



**UNIVERSIDAD MICHOACANA DE
SAN NICOLÁS DE HIDALGO**



**FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**

**DISEÑO Y FABRICACIÓN DE UN ROBOT
VERTICAL DE
ARQUITECTURA DELTA**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA MECÁNICA**

PRESENTA:

FERNANDO GUERRERO CHÁVEZ

ASESORES:

**MAESTRO EN ADMINISTRACIÓN
MIGUEL VILLAGÓMEZ GALINDO**

**DOCTORA EN CIENCIA DE LOS MATERIALES
GEORGINA CARBAJAL DE LA TORRE**



MORELIA, MICHOACÁN, AGOSTO 2015



DEDICATORIA

**A esas personas que siempre
han estado conmigo.**

Mis Padres y hermanos

**A mi hija que ha
dado una nueva luz a mi vida.**

Jessica

A mi esposa por su paciencia.

Avril

**A mis amigos de la maestría
Que han hecho de esta etapa
una de las mejores que he recorrido.**

AGRADECIMIENTOS

Primeramente.

A **Dios** que me ha dado las fortalezas que he necesitado, la perseverancia para nunca darme por vencido y paciencia para llegar a los mejores resultados.

A mis padres.

Martha Chávez Mendoza y **Fernando Guerrero Abad** que en esta etapa de mi vida no encuentro forma de agradecer todo lo que han hecho por mí, gracias por darme la vida, por enseñarme a amar a Dios, por su apoyo incondicional, por sus regaños, por sus sí y por sus no; por enseñarme a luchar con razón, por su ejemplo, amor y confianza. Ustedes que fueron testigos del camino andado para llegar hasta aquí, porque sé que mi sueño era el suyo también; sepan que su unión fue la fuerza que me impulsó y su amor el estímulo que me ayudó a lograrlo. El logro hoy alcanzado es también de ustedes, resultado de sus esfuerzos, sacrificios y el tiempo invertido en mí. Por lo que haya sido y será.....Gracias.

A mi Hija.

Jessica Guerrero Rodríguez, que ha sido una bendición y que me ha motivado, haciendo de mí un mejor hombre y un motor para mi superación personal y profesional

A mi Esposa

Claudia Avril Rodríguez Figueroa, que ha sido mi amiga, compañera y la madre de mi hija. Que me ha tenido mucha paciencia y me ha dado el tiempo y espacio para dedicarme a este proyecto tan importante para mí.

A mis profesores.

Dra. Georgina Carbajal de la Torre, M.C. Miguel Villagómez Galindo, Dr. Erasmo Cadenas Calderón, Dr. Gonzalo Domínguez Almaraz, M.C. Luis Ernesto Ceja Martínez, que con su ayuda y dirección se ha realizado un trabajo del cual estaré orgulloso siempre. Por sus palabras de apoyo, por las largas sesiones de orientación, por su tiempo invertido en mi persona. Ha sido un placer haber trabajado con ellos.

Finalmente al **CONACYT** por el apoyo económico durante los estudios de maestría.

RESUMEN

Se ha propuesto el diseño e implementación de un robot vertical delta para trabajar en propósitos de pequeña escala, El robot vertical delta lleva consigo atributos de rigidez, precisión, alta aceleración. Se realizó el análisis cinemático y dinámico para obtener el torque y así poder elegir el motor. Se utilizó la plataforma abierta arduino, ya que programa los microcontroladores con una adaptación del lenguaje de programación C y da un ambiente más amigable y fácil de programar.

Con este trabajo se pretende tener una herramienta adaptable que puede ser utilizada como las exigencias se vayan dando ya que quedara como base ya sea para escalarse a uno más robusto o adaptarse a alguna aplicación específica.

Con el propósito de demostrar que los análisis que se realizaron son correctos la construcción se basara en las medidas requeridas para una impresora 3D con aplicación en ingeniería de tejidos óseos.

