



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

“Mat. Luis Manuel Rivera Gutiérrez”

**RESPUESTA ÓPTICA DE UNA GUÍA DE ONDAS DE CRISTAL
FOTÓNICO HÍBRIDA CON DEFECTOS**

TESIS

Para obtener el grado de

MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA FÍSICA

PRESENTA:

SERGIO SÁNCHEZ LÓPEZ

ASESOR DE TESIS:

Doctor en Ciencias en Óptica
HÉCTOR I. PÉREZ AGUILAR

CO-ASESOR DE TESIS:

Maestro en Ciencias en Óptica
GABRIEL ARROYO CORREA

Morelia, Michoacán, Agosto de 2018

RESUMEN

En el presente trabajo hemos mostrado un estudio teórico y numérico de la estructura de bandas y de la respuesta óptica de una guía de ondas de cristal fotónico (PCW) híbrida con defectos, para obtener modos de propagación en regiones en donde una PCW sin defectos tienen bandas prohibidas. La PCW está compuesta por superficies planas paralelas u onduladas con un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas circulares de materiales conductores. Para abordar el problema, se hace uso de una técnica numérica conocida como el Método de la Ecuación Integral mediante los modelos de Drude y la Condición a la Frontera de Impedancia bajo el protocolo de la programación en paralelo con MPI. Para el cálculo de las estructuras de bandas, se consideró una PCW perfectamente conductora o de conductor real de tamaño infinito; la cual se modeló por medio de una celda unitaria cuadrada y ondulada que contiene inclusiones cilíndricas circulares. Para el análisis de la respuesta óptica, se hizo mediante el cálculo de la reflectancia y de los modos electromagnéticos de una PCW de tamaño finito con 11 inclusiones circulares. Estos cálculos nos permitieron comparar el comportamiento del sistema infinito por medio de las estructuras de bandas con el caso finito mediante la reflectancia, obteniendo que las zonas de máxima reflectancia corresponden a la posición de las bandas prohibidas (PBGs) en la estructura de bandas. Por otro lado, para el estudio de los sistemas con defectos, se consideraron los casos de PCW con perfil plano y PCW híbrida con perfil ondulado con un arreglo de inclusiones cilíndricas circulares. Los resultados muestran que no importa el número de defectos que se consideren en la PCW, las bandas prohibidas no cambian en el ancho ni en la posición siempre y cuando se trate del mismo tipo de sistema. Más aún, se tiene que al ponerle más defectos a la PCW es posible localizar más modos en casi todas las zonas de PBGs, permitiendo una mayor propagación de las ondas electromagnéticas en las guías de ondas propuestas.

Palabras clave: Guía de ondas de Cristal Fotónico, Modo electromagnético, Banda prohibida, Respuesta óptica y Método de la Ecuación Integral.

ABSTRACT

In the present work, we have shown a theoretical and numerical study of the band structure and the optical response of a hybrid photonic crystal waveguide (PCW) with defects, to obtain propagation modes in regions that a PCW without defects have band gaps. The PCW is composed of plane parallel or rippled surfaces with a periodic array of circular cylindrical inclusions of conductive materials. To approach the problem, a numerical technique known as the Integral Equation Method is used through Drude and Impedance Boundary Condition models under the protocol of parallel programming with MPI. For the calculation of the band structures, a perfect electric or real conductor PCW of infinite size was considered; which was modeled by means of a squared and rippled unit cell containing cylindrical circular inclusions. For the analysis of the optical response, it was done by calculating the reflectance and modes of a PCW of finite length with 11 circular cylindrical inclusions. These calculations allowed us to compare the behavior of the infinite system by means of the band structures with the finite case through the reflectance, obtaining that the zones of maximum reflectance correspond to the position of the photonic band gaps (PBGs) in the band structure. On the other hand, for the study of systems with defects, the cases of PCW with flat profile and hybrid PCW with rippled profile with an array of cylindrical circular inclusions were considered. The results show that no matter how many defects are considered in the PCW, the band gaps do not change in width or position, as long as it is the same type of system. Furthermore, it has to put more defects to the PCW, it is possible to locate more modes in almost all PBG zones, allowing a greater propagation of electromagnetic waves in the proposed waveguides.

Keywords: Photonic Crystal Waveguide, Electromagnetic mode, Band gap, Optical response and Integral Equation Method.

*A mis padres, por su amor
y apoyo incondicional*

Agradecimientos

El presente trabajo fue posible llevarlo a cabo, gracias a su arduo apoyo y a su incansable paciencia del Dr. Héctor Pérez Aguilar, quien con sus conocimientos, correcciones y aportaciones dedicados a la realización de esta tesis se llegó hasta la meta; es por ello, que le doy mi más sincero agradecimiento.

Agradezco en forma especial al MC. Gabriel Arroyo Correa al aceptar participar co-asesorando mi trabajo de tesis.

Agradezco a los miembros que forman parte de mi comité tutorial: La Dra. Mary Carmen y Monserrat Peña Gomar, El Dr. Petr Zhevandrov Bolshakova y al Dr. José Luis Rivera, por haber aceptado realizar la evaluación de este trabajo de tesis.

A mis padres, por todo el amor, cariño y comprensión que siempre me dan, por los principios y valores que me inculcaron, además de su ejemplo que me hace ser una mejor persona y me motivan a mejorar cada día.

A mis hermanos Hugo y Sandra, mi primo Francisco y mi cuñado Melecio, por apoyarme y esperar siempre lo mejor de mí.

A mi novia Vale, por ser mi compañera, mi amiga y mi confidente, por su comprensión y motivación en momentos de desánimo y por su amor sincero.

Quiero agradecer también a todos mis compañeros y amigos José Eduardo, Eligio, Luis Eduardo, Jazmin, Luis, José Alberto, Yazmin, Angel y Marco, por su amistad, apoyo y compañía durante este proceso académico que vivimos juntos.

Finalmente agradezco el apoyo otorgado por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología mediante una beca de estudios de maestría.

A todos muchas gracias.

Contenido

	Página
Resumen	i
Abstract	ii
Dedicatoria	iii
Agradecimientos	iv
Contenido	v
Lista de Figuras	vii
I. INTRODUCCIÓN	1
I.1. Estructura de la tesis	6
II. CONCEPTOS GENERALES DE LOS CRISTALES FOTÓNICOS	9
II.1. Introducción a los Cristales Fotónicos	9
II.2. Breve historia de los Cristales Fotónicos	12
II.3. Estructura de bandas y propiedades ópticas de los CFs	15
II.4. Cristal Fotónico unidimensional con defectos	19
II.5. Propagación de la luz en la materia	21
II.5.1. Campos macroscópicos y ecuaciones de Maxwell	22
II.5.2. Modelo de Drude	23
II.6. Aplicaciones de los CFs	28
III. DESCRIPCIÓN TEÓRICA DE LOS MÉTODOS NUMÉRICOS	33
III.1. Método de la Ecuación Integral	33
III.1.1. Guía de ondas de cristal fotónico finita	34
III.1.2. Campos electromagnéticos	34
III.1.3. Función de Green para la ecuación de Helmholtz	36
III.1.4. Representación integral de la ecuación de Helmholtz	37
III.1.5. Discretización de las ecuaciones integrales	38
III.1.6. El Campo Incidente	40
III.1.7. El Campo Esparcido	41
III.2. Método de la Condición a la Frontera de Impedancia	44
IV. RESPUESTA ÓPTICA DE UNA PCW HÍBRIDA CON DEFECTOS	49
IV.1. Una breve descripción de la computación en paralelo bajo el protocolo MPI	50

Contenido (continuación)

	Página
IV.1.1. Rutinas básicas de la programación con MPI	51
IV.1.2. Rutinas básicas de envío y recepción de mensajes bloqueantes	53
IV.2. Estructura de bandas y reflectancia de una PCW sin defectos	54
IV.3. Respuesta óptica de una PCW con defectos	57
IV.3.1. PCW con perfil plano	58
IV.3.2. PCW con perfil ondulado	63
V. CONCLUSIONES	71
REFERENCIAS	76

Lista de Figuras

Figura		Página
1	Los Cristales Fotónicos están presentes en la naturaleza como (a) en las alas de algunas mariposas, (b) en las plumas de los pavo reales y (c) en las escamas de los gorgojos, que contienen microestructuras periódicas naturales que son responsables del color iridiscente.	10
2	Ejemplos de una estructura fotónica unidimensional (a), bidimensional (b) y tridimensional (c).	12
3	(a) Configuración utilizada en la fabricación de la yablonovita. (b) Sección transversal de la estructura, con agujeros de 6 mm que impide la propagación de ondas electromagnéticas.	14
4	Estructura de bandas fotónicas en un CF unidimensional. Se muestran tres casos diferentes que tienen el siguiente arreglo, (a) constante dieléctrica de $\varepsilon = 13$, (b) alternante en $\varepsilon = 13, \varepsilon = 12$ y (c) $\varepsilon = 13, \varepsilon = 1$. . .	17
5	Cristal Fotónico en 1D con estructura multicapa.	19
6	CF1D con un defecto en el medio (ensanchando a una de las placas dieléctricas).	20
7	Lente antirreflejante con CF.	28
8	Corte transversal de dos tipos de PCF. (a) Fibra monomodo con núcleo de silicato rodeado de un recubrimiento de CF. El mecanismo de guía es reflexión total interna modificada. (b) Fibra de núcleo hueco, la luz es guiada en aire y confinada por una banda prohibida del recubrimiento de CF2D hecho de vidrio-aire.	29
9	Medida de la actividad metabólica de una única célula mediante una nanosonda fotónica.	30
10	Láseres de CF. (a) Curva de potencia de una microcavidad fotónica. En la parte superior se muestra la microcavidad y el modo de emisión calculado. (b) Imagen de microscopía electrónica de barrido de una nanocavidad fotónica y su correspondiente curva de potencia.	31
11	Esquema de un multiplexor de CF.	32
12	Esquema de una PCW conductora de anchura l , longitud d y un arreglo periódico de inclusiones circulares. La longitud del sistema en la dirección y es $L_y = 2l + b$	35

Lista de Figuras (continuación)

Figura		Página
13	Perfil de una PCW con la distancia entre las superficies planas de $b = \pi$ y la fracción de llenado en este caso es $f = 0.009$	47
14	Reflectancias correspondientes a las PCWs de longitud finita $d = 22\pi$ que son iluminadas a incidencia normal con un haz Gaussiano, con fracciones de llenado (a) $f = 0.005$ (b) $f = 0.007$ (c) $f = 0.009$ y (d) $f = 0.01$. . .	48
15	Balance de energía $R + T$, para la fracción de llenado $f = 0.009$ con los métodos numéricos empleados.	48
16	Descripción gráfica de la PCW formada con dos superficies planas conductoras y un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas circulares, los contornos Γ' s definen la celda unitaria del sistema con la periodicidad en la dirección x	54
17	Estructuras de bandas de una PCW conductora con celda unitaria cuadrada de ancho $b = \pi$, con fracciones de llenado (a) $f = 0.007$, (c) $f = 0.009$ y (e) $f = 0.01$. (b), (d) y (f) Reflectancias de las PCWs finitas de longitud $d = 22\pi$, que corresponden respectivamente a las mismas fracciones de llenado; iluminadas a incidencia normal con un haz Gaussiano, usando IBC.	56
18	(a) Perfil de la PCW con defecto en el centro (quitando 1 inclusión), con la distancia entre las superficies planas de $b = \pi$ y la longitud $d = 22\pi$. (b) Reflectancia de la PCW con defecto para la fracción de llenado $f = 0.007$ que son iluminadas a incidencia normal con un haz Gaussiano usando IBC.	58
19	Perfil de la PCW con defectos en el centro (quitando 3 inclusiones), para fracciones de llenado de (a) $f = 0.007$, (c) $f = 0.009$ y (e) $f = 0.01$. (b), (d) y (f) Reflectancias correspondientes a las mismas PCWs con defectos de longitud finita $d = 22\pi$	59
20	(a) Perfil de una PCW con defectos en el centro (quitando 5 inclusiones) y un arreglo de 6 inclusiones circulares. Reflectancia de la PCW para la fracción de llenado (b) $f = 0.007$, (c) $f = 0.009$ y (d) $f = 0.01$	60
21	(a) Perfil de la PCW con defecto en el primer par (quitando 1 inclusión), con la distancia entre las superficies planas de $b = \pi$ y la longitud $d = 22\pi$. (b) Reflectancia de la PCW con defecto para la fracción de llenado $f = 0.007$ que son iluminadas a incidencia normal con un haz Gaussiano.	61

Lista de Figuras (continuación)

Figura	Página	
22	(a) Perfil de la PCW con defectos pares (quitando 4 inclusiones), con la distancia entre las superficies planas de $b = \pi$ y longitud $d = 22\pi$. Reflectancia de la PCW que es iluminada a incidencia normal con un haz Gaussiano, para la fracción de llenado (b) $f = 0.007$ (c) $f = 0.009$ y (d) $f = 0.01$. Debido a la escala, se muestra una ampliación de los modos para una mayor apreciación.	62
23	Ejemplo de una celda unitaria ondulada que tiene una inclusión cilíndrica circular, con una amplitud de la curva sinusoidal $A = 0.5$ y fracción de llenado $f = 0.01$	63
24	Estructuras de bandas de una PCW conductora con celda unitaria ondulada de ancho $b = \pi$ con (a) $A = 0.15$ para $f = 0.007$, (c) $A = 0.25$ para $f = 0.009$ y (e) $A = 0.5$ para $f = 0.01$. (b), (d) y (f) Reflectancias de las PCWs finitas sin defectos que corresponden a las estructuras de bandas, respectivamente.	64
25	Perfil de la PCW con defectos en el centro (quitando 3 inclusiones) para $f = 0.007$, con amplitudes de (a) $A = 0.15$, (c) $A = 0.25$ y (e) $A = 0.5$. (b), (d) y (f) Reflectancias correspondientes a las mismas PCWs con defectos.	65
26	Reflectancia de las PCWs con defectos en el centro (quitando 3 inclusiones) con amplitudes y fracciones de llenado de (a) $A = 0.15$ con $f = 0.009$, (b) $A = 0.15$ con $f = 0.01$, (c) $A = 0.25$ con $f = 0.009$ y (d) $A = 0.25$ con $f = 0.01$	66
27	Perfil de la PCW con defectos quitando 5 inclusiones en el centro, para la fracción de llenado de $f = 0.007$ con amplitudes de (a) $A = 0.15$, (c) $A = 0.25$ y (e) $A = 0.5$. (b), (d) y (f) Las reflectancias correspondientes a las mismas PCWs.	67
28	(a) Reflectancia de la PCW con defectos en el centro (quitando 5 inclusiones circulares) y sin defecto para $f = 0.009$. (b) Reflectancia de la PCW con defectos pares (quitando 4 inclusiones circulares) y sin defecto con la misma fracción de llenado.	69
29	(a) Reflectancia de la PCW con defectos en el centro (quitando 3 inclusiones circulares) y sin defecto para $f = 0.007$. (b) Reflectancia de la PCW con defectos en el centro (quitando 5 inclusiones circulares) y sin defecto con la misma fracción de llenado.	70

Capítulo I

INTRODUCCIÓN

Desde el inicio de la humanidad, el uso de los diversos materiales provistos por la naturaleza ha sido fundamental para establecer mejores condiciones de vida y es el entendimiento de las propiedades de dichos materiales lo que ha representado una de las principales fuentes de tecnología; además de colaborar con el desarrollo de áreas del conocimiento como la ingeniería y la física siendo uno de los principales objetos de estudio. Con el pasar del tiempo y el avance tecnológico, la humanidad aprendió a manipular los materiales con el fin de mejorar e incluso obtener nuevas propiedades que le permitirán depurar las aplicaciones existentes y así desarrollar nuevas tecnologías. En las últimas décadas se han hecho diversos estudios teóricos acerca de cómo controlar las propiedades ópticas de los materiales y el comportamiento de la luz a través de estos. Es decir, se tiene interés en diseñar materiales que sean capaces de controlar la propagación de ondas electromagnéticas con una longitud de onda específica, que controlen las direcciones de propagación de ondas en el espacio; o bien, que permitan atrapar o localizar dichas ondas en una región concreta del espacio. Esto es lo que se busca en la actualidad para el caso de las señales ópticas, dando lugar a la creación de un nuevo campo denominado nanofotónica (Bravo-Abad, 2006).

La fotónica se ha estudiado por más de dos décadas con el fin de trabajar en la construcción, desarrollo y manipulación de la luz especialmente de estructuras cristalinas a escala nanométrica para ser empleadas en las telecomunicaciones, computación, celdas solares, biosensores, y demás aplicaciones que han sido de gran utilidad en la actualidad como lo es en la nanomedicina (Olivero-Verdel y Redondo-Padilla, 2013). Las ventajas de usar dispositivos fotónicos frente a los electrónicos se manifiesta en mayor velocidad de operación, derivada de la naturaleza intrínseca de los portadores (fotones frente a los electrones) y de los procesos involucrados en su funcionamiento (respuesta óptica frente a la electrónica de los materiales) que conllevan a una menor disipación. Es por ello, que se tiene interés en saber qué tipo de materiales nos permiten la manipulación de las propiedades ópticas; es decir, tener el control de la propagación de las ondas electromagnéticas como respuesta óptica de este tipo de materiales. Dentro de este tipo de materiales, tenemos a los Cristales Fotónicos (CFs), que se propusieron inicialmente como materiales capaces de localizar la luz y de inhibir la emisión espontánea de una fuente de luz contenida en su interior (Yablonovitch, 1987). Estos sistemas constituyen arreglos periódicos de una, dos o tres dimensiones de diferentes materiales con una celda unitaria de la dimensión del orden de la longitud de onda. Los CFs consisten en estructuras con variaciones periódicas del índice de refracción del material que las constituye y en base a esta configuración tan simple se pueden crear dispositivos que realicen funcionalidades mucho más complejas que únicamente la de guiar la luz de un punto a otro de un circuito. El hecho de que presenten esta periodicidad hace que emerjan una serie de propiedades muy interesantes, y una de las que más justifica la inversión e investigación realizada en estos materiales es la generación de una banda prohibida para fotones que se puede diseñar prácticamente a voluntad (Joannopoulos *et al.*, 2008).

El comportamiento de la luz propagándose en un CF puede ser entendido comparando éste con la manera en que se propagan los electrones en materiales en estado sólido. Los electrones pasan através de una estructura de los átomos e interactúa con un potencial periódico. Esto da como resultado que se formen estados de energía permitidos y prohibidos de los electrones (Mckelvey, 1966). La luz que se propaga en un CF interactúa con la modulación periódica del índice de refracción. Esto trae como resultado la formación de bandas permitidas y prohibidas en longitudes de onda ópticas. Los CFs prohíben cualquier propagación de luz con longitudes de onda en la banda prohibida. Así, la propagación de la onda electromagnética en medios periódicos es un tema de gran interés, ya sea desde el punto de vista fundamental como de aplicación. Las propiedades ópticas más estudiadas teóricamente son la reflexión, transmisión, absorción y el diagrama de bandas. La estructura más simple es la que se compone de capas que se alternan de materiales transparentes con índices de refracción diferentes. Debido a los recientes avances en el crecimiento de cristales, hoy en día se pueden crear estos con periodicidades bien controladas y con grosores de las capas que tan sólo corresponden a pocas unidades atómicas. Por otro lado, introduciendo un defecto intencionado en el CF se rompe su periodicidad y se puede confinar un modo óptico en un espacio muy pequeño debido a la banda prohibida. Estos defectos han alcanzado un gran interés por su capacidad de confinar fuertemente la luz en dimensiones comparables a la longitud de onda y para longitudes de onda utilizadas en telecomunicaciones ópticas (Lourtioz *et al.*, 2003).

La investigación relacionada con la obtención y caracterización de CFs ha experimentado una rápida progresión en los últimos años, debido al gran interés despertado en diferentes ámbitos de las telecomunicaciones y en las aplicaciones de ingeniería de dispositivos fotónicos (Inoue y Ohtaka, 2010). En la actualidad, existe un gran número

de grupos de investigación, tanto teóricos como experimentales, que se dedican al análisis, diseño, fabricación y caracterización de CFs, convirtiéndose en estos momentos en una de las ramas más estudiadas en el campo de la óptica y los materiales ópticos.

En este trabajo se pretende estudiar una Guía de Ondas de Cristal Fotónico (PCW¹) híbrida y con defectos periódicamente en una dimensión; es decir, mezclando perfiles de guías de ondas o bien quitando las inclusiones de materiales conductores. Cabe señalar que la guía de ondas tiene un tamaño finito; sin embargo, como parte del estudio también vamos a calcular las estructuras de bandas de las PCWs usando un método integral. Para modelar el material como conductor real también se considerarán los modelos de Drude y la Condición a la Frontera de Impedancia (IBC²) para cuando la PCW es de longitud finita. El estudio de la propagación de la luz en una PCW se basa en métodos numéricos que ha desarrollado el grupo de cristales fotónicos de la FCFM de la UMSNH, para el estudio de estructuras de bandas en caso de tratarse de una guía de tamaño infinito y de la respuesta óptica en caso de ser una guía de tamaño finito con geometrías diferentes (Pérez-Aguilar y Mendoza-Suárez, 2015).

Para poder abordar estas líneas de investigación novedosas que tienen trascendencia en el medio internacional se requiere dominar no sólo los aspectos teóricos sino también los modelos numéricos que requieren recursos computacionales muy grandes. Esto significa que una aplicación óptima de una herramienta se obtiene si se logra conjugar la parte teórica y la parte numérica. Por otro lado los científicos desarrollan una teoría para explicar algún fenómeno y diseñan un experimento para probar la teoría desarrollada. Desafortunadamente, no podemos hacer siempre experimentos para probar las teorías porque pueden ser demasiados costosos o simplemente imposibles de realizar

¹Por sus siglas en inglés, Photonic Crystal Waveguide.

²Por sus siglas en inglés, Impedancy Boundary Condition.

con la tecnología actual. Sin embargo, el cómputo de alto rendimiento permite que podamos probar las hipótesis que nos planteamos para llegar a explicar un fenómeno que consiste en desarrollar simulaciones numéricas del fenómeno.

En la actualidad, con los métodos numéricos y su implementación en computadoras es posible modelar ciertos problemas en poco tiempo. Sin embargo, para problemas reales y más complejos donde su ejecución requiere muchas horas de cálculo e incluso varios días, es necesario buscar nuevas alternativas basadas en multiprocesamiento, que pueda procesar grandes volúmenes de datos en forma simultánea. Una solución alternativa es el paralelismo (Aguilar y Leiss, 2004), que básicamente consiste en la posibilidad de dividir un determinado problema en partes que puedan resolverse de forma independiente. Diseñar programas paralelos no es una tarea fácil. Hoy en día existen diferentes herramientas que ayudan en el desarrollo de los programas, que hacen que esta actividad se vuelva sencilla. Hay muchos lenguajes y modelos de programación en paralelo propuestos en las últimas décadas. Los que son más utilizados son Message Passing Interface (MPI) (Pacheco, 2011) para sistemas con memoria distribuida y OpenMP³ para sistemas con memoria compartida. Ambos se han convertido en las interfaces de programación estandarizadas y apoyadas por los principales vendedores de ordenadores. Sin embargo, hoy en día el protocolo CUDA⁴ (Sánchez-López, 2016), es una nueva plataforma de programación en paralelo que ofrece la memoria compartida para la ejecución en paralelo en la GPU⁵. Ha demostrado ser muy exitoso en la programación de multihilo con cientos de núcleos, alcanzando aceleraciones espectaculares sobre los códigos de producción y de investigación. En este trabajo se utilizará la forma de programación en paralelo bajo el protocolo de MPI, ya que ha resultado ser el más

³Por sus siglas en inglés, Open Multi-Processing.

⁴Por sus siglas en inglés, Compute Unified Device Architecture.

⁵Por sus siglas en inglés, Graphics Processor Unit.

apropiado para este tipo de sistemas de estudio.

I.1. Estructura de la tesis

Este trabajo de tesis está estructurado en cinco capítulos que describiremos a continuación.

