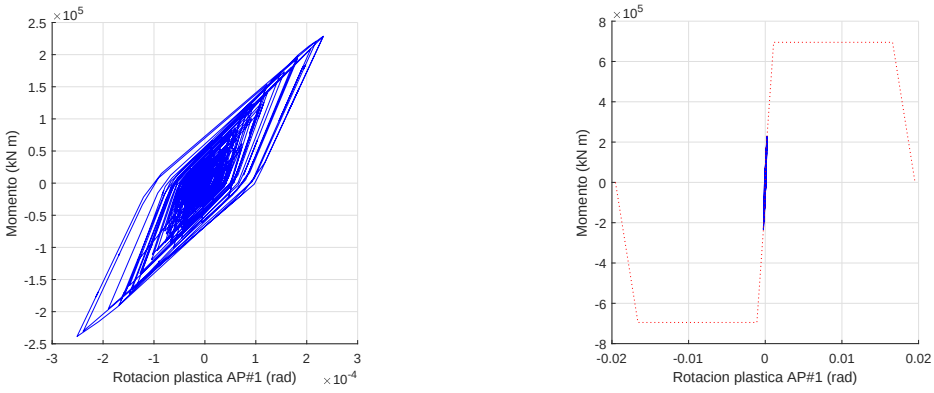
(A) Desplazamiento (B) Velocidad (C) Aceleración

FIGURA 9.124: Respuesta de los grados de libertad traslacionales



(A) Cortante (B) Momento

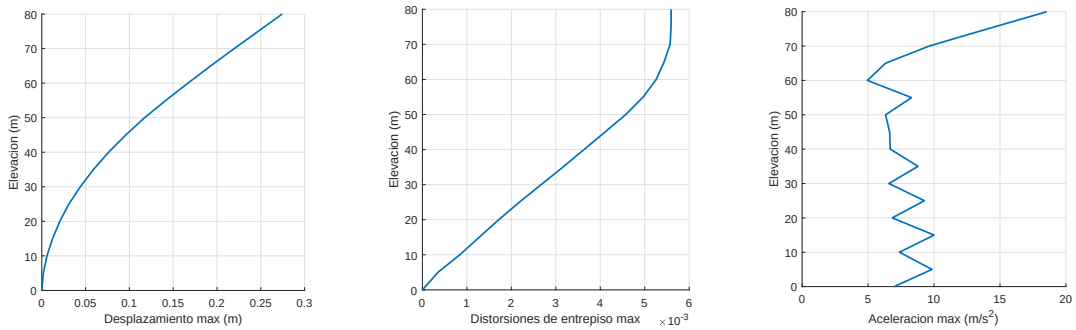
FIGURA 9.125: Elementos mecánicos en la base



(A) Sin envolvente (B) Con envolvente

FIGURA 9.126: Respuesta de las articulaciones plásticas

También se crea un directorio llamado Perfiles, donde se colocan los perfiles máximos y RMS de desplazamiento, velocidad, aceleración y distorsión de cada análisis realizado, (ver Figura 9.127).



(A) Desplazamiento (B) Velocidad (C) Aceleración

FIGURA 9.127: Perfiles de respuesta

Así mismo, se exportan los resultados a una hoja de cálculo de Excel por análisis, donde se imprimen las respuestas dinámicas, el nivel de daño de las articulaciones de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000, y los elementos mecánicos en la base, (ver Figura 9.128). Finalmente, se genera un archivo de Excel, que incluye los perfiles máximos y RMS de desplazamiento, velocidad, aceleración y distorsión de cada análisis realizado, (ver Figura 9.129).

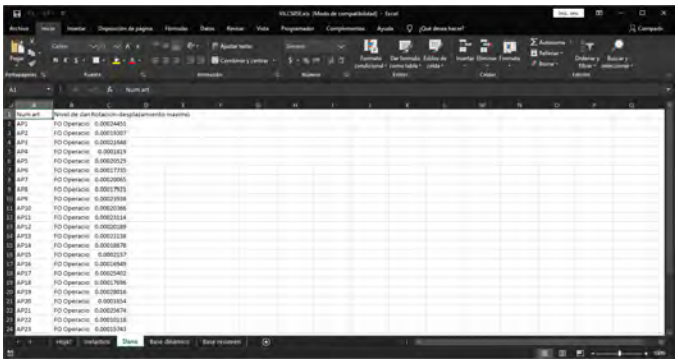


FIGURA 9.128: Resultados en Excel

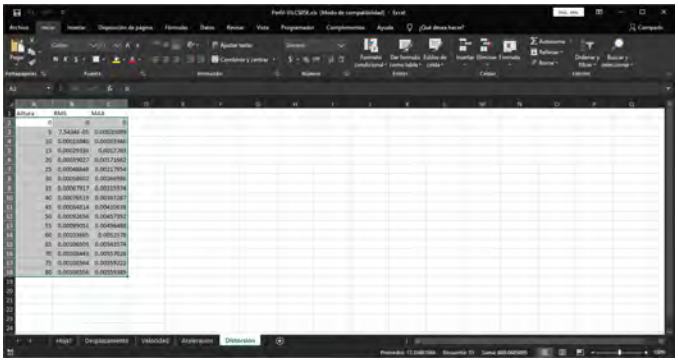


FIGURA 9.129: Perfiles en Excel

Capítulo 10

Control de la respuesta sísmica con TLDs

Otra de las maneras de controlar la respuesta sísmica de la estructura es emplear amortiguadores de líquidos sintonizados. El amortiguador de líquido sintonizado empleado es de columna de líquido de agitación sintonizado, debido a esto, el funcionamiento y propiedades de la estructura son distintos en las dos direcciones, y el análisis y respuesta esperados son distintos. El amortiguador diseñado se coloca en la parte superior del fuste y se obtiene la respuesta considerando el dispositivo de control en ambas direcciones. A continuación se presenta el dimensionamiento y las propiedades dinámicas de la estructura con el amortiguador.

10.1. Dimensionamiento y propiedades dinámicas

Para controlar la respuesta de la chimenea, se coloca en la parte superior del fuste un amortiguador de columna de líquido de agitación, el cual se sintoniza con el periodo fundamental de la estructura en ambas direcciones y tiene una relación de masas del 2 %. Debido a que en los modelos elaborados tienen distintas condiciones de apoyo, cambia el valor del periodo fundamental, por ello, para los análisis se mantiene fijo el valor de la relación de masas del dispositivo.

Las propiedades, en ambas direcciones, de los modelos elásticos de las vigas acopladas y del amortiguador colocado en la parte superior del fuste, dimensionado con las expresiones propuestas en Min, Kim y Lee, 2014, para el control sísmico, se muestran en las Tablas 10.1 y 10.2.

TABLA 10.1: Propiedades dinámicas de los modelos elásticos con un TLCD

Tipo de apoyo	T (s)	m_{GEN} (kg)	T_{TLCD} (s)	m_{TLCD} (kg)	k_{TLCD} ($N\,m^{-1}$)	c_{TLCD} ($N\,s\,m^{-1}$)
Base fija	1.15	6.97E+05	1.86	1.39E+04	1.59E+05	6.61E+03
Roca	1.15	6.97E+05	1.86	1.39E+04	1.59E+05	6.61E+03
Denso	1.17	7.02E+05	1.85	1.40E+04	1.61E+05	6.67E+03
Rígido	1.21	7.10E+05	1.84	1.42E+04	1.66E+05	6.80E+03
Blando	1.60	7.74E+05	1.86	1.55E+04	1.76E+05	7.34E+03

TABLA 10.2: Propiedades dinámicas de los modelos elásticos con un TSD

Tipo de apoyo	T (s)	m_{GEN} (kg)	T_{TSD} (s)	m_{TSD} (kg)	k_{TSD} (N m^{-1})	c_{TSD} (N s m^{-1})
Base fija	1.15	6.97E+05	1.17	4.34E+03	1.25E+05	1.82E+03
Roca	1.15	6.97E+05	1.17	4.34E+03	1.25E+05	1.82E+03
Denso	1.17	7.02E+05	1.19	4.52E+03	1.26E+05	1.90E+03
Rígido	1.21	7.10E+05	1.28	5.21E+03	1.25E+05	2.17E+03
Blando	1.60	7.74E+05	1.63	7.52E+03	1.12E+05	2.84E+03

Por otra parte, las propiedades, en ambas direcciones, de los modelos no lineales y del amortiguador colocado en la parte superior del fuste, dimensionado con las expresiones propuestas en Min, Kim y Lee, 2014, para el control sísmico, se muestran en las Tablas 10.3 y 10.4.

TABLA 10.3: Propiedades dinámicas de los modelos no lineales con un TLCD

Tipo de apoyo	T (s)	m_{GEN} (kg)	T_{TLCD} (s)	m_{TLCD} (kg)	k_{TLCD} (N m^{-1})	c_{TLCD} (N s m^{-1})
Base fija	1.16	4.46E+05	1.70	8.91E+03	1.22E+05	4.63E+03
Roca	1.16	4.46E+05	1.70	8.91E+03	1.22E+05	4.63E+03
Denso	1.18	4.51E+05	1.70	9.01E+03	1.24E+05	4.68E+03
Rígido	1.21	4.59E+05	1.70	9.18E+03	1.26E+05	4.77E+03
Blando	1.54	5.43E+05	1.76	1.09E+04	1.38E+05	5.44E+03

TABLA 10.4: Propiedades dinámicas de los modelos no lineales con un TSD

Tipo de apoyo	T (s)	m_{GEN} (kg)	T_{TSD} (s)	m_{TSD} (kg)	k_{TSD} (N m^{-1})	c_{TSD} (N s m^{-1})
Base fija	1.16	4.46E+05	1.18	3.26E+03	9.26E+04	1.47E+03
Roca	1.16	4.46E+05	1.18	3.26E+03	9.26E+04	1.47E+03
Denso	1.18	4.51E+05	1.20	3.37E+03	9.30E+04	1.52E+03
Rígido	1.21	4.59E+05	1.22	3.55E+03	9.35E+04	1.59E+03
Blando	1.54	5.43E+05	1.56	5.35E+03	8.66E+04	2.12E+03

Comparando los resultados obtenidos, se observa que los periodos de los dispositivos resultantes son distintos en las dos direcciones de análisis. La rigidez y amortiguamiento son mayores para el TLCD, tanto para los modelos lineales, como para los no lineales, además, debido a que el modelo no lineal considera concentraciones de masas en los nodos donde se ubican las ménsulas, las propiedades de los dispositivos son distintas y los valores son menores en comparación con los del modelo lineal.

Se determinaron los periodos y formas de vibrar de los modelos. Los valores de los periodos para las primeras cuatro formas modales de los modelos elásticos se presentan en las Tablas 10.5 y 10.6, mientras los periodos para los modelos no lineales se presentan en las Tablas 10.7 y 10.8.

TABLA 10.5: Periodos laterales (s) del modelo elástico con un TLCD

Forma modal	Base fija	Roca	Denso	Rígido	Blando
1	1.87	1.87	1.87	1.85	1.91
2	1.15	1.15	1.17	1.20	1.56
3	0.25	0.25	0.25	0.26	0.37
4	0.10	0.10	0.10	0.12	0.24

TABLA 10.6: Periodos laterales (s) del modelo elástico con un TSD

Forma modal	Base fija	Roca	Denso	Rígido	Blando
1	1.21	1.21	1.23	1.31	1.69
2	1.12	1.12	1.13	1.18	1.53
3	0.25	0.25	0.25	0.26	0.37
4	0.10	0.10	0.10	0.12	0.24

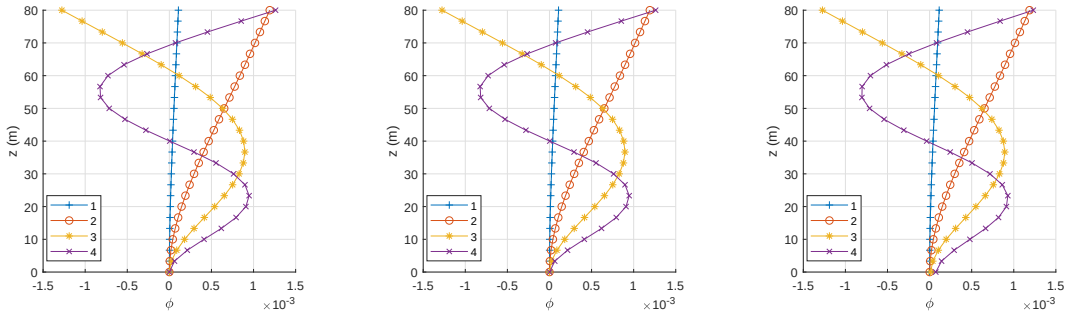
TABLA 10.7: Periodos laterales (s) del modelo no lineal con un TLCD

Forma modal	Base fija	Roca	Denso	Rígido	Blando
1	1.71	1.71	1.71	1.71	1.81
2	1.15	1.15	1.17	1.19	1.50
3	0.25	0.25	0.26	0.27	0.40
4	0.11	0.11	0.11	0.12	0.27

TABLA 10.8: Periodos laterales (s) del modelo no lineal con un TSD

Forma modal	Base fija	Roca	Denso	Rígido	Blando
1	1.22	1.22	1.24	1.27	1.63
2	1.12	1.12	1.14	1.16	1.47
3	0.25	0.25	0.26	0.27	0.40
4	0.11	0.11	0.11	0.12	0.27

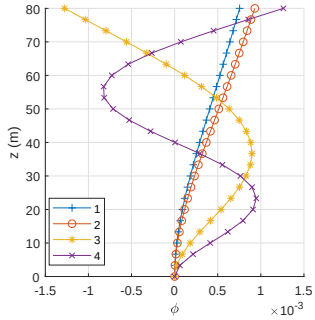
En las Figuras 10.1 y 10.2 se muestran las primeras cuatro formas de vibrar de los modelos elásticos considerando los distintos apoyos, mientras que, en la Figuras 10.3 y 10.4 se muestran las primeras cuatro formas de vibrar de los modelos no lineales considerando los distintos apoyos.



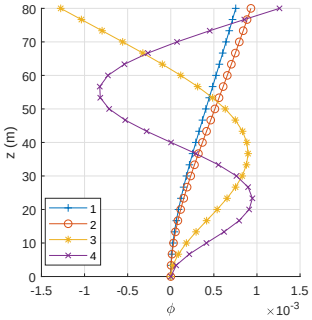
(A) Base fija (B) Roca (C) Suelo denso

(D) Suelo rígido (E) Suelo blando

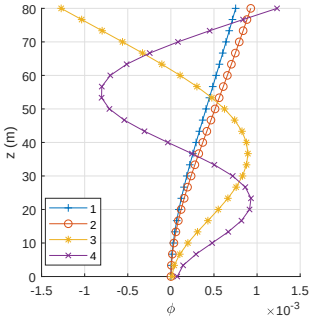
FIGURA 10.1: Formas de vibrar del modelo elástico con un TLCD



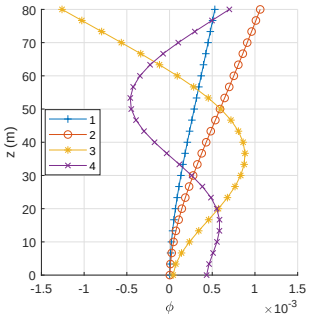
(A) Base fija



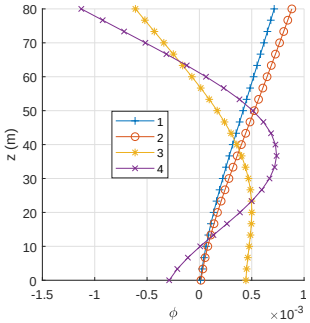
(B) Roca



(C) Suelo denso

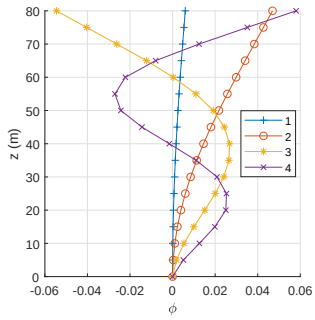


(D) Suelo rígido

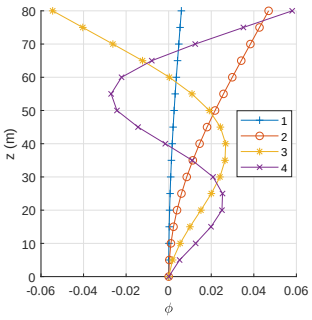


(E) Suelo blando

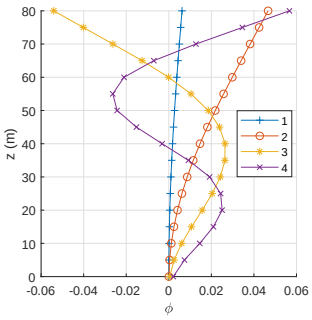
FIGURA 10.2: Formas de vibrar del modelo elástico con un TSD



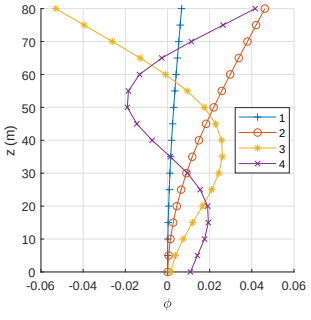
(A) Base fija



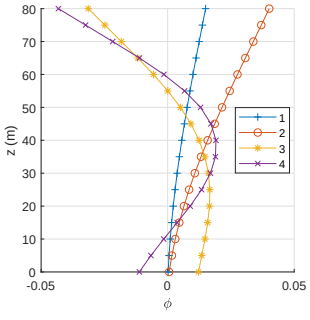
(B) Roca



(C) Suelo denso

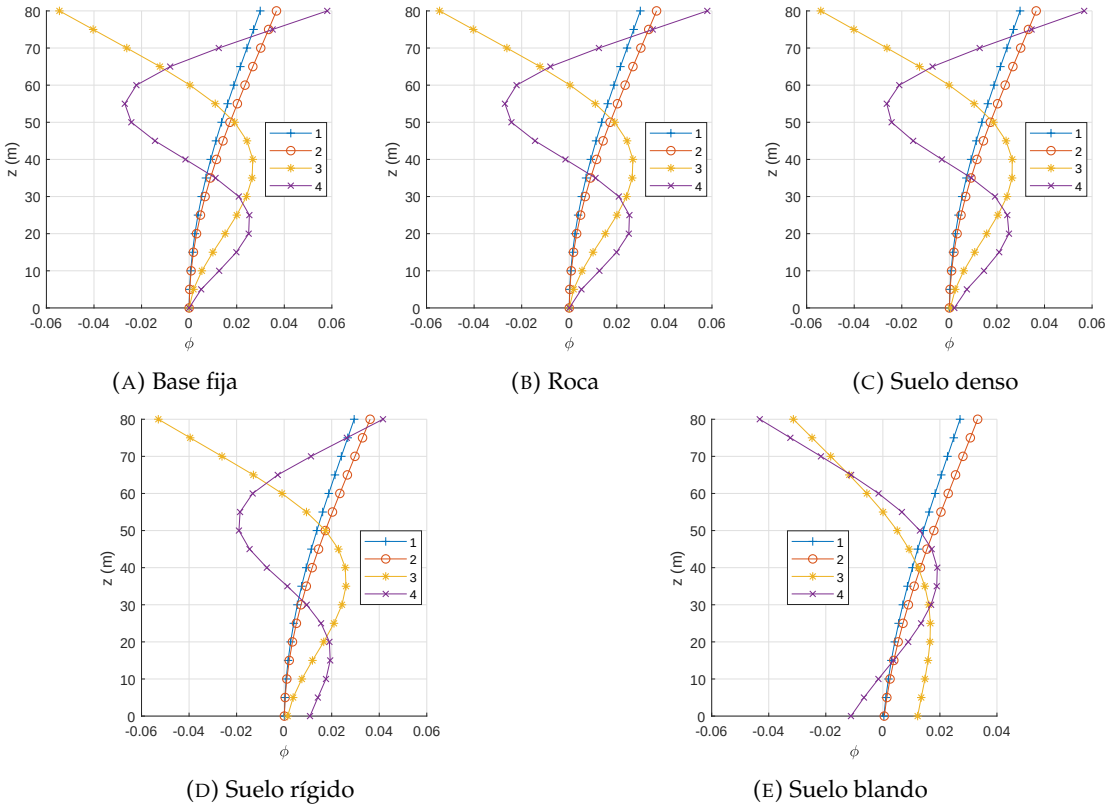


(D) Suelo rígido



(E) Suelo blando

FIGURA 10.3: Formas de vibrar del modelo no lineal con un TLCD



(A) Base fija (B) Roca (C) Suelo denso

(D) Suelo rígido (E) Suelo blando

FIGURA 10.4: Formas de vibrar del modelo no lineal con un TSD

Los periodos obtenidos en los modelos presentan valores similares en magnitud, las mayores diferencias observadas aparecen para el primer periodo en el modelo con TLCD, sin embargo, se encuentran dentro de la tolerancia. Se aprecia que para todos los modelos, los periodos obtenidos con el modelo que considera base fija, son semejantes a los obtenidos con base flexible sobre roca, suelo denso y suelo rígido, donde el modelo con mayor similitud es el de roca. Además, las formas modales obtenidas son parecidas entre los modelos lineal y no lineal para cada tipo de apoyo considerado, de la misma forma que para los periodos, las formas modales del modelo con base fija son similares a las del modelo sobre roca y suelo denso. Debido a los resultados obtenidos, ambos modelos con los dispositivos de control, considerando distintas condiciones de apoyo están calibrados.

En la literatura se encuentran trabajos donde se utilizaron amortiguadores de líquidos sintonizados para el control de las vibraciones en chimeneas. En Klein y Kaldenbach (1998) se trabajó en la colocación de un amortiguador de líquidos sintonizados en una chimenea de acero de 77.2 m, el cual se colocó en la parte superior el dispositivo para reemplazar un amortiguador pendular que falló por fatiga en los cables que suspendían a la masa. Otra de las aplicaciones, la cual se muestra en Christensen, Nielsen y Støttrup-Andersen (2017), consiste en la colocación de amortiguadores de agitación en la torre Gausta, cuya sección transversal es cilíndrica de concreto reforzado y 52 m de altura, para reemplazar un sistema de amortiguadores de masas sintonizadas que fallo por fatiga en los cables de suspensión. Otras aplicaciones se muestran en Kareem, Kijewski

y Tamura (1999), donde el Shin Yokohama Prince Hotel y la torre del aeropuerto internacional de Tokio destacan por emplear amortiguadores de agitación en estructuras de sección transversal circular.

En la Figura 10.5 se muestran los dispositivos de control colocados en la torre Gausta. Inicialmente la torre tenía un amortiguador pendular en el cual se presentó la fractura del péndulo debida a la fatiga, el dispositivo se reparó y posteriormente se reemplazó por un TSD formado por cuatro contenedores rectangulares que fueron instalados en el mismo nivel donde se ubicaba el dispositivo original, tal como se menciona en Christensen, Nielsen y Støttrup-Andersen (2017).

(A) Fractura del péndulo (B) Geometría de los TSD (C) TSD colocados

FIGURA 10.5: Dispositivos de control de la torre Gausta. Christensen, Nielsen y Støttrup-Andersen (2017)

La colocación de los amortiguadores propuestos en este trabajo se propone que se realice de forma similar a la torre del aeropuerto internacional de Tokio, para ello se deberá reforzar y adecuar el andador ubicado en la parte superior del fuste para permitir la colocación y operación de los amortiguadores, similar a la propuesta realizada en Klein y Kaldenbach (1998), donde se colocarán cuatro TLCSD orientados en la misma dirección. En la se muestra un esquema de la estructura utilizada para la colocación del TLD en la torre del aeropuerto internacional de Tokio, mientras en la Figura 10.7 se muestra la propuesta de colocación de los amortiguadores de líquidos sintonizados. Con el propósito de evitar combinaciones en los dispositivos que desencadenen en un comportamiento no contemplado en este trabajo, la orientación se propone igual para los 4 dispositivos en los cuales se repartirá la masa total del amortiguador. Debido a que la altura máxima del dispositivo son 0.35 m y que la máxima longitud en planta del dispositivo es de 1.90 m, es factible la construcción del amortiguador en el andador realizando adecuaciones geométricas para su colocación y correcta operación. Las dimensiones de los dispositivos deben satisfacer las propiedades mostradas en las Tablas 10.1 y 10.2 para los modelos elásticos y las propiedades de las Tablas 10.3 y 10.4 para los modelos no lineales.

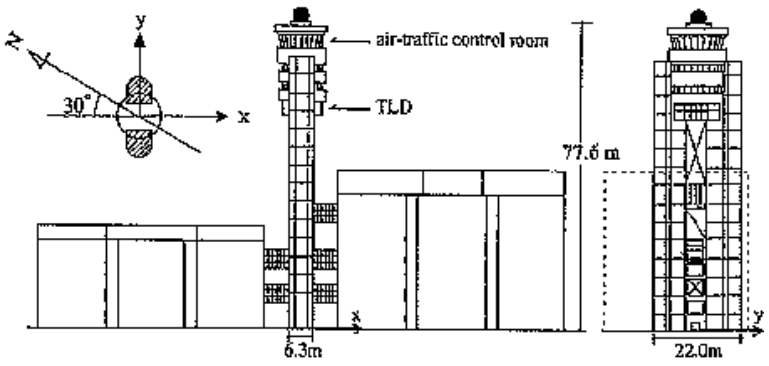


FIGURA 10.6: TLD colocado en la torre del aeropuerto internacional de Tokio. Kareem, Kijewski y Tamura (1999)

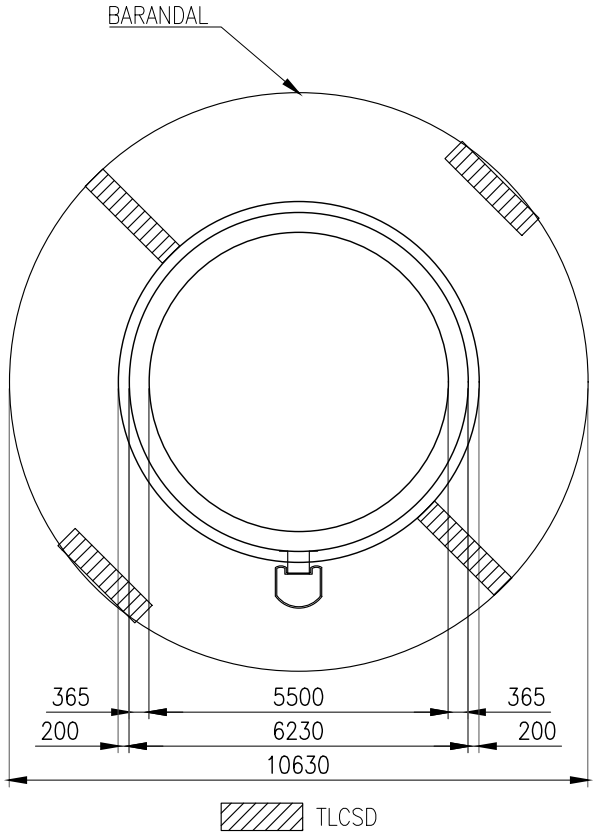


FIGURA 10.7: Propuesta de colocación del TLCSD

10.2. Respuesta dinámica

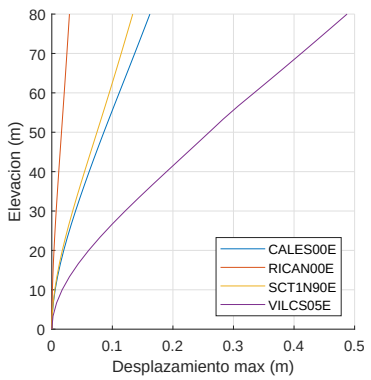
Se realizo el análisis dinámico paso a paso de la estructura considerando el dispositivo de control, la estructura se sometió a las acciones presentadas en Capítulo 8. Se realizaron cuatro modelos: dos elásticos lineales y dos considerando no linealidad del material, de cada par de modelos, uno supone la cimentación sobre suelo rígido y el segundo considera la flexibilidad de la cimentación en cuatro tipos distintos de suelos. Los modelos

elaborados se analizaron en la dirección donde actúa el amortiguador de columna de líquidos y en la dirección donde actúa el amortiguador de agitación. La respuesta se obtuvo empleando el método RK6-I con cuadraturas rectangulares.

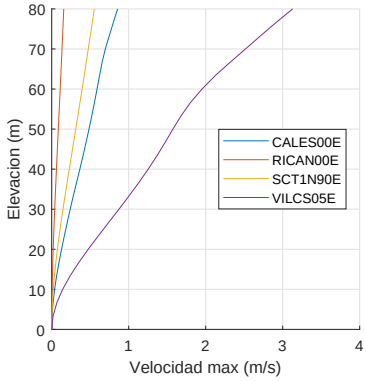
10.2.1. Modelo elástico con base fija

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base fija con un TLCSD, realizando el análisis en las dos direcciones. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo discreto de las vigas acopladas con base fija sin el TLCSD. A continuación se presentan los resultados.

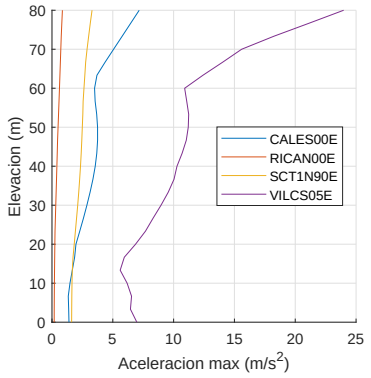
En las Figuras 10.8 y 10.9 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó con el registro de Villita Corona y la respuesta mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.



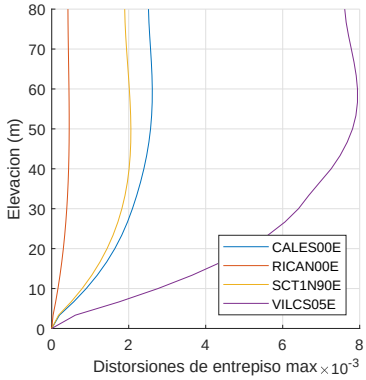
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades

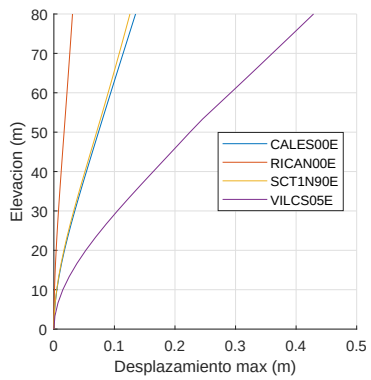


(C) Aceleraciones

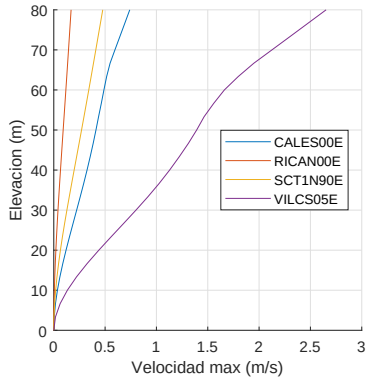


(D) Distorsiones

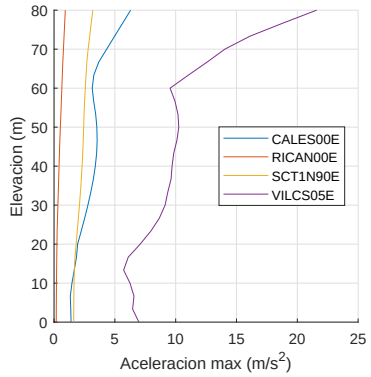
FIGURA 10.8: Respuestas máximas del modelo elástico con base fija en la dirección del TLCD



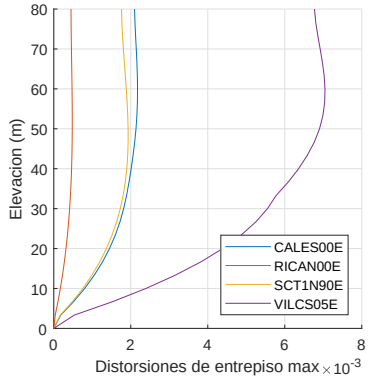
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



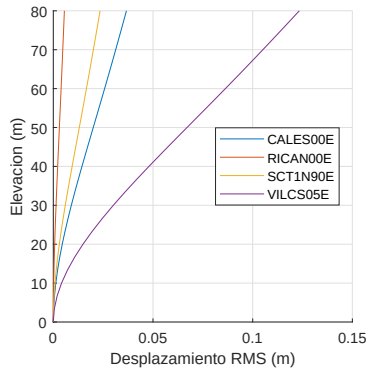
(C) Aceleraciones



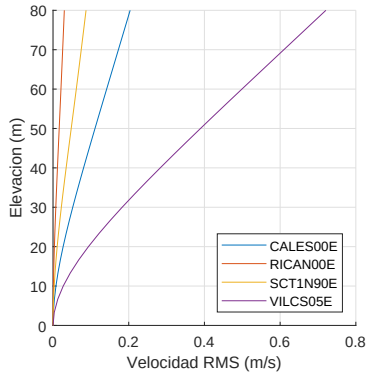
(D) Distorsiones

FIGURA 10.9: Respuestas máximas del modelo elástico con base fija en la dirección del TSD

En las Figuras 10.10 y 10.11 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima se presenta con el registro de Villita Corona y la amplitud mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.

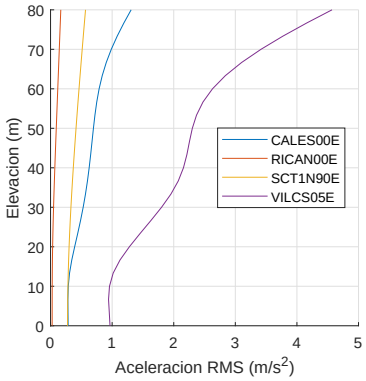


(A) Desplazamientos

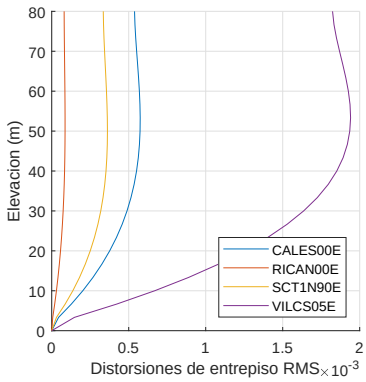


(B) Velocidades

FIGURA 10.10: Respuestas RMS del modelo elástico con base fija en la dirección del TLCD

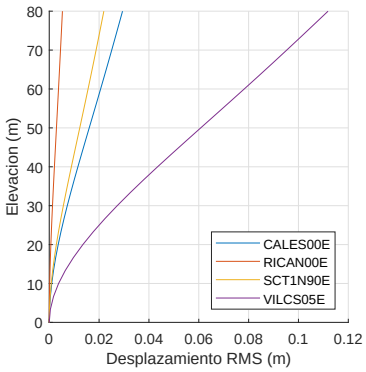


(C) Aceleraciones

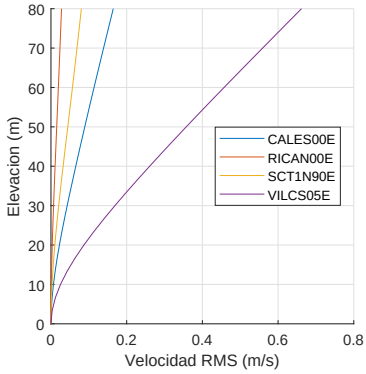


(D) Distorsiones

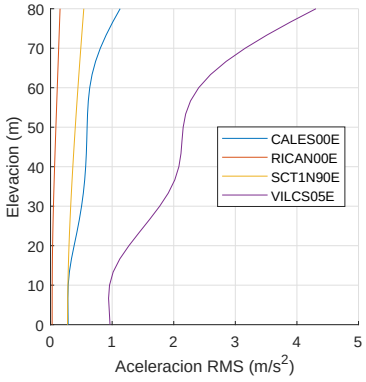
FIGURA 10.10: Respuestas RMS del modelo elástico con base fija en la dirección del TLCD (continuación)



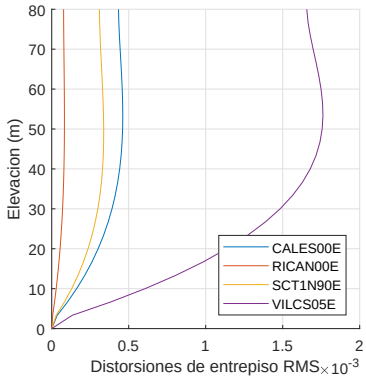
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



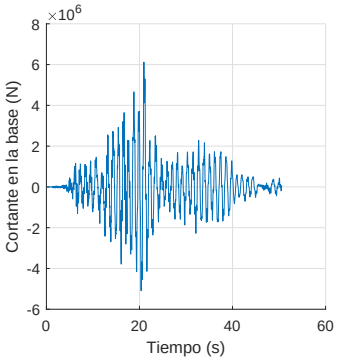
(C) Aceleraciones



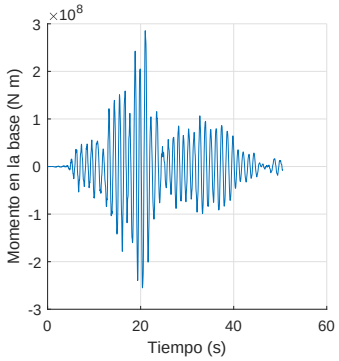
(D) Distorsiones

FIGURA 10.11: Respuestas RMS del modelo elástico con base fija en la dirección del TSD

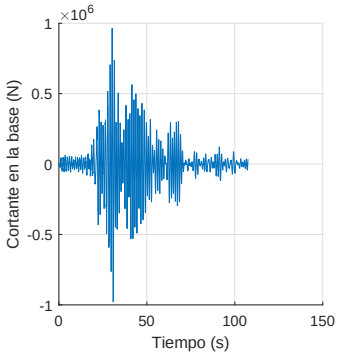
En las Figuras 10.12 y 10.13 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 10.9–10.12 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



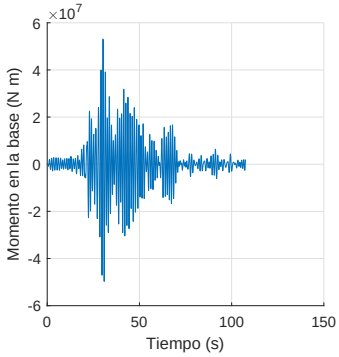
(A) Cortante, CALES00E



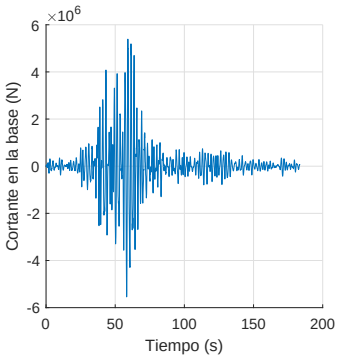
(B) Momento, CALES00E



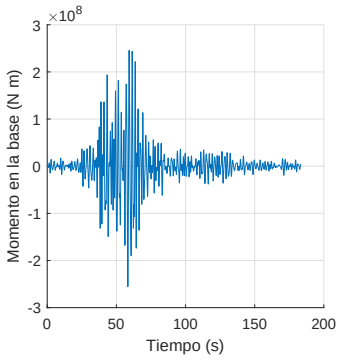
(C) Cortante, RICAN00E



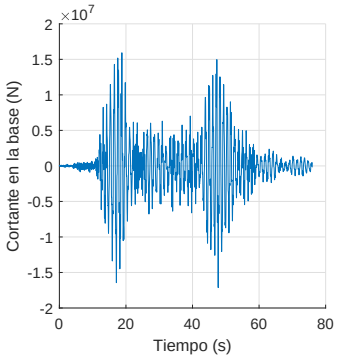
(D) Momento, RICAN00E



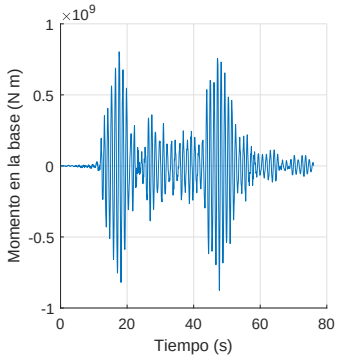
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E

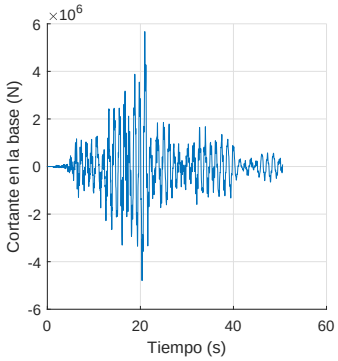


(G) Cortante, VILCS05E

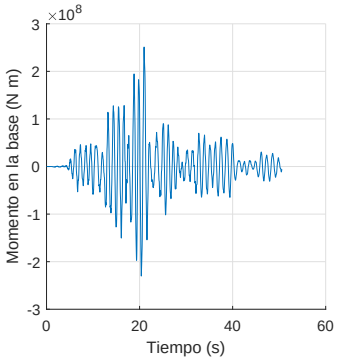


(H) Momento, VILCS05E

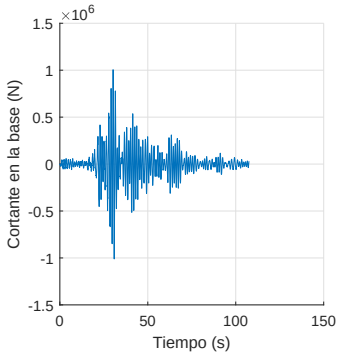
FIGURA 10.12: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija en la dirección del TLCD



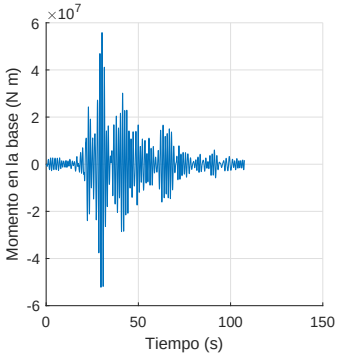
(A) Cortante, CALES00E



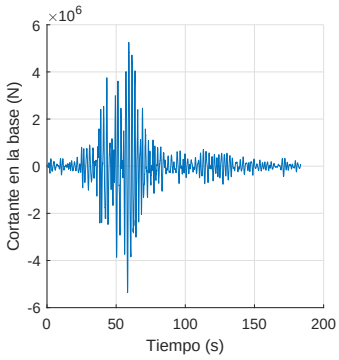
(B) Momento, CALES00E



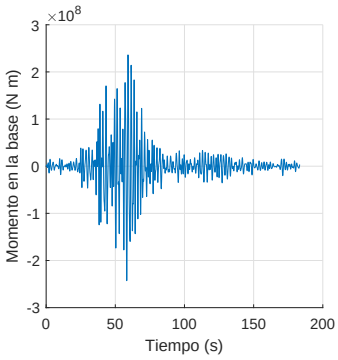
(C) Cortante, RICAN00E



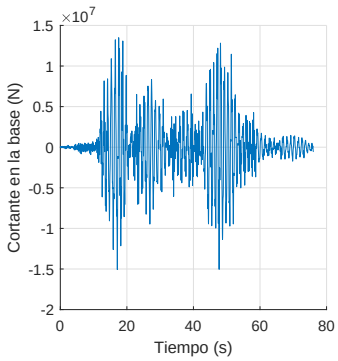
(D) Momento, RICAN00E



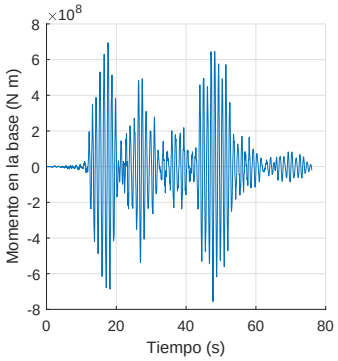
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 10.13: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija en la dirección del TSD

TABLA 10.9: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico con base fija en la dirección del TLCD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	6.12E+06	9.79E+05	5.55E+06	1.71E+07
Momento (N m)	2.86E+08	5.31E+07	2.56E+08	8.76E+08

TABLA 10.10: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico con base fija en la dirección del TLCD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	1.21E+06	1.81E+05	9.43E+05	3.91E+06
Momento (N m)	6.61E+07	1.01E+07	4.44E+07	2.20E+08

TABLA 10.11: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico con base fija en la dirección del TSD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	5.67E+06	1.01E+06	5.37E+06	1.51E+07
Momento (N m)	2.51E+08	5.59E+07	2.43E+08	7.57E+08

TABLA 10.12: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico con base fija en la dirección del TSD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	9.90E+05	1.73E+05	9.07E+05	3.57E+06
Momento (N m)	5.29E+07	9.56E+06	4.19E+07	1.99E+08

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS de los modelos se muestra en las Tablas 10.13 y 10.14.

TABLA 10.13: Disminución de la respuesta del modelo elástico con base fija en la dirección del TLCD

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	6.37 %	-0.44 %	4.88 %	4.07 %	-4.21 %	-5.29 %	0.41 %	2.24 %
Velocidad	5.85 %	0.68 %	4.34 %	3.95 %	-1.64 %	-4.82 %	-0.11 %	0.22 %
Aceleración	4.19 %	-1.25 %	3.57 %	3.41 %	-0.63 %	-0.78 %	-0.39 %	0.34 %
Distorsión	6.42 %	-0.44 %	4.98 %	4.15 %	-4.55 %	-5.77 %	0.52 %	2.26 %
Cortante	5.46 %	-3.76 %	4.29 %	4.66 %	-2.52 %	-2.97 %	0.05 %	-0.48 %
Momento	6.25 %	-2.48 %	4.76 %	3.97 %	-3.80 %	-4.64 %	0.32 %	-2.04 %

Los resultados obtenidos indican que el registro que mayores demandas produce en la chimenea, en ambas direcciones, cuando se considera que la cimentación está empotrada es el registro de Villita Corona. En comparación con la respuesta obtenida sin control considerando que la cimentación está empotrada, las demandas disminuyen en casi todos los casos, se observa, también, que algunas de las respuestas se incrementan, en especial en la dirección del TLCD, sin embargo el incremento es poco significativo y, para el registro de Villita Corona, el cual presenta las mayores demandas en el modelo sin control, se logró disminuir tanto la respuesta máxima como la respuesta RMS, por

TABLA 10.14: Disminución de la respuesta del modelo elástico con base fija en la dirección del TSD

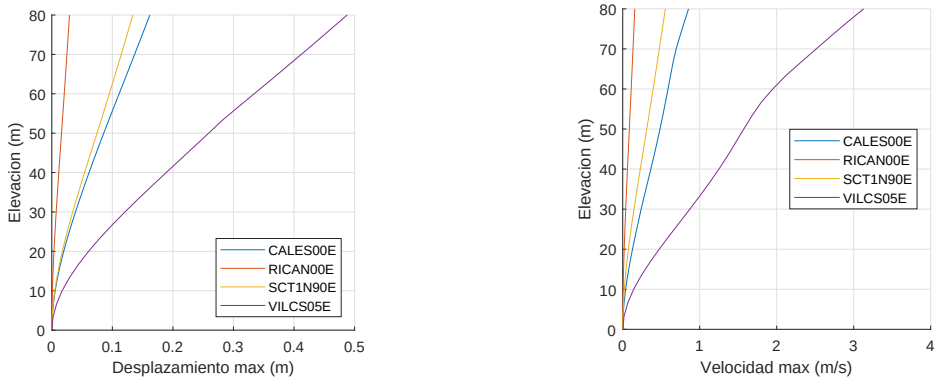
	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	24.99 %	15.81 %	9.52 %	-1.17 %	2.41 %	0.67 %	9.72 %	14.72 %
Velocidad	24.07 %	15.20 %	10.74 %	-2.98 %	6.19 %	9.45 %	8.14 %	14.91 %
Aceleración	18.46 %	10.70 %	10.00 %	-2.09 %	2.83 %	1.72 %	5.88 %	8.53 %
Distorsión	24.85 %	16.00 %	9.49 %	-1.30 %	2.48 %	0.72 %	9.71 %	14.08 %
Cortante	22.81 %	3.85 %	8.91 %	1.52 %	1.41 %	0.38 %	8.79 %	11.60 %
Momento	24.94 %	9.88 %	9.45 %	-1.03 %	2.19 %	0.60 %	9.71 %	11.89 %

lo tanto, para el modelo de la chimenea, considerando que la cimentación está empotrada, un TLCSD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es sísmica en las dos direcciones.

10.2.2. Modelo elástico sobre roca

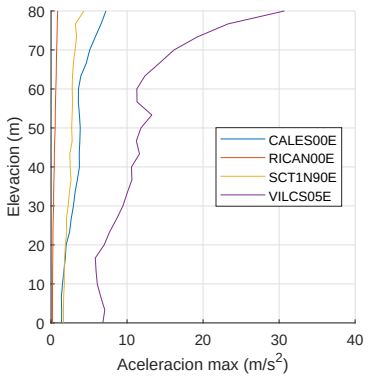
La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible con los parámetros correspondientes a roca presentados en la Tabla 7.4, con un TLCSD, realizando el análisis en las dos direcciones. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo discreto de las vigas acopladas sobre roca sin el TLCSD. A continuación se presentan los resultados.

En las Figuras 10.14 y 10.15 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó con el registro de Villita Corona y la respuesta mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.

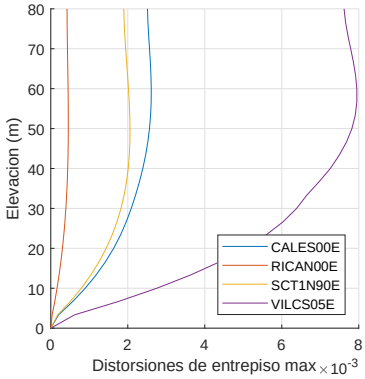


(A) Desplazamientos (B) Velocidades

FIGURA 10.14: Respuestas máximas del modelo elástico sobre roca en la dirección del TLCD

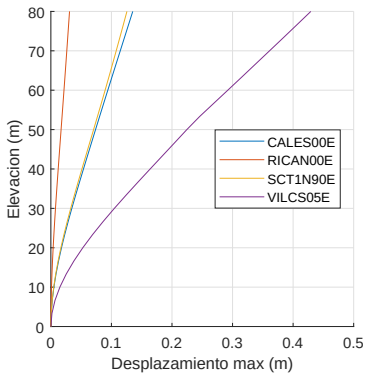


(C) Aceleraciones

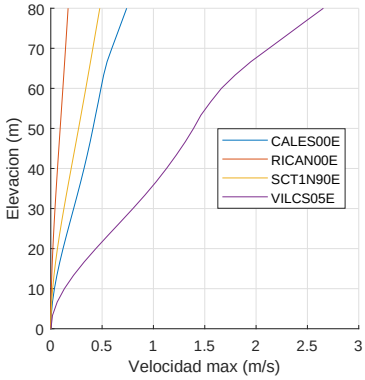


(D) Distorsiones

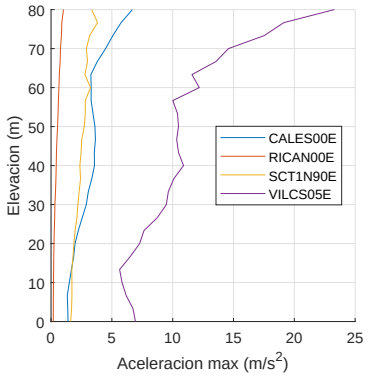
FIGURA 10.14: Respuestas máximas del modelo elástico sobre roca en la dirección del TLCD (continuación)



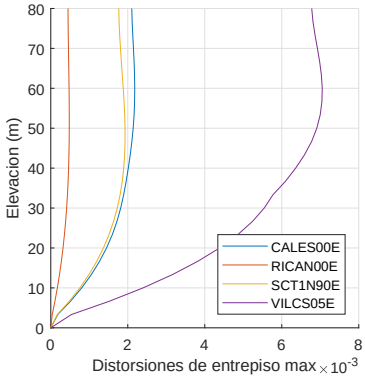
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



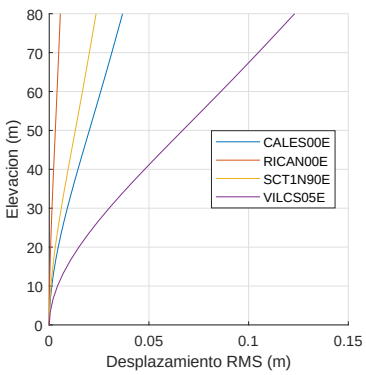
(C) Aceleraciones



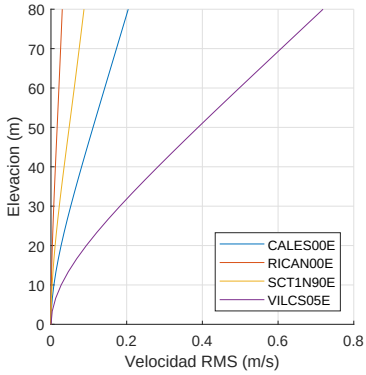
(D) Distorsiones

FIGURA 10.15: Respuestas máximas del modelo elástico sobre roca en la dirección del TSD

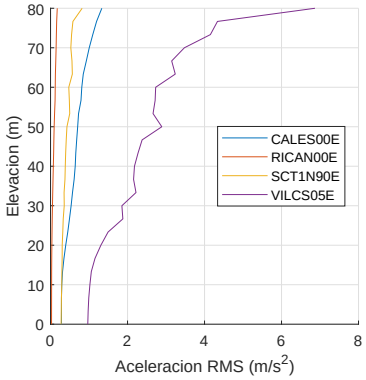
En las Figuras 10.16 y 10.17 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima se presenta con el registro de Villita Corona y la amplitud mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.



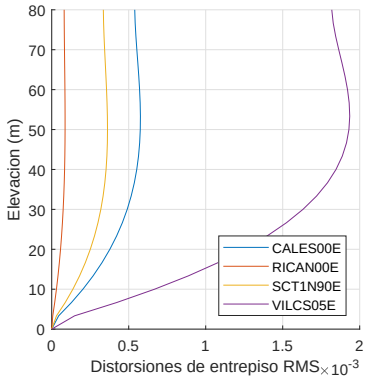
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades

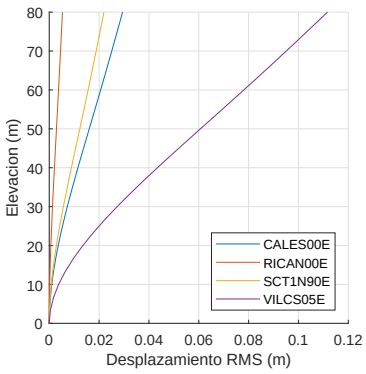


(C) Aceleraciones

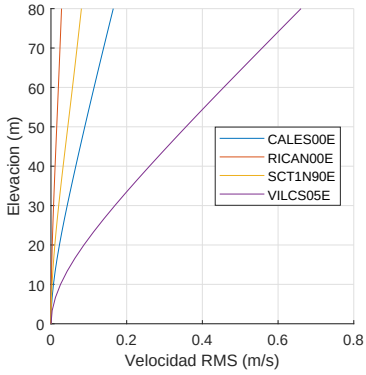


(D) Distorsiones

FIGURA 10.16: Respuestas RMS del modelo elástico sobre roca en la dirección del TLCD

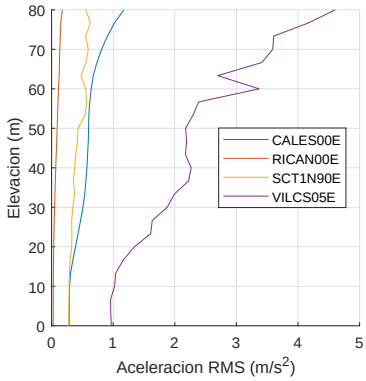


(A) Desplazamientos

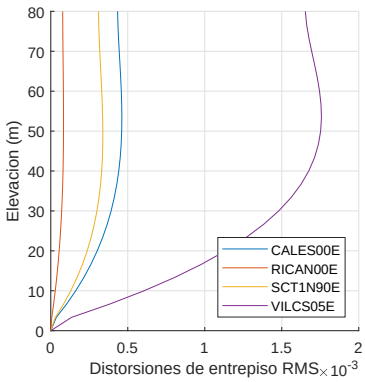


(B) Velocidades

FIGURA 10.17: Respuestas RMS del modelo elástico sobre roca en la dirección del TSD



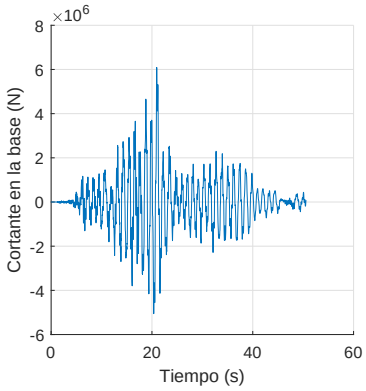
(C) Aceleraciones



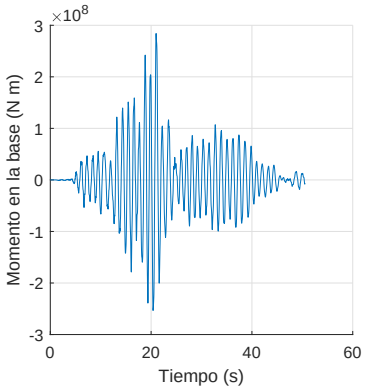
(D) Distorsiones

FIGURA 10.17: Respuestas RMS del modelo elástico sobre roca en la dirección del TSD (continuación)

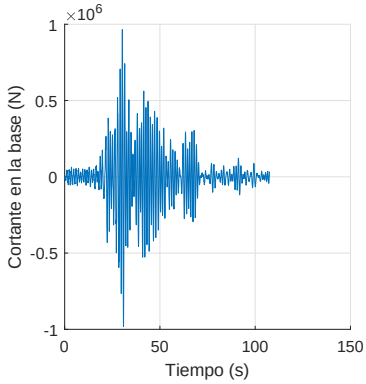
En las Figuras 10.18 y 10.19 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 10.15–10.18 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



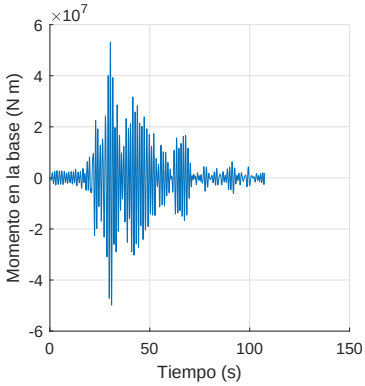
(A) Cortante, CALES00E



(B) Momento, CALES00E

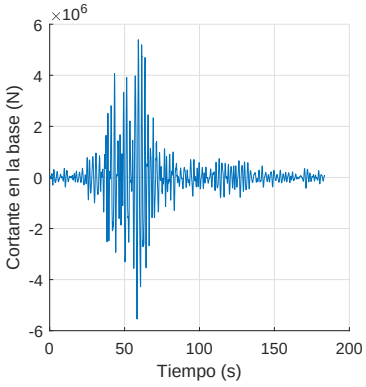


(C) Cortante, RICAN00E

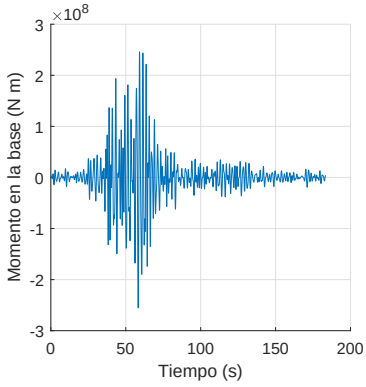


(D) Momento, RICAN00E

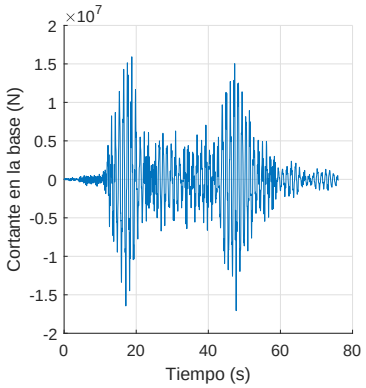
FIGURA 10.18: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca en la dirección del TLCD



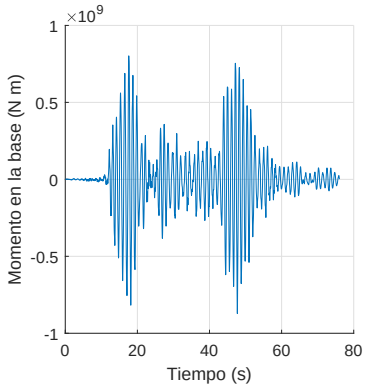
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E

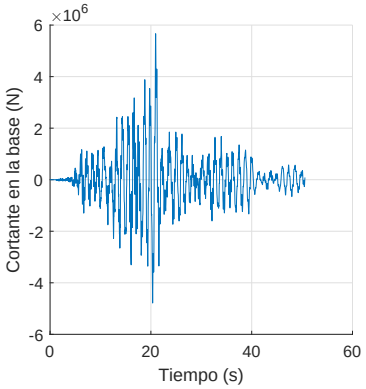


(G) Cortante, VILCS05E

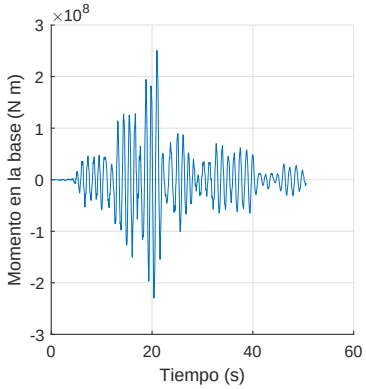


(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 10.18: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca en la dirección del TLCD (continuación)

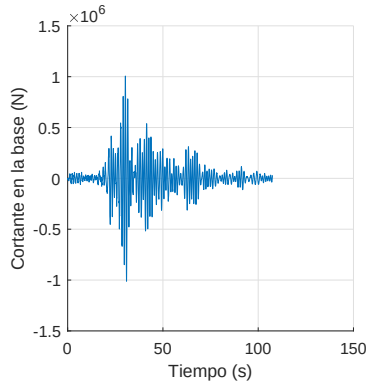


(A) Cortante, CALES00E

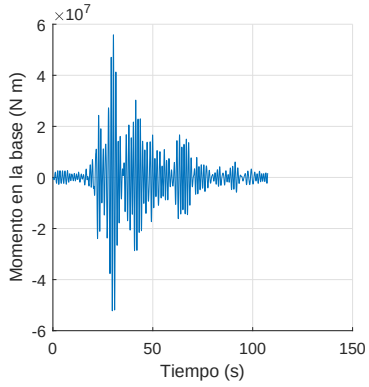


(B) Momento, CALES00E

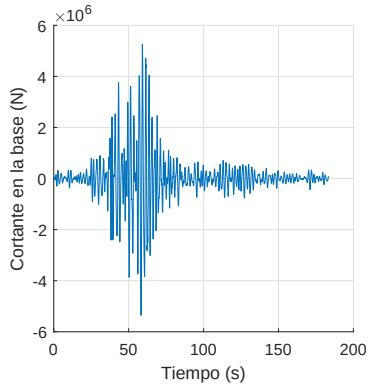
FIGURA 10.19: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca en la dirección del TSD



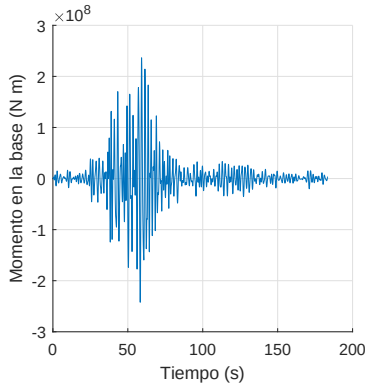
(C) Cortante, RICAN00E



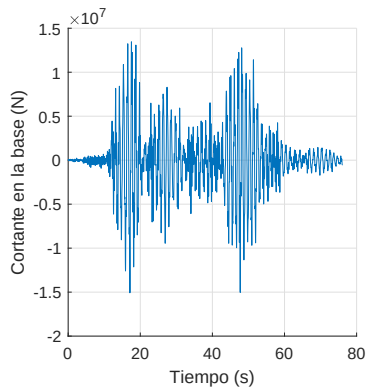
(D) Momento, RICAN00E



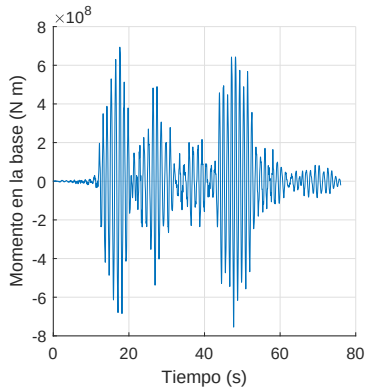
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 10.19: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca en la dirección del TSD (continuación)

TABLA 10.15: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre roca en la dirección del TLCD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	6.09E+06	9.81E+05	5.55E+06	1.71E+07
Momento (N m)	2.84E+08	5.32E+07	2.56E+08	8.72E+08

TABLA 10.16: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre roca en la dirección del TLCD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	1.21E+06	1.82E+05	9.44E+05	3.90E+06
Momento (N m)	6.62E+07	1.01E+07	4.44E+07	2.19E+08

TABLA 10.17: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre roca en la dirección del TSD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	5.67E+06	1.01E+06	5.36E+06	1.51E+07
Momento (N m)	2.51E+08	5.59E+07	2.42E+08	7.55E+08

TABLA 10.18: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre roca en la dirección del TSD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	9.90E+05	1.73E+05	9.07E+05	3.56E+06
Momento (N m)	5.29E+07	9.58E+06	4.19E+07	1.98E+08

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS de los modelos se muestra en las Tablas 10.19 y 10.20.

TABLA 10.19: Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre roca en la dirección del TLCD

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	6.35 %	-0.58 %	4.87 %	4.12 %	-4.19 %	-5.20 %	0.43 %	2.24 %
Velocidad	5.84 %	0.66 %	4.32 %	4.00 %	-1.59 %	-4.78 %	-0.10 %	0.15 %
Aceleración	4.02 %	0.94 %	3.09 %	4.32 %	-5.05 %	-2.19 %	-14.82 %	-6.10 %
Distorsión	6.41 %	-0.61 %	4.97 %	4.20 %	-4.53 %	-5.68 %	0.53 %	2.17 %
Cortante	5.44 %	-3.92 %	4.28 %	4.69 %	-2.51 %	-2.90 %	0.07 %	-0.09 %
Momento	6.24 %	-2.60 %	4.75 %	4.02 %	-3.78 %	-4.56 %	0.33 %	-2.23 %

TABLA 10.20: Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre roca en la dirección del TSD

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	25.13 %	15.45 %	9.39 %	-0.99 %	2.42 %	0.88 %	9.67 %	14.67 %
Velocidad	24.23 %	15.08 %	10.60 %	-2.81 %	6.20 %	9.46 %	8.08 %	14.74 %
Aceleración	18.49 %	10.13 %	8.99 %	-2.87 %	-2.48 %	1.27 %	2.17 %	7.48 %
Distorsión	24.99 %	15.62 %	9.36 %	-1.12 %	2.49 %	0.87 %	9.65 %	14.01 %
Cortante	22.92 %	3.32 %	8.80 %	1.69 %	1.42 %	0.55 %	8.75 %	11.55 %
Momento	25.08 %	9.41 %	9.33 %	-0.85 %	2.20 %	0.81 %	9.66 %	11.50 %

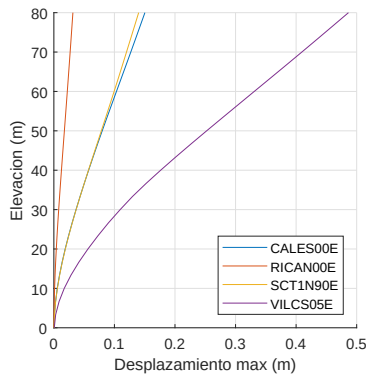
Los resultados obtenidos indican que el registro que mayores demandas produce en la chimenea, en ambas direcciones, cuando se considera que la cimentación está sobre roca es el registro de Villita Corona. En comparación con la respuesta obtenida sin control considerando que la cimentación está sobre roca, las demandas disminuyen en casi todos los casos, se observa, también, que algunas de las respuestas se incrementan, en especial en la dirección del TLCD, sin embargo el incremento es poco significativo y,

para el registro de Villita Corona, el cual presenta las mayores demandas en el modelo sin control, se logró disminuir tanto la respuesta máxima como la respuesta RMS, por lo tanto, para el modelo de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre roca, un TLCSD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es sísmica en las dos direcciones.

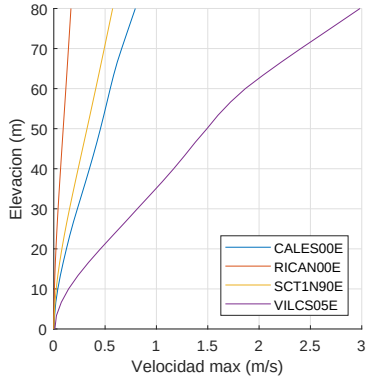
10.2.3. Modelo elástico sobre suelo denso

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible con los parámetros correspondientes a suelo denso presentados en la Tabla 7.4, con un TLCSD, realizando el análisis en las dos direcciones. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo discreto de las vigas acopladas sobre denso sin el TLCSD. A continuación se presentan los resultados.

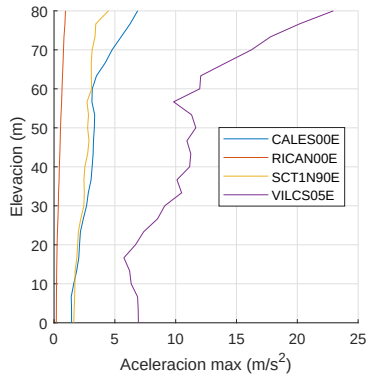
En las Figuras 10.20 y 10.21 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó con el registro de Villita Corona y la respuesta mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.



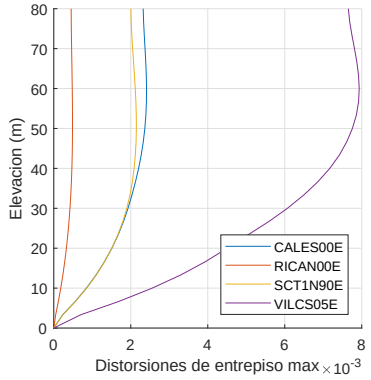
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades

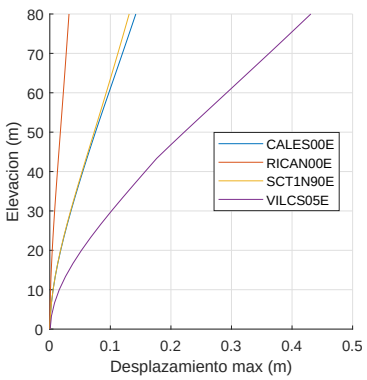


(C) Aceleraciones

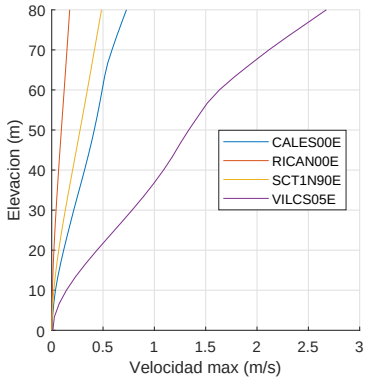


(D) Distorsiones

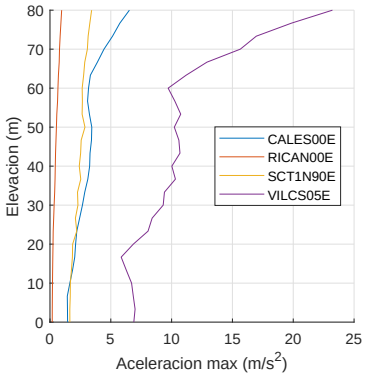
FIGURA 10.20: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TLCD



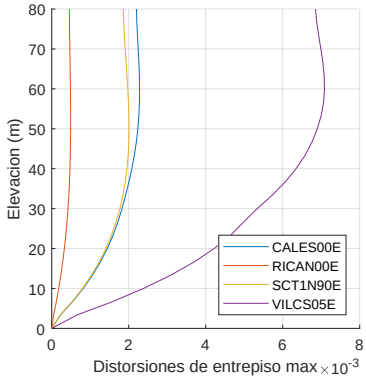
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



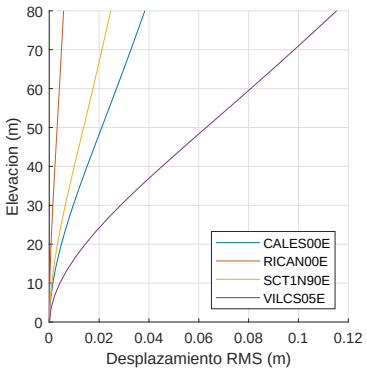
(C) Aceleraciones



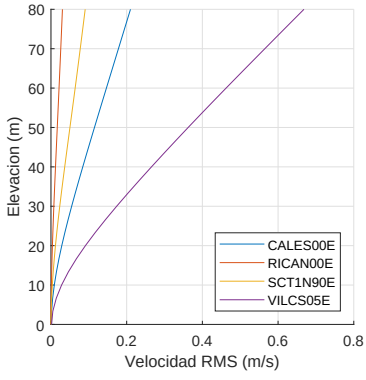
(D) Distorsiones

FIGURA 10.21: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TSD

En las Figuras 10.22 y 10.23 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima se presenta con el registro de Villita Corona y la amplitud mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.

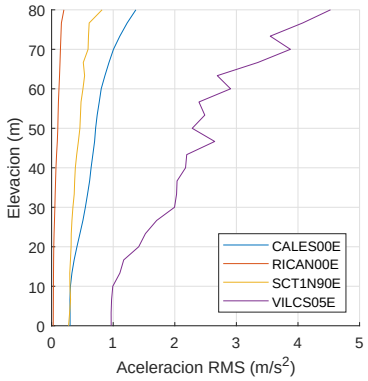


(A) Desplazamientos

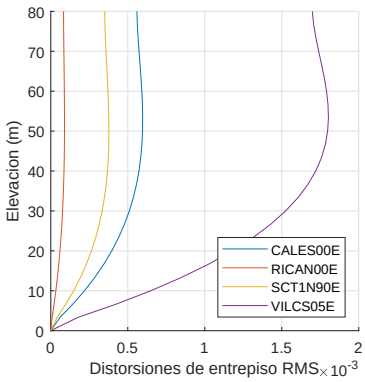


(B) Velocidades

FIGURA 10.22: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TLCD

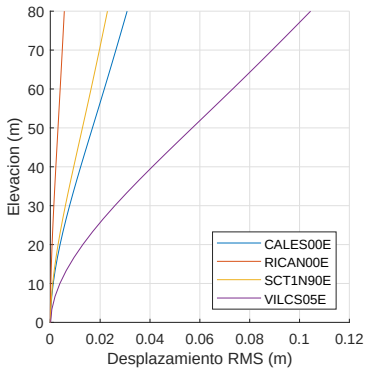


(C) Aceleraciones

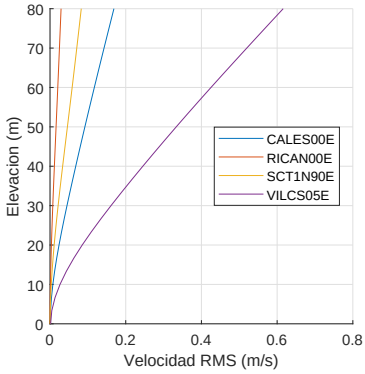


(D) Distorsiones

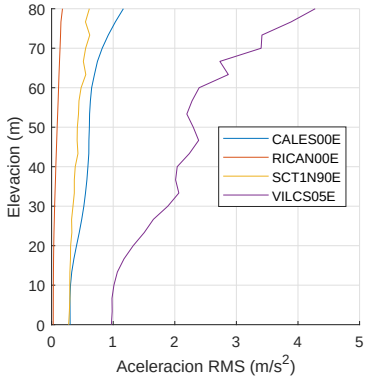
FIGURA 10.22: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TLCD (continuación)



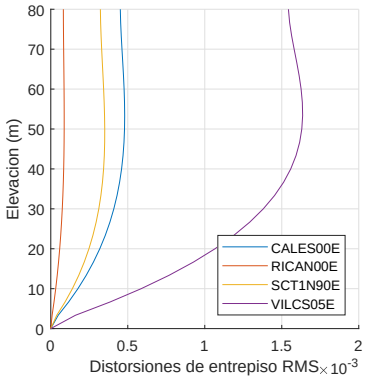
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



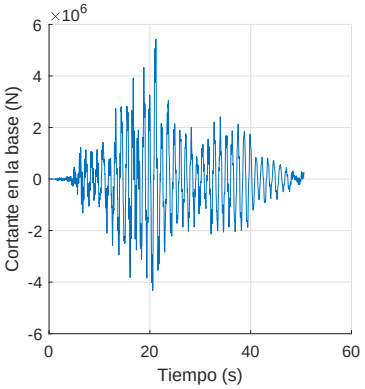
(C) Aceleraciones



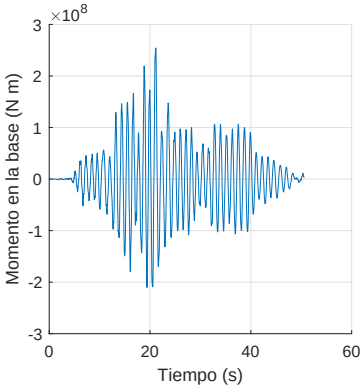
(D) Distorsiones

FIGURA 10.23: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TSD

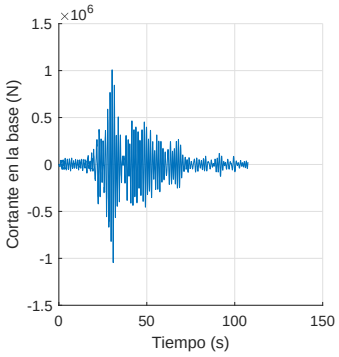
En las Figuras 10.24 y 10.25 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 10.21–10.24 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



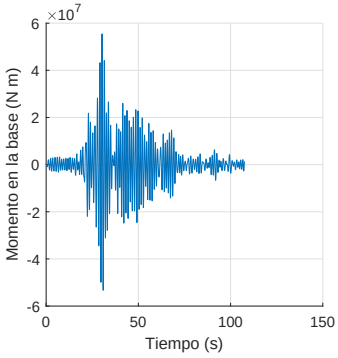
(A) Cortante, CALES00E



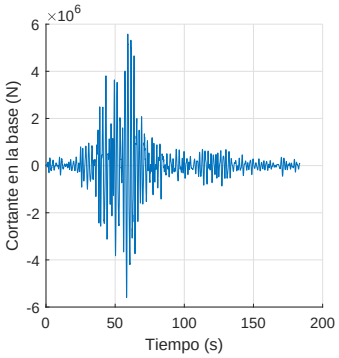
(B) Momento, CALES00E



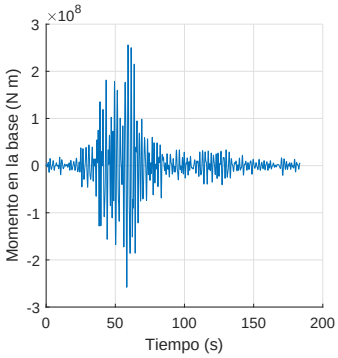
(C) Cortante, RICAN00E



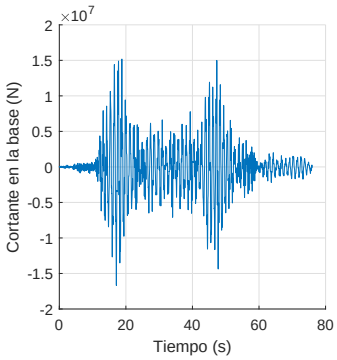
(D) Momento, RICAN00E



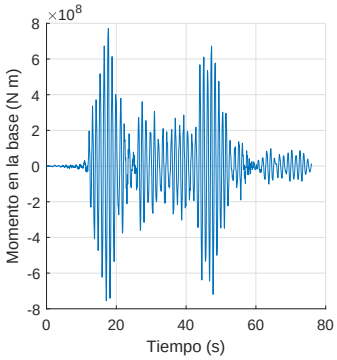
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E

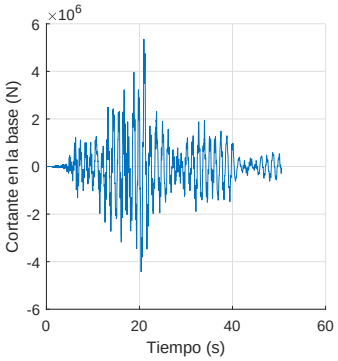


(G) Cortante, VILCS05E

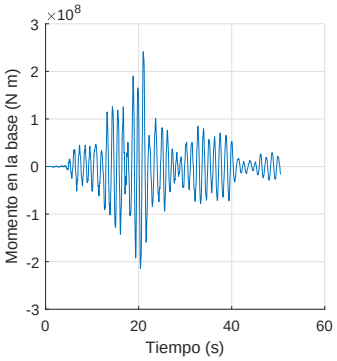


(H) Momento, VILCS05E

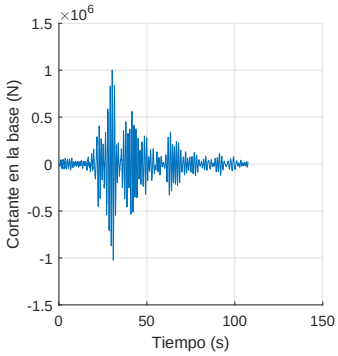
FIGURA 10.24: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TLCD



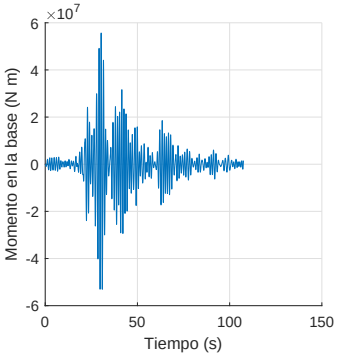
(A) Cortante, CALES00E



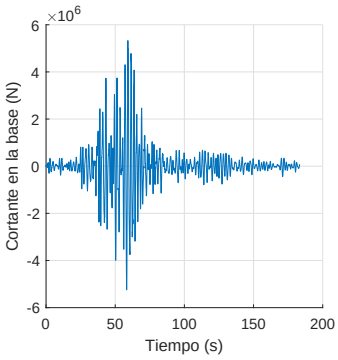
(B) Momento, CALES00E



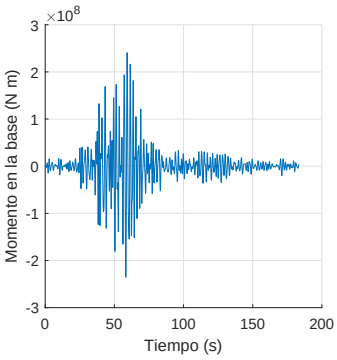
(C) Cortante, RICAN00E



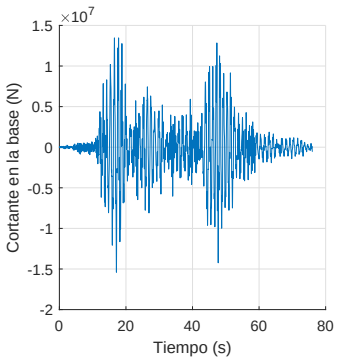
(D) Momento, RICAN00E



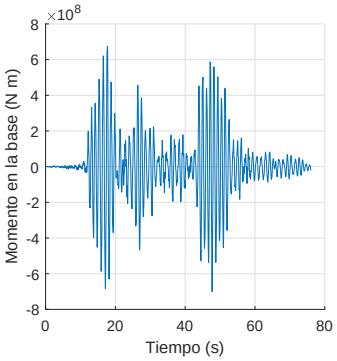
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 10.25: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TSD

TABLA 10.21: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TLCD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	5.44E+06	1.05E+06	5.60E+06	1.67E+07
Momento (N m)	2.54E+08	5.55E+07	2.58E+08	7.71E+08

TABLA 10.22: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TLCD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	1.23E+06	1.83E+05	9.57E+05	3.58E+06
Momento (N m)	6.70E+07	1.01E+07	4.51E+07	1.99E+08

TABLA 10.23: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TSD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	5.35E+06	1.02E+06	5.33E+06	1.54E+07
Momento (N m)	2.42E+08	5.57E+07	2.41E+08	7.00E+08

TABLA 10.24: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TSD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	1.01E+06	1.77E+05	9.17E+05	3.26E+06
Momento (N m)	5.38E+07	9.83E+06	4.23E+07	1.80E+08

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS de los modelos se muestra en las Tablas 10.25 y 10.26.

TABLA 10.25: Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TLCD

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	4.15 %	-3.04 %	5.57 %	5.19 %	-3.51 %	-1.46 %	2.51 %	2.17 %
Velocidad	3.71 %	-2.16 %	4.89 %	5.08 %	-0.22 %	-3.26 %	1.65 %	1.83 %
Aceleración	2.86 %	-3.10 %	1.58 %	6.35 %	-5.14 %	-0.84 %	1.86 %	2.69 %
Distorsión	4.22 %	-3.20 %	5.67 %	5.29 %	-3.83 %	-1.99 %	2.56 %	2.25 %
Cortante	3.32 %	0.96 %	5.05 %	5.42 %	-2.13 %	0.36 %	2.19 %	2.61 %
Momento	4.02 %	-0.88 %	5.47 %	5.07 %	-3.19 %	-1.34 %	2.47 %	3.92 %

Los resultados obtenidos indican que el registro que mayores demandas produce en la chimenea, en ambas direcciones, cuando se considera que la cimentación está sobre suelo denso es el registro de Villita Corona. En comparación con la respuesta obtenida sin control considerando que la cimentación está sobre suelo denso, las demandas disminuyen en casi todos los casos, se observa, también, que algunas de las respuestas se incrementan, en especial en la dirección del TLCD, sin embargo el incremento es poco significativo y, para el registro de Villita Corona, el cual presenta las mayores demandas en el modelo sin control, se logró disminuir tanto la respuesta máxima como la respuesta RMS, por lo tanto, para el modelo de la chimenea, considerando que la cimentación

TABLA 10.26: Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TSD

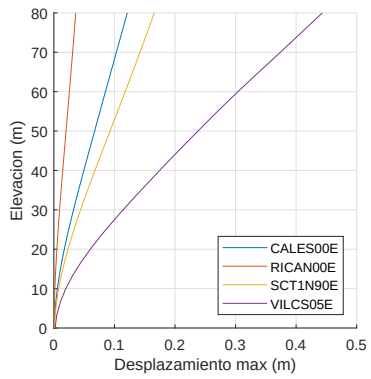
	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	23.02 %	2.75 %	7.80 %	4.52 %	3.52 %	5.06 %	11.75 %	13.32 %
Velocidad	22.75 %	8.21 %	8.63 %	1.93 %	8.36 %	12.35 %	9.45 %	12.60 %
Aceleración	17.24 %	0.52 %	9.45 %	6.15 %	1.32 %	6.64 %	11.05 %	6.53 %
Distorsión	22.93 %	2.47 %	7.71 %	4.34 %	3.62 %	4.89 %	11.64 %	12.51 %
Cortante	20.35 %	2.52 %	7.93 %	7.33 %	2.15 %	5.18 %	11.16 %	10.10 %
Momento	22.88 %	4.17 %	7.88 %	4.74 %	3.23 %	5.49 %	11.89 %	12.73 %

está sobre suelo denso, un TLCSD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es sísmica en las dos direcciones.

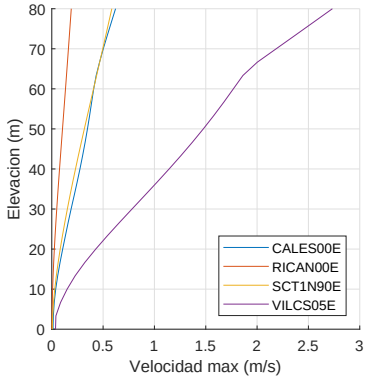
10.2.4. Modelo elástico sobre suelo rígido

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible con los parámetros correspondientes a suelo rígido presentados en la Tabla 7.4, con un TLCSD, realizando el análisis en las dos direcciones. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo discreto de las vigas acopladas sobre rígido sin el TLCSD. A continuación se presentan los resultados.

En las Figuras 10.26 y 10.27 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó con el registro de Villita Corona y la respuesta mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.

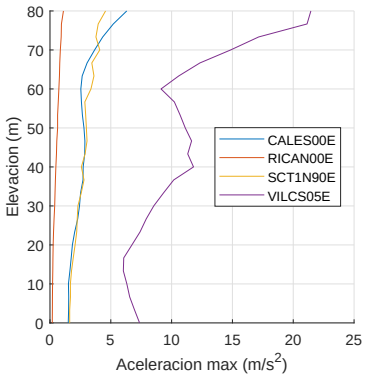


(A) Desplazamientos

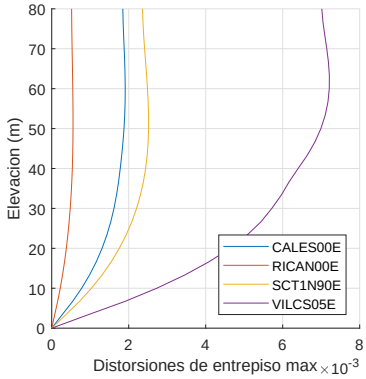


(B) Velocidades

FIGURA 10.26: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TLCD

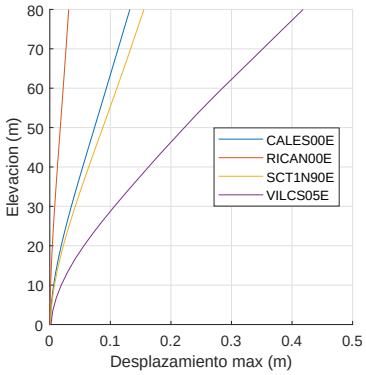


(C) Aceleraciones

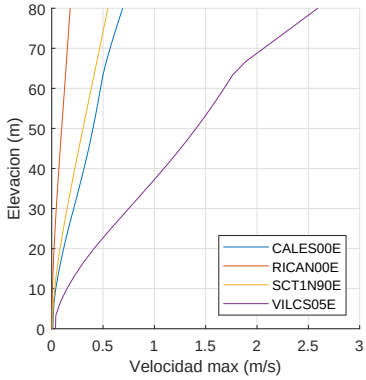


(D) Distorsiones

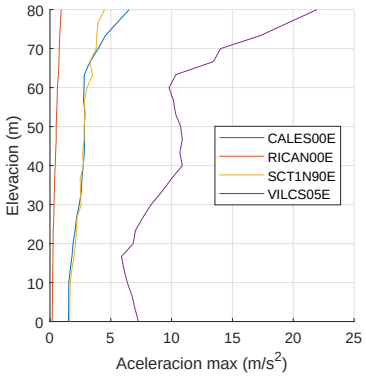
FIGURA 10.26: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TLCD (continuación)



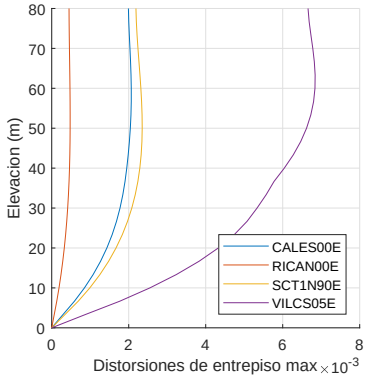
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



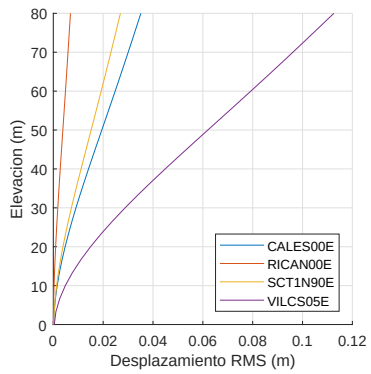
(C) Aceleraciones



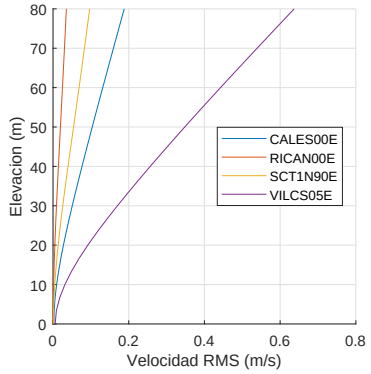
(D) Distorsiones

FIGURA 10.27: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TSD

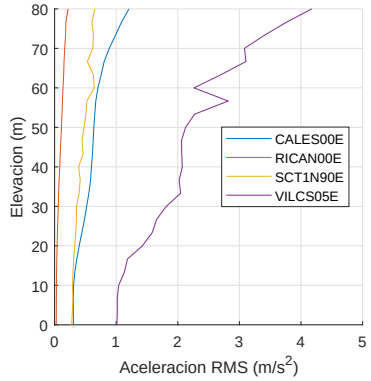
En las Figuras 10.28 y 10.29 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima se presenta con el registro de Villita Corona y la amplitud mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.



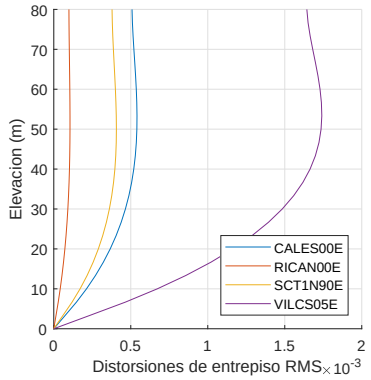
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades

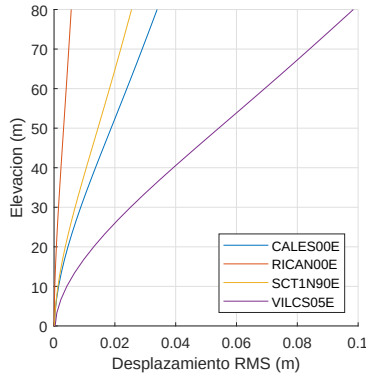


(C) Aceleraciones

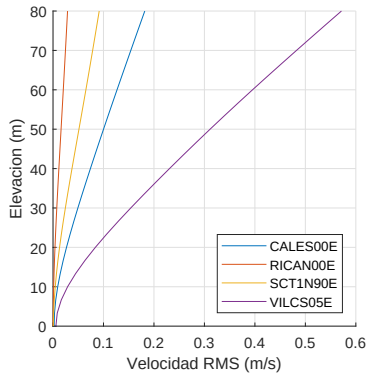


(D) Distorsiones

FIGURA 10.28: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TLCD

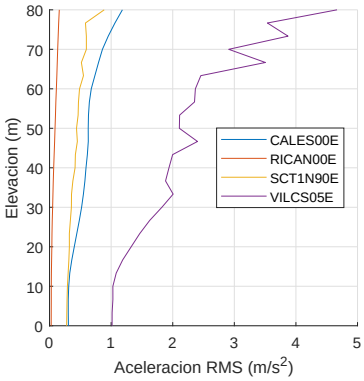


(A) Desplazamientos

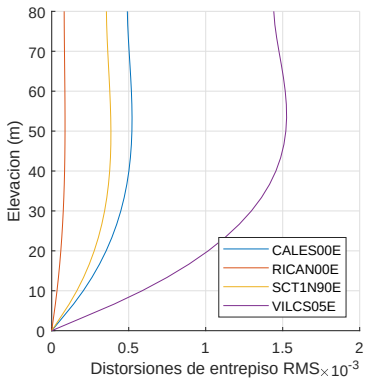


(B) Velocidades

FIGURA 10.29: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TSD



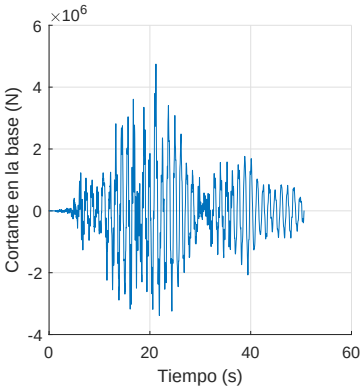
(C) Aceleraciones



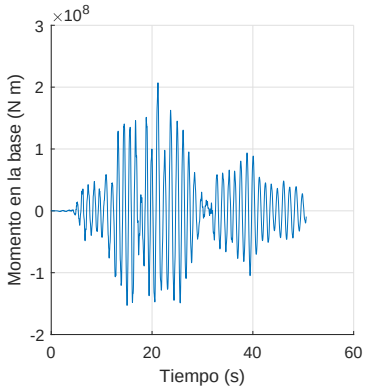
(D) Distorsiones

FIGURA 10.29: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TSD (continuación)

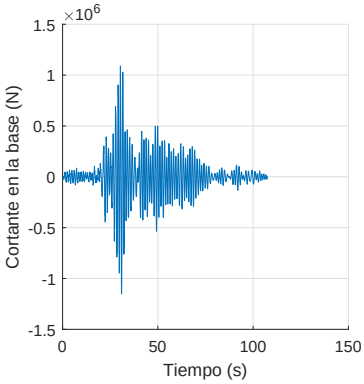
En las Figuras 10.30 y 10.31 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 10.27–10.30 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



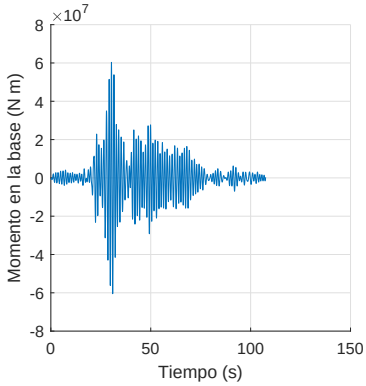
(A) Cortante, CALES00E



(B) Momento, CALES00E

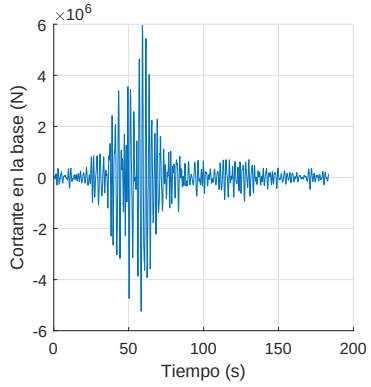


(C) Cortante, RICAN00E

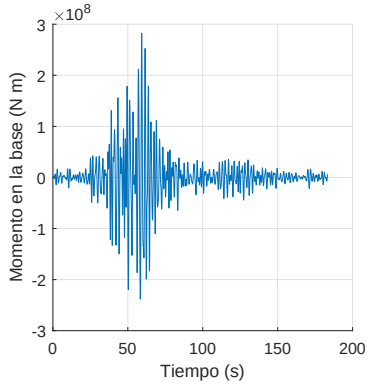


(D) Momento, RICAN00E

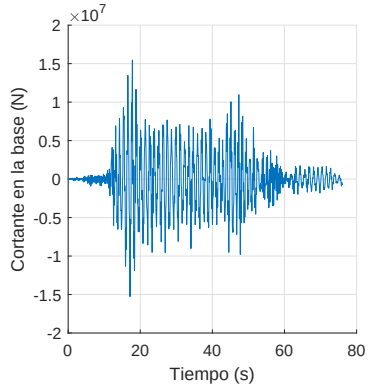
FIGURA 10.30: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TLCD



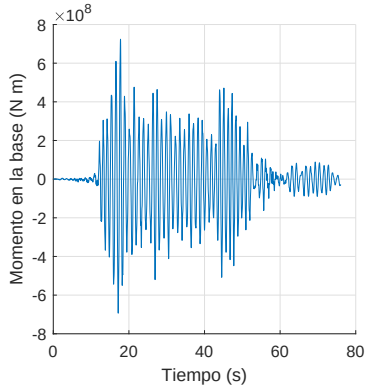
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E

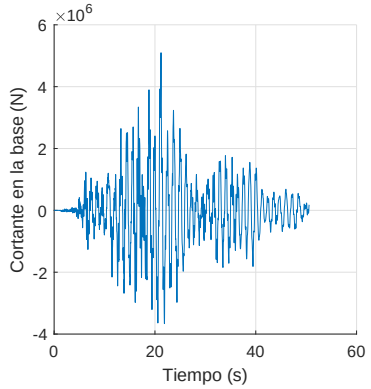


(G) Cortante, VILCS05E

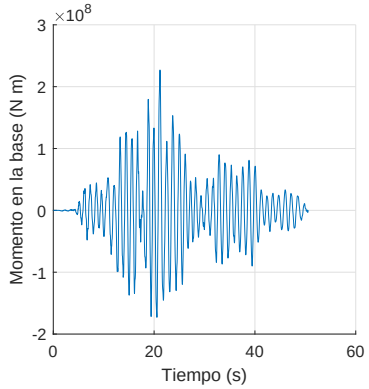


(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 10.30: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TLCD (continuación)

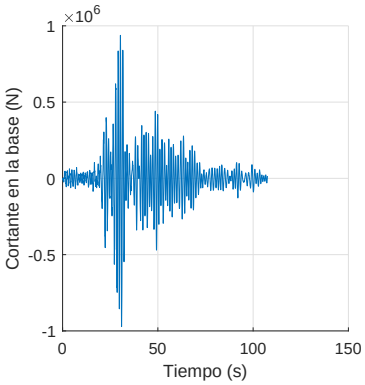


(A) Cortante, CALES00E

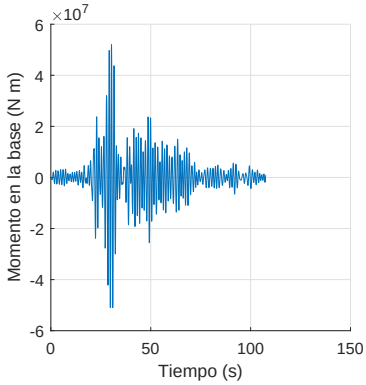


(B) Momento, CALES00E

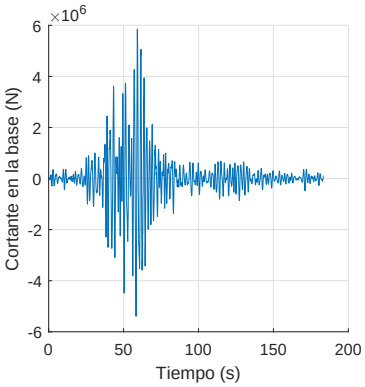
FIGURA 10.31: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TSD



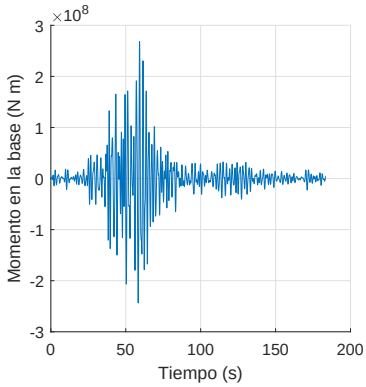
(C) Cortante, RICAN00E



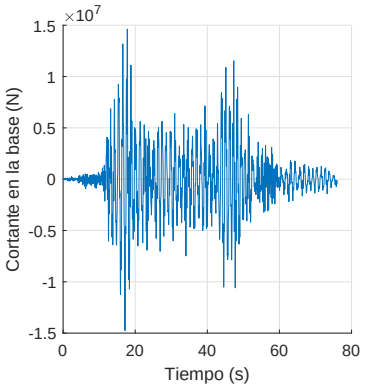
(D) Momento, RICAN00E



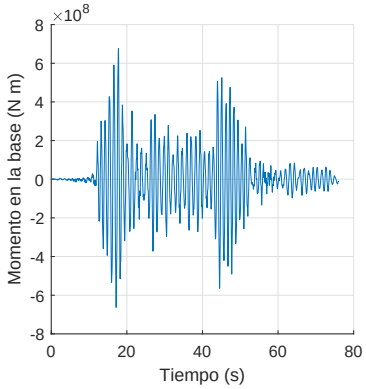
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 10.31: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TSD (continuación)

TABLA 10.27: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TLCD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	4.75E+06	1.15E+06	5.95E+06	1.55E+07
Momento (N m)	2.07E+08	6.05E+07	2.82E+08	7.24E+08

TABLA 10.28: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TLCD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	1.09E+06	2.09E+05	9.83E+05	3.36E+06
Momento (N m)	5.83E+07	1.15E+07	4.65E+07	1.85E+08

TABLA 10.29: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TSD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	5.10E+06	9.72E+05	5.85E+06	1.48E+07
Momento (N m)	2.27E+08	5.20E+07	2.68E+08	6.76E+08

TABLA 10.30: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TSD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	1.05E+06	1.72E+05	9.52E+05	2.97E+06
Momento (N m)	5.62E+07	9.42E+06	4.43E+07	1.61E+08

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS de los modelos se muestra en las Tablas 10.31 y 10.32.

TABLA 10.31: Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TLCD

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	2.22 %	-4.02 %	12.45 %	7.89 %	-4.34 %	-4.84 %	4.28 %	1.10 %
Velocidad	1.45 %	-6.41 %	12.12 %	7.04 %	-1.80 %	-8.17 %	3.29 %	0.60 %
Aceleración	1.14 %	-0.32 %	9.16 %	6.94 %	-4.20 %	-2.22 %	3.58 %	-0.17 %
Distorsión	2.29 %	-3.78 %	12.57 %	7.86 %	-4.69 %	-5.21 %	4.32 %	0.70 %
Cortante	1.82 %	-2.80 %	11.51 %	6.30 %	-2.72 %	-3.30 %	3.69 %	3.09 %
Momento	2.15 %	-3.97 %	12.29 %	7.94 %	-4.03 %	-4.53 %	4.24 %	2.42 %

TABLA 10.32: Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TSD

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	5.67 %	-13.81 %	28.14 %	20.52 %	0.99 %	1.43 %	16.35 %	6.81 %
Velocidad	4.77 %	-21.47 %	28.35 %	12.82 %	3.67 %	-2.37 %	13.38 %	5.57 %
Aceleración	3.18 %	-4.79 %	27.22 %	18.02 %	-1.89 %	1.64 %	2.90 %	2.32 %
Distorsión	5.68 %	-12.88 %	28.22 %	20.28 %	1.01 %	1.58 %	16.19 %	6.06 %
Cortante	5.00 %	-10.41 %	27.04 %	21.00 %	0.53 %	-1.61 %	14.99 %	7.60 %
Momento	5.63 %	-13.95 %	28.01 %	20.86 %	0.89 %	0.60 %	16.46 %	8.92 %

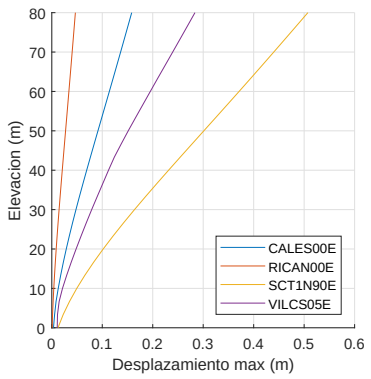
Los resultados obtenidos indican que el registro que mayores demandas produce en la chimenea, en ambas direcciones, cuando se considera que la cimentación está sobre suelo rígido es el registro de Villita Corona. En comparación con la respuesta obtenida sin control considerando que la cimentación está sobre suelo rígido, las demandas disminuyen en algunos de los casos, se observa, también, que algunas de las respuestas se incrementan, en especial en la dirección del TSD, sin embargo, para el registro de Villita

Corona, el cual presenta las mayores demandas en el modelo sin control, se logró disminuir tanto la respuesta máxima como la respuesta RMS, por lo tanto, para el modelo de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo rígido, un TLCSD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es sísmica en las dos direcciones, pero es posible que para algunos casos la respuesta se incremente.

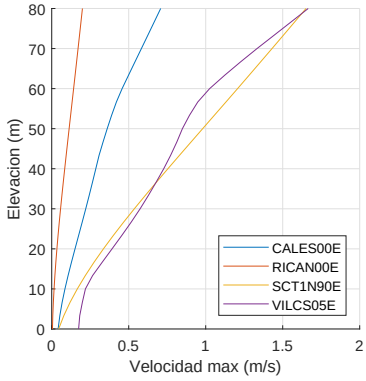
10.2.5. Modelo elástico sobre suelo blando

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible con los parámetros correspondientes a suelo blando presentados en la Tabla 7.4, con un TLCSD, realizando el análisis en las dos direcciones. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo discreto de las vigas acopladas sobre blando sin el TLCSD. A continuación se presentan los resultados.

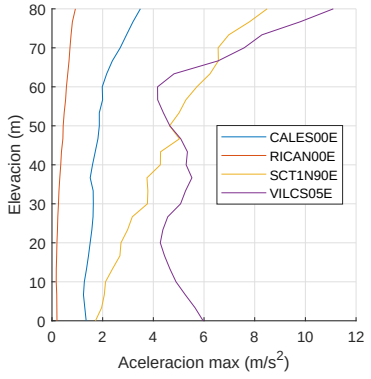
En las Figuras 10.32 y 10.33 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que el registro de SCT produce las mayores demandas de desplazamiento y distorsión, mientras que, Villita Corona las de velocidad y aceleración. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.



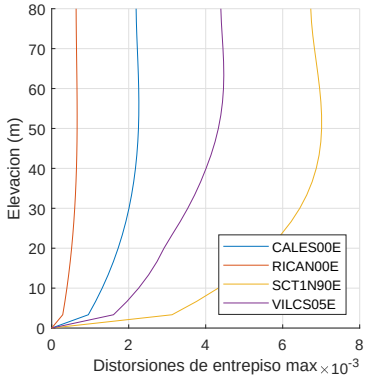
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades

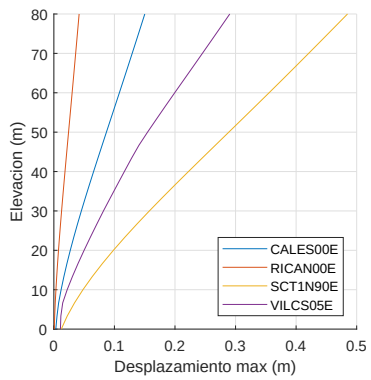


(C) Aceleraciones

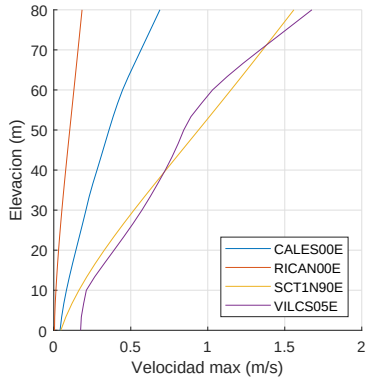


(D) Distorsiones

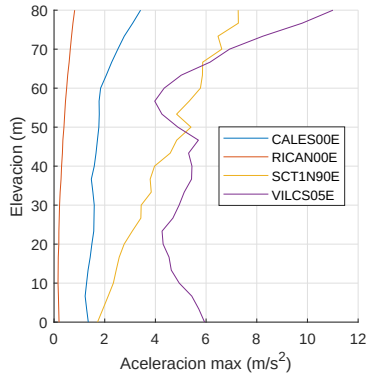
FIGURA 10.32: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TLCD



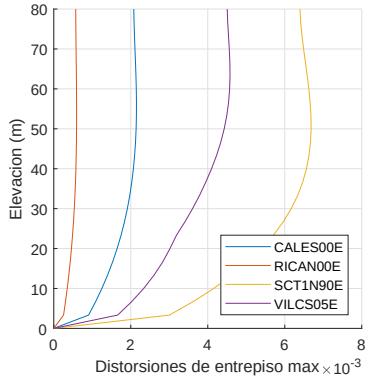
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



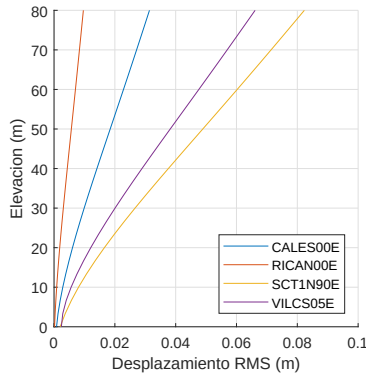
(C) Aceleraciones



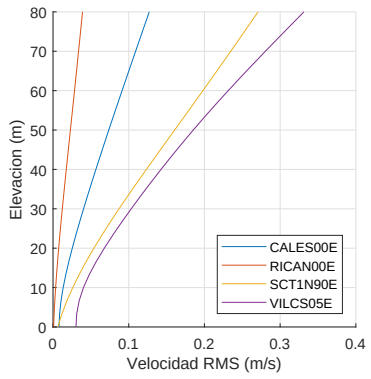
(D) Distorsiones

FIGURA 10.33: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TSD

En las Figuras 10.34 y 10.35 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, el registro de SCT produce las mayores amplitudes de desplazamiento y distorsión, mientras que, Villita Corona las de velocidad y aceleración. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.

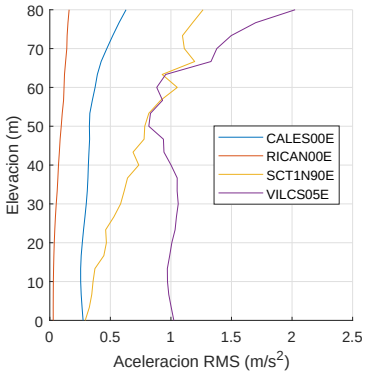


(A) Desplazamientos

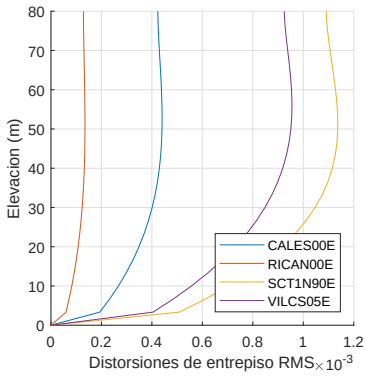


(B) Velocidades

FIGURA 10.34: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TLCD

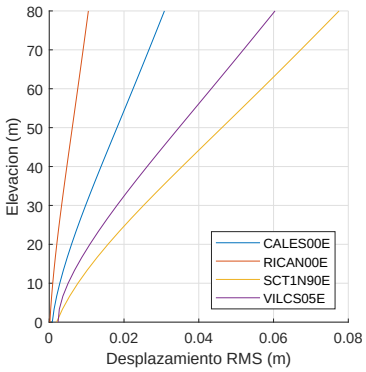


(C) Aceleraciones

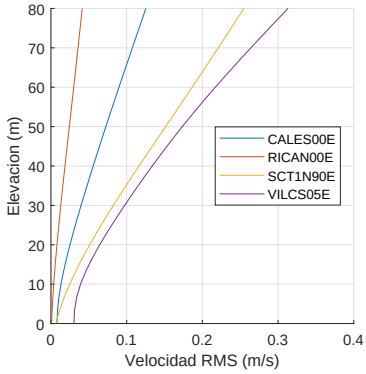


(D) Distorsiones

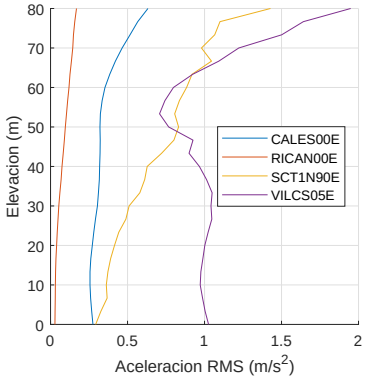
FIGURA 10.34: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TLCD (continuación)



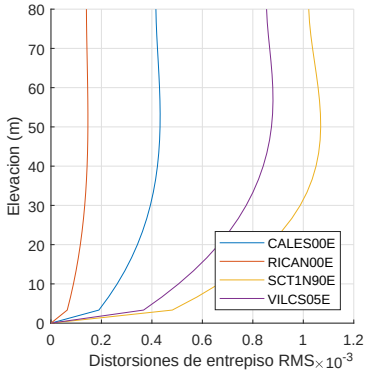
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



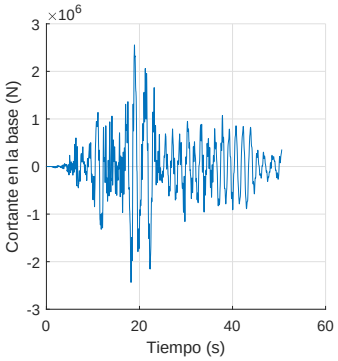
(C) Aceleraciones



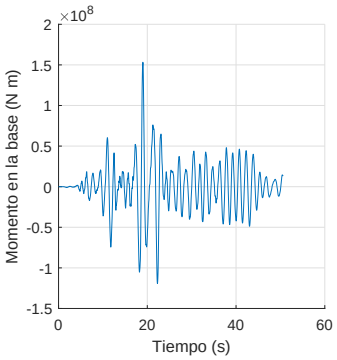
(D) Distorsiones

FIGURA 10.35: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TSD

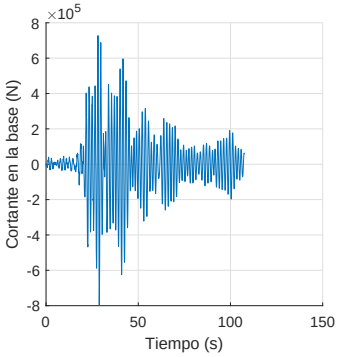
En las Figuras 10.36 y 10.37 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 10.33–10.36 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



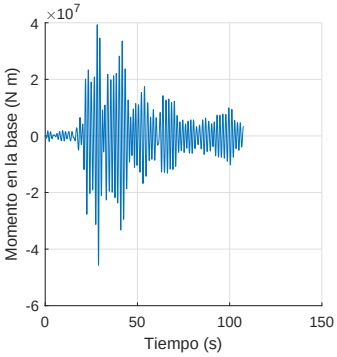
(A) Cortante, CALES00E



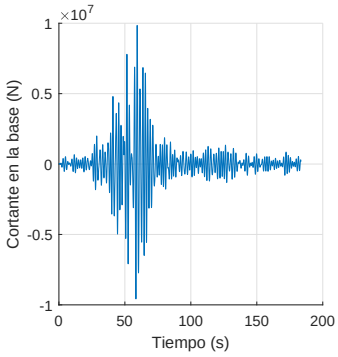
(B) Momento, CALES00E



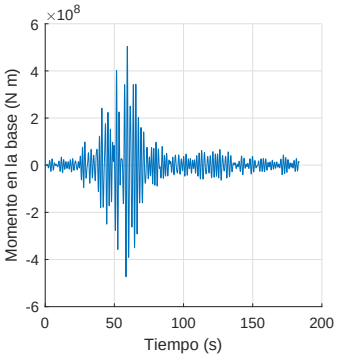
(C) Cortante, RICAN00E



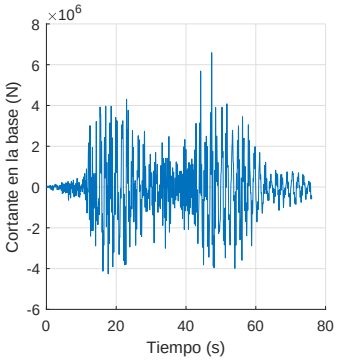
(D) Momento, RICAN00E



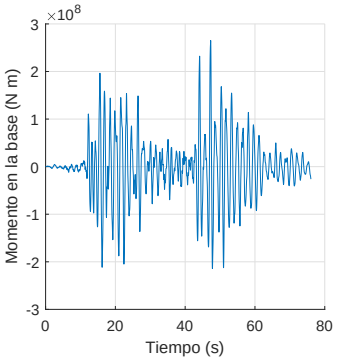
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E

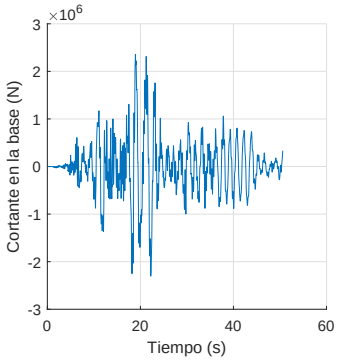


(G) Cortante, VILCS05E

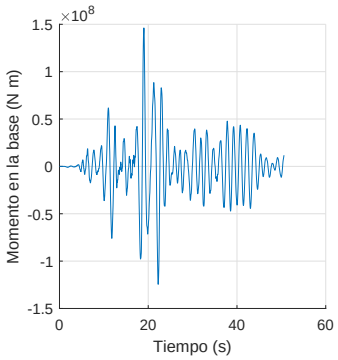


(H) Momento, VILCS05E

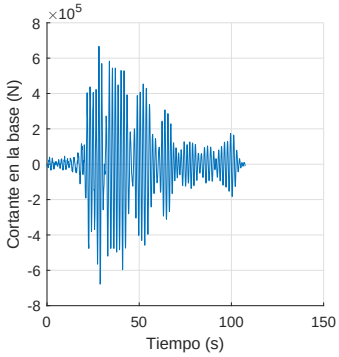
FIGURA 10.36: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TLCD



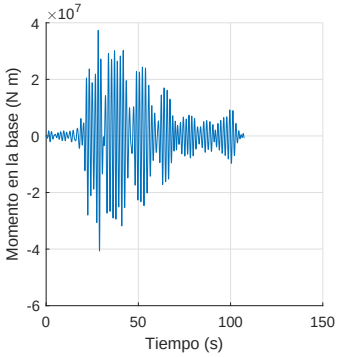
(A) Cortante, CALES00E



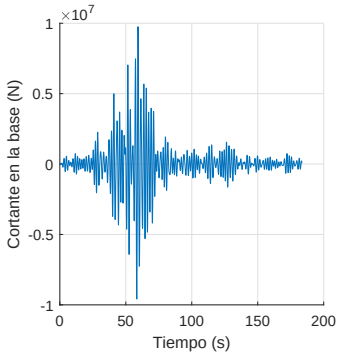
(B) Momento, CALES00E



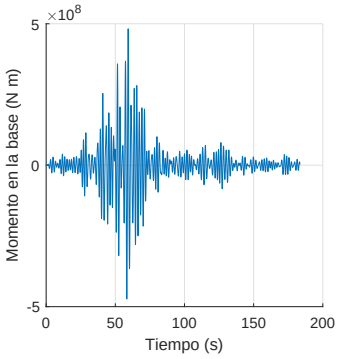
(C) Cortante, RICAN00E



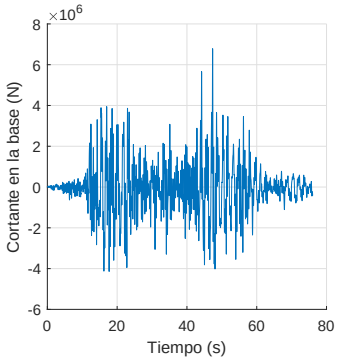
(D) Momento, RICAN00E



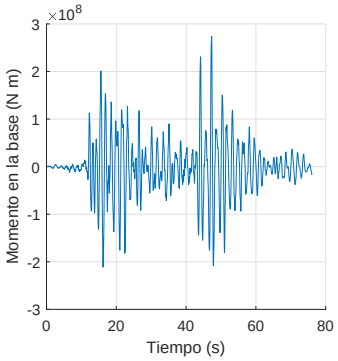
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 10.37: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TSD

TABLA 10.33: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TLCD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	2.56E+06	7.96E+05	9.85E+06	6.59E+06
Momento (N m)	1.53E+08	4.57E+07	5.04E+08	2.65E+08

TABLA 10.34: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TLCD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	6.05E+05	1.76E+05	1.62E+06	1.34E+06
Momento (N m)	3.10E+07	9.57E+06	8.19E+07	6.44E+07

TABLA 10.35: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TSD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	2.36E+06	6.78E+05	9.75E+06	6.79E+06
Momento (N m)	1.46E+08	4.07E+07	4.83E+08	2.74E+08

TABLA 10.36: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TSD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	5.95E+05	1.89E+05	1.55E+06	1.24E+06
Momento (N m)	3.05E+07	1.04E+07	7.73E+07	5.86E+07

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS de los modelos se muestra en las Tablas 10.37 y 10.38.