ABSTRACT

Has proposed the design and implementation of a vertical delta robot to work in small-scale purposes, robot delta vertical carries attributes of rigidity, precision, high acceleration. Kinematic and dynamic analysis was made to obtain the torque and be able to choose the engine.

The Arduino open platform, microcontrollers are programmed with an adaptation of the C language and gives a more friendly and easy environment to programme.

This paper aims to have an adaptable tool that can be used as the demands are being made and to stay as a base either to scale to a more robust or adapt to a specific application.

In order to prove that the analyzes made are correct, construction was based on the measures required for a 3D printer application in bone tissue.

Palabras clave: Robot delta, diseño dinámico, Interfaz, análisis estructural y control

ÍNDICE

<i>DEDICATORIA</i>	<i>i</i>
<i>AGRADECIMIENTOS</i>	<i>ii</i>
<i>RESUMEN</i>	<i>iii</i>
Palabras clave: Robot delta, diseño dinámico, Interfaz, análisis estructural y control	iii
ÍNDICE	iii
<i>ÍNDICE DE FIGURAS</i>	1
<i>ÍNDICE DE TABLAS</i>	3
<i>GLOSARIO</i>	4
<i>NOMENCLATURA</i>	4
CAPÍTULO 1 INTRODUCCION	6
1.1 Introducción.	6
1.2 Antecedentes.	7
1.3 Planteamiento del Problema.	12
1.4 Objetivos de Investigación.	12
1.4.1 Objetivo General.	12
1.4.2 Objetivos Particulares.	13
1.5 Justificación.	13
1.6 Hipótesis.	14
1.7 Metodología.	14
1.8 Estructura de la tesis.	15
CAPÍTULO 2 ESTADO DEL ARTE	17
2.1 Los robots paralelos.	17
2.2 La historia de las impresoras 3D.	25
2.3 Avances y artículos relacionados con la impresión de hueso.	29
CAPÍTULO 3 CINEMATICA	31
3.1 Introducción.	31
3.2 Descripción de vínculos.	31

3.3 Robot Paralelo de 3 GDL.	32
3.3.1 Descripción de la arquitectura.	32
3.4 Cinemática Inversa.	34
3.5 Cinemática Directa.	37
3.5.1 Calculo del Jacobiano.	42
3.5.2 Calculo de singularidades.	43
3.5.3 Jacobianos en el dominio de la fuerza.	47
3.5.4 Aceleración cinemática.	49
<i>CAPÍTULO 4 DINAMICA</i>	50
4.1 Introducción.	50
4.2 Modelo dinámico de sistemas por el método de Euler-LaGrange.	52
4.3 Simulación de resultados.	58
4.4 Simulación dinámica en SolidWorks.	62
<i>CAPÍTULO 5 DISEÑO Y FABRICACIÓN</i>	72
5.1 Introducción.	72
5.2 Realizar el modelo en Solid-Works.	80
5.3 Realizar la simulación de deformaciones en ANSYS.	81
5.4 Selección del material para la fabricación de la estructura del robot.	88
5.5 Fabricación de la estructura del robot.	90
<i>CAPÍTULO 6 DISEÑO DEL CONTROL DEL ROBOT DELTA VERTICAL</i>	92
6.1 Introducción.	92
6.2 Selección del tipo de microcontrolador para implementar y programar el robot delta vertical.	92
6.3 Elección del motor.	95
6.4 Etapa de potencia.	98
6.5 Implementación del control.	101
<i>CAPÍTULO 7 IMPLEMENTACIÓN DE LA INTERFAZ ENTRE EL ROBOT DELTA Y LA COMPUTADORA</i>	104
7.1 Introducción.	104
7.2 Programación del Microcontrolador.	106

7.3 Programación de la Interfaz. _____	108
<i>CAPÍTULO 8 DESEMPEÑO DEL ROBOT DELTA VERTICAL</i> _____	112
8.1 Introducción. _____	112
8.2 Repetitividad. _____	113
8.3 Velocidades. _____	115
<i>CAPÍTULO 9 CONCLUSIONES</i> _____	120
<i>ACCIONES DE DIFUSIÓN DERIVADAS DE LA PRESENTE TESIS</i> _____	123
<i>BIBLIOGRAFIA</i> _____	124