En el capítulo II se presenta los aspectos generales de los Cristales Fotónicos. Se da una definición de los CFs con defectos en 1D y se mencionan algunas de sus propiedades importantes. También se muestra la teoría electromagnética básica de medios materiales con el Modelo de Drude para medios metálicos, lo que permite analizar los sistemas compuestos por guías de ondas con superficies planas u onduladas con arreglos periódicos de inclusiones circulares de materiales conductores. Esto será usado para modelar numéricamente el comportamiento de estos sistemas con características particulares. Por último, se mencionan algunas aplicaciones relevantes de los CFs.

En el capítulo III se da una descripción del método numérico, conocido como el Método de la Ecuación Integral, que permite modelar la interacción de la luz en un CF. El método se aplica, en particular, para calcular la respuesta óptica de una guía de ondas de CF1D de tamaño finito. Dicha metodología parte del segundo teorema integral de Green permitiendo obtener un par de ecuaciones integrales acopladas que involucran, como incógnitas el modo del campo y su derivada normal, que son las funciones a determinar con las que se calcula la respuesta óptica del sistema. Además, presentamos una técnica de la Condición a la Frontera de Impedancia, la cual es aplicable al problema de esparcimiento para el estudio de las guías de ondas. Esta técnica simplifica el problema teórico considerablemente, ya que elimina la necesidad de tomar en consideración el campo dentro de la superficie esparcidora, reteniendo los aspectos físicos importantes del problema.

En el capítulo IV se aplica el método al problema de interés en la tesis. En este capítulo se presentan los resultados numéricos de la respuesta óptica de una PCW finita sin defecto y con defecto, que está compuesta por superficies planas paralelas u onduladas con un arreglo periódico de inclusiones circulares de materiales conductores. Además, se muestran los resultados numéricos de las estructuras de bandas para identificar las bandas prohibidas correspondientes al de una PCW sin defecto. Esto permitirá corroborar la presencia de nuevos modos de propagación en las bandas prohibidas que no permiten la propagación de las ondas.

Finalmente, en el capítulo V se dan las conclusiones principales de esta tesis de investigación.

Capítulo II

CONCEPTOS GENERALES DE LOS CRISTALES FOTÓNICOS

En este capítulo se presenta un enfoque general de la teoría de los Cristales Fotónicos. Daremos la definición y las propiedades importantes de estos tipos de materiales. Pero sobre todo, se da una breve descripción del tratamiento electromagnético a la propagación de la luz a través de los CFs. Por último, se mencionan algunas aplicaciones de dichos materiales (CFs).

II.1. Introducción a los Cristales Fotónicos

Una de las cosas que más nos impactan y nos dejan con un sentimiento inefable, es cuando contemplamos los colores de los que se compone nuestro mundo. El color aparece en la naturaleza de diversas formas, la más frecuente es mediante la existencia de pigmentos en los materiales que exhiben esta propiedad. Estas sustancias absorben ciertas frecuencias de la luz blanca suministrando de color al objeto que los posee, como es el caso, por ejemplo, de numerosos vegetales. Sin embargo, las alas de ciertas mariposas, las escamas de los gorgojos o las plumas del pavo real (ver Fig. 1), poseen brillantes colores a pesar de no contener pigmentos en su composición. Un análisis

detallado de estas estructuras mediante microscopía óptica revela que en su composición existe un arreglo periódico de un material transparente en el rango visible del espectro electromagnético (Wang *et al.*, 2016). Como es sabido, la propagación de la luz a través de un medio es sensible a la estructura del mismo, si la escala es del orden de la longitud de onda electromagnética incidente. De este modo, un mismo material puede interactuar de forma diferente con la luz si se encuentra en forma de medio homogéneo, dispuesto periódicamente o de forma desorganizada. Por ello, materiales dieléctricos con una estructura del mismo orden de la longitud de onda con la que se desea interactuar, se presentan como excelentes candidatos para fabricar componentes ópticos capaces de reflejar, confinar o guiar la luz del mismo modo que un metal, pero sin las pérdidas debidas a la absorción. A este tipo de materiales característicos se les conoce como los Cristales Fotónicos.

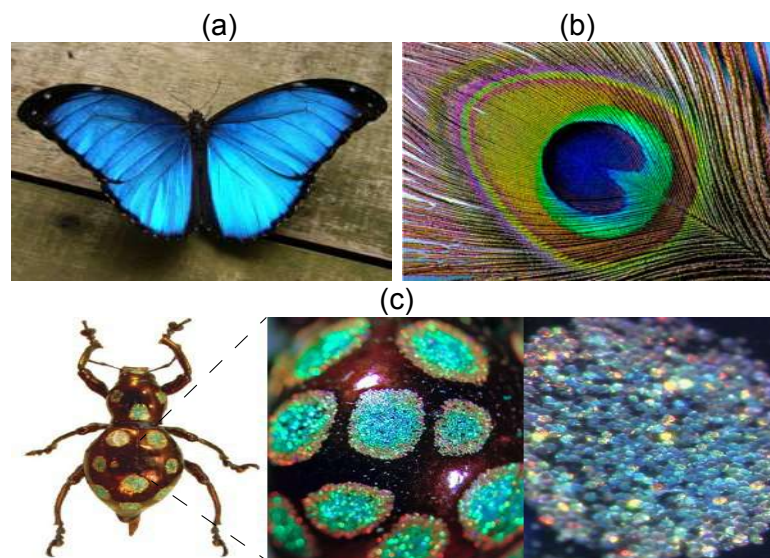


Figura 1. Los Cristales Fotónicos están presentes en la naturaleza como (a) en las alas de algunas mariposas, (b) en las plumas de los pavos reales y (c) en las escamas de los gorgojos, que contienen microestructuras periódicas naturales que son responsables del color iridiscente.

Los Cristales Fotónicos son estructuras periódicas caracterizadas por la variación periódica del índice de refracción y la distribución espacial de la constante dieléctrica

del material que las constituye (Joannopoulos *et al.*, 2008). Guardan numerosas similitudes con los cristales electrónicos en semiconductores, como el hecho de que ambos están formados a partir de la repetición de un elemento en el espacio, dando lugar a una red cristalina (Mckelvey, 1966). En estas estructuras fotónicas, el papel del potencial eléctrico lo desempeña el índice de refracción del material. Gracias a estas semejanzas, muchos de los conceptos de estado sólido pueden extenderse a este campo, facilitando en gran manera la descripción de la interacción de la luz con estos sistemas periódicos. En un cristal tradicional, la periodicidad en el potencial atómico repercute en la propagación de los electrones del mismo, apareciendo las bandas permitidas y prohibidas. Estas últimas son energías para las cuales los electrones no podrían propagarse por ciertas direcciones del cristal. De manera similar, la luz que se propaga en un CF interactúa con la modulación periódica del índice de refracción. Esto trae como resultado a una de las propiedades más relevantes de los CFs, las **Bandas Prohibidas Fotónicas** o gaps (PBGs¹) (Joannopoulos *et al.*, 2008; Sibilis *et al.*, 2008). Los PBGs son rangos de frecuencias para los cuales la propagación de ondas electromagnéticas no está permitida en el interior del cristal. Por otro lado, las frecuencias en la cual es posible la propagación de la onda dentro del cristal se les denomina modos. Así, cuando la luz con una frecuencia perteneciente al PBG intente atravesar la estructura cristalina se verá casi totalmente reflejada; es decir, el cristal actuará como un espejo. Cabe mencionar que el valor de las constantes dieléctricas y el periodo espacial de la variación del CF determinan la posición y anchura de las bandas prohibidas, estas propiedades permite controlar la luz con una facilidad asombrosa y producir efectos que son imposibles de obtener con otros sistemas ópticos convencionales.

En general, los CFs se construyen con materiales semiconductores o dieléctricos,

¹Por sus siglas en inglés, Photonic Band Gaps.

aunque en los últimos años los CFs metálicos o metal-dieléctrico han demostrado excepcionales propiedades ópticas. Estos sistemas se puede presentar en una o varias dimensiones del espacio, constituyendo así CFs en una (1D), dos (2D) o tres dimensiones (3D), como se aprecia en la Fig. 2.

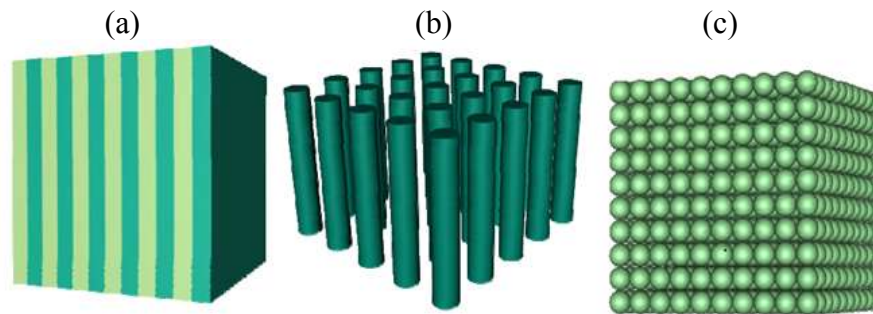


Figura 2. Ejemplos de una estructura fotónica unidimensional (a), bidimensional (b) y tridimensional (c).

II.2. Breve historia de los Cristales Fotónicos

El estudio de propagación de ondas electromagnéticas en medios periódicos ha sido durante los últimos dos siglos un tema de interés tanto en el área de física teórica como aplicada. Uno de los primeros estudios que se registran es el realizado en 1887 por Lord Rayleigh (Rayleigh, 1892), quien determina teóricamente la existencia de rangos de frecuencias de alta reflectividad hoy conocidos como bandas prohibidas. En 1928 el matemático francés Gastón Floquet (Vytovtov, 2005) halla la solución fundamental de los sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales con coeficientes que dependen periódicamente de la variable de integración. En el mismo año Felix Bloch, interesado en estudiar la conducción de electrones en un sólido cristalino, generaliza los resultados de Floquet a tres dimensiones. La teoría desarrollada por Floquet y Bloch no sólo se aplica a la ecuación de Schrödinger con potenciales periódicos, sino también a cualquier

ecuación diferencial en derivadas parciales cuyos coeficientes dependen periódicamente de las variables de integración. Por este motivo, los resultados de Floquet-Bloch son esenciales para analizar cualquier fenómeno ondulatorio en medios periódicos. Luego, en 1930 el físico francés Léon Brillouin introduce la teoría de zonas y nuevos métodos de resolución para las ecuaciones de Bloch. En su libro *Wave propagation on periodic structures* (1946), Brillouin publica sus aportes personales del tema.

Más tarde, en 1972 Vladimir P. Bykov (Bykov, 1972) propone la idea de que la emisión espontánea en un cierto átomo podría ser inhibida colocándolo en una red periódica en la escala de la longitud de onda electromagnética emitida. La pérdida de energía por radiación sería imposible si el átomo emite en la región del gap. Estos resultados no tuvieron eco en la comunidad científica sobre la idea de la inhibición de la emisión espontánea. Sin embargo, se da por sentado que el nacimiento de los CFs fue por un par de artículos que aparecieron en 1987, realizados por Yablonovitch y John (Yablonovitch, 1987; Sajeev, 1991). Estos artículos tienen enfoques distintos: para Yablonovitch, los CFs eran un medio que permitía modificar la densidad de estados e inhibir la emisión espontánea; para John, los CFs permitirían la localización de luz. En 1991 se presenta el primer material con un gap fotónico a partir de una variación de la estructura diamante y que hoy en día se conoce como Yablanovita. En la fabricación de la Yablonovita se utilizó un material de índice de refracción 3.6 que fue cubierto con una máscara en la que los agujeros tenían una disposición triangular. En cada agujero se realizan tres perforaciones a ángulos de 35.26° con respecto a la normal y separados 120° con respecto al eje azimutal (ver Fig. 3). Debido a que la periodicidad del sistema es de alrededor de la decena de mm, éste presenta su gap fotónico en el rango de las microondas. En 1996 Thomas Krauss, demostró que era posible obtener una estructura bidimensional en el rango cercano a frecuencias ópticas. De igual manera

las investigaciones han estado encaminadas en lograr obtener un CF en el rango visible y en la fabricación en el rango de las microondas y en el infrarrojo cercano. Los CF2Ds encuentran su uso comercial en forma de Fibras de Cristal Fotónico (PCF²) (también conocidas como fibras microestructuradas).

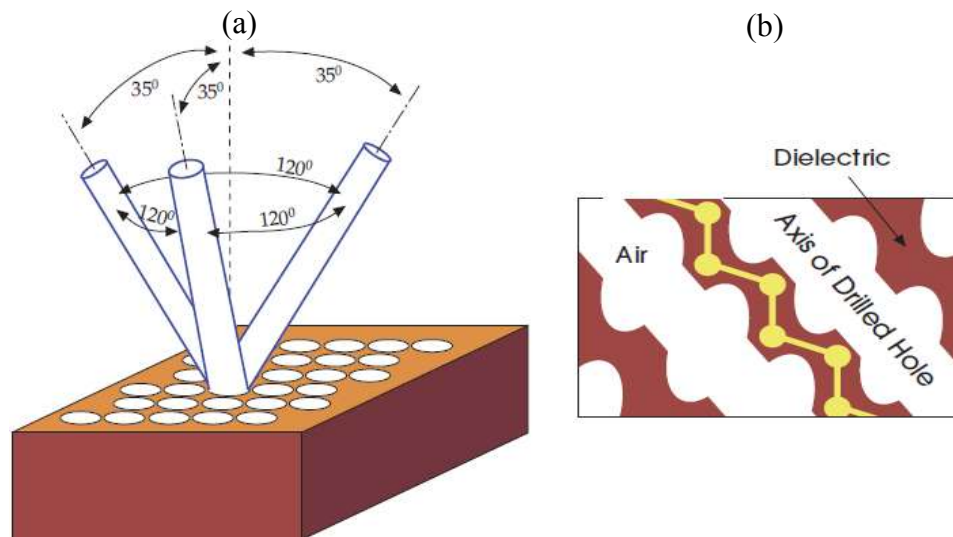


Figura 3. (a) Configuración utilizada en la fabricación de la yablonovita. (b) Sección transversal de la estructura, con agujeros de 6 mm que impide la propagación de ondas electromagnéticas.

Las PCFs fueron desarrolladas por Philip Russell en 2003 (Russell, 2003) y pueden diseñarse para obtener propiedades mejoradas sobre una fibra óptica convencional. El caso de CF3Ds, es el único que puede presentar bandas prohibidas completas, es decir bandas prohibidas para todas las direcciones de propagación del fotón. Los primeros CF3Ds con una banda completa para $1,5 \mu\text{m}$, la zona de trabajo de las comunicaciones de internet, fueron fabricados en el año 2000 mediante dos técnicas muy diferentes: la técnica de apilamiento de barras y la de ópalos inversos. Si bien con los años han ido apareciendo distintas técnicas de construcción de cristales en 3D, los resultados más espectaculares han tomado como modelo los ópalos, debido a su sencillez y económica

²Por sus siglas en inglés, Photonic Crystal Fiber.

fabricación. Durante la década de 1990 el número de trabajos sobre el tema creció exponencialmente. Los CFs abren nuevas posibilidades en aplicaciones tecnológicas donde la transmisión y el procesamiento de señales podría hacerse utilizando luz, en lugar de electrones como ocurre en la tecnología actual. Para aumentar la velocidad de procesamiento, la tecnología electrónica recurre a la miniaturización de los dispositivos semiconductores. Sin embargo, cuando se llega a espesores del orden de algunas unidades atómicas, como sucede con algunos diseños actuales, la miniaturización en sí misma deja de funcionar. Una tecnología basada en el uso de la luz como portador de información tendría ventajas sobre la tecnología electrónica ya que los fotones, debido entre otros factores a la ausencia de carga y masa, resultan más eficientes que los electrones en el transporte de la información. Para llegar a tecnologías puramente ópticas se están investigando soluciones diversas, en los CFs, los plasmones y los metamateriales.

II.3. Estructura de bandas y propiedades ópticas de los CFs

Hemos visto previamente que una de las propiedades importantes de los CFs es la PBG. Una forma de estudiarlas es mediante estructura de bandas, y a continuación daremos la descripción.

La propagación de una onda electromagnética a través de un medio se caracteriza por la relación de dispersión $\omega = \omega(\mathbf{k})$, siendo ω la frecuencia y \mathbf{k} , el vector de onda. Esta expresión, en un medio homogéneo, es independiente de la dirección del vector de onda y puede simplificarse por $\omega = \frac{c}{n}|k|$, donde c es la velocidad de la luz en el vacío y n el índice de refracción en el medio, el cual es constante y real en el rango espectral donde el material no presenta absorción óptica. Los CFs, en cambio, no presentan esta

isotropía en la relación de dispersión, ya que ésta depende de la dirección del vector de onda. Para describir la propagación de las ondas en estas estructuras periódicas es muy útil recurrir a conceptos procedentes de estado sólido como la estructura de bandas. Una estructura de bandas fotónicas se calcula unificando conocimientos de electromagnetismo y física del estado sólido. Las ecuaciones de Maxwell determinan cómo se propaga la luz en el medio y puesto que en este caso la onda electromagnética se encuentra frente a una constante dieléctrica periódica, el uso del teorema de Bloch (Johnson y Joannopoulos, 2003) permite hallar solución al problema en una región del espacio; en este caso, la celda unitaria, y que ésta pueda aplicarse a la totalidad de la red. Esta metodología permite obtener una relación entre la frecuencia de los fotones incidentes, ω , expresada en unidades a/λ (donde a es el parámetro de red y λ la longitud de onda electromagnética) y el vector de ondas \mathbf{k} , expresado en función de las direcciones de simetría de la celda unitaria en el espacio recíproco (Kittel, 1996). Estas funciones $\omega(\mathbf{k})$, son las llamadas bandas fotónicas y representan las relaciones de dispersión del campo electromagnético en estas estructuras periódicas.

Así, una estructura de bandas es una representación gráfica de las frecuencias que nos permite conocer las regiones de frecuencias prohibidas en un CF. De esta manera, podemos identificar si el cristal posee una PBG; es decir el rango de frecuencias para los cuales no hay propagación de ondas electromagnéticas en el interior del cristal. Actualmente existen varios métodos numéricos que nos permiten obtener información de la estructura de bandas en un CF, entre los que se destacan los métodos como la expansión de ondas planas (Archuleta-García *et al.*, 2007), el método de la ecuación integral (Mendoza-Suaréz *et al.*, 2006), el método de diferencias finitas en el tiempo (Vasco y Vinck, 2010), entre otros. Donde básicamente se calculan las frecuencias del CF para cada valor de dirección de propagación dada por el vector de onda \mathbf{k} .

En la Fig. 4, podemos ver las gráficas de la frecuencia $\omega(\mathbf{k})$, para tres diferentes constantes dieléctricas de un CF1D. En la Fig. 4(a) tenemos una muestra con una sola constante dieléctrica, esto es que el medio es homogéneo y por lo tanto no hay bandas prohibidas. En la Fig. 4(b), la estructura fotónica varía con dos constantes dieléctricas las cuales son 13 y 12. En este caso se puede observar que se tiene ya una banda prohibida. Finalmente en la Fig. 4(c) podemos ver una banda prohibida muy marcada ya que la diferencia de las constantes dieléctricas varía de 13 a 1.

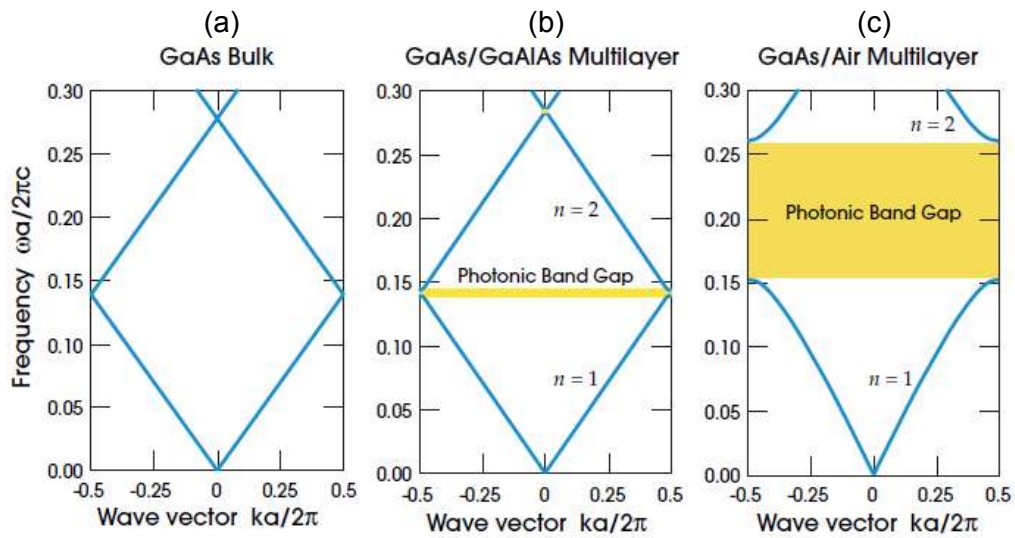


Figura 4. Estructura de bandas fotónicas en un CF unidimensional. Se muestran tres casos diferentes que tienen el siguiente arreglo, (a) constante dieléctrica de $\varepsilon = 13$, (b) alternante en $\varepsilon = 13$, $\varepsilon = 12$ y (c) $\varepsilon = 13$, $\varepsilon = 1$.

Los parámetros que definen un CF, y que determinarán sus propiedades ópticas son:

Parámetro de red. Debe ser del orden de la longitud de onda y determina el rango de frecuencias en el que aparecerán las propiedades fotónicas.

Estructura cristalina. Está relacionada con la forma en que queda modulado el índice de refracción. Se caracteriza por tener un orden o periodicidad y puede adoptar estructuras en una, dos o las tres dimensiones del espacio. Podemos tener, por ejemplo,

estructuras triangulares, cuadradas, etc (en 2D) o con simetría FCC³, BBC⁴ o diamante (en 3D).

Constante de red. Representa la longitud de los lados de la celda unitaria de una estructura cristalina. Pueden existir una, dos o hasta tres constantes de red distintas dependiendo del tipo de estructura de la que se trate. Este parámetro permite definir la relación entre las propiedades geométricas de una estructura con una de las propiedades físicas que caracterizan al CF que es su banda prohibida.

Topología. Una vez diseñada la estructura es muy importante como se realice la modulación periódica teniendo en cuenta la disposición de los centros esparcidores (zonas de alto índice de refracción). Así, podemos tener los centros esparcidores aislados entre ellos rodeados del medio de bajo índice, en lo que se denomina topología tipo Cermet. Al contrario, invirtiendo el papel de los centros esparcidores, estos pueden estar unidos entre sí formando una red, en lo que se conoce como topología tipo Network. Como es de suponer, la distribución de campo en una y otra forma será muy diferente condicionando así las propiedades fotónicas de la estructura.

Contraste de índices. Es la razón entre el índice de refracción mayor y el menor. Cuanto mayor sea dicho contraste más marcadas serán las propiedades fotónicas.

Período. Es la distancia que separa una capa de un índice de refracción con la siguiente capa del mismo material, y está directamente relacionada con la longitud de onda de los fotones que se propagan.

Fracción de llenado. Es la razón entre el volumen ocupado por uno de los materiales con respecto al volumen total.

La combinación de todos estos factores hace que existan multitud de posibles estructuras con muy diversas propiedades fotónicas.

³Por sus siglas en inglés, Face Centered Cubic.

⁴Por sus siglas en inglés, Body Centered Cubic.

II.4. Cristal Fotónico unidimensional con defectos

El objetivo principal de esta investigación es el estudio de la respuesta óptica del Cristal Fotónico unidimensional con defectos. Por ello, en esta sección intentamos dar una definición del CF1D, para luego tener una perspectiva clara de los CF1Ds con defectos.

El CF más simple en 1D consiste en un arreglo periódico de capas de materiales con diferente constante dieléctrica. Este sistema es conocido como estructura multicapa (ver Fig. 5). La manera tradicional de visualizar este sistema es imaginarse que una onda de luz se propaga a lo largo de la dirección en la que se encuentra la periodicidad y considerar que al cambiar de un medio parte de la onda se transmitirá y parte se reflejará.