TABLA 10.37: Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TLCD

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	4.32 %	9.18 %	14.19 %	13.92 %	-3.98 %	-9.51 %	14.91 %	8.34 %
Velocidad	4.51 %	8.89 %	12.27 %	13.82 %	-0.89 %	-15.23 %	10.01 %	4.06 %
Aceleración	4.00 %	6.28 %	13.14 %	9.33 %	-2.91 %	-8.86 %	4.66 %	4.79 %
Distorsión	4.36 %	9.07 %	14.31 %	14.27 %	-4.18 %	-9.90 %	14.36 %	7.71 %
Cortante	3.95 %	7.38 %	13.54 %	8.60 %	-2.83 %	-7.85 %	11.78 %	10.18 %
Momento	4.40 %	9.93 %	14.14 %	14.11 %	-3.91 %	-9.58 %	15.17 %	11.01 %

Los resultados obtenidos indican que el registro que mayores demandas produce en la chimenea, en ambas direcciones, cuando se considera que la cimentación está sobre suelo blando es el registro de SCT. En comparación con la respuesta obtenida sin control considerando que la cimentación está sobre suelo blando, las demandas disminuyen en casi todos los casos, se observa, también, que algunas de las respuestas se incrementan, en especial en la dirección del TLCD y, para el registro de SCT, el cual presenta las mayores demandas en el modelo sin control, se incrementaron las demandas en ambas direcciones, por lo tanto, para el modelo de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo blando, un TLCSD en la parte superior del fuste permite controlar

TABLA 10.38: Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TSD

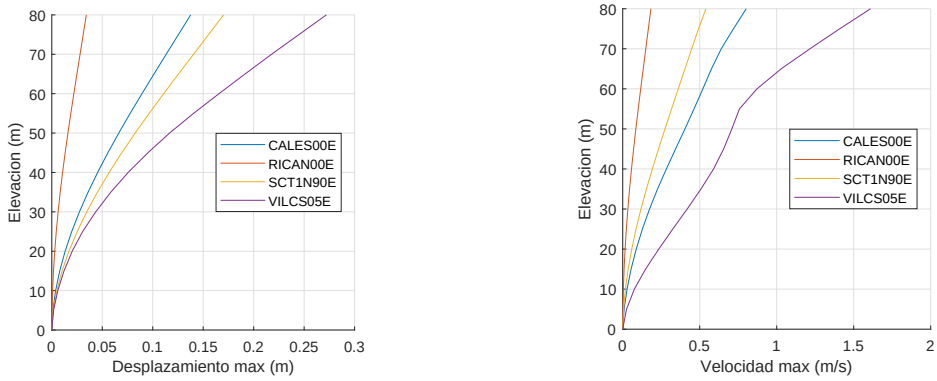
	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	6.06 %	13.86 %	7.01 %	23.36 %	1.91 %	-4.86 %	22.53 %	6.07 %
Velocidad	5.88 %	11.11 %	7.14 %	20.80 %	4.97 %	-9.78 %	15.33 %	3.87 %
Aceleración	4.74 %	10.08 %	9.98 %	19.58 %	-0.73 %	-3.91 %	10.47 %	5.87 %
Distorsión	6.05 %	13.61 %	6.96 %	23.24 %	2.00 %	-4.88 %	21.40 %	5.47 %
Cortante	5.46 %	14.58 %	7.50 %	22.11 %	1.53 %	-6.82 %	18.13 %	7.48 %
Momento	6.12 %	14.09 %	7.11 %	23.60 %	1.92 %	-4.92 %	22.83 %	8.07 %

la respuesta cuando la excitación es sísmica en las dos direcciones, pero a su vez, es posible que la respuesta sufra un incremento para algunos registros.

10.2.6. Modelo no lineal con base fija

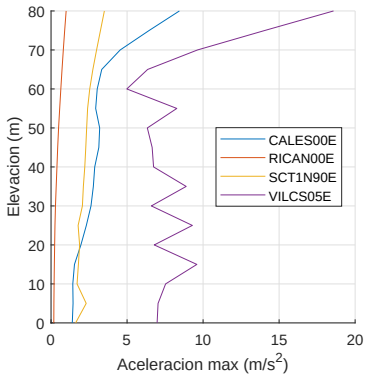
La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base fija y un TLCSD, realizando el análisis en las dos direcciones. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. También se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. Además, se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo no lineal con base fija sin el TLCSD. A continuación se presentan los resultados.

En las Figuras 10.38 y 10.39 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó con el registro de Villita Corona y la respuesta mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.

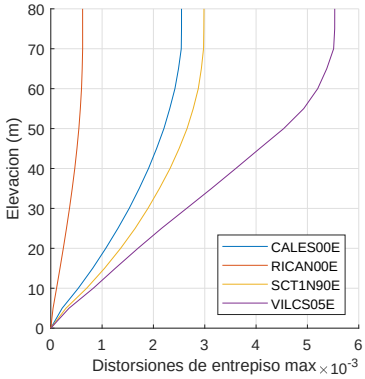


(A) Desplazamientos (B) Velocidades

FIGURA 10.38: Respuestas máximas del modelo no lineal con base fija en la dirección del TLCD

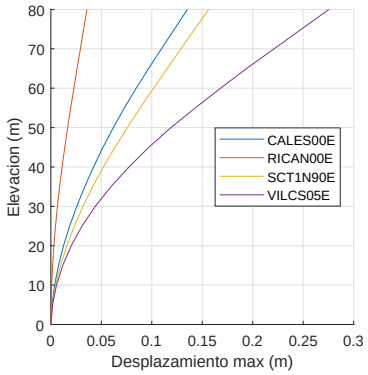


(C) Aceleraciones

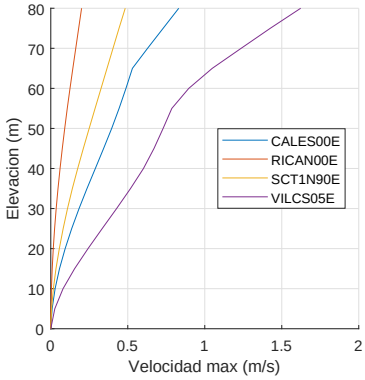


(D) Distorsiones

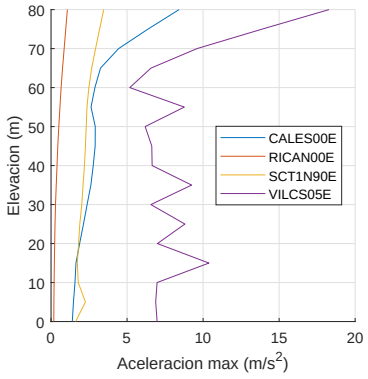
FIGURA 10.38: Respuestas máximas del modelo no lineal con base fija en la dirección del TLCD (continuación)



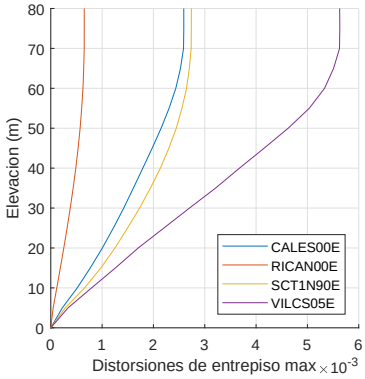
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



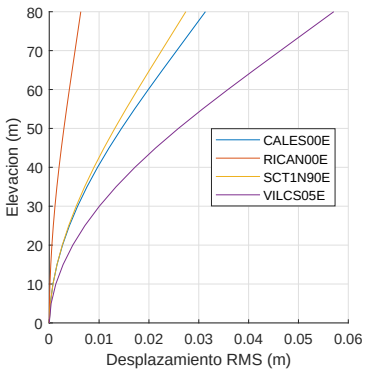
(C) Aceleraciones



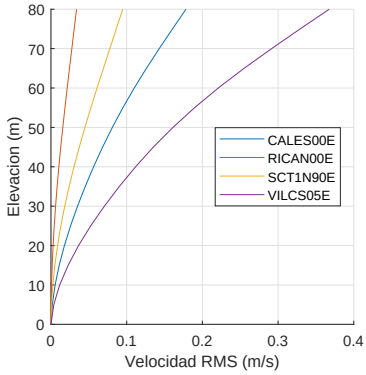
(D) Distorsiones

FIGURA 10.39: Respuestas máximas del modelo no lineal con base fija en la dirección del TSD

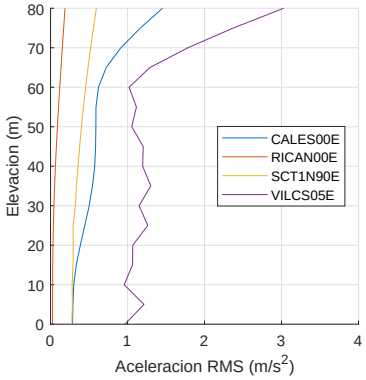
En las Figuras 10.40 y 10.41 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima se presenta con el registro de Villita Corona y la amplitud mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.



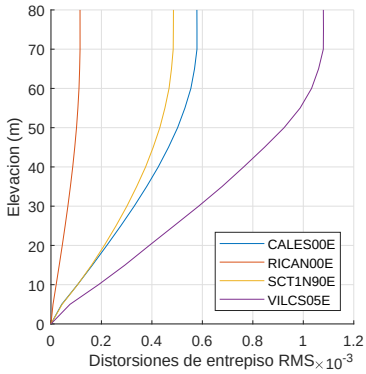
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades

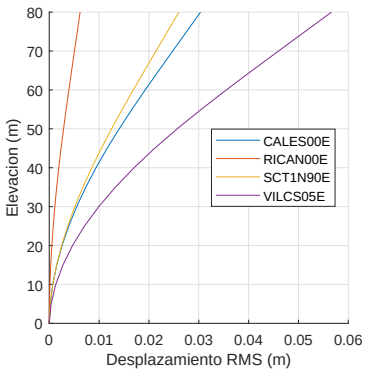


(C) Aceleraciones

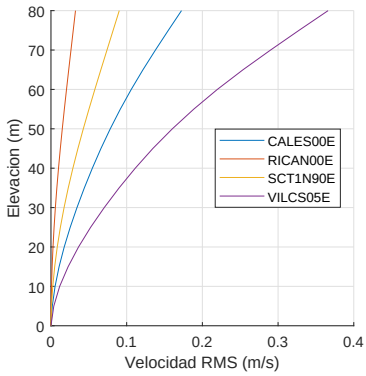


(D) Distorsiones

FIGURA 10.40: Respuestas RMS del modelo no lineal con base fija en la dirección del TLCD

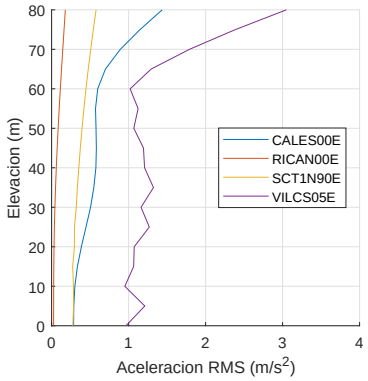


(A) Desplazamientos

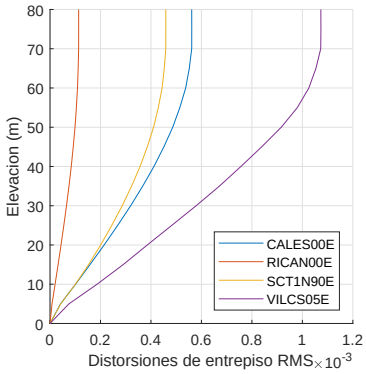


(B) Velocidades

FIGURA 10.41: Respuestas RMS del modelo no lineal con base fija en la dirección del TSD



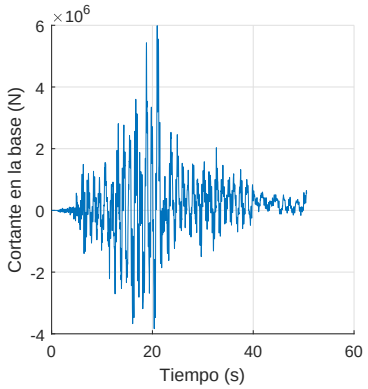
(C) Aceleraciones



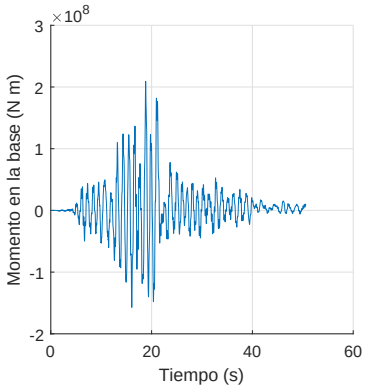
(D) Distorsiones

FIGURA 10.41: Respuestas RMS del modelo no lineal con base fija en la dirección del TSD

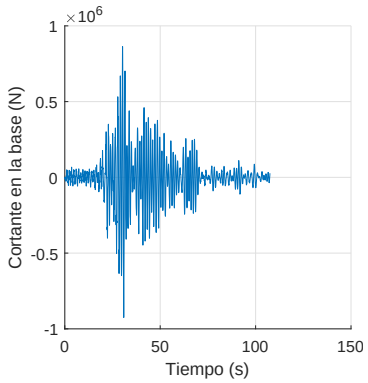
En las Figuras 10.42 y 10.43 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 10.40–10.42 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



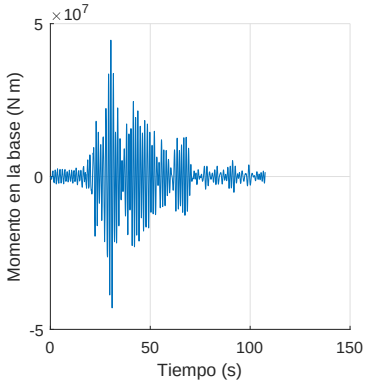
(A) Cortante, CALES00E



(B) Momento, CALES00E

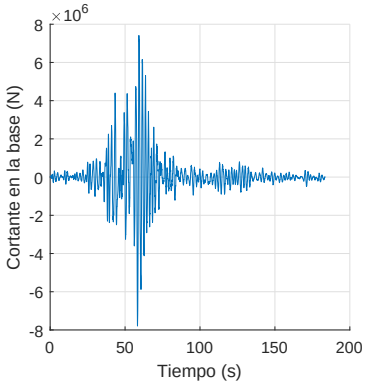


(C) Cortante, RICAN00E

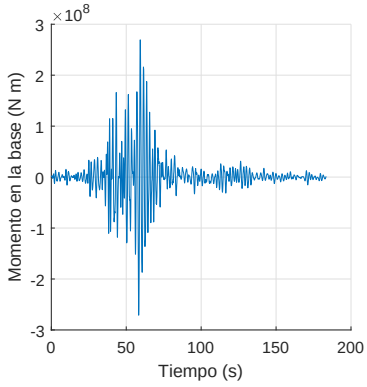


(D) Momento, RICAN00E

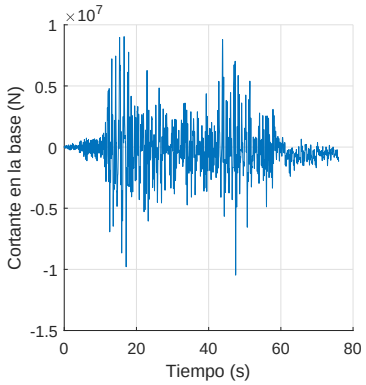
FIGURA 10.42: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija en la dirección del TLCD



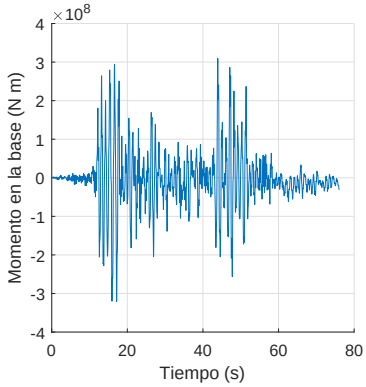
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E

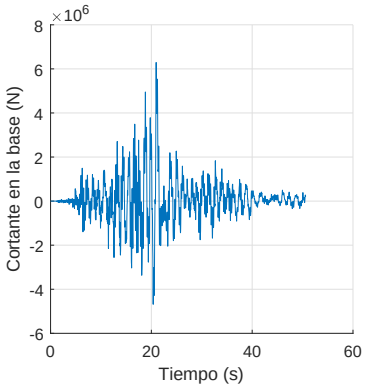


(G) Cortante, VILCS05E

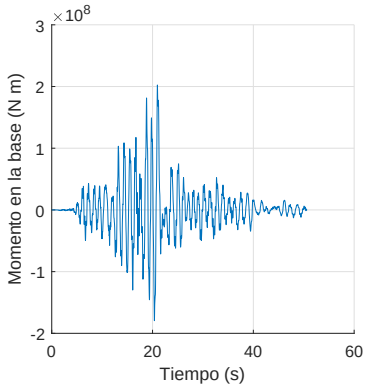


(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 10.42: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija en la dirección del TLCD (continuación)

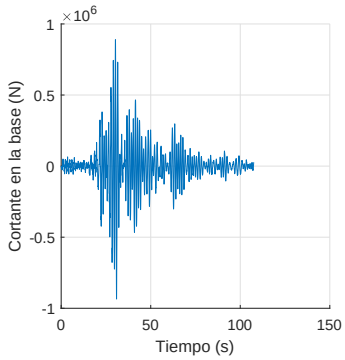


(A) Cortante, CALES00E

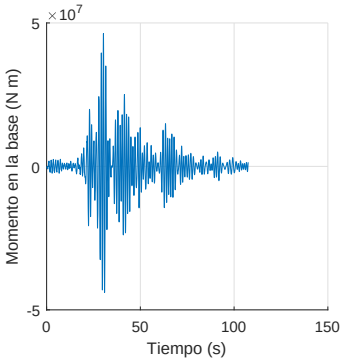


(B) Momento, CALES00E

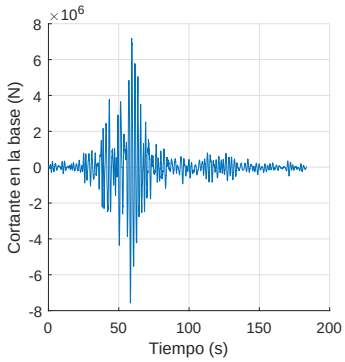
FIGURA 10.43: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija en la dirección del TSD



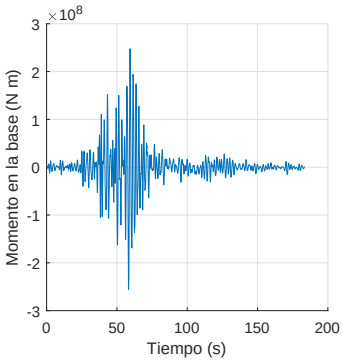
(C) Cortante, RICAN00E



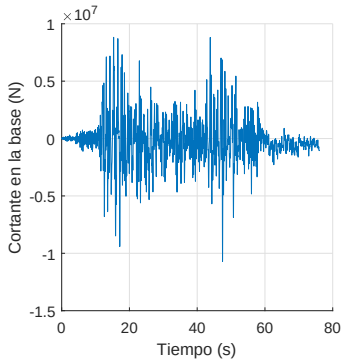
(D) Momento, RICAN00E



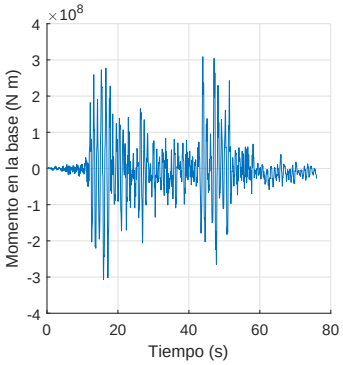
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 10.43: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija en la dirección del TSD (continuación)

TABLA 10.39: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal con base fija en la dirección del TLCD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	5.99E+06	9.25E+05	7.80E+06	1.05E+07
Momento (N m)	2.09E+08	4.46E+07	2.71E+08	3.21E+08

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000. Las rotaciones y estados de daño son presentados en las

TABLA 10.40: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal con base fija en la dirección del TLCD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	1.01E+06	1.59E+05	1.13E+06	1.94E+06
Momento (N m)	4.15E+07	8.17E+06	4.14E+07	7.34E+07

TABLA 10.41: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal con base fija en la dirección del TSD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	6.29E+06	9.35E+05	7.57E+06	1.07E+07
Momento (N m)	2.02E+08	4.63E+07	2.55E+08	3.09E+08

TABLA 10.42: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal con base fija en la dirección del TSD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	9.92E+05	1.54E+05	1.09E+06	1.94E+06
Momento (N m)	4.01E+07	7.95E+06	3.95E+07	7.26E+07

Tablas 10.43 y 10.44, donde el estado EL es elástico y FO es operacional.

TABLA 10.43: Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal con base fija en la dirección del TLCD

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado
AP1	1.48E-04	FO	2.75E-05	EL	2.02E-04	FO	2.44E-04	FO
AP2	1.13E-04	FO	2.48E-05	EL	1.54E-04	FO	1.89E-04	FO
AP3	1.33E-04	FO	2.67E-05	EL	1.75E-04	FO	2.12E-04	FO
AP4	9.63E-05	FO	2.38E-05	EL	1.30E-04	FO	1.80E-04	FO
AP5	1.16E-04	FO	2.57E-05	EL	1.51E-04	FO	2.03E-04	FO
AP6	8.95E-05	EL	2.27E-05	EL	1.08E-04	FO	1.75E-04	FO
AP7	9.81E-05	FO	2.44E-05	EL	1.29E-04	FO	1.99E-04	FO
AP8	8.37E-05	EL	2.13E-05	EL	9.21E-05	EL	1.78E-04	FO
AP9	9.08E-05	EL	2.31E-05	EL	1.18E-04	FO	2.37E-04	FO
AP10	7.85E-05	EL	1.97E-05	EL	8.44E-05	EL	2.01E-04	FO
AP11	8.45E-05	EL	2.13E-05	EL	9.09E-05	EL	2.29E-04	FO
AP12	7.28E-05	EL	1.78E-05	EL	7.51E-05	EL	2.00E-04	FO
AP13	7.91E-05	EL	1.93E-05	EL	8.16E-05	EL	2.29E-04	FO
AP14	6.71E-05	EL	1.59E-05	EL	6.65E-05	EL	1.85E-04	FO
AP15	7.31E-05	EL	1.73E-05	EL	7.25E-05	EL	2.14E-04	FO
AP16	6.15E-05	EL	1.37E-05	EL	5.69E-05	EL	1.68E-04	FO
AP17	6.96E-05	EL	1.55E-05	EL	6.45E-05	EL	2.51E-04	FO
AP18	5.78E-05	EL	1.19E-05	EL	4.96E-05	EL	1.75E-04	FO
AP19	6.61E-05	EL	1.36E-05	EL	5.67E-05	EL	2.77E-04	FO
AP20	5.27E-05	EL	9.76E-06	EL	4.09E-05	EL	1.63E-04	FO
AP21	5.92E-05	EL	1.10E-05	EL	4.60E-05	EL	2.53E-04	FO
AP22	4.44E-05	EL	7.53E-06	EL	3.20E-05	EL	9.89E-05	FO
AP23	4.88E-05	EL	8.28E-06	EL	3.52E-05	EL	1.55E-04	FO
AP24	3.28E-05	EL	4.88E-06	EL	2.14E-05	EL	6.86E-05	EL
AP25	3.73E-05	EL	5.54E-06	EL	2.43E-05	EL	7.79E-05	EL
AP26	2.16E-05	EL	2.96E-06	EL	1.38E-05	EL	4.60E-05	EL
AP27	2.40E-05	EL	3.29E-06	EL	1.53E-05	EL	5.11E-05	EL
AP28	8.58E-06	EL	9.31E-07	EL	5.48E-06	EL	1.82E-05	EL
AP29	9.86E-06	EL	1.07E-06	EL	6.30E-06	EL	2.09E-05	EL
AP30	2.74E-06	EL	2.39E-07	EL	2.06E-06	EL	5.73E-06	EL
AP31	3.18E-06	EL	2.77E-07	EL	2.38E-06	EL	6.64E-06	EL

TABLA 10.44: Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal con base fija en la dirección del TSD

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado
AP1	1.45E-04	FO	2.86E-05	EL	1.90E-04	FO	2.30E-04	FO
AP2	1.03E-04	FO	2.58E-05	EL	1.41E-04	FO	1.89E-04	FO
AP3	1.23E-04	FO	2.77E-05	EL	1.63E-04	FO	2.12E-04	FO
AP4	9.06E-05	EL	2.48E-05	EL	1.15E-04	FO	1.81E-04	FO
AP5	1.01E-04	FO	2.67E-05	EL	1.36E-04	FO	2.05E-04	FO
AP6	8.41E-05	EL	2.36E-05	EL	9.50E-05	EL	1.79E-04	FO
AP7	9.07E-05	EL	2.55E-05	EL	1.14E-04	FO	2.02E-04	FO
AP8	7.87E-05	EL	2.22E-05	EL	8.72E-05	EL	1.83E-04	FO
AP9	8.54E-05	EL	2.41E-05	EL	1.01E-04	FO	2.44E-04	FO
AP10	7.54E-05	EL	2.06E-05	EL	7.98E-05	EL	2.09E-04	FO
AP11	8.12E-05	EL	2.22E-05	EL	8.59E-05	EL	2.37E-04	FO
AP12	7.16E-05	EL	1.87E-05	EL	7.07E-05	EL	2.05E-04	FO
AP13	7.78E-05	EL	2.04E-05	EL	7.69E-05	EL	2.34E-04	FO
AP14	6.76E-05	EL	1.69E-05	EL	6.24E-05	EL	1.89E-04	FO
AP15	7.37E-05	EL	1.84E-05	EL	6.81E-05	EL	2.18E-04	FO
AP16	6.27E-05	EL	1.48E-05	EL	5.33E-05	EL	1.69E-04	FO
AP17	7.10E-05	EL	1.68E-05	EL	6.03E-05	EL	2.54E-04	FO
AP18	5.82E-05	EL	1.31E-05	EL	4.62E-05	EL	1.74E-04	FO
AP19	6.65E-05	EL	1.49E-05	EL	5.28E-05	EL	2.76E-04	FO
AP20	5.19E-05	EL	1.09E-05	EL	3.79E-05	EL	1.61E-04	FO
AP21	5.83E-05	EL	1.23E-05	EL	4.26E-05	EL	2.51E-04	FO
AP22	4.29E-05	EL	8.55E-06	EL	2.94E-05	EL	9.59E-05	FO
AP23	4.72E-05	EL	9.40E-06	EL	3.23E-05	EL	1.52E-04	FO
AP24	3.21E-05	EL	5.69E-06	EL	1.93E-05	EL	6.75E-05	EL
AP25	3.65E-05	EL	6.47E-06	EL	2.19E-05	EL	7.67E-05	EL
AP26	2.12E-05	EL	3.57E-06	EL	1.21E-05	EL	4.49E-05	EL
AP27	2.35E-05	EL	3.97E-06	EL	1.34E-05	EL	4.99E-05	EL
AP28	8.37E-06	EL	1.29E-06	EL	4.34E-06	EL	1.75E-05	EL
AP29	9.63E-06	EL	1.49E-06	EL	4.99E-06	EL	2.01E-05	EL
AP30	2.66E-06	EL	4.61E-07	EL	1.42E-06	EL	5.35E-06	EL
AP31	3.08E-06	EL	5.34E-07	EL	1.65E-06	EL	6.20E-06	EL

El registro de Villita Corona es el más desfavorable de los analizados para este modelo, ya que se alcanza la máxima rotación plástica, se forman más articulaciones plásticas, el cortante y momento son los máximos y los perfiles máximos y RMS tienen mayor amplitud.

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS de los modelos se muestra en las Tablas 10.45 y 10.46.

TABLA 10.45: Disminución de la respuesta del modelo no lineal con base fija en la dirección del TLCD

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	6.00 %	-4.81 %	6.42 %	6.31 %	-5.08 %	-6.91 %	0.29 %	0.83 %
Velocidad	5.18 %	1.53 %	5.72 %	6.31 %	-2.32 %	-5.02 %	-0.39 %	1.30 %
Aceleración	2.20 %	2.65 %	4.73 %	5.23 %	-0.68 %	-0.64 %	-0.33 %	6.90 %
Distorsión	6.14 %	-0.50 %	6.58 %	6.44 %	-5.19 %	-7.05 %	0.39 %	0.97 %
Cortante	2.37 %	0.97 %	5.34 %	5.93 %	-4.11 %	-3.20 %	-0.11 %	-1.17 %
Momento	4.53 %	-8.79 %	6.06 %	5.98 %	-5.04 %	-6.15 %	-0.02 %	1.31 %

TABLA 10.46: Disminución de la respuesta del modelo no lineal con base fija en la dirección del TSD

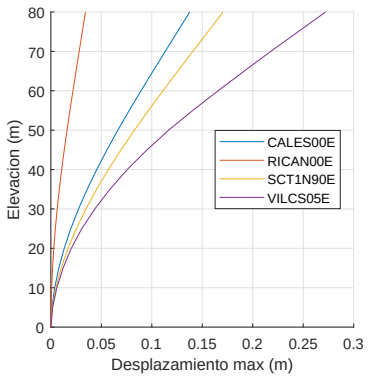
	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	8.96 %	-0.55 %	8.54 %	2.19 %	0.18 %	1.88 %	1.14 %	-0.56 %
Velocidad	8.41 %	2.58 %	9.66 %	-1.25 %	2.62 %	5.26 %	0.05 %	-0.76 %
Aceleración	3.87 %	5.99 %	9.34 %	0.54 %	1.32 %	0.75 %	-0.75 %	5.77 %
Distorsión	8.99 %	1.14 %	8.46 %	2.09 %	0.19 %	1.64 %	1.11 %	-0.82 %
Cortante	3.72 %	-4.08 %	7.96 %	4.90 %	-0.91 %	-0.23 %	0.02 %	-3.56 %
Momento	7.72 %	-5.32 %	8.56 %	2.40 %	-0.10 %	0.00 %	0.98 %	5.06 %

Los resultados obtenidos indican que el registro que mayores demandas produce en el modelo de la chimenea, en ambas direcciones, cuando se considera que la cimentación está empotrada es el registro de Villita Corona. En comparación con la respuesta obtenida con el modelo no lineal sin control considerando que la cimentación está empotrada, las demandas disminuyen en algunos de los casos, se observa, también, que algunas de las respuestas se incrementan, en especial en la dirección del TLCD, sin embargo el incremento es poco significativo y, para el registro de Villita Corona, el cual presenta las mayores demandas en el modelo sin control, se logró disminuir tanto la respuesta máxima como la respuesta RMS. Además, comparando los estados de las articulaciones, se forman menos articulaciones en el registro de SCT, aunado a que las rotaciones en las articulaciones plásticas disminuyen, por lo tanto, para el modelo no lineal de la chimenea, considerando que la cimentación está empotrada, un TLCSD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es sísmica en las dos direcciones, pero a su vez, es posible que la respuesta sufra un incremento para algunos registros.

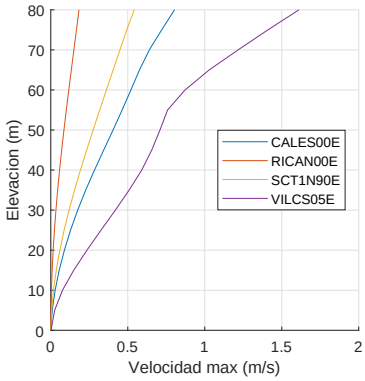
10.2.7. Modelo no lineal sobre roca

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base con base flexible y un TLCSD con los parámetros correspondientes a roca presentados en la Tabla 7.4, realizando el análisis en las dos direcciones. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. También se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. Además, se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo no lineal sobre roca sin el TLCSD. A continuación se presentan los resultados.

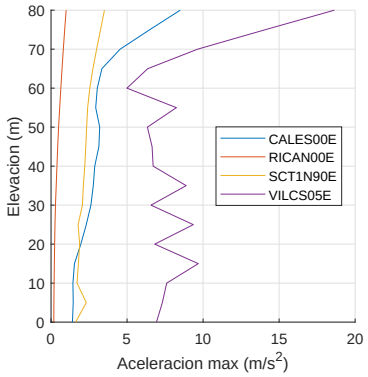
En las Figuras 10.44 y 10.45 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó con el registro de Villita Corona y la respuesta mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.



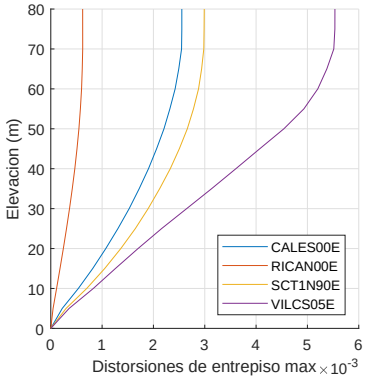
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades

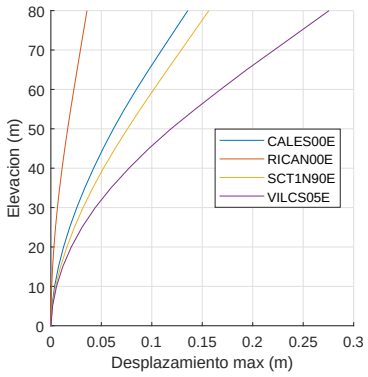


(C) Aceleraciones

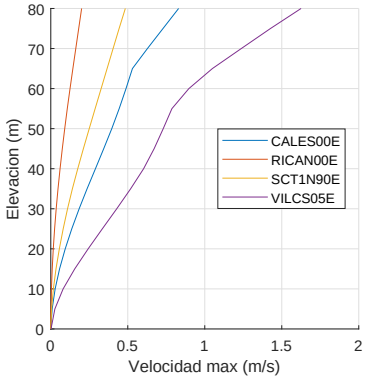


(D) Distorsiones

FIGURA 10.44: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TLCD

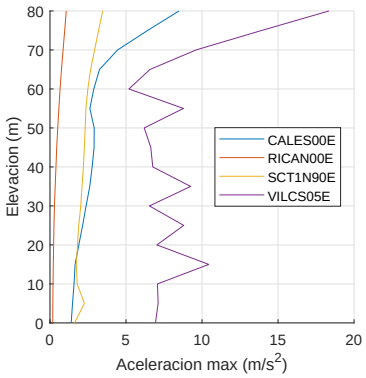


(A) Desplazamientos

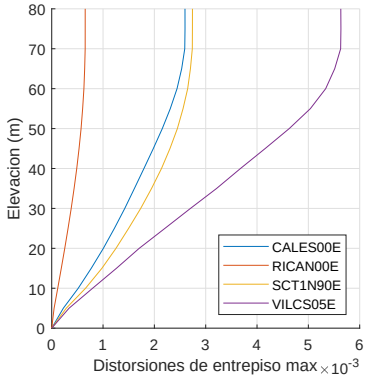


(B) Velocidades

FIGURA 10.45: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TSD



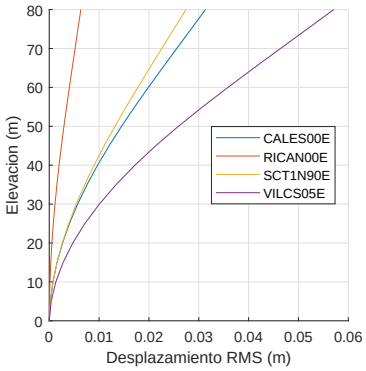
(C) Aceleraciones



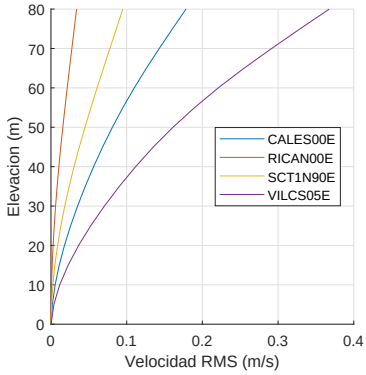
(D) Distorsiones

FIGURA 10.45: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TSD (continuación)

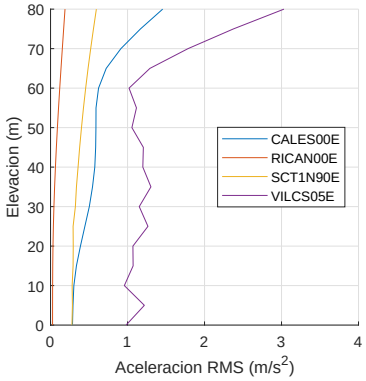
En las Figuras 10.46 y 10.47 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima se presenta con el registro de Villita Corona y la amplitud mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.



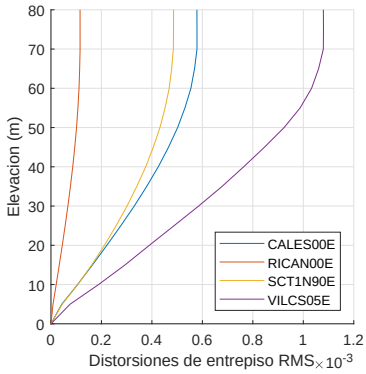
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades

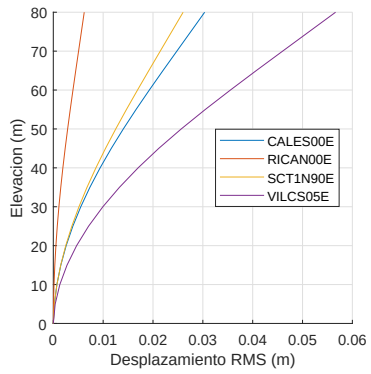


(C) Aceleraciones

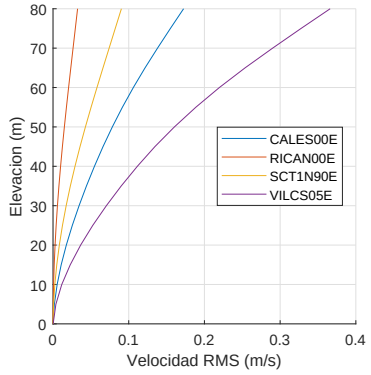


(D) Distorsiones

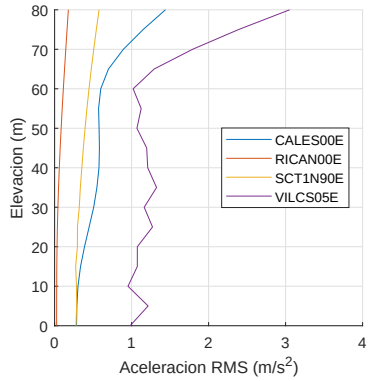
FIGURA 10.46: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TLCD



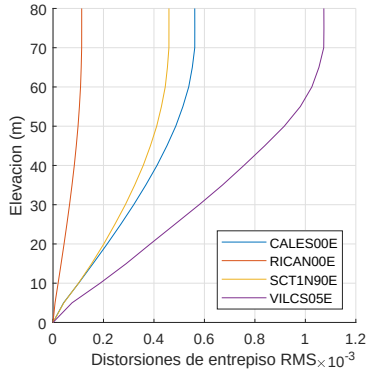
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



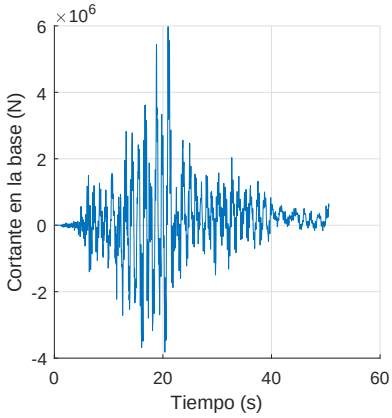
(C) Aceleraciones



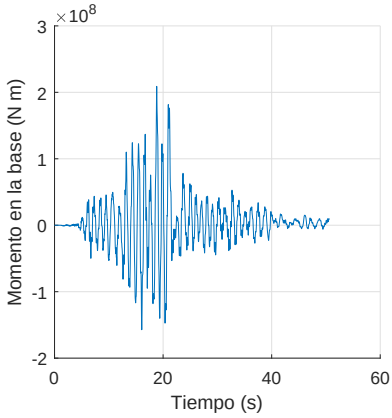
(D) Distorsiones

FIGURA 10.47: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TSD

En las Figuras 10.48 y 10.50 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 10.47–10.50 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.

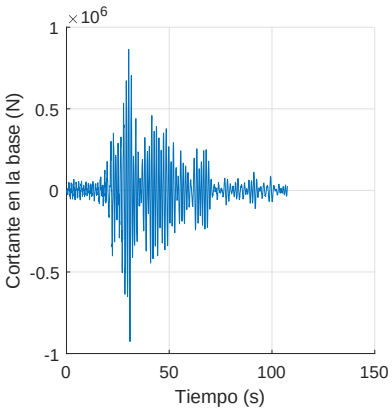


(A) Cortante, CALES00E

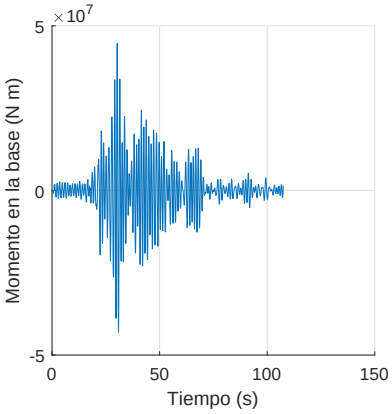


(B) Momento, CALES00E

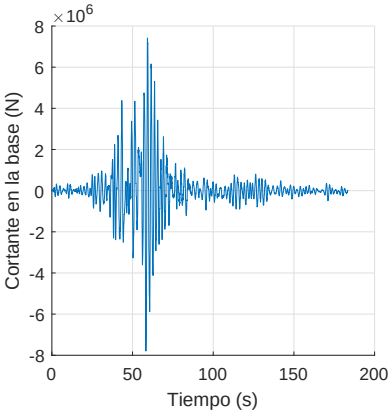
FIGURA 10.48: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TLCD



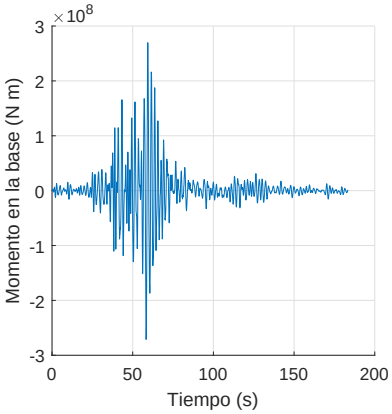
(A) Cortante, RICAN00E



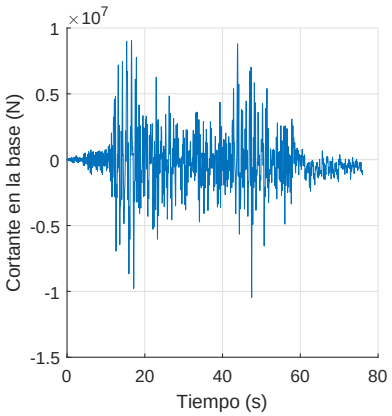
(B) Momento, RICAN00E



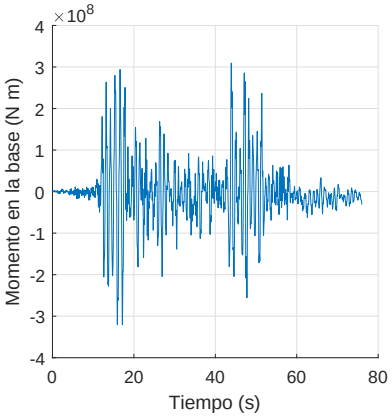
(C) Cortante, SCT1N90E



(D) Momento, SCT1N90E

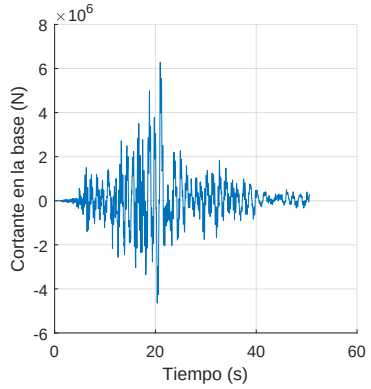


(E) Cortante, VILCS05E

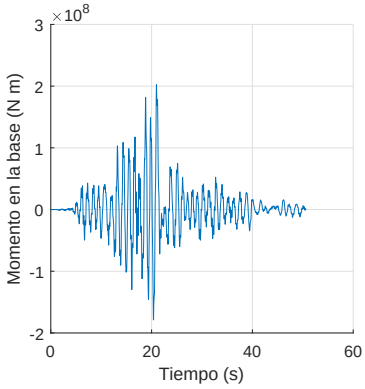


(F) Momento, VILCS05E

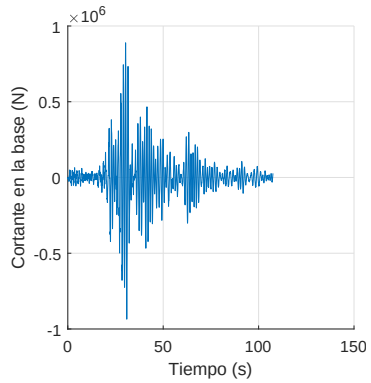
FIGURA 10.49: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TLCD (continuación)



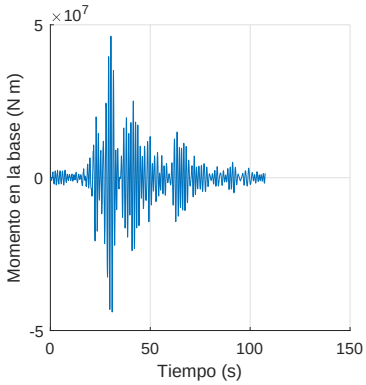
(A) Cortante, CALES00E



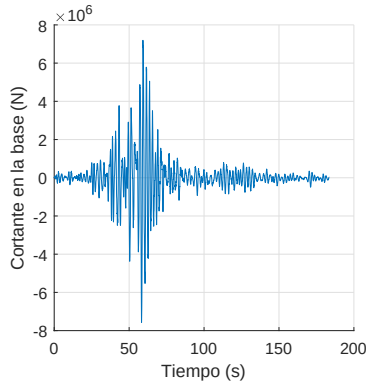
(B) Momento, CALES00E



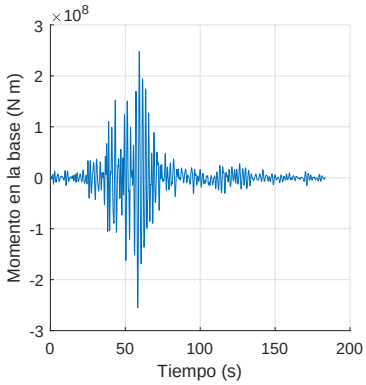
(C) Cortante, RICAN00E



(D) Momento, RICAN00E

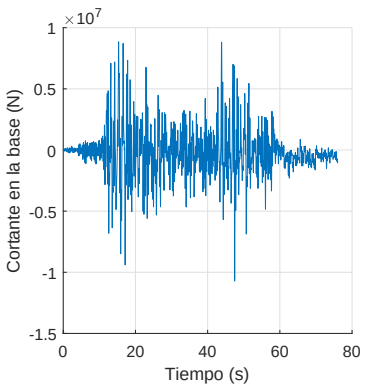


(E) Cortante, SCT1N90E

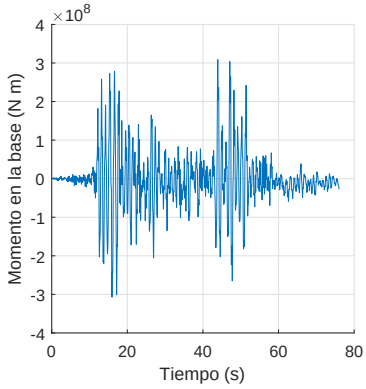


(F) Momento, SCT1N90E

FIGURA 10.50: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TSD



(A) Cortante, VILCS05E



(B) Momento, VILCS05E

FIGURA 10.51: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TSD (continuación)

TABLA 10.47: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TLCD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	5.98E+06	9.26E+05	7.80E+06	1.05E+07
Momento (N m)	2.09E+08	4.47E+07	2.71E+08	3.21E+08

TABLA 10.48: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TLCD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	1.01E+06	1.59E+05	1.13E+06	1.94E+06
Momento (N m)	4.14E+07	8.17E+06	4.15E+07	7.33E+07

TABLA 10.49: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TSD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	6.29E+06	9.35E+05	7.57E+06	1.07E+07
Momento (N m)	2.02E+08	4.63E+07	2.55E+08	3.09E+08

TABLA 10.50: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TSD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	9.93E+05	1.55E+05	1.09E+06	1.94E+06
Momento (N m)	4.01E+07	7.96E+06	3.95E+07	7.26E+07

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000. Las rotaciones y estados de daño son presentados en las Tablas 10.51 y 10.52, donde el estado EL es elástico y FO es operacional.

TABLA 10.51: Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TLCD

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado
AP1	1.48E-04	FO	2.75E-05	EL	2.02E-04	FO	2.44E-04	FO
AP2	1.13E-04	FO	2.49E-05	EL	1.54E-04	FO	1.89E-04	FO
AP3	1.33E-04	FO	2.67E-05	EL	1.76E-04	FO	2.12E-04	FO
AP4	9.61E-05	FO	2.39E-05	EL	1.30E-04	FO	1.80E-04	FO
AP5	1.16E-04	FO	2.57E-05	EL	1.51E-04	FO	2.03E-04	FO
AP6	8.94E-05	EL	2.27E-05	EL	1.08E-04	FO	1.76E-04	FO
AP7	9.79E-05	FO	2.45E-05	EL	1.29E-04	FO	1.99E-04	FO
AP8	8.36E-05	EL	2.13E-05	EL	9.21E-05	EL	1.78E-04	FO
AP9	9.07E-05	EL	2.31E-05	EL	1.18E-04	FO	2.37E-04	FO
AP10	7.85E-05	EL	1.98E-05	EL	8.45E-05	EL	2.02E-04	FO
AP11	8.46E-05	EL	2.13E-05	EL	9.10E-05	EL	2.29E-04	FO
AP12	7.29E-05	EL	1.78E-05	EL	7.52E-05	EL	2.00E-04	FO
AP13	7.92E-05	EL	1.94E-05	EL	8.17E-05	EL	2.30E-04	FO
AP14	6.72E-05	EL	1.59E-05	EL	6.65E-05	EL	1.85E-04	FO
AP15	7.33E-05	EL	1.73E-05	EL	7.25E-05	EL	2.14E-04	FO
AP16	6.17E-05	EL	1.37E-05	EL	5.70E-05	EL	1.68E-04	FO
AP17	6.99E-05	EL	1.55E-05	EL	6.45E-05	EL	2.51E-04	FO
AP18	5.78E-05	EL	1.19E-05	EL	4.96E-05	EL	1.75E-04	FO
AP19	6.60E-05	EL	1.36E-05	EL	5.67E-05	EL	2.77E-04	FO
AP20	5.28E-05	EL	9.77E-06	EL	4.09E-05	EL	1.63E-04	FO
AP21	5.94E-05	EL	1.10E-05	EL	4.60E-05	EL	2.54E-04	FO
AP22	4.46E-05	EL	7.54E-06	EL	3.20E-05	EL	9.93E-05	FO
AP23	4.90E-05	EL	8.29E-06	EL	3.52E-05	EL	1.55E-04	FO
AP24	3.30E-05	EL	4.88E-06	EL	2.14E-05	EL	6.87E-05	EL
AP25	3.75E-05	EL	5.55E-06	EL	2.44E-05	EL	7.81E-05	EL
AP26	2.17E-05	EL	2.96E-06	EL	1.38E-05	EL	4.60E-05	EL
AP27	2.41E-05	EL	3.29E-06	EL	1.53E-05	EL	5.12E-05	EL
AP28	8.63E-06	EL	9.31E-07	EL	5.48E-06	EL	1.82E-05	EL
AP29	9.93E-06	EL	1.07E-06	EL	6.31E-06	EL	2.10E-05	EL
AP30	2.76E-06	EL	2.40E-07	EL	2.06E-06	EL	5.75E-06	EL
AP31	3.20E-06	EL	2.77E-07	EL	2.39E-06	EL	6.66E-06	EL

El registro de Villita Corona es el más desfavorable de los analizados para este modelo, ya que se alcanza la máxima rotación plástica, se forman más articulaciones plásticas, el cortante y momento son los máximos y los perfiles máximos y RMS tienen mayor amplitud.

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS de los modelos se muestra en las Tablas 10.53 y 10.54.

TABLA 10.52: Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TSD

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado
AP1	1.45E-04	FO	2.85E-05	EL	1.90E-04	FO	2.30E-04	FO
AP2	1.03E-04	FO	2.58E-05	EL	1.41E-04	FO	1.89E-04	FO
AP3	1.23E-04	FO	2.77E-05	EL	1.63E-04	FO	2.12E-04	FO
AP4	9.06E-05	EL	2.48E-05	EL	1.15E-04	FO	1.81E-04	FO
AP5	1.01E-04	FO	2.67E-05	EL	1.36E-04	FO	2.05E-04	FO
AP6	8.41E-05	EL	2.36E-05	EL	9.50E-05	EL	1.79E-04	FO
AP7	9.08E-05	EL	2.55E-05	EL	1.14E-04	FO	2.02E-04	FO
AP8	7.88E-05	EL	2.22E-05	EL	8.72E-05	EL	1.83E-04	FO
AP9	8.55E-05	EL	2.41E-05	EL	1.01E-04	FO	2.44E-04	FO
AP10	7.56E-05	EL	2.06E-05	EL	7.98E-05	EL	2.09E-04	FO
AP11	8.14E-05	EL	2.22E-05	EL	8.60E-05	EL	2.37E-04	FO
AP12	7.17E-05	EL	1.87E-05	EL	7.08E-05	EL	2.05E-04	FO
AP13	7.80E-05	EL	2.04E-05	EL	7.69E-05	EL	2.34E-04	FO
AP14	6.77E-05	EL	1.69E-05	EL	6.25E-05	EL	1.89E-04	FO
AP15	7.38E-05	EL	1.84E-05	EL	6.81E-05	EL	2.18E-04	FO
AP16	6.28E-05	EL	1.48E-05	EL	5.33E-05	EL	1.69E-04	FO
AP17	7.11E-05	EL	1.68E-05	EL	6.04E-05	EL	2.54E-04	FO
AP18	5.83E-05	EL	1.30E-05	EL	4.62E-05	EL	1.75E-04	FO
AP19	6.66E-05	EL	1.49E-05	EL	5.28E-05	EL	2.77E-04	FO
AP20	5.20E-05	EL	1.09E-05	EL	3.79E-05	EL	1.61E-04	FO
AP21	5.84E-05	EL	1.23E-05	EL	4.26E-05	EL	2.51E-04	FO
AP22	4.32E-05	EL	8.54E-06	EL	2.94E-05	EL	9.62E-05	FO
AP23	4.74E-05	EL	9.39E-06	EL	3.23E-05	EL	1.52E-04	FO
AP24	3.23E-05	EL	5.69E-06	EL	1.93E-05	EL	6.76E-05	EL
AP25	3.67E-05	EL	6.47E-06	EL	2.20E-05	EL	7.68E-05	EL
AP26	2.13E-05	EL	3.57E-06	EL	1.21E-05	EL	4.50E-05	EL
AP27	2.37E-05	EL	3.97E-06	EL	1.34E-05	EL	5.00E-05	EL
AP28	8.42E-06	EL	1.29E-06	EL	4.33E-06	EL	1.75E-05	EL
AP29	9.68E-06	EL	1.49E-06	EL	4.99E-06	EL	2.01E-05	EL
AP30	2.67E-06	EL	4.62E-07	EL	1.42E-06	EL	5.37E-06	EL
AP31	3.09E-06	EL	5.35E-07	EL	1.64E-06	EL	6.22E-06	EL

TABLA 10.53: Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TLCD

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	6.01 %	-4.90 %	6.44 %	6.36 %	-5.08 %	-6.90 %	0.29 %	0.83 %
Velocidad	5.19 %	1.39 %	5.73 %	6.35 %	-2.33 %	-5.01 %	-0.39 %	1.30 %
Aceleración	2.19 %	2.55 %	4.74 %	5.27 %	-0.68 %	-0.63 %	-0.32 %	5.96 %
Distorsión	6.15 %	-0.79 %	6.59 %	6.48 %	-5.20 %	-7.05 %	0.39 %	0.97 %
Cortante	2.30 %	0.85 %	5.35 %	5.96 %	-4.12 %	-3.18 %	-0.04 %	-1.14 %
Momento	4.53 %	-8.90 %	6.07 %	6.03 %	-5.04 %	-6.07 %	-0.01 %	1.45 %

TABLA 10.54: Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TSD

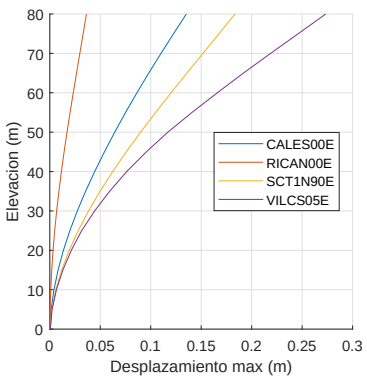
	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	8.95 %	-0.90 %	8.51 %	2.35 %	0.17 %	1.93 %	1.14 %	-0.55 %
Velocidad	8.42 %	2.50 %	9.62 %	-1.13 %	2.60 %	5.31 %	0.06 %	-0.83 %
Aceleración	3.84 %	5.87 %	9.31 %	0.75 %	1.32 %	0.76 %	-0.72 %	4.90 %
Distorsión	8.98 %	0.83 %	8.42 %	2.25 %	0.18 %	1.68 %	1.11 %	-0.83 %
Cortante	3.66 %	-4.24 %	7.96 %	5.05 %	-1.02 %	-0.21 %	0.01 %	-3.59 %
Momento	7.68 %	-5.40 %	8.54 %	2.57 %	-0.12 %	0.09 %	0.98 %	5.06 %

Los resultados obtenidos indican que el registro que mayores demandas produce en el modelo de la chimenea, en ambas direcciones, cuando se considera que la cimentación está sobre roca es el registro de Villita Corona. En comparación con la respuesta obtenida con el modelo no lineal sin control considerando que la cimentación está sobre roca, las demandas disminuyen en algunos de los casos, se observa, también, que algunas de las respuestas se incrementan, en especial en la dirección del TLCD, sin embargo el incremento es poco significativo y, para el registro de Villita Corona, el cual presenta las mayores demandas en el modelo sin control, se logró disminuir tanto la respuesta máxima como la respuesta RMS. Además, comparando los estados de las articulaciones, se forman menos articulaciones en el registro de SCT, aunado a que las rotaciones en las articulaciones plásticas disminuyen, por lo tanto, para el modelo no lineal de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre roca, un TLCSD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es sísmica en las dos direcciones, pero a su vez, es posible que la respuesta sufra un incremento para algunos registros.

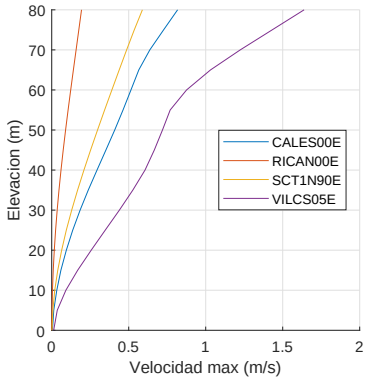
10.2.8. Modelo no lineal sobre suelo denso

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base con base flexible y un TLCSD con los parámetros correspondientes a suelo denso presentados en la Tabla 7.4, realizando el análisis en las dos direcciones. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. También se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. Además, se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo no lineal sobre suelo denso sin el TLCSD. A continuación se presentan los resultados.

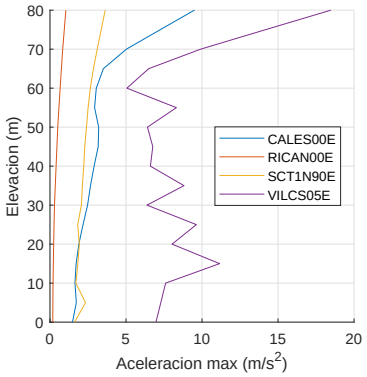
En las Figuras 10.52 y 10.53 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó con el registro de Villita Corona y la respuesta mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.



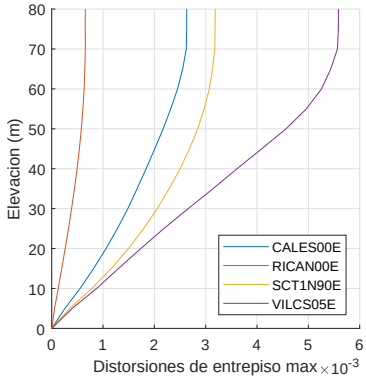
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades

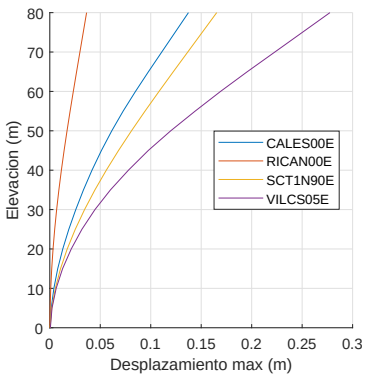


(C) Aceleraciones

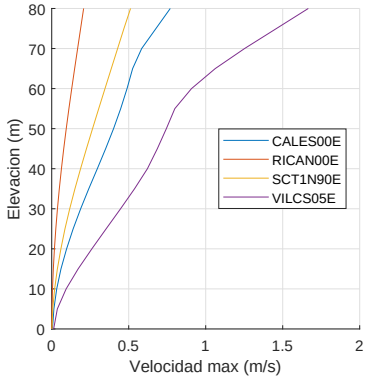


(D) Distorsiones

FIGURA 10.52: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TLCD

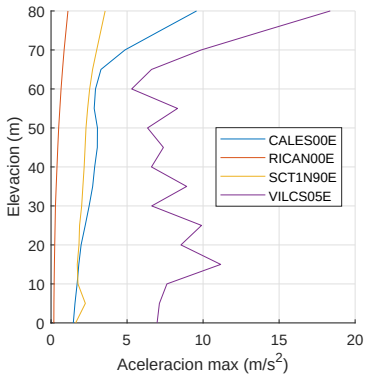


(A) Desplazamientos

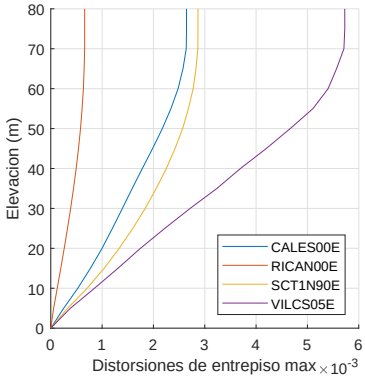


(B) Velocidades

FIGURA 10.53: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TSD



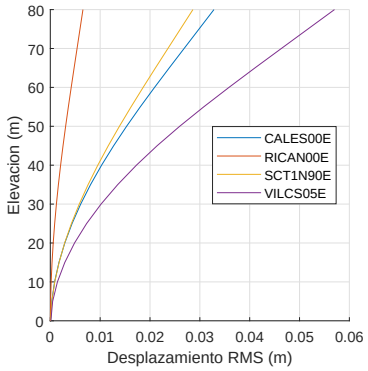
(C) Aceleraciones



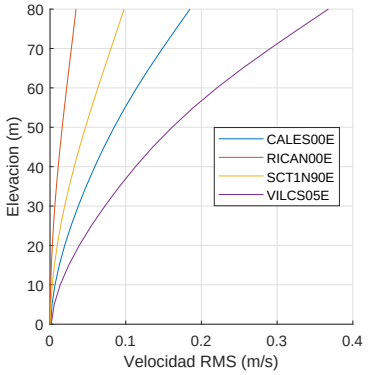
(D) Distorsiones

FIGURA 10.53: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TSD (continuación)

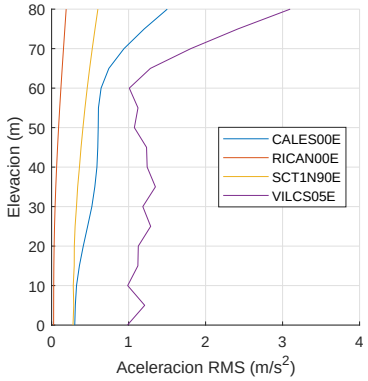
En las Figuras 10.54 y 10.55 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima se presenta con el registro de Villita Corona y la amplitud mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.



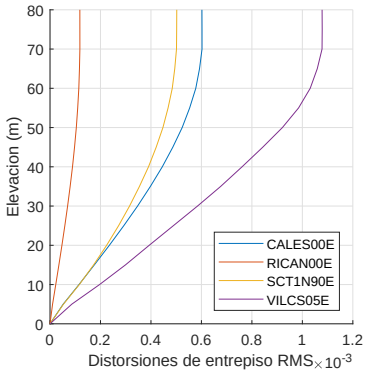
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades

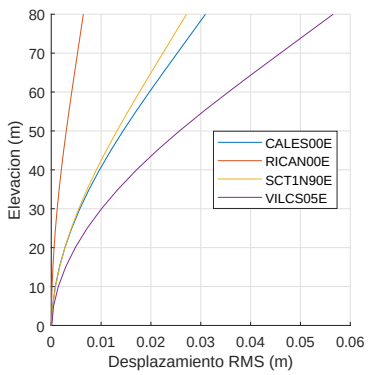


(C) Aceleraciones

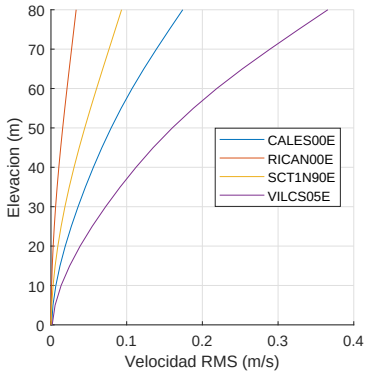


(D) Distorsiones

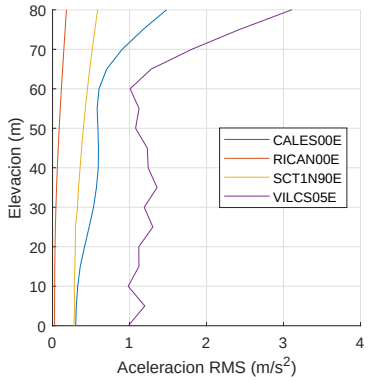
FIGURA 10.54: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TLCD



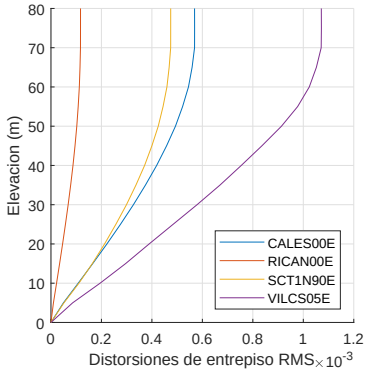
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



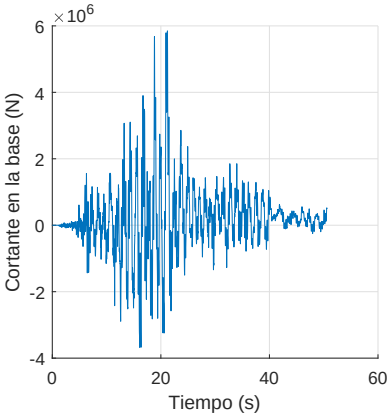
(C) Aceleraciones



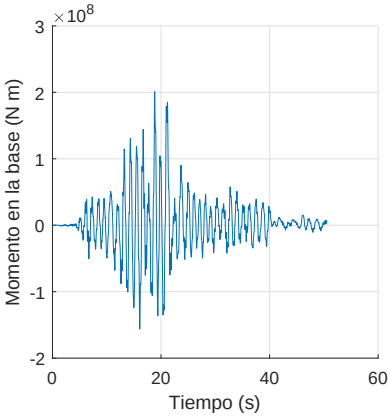
(D) Distorsiones

FIGURA 10.55: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TSD

En las Figuras 10.56 y 10.57 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 10.55–10.58 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.

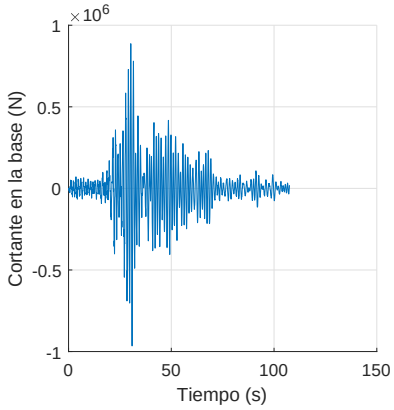


(A) Cortante, CALES00E

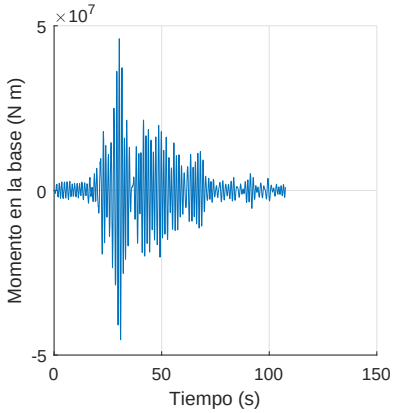


(B) Momento, CALES00E

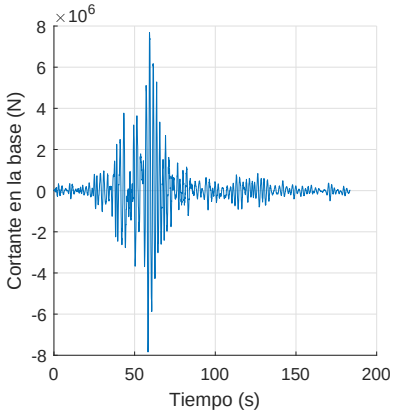
FIGURA 10.56: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TLCD



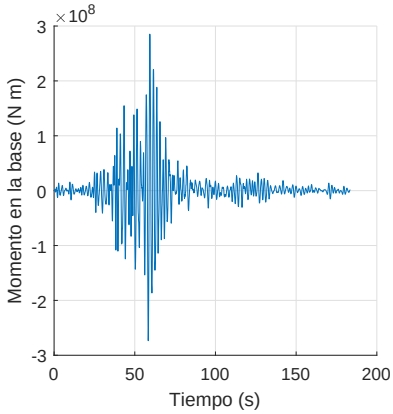
(C) Cortante, RICAN00E



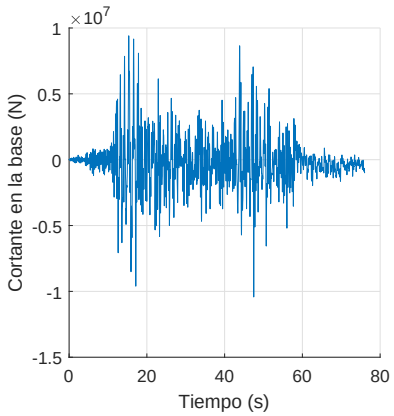
(D) Momento, RICAN00E



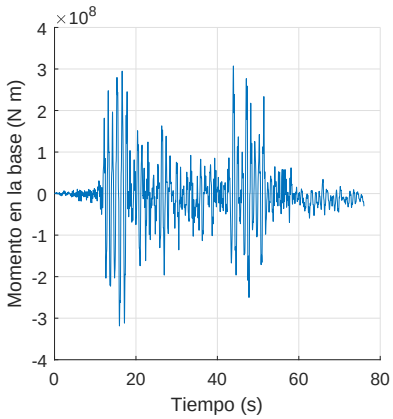
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E

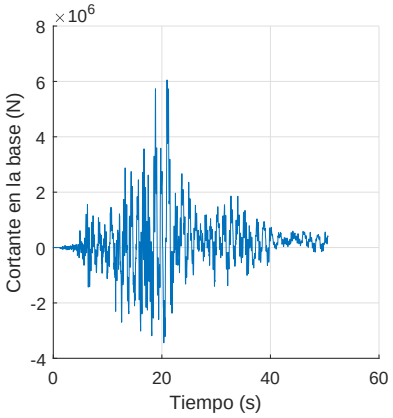


(G) Cortante, VILCS05E

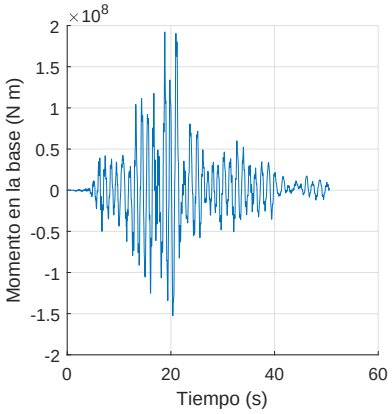


(H) Momento, VILCS05E

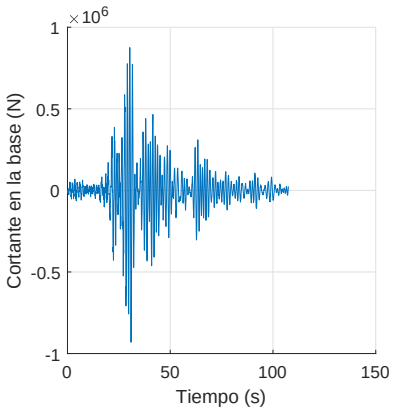
FIGURA 10.56: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TLCD (continuación)



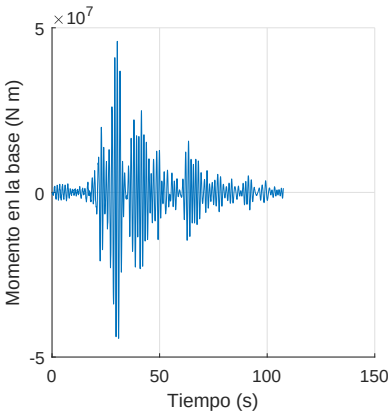
(A) Cortante, CALES00E



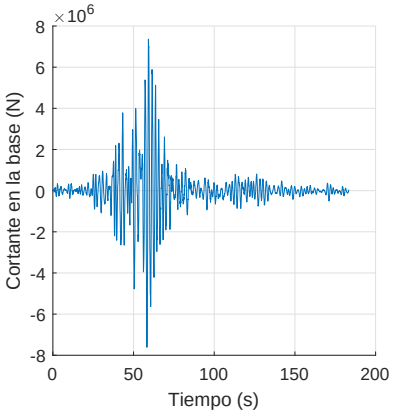
(B) Momento, CALES00E



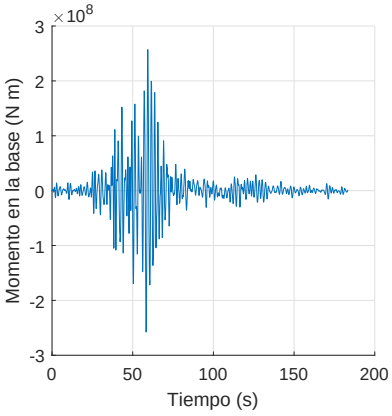
(C) Cortante, RICAN00E



(D) Momento, RICAN00E

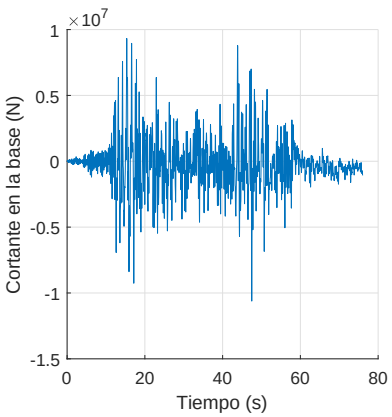


(E) Cortante, SCT1N90E

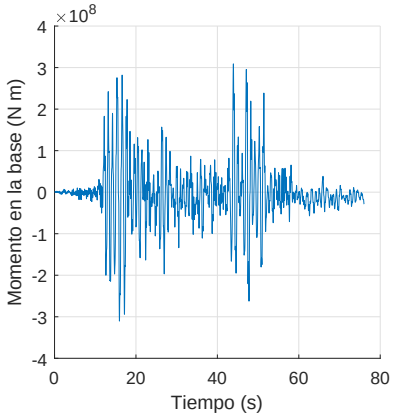


(F) Momento, SCT1N90E

FIGURA 10.57: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TSD



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 10.57: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TSD (continuación)

TABLA 10.55: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TLCD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	5.85E+06	9.66E+05	7.84E+06	1.04E+07
Momento (N m)	2.01E+08	4.61E+07	2.85E+08	3.19E+08

TABLA 10.56: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TLCD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	1.02E+06	1.62E+05	1.13E+06	1.93E+06
Momento (N m)	4.20E+07	8.28E+06	4.23E+07	7.17E+07

TABLA 10.57: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TSD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	6.05E+06	9.31E+05	7.62E+06	1.06E+07
Momento (N m)	1.92E+08	4.59E+07	2.58E+08	3.10E+08

TABLA 10.58: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TSD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	9.97E+05	1.57E+05	1.12E+06	1.95E+06
Momento (N m)	3.96E+07	8.08E+06	4.04E+07	7.11E+07

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000. Las rotaciones y estados de daño son presentados en las Tablas 10.59 y 10.60, donde el estado EL es elástico y FO es operacional.

TABLA 10.59: Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TLCD

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado
AP1	1.42E-04	FO	2.84E-05	EL	2.12E-04	FO	2.39E-04	FO
AP2	1.05E-04	FO	2.57E-05	EL	1.65E-04	FO	1.88E-04	FO
AP3	1.25E-04	FO	2.76E-05	EL	1.87E-04	FO	2.11E-04	FO
AP4	9.21E-05	EL	2.47E-05	EL	1.40E-04	FO	1.79E-04	FO
AP5	1.06E-04	FO	2.65E-05	EL	1.62E-04	FO	2.02E-04	FO
AP6	8.57E-05	EL	2.35E-05	EL	1.17E-04	FO	1.74E-04	FO
AP7	9.25E-05	EL	2.53E-05	EL	1.38E-04	FO	1.97E-04	FO
AP8	8.03E-05	EL	2.20E-05	EL	9.52E-05	EL	1.77E-04	FO
AP9	8.72E-05	EL	2.39E-05	EL	1.29E-04	FO	2.37E-04	FO
AP10	7.68E-05	EL	2.05E-05	EL	8.74E-05	EL	2.04E-04	FO
AP11	8.27E-05	EL	2.21E-05	EL	1.00E-04	FO	2.31E-04	FO
AP12	7.34E-05	EL	1.85E-05	EL	7.78E-05	EL	2.01E-04	FO
AP13	7.98E-05	EL	2.01E-05	EL	8.46E-05	EL	2.31E-04	FO
AP14	6.97E-05	EL	1.65E-05	EL	6.89E-05	EL	1.87E-04	FO
AP15	7.60E-05	EL	1.80E-05	EL	7.51E-05	EL	2.16E-04	FO
AP16	6.57E-05	EL	1.42E-05	EL	5.90E-05	EL	1.70E-04	FO
AP17	7.44E-05	EL	1.61E-05	EL	6.68E-05	EL	2.54E-04	FO
AP18	6.26E-05	EL	1.24E-05	EL	5.14E-05	EL	1.78E-04	FO
AP19	7.16E-05	EL	1.41E-05	EL	5.87E-05	EL	2.82E-04	FO
AP20	5.81E-05	EL	1.01E-05	EL	4.24E-05	EL	1.69E-04	FO
AP21	6.53E-05	EL	1.14E-05	EL	4.76E-05	EL	2.61E-04	FO
AP22	4.92E-05	EL	7.82E-06	EL	3.31E-05	EL	1.07E-04	FO
AP23	5.41E-05	EL	8.60E-06	EL	3.64E-05	EL	1.63E-04	FO
AP24	3.66E-05	EL	5.06E-06	EL	2.21E-05	EL	6.90E-05	EL
AP25	4.16E-05	EL	5.75E-06	EL	2.52E-05	EL	7.84E-05	EL
AP26	2.42E-05	EL	3.06E-06	EL	1.42E-05	EL	4.60E-05	EL
AP27	2.68E-05	EL	3.40E-06	EL	1.58E-05	EL	5.11E-05	EL
AP28	9.60E-06	EL	9.54E-07	EL	5.64E-06	EL	1.79E-05	EL
AP29	1.10E-05	EL	1.10E-06	EL	6.49E-06	EL	2.06E-05	EL
AP30	3.06E-06	EL	2.56E-07	EL	2.12E-06	EL	5.60E-06	EL
AP31	3.55E-06	EL	2.96E-07	EL	2.45E-06	EL	6.49E-06	EL

El registro de Villita Corona es el más desfavorable de los analizados para este modelo, ya que se alcanza la máxima rotación plástica, se forman más articulaciones plásticas, el cortante y momento son los máximos y los perfiles máximos y RMS tienen mayor amplitud.

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS de los modelos se muestra en las Tablas 10.61 y 10.62.

TABLA 10.60: Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TSD

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado
AP1	1.36E-04	FO	2.83E-05	EL	1.92E-04	FO	2.33E-04	FO
AP2	9.58E-05	FO	2.56E-05	EL	1.44E-04	FO	1.89E-04	FO
AP3	1.15E-04	FO	2.75E-05	EL	1.66E-04	FO	2.12E-04	FO
AP4	8.79E-05	EL	2.46E-05	EL	1.21E-04	FO	1.80E-04	FO
AP5	9.46E-05	EL	2.65E-05	EL	1.42E-04	FO	2.03E-04	FO
AP6	8.17E-05	EL	2.35E-05	EL	9.96E-05	FO	1.78E-04	FO
AP7	8.81E-05	EL	2.53E-05	EL	1.20E-04	FO	2.01E-04	FO
AP8	7.78E-05	EL	2.21E-05	EL	8.90E-05	EL	1.82E-04	FO
AP9	8.45E-05	EL	2.39E-05	EL	1.07E-04	FO	2.43E-04	FO
AP10	7.57E-05	EL	2.06E-05	EL	8.14E-05	EL	2.13E-04	FO
AP11	8.15E-05	EL	2.21E-05	EL	8.77E-05	EL	2.41E-04	FO
AP12	7.27E-05	EL	1.87E-05	EL	7.22E-05	EL	2.05E-04	FO
AP13	7.90E-05	EL	2.04E-05	EL	7.85E-05	EL	2.35E-04	FO
AP14	6.92E-05	EL	1.69E-05	EL	6.37E-05	EL	1.93E-04	FO
AP15	7.55E-05	EL	1.84E-05	EL	6.95E-05	EL	2.22E-04	FO
AP16	6.46E-05	EL	1.47E-05	EL	5.44E-05	EL	1.73E-04	FO
AP17	7.32E-05	EL	1.67E-05	EL	6.16E-05	EL	2.59E-04	FO
AP18	6.03E-05	EL	1.30E-05	EL	4.72E-05	EL	1.80E-04	FO
AP19	6.89E-05	EL	1.49E-05	EL	5.39E-05	EL	2.84E-04	FO
AP20	5.50E-05	EL	1.10E-05	EL	3.87E-05	EL	1.67E-04	FO
AP21	6.18E-05	EL	1.23E-05	EL	4.34E-05	EL	2.58E-04	FO
AP22	4.71E-05	EL	8.69E-06	EL	3.00E-05	EL	1.03E-04	FO
AP23	5.18E-05	EL	9.56E-06	EL	3.29E-05	EL	1.60E-04	FO
AP24	3.54E-05	EL	5.88E-06	EL	1.97E-05	EL	6.81E-05	EL
AP25	4.02E-05	EL	6.68E-06	EL	2.23E-05	EL	7.74E-05	EL
AP26	2.34E-05	EL	3.73E-06	EL	1.22E-05	EL	4.52E-05	EL
AP27	2.60E-05	EL	4.15E-06	EL	1.36E-05	EL	5.02E-05	EL
AP28	9.23E-06	EL	1.40E-06	EL	4.35E-06	EL	1.74E-05	EL
AP29	1.06E-05	EL	1.61E-06	EL	5.00E-06	EL	2.00E-05	EL
AP30	2.86E-06	EL	4.82E-07	EL	1.40E-06	EL	5.28E-06	EL
AP31	3.32E-06	EL	5.59E-07	EL	1.62E-06	EL	6.11E-06	EL

TABLA 10.61: Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TLCD

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	6.75 %	-1.88 %	8.17 %	7.46 %	-3.66 %	-5.85 %	0.39 %	0.50 %
Velocidad	6.02 %	-0.63 %	7.38 %	7.39 %	-0.13 %	-3.32 %	-0.33 %	1.47 %
Aceleración	3.19 %	0.22 %	6.34 %	6.18 %	-0.11 %	-0.02 %	-0.24 %	1.51 %
Distorsión	6.86 %	-1.64 %	8.32 %	7.61 %	-3.81 %	-6.16 %	0.48 %	0.99 %
Cortante	3.06 %	3.25 %	7.09 %	6.61 %	-0.53 %	-1.95 %	0.94 %	-1.21 %
Momento	5.71 %	-6.10 %	7.82 %	7.09 %	-3.30 %	-4.19 %	0.19 %	1.49 %

TABLA 10.62: Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TSD

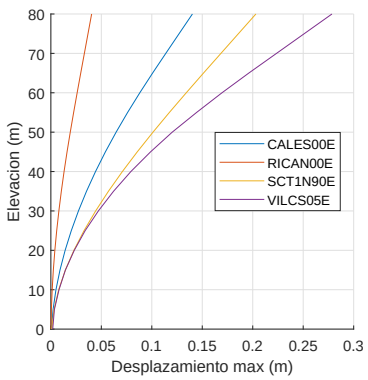
	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	12.18 %	-0.55 %	9.86 %	7.25 %	1.59 %	4.71 %	1.22 %	-1.21 %
Velocidad	11.70 %	5.23 %	10.61 %	1.87 %	4.58 %	9.06 %	0.25 %	-1.26 %
Aceleración	5.63 %	1.65 %	10.58 %	5.31 %	2.21 %	2.70 %	-0.21 %	1.08 %
Distorsión	12.14 %	-0.10 %	9.73 %	7.13 %	1.59 %	4.41 %	1.22 %	-1.38 %
Cortante	5.47 %	-0.09 %	9.94 %	9.99 %	0.13 %	0.99 %	-0.20 %	-3.05 %
Momento	11.11 %	-1.49 %	10.08 %	7.46 %	1.35 %	5.88 %	1.00 %	4.09 %

Los resultados obtenidos indican que el registro que mayores demandas produce en el modelo de la chimenea, en ambas direcciones, cuando se considera que la cimentación está sobre suelo denso es el registro de Villita Corona. En comparación con la respuesta obtenida con el modelo no lineal sin control considerando que la cimentación está sobre suelo denso, las demandas disminuyen en algunos de los casos, se observa, también, que algunas de las respuestas se incrementan, en especial en la dirección del TLCD, sin embargo el incremento es poco significativo y, para el registro de Villita Corona, el cual presenta las mayores demandas en el modelo sin control, se logró disminuir tanto la respuesta máxima como la respuesta RMS. Además, comparando los estados de las articulaciones, las rotaciones en las articulaciones plásticas disminuyen, por lo tanto, para el modelo no lineal de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo denso, un TLCSD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es sísmica en las dos direcciones, pero a su vez, es posible que la respuesta sufra un incremento para algunos registros.

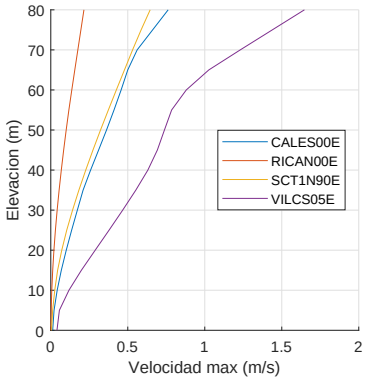
10.2.9. Modelo no lineal sobre suelo rígido

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base con base flexible y un TLCSD con los parámetros correspondientes a suelo rígido presentados en la Tabla 7.4, realizando el análisis en las dos direcciones. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. También se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. Además, se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo no lineal sobre suelo rígido sin el TLCSD. A continuación se presentan los resultados.

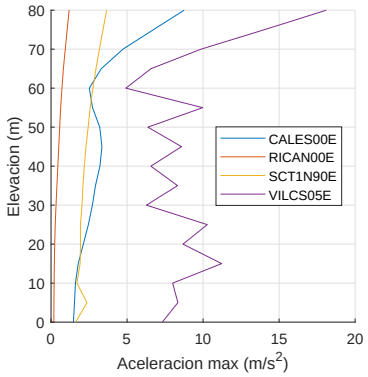
En las Figuras 10.58 y 10.59 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó con el registro de Villita Corona y la respuesta mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.



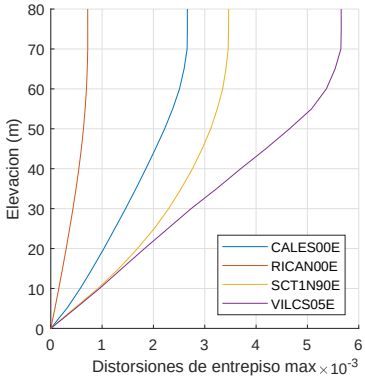
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades

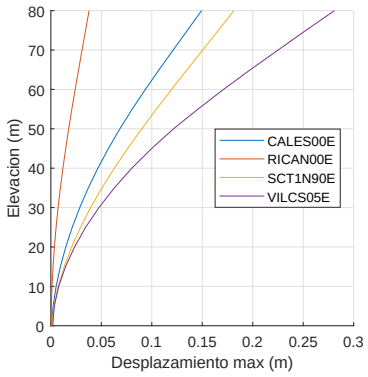


(C) Aceleraciones

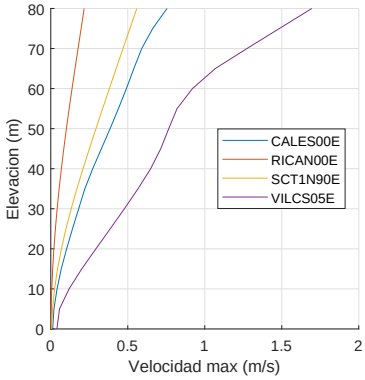


(D) Distorsiones

FIGURA 10.58: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TLCD

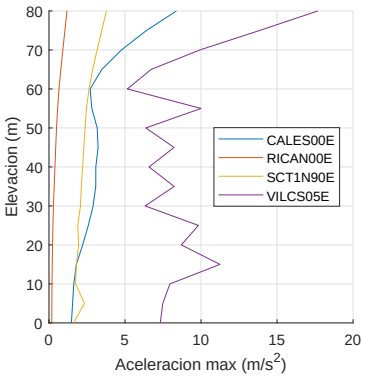


(A) Desplazamientos

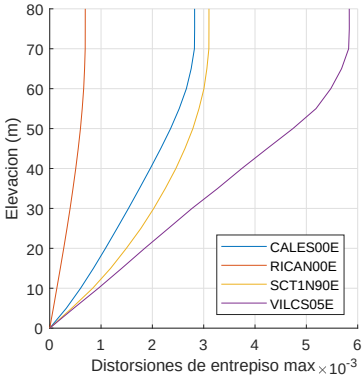


(B) Velocidades

FIGURA 10.59: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TSD



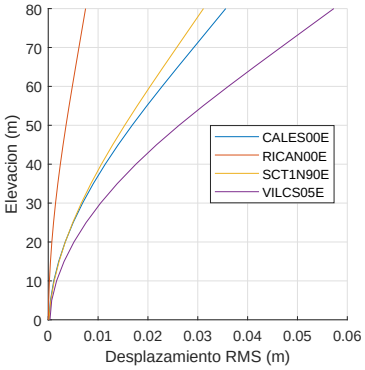
(C) Aceleraciones



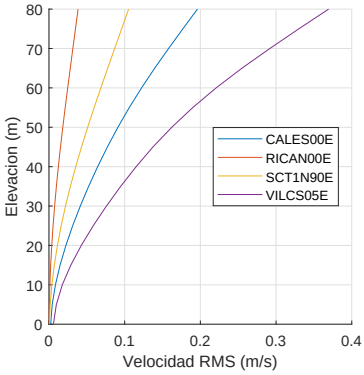
(D) Distorsiones

FIGURA 10.59: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TSD (continuación)

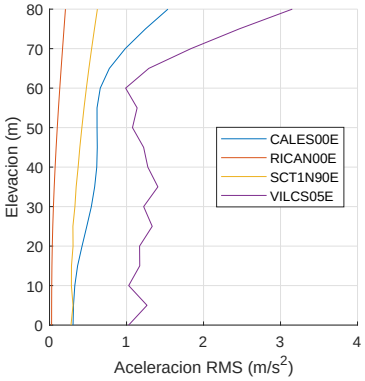
En las Figuras 10.60 y 10.61 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima se presenta con el registro de Villita Corona y la amplitud mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.



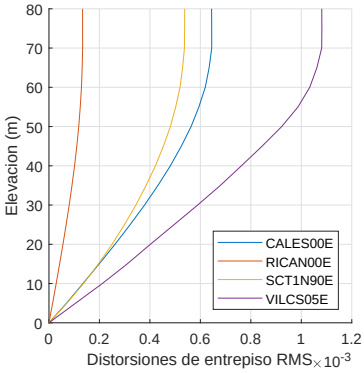
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades

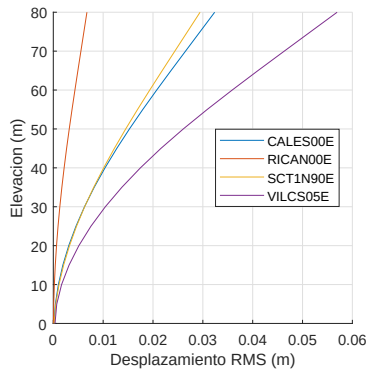


(C) Aceleraciones

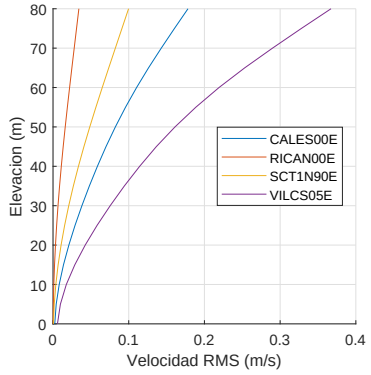


(D) Distorsiones

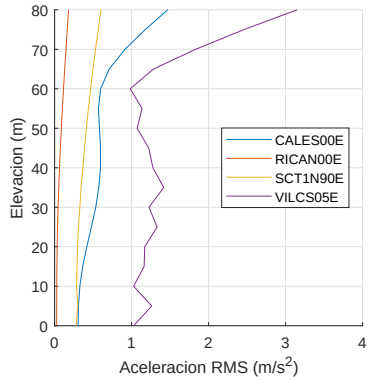
FIGURA 10.60: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TLCD



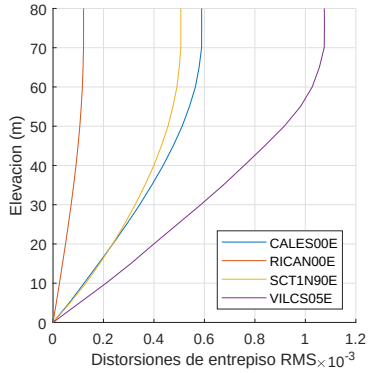
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



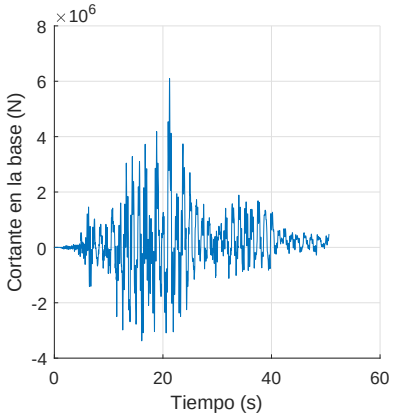
(C) Aceleraciones



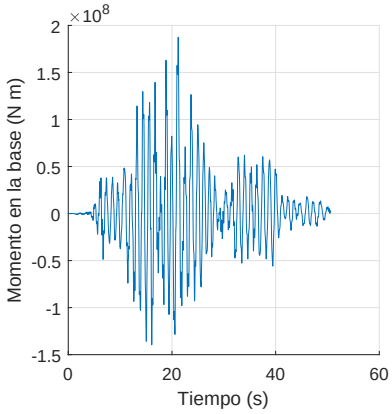
(D) Distorsiones

FIGURA 10.61: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TSD

En las Figuras 10.62 y 10.63 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 10.63–10.66 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.

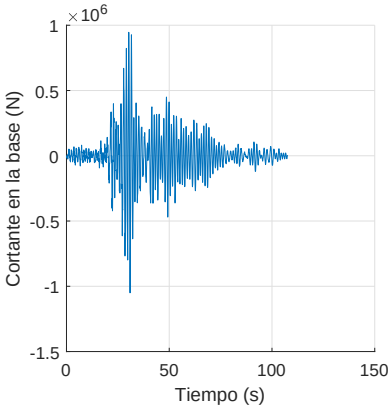


(A) Cortante, CALES00E

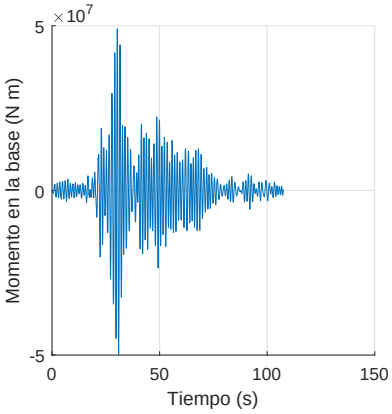


(B) Momento, CALES00E

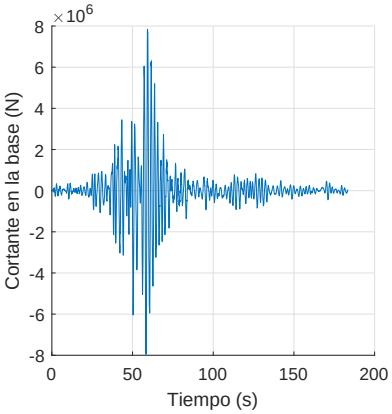
FIGURA 10.62: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TLCD



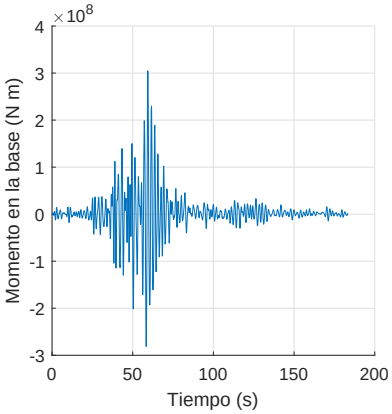
(C) Cortante, RICAN00E



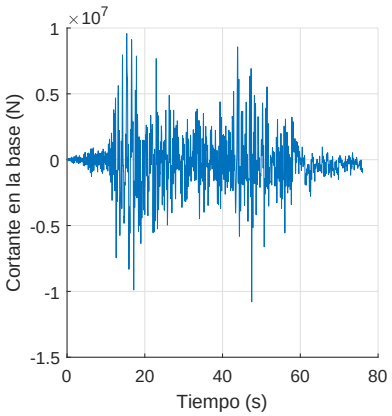
(D) Momento, RICAN00E



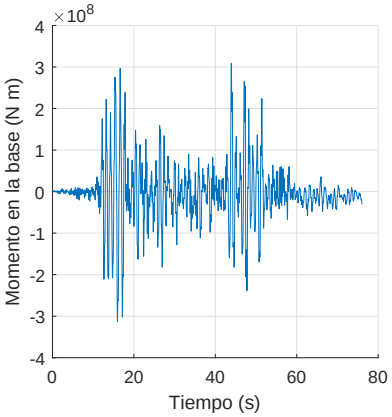
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E

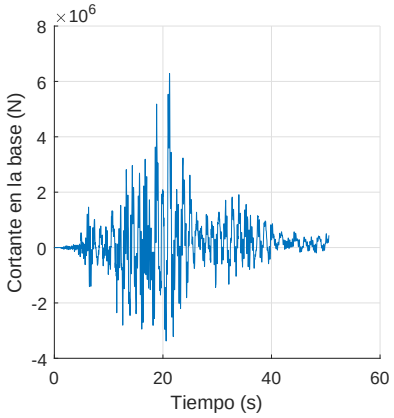


(G) Cortante, VILCS05E

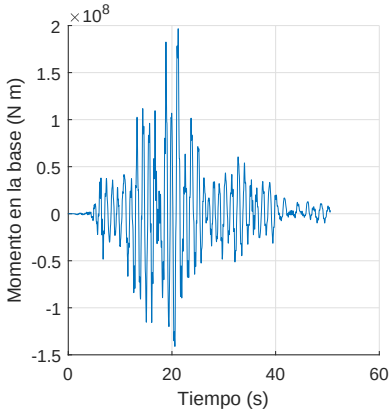


(H) Momento, VILCS05E

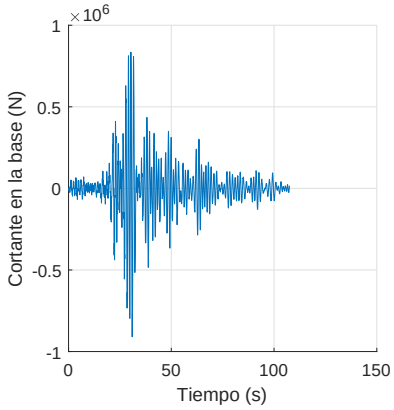
FIGURA 10.62: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TLCD (continuación)



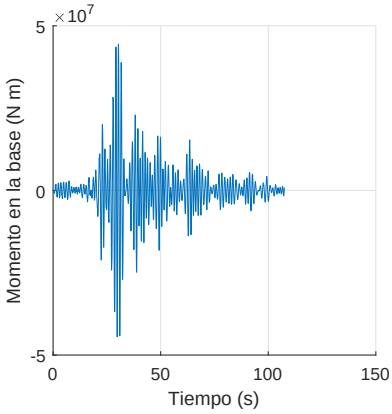
(A) Cortante, CALES00E



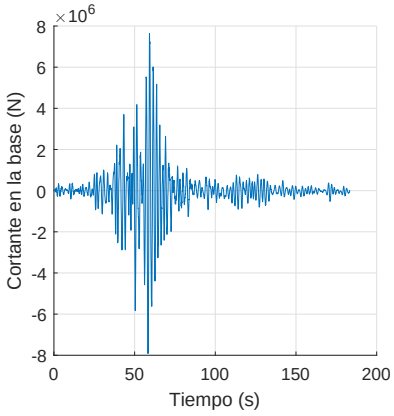
(B) Momento, CALES00E



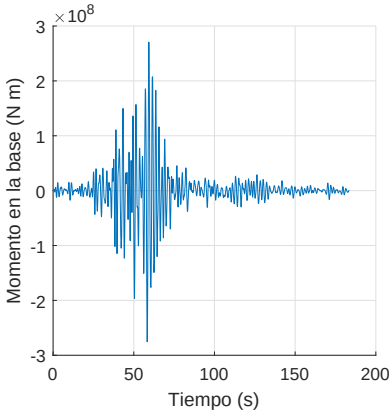
(C) Cortante, RICAN00E



(D) Momento, RICAN00E

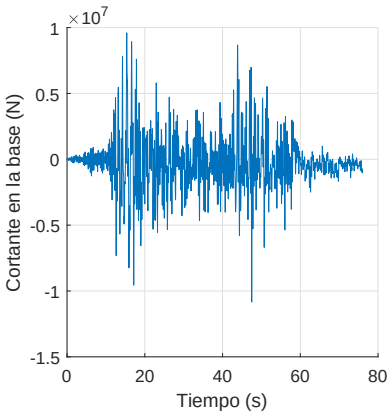


(E) Cortante, SCT1N90E

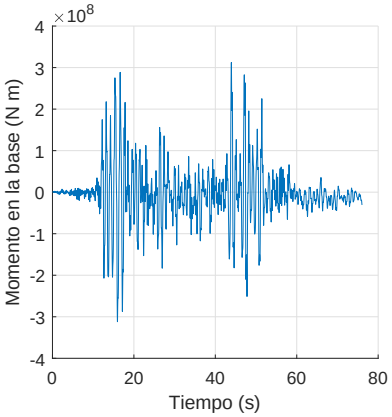


(F) Momento, SCT1N90E

FIGURA 10.63: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TSD



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 10.63: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TSD (continuación)

TABLA 10.63: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TLCD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	6.10E+06	1.05E+06	7.96E+06	1.08E+07
Momento (N m)	1.87E+08	5.00E+07	3.05E+08	3.14E+08

TABLA 10.64: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TLCD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	1.02E+06	1.79E+05	1.20E+06	1.98E+06
Momento (N m)	4.32E+07	9.14E+06	4.46E+07	6.97E+07

TABLA 10.65: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TSD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	6.29E+06	9.10E+05	7.92E+06	1.08E+07
Momento (N m)	1.97E+08	4.45E+07	2.76E+08	3.12E+08

TABLA 10.66: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TSD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	9.94E+05	1.59E+05	1.16E+06	1.97E+06
Momento (N m)	3.96E+07	8.15E+06	4.22E+07	6.93E+07

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000. Las rotaciones y estados de daño son presentados en las Tablas 10.67 y 10.68, donde el estado EL es elástico y FO es operacional.

TABLA 10.67: Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TLCD

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado
AP1	1.31E-04	FO	3.08E-05	EL	2.28E-04	FO	2.34E-04	FO
AP2	9.32E-05	EL	2.76E-05	EL	1.79E-04	FO	1.87E-04	FO
AP3	1.09E-04	FO	2.97E-05	EL	2.02E-04	FO	2.10E-04	FO
AP4	8.80E-05	EL	2.63E-05	EL	1.53E-04	FO	1.78E-04	FO
AP5	9.47E-05	EL	2.83E-05	EL	1.76E-04	FO	2.02E-04	FO
AP6	8.43E-05	EL	2.51E-05	EL	1.29E-04	FO	1.74E-04	FO
AP7	9.09E-05	EL	2.71E-05	EL	1.51E-04	FO	1.97E-04	FO
AP8	8.05E-05	EL	2.36E-05	EL	1.05E-04	FO	1.78E-04	FO
AP9	8.74E-05	EL	2.56E-05	EL	1.43E-04	FO	2.38E-04	FO
AP10	7.73E-05	EL	2.20E-05	EL	9.09E-05	EL	2.09E-04	FO
AP11	8.33E-05	EL	2.37E-05	EL	1.12E-04	FO	2.36E-04	FO
AP12	7.35E-05	EL	1.99E-05	EL	8.08E-05	EL	2.06E-04	FO
AP13	7.99E-05	EL	2.16E-05	EL	8.78E-05	EL	2.36E-04	FO
AP14	6.95E-05	EL	1.77E-05	EL	7.15E-05	EL	1.92E-04	FO
AP15	7.57E-05	EL	1.94E-05	EL	7.79E-05	EL	2.21E-04	FO
AP16	6.44E-05	EL	1.53E-05	EL	6.11E-05	EL	1.75E-04	FO
AP17	7.29E-05	EL	1.74E-05	EL	6.92E-05	EL	2.63E-04	FO
AP18	5.96E-05	EL	1.34E-05	EL	5.31E-05	EL	1.81E-04	FO
AP19	6.82E-05	EL	1.53E-05	EL	6.07E-05	EL	2.86E-04	FO
AP20	5.45E-05	EL	1.10E-05	EL	4.37E-05	EL	1.77E-04	FO
AP21	6.12E-05	EL	1.24E-05	EL	4.91E-05	EL	2.73E-04	FO
AP22	4.61E-05	EL	8.53E-06	EL	3.41E-05	EL	1.13E-04	FO
AP23	5.07E-05	EL	9.38E-06	EL	3.75E-05	EL	1.69E-04	FO
AP24	3.41E-05	EL	5.54E-06	EL	2.27E-05	EL	7.03E-05	EL
AP25	3.88E-05	EL	6.29E-06	EL	2.58E-05	EL	7.99E-05	EL
AP26	2.24E-05	EL	3.36E-06	EL	1.46E-05	EL	4.68E-05	EL
AP27	2.49E-05	EL	3.73E-06	EL	1.62E-05	EL	5.20E-05	EL
AP28	8.85E-06	EL	1.09E-06	EL	5.82E-06	EL	1.84E-05	EL
AP29	1.02E-05	EL	1.25E-06	EL	6.69E-06	EL	2.11E-05	EL
AP30	2.82E-06	EL	2.98E-07	EL	2.22E-06	EL	5.77E-06	EL
AP31	3.27E-06	EL	3.45E-07	EL	2.57E-06	EL	6.68E-06	EL

El registro de Villita Corona es el más desfavorable de los analizados para este modelo, ya que se alcanza la máxima rotación plástica, se forman más articulaciones plásticas, el cortante y momento son los máximos y los perfiles máximos y RMS tienen mayor amplitud.

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS de los modelos se muestra en las Tablas 10.69 y 10.70.

TABLA 10.68: Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TSD

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado
AP1	1.39E-04	FO	2.74E-05	EL	2.06E-04	FO	2.32E-04	FO
AP2	9.84E-05	FO	2.50E-05	EL	1.56E-04	FO	1.90E-04	FO
AP3	1.18E-04	FO	2.68E-05	EL	1.78E-04	FO	2.13E-04	FO
AP4	9.13E-05	EL	2.42E-05	EL	1.31E-04	FO	1.81E-04	FO
AP5	1.03E-04	FO	2.60E-05	EL	1.52E-04	FO	2.04E-04	FO
AP6	8.76E-05	EL	2.31E-05	EL	1.09E-04	FO	1.77E-04	FO
AP7	9.45E-05	EL	2.50E-05	EL	1.29E-04	FO	2.00E-04	FO
AP8	8.42E-05	EL	2.21E-05	EL	9.23E-05	EL	1.82E-04	FO
AP9	9.14E-05	EL	2.39E-05	EL	1.19E-04	FO	2.43E-04	FO
AP10	8.13E-05	EL	2.09E-05	EL	8.46E-05	EL	2.13E-04	FO
AP11	8.75E-05	EL	2.25E-05	EL	9.12E-05	FO	2.41E-04	FO
AP12	7.74E-05	EL	1.93E-05	EL	7.52E-05	EL	2.12E-04	FO
AP13	8.41E-05	EL	2.09E-05	EL	8.18E-05	EL	2.42E-04	FO
AP14	7.31E-05	EL	1.75E-05	EL	6.65E-05	EL	1.97E-04	FO
AP15	7.97E-05	EL	1.91E-05	EL	7.25E-05	EL	2.26E-04	FO
AP16	6.76E-05	EL	1.55E-05	EL	5.69E-05	EL	1.80E-04	FO
AP17	7.66E-05	EL	1.75E-05	EL	6.44E-05	EL	2.69E-04	FO
AP18	6.25E-05	EL	1.38E-05	EL	4.94E-05	EL	1.84E-04	FO
AP19	7.15E-05	EL	1.58E-05	EL	5.65E-05	EL	2.90E-04	FO
AP20	5.55E-05	EL	1.17E-05	EL	4.05E-05	EL	1.78E-04	FO
AP21	6.24E-05	EL	1.31E-05	EL	4.55E-05	EL	2.74E-04	FO
AP22	4.53E-05	EL	9.24E-06	EL	3.14E-05	EL	1.12E-04	FO
AP23	4.98E-05	EL	1.02E-05	EL	3.45E-05	EL	1.68E-04	FO
AP24	3.18E-05	EL	6.25E-06	EL	2.06E-05	EL	6.94E-05	EL
AP25	3.61E-05	EL	7.10E-06	EL	2.34E-05	EL	7.89E-05	EL
AP26	2.07E-05	EL	3.97E-06	EL	1.28E-05	EL	4.58E-05	EL
AP27	2.30E-05	EL	4.42E-06	EL	1.42E-05	EL	5.09E-05	EL
AP28	7.92E-06	EL	1.49E-06	EL	4.48E-06	EL	1.76E-05	EL
AP29	9.11E-06	EL	1.72E-06	EL	5.16E-06	EL	2.02E-05	EL
AP30	2.38E-06	EL	5.08E-07	EL	1.48E-06	EL	5.38E-06	EL
AP31	2.76E-06	EL	5.89E-07	EL	1.71E-06	EL	6.24E-06	EL

TABLA 10.69: Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TLCD

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	3.72 %	0.62 %	14.67 %	9.52 %	-5.14 %	-9.22 %	0.37 %	0.43 %
Velocidad	2.67 %	-5.90 %	14.25 %	9.22 %	-2.72 %	-8.78 %	-0.42 %	1.69 %
Aceleración	1.27 %	-2.68 %	12.80 %	7.19 %	-0.50 %	-1.24 %	-0.26 %	2.72 %
Distorsión	3.79 %	0.55 %	14.86 %	9.66 %	-5.37 %	-9.52 %	0.47 %	0.76 %
Cortante	3.60 %	2.75 %	12.94 %	7.02 %	-2.05 %	-3.21 %	-0.52 %	-0.78 %
Momento	3.72 %	2.09 %	14.19 %	9.22 %	-4.63 %	-8.17 %	0.07 %	1.36 %

TABLA 10.70: Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TSD

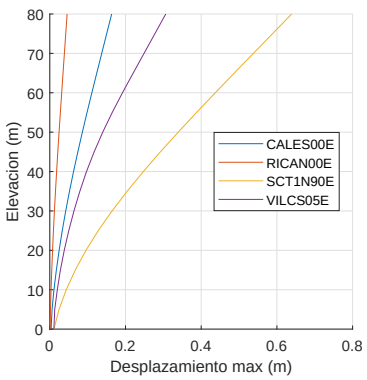
	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	12.53 %	-5.70 %	23.30 %	15.98 %	0.51 %	2.56 %	0.99 %	-0.38 %
Velocidad	11.79 %	-11.01 %	24.07 %	8.41 %	2.57 %	3.52 %	0.24 %	-1.73 %
Aceleración	6.70 %	-1.74 %	23.55 %	12.15 %	1.02 %	-0.26 %	0.01 %	3.55 %
Distorsión	12.40 %	-5.60 %	23.18 %	14.67 %	0.45 %	2.18 %	1.07 %	-1.55 %
Cortante	6.37 %	-0.26 %	22.85 %	19.47 %	1.35 %	-2.70 %	-0.01 %	-1.27 %
Momento	11.57 %	-2.75 %	23.45 %	19.28 %	0.99 %	2.21 %	0.59 %	1.88 %

Los resultados obtenidos indican que el registro que mayores demandas produce en el modelo de la chimenea, en ambas direcciones, cuando se considera que la cimentación está sobre suelo rígido es el registro de Villita Corona. En comparación con la respuesta obtenida con el modelo no lineal sin control considerando que la cimentación está sobre suelo rígido, las demandas disminuyen en algunos de los casos, se observa, también, que algunas de las respuestas se incrementan, en especial en la dirección del TLCD sin embargo, para el registro de Villita Corona, el cual presenta las mayores demandas en el modelo sin control, disminuyen algunas de las respuestas de la estructura. Además, comparando los estados de las articulaciones, las rotaciones en las articulaciones plásticas disminuyen, por lo tanto, para el modelo no lineal de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo rígido, un TLCSD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es sísmica en las dos direcciones, pero a su vez, es posible que la respuesta sufra un incremento para algunos registros.

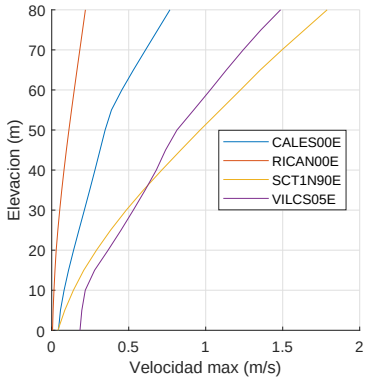
10.2.10. Modelo no lineal sobre suelo blando

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base con base flexible y un TLCSD con los parámetros correspondientes a suelo blando presentados en la Tabla 7.4, realizando el análisis en las dos direcciones. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. También se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. Además, se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo no lineal sobre suelo blando sin el TLCSD. A continuación se presentan los resultados.

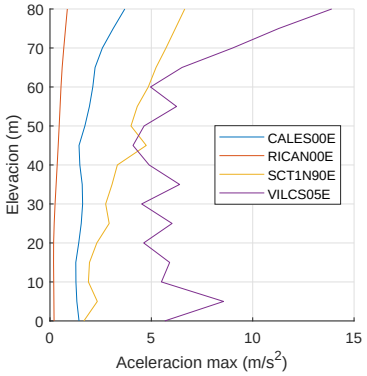
En las Figuras 10.64 y 10.65 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que la aceleración máxima se presentó con el registro de Villita Corona y el resto de respuestas máximas con el registro de SCT. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.