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 (a) Máquina CNC (b) Robot Serie	7
Figura 2 El Robot delta angular.	9
Figura 3 Robot delta utilizado en aplicación quirúrgica	10
Figura 4 Instalación Line-Placer para el empaquetamiento de bocadillos (Bretzels)	11
Figura 5 Robot delta vertical	11
Figura 6 Stewart en su simulador de vuelo	18
Figura 7 Esquema del robot delta	19
Figura 8 Micro delta 240 de EPFL.....	19
Figura 9 El robot hexa	20
Figura 10 Robot tricept	20
Figura 11 Robot delta de CSEM.	21
Figura 12 Demaurex	21
Figura 13 Agile Eye	22
Figura 14 Robot hexabot serie 1	22
Figura 15 Quadrupteron	23
Figura 16 Robot Hermes	24
Figura 17 Robot Verne	24
Figura 18 Delta robot con actuadores lineales.	24
Figura 19 Las seis posibles articulaciones de par menor	32
Figura 20 Modelo geométrico robot delta vertical	33
Figura 21 Descripción geométrica de la base.....	34
Figura 22 Descripción geométrica de la plataforma móvil.	35
Figura 23 Descripción geométrica de la plataforma móvil en coordenadas globales.	35
Figura 24 Ecuaciones graficadas para un solo valor de dz en este caso 100.....	37
Figura 25 Ecuaciones graficadas vista desde arriba.	38
Figura 26 Intercepciones de las ecuaciones.	38
Figura 27 Intercepciones solucionables.	39
Figura 28 Círculo del Espacio de Trabajo.....	39
Figura 29 Singularidad $ J_d =0$	45
Figura 30 Vectores Coplanarios.....	46
Figura 31 Angulo \emptyset	47
Figura 32 Distribución de masas y velocidades.	53
Figura 33 Robot Delta Vertical desplazamiento.	59
Figura 34 Velocidad de la posición en X.	59
Figura 35 Aceleración de la posición en X.	60
Figura 36 Velocidad del actuador 1.	60
Figura 37 Aceleración del actuador 1.	61

Figura 38 Torque.....	61
Figura 39 Movimiento número 0.	63
Figura 40 Movimiento número 1.	64
Figura 41 Movimiento número 2.	65
Figura 42 Movimiento número 3.	66
Figura 43 Movimiento número 4.	67
Figura 44 Movimiento número 5.	68
Figura 45 Movimiento número 6.	69
Figura 46 Movimiento número 7.	70
Figura 47 Fuerza del tercer motor con coeficiente de fricción 0.250.....	71
Figura 48 Espacio de trabajo.	72
Figura 49 $r1$ =Radio de efecto final.....	73
Figura 50 $ws1$ =Espacio de trabajo deseado.....	74
Figura 51 $ws2$ =Espacio de trabajo en altura deseado.	74
Figura 52 $Q1$ =Largo del conector1 de centro a centro.....	74
Figura 53 $Q2$ =Largo del conector22 del centro de pilar a centro de giro.	75
Figura 54 $d1$ =Distancia de la parte superior del conector21 al centro de soporte.	75
Figura 55 $d2$ =Distancia del centro de giro del conector1 a la parte inferior del eje central.	75
Figura 56 $d3$ =Distancia que sobre sale el efecto final del eje central.....	75
Figura 57 $d4$ =Distancia del centro del pilar al efecto final cuando está totalmente paralelo.	76
Figura 58 $r0$ =radio del robot.....	76
Figura 59 D =Distancia del centro del pilar al final del espacio de trabajo.	77
Figura 60 L =Longitud de las barras.	77
Figura 61 Longitud de la pinza.	77
Figura 62 Cálculo para evitar singularidades.	78
Figura 63 $Q3$ =Distancia del conector22 a la punta del efecto final.	78
Figura 64 H =Distancia que resulta de la suma de $L3 + ws2$	79
Figura 65 Modelo Completo.	80
Figura 66 Mallado del robot delta vertical.	82
Figura 67 Mallado de las partes móviles.....	83
Figura 68 Deformación configuración 1.	83
Figura 69 Esfuerzo von Mises configuración 1.....	84
Figura 70 Deformación configuración 2.	84
Figura 71 Esfuerzo von Mises configuración 2.....	84
Figura 72 Deformación Configuración 3.	85
Figura 73 Esfuerzo von Mises configuración 3.....	85
Figura 74 Deformación configuración 4.	85
Figura 75 Esfuerzo von Mises Configuración 4.....	86
Figura 76 Deformación configuración 5.	86
Figura 77 Esfuerzo von Mises configuración 5.....	86
Figura 78 Deformación Configuración 6.	87