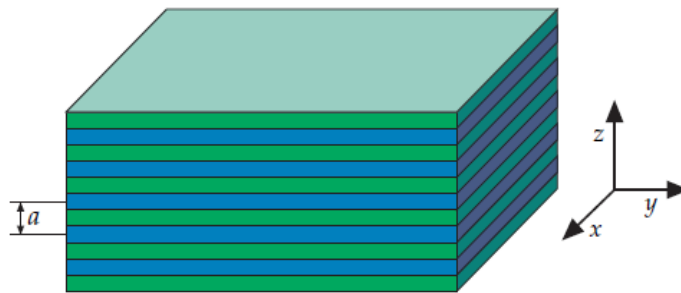


Figura 5. Cristal Fotónico en 1D con estructura multicapa.

En la figura 5, vemos que el material es periódico en la dirección z y es homogéneo en los planos x - y . De esta manera, tenemos un sistema con una constante dieléctrica alternada de forma $\varepsilon = \varepsilon(z)$. Por tanto, decimos que un CF es unidimensional cuando es periódico en una dirección y consiste en alternar materiales de diferentes constantes dieléctricas, lo que nos da como resultado que la onda electromagnética propagada en esta dirección experimente el efecto del CF. Múltiples son las actuales y futuras aplicaciones de los CF1Ds, entre las que podemos mencionar, los recubrimientos antirreflectantes de lentes (Ushida *et al.*, 2003), espejos de alta reflectividad (Fink *et al.*,

1998), detección de gases (Fuertes *et al.*, 2007), entre otros. Ahora que ya hemos definido lo que son los CF1Ds, a continuación vamos a dar una explicación de lo que son CF1Ds con defectos.

Introduciendo un defecto intencionado en la estructura del CF rompe su periodicidad y tendremos un CF defectuoso. Cuando hablamos de defectos en CFs, no nos referimos a imperfecciones de ningún tipo, sino a la introducción de particularidades locales en la periodicidad. Así pues, un defecto en un CF1D podría ser simplemente la eliminación de una placa de dieléctrico, agregar otro medio a la estructura o cambiar el grosor de dicha placa. Dicho de una manera más amplia, la introducción deliberada de una singularidad que altere la periodicidad del cristal. En cualquier caso, el significado de la palabra defecto se obtendrá del contexto, ya que si estamos hablando de procesos de fabricación, seguramente nos estemos refiriendo a pequeñas deformaciones indeseadas de las estructuras fabricadas. En la Fig. 6 se muestra un esquema de un CF1D con defectos. El sistema consiste en un arreglo de dos placas dieléctricas con diferentes índices de refracción, en donde se ha formado un defecto en el medio ensanchando a una de las placas dieléctricas (color verde) perdiendo así la periodicidad del CF1D.

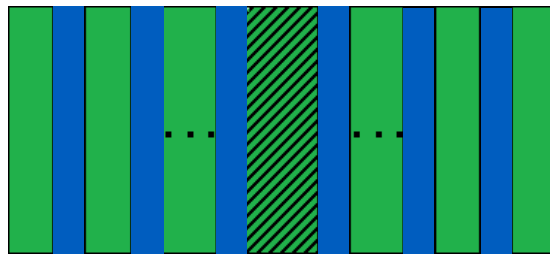


Figura 6. CF1D con un defecto en el medio (ensanchando a una de las placas dieléctricas).

Así, la introducción de un defecto en el CF puede permitir la aparición de un modo localizado en su entorno con una frecuencia que pertenece al PBG (Sakoda, 2001; Joannopoulos *et al.*, 2008). Será un modo permitido en la zona del defecto pero no en el resto de la estructura que lo rodea, y esto se representan mediante picos

de transmisión resonante dentro del PBG debido al cambio del comportamiento de interferencia de la luz. Esto permite controlar la propagación de la luz a través de los CFs. Esta nueva propiedad puede usarse en algunas aplicaciones prácticas como en los filtros ópticos (Eugene, 2002), láseres de bajo umbral (Postigo *et al.*, 2006), en los diodos emisores de luz (Arafa y Hussien, 2011), entre otros. Actualmente existe muchos trabajos de investigación o publicaciones relacionados con los CF1Ds con defectos, y la mayoría de ellos se basan en las estructuras multicapas, entre las que podemos citar por ejemplo, CF1D defectuoso que contiene un defecto de metamaterial semiconductor (Meng-Ru *et al.*, 2014), CF1D defectuoso que contiene nanocapas de grafeno (Yizhe *et al.*, 2017), CF1D con variaciones de la longitud del defecto ubicado en el centro del mismo (Suárez-Forero y Ramírez, 2015), entre otros. En nuestro caso vamos a trabajar con una guía de ondas de CF1D (PCW1D⁵), donde los defectos consisten en quitar inclusiones en distintas posiciones de materiales conductores. En la siguiente sección se da una descripción de la interacción de la luz y la materia, ya que nuestro problema implica un tratamiento con los conductores reales.

II.5. Propagación de la luz en la materia

El campo de los Cristales Fotónicos puede ser considerado como una mezcla entre la física de estado sólido y la teoría electromagnética: las estructuras cristalinas forman parte de la física de estado sólido, pero en los CFs los electrones son sustituidos por ondas electromagnéticas. Es por esto que muchas de las propiedades ópticas de los sólidos se puede entender sobre la base de la teoría electromagnética clásica. Así, en la presente sección se aplica la teoría de Maxwell macroscópica a la propagación de la luz a través de sólidos, en especial para metales.

⁵Por sus siglas en inglés, Photonic Crystal Waveguide one-dimensional.

II.5.1. Campos macroscópicos y ecuaciones de Maxwell

Todos los problemas sobre electromagnetismo, siempre que nos mantengamos en una situación macroscópica como es el caso de la propagación de la luz a través de un CF, pueden tratarse a través de las ecuaciones de Maxwell,

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \mu_0 \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + \mathbf{J}, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = -\frac{1}{\varepsilon_0} \nabla \cdot \mathbf{P} + \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = -\nabla \cdot \mathbf{M}, \quad (4)$$

donde \mathbf{E} y \mathbf{H} son los campos eléctricos y magnéticos respectivamente, \mathbf{M} y \mathbf{P} son la magnetización y la polarización respectivamente. Por otro lado, la respuesta de los electrones de conducción al campo eléctrico está dada por $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ (ley de Ohm) siendo σ la conductividad. Además, las relaciones constitutivas escritas como

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad \text{y} \quad \mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}), \quad (5)$$

describen la respuesta total de las cargas ligadas al campo electromagnético.

En nuestro estudio de la propagación de la luz a través de la materia nos ocuparemos únicamente en los medios no magnéticos y eléctricamente neutros. Por tanto, \mathbf{M} y ρ se toman igual a cero. Así, las ecuaciones de Maxwell, expresadas por las Ecs. (1) a (4), se reducen a:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (6)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + \mathbf{J}, \quad (7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = -\frac{1}{\varepsilon_0} \nabla \cdot \mathbf{P}, \quad (8)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0. \quad (9)$$

Tomando el rotacional de la Ec. (6) y la derivada respecto al tiempo de la Ec. (7) para eliminar \mathbf{H} , obtenemos la ecuación de onda para el campo eléctrico,

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = -\mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t}. \quad (10)$$

Los términos del lado derecho de la ecuación anterior se llaman términos fuente. Se derivan de la presencia de las cargas de polarización y de conducción, respectivamente, dentro del medio. La manera en la que la propagación de la luz se ve afectada por los términos fuentes está incluida. En caso de tratarse de medios no conductores el término $-\mu_0 \partial^2 \mathbf{P} / \partial t^2$ es de importancia, ya que conduce a una explicación de muchos efectos ópticos como: la dispersión, la doble refracción, por mencionar algunos. En el caso de los metales, el término de conducción $-\mu_0 \partial \mathbf{J} / \partial t$ es el importante. Las soluciones resultantes de la ecuación de onda explican la gran opacidad y alta reflectancia de los metales. Es por esto que consideraremos el caso de interacción de la luz con los medios conductores metálicos utilizando el Modelo de Drude.

II.5.2. Modelo de Drude

Las características esenciales de los metales se pueden describir teóricamente con el Modelo de Drude (Fowles, 1968). En este modelo, existe una frecuencia crítica llamada frecuencia de plasma, por debajo de la cual la permitividad eléctrica es negativa y en consecuencia la propagación de ondas electromagnéticas está prohibida. Por encima de la frecuencia de plasma la permitividad es positiva, el medio es transparente y permite la propagación de ondas electromagnéticas.

Para analizar los efectos del comportamiento de la luz a través de medios metálicos, nos interesa el término de conducción en la ecuación de onda sin el término de polarización. Debido a la inercia de los electrones de conducción, no podemos simplemente

hacer uso de $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ (ley de Ohm) para la densidad de corriente donde σ es la conductividad estática. Se debe considerar el movimiento real de los electrones bajo la acción del campo eléctrico alterno de la onda luminosa.

Puesto que los electrones de conducción no están ligados, no existe una fuerza restauradora. Por consiguiente, la ecuación diferencial del movimiento del electrón es de la forma:

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} + m\tau^{-1}\mathbf{v} = -e\mathbf{E}, \quad (11)$$

donde \mathbf{v} es la velocidad del electrón, $\tau = 1/\gamma \approx 10^{-4}$ s es el tiempo de relajación y m es la masa del electrón. Dado que la densidad de corriente es

$$\mathbf{J} = -Ne\mathbf{v}, \quad (12)$$

siendo N el número de electrones de conducción por unidad de volumen o densidad electrónica. Entonces la Ec. (11) se puede expresar en términos de \mathbf{J} como

$$\frac{d\mathbf{J}}{dt} + \gamma\mathbf{J} = \frac{Ne^2}{m}\mathbf{E}. \quad (13)$$

Ahora suponiendo que el campo eléctrico aplicado y la densidad de corriente de conducción están dadas por

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{-i\omega t} \quad \text{y} \quad \mathbf{J} = \mathbf{J}_0 e^{-i\omega t}, \quad (14)$$

que sustituyendo en la Ec. (13) se obtiene

$$\frac{d[\mathbf{J}_0 e^{-i\omega t}]}{dt} + \gamma\mathbf{J}_0 e^{-i\omega t} = -i\omega\mathbf{J}_0 e^{-i\omega t} + \gamma\mathbf{J}_0 e^{-i\omega t} = \frac{Ne^2}{m}\mathbf{E}_0 e^{-i\omega t} \quad (15)$$

y multiplicando por $e^{-i\omega t}$ tenemos

$$(-i\omega + \gamma)\mathbf{J} = \frac{Ne^2}{m}\mathbf{E}. \quad (16)$$

Para el caso de campos estáticos, $\omega = 0$, se tiene que

$$\mathbf{J} = \frac{Ne^2}{m\gamma}\mathbf{E} = \sigma\mathbf{E}, \quad (17)$$

donde

$$\sigma = \frac{Ne^2}{m\gamma} \quad (18)$$

que es la conductividad estática.

Ahora, para el caso general de un campo oscilante aplicado

$$\mathbf{J} = \left[\frac{\sigma}{1 - \frac{i\omega}{\gamma}} \right] \mathbf{E} = \sigma_\omega \mathbf{E}, \quad (19)$$

donde

$$\sigma_\omega = \frac{\sigma}{1 - \frac{i\omega}{\gamma}} \quad (20)$$

es la conductividad dinámica.

A frecuencias muy bajas $(\omega/\gamma) \ll 1$, la conductividad dinámica es puramente real y los electrones siguen el campo eléctrico. Para frecuencias muy altas $(\omega/\gamma) \gg 1$, $\mathbf{J} \approx i\sigma\mathbf{E} = (e^{i\frac{\pi}{2}})\sigma\mathbf{E}$ y la conductividad dinámica σ_ω es puramente imaginaria y las oscilaciones de los electrones tienen un desfase de $\pi/2$ con el campo aplicado.

Abordemos la propagación de ondas electromagnéticas en medios metálicos. Haciendo uso de la expresión dada en la Ec. (19) y que $c^2 = 1/\varepsilon_0\mu_0$ en la Ec. (10), se encuentra la ecuación de onda para metales es:

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \left[\frac{\sigma}{1 - \frac{i\omega}{\gamma}} \right] \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \quad (21)$$

Para resolver la ecuación anterior, se propone un campo eléctrico oscilante, $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)}$, que representa una onda plana. Sustituyendo directamente en la Ec. (21) se puede mostrar que ésta es una solución, siempre que

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} + i \left[\frac{\omega\mu_0\sigma}{1 - \frac{i\omega}{\gamma}} \right]. \quad (22)$$

Además por la forma de la ecuación anterior se puede considerar a $k = k(\omega)$ como una función de la frecuencia ω . Expresemos k en términos de la parte real e imaginaria

como $k(\omega) = k_R(\omega) + ik_I(\omega)$. Esto es equivalente a introducir un índice de refracción complejo $n(\omega) = n_R(\omega) + in_I(\omega)$, en términos de la relación de dispersión:

$$k(\omega) = \frac{\omega}{c}n(\omega). \quad (23)$$

En este capítulo y para las expresiones siguientes ya no se escribirá explícitamente la dependencia de ω que tiene k y n , por simplicidad en la escritura.

Índice de refracción de un metal

Considerando nuevamente el caso general descrito por la Ec. (22), obtenemos

$$n^2 = \frac{c^2}{\omega^2}k^2 = 1 + i \left[\frac{c^2\mu_0\sigma}{\omega(1 - i\frac{\omega}{\gamma})} \right] = 1 + i\frac{i\gamma}{i\gamma} \left[\frac{c^2\mu_0\sigma}{\omega(1 - i\frac{\omega}{\gamma})} \right] \quad (24)$$

$$\Rightarrow n^2 = 1 - \frac{c^2\mu_0\sigma\gamma}{\omega^2 + i\omega\gamma}, \quad (25)$$

de donde se define la “frecuencia de plasma” como:

$$\omega_p^2 = c^2\mu_0\sigma\gamma = \gamma \left(\frac{Ne^2}{m\gamma} \right) c^2\mu_0 = \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0}. \quad (26)$$

Así, el índice de refracción del medio conductor está dado por

$$n^2 = 1 - \left[\frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\omega\gamma} \right], \quad (27)$$

donde $\omega_p = \sqrt{\frac{Ne^2}{m\varepsilon_0}}$ es la frecuencia de plasma.

Existe una longitud de onda llamada crítica λ_c (o longitud de onda de oscilación de plasma) y es aquella en la que por debajo de ella los metales alcalinos se vuelven transparentes, y por encima de la cual son opacos y altamente reflectantes. Esta longitud de onda está dada por

$$\lambda_c = \lambda_p = \frac{2\pi c}{\omega_p}. \quad (28)$$

Analizando la expresión del índice de refracción para frecuencias altas ($\omega \gg \gamma$), se tiene que

$$n^2 \approx 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad (29)$$

donde hemos despreciado el término de γ .

Considerando que $\varepsilon(\omega) = n(\omega)^2$ y haciendo uso de la Ec. (22), tenemos que la función dieléctrica para medios conductores está dada por

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_R(\omega) + i\varepsilon_I(\omega) = n(\omega)^2 = \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2}\right) + i \left(\frac{\omega_p^2 \gamma}{\omega^3 + \omega \gamma^2}\right).$$

Observamos que ya no es constante y que depende de la frecuencia de la radiación que se utiliza para iluminar el material.

- Para un caso particular, la función dieléctrica en $\omega \approx \omega_{visible}$, esto es cuando

$$\omega \gg \gamma,$$

$$\varepsilon(\omega) = \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right) + i \left(\frac{\omega_p^2}{\omega^2/\gamma}\right).$$

Profundidad de piel (Skin Depth) a bajas frecuencias

Consideramos el caso en el que k^2 es suficientemente pequeño, es decir, dado por

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} + i \left[\frac{\omega \mu_0 \sigma}{1 - i \frac{\omega}{\gamma}} \right] \cong i \omega \mu_0 \sigma = \exp\left(i \frac{\pi}{2}\right) \omega \mu_0 \sigma. \quad (30)$$

Entonces,

$$\begin{aligned} k &\cong \sqrt{\exp\left(i \frac{\pi}{2}\right) \omega \mu_0 \sigma} = \exp\left(i \frac{\pi}{4}\right) \sqrt{\omega \mu_0 \sigma} \\ &= \left[\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \right] \sqrt{\omega \mu_0 \sigma} = (1 + i) \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \sigma}{2}}. \end{aligned} \quad (31)$$

Por lo tanto, la parte real e imaginaria de k son iguales,

$$k_R = k_I = \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \sigma}{2}}, \quad (32)$$

implicando que

$$n_R = n_I = \left[\frac{c}{\omega} \right] k_{R,I} = \sqrt{\frac{c^2 \mu_0 \sigma}{2\omega}} = \sqrt{\frac{\sigma}{2\omega \varepsilon_0}}. \quad (33)$$

De este modo, un metal, para una onda que se propaga en la dirección z , el campo eléctrico propagado está dado por:

$$\begin{aligned} E &= E_0 \exp(ikz) = E_0 \exp(-k_I z) \exp[i(k_R z - \omega t)] \\ &= E_0 \exp\left(-\frac{z}{d}\right) \exp[i(k_R z - \omega t)], \end{aligned} \quad (34)$$

en donde d es la llamada profundidad de piel dada por

$$d = \frac{1}{k_I} = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \sigma}} = \sqrt{\frac{2 \varepsilon_0 c^2}{\omega \sigma}}. \quad (35)$$

II.6. Aplicaciones de los CFs

Como se ha visto, los Cristales Fotónicos presentan unas propiedades interesantes, que los convierte en muy buenos candidatos para realizar dispositivos optoelectrónicos y por lo tanto, complementar, combinarse o incluso llegar a sustituir en el futuro a los actuales circuitos microelectrónicos. A continuación se mencionan algunas aplicaciones.

Lentes Antirreflejantes

Los CF1Ds tienen aplicaciones muy prácticas en la vida cotidiana, como por ejemplo, el recubrimiento en la parte superior de las lentes que reduce la cantidad de reflexión (Ushida *et al.*, 2003). Estos lentes son conocidos comúnmente como recubrimientos antirreflectantes, recubrimientos AR o revestimientos antideslumbrantes (ver Fig. 7).

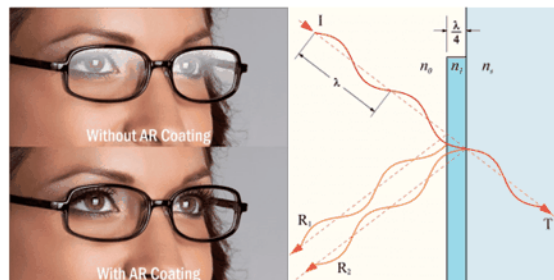


Figura 7. Lente antirreflejante con CF.

En la actualidad, el recubrimiento promedio de AR en las lentes puede disminuir drásticamente los reflejos y alcanzar el 99.5% del espectro visible transmitido.

Fibras ópticas

Un ejemplo de CF2D es la PCF. Son fibras microestructuradas con distribución periódica de agujeros de aire en la región de revestimiento (Broeng *et al.*, 1988). Estos agujeros de aire pueden ser infiltrados con líquidos o gases (ver Fig. 8(a)). Las fibras ópticas, que se utilizan principalmente en sistemas de telecomunicaciones, son filamentos delgados y flexibles fabricados de materiales dieléctricos como vidrio o polímero. Así, la PCF es una nueva variante de la fibra óptica, que resulta ser más rápida y eficiente en la transmisión de la luz. La investigación de PCFs comenzó con los primeros experimentos, que demostraron que la luz puede ser guiada por una PCF, primeramente, por reflexión total interna y después por el efecto de la banda prohibida en el CF. Para guiar luz a través de un CF2D basta crear un “defecto”, que sirve precisamente de camino para confinar la luz que no puede penetrar en el resto del cristal. En el caso de las fibras, el CF juega el papel del recubrimiento, mientras que el defecto constituye el núcleo. Si uno hace un corte transversal de la fibra se aprecia la estructura periódica que rodea al defecto (ver Fig. 8(b)).

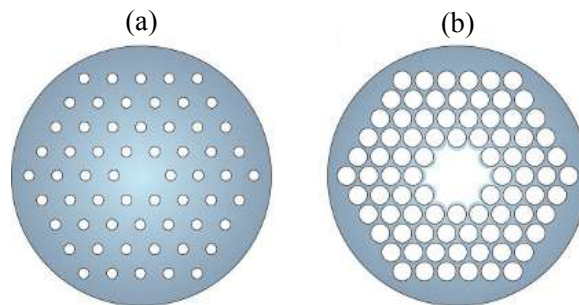


Figura 8. Corte transversal de dos tipos de PCF. (a) Fibra monomodo con núcleo de silicato rodeado de un recubrimiento de CF. El mecanismo de guía es reflexión total interna modificada. (b) Fibra de núcleo hueco, la luz es guiada en aire y confinada por una banda prohibida del recubrimiento de CF2D hecho de vidrio-aire.

Biosensores

En el campo de la medicina una palabra clave que ha de tenerse en cuenta es el Biosensor, que constituye una de las principales aplicaciones de los CFs (Lechuga, 2010). Con ello se dice que los CFs fueron descubiertos como una posible solución para el control de la emisión espontánea y la emisión de la luz, de ahí que las aplicaciones de alto impacto tecnológico hasta el momento, son los láseres de cristal fotónico y las guías de onda de dimensiones submicrónicas. Sin embargo, los biosensores, permiten identificar cambios patológicos dentro de una célula individual, comprendiendo el funcionamiento de la división celular, la apoptosis, funcionamiento de las nanomáquinas biológicas, entre otras aplicaciones. Así, la medicina será sin duda la gran beneficiaria de la nanotecnología, donde la nanofotónica está contribuyendo a rastrear moléculas a través de detectores en bajísimas concentraciones, de cuya presencia se infieren, por ejemplo, determinadas patologías. De los biosensores (ver Fig. 9) desarrollados, se encuentra un nanosensor para la detección directa de proteínas y del ADN conformado por una fibra óptica muy afilada que no daña la pared celular y permite el registro de su actividad a través de la interacción del campo evanescente de la luz que circula por la fibra previamente biofuncionalizada.

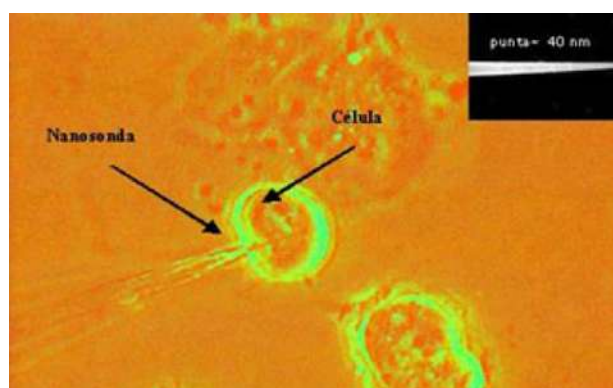


Figura 9. Medida de la actividad metabólica de una única célula mediante una nanosonda fotónica.

Existen nanosensores que consisten en una fibra óptica muy afilada (su extremo final tiene sólo 30-50 nm) lo que le permite penetrar a través de la membrana celular sin causar ningún daño y sin alterar el funcionamiento normal de la célula (Lechuga, 2010).

Láseres de CF

Otra aplicación destacable de los Cristales Fotónicos puede darse en los láseres. Los láseres de CF de bajo umbral se realizan en nano o microcavidades que se fabrican a partir de defectos en estructuras de CF (Postigo *et al.*, 2006) (ver Fig. 10). Estas cavidades permiten aislar o localizar la emisión de la luz en regiones específicas y para valores determinados de la frecuencia.