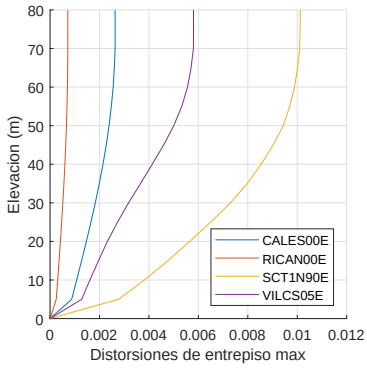
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades

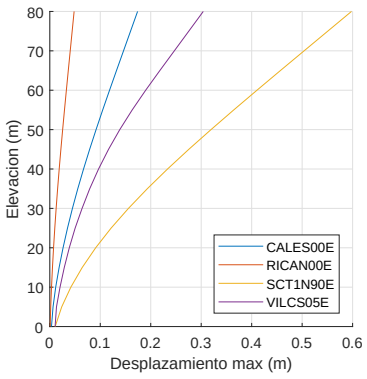


(C) Aceleraciones

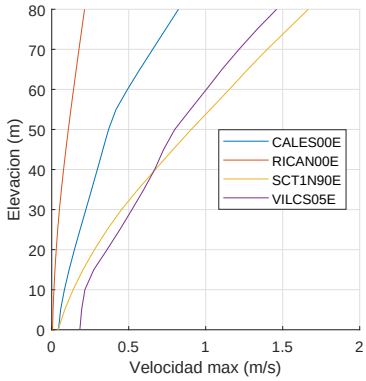


(D) Distorsiones

FIGURA 10.64: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TLCD

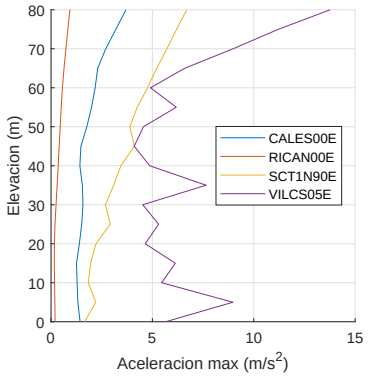


(A) Desplazamientos

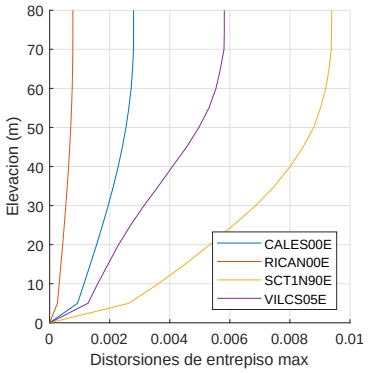


(B) Velocidades

FIGURA 10.65: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TSD



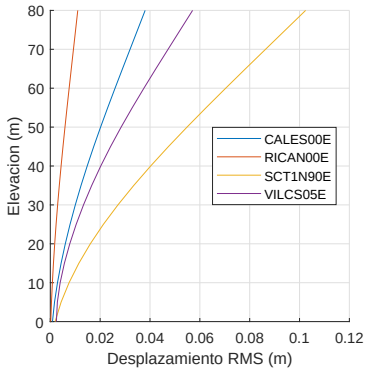
(C) Aceleraciones



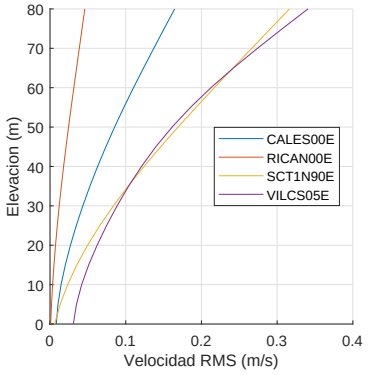
(D) Distorsiones

FIGURA 10.65: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TSD (continuación)

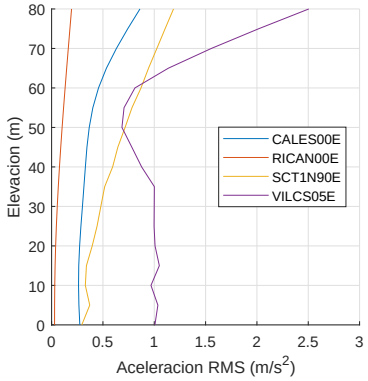
En las Figuras 10.66 y 10.67 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Se observa que, para el desplazamiento y distorsión, la amplitud máxima se presenta con el registro de SCT, y para la velocidad y aceleración con Villita Corona. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.



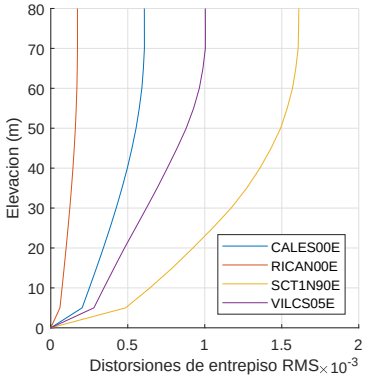
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades

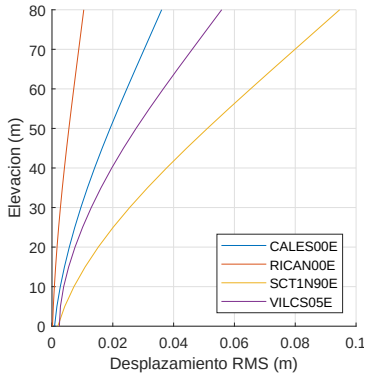


(C) Aceleraciones

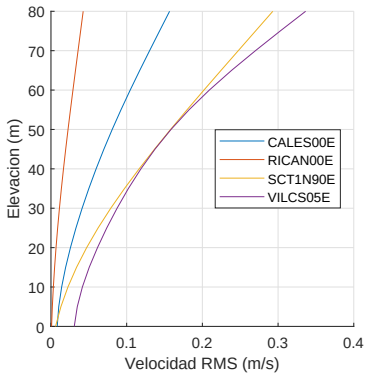


(D) Distorsiones

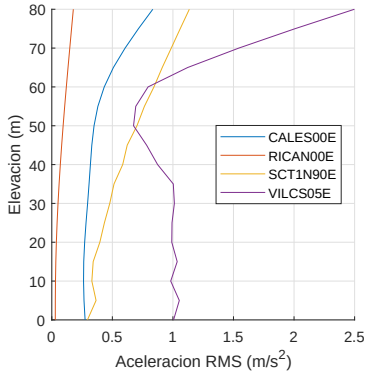
FIGURA 10.66: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TLCD



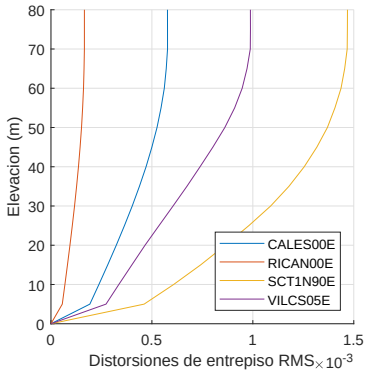
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



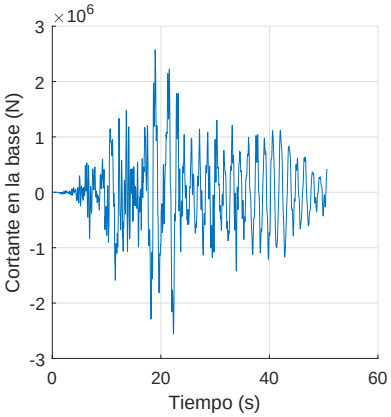
(C) Aceleraciones



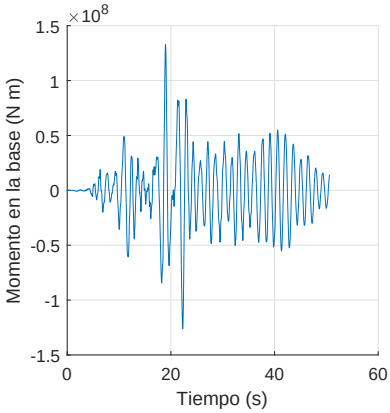
(D) Distorsiones

FIGURA 10.67: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TSD

En las Figuras 10.68 y 10.69 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 10.71–10.74 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.

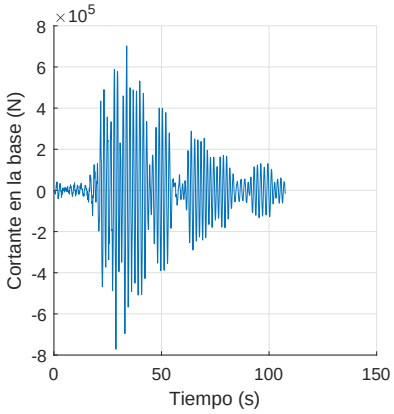


(A) Cortante, CALES00E

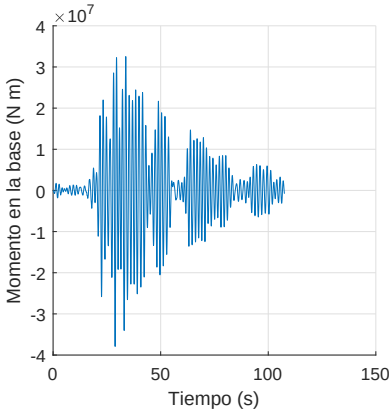


(B) Momento, CALES00E

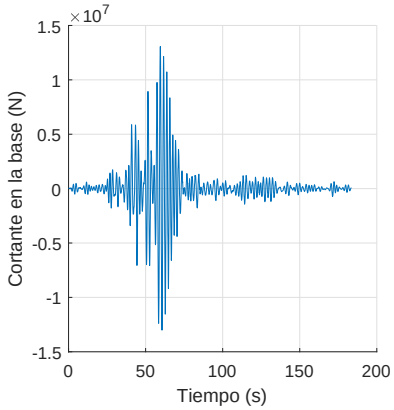
FIGURA 10.68: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TLCD



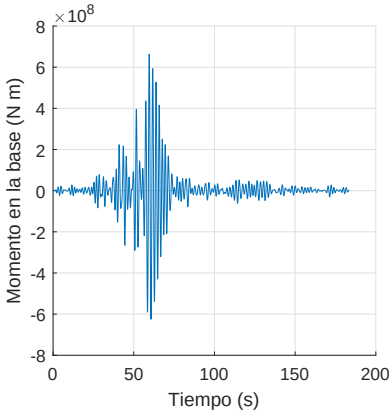
(C) Cortante, RICAN00E



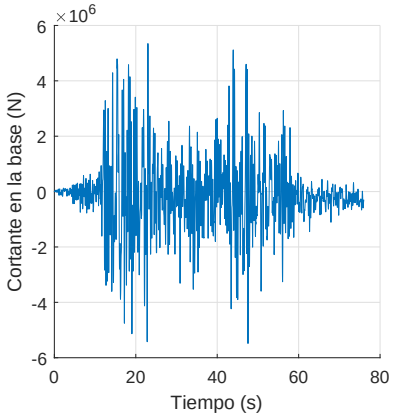
(D) Momento, RICAN00E



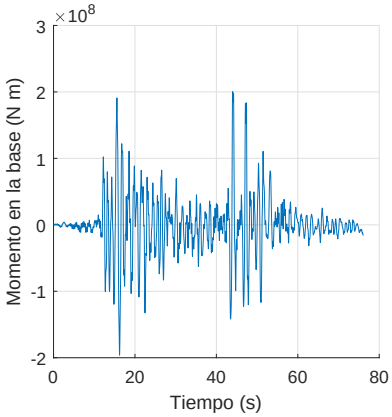
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E

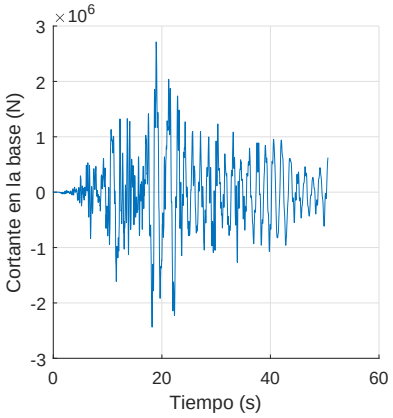


(G) Cortante, VILCS05E

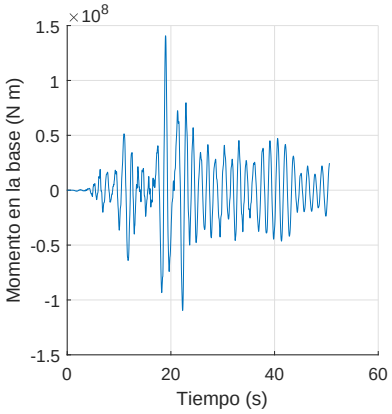


(H) Momento, VILCS05E

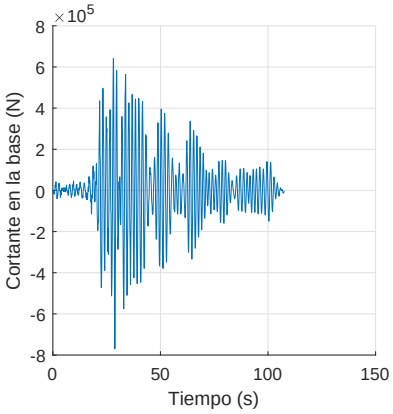
FIGURA 10.68: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TLCD (continuación)



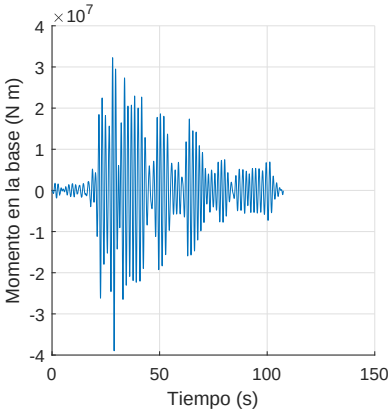
(A) Cortante, CALES00E



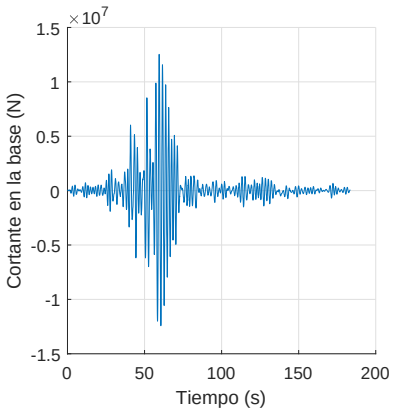
(B) Momento, CALES00E



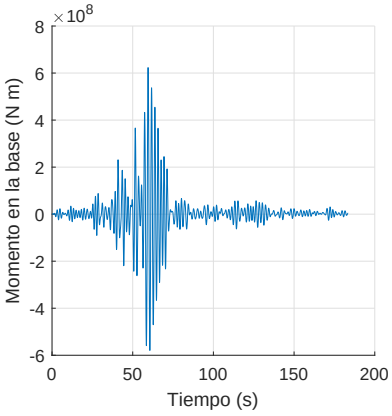
(C) Cortante, RICAN00E



(D) Momento, RICAN00E

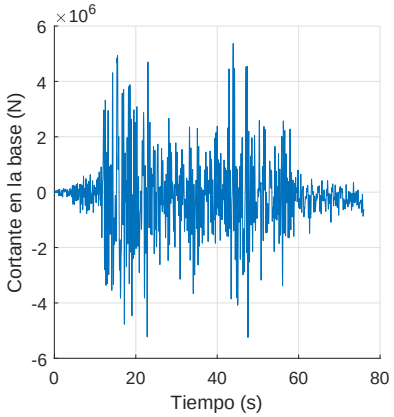


(E) Cortante, SCT1N90E

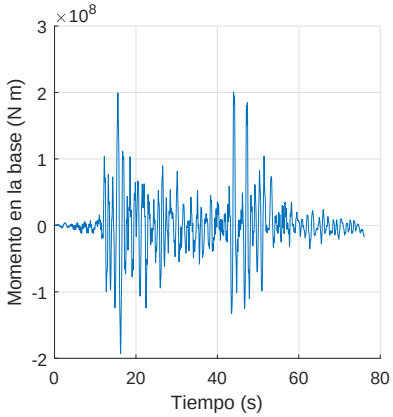


(F) Momento, SCT1N90E

FIGURA 10.69: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TSD



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 10.69: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TSD (continuación)

TABLA 10.71: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TLCD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	2.57E+06	7.72E+05	1.31E+07	5.49E+06
Momento (N m)	1.33E+08	3.79E+07	6.63E+08	2.00E+08

TABLA 10.72: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TLCD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	6.66E+05	1.83E+05	2.19E+06	1.28E+06
Momento (N m)	3.10E+07	9.05E+06	1.04E+08	4.33E+07

TABLA 10.73: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TSD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	2.71E+06	7.70E+05	1.25E+07	5.37E+06
Momento (N m)	1.41E+08	3.90E+07	6.24E+08	2.01E+08

TABLA 10.74: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TSD

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	6.36E+05	1.71E+05	2.11E+06	1.24E+06
Momento (N m)	2.93E+07	8.54E+06	9.65E+07	4.21E+07

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000. Las rotaciones y estados de daño son presentados en las Tablas 10.75 y 10.76, donde el estado EL es elástico y FO es operacional.

TABLA 10.75: Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TLCD

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado
AP1	8.19E-05	EL	2.34E-05	EL	5.11E-04	FO	1.36E-04	FO
AP2	7.40E-05	EL	2.10E-05	EL	4.36E-04	FO	1.19E-04	FO
AP3	7.95E-05	EL	2.26E-05	EL	4.69E-04	FO	1.39E-04	FO
AP4	7.10E-05	EL	2.01E-05	EL	3.93E-04	FO	1.36E-04	FO
AP5	7.64E-05	EL	2.16E-05	EL	4.25E-04	FO	1.58E-04	FO
AP6	6.77E-05	EL	1.89E-05	EL	3.51E-04	FO	1.51E-04	FO
AP7	7.30E-05	EL	2.04E-05	EL	3.81E-04	FO	1.73E-04	FO
AP8	6.37E-05	EL	1.76E-05	EL	3.06E-04	FO	1.63E-04	FO
AP9	6.92E-05	EL	1.91E-05	EL	4.04E-04	FO	2.19E-04	FO
AP10	5.94E-05	EL	1.63E-05	EL	3.14E-04	FO	1.91E-04	FO
AP11	6.40E-05	EL	1.76E-05	EL	3.46E-04	FO	2.18E-04	FO
AP12	5.37E-05	EL	1.47E-05	EL	2.56E-04	FO	1.87E-04	FO
AP13	5.84E-05	EL	1.59E-05	EL	2.88E-04	FO	2.16E-04	FO
AP14	4.81E-05	EL	1.31E-05	EL	2.03E-04	FO	1.78E-04	FO
AP15	5.25E-05	EL	1.43E-05	EL	2.33E-04	FO	2.06E-04	FO
AP16	4.20E-05	EL	1.14E-05	EL	1.49E-04	FO	1.61E-04	FO
AP17	4.76E-05	EL	1.29E-05	EL	2.25E-04	FO	2.41E-04	FO
AP18	3.73E-05	EL	9.97E-06	EL	1.21E-04	FO	1.56E-04	FO
AP19	4.27E-05	EL	1.14E-05	EL	1.97E-04	FO	2.49E-04	FO
AP20	3.18E-05	EL	8.28E-06	EL	8.09E-05	EL	1.31E-04	FO
AP21	3.58E-05	EL	9.30E-06	EL	1.12E-04	FO	2.12E-04	FO
AP22	2.53E-05	EL	6.43E-06	EL	6.38E-05	EL	8.06E-05	EL
AP23	2.78E-05	EL	7.07E-06	EL	7.01E-05	EL	1.10E-04	FO
AP24	1.73E-05	EL	4.22E-06	EL	4.33E-05	EL	5.78E-05	EL
AP25	1.96E-05	EL	4.80E-06	EL	4.92E-05	EL	6.57E-05	EL
AP26	1.10E-05	EL	2.58E-06	EL	2.83E-05	EL	3.70E-05	EL
AP27	1.22E-05	EL	2.87E-06	EL	3.14E-05	EL	4.11E-05	EL
AP28	4.08E-06	EL	8.46E-07	EL	1.21E-05	EL	1.31E-05	EL
AP29	4.70E-06	EL	9.73E-07	EL	1.39E-05	EL	1.51E-05	EL
AP30	1.34E-06	EL	2.76E-07	EL	4.89E-06	EL	3.80E-06	EL
AP31	1.56E-06	EL	3.20E-07	EL	5.66E-06	EL	4.41E-06	EL

El registro de Villita Corona es el más desfavorable de los analizados para este modelo, ya que se alcanza la máxima rotación plástica, se forman más articulaciones plásticas, el cortante y momento son los máximos y los perfiles máximos y RMS tienen mayor amplitud.

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS de los modelos se muestra en las Tablas 10.77 y 10.78.

TABLA 10.76: Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TSD

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado
AP1	8.68E-05	EL	2.40E-05	EL	4.80E-04	FO	1.38E-04	FO
AP2	7.86E-05	EL	2.17E-05	EL	4.07E-04	FO	1.17E-04	FO
AP3	8.44E-05	EL	2.33E-05	EL	4.39E-04	FO	1.38E-04	FO
AP4	7.59E-05	EL	2.09E-05	EL	3.66E-04	FO	1.34E-04	FO
AP5	8.17E-05	EL	2.25E-05	EL	3.97E-04	FO	1.55E-04	FO
AP6	7.24E-05	EL	1.99E-05	EL	3.26E-04	FO	1.48E-04	FO
AP7	7.81E-05	EL	2.15E-05	EL	3.56E-04	FO	1.71E-04	FO
AP8	6.82E-05	EL	1.88E-05	EL	2.84E-04	FO	1.62E-04	FO
AP9	7.40E-05	EL	2.04E-05	EL	3.75E-04	FO	2.16E-04	FO
AP10	6.35E-05	EL	1.76E-05	EL	2.89E-04	FO	1.90E-04	FO
AP11	6.84E-05	EL	1.90E-05	EL	3.19E-04	FO	2.17E-04	FO
AP12	5.74E-05	EL	1.61E-05	EL	2.33E-04	FO	1.87E-04	FO
AP13	6.24E-05	EL	1.75E-05	EL	2.64E-04	FO	2.15E-04	FO
AP14	5.13E-05	EL	1.46E-05	EL	1.83E-04	FO	1.79E-04	FO
AP15	5.59E-05	EL	1.59E-05	EL	2.12E-04	FO	2.08E-04	FO
AP16	4.47E-05	EL	1.28E-05	EL	1.31E-04	FO	1.62E-04	FO
AP17	5.06E-05	EL	1.45E-05	EL	1.99E-04	FO	2.44E-04	FO
AP18	3.95E-05	EL	1.13E-05	EL	9.88E-05	FO	1.58E-04	FO
AP19	4.52E-05	EL	1.29E-05	EL	1.66E-04	FO	2.53E-04	FO
AP20	3.33E-05	EL	9.50E-06	EL	7.53E-05	EL	1.36E-04	FO
AP21	3.74E-05	EL	1.07E-05	EL	8.46E-05	EL	2.18E-04	FO
AP22	2.63E-05	EL	7.49E-06	EL	5.87E-05	EL	8.14E-05	EL
AP23	2.89E-05	EL	8.23E-06	EL	6.45E-05	EL	1.15E-04	FO
AP24	1.78E-05	EL	5.04E-06	EL	3.89E-05	EL	5.88E-05	EL
AP25	2.02E-05	EL	5.73E-06	EL	4.42E-05	EL	6.69E-05	EL
AP26	1.12E-05	EL	3.21E-06	EL	2.46E-05	EL	3.80E-05	EL
AP27	1.24E-05	EL	3.56E-06	EL	2.73E-05	EL	4.22E-05	EL
AP28	4.20E-06	EL	1.22E-06	EL	9.24E-06	EL	1.39E-05	EL
AP29	4.83E-06	EL	1.40E-06	EL	1.06E-05	EL	1.60E-05	EL
AP30	1.44E-06	EL	4.31E-07	EL	3.24E-06	EL	4.29E-06	EL
AP31	1.67E-06	EL	5.00E-07	EL	3.75E-06	EL	4.97E-06	EL

TABLA 10.77: Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TLCD

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	3.46 %	7.92 %	22.75 %	24.08 %	-9.43 %	-5.01 %	1.65 %	-1.24 %
Velocidad	3.13 %	5.89 %	21.84 %	19.86 %	-7.71 %	-3.65 %	0.07 %	-1.33 %
Aceleración	1.54 %	5.77 %	19.67 %	20.98 %	-2.27 %	-0.21 %	0.19 %	-0.82 %
Distorsión	3.66 %	7.98 %	23.11 %	24.47 %	-10.70 %	-5.81 %	1.68 %	1.92 %
Cortante	2.13 %	8.03 %	20.63 %	21.59 %	-4.20 %	-1.82 %	-0.39 %	-2.25 %
Momento	3.30 %	8.12 %	22.39 %	23.38 %	-8.79 %	-4.34 %	2.47 %	2.18 %

TABLA 10.78: Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TSD

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	12.53 %	-5.70 %	23.30 %	15.98 %	0.51 %	2.56 %	0.99 %	-0.38 %
Velocidad	11.79 %	-11.01 %	24.07 %	8.41 %	2.57 %	3.52 %	0.24 %	-1.73 %
Aceleración	6.70 %	-1.74 %	23.55 %	12.15 %	1.02 %	-0.26 %	0.01 %	3.55 %
Distorsión	12.40 %	-5.60 %	23.18 %	14.67 %	0.45 %	2.18 %	1.07 %	-1.55 %
Cortante	6.37 %	-0.26 %	22.85 %	19.47 %	1.35 %	-2.70 %	-0.01 %	-1.27 %
Momento	11.57 %	-2.75 %	23.45 %	19.28 %	0.99 %	2.21 %	0.59 %	1.88 %

Los resultados obtenidos indican que el registro que mayores demandas produce en el modelo de la chimenea, en ambas direcciones, cuando se considera que la cimentación está sobre suelo blando es el registro de SCT. En comparación con la respuesta obtenida con el modelo no lineal sin control considerando que la cimentación está sobre suelo blando, las demandas disminuyen en algunos de los casos, se observa, también, que algunas de las respuestas se incrementan, sin embargo, para el registro de SCT, el cual presenta las mayores demandas en el modelo sin control, se logró disminuir tanto la respuesta máxima como la respuesta RMS empleando el TSD. Además, comparando los estados de las articulaciones, las rotaciones en las articulaciones plásticas disminuyen, por lo tanto, para el modelo no lineal de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo blando, un TLCSD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es sísmica en las dos direcciones, resultando más eficiente en la dirección donde actúa el TSD, pero a su vez, es posible que la respuesta sufra un incremento para algunos registros.

Capítulo 11

Control de la respuesta sísmica con péndulos

La ultima forma empleada en este trabajo de controlar la respuesta sísmica de la estructura es emplear amortiguadores de masas sintonizadas tipo péndulos. El amortiguador diseñado se coloca en la parte superior del fuste y se obtiene la respuesta considerando el dispositivo de control. A continuación se presenta el dimensionamiento y las propiedades dinámicas de la estructura con el amortiguador.

11.1. Dimensionamiento y propiedades dinámicas

Para controlar la respuesta de la chimenea, se coloca en la parte superior del fuste un amortiguador de masas sintonizadas tipo péndulo, el cual se sintoniza con el periodo fundamental de la estructura y tiene una relación de masas del 2 %. Debido a que en los modelos elaborados tienen distintas condiciones de apoyo, cambia el valor del periodo fundamental, por ello, para los análisis se mantiene fijo el valor de la relación de masas del dispositivo. El tipo de respuesta seleccionado a controlar para el dimensionamiento en todos los casos es el desplazamiento.

Debido a que existen expresiones distintas para el dimensionamiento según la excitación, se emplearon las correspondientes para el control sísmico. Las propiedades de los modelos elásticos de las vigas acopladas y del amortiguador colocado en la parte superior del fuste, dimensionado con las expresiones propuestas en Gomez, 2007, para el control sísmico, se muestran en la Tabla 11.1.

TABLA 11.1: Propiedades dinámicas de los modelos elásticos con un péndulo

Tipo de apoyo	T (s)	m_{GEN} (kg)	T_{TMDp} (s)	m_{TMDp} (kg m^2)	k_{TMDp} (N m^{-1})	c_{TMDp} (N s m^{-1})
Base fija	1.15	6.97E+05	1.15	5.82E+03	1.73E+05	2.87E+03
Roca	1.15	6.97E+05	1.15	5.82E+03	1.73E+05	2.88E+03
Denso	1.17	7.02E+05	1.17	6.07E+03	1.74E+05	3.00E+03
Rigido	1.21	7.10E+05	1.21	6.53E+03	1.77E+05	3.24E+03
Blando	1.60	7.74E+05	1.60	1.40E+04	2.16E+05	7.31E+03

Por otra parte, las propiedades de los modelos no lineales y del amortiguador colocado en la parte superior del fuste, dimensionado con las expresiones propuestas en Gomez, 2007, para el control sísmico, se muestran en la Tabla 11.2.

TABLA 11.2: Propiedades dinámicas de los modelos no lineales con un péndulo

Tipo de apoyo	T (s)	m_{GEN} (kg)	T_{TMDp} (s)	m_{TMDp} (kg m^2)	k_{TMDp} (N m^{-1})	c_{TMDp} (N s m^{-1})
Base fija	1.16	4.46E+05	1.16	3.77E+03	1.10E+05	1.87E+03
Roca	1.16	4.46E+05	1.16	3.78E+03	1.10E+05	1.87E+03
Denso	1.18	4.51E+05	1.18	3.93E+03	1.12E+05	1.94E+03
Rigido	1.21	4.59E+05	1.21	4.21E+03	1.14E+05	2.09E+03
Blando	1.54	5.43E+05	1.54	8.83E+03	1.48E+05	4.57E+03

Comparando los resultados obtenidos, se observa que las masas, rigideces y amortiguamiento obtenidas para los modelos elásticos son mayores que para los no lineales debido a que el modelo de las vigas acopladas distribuye la masa de manera uniforme, mientras que el modelo no lineal presenta concentraciones de masas en las ménsulas. Además, para ambos tipos de modelos, los coeficientes de mara, rigidez y amortiguamiento se incrementan de manera proporcional con la flexibilidad del suelo, donde el menor valor se presenta con base fija, mientras el mayor con suelo blando.

Se determinaron los periodos y formas de vibrar de los modelos. Los valores de los periodos para las primeras cuatro formas modales de los modelos elásticos se presentan en la Tabla 11.3, mientras los periodos para los modelos no lineales se presentan en la Tabla 11.4.

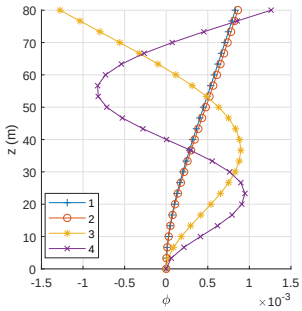
TABLA 11.3: Periodos laterales (s) del modelo elástico con un péndulo

Forma modal	Base fija	Roca	Denso	Rígido	Blando
1	1.21	1.21	1.23	1.27	1.71
2	1.10	1.10	1.12	1.15	1.50
3	0.25	0.25	0.25	0.26	0.37
4	0.10	0.10	0.10	0.12	0.24

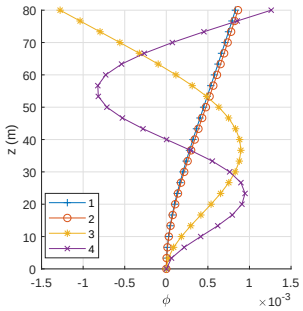
TABLA 11.4: Periodos laterales (s) del modelo no lineal con un péndulo

Forma modal	Base fija	Roca	Denso	Rígido	Blando
1	1.22	1.22	1.23	1.27	1.64
2	1.11	1.11	1.12	1.15	1.44
3	0.25	0.25	0.26	0.27	0.40
4	0.11	0.11	0.11	0.12	0.27

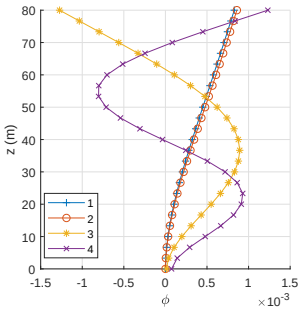
En las Figura 11.1 se muestran las primeras cuatro formas de vibrar de los modelos elásticos considerando los distintos apoyos, mientras que, en las Figura 11.2 se muestran las primeras cuatro formas de vibrar de los modelos no lineales considerando los distintos apoyos.



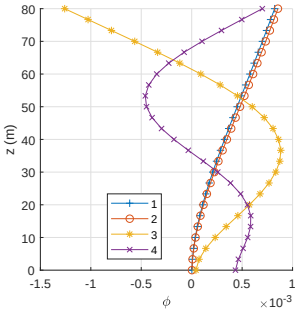
(A) Base fija



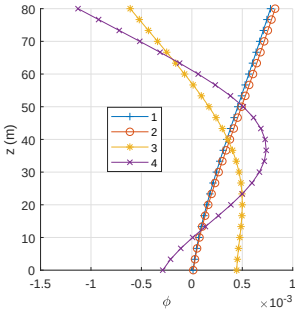
(B) Roca



(C) Suelo denso

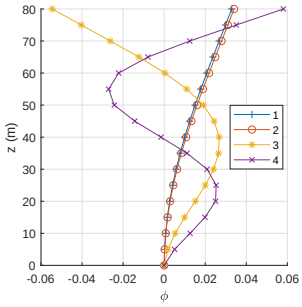


(D) Suelo rígido

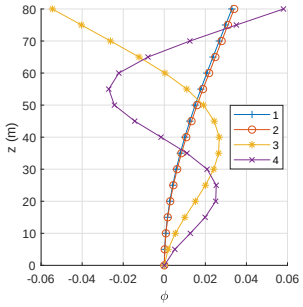


(E) Suelo blando

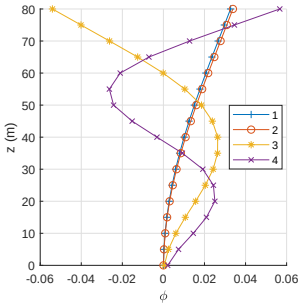
FIGURA 11.1: Formas de vibrar del modelo elástico con un péndulo para el análisis sísmico



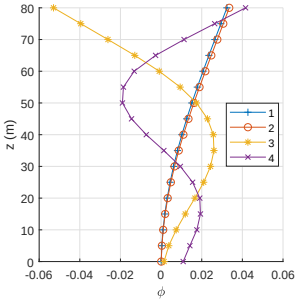
(A) Base fija



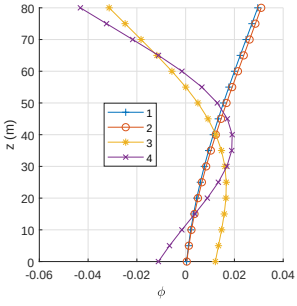
(B) Roca



(C) Suelo denso



(D) Suelo rígido



(E) Suelo blando

FIGURA 11.2: Formas de vibrar del modelo elástico con un péndulo para el análisis sísmico

Los periodos obtenidos en los modelos presentan valores similares en magnitud, las mayores diferencias observadas aparecen para los primeros dos periodos de los modelos sobre suelo blando, sin embargo, se encuentran dentro de la tolerancia. Se aprecia que para todos los modelos, los periodos obtenidos con el modelo que considera base fija, son semejantes a los obtenidos con base flexible sobre roca, suelo denso y suelo rígido, donde el modelo con mayor similitud es el de roca. Además, las formas modales obtenidas son parecidas entre los modelos elásticos y no lineales para cada tipo de apoyo considerado, de la misma forma que para los periodos, las formas modales del modelo con base fija son similares a las del modelo sobre roca y suelo denso. Debido a los resultados obtenidos, los modelos con péndulos para el control sísmico, considerando distintas condiciones de apoyo están calibrados.

En la literatura existen trabajos relacionados con la colocación de péndulos en chimeneas. En Klein y Kaldenbach (1998) se presenta una estrategia de colocación de una masa con forma anillo suspendida por tres cables unidos a una ménsula en una chimenea de acero; en Tranvik y Alpsten (2002) se muestra un estudio de una chimenea de acero de 90 m de altura con un péndulo el cual está desintonizado del periodo fundamental produciendo daño en la estructura principal; en Jankowski, Kujawa y Szymczak (2004) se presenta un estudio del comportamiento de una chimenea de 76.80 m de acero en la cual se colocó un péndulo en la parte superior; en Prasad, Shepur y Amarnath (2014) se muestra un estudio del control de la respuesta de una chimenea de concreto reforzado de 150 m empleando un péndulo; y en Wang et. al. (2019) se presenta un estudio analítico y experimental de un amortiguador pendular adaptativo.

La Figura 11.3 muestra un esquema de colocación de un amortiguador de masa pendular con forma de anillo empleado en una chimenea de acero. La masa del péndulo esta formada por un anillo el cual está soportado mediante tres cables colocados a cada 120° Para la colocación del amortiguador pendular en la chimenea de análisis se propone emplear, por facilidad en el proceso constructivo, un sistema similar al presentado en la Figura 11.3, las propiedades del dispositivo deben satisfacer las propiedades mostradas en las Tabla 11.1 para los modelos elásticos y no lineales respectivamente. Se propone que los cables que sostienen al anillo sean cuatro colocados a cada 90°. Para el empleo de este tipo de dispositivos se requiere la instalación de amortiguadores de impacto por seguridad de la estructura, sin embargo, el diseño de estos dispositivos escapa a los alcances de este trabajo.

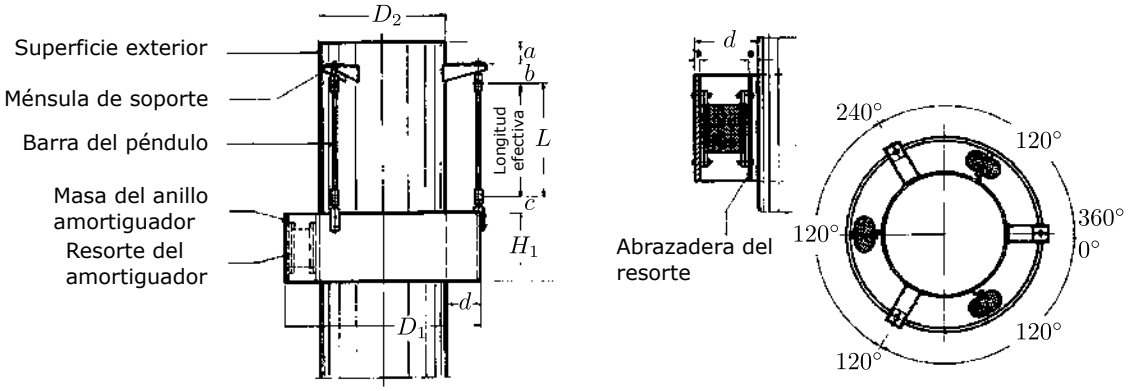


FIGURA 11.3: Amortiguador de masa pendular en forma de anillo. Adaptado de Klein y Kaldenbach (1998)

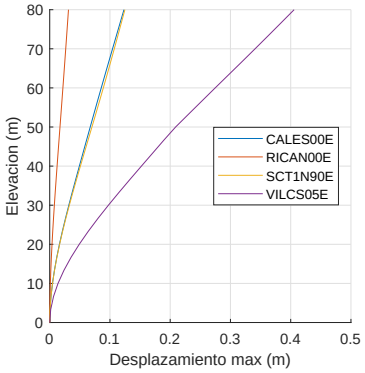
11.2. Respuesta dinámica

Se realizo el análisis dinámico paso a paso de la estructura considerando el dispositivo de control, la estructura se sometió a las acciones presentadas en Capítulo 8. Se realizaron cuatro modelos: dos elásticos lineales y dos considerando no linealidad del material, de cada par de modelos, uno supone la cimentación sobre suelo rígido y el segundo considera la flexibilidad de la cimentación en cuatro tipos distintos de suelos. La respuesta se obtuvo empleando el método RK6-I con cuadraturas rectangulares.

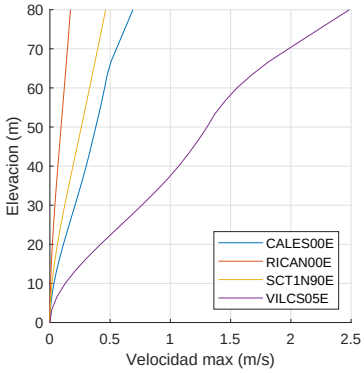
11.2.1. Modelo elástico con base fija

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base fija con un péndulo. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo discreto de las vigas acopladas con base fija sin el péndulo. A continuación se presentan los resultados.

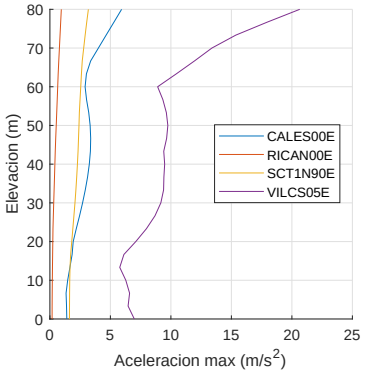
En la Figura 11.4 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó con el registro de Villita Corona y la respuesta mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.



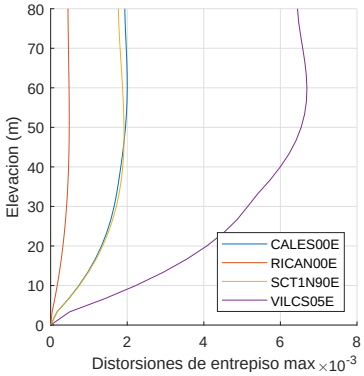
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



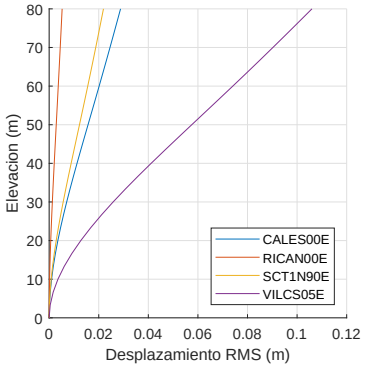
(C) Aceleraciones



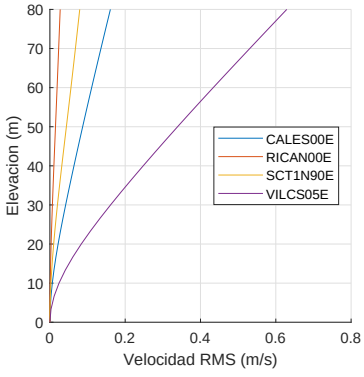
(D) Distorsiones

FIGURA 11.4: Respuestas máximas del modelo elástico con base fija y un péndulo

En la Figura 11.5 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima se presenta con el registro de Villita Corona y la amplitud mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.

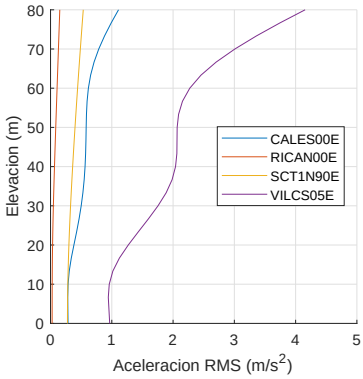


(A) Desplazamientos

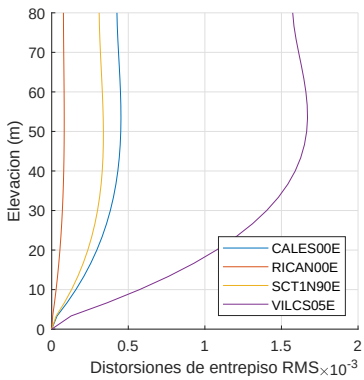


(B) Velocidades

FIGURA 11.5: Respuestas RMS del modelo elástico con base fija y un péndulo



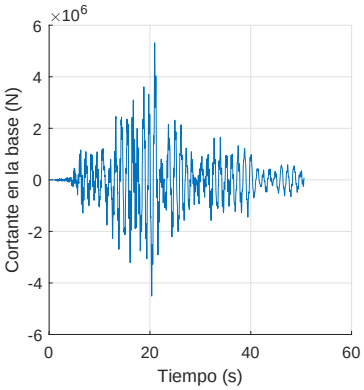
(C) Aceleraciones



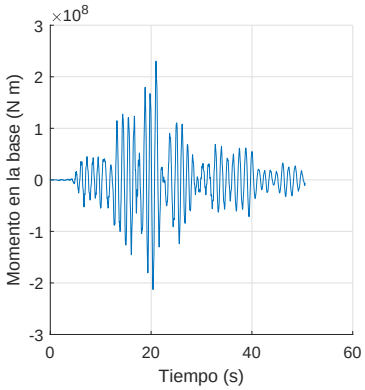
(D) Distorsiones

FIGURA 11.5: Respuestas RMS del modelo elástico con base fija y un péndulo (continuación)

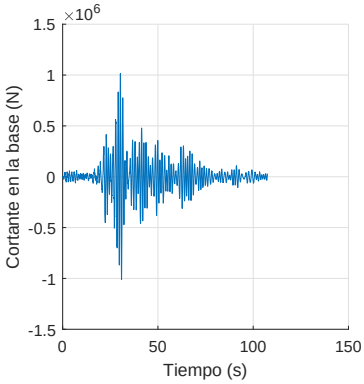
En la Figura 11.6 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 11.5 y 11.6 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



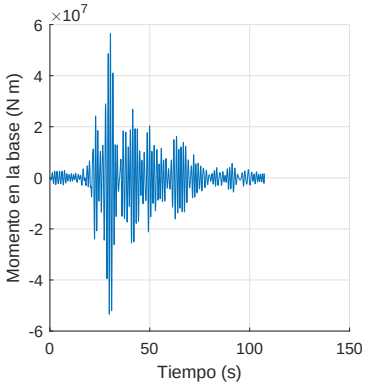
(A) Cortante, CALES00E



(B) Momento, CALES00E

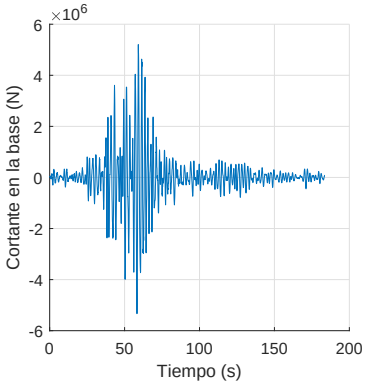


(C) Cortante, RICAN00E

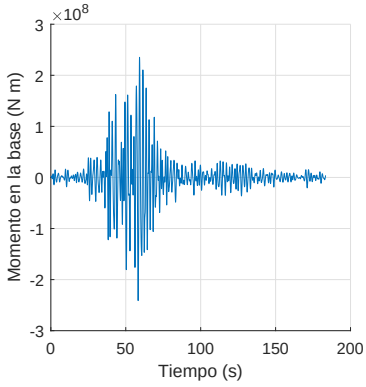


(D) Momento, RICAN00E

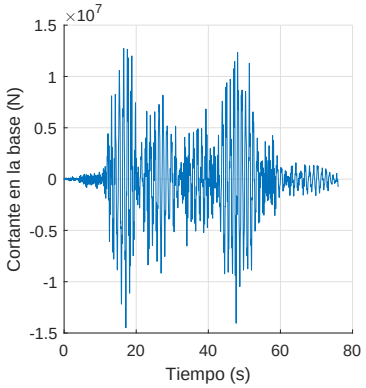
FIGURA 11.6: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija y un péndulo



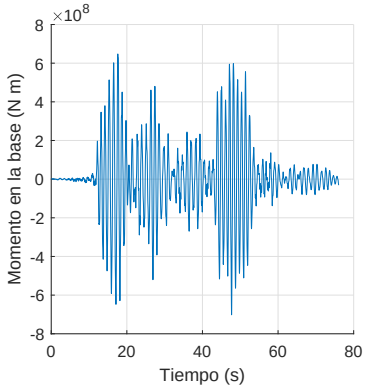
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 11.6: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija y un péndulo (continuación)

TABLA 11.5: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico con base fija y un péndulo

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	5.32E+06	1.02E+06	5.34E+06	1.45E+07
Momento (N m)	2.30E+08	5.65E+07	2.41E+08	7.02E+08

TABLA 11.6: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico con base fija y un péndulo

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	9.68E+05	1.71E+05	9.07E+05	3.39E+06
Momento (N m)	5.17E+07	9.45E+06	4.18E+07	1.88E+08

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 11.7.

TABLA 11.7: Disminución de la respuesta del modelo elástico con base fija y un péndulo

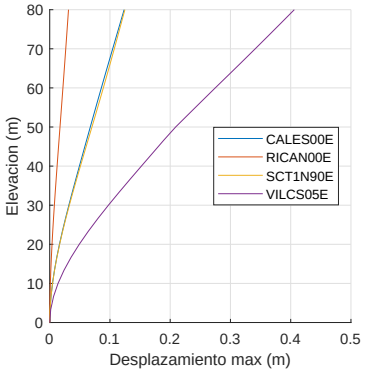
	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	26.59 %	23.13 %	10.50 %	-2.34 %	2.46 %	1.37 %	14.51 %	19.70 %
Velocidad	25.92 %	21.17 %	12.46 %	-4.51 %	7.45 %	12.37 %	12.76 %	20.31 %
Aceleración	20.14 %	15.64 %	11.94 %	-3.36 %	3.50 %	2.47 %	9.59 %	12.18 %
Distorsión	26.38 %	22.85 %	10.41 %	-2.53 %	2.49 %	1.15 %	14.40 %	18.78 %
Cortante	24.57 %	9.87 %	10.06 %	1.10 %	1.46 %	0.95 %	13.37 %	14.98 %
Momento	26.63 %	17.34 %	10.50 %	-2.13 %	2.24 %	1.26 %	14.59 %	18.25 %

Los resultados obtenidos muestran que el registro que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación es empotrada es el registro de Villita Corona. En comparación con la respuesta obtenida sin control considerando que la cimentación es empotrada, las demandas disminuyen en casi todos los casos, la excepción ocurre en los valores máximos para el registro de Ana Freud, sin embargo el incremento es poco significativo y, para el registro de Villita Corona, el cual presenta las mayores demandas en el modelo sin control, se logró disminuir tanto la respuesta máxima como la respuesta RMS, por lo tanto, para el modelo de la chimenea, considerando que la cimentación es empotrada, un péndulo en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es sísmica.

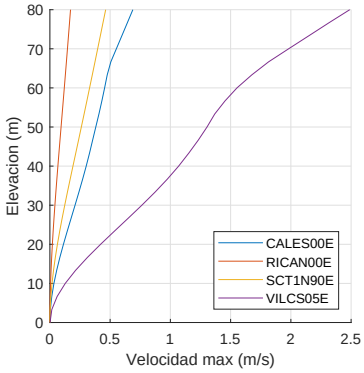
11.2.2. Modelo elástico sobre roca

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible con los parámetros correspondientes a roca presentados en la Tabla 7.4, con un péndulo. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo discreto de las vigas acopladas sobre roca sin el péndulo. A continuación se presentan los resultados.

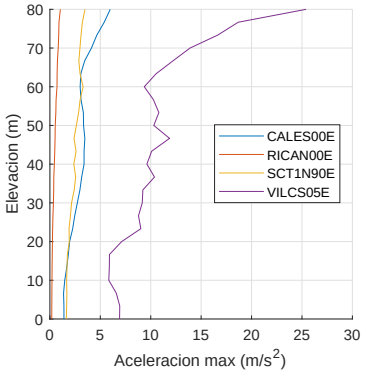
En la Figura 11.7 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó con el registro de Villita Corona y la respuesta mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.



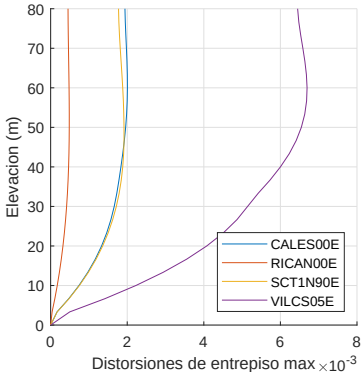
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



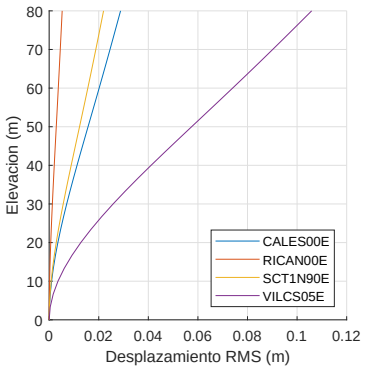
(C) Aceleraciones



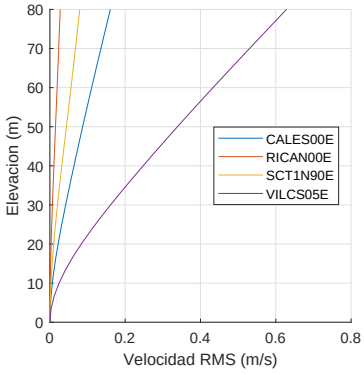
(D) Distorsiones

FIGURA 11.7: Respuestas máximas del modelo elástico sobre roca con un péndulo

En la Figura 11.8 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima se presenta con el registro de Villita Corona y la amplitud mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.

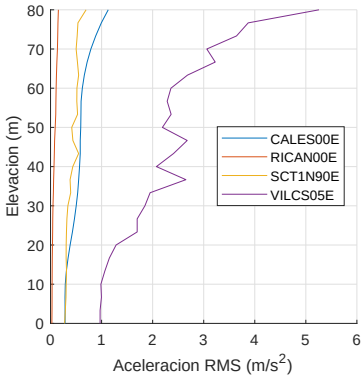


(A) Desplazamientos

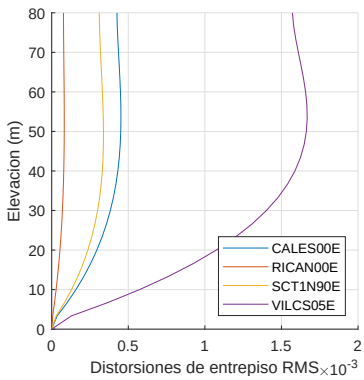


(B) Velocidades

FIGURA 11.8: Respuestas RMS del modelo elástico sobre roca con un péndulo



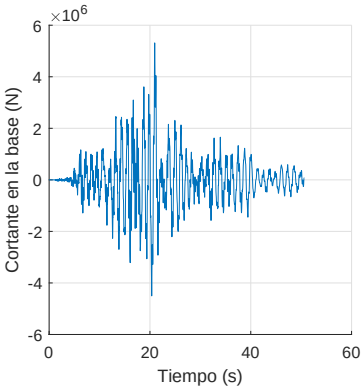
(C) Aceleraciones



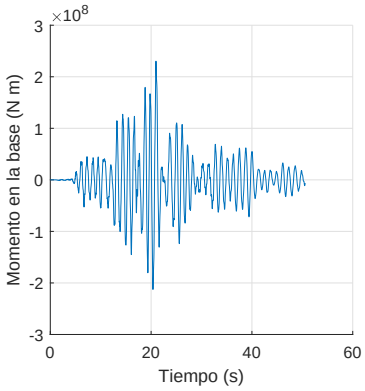
(D) Distorsiones

FIGURA 11.8: Respuestas RMS del modelo elástico sobre roca con un péndulo (continuación)

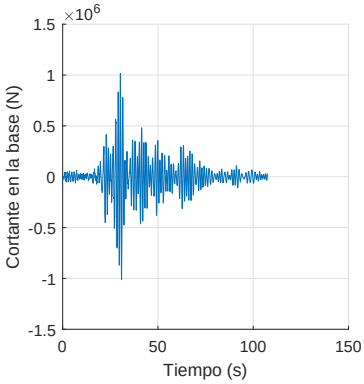
En la Figura 11.9 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 11.8 y 11.9 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



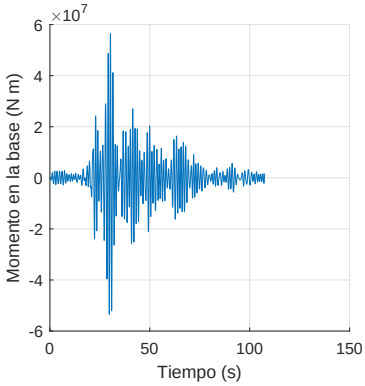
(A) Cortante, CALES00E



(B) Momento, CALES00E

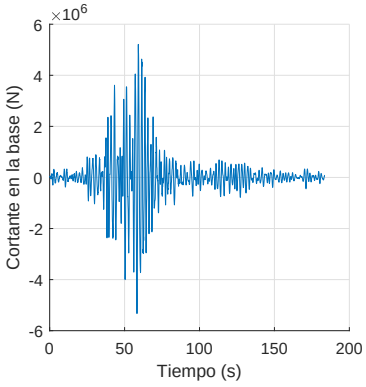


(C) Cortante, RICAN00E

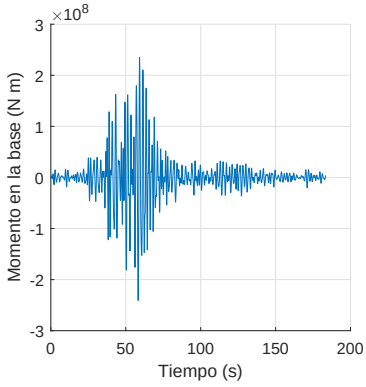


(D) Momento, RICAN00E

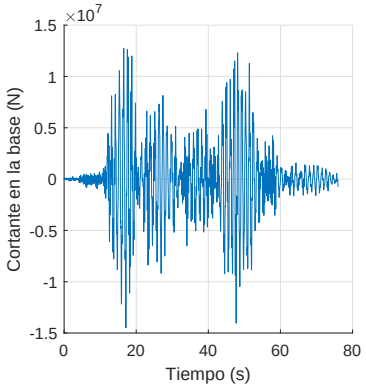
FIGURA 11.9: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca con un péndulo



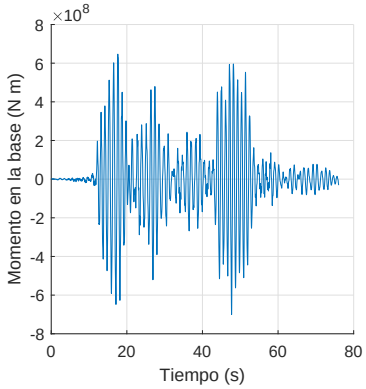
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 11.9: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca con un péndulo (continuación)

TABLA 11.8: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre roca con un péndulo

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	5.31E+06	1.02E+06	5.33E+06	1.45E+07
Momento (N m)	2.30E+08	5.65E+07	2.41E+08	7.01E+08

TABLA 11.9: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre roca con un péndulo

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	9.67E+05	1.71E+05	9.07E+05	3.39E+06
Momento (N m)	5.17E+07	9.47E+06	4.19E+07	1.88E+08

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 11.10.

TABLA 11.10: Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre roca con un péndulo

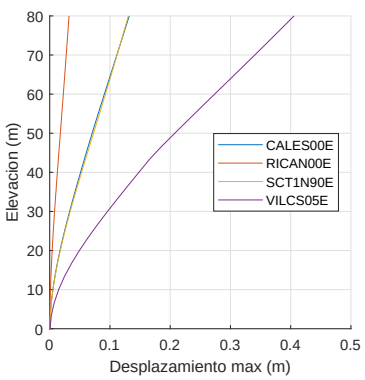
	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	26.77 %	22.78 %	10.31 %	-2.18 %	2.46 %	1.53 %	14.39 %	19.66 %
Velocidad	26.11 %	21.06 %	12.26 %	-4.36 %	7.45 %	12.45 %	12.63 %	20.14 %
Aceleración	20.45 %	17.14 %	10.07 %	-5.37 %	-5.26 %	2.24 %	3.58 %	8.45 %
Distorsión	26.56 %	22.49 %	10.21 %	-2.38 %	2.49 %	1.25 %	14.28 %	18.72 %
Cortante	24.72 %	9.32 %	9.90 %	1.33 %	1.47 %	1.09 %	13.26 %	14.97 %
Momento	26.80 %	16.87 %	10.31 %	-1.96 %	2.25 %	1.42 %	14.46 %	17.85 %

Los resultados obtenidos muestran que el registro que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre roca es el registro de Villita Corona. En comparación con la respuesta obtenida sin control considerando que la cimentación está sobre roca, las demandas disminuyen en casi todos los casos, la excepción ocurre en los valores máximos para el registro de Ana Freud y la aceleración RMS para el registro de SCT, sin embargo el incremento es poco significativo y, para el registro de Villita Corona, el cual presenta las mayores demandas en el modelo sin control, se logró disminuir tanto la respuesta máxima como la respuesta RMS, por lo tanto, para el modelo de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre roca, un péndulo en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es sísmica.

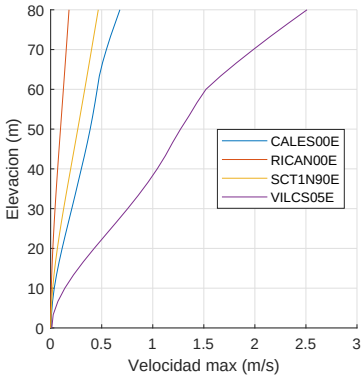
11.2.3. Modelo elástico sobre suelo denso

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible con los parámetros correspondientes a suelo denso presentados en la Tabla 7.4, con un péndulo. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo discreto de las vigas acopladas sobre suelo denso sin el péndulo. A continuación se presentan los resultados.

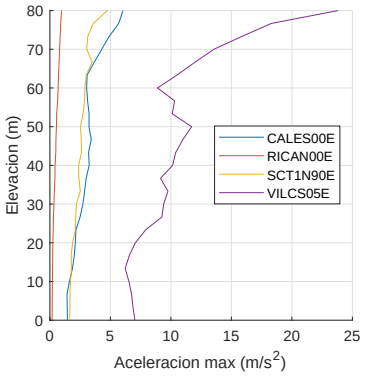
En la Figura 11.10 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó con el registro de Villita Corona y la respuesta mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.



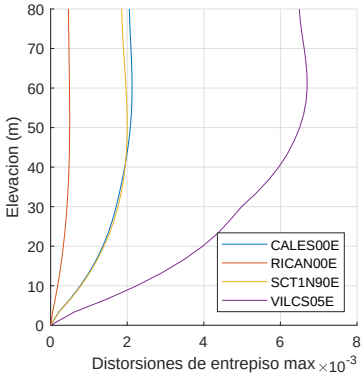
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



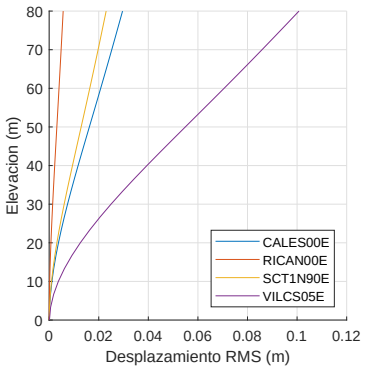
(C) Aceleraciones



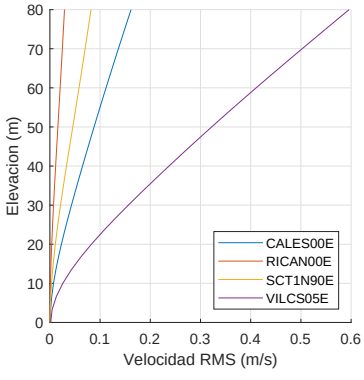
(D) Distorsiones

FIGURA 11.10: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo denso con un péndulo

En la Figura 11.11 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima se presenta con el registro de Villita Corona y la amplitud mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.

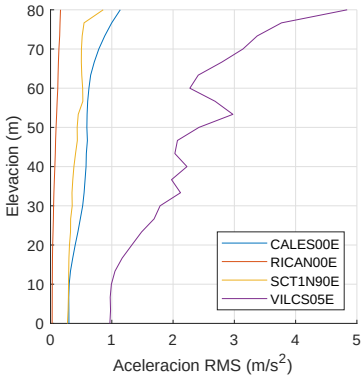


(A) Desplazamientos

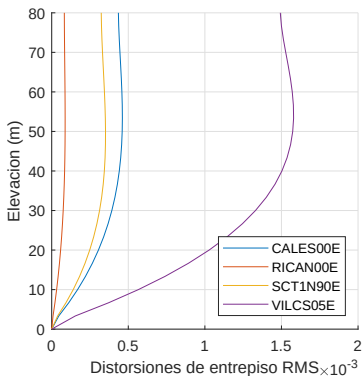


(B) Velocidades

FIGURA 11.11: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo denso con un péndulo



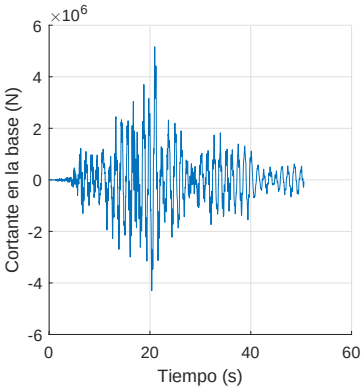
(C) Aceleraciones



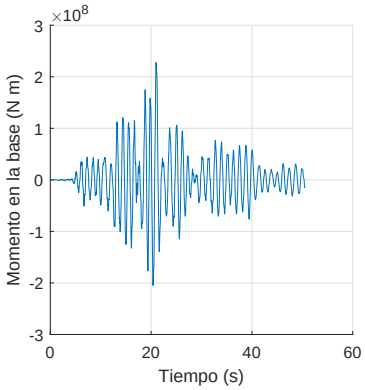
(D) Distorsiones

FIGURA 11.11: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo denso con un péndulo (continuación)

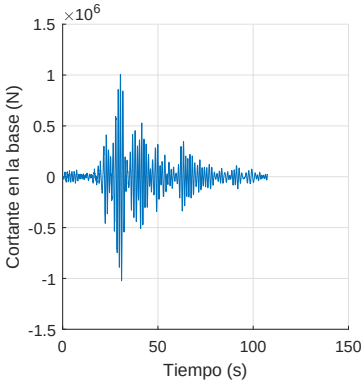
En la Figura 11.12 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 11.11 y 11.12 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



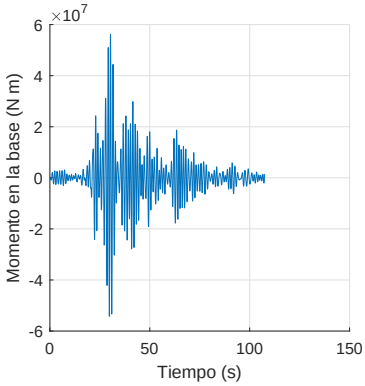
(A) Cortante, CALES00E



(B) Momento, CALES00E

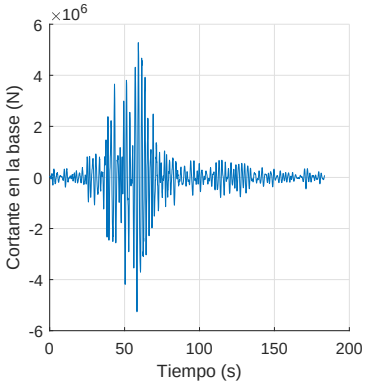


(C) Cortante, RICAN00E

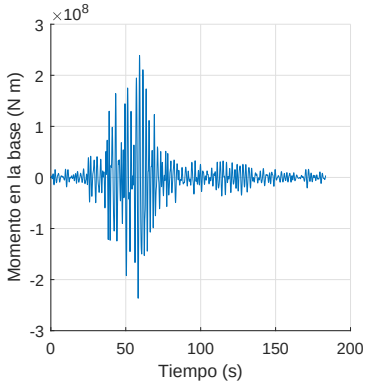


(D) Momento, RICAN00E

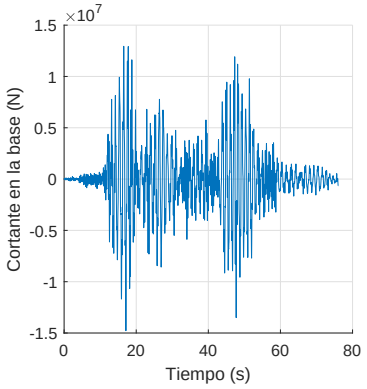
FIGURA 11.12: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso con un péndulo



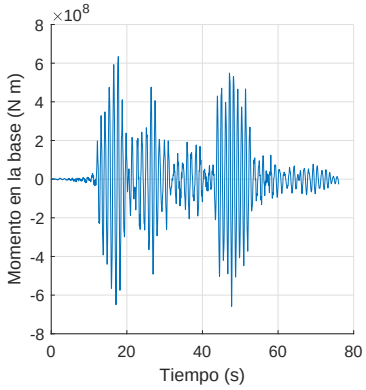
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 11.12: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso con un péndulo (continuación)

TABLA 11.11: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre suelo denso con un péndulo

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	5.16E+06	1.02E+06	5.28E+06	1.48E+07
Momento (N m)	2.28E+08	5.62E+07	2.39E+08	6.58E+08

TABLA 11.12: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre suelo denso con un péndulo

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	9.75E+05	1.78E+05	9.18E+05	3.15E+06
Momento (N m)	5.16E+07	9.88E+06	4.24E+07	1.73E+08

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 11.13.

TABLA 11.13: Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo denso con un péndulo

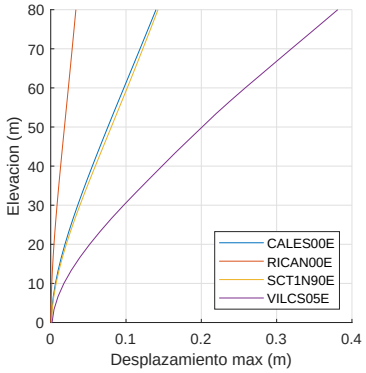
	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	26.11 %	9.40 %	7.30 %	3.49 %	3.30 %	5.60 %	14.89 %	18.59 %
Velocidad	26.10 %	14.38 %	8.77 %	-0.75 %	9.02 %	15.68 %	12.44 %	17.72 %
Aceleración	19.81 %	3.71 %	9.00 %	5.01 %	-3.68 %	-0.41 %	8.05 %	8.88 %
Distorsión	25.93 %	8.84 %	7.12 %	3.23 %	3.36 %	5.36 %	14.71 %	17.49 %
Cortante	23.45 %	5.94 %	7.79 %	7.44 %	2.03 %	6.07 %	14.18 %	13.77 %
Momento	26.05 %	9.60 %	7.46 %	3.84 %	3.03 %	6.18 %	15.10 %	17.95 %

Los resultados obtenidos muestran que el registro que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre suelo denso es el registro de Villita Corona. En comparación con la respuesta obtenida sin control considerando que la cimentación está sobre suelo denso, las demandas disminuyen en la mayoría de los casos. Para el registro de Villita Corona, el cual presenta las mayores demandas en el modelo sin control, se logró disminuir tanto la respuesta máxima como la respuesta RMS, por lo tanto, para el modelo de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo denso, un péndulo en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es sísmica.

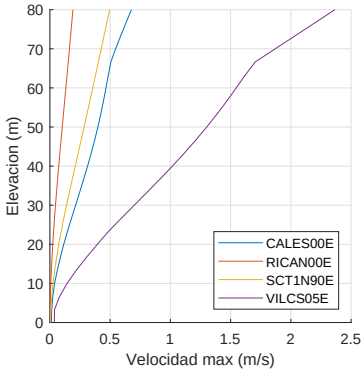
11.2.4. Modelo elástico sobre suelo rígido

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible con los parámetros correspondientes a suelo rígido presentados en la Tabla 7.4, con un péndulo. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo discreto de las vigas acopladas sobre suelo rígido sin el péndulo. A continuación se presentan los resultados.

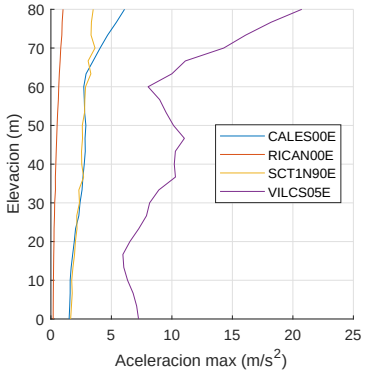
En la Figura 11.13 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó con el registro de Villita Corona y la respuesta mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.



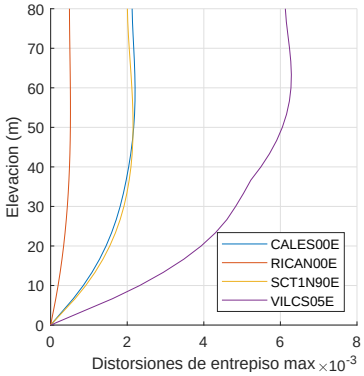
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



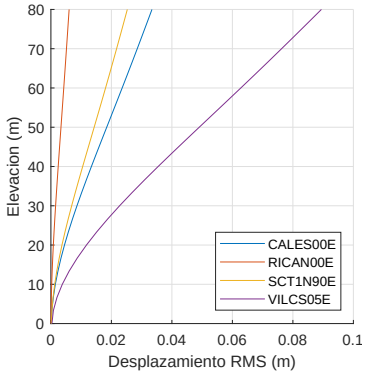
(C) Aceleraciones



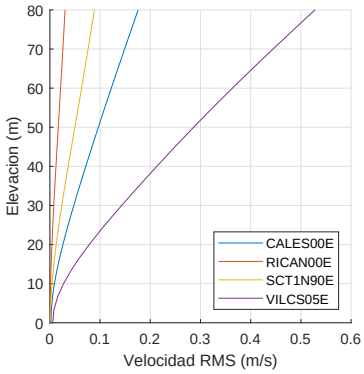
(D) Distorsiones

FIGURA 11.13: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo rígido con un péndulo

En la Figura 11.14 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima se presenta con el registro de Villita Corona y la amplitud mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.

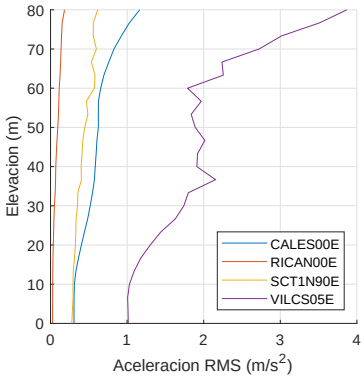


(A) Desplazamientos

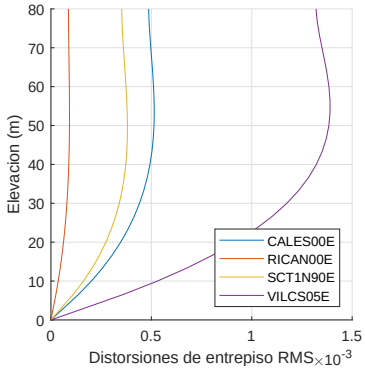


(B) Velocidades

FIGURA 11.14: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo rígido con un péndulo



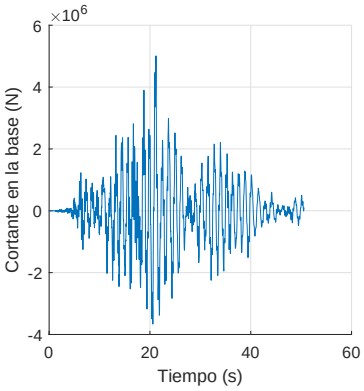
(C) Aceleraciones



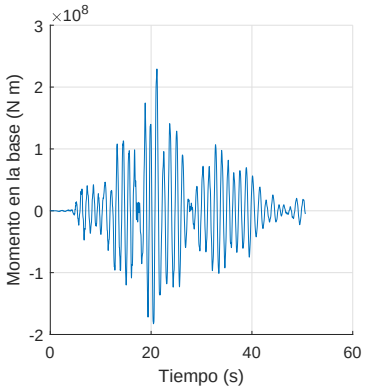
(D) Distorsiones

FIGURA 11.14: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo rígido con un péndulo (continuación)

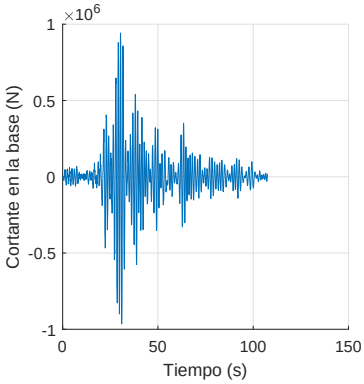
En la Figura 11.15 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 11.14 y 11.15 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



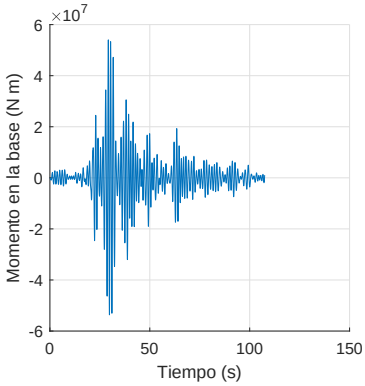
(A) Cortante, CALES00E



(B) Momento, CALES00E

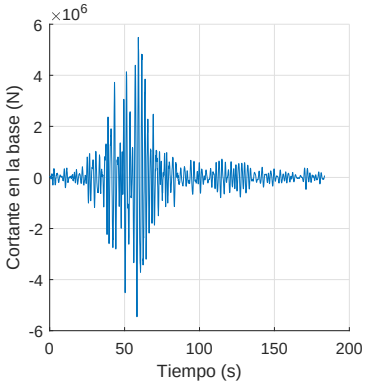


(C) Cortante, RICAN00E

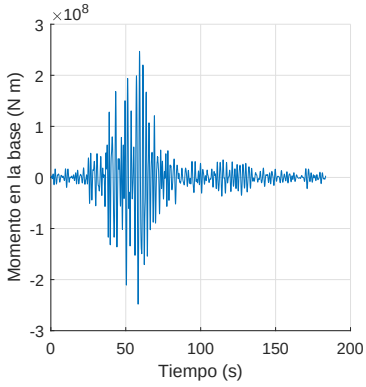


(D) Momento, RICAN00E

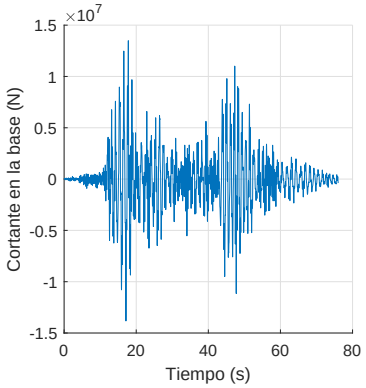
FIGURA 11.15: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido con un péndulo



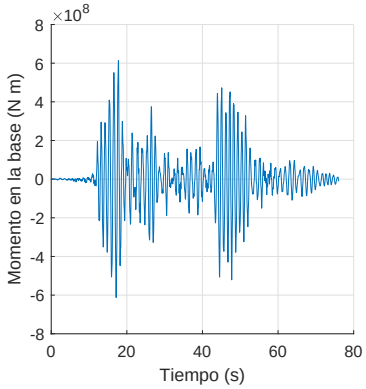
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 11.15: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido con un péndulo (continuación)

TABLA 11.14: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido con un péndulo

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	5.01E+06	9.65E+05	5.49E+06	1.38E+07
Momento (N m)	2.29E+08	5.40E+07	2.48E+08	6.13E+08

TABLA 11.15: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre suelo rígido con un péndulo

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	1.04E+06	1.79E+05	9.47E+05	2.69E+06
Momento (N m)	5.53E+07	9.98E+06	4.39E+07	1.46E+08

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 11.16.

TABLA 11.16: Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo rígido con un péndulo

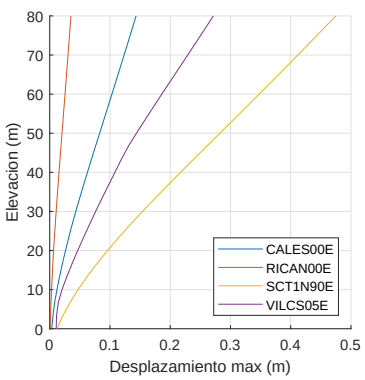
	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	7.14 %	-18.82 %	23.59 %	15.69 %	1.89 %	9.53 %	24.13 %	15.33 %
Velocidad	8.05 %	-18.70 %	24.81 %	7.51 %	6.66 %	6.34 %	20.15 %	13.42 %
Aceleración	5.64 %	-5.33 %	23.27 %	14.91 %	3.81 %	9.90 %	17.67 %	8.28 %
Distorsión	7.02 %	-18.69 %	23.41 %	14.63 %	1.91 %	9.68 %	23.72 %	14.03 %
Cortante	6.42 %	-8.51 %	24.01 %	21.56 %	1.12 %	4.71 %	22.95 %	13.37 %
Momento	7.18 %	-15.13 %	23.76 %	17.77 %	1.73 %	8.13 %	24.51 %	17.37 %

Los resultados obtenidos muestran que el registro que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre suelo rígido es el registro de Villita Corona. En comparación con la respuesta obtenida sin control considerando que la cimentación está sobre suelo rígido, las demandas disminuyen en casi todos los casos, la excepción ocurre en las demandas máximas para Caleta de Campos. Para el registro de Villita Corona, el cual presenta las mayores demandas en el modelo sin control, se logró disminuir tanto la respuesta máxima como la respuesta RMS, por lo tanto, para el modelo de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo rígido, un péndulo en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es sísmica, sin embargo, se puede incrementar la respuesta máxima para algunos registros.

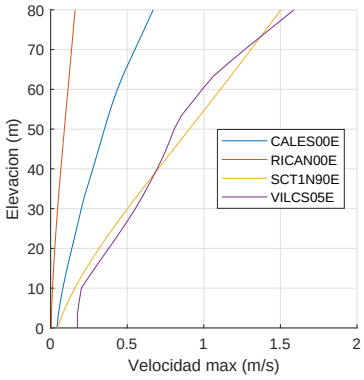
11.2.5. Modelo elástico sobre suelo blando

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible con los parámetros correspondientes a suelo blando presentados en la Tabla 7.4, con un péndulo. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo discreto de las vigas acopladas sobre suelo blando sin el péndulo. A continuación se presentan los resultados.

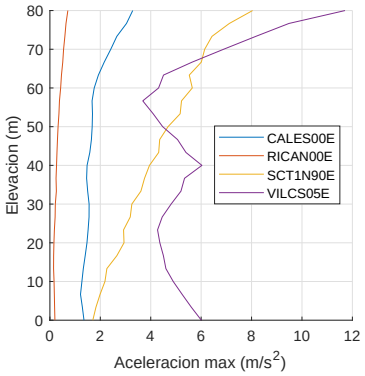
En la Figura 11.16 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que el registro de SCT produce las mayores demandas de desplazamiento y distorsión, mientras que, Villita Corona las de velocidad y aceleración. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.



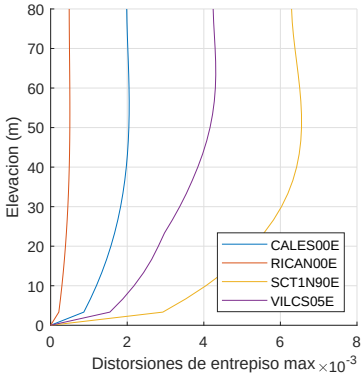
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



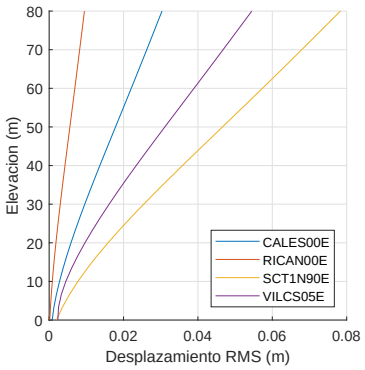
(C) Aceleraciones



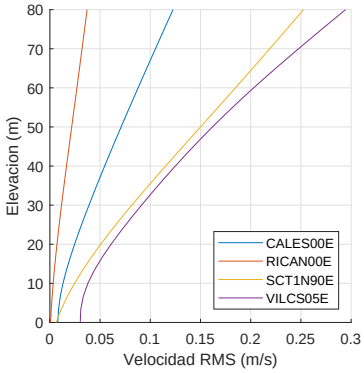
(D) Distorsiones

FIGURA 11.16: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo blando con un péndulo

En la Figura 11.17 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, el registro de SCT produce las mayores amplitudes de desplazamiento y distorsión, mientras que, Villita Corona las de velocidad y aceleración. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.

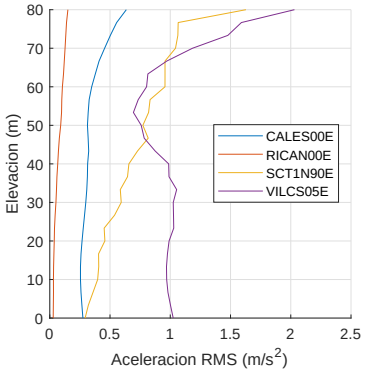


(A) Desplazamientos

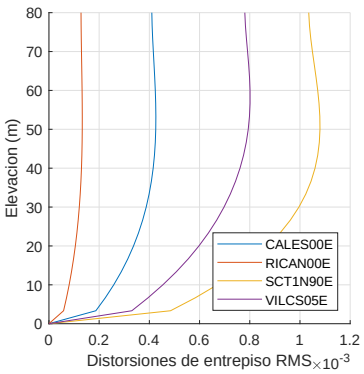


(B) Velocidades

FIGURA 11.17: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo blando con un péndulo



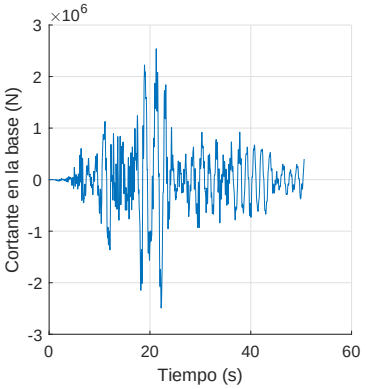
(C) Aceleraciones



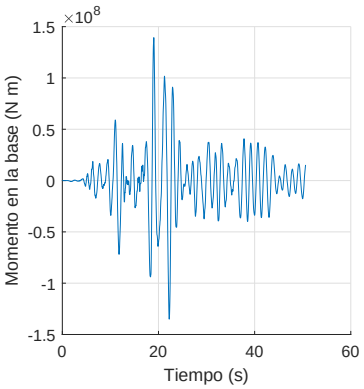
(D) Distorsiones

FIGURA 11.17: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo blando con un péndulo (continuación)

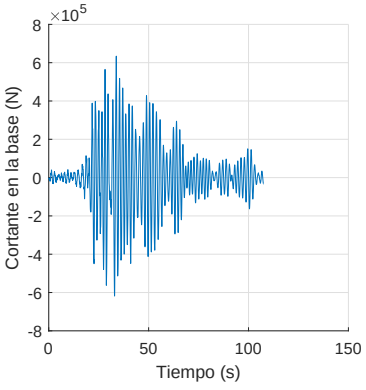
En la Figura 11.18 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 11.17 y 11.18 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



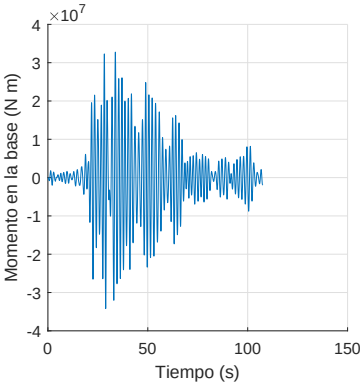
(A) Cortante, CALES00E



(B) Momento, CALES00E

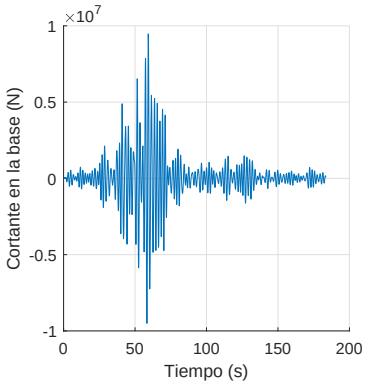


(C) Cortante, RICAN00E

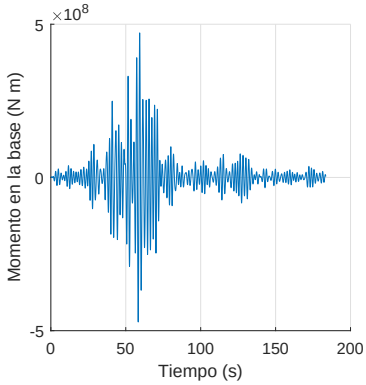


(D) Momento, RICAN00E

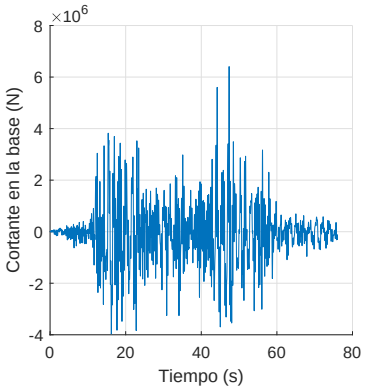
FIGURA 11.18: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo blando con un péndulo



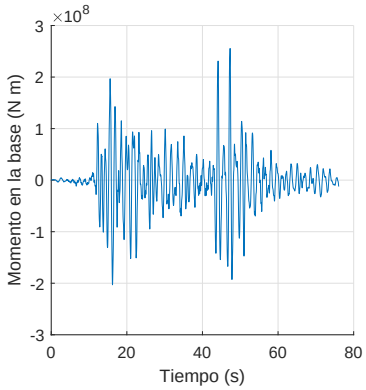
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 11.18: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo blando con un péndulo (continuación)

TABLA 11.17: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo elástico sobre suelo blando con un péndulo

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	2.54E+06	6.34E+05	9.51E+06	6.41E+06
Momento (N m)	1.39E+08	3.42E+07	4.72E+08	2.55E+08

TABLA 11.18: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo elástico sobre suelo blando con un péndulo

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	5.87E+05	1.69E+05	1.56E+06	1.14E+06
Momento (N m)	3.00E+07	9.36E+06	7.80E+07	5.24E+07

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 11.19.

TABLA 11.19: Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo blando con un péndulo

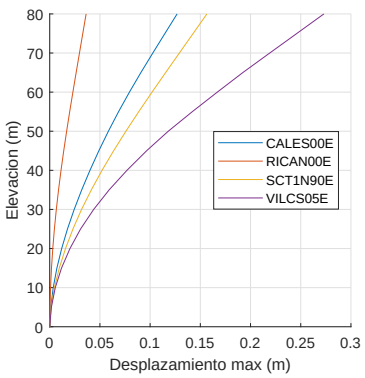
	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	7.51 %	17.75 %	15.81 %	35.36 %	0.99 %	-2.61 %	30.36 %	12.30 %
Velocidad	7.96 %	13.53 %	16.78 %	31.31 %	5.83 %	-5.81 %	20.64 %	8.40 %
Aceleración	6.07 %	13.61 %	19.14 %	30.19 %	-6.47 %	-2.27 %	12.70 %	6.21 %
Distorsión	7.51 %	17.45 %	15.67 %	35.04 %	1.05 %	-2.79 %	28.70 %	11.18 %
Cortante	6.83 %	7.98 %	16.85 %	27.19 %	1.01 %	-4.15 %	24.65 %	12.65 %
Momento	7.63 %	18.11 %	16.02 %	35.77 %	1.02 %	-2.62 %	30.90 %	14.27 %

Los resultados obtenidos muestran que el registro que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre suelo blando es el registro de SCT. En comparación con la respuesta obtenida sin control considerando que la cimentación está sobre suelo rígido, las demandas disminuyen en casi todos los casos, la excepción ocurre en las demandas máximas para SCT. Para el registro de Villita Corona, el cual presenta las mayores aceleraciones en el modelo sin control, se logró disminuir tanto la respuesta máxima como la respuesta RMS, sin embargo, para el registro de SCT, el cual tiene los mayores desplazamientos en el modelo sin control, se incrementa la respuesta, por lo tanto, para el modelo de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo blando, un péndulo en la parte superior del fuste permite controlar las aceleraciones cuando la excitación es sísmica, sin embargo, se puede incrementar la respuesta máxima para algunos registros.

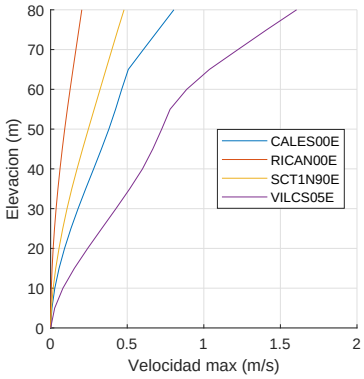
11.2.6. Modelo no lineal con base fija

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base fija y un péndulo. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. También se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. Además, se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo no lineal con base fija sin el péndulo. A continuación se presentan los resultados.

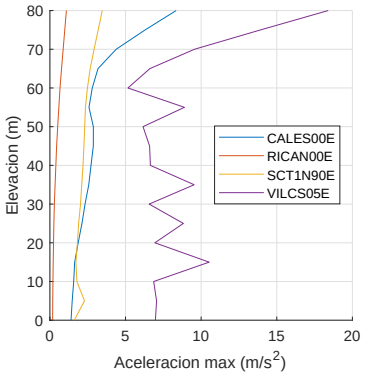
En la Figura 11.19 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó con el registro de Villita Corona y la respuesta mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.



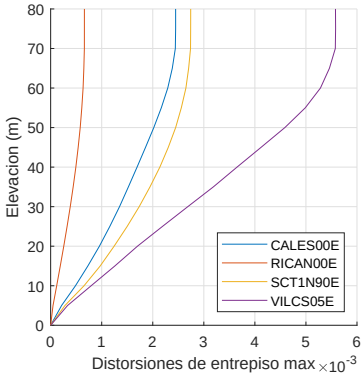
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



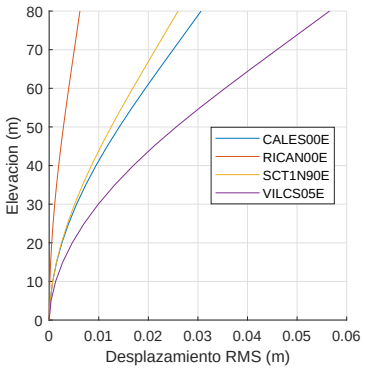
(C) Aceleraciones



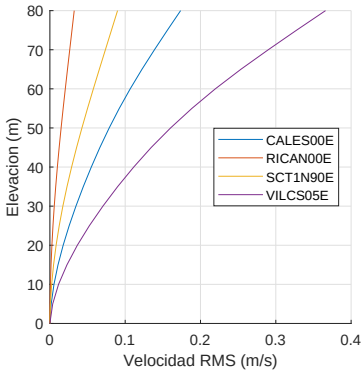
(D) Distorsiones

FIGURA 11.19: Respuestas máximas del modelo no lineal con base fija y un péndulo

En la Figura 11.20 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima se presenta con el registro de Villita Corona y la amplitud mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.

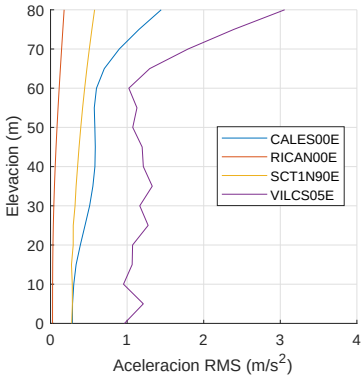


(A) Desplazamientos

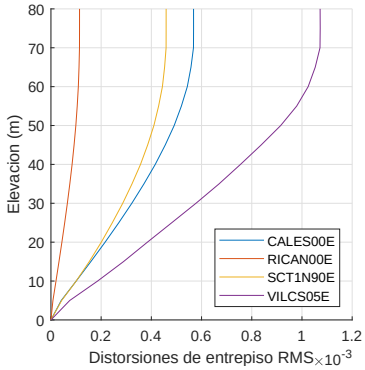


(B) Velocidades

FIGURA 11.20: Respuestas RMS del modelo no lineal con base fija y un péndulo



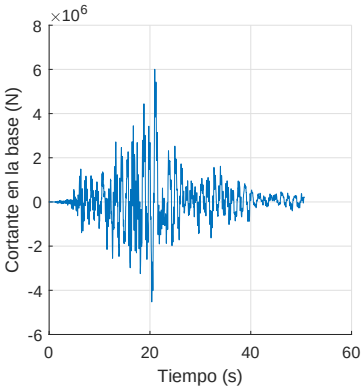
(C) Aceleraciones



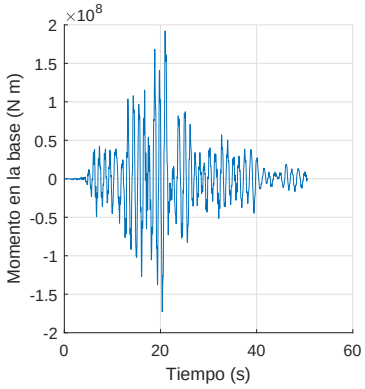
(D) Distorsiones

FIGURA 11.20: Respuestas RMS del modelo no lineal con base fija y un péndulo (continuación)

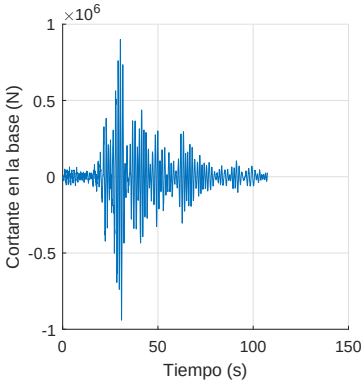
En la Figura 11.21 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 11.20 y 11.21 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



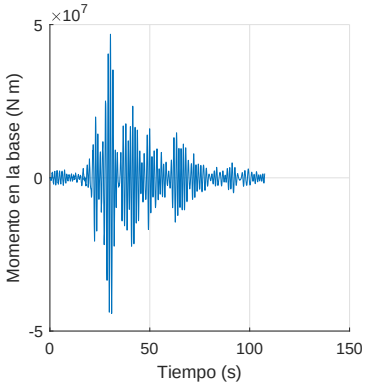
(A) Cortante, CALES00E



(B) Momento, CALES00E

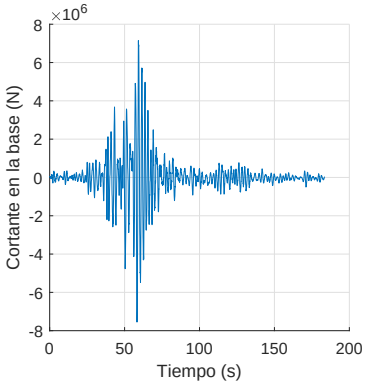


(C) Cortante, RICAN00E

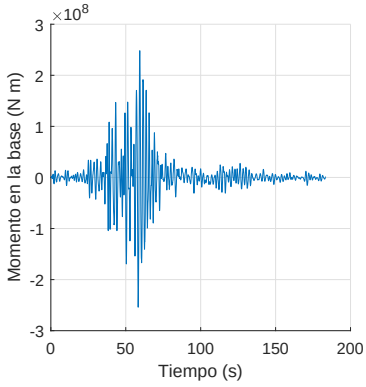


(D) Momento, RICAN00E

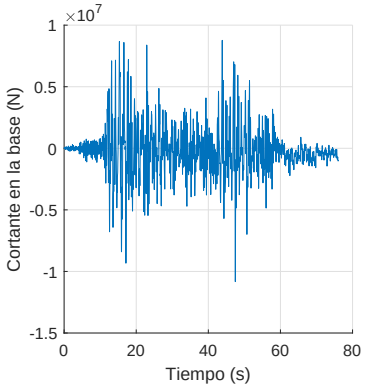
FIGURA 11.21: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija y un péndulo



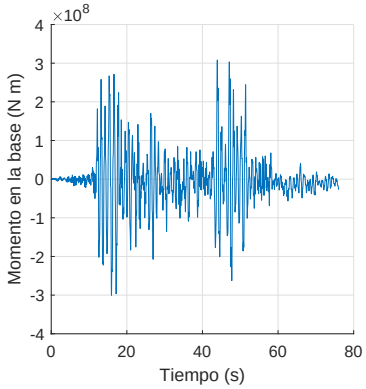
(E) Cortante, SCT1N90E



(F) Momento, SCT1N90E



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 11.21: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija y un péndulo (continuación)

TABLA 11.20: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal con base fija y un péndulo

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	6.01E+06	9.40E+05	7.55E+06	1.08E+07
Momento (N m)	1.92E+08	4.69E+07	2.54E+08	3.08E+08

TABLA 11.21: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal con base fija y un péndulo

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	9.73E+05	1.55E+05	1.10E+06	1.95E+06
Momento (N m)	3.99E+07	7.96E+06	3.95E+07	7.24E+07

El registro sísmico que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación es empotrada y se coloca un péndulo en la parte superior del fuste es el de Villita Corona y, por otra parte, el que menores demandas produce es el de la estación Ana Freud.

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic*

rehabilitation of buildings 2000. Las rotaciones y estados de daño son presentados en la Tabla 11.22, donde el estado EL es elástico y FO es operacional.

TABLA 11.22: Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal con base fija y un péndulo

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado
AP1	1.36E-04	FO	2.89E-05	EL	1.89E-04	FO	2.27E-04	FO
AP2	9.47E-05	EL	2.61E-05	EL	1.40E-04	FO	1.89E-04	FO
AP3	1.14E-04	FO	2.81E-05	EL	1.62E-04	FO	2.12E-04	FO
AP4	8.76E-05	EL	2.51E-05	EL	1.15E-04	FO	1.80E-04	FO
AP5	9.43E-05	EL	2.70E-05	EL	1.36E-04	FO	2.04E-04	FO
AP6	8.08E-05	EL	2.39E-05	EL	9.51E-05	EL	1.77E-04	FO
AP7	8.72E-05	EL	2.58E-05	EL	1.14E-04	FO	2.01E-04	FO
AP8	7.52E-05	EL	2.25E-05	EL	8.73E-05	EL	1.82E-04	FO
AP9	8.16E-05	EL	2.44E-05	EL	1.01E-04	FO	2.42E-04	FO
AP10	7.17E-05	EL	2.09E-05	EL	7.98E-05	EL	2.07E-04	FO
AP11	7.73E-05	EL	2.25E-05	EL	8.60E-05	EL	2.35E-04	FO
AP12	6.81E-05	EL	1.91E-05	EL	7.08E-05	EL	2.03E-04	FO
AP13	7.40E-05	EL	2.07E-05	EL	7.69E-05	EL	2.33E-04	FO
AP14	6.45E-05	EL	1.72E-05	EL	6.25E-05	EL	1.87E-04	FO
AP15	7.03E-05	EL	1.88E-05	EL	6.81E-05	EL	2.15E-04	FO
AP16	6.01E-05	EL	1.51E-05	EL	5.33E-05	EL	1.68E-04	FO
AP17	6.80E-05	EL	1.71E-05	EL	6.04E-05	EL	2.52E-04	FO
AP18	5.60E-05	EL	1.33E-05	EL	4.63E-05	EL	1.72E-04	FO
AP19	6.40E-05	EL	1.52E-05	EL	5.29E-05	EL	2.73E-04	FO
AP20	5.02E-05	EL	1.11E-05	EL	3.80E-05	EL	1.60E-04	FO
AP21	5.64E-05	EL	1.25E-05	EL	4.27E-05	EL	2.50E-04	FO
AP22	4.27E-05	EL	8.70E-06	EL	2.95E-05	EL	9.55E-05	FO
AP23	4.69E-05	EL	9.57E-06	EL	3.24E-05	EL	1.51E-04	FO
AP24	3.20E-05	EL	5.80E-06	EL	1.95E-05	EL	6.76E-05	EL
AP25	3.64E-05	EL	6.59E-06	EL	2.21E-05	EL	7.68E-05	EL
AP26	2.12E-05	EL	3.64E-06	EL	1.22E-05	EL	4.51E-05	EL
AP27	2.36E-05	EL	4.05E-06	EL	1.36E-05	EL	5.01E-05	EL
AP28	8.53E-06	EL	1.32E-06	EL	4.45E-06	EL	1.76E-05	EL
AP29	9.81E-06	EL	1.52E-06	EL	5.11E-06	EL	2.03E-05	EL
AP30	2.76E-06	EL	4.92E-07	EL	1.49E-06	EL	5.43E-06	EL
AP31	3.20E-06	EL	5.70E-07	EL	1.72E-06	EL	6.29E-06	EL

El registro de Villita Corona es el más desfavorable de los analizados para este modelo, ya que se alcanza la máxima rotación plástica, se forman más articulaciones plásticas, el cortante y momento son los máximos y los perfiles máximos y RMS tienen mayor amplitud.

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 11.23.

TABLA 11.23: Disminución de la respuesta del modelo no lineal con base fija y un péndulo

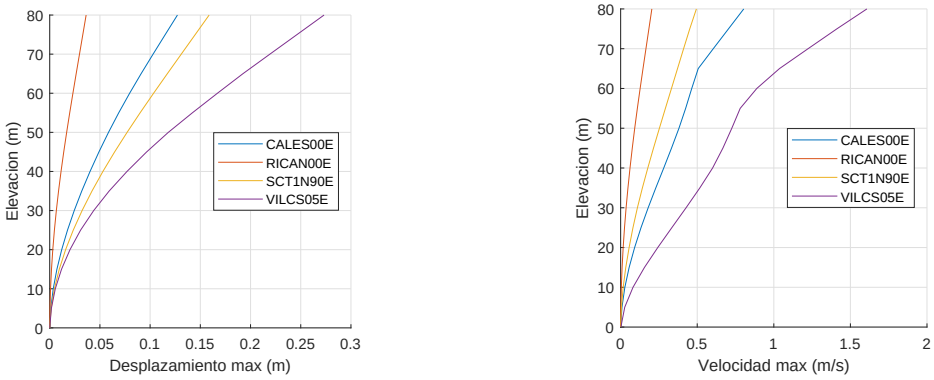
	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	8.16 %	5.62 %	8.34 %	0.91 %	0.21 %	1.72 %	1.30 %	0.15 %
Velocidad	7.83 %	6.25 %	9.91 %	-2.99 %	3.00 %	6.28 %	0.07 %	0.30 %
Aceleración	3.22 %	7.02 %	9.76 %	-1.06 %	1.54 %	0.88 %	-1.05 %	4.54 %
Distorsión	8.06 %	6.90 %	8.21 %	0.79 %	0.20 %	1.51 %	1.23 %	-0.01 %
Cortante	5.56 %	0.66 %	7.86 %	4.38 %	-1.57 %	0.00 %	-0.49 %	-4.64 %
Momento	8.08 %	0.05 %	8.44 %	1.19 %	-0.13 %	0.53 %	1.21 %	5.24 %

Los resultados obtenidos muestran que el registro que mayores demandas produce en el modelo no lineal de la chimenea cuando se considera que la cimentación es empotrada es el registro de Villita Corona. En comparación con la respuesta obtenida del modelo no lineal sin control considerando que la cimentación es empotrada, las demandas disminuyen en algunos casos, pero para otros se incrementan, aunque el mayor incremento es del 5 %, que es poco significativo. Además, comparando los estados de las articulaciones, se forman menos articulaciones en el registro de Caleta de Campos, aunado a que las rotaciones en las articulaciones plásticas disminuyen, por lo tanto, para el modelo no lineal de la chimenea, considerando que la cimentación es empotrada, un péndulo en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es sísmica.

11.2.7. Modelo no lineal sobre roca

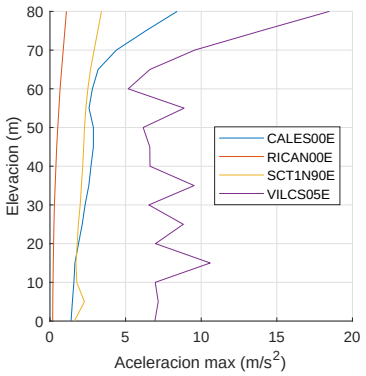
La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base flexible y un péndulo con los parámetros correspondientes a roca presentados en la Tabla 7.4. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. También se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. Además, se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo no lineal sobre roca sin el péndulo. A continuación se presentan los resultados.

En la Figura 11.22 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó con el registro de Villita Corona y la respuesta mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.

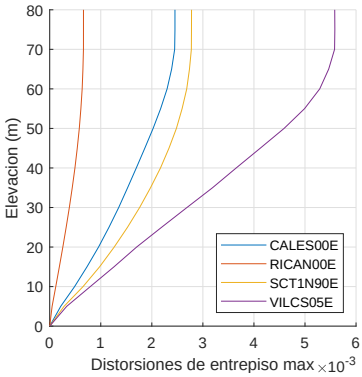


(A) Desplazamientos (B) Velocidades

FIGURA 11.22: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre roca con un péndulo



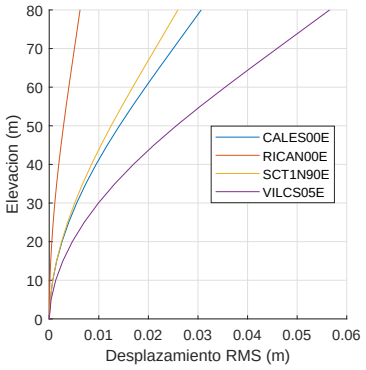
(C) Aceleraciones



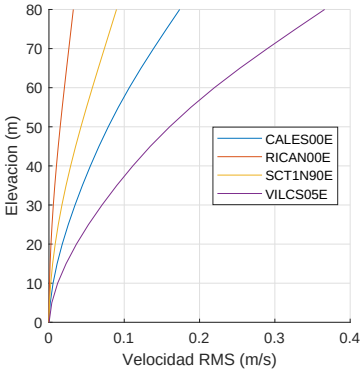
(D) Distorsiones

FIGURA 11.22: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre roca con un péndulo (continuación)

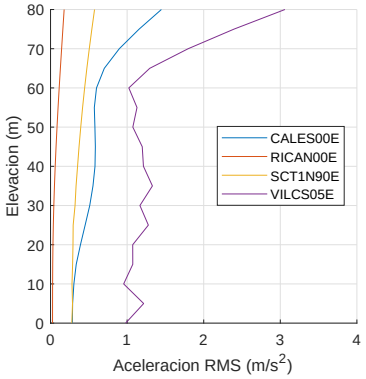
En la Figura 11.23 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima se presenta con el registro de Villita Corona y la amplitud mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.



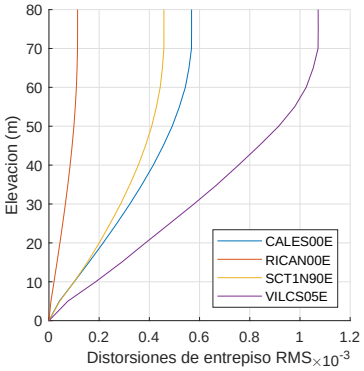
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



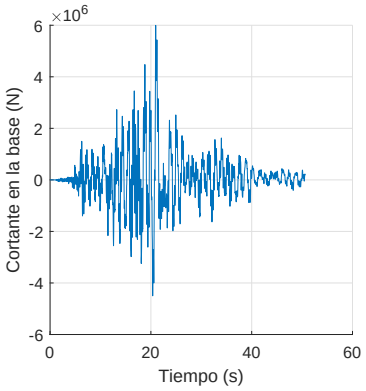
(C) Aceleraciones



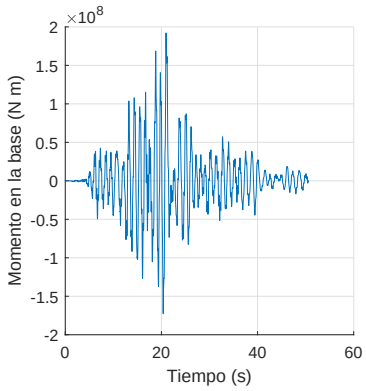
(D) Distorsiones

FIGURA 11.23: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre roca con un péndulo

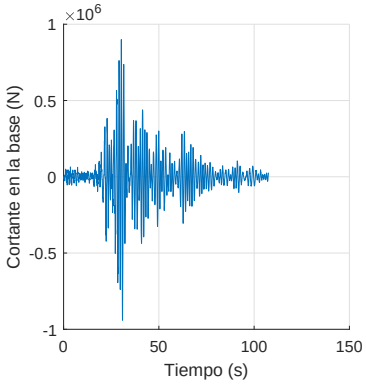
En la Figura 11.24 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 11.24 y 11.25 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



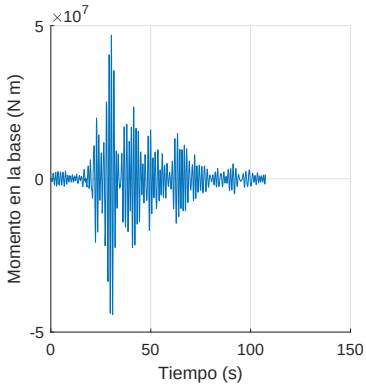
(A) Cortante, CALES00E



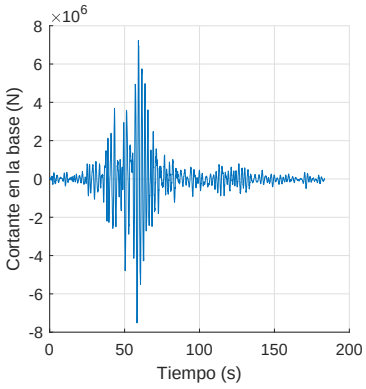
(B) Momento, CALES00E



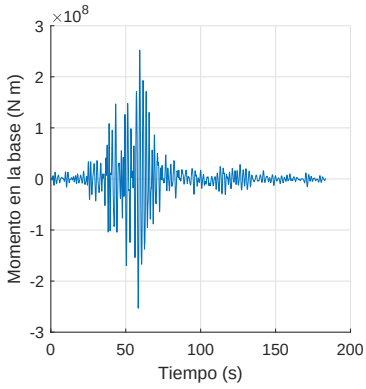
(C) Cortante, RICAN00E



(D) Momento, RICAN00E

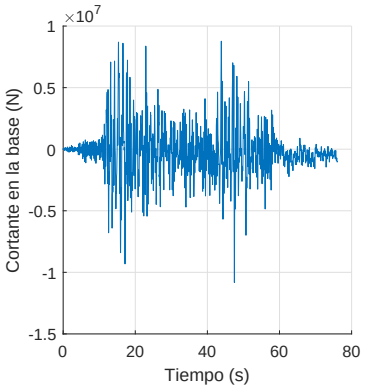


(E) Cortante, SCT1N90E

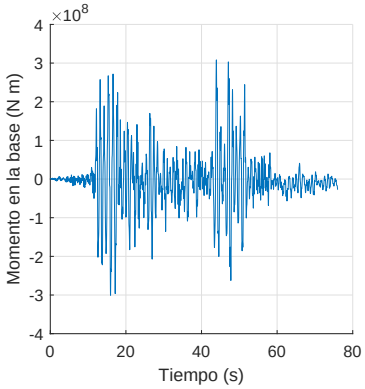


(F) Momento, SCT1N90E

FIGURA 11.24: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca con un péndulo



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 11.24: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca con un péndulo (continuación)

TABLA 11.24: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre roca con un péndulo

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	6.00E+06	9.41E+05	7.52E+06	1.08E+07
Momento (N m)	1.92E+08	4.69E+07	2.53E+08	3.08E+08

TABLA 11.25: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre roca con un péndulo

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	9.73E+05	1.55E+05	1.10E+06	1.95E+06
Momento (N m)	3.99E+07	7.97E+06	3.95E+07	7.24E+07

El registro sísmico que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre roca y se coloca un péndulo en la parte superior del fuste es el de Villita Corona y, por otra parte, el que menores demandas produce es el de la estación Ana Freud.

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000. Las rotaciones y estados de daño son presentados en la Tabla 11.26, donde el estado EL es elástico y FO es operacional.

TABLA 11.26: Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre roca con un péndulo

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado
AP1	1.36E-04	FO	2.89E-05	EL	1.88E-04	FO	2.27E-04	FO
AP2	9.47E-05	EL	2.61E-05	EL	1.41E-04	FO	1.89E-04	FO
AP3	1.14E-04	FO	2.81E-05	EL	1.62E-04	FO	2.12E-04	FO
AP4	8.76E-05	EL	2.51E-05	EL	1.18E-04	FO	1.80E-04	FO
AP5	9.43E-05	EL	2.70E-05	EL	1.39E-04	FO	2.04E-04	FO
AP6	8.09E-05	EL	2.39E-05	EL	9.66E-05	FO	1.77E-04	FO
AP7	8.73E-05	EL	2.58E-05	EL	1.16E-04	FO	2.01E-04	FO
AP8	7.53E-05	EL	2.25E-05	EL	8.80E-05	EL	1.82E-04	FO
AP9	8.17E-05	EL	2.44E-05	EL	1.04E-04	FO	2.42E-04	FO
AP10	7.19E-05	EL	2.09E-05	EL	8.05E-05	EL	2.07E-04	FO
AP11	7.74E-05	EL	2.25E-05	EL	8.67E-05	EL	2.35E-04	FO
AP12	6.82E-05	EL	1.91E-05	EL	7.14E-05	EL	2.03E-04	FO
AP13	7.42E-05	EL	2.07E-05	EL	7.76E-05	EL	2.33E-04	FO
AP14	6.46E-05	EL	1.72E-05	EL	6.30E-05	EL	1.87E-04	FO
AP15	7.04E-05	EL	1.88E-05	EL	6.87E-05	EL	2.16E-04	FO
AP16	6.01E-05	EL	1.51E-05	EL	5.37E-05	EL	1.68E-04	FO
AP17	6.81E-05	EL	1.71E-05	EL	6.08E-05	EL	2.52E-04	FO
AP18	5.61E-05	EL	1.33E-05	EL	4.65E-05	EL	1.73E-04	FO
AP19	6.41E-05	EL	1.52E-05	EL	5.32E-05	EL	2.74E-04	FO
AP20	5.04E-05	EL	1.11E-05	EL	3.81E-05	EL	1.60E-04	FO
AP21	5.66E-05	EL	1.25E-05	EL	4.29E-05	EL	2.50E-04	FO
AP22	4.29E-05	EL	8.70E-06	EL	2.96E-05	EL	9.57E-05	FO
AP23	4.71E-05	EL	9.56E-06	EL	3.25E-05	EL	1.52E-04	FO
AP24	3.22E-05	EL	5.80E-06	EL	1.94E-05	EL	6.77E-05	EL
AP25	3.66E-05	EL	6.59E-06	EL	2.21E-05	EL	7.69E-05	EL
AP26	2.13E-05	EL	3.64E-06	EL	1.22E-05	EL	4.51E-05	EL
AP27	2.37E-05	EL	4.05E-06	EL	1.35E-05	EL	5.02E-05	EL
AP28	8.57E-06	EL	1.32E-06	EL	4.42E-06	EL	1.77E-05	EL
AP29	9.86E-06	EL	1.52E-06	EL	5.09E-06	EL	2.03E-05	EL
AP30	2.77E-06	EL	4.94E-07	EL	1.48E-06	EL	5.44E-06	EL
AP31	3.21E-06	EL	5.72E-07	EL	1.72E-06	EL	6.30E-06	EL

El registro de Villita Corona es el más desfavorable de los analizados para este modelo, ya que se alcanza la máxima rotación plástica, se forman más articulaciones plásticas, el cortante y momento son los máximos y los perfiles máximos y RMS tienen mayor amplitud.

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 11.27.

TABLA 11.27: Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre roca con un péndulo

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	8.17 %	5.29 %	8.26 %	1.06 %	0.48 %	0.51 %	1.30 %	0.15 %
Velocidad	7.86 %	6.20 %	9.82 %	-2.93 %	3.24 %	3.78 %	0.07 %	0.28 %
Aceleración	3.21 %	6.88 %	9.69 %	-0.87 %	1.49 %	1.60 %	-1.02 %	4.06 %
Distorsión	8.07 %	6.60 %	8.13 %	0.94 %	0.49 %	0.43 %	1.23 %	-0.03 %
Cortante	5.54 %	0.54 %	7.82 %	4.52 %	-1.56 %	0.47 %	-0.48 %	-4.61 %
Momento	8.06 %	-0.08 %	8.37 %	1.34 %	-0.05 %	0.97 %	1.21 %	5.25 %

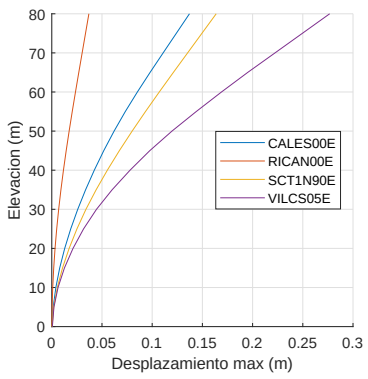
Los resultados obtenidos muestran que el registro que mayores demandas produce en el modelo no lineal de la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre roca

es el registro de Villita Corona. En comparación con la respuesta obtenida del modelo no lineal sin control considerando que la cimentación está sobre roca, las demandas disminuyen en algunos casos, pero para otros se incrementan, aunque el mayor incremento es del 4 %, que es poco significativo. Además, comparando los estados de las articulaciones, se forman menos articulaciones en el registro de Caleta de Campos, aunado a que las rotaciones en las articulaciones plásticas disminuyen, por lo tanto, para el modelo no lineal de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre roca, un péndulo en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es sísmica.