Figura 79 Esfuerzo von Mises Configuración 6.....	87
Figura 80 Fabricación de las partes de la impresora	90
Figura 81 Armado del robot delta vertical.	91
Figura 82 Microcontrolador 2560.	94
Figura 83 Arduino MEGA 2560.	95
Figura 84 Grafica Torque contra Pasos/seg.	97
Figura 85 Diagrama del motor Bipolar.	98
Figura 86 Modo típico de conexión para el A4988.....	99
Figura 87 Driver A4988.	100
Figura 88 Distribución del Arduino con la ramps.	101
Figura 89 Conexión del Driver en la ramps.	102
Figura 90 Salidas de Potencia en la ramps.	102
Figura 91 Tarjeta ramps.	103
Figura 92 Conexión Completa.	103
Figura 93 Diagrama de Flujo programa arduino.	107
Figura 94 Diagrama de Flujo de la interfaz.....	110
Figura 95 Pantalla de la interfaz en GUIDE.....	111
Figura 96 Dial indicador.	113

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Cinemática Directa.....	41
Tabla 2 Direcciones de los motores.	62
Tabla 3 Fuerzas de los motores a diferentes posiciones.....	71
Tabla 4 Posibles configuraciones de los materiales para fabricar el Robot.	81
Tabla 5 Número de nodos y elementos.	81
Tabla 6 Tabla de deformaciones.	88
Tabla 7 Tabla de esfuerzo von misses.....	88
Tabla 8 Tabla de Tensión Admisible.	89
Tabla 9 Tabla de comparaciones entre tensión admisible y esfuerzo von misses.....	89
Tabla 10 Características del motor parte 1.....	97
Tabla 11 Características del motor parte 2.....	97
Tabla 12 Distribución de bobinas.....	98
Tabla 13 Propiedades del driver.....	99
Tabla 14 Distribución de divisiones.....	100
Tabla 15 Pines y Tiempos de activación.....	100
Tabla 16 Corriente de los Motores.....	100
Tabla 17 Pines de la ramps.....	101
Tabla 18 Características de la banda y polea.	104
Tabla 19 Códigos G y M.	105
Tabla 20 Total de pasos para el espacio de trabajo completo.	106

Tabla 21 Pasos para 1 mm.....	106
Tabla 22 Códigos G y M implementados en la interfaz.....	108
Tabla 23 Descripción de Botones.....	111
Tabla 24 Medidas de repetitividad X.....	114
Tabla 25 Medida de repetitividad Y.....	114
Tabla 26 Medida de repetitividad Z.....	114
Tabla 27 Medida de velocidad X división 1.....	115
Tabla 28 Medida de velocidad Y división 1.....	115
Tabla 29 Medida de velocidad en Z división 1.....	116
Tabla 30 Medida de velocidad en X división 1/4.....	116
Tabla 31 Medida de velocidad en Y división 1/4.....	116
Tabla 32 Medida de velocidad Z división 1/4.....	117
Tabla 33 Medida de velocidad X división 1/16.....	117
Tabla 34 Medida de velocidad en Y división 1/16.....	117
Tabla 35 Medida de velocidad Z división 1/16.....	118