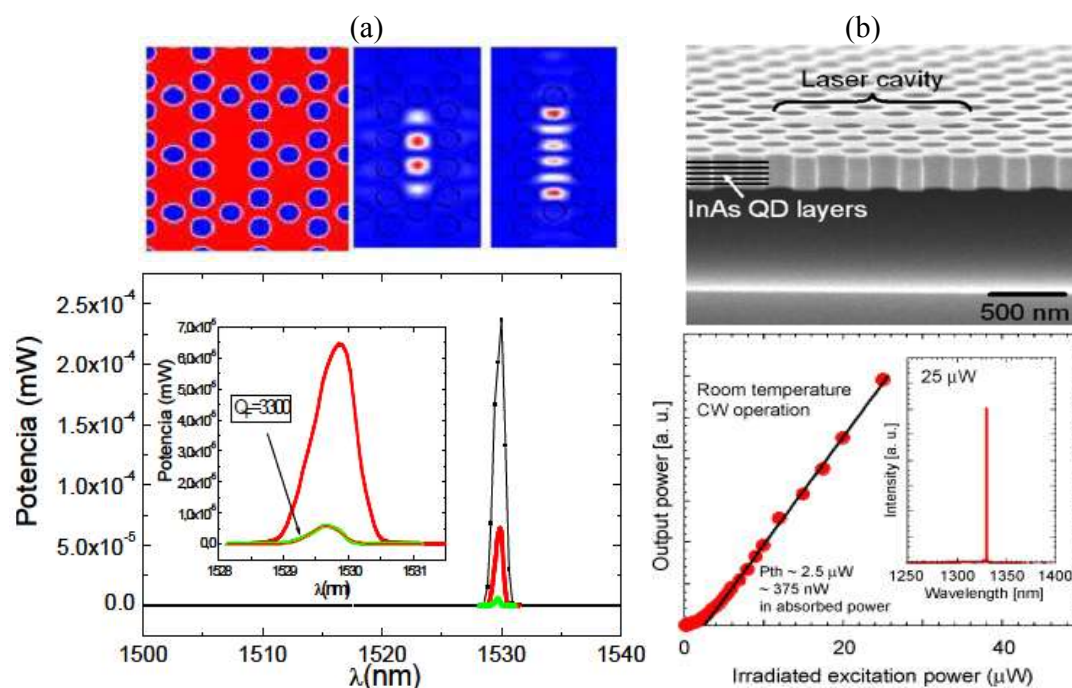


Figura 10. Láseres de CF. (a) Curva de potencia de una microcavidad fotónica. En la parte superior se muestra la microcavidad y el modo de emisión calculado. (b) Imagen de microscopía electrónica de barrido de una nanocavidad fotónica y su correspondiente curva de potencia.

Se han realizado diversos tipos de emisores láser: emisores basados en nanocavi-

dades, o microcavidades en redes triangulares con simetría de fase Suzuki y anillos resonadores con nanocavidades en las esquinas. Las redes de fase Suzuki poseen una estructura de bandas fotónicas muy particular que presenta bandas muy planas en el espacio recíproco que favorecen la interacción luz-materia debido a la baja velocidad de grupo en diferentes puntos de la red recíproca. Por otro lado, los resonadores en anillo poseen la particularidad de la emisión estimulada mediante modos diferentes. Finalmente, el emisor láser emite luz en $1.5 \mu\text{m}$ desde una región espacial de tamaño muy reducido (unos 450 nm de diámetro) formada por la ausencia de un nanoagujero, formando así un auténtico nanoemisor o nanofuente láser.

Multiplexor de CF

En telecomunicaciones, la multiplexación por división de longitud de onda es una tecnología que permite transmitir varias señales independientes sobre una sola fibra óptica mediante portadoras ópticas de diferentes longitudes de onda, usando luz procedente de un láser. Los CFs se pueden usar para multiplexar señales ópticas (Shaari y Adnan, 2010), mediante la propagación de ondas electromagnéticas en CFs con defectos; que permite guiar las ondas incidentes con distintas longitudes de onda a una sola trayectoria o camino.

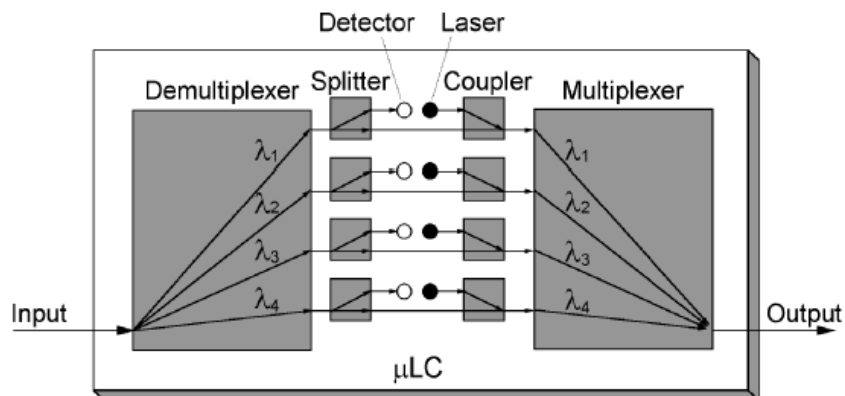


Figura 11. Esquema de un multiplexor de CF.

Capítulo III

DESCRIPCIÓN TEÓRICA DE LOS MÉTODOS NUMÉRICOS

En este capítulo se presenta una descripción de un método numérico conocido como el Método de la Ecuación Integral, que permite modelar la interacción de la luz en un CF. Vamos a aplicar este método, en particular para calcular la respuesta óptica (reflectancia R) de una PCW1D de tamaño finito. Además, se deriva otra técnica conocida como Condición a la Frontera de Impedancia, la cual es aplicable al problema de esparcimiento para el estudio de las guías de ondas de conductor real.

III.1. Método de la Ecuación Integral

A continuación, describiremos un método para calcular la respuesta electromagnética de una PCW1D finito. Consideraremos que la PCW está compuesta por superficies planas paralelas u onduladas con un arreglo periódico de inclusiones circulares de materiales conductores. El Método de la Ecuación Integral está basado en la solución numérica de la ecuación de Helmholtz usando ecuaciones integrales (Mendoza-Suaréz *et al.*, 2006). El método parte del segundo teorema integral de Green permitiendo obtener un par de ecuaciones integrales acopladas que involucran, como incógnitas el modo del campo y su

derivada normal evaluados en las fronteras o superficies involucradas. La discretización del sistema resulta en una ecuación matricial homogénea cuya solución determina las funciones fuente, con las que se calcula la estructura de bandas (caso infinito) o la respuesta óptica del sistema (caso finito). Una vez calculadas las funciones nos permite modelar la propagación de ondas electromagnéticas a través de sistemas periódicos finitos, calculando la reflectancia de una PCW que es nuestro interés.

Como ya mencionamos anteriormente, para nuestro estudio consideraremos el caso de una guía de onda finita y a continuación daremos la descripción del método.

III.1.1. Guía de ondas de cristal fotónico finita

Para este estudio, vamos a considerar una guía de ondas de cristal fotónico finita que es iluminada por un campo incidente. El sistema está formado por dos placas paralelas y un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas circulares que se considera como un sistema de M cuerpos como se ve en la Fig. (12). La región 0 se caracteriza por un índice de refracción $n_0(\omega) = \sqrt{\varepsilon_0(\omega)}$ y las regiones desde 1 hasta M están definidas por las curvas C_j y se caracterizan por los correspondientes índices de refracción $n_j(\omega) = \sqrt{\mu_j(\omega)\varepsilon_j(\omega)}$ que involucran las propiedades de los materiales que se dan en términos de la permeabilidad magnética $\mu_j(\omega)$ y de la permitividad eléctrica $\varepsilon_j(\omega)$.

Es importante mencionar que el método integral será descrito de manera breve, pero si el lector desea conocer el desarrollo detalladamente puede consultarse la Ref. (Pérez *et al.*, 2009).

III.1.2. Campos electromagnéticos

Para iniciar con el método integral vamos a obtener la ecuación de onda para nuestro sistema propuesto. Consideremos medios sin cargas ni corrientes $\rho = 0$ y $\mathbf{J} = 0$,

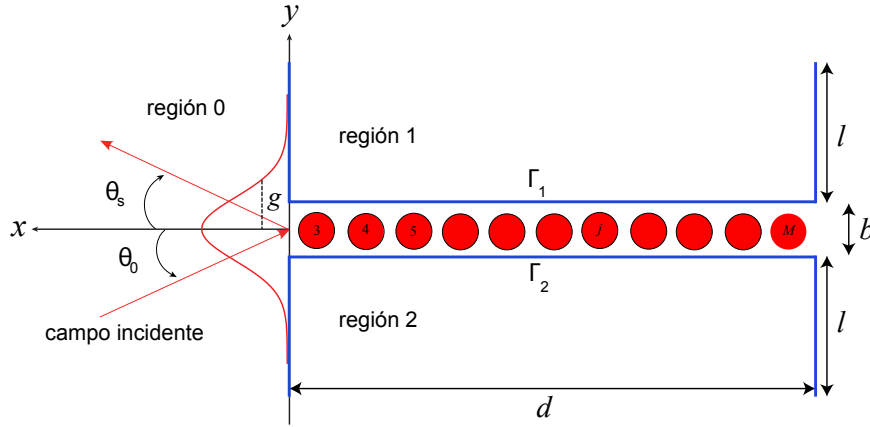


Figura 12. Esquema de una PCW conductora de anchura l , longitud d y un arreglo periódico de inclusiones circulares. La longitud del sistema en la dirección y es $L_y = 2l + b$.

cuyas propiedades del material dadas por la permitividad eléctrica $\varepsilon(\omega)$ y permeabilidad magnética $\mu(\omega)$ en general dependerán de la frecuencia ω . Asumiremos además, que la amplitud de los campos es lo suficientemente baja como para no exceder el régimen lineal.

Así, de las ecuaciones de Maxwell descritas en las Ecs. (1) al (4), tenemos que las ecuaciones de onda para los campos eléctrico y magnético respectivamente son:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu(\omega)\varepsilon(\omega) \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0, \quad (36)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \mu(\omega)\varepsilon(\omega) \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0, \quad (37)$$

siendo el $\mu(\omega)\varepsilon(\omega) = 1/(v(\omega))^2$, donde $v(\omega)$ es la velocidad de la onda en el medio que depende de la frecuencia ω .

Como las ecuaciones de onda son lineales, podemos separar la dependencia temporal de la dependencia espacial de los campos electromagnéticos. Así los campos los podemos expresar como:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = [0, \Psi(\mathbf{r}), 0] \exp(-i\omega t). \quad (38)$$

En esta expresión $\mathbf{r} = (x, y)$ es el vector de posición del punto de observación en el plano XY y $\Psi(\mathbf{r})$ una función escalar que representa a $E_z(x, y)$ (la tercer componente

del campo eléctrico) para el caso de la polarización s o Transversal Eléctrica TE, en la que el campo eléctrico es perpendicular al plano de incidencia y a $H_z(x, y)$ (la tercer componente del campo magnético) para el caso de la polarización p o Transversal Magnética (TM, en la que el campo magnético es perpendicular al plano de incidencia). Esto permite transformar a las ecuaciones de onda de los campos eléctrico y magnético como la ecuación de Helmholtz,

$$\nabla^2 \Psi(\mathbf{r}) + k_p^2 \Psi(\mathbf{r}) = 0, \quad (39)$$

siendo k_p la magnitud del vector de onda y $\Psi(\mathbf{r})$ representa al campo eléctrico E_z y el campo magnético H_z . Para estudiar nuestro sistemas propuesto, la ecuación de Helmholtz la podemos reescribir como

$$\nabla^2 \Psi^j(\mathbf{r}) + k_j^2 \Psi^j(\mathbf{r}) = 0, \quad (40)$$

donde la región 0 corresponde a $j = 0$, y las regiones de inclusión corresponde a $j = 1, 2, \dots, M$.

III.1.3. Función de Green para la ecuación de Helmholtz

Para resolver la Ec. (40) consideramos una función de Green $G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$, como la solución de la ecuación

$$\nabla^2 G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + k_j^2 G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = 4\pi \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (41)$$

donde $G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ representa el propagador del campo debido a una fuente de luz puntual que emite a la frecuencia ω en la posición \mathbf{r}' y correspondiente a cada medio. La $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ es la delta de Dirac. Una función de Green que es solución de la Ec. (41) está dada por

$$G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = i\pi H_0^{(1)}(k_j |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|), \quad (42)$$

siendo $H_0^{(1)}(z)$ la función de Hankel de primera clase y de orden cero. Esta función de Green para el vacío satisface una condición de radiación, mientras que para el interior del j -ésimo cuerpo satisface una condición de absorción.

III.1.4. Representación integral de la ecuación de Helmholtz

Como punto de partida para la derivación de una expresión para el campo esparcido, se usa el segundo teorema integral de Green (Jackson, 1999), que establece que

$$\int_V (u \nabla^2 v - v \nabla^2 u) d^3x = \int_S \left(u \frac{\partial v}{\partial n} - v \frac{\partial u}{\partial n} \right) d^2x, \quad (43)$$

donde $u(x)$ y $v(x)$ son campos escalares arbitrarios definidos en un volumen V rodeado por una superficie cerrada S , y $\partial/\partial n$ es la derivada a lo largo de la normal a la superficie dirigida hacia afuera del volumen V .

Así, haciendo uso de la Ec. (43) para las funciones $\Psi^j(\mathbf{r})$ y $G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ correspondientes a la región 0. Además, usando las Ecs. (40) y (41) se obtiene el campo en la región 0 de la siguiente manera

$$\Psi^{(0)}(\mathbf{r}) = \Psi_{inc}^{(0)}(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^M \int_{\Gamma_j} \left[\frac{G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} \Psi^j(\mathbf{r}) - G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \Psi^j(\mathbf{r})}{\partial n} \right] ds. \quad (44)$$

En esta expresión, $\Psi_{inc}^{(0)}(\mathbf{r})$ representa el campo incidente y la suma de las integrales representa el campo esparcido.

Siguiendo los mismos pasos, para la j -ésima región (inclusiones), el campo $\Psi^{(j)}(\mathbf{r})$ puede expresarse como

$$\Psi^{(j)}(\mathbf{r}) \theta_j(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Gamma_j} \left[\frac{G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} \Psi^j(\mathbf{r}) - G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \Psi^j(\mathbf{r})}{\partial n} \right] ds, \quad (45)$$

donde $\theta_j(\mathbf{r})$ es una función cuyo valor es: uno para todos los puntos del medio j -ésimo y cero en otro caso. Las Ecs. (44) y (45) forman un sistema de ecuaciones integrales con las que se puede obtener el campo total en el medio de incidencia y de esparcimiento.

Para calcular el campo esparcido usando el segundo término del lado derecho de la Ec. (44), es necesario encontrar una forma de obtener las funciones fuente a partir de las ecuaciones integrales. Para esto, se hace una aproximación del punto de observación en la región 0 a la superficie de la región j . Por tanto, se obtienen las siguientes ecuaciones integrales acopladas

$$\Psi^{(0)}(\mathbf{r}) = \Psi_{inc}^{(0)}(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^M \int_{\Gamma_j} \left[\frac{G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} \Psi^j(\mathbf{r}) - G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \Psi^j(\mathbf{r})}{\partial n} \right] ds. \quad (46)$$

$$0 = \frac{1}{4\pi} \int_{\Gamma_j} \left[\frac{G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} \Psi^j(\mathbf{r}) - \frac{f_j}{f_0} G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \Psi^j(\mathbf{r})}{\partial n} \right] ds, \quad (47)$$

donde δ_{ij} es la delta de Kronecker y $G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ está dada por la Ec. (42), con $i = 1$ hasta M y las expresiones $f_{0,j} = \varepsilon_{0,j}(\omega)$ para la polarización TE y $f_{0,j} = 1, \mu_{0,j}(\omega)$ para la polarización TM, dependiendo de que material sea el j -ésimo medio.

III.1.5. Discretización de las ecuaciones integrales

En esta parte sólo mostraremos las expresiones importantes, y los detalles de la discretización de las ecuaciones integrales y su conversión en ecuaciones matriciales se pueden consultar en (Pérez *et al.*, 2009; Centeno, 2014).

Las Ecs. (46) y (47) constituyen un conjunto de $2M$ ecuaciones integrales inhomogéneas acopladas que pueden ser resueltas numéricamente para obtener los valores límite del campo $\Psi^0(\mathbf{r})$ y su derivada normal $\frac{\partial \Psi^0(\mathbf{r})}{\partial n}$ sobre la superficie de los cuerpos esparcidos.

Las ecuaciones integrales (46) y (47), pueden ser escritas de la siguiente manera:

$$\Psi^{(0)}(\mathbf{r}) = \Psi_{inc}^{(0)}(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^M \int_{\Gamma_j} \left[N_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \Psi^j(\mathbf{r}) - L_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \Psi^j(\mathbf{r})}{\partial n} \right] ds. \quad (48)$$

$$0 = \frac{1}{4\pi} \int_{\Gamma_j} \left[N_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \Psi^j(\mathbf{r}) - \frac{f_j}{f_0} L_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \Psi^j(\mathbf{r})}{\partial n} \right] ds, \quad (49)$$

Debido a que no es posible resolver de manera analítica el sistema de ecuaciones integrales acopladas, representadas por las Ecs. (46) y (47), es necesario recurrir a un método numérico. Para esto es necesario convertir las ecuaciones antes mencionadas a ecuaciones matriciales, usando una aproximación de rectángulos para evaluar las integrales en intervalos pequeños. Bajo estas consideraciones, las Ecs. (48) y (49) se transforman respectivamente en las siguientes ecuaciones matriciales:

$$\Psi^{(0)}(\mathbf{r}) = \Psi_{inc}^{(0)}(\mathbf{r}) + \sum_j \sum_n N_{mn}^j \Psi^j(\mathbf{r}) - L_{mn}^j \frac{\partial \Psi^j(\mathbf{r})}{\partial n} \quad (50)$$

$$\sum_n \left[N_{mn}^j \Psi^j(\mathbf{r}) - \frac{f_j}{f_0} L_{mn}^j \frac{\partial \Psi^j(\mathbf{r})}{\partial n} \right] = 0 \quad (51)$$

donde N_{mn}^j y L_{mn}^j son los elementos de la matriz. Haciendo los cálculos correspondientes a estos (para más detalles de su deducción ver la Ref. Centeno (2014)), se llega a que los elementos de la matriz del sistema formado por las Ecs. (46) y (47) están dados por las expresiones:

$$\begin{aligned} L_{mn}^{(j)} &= \frac{i\Delta s}{4} H_0^{(1)}(k_j R_{mn})(1 - \delta_{mn}) + \left[\frac{i\Delta s}{4} H_0^{(1)} \left(k_j \frac{\Delta s}{2e} \right) \right] \delta_{mn}, \\ N_{mn}^{(j)} &= \frac{i\Delta s}{4} k_j H_1^{(1)}(k_j R_{mn}) \hat{\mathbf{n}}_n \cdot \frac{\mathbf{R}_{mn}}{R_{mn}} (1 - \delta_{mn}) + \left[\frac{1}{2} + \frac{\Delta s}{4\pi} \hat{\mathbf{n}}_n \cdot \hat{\mathbf{t}}'_n \right] \delta_{mn}. \end{aligned} \quad (52)$$

De esta manera, con los elementos de las matrices $L_{mn}^{(j)}$ y $N_{mn}^{(j)}$ podemos calcular las funciones fuente $\Psi^j(\mathbf{r})$ y $\frac{\partial \Psi^j(\mathbf{r})}{\partial n}$ que aparecen en las Ecs. (46) y (47), respectivamente.

Para cuerpos perfectamente conductores el problema se simplifica considerablemente, debido a que una de las condiciones de frontera es cero. Es decir, para la polarización s la función $\Psi^j(\mathbf{r}) = 0$ y para la polarización p la función $\frac{\partial \Psi^j(\mathbf{r})}{\partial n} = 0$.

Para el caso de sistemas infinitos, siguiendo un procedimiento similar (consultar la ref. Mendoza-Suaréz *et al.* (2006)) se llega aun sistema lineal de ecuaciones de la forma $M(\omega)F(\omega) = 0$, ya que no existe una fuente (onda incidente). El sistema de ecuaciones tiene una matriz representativa M , que depende de la frecuencia ω y el vector de Bloch

k . Dado que el sistema es homogéneo, una solución no trivial puede obtenerse si el determinante de tal matriz es cero. Para determinar las frecuencias ω , definimos la función

$$D(k, \omega) = \ln |\det(M)|, \quad (53)$$

que numéricamente presenta puntos mínimos locales que nos darán la relación de dispersión numérica $\omega = \omega(k)$ que determina la estructura de bandas.

Cabe mencionarse que no se describe el método integral para el caso de sistemas infinitos, ya que la parte importante de este trabajo es para el caso finito. Se presentan resultados del caso infinito solamente para corroborar algunos resultados de nuestro problema de interés. Sin embargo, el lector puede consultar los detalles del método integral en la Ref. (Mendoza-Suaréz *et al.*, 2006).

III.1.6. El Campo Incidente

Para tratar el problema de la propagación de la luz a través de una guía de ondas con el método previamente descrito es necesario hacer ciertas consideraciones. Como el tamaño del sistema es finito, para evitar efectos de borde se ilumina con un haz gaussiano angosto cuya intersección con el plano de la guía de ondas tiene anchura media g . Este parámetro debe ser menor que la longitud total del sistema $L_y = 2l + b$, pero mucho más grande que la anchura de la abertura b (ver Fig. 12). Con estas consideraciones, el campo incidente se puede expresar en términos de su espectro angular,

$$\Psi_{inc}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-n_0(\omega/c)}^{n_0(\omega/c)} A(q, k) \exp[iqx - \alpha_0(q)y] dq, \quad (54)$$

donde $\alpha_0(q) = [(n_0(\omega/c))^2 - q^2]^{1/2}$, con $\text{Re}\{\alpha_0(q)\} > 0$ y $\text{Im}\{\alpha_0(q)\} > 0$. En nuestro caso elegimos

$$A(q, k) = \Psi_0 \sqrt{\pi} \exp[-g^2(q - k)/4 + i\alpha_0(q)d], \quad (55)$$

siendo Ψ_0 una constante con unidades apropiadas.

Con este campo incidente podemos encontrar la potencia incidente total a través del plano $L_y L_z$, donde L_z es la longitud en la dirección z . Para esto, se emplea el vector de Poynting \mathbf{S} , que proporciona la dirección y la magnitud del flujo de energía por unidad de tiempo, que está dado por

$$\mathbf{S} = \frac{c}{8\pi} \mathbf{E} \times \mathbf{H}^*. \quad (56)$$

La parte real de esta expresión proporciona una medida de la irradiancia, o flujo de energía promedio por unidad de tiempo. Para el caso de polarización TE, de la ecuación anterior se tiene que la componente del vector de Poynting a lo largo del eje y es

$$S_y = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re}\{H_x^* E_z\}, \quad (57)$$

o bien, en términos del campo eléctrico,

$$S_y = \frac{c^2}{8\pi\omega} \operatorname{Re} \partial E_z \left\{ -i E_z \frac{\partial E_z}{\partial y} \right\}. \quad (58)$$

Para el caso de la polarización TM, la componente del vector de Poynting es

$$S_y = \frac{c^2}{8\pi\omega\varepsilon} \operatorname{Re} \left\{ -i H_z^* \frac{\partial H_z}{\partial y} \right\}. \quad (59)$$

Por consiguiente, la potencia incidente total es

$$P_{inc}(k) = L_z \sqrt{\frac{\pi}{2}} g\alpha_0(k) \frac{c^2}{8\pi\varepsilon\omega} |\Psi_0|^2 = L_z \sqrt{\frac{\pi}{2}} g\alpha_0(k) \frac{c^2}{8\pi\omega}, \quad (60)$$

donde se ha supuesto que $(\omega/c) \gg 1$.