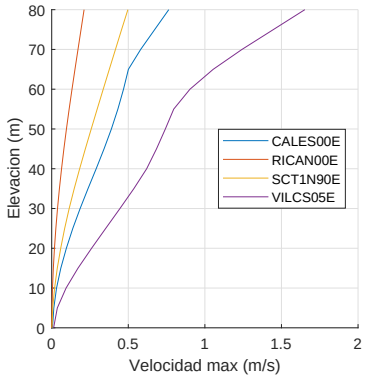
11.2.8. Modelo no lineal sobre suelo denso

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base flexible y un TMD con los parámetros correspondientes a suelo denso presentados en la Tabla 7.4. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. También se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. Además, se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo no lineal sobre suelo denso sin el péndulo. A continuación se presentan los resultados.

En la Figura 11.25 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó con el registro de Villita Corona y la respuesta mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.

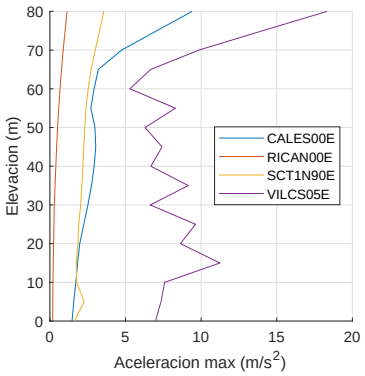


(A) Desplazamientos

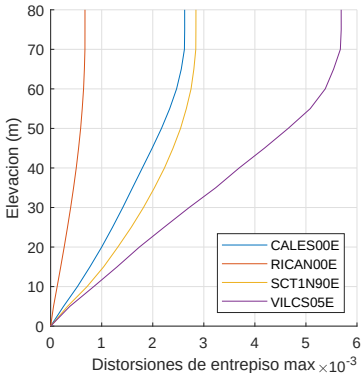


(B) Velocidades

FIGURA 11.25: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo denso con un péndulo



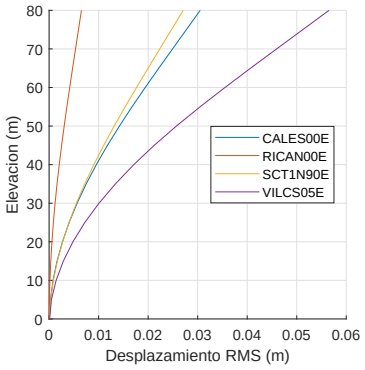
(C) Aceleraciones



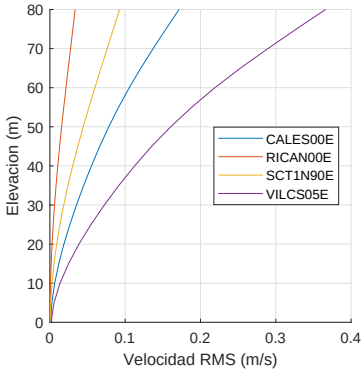
(D) Distorsiones

FIGURA 11.25: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo denso con un péndulo (continuación)

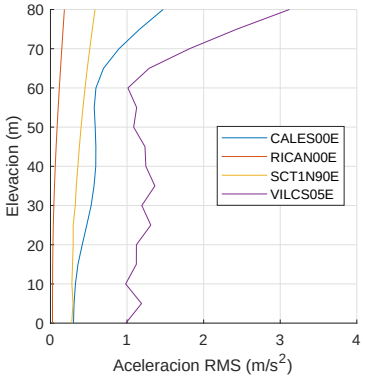
En la Figura 11.26 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima se presenta con el registro de Villita Corona y la amplitud mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.



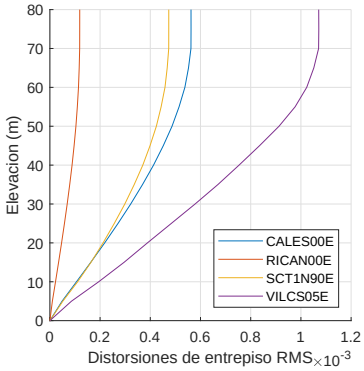
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



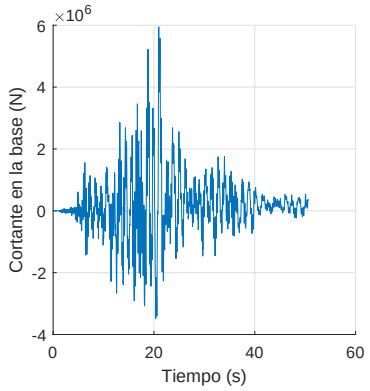
(C) Aceleraciones



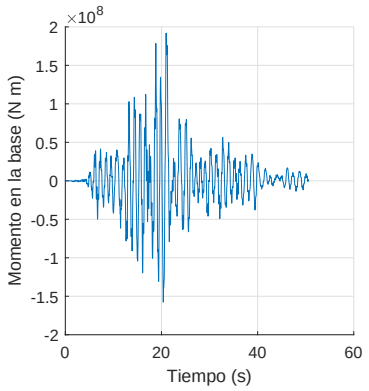
(D) Distorsiones

FIGURA 11.26: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo denso con un péndulo

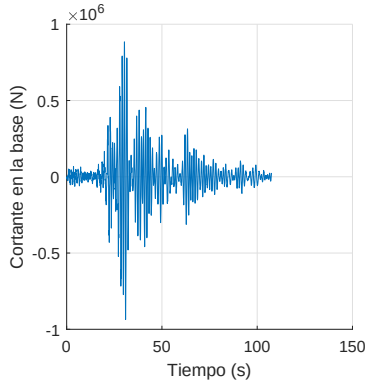
En la Figura 11.27 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 11.28 y 11.29 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



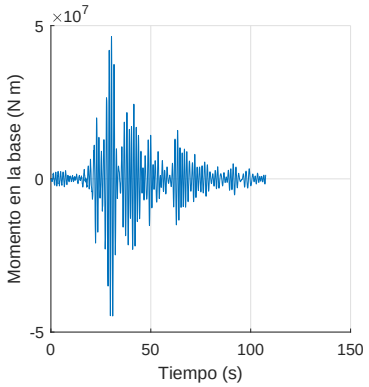
(A) Cortante, CALES00E



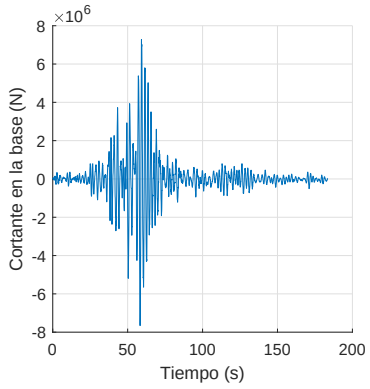
(B) Momento, CALES00E



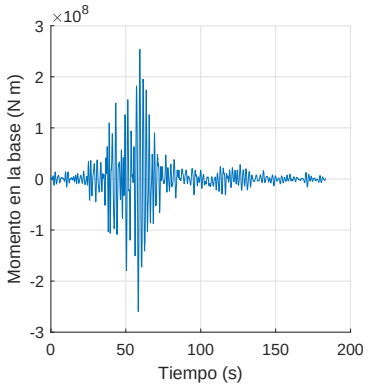
(C) Cortante, RICAN00E



(D) Momento, RICAN00E

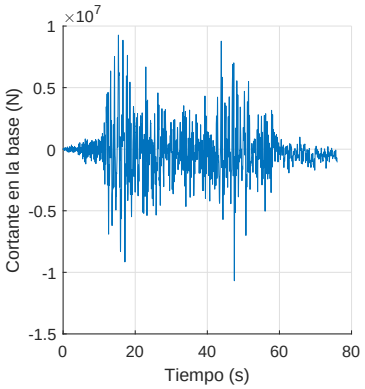


(E) Cortante, SCT1N90E

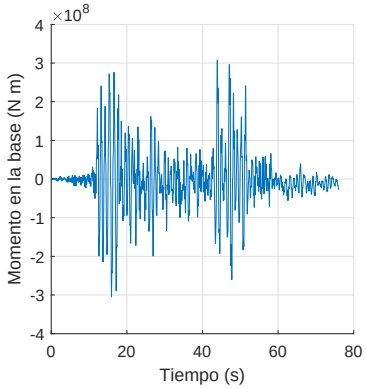


(F) Momento, SCT1N90E

FIGURA 11.27: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso con un péndulo



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 11.27: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso con un péndulo (continuación)

TABLA 11.28: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso con un péndulo

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	5.95E+06	9.36E+05	7.66E+06	1.07E+07
Momento (N m)	1.92E+08	4.65E+07	2.60E+08	3.07E+08

TABLA 11.29: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre suelo denso con un péndulo

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	9.77E+05	1.58E+05	1.12E+06	1.94E+06
Momento (N m)	3.89E+07	8.17E+06	4.03E+07	7.11E+07

El registro sísmico que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre suelo denso y se coloca un péndulo en la parte superior del fuste es el de Villita Corona y, por otra parte, el que menores demandas produce es el de la estación Ana Freud.

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000. Las rotaciones y estados de daño son presentados en la Tabla 11.30, donde el estado EL es elástico y FO es operacional.

TABLA 11.30: Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre suelo denso con un péndulo

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado
AP1	1.35E-04	FO	2.87E-05	EL	1.93E-04	FO	2.28E-04	FO
AP2	9.53E-05	FO	2.59E-05	EL	1.44E-04	FO	1.88E-04	FO
AP3	1.15E-04	FO	2.78E-05	EL	1.66E-04	FO	2.11E-04	FO
AP4	8.86E-05	EL	2.49E-05	EL	1.19E-04	FO	1.79E-04	FO
AP5	9.53E-05	EL	2.68E-05	EL	1.40E-04	FO	2.03E-04	FO
AP6	8.27E-05	EL	2.38E-05	EL	9.79E-05	FO	1.77E-04	FO
AP7	8.92E-05	EL	2.56E-05	EL	1.18E-04	FO	2.01E-04	FO
AP8	7.83E-05	EL	2.24E-05	EL	8.85E-05	EL	1.82E-04	FO
AP9	8.50E-05	EL	2.43E-05	EL	1.05E-04	FO	2.43E-04	FO
AP10	7.57E-05	EL	2.09E-05	EL	8.09E-05	EL	2.12E-04	FO
AP11	8.16E-05	EL	2.25E-05	EL	8.72E-05	EL	2.40E-04	FO
AP12	7.23E-05	EL	1.91E-05	EL	7.18E-05	EL	2.04E-04	FO
AP13	7.86E-05	EL	2.07E-05	EL	7.81E-05	EL	2.34E-04	FO
AP14	6.84E-05	EL	1.72E-05	EL	6.35E-05	EL	1.92E-04	FO
AP15	7.46E-05	EL	1.87E-05	EL	6.92E-05	EL	2.21E-04	FO
AP16	6.35E-05	EL	1.50E-05	EL	5.43E-05	EL	1.71E-04	FO
AP17	7.19E-05	EL	1.70E-05	EL	6.15E-05	EL	2.56E-04	FO
AP18	5.90E-05	EL	1.33E-05	EL	4.72E-05	EL	1.78E-04	FO
AP19	6.74E-05	EL	1.52E-05	EL	5.39E-05	EL	2.82E-04	FO
AP20	5.38E-05	EL	1.12E-05	EL	3.88E-05	EL	1.65E-04	FO
AP21	6.05E-05	EL	1.26E-05	EL	4.36E-05	EL	2.57E-04	FO
AP22	4.62E-05	EL	8.90E-06	EL	3.01E-05	EL	1.02E-04	FO
AP23	5.08E-05	EL	9.78E-06	EL	3.31E-05	EL	1.58E-04	FO
AP24	3.48E-05	EL	6.02E-06	EL	1.98E-05	EL	6.79E-05	EL
AP25	3.96E-05	EL	6.84E-06	EL	2.25E-05	EL	7.72E-05	EL
AP26	2.31E-05	EL	3.82E-06	EL	1.24E-05	EL	4.50E-05	EL
AP27	2.57E-05	EL	4.25E-06	EL	1.38E-05	EL	5.00E-05	EL
AP28	9.23E-06	EL	1.44E-06	EL	4.47E-06	EL	1.72E-05	EL
AP29	1.06E-05	EL	1.65E-06	EL	5.14E-06	EL	1.98E-05	EL
AP30	2.91E-06	EL	5.21E-07	EL	1.47E-06	EL	5.38E-06	EL
AP31	3.37E-06	EL	6.04E-07	EL	1.70E-06	EL	6.23E-06	EL

El registro de Villita Corona es el más desfavorable de los analizados para este modelo, ya que se alcanza la máxima rotación plástica, se forman más articulaciones plásticas, el cortante y momento son los máximos y los perfiles máximos y RMS tienen mayor amplitud.

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 11.31.

TABLA 11.31: Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo denso con un péndulo

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	13.41 %	-0.74 %	8.67 %	5.98 %	1.80 %	5.69 %	1.29 %	-0.98 %
Velocidad	13.05 %	6.99 %	9.81 %	-0.17 %	5.31 %	11.56 %	0.13 %	-0.55 %
Aceleración	6.56 %	3.09 %	10.12 %	3.65 %	2.18 %	2.59 %	-0.40 %	0.17 %
Distorsión	13.30 %	0.14 %	8.46 %	5.70 %	1.80 %	5.26 %	1.27 %	-0.93 %
Cortante	7.36 %	1.67 %	9.09 %	9.50 %	0.10 %	0.43 %	0.08 %	-3.74 %
Momento	12.64 %	-1.32 %	9.03 %	6.32 %	1.41 %	5.22 %	1.08 %	4.99 %

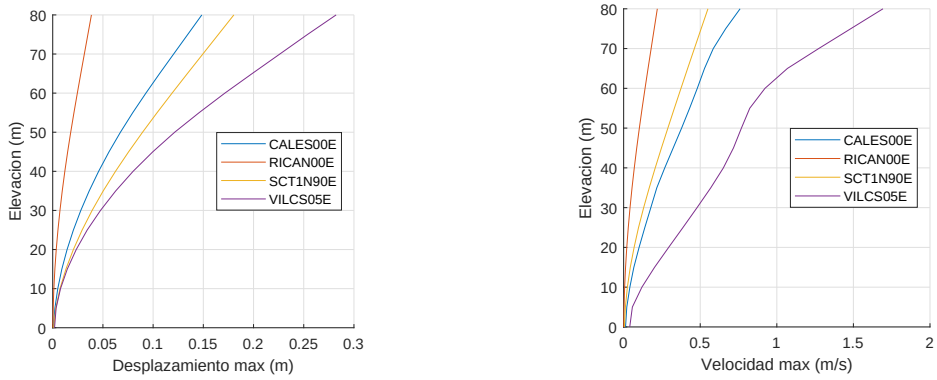
Los resultados obtenidos muestran que el registro que mayores demandas produce en el modelo no lineal de la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre

suelo denso es el registro de Villita Corona. En comparación con la respuesta obtenida del modelo no lineal sin control considerando que la cimentación está sobre suelo denso, las demandas disminuyen en algunos casos, pero para otros se incrementan, aunque el mayor incremento es del 3 %, que es poco significativo. Además, comparando los estados de las articulaciones, se forman menos articulaciones en el registro de Caleta de Campos, aunado a que las rotaciones en las articulaciones plásticas disminuyen, por lo tanto, para el modelo no lineal de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo denso, un péndulo en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es sísmica.

11.2.9. Modelo no lineal sobre suelo rígido

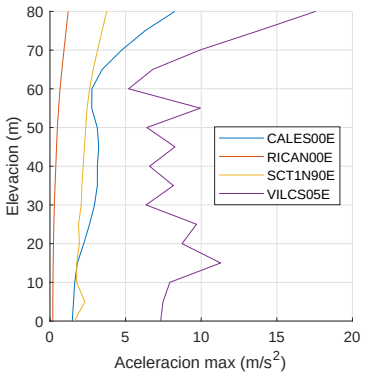
La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base flexible y un péndulo con los parámetros correspondientes a suelo rígido presentados en la Tabla 7.4. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. También se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. Además, se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo no lineal sobre suelo rígido sin el péndulo. A continuación se presentan los resultados.

En la Figura 11.28 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó con el registro de Villita Corona y la respuesta mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.

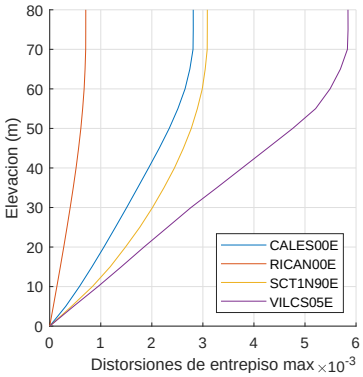


(A) Desplazamientos (B) Velocidades

FIGURA 11.28: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo rígido con un péndulo



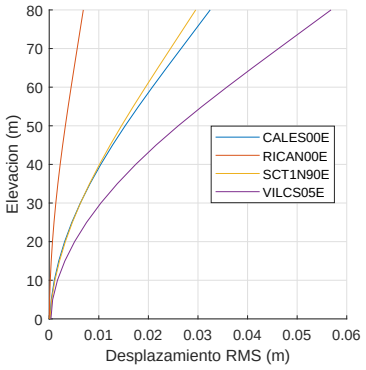
(C) Aceleraciones



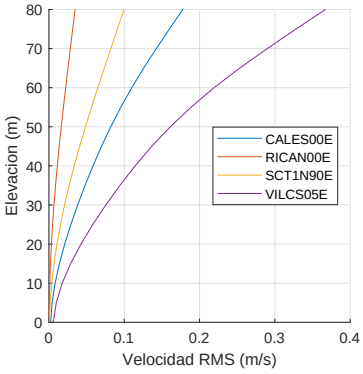
(D) Distorsiones

FIGURA 11.28: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo rígido con un péndulo (continuación)

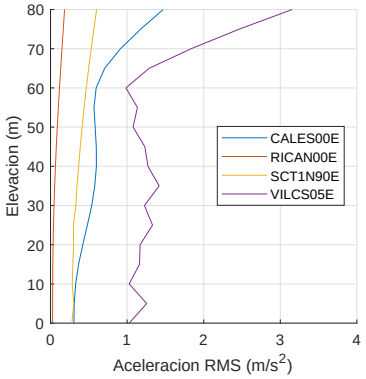
En la Figura 11.29 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima se presenta con el registro de Villita Corona y la amplitud mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.



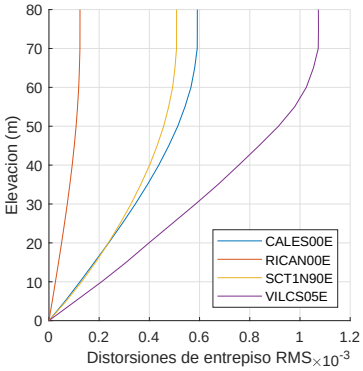
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



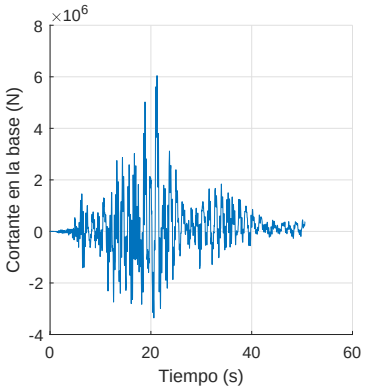
(C) Aceleraciones



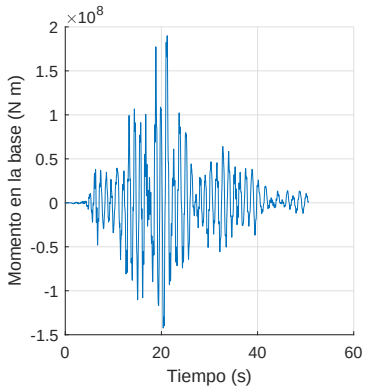
(D) Distorsiones

FIGURA 11.29: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo rígido con un péndulo

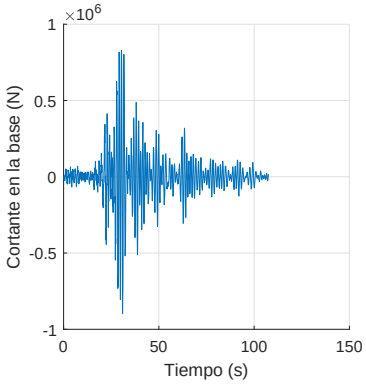
En la Figura 11.30 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 11.32 y 11.33 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



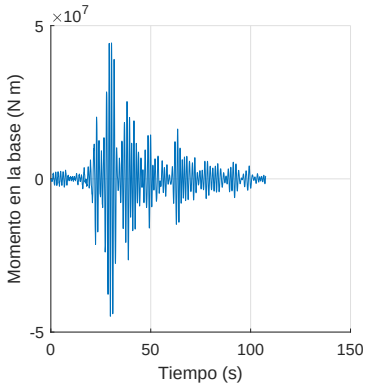
(A) Cortante, CALES00E



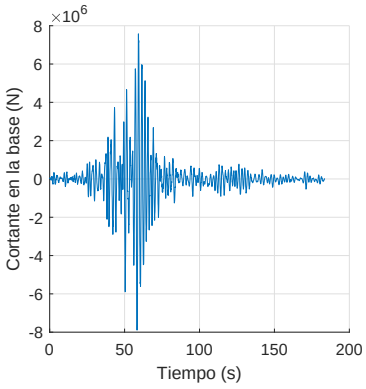
(B) Momento, CALES00E



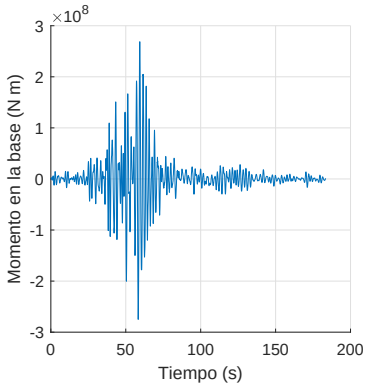
(C) Cortante, RICAN00E



(D) Momento, RICAN00E

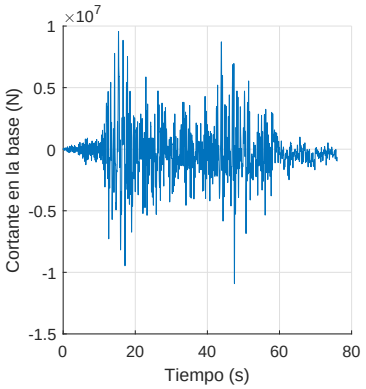


(E) Cortante, SCT1N90E

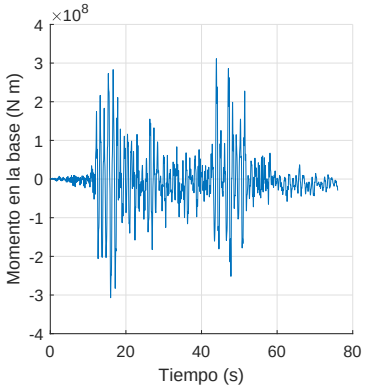


(F) Momento, SCT1N90E

FIGURA 11.30: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido con un péndulo



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 11.30: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido con un péndulo (continuación)

TABLA 11.32: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido con un péndulo

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	6.05E+06	8.98E+05	7.89E+06	1.09E+07
Momento (N m)	1.90E+08	4.49E+07	2.75E+08	3.11E+08

TABLA 11.33: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido con un péndulo

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	9.80E+05	1.61E+05	1.17E+06	1.97E+06
Momento (N m)	3.97E+07	8.29E+06	4.24E+07	6.92E+07

El registro sísmico que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre suelo rígido y se coloca un péndulo en la parte superior del fuste es el de Villita Corona y, por otra parte, el que menores demandas produce es el de la estación Ana Freud.

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000. Las rotaciones y estados de daño son presentados en la Tabla 11.34, donde el estado EL es elástico y FO es operacional.

TABLA 11.34: Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre suelo rígido con un péndulo

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado
AP1	1.33E-04	FO	2.77E-05	EL	2.06E-04	FO	2.29E-04	FO
AP2	9.47E-05	EL	2.52E-05	EL	1.55E-04	FO	1.90E-04	FO
AP3	1.14E-04	FO	2.70E-05	EL	1.77E-04	FO	2.13E-04	FO
AP4	9.00E-05	EL	2.44E-05	EL	1.30E-04	FO	1.81E-04	FO
AP5	9.94E-05	FO	2.62E-05	EL	1.51E-04	FO	2.04E-04	FO
AP6	8.62E-05	EL	2.35E-05	EL	1.08E-04	FO	1.76E-04	FO
AP7	9.31E-05	EL	2.53E-05	EL	1.28E-04	FO	2.00E-04	FO
AP8	8.30E-05	EL	2.25E-05	EL	9.19E-05	EL	1.84E-04	FO
AP9	9.01E-05	EL	2.44E-05	EL	1.18E-04	FO	2.45E-04	FO
AP10	8.05E-05	EL	2.13E-05	EL	8.43E-05	EL	2.15E-04	FO
AP11	8.67E-05	EL	2.29E-05	EL	9.08E-05	EL	2.42E-04	FO
AP12	7.69E-05	EL	1.96E-05	EL	7.49E-05	EL	2.13E-04	FO
AP13	8.36E-05	EL	2.13E-05	EL	8.14E-05	EL	2.43E-04	FO
AP14	7.27E-05	EL	1.79E-05	EL	6.63E-05	EL	1.97E-04	FO
AP15	7.93E-05	EL	1.95E-05	EL	7.23E-05	EL	2.26E-04	FO
AP16	6.73E-05	EL	1.58E-05	EL	5.67E-05	EL	1.79E-04	FO
AP17	7.62E-05	EL	1.79E-05	EL	6.42E-05	EL	2.68E-04	FO
AP18	6.23E-05	EL	1.41E-05	EL	4.92E-05	EL	1.83E-04	FO
AP19	7.12E-05	EL	1.61E-05	EL	5.63E-05	EL	2.89E-04	FO
AP20	5.53E-05	EL	1.19E-05	EL	4.04E-05	EL	1.77E-04	FO
AP21	6.21E-05	EL	1.34E-05	EL	4.54E-05	EL	2.71E-04	FO
AP22	4.51E-05	EL	9.44E-06	EL	3.14E-05	EL	1.10E-04	FO
AP23	4.95E-05	EL	1.04E-05	EL	3.45E-05	EL	1.67E-04	FO
AP24	3.16E-05	EL	6.40E-06	EL	2.06E-05	EL	6.90E-05	EL
AP25	3.59E-05	EL	7.28E-06	EL	2.34E-05	EL	7.84E-05	EL
AP26	2.03E-05	EL	4.08E-06	EL	1.29E-05	EL	4.55E-05	EL
AP27	2.26E-05	EL	4.54E-06	EL	1.43E-05	EL	5.05E-05	EL
AP28	7.84E-06	EL	1.55E-06	EL	4.57E-06	EL	1.74E-05	EL
AP29	9.02E-06	EL	1.78E-06	EL	5.26E-06	EL	2.00E-05	EL
AP30	2.37E-06	EL	5.36E-07	EL	1.53E-06	EL	5.26E-06	EL
AP31	2.75E-06	EL	6.21E-07	EL	1.77E-06	EL	6.09E-06	EL

El registro de Villita Corona es el más desfavorable de los analizados para este modelo, ya que se alcanza la máxima rotación plástica, se forman más articulaciones plásticas, el cortante y momento son los máximos y los perfiles máximos y RMS tienen mayor amplitud.

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 11.35.

TABLA 11.35: Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo rígido con un péndulo

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	12.30 %	-4.88 %	21.87 %	14.51 %	0.19 %	3.13 %	1.19 %	-0.70 %
Velocidad	12.04 %	-9.71 %	22.90 %	7.29 %	2.73 %	5.14 %	0.24 %	-1.85 %
Aceleración	6.76 %	-1.41 %	22.83 %	11.62 %	1.17 %	0.40 %	-0.09 %	3.61 %
Distorsión	12.15 %	-4.86 %	21.66 %	13.16 %	0.13 %	2.72 %	1.26 %	-1.74 %
Cortante	7.73 %	3.59 %	21.97 %	20.52 %	0.65 %	-2.37 %	-0.06 %	-2.02 %
Momento	11.49 %	0.74 %	22.21 %	18.59 %	0.60 %	2.41 %	0.79 %	2.12 %

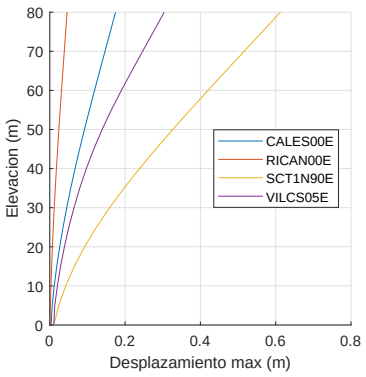
Los resultados obtenidos muestran que el registro que mayores demandas produce en el modelo no lineal de la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre

suelo rígido es el registro de Villita Corona. En comparación con la respuesta obtenida del modelo no lineal sin control considerando que la cimentación está sobre suelo rígido, las demandas disminuyen en algunos casos, pero para otros se incrementan, aunque el mayor incremento es del 4 %, con excepción de la velocidad máxima para el registro de Caleta de Campos, que es poco significativo. Además, comparando los estados de las articulaciones, se forman menos articulaciones en el registro de Caleta de Campos, aunado a que las rotaciones en las articulaciones plásticas disminuyen, por lo tanto, para el modelo no lineal de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo rígido, un péndulo en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es sísmica.

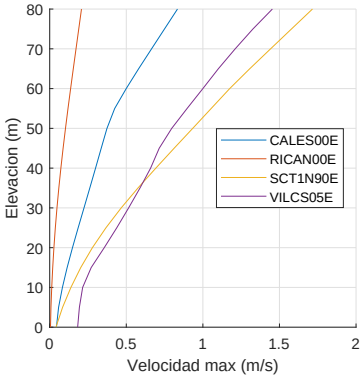
11.2.10. Modelo no lineal sobre suelo blando

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base flexible y un péndulo con los parámetros correspondientes a suelo blando presentados en la Tabla 7.4. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. También se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. Además, se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo no lineal sobre suelo blando sin el péndulo. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

En la Figura 11.31 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, con excepción de la aceleración, la respuesta máxima se presentó con el registro de SCT y la respuesta mínima con el registro de Ana Freud. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.

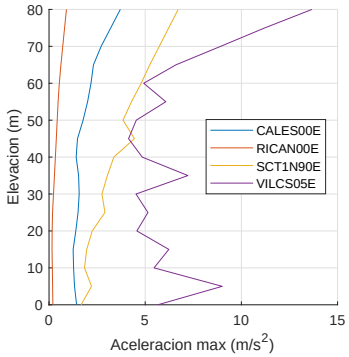


(A) Desplazamientos

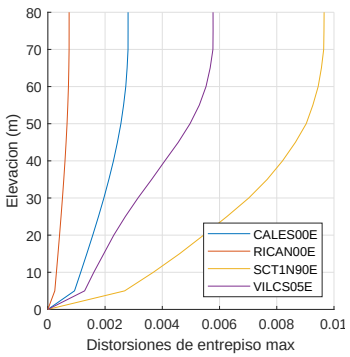


(B) Velocidades

FIGURA 11.31: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo blando con un péndulo



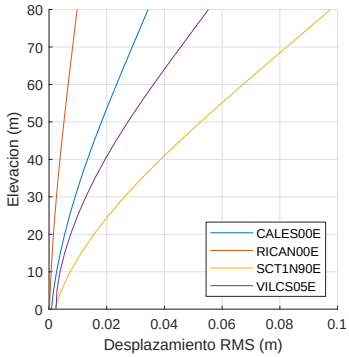
(C) Aceleraciones



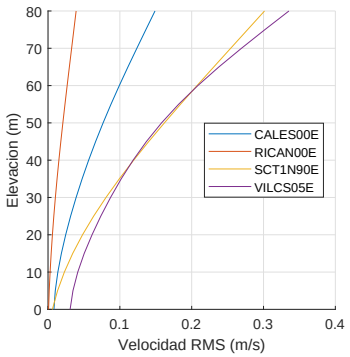
(D) Distorsiones

FIGURA 11.31: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo blando con un péndulo (continuación)

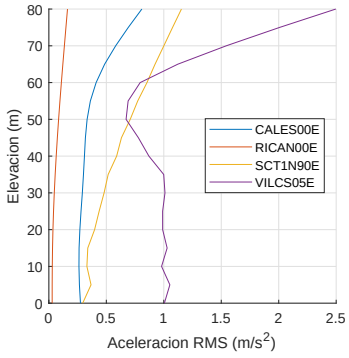
En la Figura 11.32 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Se observa que, para el desplazamiento y distorsión, la amplitud máxima se presenta con el registro de SCT, y para la velocidad y aceleración con Villita Corona. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.



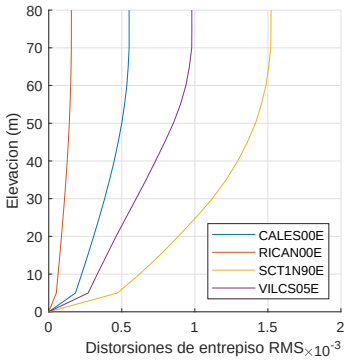
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



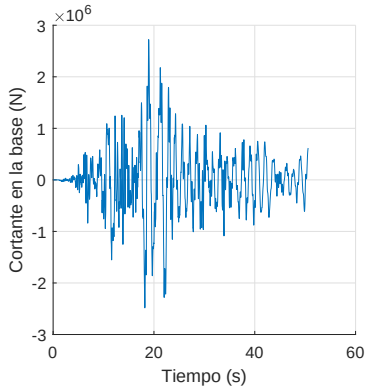
(C) Aceleraciones



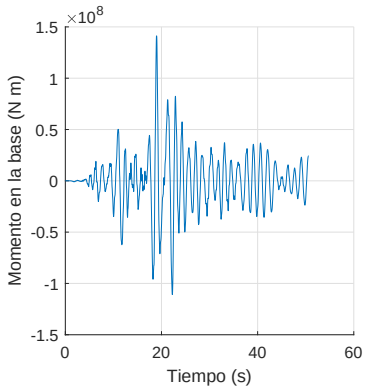
(D) Distorsiones

FIGURA 11.32: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo blando con un péndulo

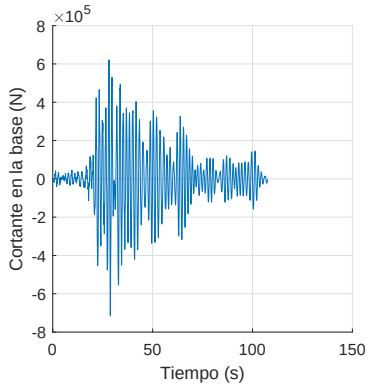
En la Figura 11.33 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 11.36 y 11.37 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



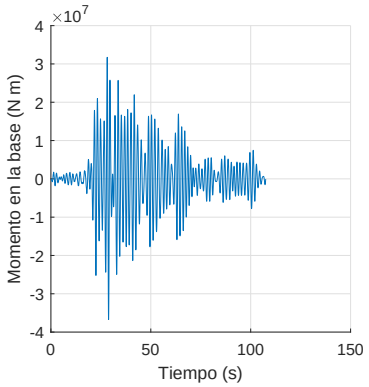
(A) Cortante, CALES00E



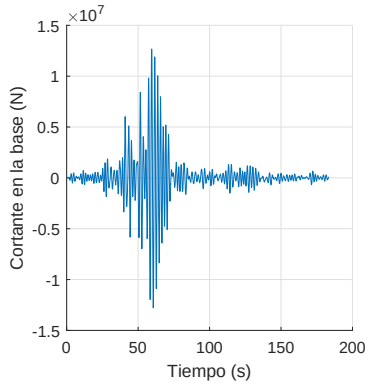
(B) Momento, CALES00E



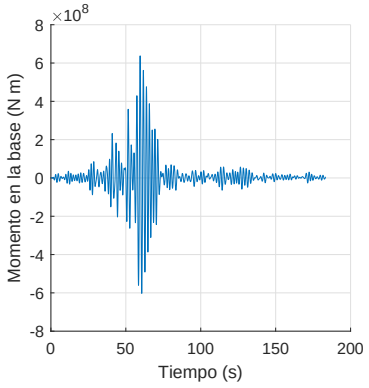
(C) Cortante, RICAN00E



(D) Momento, RICAN00E

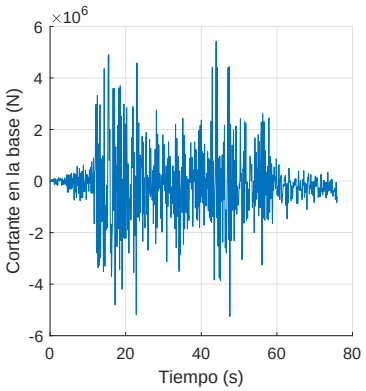


(E) Cortante, SCT1N90E

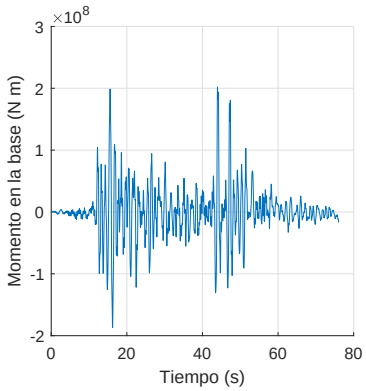


(F) Momento, SCT1N90E

FIGURA 11.33: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando con un péndulo



(G) Cortante, VILCS05E



(H) Momento, VILCS05E

FIGURA 11.33: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando con un péndulo (continuación)

TABLA 11.36: Elementos mecánicos máximos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando con un péndulo

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	2.72E+06	7.16E+05	1.28E+07	5.43E+06
Momento (N m)	1.41E+08	3.67E+07	6.38E+08	2.02E+08

TABLA 11.37: Elementos mecánicos RMS en la base del modelo no lineal sobre suelo blando con un péndulo

Tipo	CALES00E	RICAN00E	SCT1N90E	VILCS05E
Cortante (N)	6.10E+05	1.57E+05	2.14E+06	1.22E+06
Momento (N m)	2.79E+07	7.89E+06	9.92E+07	4.14E+07

El registro sísmico que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre suelo blando y se coloca un péndulo en la parte superior del fuste es el de SCT y, por otra parte, el que menores demandas produce es el de la estación Ana Freud.

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000. Las rotaciones y estados de daño son presentados en la Tabla 11.38, donde el estado EL es elástico y FO es operacional.

TABLA 11.38: Rotaciones máximas y estados de daño del modelo no lineal sobre suelo blando con un péndulo

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado	Rotación	Estado
AP1	8.71E-05	EL	2.26E-05	EL	4.91E-04	FO	1.38E-04	FO
AP2	7.90E-05	EL	2.06E-05	EL	4.18E-04	FO	1.18E-04	FO
AP3	8.48E-05	EL	2.21E-05	EL	4.50E-04	FO	1.39E-04	FO
AP4	7.63E-05	EL	1.99E-05	EL	3.76E-04	FO	1.34E-04	FO
AP5	8.21E-05	EL	2.14E-05	EL	4.07E-04	FO	1.56E-04	FO
AP6	7.28E-05	EL	1.90E-05	EL	3.35E-04	FO	1.49E-04	FO
AP7	7.85E-05	EL	2.05E-05	EL	3.65E-04	FO	1.71E-04	FO
AP8	6.85E-05	EL	1.81E-05	EL	2.92E-04	FO	1.62E-04	FO
AP9	7.44E-05	EL	1.96E-05	EL	3.86E-04	FO	2.16E-04	FO
AP10	6.38E-05	EL	1.70E-05	EL	2.98E-04	FO	1.90E-04	FO
AP11	6.87E-05	EL	1.83E-05	EL	3.29E-04	FO	2.17E-04	FO
AP12	5.76E-05	EL	1.56E-05	EL	2.42E-04	FO	1.86E-04	FO
AP13	6.27E-05	EL	1.70E-05	EL	2.73E-04	FO	2.15E-04	FO
AP14	5.15E-05	EL	1.42E-05	EL	1.91E-04	FO	1.76E-04	FO
AP15	5.62E-05	EL	1.54E-05	EL	2.20E-04	FO	2.04E-04	FO
AP16	4.48E-05	EL	1.25E-05	EL	1.38E-04	FO	1.60E-04	FO
AP17	5.07E-05	EL	1.41E-05	EL	2.08E-04	FO	2.40E-04	FO
AP18	3.96E-05	EL	1.11E-05	EL	1.07E-04	FO	1.56E-04	FO
AP19	4.52E-05	EL	1.27E-05	EL	1.77E-04	FO	2.49E-04	FO
AP20	3.33E-05	EL	9.36E-06	EL	7.73E-05	EL	1.33E-04	FO
AP21	3.74E-05	EL	1.05E-05	EL	9.03E-05	FO	2.15E-04	FO
AP22	2.63E-05	EL	7.42E-06	EL	6.05E-05	EL	8.11E-05	EL
AP23	2.90E-05	EL	8.16E-06	EL	6.65E-05	EL	1.13E-04	FO
AP24	1.78E-05	EL	5.04E-06	EL	4.04E-05	EL	5.87E-05	EL
AP25	2.02E-05	EL	5.73E-06	EL	4.59E-05	EL	6.68E-05	EL
AP26	1.14E-05	EL	3.24E-06	EL	2.58E-05	EL	3.80E-05	EL
AP27	1.27E-05	EL	3.60E-06	EL	2.87E-05	EL	4.22E-05	EL
AP28	4.52E-06	EL	1.29E-06	EL	1.01E-05	EL	1.40E-05	EL
AP29	5.20E-06	EL	1.49E-06	EL	1.17E-05	EL	1.61E-05	EL
AP30	1.63E-06	EL	4.89E-07	EL	3.75E-06	EL	4.36E-06	EL
AP31	1.89E-06	EL	5.66E-07	EL	4.35E-06	EL	5.05E-06	EL

El registro de SCT es el más desfavorable de los analizados para este modelo, ya que se alcanza la máxima rotación plástica, el cortante y momento son los máximos y los perfiles máximos y RMS tienen mayor amplitud.

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 11.39.

TABLA 11.39: Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo blando con un péndulo

	CALES00E		RICAN00E		SCT1N90E		VILCS05E	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	13.01 %	1.51 %	32.06 %	24.46 %	-4.50 %	-0.88 %	5.11 %	-0.71 %
Velocidad	12.61 %	-2.68 %	33.68 %	24.88 %	-2.90 %	0.18 %	1.83 %	1.55 %
Aceleración	8.43 %	4.40 %	32.98 %	20.66 %	-0.16 %	1.56 %	0.60 %	-0.01 %
Distorsión	13.02 %	1.78 %	32.03 %	23.44 %	-5.10 %	-1.33 %	4.54 %	2.73 %
Cortante	10.28 %	2.75 %	31.61 %	27.25 %	-1.95 %	0.35 %	4.08 %	-1.12 %
Momento	13.03 %	2.36 %	32.33 %	25.79 %	-3.93 %	-0.31 %	6.83 %	1.38 %

Los resultados obtenidos muestran que el registro que mayores demandas produce en el modelo no lineal de la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre

suelo blando es el registro de SCT. En comparación con la respuesta obtenida del modelo no lineal sin control considerando que la cimentación está sobre suelo blando, las demandas disminuyen en la mayoría de los casos, pero para otros se incrementan, aunque el mayor incremento es del 1 % para la respuesta máxima, ocurre en el registro que mas daño causa a la estructura. Para el modelo no lineal de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo blando, un péndulo en la parte superior del fuste permite controlar en algunos casos la respuesta cuando la excitación es sísmica, pero a su vez, es posible que la respuesta sufra un incremento para algunos registros.

Capítulo 12

Respuesta eólica de una estructura esbelta

Se analizan cuatro casos distintos de la misma estructura empleando los modelos presentados en el Capítulo 7, variando las condiciones de apoyo y se obtienen las demandas al ser sometidas a excitaciones dinámicas en los nodos empleando historias de velocidad sintéticas.

12.1. Acciones de análisis

Debido a que la estructura está ubicada en la costa del Pacífico mexicano, es susceptible a la acción del viento. Por ello se incluyen análisis dinámicos considerando la acción del viento en ambas direcciones. Debido a que no existen registros eólicos disponibles, se realiza una simulación numérica del viento siguiendo la metodología presentada en el Capítulo 4.

Para realizar la simulación, se requiere reunir información de la estructura y el sitio donde está ubicada. Esta información incluye las alturas de los nodos donde se realiza la simulación; el área expuesta de los nodos al viento en la dirección longitudinal y transversal; el coeficiente de arrastre en cada nodo; la presión barométrica del lugar; la velocidad media a 10 m promediada a 10 minutos; y la latitud del sitio. Para realizar las simulaciones se emplea un coeficiente de decaimiento vertical de $C_z = 5$ en la dirección longitudinal y de $C_z = 1.98$ en la dirección transversal.

Las alturas de los nodos y áreas expuestas varían en función del modelo, para el modelo de las vigas acopladas, los nodos están espaciados a cada 3.33 m; mientras que para los modelos no lineales, a cada 5 m. En función de lo anterior se determinan las alturas y áreas tributarias.

Al ser un elemento no prismático circular, se emplea el coeficiente de arrastre para formas redondas presentado en la Tabla 4.3.22 en *Manual de diseño de obras civiles. Diseño por viento* 2008. Debido a que $bV_D > 10\,\mathrm{m^2\,s^{-1}}$, se atiende a la nota 4 de la tabla. Considerando que la altura promedio de la rugosidad de la superficie es $h_r = 0.06\,\mathrm{mm}$, la relación $h_r/b \leq 0.00002$ para todos los diámetros de fuste, por tanto, el coeficiente de arrastre de la chimenea es constante en toda la altura y es $C_d = 0.5$.

La ciudad de Lázaro Cárdenas, Michoacán, de acuerdo con la información publicada en *Enciclopedia de los Municipios y Delegaciones de México*, se localiza en las coordenadas 17°57′ de latitud norte y 102°12′ de longitud oeste, a una altura de 10 metros sobre el nivel del mar. Su temperatura media anual es de 27.8 °C. La presión barométrica en el lugar, empleando la Ecuación 4.15 es de $\Lambda = 759.14$ mmHg.

La estructura en análisis, se clasifica de acuerdo con su importancia como estructura tipo A y de acuerdo con su respuesta ante la acción del viento como tipo 3. Debido a su clasificación, se emplea un periodo de retorno de 200 años para determinar su velocidad regional. Empleando el programa viento de la CFE, (ver Figura 12.1), se obtuvo que la velocidad regional para el periodo de retorno de 200 años con un tiempo de promediación de 3 segundos es de $\bar{U}(z_r)_{R,3s} = 54.21\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ $(195.16\,\mathrm{km\,h^{-1}})$. En consecuencia la velocidad media del viento medida en la altura de 10 m con un tiempo de promediación de 10 minutos es $\bar{U}(z_r)_{R,10min} = 38.06\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Considerando que la topografía del sitio donde se ubica la estructura no presenta cambios topográficos importantes, se emplea un factor de topografía de $F_T = 1$, y que el sitio presenta pocas obstrucciones, es decir, que es categoría 2, el factor de cambio de rugosidad del terreno es $F_R = 1$, en consecuencia, la velocidad de referencia de diseño es $\bar{U}(z_r)_{D,10min} = 38.06\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

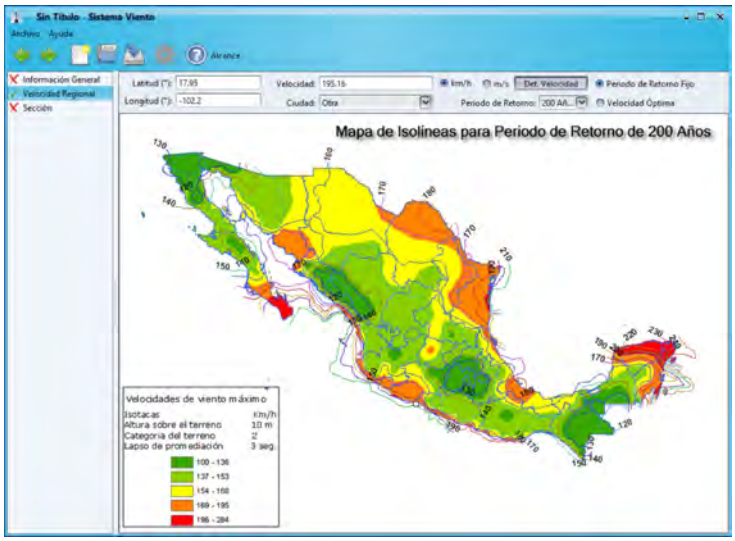
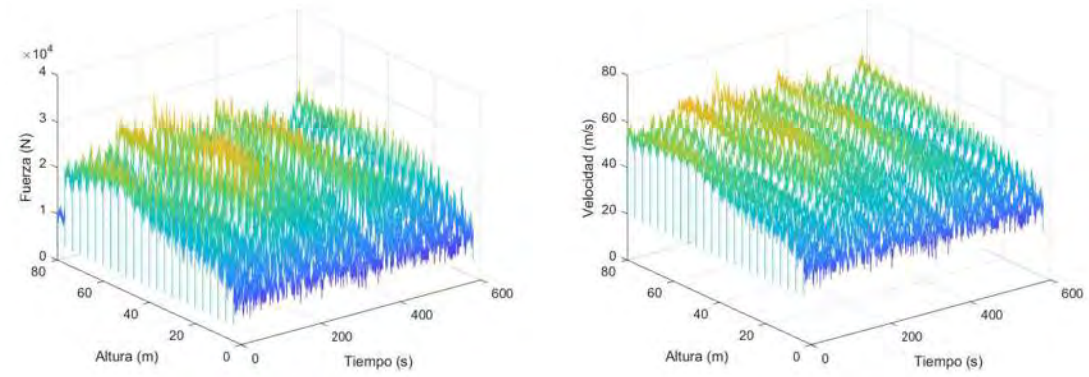


FIGURA 12.1: Velocidad regional para el periodo de retorno de 200 años

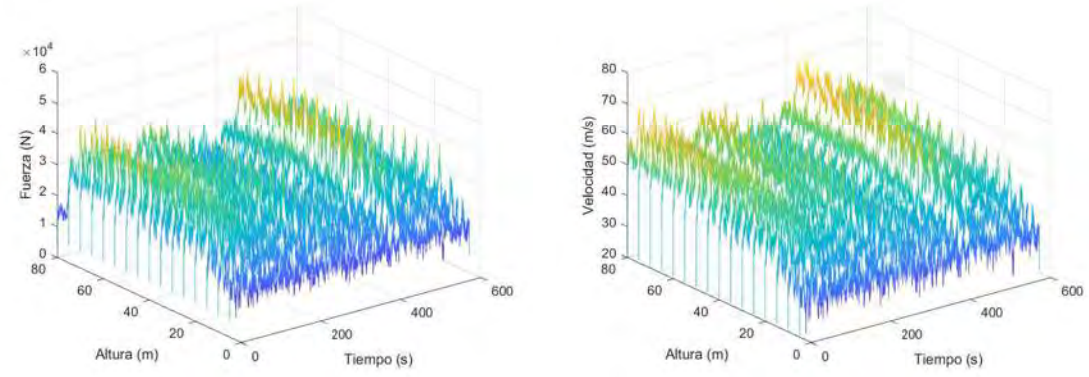
Las simulaciones de viento en la dirección longitudinal para el modelo de 24 niveles se presentan en la Figura 12.2. Por otra parte, las simulaciones de viento en la dirección longitudinal para el modelo de 16 niveles se presentan en la Figura 12.3. Finalmente, las simulaciones de viento en la dirección transversal se presentan en la Figura 12.4.

Para el análisis eólico se considera un amortiguamiento proporcional a los dos primeros modos de la estructura del 1 %. Además, para la dirección longitudinal, se realiza el análisis considerando un registro de fuerzas en los nodos (forma 3 de la función de fuerzas) y considerando todos los términos de la función de fuerzas, mientras que para la dirección transversal solo se realza considerando un registro de fuerzas.



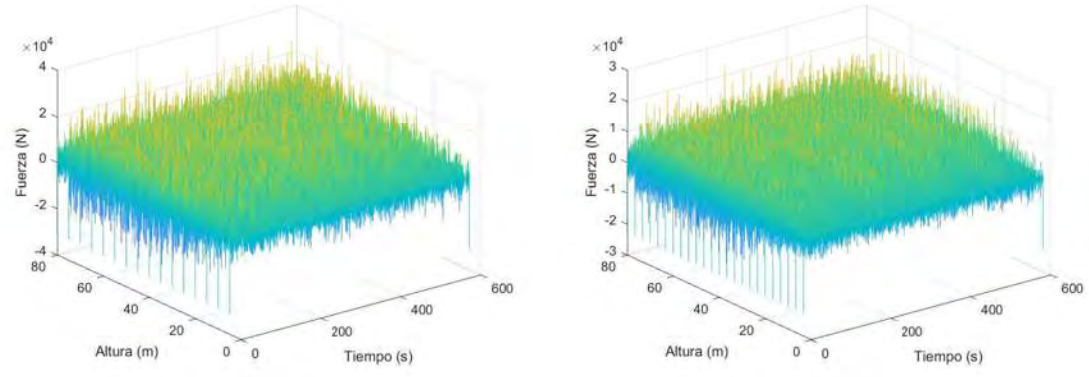
(A) Fuerzas (B) Velocidades

FIGURA 12.2: Simulaciones para el modelo de 24 niveles



(A) Fuerzas (B) Velocidades

FIGURA 12.3: Simulaciones para el modelo de 16 niveles



(A) Modelo de 16 niveles (B) Modelo de 24 niveles

FIGURA 12.4: Simulaciones de viento en la dirección transversal

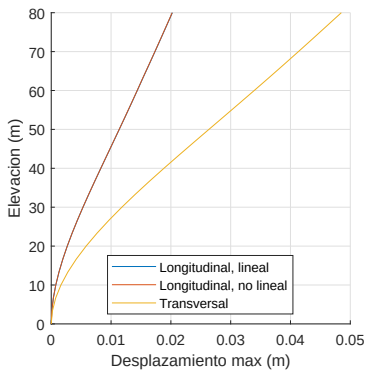
12.2. Respuesta dinámica

Se presenta la respuesta dinámica de la estructura. Se realizaron cuatro modelos: dos elásticos lineales y dos considerando no linealidad del material, de cada par de modelos, uno supone la cimentación empotrada y el segundo considera la flexibilidad de la cimentación en cuatro tipos distintos de suelos. La respuesta se obtuvo empleando el método RK6-I con cuadraturas rectangulares.

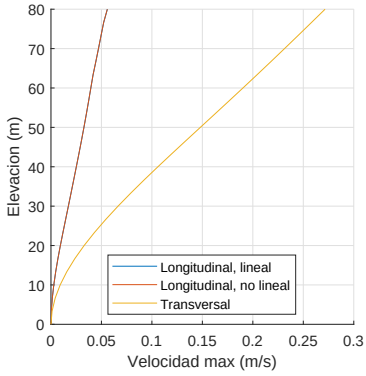
12.2.1. Modelo elástico con base fija

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base fija. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. A continuación se presentan los resultados obtenidos.

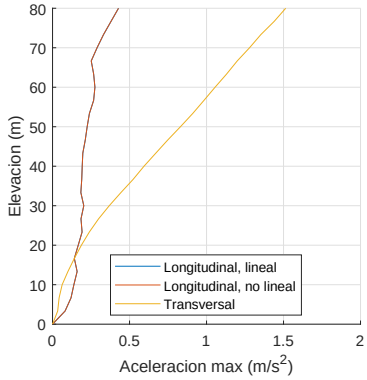
En la Figura 12.5 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



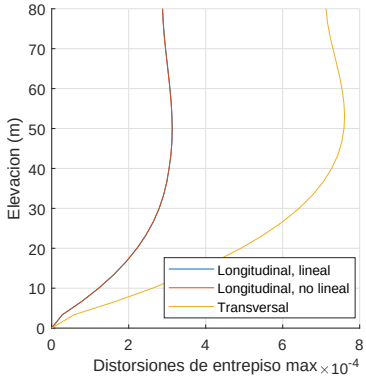
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



(C) Aceleraciones

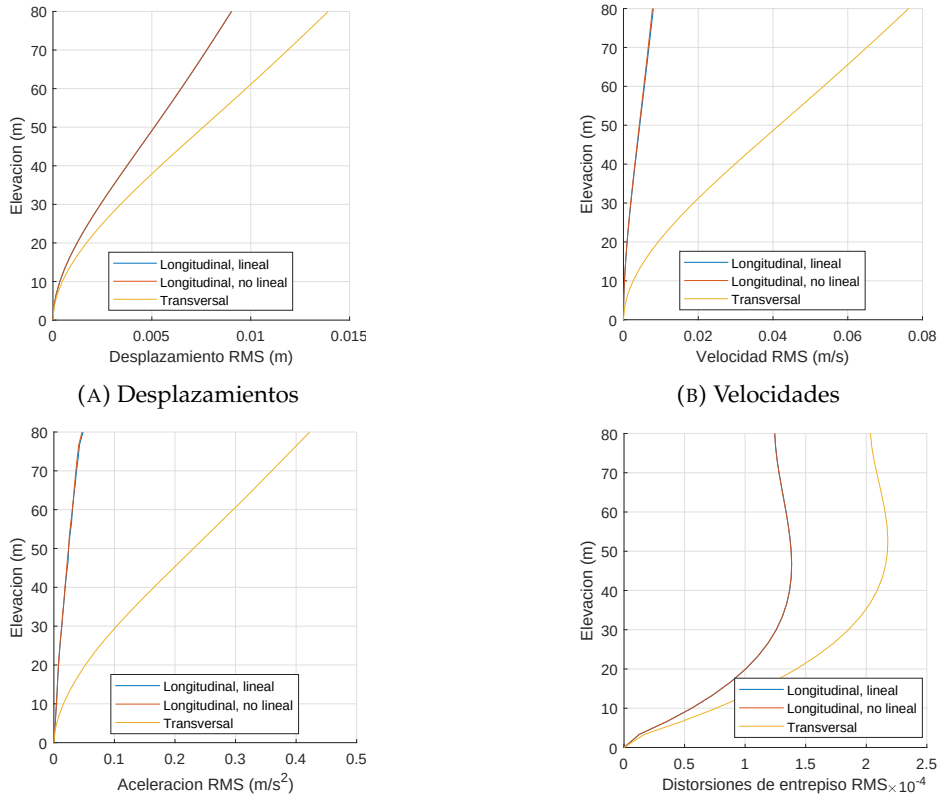


(D) Distorsiones

FIGURA 12.5: Respuestas máximas del modelo elástico con base fija

En la Figura 12.6 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima se presenta en la dirección

transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.



(A) Desplazamientos (B) Velocidades

(C) Aceleraciones (D) Distorsiones

FIGURA 12.6: Respuestas RMS del modelo elástico con base fija

En la Figura 12.7 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste. Los desplazamientos son mayores en la dirección transversal. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.

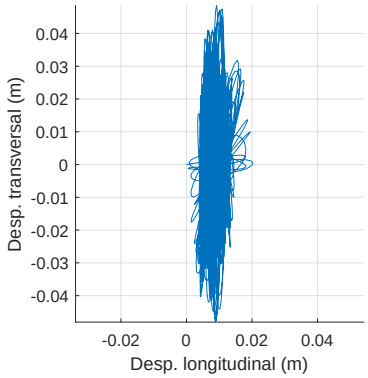
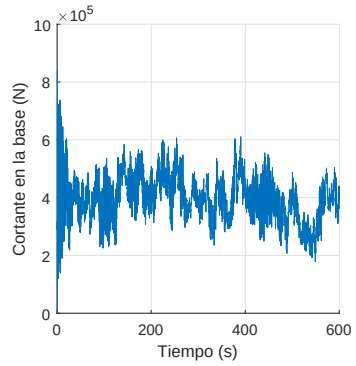
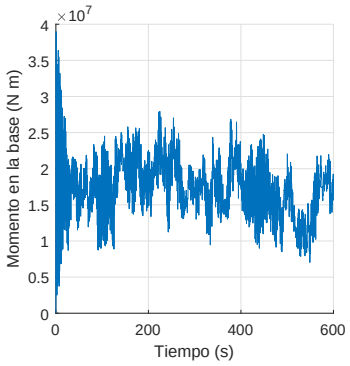


FIGURA 12.7: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico con base fija

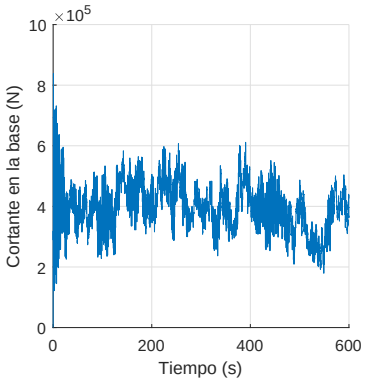
En la Figura 12.8 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en la Tabla 12.1 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



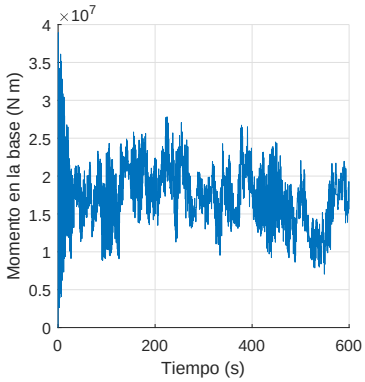
(A) Cortante, longitudinal, lineal



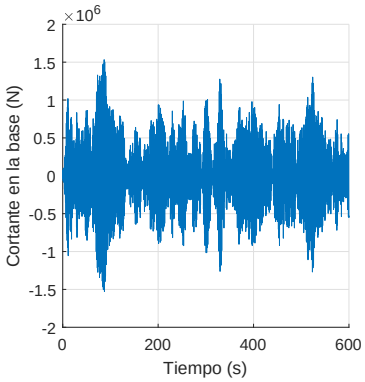
(B) Momento, longitudinal, lineal



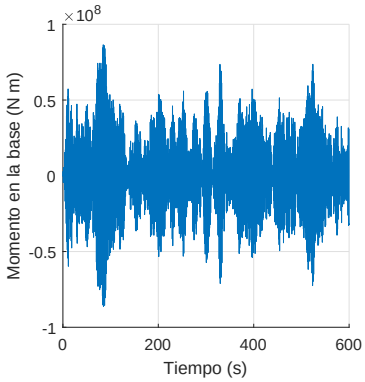
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 12.8: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija

Los resultados muestran que el análisis que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está empotrada ocurre en la dirección transversal. Además, para este caso de estudio, el análisis en la dirección longitudinal con ambas aproximaciones de la función de fuerzas produce resultados similares en todas las respuestas obtenidas.

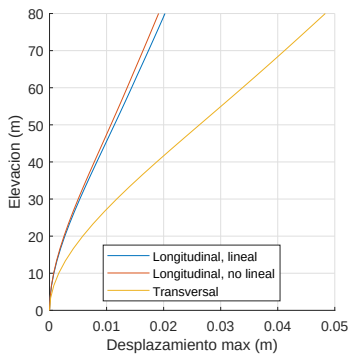
TABLA 12.1: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	8.39E+05	4.06E+05	8.38E+05	4.05E+05	1.53E+06	4.40E+05
Momento (N m)	3.90E+07	1.78E+07	3.89E+07	1.78E+07	8.65E+07	2.50E+07

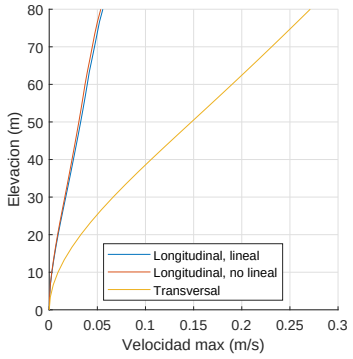
12.2.2. Modelo elástico sobre roca

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible con los parámetros correspondientes a roca presentados en la Tabla 7.4. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

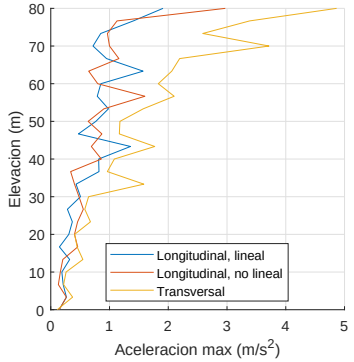
En la Figura 12.9 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la máxima amplitud ocurre en la dirección transversal. Las mayores amplitudes, con excepción de la la distorsión, ocurren en la parte superior del fuste, mientras la distorsión varía de acuerdo al análisis.



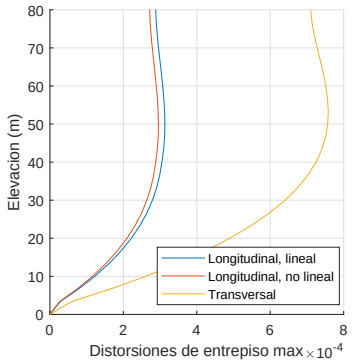
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



(C) Aceleraciones

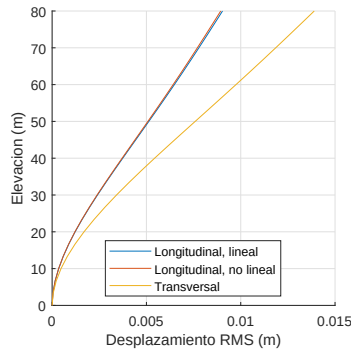


(D) Distorsiones

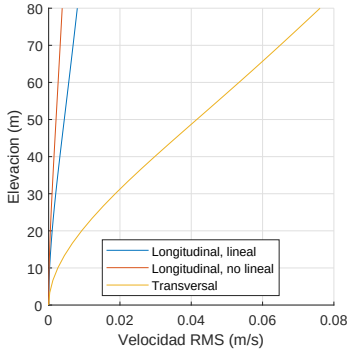
FIGURA 12.9: Respuestas máximas del modelo elástico sobre roca

En la Figura 12.10 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la máxima amplitud ocurre en la dirección transversal.

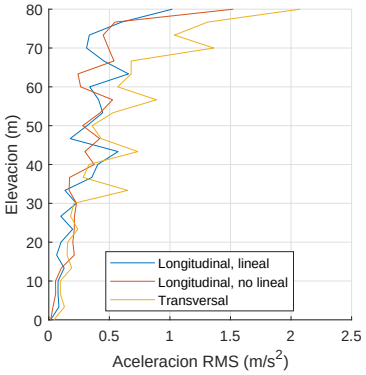
Las mayores amplitudes, con excepción de la la distorsión, ocurren en la parte superior del fuste, mientras la distorsión varía de acuerdo al análisis.



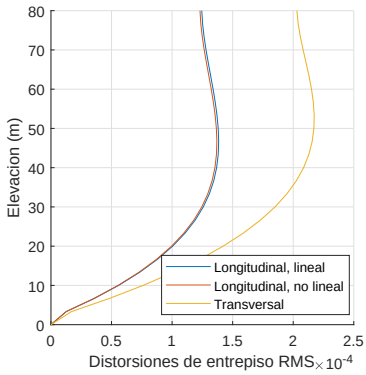
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



(C) Aceleraciones



(D) Distorsiones

FIGURA 12.10: Respuestas RMS del modelo elástico sobre roca

En la Figura 12.11 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste. Los desplazamientos son mayores en la dirección transversal. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.

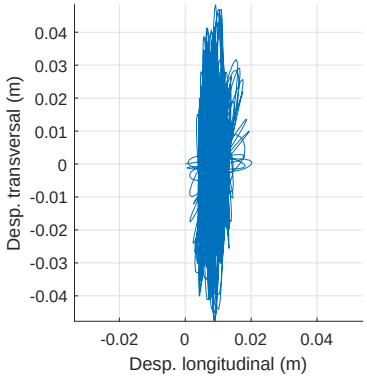
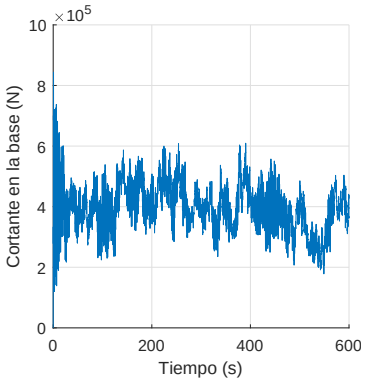
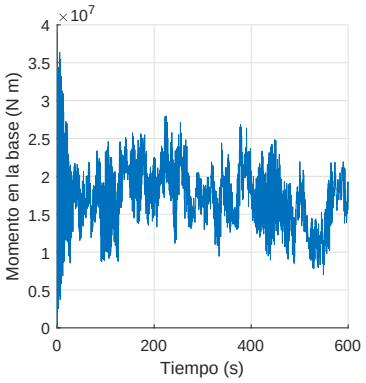


FIGURA 12.11: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico sobre roca

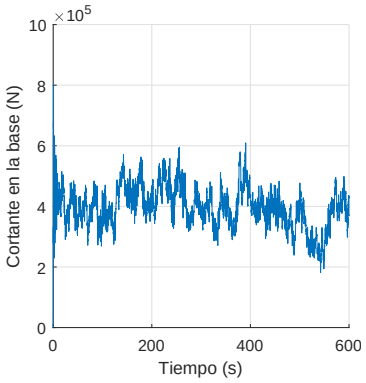
En la Figura 12.12 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en la Tabla 12.2 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



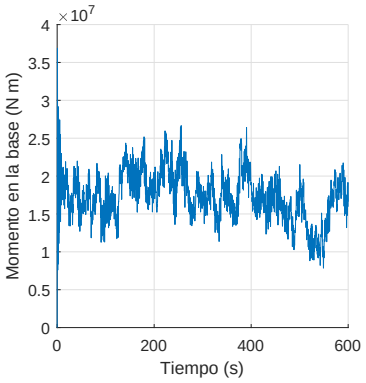
(A) Cortante, longitudinal, lineal



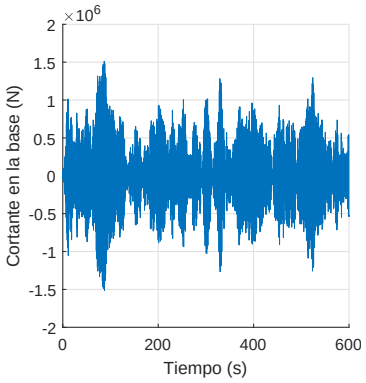
(B) Momento, longitudinal, lineal



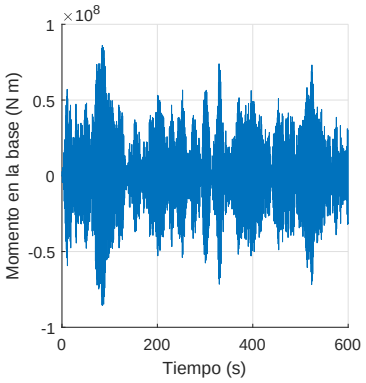
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 12.12: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca

Los resultados muestran que el análisis que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre roca ocurre en la dirección transversal. Además, para este modelo, en el análisis en la dirección longitudinal produce resultados similares con ambas aproximaciones de la función de fuerzas. Se aprecia que en

TABLA 12.2: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca

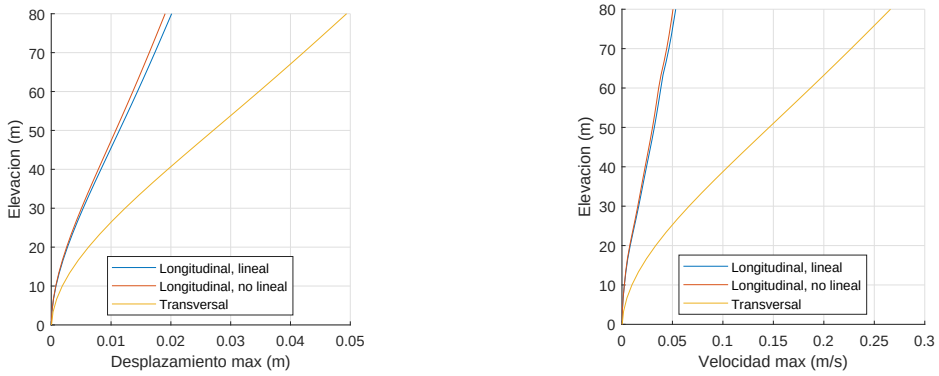
	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	8.44E+05	4.06E+05	8.04E+05	4.03E+05	1.51E+06	4.39E+05
Momento (N m)	3.89E+07	1.78E+07	3.69E+07	1.76E+07	8.61E+07	2.50E+07

las aceleraciones existen saltos en los valores, lo anterior se debe al mal condicionamiento del problema, ya que para la solución del sistema de ecuaciones, se está empleando una factorización sin precondicionar al problema.

12.2.3. Modelo elástico sobre suelo denso

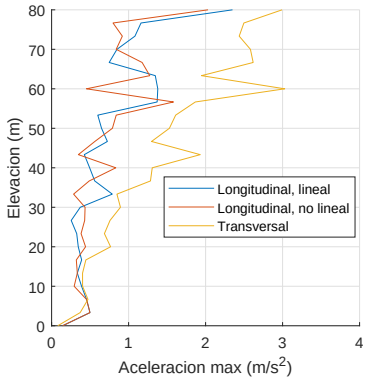
La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible con los parámetros correspondientes a suelo denso presentados en la Tabla 7.4. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

En la Figura 12.13 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.

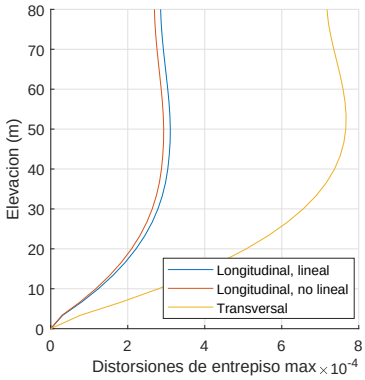


(A) Desplazamientos (B) Velocidades

FIGURA 12.13: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo denso



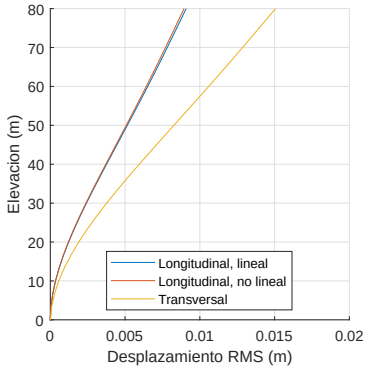
(C) Aceleraciones



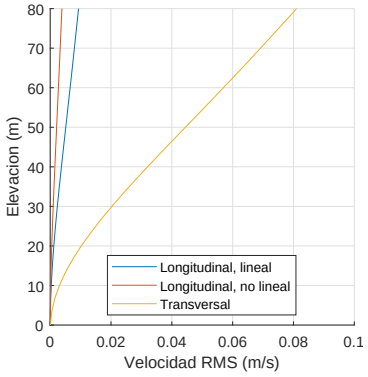
(D) Distorsiones

FIGURA 12.13: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo denso (continuación)

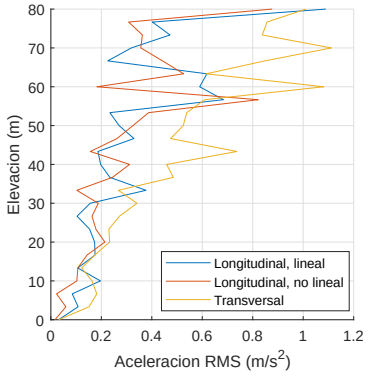
En la Figura 12.14 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima se presenta en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.



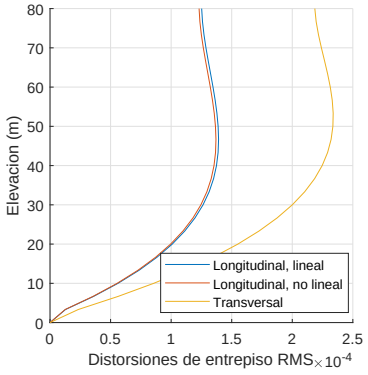
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



(C) Aceleraciones



(D) Distorsiones

FIGURA 12.14: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo denso

En la Figura 12.15 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior

del fuste. Los desplazamientos son mayores en la dirección transversal. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.

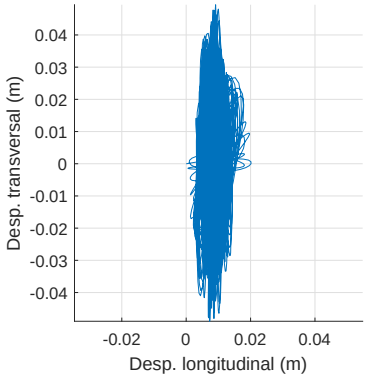
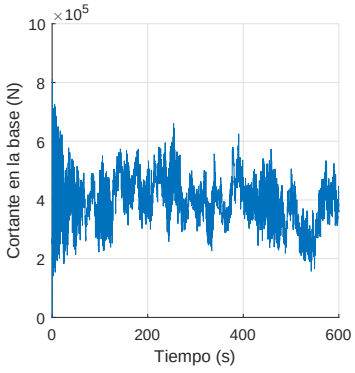
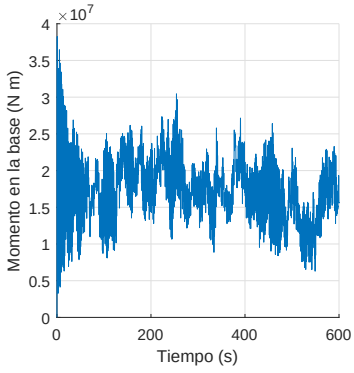


FIGURA 12.15: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico sobre suelo denso

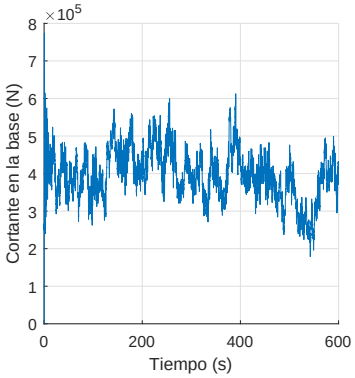
En la Figura 12.16 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en la Tabla 12.3 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



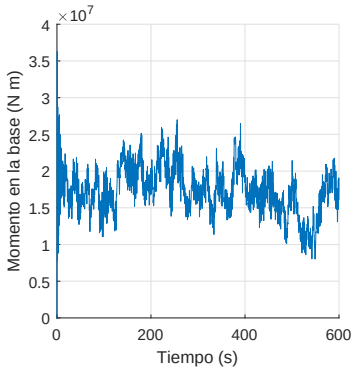
(A) Cortante, longitudinal, lineal



(B) Momento, longitudinal, lineal

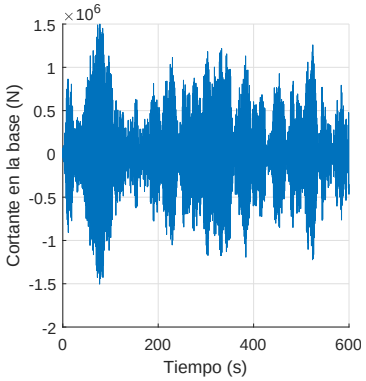


(C) Cortante, longitudinal, no lineal

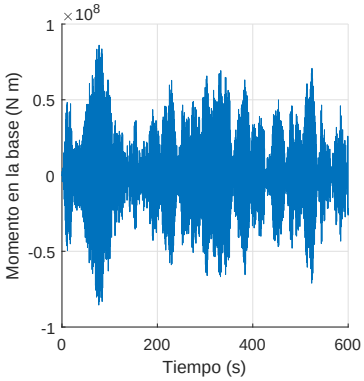


(D) Momento, longitudinal, no lineal

FIGURA 12.16: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 12.16: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso (continuación)

TABLA 12.3: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso

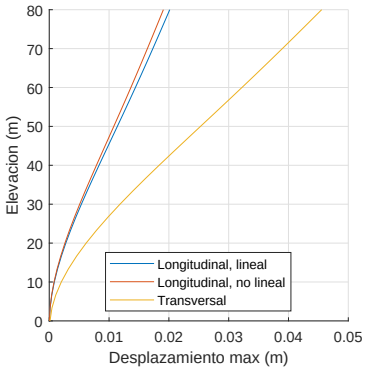
	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	8.12E+05	4.06E+05	7.74E+05	4.03E+05	1.50E+06	4.63E+05
Momento (N m)	3.83E+07	1.79E+07	3.63E+07	1.76E+07	8.60E+07	2.63E+07

Los resultados muestran que el análisis que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que el suelo es denso ocurre en la dirección transversal. Se observa que los valores obtenidos son similares a los del modelo elástico con base fija. Además, para este caso de estudio, el análisis en la dirección longitudinal con ambas aproximaciones de la función de fuerzas produce resultados similares en todas las respuestas obtenidas. Se aprecia, también, que en las aceleraciones existen saltos en los valores, lo anterior se debe al mal condicionamiento del problema, ya que para la solución del sistema de ecuaciones, se está empleando una factorización sin precondicionar al problema.

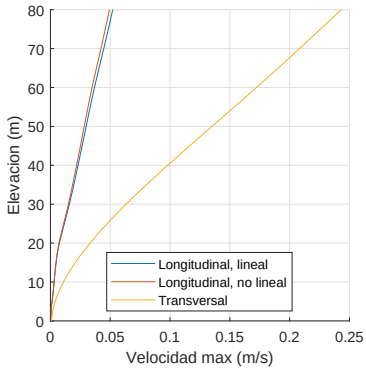
12.2.4. Modelo elástico sobre suelo rígido

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible con los parámetros correspondientes a suelo rígido presentados en la Tabla 7.4. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

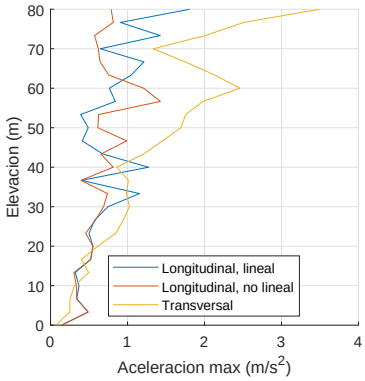
En la Figura 12.17 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



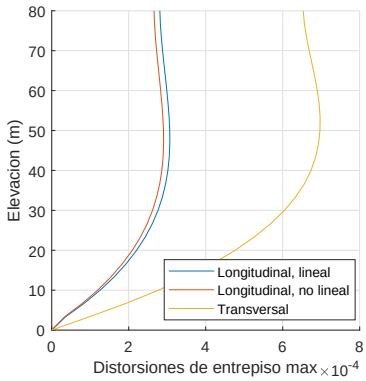
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



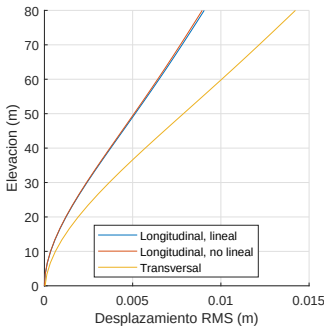
(C) Aceleraciones



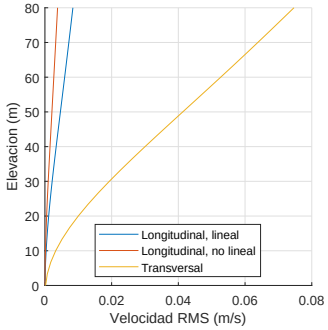
(D) Distorsiones

FIGURA 12.17: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo rígido

En la Figura 12.18 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima se presenta en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.

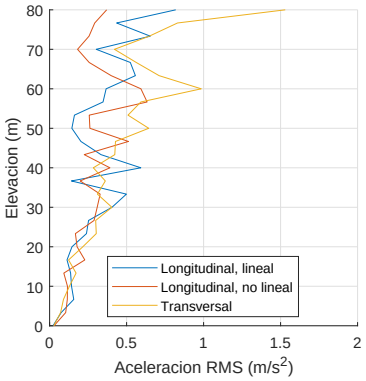


(A) Desplazamientos

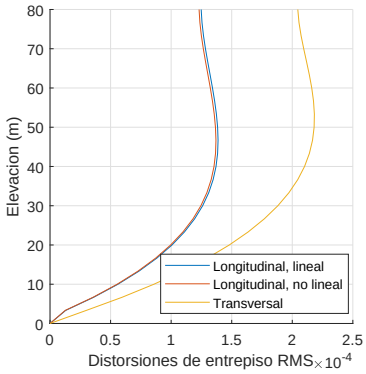


(B) Velocidades

FIGURA 12.18: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo rígido



(C) Aceleraciones



(D) Distorsiones

FIGURA 12.18: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo rígido (continuación)

En la Figura 12.19 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste. Los desplazamientos son mayores en la dirección transversal. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.

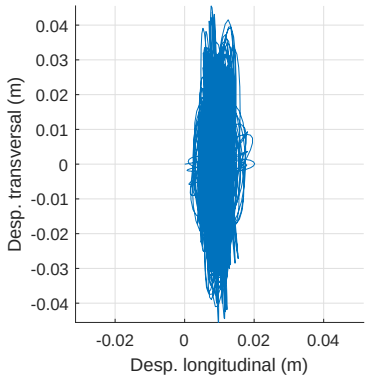
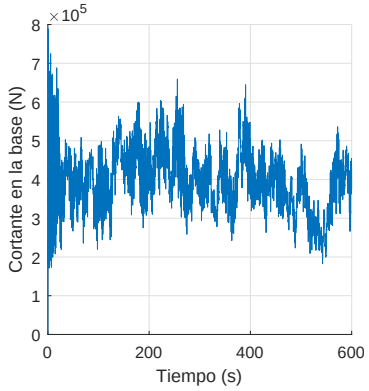
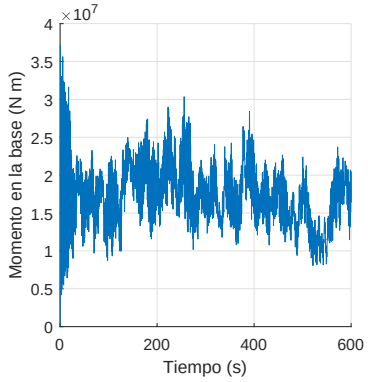


FIGURA 12.19: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico sobre suelo rígido

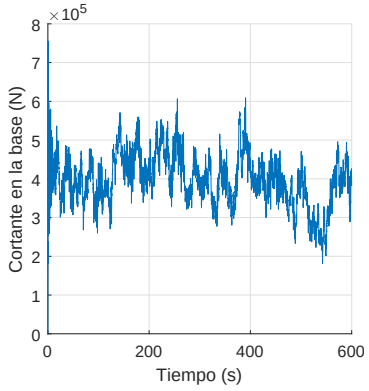
En la Figura 12.20 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en la Tabla 12.4 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



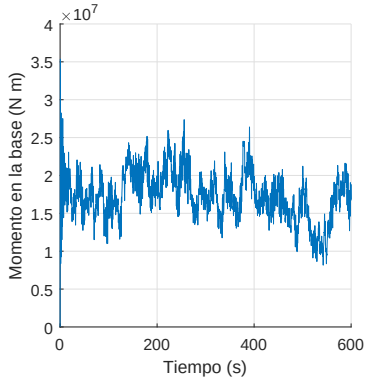
(A) Cortante, longitudinal, lineal



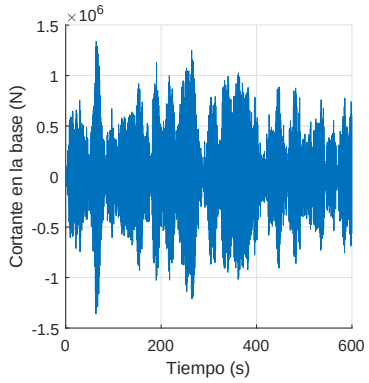
(B) Momento, longitudinal, lineal



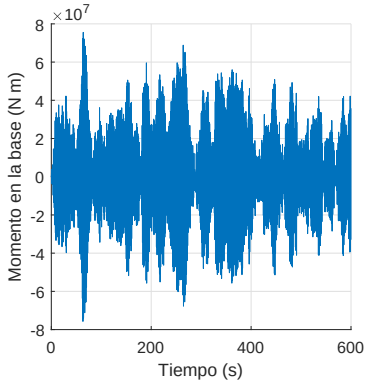
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 12.20: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido

Los resultados muestran que el análisis que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que el suelo es rígido ocurre en la dirección transversal. Se observa que los valores obtenidos son similares a los del modelo elástico con base fija. Además, para este caso de estudio, el análisis en la dirección longitudinal con ambas aproximaciones de la función de fuerzas produce resultados similares en todas las respuestas obtenidas. Se aprecia, también, que en las aceleraciones existen saltos en los

TABLA 12.4: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido

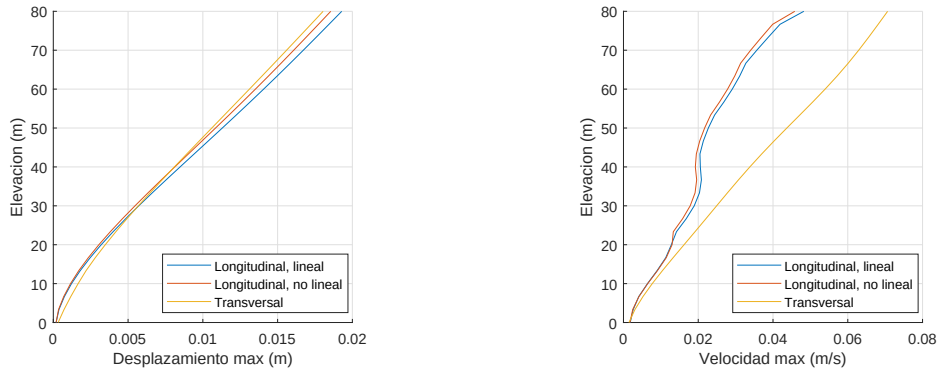
	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	7.89E+05	4.06E+05	7.55E+05	4.03E+05	1.36E+06	4.18E+05
Momento (N m)	3.72E+07	1.78E+07	3.54E+07	1.76E+07	7.57E+07	2.36E+07

valores, lo anterior se debe al mal condicionamiento del problema, ya que para la solución del sistema de ecuaciones, se está empleando una factorización sin precondicionar al problema.

12.2.5. Modelo elástico sobre suelo blando

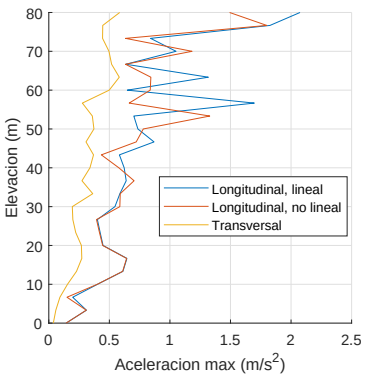
La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible con los parámetros correspondientes a suelo blando presentados en la Tabla 7.4. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

En la Figura 12.21 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, los desplazamientos, distorsiones y aceleraciones máximos se presentaron en la dirección longitudinal, mientras la velocidad máxima en la transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.

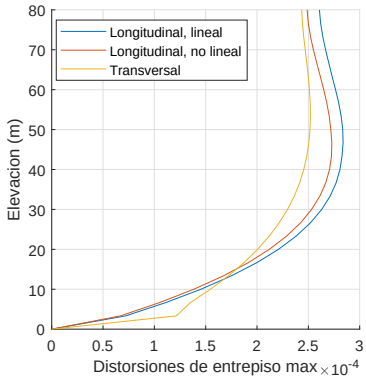


(A) Desplazamientos (B) Velocidades

FIGURA 12.21: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo blando



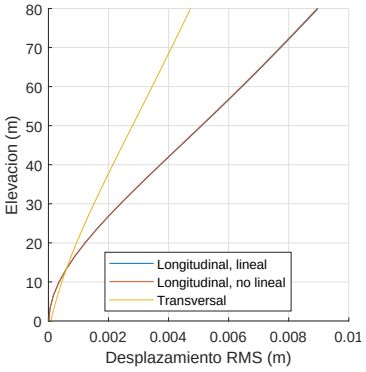
(C) Aceleraciones



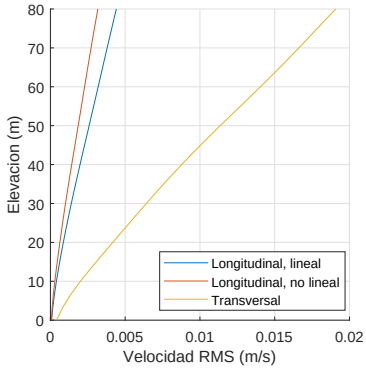
(D) Distorsiones

FIGURA 12.21: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo blando (continuación)

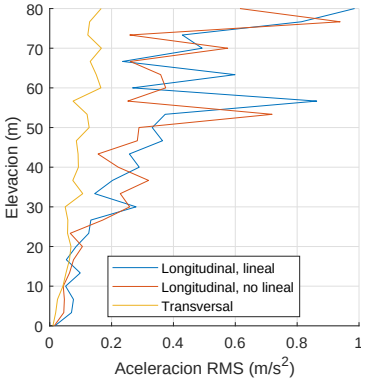
En la Figura 12.22 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Las máximas amplitudes de los perfiles coinciden con las observadas en los perfiles de respuesta máxima. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.



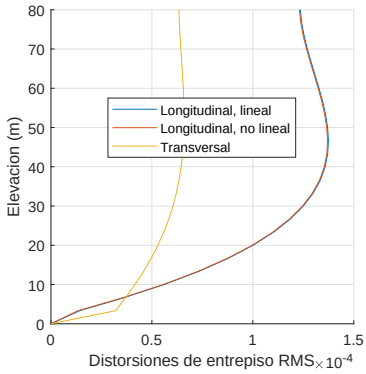
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



(C) Aceleraciones



(D) Distorsiones

FIGURA 12.22: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo blando

En la Figura 12.23 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste. Los desplazamientos máximos son similares en ambas direcciones. Además,

los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.

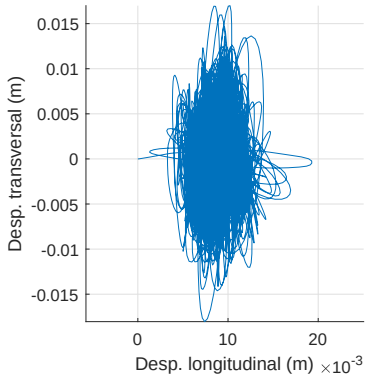
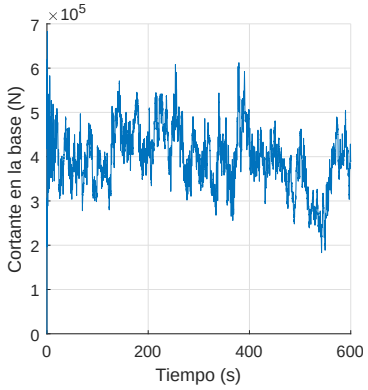
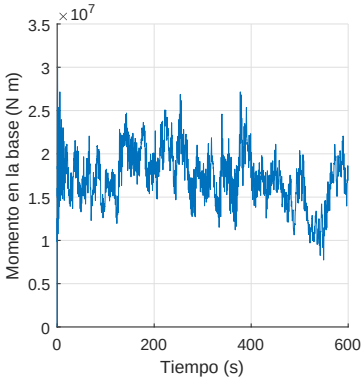


FIGURA 12.23: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico sobre suelo blando

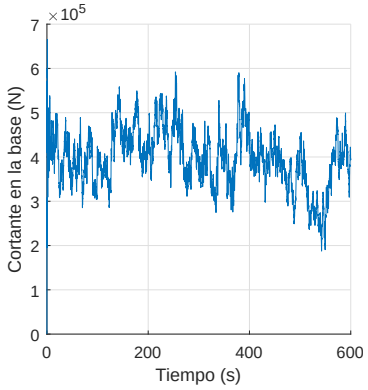
En la Figura 12.24 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en la Tabla 12.5 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



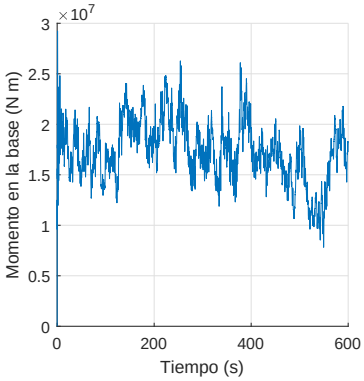
(A) Cortante, longitudinal, lineal



(B) Momento, longitudinal, lineal

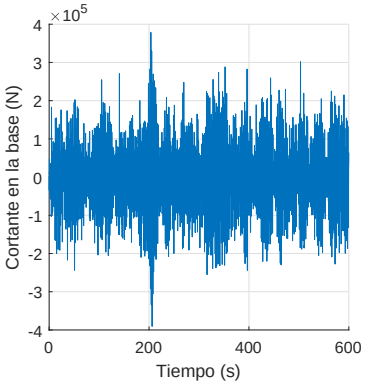


(C) Cortante, longitudinal, no lineal

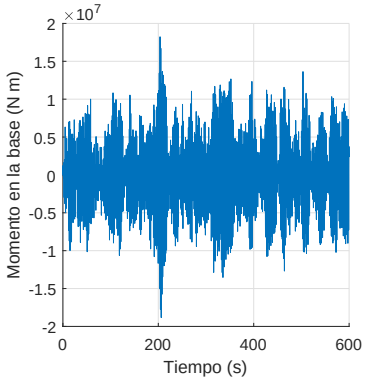


(D) Momento, longitudinal, no lineal

FIGURA 12.24: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo blando



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 12.24: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo blando (continuación)

TABLA 12.5: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo blando

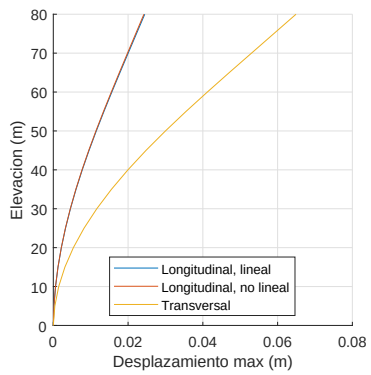
	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	6.83E+05	4.03E+05	6.65E+05	4.03E+05	3.91E+05	9.51E+04
Momento (N m)	3.00E+07	1.76E+07	2.92E+07	1.76E+07	1.88E+07	4.78E+06

Los resultados muestran que el análisis que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que el suelo ocurre en la dirección longitudinal. Las demandas máximas obtenidas son distintas a las del modelo elástico con base fija ya que el análisis longitudinal ahora produce mayores demandas. Para este modelo, la flexibilidad del suelo funcionó como un medio de disminución de la respuesta en la dirección transversal. Además, para este caso de estudio, el análisis en la dirección longitudinal con ambas aproximaciones de la función de fuerzas produce resultados similares en todas las respuestas obtenidas. Se aprecia, también, que en las aceleraciones existen saltos en los valores, lo anterior se debe al mal condicionamiento del problema, ya que para la solución del sistema de ecuaciones, se está empleando una factorización sin precondicionar al problema.

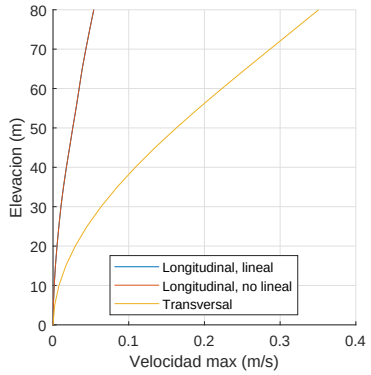
12.2.6. Modelo no lineal con base fija

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base fija. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además, se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. A continuación se presentan los resultados.

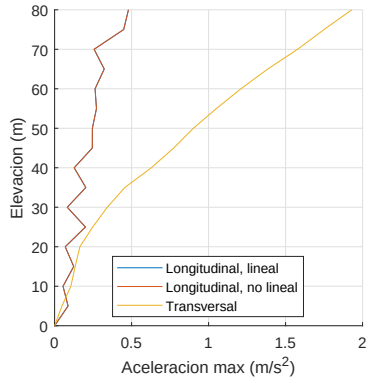
En la Figura 12.25 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima ocurre en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



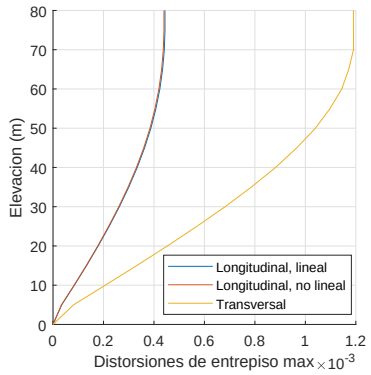
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



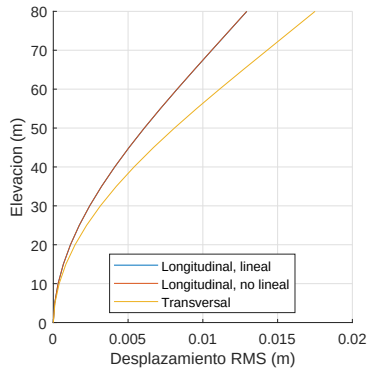
(C) Aceleraciones



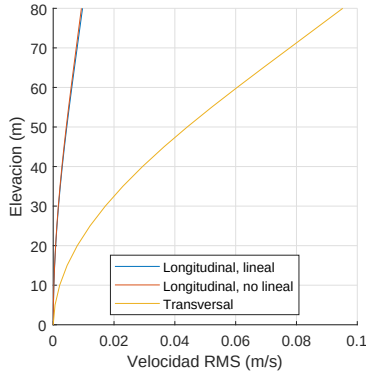
(D) Distorsiones

FIGURA 12.25: Respuestas máximas del modelo no lineal con base fija

En la Figura 12.26 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima ocurre en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.

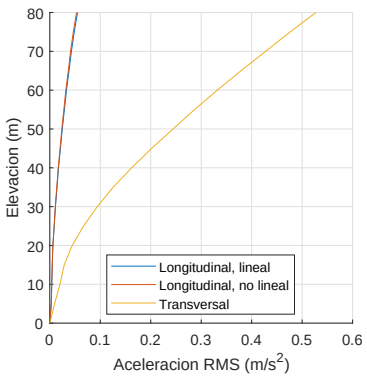


(A) Desplazamientos

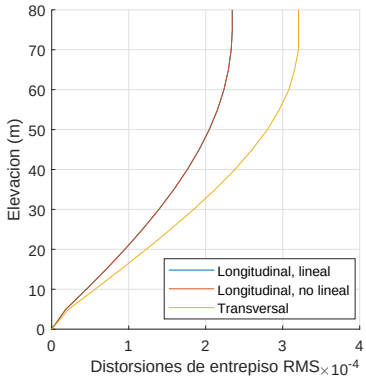


(B) Velocidades

FIGURA 12.26: Respuestas RMS del modelo no lineal con base fija



(C) Aceleraciones



(D) Distorsiones

FIGURA 12.26: Respuestas RMS del modelo no lineal con base fija (continuación)

En la Figura 12.27 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste. Los desplazamientos son mayores en la dirección transversal. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.

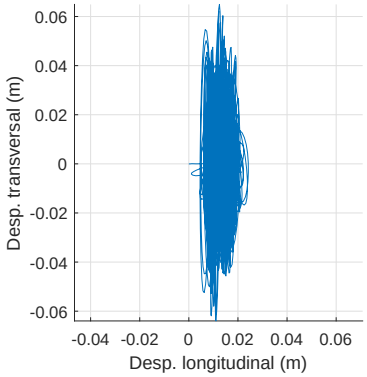
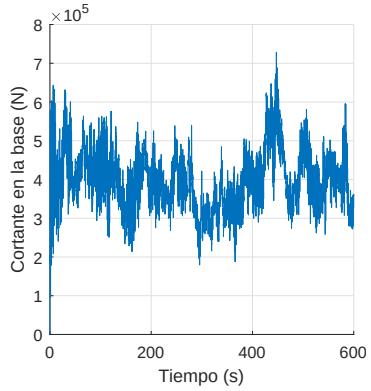
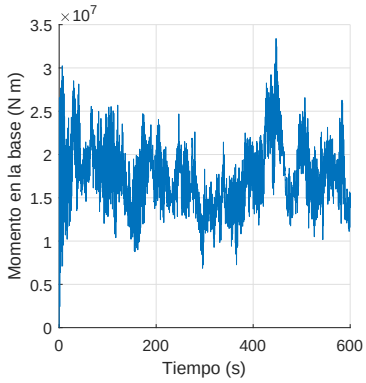


FIGURA 12.27: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal con base fija

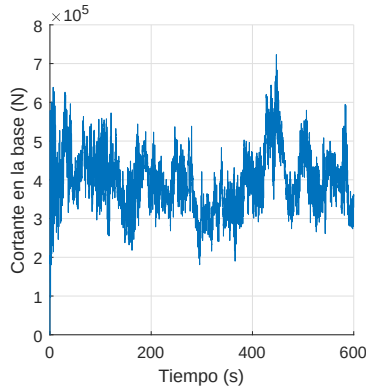
En la Figura 12.28 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en la Tabla 12.6 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



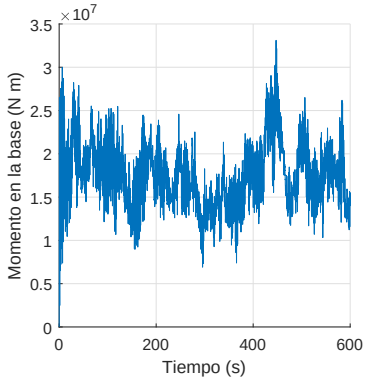
(A) Cortante, longitudinal, lineal



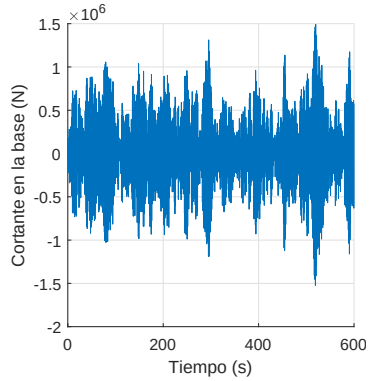
(B) Momento, longitudinal, lineal



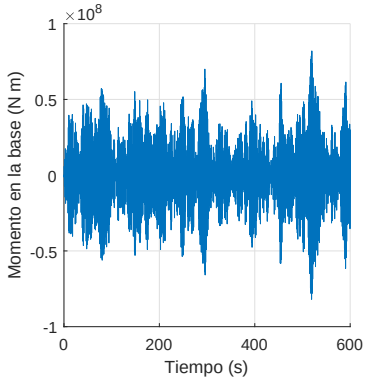
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 12.28: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000, sin embargo, no se formaron articulaciones plásticas en el modelo, por lo que no se reportan dichos resultados ya que el modelo completo permanece en el rango elástico.

Los resultados muestran que el análisis que mayores demandas produce en la chimenea

TABLA 12.6: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija

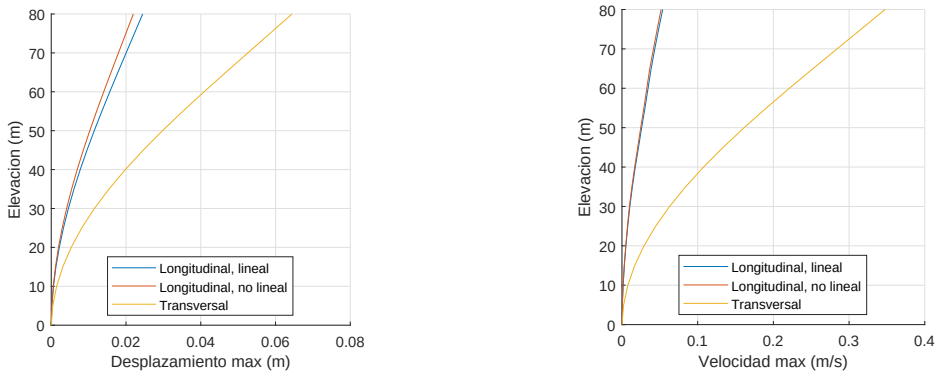
	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	7.28E+05	4.04E+05	7.23E+05	4.04E+05	1.53E+06	4.13E+05
Momento (N m)	3.34E+07	1.79E+07	3.31E+07	1.78E+07	8.20E+07	2.23E+07

cuando se considera que la cimentación está empotrada ocurre en la dirección transversal. Además, comparando los resultados de las aproximaciones de fuerzas en la dirección longitudinal, se observan resultados semejantes para todas las respuestas, es decir, que la función de fuerzas lineal presenta una buena aproximación de la función no lineal para el caso analizado.

12.2.7. Modelo no lineal sobre roca

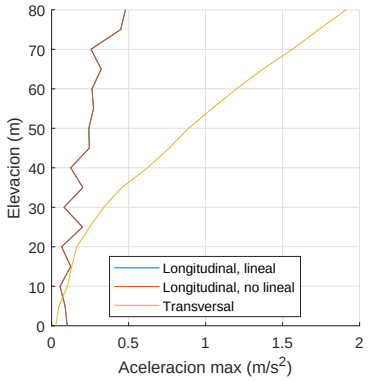
La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base flexible con los parámetros correspondientes a roca presentados en la Tabla 7.4. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además, se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. A continuación se presentan los resultados.

En la Figura 12.29 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima ocurre en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.

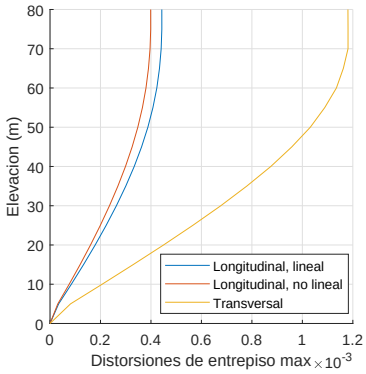


(A) Desplazamientos (B) Velocidades

FIGURA 12.29: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre roca



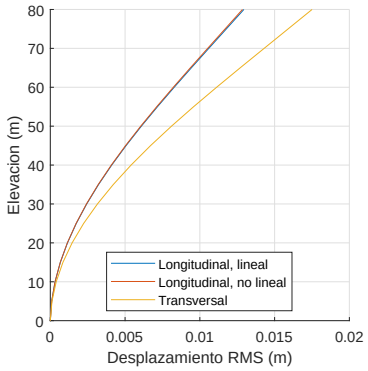
(C) Aceleraciones



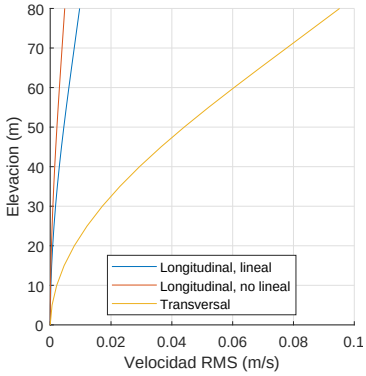
(D) Distorsiones

FIGURA 12.29: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre roca (continuación)

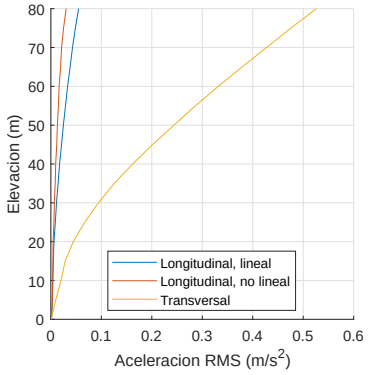
En la Figura 12.30 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima ocurre en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.



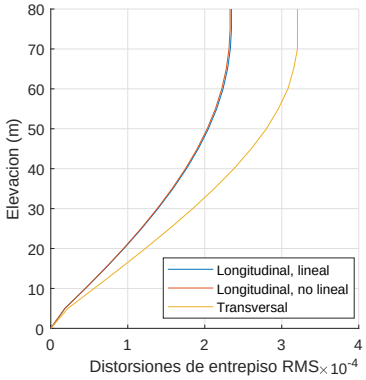
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



(C) Aceleraciones



(D) Distorsiones

FIGURA 12.30: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre roca

En la Figura 12.31 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior

del fuste. Los desplazamientos son mayores en la dirección transversal. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.

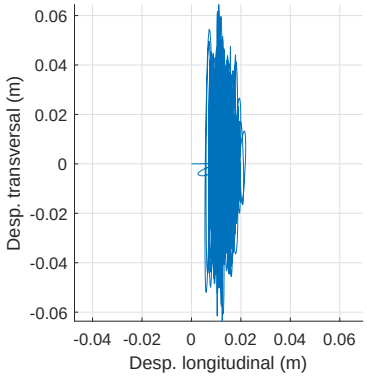
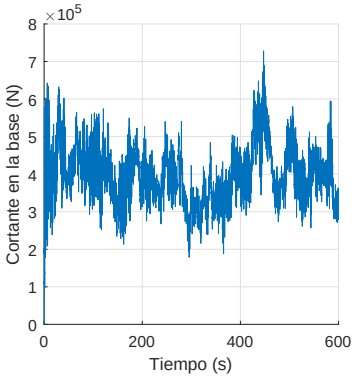
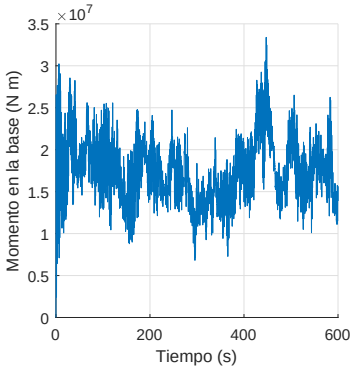


FIGURA 12.31: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal sobre roca

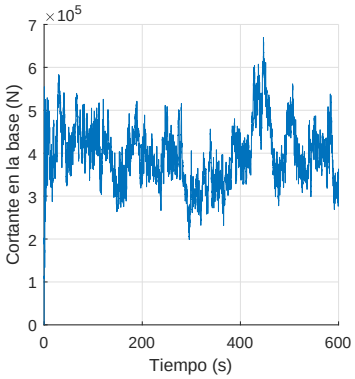
En la Figura 12.32 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en la Tabla 12.7 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



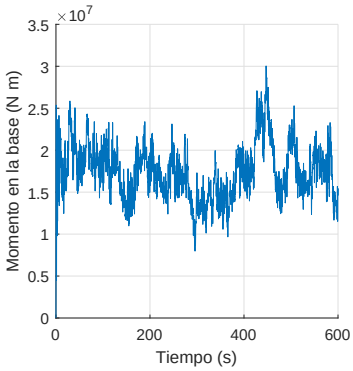
(A) Cortante, longitudinal, lineal



(B) Momento, longitudinal, lineal

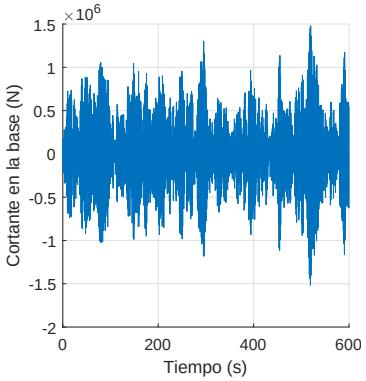


(C) Cortante, longitudinal, no lineal

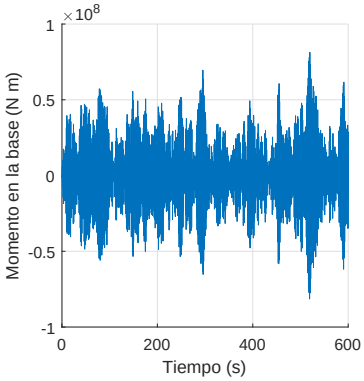


(D) Momento, longitudinal, no lineal

FIGURA 12.32: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 12.32: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca (continuación)

TABLA 12.7: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	7.28E+05	4.04E+05	6.70E+05	4.03E+05	1.52E+06	4.13E+05
Momento (N m)	3.34E+07	1.79E+07	3.00E+07	1.77E+07	8.15E+07	2.23E+07

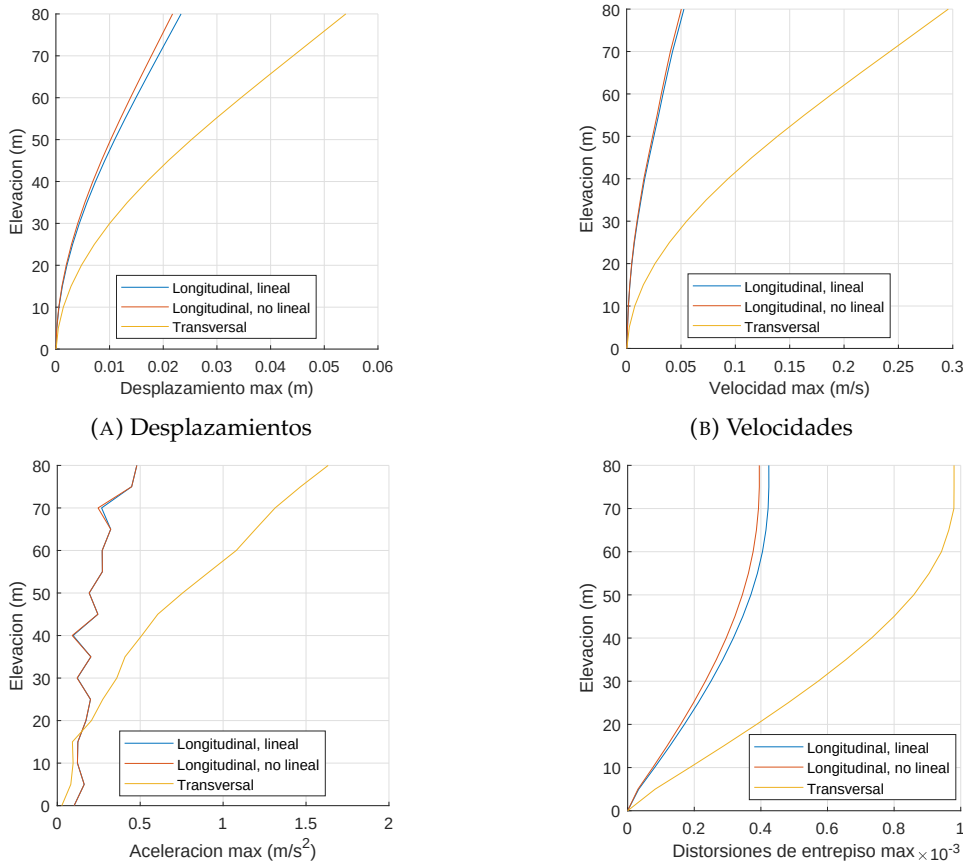
Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000, sin embargo, no se formaron articulaciones plásticas en el modelo, por lo que no se reportan dichos resultados ya que el modelo completo permanece en el rango elástico.

Los resultados muestran que el análisis que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre roca ocurre en la dirección transversal. Los resultados obtenidos son similares a los del modelo no lineal con base fija para todas las respuestas reportadas. Además, comparando los resultados de las aproximaciones de fuerzas en la dirección longitudinal, se observan resultados semejantes para todas las respuestas, es decir, que la función de fuerzas lineal presenta una buena aproximación de la función no lineal para el caso analizado.

12.2.8. Modelo no lineal sobre suelo denso

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base flexible con los parámetros correspondientes a suelo denso presentados en la Tabla 7.4. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además, se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. A continuación se presentan los resultados.