GLOSARIO

RVD	Robot Vertical Delta
GDL	Grado De Libertad

NOMENCLATURA

O	Origen
O'	Origen de la plataforma móvil
A'	Unión de la base y poste 60°
B'	Unión de la base y poste 180°
C'	Unión de la base y poste 300°
R_o	Radio del centro de la base a uno de los postes
R₁	Radio de la plataforma móvil

d_{z1}	Distancia de la base al actuador 1
d_{z2}	Distancia de la base al actuador 2
d_{z3}	Distancia de la base al actuador 3
α_1	Angulo de rotación del marco del brazo del motor 1
α_2	Angulo de rotación del marco del brazo del motor 2
α_3	Angulo de rotación del marco del brazo del motor 3
J	Matriz jacobiana para el Robot Delta vertical
ws_1	Espacio de trabajo deseado
ws_2	Espacio de trabajo en altura deseado
Q_1	Largo del conector1 de centro a centro
Q_2	Largo del conector22 de centro de pilar a centro de giro
d_1	Distancia de la parte superior del conector21 al centro de soporte
d_2	Distancia del centro de giro del conector1 a la parte inferior del eje central
d_3	Distancia que sobre sale el end efector del eje central
d_4	Distancia del centro del pilar al end efector cuando esta totalmente paralelo
D	Distancia del centro del pilar al final del espacio de trabajo
L	Longitud de las barras de centro a centro
Q_3	Distancia del conector22 a la punta del end efector
H	Distancia que resulta de la suma de $L_3 + ws_2$
θ	Angulo mínimo para evitar singularidades

CAPÍTULO 1 INTRODUCCION

1.1 Introducción.

Se ha propuesto el diseño e implementación de un robot delta vertical para trabajar en propósitos de pequeña escala, El robot delta vertical lleva consigo atributos de rigidez, precisión, alta aceleración y agregándole de multipropósito; refiriéndonos a que podemos intercambiar la herramienta y en este caso el propósito completo del robot, dándonos con esto otro atributo del robot, la versatilidad.

Hemos considerado algunas aplicaciones del robot ya sea como: Impresora de 3D, Maquinado con Electroerosión, Fresadora, impresora (Rígidos), etc.

Vamos a utilizar un microprocesador de la plataforma abierta arduino ya que este nos permite modificar los diseños ya realizados y adaptarlos a nuestro proyecto, dándonos con esto un avance significativo en nuestro proyecto sin la necesidad de empezar de cero, la plataforma abierta arduino, programa los microprocesadores con una adaptación del lenguaje de programación C y dándonos un ambiente más amigable y fácil de programar.

Se va a implementar el Robot Delta vertical como un prototipo de una herramienta multipropósito y los materiales se van a elegir de acuerdo al tamaño de la herramienta máxima que tendrá que soportar y al tamaño que seleccionemos del área de trabajo.

Con este trabajo se pretende tener una herramienta adaptable que puede ser utilizada como las exigencias se vayan dando ya que quedara como base ya sea para escalarse a uno más robusto o adaptarse a alguna aplicación específica.

Con el propósito de demostrar que los análisis que se realizaron son correctos la construcción se basara en las medidas requeridas para una impresora 3D con aplicación en ingeniería de tejidos óseos.

1.2 Antecedentes.

El origen del termino Robot puede ser encontrado en un obra de ciencia ficcion escrito por Karel Capek (1920). Esta obra tutulada R.U.R fue publicada en checo en 1920 como una abreviacion de Rozum´s Universal Robots, un drama colectivo en un prologo comico y tres actos primeramente presentado en el Teatro Nacional de Praga el 25 de enero de 1921. Se nota que en checo “Rozum” significa sabiduria y “Robota” significa servidumbre/fuerza laboral. Desde la palabra Robot fue aparentemente acuñado por el hermano del autor, pintor cubista y escritor Joseph Capek, el termino es usado para referir a un amplio rango de cosas hechas por el hombre de dispositivos a programas que son usados para hacer automaticamente y autonomamente varias tareas para remplazar al hombre [1] .