III.1.7. El Campo Esparcido

El campo esparcido está representado por el segundo término del lado derecho de la Ec. (46). Partiendo de esta ecuación se puede obtener una expresión para los campos reflejado y transmitido en términos del espectro angular. Para esto, se usa una expansión

en términos de ondas planas para la función de Green definida como

$$G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq}{2\pi\alpha_0(q)} \exp\{iq(x - x') + i\alpha_0(q)|y - y'|\}, \quad (61)$$

que nos permite encontrar el campo esparcido de la forma

$$\begin{aligned} \Psi_{sc}^{(0)}(\mathbf{r}) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq}{2\pi} \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^M \int_{\Gamma_j} \left[\frac{2\pi i}{\alpha_0(q)} [-i\mathbf{in} \cdot \mathbf{Q}] \Psi^{(0)}(s) - \frac{2\pi i}{\alpha_0(q)} \frac{\partial \Psi^{(0)}(s)}{\partial n} \right] \\ &\times \exp\{iq(x - x'(s)) + i\alpha_0(q)|y - y'(s)|\} ds, \end{aligned} \quad (62)$$

donde se ha definido como $\mathbf{Q} = (q, \pm\alpha_0(q))$.

Considerando nuestra geometría y la Ec. (62), para el espacio $x > d$, se tiene que el campo reflejado es

$$\Psi_{sc}^{(0)+}(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq}{2\pi} S^+(q, k) \exp\{iqx + i\alpha_0(q)y\}, \quad (63)$$

donde

$$S^+(q, k) = \frac{-i}{2\alpha_0(q)} \sum_{j=1}^M \int_{\Gamma_j} \left[i\mathbf{in} \cdot \mathbf{Q} \Psi_0(s) + \frac{\partial \Psi_0(s)}{\partial n} \right] \exp\{-i[qy'(s) - \alpha_0(q)x'(s)]\} ds$$

y para el espacio $x < 0$, el campo transmitido tiene la forma

$$\Psi_{sc}^{(0)-}(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq}{2\pi} S^-(q, k) \exp\{iqx - i\alpha_0(q)y\}, \quad (64)$$

con

$$S^-(q, k) = \frac{-i}{2\alpha_0(q)} \sum_{j=1}^M \int_{\Gamma_j} \left[i\mathbf{in} \cdot \mathbf{Q} \Psi_0(s) + \frac{\partial \Psi_0(s)}{\partial n} \right] \exp\{-i[qy'(s) - \alpha_0(q)x'(s)]\} ds.$$

De aquí que el campo total, para la región $x < 0$ sea

$$\Psi_{sc}^{(0)-}(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq}{2\pi} [A(q, k) + S^-(q, k)] \exp\{iqx - i\alpha_0(q)y\} \quad (65)$$

y para la región $x > d$ de la forma

$$\Psi_{tot}^{(0)+}(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq}{2\pi} S^+(q, k) \exp\{iqx - i\alpha_0(q)y\}, \quad (66)$$

donde

$$\begin{aligned} S^\pm(q, k) &= \frac{i}{2\alpha_0(q)} \sum_{j=1}^M \int_{\Gamma_j} \left\{ i[qx'(s) \pm \alpha_0(q)y'(s)]\Psi_0(s) - \frac{\partial\Psi_0(s)}{\partial n} \right\} \\ &\quad \times \exp\{-i[qy'(s) \pm \alpha_0(q)x'(s)]\} ds \end{aligned} \quad (67)$$

representa el espectro angular del campo esparcido.

Para el caso de transmisión, $S^-(q, k)$ y $q < n_0(\omega/c)$, las componentes del vector de onda son $q = n_0(\omega/c) \sin \theta_t$ y $\alpha_0(q) = n_0(\omega/c) \cos \theta_t$, mientras que para el caso de reflexión $S^+(q, k)$ y $q < n_0(\omega/c)$, $q = n_0(\omega/c) \sin \theta_r$ y $\alpha_0(q) = n_0(\omega/c) \cos \theta_r$ (ver Fig. 12).

Haciendo uso de las Ecs. (58), (59), (63) y (64), se obtiene la expresión para la *potencia esparcida*, en términos del espectro angular,

$$\begin{aligned} P_{sc}^\pm(k) &= \pm L_z \frac{c^2}{8\pi\omega\varepsilon} \int dx_1 \operatorname{Re} \int_{-n_0(\omega/c)}^{n_0(\omega/c)} \frac{dq}{2\pi} \int_{-n_0(\omega/c)}^{n_0(\omega/c)} \frac{dq'}{2\pi} \alpha_0(q) S^\pm(q, k) S^{\pm*}(q', k) \\ &\quad \times \exp\{i(q - q')x_1 \pm i(\alpha_0(q) - \alpha_0^*(q'))x_3\} \\ &= \pm L_z \frac{c^2}{8\pi\omega\varepsilon} \int_{-n_0(\omega/c)}^{n_0(\omega/c)} \frac{dq}{2\pi} \alpha_0(q) |S^\pm(q, k)|^2. \end{aligned} \quad (68)$$

Ahora, utilizando las Ecs. (60) y (68), el coeficiente de reflexión diferencial (DRC¹) puede ser expresado como

$$\left(\frac{\partial R}{\partial k} \right) = \frac{P_{sc}^\pm(k)}{P_{inc}(k_y)} = \pm \frac{1}{F(k)} \int_{-n_0(\omega/c)}^{n_0(\omega/c)} \frac{dq}{2\pi} \alpha_0(q) |S^\pm(q, k)|^2 \quad (69)$$

donde

$$F(k) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} g \alpha_0(k) |\Psi_0|^2. \quad (70)$$

¹Por sus siglas en inglés, Differential Reflection Coefficient.

Finalmente utilizando las Ecs. (60) y (68), se obtiene la Reflectancia R y la Transmitancia T respectivamente, como:

$$R(k) = \frac{P_{sc}^+(k)}{P_{inc}(k)} = \frac{1}{F(k)} \int_{-n_0(\omega/c)}^{n_0(\omega/c)} \frac{dq}{2\pi} \alpha_0(q) |S^+(q, k)|^2, \quad (71)$$

$$T(k) = \frac{P_{sc}^-(k)}{P_{inc}(k)} = \frac{1}{F(k)} \int_{-n_0(\omega/c)}^{n_0(\omega/c)} \frac{dq}{2\pi} \alpha_0(q) |A(q, k) + S^-(q, k)|^2. \quad (72)$$

Es importante mencionar, que el campo incidente aparece en la Ec. (72) porque el campo total en la región 0 es el resultado de la interferencia de los campos incidente y esparcido. Para el balance de la energía se debe tener que $R(k) + T(k) \leq 1$, donde la igualdad se debe cumplir para el caso de conductores perfectos.

III.2. Método de la Condición a la Frontera de Impedancia

Se presenta la técnica conocida como la condición a la Frontera de Impedancia (IBC²) para superficies unidimensionales, la cual permite el estudio de la difracción y esparcimiento de ondas electromagnéticas por una superficie conductora real. El problema teórico es simplificado notablemente si la superficie puede ser considerada como un material perfectamente conductor. En este caso, los campos no pueden penetrar a la superficie, y solamente el campo electromagnético en el medio incidente necesita ser tomado en consideración. Detalles adicionales sobre algunos aspectos del método pueden consultarse en (Mendoza-Suaréz y Pérez-Aguilar, 2016).

El uso de una condición a la frontera de impedancia elimina la necesidad de tomar en consideración al campo dentro de la superficie esparcidora, y retiene algunos de los

²Por sus siglas en inglés, Impedance Boundary Condition.

aspectos físicos importantes del problema. En el contexto de cálculos de esparcimiento, es conocido que la IBC representa una buena aproximación, para el caso de metales altamente reflejantes (Mendoza-Suárez, 1996).

En este trabajo requerimos tener una gran capacidad de cómputo para realizar las simulaciones numéricas, ya que nuestro problema involucra a resolver grandes sistemas de ecuaciones algebraicas. Es por esto que la condición a la frontera de impedancia nos da algunas ventajas. En primera, el uso de esta condición en el rango de infrarrojo nos puede dar un resultado con mejor aproximación que usando exclusivamente el método de Drude en el Método Integral. En segunda, el número de ecuaciones a resolver disminuye en forma importante (hasta en un 50%) y de esta manera se reduce el tiempo de cómputo en la resolución del problema.

La función de impedancia local, $Z(\mathbf{r})$, está definida por la relación

$$H_t(r) = \frac{E_t(\mathbf{r})}{Z(\mathbf{r})}, \quad (73)$$

donde $E_t(\mathbf{r})$ y $H_t(\mathbf{r})$ son las componentes tangenciales de los campos eléctrico y magnético, respectivamente. Aplicando las ecuaciones de Maxwell, las condiciones de frontera y la geometría bidimensional del sistema, obtenemos

$$\Phi(\mathbf{r}) = K(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}), \quad (74)$$

donde Ψ y Φ son el campo y su derivada normal, respectivamente. Con la finalidad de encontrar la denominada función $K(\mathbf{R})$, como una serie de potencias en términos de la profundidad de piel d de un metal, se define la siguiente transformación de coordenadas:

$$x_1 = \xi(s) - ud\eta'(s), \quad y \quad x_3 = \eta(s) + ud\xi'(s),$$

entre las variables (s, u) y (x_1, x_3) . Observamos de las dos ecuaciones anteriores que el parámetro d de la profundidad de piel es importante en la transformación. La transformación anterior proviene de representar el punto de observación \mathbf{r} como una suma del

vector \mathbf{R} que localiza al punto P del perfil con el vector $ud\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{R})$, que es proporcional al vector unitario $\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{R})$. Esto es

$$\mathbf{r} = \mathbf{R} + ud\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{R}). \quad (75)$$

De la ecuación anterior observamos que ud mide el grado de alejamiento entre el punto de observación y la superficie. Con estas consideraciones, damos los cinco primeros términos de la serie de potencias que representa la función de impedancia:

$$\begin{aligned} K(s) = & d^{-1} + \frac{1}{2\xi'} [\eta''] (d)^0 + \frac{1}{8(\xi')^2} [(\eta'')^2] (d)^1 + \\ & \frac{1}{8(\xi')^3} [(\xi')^2 \eta'''' + 3\eta' \eta'' \eta''' + 2(\eta'')^3 + 3(\xi'')^2 \eta''] (d)^2 \\ & - \frac{1}{8(\xi')^4} \left[\frac{7}{2} (\xi')^2 \eta'' \eta'''' + 3(\xi')^2 (\eta''')^2 + \frac{33}{2} \eta' (\eta'')^2 \eta''' \right. \\ & \left. + \frac{81}{16} (\eta'')^4 + \frac{27}{2} (\xi'')^2 (\eta'')^2 \right] (d)^3 + \dots, \end{aligned} \quad (76)$$

la cual es utilizada, en puntos en donde $\xi'(s) \neq 0$. En aquellos puntos en los que $\xi'(s) = 0$ (lo que implica que $\eta'(s) \neq 0$) se tiene la expresión

$$\begin{aligned} K(s) = & d^{-1} - \frac{1}{2\eta'} [\xi''] (d)^0 - \frac{1}{8(\eta')^2} [(\xi'')^2] (d)^1 \\ & + \frac{1}{8(\eta')^3} [(\eta')^2 \xi'''' + 3\xi' \xi'' \xi''' + 2(\xi'')^3 + 3(\eta'')^2 \xi''] (d)^2 \\ & - \frac{1}{8(\eta')^4} \left[\frac{7}{2} (\eta')^2 \xi'' \xi'''' + 3(\eta')^2 (\xi''')^2 + \frac{33}{2} \xi' (\xi'')^2 \xi''' \right. \\ & \left. + \frac{81}{16} (\xi'')^4 + \frac{27}{2} (\eta'')^2 (\xi'')^2 \right] (d)^3 + \dots \end{aligned} \quad (77)$$

Las dos expresiones anteriores, pueden servir igualmente en puntos donde $\xi'(s) \neq 0$ y $\eta'(s) \neq 0$. Así, con esta condición nos permite sustituir el campo por su derivada (o viceversa) para una u otra polarización, ya que podemos modelar el esparcimiento de ondas electromagnéticas por una superficie conductora con una matriz resultante, ya no de rango $2N \times 2N$ sino de $N \times N$.

Verificación del método

Con la finalidad de verificar el funcionamiento del método integral en sistemas finitos, consideramos una PCW conductora de tamaño finito. Además, haciendo uso del sistema de ecuaciones dado por las Ecs. (46) y (47) y teniendo en cuenta las condiciones de frontera, tenemos que para los M cuerpos la función que representa el campo $\Psi_n(s) = 0$ para la polarización TE y $\partial\Psi_n(s)/\partial n = 0$ para la polarización TM. Se muestran las reflectancias de las PCWs finitas utilizando los modelos: Conductor Perfecto (PEC), Modelo de Drude (DM) y la Condición a la Frontera de Impedancia (IBC).

Para esta PCW finita, consideramos que el sistema es iluminado con un haz Gaussiano de ancho finito para evitar los efectos de borde. La longitud de la guía de ondas se considera con el valor $d = 22\pi$. En la Fig. 13, mostramos el perfil de una PCW con la distancia entre las superficies planas de $b = \pi$ y un arreglo de 11 inclusiones circulares.

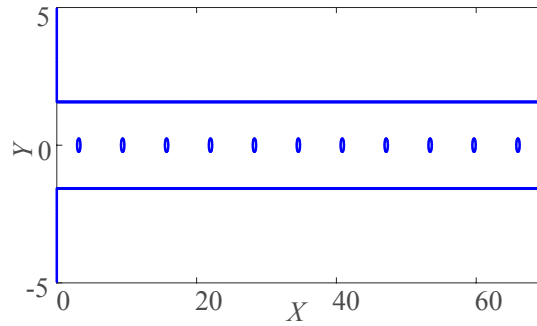


Figura 13. Perfil de una PCW con la distancia entre las superficies planas de $b = \pi$ y la fracción de llenado en este caso es $f = 0.009$.

En las Figs. 14(a), (b), (c) y (d) mostramos los resultados de las pruebas que corresponden a las reflectancias de las PCWs finitas obtenidas con ancho $b = \pi$ y utilizando las fracciones de llenado $f = 0.005$, $f = 0.007$, $f = 0.009$ y $f = 0.01$. Las curvas punteadas en color negro corresponden al PEC, las curvas punteadas en color azul corresponden al DM y las curvas en color rojo es con IBC.

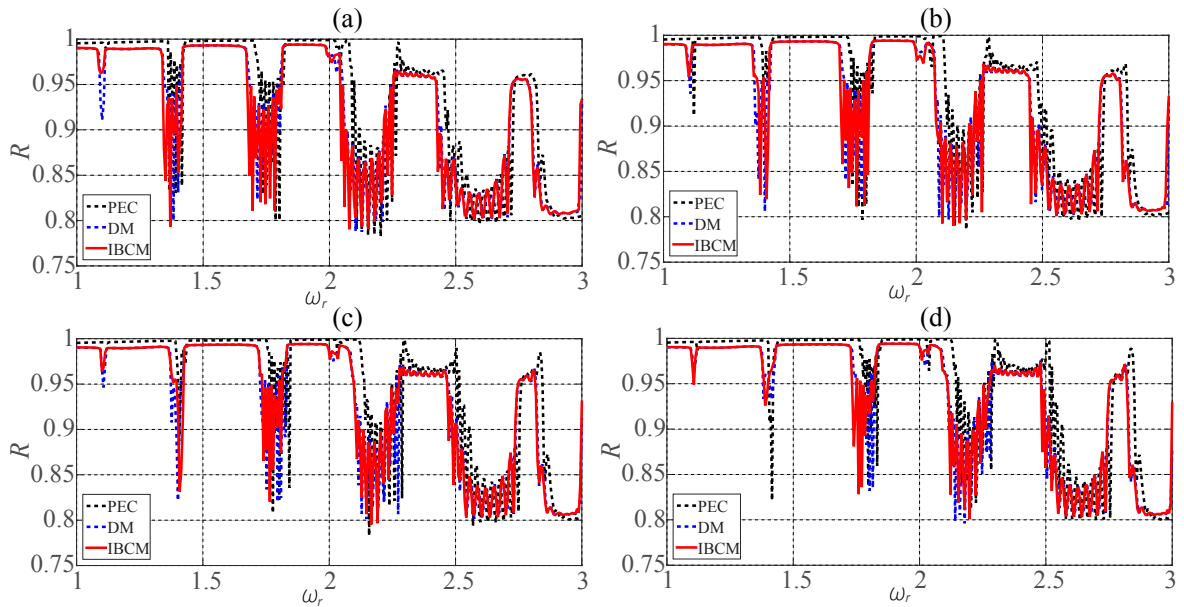


Figura 14. Reflectancias correspondientes a las PCWs de longitud finita $d = 22\pi$ que son iluminadas a incidencia normal con un haz Gaussiano, con fracciones de llenado (a) $f = 0.005$ (b) $f = 0.007$ (c) $f = 0.009$ y (d) $f = 0.01$.

Como se puede observar en las Figs. 14(a), (b), (c) y (d), los métodos DM y IBCM corresponden a los mismos resultados en el cálculo de las reflectancias del sistema. Sin embargo, el primero requiere más tiempo de cómputo con rango de matriz de $2N \times 2N$ y el segundo con menos tiempo de cómputo con una matriz de $N \times N$.

En la Fig. 15 vemos que el balance de la energía $R + T$ se cumple, ya que tenemos un error numérico menor al 1%. Esto asegura la validez del método integral utilizado.

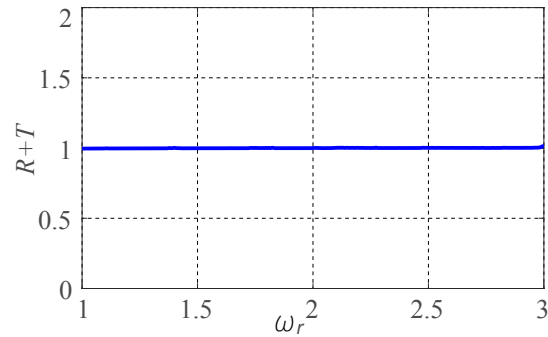


Figura 15. Balance de energía $R + T$, para la fracción de llenado $f = 0.009$ con los métodos numéricos empleados.

Capítulo IV

RESPUESTA ÓPTICA DE UNA PCW HÍBRIDA CON DEFECTOS

En este capítulo se presenta un análisis numérico de la respuesta óptica de una PCW híbrida finita sin defecto y con defecto periódicamente en una dimensión. La PCW está compuesta por superficies planas paralelas u onduladas con un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas de materiales conductores. El estudio numérico se hace mediante el cálculo de las estructuras de bandas, de la reflectancia y de los modos de tal sistema. Se muestran los casos de PCWs con defectos con modos de propagación en las zonas de bandas prohibidas; además se presentan los casos en donde no se observaron la presencia de modos en dicha zona. Por otro lado, para modelar la PCW, hubo la necesidad de utilizar la computación en paralelo bajo el protocolo MPI debido a la gran cantidad de tiempo de cómputo que se requiere para obtener los cálculos numéricos del sistema considerado.

IV.1. Una breve descripción de la computación en paralelo bajo el protocolo MPI

Para analizar la respuesta óptica de una PCW finita, se requiere dominar no sólo los aspectos teóricos si no también los modelos numéricos. Nos encontramos que para modelar una guía de ondas, requerimos una discretización más fina para tener una buena aproximación al modelo del sistema propuesto. Esto implica un mayor tiempo de cómputo para obtener la respuesta óptica en forma secuencial, por lo que además de usar la condición de IBC tenemos la necesidad de utilizar la programación en paralelo bajo el protocolo de MPI (Message Passing Interface) de la que daremos una breve descripción. Más detalles de la programación en paralelo usando MPI se puede consultar en las Refs. (Pacheco, 2011; Sánchez-López, 2016).

La computación en paralelo es una técnica de programación en la que muchas instrucciones se ejecutan simultáneamente. Se basa en el principio de que los problemas grandes se pueden dividir en partes más pequeñas que se pueden resolverse de forma concurrente. La programación en paralelo consiste en enlazar y hacer llamadas dentro del programa por medio de bibliotecas que manejarán el intercambio de datos entre los procesadores. En este trabajo hacemos uso del paso de mensajes bajo el protocolo de MPI que es un modelo de comunicación ampliamente usado en programación en paralelo.

Uno de los principales esquemas que se emplean en MPI para la comunicación y generación de los procesos es el modelo Maestro-Esclavo. Un proceso maestro divide y distribuye el trabajo en sub-tareas, las cuales las asigna a cada nodo conocido como “trabajador” o “esclavo”. Al terminar cada trabajador su parte, envían los resultados al maestro para que este recopile la información y la presente. Por lo que MPI es

un estándar para la implementación de sistemas de paso de mensajes diseñado para funcionar en una amplia variedad de computadoras en paralelo y de tal forma que los códigos sean portables.

El modelo básico de paralelismo que implementa MPI es SPMD (Single Program Multiple Data) donde todos los procesadores trabajan con el mismo programa, pero los datos pueden ser diferentes.

IV.1.1. Rutinas básicas de la programación con MPI

MPI es una librería de rutinas y funciones, la cual está disponible en los lenguajes C, C++ y Fortran. En este trabajo se hará uso del lenguaje Fortran. Para el desarrollo de programas en paralelo con MPI se debe conocer dichas rutinas (en Fortran). Debemos mencionar que todas las rutinas comienzan con el prefijo `MPI_`.

Todos los programas escritos en MPI deben contener la directiva de preprocesador include '`mpi.h`' para Fortran. El archivo `mpi.h` contiene definiciones, macros y prototipos de función necesarios para compilar los programas MPI.

Antes de mencionar las principales rutinas de MPI, es importante conocer las siguientes definiciones:

Grupos:

En MPI se considera a un grupo como un conjunto ordenado de procesos, y cada proceso se identifica por medio de un número entero denominado rango.

Comunicador:

La definición del comunicador es esencial, ya que es éste el que permite enviar mensajes de una computadora a otra. El intercambio de información (comunicaciones) entre grupos se hace a través del elemento fundamental de MPI. Un comunicador especifica un dominio de comunicación; es decir, identifica a un grupo de procesos y el contexto en

el cual se llevará a cabo una operación. Proporciona también mecanismos para identificar subconjuntos de procesos para el desarrollo de programas modulares, garantizando que los mensajes concebidos para diferentes propósitos no sean confundidos.

Cada proceso tiene una identidad dentro del comunicador, que va de 0 a $N-1$, donde hay N procesos. Actualmente se puede disponer de dos tipos de comunicadores, un intracomunicador para comunicaciones dentro de un grupo o un intercomunicador para comunicaciones entre grupos. Para programas simples sólo se usan intracomunicadores pues no suele ser necesario más que un grupo y generalmente se usa el comunicador por defecto **MPI_COMM_WORLD** que engloba a todos los procesos dentro de una aplicación.

Identificadores:

En un programa paralelo es importante conocer en todo momento, ¿cuántos procesos hay? y ¿qué procesos están ejecutándose? Algunas veces el rango es llamado process ID. Los rangos son contiguos y empiezan desde cero. Es usado por el programador para identificar la fuente y destino de los mensajes y con frecuencia se utiliza con un condicional.

Ahora, mencionaremos las principales rutinas de MPI. Antes de que podamos llamar a cualquier otra rutina de MPI debemos hacer una llamada a **call MPI_INIT(ierr)**. Esta rutina sólo debe ser llamada una vez, ya que inicializa el proceso en MPI y bloquea la ejecución hasta que todos los procesos hayan sido inicializados. Después de que el programa haya acabado de utilizar la librería MPI debemos hacer una llamada a **call MPI_FINALIZE(ierr)**. Esta rutina termina la conexión MPI y bloquea la ejecución hasta que todos los procesos terminen; además, limpia todos los trabajos no finalizados por MPI (por ejemplo, envíos pendientes que no hayan sido completados, etc.).

Otras de las preguntas importantes en todo programa paralelo son: ¿Cuántos pro-

cesos hay?, ¿quién soy yo? y ¿en dónde estoy corriendo? El valor para el número de procesos ejecutados en el grupo `MPI_COMM_WORLD` se obtienen con la rutina `call MPI_COMM_SIZE(MPI_COMM_WORLD, nproces, ierr)`, para “quién soy yo” (número de rango del proceso actual) con `call MPI_COMM_RANK(MPI_COMM_WORLD, rank, ierr)` y para “en dónde estoy corriendo” con `MPI_GET_PROCESSOR_NAME(hostname, resultlength, ierr)`. El identificador o rango es un número entre cero (0) y el total de procesos menos uno (procesos -1).