En la Figura 12.33 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima ocurre en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



(A) Desplazamientos

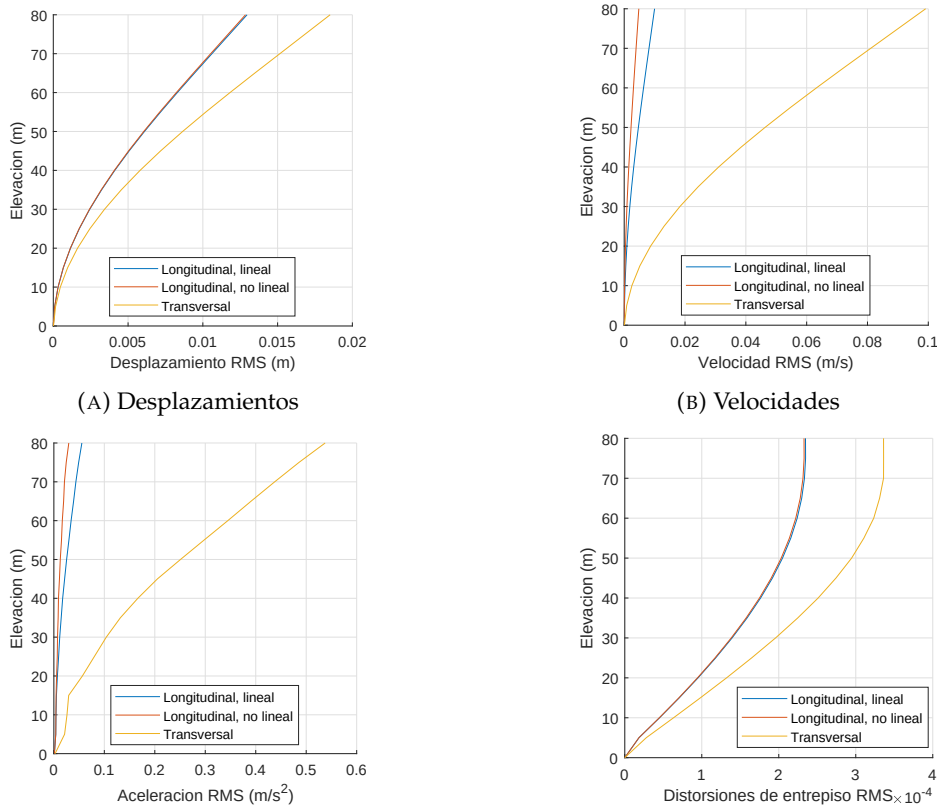
(B) Velocidades

(C) Aceleraciones

(D) Distorsiones

FIGURA 12.33: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo denso

En la Figura 12.34 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima ocurre en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.



(A) Desplazamientos

(B) Velocidades

(C) Aceleraciones

(D) Distorsiones

FIGURA 12.34: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo denso

En la Figura 12.35 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste. Los desplazamientos son mayores en la dirección transversal. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.

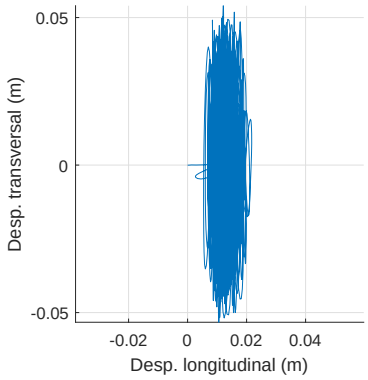
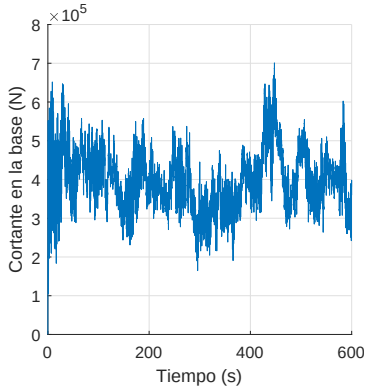
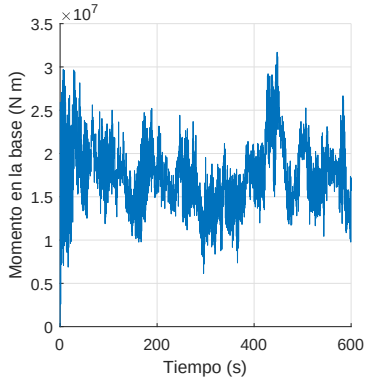


FIGURA 12.35: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal sobre suelo denso

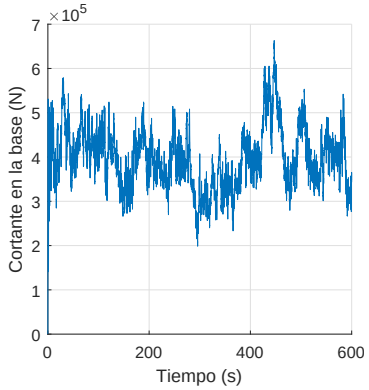
En la Figura 12.36 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en la Tabla 12.8 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



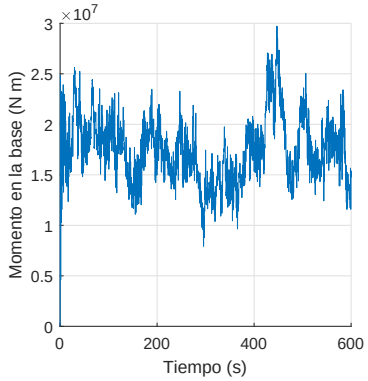
(A) Cortante, longitudinal, lineal



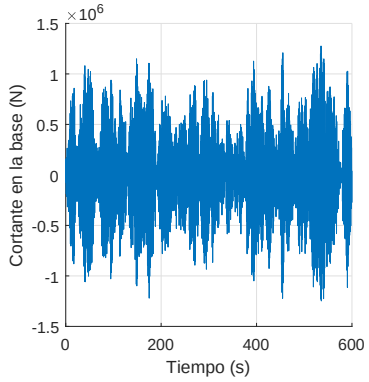
(B) Momento, longitudinal, lineal



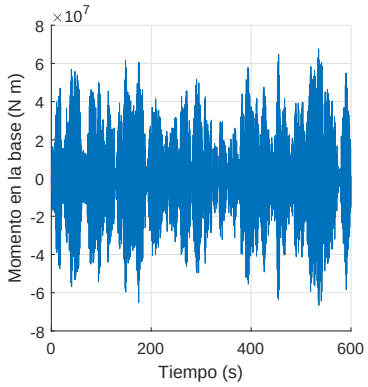
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 12.36: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso

TABLA 12.8: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	7.01E+05	4.05E+05	6.63E+05	4.03E+05	1.28E+06	4.30E+05
Momento (N m)	3.17E+07	1.79E+07	2.97E+07	1.77E+07	6.77E+07	2.31E+07

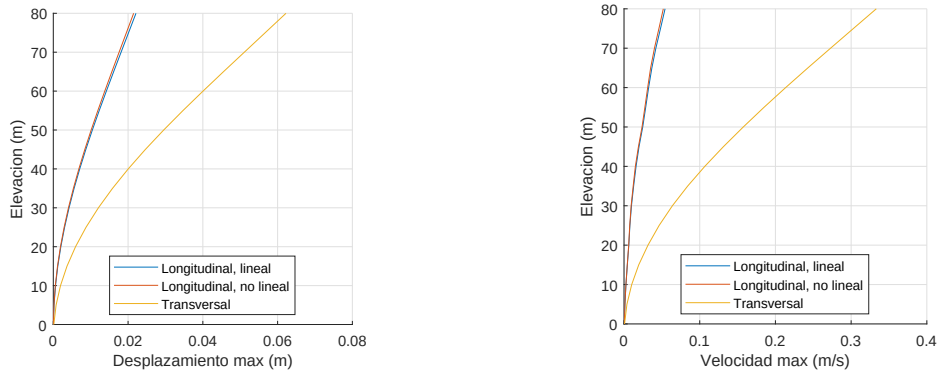
Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000, sin embargo, no se formaron articulaciones plásticas en el modelo, por lo que no se reportan dichos resultados ya que el modelo completo permanece en el rango elástico.

Los resultados muestran que el análisis que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre suelo denso ocurre en la dirección transversal. Los resultados obtenidos son similares a los del modelo no lineal con base fija para todas las respuestas reportadas. Además, comparando los resultados de las aproximaciones de fuerzas en la dirección longitudinal, se observan resultados semejantes para todas las respuestas, es decir, que la función de fuerzas lineal presenta una buena aproximación de la función no lineal para el caso analizado.

12.2.9. Modelo no lineal sobre suelo rígido

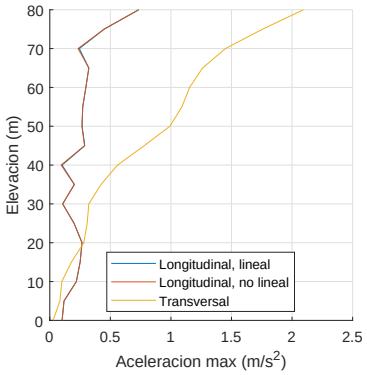
La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base flexible con los parámetros correspondientes a suelo rígido presentados en la Tabla 7.4. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además, se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. A continuación se presentan los resultados.

En la Figura 12.37 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima ocurre en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.

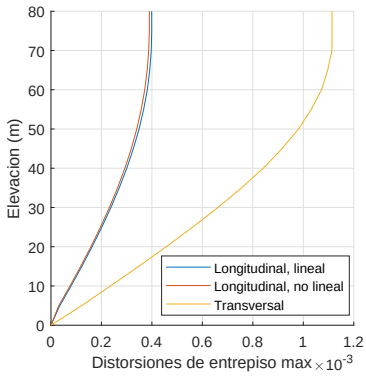


(A) Desplazamientos (B) Velocidades

FIGURA 12.37: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo rígido



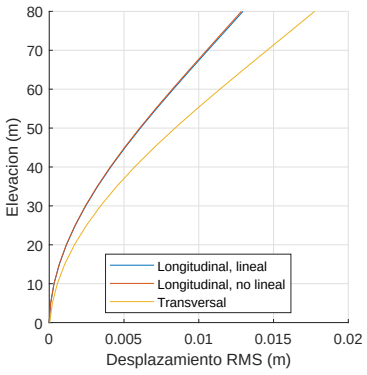
(C) Aceleraciones



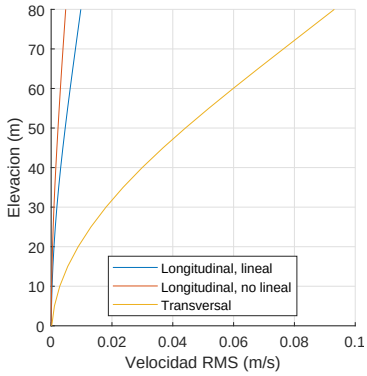
(D) Distorsiones

FIGURA 12.37: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo rígido (continuación)

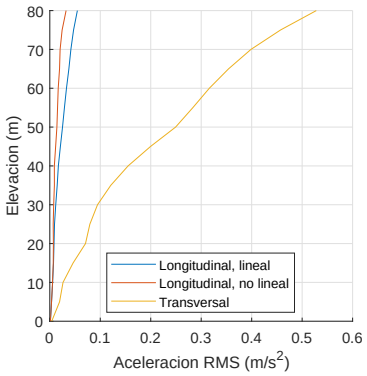
En la Figura 12.38 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, para todos los perfiles, la amplitud máxima ocurre en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.



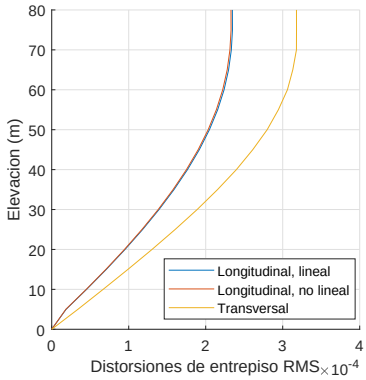
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



(C) Aceleraciones



(D) Distorsiones

FIGURA 12.38: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo rígido

En la Figura 12.39 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior

del fuste. Los desplazamientos son mayores en la dirección transversal. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.

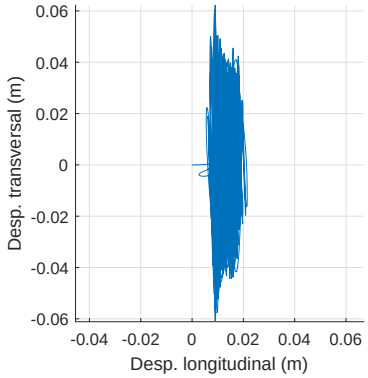
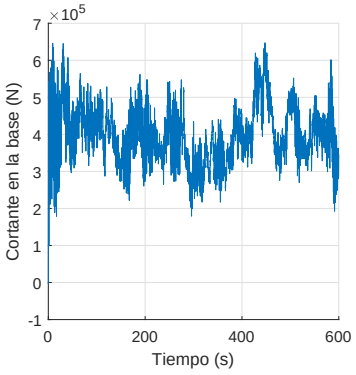
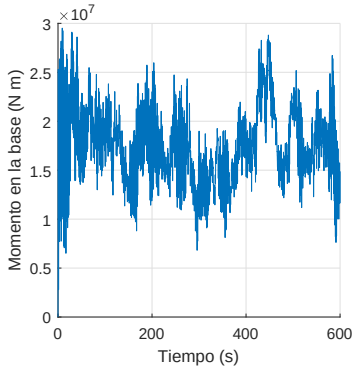


FIGURA 12.39: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal sobre suelo rígido

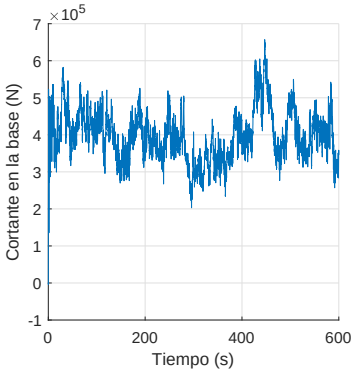
En la Figura 12.40 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en la Tabla 12.9 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



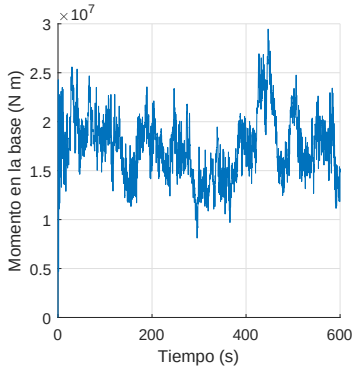
(A) Cortante, longitudinal, lineal



(B) Momento, longitudinal, lineal

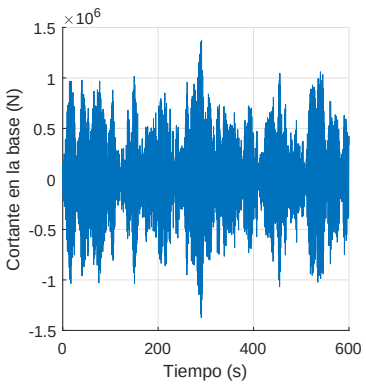


(C) Cortante, longitudinal, no lineal

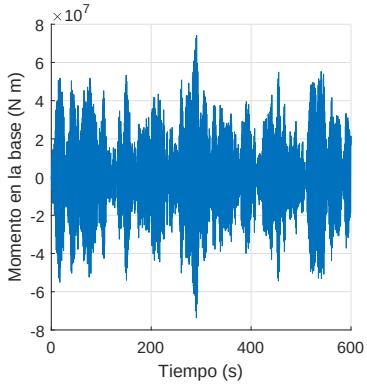


(D) Momento, longitudinal, no lineal

FIGURA 12.40: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 12.40: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido (continuación)

TABLA 12.9: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	6.47E+05	4.04E+05	6.57E+05	4.03E+05	1.37E+06	4.02E+05
Momento (N m)	2.95E+07	1.79E+07	2.95E+07	1.77E+07	7.41E+07	2.14E+07

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000, sin embargo, no se formaron articulaciones plásticas en el modelo, por lo que no se reportan dichos resultados ya que el modelo completo permanece en el rango elástico.

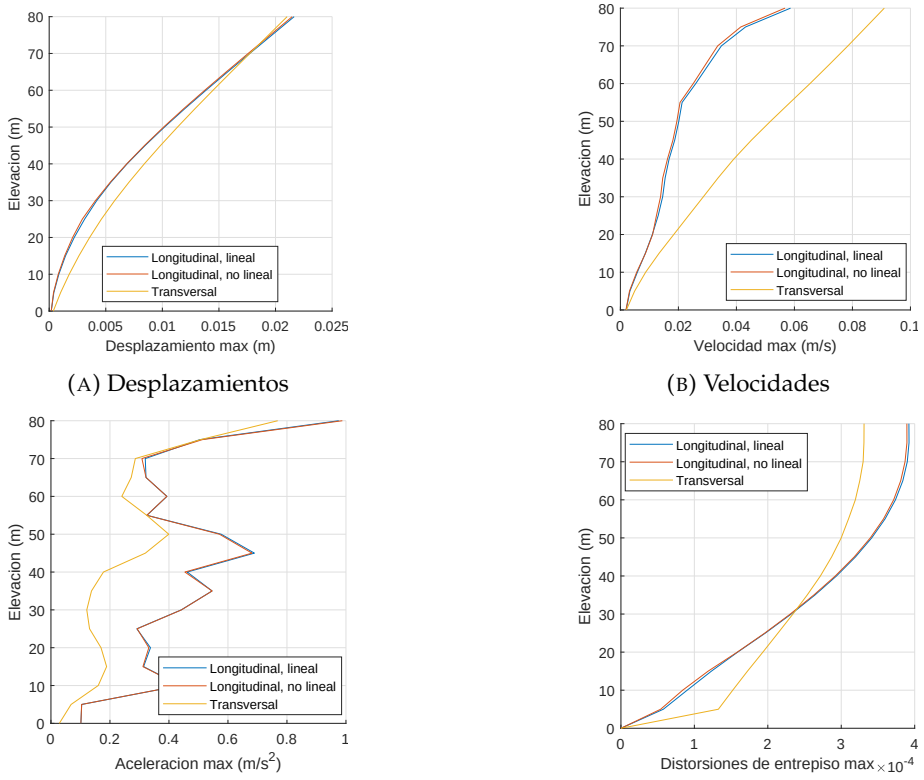
Los resultados muestran que el análisis que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre suelo rígido ocurre en la dirección transversal. Los resultados obtenidos son similares a los del modelo no lineal con base fija para todas las respuestas reportadas. Además, comparando los resultados de las aproximaciones de fuerzas en la dirección longitudinal, se observan resultados semejantes para todas las respuestas, es decir, que la función de fuerzas lineal presenta una buena aproximación de la función no lineal para el caso analizado.

12.2.10. Modelo no lineal sobre suelo blando

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base flexible con los parámetros correspondientes a suelo blando presentados en la Tabla 7.4. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además, se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. A continuación se presentan los resultados.

En la Figura 12.41 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, los desplazamientos, distorsiones y aceleraciones máximos se presentaron

en la dirección longitudinal, mientras la velocidad máxima en la transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



(A) Desplazamientos

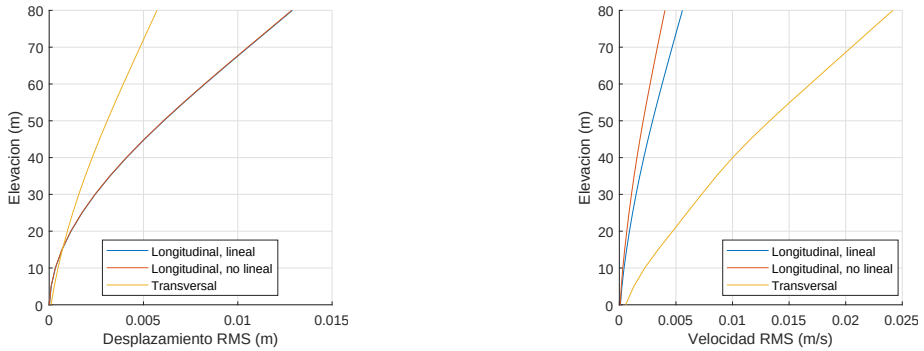
(B) Velocidades

(C) Aceleraciones

(D) Distorsiones

FIGURA 12.41: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo blando

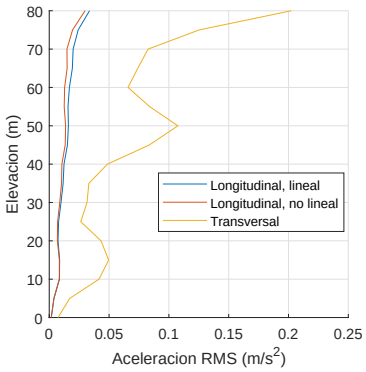
En la Figura 12.42 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Las máximas amplitudes de los perfiles coinciden con las observadas en los perfiles de respuesta máxima. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.



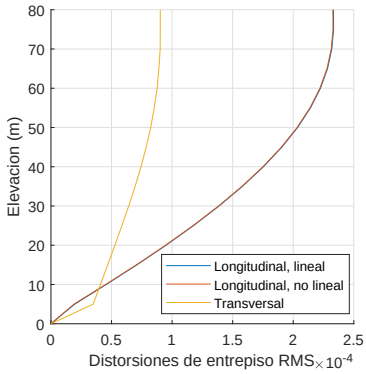
(A) Desplazamientos

(B) Velocidades

FIGURA 12.42: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo blando



(C) Aceleraciones



(D) Distorsiones

FIGURA 12.42: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo blando (continuación)

En la Figura 12.43 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste. Los desplazamientos máximos son similares en ambas direcciones. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.

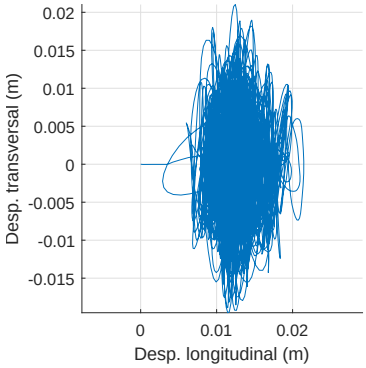
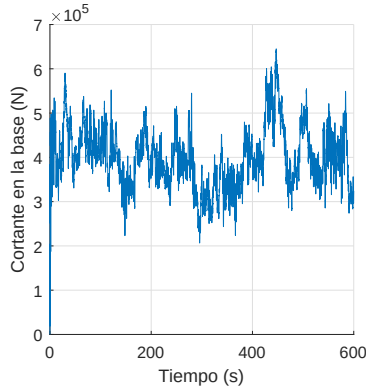
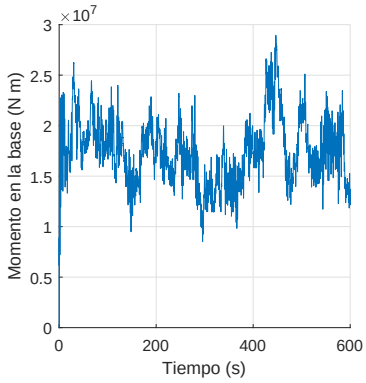


FIGURA 12.43: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal sobre suelo blando

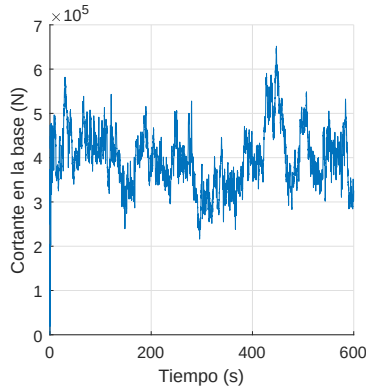
En la Figura 12.44 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en la Tabla 12.10 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



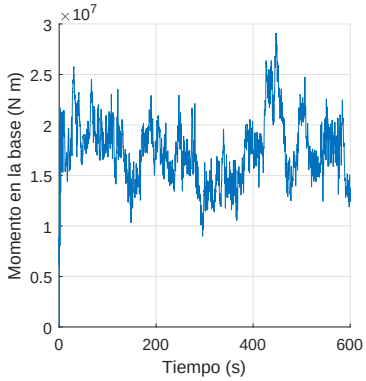
(A) Cortante, longitudinal, lineal



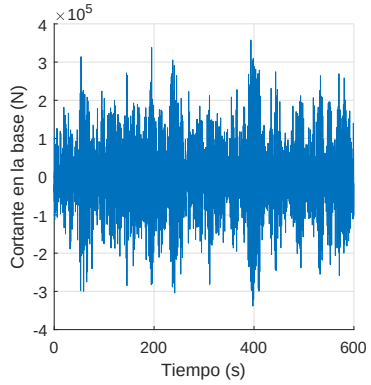
(B) Momento, longitudinal, lineal



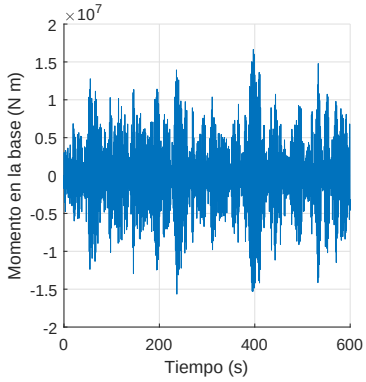
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 12.44: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000, sin embargo, no se formaron articulaciones plásticas en el modelo, por lo que no se reportan dichos resultados ya que el modelo completo permanece en el rango elástico.

Los resultados muestran que el análisis que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre suelo blando ocurre en la dirección

TABLA 12.10: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	6.45E+05	4.03E+05	6.52E+05	4.03E+05	3.58E+05	1.00E+05
Momento (N m)	2.89E+07	1.77E+07	2.91E+07	1.77E+07	1.66E+07	4.63E+06

longitudinal. Los resultados obtenidos son distintos a los del modelo no lineal con base fija ya que ahora la dirección longitudinal es la que produce la respuesta máxima. Además, comparando los resultados de las aproximaciones de fuerzas en la dirección longitudinal, se observan resultados semejantes para todas las respuestas, es decir, que la función de fuerzas lineal presenta una buena aproximación de la función no lineal para el caso analizado.

Capítulo 13

Control de la respuesta eólica con TMDs

Conocida la respuesta eólica de la estructura, se busca disminuir los desplazamientos y aceleraciones, para ello se dimensiona y realiza el análisis considerando un amortiguador de masas sintonizadas en la parte superior del fuste. A continuación se presenta el dimensionamiento y las propiedades dinámicas de la estructura con el amortiguador.

13.1. Dimensionamiento y propiedades dinámicas

En el Capítulo 9 se presenta el dimensionamiento y propiedades dinámicas de la estructura colocando un TMD en la parte superior del fuste. En esta sección se emplean los modelos elaborados en dicho capítulo para obtener la respuesta dinámica con control de la estructura.

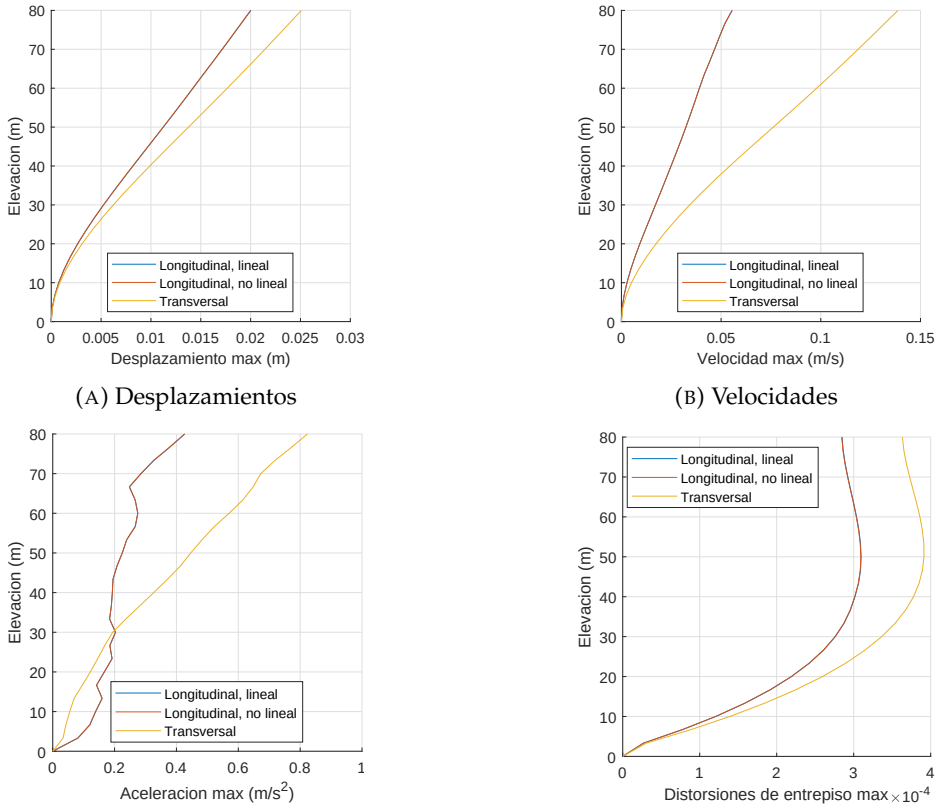
13.2. Respuesta dinámica

Se realizo el análisis dinámico paso a paso de la estructura considerando el dispositivo de control, la estructura se sometió a las acciones presentadas en Capítulo 12. Se realizaron cuatro modelos: dos elásticos lineales y dos considerando no linealidad del material, de cada par de modelos, uno supone la cimentación sobre suelo rígido y el segundo considera la flexibilidad de la cimentación en cuatro tipos distintos de suelos. La respuesta se obtuvo empleando el método RK6-I con cuadraturas rectangulares.

13.2.1. Modelo elástico con base fija

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base fija con un TMD. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además, se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo discreto de las vigas acopladas con base fija sin el TMD. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

En la Figura 13.1 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima ocurre en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



(A) Desplazamientos

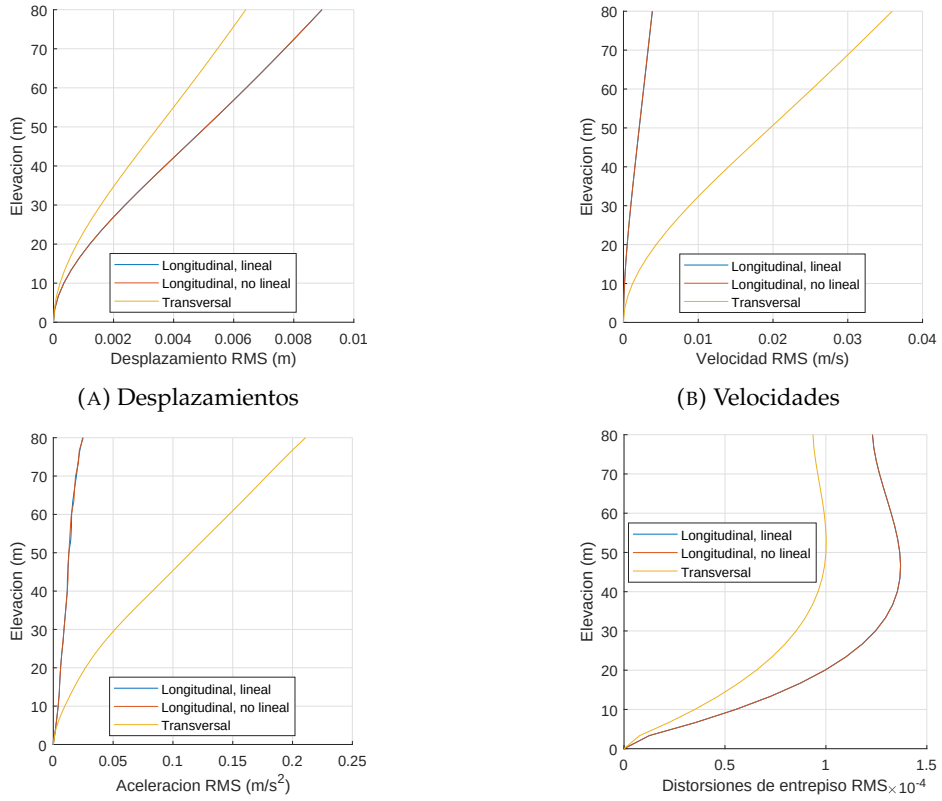
(B) Velocidades

(C) Aceleraciones

(D) Distorsiones

FIGURA 13.1: Respuestas máximas del modelo elástico con base fija y un TMD

En la Figura 13.2 se muestran los perfiles de respuestas RMS. El desplazamiento y distorsión máxima se observan en la dirección longitudinal, mientras la velocidad y aceleración en la transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.



(A) Desplazamientos

(B) Velocidades

(C) Aceleraciones

(D) Distorsiones

FIGURA 13.2: Respuestas RMS del modelo elástico con base fija y un TMD

En la Figura 13.3 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste. Los desplazamientos máximos son similares en ambas direcciones. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.

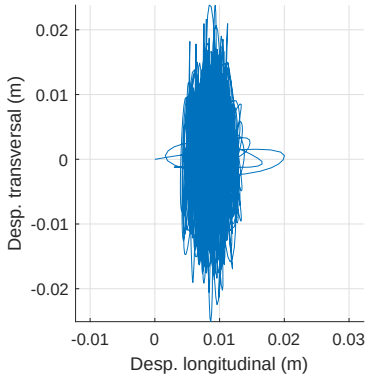
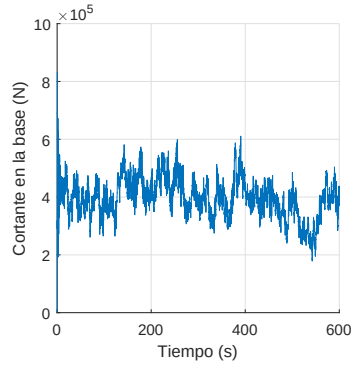


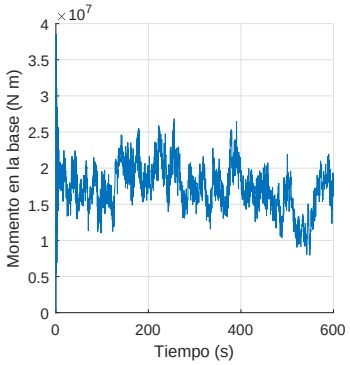
FIGURA 13.3: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico con base fija y un TMD

En la Figura 13.4 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en la Tabla 13.1 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos

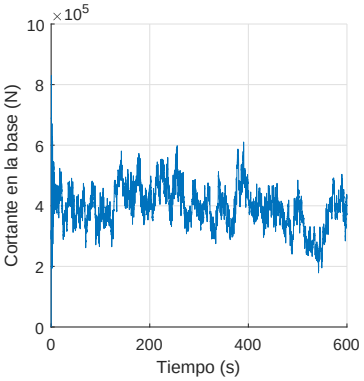
mecánicos en la base.



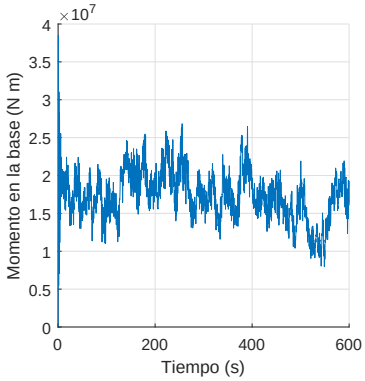
(A) Cortante, longitudinal, lineal



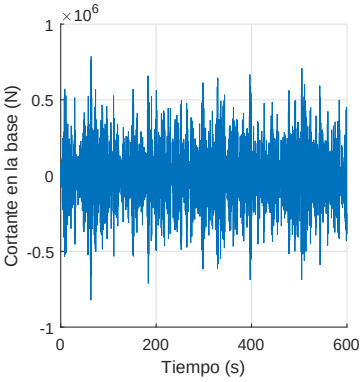
(B) Momento, longitudinal, lineal



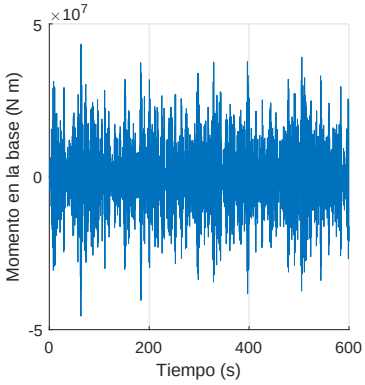
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 13.4: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija y un TMD

TABLA 13.1: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija y un TMD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	8.31E+05	4.04E+05	8.30E+05	4.04E+05	8.21E+05	2.06E+05
Momento (N m)	3.85E+07	1.76E+07	3.85E+07	1.76E+07	4.56E+07	1.15E+07

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 13.2.

TABLA 13.2: Disminución de la respuesta del modelo elástico con base fija y un TMD

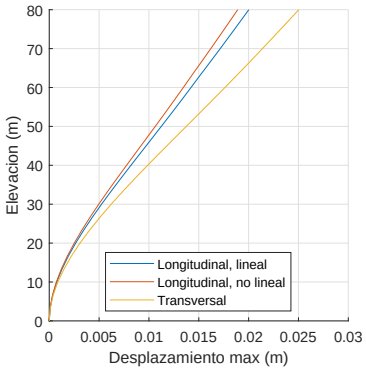
	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	0.98 %	1.11 %	0.91 %	1.11 %	54.00 %	48.02 %
Velocidad	51.54 %	0.81 %	50.46 %	0.80 %	52.89 %	48.67 %
Aceleración	47.15 %	0.78 %	45.82 %	0.78 %	50.25 %	46.16 %
Distorsión	1.03 %	1.14 %	0.97 %	1.14 %	54.00 %	48.38 %
Cortante	0.50 %	1.00 %	0.47 %	1.00 %	53.20 %	46.45 %
Momento	0.85 %	1.11 %	0.79 %	1.10 %	53.93 %	47.28 %

Los resultados obtenidos muestran que el análisis que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está empotrada ocurre en la dirección longitudinal. En comparación con la respuesta obtenida sin control considerando que la cimentación está empotrada, las demandas disminuyen en todos los casos, y la respuesta en la dirección transversal, que es la que mayores demandas produce en el modelo sin control, presenta la mayor disminución. Se observa que el control en la dirección longitudinal es menor que en la transversal. Además, se aprecia que ambas aproximaciones de la función de fuerzas en la dirección longitudinal producen resultados semejantes. En resumen, para el modelo de la chimenea, considerando que la cimentación está empotrada, un TMD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta en ambas direcciones cuando la excitación es eólica.

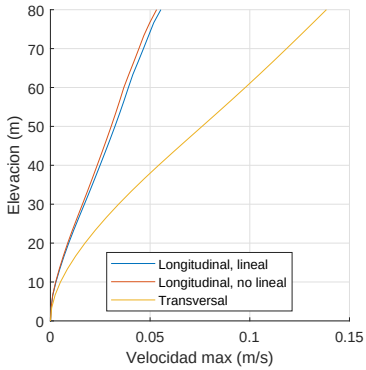
13.2.2. Modelo elástico sobre roca

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible con los parámetros correspondientes a roca presentados en la Tabla 7.4, con un TMD. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo discreto de las vigas acopladas sobre roca sin el TMD. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

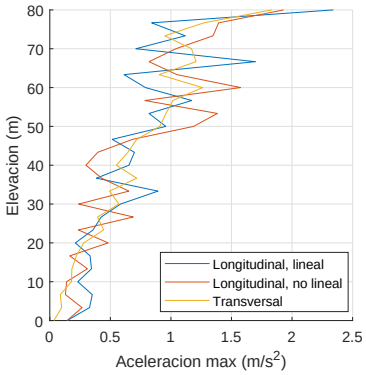
En la Figura 13.5 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se ocurre en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



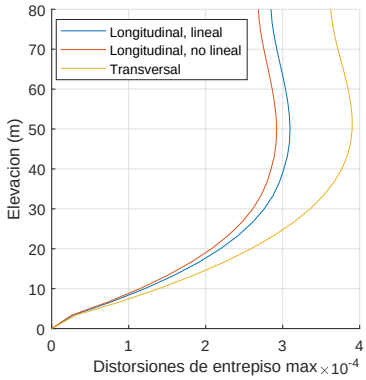
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



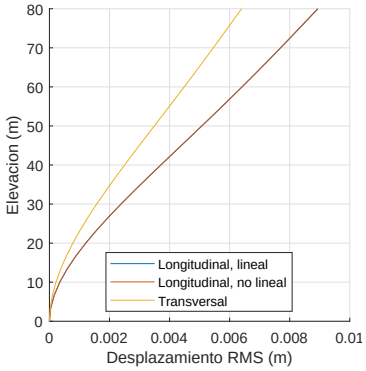
(C) Aceleraciones



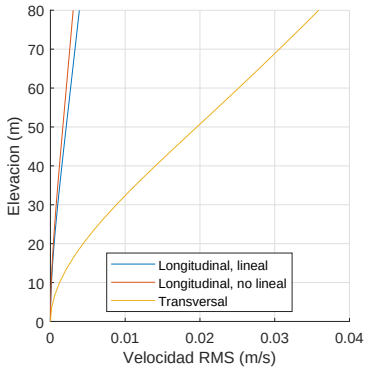
(D) Distorsiones

FIGURA 13.5: Respuestas máximas del modelo elástico sobre roca con un TMD

En la Figura 13.6 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Se aprecia que la amplitud máxima de la velocidad ocurre en la dirección transversal, mientras para el resto de respuestas en la longitudinal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.

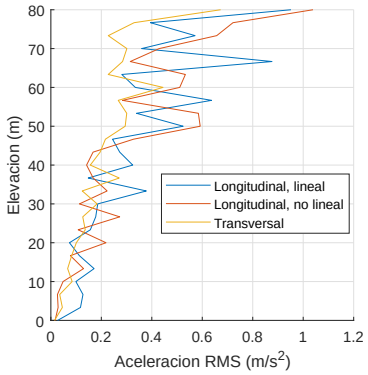


(A) Desplazamientos

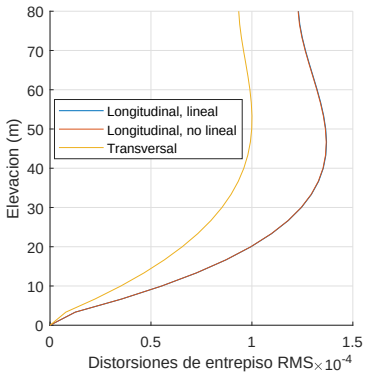


(B) Velocidades

FIGURA 13.6: Respuestas RMS del modelo elástico sobre roca con un TMD



(C) Aceleraciones



(D) Distorsiones

FIGURA 13.6: Respuestas RMS del modelo elástico sobre roca con un TMD (continuación)

En la Figura 13.7 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste. Los desplazamientos máximos son similares en ambas direcciones. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.

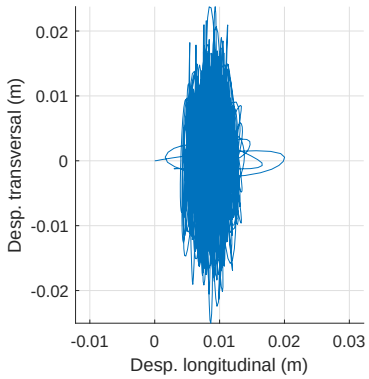
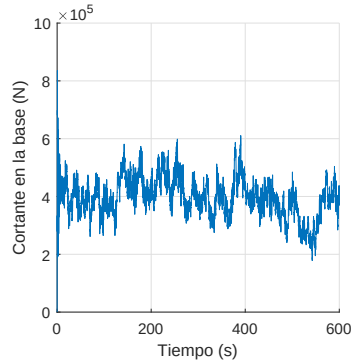
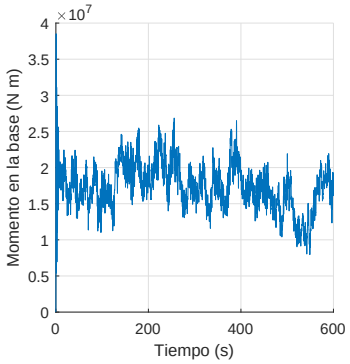


FIGURA 13.7: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico sobre roca y un TMD

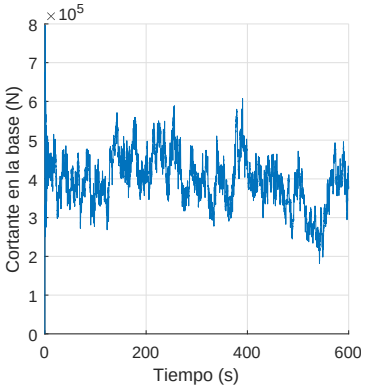
En la Figura 13.8 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en la Tabla 13.3 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



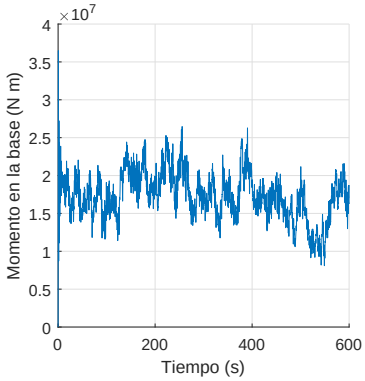
(A) Cortante, longitudinal, lineal



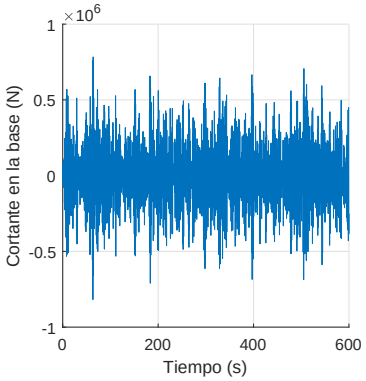
(B) Momento, longitudinal, lineal



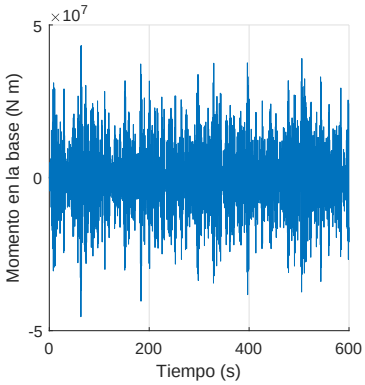
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 13.8: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca y un TMD

TABLA 13.3: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca y un TMD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	8.36E+05	4.04E+05	7.96E+05	4.03E+05	8.18E+05	2.06E+05
Momento (N m)	3.85E+07	1.76E+07	3.65E+07	1.76E+07	4.54E+07	1.15E+07

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 13.4.

TABLA 13.4: Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre roca y un TMD

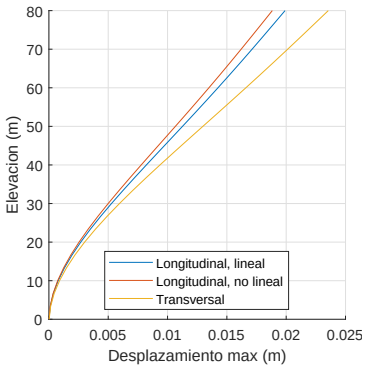
	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	1.00 %	1.12 %	0.11 %	1.10 %	53.96 %	47.95 %
Velocidad	51.92 %	0.82 %	20.03 %	0.79 %	52.84 %	48.70 %
Aceleración	-2.89 %	5.93 %	4.24 %	6.58 %	69.21 %	59.01 %
Distorsión	1.06 %	1.14 %	0.11 %	1.13 %	53.96 %	48.32 %
Cortante	0.51 %	0.99 %	0.05 %	0.94 %	53.15 %	46.00 %
Momento	0.86 %	1.10 %	0.09 %	1.08 %	53.89 %	47.21 %

Los resultados obtenidos muestran que el análisis que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre roca ocurre en la dirección transversal. En comparación con la respuesta obtenida sin control considerando que la cimentación está sobre roca, las demandas disminuyen en casi todos los casos, y la respuesta en la dirección transversal, que es la que mayores demandas produce en el modelo sin control, presenta la mayor disminución. Se observa que el control en la dirección longitudinal es menor que en la transversal. Además, se aprecia que ambas aproximaciones de la función de fuerzas en la dirección longitudinal producen resultados semejantes. En resumen, para el modelo de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre roca, un TMD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta en ambas direcciones cuando la excitación es eólica.

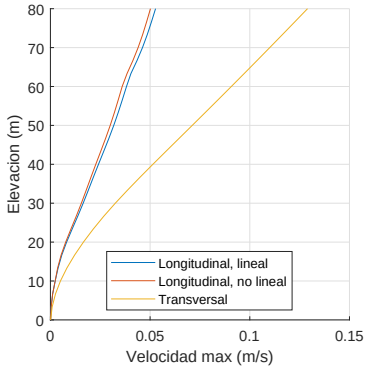
13.2.3. Modelo elástico sobre suelo denso

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible con los parámetros correspondientes a suelo denso presentados en la Tabla 7.4, con un TMD. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además, se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo discreto de las vigas acopladas sobre suelo denso sin el TMD. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

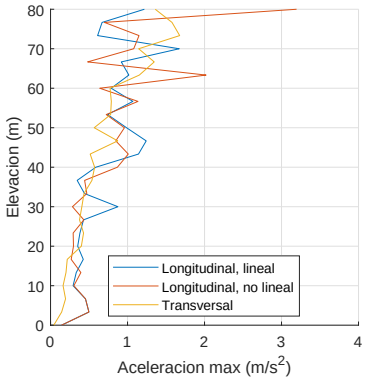
En la Figura 13.9 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles con excepción de la aceleración, la respuesta máxima se presentó en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



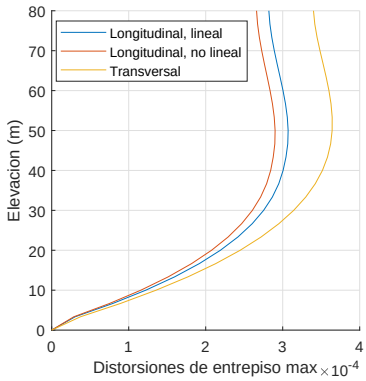
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



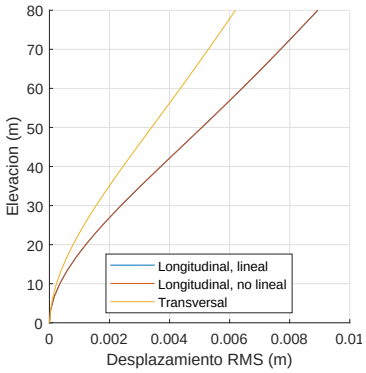
(C) Aceleraciones



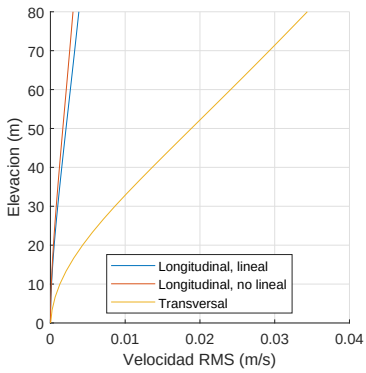
(D) Distorsiones

FIGURA 13.9: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo denso con un TMD

En la Figura 13.10 se muestran los perfiles de respuestas RMS. El desplazamiento, distorsión y aceleración máximo ocurren en la dirección longitudinal, mientras la aceleración en la transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.

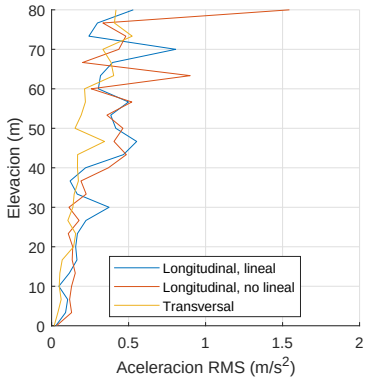


(A) Desplazamientos

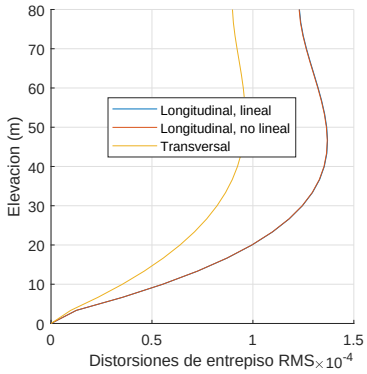


(B) Velocidades

FIGURA 13.10: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo denso con un TMD



(C) Aceleraciones



(D) Distorsiones

FIGURA 13.10: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo denso con un TMD (continuación)

En la Figura 13.11 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste. Los desplazamientos máximos son similares en ambas direcciones. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.

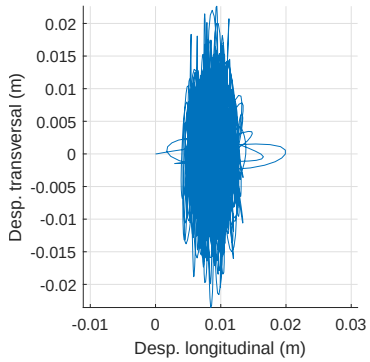
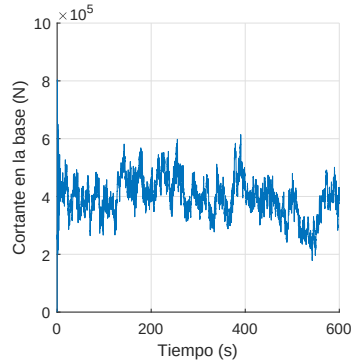
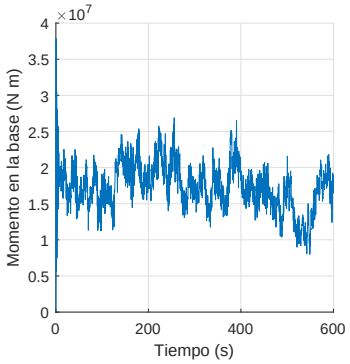


FIGURA 13.11: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico sobre suelo denso y un TMD

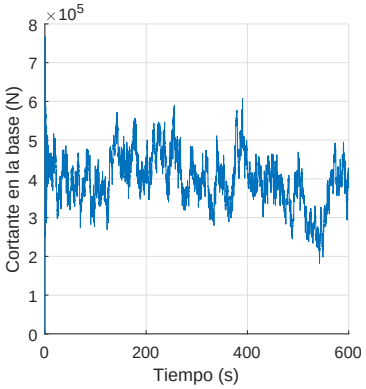
En la Figura 13.12 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en la Tabla 13.5 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



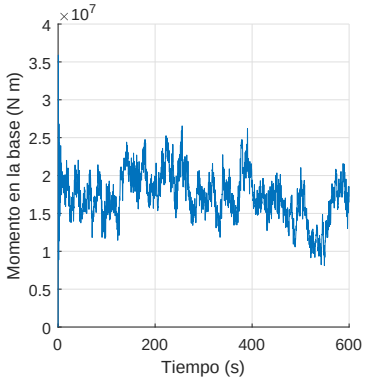
(A) Cortante, longitudinal, lineal



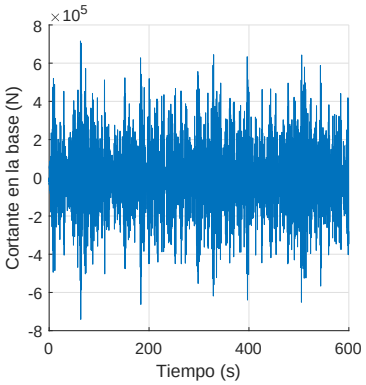
(B) Momento, longitudinal, lineal



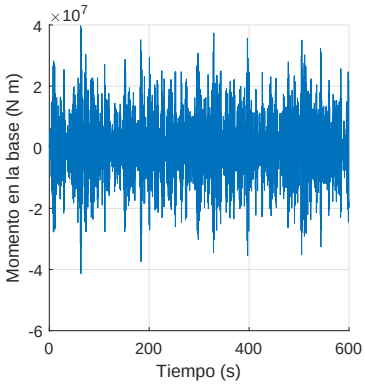
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 13.12: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso y un TMD

TABLA 13.5: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso y un TMD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	8.04E+05	4.03E+05	7.67E+05	4.03E+05	7.41E+05	1.95E+05
Momento (N m)	3.78E+07	1.76E+07	3.59E+07	1.76E+07	4.13E+07	1.08E+07

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 13.6.

TABLA 13.6: Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo denso y un TMD

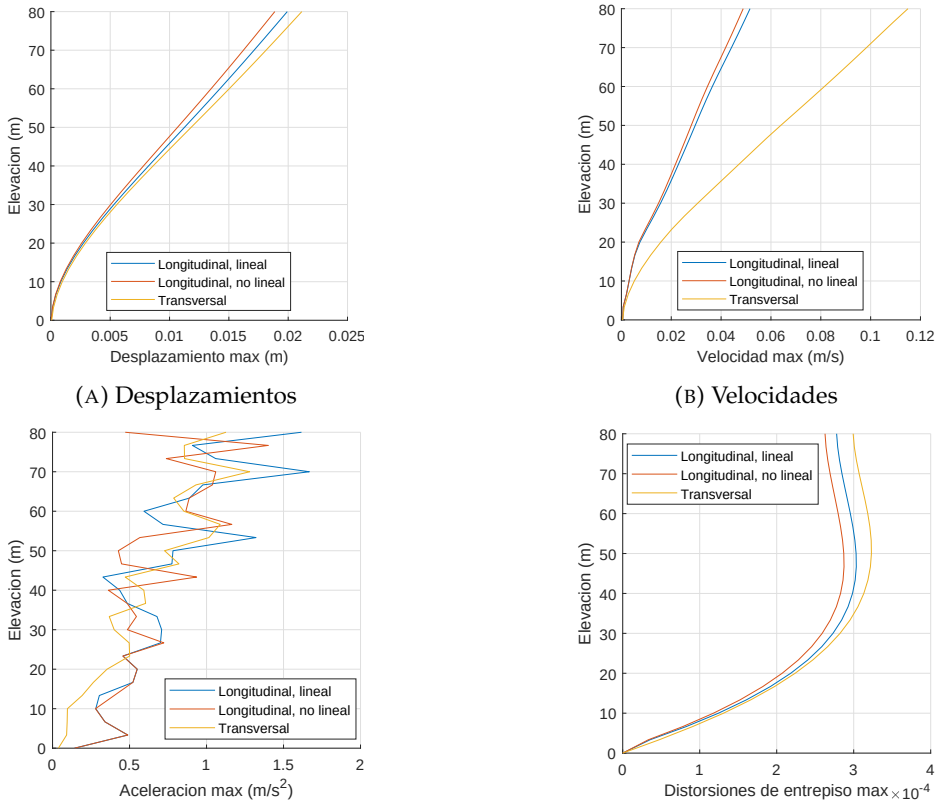
	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	1.49 %	1.13 %	0.12 %	1.11 %	58.85 %	52.20 %
Velocidad	59.16 %	0.85 %	21.37 %	0.82 %	57.63 %	51.42 %
Aceleración	5.60 %	4.26 %	-27.72 %	-18.69 %	62.42 %	54.67 %
Distorsión	1.56 %	1.13 %	0.12 %	1.12 %	58.86 %	52.37 %
Cortante	0.72 %	0.98 %	0.06 %	0.93 %	57.98 %	50.74 %
Momento	1.21 %	1.08 %	0.10 %	1.06 %	58.80 %	51.96 %

Los resultados obtenidos muestran que el análisis que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre suelo denso ocurre en la dirección longitudinal. En comparación con la respuesta obtenida sin control considerando que la cimentación está sobre suelo denso, las demandas disminuyen en casi todos los casos, y la respuesta en la dirección transversal, que es la que mayores demandas produce en el modelo sin control, presenta la mayor disminución. Se observa que el control en la dirección longitudinal es menor que en la transversal. Además, se aprecia que ambas aproximaciones de la función de fuerzas en la dirección longitudinal producen resultados semejantes. En resumen, para el modelo de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo denso, un TMD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta en ambas direcciones cuando la excitación es eólica.

13.2.4. Modelo elástico sobre suelo rígido

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible con los parámetros correspondientes a suelo rígido presentados en la Tabla 7.4, con un TMD. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo discreto de las vigas acopladas sobre suelo rígido sin el TMD. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

En la Figura 13.13 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles con excepción de la aceleración, la respuesta máxima se presentó en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



(A) Desplazamientos

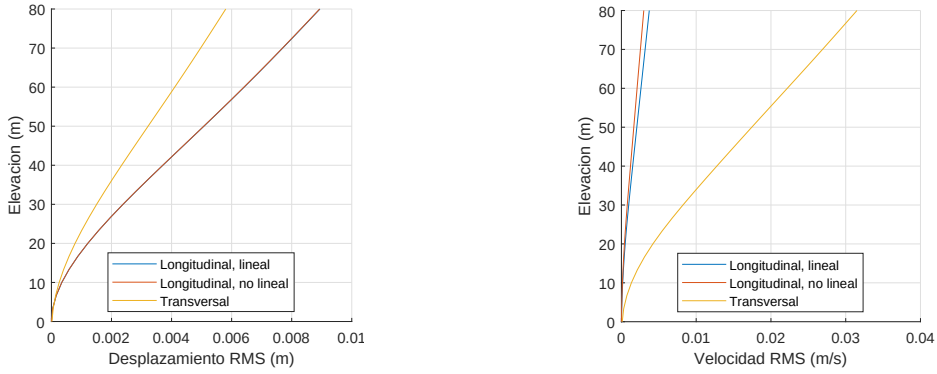
(B) Velocidades

(C) Aceleraciones

(D) Distorsiones

FIGURA 13.13: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo rígido con un TMD

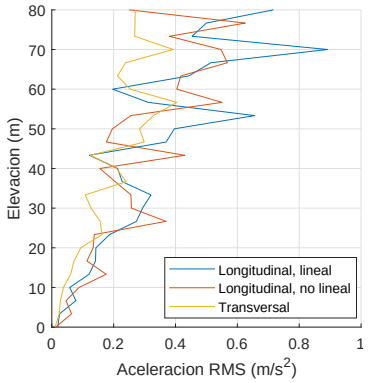
En la Figura 13.14 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Se aprecia que la respuesta máxima de desplazamiento, distorsión y aceleración ocurre en la dirección longitudinal, mientras para la velocidad en la transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.



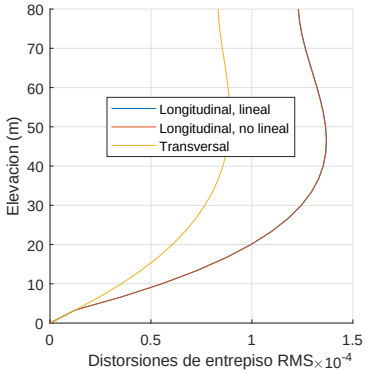
(A) Desplazamientos

(B) Velocidades

FIGURA 13.14: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo rígido con un TMD



(C) Aceleraciones



(D) Distorsiones

FIGURA 13.14: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo rígido con un TMD (continuación)

En la Figura 13.15 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste. Los desplazamientos máximos son similares en ambas direcciones. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.

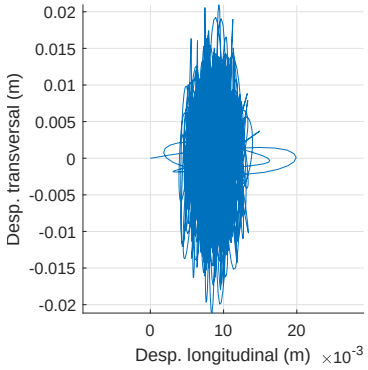
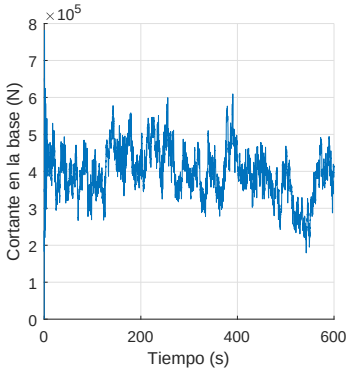
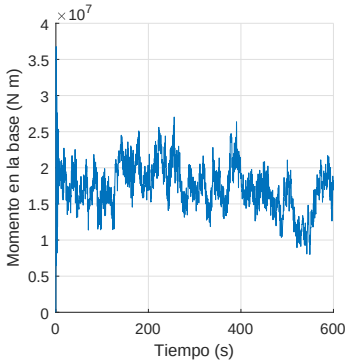


FIGURA 13.15: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico sobre suelo rígido y un TMD

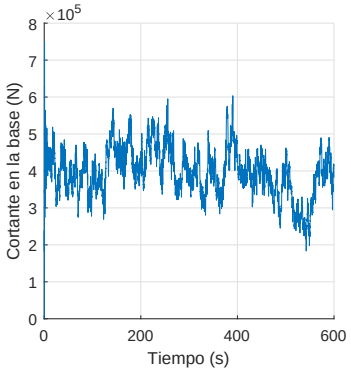
En la Figura 13.16 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en la Tabla 13.7 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



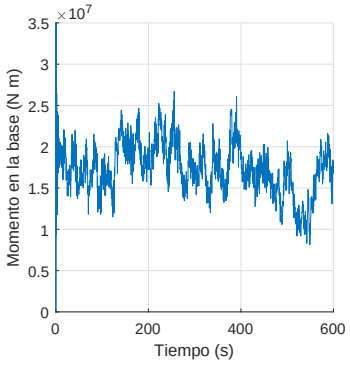
(A) Cortante, longitudinal, lineal



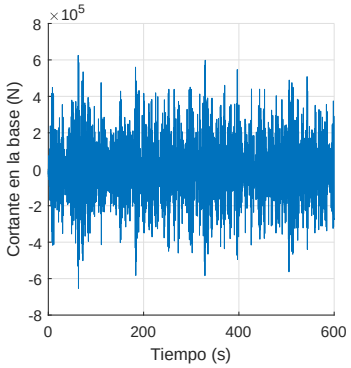
(B) Momento, longitudinal, lineal



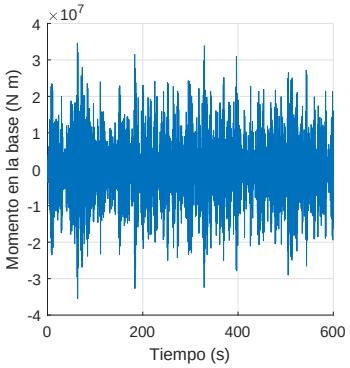
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 13.16: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido y un TMD

TABLA 13.7: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido y un TMD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	7.82E+05	4.03E+05	7.49E+05	4.03E+05	6.53E+05	1.76E+05
Momento (N m)	3.68E+07	1.76E+07	3.50E+07	1.76E+07	3.55E+07	9.63E+06

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 13.8.

TABLA 13.8: Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo rígido y un TMD

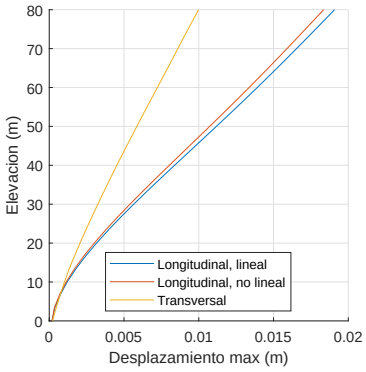
	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	1.25 %	1.11 %	0.12 %	1.10 %	59.16 %	53.40 %
Velocidad	55.68 %	0.94 %	21.26 %	0.93 %	57.81 %	52.64 %
Aceleración	-13.28 %	-7.32 %	-8.48 %	0.74 %	67.59 %	58.14 %
Distorsión	1.28 %	1.11 %	0.12 %	1.10 %	59.20 %	53.66 %
Cortante	0.54 %	0.91 %	0.05 %	0.87 %	57.85 %	51.95 %
Momento	0.91 %	1.03 %	0.09 %	1.01 %	59.12 %	53.18 %

Los resultados obtenidos muestran que el análisis que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre suelo rígido ocurre en la dirección longitudinal. En comparación con la respuesta obtenida sin control considerando que la cimentación está sobre suelo rígido, las demandas disminuyen en casi todos los casos, y la respuesta en la dirección transversal, que es la que mayores demandas produce en el modelo sin control, presenta la mayor disminución. Se observa que el control en la dirección longitudinal es menor que en la transversal. Además, se aprecia que ambas aproximaciones de la función de fuerzas en la dirección longitudinal producen resultados semejantes. En resumen, para el modelo de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo rígido, un TMD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta en ambas direcciones cuando la excitación es eólica.

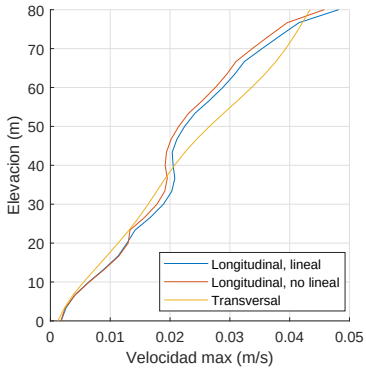
13.2.5. Modelo elástico sobre suelo blando

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible con los parámetros correspondientes a suelo blando presentados en la Tabla 7.4, con un TMD. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo discreto de las vigas acopladas sobre suelo blando sin el TMD. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

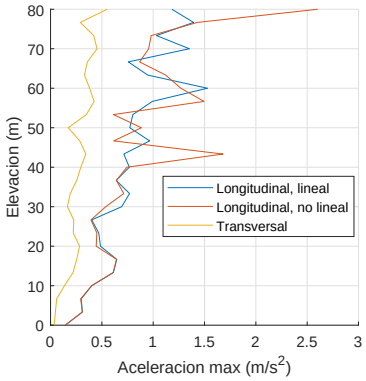
En la Figura 13.17 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que el registro de SCT produce las mayores demandas de desplazamiento y distorsión, mientras que, Villita Corona las de velocidad y aceleración. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al registro.



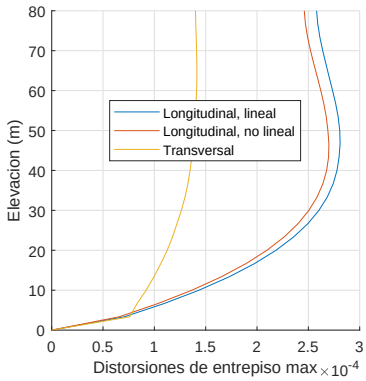
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



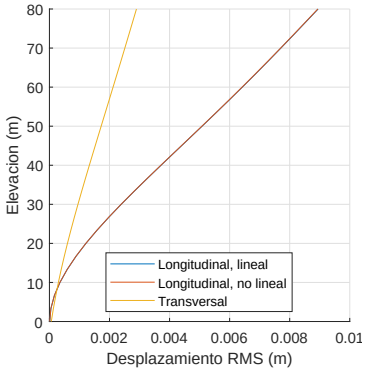
(C) Aceleraciones



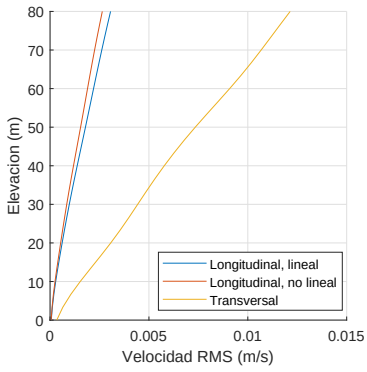
(D) Distorsiones

FIGURA 13.17: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo blando con un TMD

En la Figura 13.18 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Similar a las respuestas máximas, el registro de SCT produce las mayores amplitudes de desplazamiento y distorsión, mientras que, Villita Corona las de velocidad y aceleración. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al registro.

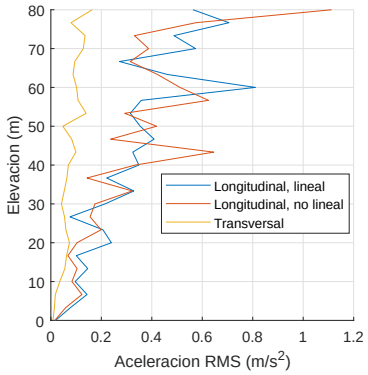


(A) Desplazamientos

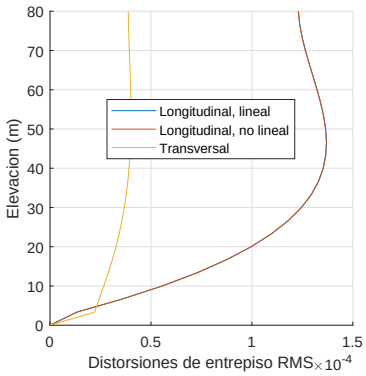


(B) Velocidades

FIGURA 13.18: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo blando con un TMD



(A) Aceleraciones



(B) Distorsiones

FIGURA 13.19: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo blando con un TMD (continuación)

En la Figura 13.20 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste. Los desplazamientos son mayores en la dirección longitudinal. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.

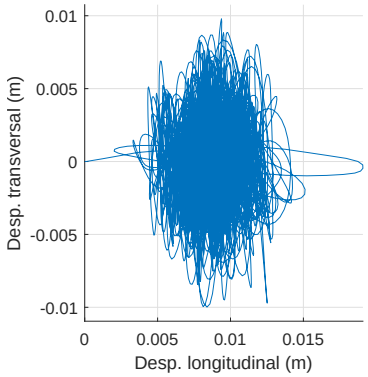
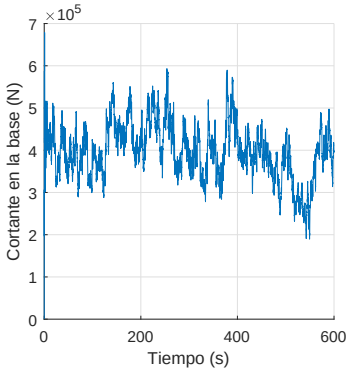
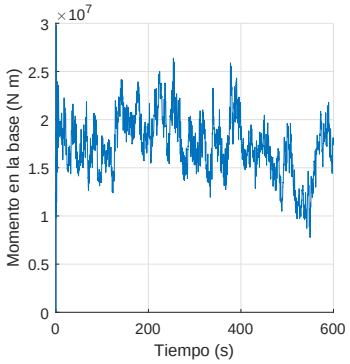


FIGURA 13.20: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico sobre suelo blando y un TMD

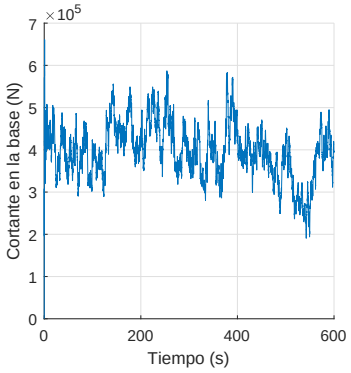
En la Figura 13.21 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en la Tabla 13.9 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



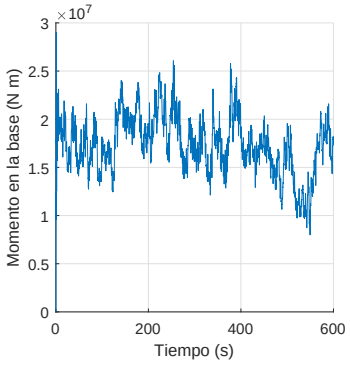
(A) Cortante, longitudinal, lineal



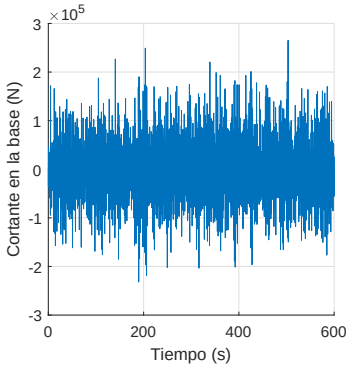
(B) Momento, longitudinal, lineal



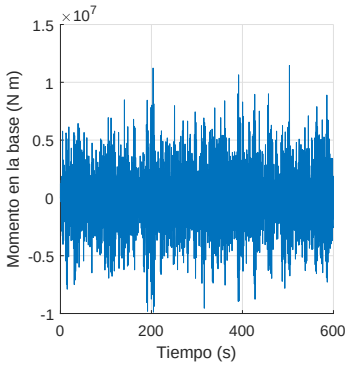
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 13.21: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo blando y un TMD

TABLA 13.9: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo blando y un TMD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	6.79E+05	4.03E+05	6.61E+05	4.03E+05	2.65E+05	6.72E+04
Momento (N m)	2.98E+07	1.76E+07	2.90E+07	1.76E+07	1.15E+07	3.01E+06

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 13.10.

TABLA 13.10: Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo blando y un TMD

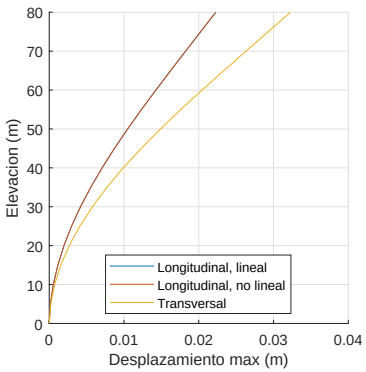
	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	0.42 %	1.09 %	0.13 %	1.11 %	38.52 %	44.61 %
Velocidad	30.87 %	0.73 %	16.91 %	0.75 %	35.25 %	37.76 %
Aceleración	3.17 %	5.57 %	-12.78 %	-29.00 %	22.11 %	17.25 %
Distorsión	0.40 %	1.06 %	0.12 %	1.09 %	38.74 %	43.82 %
Cortante	0.06 %	0.63 %	0.02 %	0.66 %	29.32 %	32.12 %
Momento	0.10 %	0.71 %	0.03 %	0.71 %	36.91 %	39.15 %

Los resultados obtenidos muestran que el análisis que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre suelo blando ocurre en la dirección longitudinal. En comparación con la respuesta obtenida sin control considerando que la cimentación está sobre suelo blando, las demandas disminuyen en casi todos los casos, y la respuesta en la dirección longitudinal, que es la que mayores demandas produce en el modelo sin control, presenta disminución con ambas aproximaciones de la función de fuerzas. Se observa que el control en la dirección longitudinal es menor que en la transversal. Además, se aprecia que ambas aproximaciones de la función de fuerzas en la dirección longitudinal producen resultados semejantes. En resumen, para el modelo de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo blando, un TMD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta en ambas direcciones cuando la excitación es eólica.

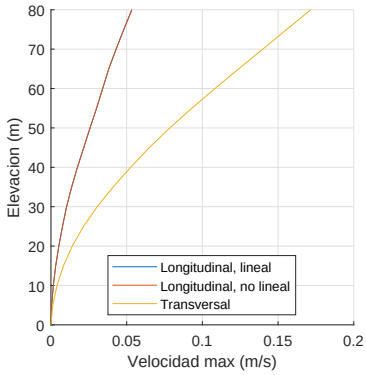
13.2.6. Modelo no lineal con base fija

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base fija y un TMD. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. También se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. Además, se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo no lineal con base fija sin el TMD. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

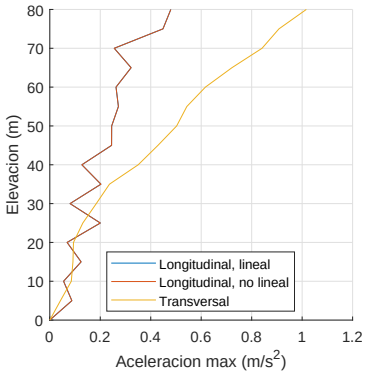
En la Figura 13.22 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



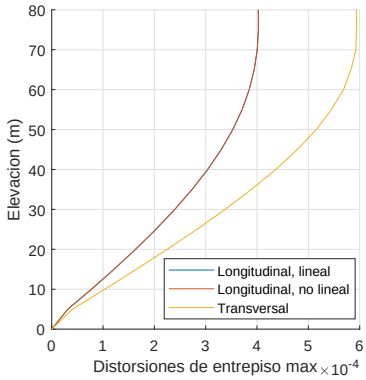
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



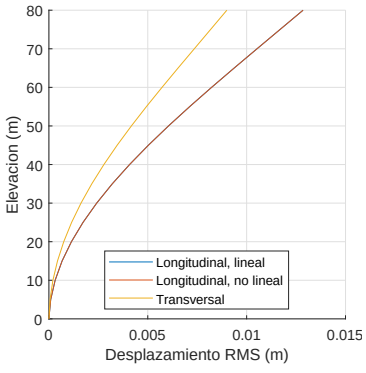
(C) Aceleraciones



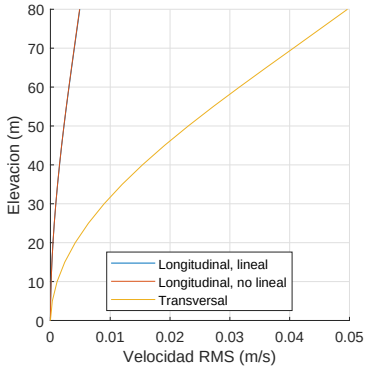
(D) Distorsiones

FIGURA 13.22: Respuestas máximas del modelo no lineal con base fija y un TMD

En la Figura 13.23 se muestran los perfiles de respuestas RMS. La mayor amplitud en la velocidad y aceleración ocurren en la dirección transversal, mientras para el resto de las respuestas en la dirección longitudinal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.

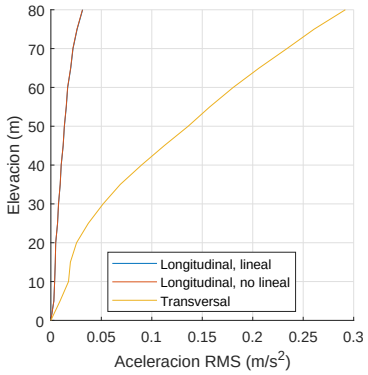


(A) Desplazamientos

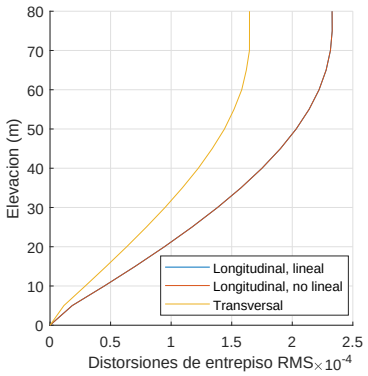


(B) Velocidades

FIGURA 13.23: Respuestas RMS del modelo no lineal con base fija y un TMD



(C) Aceleraciones



(D) Distorsiones

FIGURA 13.23: Respuestas RMS del modelo no lineal con base fija y un TMD (continuación)

En la Figura 13.24 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste. Los desplazamientos son mayores en la dirección transversal. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.

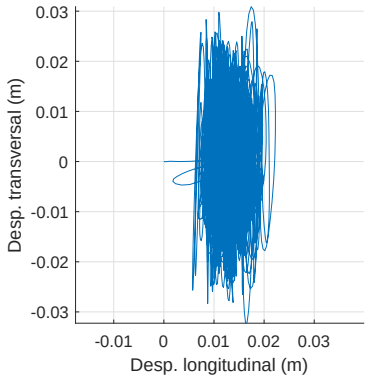
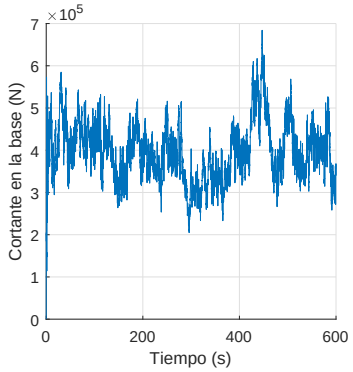
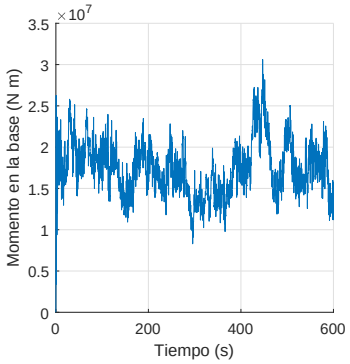


FIGURA 13.24: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal con base fija y un TMD

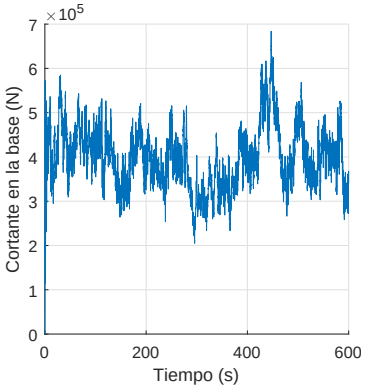
En la Figura 13.25 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en la Tabla 13.11 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



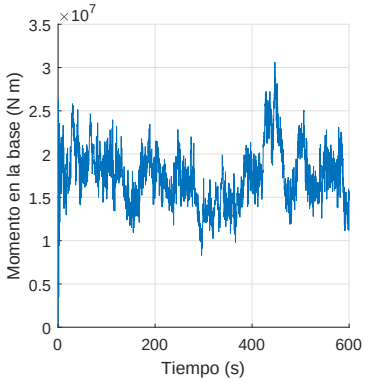
(A) Cortante, longitudinal, lineal



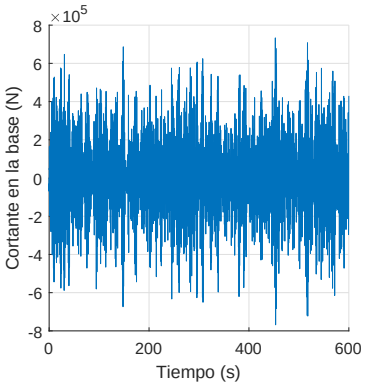
(B) Momento, longitudinal, lineal



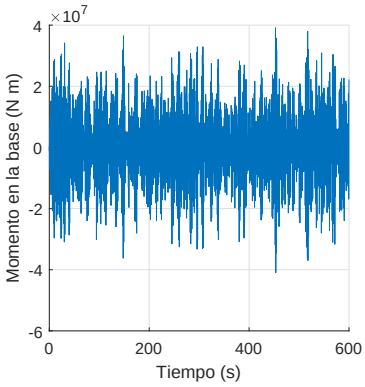
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 13.25: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija y un TMD

TABLA 13.11: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija y un TMD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	6.84E+05	4.03E+05	6.84E+05	4.03E+05	7.68E+05	2.18E+05
Momento (N m)	3.06E+07	1.77E+07	3.06E+07	1.77E+07	4.09E+07	1.15E+07

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los

estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000, sin embargo, no se formaron articulaciones plásticas en el modelo, por lo que no se reportan dichos resultados ya que el modelo completo permanece en el rango elástico.

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 13.12.

TABLA 13.12: Disminución de la respuesta del modelo no lineal con base fija y un TMD

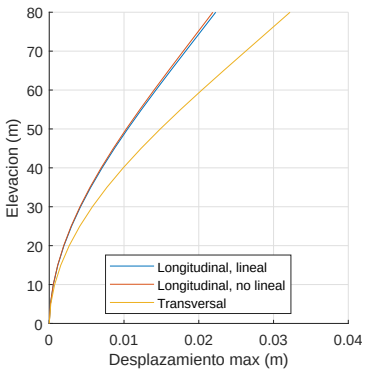
	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	0.69 %	8.92 %	0.63 %	8.10 %	48.56 %	50.36 %
Velocidad	49.11 %	0.89 %	47.46 %	0.89 %	47.78 %	51.32 %
Aceleración	45.52 %	0.20 %	43.83 %	0.18 %	45.06 %	47.30 %
Distorsión	0.71 %	9.06 %	0.64 %	8.25 %	48.59 %	50.31 %
Cortante	0.40 %	6.09 %	0.36 %	5.43 %	47.25 %	49.63 %
Momento	0.60 %	8.32 %	0.54 %	7.54 %	48.31 %	50.09 %

Los resultados obtenidos muestran que el análisis que mayores demandas produce en el modelo no lineal de la chimenea cuando se considera que la cimentación está empotrada ocurre en la dirección transversal. En comparación con la respuesta obtenida del modelo no lineal sin control considerando que la cimentación está empotrada, las demandas disminuyen en todos los casos, y la respuesta en la dirección transversal, que es la que mayores demandas produce en el modelo no lineal sin control, presenta la mayor disminución. Se observa que el control en la dirección longitudinal es menor que en la transversal. Además, se aprecia que ambas aproximaciones de la función de fuerzas en la dirección longitudinal producen resultados semejantes. En resumen, para el modelo no lineal de la chimenea, considerando que la cimentación está empotrada, un TMD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta en ambas direcciones cuando la excitación es eólica.

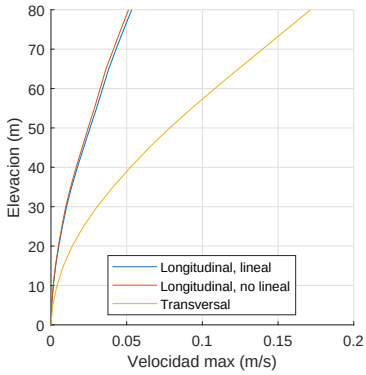
13.2.7. Modelo no lineal sobre roca

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base flexible y un TMD con los parámetros correspondientes a roca presentados en la Tabla 7.4. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. También se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. Además, se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo no lineal sobre roca sin el TMD. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

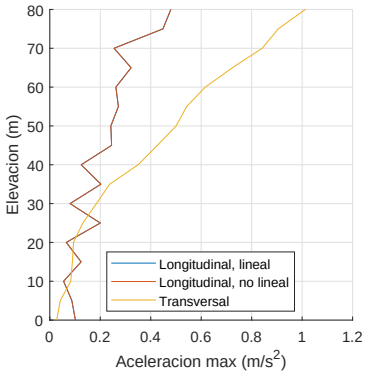
En la Figura 13.26 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



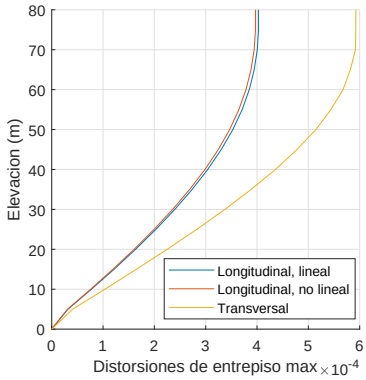
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



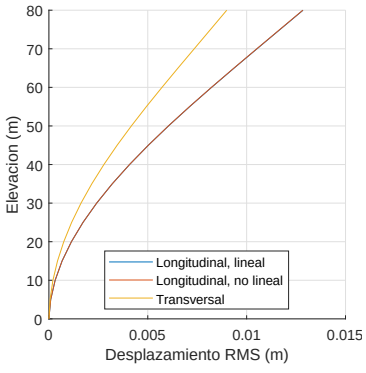
(C) Aceleraciones



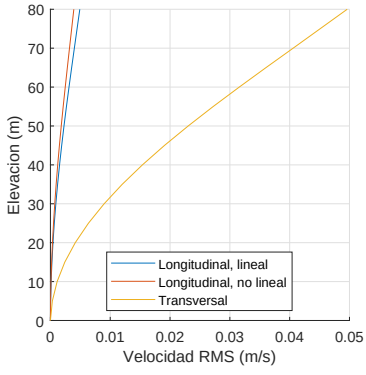
(D) Distorsiones

FIGURA 13.26: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre roca con un TMD

En la Figura 13.27 se muestran los perfiles de respuestas RMS. La máxima amplitud de la velocidad y aceleración ocurren en la dirección transversal, mientras para el resto de respuestas en la longitudinal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.

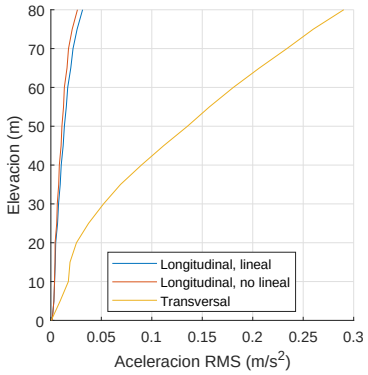


(A) Desplazamientos

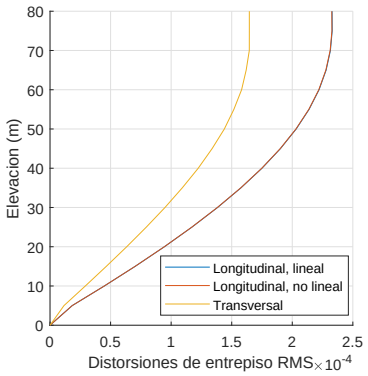


(B) Velocidades

FIGURA 13.27: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre roca con un TMD



(C) Aceleraciones



(D) Distorsiones

FIGURA 13.27: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre roca con un TMD (continuación)

En la Figura 13.28 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste. Los desplazamientos son mayores en la dirección transversal. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.

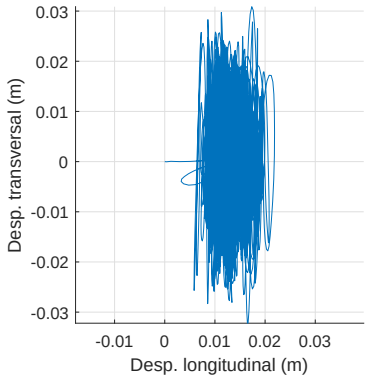
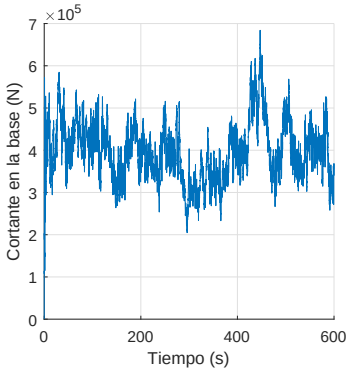
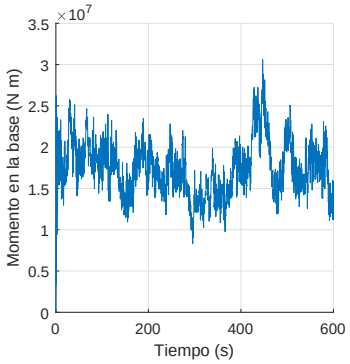


FIGURA 13.28: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal sobre roca y un TMD

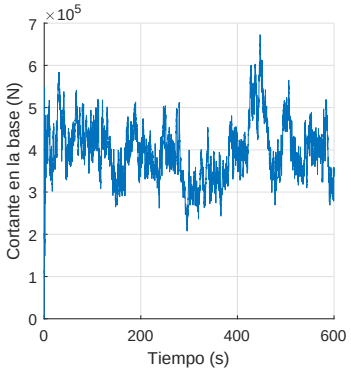
En la Figura 13.29 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en la Tabla 13.13 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



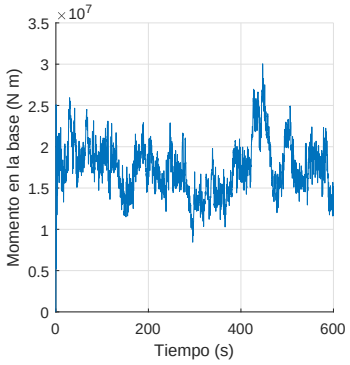
(A) Cortante, longitudinal, lineal



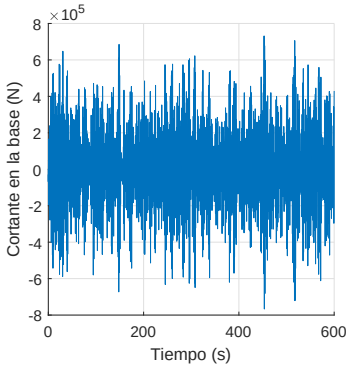
(B) Momento, longitudinal, lineal



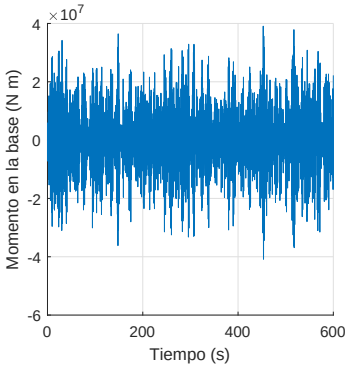
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 13.29: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca y un TMD

TABLA 13.13: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca y un TMD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	6.84E+05	4.03E+05	6.73E+05	4.03E+05	7.67E+05	2.18E+05
Momento (N m)	3.06E+07	1.77E+07	3.01E+07	1.77E+07	4.08E+07	1.15E+07

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic*

rehabilitation of buildings 2000, sin embargo, no se formaron articulaciones plásticas en el modelo, por lo que no se reportan dichos resultados ya que el modelo completo permanece en el rango elástico.

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 13.14.

TABLA 13.14: Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre roca y un TMD

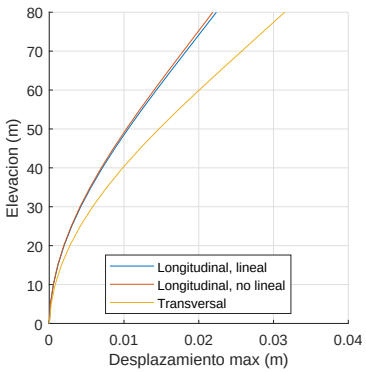
	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	0.70 %	8.90 %	0.08 %	0.24 %	48.59 %	50.04 %
Velocidad	49.26 %	0.89 %	18.04 %	0.89 %	47.80 %	50.92 %
Aceleración	45.69 %	0.10 %	15.20 %	0.09 %	45.11 %	46.92 %
Distorsión	0.72 %	9.00 %	0.08 %	0.39 %	48.62 %	49.99 %
Cortante	0.40 %	6.06 %	0.04 %	-0.43 %	47.30 %	49.44 %
Momento	0.60 %	8.29 %	0.07 %	-0.04 %	48.34 %	49.87 %

Los resultados obtenidos muestran que el análisis que mayores demandas produce en el modelo no lineal de la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre roca ocurre en la dirección transversal. En comparación con la respuesta obtenida del modelo no lineal sin control considerando que la cimentación está sobre roca, las demandas disminuyen en casi todos los casos, y la respuesta en la dirección transversal, que es la que mayores demandas produce en el modelo no lineal sobre roca sin control, presenta la mayor disminución. Se observa que el control en la dirección longitudinal es menor que en la transversal. Además, se aprecia que ambas aproximaciones de la función de fuerzas en la dirección longitudinal producen resultados semejantes. En resumen, para el modelo no lineal de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre roca, un TMD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta en ambas direcciones cuando la excitación es eólica.

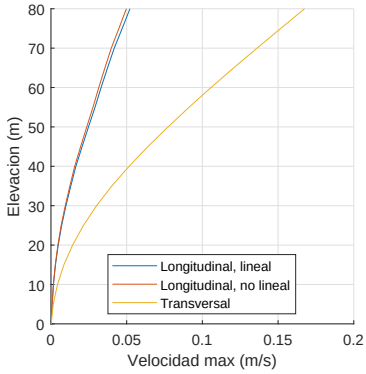
13.2.8. Modelo no lineal sobre suelo denso

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base flexible y un TMD con los parámetros correspondientes a suelo denso presentados en la Tabla 7.4. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. También se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. Además, se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo no lineal sobre suelo denso sin el TMD. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

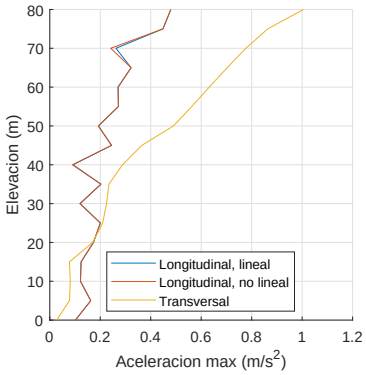
En la Figura 13.30 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



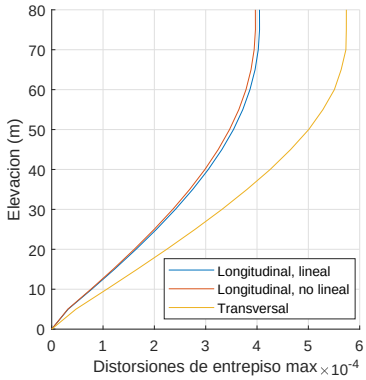
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



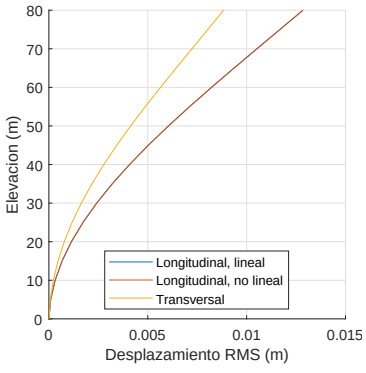
(C) Aceleraciones



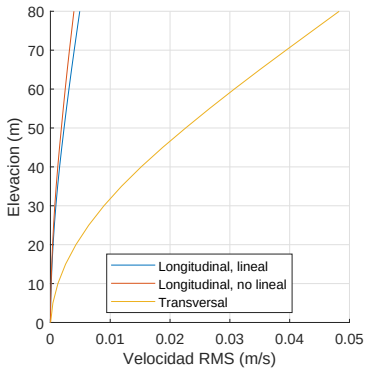
(D) Distorsiones

FIGURA 13.30: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo denso con un TMD

En la Figura 13.31 se muestran los perfiles de respuestas RMS. La máxima amplitud en la velocidad y aceleración ocurren en la dirección transversal, mientras para el resto de la respuestas en la longitudinal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.

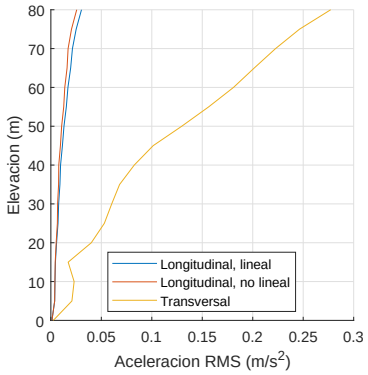


(A) Desplazamientos

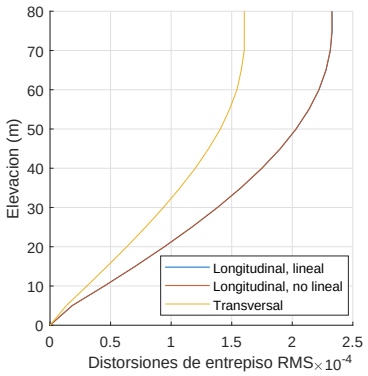


(B) Velocidades

FIGURA 13.31: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo denso con un TMD



(C) Aceleraciones



(D) Distorsiones

FIGURA 13.31: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo denso con un TMD (continuación)

En la Figura 13.32 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste. Los desplazamientos son mayores en la dirección transversal. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.

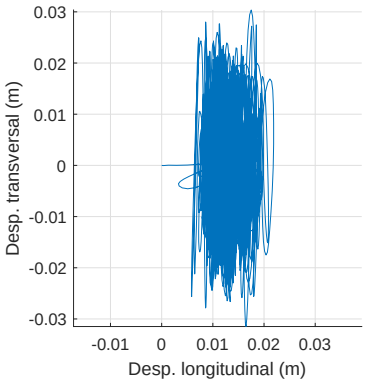
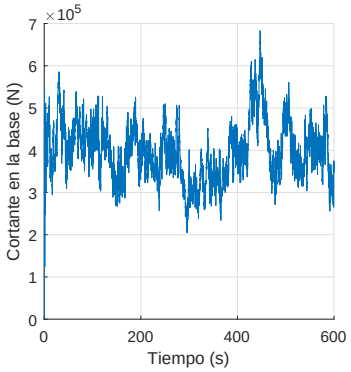
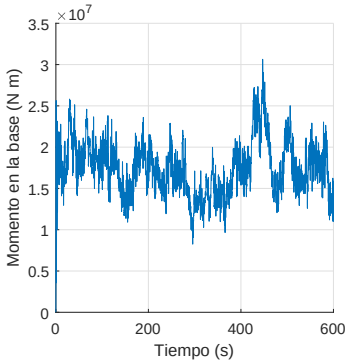


FIGURA 13.32: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal sobre suelo denso y un TMD

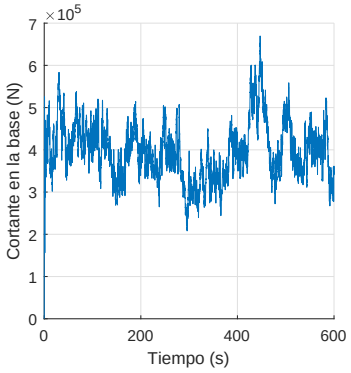
En la Figura 13.33 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en la Tabla 13.15 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



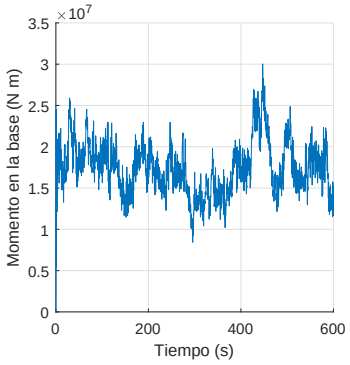
(A) Cortante, longitudinal, lineal



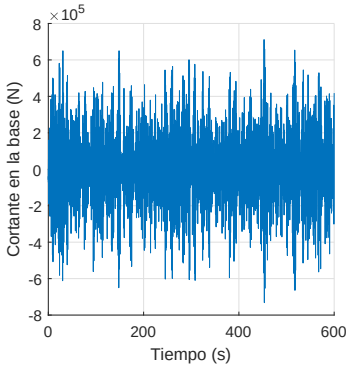
(B) Momento, longitudinal, lineal



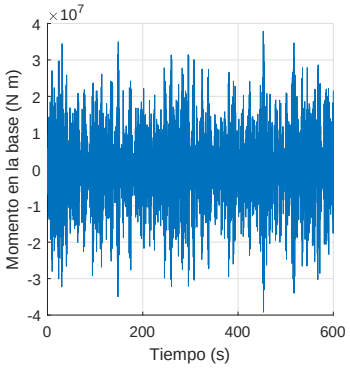
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 13.33: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso y un TMD

TABLA 13.15: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso y un TMD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	6.83E+05	4.03E+05	6.70E+05	4.03E+05	7.32E+05	2.10E+05
Momento (N m)	3.06E+07	1.77E+07	3.00E+07	1.77E+07	3.92E+07	1.11E+07

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic*

rehabilitation of buildings 2000, sin embargo, no se formaron articulaciones plásticas en el modelo, por lo que no se reportan dichos resultados ya que el modelo completo permanece en el rango elástico.

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 13.16.

TABLA 13.16: Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo denso y un TMD

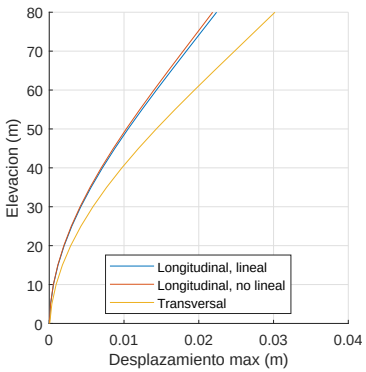
	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	0.79 %	3.97 %	0.08 %	-0.81 %	52.23 %	41.80 %
Velocidad	51.07 %	0.99 %	18.40 %	0.99 %	51.32 %	43.86 %
Aceleración	47.83 %	0.59 %	15.53 %	0.44 %	48.47 %	39.86 %
Distorsión	0.80 %	4.32 %	0.08 %	-0.64 %	52.26 %	41.64 %
Cortante	0.44 %	2.56 %	0.05 %	-0.99 %	51.23 %	42.67 %
Momento	0.65 %	3.33 %	0.07 %	-1.03 %	52.01 %	42.07 %

Los resultados obtenidos muestran que el análisis que mayores demandas produce en el modelo no lineal de la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre suelo denso ocurre en la dirección transversal. En comparación con la respuesta obtenida del modelo no lineal sin control considerando que la cimentación está sobre suelo denso, las demandas disminuyen en casi todos los casos, y la respuesta en la dirección transversal, que es la que mayores demandas produce en el modelo no lineal sobre suelo denso sin control, presenta la mayor disminución. Se observa que el control en la dirección longitudinal es menor que en la transversal. Además, se aprecia que ambas aproximaciones de la función de fuerzas en la dirección longitudinal producen resultados semejantes. En resumen, para el modelo no lineal de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo denso, un TMD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta en ambas direcciones cuando la excitación es eólica.

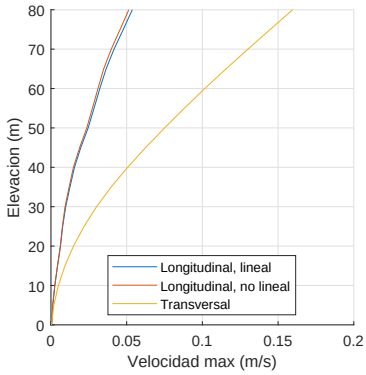
13.2.9. Modelo no lineal sobre suelo rígido

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base flexible y un TMD con los parámetros correspondientes a suelo rígido presentados en la Tabla 7.4. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. También se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. Además, se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo no lineal sobre suelo rígido sin el TMD. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

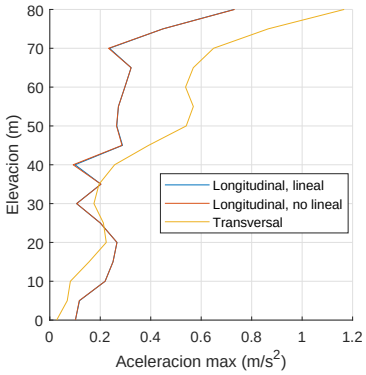
En la Figura 13.34 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



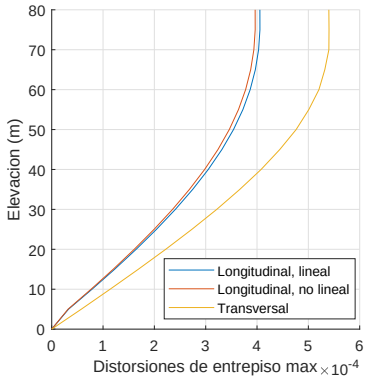
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



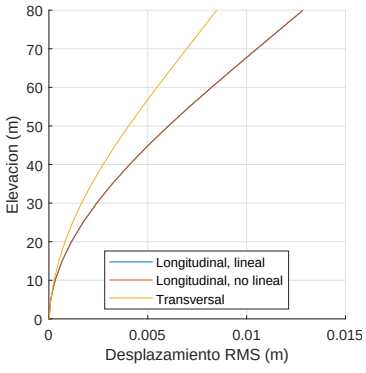
(C) Aceleraciones



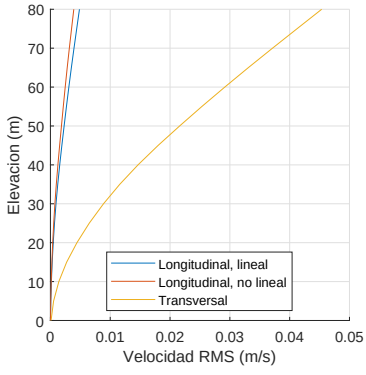
(D) Distorsiones

FIGURA 13.34: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo rígido con un TMD

En la Figura 13.35 se muestran los perfiles de respuestas RMS. La máxima amplitud en la velocidad y aceleración ocurren en la dirección transversal, mientras para el resto de la respuestas en la longitudinal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.

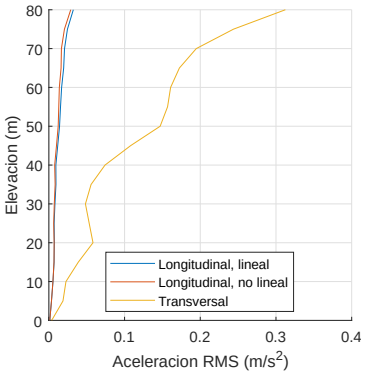


(A) Desplazamientos

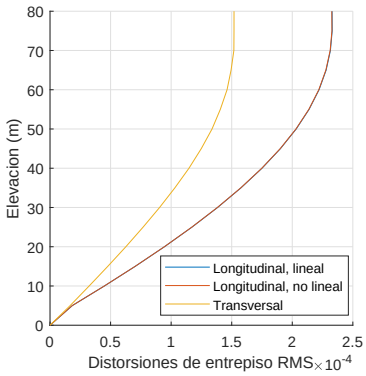


(B) Velocidades

FIGURA 13.35: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo rígido con un TMD



(C) Aceleraciones



(D) Distorsiones

FIGURA 13.35: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo rígido con un TMD (continuación)

En la Figura 13.36 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste. Los desplazamientos son mayores en la dirección transversal. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.

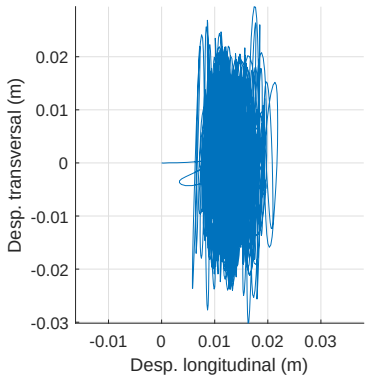
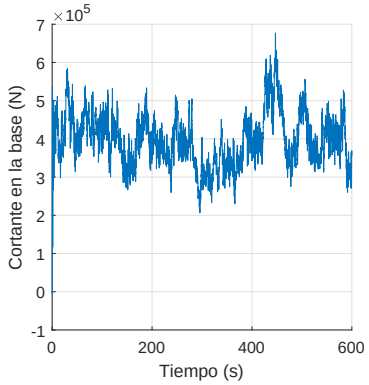
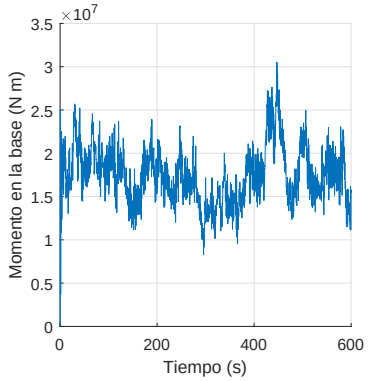


FIGURA 13.36: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal sobre suelo rígido y un TMD

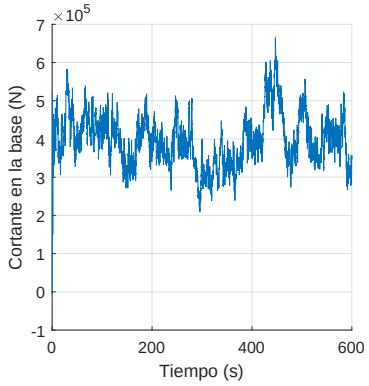
En la Figura 13.37 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en la Tabla 13.17 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



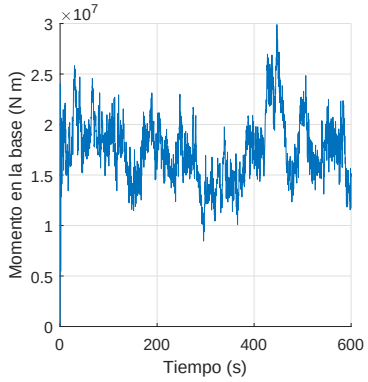
(A) Cortante, longitudinal, lineal



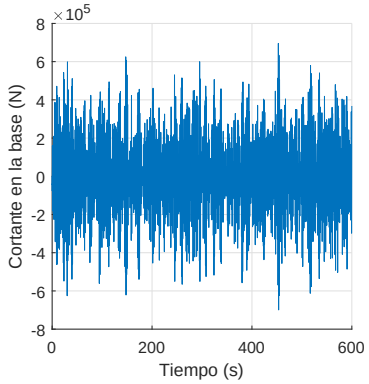
(B) Momento, longitudinal, lineal



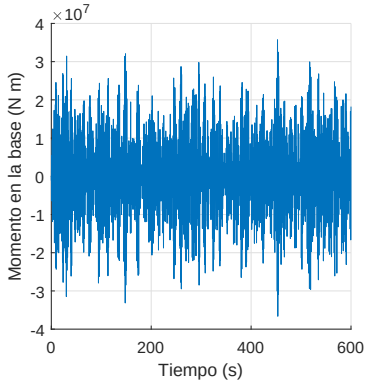
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 13.37: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido y un TMD

TABLA 13.17: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido y un TMD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	6.77E+05	4.03E+05	6.65E+05	4.03E+05	6.99E+05	2.00E+05
Momento (N m)	3.05E+07	1.77E+07	2.99E+07	1.77E+07	3.66E+07	1.03E+07

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los

estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000, sin embargo, no se formaron articulaciones plásticas en el modelo, por lo que no se reportan dichos resultados ya que el modelo completo permanece en el rango elástico.

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 13.18.

TABLA 13.18: Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo rígido y un TMD

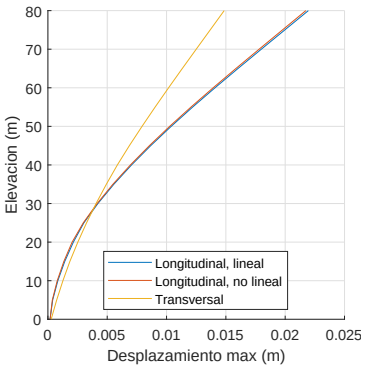
	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	0.79 %	-1.02 %	0.08 %	-1.72 %	52.15 %	51.50 %
Velocidad	50.50 %	0.92 %	18.57 %	0.87 %	51.28 %	52.29 %
Aceleración	45.55 %	0.65 %	14.04 %	0.25 %	46.30 %	49.60 %
Distorsión	0.77 %	-1.22 %	0.08 %	-1.68 %	52.20 %	51.48 %
Cortante	0.41 %	-4.59 %	0.04 %	-1.24 %	50.18 %	49.11 %
Momento	0.60 %	-3.37 %	0.06 %	-1.48 %	51.81 %	50.58 %

Los resultados obtenidos muestran que el análisis que mayores demandas produce en el modelo no lineal de la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre suelo rígido ocurre en la dirección transversal. En comparación con la respuesta obtenida del modelo no lineal sin control considerando que la cimentación está sobre suelo rígido, las demandas disminuyen en algunos de los casos, y la respuesta en la dirección transversal, que es la que mayores demandas produce en el modelo no lineal sobre suelo rígido sin control, presenta la mayor disminución. Se observa que el control en la dirección longitudinal es menor que en la transversal, y que la respuesta máxima se incrementa de manera ligera. Además, se aprecia que ambas aproximaciones de la función de fuerzas en la dirección longitudinal producen resultados semejantes, con excepción de la aceleración, donde se observan saltos en los perfiles con la aproximación lineal. En resumen, para el modelo no lineal de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo rígido, un TMD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta en ambas direcciones cuando la excitación es eólica.

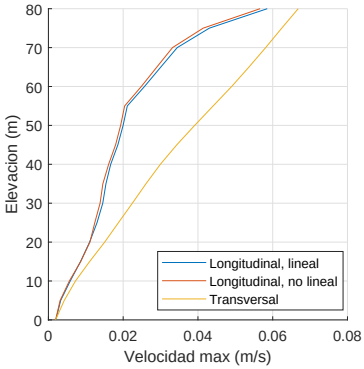
13.2.10. Modelo no lineal sobre suelo blando

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base flexible y un TMD con los parámetros correspondientes a suelo blando presentados en la Tabla 7.4. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. También se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. Además, se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo no lineal sobre suelo blando sin el TMD. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

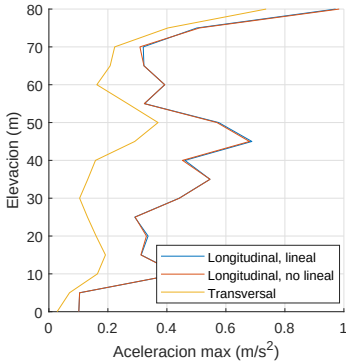
En la Figura 13.38 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que la máxima amplitud de la velocidad ocurre en la dirección transversal, mientras para el resto de respuestas en la longitudinal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



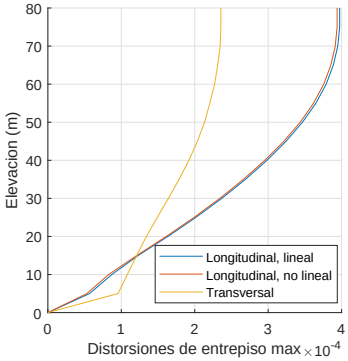
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



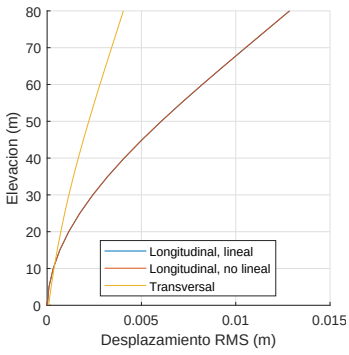
(C) Aceleraciones



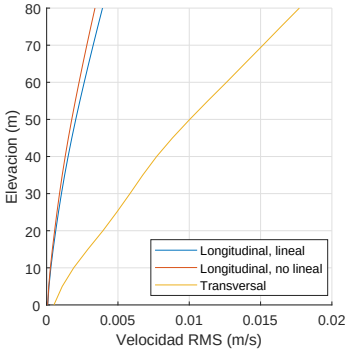
(D) Distorsiones

FIGURA 13.38: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo blando con un TMD

En la Figura 13.39 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Se aprecia que la máxima amplitud de la velocidad y aceleración ocurren en la dirección transversal, mientras para el resto de respuestas en la longitudinal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.