Robot series y maquinas CNC son las dos principales categorías en equipos de mecanizado en aplicaciones de automatización flexibles. Un robot serie tiene un gran volumen de trabajo, bajo costo y gran flexibilidad mientras su rigidez, precisión y repetitividad son relativamente bajos. Por el contrario una maquina CNC tiene una mayor rigidez, precisión y repetitividad, pero su volumen de trabajo es mucho más pequeña y su costo es más alto.



(a)CNC



(b) Robot Serie

Figura 1 (a) Maquina CNC (b) Robot Serie [2].

Con actual demanda incrementándose para la automatización flexible de fábrica, la industria desea un alto rendimiento y soluciones de bajo costo que combina las ventajas de un robot serie y una maquina CNC. Alta rigidez y aplicaciones de alta precisión siguen siendo un desafío para los robots industriales existentes, Por lo tanto, un objetivo principal en desarrollo de robots es mejorar la rigidez y la precisión mientras se mantiene su ventaja de gran volumen de trabajo, flexibilidad y bajo costo a través de diseño de precisión y control de precisión [3].

Con esto aparece una solución que será el centro de la investigación el Robot paralelo.

El robot paralelo ha estado bajo investigación y espera ser la solución para este dilema. Un mecanismo paralelo o estructura por su naturaleza mejora la rigidez mientras un pequeño o ningún incremento de peso. Un mecanismo de robot paralelo también tiene otras ventajas cuando se compara con el mecanismo serial.

- a) Brazos son usualmente miembros de dos fuerzas entonces ellos son ligeros en peso.
- b) Actuadores son montados sobre la máquina y no como parte del miembro movable.
- c) Alta aceleración es fácilmente alcanzado porque reduce el movimiento de masas.

La desventaja de la estructura paralela esta también aparente incluyendo también un pequeño espacio de trabajo, la falta de cierre de un bucle cinemático de algún mecanismo o configuraciones de estructuras y los problemas y dificultades creadas por el efecto de acoplamiento robótico [4].

Nuestra investigación se concentrara en un tipo de robot paralelo, EL robot paralelo Delta.

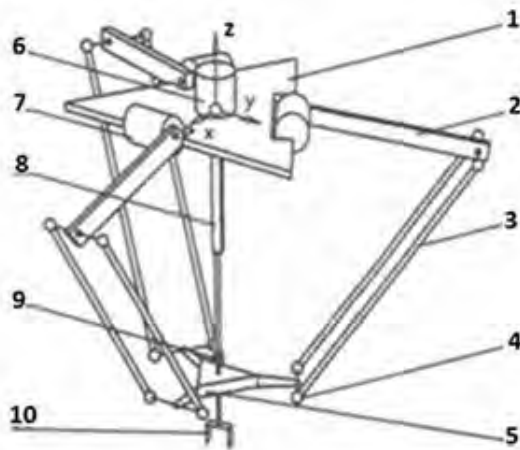
El origen que conduce al concepto y diseño del robot delta.

El concepto del Robot Delta fue buscado y descubierto como una respuesta como catalizador en una declaración hecha durante una visita una fábrica de chocolate en 1985.

La paletización de chocolates fue hecha a mano por las operadoras. Este trabajo requiere una estricta observación de las normas de higiene y puede ser considerado como aburrido y estresante por los operadores humanos.

Para proporcionar una solución alternativa a la tarea se pensó en el uso de robots podría valer la pena. Pronto se estableció que no había un robot industrial existente en el mercado que pudiera ser usado para dar una respuesta adecuada a las diversas restricciones del problema dado. Por lo tanto, la necesidad absoluta fue buscar un nuevo diseño.

El Robot Delta Angular fue la solución a este problema ver figura 2.