MPI maneja un sistema de memoria para almacenamiento de mensajes y representaciones de objetos por medio de grupos, comunicadores y tipos de datos. El usuario no puede acceder directamente a esta memoria y los objetos ahí almacenados.

IV.1.2. Rutinas básicas de envío y recepción de mensajes bloqueantes

El mecanismo de comunicación básico de MPI es la transferencia de mensajes entre un par de procesadores, de un lado el emisor (el que envía) y del otro lado el receptor (el que recibe). Es decir, la transmisión de datos se realiza mediante una comunicación uno a uno, comúnmente llamado Punto a Punto. En la comunicación Punto a Punto es posible transmitir valores escalares y arreglos continuos para tipos definidos por MPI.

El envío y recepción de un mensaje involucra el intercambio de información entre procesos. La operación de envío en el emisor de un procesador origen a otro es realizada por la rutina `MPI_SEND(bulf1, count1, datatype1, dest1, tag1, comm1, ierr)`. El procesador origen espera a que el procesador destinatario haya recibido el mensaje antes de continuar trabajando. Al ser bloqueante significa que hasta que el mensaje no haya sido enviado (que salga del búfer de salida) no se continúa la ejecución.

La operación de recepción de mensajes de un procesador a otro es realizada mediante

la función `MPI_RECV(buf2,count2,datatype2,source2,tag2,comm2,status2, ierr)`. Esta función bloquea el proceso hasta que se reciba un mensaje con las características especificadas, lo cual significa que el procesador destinatario no puede continuar su trabajo hasta haber recibido dicho mensaje.

IV.2. Estructura de bandas y reflectancia de una PCW sin defectos

En esta sección se muestran las estructuras de bandas junto con la reflectancia, para identificar las bandas prohibidas y su correspondiente posición en las zonas de máxima reflectividad correspondientes al de una PCW sin defectos. Esto permitirá corroborar la presencia de nuevos modos de propagación en las zonas de bandas prohibidas (PBGs), donde no hay propagación de ondas electromagnéticas.

Para el análisis de la estructura de bandas de la PCW de tamaño infinito, se considera una guía de ondas con superficies planas u onduladas y un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas circulares. P es el periodo del sistema en la dirección x y b es la distancia entre las superficies planas (ver Fig. 16). El conjunto de un número infinito de celdas unitarias constituye una guía de ondas de longitud infinita.

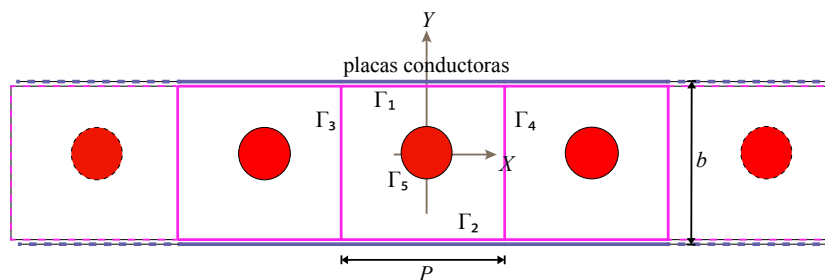


Figura 16. Descripción gráfica de la PCW formada con dos superficies planas conductoras y un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas circulares, los contornos Γ 's definen la celda unitaria del sistema con la periodicidad en la dirección x .

Por otro lado, para estudiar la respuesta óptica de una PCW de tamaño finito sin defecto, lo haremos mediante el cálculo de la reflectancia del sistema. Para esto consideramos el sistema mostrado en la Fig. 12, el cual modelaremos haciendo uso del sistema de ecuaciones integrales dadas por las Ecs. (46) y (47). Tomando en cuenta la polarización y los M cuerpos que componen la guía de ondas de longitud finita, se tiene que la reflectancia del sistema se puede calcular con la Ec. (71). Los resultados que presentaremos enseguida, así como en el resto de este trabajo, fueron usando la polarización TE de una PCW de conductor real.

Para calcular las estructuras de bandas, hemos considerado una PCW perfectamente conductora o de conductor real de tamaño infinito (Fig. 16), con una celda unitaria cuadrada que contiene inclusiones cilíndricas circulares. Para el cálculo de la reflectancia, tenemos una PCW conductora finita (Fig. 12) que es iluminado con un haz Gaussiano de ancho finito para evitar los efectos de borde. Para este trabajo, la longitud de la guía de ondas finita, se consideró con el valor de $d = 22\pi$ (11 períodos) con un arreglo de 11 inclusiones cilíndricas circulares. Además, consideramos la PCW como conductor real (plata) con el parámetro de amortiguación $\gamma = 0.09116$ para calcular la función dieléctrica de acuerdo al DM.

En las Figs. 17(a), (c) y (e) mostramos las estructuras de bandas de una PCW conductora, en términos de la frecuencia reducida $\omega_r = (P/2\pi)(\omega/c)$ y k dentro de la primera zona de Brillouin $-\pi/P \leq k \leq \pi/P$ con $P = 2\pi$. Los parámetros considerados son $b = \pi$, con las fracciones de llenado $f = 0.007$, $f = 0.009$ y $f = 0.01$, respectivamente. Posteriormente, en las Figs. 17(b), (d) y (f) mostramos las reflectancias R de las PCWs finitas que corresponden a las respectivas estructuras de bandas de las Figs. 17(a), (c) y (e). La razón de que se consideraron fracciones de llenado pequeñas es porque requieren recursos de cómputo muy altos a pesar de utilizar la programación

en paralelo bajo el protocolo de MPI.

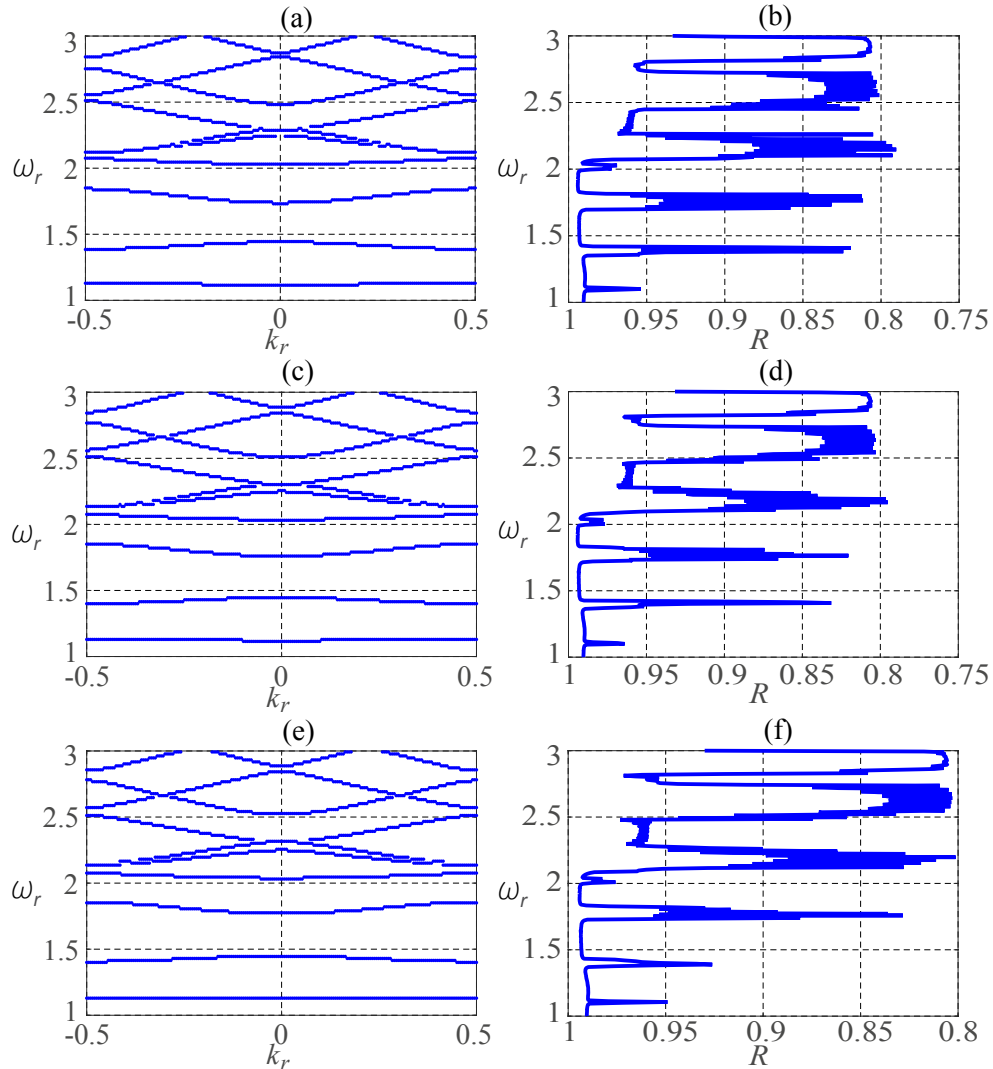


Figura 17. Estructuras de bandas de una PCW conductora con celda unitaria cuadrada de ancho $b = \pi$, con fracciones de llenado (a) $f = 0.007$, (c) $f = 0.009$ y (e) $f = 0.01$. (b), (d) y (f) Reflectancias de las PCWs finitas de longitud $d = 22\pi$, que corresponden respectivamente a las mismas fracciones de llenado; iluminadas a incidencia normal con un haz Gaussiano, usando IBC.

Haciendo un análisis de las estructuras de banda, podemos observar que si las inclusiones contenidas en las celdas unitarias son pequeñas, las estructuras de bandas presentan ligeros cambios (Fig. 17(a) y (c)). En cambio si hacemos que las inclusiones sean un poco más grandes (Fig. 17(e)), las PBGs se hacen un poco más anchas lo-

grándose obtener bandas discretas. Similarmente, para la reflectancia vemos que si el arreglo periódico de las inclusiones es pequeña (Fig. 17(b) y (d)), las zonas de máxima reflectividad no presentan cambios importantes. Por otro lado, si hacemos que el arreglo periódico de inclusiones sea un poco más grande, las zonas de máxima reflectividad presenta ligeros cambios, como se puede ver en la Fig. 17(f). Esto nos permite concluir, que al hacer una comparación de la estructura de bandas con la reflectancia, correspondientes a los mismos parámetros de la PCW, observamos que las zonas de máxima reflectancia corresponden a la posición de las PBGs en la estructura de bandas. Esta conclusión, nos servirá en la siguiente sección para la corroboración de los modos en las zonas de bandas prohibidas.

IV.3. Respuesta óptica de una PCW con defectos

El objetivo principal de la tesis es estudiar las PCWs con defectos periódicamente en una dimensión. Recordando que la introducción de un defecto en un CF puede permitir la aparición de modos localizados en las regiones de las bandas prohibidas. Por ello, en esta sección se analiza esta propiedad para nuestro sistema propuesto.

Para nuestro estudio, consideremos dos casos de sistemas con defectos. Primero, una PCW que está formada por superficies planas paralelas, cuyos defectos son quitando inclusiones en las posiciones centrales y pares de la PCW. El segundo, se considera una PCW híbrida que está compuesta por superficies onduladas y un arreglo de inclusiones, en el cual los defectos consisten en quitar inclusiones en el centro del sistema.

De esta manera, para estudiar la respuesta óptica de una PCW de tamaño finito con defecto, lo haremos mediante el cálculo de la reflectancia y de los modos del sistema. De manera análoga al caso de la PCW sin defectos, el sistema lo modelaremos haciendo uso de las ecuaciones integrales junto con el método IBC.

IV.3.1. PCW con perfil plano

Como ya se mencionó anteriormente, consideramos una PCW finita que está formada por superficies planas paralelas con inclusiones cilíndricas circulares de materiales conductores. Procedemos con los mismos parámetros como el caso de una PCW sin defecto, cambiando solamente el número de inclusiones en la guía de ondas (quitando inclusiones). Los parámetros son $d = 22\pi$ que es la longitud de la guía y $b = \pi$ el ancho entre las superficies planas.

En la Fig. 18(a) mostramos el perfil de la PCW con defecto en el centro (quitando una inclusión) y con un arreglo de 10 inclusiones circulares. En la Fig. 18(b) se muestra la correspondiente reflectancia R de la PCW con defecto, utilizando una fracción de llenado $f = 0.007$.

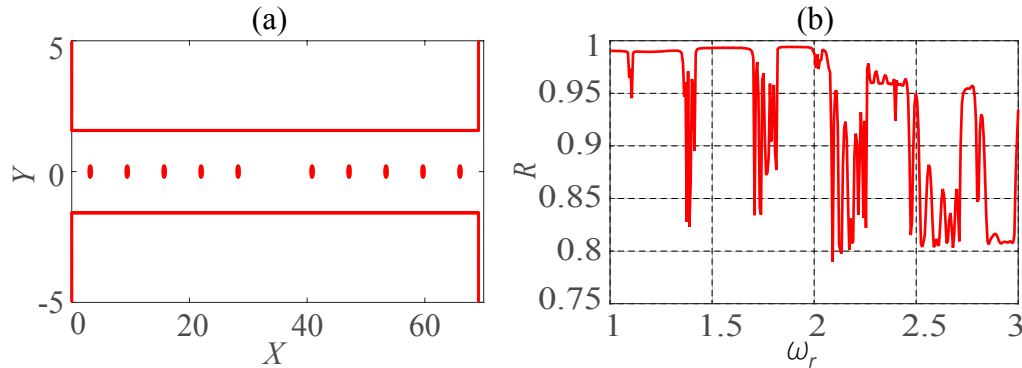


Figura 18. (a) Perfil de la PCW con defecto en el centro (quitando 1 inclusión), con la distancia entre las superficies planas de $b = \pi$ y la longitud $d = 22\pi$. (b) Reflectancia de la PCW con defecto para la fracción de llenado $f = 0.007$ que son iluminadas a incidencia normal con un haz Gaussiano usando IBC.

De acuerdo a los resultados obtenidos en el cálculo de la reflectancia (Fig. 18(b)), no se observa la presencia de modos de propagación en las zonas de bandas prohibidas.

De manera similar, consideremos una PCW con más defectos; es decir, quitando 3 inclusiones en el centro para distintas fracciones de llenado. Similarmente, en las Figs. 19(a), (c) y (e) mostramos los perfiles de estas PCWs con un arreglo de 8 inclusiones

circulares con fracciones de llenado de $f = 0.007$, $f = 0.009$ y $f = 0.01$, respectivamente. En las Figs. 19 (b), (d) y (f) mostramos las correspondientes reflectancias R de las PCWs con defectos.

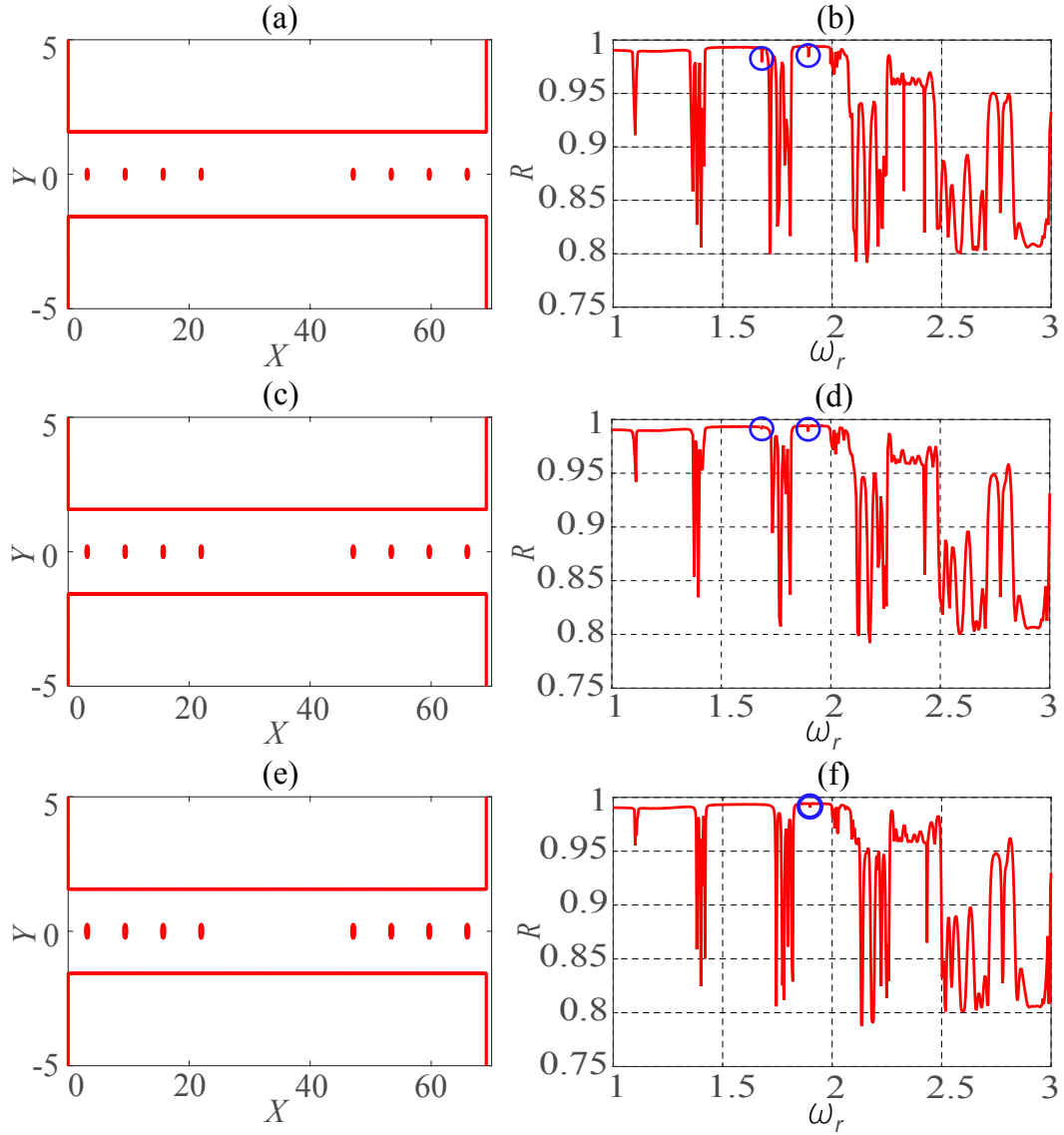


Figura 19. Perfil de la PCW con defectos en el centro (quitando 3 inclusiones), para fracciones de llenado de (a) $f = 0.007$, (c) $f = 0.009$ y (e) $f = 0.01$. (b), (d) y (f) Reflectancias correspondientes a las mismas PCWs con defectos de longitud finita $d = 22\pi$.

En las Figs. 19(a), (c) y (e) hemos mostrado los perfiles de las PCWs con defectos. Podemos observar que la diferencia del tamaño de las inclusiones para las distintas frac-

ciones de llenado son prácticamente imperceptibles. En el cálculo de las reflectancias, se encontró la presencia de ciertos modos discretos de propagación en las zonas de bandas prohibidas (encerradas en círculos azul). En la Fig. 19(b) con $f = 0.007$, podemos ver dos modos con frecuencias de $\omega_r = 1.679$ y $\omega_r = 1.892$. En la Fig. 19(d) con $f = 0.009$, hay dos modos de propagación con las frecuencias $\omega_r = 1.684$ y $\omega_r = 1.897$. En la Fig. 19(f), con $f = 0.01$, se observó un modo con $\omega_r = 1.899$. Vemos que los modos encontrados en los tres casos, difieren muy poco en los valores de las frecuencias, esto se debe a que la diferencia entre las fracciones de llenado son pequeñas.

En la Fig. 20(a), mostramos el perfil de una PCW con defectos (quitando 5 inclusiones) y con un arreglo de 6 inclusiones circulares. En las Figs. 20(b), (c) y (d)

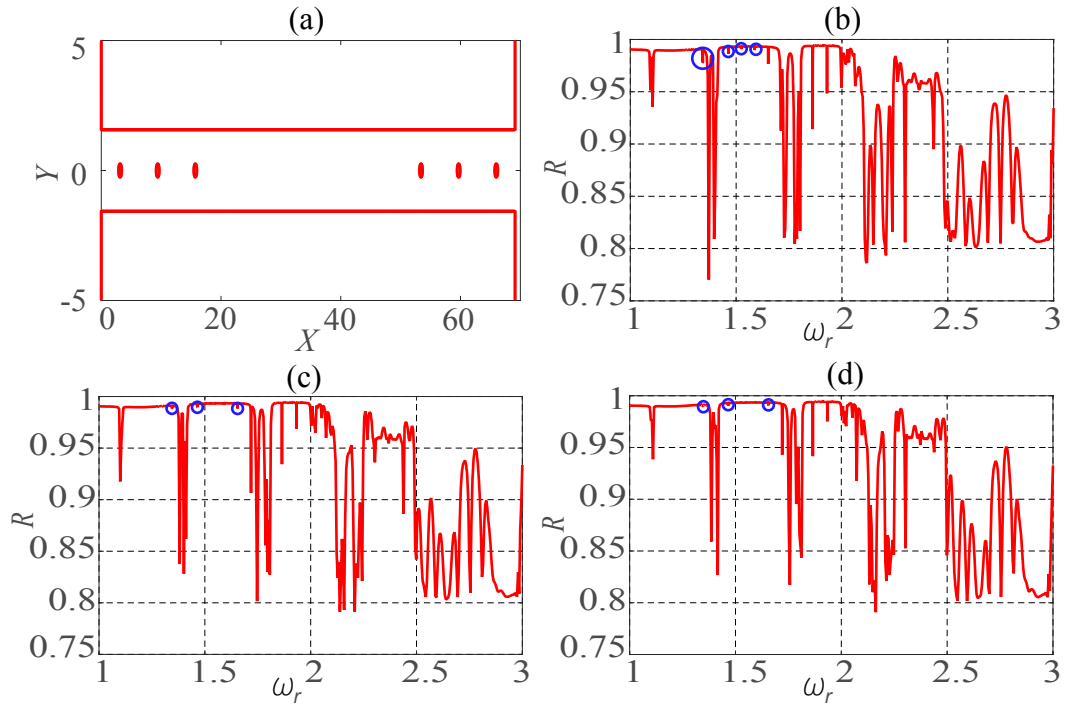


Figura 20. (a) Perfil de una PCW con defectos en el centro (quitando 5 inclusiones) y un arreglo de 6 inclusiones circulares. Reflectancia de la PCW para la fracción de llenado (b) $f = 0.007$, (c) $f = 0.009$ y (d) $f = 0.01$.

se presentan las reflectancias de estas PCWs, considerando fracciones de llenado de $f = 0.007$, $f = 0.009$ y $f = 0.01$.

De acuerdo a los resultados obtenidos en el cálculo de la reflectancia (Figs. 20(b), (c) y (d)), se observa la presencia de varios modos de propagación en las zonas de PBGs. Para la fracción de llenado $f = 0.007$ (Fig. 20(b)), se tiene siete modos de propagación correspondientes a la primera, segunda y tercera región de las PBGs, con las frecuencias $\omega_r = 1.342$, $\omega_r = 1.463$, $\omega_r = 1.524$, $\omega_r = 1.587$, $\omega_r = 1.651$, $\omega_r = 1.862$ y $\omega_r = 1.929$. Para $f = 0.009$ (Fig. 20(c)), tenemos la aparición de seis modos en las mismas zonas con frecuencias $\omega_r = 1.345$, $\omega_r = 1.465$, $\omega_r = 1.655$, $\omega_r = 1.718$, $\omega_r = 1.864$ y $\omega_r = 1.932$. Para $f = 0.01$ (Fig. 20(d)), tenemos seis modos de propagación con las frecuencias $\omega_r = 1.346$, $\omega_r = 1.465$, $\omega_r = 1.656$, $\omega_r = 1.721$, $\omega_r = 1.866$ y $\omega_r = 1.934$. Esto nos permite enfatizar que a pesar de la pequeña diferencia entre los tamaños de las inclusiones se tienen ligeras variaciones en las posiciones de los modos.