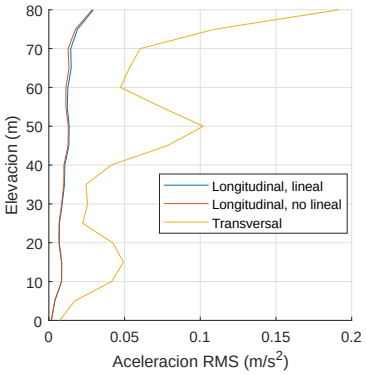


(A) Desplazamientos

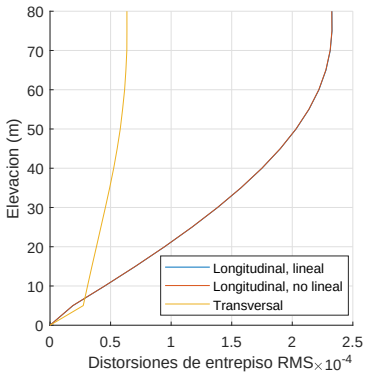


(B) Velocidades

FIGURA 13.39: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo blando con un TMD



(C) Aceleraciones



(D) Distorsiones

FIGURA 13.39: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo blando con un TMD (continuación)

En la Figura 13.40 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste. Los desplazamientos son mayores en la dirección longitudinal. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.

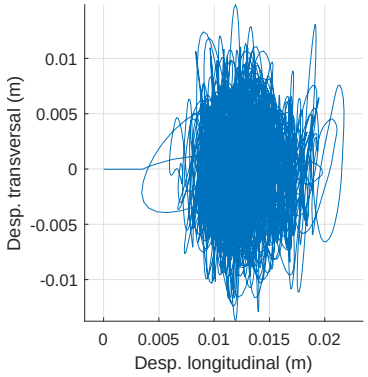
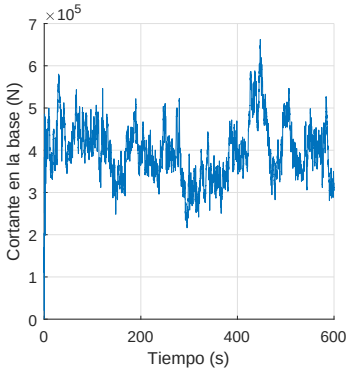
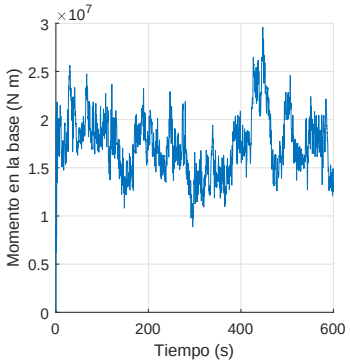


FIGURA 13.40: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal sobre suelo blando y un TMD

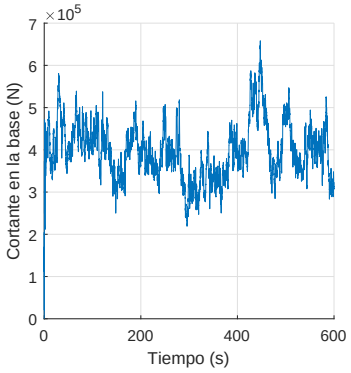
En la Figura 13.41 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tabla 13.19 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



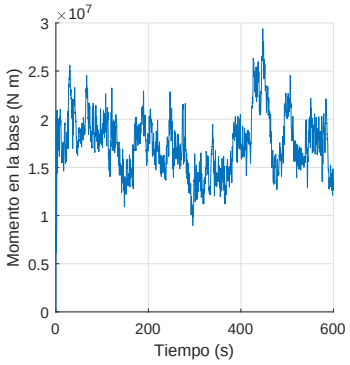
(A) Cortante, longitudinal, lineal



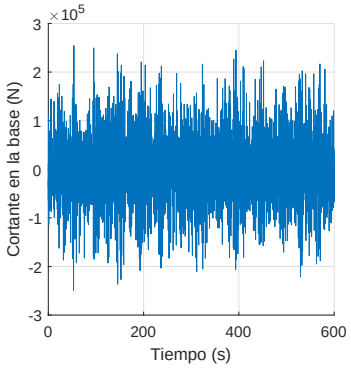
(B) Momento, longitudinal, lineal



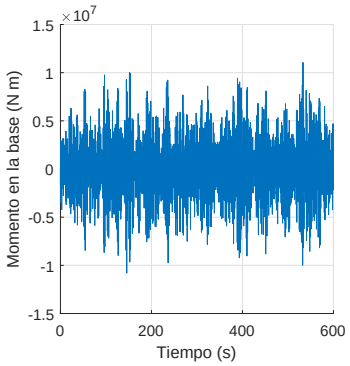
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 13.41: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando y un TMD

TABLA 13.19: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando y un TMD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	6.62E+05	4.03E+05	6.58E+05	4.02E+05	2.54E+05	7.64E+04
Momento (N m)	2.96E+07	1.77E+07	2.94E+07	1.77E+07	1.11E+07	3.26E+06

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic*

rehabilitation of buildings 2000, sin embargo, no se formaron articulaciones plásticas en el modelo, por lo que no se reportan dichos resultados ya que el modelo completo permanece en el rango elástico.

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 13.20.

TABLA 13.20: Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo blando y un TMD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	0.32 %	-1.32 %	0.10 %	-1.23 %	28.71 %	29.62 %
Velocidad	30.05 %	0.64 %	16.08 %	0.65 %	25.35 %	25.29 %
Aceleración	18.61 %	0.29 %	7.89 %	0.28 %	13.37 %	13.64 %
Distorsión	0.27 %	-1.24 %	0.08 %	-1.09 %	29.16 %	29.11 %
Cortante	0.07 %	-2.71 %	0.02 %	-0.99 %	23.66 %	28.93 %
Momento	0.10 %	-2.23 %	0.03 %	-1.08 %	29.67 %	33.55 %

Los resultados obtenidos muestran que el análisis que mayores demandas produce en el modelo no lineal de la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre suelo blando ocurre en la dirección longitudinal. En comparación con la respuesta obtenida del modelo no lineal sin control considerando que la cimentación está sobre suelo blando, las demandas disminuyen en algunos de los casos, principalmente en la dirección transversal, sin embargo en la longitudinal, que es la más crítica del modelo no lineal sobre suelo blando sin control, se incrementa ligeramente la respuesta máxima, mientras se controla la RMS. Además, se aprecia que ambas aproximaciones de la función de fuerzas en la dirección longitudinal producen resultados semejantes. En resumen, para el modelo no lineal de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo blando, un TMD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta en la dirección transversal cuando la excitación es eólica.

Capítulo 14

Control de la respuesta eólica con TLDs

Otra de las maneras de controlar la respuesta eólica de la chimenea es emplear amortiguadores de líquidos sintonizados. El amortiguador de líquido sintonizado empleado es de columna de líquido de agitación sintonizado, debido a esto, el funcionamiento y propiedades de la estructura son distintos en las dos direcciones, y el análisis y respuesta esperados son distintos. El amortiguador diseñado se coloca en la parte superior del fuste y se obtiene la respuesta considerando el dispositivo de control en ambas direcciones. A continuación se presenta el dimensionamiento y las propiedades dinámicas de la estructura con el amortiguador.

14.1. Dimensionamiento y propiedades dinámicas

Para controlar la respuesta de la chimenea, se coloca en la parte superior del fuste un amortiguador de columna de líquido de agitación, el cual se sintoniza con el periodo fundamental de la estructura en ambas direcciones, y tiene una relación de masas del 2 %. Debido a que en los modelos elaborados tienen distintas condiciones de apoyo, cambia el valor del periodo fundamental, por ello, para los análisis se mantiene fijo el valor de la relación de masas del dispositivo.

Las propiedades, en ambas direcciones, de los modelos elásticos de las vigas acopladas y del amortiguador colocado en la parte superior del fuste, dimensionado con las expresiones propuestas en Min, Kim y Lee, 2014, para el control eólico, se muestran en las Tablas 14.1 y 14.2.

TABLA 14.1: Propiedades dinámicas de los modelos elásticos con un TLCD para el análisis eólico

Tipo de apoyo	T (s)	m_{GEN} (kg)	T_{TLCD} (s)	m_{TLCD} (kg)	k_{TLCD} (N m^{-1})	c_{TLCD} (N s m^{-1})
Base fija	1.15	6.97E+05	1.67	1.39E+04	1.99E+05	5.48E+03
Roca	1.15	6.97E+05	1.67	1.39E+04	1.99E+05	5.49E+03
Denso	1.17	7.02E+05	1.66	1.40E+04	2.00E+05	6.07E+03
Rígido	1.21	7.10E+05	1.66	1.42E+04	2.03E+05	6.26E+03
Blando	1.60	7.74E+05	1.75	1.55E+04	2.00E+05	9.04E+03

TABLA 14.2: Propiedades dinámicas de los modelos elásticos con un TSD para el análisis eólico

Tipo de apoyo	T (s)	m_{GEN} (kg)	T_{TSD} (s)	m_{TSD} (kg)	k_{TSD} (N m^{-1})	c_{TSD} (N s m^{-1})
Base fija	1.15	6.97E+05	1.17	5.16E+03	1.50E+05	2.37E+03
Roca	1.15	6.97E+05	1.17	5.16E+03	1.50E+05	2.37E+03
Denso	1.17	7.02E+05	1.23	5.61E+03	1.47E+05	2.54E+03
Rígido	1.21	7.10E+05	1.24	5.76E+03	1.47E+05	2.60E+03
Blando	1.60	7.74E+05	1.62	7.94E+03	1.20E+05	3.10E+03

Por otra parte, las propiedades, en ambas direcciones, de los modelos no lineales y del amortiguador colocado en la parte superior del fuste, dimensionado con las expresiones propuestas en Min, Kim y Lee, 2014, para el control eólico, se muestran en las Tablas 14.3 y 14.4.

TABLA 14.3: Propiedades dinámicas de los modelos no lineales con un TLCD para el análisis eólico

Tipo de apoyo	T (s)	m_{GEN} (kg)	T_{TLCD} (s)	m_{TLCD} (kg)	k_{TLCD} (N m^{-1})	c_{TLCD} (N s m^{-1})
Base fija	1.16	4.46E+05	1.53	8.91E+03	1.50E+05	4.43E+03
Roca	1.16	4.46E+05	1.53	8.91E+03	1.50E+05	4.44E+03
Denso	1.18	4.51E+05	1.54	9.01E+03	1.51E+05	4.57E+03
Rígido	1.21	4.59E+05	1.54	9.18E+03	1.53E+05	4.80E+03
Blando	1.54	5.43E+05	1.66	1.09E+04	1.55E+05	6.77E+03

TABLA 14.4: Propiedades dinámicas de los modelos no lineales con un TSD para el análisis eólico

Tipo de apoyo	T (s)	m_{GEN} (kg)	T_{TSD} (s)	m_{TSD} (kg)	k_{TSD} (N m^{-1})	c_{TSD} (N s m^{-1})
Base fija	1.16	4.46E+05	1.18	3.73E+03	1.07E+05	1.81E+03
Roca	1.16	4.46E+05	1.18	3.74E+03	1.07E+05	1.81E+03
Denso	1.18	4.51E+05	1.19	3.84E+03	1.07E+05	1.85E+03
Rígido	1.21	4.59E+05	1.22	4.01E+03	1.06E+05	1.91E+03
Blando	1.54	5.43E+05	1.55	5.62E+03	9.18E+04	2.29E+03

Comparando los resultados obtenidos, se observa que los periodos de los dispositivos resultantes son distintos en las dos direcciones de análisis. La rigidez y amortiguamiento son mayores para el TLCD, tanto para los modelos lineales, como para los no lineales, además, debido a que el modelo no lineal considera concentraciones de masas en los nodos donde se ubican las ménsulas, las propiedades de los dispositivos son distintas y los valores son menores en comparación con los del modelo lineal.

Se determinaron los periodos y formas de vibrar de los modelos. Los valores de los periodos para las primeras cuatro formas modales de los modelos elásticos se presentan en las Tablas 14.5 y 14.6, mientras los periodos para los modelos no lineales se presentan en las Tablas 14.7 y 14.8.

TABLA 14.5: Periodos laterales (s) del modelo elástico con un TLCD para el análisis eólico

Forma modal	Base fija	Roca	Denso	Rígido	Blando
1	1.68	1.68	1.68	1.68	1.81
2	1.14	1.14	1.16	1.19	1.54
3	0.25	0.25	0.25	0.26	0.37
4	0.10	0.10	0.10	0.12	0.24

TABLA 14.6: Periodos laterales (s) del modelo elástico con un TSD para el análisis eólico

Forma modal	Base fija	Roca	Denso	Rígido	Blando
1	1.21	1.21	1.26	1.28	1.69
2	1.11	1.11	1.14	1.17	1.53
3	0.25	0.25	0.25	0.26	0.37
4	0.10	0.10	0.10	0.12	0.24

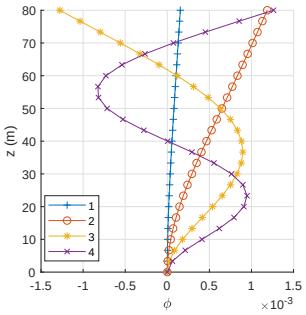
TABLA 14.7: Periodos laterales (s) del modelo no lineal con un TLCD para el análisis eólico

Forma modal	Base fija	Roca	Denso	Rígido	Blando
1	1.55	1.55	1.56	1.56	1.73
2	1.15	1.15	1.16	1.19	1.48
3	0.25	0.25	0.26	0.27	0.40
4	0.11	0.11	0.11	0.12	0.27

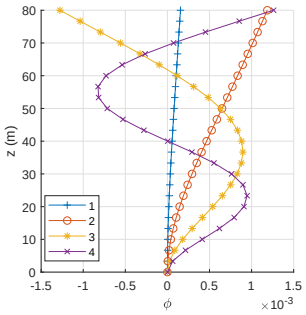
TABLA 14.8: Periodos laterales (s) del modelo no lineal con un TSD para el análisis eólico

Forma modal	Base fija	Roca	Denso	Rígido	Blando
1	1.22	1.22	1.24	1.27	1.63
2	1.12	1.12	1.13	1.16	1.47
3	0.25	0.25	0.26	0.27	0.40
4	0.11	0.11	0.11	0.12	0.27

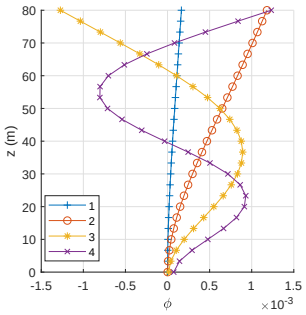
En las Figuras 14.1 y 14.2 se muestran las primeras cuatro formas de vibrar de los modelos elásticos considerando los distintos apoyos, mientras que, en las Figuras 14.3 y 14.4 se muestran las primeras cuatro formas de vibrar de los modelos no lineales considerando los distintos apoyos.



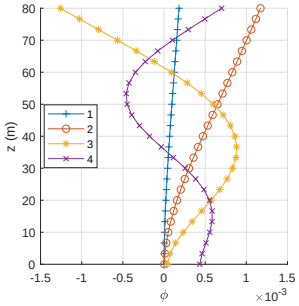
(A) Base fija



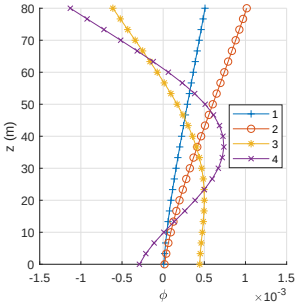
(B) Roca



(C) Suelo denso

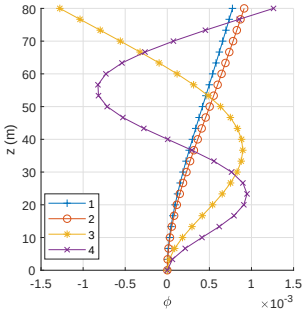


(D) Suelo rígido

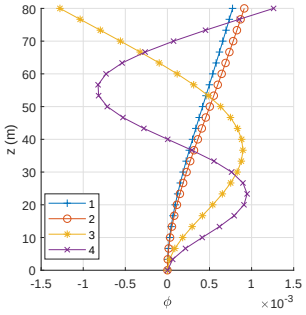


(E) Suelo blando

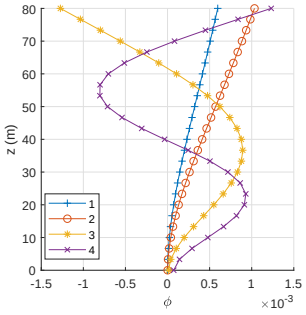
FIGURA 14.1: Formas de vibrar del modelo elástico con un TLCD para el análisis eólico



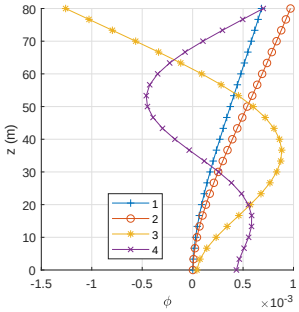
(A) Base fija



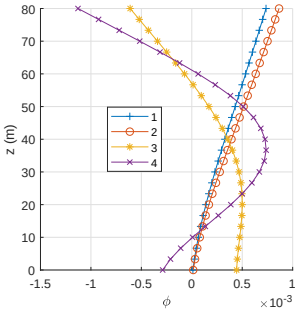
(B) Roca



(C) Suelo denso

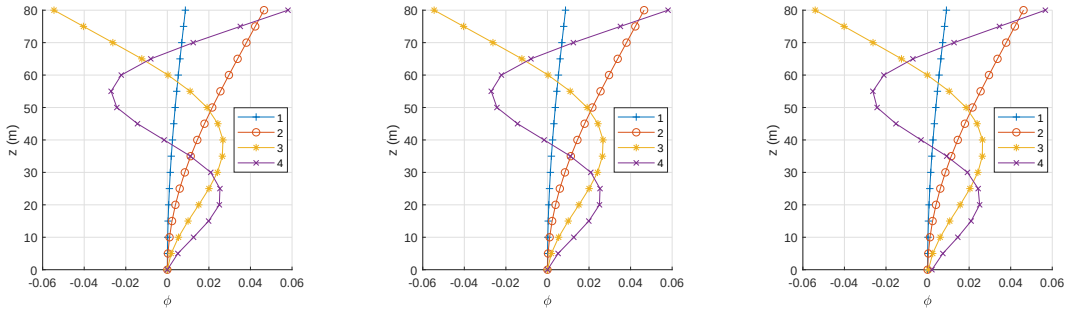


(D) Suelo rígido



(E) Suelo blando

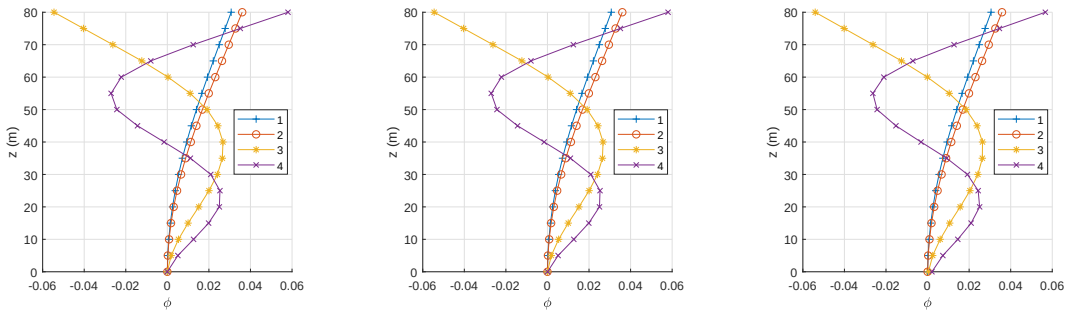
FIGURA 14.2: Formas de vibrar del modelo elástico con un TSD para el análisis eólico



(A) Base fija (B) Roca (C) Suelo denso

(D) Suelo rígido (E) Suelo blando

FIGURA 14.3: Formas de vibrar del modelo no lineal con un TLCD para el análisis eólico



(A) Base fija (B) Roca (C) Suelo denso

(D) Suelo rígido (E) Suelo blando

FIGURA 14.4: Formas de vibrar del modelo no lineal con un TSD para el análisis eólico

Los periodos obtenidos en los modelos presentan valores similares en magnitud, las mayores diferencias observadas aparecen para el primer periodo en el modelo con TLCD, sin embargo, se encuentran dentro de la tolerancia. Se aprecia que para todos los modelos, los periodos obtenidos con el modelo que considera base fija, son semejantes a los obtenidos con base flexible sobre roca, suelo denso y suelo rígido, donde el modelo con mayor similitud es el de roca. Además, las formas modales obtenidas son parecidas entre los modelos lineal y no lineal para cada tipo de apoyo considerado, de la misma forma que para los periodos, las formas modales del modelo con base fija son similares a las del modelo sobre roca y suelo denso. Debido a los resultados obtenidos, ambos modelos con los dispositivos de control, considerando distintas condiciones de apoyo están calibrados.

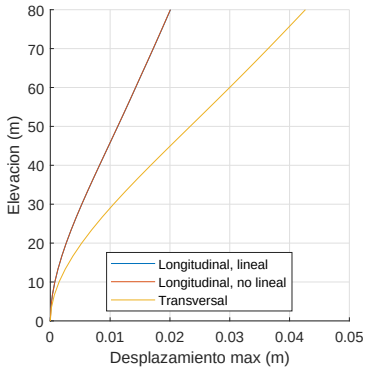
14.2. Respuesta dinámica

Se realizo el análisis dinámico paso a paso de la estructura considerando el dispositivo de control, la estructura se sometió a las acciones presentadas en Capítulo 8. Se realizaron cuatro modelos: dos elásticos lineales y dos considerando no linealidad del material, de cada par de modelos, uno supone la cimentación sobre suelo rígido y el segundo considera la flexibilidad de la cimentación en cuatro tipos distintos de suelos. Los modelos elaborados se analizaron en la dirección donde actúa el amortiguador de columna de líquidos y en la dirección donde actúa el amortiguador de agitación. La respuesta se obtuvo empleando el método RK6-I con cuadraturas rectangulares.

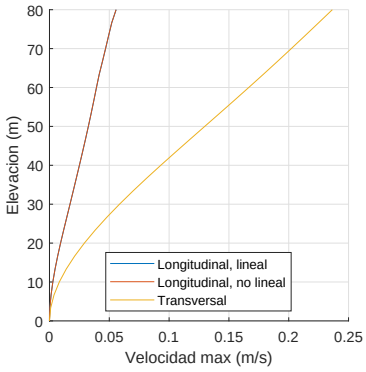
14.2.1. Modelo elástico con base fija

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base fija con un TLCSD, realizando el análisis en las dos direcciones. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo discreto de las vigas acopladas con base fija sin el TLCSD. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

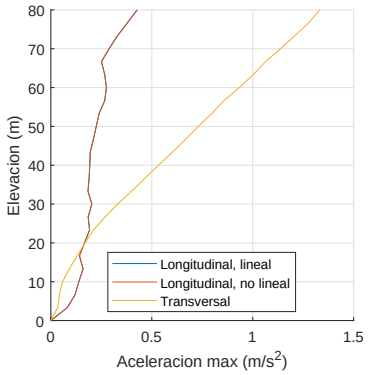
En las Figuras 14.5 y 14.6 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



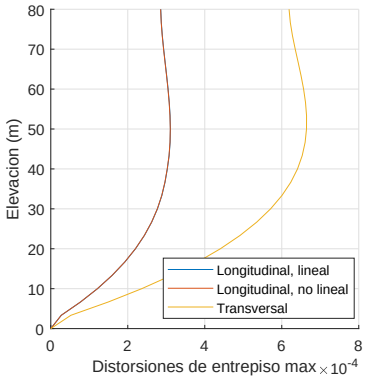
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades

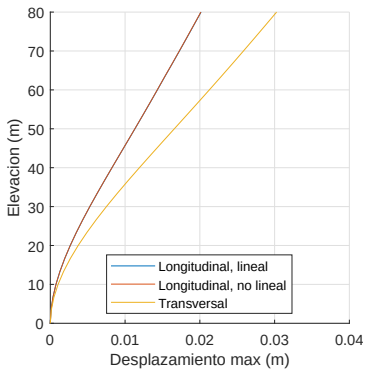


(C) Aceleraciones

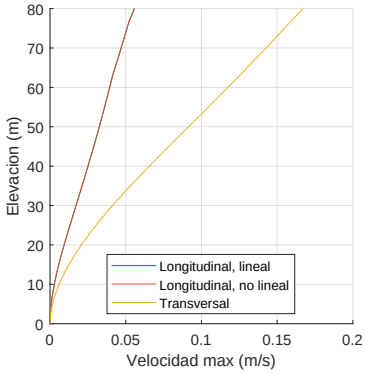


(D) Distorsiones

FIGURA 14.5: Respuestas máximas del modelo elástico con base fija en la dirección del TLCD

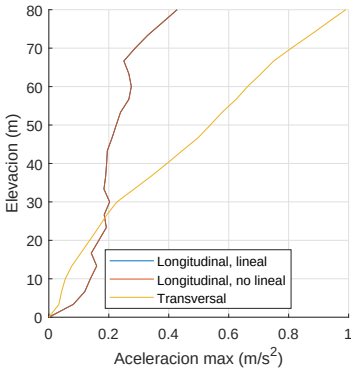


(A) Desplazamientos

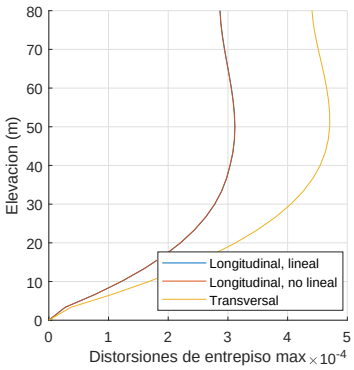


(B) Velocidades

FIGURA 14.6: Respuestas máximas del modelo elástico con base fija en la dirección del TSD



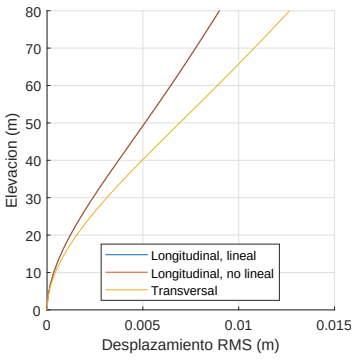
(C) Aceleraciones



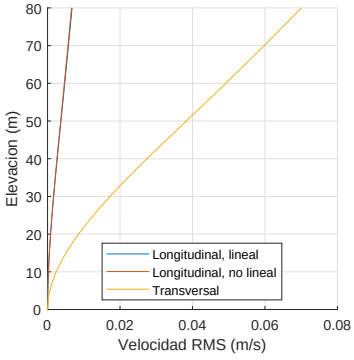
(D) Distorsiones

FIGURA 14.6: Respuestas máximas del modelo elástico con base fija en la dirección del TSD (continuación)

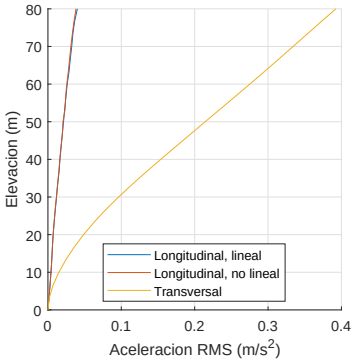
En las Figuras 14.7 y 14.8 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Se observa que el desplazamiento y distorsión con mayor amplitud en la dirección del TSD ocurren en la dirección longitudinal, mientras que para el resto de respuestas, la máxima amplitud ocurre en la transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.



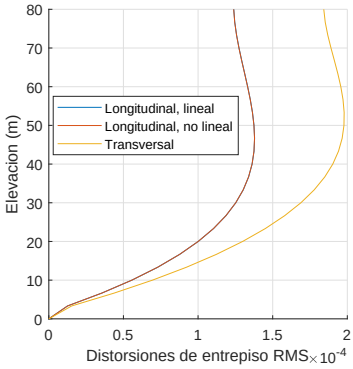
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades

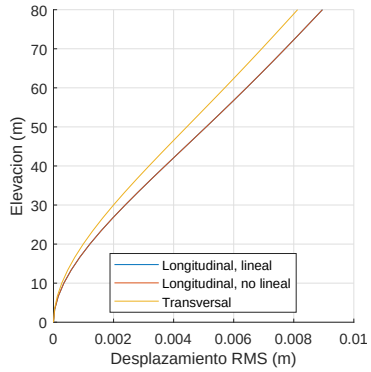


(C) Aceleraciones

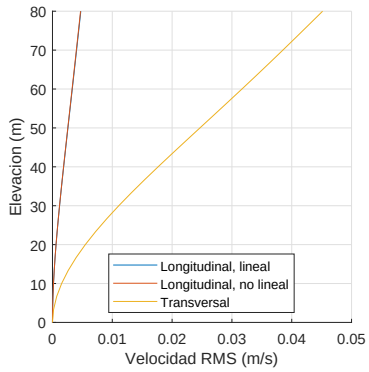


(D) Distorsiones

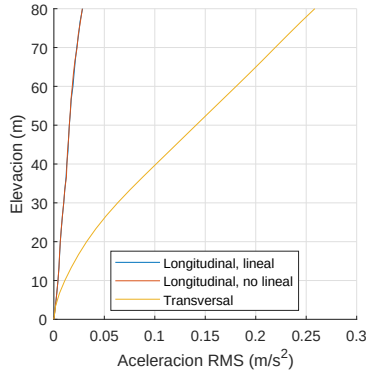
FIGURA 14.7: Respuestas RMS del modelo elástico con base fija en la dirección del TLCD



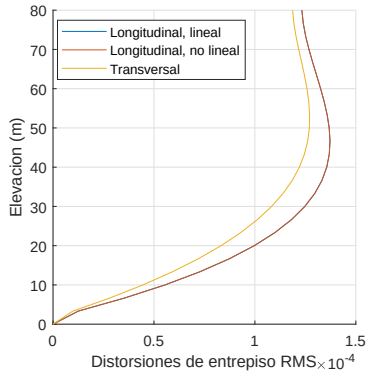
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



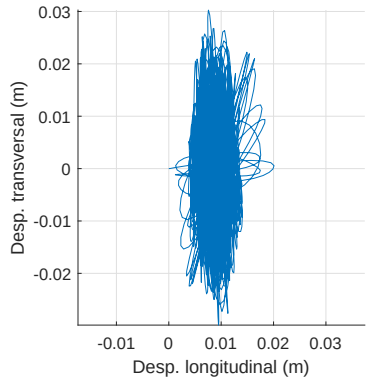
(C) Aceleraciones



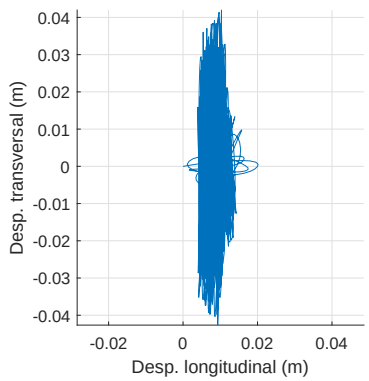
(D) Distorsiones

FIGURA 14.8: Respuestas RMS del modelo elástico con base fija en la dirección del TSD

En la Figura 14.9 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste, en ambas combinaciones del TLCSD. Los desplazamientos son mayores en la dirección transversal en ambos casos. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.



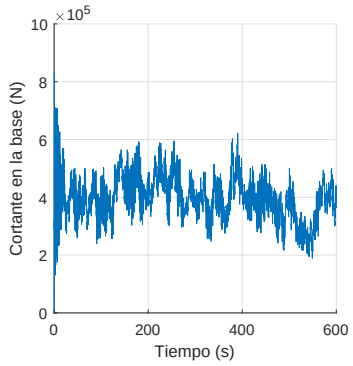
(A) TLCD longitudinal



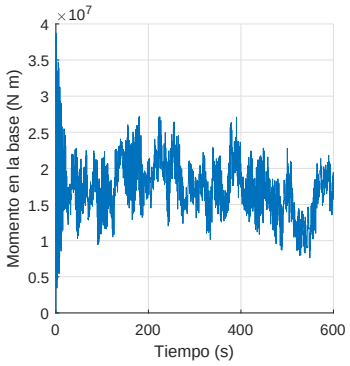
(B) TSD longitudinal

FIGURA 14.9: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico con base fija y un TLCSD

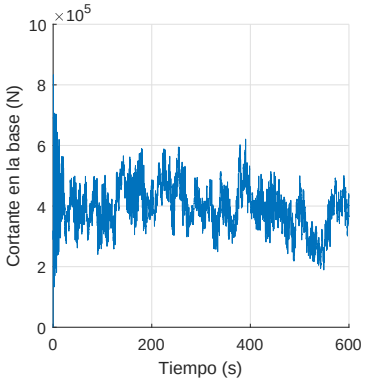
En las Figuras 14.10 y 14.11 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 14.9 y 14.10 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



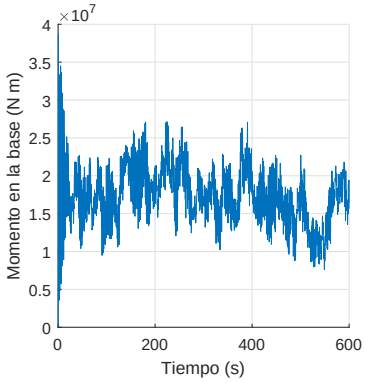
(A) Cortante, longitudinal, lineal



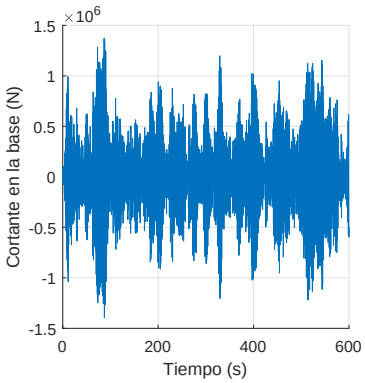
(B) Momento, longitudinal, lineal



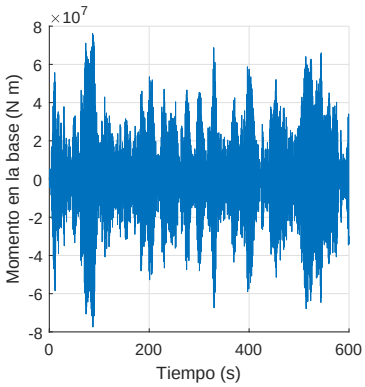
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal

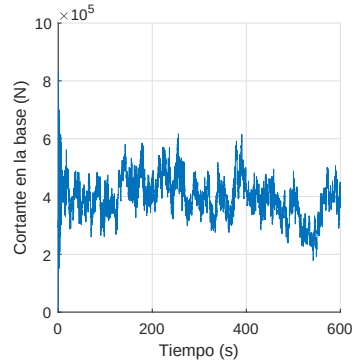


(E) Cortante, transversal

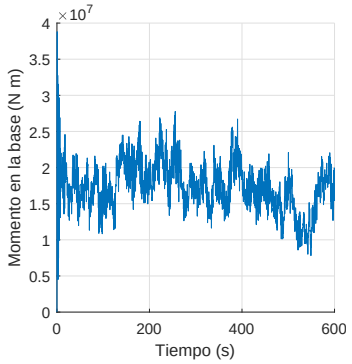


(F) Momento, transversal

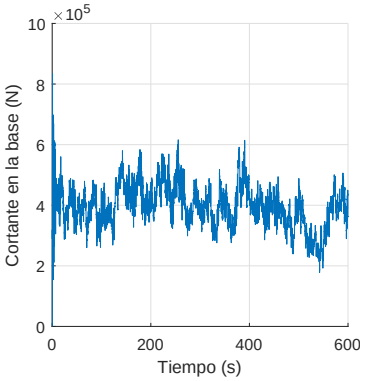
FIGURA 14.10: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija en la dirección del TLCD



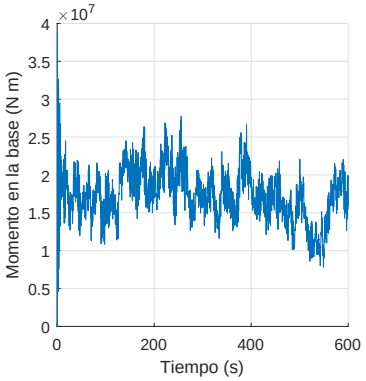
(A) Cortante, longitudinal, lineal



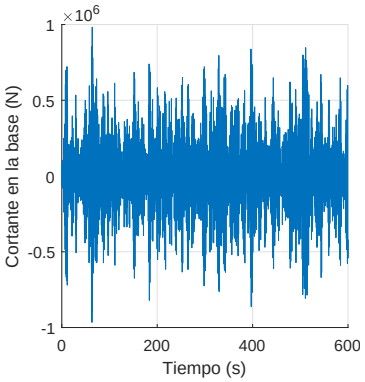
(B) Momento, longitudinal, lineal



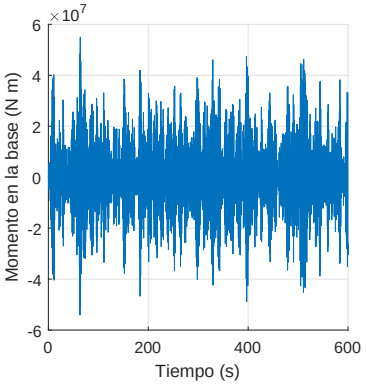
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 14.11: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija en la dirección del TSD

TABLA 14.9: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija en la dirección del TLCD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	8.34E+05	4.05E+05	8.33E+05	4.05E+05	1.40E+06	4.04E+05
Momento (N m)	3.87E+07	1.77E+07	3.86E+07	1.77E+07	7.75E+07	2.28E+07

TABLA 14.10: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija en la dirección del TSD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	8.36E+05	4.04E+05	8.35E+05	4.04E+05	9.82E+05	2.60E+05
Momento (N m)	3.88E+07	1.77E+07	3.88E+07	1.77E+07	5.49E+07	1.46E+07

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en las Tablas 14.11 y 14.12.

TABLA 14.11: Disminución de la respuesta del modelo elástico con base fija en la dirección del TLCD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	0.38 %	0.75 %	0.35 %	0.75 %	9.00 %	11.70 %
Velocidad	15.25 %	0.43 %	14.78 %	0.42 %	8.11 %	12.57 %
Aceleración	14.28 %	0.28 %	14.05 %	0.28 %	7.08 %	11.41 %
Distorsión	0.40 %	0.79 %	0.37 %	0.79 %	9.12 %	12.27 %
Cortante	0.19 %	0.57 %	0.17 %	0.57 %	8.32 %	8.95 %
Momento	0.32 %	0.75 %	0.30 %	0.75 %	8.86 %	10.42 %

TABLA 14.12: Disminución de la respuesta del modelo elástico con base fija en la dirección del TSD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	0.83 %	0.43 %	0.77 %	0.43 %	41.61 %	37.35 %
Velocidad	40.67 %	0.28 %	39.53 %	0.27 %	40.81 %	38.30 %
Aceleración	38.16 %	0.27 %	36.80 %	0.27 %	38.94 %	35.84 %
Distorsión	0.88 %	0.44 %	0.81 %	0.44 %	41.62 %	37.73 %
Cortante	0.42 %	0.37 %	0.39 %	0.37 %	40.93 %	35.90 %
Momento	0.72 %	0.43 %	0.66 %	0.43 %	41.53 %	36.46 %

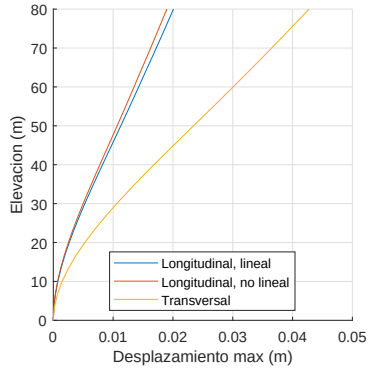
Los resultados obtenidos indican que el análisis que mayores demandas produce en la chimenea, en ambas direcciones, cuando se considera que la cimentación está empotrada ocurre en la dirección transversal. En comparación con la respuesta obtenida sin control considerando que la cimentación está empotrada, las demandas disminuyen en todos los casos, se observa, también, que existe un mayor control en la dirección longitudinal empleando el TLCD, mientras en la dirección transversal se logra un mayor control con el TSD. Además, en la dirección transversal, la cual presenta las mayores demandas en el modelo sin control, se logró disminuir tanto la respuesta máxima como la respuesta RMS con ambos funcionamientos del dispositivo, por lo tanto, para el modelo de la chimenea, considerando que la cimentación está empotrada, un TLCSD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es eólica en las dos direcciones.

14.2.2. Modelo elástico sobre roca

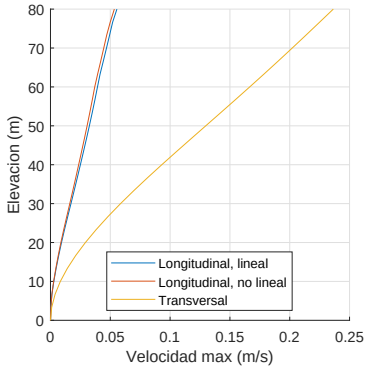
La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible con los parámetros correspondientes a roca presentados

en la Tabla 7.4, con un TLCSD, realizando el análisis en las dos direcciones. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo discreto de las vigas acopladas sobre roca sin el TLCSD. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

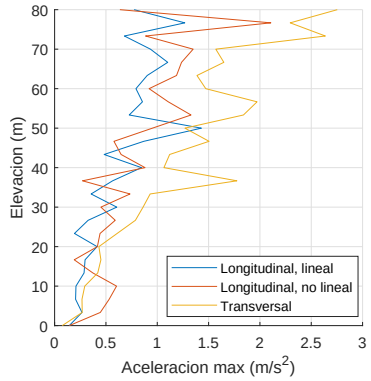
En las Figuras 14.12 y 14.13 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



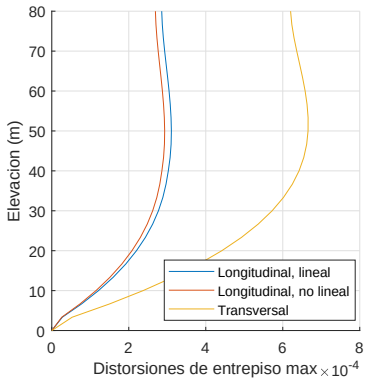
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades

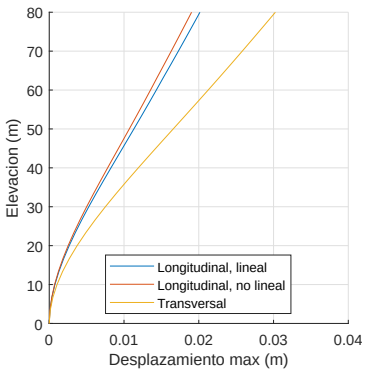


(C) Aceleraciones

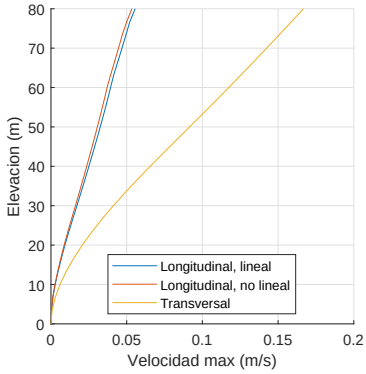


(D) Distorsiones

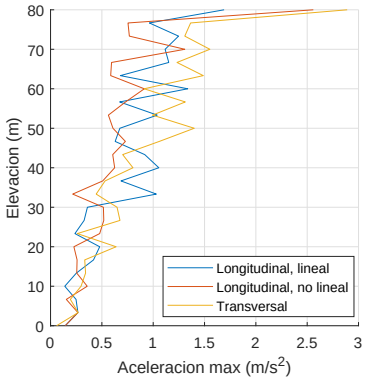
FIGURA 14.12: Respuestas máximas del modelo elástico sobre roca en la dirección del TLCD



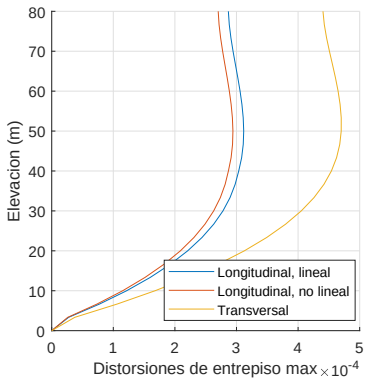
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



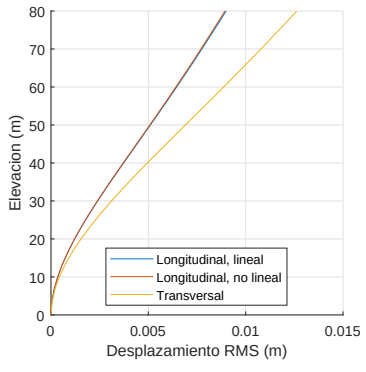
(C) Aceleraciones



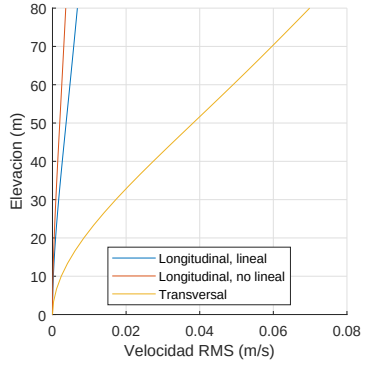
(D) Distorsiones

FIGURA 14.13: Respuestas máximas del modelo elástico sobre roca en la dirección del TSD

En las Figuras 14.14 y 14.15 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Se observa que el desplazamiento y distorsión con mayor amplitud en la dirección del TSD ocurren en la dirección longitudinal, mientras que para el resto de respuestas, la máxima amplitud ocurre en la transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.

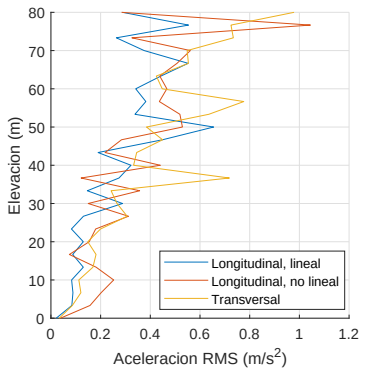


(A) Desplazamientos

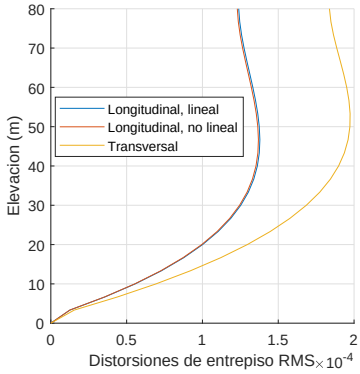


(B) Velocidades

FIGURA 14.14: Respuestas RMS del modelo elástico sobre roca en la dirección del TLCD

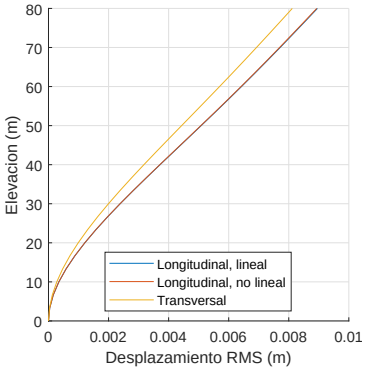


(C) Aceleraciones

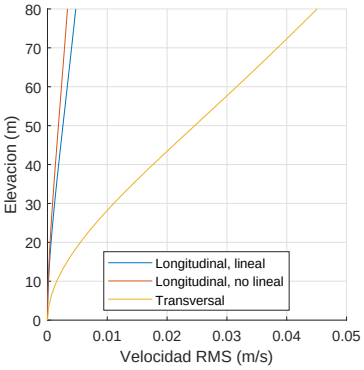


(D) Distorsiones

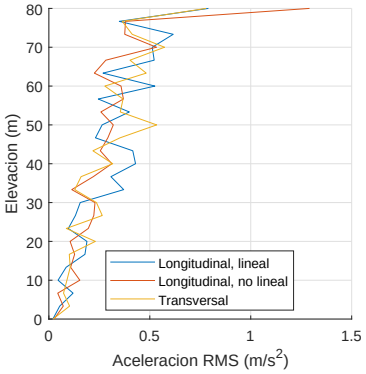
FIGURA 14.14: Respuestas RMS del modelo elástico sobre roca en la dirección del TLCD (continuación)



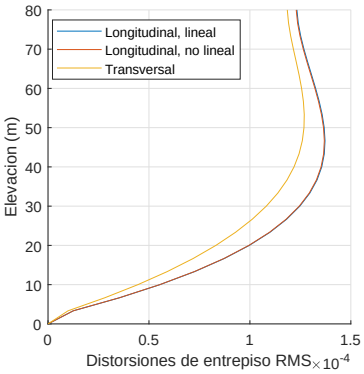
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



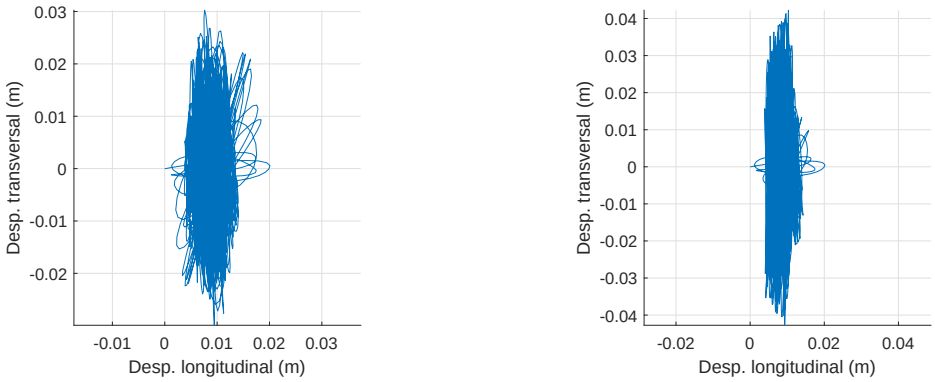
(C) Aceleraciones



(D) Distorsiones

FIGURA 14.15: Respuestas RMS del modelo elástico sobre roca en la dirección del TSD

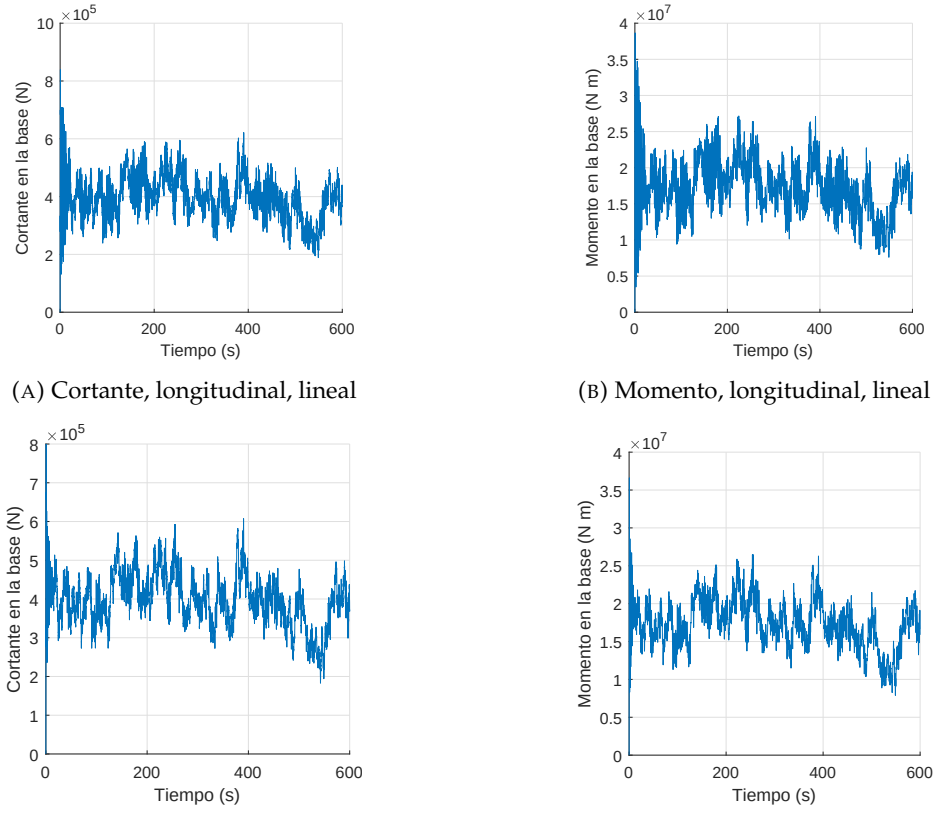
En la Figura 14.16 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste, en ambas combinaciones del TLCSD. Los desplazamientos son mayores en la dirección transversal en ambos casos. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.



(A) TLCD longitudinal (B) TSD longitudinal

FIGURA 14.16: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico sobre roca y un TLCSD

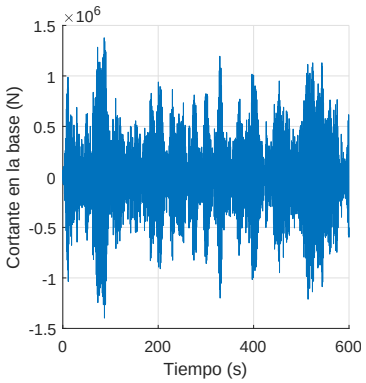
En las Figuras 14.17 y 14.18 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 14.13 y 14.14 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



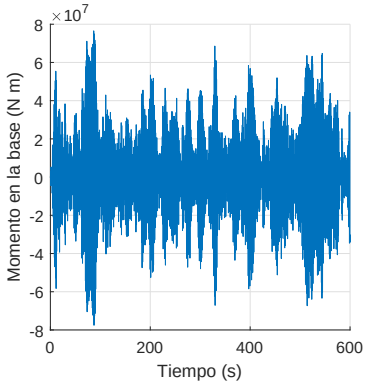
(A) Cortante, longitudinal, lineal (B) Momento, longitudinal, lineal

(C) Cortante, longitudinal, no lineal (D) Momento, longitudinal, no lineal

FIGURA 14.17: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca en la dirección del TLCD

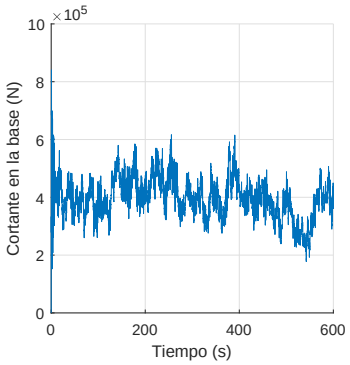


(E) Cortante, transversal

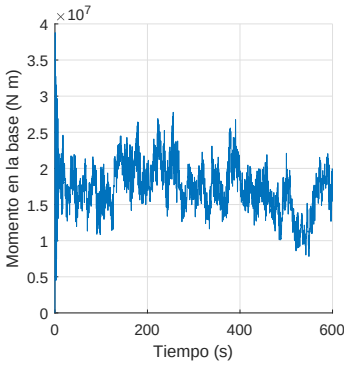


(F) Momento, transversal

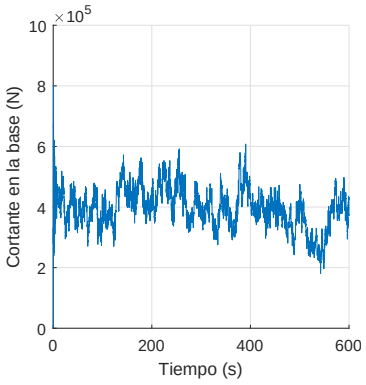
FIGURA 14.17: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca en la dirección del TLCD (continuación)



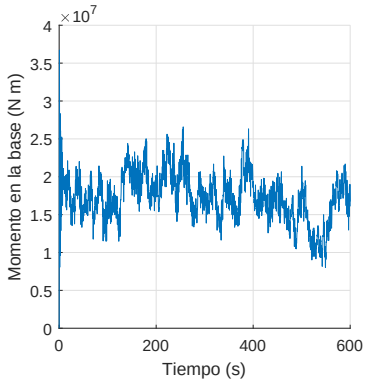
(A) Cortante, longitudinal, lineal



(B) Momento, longitudinal, lineal

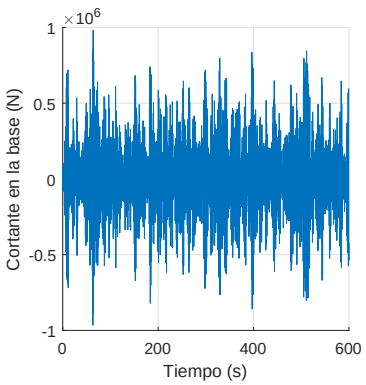


(C) Cortante, longitudinal, no lineal

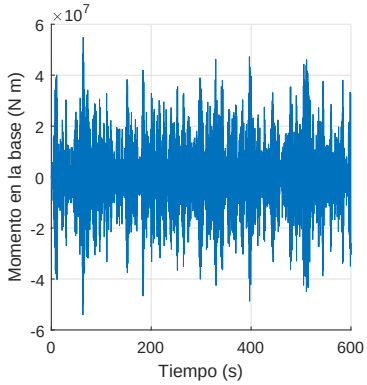


(D) Momento, longitudinal, no lineal

FIGURA 14.18: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca en la dirección del TSD



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 14.18: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca en la dirección del TSD (continuación)

TABLA 14.13: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca en la dirección del TLCD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	8.39E+05	4.05E+05	7.99E+05	4.03E+05	1.40E+06	4.03E+05
Momento (N m)	3.87E+07	1.77E+07	3.66E+07	1.76E+07	7.76E+07	2.28E+07

TABLA 14.14: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca en la dirección del TSD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	8.41E+05	4.04E+05	8.01E+05	4.03E+05	9.81E+05	2.60E+05
Momento (N m)	3.88E+07	1.77E+07	3.67E+07	1.76E+07	5.48E+07	1.46E+07

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en las Tablas 14.15 y 14.16.

TABLA 14.15: Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre roca en la dirección del TLCD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	0.39 %	0.76 %	0.03 %	0.74 %	9.04 %	11.19 %
Velocidad	15.82 %	0.44 %	5.14 %	0.42 %	8.13 %	12.44 %
Aceleración	22.08 %	19.16 %	24.74 %	20.11 %	32.77 %	26.64 %
Distorsión	0.42 %	0.79 %	0.04 %	0.77 %	9.16 %	11.77 %
Cortante	0.20 %	0.57 %	0.02 %	0.54 %	8.35 %	7.73 %
Momento	0.34 %	0.75 %	0.03 %	0.73 %	8.89 %	9.89 %

TABLA 14.16: Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre roca en la dirección del TSD

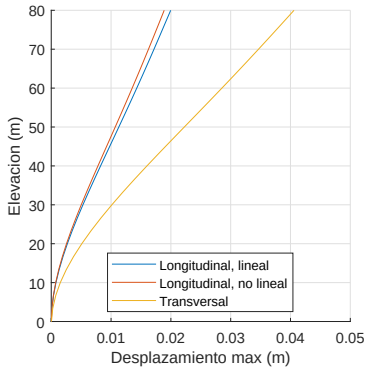
	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	0.85 %	0.43 %	0.07 %	0.42 %	41.57 %	37.18 %
Velocidad	41.15 %	0.29 %	12.01 %	0.27 %	40.76 %	38.27 %
Aceleración	5.02 %	1.91 %	15.48 %	19.18 %	54.24 %	44.55 %
Distorsión	0.90 %	0.44 %	0.07 %	0.43 %	41.58 %	37.56 %
Cortante	0.43 %	0.37 %	0.03 %	0.35 %	40.89 %	35.20 %
Momento	0.73 %	0.43 %	0.06 %	0.42 %	41.49 %	36.28 %

Los resultados obtenidos indican que el análisis que mayores demandas produce en la chimenea, en ambas direcciones, cuando se considera que la cimentación está sobre roca ocurre en la dirección transversal. En comparación con la respuesta obtenida sin control considerando que la cimentación está sobre roca, las demandas disminuyen en todos los casos, se observa, también, que existe un mayor control en la dirección longitudinal empleando el TLCD, mientras en la dirección transversal se logra un mayor control con el TSD. Además, en la dirección transversal, la cual presenta las mayores demandas en el modelo sin control, se logró disminuir tanto la respuesta máxima como la respuesta RMS con ambos funcionamientos del dispositivo, por lo tanto, para el modelo de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre roca, un TLCSD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es eólica en las dos direcciones.

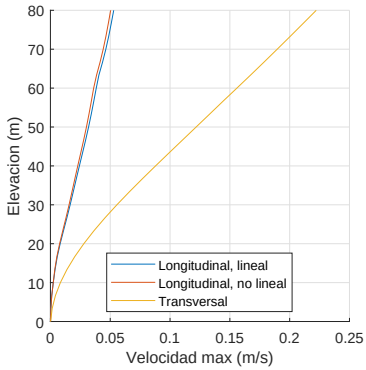
14.2.3. Modelo elástico sobre suelo denso

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible con los parámetros correspondientes a suelo denso presentados en la Tabla 7.4, con un TLCSD, realizando el análisis en las dos direcciones. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo discreto de las vigas acopladas sobre denso sin el TLCSD. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

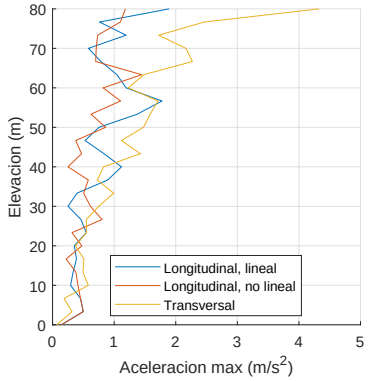
En las Figuras 14.19 y 14.20 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



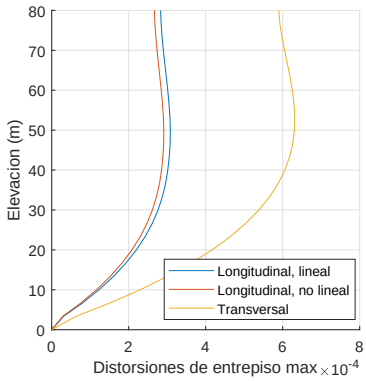
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades

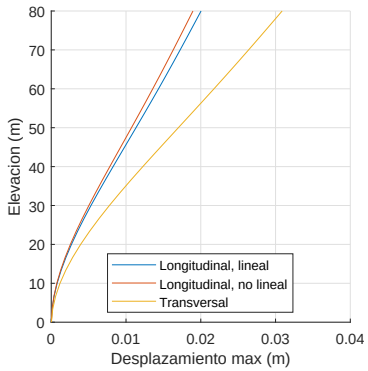


(C) Aceleraciones

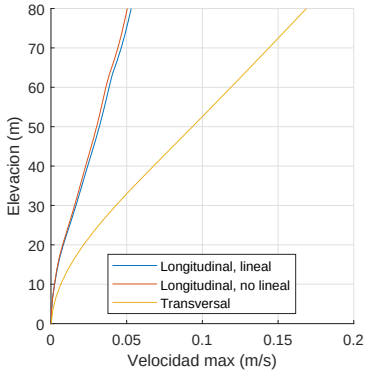


(D) Distorsiones

FIGURA 14.19: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TLCD

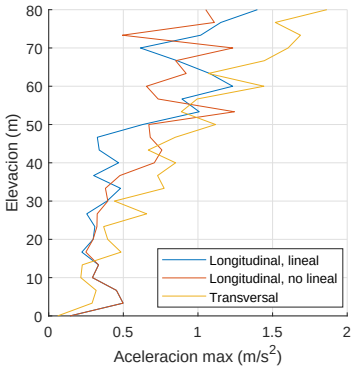


(A) Desplazamientos

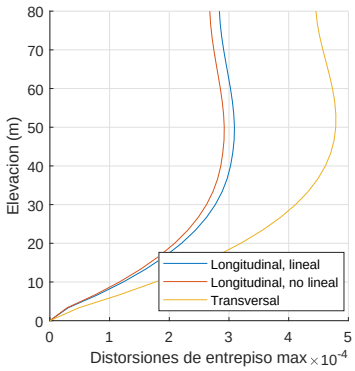


(B) Velocidades

FIGURA 14.20: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TSD



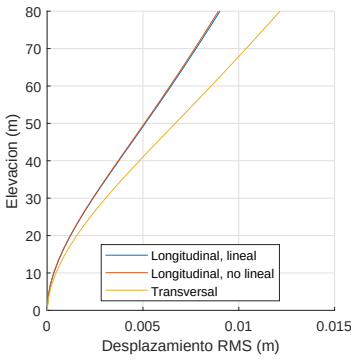
(C) Aceleraciones



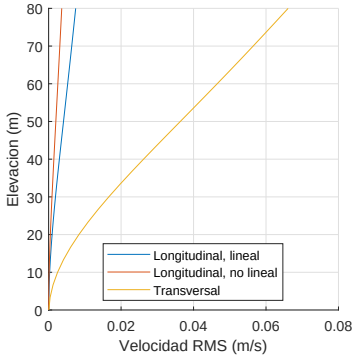
(D) Distorsiones

FIGURA 14.20: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TSD (continuación)

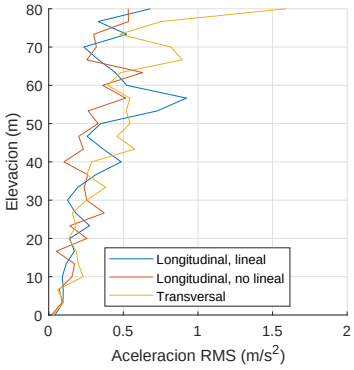
En las Figuras 14.21 y 14.22 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Se observa que el desplazamiento y distorsión con mayor amplitud en la dirección del TSD ocurren en la dirección longitudinal, mientras que para el resto de respuestas, la máxima amplitud ocurre en la transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.



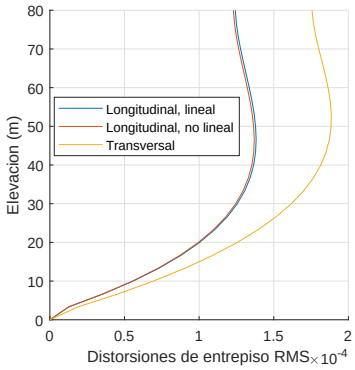
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades

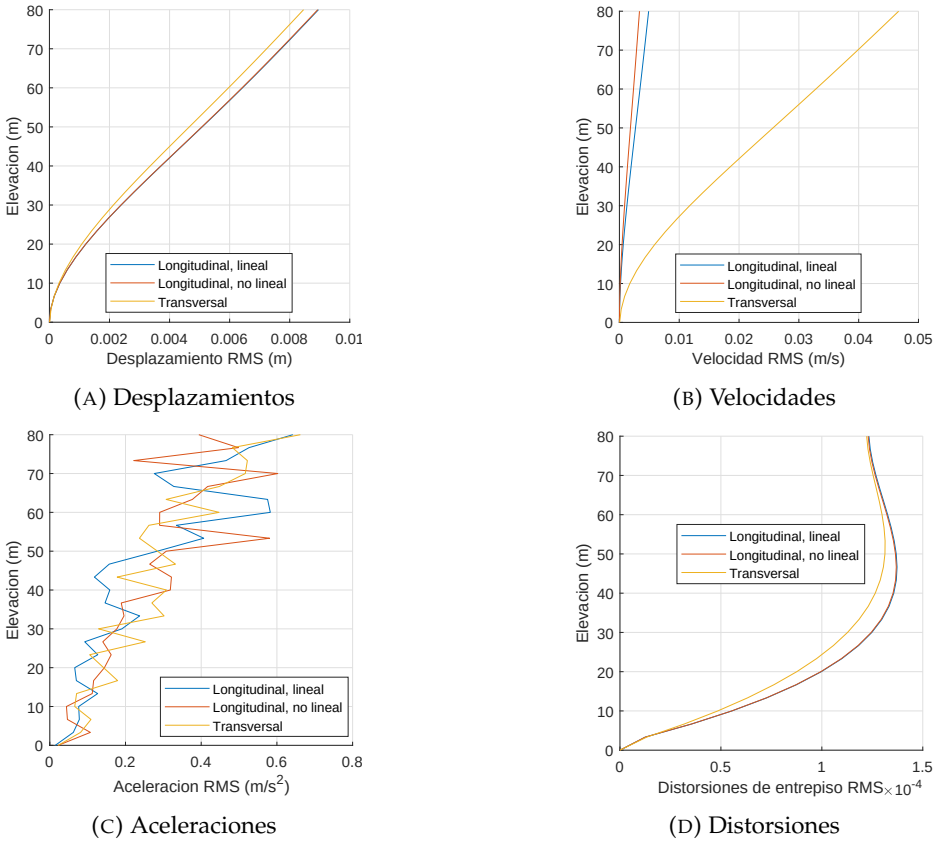


(C) Aceleraciones



(D) Distorsiones

FIGURA 14.21: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TLCD



(A) Desplazamientos

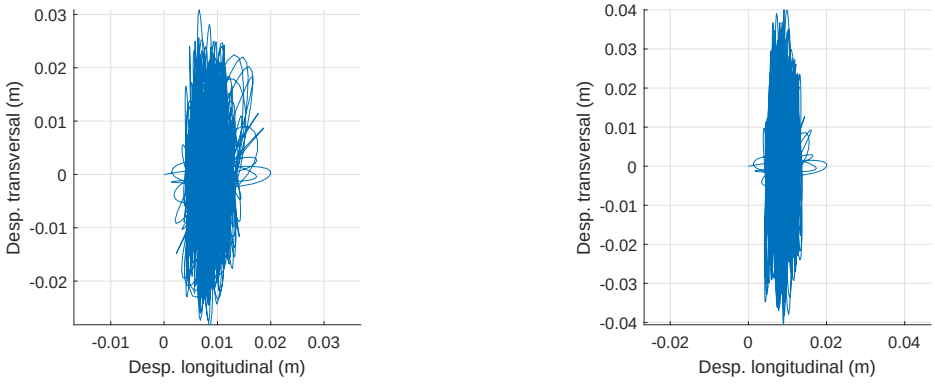
(B) Velocidades

(C) Aceleraciones

(D) Distorsiones

FIGURA 14.22: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TSD

En la Figura 14.23 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste, en ambas combinaciones del TLCSD. Los desplazamientos son mayores en la dirección transversal en ambos casos. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.

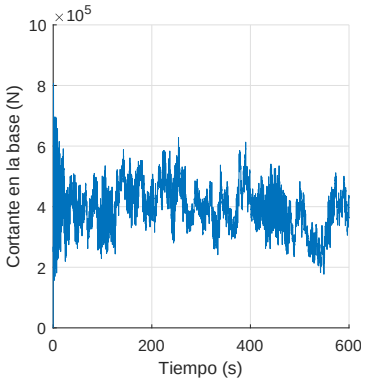


(A) TLCD longitudinal

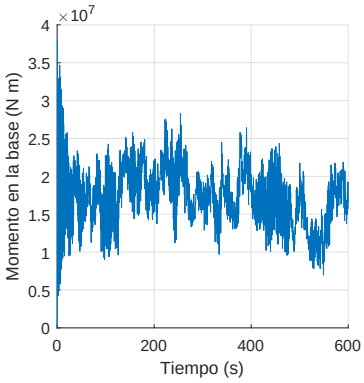
(B) TSD longitudinal

FIGURA 14.23: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico sobre suelo denso y un TLCSD

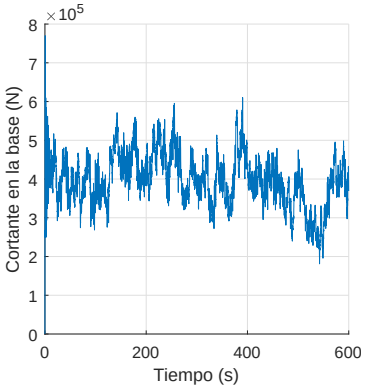
En las Figuras 14.24 y 14.25 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 14.17 y 14.18 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



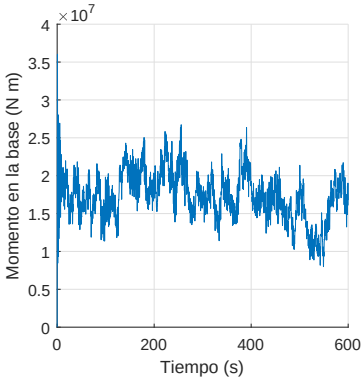
(A) Cortante, longitudinal, lineal



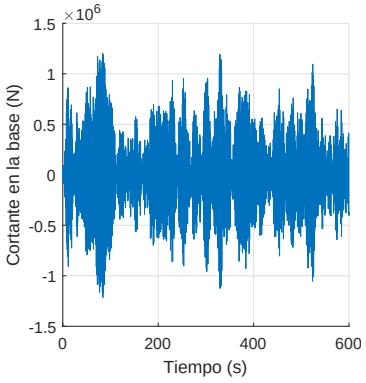
(B) Momento, longitudinal, lineal



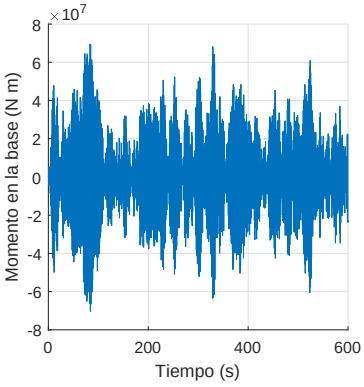
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal

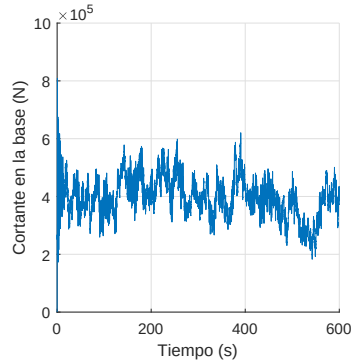


(E) Cortante, transversal

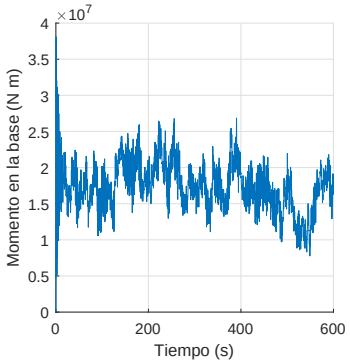


(F) Momento, transversal

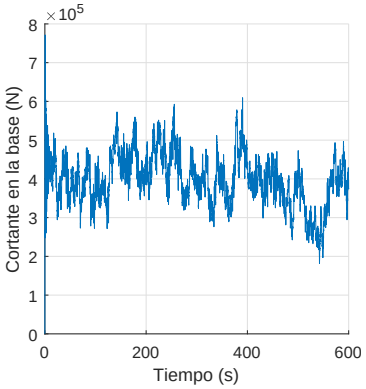
FIGURA 14.24: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TLCD



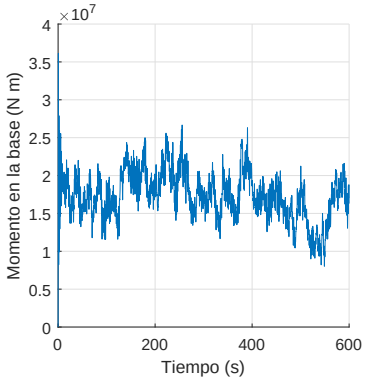
(A) Cortante, longitudinal, lineal



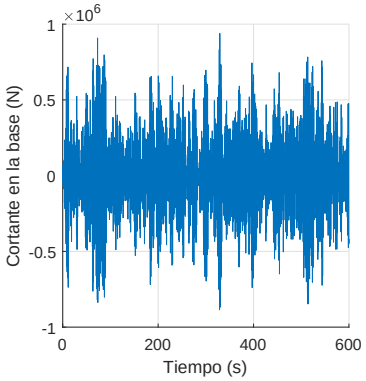
(B) Momento, longitudinal, lineal



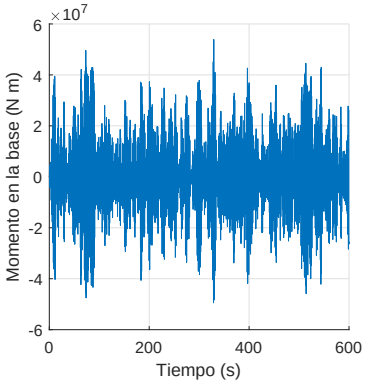
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 14.25: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TSD

TABLA 14.17: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TLCD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	8.07E+05	4.05E+05	7.70E+05	4.03E+05	1.21E+06	3.78E+05
Momento (N m)	3.80E+07	1.78E+07	3.60E+07	1.76E+07	7.05E+07	2.13E+07

TABLA 14.18: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TSD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	8.09E+05	4.04E+05	7.72E+05	4.03E+05	9.38E+05	2.66E+05
Momento (N m)	3.81E+07	1.77E+07	3.61E+07	1.76E+07	5.39E+07	1.48E+07

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en las Tablas 14.19 y 14.20.

TABLA 14.19: Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TLCD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	0.65 %	0.81 %	0.04 %	0.79 %	19.22 %	17.82 %
Velocidad	19.73 %	0.49 %	5.70 %	0.46 %	18.34 %	16.48 %
Aceleración	-8.78 %	-8.45 %	8.52 %	13.98 %	11.40 %	11.72 %
Distorsión	0.68 %	0.80 %	0.04 %	0.78 %	19.34 %	17.79 %
Cortante	0.30 %	0.58 %	0.02 %	0.55 %	18.43 %	19.26 %
Momento	0.52 %	0.74 %	0.03 %	0.72 %	19.07 %	18.08 %

TABLA 14.20: Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo denso en la dirección del TSD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	1.30 %	0.46 %	0.08 %	0.45 %	43.71 %	37.34 %
Velocidad	47.48 %	0.32 %	12.67 %	0.29 %	42.33 %	36.35 %
Aceleración	21.85 %	19.82 %	18.86 %	16.45 %	48.64 %	42.54 %
Distorsión	1.37 %	0.45 %	0.08 %	0.45 %	43.82 %	37.52 %
Cortante	0.62 %	0.37 %	0.04 %	0.35 %	42.69 %	37.61 %
Momento	1.06 %	0.43 %	0.06 %	0.42 %	43.57 %	37.36 %

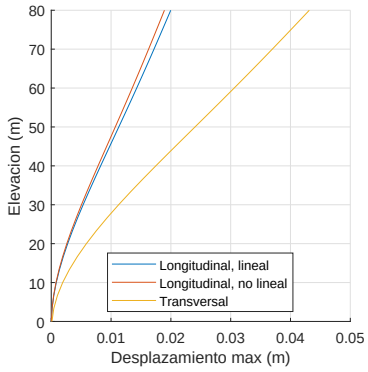
Los resultados obtenidos indican que el análisis que mayores demandas produce en la chimenea, en ambas direcciones, cuando se considera que la cimentación está sobre suelo denso ocurre en la dirección transversal. En comparación con la respuesta obtenida sin control considerando que la cimentación está sobre suelo denso, las demandas disminuyen en casi todos los casos, se observa, también, que existe un mayor control en la dirección longitudinal empleando el TLCD, mientras en la dirección transversal se logra un mayor control con el TSD. Además, en la dirección transversal, la cual presenta las mayores demandas en el modelo sin control sobre suelo denso, se logró disminuir tanto la respuesta máxima como la respuesta RMS con ambos funcionamientos del dispositivo, por lo tanto, para el modelo de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo denso, un TLCSD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es eólica en las dos direcciones.

14.2.4. Modelo elástico sobre suelo rígido

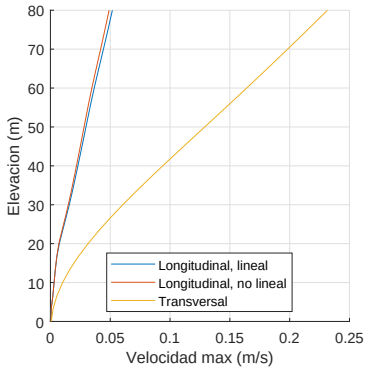
La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible con los parámetros correspondientes a suelo rígido

presentados en la Tabla 7.4, con un TLCSD, realizando el análisis en las dos direcciones. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo discreto de las vigas acopladas sobre rígido sin el TLCSD. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

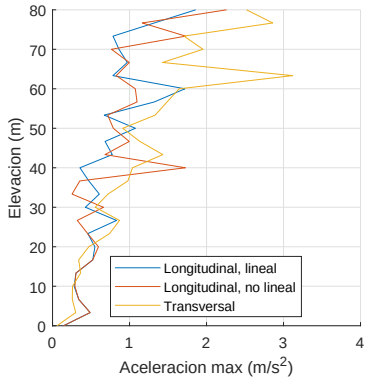
En las Figuras 14.26 y 14.27 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



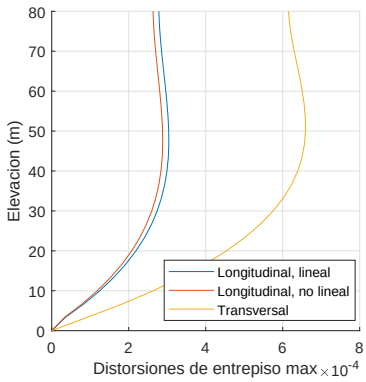
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades

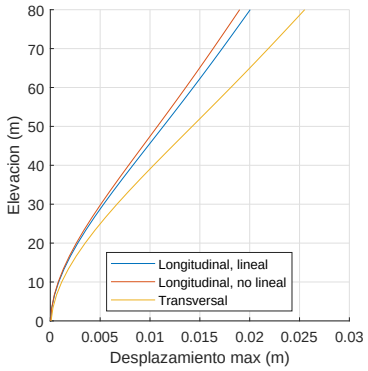


(C) Aceleraciones

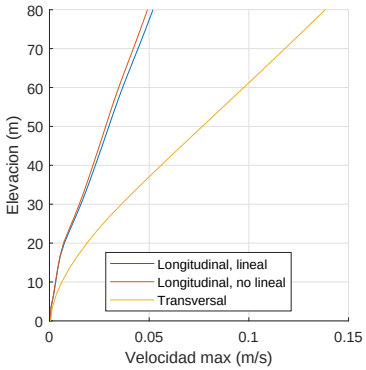


(D) Distorsiones

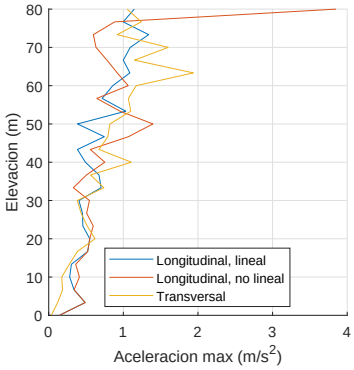
FIGURA 14.26: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TLCD



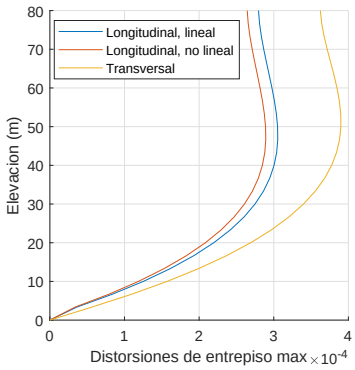
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



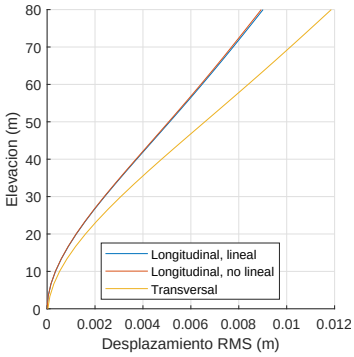
(C) Aceleraciones



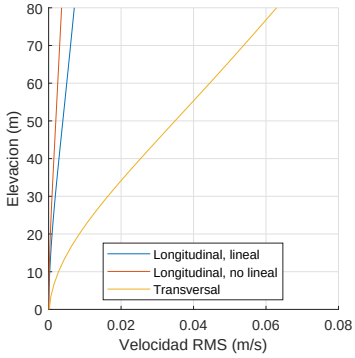
(D) Distorsiones

FIGURA 14.27: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TSD

En las Figuras 14.28 y 14.29 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Se observa que el desplazamiento y distorsión con mayor amplitud en la dirección del TSD ocurren en la dirección longitudinal, mientras que para el resto de respuestas, la máxima amplitud ocurre en la transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.

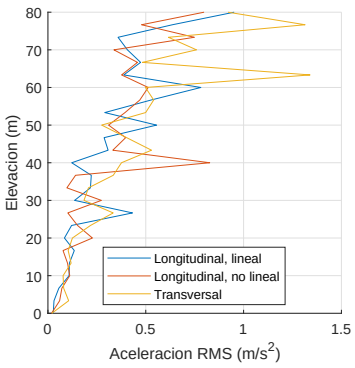


(A) Desplazamientos

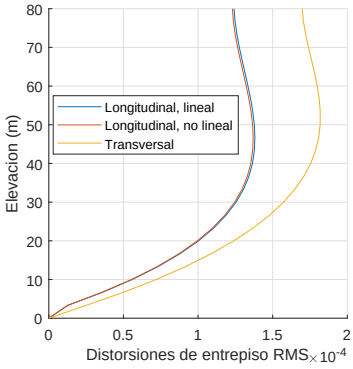


(B) Velocidades

FIGURA 14.28: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TLCD

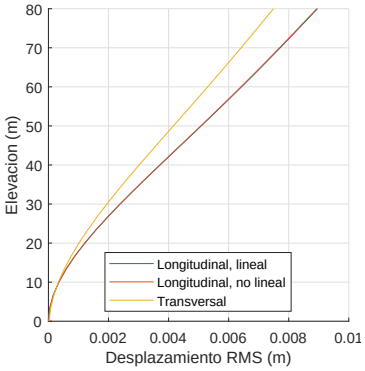


(C) Aceleraciones

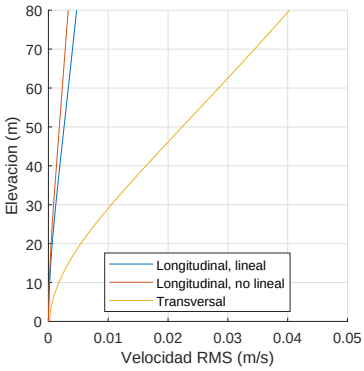


(D) Distorsiones

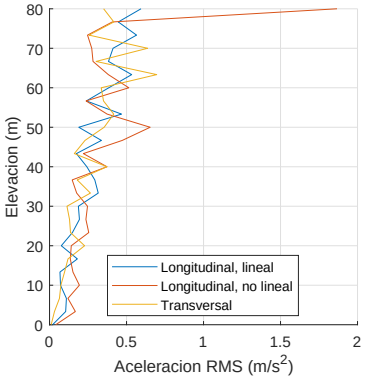
FIGURA 14.28: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TLCD (continuación)



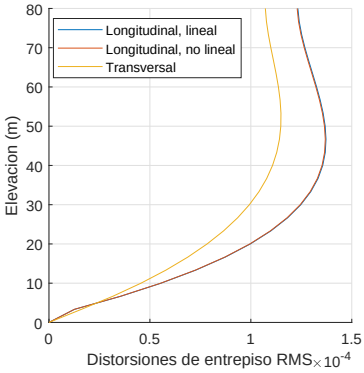
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



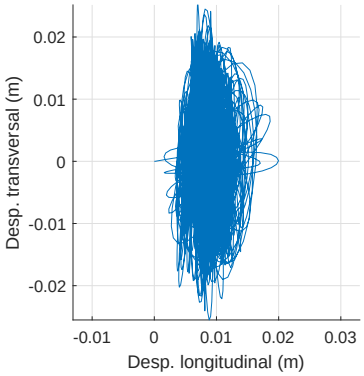
(C) Aceleraciones



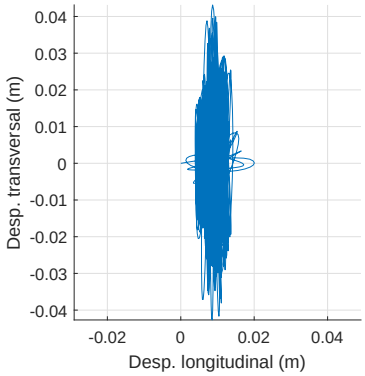
(D) Distorsiones

FIGURA 14.29: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TSD

En la Figura 14.30 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste, en ambas combinaciones del TLCSD. Los desplazamientos son mayores en la dirección transversal en ambos casos. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.



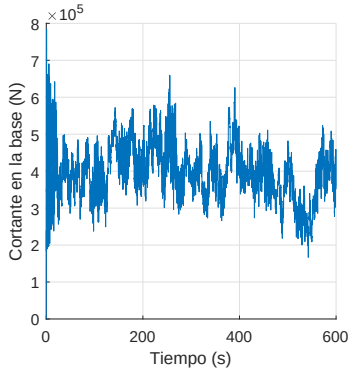
(A) TLCD longitudinal



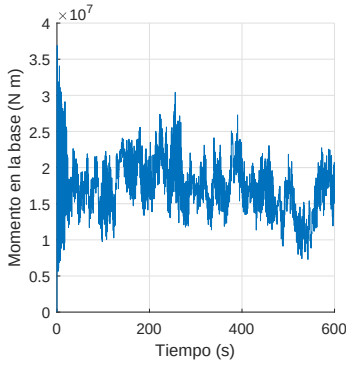
(B) TSD longitudinal

FIGURA 14.30: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico sobre suelo rígido y un TLCSD

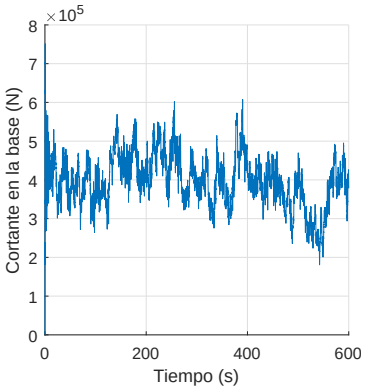
En las Figuras 14.31 y 14.32 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 14.21 y 14.22 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



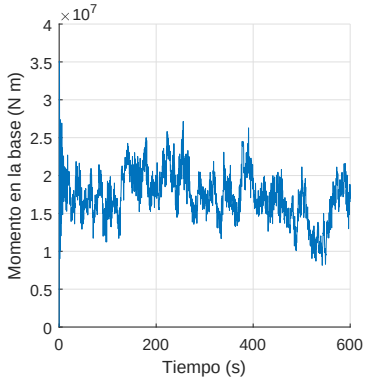
(A) Cortante, longitudinal, lineal



(B) Momento, longitudinal, lineal

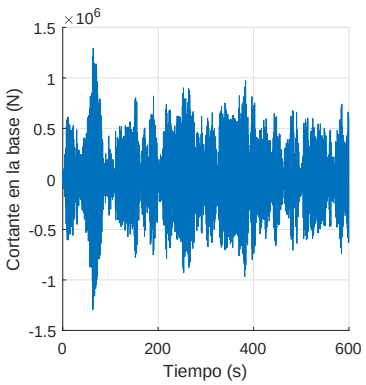


(C) Cortante, longitudinal, no lineal

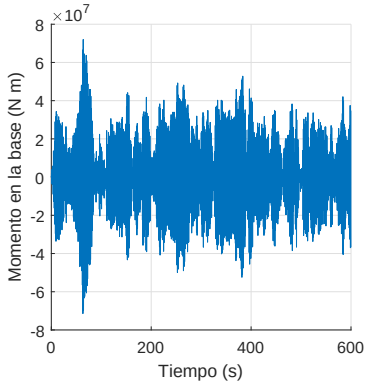


(D) Momento, longitudinal, no lineal

FIGURA 14.31: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TLCD

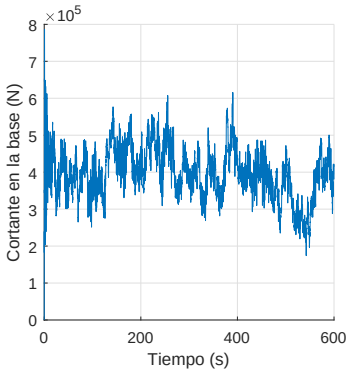


(E) Cortante, transversal

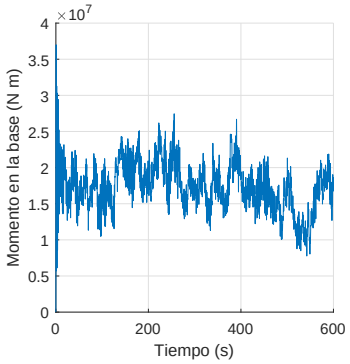


(F) Momento, transversal

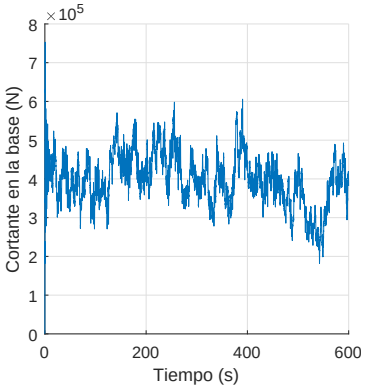
FIGURA 14.31: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TLCD (continuación)



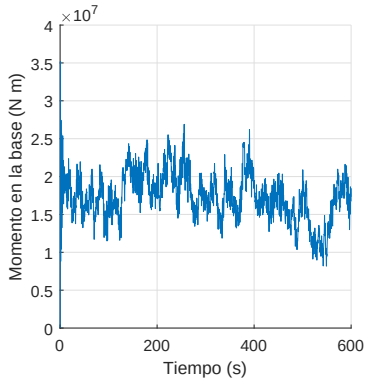
(A) Cortante, longitudinal, lineal



(B) Momento, longitudinal, lineal

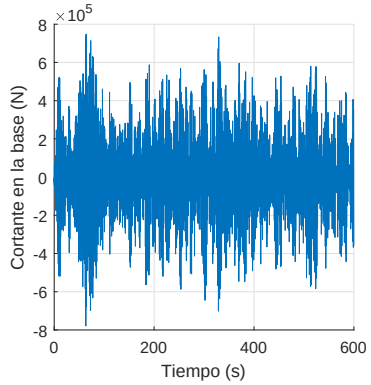


(C) Cortante, longitudinal, no lineal

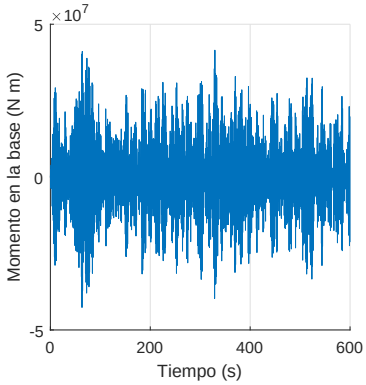


(D) Momento, longitudinal, no lineal

FIGURA 14.32: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TSD



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 14.32: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TSD (continuación)

TABLA 14.21: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TLCD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	7.85E+05	4.05E+05	7.51E+05	4.03E+05	1.30E+06	3.53E+05
Momento (N m)	3.69E+07	1.77E+07	3.51E+07	1.76E+07	7.20E+07	1.97E+07

TABLA 14.22: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TSD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	7.86E+05	4.04E+05	7.53E+05	4.03E+05	7.79E+05	2.26E+05
Momento (N m)	3.70E+07	1.77E+07	3.52E+07	1.76E+07	4.27E+07	1.25E+07

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en las Tablas 14.23 y 14.24.

TABLA 14.23: Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TLCD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	0.46 %	0.82 %	0.04 %	0.80 %	16.52 %	5.11 %
Velocidad	15.50 %	0.57 %	5.56 %	0.56 %	15.64 %	4.68 %
Aceleración	0.71 %	-1.36 %	-29.52 %	-42.88 %	1.44 %	7.43 %
Distorsión	0.48 %	0.84 %	0.04 %	0.83 %	16.65 %	5.38 %
Cortante	0.19 %	0.56 %	0.02 %	0.53 %	15.58 %	4.71 %
Momento	0.33 %	0.73 %	0.03 %	0.70 %	16.33 %	4.90 %

TABLA 14.24: Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo rígido en la dirección del TSD

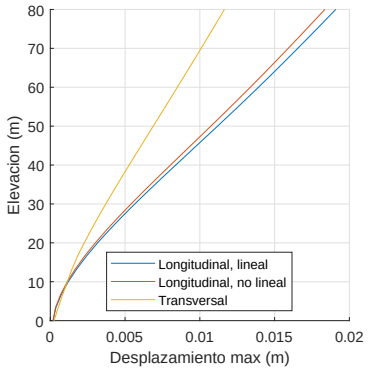
	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	1.07 %	0.46 %	0.08 %	0.46 %	47.25 %	43.83 %
Velocidad	43.78 %	0.35 %	12.96 %	0.35 %	45.95 %	43.22 %
Aceleración	10.63 %	8.42 %	-71.79 %	-65.24 %	50.63 %	45.64 %
Distorsión	1.10 %	0.47 %	0.08 %	0.46 %	47.35 %	44.07 %
Cortante	0.46 %	0.36 %	0.03 %	0.34 %	46.01 %	42.67 %
Momento	0.78 %	0.42 %	0.06 %	0.41 %	47.14 %	43.67 %

Los resultados obtenidos indican que el análisis que mayores demandas produce en la chimenea, en ambas direcciones, cuando se considera que la cimentación está sobre suelo rígido ocurre en la dirección transversal. En comparación con la respuesta obtenida sin control considerando que la cimentación está sobre suelo rígido, las demandas disminuyen en casi todos los casos, se observa, también, que existe un mayor control en la dirección longitudinal empleando el TLCD, mientras en la dirección transversal se logra un mayor control con el TSD. Además, en la dirección transversal, la cual presenta las mayores demandas en el modelo sin control sobre suelo rígido, se logró disminuir tanto la respuesta máxima como la respuesta RMS con ambos funcionamientos del dispositivo, por lo tanto, para el modelo de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo rígido, un TLCSD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es eólica en las dos direcciones.

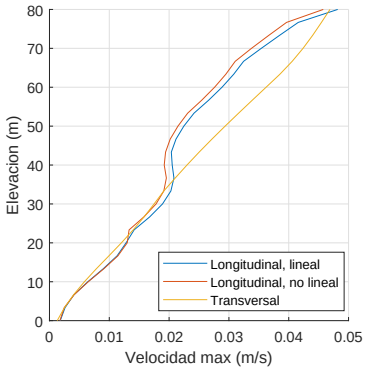
14.2.5. Modelo elástico sobre suelo blando

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible con los parámetros correspondientes a suelo blando presentados en la Tabla 7.4, con un TLCSD, realizando el análisis en las dos direcciones. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo discreto de las vigas acopladas sobre blando sin el TLCSD. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

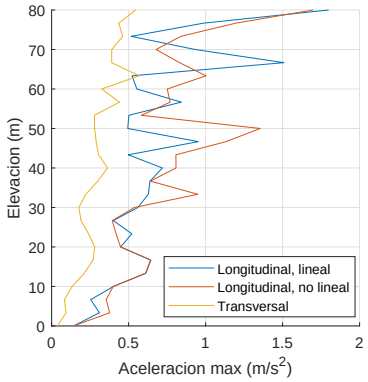
En las Figuras 14.33 y 14.34 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó en la dirección longitudinal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



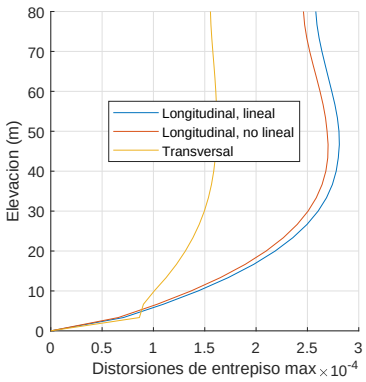
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades

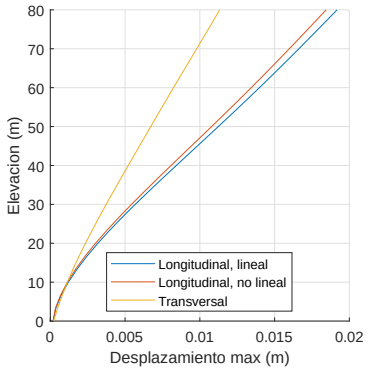


(C) Aceleraciones

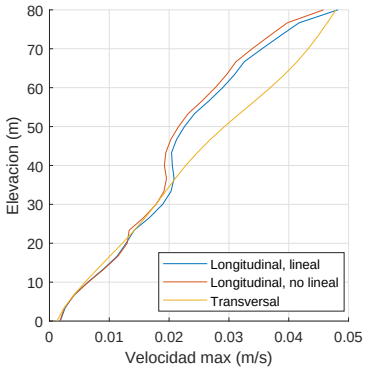


(D) Distorsiones

FIGURA 14.33: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TLCD

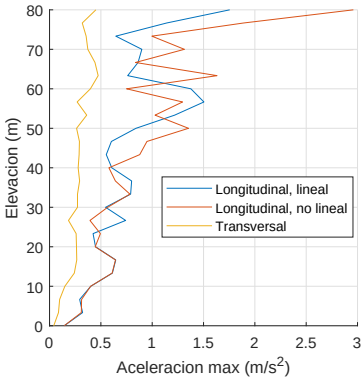


(A) Desplazamientos

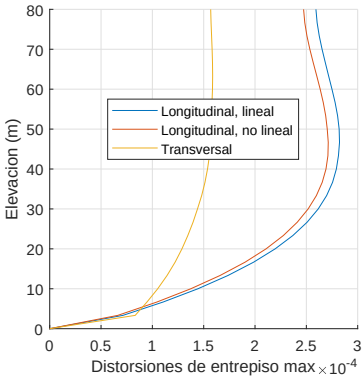


(B) Velocidades

FIGURA 14.34: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TSD



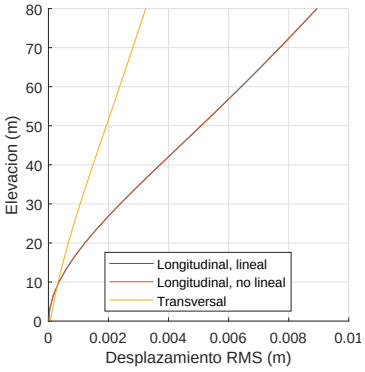
(C) Aceleraciones



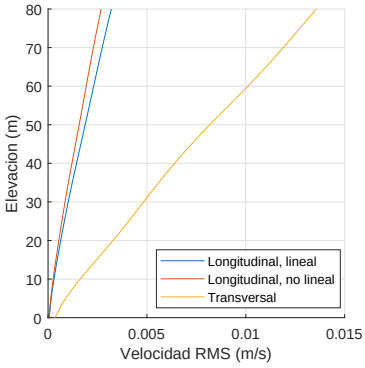
(D) Distorsiones

FIGURA 14.34: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TSD (continuación)

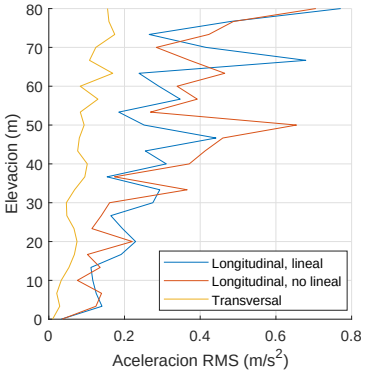
En las Figuras 14.35 y 14.36 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Se observa que, la velocidad máxima en las dos direcciones tiene la máxima amplitud en la dirección transversal, mientras el resto de respuestas, en la longitudinal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.



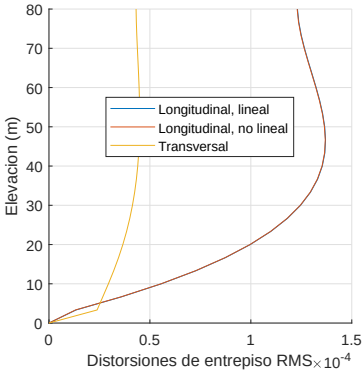
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades

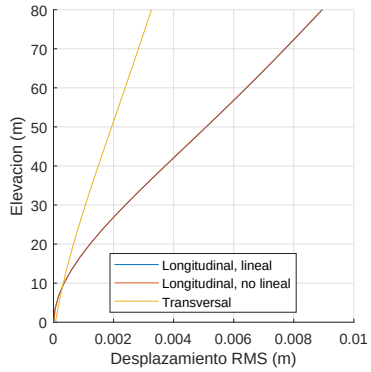


(C) Aceleraciones

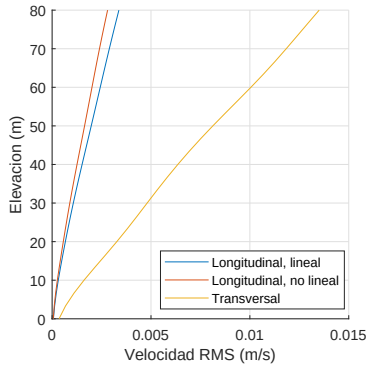


(D) Distorsiones

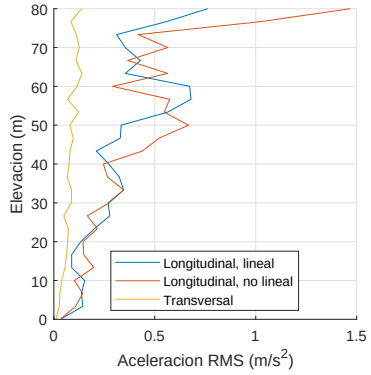
FIGURA 14.35: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TLCD



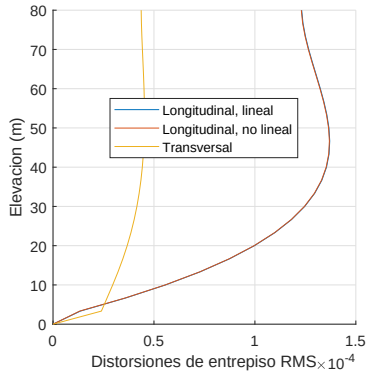
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



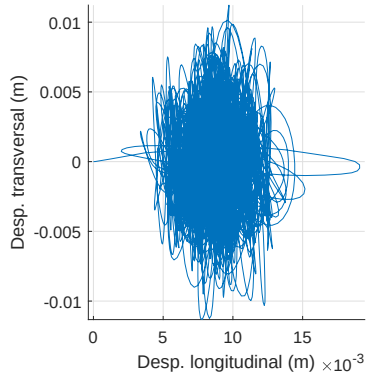
(C) Aceleraciones



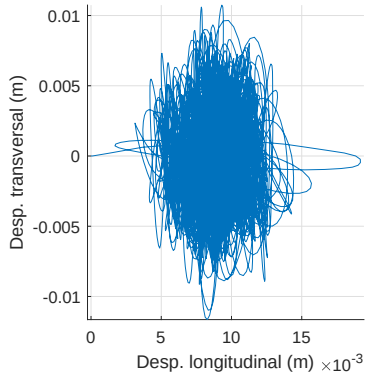
(D) Distorsiones

FIGURA 14.36: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TSD

En la Figura 14.37 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste, en ambas combinaciones del TLCSD. Los desplazamientos son mayores en la dirección transversal en ambos casos. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.



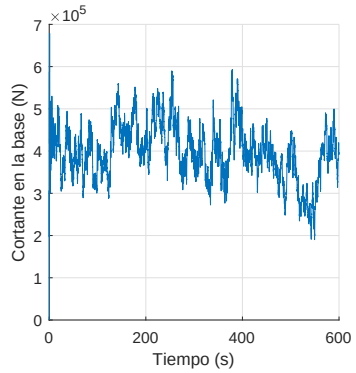
(A) TLCD longitudinal



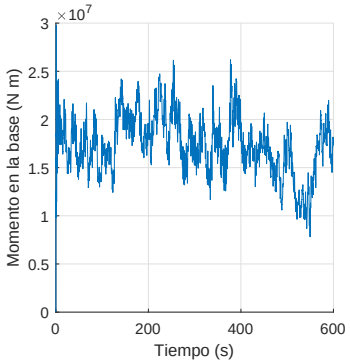
(B) TSD longitudinal

FIGURA 14.37: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico sobre suelo blando y un TLCSD

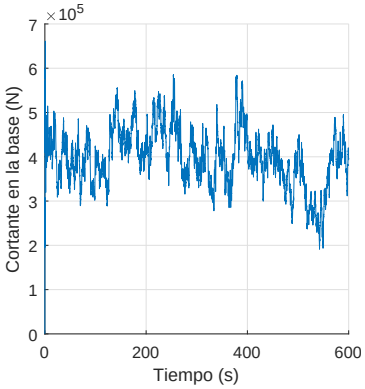
En las Figuras 14.38 y 14.39 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 14.25 y 14.26 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



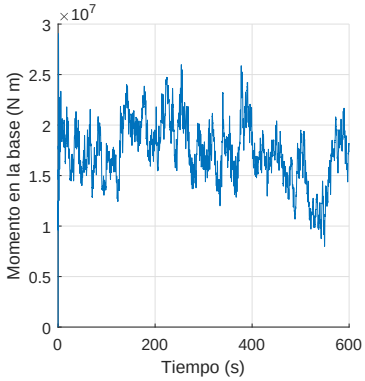
(A) Cortante, longitudinal, lineal



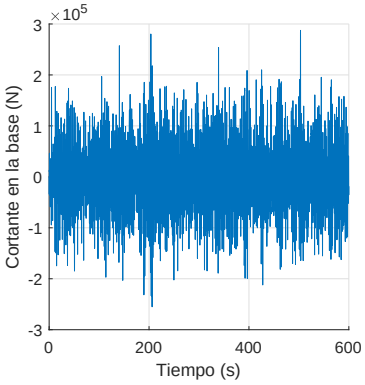
(B) Momento, longitudinal, lineal



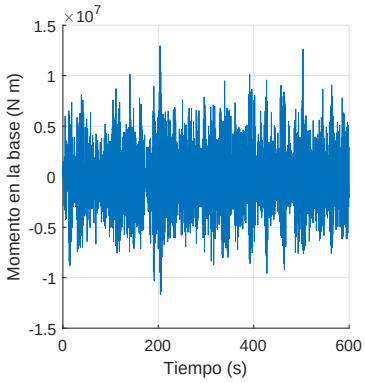
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal

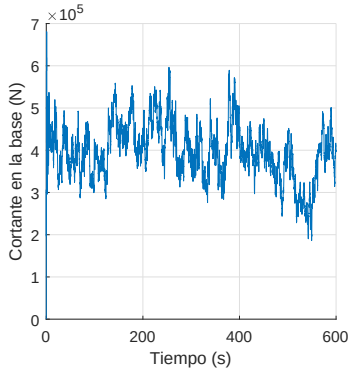


(E) Cortante, transversal

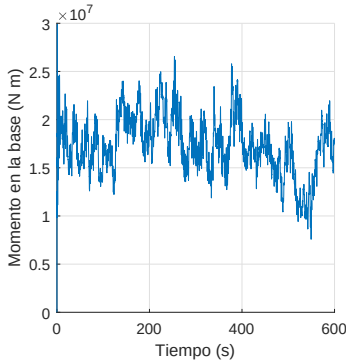


(F) Momento, transversal

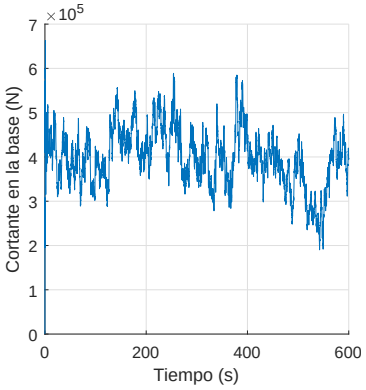
FIGURA 14.38: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TLCD



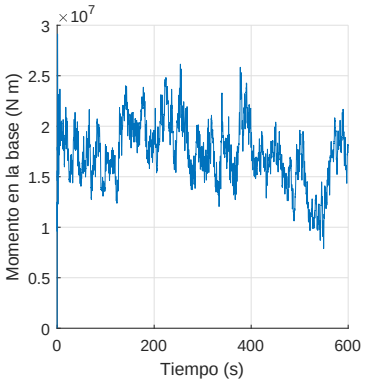
(A) Cortante, longitudinal, lineal



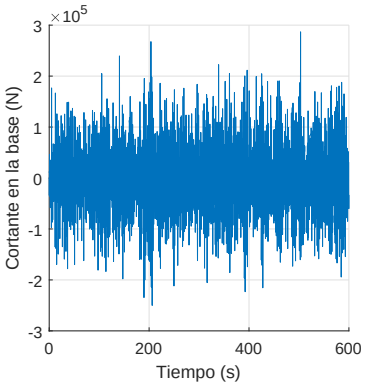
(B) Momento, longitudinal, lineal



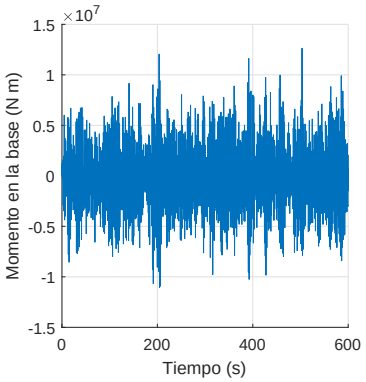
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 14.39: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TSD

TABLA 14.25: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TLCD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	6.79E+05	4.03E+05	6.61E+05	4.03E+05	2.87E+05	7.32E+04
Momento (N m)	2.98E+07	1.76E+07	2.90E+07	1.76E+07	1.30E+07	3.36E+06

TABLA 14.26: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TSD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	6.81E+05	4.03E+05	6.63E+05	4.03E+05	2.87E+05	7.27E+04
Momento (N m)	2.99E+07	1.76E+07	2.91E+07	1.76E+07	1.26E+07	3.37E+06

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en las Tablas 14.27 y 14.28.

TABLA 14.27: Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TLCD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	0.40 %	1.04 %	0.12 %	1.06 %	31.25 %	35.23 %
Velocidad	27.59 %	0.66 %	15.43 %	0.68 %	27.99 %	32.59 %
Aceleración	13.09 %	14.51 %	5.78 %	1.94 %	6.12 %	8.16 %
Distorsión	0.38 %	1.00 %	0.12 %	1.03 %	31.52 %	35.44 %
Cortante	0.06 %	0.57 %	0.02 %	0.61 %	23.10 %	26.42 %
Momento	0.10 %	0.67 %	0.03 %	0.67 %	29.58 %	31.16 %

TABLA 14.28: Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo blando en la dirección del TSD

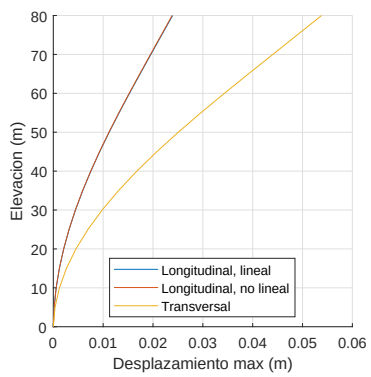
	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	0.34 %	0.59 %	0.09 %	0.59 %	30.84 %	36.83 %
Velocidad	23.62 %	0.37 %	11.70 %	0.37 %	28.36 %	31.62 %
Aceleración	-4.36 %	-0.02 %	-52.84 %	-42.46 %	12.71 %	13.99 %
Distorsión	0.32 %	0.56 %	0.09 %	0.58 %	31.01 %	36.38 %
Cortante	0.05 %	0.32 %	0.01 %	0.35 %	23.62 %	26.58 %
Momento	0.08 %	0.38 %	0.02 %	0.38 %	29.50 %	32.90 %

Los resultados obtenidos indican que el análisis que mayores demandas produce en la chimenea, en ambas direcciones, cuando se considera que la cimentación está sobre suelo blando ocurre en la dirección longitudinal. En comparación con la respuesta obtenida sin control considerando que la cimentación está sobre suelo blando, las demandas disminuyen en casi todos los casos, se observa también, que existe un mayor control en la dirección longitudinal empleando el TLCD, mientras en la dirección transversal se logra un mayor control con el TSD. Además, en la dirección longitudinal, la cual presenta las mayores demandas en el modelo sin control sobre suelo blando, se logró disminuir tanto la respuesta máxima como la respuesta RMS con el TLCD, y con el TSD disminuyen la mayoría de respuestas con excepción de la aceleración, por lo tanto, para el modelo de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo blando, un TLCSD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es eólica en las dos direcciones.

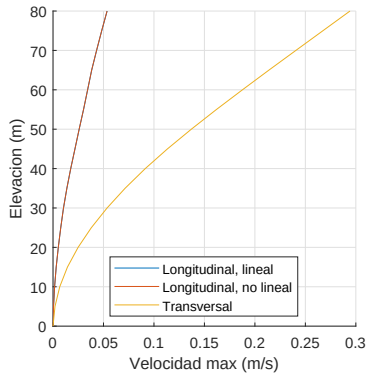
14.2.6. Modelo no lineal con base fija

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base fija y un TLCSD, realizando el análisis en las dos direcciones. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. También se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. Además, se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo no lineal con base fija sin el TLCSD. A continuación se presentan los resultados alcanzados.

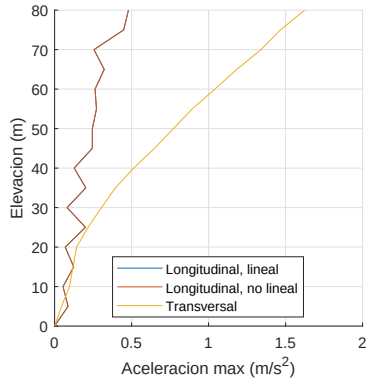
En las Figuras 14.40 y 14.41 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



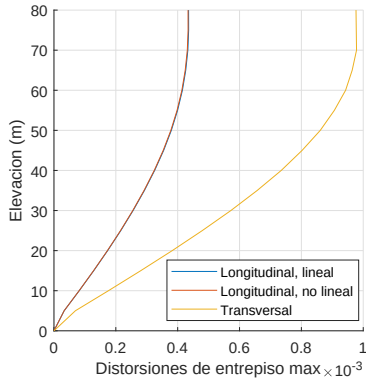
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades

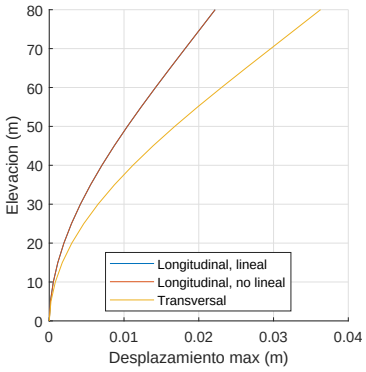


(C) Aceleraciones

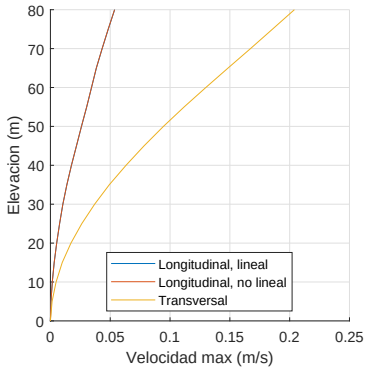


(D) Distorsiones

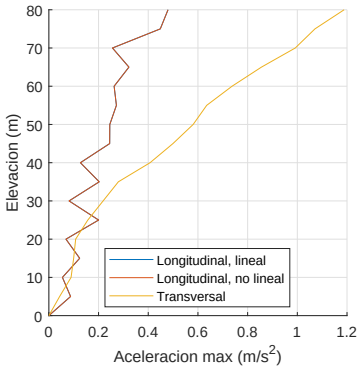
FIGURA 14.40: Respuestas máximas del modelo no lineal con base fija en la dirección del TLCD



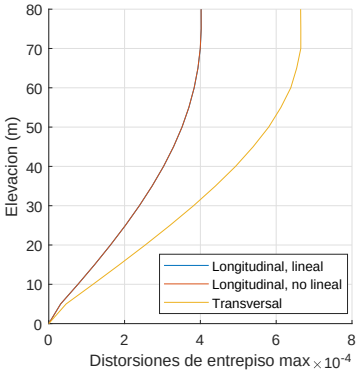
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



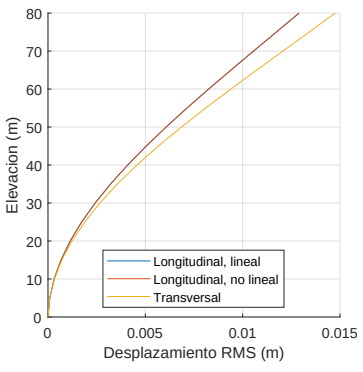
(C) Aceleraciones



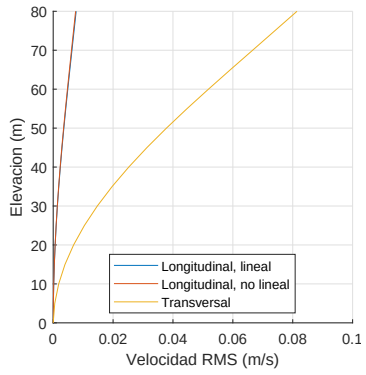
(D) Distorsiones

FIGURA 14.41: Respuestas máximas del modelo no lineal con base fija en la dirección del TSD

En las Figuras 14.42 y 14.43 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Se observa que el desplazamiento y distorsión con mayor amplitud en la dirección del TSD ocurren en la dirección longitudinal, mientras que para el resto de respuestas, la máxima amplitud ocurre en la transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.