Ahora, consideremos el caso de las PCWs con defectos en la posición par de izquierda a derecha, usando los mismos parámetros de $b = \pi$ y longitud $d = 22\pi$. En la Fig. 21(a)

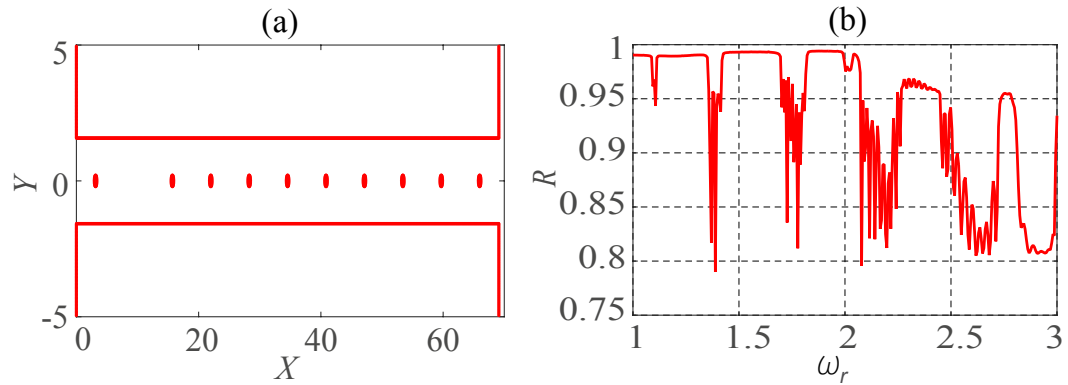


Figura 21. (a) Perfil de la PCW con defecto en el primer par (quitando 1 inclusión), con la distancia entre las superficies planas de $b = \pi$ y la longitud $d = 22\pi$. (b) Reflectancia de la PCW con defecto para la fracción de llenado $f = 0.007$ que son iluminadas a incidencia normal con un haz Gaussiano.

se muestra el perfil de la PCW con defecto par (quitando una inclusión) con un arreglo de 10 inclusiones circulares. En la Fig. 21(b) se muestra la correspondiente reflectancia R de esta PCW con defecto para la fracción de llenado $f = 0.007$.

Como podemos ver, en la Fig. 21(b) tenemos el resultado del cálculo de la reflectancia de la PCW con defecto. Para este sistema no se encontró modos de propagación en las zonas de bandas prohibidas.

Ahora bien, procederemos a considerar una PCW con más defectos pares. En la Fig. 22(a) mostramos el perfil de una PCW con defectos (quitando 4 inclusiones pares) con un arreglo de 7 inclusiones circulares. En las Figs. 22(b), (c) y (d) mostramos los resultados de las pruebas que corresponden a las reflectancias de las PCWs utilizando las fracciones de llenado $f = 0.007$, $f = 0.009$ y $f = 0.01$, respectivamente.

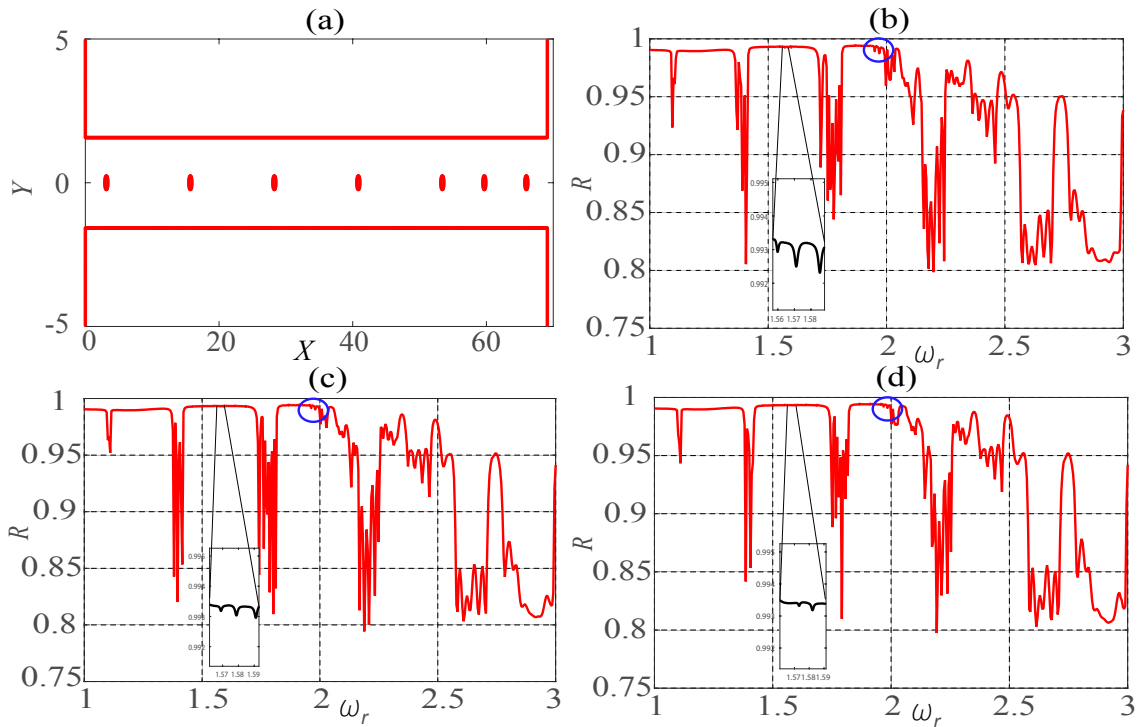


Figura 22. (a) Perfil de la PCW con defectos pares (quitando 4 inclusiones), con la distancia entre las superficies planas de $b = \pi$ y longitud $d = 22\pi$. Reflectancia de la PCW que es iluminada a incidencia normal con un haz Gaussiano, para la fracción de llenado (b) $f = 0.007$ (c) $f = 0.009$ y (d) $f = 0.01$. Debido a la escala, se muestra una ampliación de los modos para una mayor apreciación.

En las Figs. 22(b), (c) y (d), tenemos los resultados del cálculo de la reflectancia del sistema y se observa la aparición de ciertos modos de propagación en las regiones de

PBGs. Es importante mencionar que en este caso, los modos no se alcanzan a observar con la simple gráfica; ya que requiere mucho mayor recurso del que se dispone para su buena definición. Por esta razón, fue necesario aumentar el tamaño en las zonas donde aparecen poco visible los modos como se muestran en las gráficas. Para la fracción de llenado $f = 0.007$ (Fig. 22(b)), se tiene cinco modos de propagación correspondientes a la segunda y tercera región de bandas prohibidas, con las frecuencias $\omega_r = 1.560$, $\omega_r = 1.571$, $\omega_r = 1.585$, $\omega_r = 1.950$ y $\omega_r = 1.969$. Para la $f = 0.009$ (Fig. 22(c)), tenemos la aparición de modos en las mismas zonas con frecuencias de $\omega_r = 1.569$, $\omega_r = 1.579$, $\omega_r = 1.591$, $\omega_r = 1.963$ y $\omega_r = 1.980$. Y para $f = 0.01$ (Fig. 22(d)), tenemos las frecuencias $\omega_r = 1.573$, $\omega_r = 1.582$, $\omega_r = 1.969$ y $\omega_r = 1.985$. Finalmente, es importante mencionar que hicimos varias pruebas para este tipo de defectos; sin embargo, solamente encontramos la presencia de modos quitando 4 inclusiones.

IV.3.2. PCW con perfil ondulado

Para el análisis de este tipo de defectos, también se presentan las estructuras de bandas de una PCW infinita formada por una celda unitaria ondulada con inclusión cilíndrica circular (ver Fig. 23). Como hemos mencionado, esto nos permite hallar las zonas de

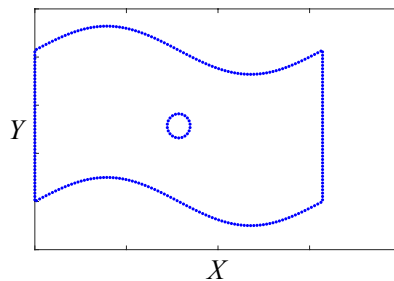


Figura 23. Ejemplo de una celda unitaria ondulada que tiene una inclusión cilíndrica circular, con una amplitud de la curva sinusoidal $A = 0.5$ y fracción de llenado $f = 0.01$.

PBGs, que son frecuencias donde pueden aparecer los modos discretos de propagación.

De manera similar al caso plano, consideremos los mismos parámetros pero ahora tomando en cuenta la amplitud A de la curva sinusoidal. En las Figs. 24(a), (c) y

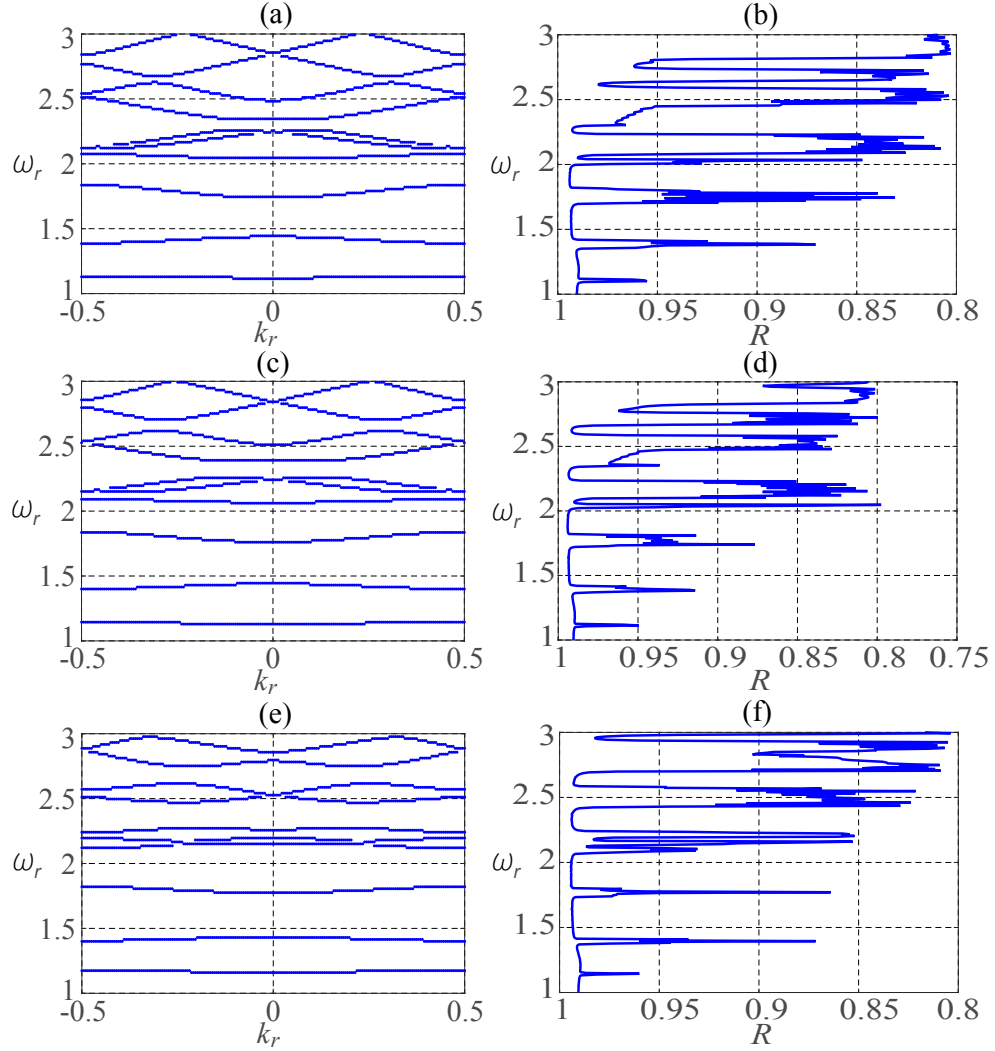


Figura 24. Estructuras de bandas de una PCW conductora con celda unitaria ondulada de ancho $b = \pi$ con (a) $A = 0.15$ para $f = 0.007$, (c) $A = 0.25$ para $f = 0.009$ y (e) $A = 0.5$ para $f = 0.01$. (b), (d) y (f) Reflectancias de las PCWs finitas sin defectos que corresponden a las estructuras de bandas, respectivamente.

(e) mostramos las estructuras de bandas de una PCW ondulada con los parámetros $A = 0.15$ ($f = 0.007$), $A = 0.25$ ($f = 0.009$) y $A = 0.5$ ($f = 0.01$) respectivamente. En las Figs. 24(b), (d) y (f) mostramos las reflectancias de las PCWs finitas sin defectos que corresponden a las respectivas estructuras de bandas de las Figs. 24(a), (c) y (e).

Ahora, para la PCW finita que está compuesta por superficies onduladas con el arreglo de inclusiones la llamamos como híbrida, cuyos defectos son en el centro del sistema. En las Figs. 25(a), (c) y (e) se muestran los perfiles de estas PCWs quitando 3

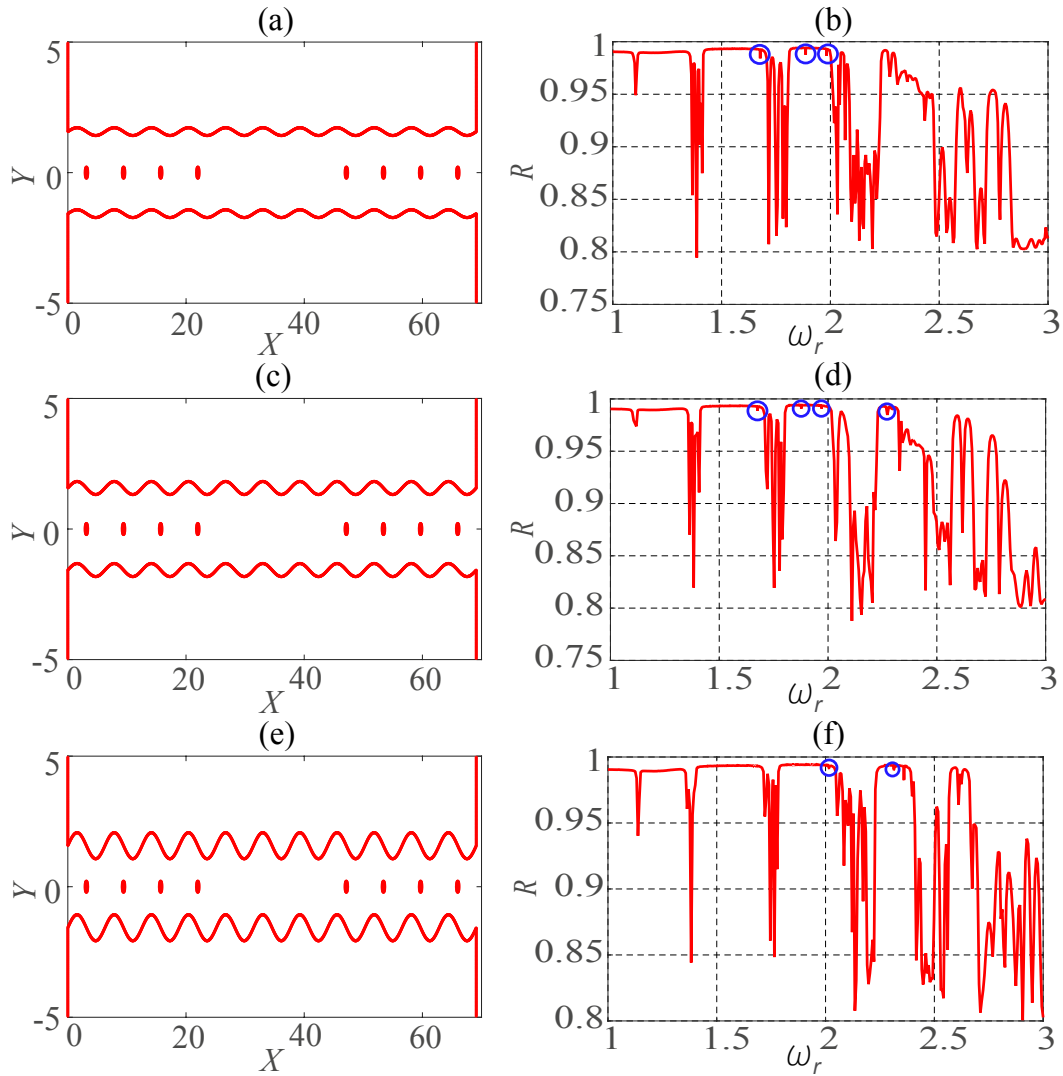


Figura 25. Perfil de la PCW con defectos en el centro (quitando 3 inclusiones) para $f = 0.007$, con amplitudes de (a) $A = 0.15$, (c) $A = 0.25$ y (e) $A = 0.5$. (b), (d) y (f) Reflectancias correspondientes a las mismas PCWs con defectos.

inclusiones en medio con amplitudes de $A = 0.15$, $A = 0.25$ y $A = 0.5$, para $f = 0.007$, respectivamente. En las Figs. 25(b), (d) y (f) mostramos las reflectancias R de estos sistemas correspondientes.

Así, de los resultados del cálculo de la reflectancia, se puede ver ciertos modos en las regiones de PBGs. En la Fig. 25(b) con $A = 0.15$, tenemos tres modos que corresponden a la segunda y tercera región de PBGs con frecuencias $\omega_r = 1.677$, $\omega_r = 1.886$ y $\omega_r = 1.982$. En la Fig. 25(d) con $A = 0.25$ se tiene cuatro modos con frecuencias $\omega_r = 1.676$, $\omega_r = 1.877$, $\omega_r = 1.969$ y $\omega_r = 2.273$, y además se puede observar que se ha definido un nuevo modo en la cuarta región de la PBG. Por último, en la Fig. 25(f) con $A = 0.5$ tenemos tres modos con las frecuencias $\omega_r = 2.016$, $\omega_r = 2.314$ y $\omega_r = 2.361$, vemos que no hay presencia de modos en la segunda región, pero se ha definido dos modos en la cuarta región de la PBG. Esto nos permite concluir, que al considerar un perfil ondulado se tiene también una influencia modificando las posiciones de los modos o la aparición de otros modos en zonas prohibidas que no se tenían.

Enseguida presentaremos más casos de estos defectos. En las Figs. 26(a), (b), (c) y

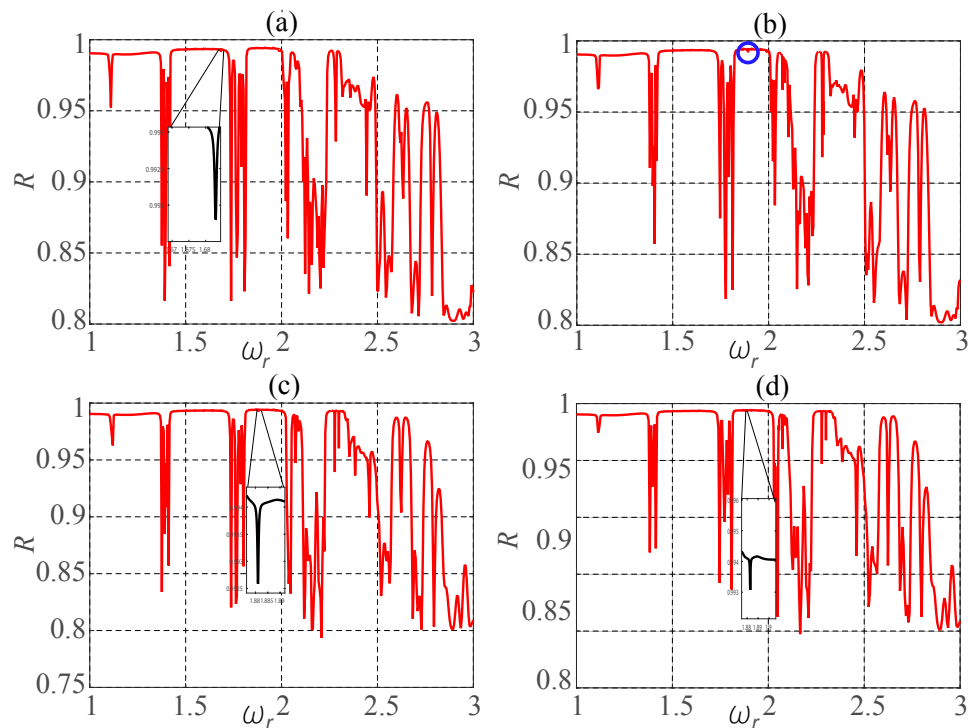


Figura 26. Reflectancia de las PCWs con defectos en el centro (quitando 3 inclusiones) con amplitudes y fracciones de llenado de (a) $A = 0.15$ con $f = 0.009$, (b) $A = 0.15$ con $f = 0.01$, (c) $A = 0.25$ con $f = 0.009$ y (d) $A = 0.25$ con $f = 0.01$.

(d) se muestran las reflectancias para $A = 0.15$ y $A = 0.25$ con $f = 0.009$ y $f = 0.01$.

En la Fig. 26(a), con $A = 0.15$ y $f = 0.009$ tenemos la presencia de un modo (con amplificación) con $\omega_r = 1.683$. En la Fig. 26(b), con $A = 0.15$ y $f = 0.01$ observamos un modo localizado con $\omega_r = 1.892$. Y en la Fig. 26(c), con $A = 0.25$ y $f = 0.009$, se observa tres modos con $\omega_r = 1.881$ (con amplificación), $\omega_r = 2.227$ y $\omega_r = 2.298$.

Por último, en las Figs. 27(a), (c) y (e) se muestran los perfiles de las PCWs con defectos, quitando 5 inclusiones circulares en el centro con amplitudes de $A = 0.15$,

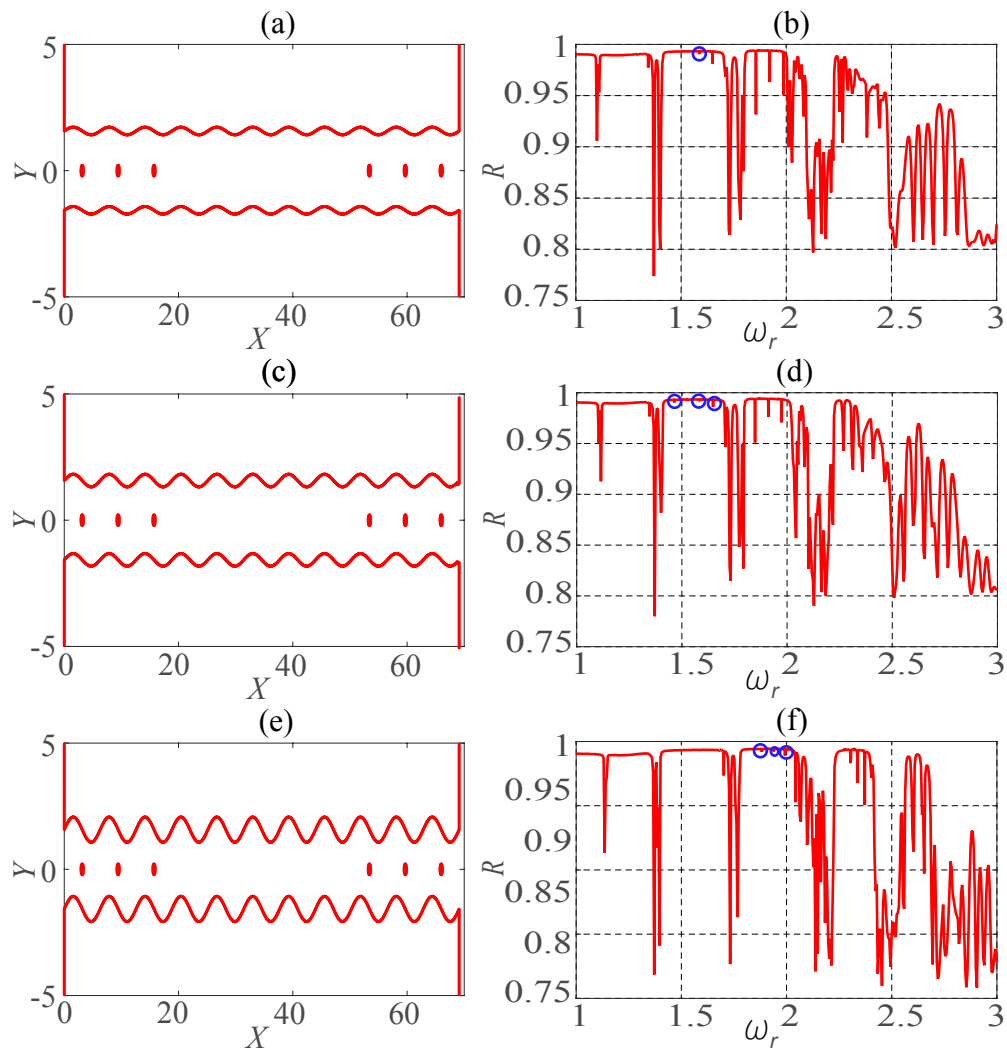


Figura 27. Perfil de la PCW con defectos quitando 5 inclusiones en el centro, para la fracción de llenado de $f = 0.007$ con amplitudes de (a) $A = 0.15$, (c) $A = 0.25$ y (e) $A = 0.5$. (b), (d) y (f) Las reflectancias correspondientes a las mismas PCWs.