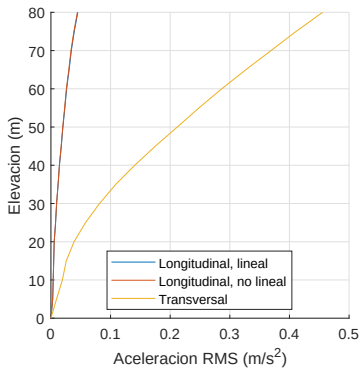


(A) Desplazamientos

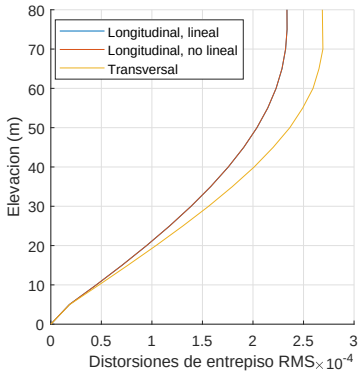


(B) Velocidades

FIGURA 14.42: Respuestas RMS del modelo no lineal con base fija en la dirección del TLCD

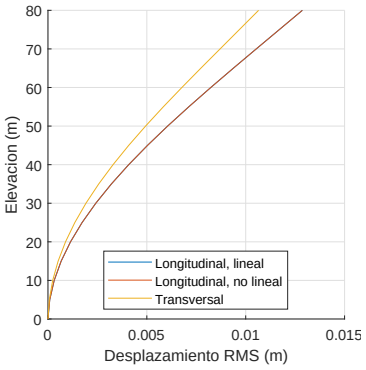


(C) Aceleraciones

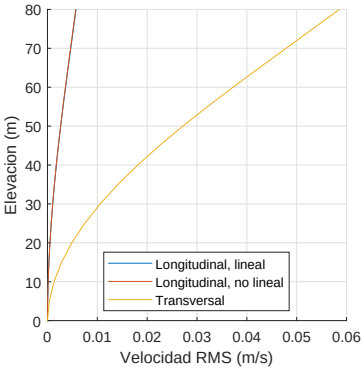


(D) Distorsiones

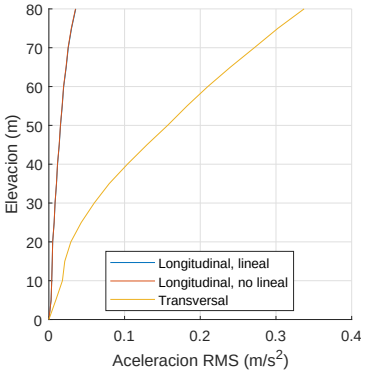
FIGURA 14.42: Respuestas RMS del modelo no lineal con base fija en la dirección del TLCD (continuación)



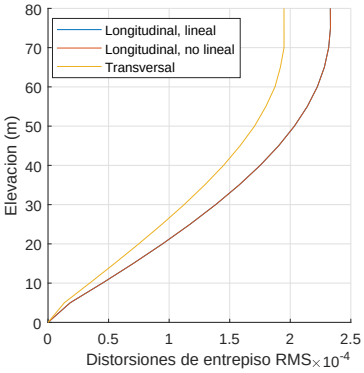
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



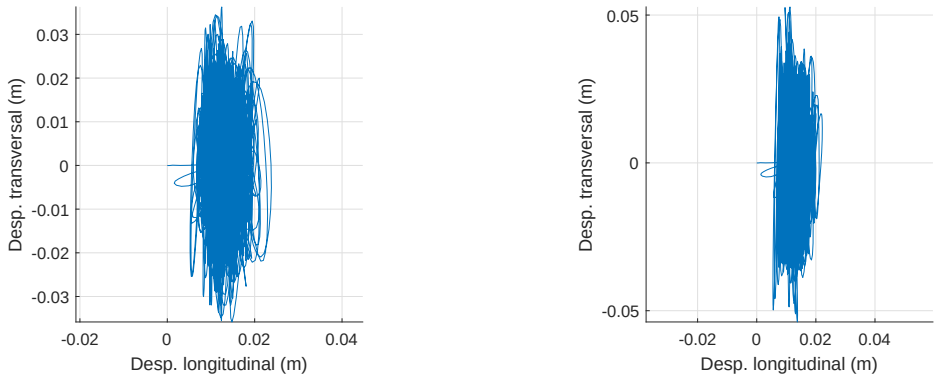
(C) Aceleraciones



(D) Distorsiones

FIGURA 14.43: Respuestas RMS del modelo no lineal con base fija en la dirección del TSD

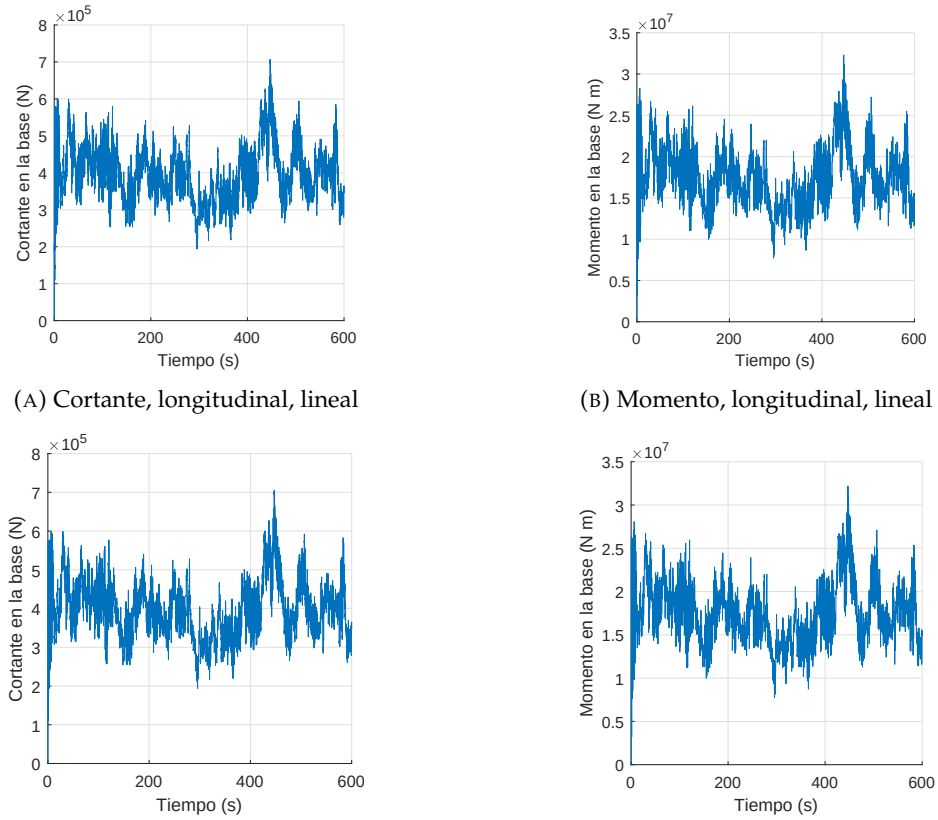
En la Figura 14.44 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste, en ambas combinaciones del TLCSD. Los desplazamientos son mayores en la dirección transversal en ambos casos. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.



(A) TLCD longitudinal (B) TSD longitudinal

FIGURA 14.44: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal con base fija y un TLCSD

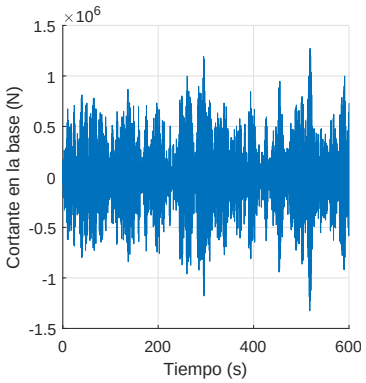
En las Figuras 14.45 y 14.46 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 14.29 y 14.30 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



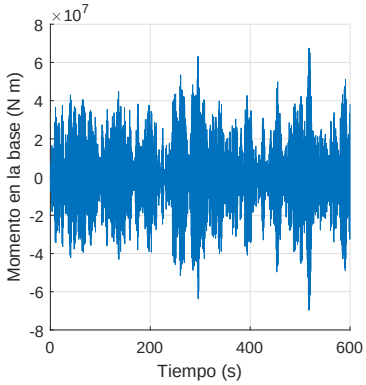
(A) Cortante, longitudinal, lineal (B) Momento, longitudinal, lineal

(C) Cortante, longitudinal, no lineal (D) Momento, longitudinal, no lineal

FIGURA 14.45: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija en la dirección del TLCD

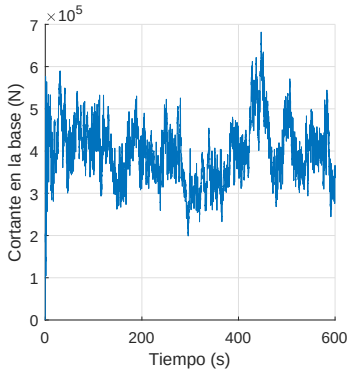


(E) Cortante, transversal

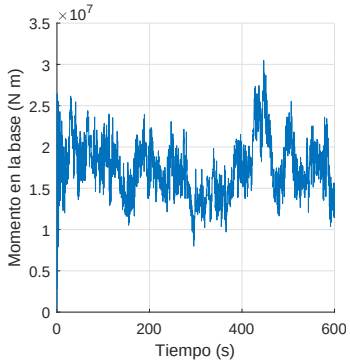


(F) Momento, transversal

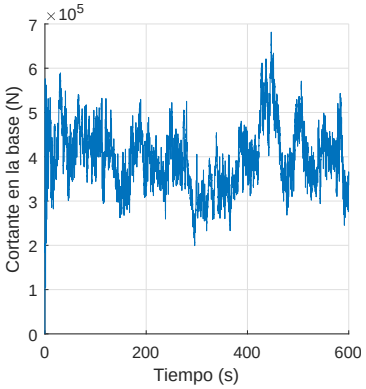
FIGURA 14.45: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija en la dirección del TLCD (continuación)



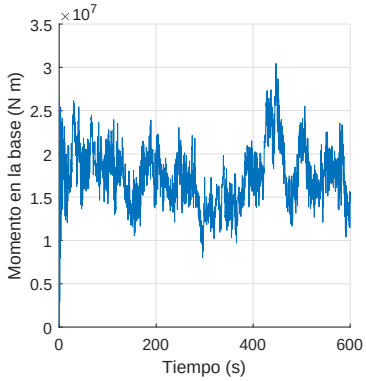
(A) Cortante, longitudinal, lineal



(B) Momento, longitudinal, lineal

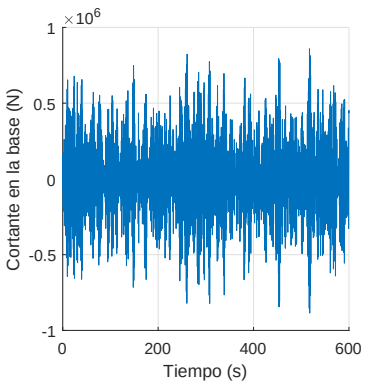


(C) Cortante, longitudinal, no lineal

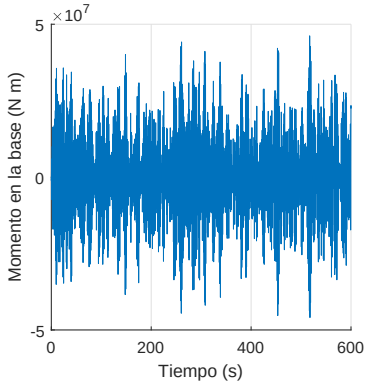


(D) Momento, longitudinal, no lineal

FIGURA 14.46: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija en la dirección del TSD



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 14.46: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija en la dirección del TSD (continuación)

TABLA 14.29: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija en la dirección del TLCD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	7.07E+05	4.04E+05	7.05E+05	4.04E+05	1.33E+06	3.53E+05
Momento (N m)	3.23E+07	1.78E+07	3.22E+07	1.78E+07	6.97E+07	1.89E+07

TABLA 14.30: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija en la dirección del TSD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	6.82E+05	4.03E+05	6.82E+05	4.03E+05	8.86E+05	2.55E+05
Momento (N m)	3.05E+07	1.78E+07	3.05E+07	1.78E+07	4.62E+07	1.36E+07

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000, sin embargo, no se formaron articulaciones plásticas en el modelo, por lo que no se reportan dichos resultados ya que el modelo completo permanece en el rango elástico.

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en las Tablas 14.31 y 14.32.

TABLA 14.31: Disminución de la respuesta del modelo no lineal con base fija en la dirección del TLCD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	0.36 %	2.34 %	0.32 %	1.84 %	15.58 %	16.83 %
Velocidad	20.44 %	0.58 %	19.27 %	0.58 %	14.35 %	16.04 %
Aceleración	18.92 %	0.11 %	17.05 %	0.11 %	13.60 %	15.32 %
Distorsión	0.37 %	2.13 %	0.33 %	1.65 %	15.78 %	17.35 %
Cortante	0.20 %	2.94 %	0.17 %	2.45 %	14.60 %	13.09 %
Momento	0.30 %	3.26 %	0.27 %	2.79 %	15.17 %	15.04 %

TABLA 14.32: Disminución de la respuesta del modelo no lineal con base fija en la dirección del TSD

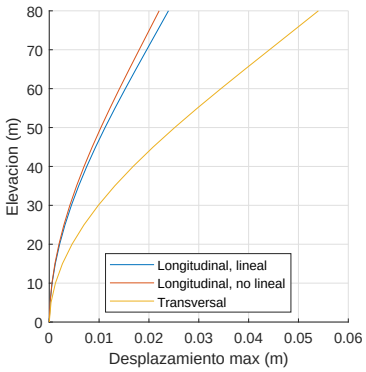
	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	0.61 %	9.23 %	0.54 %	8.42 %	39.11 %	44.09 %
Velocidad	40.58 %	0.36 %	38.85 %	0.36 %	38.45 %	41.80 %
Aceleración	37.57 %	0.08 %	35.82 %	0.08 %	36.35 %	38.02 %
Distorsión	0.62 %	9.29 %	0.56 %	8.50 %	39.16 %	44.15 %
Cortante	0.35 %	6.41 %	0.31 %	5.74 %	38.17 %	41.94 %
Momento	0.52 %	8.74 %	0.47 %	7.98 %	38.90 %	43.67 %

Los resultados obtenidos indican que el análisis que mayores demandas produce en la chimenea, en ambas direcciones, cuando se considera que la cimentación está empotrada ocurre en la dirección transversal. En comparación con la respuesta obtenida con el modelo no lineal sin control considerando que la cimentación está empotrada, las demandas disminuyen en todos los casos, se observa, también, que existe un mayor control en ambas direcciones empleando el TSD. Además, en la dirección transversal, la cual presenta las mayores demandas en el modelo no lineal sin control, se logró disminuir tanto la respuesta máxima como la respuesta RMS con ambos funcionamientos del dispositivo, por lo tanto, para el modelo no lineal de la chimenea, considerando que la cimentación está empotrada, un TLCSD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es eólica en las dos direcciones.

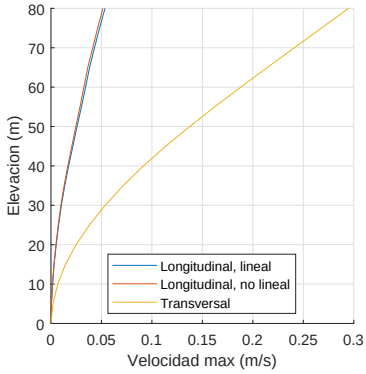
14.2.7. Modelo no lineal sobre roca

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base con base flexible y un TLCSD con los parámetros correspondientes a roca presentados en la Tabla 7.4, realizando el análisis en las dos direcciones. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. También se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. Además, se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo no lineal sobre roca sin el TLCSD. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

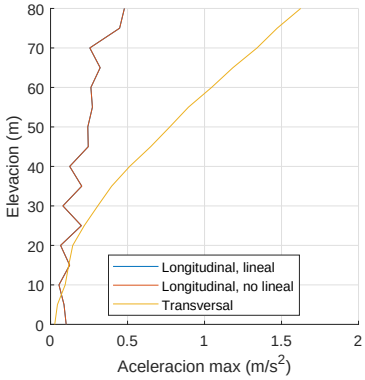
En las Figuras 14.47 y 14.48 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



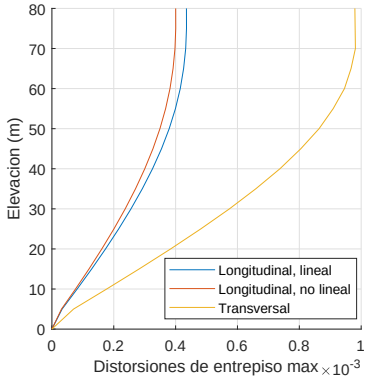
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades

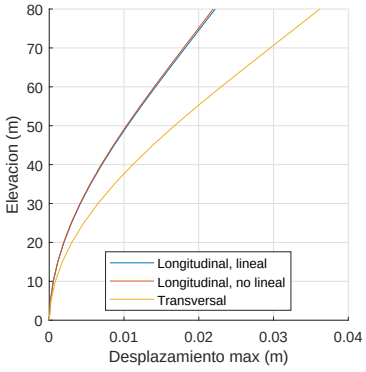


(C) Aceleraciones

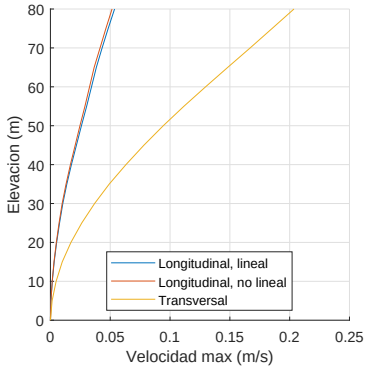


(D) Distorsiones

FIGURA 14.47: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TLCD

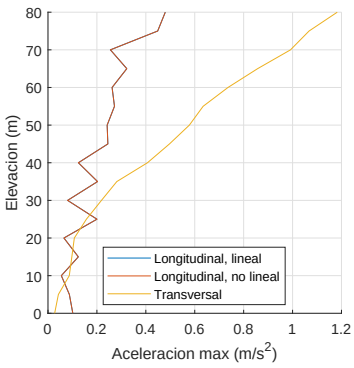


(A) Desplazamientos

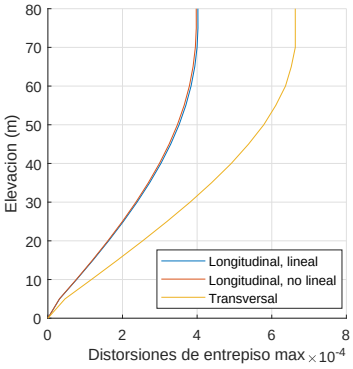


(B) Velocidades

FIGURA 14.48: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TSD



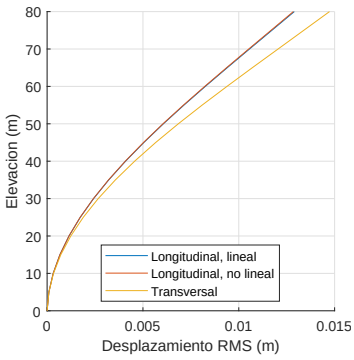
(C) Aceleraciones



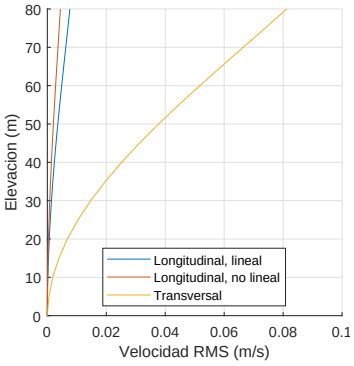
(D) Distorsiones

FIGURA 14.48: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TSD (continuación)

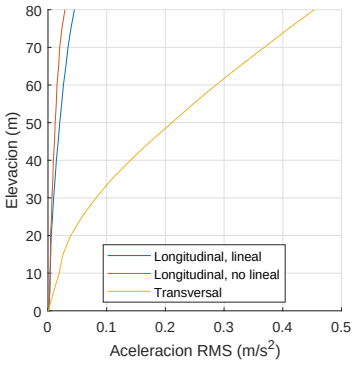
En las Figuras 14.49 y 14.50 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Se observa que el desplazamiento y distorsión con mayor amplitud en la dirección del TSD ocurren en la dirección longitudinal, mientras que para el resto de respuestas, la máxima amplitud ocurre en la transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.



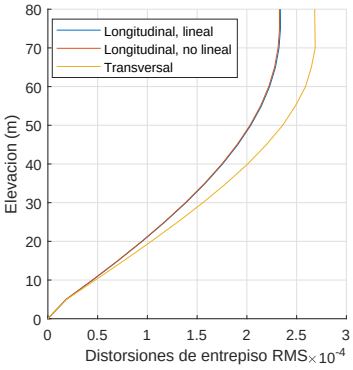
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades

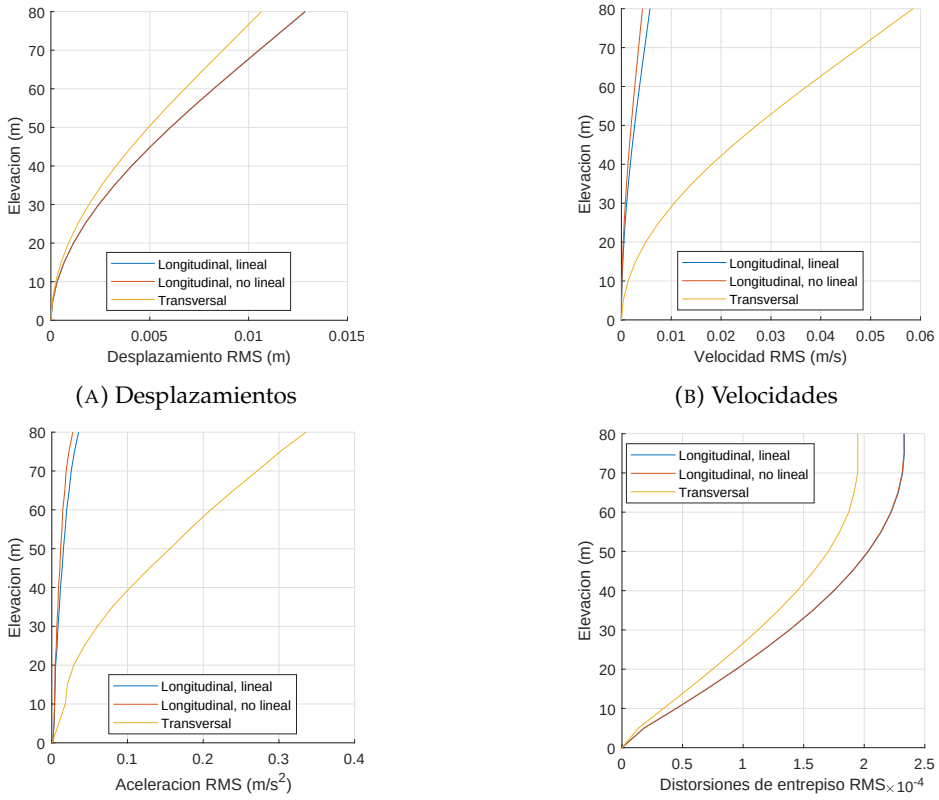


(C) Aceleraciones



(D) Distorsiones

FIGURA 14.49: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TLCD



(A) Desplazamientos

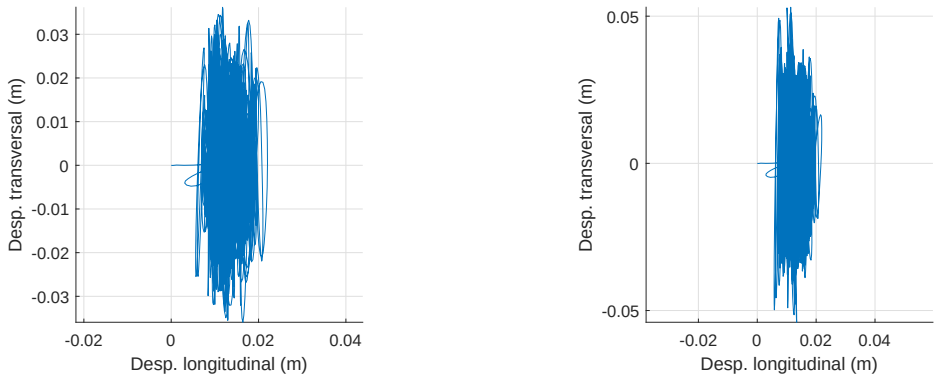
(B) Velocidades

(C) Aceleraciones

(D) Distorsiones

FIGURA 14.50: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TSD

En la Figura 14.51 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste, en ambas combinaciones del TLCSD. Los desplazamientos son mayores en la dirección transversal en ambos casos. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.

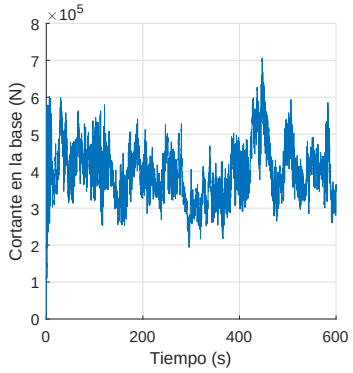


(A) TLCD longitudinal

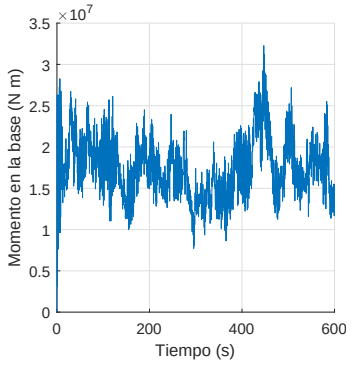
(B) TSD longitudinal

FIGURA 14.51: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal sobre roca y un TLCSD

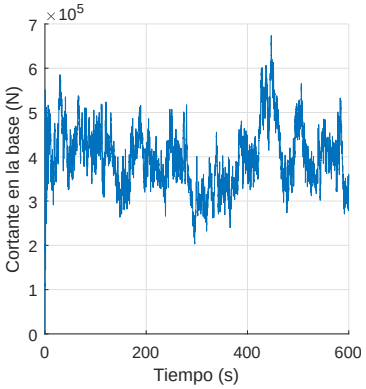
En las Figuras 14.52 y 14.53 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 14.33 y 14.34 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



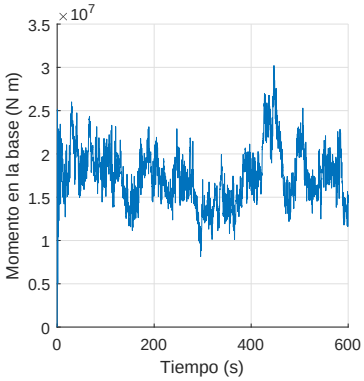
(A) Cortante, longitudinal, lineal



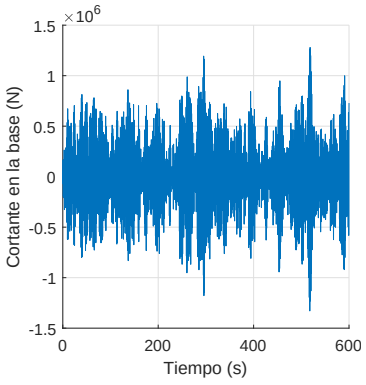
(B) Momento, longitudinal, lineal



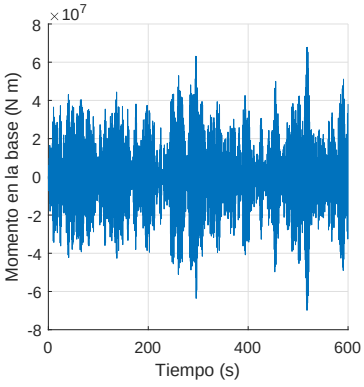
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal

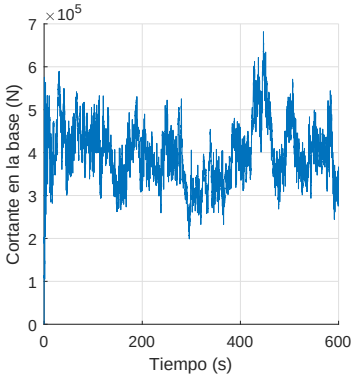


(E) Cortante, transversal

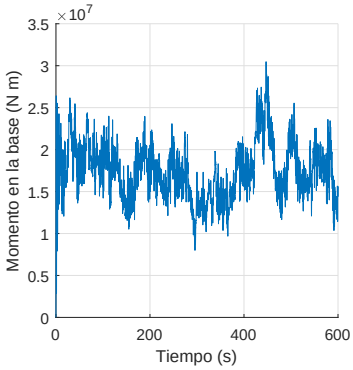


(F) Momento, transversal

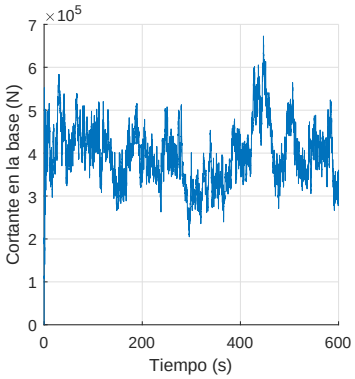
FIGURA 14.52: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TLCD



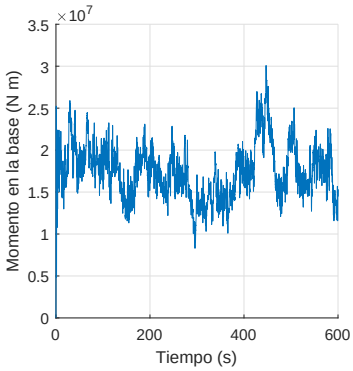
(A) Cortante, longitudinal, lineal



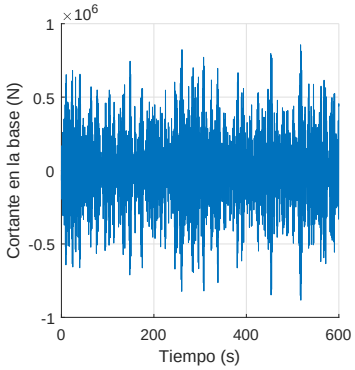
(B) Momento, longitudinal, lineal



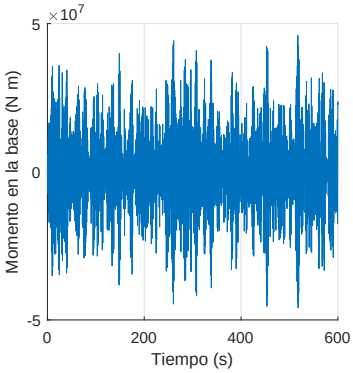
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 14.53: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TSD

TABLA 14.33: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TLCD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	7.06E+05	4.04E+05	6.74E+05	4.03E+05	1.33E+06	3.52E+05
Momento (N m)	3.23E+07	1.78E+07	3.02E+07	1.77E+07	6.99E+07	1.89E+07

TABLA 14.34: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TSD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	6.82E+05	4.03E+05	6.73E+05	4.03E+05	8.83E+05	2.55E+05
Momento (N m)	3.05E+07	1.78E+07	3.01E+07	1.77E+07	4.61E+07	1.36E+07

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000, sin embargo, no se formaron articulaciones plásticas en el modelo, por lo que no se reportan dichos resultados ya que el modelo completo permanece en el rango elástico.

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en las Tablas 14.35 y 14.36.

TABLA 14.35: Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TLCD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	0.37 %	2.40 %	0.04 %	-0.44 %	15.71 %	15.89 %
Velocidad	20.71 %	0.58 %	7.14 %	0.57 %	14.47 %	15.07 %
Aceleración	19.19 %	0.07 %	5.32 %	0.06 %	13.72 %	14.41 %
Distorsión	0.38 %	2.14 %	0.04 %	-0.43 %	15.91 %	16.41 %
Cortante	0.20 %	3.01 %	0.02 %	-0.60 %	14.74 %	12.34 %
Momento	0.31 %	3.30 %	0.03 %	-0.57 %	15.30 %	14.25 %

TABLA 14.36: Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre roca en la dirección del TSD

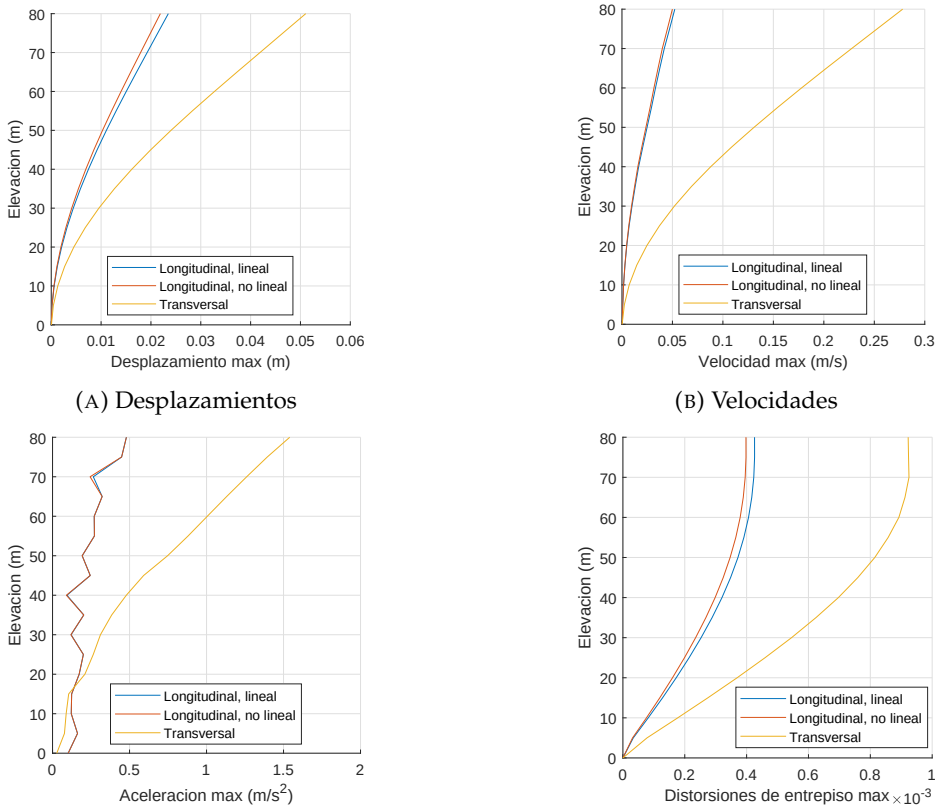
	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	0.62 %	9.21 %	0.05 %	0.09 %	39.15 %	43.78 %
Velocidad	40.78 %	0.36 %	11.48 %	0.36 %	38.48 %	41.36 %
Aceleración	37.77 %	0.06 %	9.59 %	0.03 %	36.40 %	37.61 %
Distorsión	0.63 %	9.23 %	0.05 %	0.19 %	39.19 %	43.84 %
Cortante	0.35 %	6.38 %	0.03 %	-0.47 %	38.22 %	41.79 %
Momento	0.53 %	8.71 %	0.04 %	-0.16 %	38.94 %	43.47 %

Los resultados obtenidos indican que el análisis que mayores demandas produce en la chimenea, en ambas direcciones, cuando se considera que la cimentación está sobre roca ocurre en la dirección transversal. En comparación con la respuesta obtenida con el modelo no lineal sin control considerando que la cimentación está sobre roca, las demandas disminuyen en casi todos los casos, se observa, también, que existe un mayor control en ambas direcciones empleando el TSD. Además, en la dirección transversal, la cual presenta las mayores demandas en el modelo no lineal sin control, se logró disminuir tanto la respuesta máxima como la respuesta RMS con ambos funcionamientos del dispositivo, por lo tanto, para el modelo no lineal de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre roca, un TLCSD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es eólica en las dos direcciones.

14.2.8. Modelo no lineal sobre suelo denso

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base con base flexible y un TLCSD con los parámetros correspondientes a suelo denso presentados en la Tabla 7.4, realizando el análisis en las dos direcciones. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. También se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. Además, se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo no lineal sobre suelo denso sin el TLCSD. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

En las Figuras 14.54 y 14.55 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



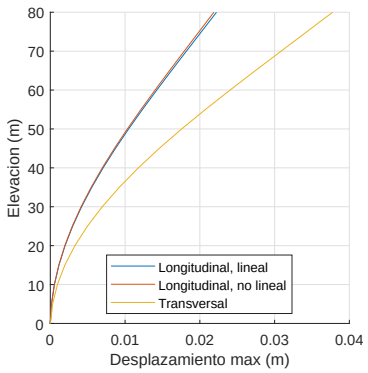
(A) Desplazamientos

(B) Velocidades

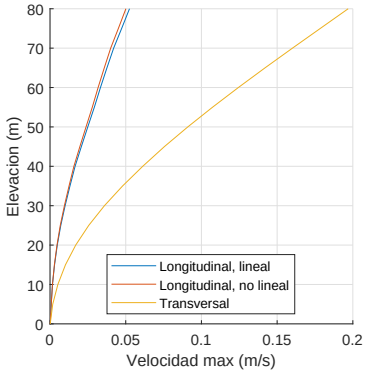
(C) Aceleraciones

(D) Distorsiones

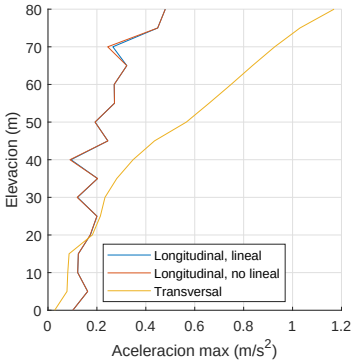
FIGURA 14.54: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TLCD



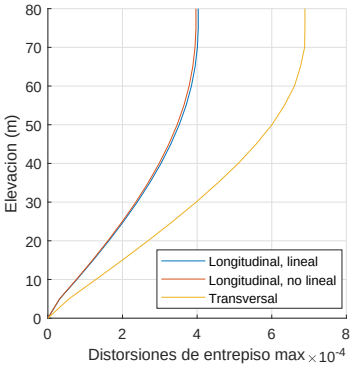
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



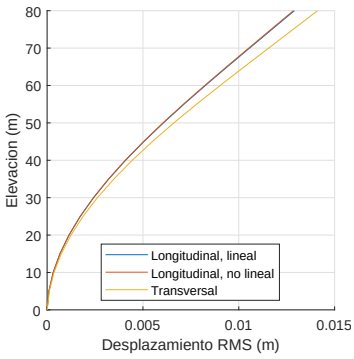
(C) Aceleraciones



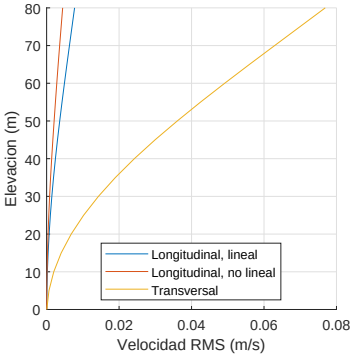
(D) Distorsiones

FIGURA 14.55: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TSD

En las Figuras 14.56 y 14.57 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Se observa que el desplazamiento y distorsión con mayor amplitud en la dirección del TSD ocurren en la dirección longitudinal, mientras que para el resto de respuestas, la máxima amplitud ocurre en la transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.

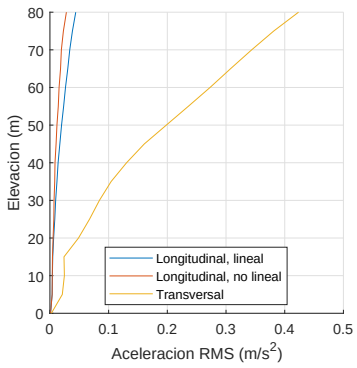


(A) Desplazamientos

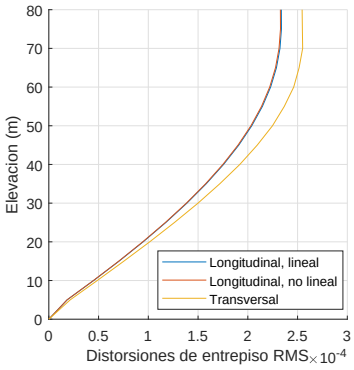


(B) Velocidades

FIGURA 14.56: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TLCD

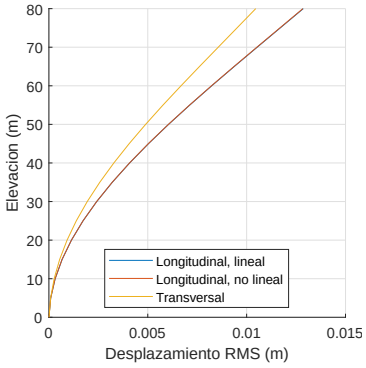


(C) Aceleraciones

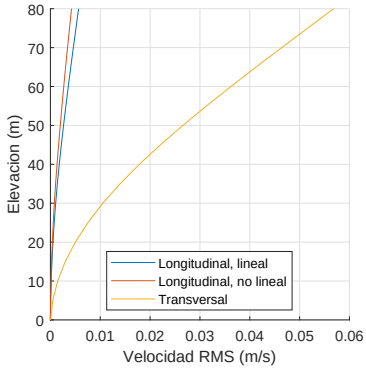


(D) Distorsiones

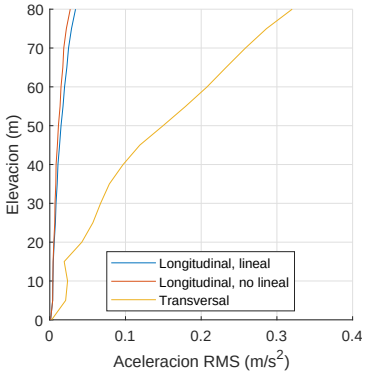
FIGURA 14.56: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TLCD (continuación)



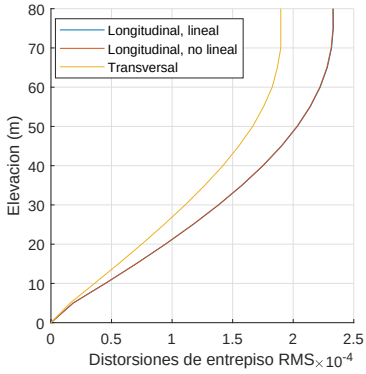
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



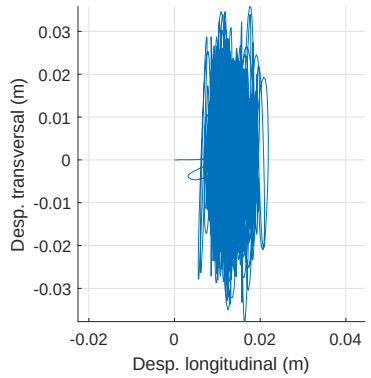
(C) Aceleraciones



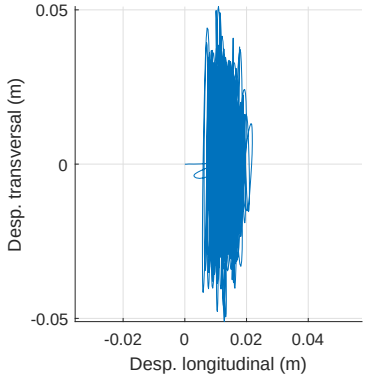
(D) Distorsiones

FIGURA 14.57: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TSD

En la Figura 14.58 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste, en ambas combinaciones del TLCSD. Los desplazamientos son mayores en la dirección transversal en ambos casos. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.



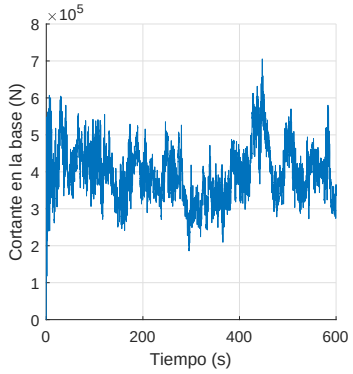
(A) TLCD longitudinal



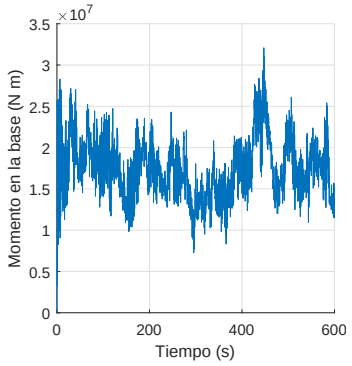
(B) TSD longitudinal

FIGURA 14.58: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal sobre suelo denso y un TLCSD

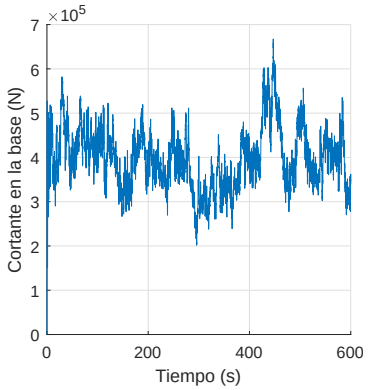
En las Figuras 14.59 y 14.60 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 14.37 y 14.38 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



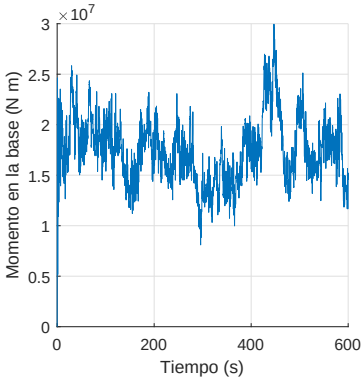
(A) Cortante, longitudinal, lineal



(B) Momento, longitudinal, lineal

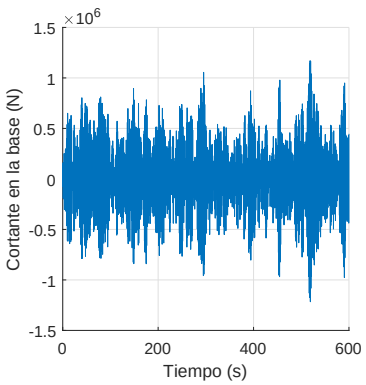


(C) Cortante, longitudinal, no lineal

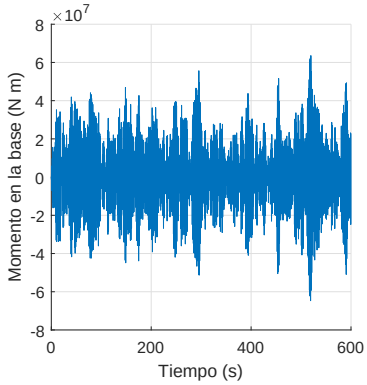


(D) Momento, longitudinal, no lineal

FIGURA 14.59: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TLCD

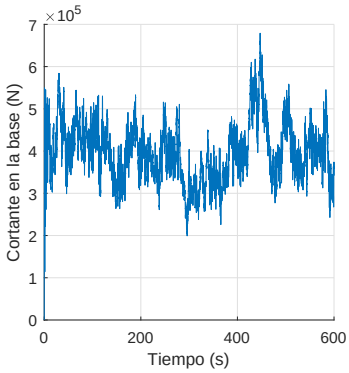


(E) Cortante, transversal

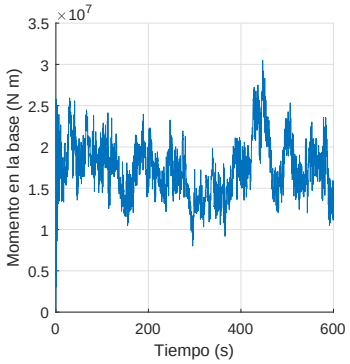


(F) Momento, transversal

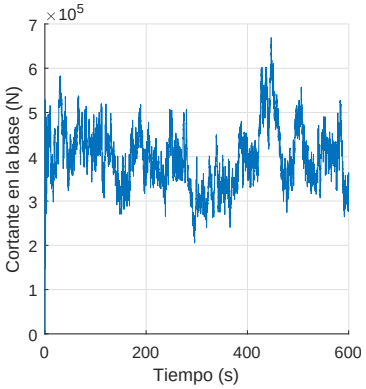
FIGURA 14.59: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TLCD (continuación)



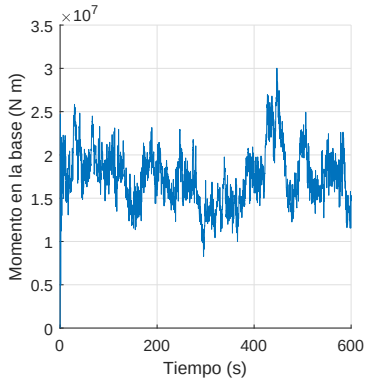
(A) Cortante, longitudinal, lineal



(B) Momento, longitudinal, lineal

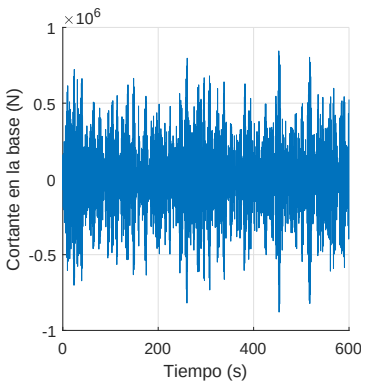


(C) Cortante, longitudinal, no lineal

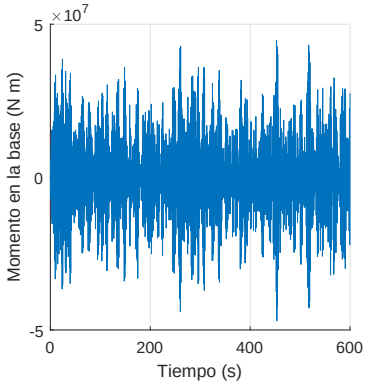


(D) Momento, longitudinal, no lineal

FIGURA 14.60: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TSD



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 14.60: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TSD (continuación)

TABLA 14.37: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TLCD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	7.06E+05	4.04E+05	6.67E+05	4.03E+05	1.22E+06	3.33E+05
Momento (N m)	3.21E+07	1.78E+07	3.00E+07	1.77E+07	6.47E+07	1.77E+07

TABLA 14.38: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TSD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	6.79E+05	4.03E+05	6.69E+05	4.03E+05	8.79E+05	2.46E+05
Momento (N m)	3.05E+07	1.78E+07	3.00E+07	1.77E+07	4.70E+07	1.31E+07

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000, sin embargo, no se formaron articulaciones plásticas en el modelo, por lo que no se reportan dichos resultados ya que el modelo completo permanece en el rango elástico.

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en las Tablas 14.39 y 14.40.

TABLA 14.39: Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TLCD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	0.43 %	-0.86 %	0.04 %	-0.76 %	23.67 %	5.21 %
Velocidad	22.67 %	0.67 %	7.83 %	0.67 %	22.32 %	5.96 %
Aceleración	21.45 %	0.31 %	5.90 %	0.21 %	21.17 %	4.84 %
Distorsión	0.44 %	-0.63 %	0.04 %	-0.71 %	23.87 %	5.31 %
Cortante	0.23 %	-0.66 %	0.02 %	-0.65 %	22.56 %	4.72 %
Momento	0.35 %	-1.23 %	0.03 %	-0.78 %	23.25 %	4.37 %

TABLA 14.40: Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo denso en la dirección del TSD

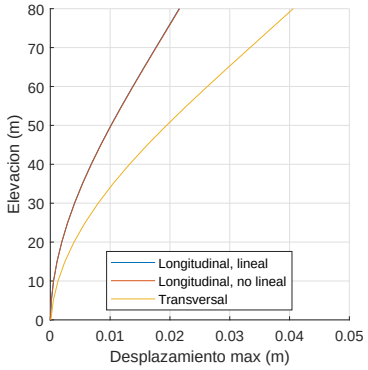
	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	0.71 %	4.56 %	0.05 %	-0.77 %	43.47 %	30.21 %
Velocidad	43.49 %	0.41 %	11.98 %	0.41 %	42.70 %	33.91 %
Aceleración	40.72 %	0.24 %	10.04 %	0.17 %	40.44 %	29.17 %
Distorsión	0.71 %	4.78 %	0.05 %	-0.62 %	43.50 %	29.99 %
Cortante	0.39 %	3.12 %	0.03 %	-0.90 %	42.77 %	31.14 %
Momento	0.58 %	3.82 %	0.04 %	-0.99 %	43.31 %	30.56 %

Los resultados obtenidos indican que el análisis que mayores demandas produce en la chimenea, en ambas direcciones, cuando se considera que la cimentación está sobre suelo denso ocurre en la dirección transversal. En comparación con la respuesta obtenida con el modelo no lineal sin control considerando que la cimentación está sobre suelo denso, las demandas disminuyen en casi todos los casos, se observa, también, que existe un mayor control en ambas direcciones empleando el TSD. Además, en la dirección transversal, la cual presenta las mayores demandas en el modelo no lineal sin control, se logró disminuir tanto la respuesta máxima como la respuesta RMS con ambos funcionamientos del dispositivo, por lo tanto, para el modelo no lineal de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo denso, un TLCSD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es eólica en las dos direcciones.

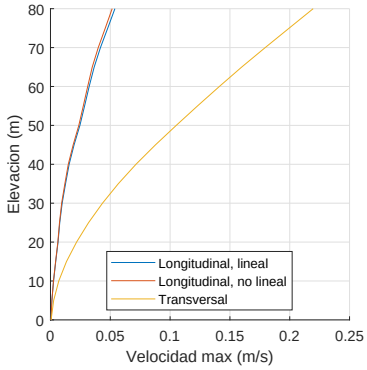
14.2.9. Modelo no lineal sobre suelo rígido

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base con base flexible y un TLCSD con los parámetros correspondientes a suelo rígido presentados en la Tabla 7.4, realizando el análisis en las dos direcciones. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. También se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. Además, se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo no lineal sobre suelo rígido sin el TLCSD. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

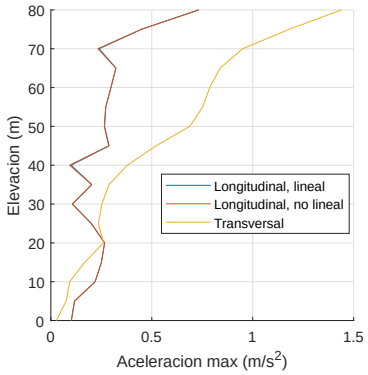
En las Figuras 14.61 y 14.62 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



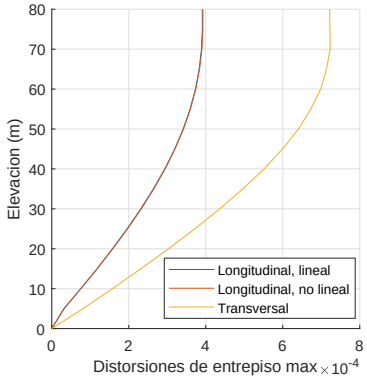
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades

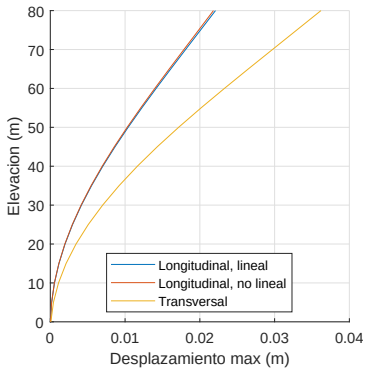


(C) Aceleraciones

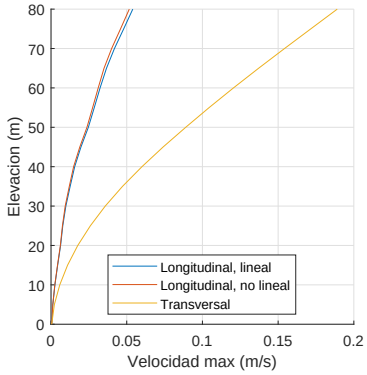


(D) Distorsiones

FIGURA 14.61: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TLCD

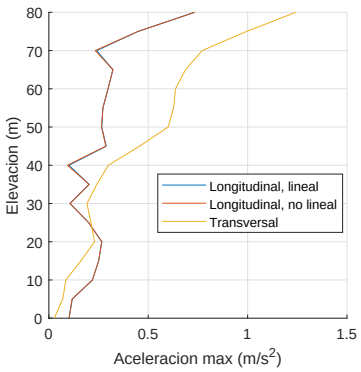


(A) Desplazamientos

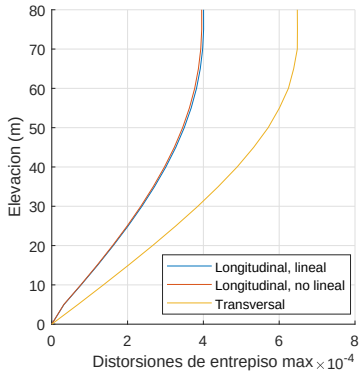


(B) Velocidades

FIGURA 14.62: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TSD



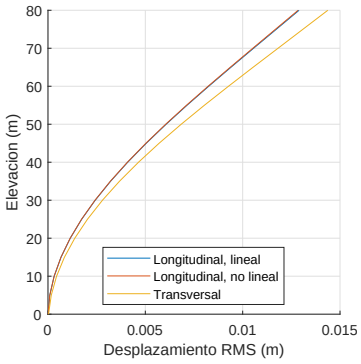
(C) Aceleraciones



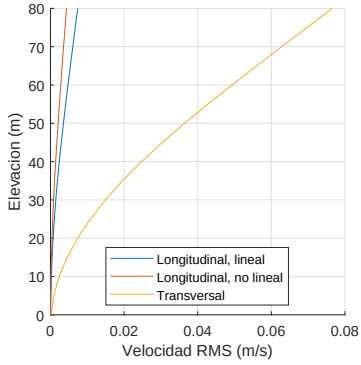
(D) Distorsiones

FIGURA 14.62: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TSD (continuación)

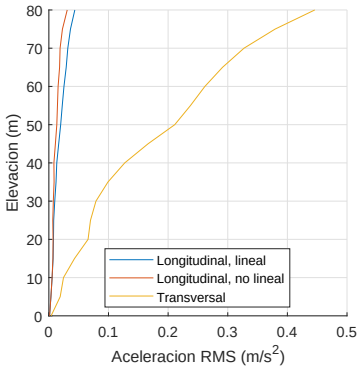
En las Figuras 14.63 y 14.64 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Se observa que el desplazamiento y distorsión con mayor amplitud en la dirección del TSD ocurren en la dirección longitudinal, mientras que para el resto de respuestas, la máxima amplitud ocurre en la transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.



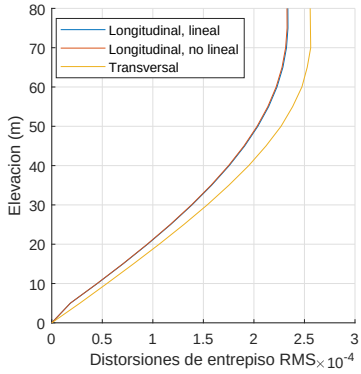
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades

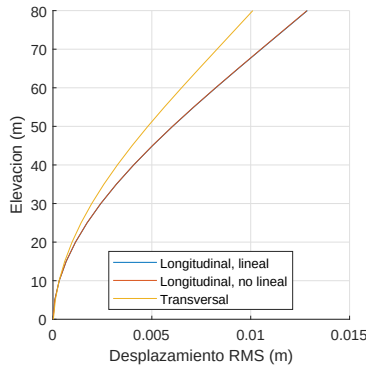


(C) Aceleraciones

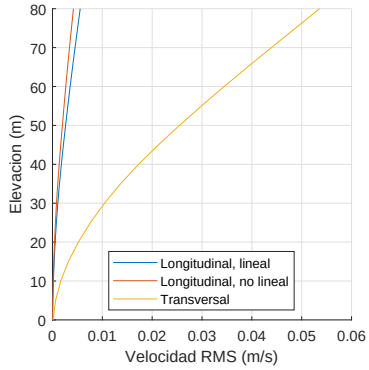


(D) Distorsiones

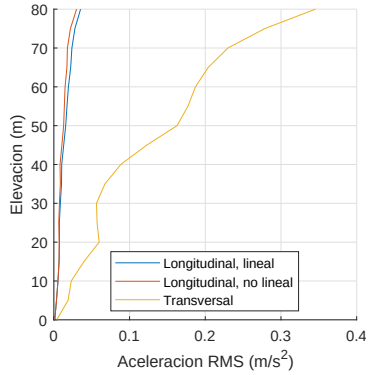
FIGURA 14.63: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TLCD



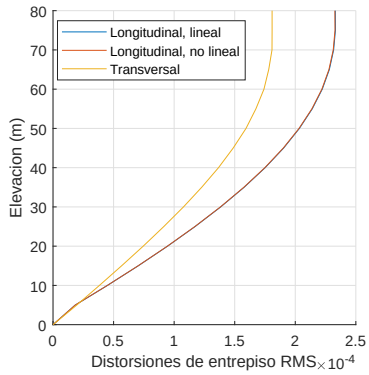
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



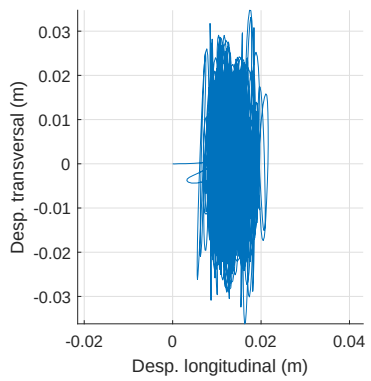
(C) Aceleraciones



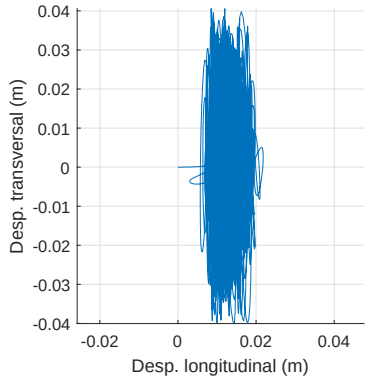
(D) Distorsiones

FIGURA 14.64: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TSD

En la Figura 14.65 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste, en ambas combinaciones del TLCSD. Los desplazamientos son mayores en la dirección transversal en ambos casos. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.



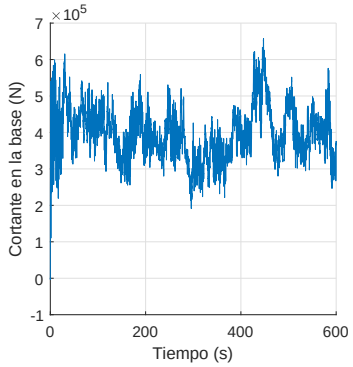
(A) TLCD longitudinal



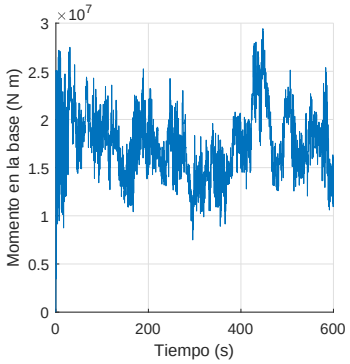
(B) TSD longitudinal

FIGURA 14.65: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal sobre suelo rígido y un TLCSD

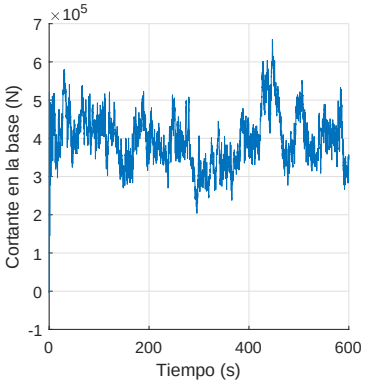
En las Figuras 14.66 y 14.67 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 14.41 y 14.42 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



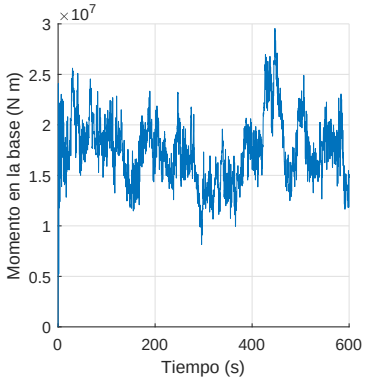
(A) Cortante, longitudinal, lineal



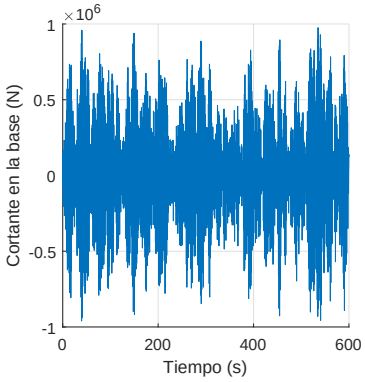
(B) Momento, longitudinal, lineal



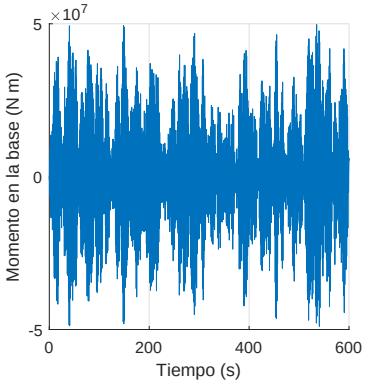
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal

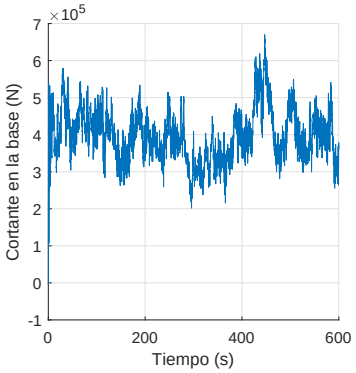


(E) Cortante, transversal

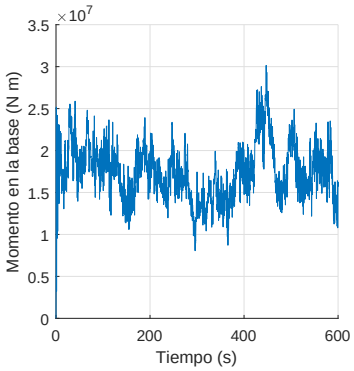


(F) Momento, transversal

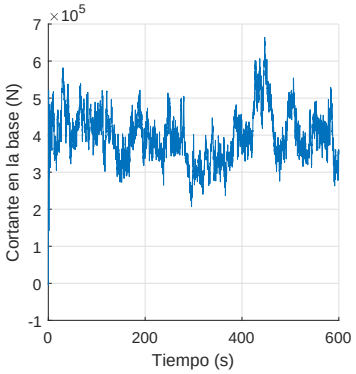
FIGURA 14.66: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TLCD



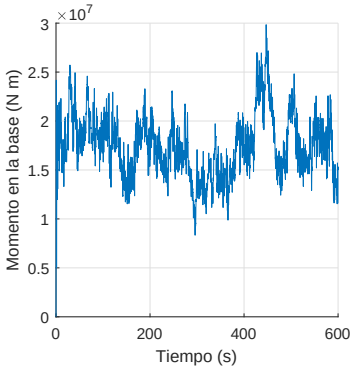
(A) Cortante, longitudinal, lineal



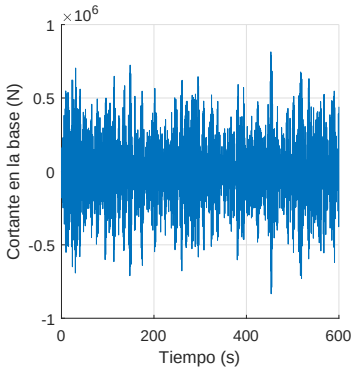
(B) Momento, longitudinal, lineal



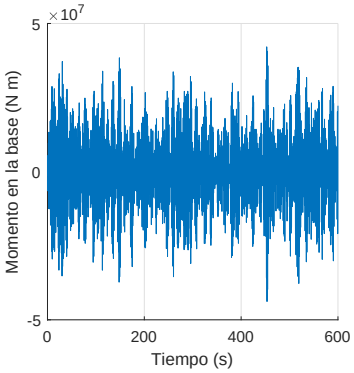
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 14.67: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TSD

TABLA 14.41: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TLCD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	6.58E+05	4.04E+05	6.59E+05	4.03E+05	9.76E+05	3.34E+05
Momento (N m)	2.94E+07	1.78E+07	2.95E+07	1.77E+07	4.97E+07	1.75E+07

TABLA 14.42: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TSD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	6.70E+05	4.03E+05	6.64E+05	4.03E+05	8.33E+05	2.36E+05
Momento (N m)	3.01E+07	1.78E+07	2.98E+07	1.77E+07	4.38E+07	1.22E+07

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000, sin embargo, no se formaron articulaciones plásticas en el modelo, por lo que no se reportan dichos resultados ya que el modelo completo permanece en el rango elástico.

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en las Tablas 14.43 y 14.44.

TABLA 14.43: Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TLCD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	0.46 %	2.80 %	0.05 %	-0.53 %	18.86 %	34.54 %
Velocidad	24.09 %	0.67 %	8.66 %	0.61 %	17.69 %	33.91 %
Aceleración	21.99 %	0.41 %	5.94 %	0.17 %	16.69 %	32.12 %
Distorsión	0.45 %	2.32 %	0.05 %	-0.63 %	19.12 %	34.74 %
Cortante	0.23 %	-1.61 %	0.02 %	-0.27 %	17.08 %	29.00 %
Momento	0.34 %	0.30 %	0.03 %	-0.31 %	18.24 %	32.93 %

TABLA 14.44: Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo rígido en la dirección del TSD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	0.71 %	0.33 %	0.06 %	-1.52 %	43.02 %	41.86 %
Velocidad	43.17 %	0.44 %	12.24 %	0.37 %	42.43 %	43.45 %
Aceleración	39.07 %	0.28 %	9.25 %	0.10 %	38.68 %	42.93 %
Distorsión	0.69 %	0.12 %	0.06 %	-1.49 %	43.07 %	41.81 %
Cortante	0.36 %	-3.54 %	0.03 %	-1.09 %	41.46 %	39.36 %
Momento	0.53 %	-2.15 %	0.04 %	-1.30 %	42.72 %	40.86 %

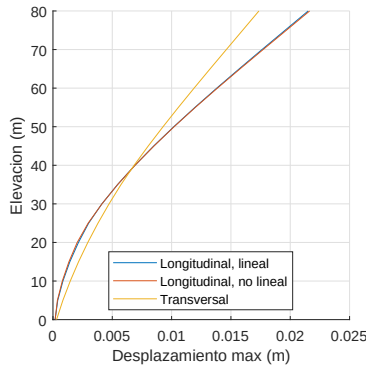
Los resultados obtenidos indican que el análisis que mayores demandas produce en la chimenea, en ambas direcciones, cuando se considera que la cimentación está sobre suelo rígido ocurre en la dirección transversal. En comparación con la respuesta obtenida con el modelo no lineal sin control considerando que la cimentación está sobre suelo rígido, las demandas disminuyen en casi todos los casos, se observa también, que existe un mayor control en la dirección longitudinal empleando el TLCD, mientras en la dirección transversal se logra un mayor control con el TSD. Además, en la dirección transversal, la cual presenta las mayores demandas en el modelo no lineal sin control, se logró disminuir tanto la respuesta máxima como la respuesta RMS con ambos funcionamientos del dispositivo, por lo tanto, para el modelo no lineal de la chimenea,

considerando que la cimentación está sobre suelo rígido, un TLCSD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es eólica en las dos direcciones.

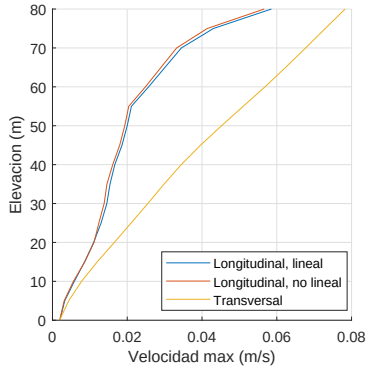
14.2.10. Modelo no lineal sobre suelo blando

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base con base flexible y un TLCSD con los parámetros correspondientes a suelo blando presentados en la Tabla 7.4, realizando el análisis en las dos direcciones. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. También se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. Además, se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo no lineal sobre suelo blando sin el TLCSD. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

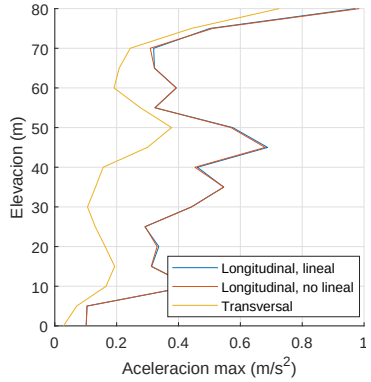
En las Figuras 14.68 y 14.69 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que la velocidad máxima se presentó en la dirección transversal en ambos funcionamientos, y el resto de respuestas máximas en la dirección longitudinal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



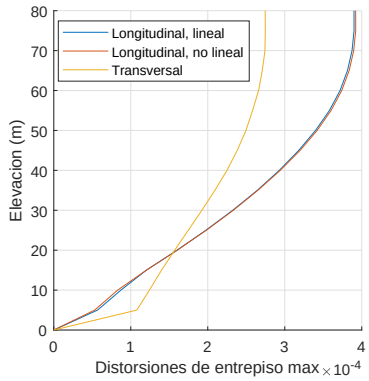
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades

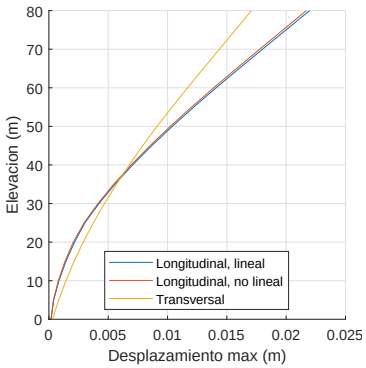


(C) Aceleraciones

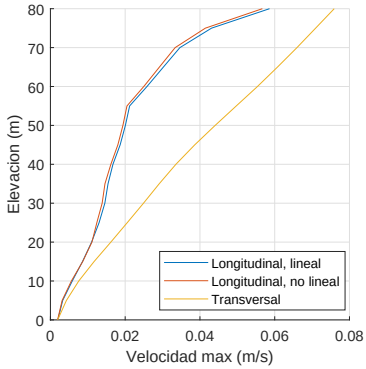


(D) Distorsiones

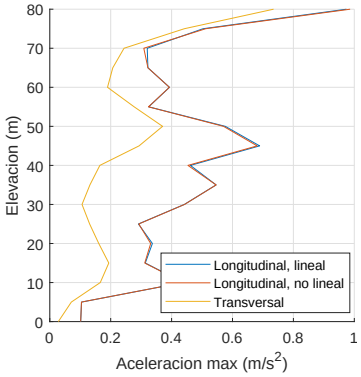
FIGURA 14.68: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TLCD



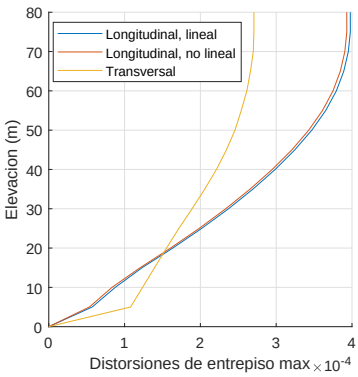
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



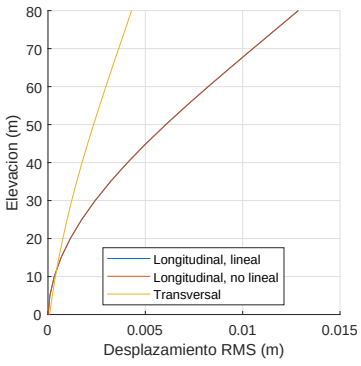
(C) Aceleraciones



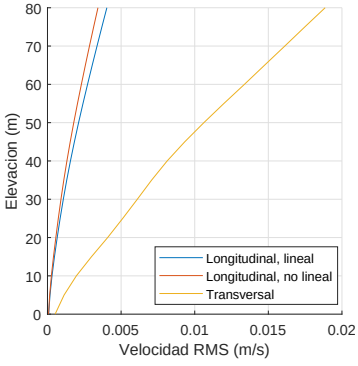
(D) Distorsiones

FIGURA 14.69: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TSD

En las Figuras 14.70 y 14.71 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Se aprecia que la mayor amplitud en la velocidad y aceleración se presentaron en la dirección transversal en ambos funcionamientos, y para el resto, en la dirección longitudinal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.

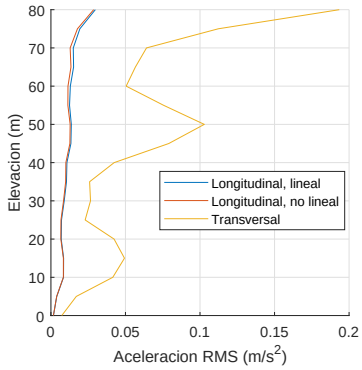


(A) Desplazamientos

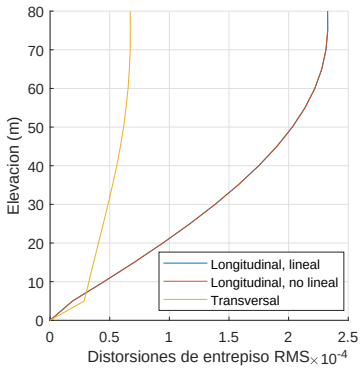


(B) Velocidades

FIGURA 14.70: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TLCD

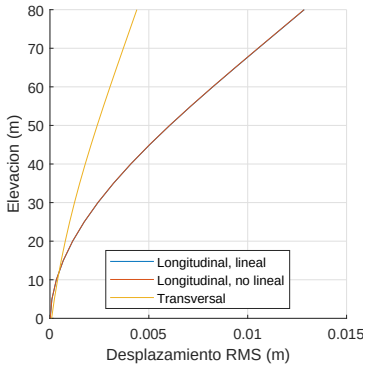


(C) Aceleraciones

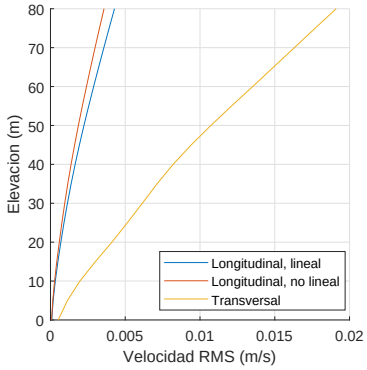


(D) Distorsiones

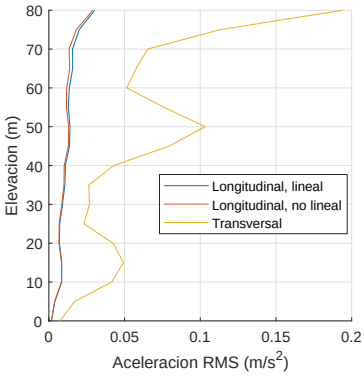
FIGURA 14.70: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TLCD (continuación)



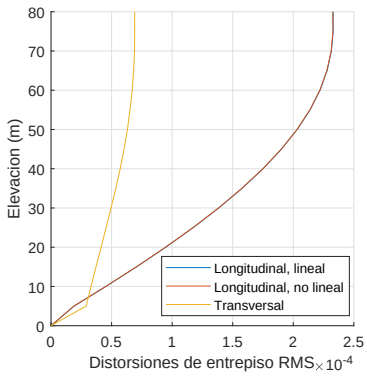
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



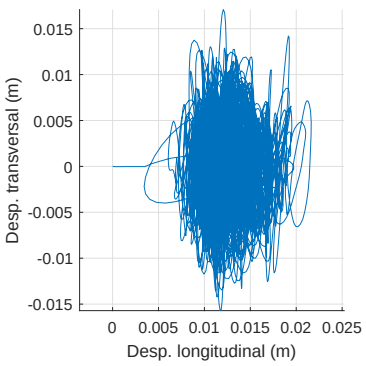
(C) Aceleraciones



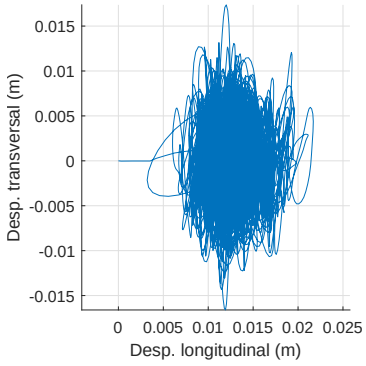
(D) Distorsiones

FIGURA 14.71: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TSD

En la Figura 14.72 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste, en ambas combinaciones del TLCSD. Los desplazamientos son mayores en la dirección longitudinal en ambos casos. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.



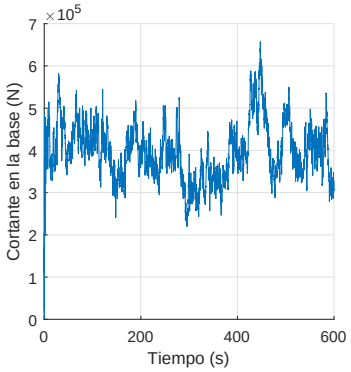
(A) TLCD longitudinal



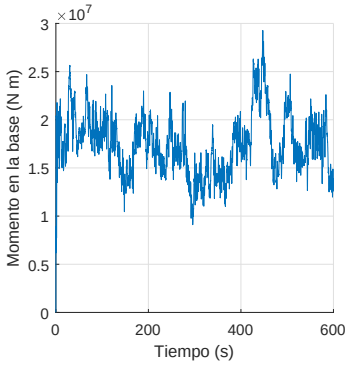
(B) TSD longitudinal

FIGURA 14.72: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal sobre suelo blando y un TLCSD

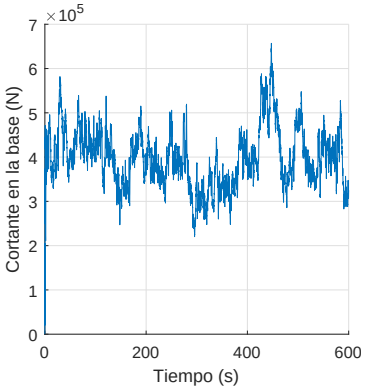
En las Figuras 14.73 y 14.74 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en las Tablas 14.45 y 14.46 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



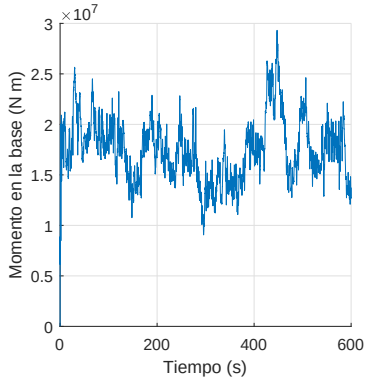
(A) Cortante, longitudinal, lineal



(B) Momento, longitudinal, lineal

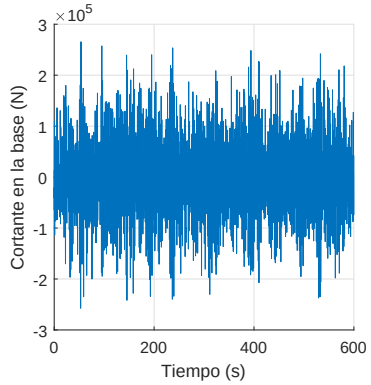


(C) Cortante, longitudinal, no lineal

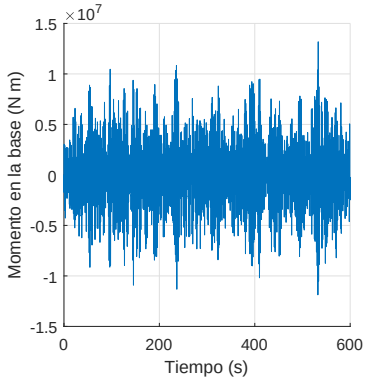


(D) Momento, longitudinal, no lineal

FIGURA 14.73: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TLCD

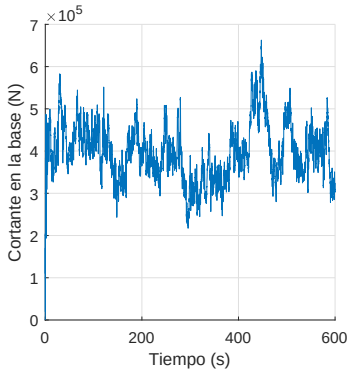


(E) Cortante, transversal

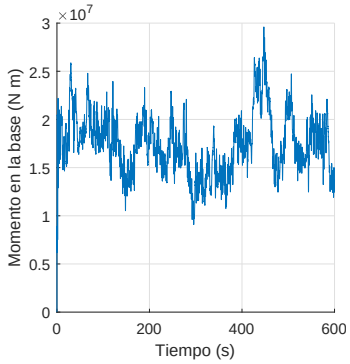


(F) Momento, transversal

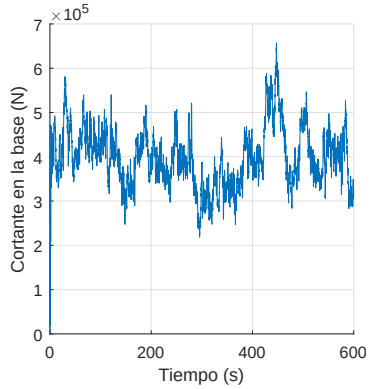
FIGURA 14.73: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TLCD (continuación)



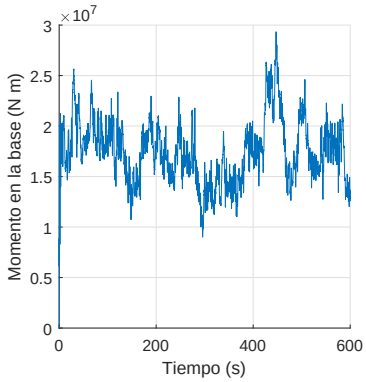
(A) Cortante, longitudinal, lineal



(B) Momento, longitudinal, lineal

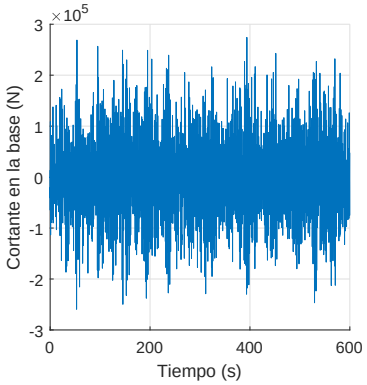


(C) Cortante, longitudinal, no lineal

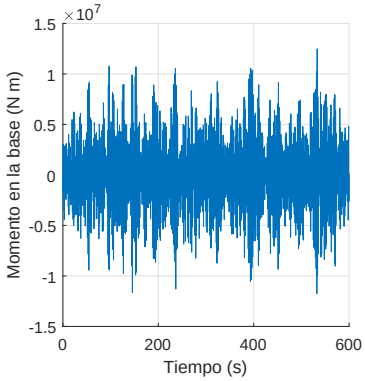


(D) Momento, longitudinal, no lineal

FIGURA 14.74: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TSD



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 14.74: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TSD (continuación)

TABLA 14.45: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TLCD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	6.57E+05	4.03E+05	6.57E+05	4.02E+05	2.66E+05	8.00E+04
Momento (N m)	2.93E+07	1.77E+07	2.93E+07	1.77E+07	1.32E+07	3.46E+06

TABLA 14.46: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TSD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	6.63E+05	4.03E+05	6.57E+05	4.02E+05	2.74E+05	8.08E+04
Momento (N m)	2.96E+07	1.77E+07	2.93E+07	1.77E+07	1.25E+07	3.53E+06

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000, sin embargo, no se formaron articulaciones plásticas en el modelo, por lo que no se reportan dichos resultados ya que el modelo completo permanece en el rango elástico.

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en las Tablas 14.47 y 14.48.

TABLA 14.47: Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TLCD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	0.31 %	0.56 %	0.09 %	-0.72 %	24.32 %	17.75 %
Velocidad	27.83 %	0.59 %	15.07 %	0.60 %	20.82 %	13.23 %
Aceleración	16.83 %	0.29 %	7.17 %	0.25 %	11.14 %	10.11 %
Distorsión	0.26 %	0.48 %	0.08 %	-0.64 %	24.84 %	17.19 %
Cortante	0.07 %	-1.90 %	0.02 %	-0.80 %	20.07 %	25.74 %
Momento	0.09 %	-1.14 %	0.03 %	-0.82 %	25.22 %	20.81 %

TABLA 14.48: Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo blando en la dirección del TSD

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	0.26 %	-1.45 %	0.07 %	-1.02 %	22.68 %	19.08 %
Velocidad	23.48 %	0.32 %	11.24 %	0.32 %	19.91 %	15.55 %
Aceleración	14.67 %	0.11 %	5.52 %	0.10 %	10.46 %	10.06 %
Distorsión	0.22 %	-1.40 %	0.06 %	-0.94 %	23.07 %	18.45 %
Cortante	0.06 %	-2.76 %	0.02 %	-0.83 %	19.27 %	23.36 %
Momento	0.08 %	-2.29 %	0.02 %	-0.90 %	23.70 %	25.03 %

Los resultados obtenidos indican que el análisis que mayores demandas produce en la chimenea, en ambas direcciones, cuando se considera que la cimentación está sobre suelo blando ocurre en la dirección longitudinal. En comparación con la respuesta obtenida con el modelo no lineal sin control considerando que la cimentación está sobre suelo blando, las demandas disminuyen en casi todos los casos, se observa también, que existe un mayor control en la dirección longitudinal empleando el TLCD, mientras en la dirección transversal se logra un mayor control con el TSD. Además, en la dirección longitudinal, la cual presenta las mayores demandas en el modelo no lineal sin control sobre suelo blando, se logró disminuir tanto la respuesta máxima como la respuesta RMS con el TLCD, mientras con el TSD se incrementaron algunas de las respuestas pero con valores bajos, por lo tanto, para el modelo no lineal de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo blando, un TLCSD en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta cuando la excitación es eólica en las dos direcciones.

Capítulo 15

Control de la respuesta eólica con péndulos

La ultima forma empleada para controlar la respuesta eólica de la estructura es mediante amortiguadores de masas sintonizadas tipo péndulos. El amortiguador diseñado se coloca en la parte superior del fuste y se obtiene la respuesta considerando el dispositivo de control. A continuación se presenta el dimensionamiento y las propiedades dinámicas de la estructura con el amortiguador.

15.1. Dimensionamiento y propiedades dinámicas

Para controlar la respuesta de la chimenea, se coloca en la parte superior del fuste un amortiguador de masas sintonizadas tipo péndulo, el cual se sintoniza con el periodo fundamental de la estructura y tiene una relación de masas del 2 %. Debido a que en los modelos elaborados tienen distintas condiciones de apoyo, cambia el valor del periodo fundamental, por ello, para los análisis se mantiene fijo el valor de la relación de masas del dispositivo. El tipo de respuesta seleccionado a controlar para el dimensionamiento en todos los casos es el desplazamiento.

En este apartado se emplean las formulas de dimensionamiento del péndulo para el control de la respuesta eólica. Las propiedades de los modelos elásticos de las vigas acopladas y del amortiguador colocado en la parte superior del fuste, dimensionado con las expresiones propuestas en Gomez, 2007 se muestran en la Tabla 15.1.

TABLA 15.1: Propiedades dinámicas de los modelos elásticos con un péndulo para el análisis eólico

Tipo de apoyo	T (s)	m_{GEN} (kg)	T_{TMDp} (s)	m_{TMDp} ($kg\,m^2$)	k_{TMDp} ($N\,m^{-1}$)	c_{TMDp} ($N\,s\,m^{-1}$)
Base fija	1.15	6.97E+05	1.15	5.66E+03	1.68E+05	2.76E+03
Roca	1.15	6.97E+05	1.15	5.67E+03	1.68E+05	2.76E+03
Denso	1.17	7.02E+05	1.17	5.91E+03	1.69E+05	2.88E+03
Rigido	1.21	7.10E+05	1.21	6.36E+03	1.72E+05	3.11E+03
Blando	1.60	7.74E+05	1.60	1.35E+04	2.09E+05	6.98E+03

Por otra parte, las propiedades de los modelos no lineales y del amortiguador colocado en la parte superior del fuste, dimensionado con las expresiones propuestas en Gomez, 2007 se muestran en la Tabla 15.2.

TABLA 15.2: Propiedades dinámicas de los modelos no lineales con un péndulo para el análisis eólico

Tipo de apoyo	T (s)	m_{GEN} (kg)	T_{TMDp} (s)	m_{TMDp} (kg m^2)	k_{TMDp} (N m^{-1})	c_{TMDp} (N s m^{-1})
Base fija	1.16	4.46E+05	1.16	3.67E+03	1.07E+05	1.79E+03
Roca	1.16	4.46E+05	1.16	3.68E+03	1.08E+05	1.79E+03
Denso	1.18	4.51E+05	1.18	3.82E+03	1.09E+05	1.87E+03
Rigido	1.21	4.59E+05	1.21	4.10E+03	1.11E+05	2.00E+03
Blando	1.54	5.43E+05	1.54	8.56E+03	1.43E+05	4.36E+03

Comparando los resultados obtenidos, se observa que las propiedades de los modelos elásticos son mayores que las de los modelos no lineales debido a que el modelo de las vigas acopladas distribuye la masa de manera uniforme, mientras que el modelo no lineal presenta concentraciones de masas en las ménsulas. Además, en ambos tipos de modelos, todas las propiedades de los dispositivos se incrementan con la flexibilidad del terreno, siendo el valor más bajo para el caso empotrado y el máximo con el suelo blando.

Se determinaron los periodos y formas de vibrar de los modelos. Los valores de los periodos para las primeras cuatro formas modales de los modelos elásticos se presentan en la Tabla 15.3, mientras los periodos para los modelos no lineales se presentan en las Tabla 15.4.

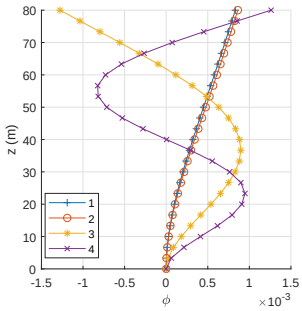
TABLA 15.3: Periodos laterales (s) del modelo elástico con un péndulo para el análisis eólico

Forma modal	Base fija	Roca	Denso	Rígido	Blando
1	1.21	1.21	1.23	1.27	1.71
2	1.10	1.10	1.12	1.15	1.50
3	0.25	0.25	0.25	0.26	0.37
4	0.10	0.10	0.10	0.12	0.24

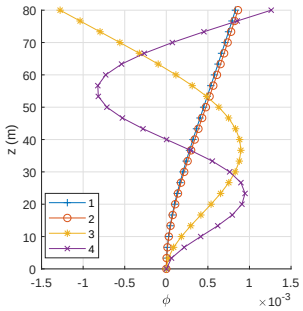
TABLA 15.4: Periodos laterales (s) del modelo no lineal con un péndulo para el análisis eólico

Forma modal	Base fija	Roca	Denso	Rígido	Blando
1	1.22	1.22	1.23	1.26	1.64
2	1.11	1.11	1.13	1.15	1.44
3	0.25	0.25	0.26	0.27	0.40
4	0.11	0.11	0.11	0.12	0.27

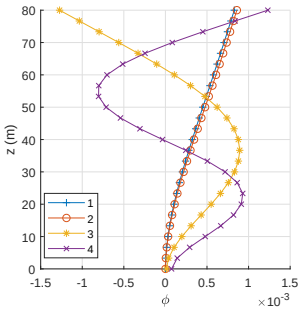
En la Figura 15.1 se muestran las primeras cuatro formas de vibrar de los modelos elásticos considerando los distintos apoyos, mientras que, en la Figura 15.2 se muestran las primeras cuatro formas de vibrar de los modelos no lineales considerando los distintos apoyos.



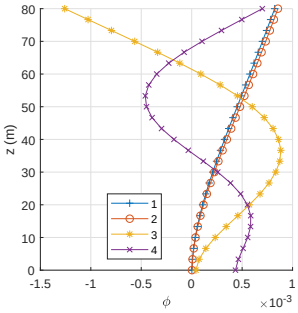
(A) Base fija



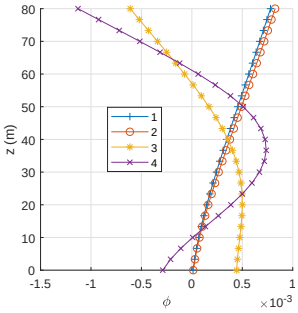
(B) Roca



(C) Suelo denso

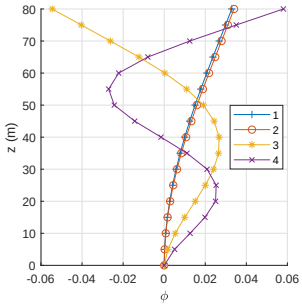


(D) Suelo rígido

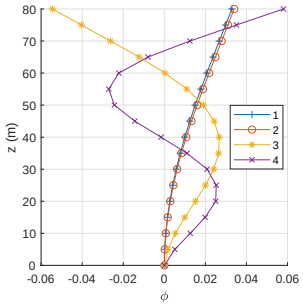


(E) Suelo blando

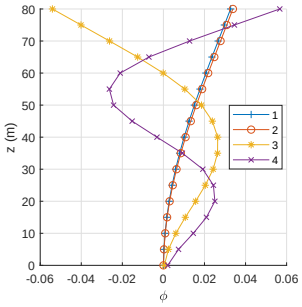
FIGURA 15.1: Formas de vibrar del modelo elástico con un péndulo para el análisis eólico



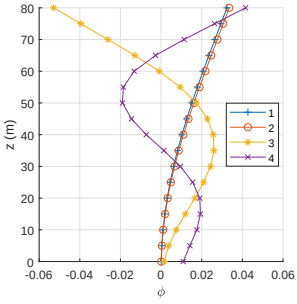
(A) Base fija



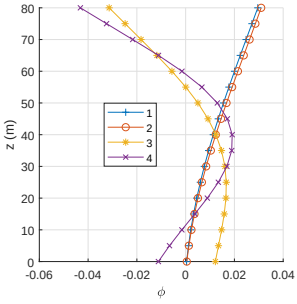
(B) Roca



(C) Suelo denso



(D) Suelo rígido



(E) Suelo blando

FIGURA 15.2: Formas de vibrar del modelo elástico con un péndulo para el análisis eólico

Los periodos obtenidos en los modelos presentan valores similares en magnitud, las mayores diferencias observadas aparecen para los primeros dos periodos de los modelos sobre suelo blando, sin embargo, se encuentran dentro de la tolerancia. Se aprecia que para todos los modelos, los periodos obtenidos con el modelo que considera base fija, son semejantes a los obtenidos con base flexible sobre roca, suelo denso y suelo rígido, donde el modelo con mayor similitud es el de roca. Además, las formas modales obtenidas son parecidas entre los modelos lineales y no lineales para cada tipo de apoyo considerado, de la misma forma que para los periodos, las formas modales del modelo con base fija son similares a las del modelo sobre roca y suelo denso. Debido a los resultados obtenidos, los modelos con péndulos para control eólico, considerando distintas condiciones de apoyo están calibrados.

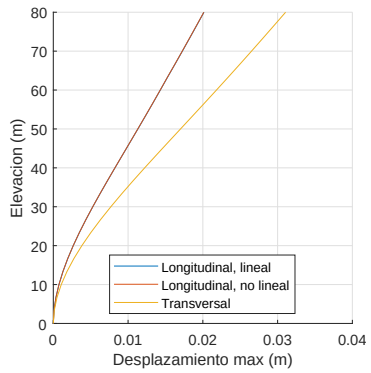
15.2. Respuesta dinámica

Se realizo el análisis dinámico paso a paso de la estructura considerando el dispositivo de control, la estructura se sometió a las acciones presentadas en Capítulo 8. Se realizaron cuatro modelos: dos elásticos lineales y dos considerando no linealidad del material, de cada par de modelos, uno supone la cimentación sobre suelo rígido y el segundo considera la flexibilidad de la cimentación en cuatro tipos distintos de suelos. La respuesta se obtuvo empleando el método RK6-I con cuadraturas rectangulares.

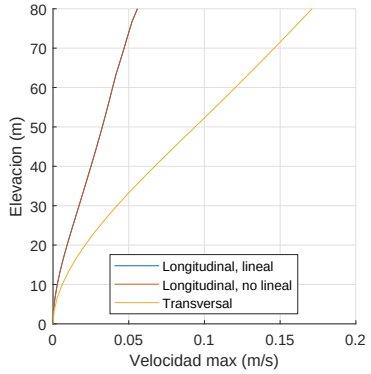
15.2.1. Modelo elástico con base fija

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base fija con un péndulo. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo discreto de las vigas acopladas con base fija sin el péndulo. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

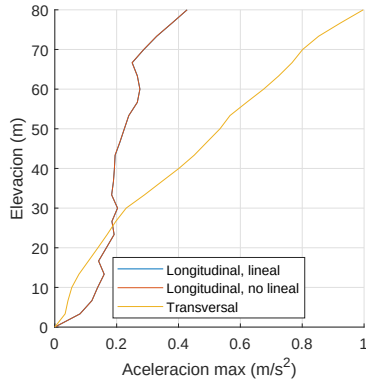
En la Figura 15.3 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



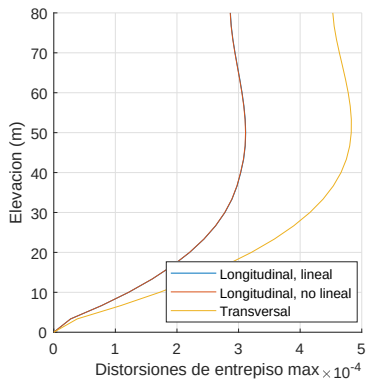
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



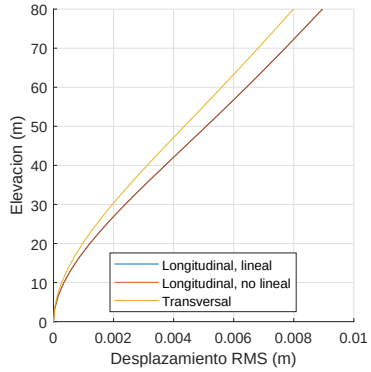
(C) Aceleraciones



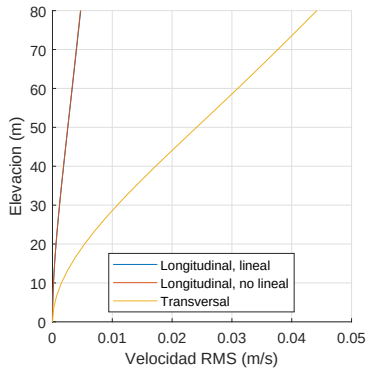
(D) Distorsiones

FIGURA 15.3: Respuestas máximas del modelo elástico con base fija y un péndulo

En la Figura 15.4 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Se observa que la máxima amplitud de desplazamiento y distorsión ocurre en la dirección longitudinal, mientras la de aceleración y velocidad en la transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.

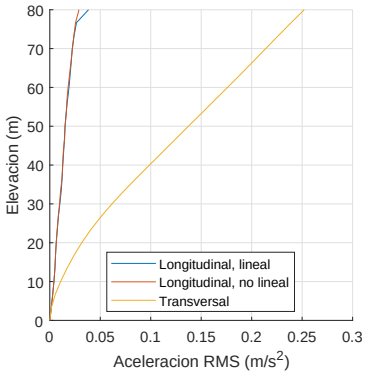


(A) Desplazamientos

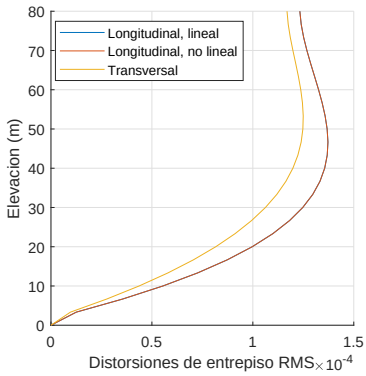


(B) Velocidades

FIGURA 15.4: Respuestas RMS del modelo elástico con base fija y un péndulo



(C) Aceleraciones



(D) Distorsiones

FIGURA 15.4: Respuestas RMS del modelo elástico con base fija y un péndulo (continuación)

En la Figura 15.5 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste. Los desplazamientos máximos son similares en ambas direcciones. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.

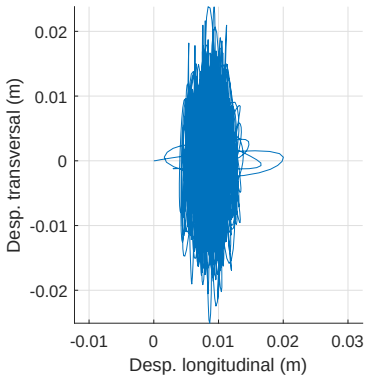
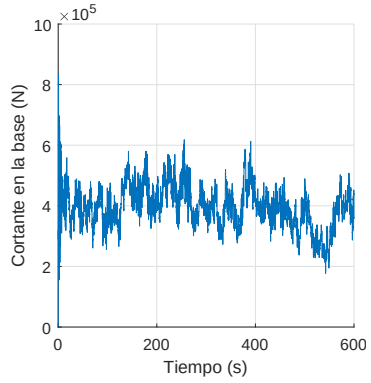
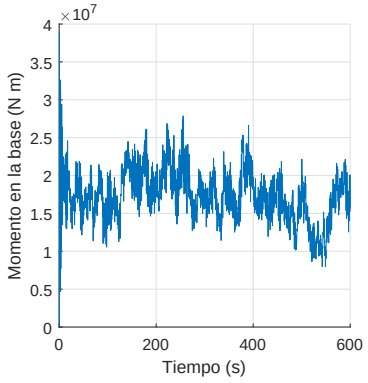


FIGURA 15.5: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico con base fija y un péndulo

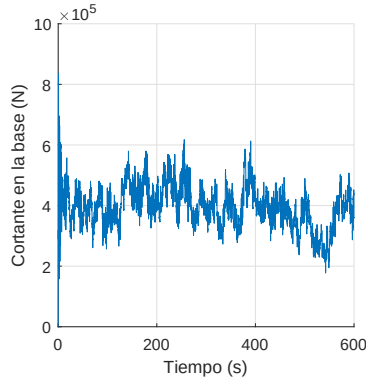
En la Figura 15.6 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en la Tabla 15.5 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



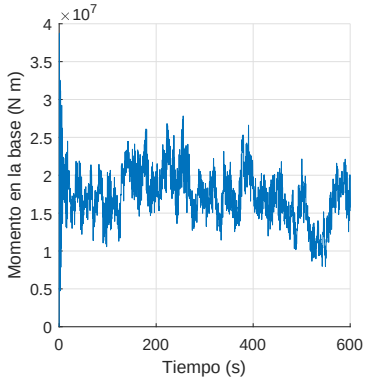
(A) Cortante, longitudinal, lineal



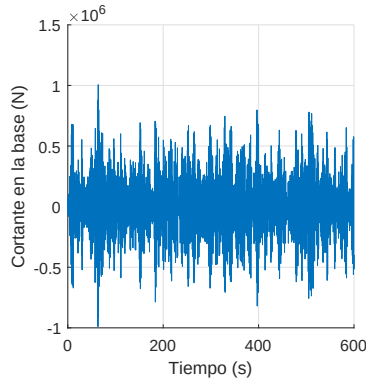
(B) Momento, longitudinal, lineal



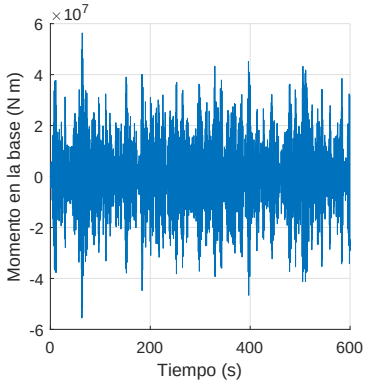
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 15.6: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija y un péndulo

TABLA 15.5: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija y un péndulo

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	8.35E+05	4.04E+05	8.35E+05	4.04E+05	1.01E+06	2.55E+05
Momento (N m)	3.88E+07	1.77E+07	3.87E+07	1.77E+07	5.63E+07	1.44E+07

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 15.6.

TABLA 15.6: Disminución de la respuesta del modelo elástico con base fija y un péndulo

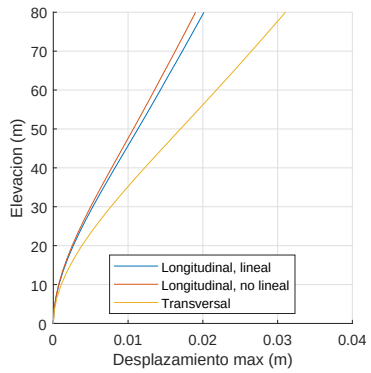
	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	0.83 %	0.47 %	0.77 %	0.47 %	42.65 %	35.71 %
Velocidad	40.91 %	0.31 %	39.77 %	0.31 %	42.11 %	36.79 %
Aceleración	35.52 %	0.31 %	37.09 %	0.31 %	40.45 %	35.78 %
Distorsión	0.88 %	0.49 %	0.81 %	0.49 %	42.62 %	36.07 %
Cortante	0.42 %	0.41 %	0.39 %	0.41 %	42.17 %	34.37 %
Momento	0.72 %	0.47 %	0.66 %	0.47 %	42.62 %	34.83 %

Los resultados obtenidos muestran que el análisis que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está empotrada ocurre en la dirección transversal. En comparación con la respuesta obtenida sin control considerando que la cimentación está empotrada, las demandas disminuyen en todos los casos, y la respuesta en la dirección transversal, que es la que mayores demandas produce en el modelo sin control, presenta la mayor disminución. Se observa que el control en la dirección longitudinal es menor que en la transversal. Además, se aprecia que ambas aproximaciones de la función de fuerzas en la dirección longitudinal producen resultados semejantes. En resumen, para el modelo de la chimenea, considerando que la cimentación está empotrada, un péndulo en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta en ambas direcciones cuando la excitación es eólica.

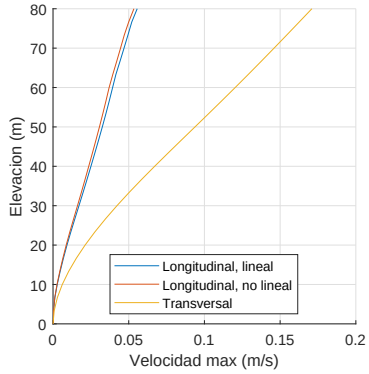
15.2.2. Modelo elástico sobre roca

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible con los parámetros correspondientes a roca presentados en la Tabla 7.4, con un péndulo. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo discreto de las vigas acopladas sobre roca sin el péndulo. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

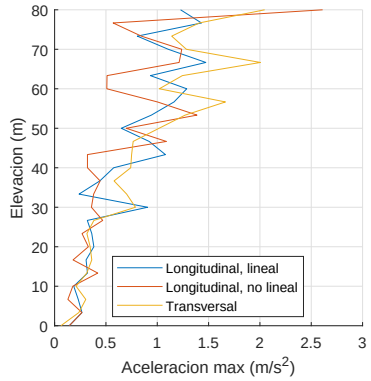
En la Figura 15.7 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



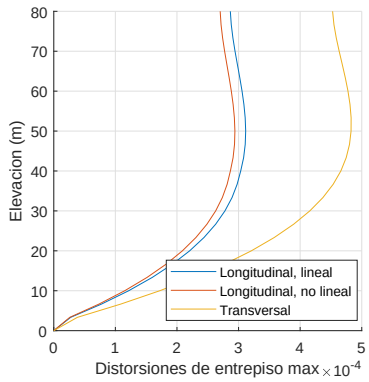
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



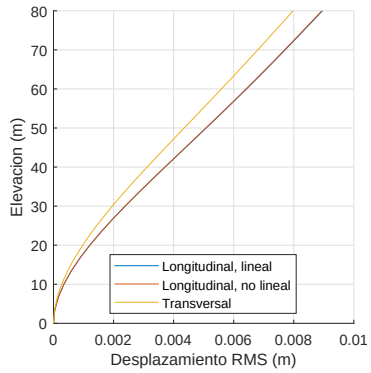
(C) Aceleraciones



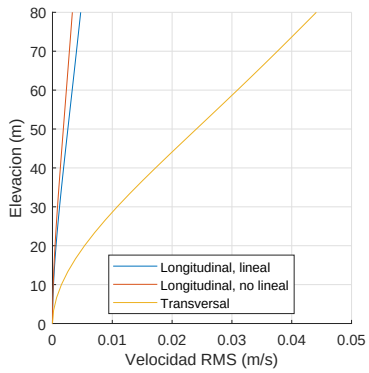
(D) Distorsiones

FIGURA 15.7: Respuestas máximas del modelo elástico sobre roca con un péndulo

En la Figura 15.8 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Se observa que la máxima amplitud de la velocidad ocurre en la dirección transversal, mientras para el resto de respuestas en la longitudinal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.

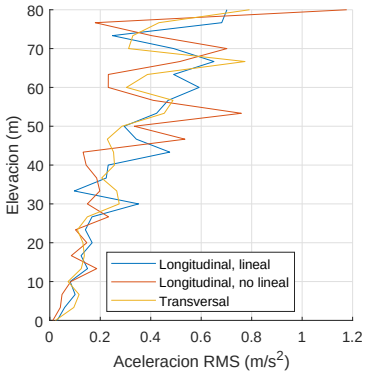


(A) Desplazamientos

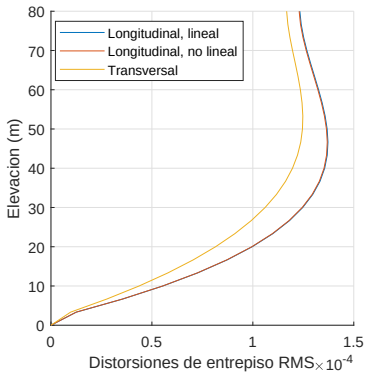


(B) Velocidades

FIGURA 15.8: Respuestas RMS del modelo elástico sobre roca con un péndulo



(C) Aceleraciones



(D) Distorsiones

FIGURA 15.8: Respuestas RMS del modelo elástico sobre roca con un péndulo (continuación)

En la Figura 15.9 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste. Los desplazamientos máximos son similares en ambas direcciones. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.

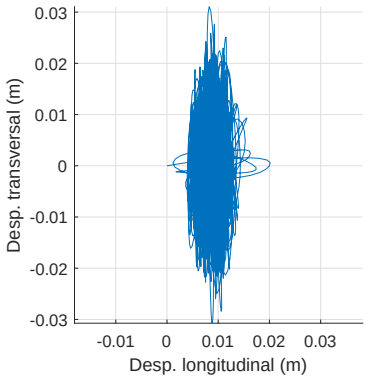
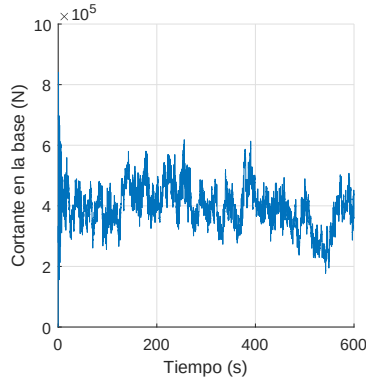
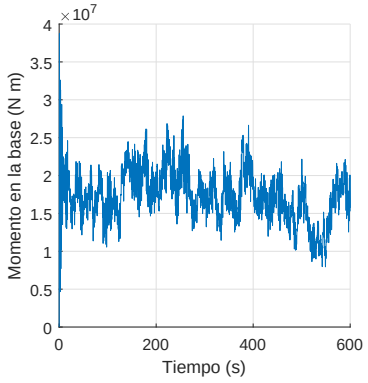


FIGURA 15.9: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico sobre roca y un péndulo

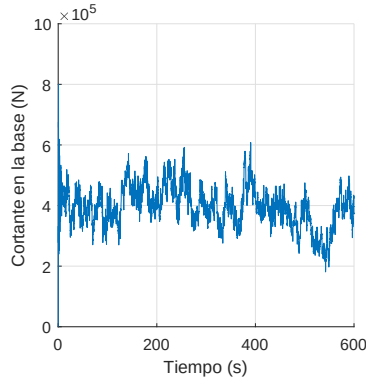
En la Figura 15.10 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en la Tabla 15.7 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



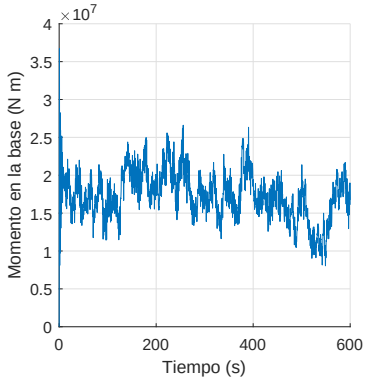
(A) Cortante, longitudinal, lineal



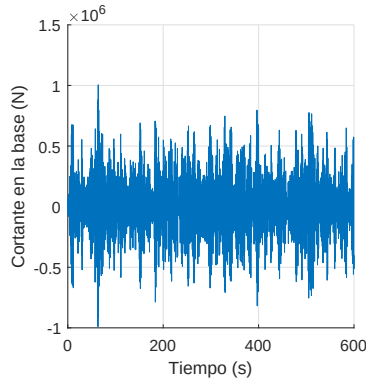
(B) Momento, longitudinal, lineal



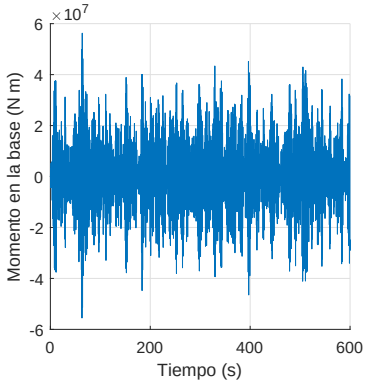
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 15.10: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca y un péndulo

TABLA 15.7: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre roca y un péndulo

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	8.40E+05	4.04E+05	8.01E+05	4.03E+05	1.01E+06	2.54E+05
Momento (N m)	3.88E+07	1.77E+07	3.67E+07	1.76E+07	5.63E+07	1.43E+07

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 15.8.