$A = 0.25$ y $A = 0.5$ para una fracción de llenado de $f = 0.007$. En las Figs. 27(b), (d) y (f) mostramos las reflectancias R del sistema correspondiente.

Analizando los resultados de las reflectancias obtenidas. En la Fig. 27(b) con $A = 0.15$, tenemos seis modos de propagación que corresponden a la primera, segunda y tercera zona de bandas prohibidas, con frecuencias de $\omega_r = 1.344$, $\omega_r = 1.587$, $\omega_r = 1.650$, $\omega_r = 1.856$, $\omega_r = 1.922$ y $\omega_r = 1.987$. Para la Fig. 27(d) con $A = 0.25$, se ha localizado siete modos en las mismas zonas con frecuencias de $\omega_r = 1.346$, $\omega_r = 1.465$, $\omega_r = 1.586$, $\omega_r = 1.648$, $\omega_r = 1.848$, $\omega_r = 1.911$ y $\omega_r = 1.973$. Y en la Fig. 27(f) con $A = 0.5$, se tiene ocho modos de propagación en la segunda, tercera y cuarta región de la PBG, con las frecuencias $\omega_r = 1.702$, $\omega_r = 1.882$, $\omega_r = 1.939$, $\omega_r = 1.992$, $\omega_r = 2.041$, $\omega_r = 2.304$, $\omega_r = 2.336$ y $\omega_r = 2.372$.

Daremos algunas observaciones importantes para este tipo de defectos. Primero, para el caso de amplitudes diferentes y usando la misma fracción de llenado; tenemos que si la diferencia entre las amplitudes es pequeña (Fig. 27(b) y 27(d)) los modos localizados están casi en la misma posición, pero no necesariamente tienen que aparecer el mismo número de modos en ambos sistemas. En cambio, si la diferencia de amplitudes es un poco grande (Fig. 27(b) y 27(f)) se observa cambios en la posición de los modos. Así, al ir aumentando el tamaño de las amplitudes se empiezan a formar nuevos gaps con modos de propagación como se observa en la Fig. 27(f). Segundo, si las amplitudes son iguales y se considera fracciones de llenado diferentes, se observa que para las fracciones de llenado pequeñas es posible encontrar más modos que con fracciones más grandes, donde tienden a desaparecer. Este análisis también se hizo para el caso de la PCW con defectos quitando 3 inclusiones (Fig. 25), donde se observó el mismo comportamiento tal como ya lo describimos.

Finalmente, para corroborar que los modos de propagación encontrados están en las

regiones de las bandas prohibidas; lo haremos mediante la comparación de las reflectancias de las PCWs sin defecto y con defecto tomando en cuenta solamente algunos casos. Además, teniendo bien en claro la buena correspondencia entre la PBG con la posición de la máxima reflectancia en las PCWs sin defectos.

Consideremos el primer caso de defectos, es decir, con perfil plano. En la Fig. 28(a), se muestra la reflectancia de una PCW con defectos en el centro, quitando 5 inclusiones (línea sólida en color rojo) y sin defecto (línea punteada en color negro) con fracción de llenado $f = 0.009$. De manera similar, en la Fig. 28(b) se muestra la reflectancia de una PCW con defectos pares, quitando 4 inclusiones circulares (línea sólida en color rojo) y sin defecto (línea punteada en color negro) con la misma fracción de llenado.

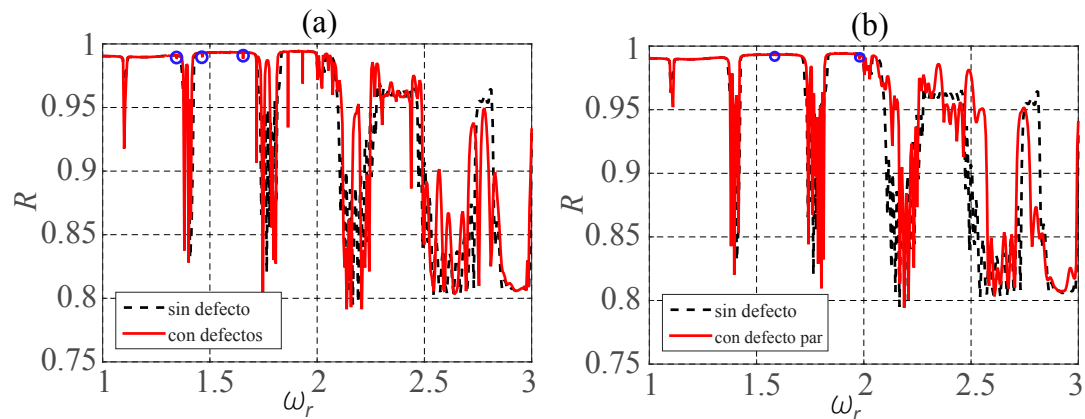


Figura 28. (a) Reflectancia de la PCW con defectos en el centro (quitando 5 inclusiones circulares) y sin defecto para $f = 0.009$. (b) Reflectancia de la PCW con defectos pares (quitando 4 inclusiones circulares) y sin defecto con la misma fracción de llenado.

Ahora, para el caso de defectos con perfil ondulado. En la Fig. 29(a), se muestra la reflectancia de una PCW con defectos en el centro, quitando 3 inclusiones (línea sólida en color rojo) y sin defecto (línea punteada en color negro) con fracción de llenado $f = 0.007$. Y en la en la Fig. 29(b) se muestra la reflectancia de una PCW con defectos quitando 5 inclusiones circulares (línea sólida en color rojo) y sin defecto (línea punteada en color negro) con la misma fracción de llenado.

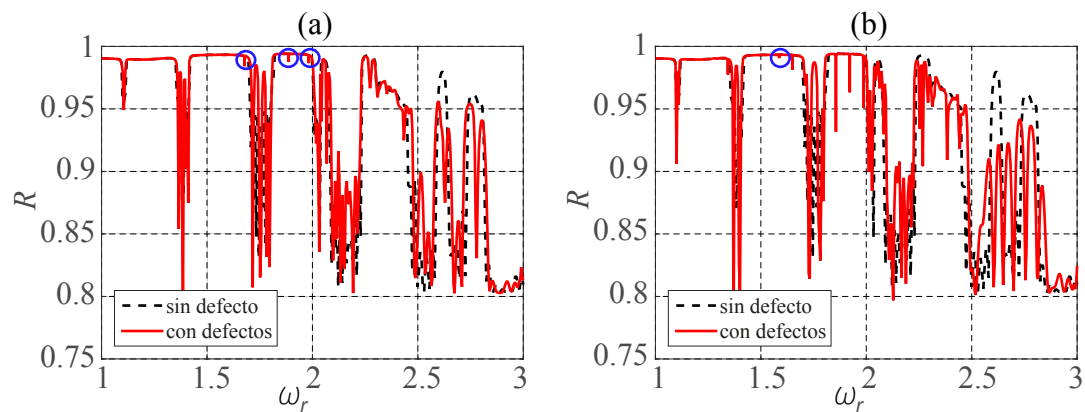


Figura 29. (a) Reflectancia de la PCW con defectos en el centro (quitando 3 inclusiones circulares) y sin defecto para $f = 0.007$. (b) Reflectancia de la PCW con defectos en el centro (quitando 5 inclusiones circulares) y sin defecto con la misma fracción de llenado.

En las Figs. 28 y 29, podemos observar la buena correspondencia entre la PCW sin defecto y con defecto, específicamente las zonas de máxima reflectividad hay una buena aproximación entre las curvas. Las PCWs con defectos se comportan casi de la misma forma que las PCWs sin defecto. Con esto podemos asegurar que los modos de propagación encontrados pertenecen a las bandas prohibidas.

Capítulo V

CONCLUSIONES

En este capítulo mencionamos un breve resumen y en base a los resultados obtenidos daremos las conclusiones importantes.

Para este trabajo de tesis hemos mostrado un estudio teórico-numérico de la estructura de bandas y de la respuesta óptica de una PCW híbrida sin defecto y con defecto periódicamente en una dimensión. La PCW está compuesta por superficies planas paralelas u onduladas con un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas circulares de materiales conductores. Para el cálculo de las estructuras de bandas, se consideró una PCW perfectamente conductora o de conductor real de tamaño infinito; la cual se modeló por medio de una celda unitaria cuadrada y ondulada que contiene inclusiones cilíndricas circulares. Para el estudio de la respuesta óptica, se hizo mediante el cálculo de la reflectancia y de los modos de una PCW de tamaño finito con 11 inclusiones cilíndricas. Estos cálculos nos permitió comparar el comportamiento del sistema infinito con el caso finito sin defecto, para luego hacer una corroboración de los modos de la presencia de modos en la PCW con defectos en regiones que la misma PCW sin defectos tiene bandas prohibidas.

La técnica numérica que se utilizó en este trabajo se le conoce como el método de la ecuación integral, el cual parte del segundo teorema integral de Green permitiendo obtener un par de ecuaciones integrales acopladas que involucran, como incógnita el modo del campo y su derivada normal evaluadas en las fronteras o superficies involucradas. La discretización del sistema resulta en una ecuación matricial cuya solución determina las funciones fuente, con las que se puede obtener las estructuras de bandas o la respuesta óptica del sistema. Además, utilizamos el Modelo de Drude que nos permite modelar correctamente el comportamiento de un conductor real como medio dispersivo. También empleamos la técnica de la Condición a la Frontera de Impedancia, la cual es aplicable al problema de esparcimiento para el estudio de las guías de ondas de conductor real. El método IBC nos permite reducir el tamaño de la matriz requerida para modelar la PCW de conductor real; de una matriz de rango $2N \times 2N$ a $N \times N$, reduciendo el tiempo de cómputo de casi en un 80% respecto al MD. Pero el problema no termina ahí, ya que para tener una buena aproximación al modelo del sistema propuesto requerimos una discretización más fina; esto implica mucho mayor tiempo de cómputo, por lo que se tuvo la necesidad de utilizar la programación en paralelo bajo el protocolo de MPI.

Comenzamos este trabajo estudiando las PCWs finitas sin defectos que está compuesta por superficies planas paralelas. Los primeros resultados de la respuesta óptica mediante el cálculo de la reflectancia de la PCW sin defectos mostraron una gran concordancia entre las técnicas numéricas del DM y de la IBC. Por ello, se optó por utilizar el método IBC a lo largo de este trabajo, ya que como se mencionó anteriormente reduce considerablemente los tiempo de cómputo en el cálculo de la respuesta óptica. Cabe mencionar que en este estudio usamos fracciones de llenado de $f = 0.007$, $f = 0.009$ y $f = 0.01$. La razón de que se consideraron fracciones de llenado pequeñas es porque

requieren recursos de cómputo muy altos a pesar de utilizar la programación en paralelo con MPI.

En el cálculo de la estructura de bandas con celda unitaria cuadrada, se tiene que si las inclusiones contenidas en las celdas unitarias son pequeñas, las estructuras de bandas no presentan cambios importantes. En cambio, si hacemos que las inclusiones sean un poco más grandes, las bandas prohibidas se hacen un poco más anchas. Similarmente ocurre con la reflectancia de la PCW finita, es decir, si el arreglo periódico de las inclusiones es pequeña, las zonas de máxima reflectividad presentan ligeros cambios. Ahora, haciendo que las inclusiones sean un poco más grandes, las zonas de máxima reflectividad se hacen un poco más anchas. Por otro lado, para el estudio de las estructuras de bandas con celda unitaria que tiene perfiles ondulados, se consideraron tres amplitudes diferentes de la curva sinusoidal con $A = 0.15$, $A = 0.25$ y $A = 0.5$. Ahora bien, si tomamos una amplitud fija y variámos las fracciones de llenado, se observa que el comportamiento de este sistema es análogo al caso de la celda unitaria cuadrada; es decir, para fracciones de llenado pequeñas las estructuras de bandas no muestran cambios importantes, y para fracciones un poco más grandes las PBGs se hacen un poco más anchas, lográndose obtener bandas discretas. Esto nos permite concluir que si queremos bandas prohibidas más anchas, debemos considerar fracciones de llenado un poco más grandes. El otro comportamiento que observamos es que al ir aumentando la amplitud de la curva sinusoidal comienzan a formar nuevas bandas prohibidas en las zonas donde no se tenían, y el ancho de las PBGs depende de la fracción de llenado considerada. De manera similar ocurre con la reflectancia, esto es al ir aumentando el valor de las amplitudes se forman nuevas zonas de máxima reflectividad. Por tanto, al hacer una comparación de la estructura de bandas con la reflectancia, correspondientes a los mismos parámetros de la PCW, se tiene que las zonas de máxima reflectancia

corresponden a la posición de las PBGs en la estructura de bandas.

Otro de los resultados interesantes en este trabajo son los obtenidos con las PCWs con defectos. El primer caso de estudio es con perfil plano y un arreglo de inclusiones cilíndricas circulares cuyos defectos se hicieron quitando inclusiones en las posiciones centrales y pares de la PCW. Para un defecto en el centro (quitando una inclusión), no se observó la presencia de modos de propagación en las zonas de bandas prohibidas. En cambio, quitando tres o más inclusiones y considerando diferentes fracciones de llenado, se obtuvo la presencia de varios modos localizados en las zonas de bandas prohibidas correspondientes a la misma PCW sin defectos. También se consideró una PCW con defectos pares, y en este caso, se encontró la presencia de modos en las PBGs solamente quitando cuatro inclusiones pares con diferentes fracciones de llenado. De esta manera, podemos decir que al ponerle más defectos a la PCW, es posible localizar más modos en casi todas las zonas de bandas prohibidas, permitiendo una mayor propagación de las ondas electromagnéticas en las guías de ondas.

En el segundo caso, consideramos una PCW híbrida con perfil ondulado y un arreglo de inclusiones cilíndricas circulares. Al igual como el caso infinito, empleamos las mismas amplitudes donde los defectos se obtuvieron quitando inclusiones en el centro. Para una amplitud y una fracción de llenado pequeñas, se tiene que este sistema tiene un comportamiento similar al caso plano, ya que los modos localizados en ambas PCWs están aproximadamente en la misma posición en la PBG. En cambio para el caso de amplitudes diferentes y usando la misma fracción de llenado; tenemos que si la diferencia entre las amplitudes es pequeña los modos localizados están casi en la misma posición, pero no necesariamente aparece el mismo número de modos en ambos sistemas. Por otro lado, si la diferencia de amplitudes es más grande se observan cambios en la posición de los modos. Así, al ir aumentando el tamaño de las amplitudes se empiezan a formar

nuevas bandas prohibidas donde aparecen nuevos modos de propagación. Seguidamente, si las amplitudes son iguales y se considera fracciones de llenado diferentes, se tiene que para las fracciones de llenado pequeñas es posible encontrar más modos que con fracciones más grandes, donde tienden a desaparecer. Otro resultado que nos permite concluir es que no importa el número de defectos que se considera en la PCW, las bandas prohibidas no cambian en el ancho ni en la posición siempre y cuando se trate del mismo tipo de sistema. En este sentido, las PCWs híbridas propuestas son otra alternativa para obtener modos de propagación en la zona de bandas prohibidas de la PCW sin defecto, permitiendo así la posibilidad de nuevas aplicaciones tecnológicas.

Finalmente, como trabajo futuro se pretende hacer un estudio numérico similar para la reflectancia de una PCW con defectos con inclusiones rugosas.

Referencias

- Aguilar, J. y Leiss, E. (2004). *Introducción a la Computación Paralela*. Universidad de los Andes, Venezuela, primera edición. 246 pp.
- Arafa, H. y Hussien, A. (2011). Defect mode properties in a one-dimensional photonic crystal. *Elsevier B.V.*, páginas 120–125.
- Archuleta-García, R., Manzanares-Martínez, M. B., y Manzanares-Martínez, J. (2007). Una descripción del método de ondas planas para el cálculo de bandas fotónicas. *Rev. Boliviana de Fis.*, **13**: 79–85.
- Bravo-Abad, J. (2006). *Transmisión resonante de luz a través de láminas metálicas nanoestructuradas*. Departamento de Física Teórica de la Materia Condensada de la Universidad Autónoma de Madrid, España. 170 pp.
- Broeng, J., Mogilevstev, D., Barkou, S. E., y Bjarklev, A. (1988). Photonic crystal fibers: A new class of optical waveguides. *Academic Press*, **5**: 305–330.
- Bykov, V. (1972). Frequency scanning in a laser with an active negative feedback. *Dokl. Akad. Nauka*, **206**: 1078–1079.
- Centeno, T. P. (2014). *Estructuras de bandas de cristales fotónicos en 2D con superficies rugosas usando un método integral*. Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la UMSNH.
- Eugene, H. (2002). *Optics*. Addison Wesley, San Francisco, CA, cuarta edición.
- Fink, Y., Winn, J. N., Chen, C., Michel, J., Joannopoulos, J. D., y Thomas, E. L. (1998). A dielectric omnidirectional reflector. *Science*, **282**: 1679–1682.
- Fowles, G. R. (1968). *Introduction to modern optics*. Dover Publications, Inc., New York, segunda edición.
- Fuertes, M. C., López-Alcazar, F. J., Marchi, M. C., y Troiani, H. (2007). Photonic crystals from ordered mesoporous thin film functional building blocks. *Adv. Mat.*, **17**: 1247–1254.
- Inoue, K. y Ohtaka, K. (2010). *Photonic Crystals, Fabrication and Applications*. Springer.
- Jackson, J. D. (1999). *Classical Electrodynamics*. John Wiley and Sons, New York, tercera edición.
- Joannopoulos, J. D., Johnson, S. G., Winn, J. N., y Meade, R. D. (2008). *Photonic Crystal: Molding the Flow of Light*. Princeton University Press, Princeton, segunda edición. 305 pp.

- Johnson, S. G. y Joannopoulos, J. D. (2003). *Introduction to Photonic Crystals: Bloch's Theorem, Band Diagrams, and Gaps*. MIT.
- Kittel, C. (1996). *Introduction to Solid State Physics*. John Wiley and Sons, Madrid, España, séptima edición.
- Lechuga, L. M. (2010). Nanomedicina: aplicación de la nanotecnología en la salud. *Motellón and J. Bueren*, páginas 98–112.
- Lourtioz, J. M., Benisty, H., Chelnokov, A., David, S., y Olivier, S. (2003). Photonic crystals and the real world of optical telecommunications. *ANN. TELECOMMUN.*, **58**: 9–10.
- Mckelvey, J. P. (1966). *Solid state and semiconductor physics*. Krieger Publishing Company, Inc., Florida, primera edición. 529 pp.
- Mendoza-Suaréz, A. y Pérez-Aguilar, H. (2016). Numerical integral methods to study plasmonic modes in a photonic crystal waveguide with circular inclusions that involve a metamaterial. *Photonics and Nanostructures*, **21**: 1–12.
- Mendoza-Suaréz, A., Villa-Villa, F., y Gaspar-Armenta, J. A. (2006). Numerical method based on the solution of integral equations for the calculation of the band structure and reflectance of one-and two-dimensional photonic crystals. *JOSA B*, **23**: 2249–2256.
- Mendoza-Suárez, A. (1996). *Métodos rigurosos para esparcimiento de luz por superficies y medios estratificados con perfiles arbitrarios*. Tesis de Doctorado, CICESE.
- Meng-Ru, W., Chien-Jang, W., y Shouu-Jinn, C. (2014). Investigation of defect modes in a defective photonic crystal with a semiconductor metamaterial defect. *Elsevier*, **64**: 146–151.
- Olivero-Verdel, J. y Redondo-Padilla, J. (2013). Nanotecnología aplicada a la medicina. *Guillermo de Ockham*, **11**: 125–133.
- Pacheco, P. (2011). *An Introduction to Parallel Programming*. Elsevier, Inc., Burlington, MA. 94 pp.
- Postigo, P. A., Alija, A. R., Martínez, L. J., y Sánchez-Dehesa, J. (2006). Fabricación y caracterización de cristales fotónicos bidimensionales para nuevos dispositivos optoelectrónicos. *Óptica pura y aplicada*, **39**(2): 185–188.
- Pérez, H. I., Valencia, C. I., Méndez, E. R., y Sánchez-Gil, J. A. (2009). On the transmission of diffuse light through thick slits. *JOSA A*, **26**(4): 909–918.
- Pérez-Aguilar, H. y Mendoza-Suárez, A. (2015). Numerical study on a photonic crystal waveguide that include a dispersive metamaterial. *Mexican Optics and Photonics Meeting*, páginas 1–8.

- Rayleigh, L. (1892). On the influence of obstacles arranged in rectangular order upon the properties of a medium. *Phylos. Mag.*, **34**: 481–482.
- Russell, P. (2003). Photonic crystal fibers. *Science*, **229**: 358–362.
- Sajeev, J. (1991). Localization of light. *Physics Today*, páginas 32–44.
- Sakoda, K. (2001). *Optical Properties of Photonic Crystals*. Springer-Verlag, Berlin.
- Shaari, S. y Adnan, A. J. M. (2010). *Photonic Crystal Multiplexer/Demultiplexer Device for Optical Communications*. INTECH, Croacia. 679 pp.
- Sibilia, C., Benson, T. M., Marciniak, M., y Szoplik, T. (2008). *Photonic Crystals: Physics and Technology*. Springer, Italia. 289 pp.
- Suárez-Forero, D. G. y Ramírez, L. F. (2015). Estudio de los modos confinados en un cristal fotónico unidimensional para diferentes longitudes del defecto añadido. *Revista de Física*, páginas 1–7.
- Sánchez-López, S. (2016). *Estudio numérico de la programación en paralelo usando el protocolo cuda fortran*. Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la UMSNH.
- Ushida, M., Tokushima, M., y Yamada, H. (2003). Systematic design of antireflection coating for semi-infinite one-dimensional photonic crystals using bloch wave expansion. *Appl. Phys. Lett.*, **82**: 7.
- Vasco, J. y Vinck, H. (2010). Método de diferencias finitas en el dominio de las frecuencias para cristales fotónicos 1d y 2d. *Revista Tecnológicas*, **24**: 125–141.
- Vytovtov, K. A. (2005). Analytical investigation of stratified isotropic media. *Opt. Am.*, **22**: 689–696.
- Wang, M., Meng, F., Wu, H., y Wang, J. (2016). Photonic crystal with an eye pattern similar to peacock tail feathers. *MDPI*, páginas 1–8.
- Yablonovitch, E. (1987). Inhibited spontaneous emission in solid state physics and electronics. *Phys. Rev. Lett.*, **58**: 2059–2062.
- Yizhe, L., Limei, Q., Junsheng, Y., Zhijiao, C., y Yuan, Y. (2017). One-dimensional multiband terahertz graphene photonic crystal filters. *Optical materials express*, páginas 1–12.