TABLA 15.8: Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre roca y un péndulo

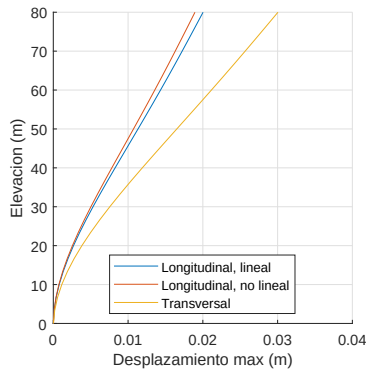
	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	0.85 %	0.48 %	0.07 %	0.47 %	42.62 %	35.52 %
Velocidad	41.38 %	0.32 %	12.67 %	0.31 %	42.07 %	36.74 %
Aceleración	-0.22 %	0.67 %	9.08 %	12.60 %	57.57 %	50.60 %
Distorsión	0.90 %	0.49 %	0.07 %	0.48 %	42.59 %	35.88 %
Cortante	0.43 %	0.41 %	0.04 %	0.39 %	42.14 %	33.64 %
Momento	0.73 %	0.47 %	0.06 %	0.46 %	42.59 %	34.63 %

Los resultados obtenidos muestran que el análisis que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre roca ocurre en la dirección transversal. En comparación con la respuesta obtenida sin control considerando que la cimentación está sobre roca, las demandas disminuyen en casi todos los casos, y la respuesta en la dirección transversal, que es la que mayores demandas produce en el modelo sin control, presenta la mayor disminución. Se observa que el control en la dirección longitudinal es menor que en la transversal. Además, se aprecia que ambas aproximaciones de la función de fuerzas en la dirección longitudinal producen resultados semejantes. En resumen, para el modelo de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre roca, un péndulo en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta en ambas direcciones cuando la excitación es eólica.

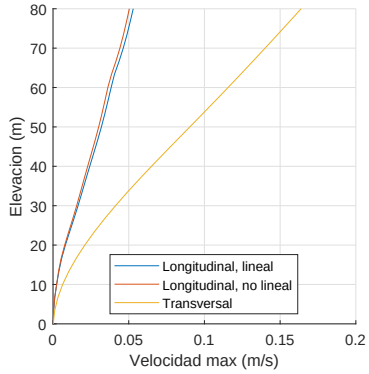
15.2.3. Modelo elástico sobre suelo denso

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible con los parámetros correspondientes a suelo denso presentados en la Tabla 7.4, con un péndulo. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo discreto de las vigas acopladas sobre suelo denso sin el péndulo. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

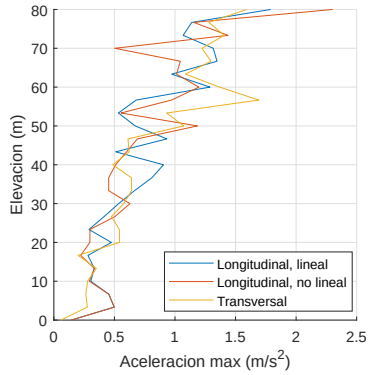
En la Figura 15.11 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



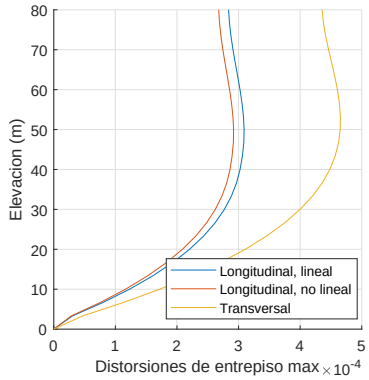
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



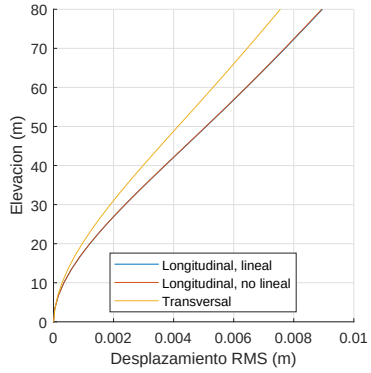
(C) Aceleraciones



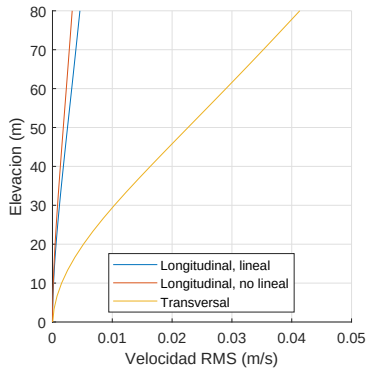
(D) Distorsiones

FIGURA 15.11: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo denso con un péndulo

En la Figura 15.12 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Se observa que la máxima amplitud de la velocidad ocurre en la dirección transversal, mientras para el resto de respuestas en la longitudinal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.

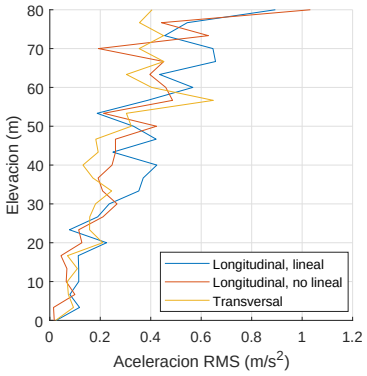


(A) Desplazamientos

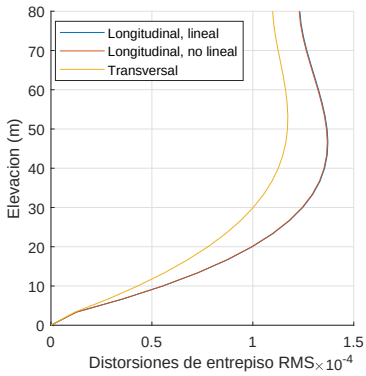


(B) Velocidades

FIGURA 15.12: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo denso con un péndulo



(C) Aceleraciones



(D) Distorsiones

FIGURA 15.12: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo denso con un péndulo (continuación)

En la Figura 15.13 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste. Los desplazamientos máximos son similares en ambas direcciones. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.

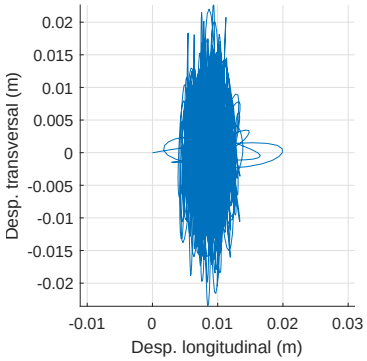
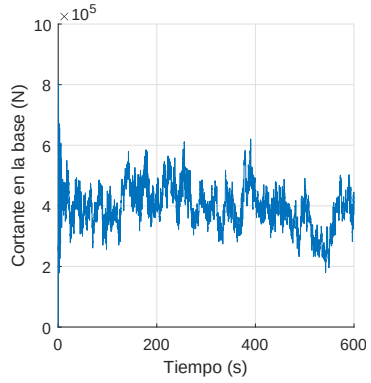
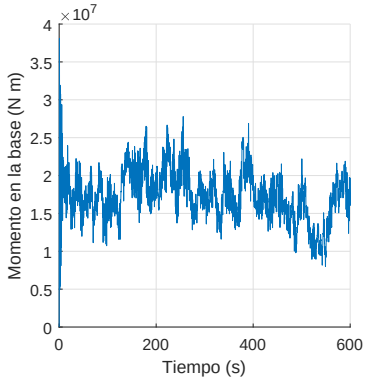


FIGURA 15.13: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico sobre suelo denso y un péndulo

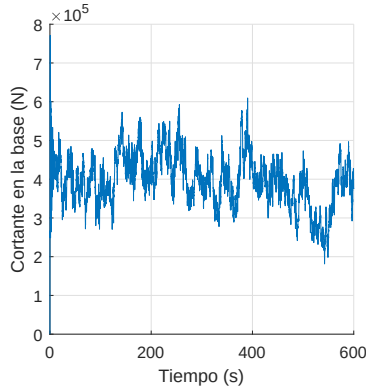
En la Figura 15.14 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en la Tabla 15.9 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



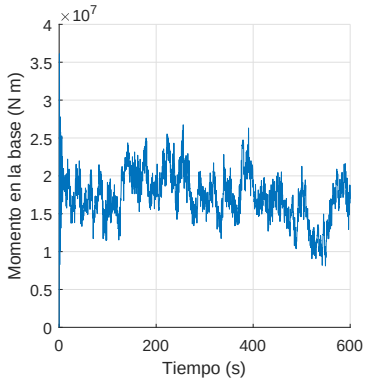
(A) Cortante, longitudinal, lineal



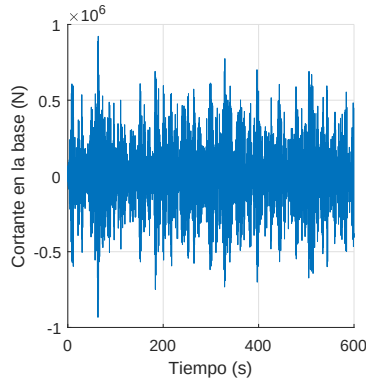
(B) Momento, longitudinal, lineal



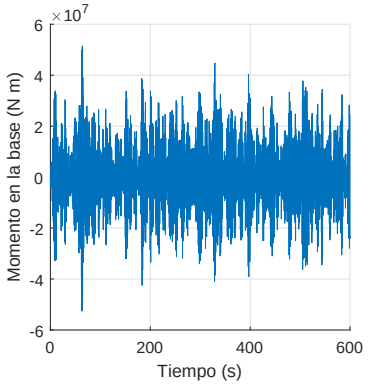
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 15.14: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso y un péndulo

TABLA 15.9: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo denso y un péndulo

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	8.08E+05	4.04E+05	7.71E+05	4.03E+05	9.33E+05	2.35E+05
Momento (N m)	3.81E+07	1.77E+07	3.61E+07	1.76E+07	5.26E+07	1.32E+07

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 15.10.

TABLA 15.10: Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo denso y un péndulo

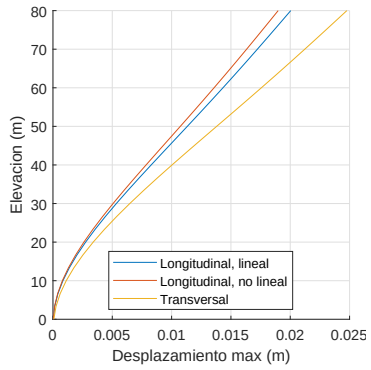
	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	1.35 %	0.50 %	0.08 %	0.49 %	49.84 %	39.09 %
Velocidad	50.79 %	0.36 %	14.25 %	0.33 %	49.02 %	38.22 %
Aceleración	-11.66 %	0.58 %	-0.97 %	-6.48 %	55.93 %	48.19 %
Distorsión	1.41 %	0.50 %	0.09 %	0.49 %	49.82 %	39.20 %
Cortante	0.65 %	0.42 %	0.04 %	0.40 %	49.26 %	37.95 %
Momento	1.10 %	0.48 %	0.07 %	0.46 %	49.82 %	38.90 %

Los resultados obtenidos muestran que el análisis que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre suelo denso ocurre en la dirección transversal. En comparación con la respuesta obtenida sin control considerando que la cimentación está sobre suelo denso, las demandas disminuyen en todos los casos, y la respuesta en la dirección transversal, que es la que mayores demandas produce en el modelo sin control, presenta la mayor disminución. Se observa que el control en la dirección longitudinal es menor que en la transversal. Además, se aprecia que ambas aproximaciones de la función de fuerzas en la dirección longitudinal producen resultados semejantes. En resumen, para el modelo de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo denso, un péndulo en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta en ambas direcciones cuando la excitación es eólica.

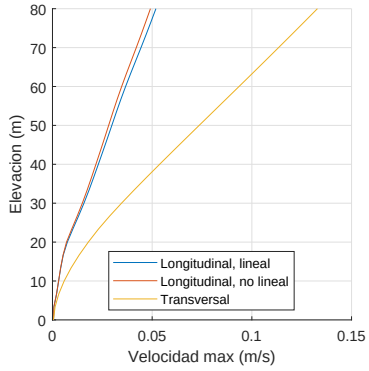
15.2.4. Modelo elástico sobre suelo rígido

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible con los parámetros correspondientes a suelo rígido presentados en la Tabla 7.4, con un péndulo. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo discreto de las vigas acopladas sobre suelo rígido sin el péndulo. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

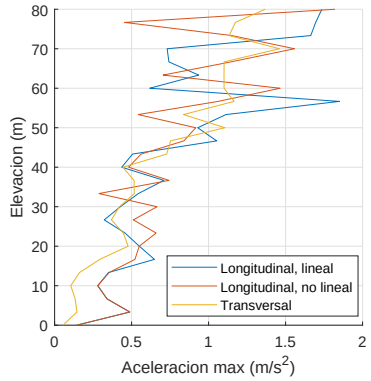
En la Figura 15.15 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



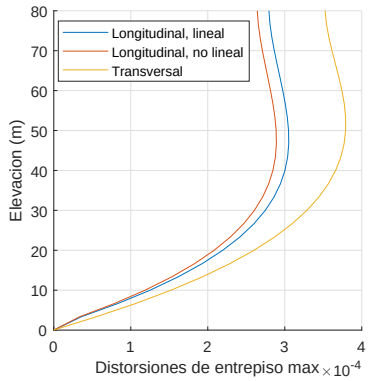
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



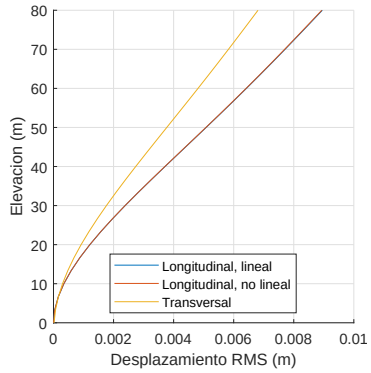
(C) Aceleraciones



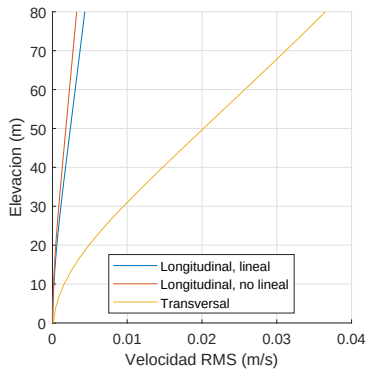
(D) Distorsiones

FIGURA 15.15: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo rígido con un péndulo

En la Figura 15.16 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Se observa que la máxima amplitud de la velocidad ocurre en la dirección transversal, mientras para el resto de respuestas, en la longitudinal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.

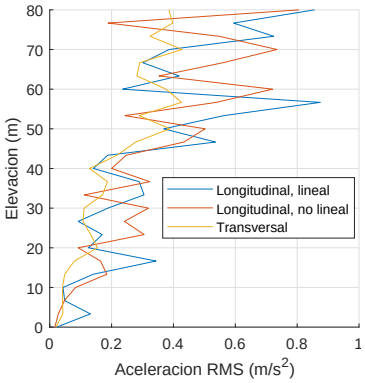


(A) Desplazamientos

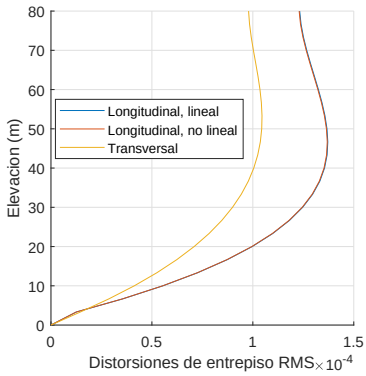


(B) Velocidades

FIGURA 15.16: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo rígido con un péndulo



(C) Aceleraciones



(D) Distorsiones

FIGURA 15.16: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo rígido con un péndulo (continuación)

En la Figura 15.17 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste. Los desplazamientos máximos son similares en ambas direcciones. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.

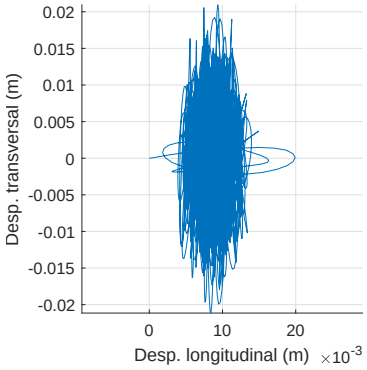
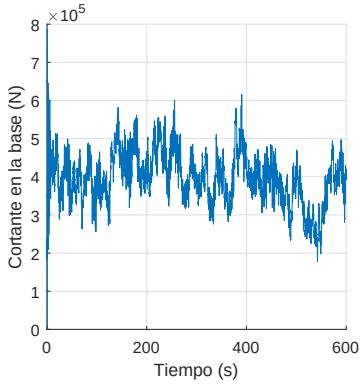
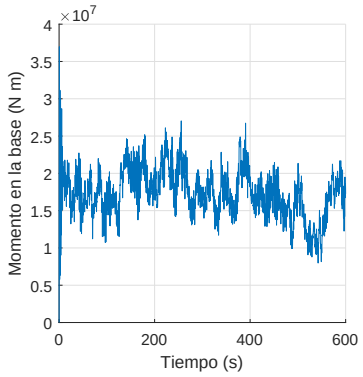


FIGURA 15.17: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico sobre suelo rígido y un péndulo

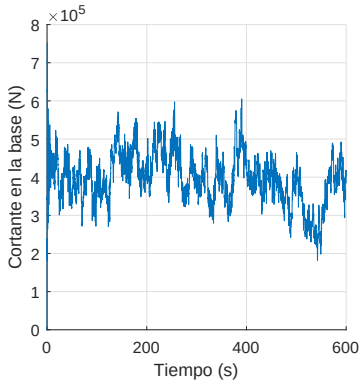
En la Figura 15.18 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en la Tabla 15.11 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



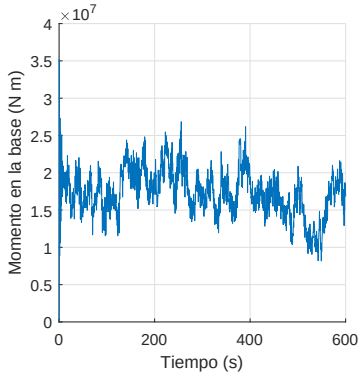
(A) Cortante, longitudinal, lineal



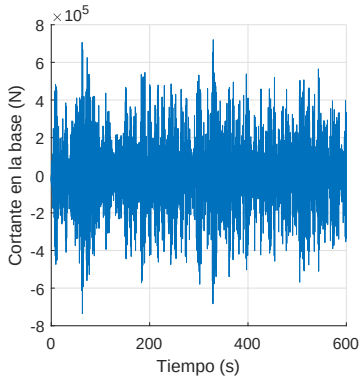
(B) Momento, longitudinal, lineal



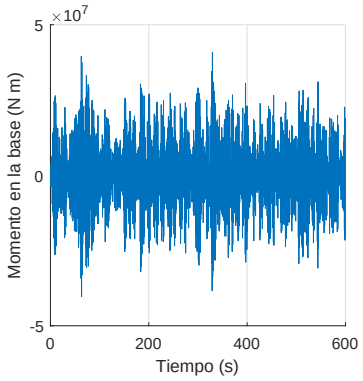
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 15.18: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido y un péndulo

TABLA 15.11: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico sobre suelo rígido y un péndulo

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	7.86E+05	4.04E+05	7.52E+05	4.03E+05	7.36E+05	2.04E+05
Momento (N m)	3.70E+07	1.76E+07	3.52E+07	1.76E+07	4.08E+07	1.13E+07

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 15.12.

TABLA 15.12: Disminución de la respuesta del modelo elástico sobre suelo rígido y un péndulo

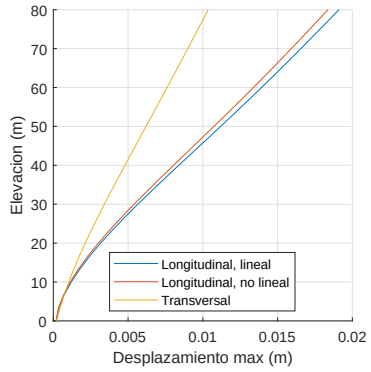
	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	1.14 %	0.52 %	0.09 %	0.52 %	52.12 %	45.51 %
Velocidad	48.53 %	0.41 %	14.82 %	0.41 %	51.11 %	45.48 %
Aceleración	-9.58 %	-11.53 %	-33.59 %	-25.71 %	59.39 %	48.72 %
Distorsión	1.17 %	0.52 %	0.09 %	0.52 %	52.13 %	45.71 %
Cortante	0.49 %	0.41 %	0.04 %	0.39 %	51.19 %	45.88 %
Momento	0.83 %	0.48 %	0.06 %	0.47 %	52.12 %	46.08 %

Los resultados obtenidos muestran que el análisis que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre suelo rígido ocurre en la dirección transversal. En comparación con la respuesta obtenida sin control considerando que la cimentación está sobre suelo rígido, las demandas disminuyen en casi todos los casos, y la respuesta en la dirección transversal, que es la que mayores demandas produce en el modelo sin control, presenta la mayor disminución. Se observa que el control en la dirección longitudinal es menor que en la transversal. Además, se aprecia que ambas aproximaciones de la función de fuerzas en la dirección longitudinal producen resultados semejantes. En resumen, para el modelo de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo rígido, un péndulo en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta en ambas direcciones cuando la excitación es eólica.

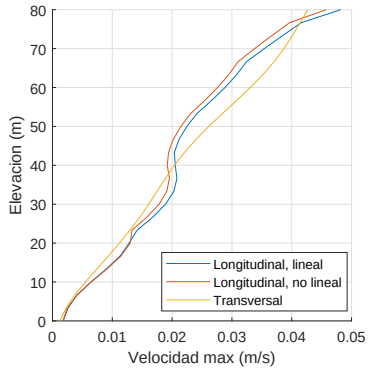
15.2.5. Modelo elástico sobre suelo blando

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo discreto de las vigas acopladas con base flexible con los parámetros correspondientes a suelo blando presentados en la Tabla 7.4, con un péndulo. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. Además se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo discreto de las vigas acopladas sobre suelo blando sin el péndulo. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

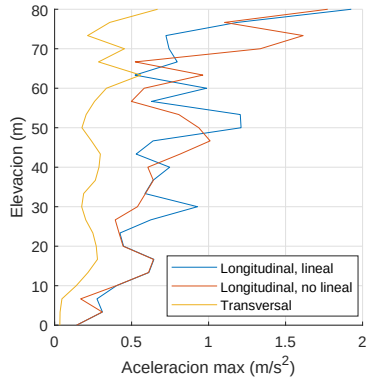
En la Figura 15.19 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó en la dirección longitudinal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



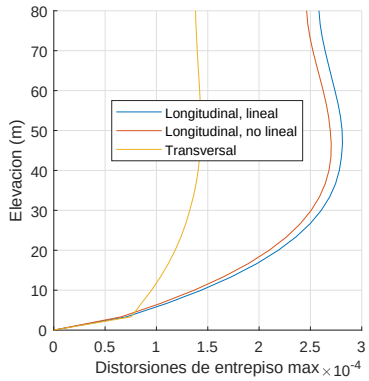
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



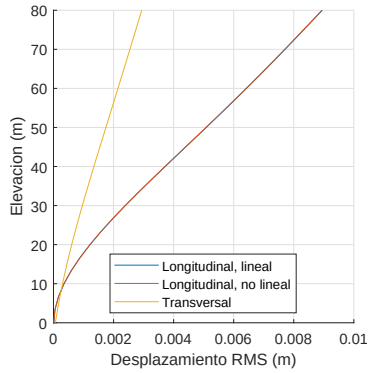
(C) Aceleraciones



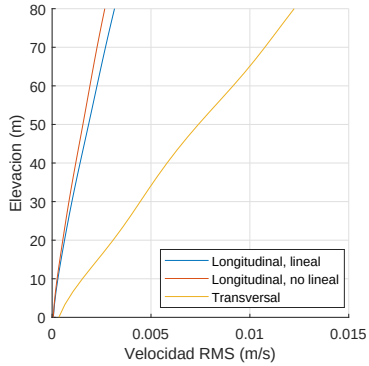
(D) Distorsiones

FIGURA 15.19: Respuestas máximas del modelo elástico sobre suelo blando con un péndulo

En la Figura 15.20 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Se observa que la máxima amplitud de la velocidad ocurre en la dirección transversal, mientras la del resto de respuestas, en la longitudinal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.

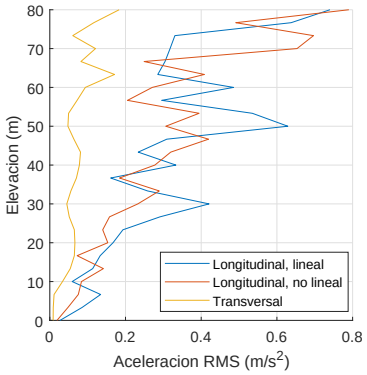


(A) Desplazamientos

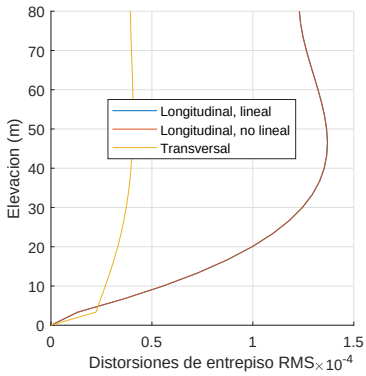


(B) Velocidades

FIGURA 15.20: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo blando con un péndulo



(C) Aceleraciones



(D) Distorsiones

FIGURA 15.20: Respuestas RMS del modelo elástico sobre suelo blando con un péndulo (continuación)

En la Figura 15.21 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste. Los desplazamientos máximos son mayores en la dirección longitudinal. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.

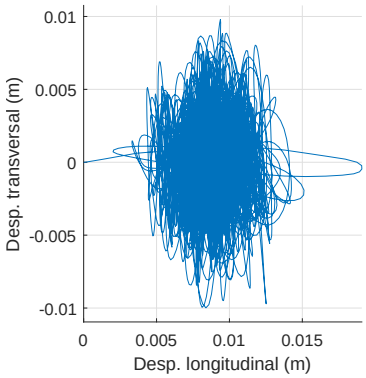
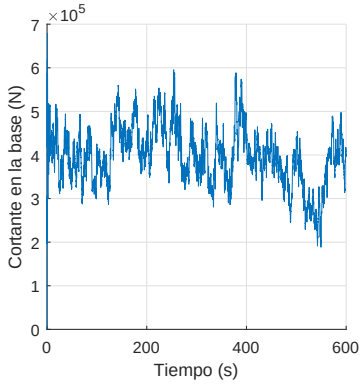
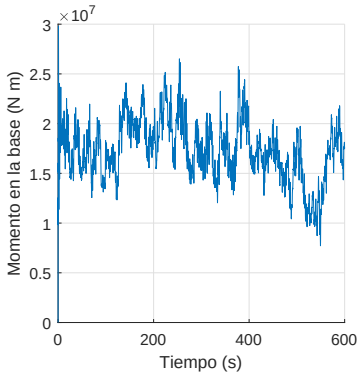


FIGURA 15.21: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo elástico sobre suelo blando y un péndulo

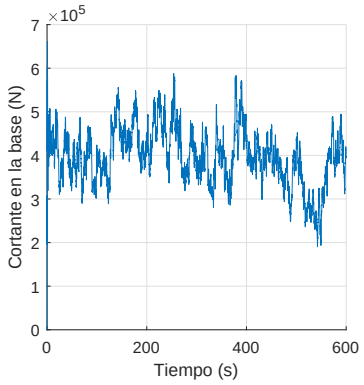
En la Figura 15.22 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en la Tabla 15.13 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



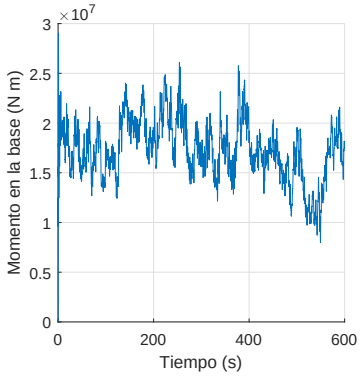
(A) Cortante, longitudinal, lineal



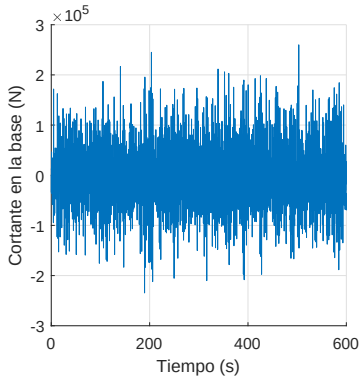
(B) Momento, longitudinal, lineal



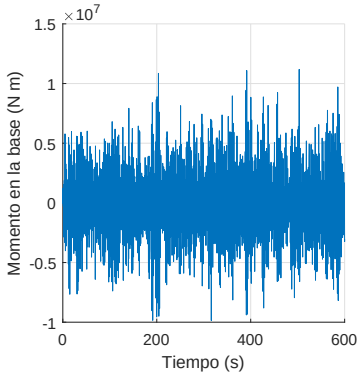
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 15.22: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija y un péndulo

TABLA 15.13: Elementos mecánicos en la base del modelo elástico con base fija y un péndulo

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	6.79E+05	4.03E+05	6.61E+05	4.03E+05	2.60E+05	6.75E+04
Momento (N m)	2.98E+07	1.76E+07	2.91E+07	1.76E+07	1.12E+07	3.04E+06

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 15.14.

TABLA 15.14: Disminución de la respuesta del modelo elástico con base fija y un péndulo

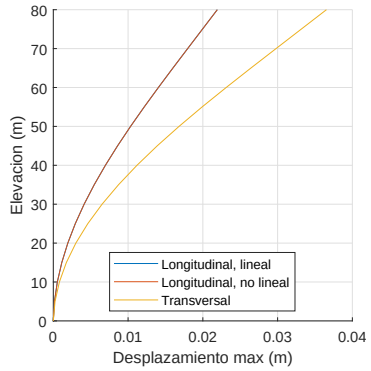
	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	0.39 %	0.99 %	0.13 %	1.01 %	37.72 %	41.95 %
Velocidad	28.73 %	0.64 %	16.22 %	0.66 %	34.77 %	38.80 %
Aceleración	12.39 %	13.90 %	1.96 %	-5.61 %	28.20 %	23.52 %
Distorsión	0.37 %	0.95 %	0.12 %	0.98 %	37.90 %	42.53 %
Cortante	0.06 %	0.56 %	0.02 %	0.59 %	29.07 %	33.47 %
Momento	0.09 %	0.64 %	0.03 %	0.64 %	36.29 %	40.62 %

Los resultados obtenidos muestran que el análisis que mayores demandas produce en la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre suelo blando ocurre en la dirección longitudinal. En comparación con la respuesta obtenida sin control considerando que la cimentación está sobre suelo blando, las demandas disminuyen en casi todos los casos, principalmente en la dirección transversal, y en la longitudinal, que es la que mayores demandas produce en el modelo sin control, existe una ligera disminución. Además, se aprecia que ambas aproximaciones de la función de fuerzas en la dirección longitudinal producen resultados semejantes. En resumen, para el modelo de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo blando, un péndulo en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta en ambas direcciones cuando la excitación es eólica.

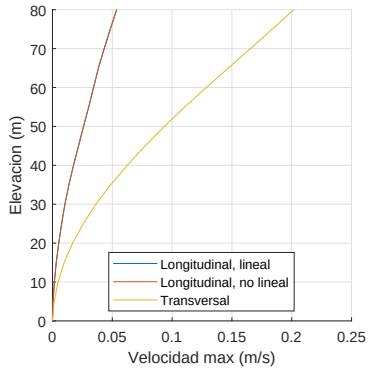
15.2.6. Modelo no lineal con base fija

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base fija y un péndulo. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. También se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. Además, se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo no lineal con base fija sin el péndulo. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

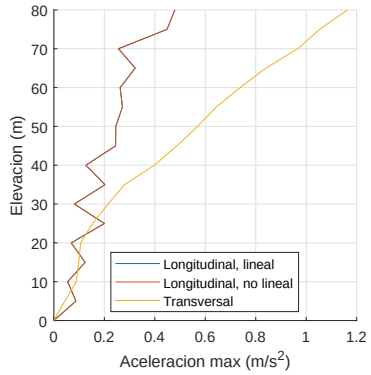
En la Figura 15.23 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



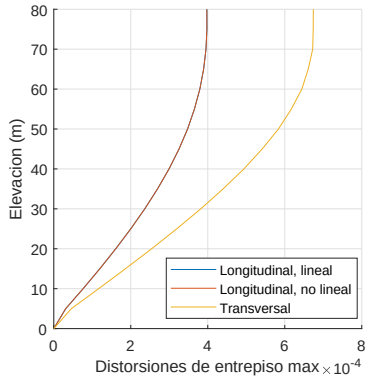
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



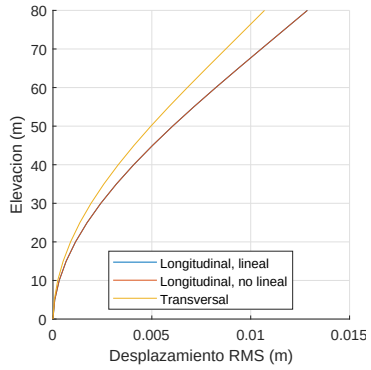
(C) Aceleraciones



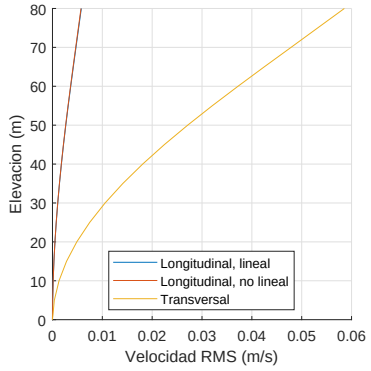
(D) Distorsiones

FIGURA 15.23: Respuestas sísmicas máximas del modelo no lineal con base fija y un péndulo

En la Figura 15.24 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Se observa que la máxima amplitud de la velocidad y aceleración ocurren en la dirección transversal, mientras para el resto de respuestas en la longitudinal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.

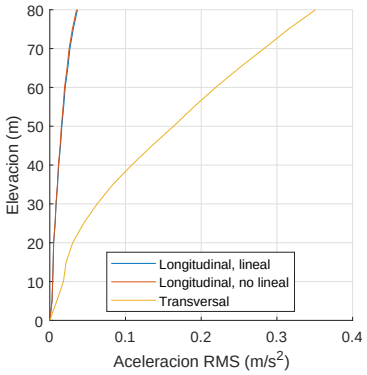


(A) Desplazamientos

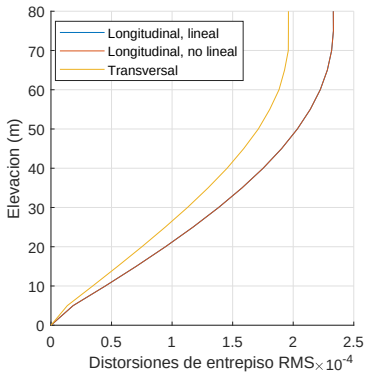


(B) Velocidades

FIGURA 15.24: Respuestas sísmicas RMS del modelo no lineal con base fija y un péndulo



(C) Aceleraciones



(D) Distorsiones

FIGURA 15.24: Respuestas sísmicas RMS del modelo no lineal con base fija y un péndulo (continuación)

En la Figura 15.25 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste. Los desplazamientos son mayores en la dirección transversal. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.

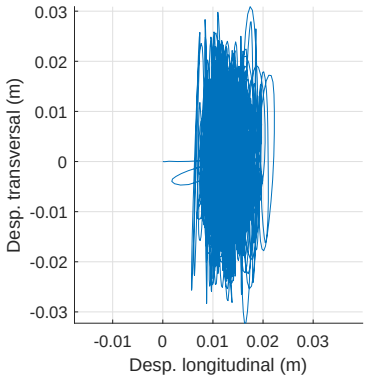
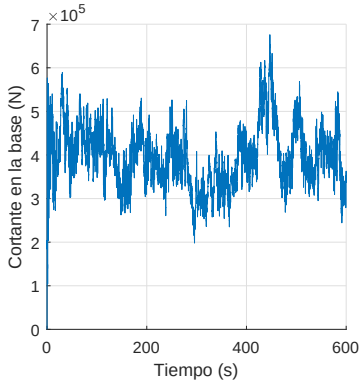
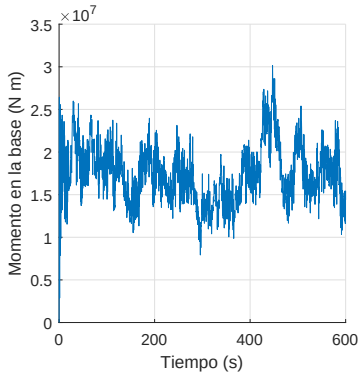


FIGURA 15.25: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal con base fija y un péndulo

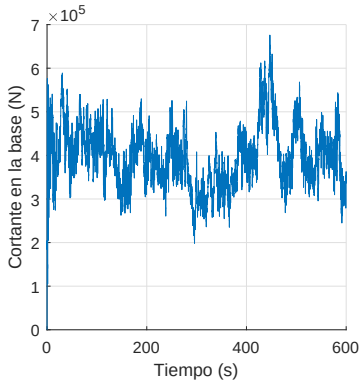
En la Figura 15.26 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en la Tabla 15.15 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



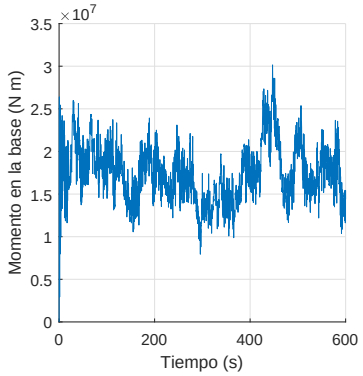
(A) Cortante, longitudinal, lineal



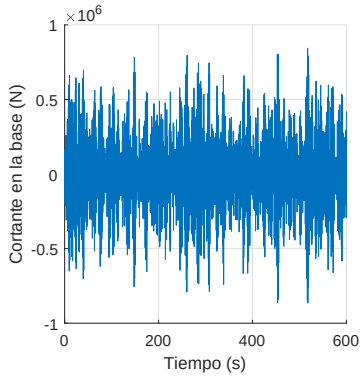
(B) Momento, longitudinal, lineal



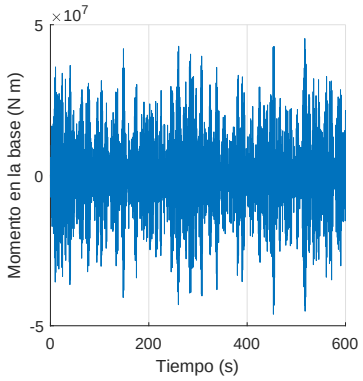
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 15.26: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija y un péndulo

TABLA 15.15: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal con base fija y un péndulo

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	6.76E+05	4.03E+05	6.76E+05	4.03E+05	8.64E+05	2.56E+05
Momento (N m)	3.02E+07	1.78E+07	3.02E+07	1.78E+07	4.62E+07	1.36E+07

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los

estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000, sin embargo, no se formaron articulaciones plásticas en el modelo, por lo que no se reportan dichos resultados ya que el modelo completo permanece en el rango elástico.

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 15.16.

TABLA 15.16: Disminución de la respuesta del modelo no lineal con base fija y un péndulo

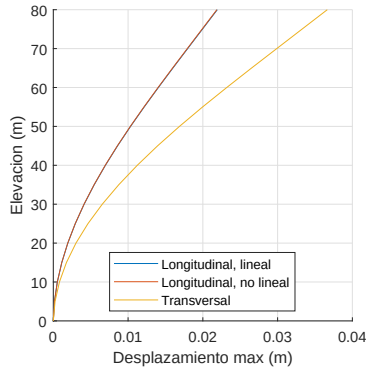
	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	0.60 %	10.27 %	0.54 %	9.44 %	38.88 %	43.82 %
Velocidad	40.08 %	0.36 %	38.34 %	0.36 %	38.47 %	42.41 %
Aceleración	35.59 %	0.07 %	35.59 %	0.08 %	33.66 %	39.00 %
Distorsión	0.62 %	10.32 %	0.55 %	9.50 %	38.87 %	43.69 %
Cortante	0.34 %	7.21 %	0.31 %	6.52 %	38.16 %	43.36 %
Momento	0.52 %	9.71 %	0.46 %	8.91 %	38.77 %	43.70 %

Los resultados obtenidos muestran que el análisis que mayores demandas produce en el modelo no lineal de la chimenea cuando se considera que la cimentación está empotrada ocurre en la dirección transversal. En comparación con la respuesta obtenida del modelo no lineal sin control considerando que la cimentación está empotrada, las demandas disminuyen en todos los casos, y la respuesta en la dirección transversal, que es la que mayores demandas produce en el modelo no lineal sin control, presenta la mayor disminución. Se observa que el control en la dirección longitudinal es menor que en la transversal. Además, se aprecia que ambas aproximaciones de la función de fuerzas en la dirección longitudinal producen resultados semejantes. En resumen, para el modelo no lineal de la chimenea, considerando que la cimentación está empotrada, un péndulo en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta en ambas direcciones cuando la excitación es eólica.

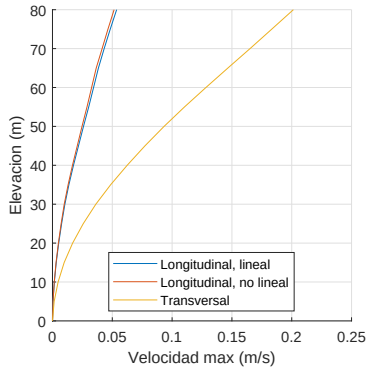
15.2.7. Modelo no lineal sobre roca

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base flexible y un péndulo con los parámetros correspondientes a roca presentados en la Tabla 7.4. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. También se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. Además, se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo no lineal sobre roca sin el péndulo. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

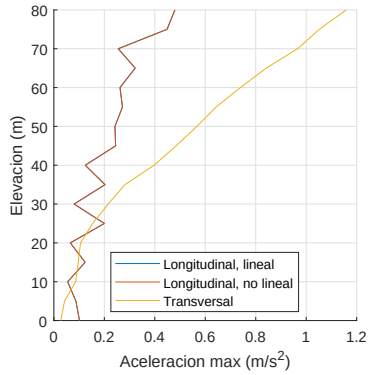
En la Figura 15.27 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



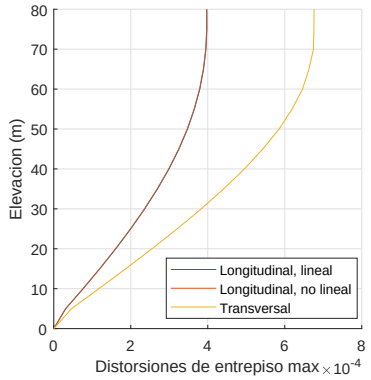
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



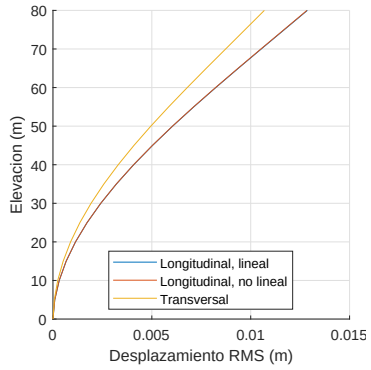
(C) Aceleraciones



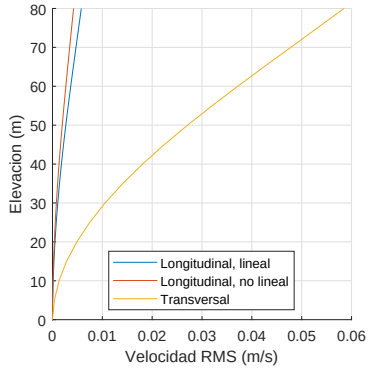
(D) Distorsiones

FIGURA 15.27: Respuestas sísmicas máximas del modelo no lineal sobre roca con un péndulo

En la Figura 15.28 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Se observa que la máxima amplitud de la velocidad y aceleración ocurren en la dirección transversal, mientras para el resto de respuestas en la longitudinal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.

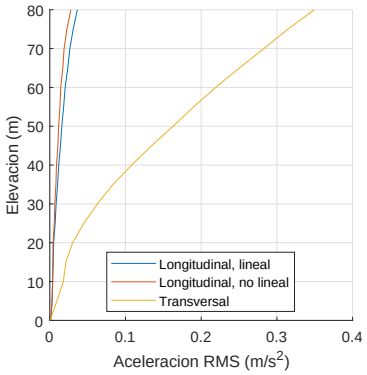


(A) Desplazamientos

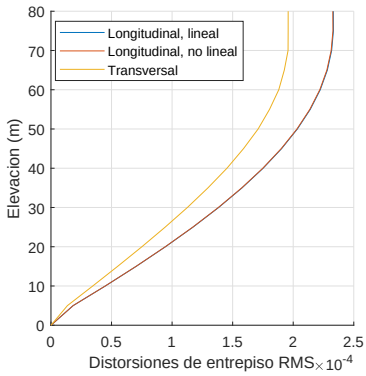


(B) Velocidades

FIGURA 15.28: Respuestas sísmicas RMS del modelo no lineal sobre roca con un péndulo



(C) Aceleraciones



(D) Distorsiones

FIGURA 15.28: Respuestas sísmicas RMS del modelo no lineal sobre roca con un péndulo (continuación)

En la Figura 15.29 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste. Los desplazamientos son mayores en la dirección transversal. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.

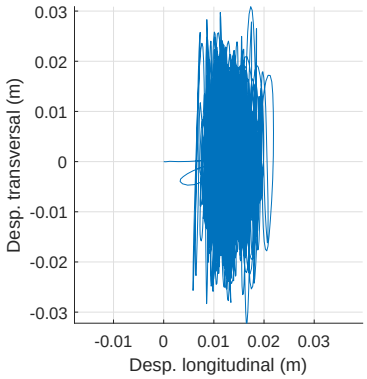
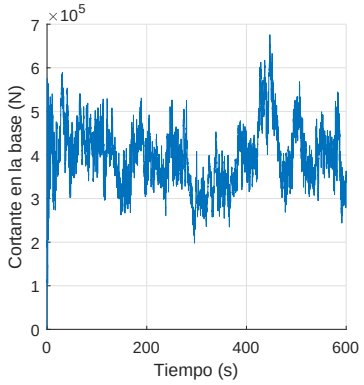
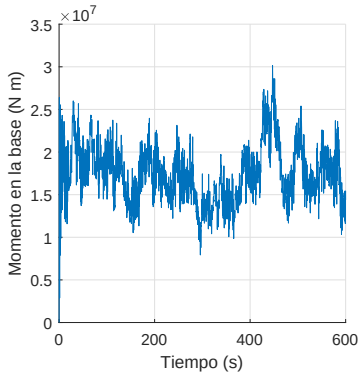


FIGURA 15.29: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal sobre roca y un péndulo

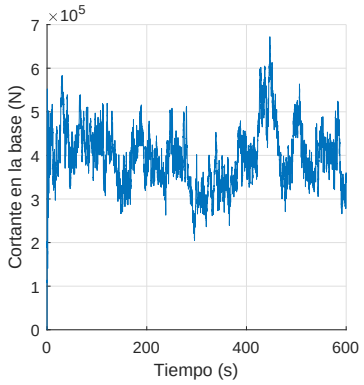
En la Figura 15.30 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en la Tabla 15.17 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



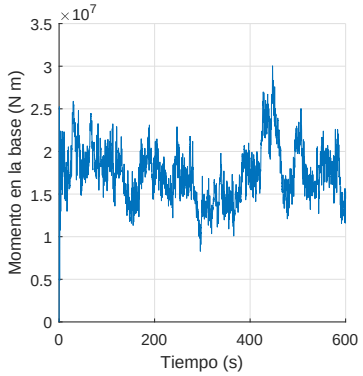
(A) Cortante, longitudinal, lineal



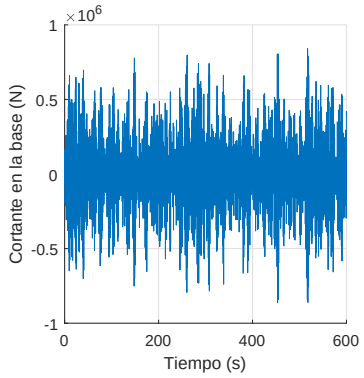
(B) Momento, longitudinal, lineal



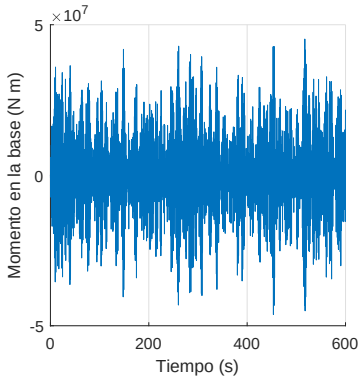
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 15.30: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca y un péndulo

TABLA 15.17: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre roca y un péndulo

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	6.76E+05	4.03E+05	6.72E+05	4.03E+05	8.63E+05	2.55E+05
Momento (N m)	3.02E+07	1.78E+07	3.00E+07	1.77E+07	4.63E+07	1.36E+07

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los

estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000, sin embargo, no se formaron articulaciones plásticas en el modelo, por lo que no se reportan dichos resultados ya que el modelo completo permanece en el rango elástico.

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 15.18.

TABLA 15.18: Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre roca y un péndulo

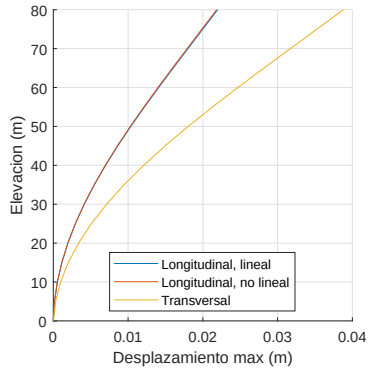
	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	0.61 %	10.26 %	0.05 %	0.28 %	38.93 %	43.20 %
Velocidad	40.28 %	0.36 %	11.44 %	0.36 %	38.52 %	42.01 %
Aceleración	35.82 %	0.06 %	9.63 %	0.03 %	33.70 %	38.55 %
Distorsión	0.62 %	10.26 %	0.05 %	0.39 %	38.92 %	43.07 %
Cortante	0.35 %	7.19 %	0.03 %	-0.36 %	38.23 %	43.08 %
Momento	0.52 %	9.69 %	0.04 %	-0.01 %	38.83 %	43.19 %

Los resultados obtenidos muestran que el análisis que mayores demandas produce en el modelo no lineal de la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre roca ocurre en la dirección transversal. En comparación con la respuesta obtenida del modelo no lineal sin control considerando que la cimentación está sobre roca, las demandas disminuyen en todos los casos, y la respuesta en la dirección transversal, que es la que mayores demandas produce en el modelo no lineal sin control sobre roca, presenta la mayor disminución. Se observa que el control en la dirección longitudinal es menor que en la transversal. Además, se aprecia que ambas aproximaciones de la función de fuerzas en la dirección longitudinal producen resultados semejantes. En resumen, para el modelo no lineal de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre roca, un péndulo en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta en ambas direcciones cuando la excitación es eólica.

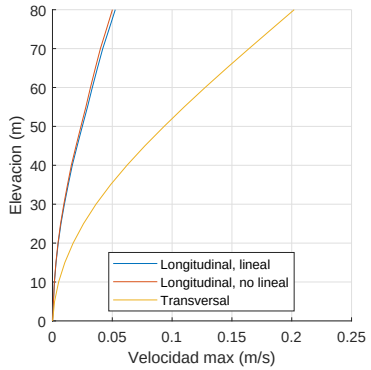
15.2.8. Modelo no lineal sobre suelo denso

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base flexible y un péndulo con los parámetros correspondientes a suelo denso presentados en la Tabla 7.4. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. También se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. Además, se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo no lineal sobre suelo denso sin el péndulo. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

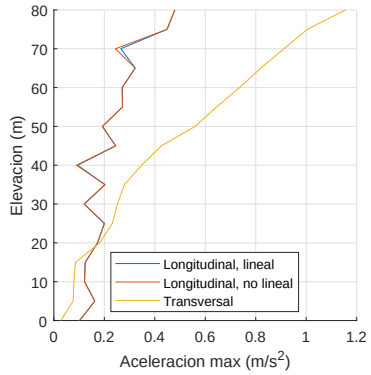
En la Figura 15.31 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



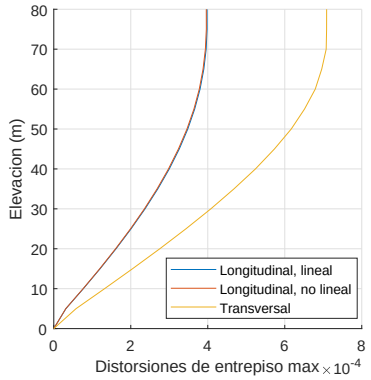
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



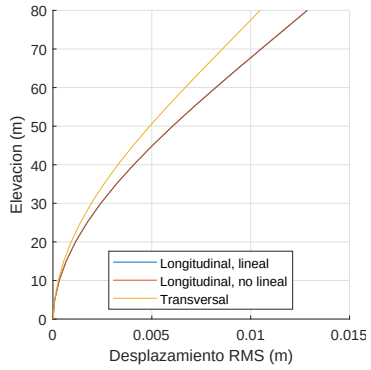
(C) Aceleraciones



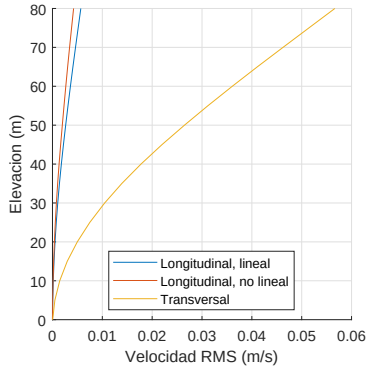
(D) Distorsiones

FIGURA 15.31: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo denso con un péndulo

En la Figura 15.32 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Se observa que la máxima amplitud de la velocidad y aceleración ocurren en la dirección transversal, mientras para el resto de respuestas en la longitudinal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.

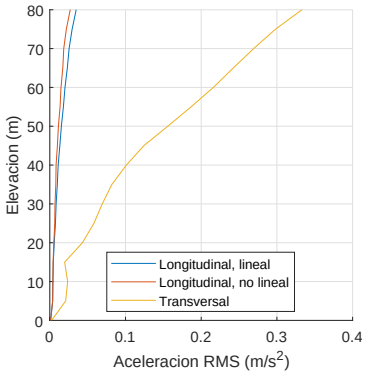


(A) Desplazamientos

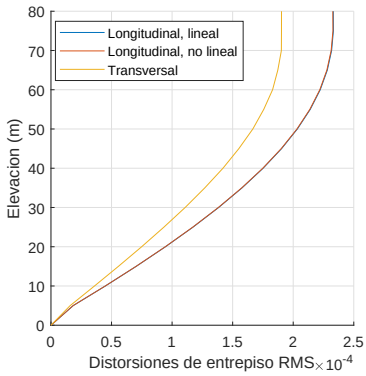


(B) Velocidades

FIGURA 15.32: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo denso con un péndulo



(C) Aceleraciones



(D) Distorsiones

FIGURA 15.32: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo denso con un péndulo (continuación)

En la Figura 15.33 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste. Los desplazamientos son mayores en la dirección transversal. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.

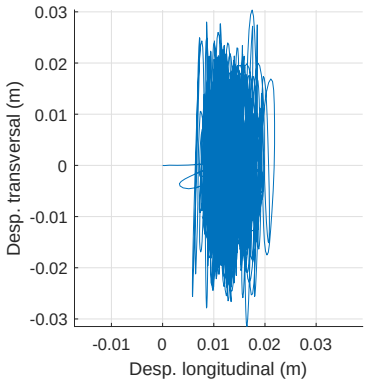
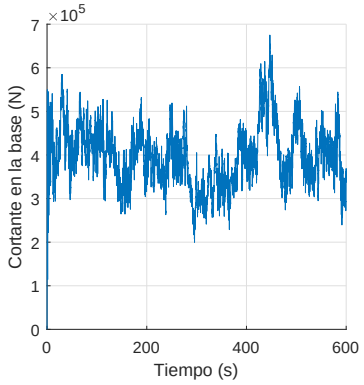
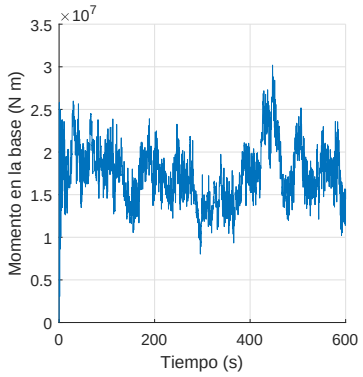


FIGURA 15.33: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal sobre suelo denso y un péndulo

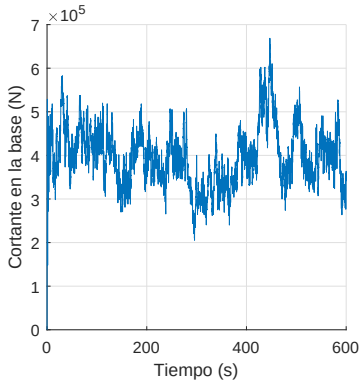
En la Figura 15.34 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en la Tabla 15.19 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



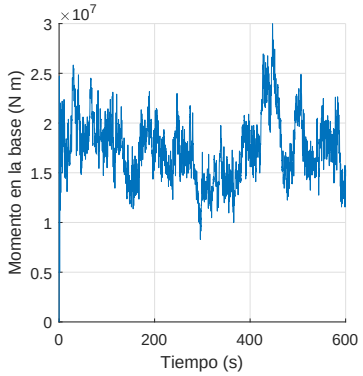
(A) Cortante, longitudinal, lineal



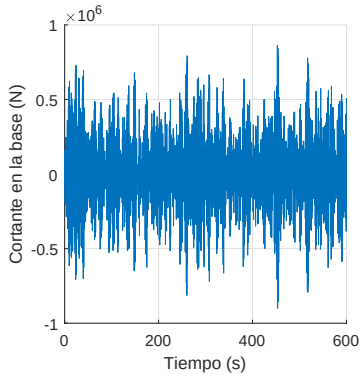
(B) Momento, longitudinal, lineal



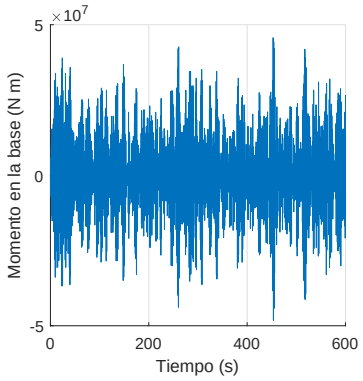
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 15.34: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso y un péndulo

TABLA 15.19: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo denso y un péndulo

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	6.75E+05	4.03E+05	6.69E+05	4.03E+05	9.00E+05	2.46E+05
Momento (N m)	3.02E+07	1.78E+07	3.00E+07	1.77E+07	4.82E+07	1.31E+07

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los

estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000, sin embargo, no se formaron articulaciones plásticas en el modelo, por lo que no se reportan dichos resultados ya que el modelo completo permanece en el rango elástico.

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 15.20.

TABLA 15.20: Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo denso y un péndulo

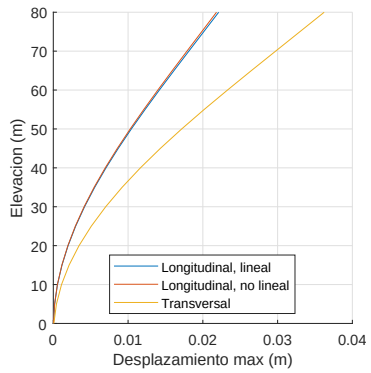
	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	0.70 %	5.57 %	0.05 %	-0.65 %	43.42 %	28.32 %
Velocidad	43.21 %	0.42 %	12.02 %	0.41 %	42.89 %	32.24 %
Aceleración	39.11 %	0.23 %	10.16 %	0.18 %	38.01 %	30.27 %
Distorsión	0.71 %	5.88 %	0.05 %	-0.51 %	43.41 %	28.05 %
Cortante	0.39 %	3.69 %	0.03 %	-0.84 %	42.93 %	29.51 %
Momento	0.58 %	4.72 %	0.04 %	-0.89 %	43.36 %	28.76 %

Los resultados obtenidos muestran que el análisis que mayores demandas produce en el modelo no lineal de la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre suelo denso ocurre en la dirección transversal. En comparación con la respuesta obtenida del modelo no lineal sin control considerando que la cimentación está sobre suelo denso, las demandas disminuyen en casi todos los casos, y la respuesta en la dirección transversal, que es la que mayores demandas produce en el modelo no lineal sin control, presenta la mayor disminución. Se observa que el control en la dirección longitudinal es menor que en la transversal. Además, se aprecia que ambas aproximaciones de la función de fuerzas en la dirección longitudinal producen resultados semejantes. En resumen, para el modelo no lineal de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo denso, un péndulo en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta en ambas direcciones cuando la excitación es eólica.

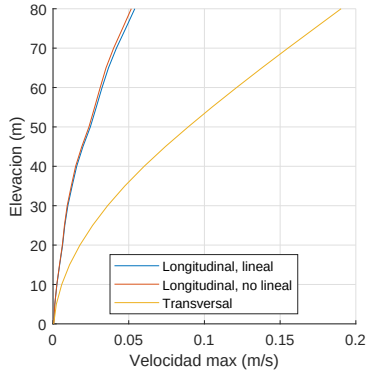
15.2.9. Modelo no lineal sobre suelo rígido

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base flexible y un péndulo con los parámetros correspondientes a suelo rígido presentados en la Tabla 7.4. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. También se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. Además, se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo no lineal sobre suelo rígido sin el péndulo. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

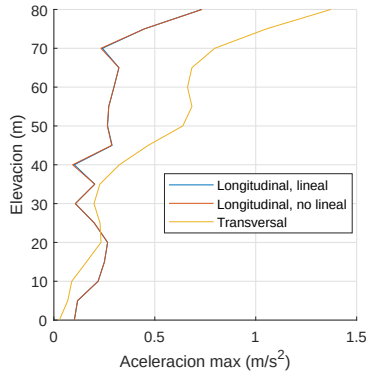
En la Figura 15.35 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que, para todos los perfiles, la respuesta máxima se presentó en la dirección transversal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



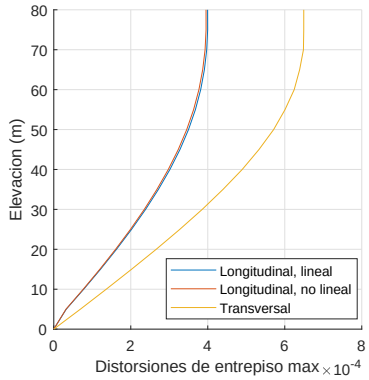
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



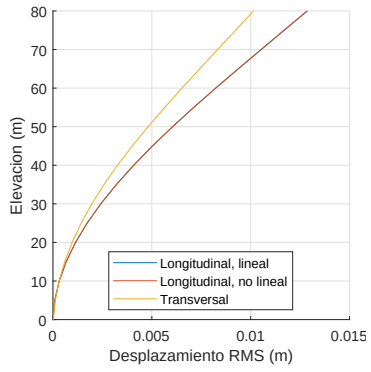
(C) Aceleraciones



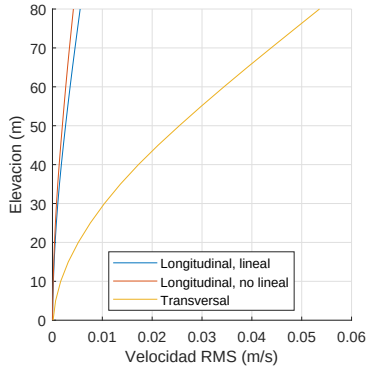
(D) Distorsiones

FIGURA 15.35: Respuestas máximas del modelo no lineal sobre suelo rígido con un péndulo

En la Figura 15.36 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Se observa que la máxima amplitud de la velocidad y aceleración ocurren en la dirección transversal, mientras para el resto de respuestas en la longitudinal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.

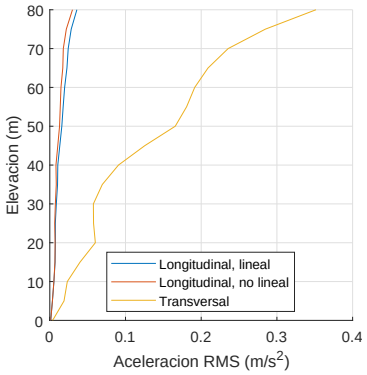


(A) Desplazamientos

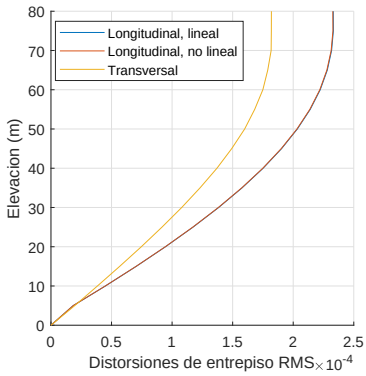


(B) Velocidades

FIGURA 15.36: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo rígido con un péndulo



(C) Aceleraciones



(D) Distorsiones

FIGURA 15.36: Respuestas RMS del modelo no lineal sobre suelo rígido con un péndulo (continuación)

En la Figura 15.37 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste. Los desplazamientos son mayores en la dirección transversal. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.

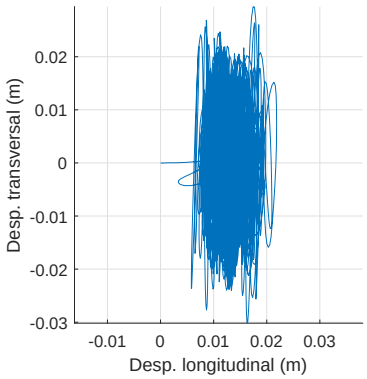
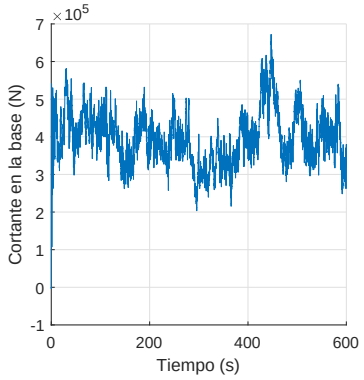
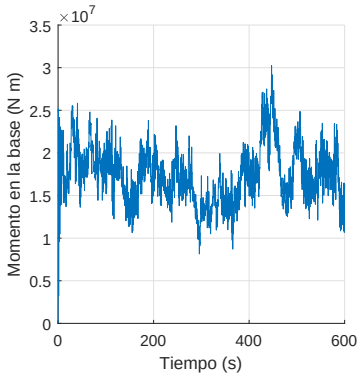


FIGURA 15.37: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal sobre suelo rígido y un péndulo

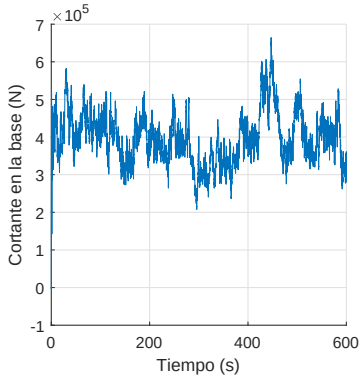
En la Figura 15.38 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en la Tabla 15.21 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



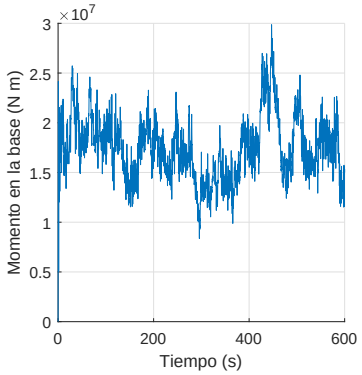
(A) Cortante, longitudinal, lineal



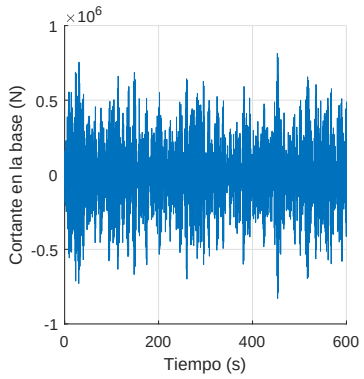
(B) Momento, longitudinal, lineal



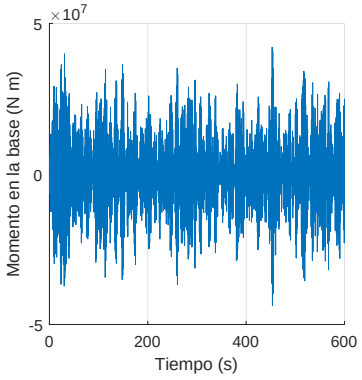
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 15.38: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido y un péndulo

TABLA 15.21: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo rígido y un péndulo

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	6.72E+05	4.03E+05	6.65E+05	4.03E+05	8.29E+05	2.35E+05
Momento (N m)	3.02E+07	1.78E+07	2.99E+07	1.77E+07	4.38E+07	1.23E+07

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los

estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000, sin embargo, no se formaron articulaciones plásticas en el modelo, por lo que no se reportan dichos resultados ya que el modelo completo permanece en el rango elástico.

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 15.22.

TABLA 15.22: Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo rígido y un péndulo

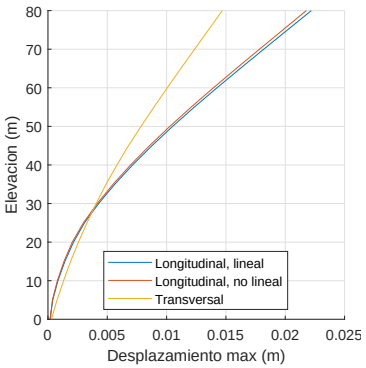
	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	0.70 %	0.17 %	0.06 %	-1.57 %	42.83 %	41.82 %
Velocidad	43.29 %	0.45 %	12.49 %	0.38 %	42.50 %	43.13 %
Aceleración	38.03 %	0.28 %	9.51 %	0.10 %	37.37 %	39.59 %
Distorsión	0.69 %	0.06 %	0.06 %	-1.50 %	42.82 %	41.76 %
Cortante	0.36 %	-3.85 %	0.03 %	-1.15 %	41.53 %	39.71 %
Momento	0.53 %	-2.50 %	0.04 %	-1.37 %	42.64 %	40.95 %

Los resultados obtenidos muestran que el análisis que mayores demandas produce en el modelo no lineal de la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre suelo rígido ocurre en la dirección transversal. En comparación con la respuesta obtenida del modelo no lineal sin control considerando que la cimentación está sobre suelo rígido, las demandas disminuyen en casi todos los casos, y la respuesta en la dirección transversal, que es la que mayores demandas produce en el modelo no lineal sin control sobre suelo rígido, presenta la mayor disminución. Se observa que el control en la dirección longitudinal es menor que en la transversal. Además, se aprecia que ambas aproximaciones de la función de fuerzas en la dirección longitudinal producen resultados semejantes. En resumen, para el modelo no lineal de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo rígido, un péndulo en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta en ambas direcciones cuando la excitación es eólica.

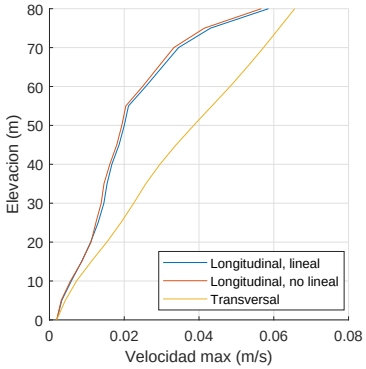
15.2.10. Modelo no lineal sobre suelo blando

La respuesta dinámica de este análisis se obtuvo empleando el modelo no lineal con base flexible y un péndulo con los parámetros correspondientes a suelo blando presentados en la Tabla 7.4. Se determinó la respuesta dinámica por nivel y las respuestas máximas absolutas y RMS para caracterizar la respuesta de manera global. También se obtuvieron las rotaciones y daños en las articulaciones plásticas. Además, se presentan los porcentajes de disminución de la respuesta en comparación con el modelo no lineal sobre suelo blando sin el péndulo. A continuación se presentan los resultados de los análisis.

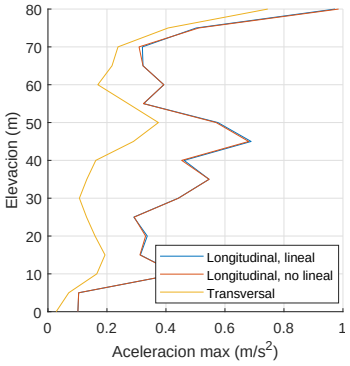
En la Figura 15.39 se muestran los perfiles de respuestas máximas de la estructura. Se aprecia que la máxima amplitud de la velocidad ocurre en la dirección transversal, mientras para el resto de respuestas en la longitudinal. El desplazamiento, velocidad y aceleración máxima ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la distorsión máxima varía de acuerdo al análisis.



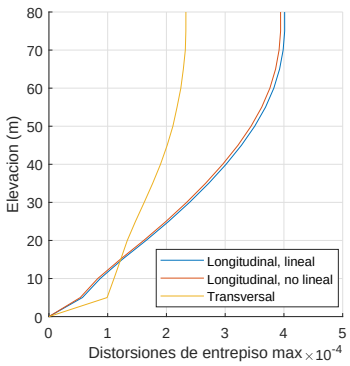
(A) Desplazamientos



(B) Velocidades



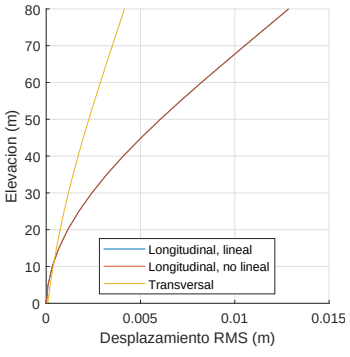
(C) Aceleraciones



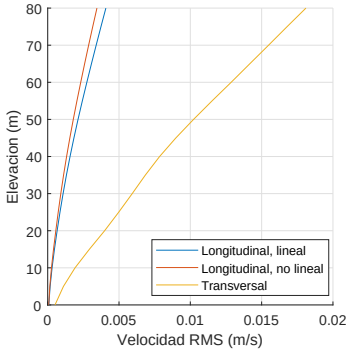
(D) Distorsiones

FIGURA 15.39: Respuestas sísmicas máximas del modelo no lineal sobre suelo blando con un péndulo

En la Figura 15.40 se muestran los perfiles de respuestas RMS. Se observa que la máxima amplitud de la velocidad y aceleración ocurren en la dirección transversal, mientras para el resto de respuestas en la longitudinal. El desplazamiento, velocidad y aceleración de mayor amplitud ocurren en la parte superior del fuste, mientras que la mayor amplitud en la distorsión varía de acuerdo al análisis.

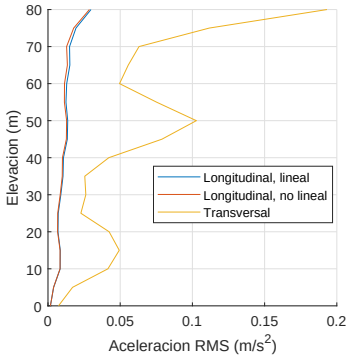


(A) Desplazamientos

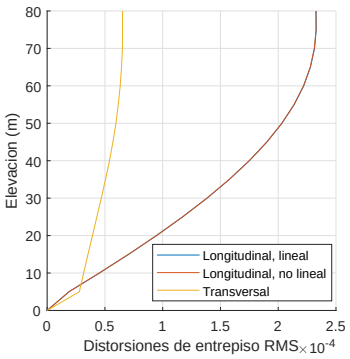


(B) Velocidades

FIGURA 15.40: Respuestas sísmicas RMS del modelo no lineal sobre suelo blando con un péndulo



(C) Aceleraciones



(D) Distorsiones

FIGURA 15.40: Respuestas sísmicas RMS del modelo no lineal sobre suelo blando con un péndulo (continuación)

En la Figura 15.41 se muestra el desplazamiento del nodo ubicado en la parte superior del fuste. Los desplazamientos son mayores en la dirección longitudinal. Además, los desplazamientos en la dirección longitudinal solo se presentan en la dirección positiva, mientras los transversales en ambas.

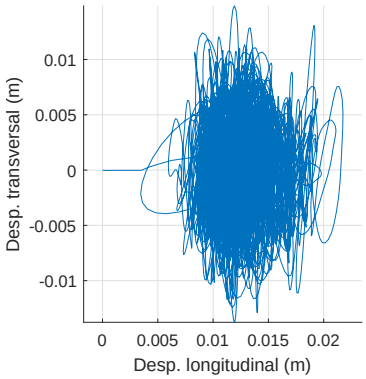
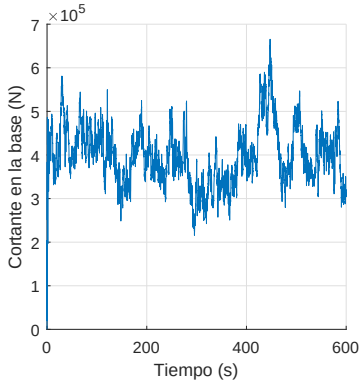
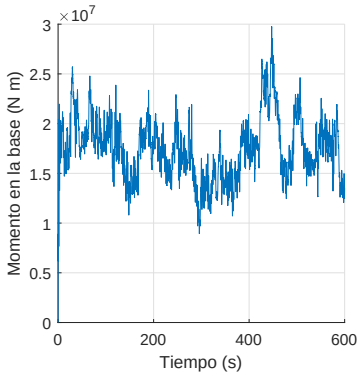


FIGURA 15.41: Desplazamiento en planta del nodo en la parte superior del modelo no lineal sobre suelo blando y un péndulo

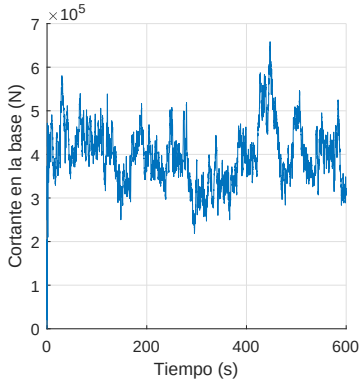
En la Figura 15.42 se muestran los elementos mecánicos en la base obtenidos en el análisis dinámico, y en la Tabla 15.23 se presentan los valores máximos y RMS de los elementos mecánicos en la base.



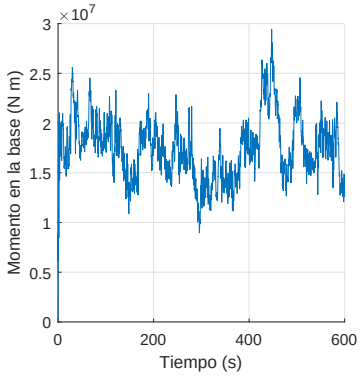
(A) Cortante, longitudinal, lineal



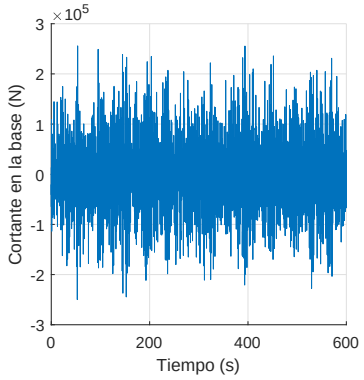
(B) Momento, longitudinal, lineal



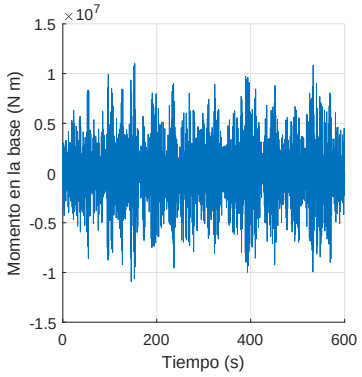
(C) Cortante, longitudinal, no lineal



(D) Momento, longitudinal, no lineal



(E) Cortante, transversal



(F) Momento, transversal

FIGURA 15.42: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando y un péndulo

TABLA 15.23: Elementos mecánicos en la base del modelo no lineal sobre suelo blando y un péndulo

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS
Cortante (N)	6.65E+05	4.03E+05	6.58E+05	4.02E+05	2.56E+05	7.76E+04
Momento (N m)	2.98E+07	1.77E+07	2.94E+07	1.77E+07	1.10E+07	3.34E+06

Se obtuvieron las rotaciones máximas alcanzadas en las articulaciones plásticas y los

estados de daño asociados de acuerdo con *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* 2000, sin embargo, no se formaron articulaciones plásticas en el modelo, por lo que no se reportan dichos resultados ya que el modelo completo permanece en el rango elástico.

El porcentaje de disminución de las respuestas máximas y RMS del modelo se muestra en la Tabla 15.24.

TABLA 15.24: Disminución de la respuesta del modelo no lineal sobre suelo blando y un péndulo

	Longitudinal, lineal		Longitudinal, no lineal		Transversal	
Tipo de respuesta	RMS	MAX	RMS	MAX	RMS	MAX
Desplazamiento	0.29 %	-2.54 %	0.09 %	-1.37 %	26.89 %	30.35 %
Velocidad	27.16 %	0.50 %	14.52 %	0.51 %	23.84 %	26.35 %
Aceleración	17.00 %	0.17 %	7.18 %	0.18 %	11.75 %	12.09 %
Distorsión	0.24 %	-2.28 %	0.07 %	-1.23 %	27.29 %	29.75 %
Cortante	0.07 %	-3.18 %	0.02 %	-1.02 %	22.40 %	28.49 %
Momento	0.09 %	-2.84 %	0.03 %	-1.13 %	27.87 %	33.82 %

Los resultados obtenidos muestran que el análisis que mayores demandas produce en el modelo no lineal de la chimenea cuando se considera que la cimentación está sobre suelo blando ocurre en la dirección longitudinal. En comparación con la respuesta obtenida del modelo no lineal sin control considerando que la cimentación está sobre suelo blando, las demandas disminuyen en la dirección transversal, pero se ven incrementadas en la longitudinal. La respuesta en la dirección longitudinal, que es la que mayores demandas produce en el modelo no lineal sin control sobre suelo blando, se incrementa. Además, se aprecia que ambas aproximaciones de la función de fuerzas en la dirección longitudinal producen resultados semejantes. En resumen, para el modelo no lineal de la chimenea, considerando que la cimentación está sobre suelo blando, un péndulo en la parte superior del fuste permite controlar la respuesta en la dirección transversal, sin embargo puede incrementarse en la longitudinal.

Capítulo 16

Conclusiones

En este trabajo de investigación se logró controlar la respuesta dinámica de una estructura esbelta mediante dispositivos de control de vibraciones pasivos. Empleando el integrador propuesto en el Capítulo 3, se realizaron los análisis en el dominio del tiempo, observando que el método propuesto soluciona los problemas de rigidez que aparecen durante el proceso, sin embargo, en algunos casos, el sistema a resolver está mal condicionado, produciendo errores numéricos debido a esto, pero para fines de este trabajo los resultados obtenidos están dentro de la tolerancia.

Se aprecia que, a pesar de considerar la flexibilidad del suelo durante los análisis, los resultados se mantienen similares a los obtenidos con los modelos empotrados en la mayoría de casos considerados, con excepción del suelo blando. Numéricamente, considerar la interacción del suelo produce que el sistema de ecuaciones a resolver se vuelva rígido y mal condicionado, principalmente en el modelo discreto de las vigas de flexión y cortante acopladas. El problema de la rigidez es solucionado por el método propuesto ya que es implícito, mientras el mal condicionamiento no entra dentro de los alcances, es posible efectuar un precondicionamiento con el costo del incremento en el tiempo de cálculo.

De los 200 análisis sísmicos realizados se observa que la condición más desfavorable está relacionada con las propiedades de la estructura y la energía de entrada del registro sísmico. La respuesta máxima de desplazamiento, velocidad y aceleración siempre ocurrió en la parte superior del fuste, sin embargo, debido a que se forman articulaciones plásticas en el modelo no lineal, la respuesta obtenida es distinta a la del modelo elástico para todas las condiciones de apoyo evaluadas. El nivel máximo de daño observado es completamente operacional, es decir, que la estructura se agrietó y comenzó a disipar energía, no obstante, no se alcanzó el punto de fluencia de la sección transversal, y por tanto la estructura a pesar de tener daños, puede ser ocupada y reparada sin problemas adicionales.

La consideración de no linealidad del material origina que la respuesta disminuya con respecto a los modelos elásticos, esto se debe a que la energía es disipada al interior de las articulaciones plásticas ya que el nivel de daño obtenido es muy bajo. En caso de que se incremente el nivel de daño, se esperaría que los desplazamientos totales se incrementen, debido a las propiedades de histéresis del modelo del material empleado.

Del catálogo de registros seleccionado, el registro de Villita Corona produce la mayor cantidad de demandas en la estructura para la mayoría de los modelos considerados,

mientras el de SCT solo para desplazamientos en suelo blando. La razón de emplear este catálogo es observar el comportamiento de la estructura ante registros característicos de colapso provenientes de diversas fuentes para considerar una variedad de resultados distintos. El registro de Villita Corona es el más cercano a la zona donde se ubica la estructura de análisis, lo cual coincide con la respuesta máxima obtenida numéricamente, además el tipo de suelo más cercano al esperado en la zona es el suelo denso.

De los análisis sísmicos se observa que la respuesta es controlada con los dispositivos considerados, tanto en los modelos elásticos como en los que consideran no linealidad del material, en la mayoría de las condiciones de apoyo. Para el suelo blando, que es la excepción en este trabajo, no se logró controlar el registro más desfavorable para esta condición. Por otra parte, el dispositivo de control que logró el mayor control de la respuesta del registro de Villita Corona en los modelos elásticos fue el TMD, mientras que para los modelos no lineales fue el TLCD. El porcentaje de control es mayor en los modelos elásticos, sin embargo, la respuesta máxima también es mayor.

En total se realizaron 150 análisis eólicos de la estructura, obteniendo una respuesta máxima menor a la del análisis sísmico. Para la mayoría de condiciones de apoyo consideradas, por la ubicación y forma de la estructura, los desplazamientos transversales obtenidos son mayores a los longitudinales, la excepción se presenta con el análisis sobre suelo blando, donde se invierten los resultados. Debido a que las demandas son bajas, no se formaron articulaciones plásticas en el análisis eólico, pero las respuestas obtenidas no son numéricamente iguales debido a que se emplearon dos simulaciones distintas y que el modelo no lineal contempla la concentración de masas en las ménsulas. En el suelo blando, se observa que considerar la interacción funciona como un dispositivo de control, ya que se reducen las demandas en la dirección transversal haciéndolas similares a las longitudinales.

Se realizaron análisis paso a paso en el dominio del tiempo de las componentes longitudinal y transversal del viento, donde la componente longitudinal se analizó empleando una aproximación simplificada de la función de fuerzas y la forma completa, que incluye no linealidad debida a la excitación. La respuesta en aceleración, velocidad y desplazamiento, y en consecuencia de distorsión, cortante en la base y momento de volteo son similares empleando ambas funciones. De las dos aproximaciones se recomienda emplear la forma no lineal, ya que es la forma completa de la función de fuerzas, y la forma de integrarla con el método RK6-I se detalla en el Capítulo 3.

La respuesta eólica de la estructura es controlada empleando los dispositivos propuestos en los modelos elásticos y los no lineales, obteniendo el mayor porcentaje de control de los desplazamientos y aceleraciones con un TMD. Debido a que no se presentan articulaciones plásticas en los modelos no lineales, los porcentajes de disminución son similares a los de los modelos de las vigas acopladas.

Los resultados obtenidos en este trabajo no son deterministas, y ninguno de los análisis con modelos analíticos los puede garantizar, sin embargo, la metodología propuesta permite obtener una estimación de la posible respuesta máxima de la estructura, además de mostrar la eficiencia del control de las vibraciones debidas a sismo y viento en una estructura esbelta considerando la interacción suelo estructura y la no linealidad del material.

16.1. Logros

Los logros obtenidos en este trabajo son:

- Se presentó la formulación variable estado para el análisis dinámico en las estructuras empleando los métodos de integración propuestos en Hart y Wong (2000)
- Se propuso un método de integración implícito de la ecuación de movimiento en variable estado que soluciona los problemas de rigidez numérica
- Se integró la ecuación de movimiento cuando la excitación es eólica considerando los términos no lineales de la función de fuerzas
- Se presentaron las metodologías para realizar simulaciones de viento de forma longitudinal y transversal por representación espectral de Shinozuka, en las cuales se propusieron ajustes que permiten realizar la simulación de manera más sencilla.
- Se compararon las respuestas dinámicas empleando tres aproximaciones de la función de fuerzas longitudinal del viento y el método del factor de amplificación dinámico de acuerdo con *Manual de diseño de obras civiles. Diseño por viento* (2008) para una estructura tipo punto, criticando los resultados del manual
- Se presentaron los dispositivos de control disponibles, de los cuales se profundizó en los TMDs, TLDs y péndulos, de los cuales se resumieron sus propiedades, ventajas, desventajas, estrategia de modelado, y dimensionamiento, comparando las respuestas sísmicas para dos ejemplos ilustrativos
- Se propuso una metodología para el dimensionamiento de los TLCSD basada en las fórmulas propuestas en Min, Kim y Kim (2014)
- Se presentó el método de analogía de la fuerza para el análisis dinámico considerando no linealidad del material
- Se propuso la teoría para emplear el método de analogía de la fuerza empleando el integrador RK6-I propuesto, considerando distintos modelos histeréticos
- Se realizó un modelo analítico de calibración de la chimenea en estudio, el cual fue validado con los resultados publicados en un trabajo previo, y con un modelo elaborado con un programa comercial
- Se elaboró un conjunto de modelos elásticos, con base en el modelo discreto de las vigas de flexión y cortante acopladas, que incluyen distintos tipos de apoyo de la estructura, los cuales fueron comprobados para reproducir las propiedades del modelo de calibración
- Se caracterizaron las propiedades no lineales del material mediante diagramas momento curvatura, y se elaboraron modelos no lineales de la chimenea considerando distintas condiciones de apoyo, los cuales están calibrados con las propiedades de los modelos de las vigas acopladas
- Se determinó la respuesta sísmica y eólica de la estructura, con y sin control, considerando cinco distintas condiciones de apoyo de manera elástica e incluyendo no linealidad del material

- Se obtuvieron los porcentajes de disminución de la respuesta para todos los casos analizados, los cuales se compararon para obtener las conclusiones
- Se obtuvieron los niveles de daño de la estructura cuando se incluía la no linealidad del material, y se compararon con los obtenidos considerando los dispositivos de control analizados

16.2. Líneas futuras de investigación

Se sugiere que en trabajos futuros relacionados con este se incluya:

- Una estrategia eficiente de precondicionamiento durante la integración de la ecuación de movimiento con el método RK6-I propuesto
- Dispositivos de amortiguamiento y control activo para disminuir las demandas en suelo blando
- Un modelo constitutivo que permita considerar la no linealidad del suelo en los análisis
- No linealidad geométrica en el análisis dinámico no lineal
- Un conjunto de simulaciones que permitan estimar la respuesta máxima probable ante cargas eólicas
- Análisis estáticos no lineales y dinámicos incrementales para obtener las capacidades máximas incluyendo la interacción suelo estructura y los dispositivos de control
- Un catálogo más amplio de registros sísmicos
- Una interfaz gráfica que permita ejecutar los modelos de una manera más sencilla dirigido a la práctica profesional
- Calibrar el coeficiente de decaimiento en secciones transversales circulares para distintos números de Reynolds y rugosidades de material
- Paralelización del código para volverlo más eficiente
- Ejecutar un análisis paramétrico variando la relación de masas de los dispositivos para determinar la relación óptima
- Emplear un TSD como amortiguador de líquidos sintonizados

Bibliografía

Abramson, H Norman (1966). «The dynamic behavior of liquids in moving containers, with applications to space vehicle technology». En:

Alves E Sousa, Catarina Mendes (2013). «Controlo de Respostas Dinâmicas em Estruturas Através de TMDS Pendulares». Tesis doct. Universidade de Porto.

Aranda, G (1978). «Programa para análisis dinámico modal de chimeneas».

Arredondo, C., E. Reinoso y E. Miranda (2004). «Evaluación de la estimación de demandas de aceleración usando edificios instrumentados en el Valle de México». En: *XIV Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, Acapulco, México*.

Arunachalam, S y N Lakshmanan (2015). «Across-wind response of tall circular chimneys to vortex shedding». En: *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 145, págs. 187-195.

Avila, SM y PB Gonçalves (2009). «Optimal configurations of composite multiple mass dampers in tall buildings». En: *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering* 31.1, págs. 75-81.

Bachmann, Hugo et. al. (2012). *Vibration problems in structures: practical guidelines*. Birkhäuser.

Bae, Sungjin y Oguzhan Bayrak (2008). «Plastic hinge length of reinforced concrete columns». En: *ACI Structural Journal* 105.3, pág. 290.

Baker, ALL y AMN Amarakone (1965). «Inelastic hyperstatic frames analysis». En: *Special Publication* 12, págs. 85-142.

Baker, Arthur Lemprière Lancey (1956). *The ultimate load theory applied to the design of reinforced & prestressed concrete frames*. Concrete Publ. Lmd.

Balendra, T., C. M. Wang y H. F. Cheong (1995). «Effectiveness of tuned liquid column dampers for vibration control of towers». En: *Engineering Structures* 17, págs. 668-675. ISSN: 0141-0296. DOI: 10.1016/0141-0296(95)00036-7.

Balendra, T, Chien Ming Wang y G Rakesh (1999). «Vibration control of various types of buildings using TLCD». En: *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 83.1-3, págs. 197-208.

Banerji, Pradipta et. al. (2000). «Tuned liquid dampers for controlling earthquake response of structures». En: *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 29, págs. 587-602. ISSN: 0098-8847. DOI: 10.1002/(sici)1096-9845(200005)29:5<587::aid-eqe926>3.0.co;2-i.

Bathe, Klaus-Jürgen y Gunwoo Noh (2012). «Insight into an implicit time integration scheme for structural dynamics». En: *Computers & Structures* 98, págs. 1-6.

Belver, Ali Vasallo, Antolín Lorenzana Ibán y Carlos E Lavín Martín (2012). «Coupling between structural and fluid dynamic problems applied to vortex shedding in a 90 m steel chimney». En: *Journal of wind engineering and industrial aerodynamics* 100.1, págs. 30-37.

Berg, RLJ Van den (2012). «Investigation of damping in high-rise buildings: Identification and prediction of damping in the serviceability limit state for wind-induced vibrations». Tesis de mtría. Delft University of Technology, Delft, Netherlands.

Bhuta, Pravin G y Leslie Robert Koval (1966). «A viscous ring damper for a freely precessing satellite». En: *International Journal of Mechanical Sciences* 8.5, págs. 383-395.

Brownjohn, JMW et. al. (2015). «Experimental modal analysis of civil structures: state of the art». En: *Proceedings of the 7th International Conference on Structural Health Monitoring of Intelligent Infrastructure*.

Butcher, John Charles y Nicolette Goodwin (2008). *Numerical methods for ordinary differential equations*. Vol. 2. Wiley Online Library.

Carneiro, RB, SM Avila y José Luis Vital de Brito (2006). «Controle de vibrações utilizando amortecedor de massa sintonizado múltiplo (AMSM)». En: *Proc. XXVII CILAMCE Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering*.

Carvalho, Roberto Chust y Libânio Miranda Pinheiro (2009). «Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado». En:

Castro, Hugo Guillermo et. al. (2015). «Una metodología de cálculo para la determinación de la respuesta dinámica longitudinal de estructuras altas bajo la acción del viento». En: *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería* 31.4, págs. 235-245.

Cavacece, Massimo y Pier Paolo Valentini (2003). «An experimental and numerical approach to investigate the dynamic response of a four-flue chimney of a thermo-electrical plant». En: *The Structural Design of Tall and Special Buildings* 12.4, págs. 283-291.

Chaiseri, Piyawat et. al. (1989). «Interaction of tuned liquid damper (TLD) and structure. Theory, experimental verification and application.» En: págs. 103-112. ISSN: 1882-7187. DOI: 10.2208/jscej.1989.410_103.

Chang, CC (1999). «Mass dampers and their optimal designs for building vibration control». En: *Engineering Structures* 21.5, págs. 454-463.

Chang, CC y WL Qu (1998). «Unified dynamic absorber design formulas for wind-induced vibration control of tall buildings». En: *The structural design of tall buildings* 7.2, págs. 147-166.

Cheng, CM y Ahsan Kareem (1992). «Acrosswind response of reinforced concrete chimneys». En: *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 43.1-3, págs. 2141-2152.

Cheng, Ming Hei y Thomas H Heaton (2015). «Simulating building motions using ratios of the building's natural frequencies and a Timoshenko beam model». En: *Earthquake Spectra* 31.1, págs. 403-420.

Chester, W (1968). «Resonant oscillations of water waves I. Theory». En: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences* 306.1484, págs. 5-22.

Chien, Ching-Wen y Jing-Jong Jang (2008). «Case study of wind-resistant design and analysis of high mast structures based on different wind codes». En: *Journal of Marine Science and Technology* 16.4, págs. 275-287.

Chopra, Anil K (2007). *Dynamics of structures: theory and applications to earthquake engineering*. Vol. 3. Pearson/Prentice Hall Upper Saddle River, NJ.

– (2012). *Dynamics of structures: theory and applications to earthquake engineering*. Vol. 4. Pearson/Prentice Hall Upper Saddle River, NJ.

Christensen, Rasmus Magdal, Mogens Gunhard Nielsen y Ulrik Støttrup-Andersen (2017). «Effective vibration dampers for masts, towers and chimneys». En: *Steel Construction* 10.3, págs. 234-240.

Ciesielski, R, A Flaga y J Kawecki (1996). «Aerodynamic effects on a non-typical steel chimney 120 m high». En: *Journal of wind engineering and industrial aerodynamics* 65.1-3, págs. 77-86.

Ciesielski, R y R Oruba (1996). «Low-speed wind gusts used for experimental evaluation of eigenfrequencies of tall reinforced concrete chimneys». En: *Journal of wind engineering and industrial aerodynamics* 65.1-3, págs. 97-106.

Civil Engineers, American Society of (2007). «Seismic Rehabilitation of Existing Buildings (ASCE/SEI 41-06)». En: American Society of Civil Engineers.

Cruz, Cristian y Eduardo Miranda (2016). «Evaluation of damping ratios for the seismic analysis of tall buildings». En: *Journal of Structural Engineering* 143.1, pág. 04016144.

Davenport, AG (1977). «The prediction of the response of structures to gusty wind». En: *Safety of structures under dynamic loading* 1, págs. 257-284.

Davenport, Alan G (1961). «The spectrum of horizontal gustiness near the ground in high winds». En: *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 87.372, págs. 194-211.

– (1967). «Gust loading factors». En: *Journal of the Structural Division* 93.3, págs. 11-34.

Den Hartog, Jacob Pieter (1985). *Mechanical vibrations*. Courier Corporation.

Durand, A (1974). «Diseño estructural de una chimenea de concreto reforzado de 80 m. de altura». Tesis de mtría. Universidad Nacional Autónoma de México.

Elias, Said (2019). «Effect of SSI on vibration control of structures with tuned vibration absorbers». En: *Shock and Vibration* 2019.

Elias, Said y Vasant Matsagar (2014). «Distributed multiple tuned mass dampers for wind vibration response control of high-rise building». En: *Journal of Engineering* 2014.

Elias, Said, Vasant Matsagar y TK Datta (2016). «Effectiveness of distributed tuned mass dampers for multi-mode control of chimney under earthquakes». En: *Engineering Structures* 124, págs. 1-16.

Enciclopedia de los Municipios y Delegaciones de México. http://www.inafed.gob.mx/work/enciclopedia/EMM16michoacan/municipios/16052a.html. Revisado: 2019-12-01.

Fujino, Yozo et. al. (1992). «Tuned liquid damper (TLD) for suppressing horizontal motion of structures». En: *Journal of Engineering Mechanics* 118.10, págs. 2017-2030.

Galsworthy, Jon K y M Hesham El Naggar (2000). «Effect of foundation flexibility on the across-wind response of reinforced concrete chimneys with free-standing liners». En: *Canadian geotechnical journal* 37.3, págs. 676-688.

Gao, H., K. C. S. Kwok y B. Samali (1997). «Optimization of tuned liquid column dampers». En: *Engineering Structures* 19, págs. 476-486. ISSN: 0141-0296. DOI: 10.1016/s0141-0296(96)00099-5.

Gao, H., K. S. C. Kwok y B. Samali (1999). «Characteristics of multiple tuned liquid column dampers in suppressing structural vibration». En: *Engineering Structures* 21, págs. 316-331. ISSN: 0141-0296. DOI: 10.1016/s0141-0296(97)00183-1.

Garcia-Diéguez, Marta et. al. (2011). «Model updating for a 183m of reinforced concrete chimney». En: *Dynamics of Civil Structures, Volume 4*. Springer, págs. 91-98.

Gazetas, George (1991). «Formulas and charts for impedances of surface and embedded foundations». En: *Journal of geotechnical engineering* 117.9, págs. 1363-1381.

Georgoussis, George K (2008). «Approximate modal analysis of multistory symmetrical buildings with restricted inelasticity». En: *The Structural Design of Tall and Special Buildings* 17.2, págs. 313-330.

Gerges, Rafik R y Barry J Vickery (2005). «Optimum design of pendulum-type tuned mass dampers». En: *The Structural Design of Tall and Special Buildings* 14.4, págs. 353-368.

Gomez, Alberto LZ (2007). «Controle de vibrações em edifícios submetidos à ação de cargas dinâmicas utilizando amortecedor de massa sintonizado na forma de pêndulo». Tesis doct. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, Brasil.

Goode, Jonathan S (2007). *Correlated wind turbulence and aeroelastic instability modeling for 3-D time-domain analysis of slender structural systems*. Vol. 68. 05.

Gorski, Piotr y Tadeusz Chmielewski (2008). «A comparative study of along and cross-wind responses of a tall chimney with and without flexibility of soil». En: *Wind and Structures* 11.2, págs. 121-135.

Hansen, Svend Ole (2007). «Vortex-induced vibrations of structures». En: *Structural engineers world congress*, págs. 2-7.

Harris, RI (1990). «Some further thoughts on the spectrum of gustiness in strong winds». En: *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 33.3, págs. 461-477.

Hart, Gary C y Kevin Kai Fai Wong (2000). *Structural dynamics for structural engineers*. Wiley New York.

Hernández, H (2014). «Comparación de aceleraciones en condiciones de servicio ante cargas eólicas y sísmicas en edificios altos». En: *XIX Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, Puerto Vallarta, México*.

Hibbeler, Russell C y Tan Kiang (2015). *Structural analysis*. Pearson Prentice Hall.

Higham, Nicholas J (1988). «Computing a nearest symmetric positive semidefinite matrix». En: *Linear algebra and its applications* 103, págs. 103-118.

Hijmissen, JW y WT Van Horssen (2007). «On aspects of damping for a vertical beam with a tuned mass damper at the top». En: *Nonlinear Dynamics* 50.1-2, págs. 169-190.

Hitchcock, PA et. al. (1997). «Characteristics of liquid column vibration absorbers (LCVA)—I». En: *Engineering Structures* 19.2, págs. 126-134.

Holmes, John D (2004). *Wind loading of structures*. CRC press.

Huergo, Iván F y Hugo Hernández (2019a). «Coupled shear-flexural model for dynamic analysis of fixed-base tall buildings with tuned mass dampers». En: *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, e1671.

– (2019b). «Coupled-two-beam discrete model for dynamic analysis of tall buildings with tuned mass dampers including soil–structure interaction». En: *The Structural Design of Tall and Special Buildings*.

Iserles, Arieh (2009). *A first course in the numerical analysis of differential equations*. 44. Cambridge university press.

Jagadish, KS, BK Raghu Prasad y P Vasudeva Rao (1979). «The inelastic vibration absorber subjected to earthquake ground motions». En: *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 7.4, págs. 317-326.

Jankowski, Robert, Marcin Kujawa y Czesław Szymczak (2004). «Reduction of steel chimney vibrations with a pendulum damper». En: *Task Quarterly* 8.1, págs. 71-78.

JishaS., V (2018). «Across Wind Response of Tall Reinforced Concrete Chimneys Considering the Flexibility of Soil». En:

Kaimal, J C et. al. (1972). «Spectral characteristics of surface-layer turbulence». En: *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 98.417, págs. 563-589.

Kareem, Ahsan, Tracy Kijewski y Yukio Tamura (1999). «Mitigation of motions of tall buildings with specific examples of recent applications». En: *Wind and structures* 2.3, págs. 201-251.

Klein, HW, W Kaldenbach et. al. (1998). «A new vibration damping facility for steel chimneys». En: *Proc. Conf. Mechanics in Design*. Trent University of Nottingham UK, págs. 265-273.

Kolmogorov, Andrey Nikolaevich (1941). «The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers». En: *Cr Acad. Sci. URSS* 30, págs. 301-305.

Krenk, S (1996). «Wind field coherence and dynamic wind forces». En: *IUTAM symposium on advances in nonlinear stochastic mechanics*. Springer, págs. 269-278.

Lee, Sung-Kyung, Kyung-Won Min y Hye-Ri Lee (2011). «Parameter identification of new bidirectional tuned liquid column and sloshing dampers». En: *Journal of Sound and Vibration* 330.7, págs. 1312-1327.

Leet, Kenneth, Chia-Ming Uang y Anne M Gilbert (2002). *Fundamentals of structural analysis*. McGraw-Hill Chichester.

Lewandowski, Roman y Justyna Grzymisławska (2009). «Dynamic analysis of structures with multiple tuned mass dampers». En: *Journal of Civil Engineering and Management* 15.1, págs. 77-86.

Li, Gang y Kevin Wong (2014). *Theory of nonlinear structural analysis: The force analogy method for earthquake engineering*. John Wiley & Sons.

Liang, Shuguo et. al. (2002). «Mathematical model of acrosswind dynamic loads on rectangular tall buildings». En: *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 90.12-15, págs. 1757-1770.

Lin, Tung-hua (1968). *Theory of inelastic structures*. John Wiley & Sons.

Lipecki, Tomasz, Jaroslaw Bec y Paulina Jaminska (2015). «A comparative study of alongwind and crosswind responses of steel chimneys according to Polish and Eurocode standards». En: *Czasopismo Techniczne*.

Liu, Ming-Yi et. al. (2008). «Wind-induced vibration of high-rise building with tuned mass damper including soil–structure interaction». En: *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 96.6-7, págs. 1092-1102.

Longarini, Nicola y Marco Zucca (2014). «A chimney's seismic assessment by a tuned mass damper». En: *Engineering structures* 79, págs. 290-296.

Longarini, Nicola, Marco Zucca y Antonio Migliacci (2015). «A TMD APPLICATION IN THE SEISMIC IMPROVEMENTS OF AN HISTORICAL CHIMNEY». En:

Manual de diseño de obras civiles. Diseño por viento (2008). Comisión Federal de Electricidad.

Martínez-López, M Rosario y Carlos Mendoza (2016). «Acoplamiento sismogénico en la zona de subducción de Michoacán-Colima-Jalisco, México». En: *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana* 68.2, págs. 199-214.

MathWorks (2017). *MATLAB*. URL: https://www.mathworks.com/products/matlab.html.

Mattock, Alan H (1965). «Rotational capacity of hinging regions in reinforced concrete beams». En: *Special Publication* 12, págs. 143-181.

Mendis, P (2002). «Plastic hinge lengths of normal and high-strength concrete in flexure». En: *Advances in structural engineering* 4.4, págs. 189-195.

Miles, John W (1967). «Surface-wave damping in closed basins». En: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences* 297.1451, págs. 459-475.

Min, Kyung-Won, Junhee Kim y Young-Wook Kim (2014). «Design and test of tuned liquid mass dampers for attenuation of the wind responses of a full scale building». En: *Smart materials and structures* 23.4, pág. 045020.

Min, Kyung-Won, Junhee Kim y Hye-Ri Lee (2014). «A design procedure of two-way liquid dampers for attenuation of wind-induced responses of tall buildings». En: *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 129, págs. 22-30.

Miranda, E y SD Akkar (2006). «Generalized interstory drift spectrum». En: *Journal of Structural Engineering* 132.6, págs. 840-852.

Miranda, Eduardo (1999). «Approximate seismic lateral deformation demands in multistory buildings». En: *Journal of Structural Engineering* 125.4, págs. 417-425.

Miranda, Eduardo y Carlos J Reyes (2002). «Approximate lateral drift demands in multistory buildings with nonuniform stiffness». En: *Journal of Structural Engineering* 128.7, págs. 840-849.

Miranda, Eduardo y Shahram Taghavi (2005). «Approximate floor acceleration demands in multistory buildings. I: Formulation». En: *Journal of structural engineering* 131.2, págs. 203-211.

Miyama, T (1992). «Seismic response of multi-story frames equipped with energy absorbing story on its top». En: *10th World Conference of Earthquake Engineering*, págs. 4201-4206.

Modi, VJ (1987). «Vibration control using nutation dampers». En: *Proceedings of the international conference on flow induced vibration*, págs. 369-376.

Montanaro, Maria Inés (2002). «Sistemas de control de vibraciones en estructuras de gran altura». En: *Informes de la Construcción* 53.477, págs. 31-39.

Muñoz, C, H Hernández y A López (2008). «Respuesta dinámica de edificios debida a ráfagas de viento». En: *XVI Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*.

Newmark, Nathan M (1970). «Current trends in the seismic analysis and design of high-rise structures». En: *Selected Papers By Nathan M. Newmark: Civil Engineering Classics*. ASCE, págs. 787-808.

Newmark, Nathan Mortimore (1943). «Numerical procedure for computing deflections, moments, and buckling loads». En: *Transactions of the American Society of Civil Engineers* 108.1, págs. 1161-1188.

Orlando, Diego (2006). «Absorsor pendular para controle de vibrações de torres esbeltas». En: *Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Dissertação de mestrado*.

Ormondroyd, J (1928). «The theory of the dynamic vibration absorber». En: *Trans., ASME, Applied Mechanics* 50, págs. 9-22.

Ospina, Carolina Sánchez (2008). «Otimização de amortecedores de massa sintonizados, múltiplos e interligados, para controle de vibrações em edifícios altos». Tesis doct. Universidade de Brasília.

Park, Ji-Hun y Kyung-Won Min (2012). «Optimal shape of LCVA for vibration control of structures subjected to along wind excitation». En: *Smart Structures and Systems* 10.6, págs. 573-591.

Park, Robert y Thomas Paulay (1975). *Reinforced concrete structures*. John Wiley & Sons.

Park, Robert, MJ Priestley y Wayne D Gill (1982). «Ductility of square-confined concrete columns». En: *Journal of the structural division* 108.4, págs. 929-950.

Powell, Graham Harcourt (2010). *Modeling for structural analysis: behavior and basics*. Computers y Structures.

Powell, Michael JD (1968). *A FORTRAN subroutine for solving systems of nonlinear algebraic equations.* Inf. téc. Atomic Energy Research Establishment, Harwell (England).

Prasad, B K Raghu, Nitin Shepur y K Amarnath (2014). «Pendulum Dampers for Tall RC Chimney Subjected To Wind». En: *Int. Journal of Engineering Research and Applications*.

Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings (nov. de 2000). Federal Emergency Management Agency.

Rana, Rahul y TT Soong (1998). «Parametric study and simplified design of tuned mass dampers». En: *Engineering structures* 20.3, págs. 193-204.

Reddy, B Siva Konda, V Rohini Padmavathi y Ch Srikanth (2012). «Study of wind load effects on tall RC chimneys». En: *International journal of advanced engineering technology* 3.2.

Reinoso, E y E Miranda (2005). «Estimation of floor acceleration demands in high-rise buildings during earthquakes». En: *The structural design of tall and special buildings* 14.2, págs. 107-130.

Ricciardelli, Francesco (1999). «A linear model for structures with tuned mass dampers». En: *Wind and Structures* 2.3, págs. 151-171.

Ruscheweyh, Hans y Thomas Galemann (1996). «Full-scale measurements of wind-induced oscillations of chimneys». En: *Journal of wind engineering and industrial aerodynamics* 65.1-3, págs. 55-62.

Sadek, Fahim et. al. (1997). «A method of estimating the parameters of tuned mass dampers for seismic applications». En: *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 26.6, págs. 617-635.

Sakai, F (1989). «Tuned liquid column damper-new type device for suppression of building vibration». En: *Proceedings of 1ˆ¡st¿International Conference on High-rise Buildings*, págs. 926-931.

Sakai, Koji y Shamim A Sheikh (1989). «What do we know about confinement in reinforced concrete columns?(A critical review of previous work and code provisions)». En: *ACI Structural Journal* 86.2, págs. 192-207.

Salvi, Jonathan, Fabio Pioldi y Egidio Rizzi (2018). «Optimum Tuned Mass Dampers Under Seismic Soil-Structure Interaction». En: *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 114, págs. 576-597.

Sayar, Bashir A y JR Baumgarten (1982). «Linear and nonlinear analysis of fluid slosh dampers». En: *AIAA Journal* 20.11, págs. 1534-1538.

Seto, ML (1996). «An investigation on the suppression of fluid induced vibrations of bluff bodies». Tesis doct. Ph. D. Thesis, The University of British Columbia, Canada.

Sezen, Halil y Tanmoy Chowdhury (2009). «Hysteretic model for reinforced concrete columns including the effect of shear and axial load failure». En: *Journal of structural engineering* 135.2, págs. 139-146.

Shampine, Lawrence F y Mark W Reichelt (1997). «The matlab ode suite». En: *SIAM journal on scientific computing* 18.1, págs. 1-22.

Sharifahmadian, Amir (2015). *Numerical Models for Submerged Breakwaters: Coastal Hydrodynamics and Morphodynamics*. Butterworth-Heinemann.

Sheikh, Shamim A y Shafit S Khoury (1993). «Confined concrete columns with stubs». En: *ACI Structural Journal* 90, págs. 414-414.

Silva, Ana Margarida Escrivão Cardoso da (2013). «Acção do vento em seguidores solares». Tesis doct. Faculdade de Ciências e Tecnologia.

Silva Alves, Lorena da (2015). «Controle de vibrações em edifícios altos sujeitos a vento ou terremoto». Tesis doct. Universidade Federal de Goiás.

Simiu, Emil y Daniel W Lozier (1975). *The buffeting of tall structures by strong winds*. Vol. 74. US Department of Commerce, National Bureau of Standards.
Simiu, Emil y Robert H Scanlan (1978). *Wind effects on structures*. Wiley.
Solari, Giovanni (1993). «Gust buffeting. I: Peak wind velocity and equivalent pressure». En: *Journal of Structural Engineering* 119.2, págs. 365-382.
Soong, Tsu T y Gary F Dargush (1997). «Passive energy dissipation systems in structural engineering». En:
Souza, Juliano Valdir de (2016). «Determinação ótima do número e dos parâmetros de múltiplos atenuadores dinâmicos sintonizados em estruturas altas submetidas à ação dinâmica do vento». Tesis doct. Universidade Federal de Santa Catarina.
Sun, L. M., Y. Fujino y K. Koga (1995). «A model of tuned liquid damper for suppressing pitching motions of structures». En: *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 24, págs. 625-636. ISSN: 0098-8847. DOI: 10.1002/eqe.4290240502.
Taciroglu, E, SF Ghahari y F Abazarsa (2017). «Efficient model updating of a multi-story frame and its foundation stiffness from earthquake records using a Timoshenko beam model». En: *Soil dynamics and earthquake engineering* 92, págs. 25-35.
Taghavi, Shahram y Eduardo Miranda (2005). «Approximate floor acceleration demands in multistory buildings. II: Applications». En: *Journal of Structural Engineering* 131.2, págs. 212-220.
Tait, M. J., N. Isyumov y A. A. El Damatty (2008). «Performance of Tuned Liquid Dampers». En: *Journal of engineering mechanics* 134, págs. 417-427. ISSN: 0733-9399. DOI: 10.1061/(asce)0733-9399(2008)134:5(417).
Takeda, Toshikazu, Mete Avni Sozen y N Norby Nielsen (1970). «Reinforced concrete response to simulated earthquakes». En: *Journal of the Structural Division* 96.12, págs. 2557-2573.
Tamura, Fujii et. al. (1988). «Wind-induced vibration of tall towers and practical application of TSD». En: *Proceedings of Workshop on Serviceability of Buildings*.
Tranvik, Pär y Goran Alpsten (2002). «Dynamic behaviour under wind loading of a 90 m steel chimney». En: *Report S-01041, Report*, págs. 9647-3.
Tranvik, Par y Goran Alpsten (2005). «Structural behaviour under wind loading of a 90 m steel chimney». En: *Wind and Structures* 8.1, págs. 61-78.
Vecchio, Frank J y Michael P Collins (1988). «Predicting the response of reinforced concrete beams subjected to shear using modified compression field theory». En: *ACI Structural Journal* 85.3, págs. 258-268.
Vickery, Barry J y Arthur W Clark (1972). «Lift or across-wind response to tapered stacks». En: *Journal of the Structural Division* 98.1, págs. 1-20.
Vickery, BJ (1968). «Load fluctuations in turbulent flow». En: *Journal of the Engineering Mechanics Division* 94.1, págs. 31-46.
Villaverde, Roberto (1985). «Reduction seismic response with heavily-damped vibration absorbers». En: *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 13.1, págs. 33-42.
– (1988). «Modal superposition method for seismic design of non-linear multistorey structures». En: *Earthquake engineering & structural dynamics* 16.5, págs. 691-704.
– (1996). «Simplified response-spectrum seismic analysis of nonlinear structures». En: *Journal of Engineering Mechanics* 122.3, págs. 282-285.
Von Karman, Theodore (1948). «Progress in the statistical theory of turbulence». En: *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* 34.11, pág. 530.

Wang, Liangkun et. al. (2019). «An adaptive-passive retuning device for a pendulum tuned mass damper considering mass uncertainty and optimum frequency». En: *Structural Control and Health Monitoring* 26.7, e2377.

Warburton, GB (1982). «Optimum absorber parameters for various combinations of response and excitation parameters». En: *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 10.3, págs. 381-401.

Watanabe, S (1969). «Methods of vibration reduction». En: *Proc. Japan Naval Arch. Soc. Symp*, págs. 156-189.

Wilson, Edward L (2004). «Static and dynamic analysis of structures». En: *A Physical Approach with Emphasis on Earthquake Enginering, Fourth Edition, CSI*.

Wilson, J L (2000). «Code recommendatons for the aseismic design of tall reinforced concrete chimneys». En:

Wilson, John L (2003). «Earthquake response of tall reinforced concrete chimneys». En: *Engineering Structures* 25.1, págs. 11-24.

Won, A. Y. J., J. A. Pires y M. A. Haroun (1996). «Stochastic seismic performance evaluation of tuned liquid column dampers». En: *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 25, págs. 1259-1274. ISSN: 0098-8847. DOI: 10.1002/(sici)1096-9845(199611)25:11<1259::aid-eqe612>3.0.co;2-w.

Wong, Kevin KF y Rong Yang (1999). «Inelastic dynamic response of structures using force analogy method». En: *Journal of Engineering Mechanics* 125.10, págs. 1190-1199.

Wooram, Kim (2016). «Improved Time Integration Algorithms for the Analysis of Structural Dynamics». Tesis doct.

Wu, J-S y H-M Chou (1999). «A new approach for determining the natural frequencies and mode shapes of a uniform beam carrying any number of sprung masses». En: *Journal of Sound and Vibration* 220.3, págs. 451-468.

Wu, Jong-Cheng, Cheng-Hsing Chang y Yuh-Yi Lin (2009). «Optimal designs for non-uniform tuned liquid column dampers in horizontal motion». En: *Journal of Sound and Vibration* 326, págs. 104-122. ISSN: 0022-460X. DOI: 10.1016/j.jsv.2009.04.027.

Xu, Shi-Yu y Jian Zhang (2011). «Hysteretic shear–flexure interaction model of reinforced concrete columns for seismic response assessment of bridges». En: *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 40.3, págs. 315-337.

Xu, YL, B Samali y KCS Kwok (1992). «Control of along-wind response of structures by mass and liquid dampers». En: *Journal of Engineering Mechanics* 118.1, págs. 20-39.

Xue, S. D., J. M. Ko e Y. L. Xu (2000). «Tuned liquid column damper for suppressing pitching motion of structures». En: *Engineering Structures* 22, págs. 1538-1551. ISSN: 0141-0296. DOI: 10.1016/s0141-0296(99)00099-1.

Yu, Jin-Kyu, Toshihiro Wakahara y Dorothy A. Reed (1999). «A non-linear numerical model of the tuned liquid damper». En: *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 28, págs. 671-686. ISSN: 0098-8847. DOI: 10.1002/(sici)1096-9845(199906)28:6<671::aid-eqe835>3.0.co;2-x.