1	Placa base
2	Brazo
3	Antebrazo
4	Junta Esferica
5	Base Movil
6	Actuador de eje #4
7	Actuador (eje 1-3)
8	Transmisión Telescópica
9	Junta Universal
10	Pinza

Figura 2 El Robot delta angular.

Algunas aplicaciones

Dentro de las amplias aplicaciones que se le han dado al modelo original del robot delta se encuentra la Industria Médica. La compañía Sueca Electa, se especializa en el dominio quirúrgico y fabricó un robot que porta un microscopio que está situado encima de una mesa de operación ver figura 3 [5].



Figura 3 Robot delta utilizado en aplicación quirúrgica [5].

La aplicación más exitosa de Demarex para el robot delta es la instalación Line-Placer ver figura 4. El robot cuenta con pequeños motores de entre 100 y 200 W. A pesar del bajo poder de los motores, el robot tiene control y reflejo perfectos del extremo final y alcanza una cadencia superior a los 2.5 objetos por segundo [5].



Figura 4 Instalación Line-Placer para el empaquetamiento de bocadillos (Bretzels) [5].

En este proyecto se desarrollara el robot delta con actuadores lineales (Robot delta vertical).
Ver figura 5.

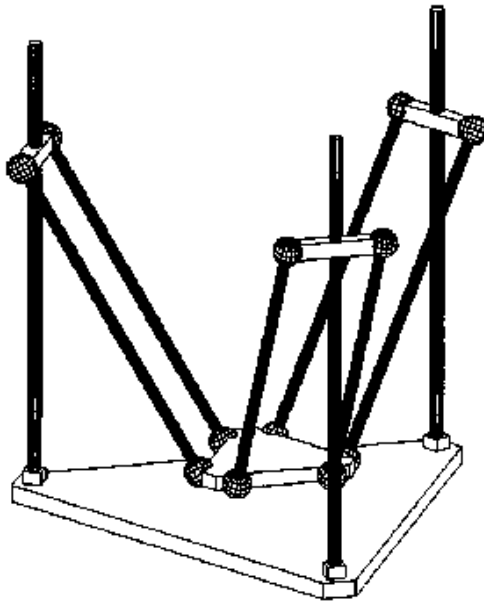


Figura 5 Robot delta vertical [6].

1.3 Planteamiento del Problema.

Se diseñó el robot delta angular para poder realizar tareas que son repetitivas y que por lo mismo pueden llegar a cansar al operario, haciendo que deje de prestar atención y con esto generando errores en su trabajo. Por otra parte, se ha estudiado poco el robot delta vertical teniendo como principal ventaja sobre él, la rigidez y la posibilidad de moverse en el eje Z. Se pretende, a través de herramientas matemáticas, computacionales y físicas tener todas las características de este tipo de robot y lograr un mejor diseño.

El robot delta que se realizara se llevara a cabo con la intención que cubra un espacio de trabajo adecuado para aplicaciones de pequeña escala, se podrá utilizar para diferentes propósitos, como pueden ser: Impresión en 3D, mecanizado de piezas por arranque de viruta, entre otros. Además que será un prototipo escalable, ya sea para mayor o menor magnitud, y que se pueda conjuntar con otros proyectos que se están realizando en la universidad para poder así, ayudar a generar conocimiento en el área de la robótica.

1.4 Objetivos de Investigación.

1.4.1 Objetivo General.

Diseñar y fabricar un robot vertical de arquitectura delta controlado por computadora.

1.4.2 Objetivos Particulares.

- Estudiar la dinámica y cinemática de un robot delta vertical.
- Diseñar el robot delta vertical.
- Fabricar la estructura del robot.
- Diseño del control del robot delta vertical.
- Diseñar la interface con la computadora.
- Diseño de las tarjetas prototipo de control.
- Evaluar el desempeño del robot vertical delta.

1.5 Justificación.

Se ha estado investigando la continua evolución de los avances tecnológicos y en uno de ellos se encuentran los robots, por lo cual se da a la tarea de implementar un robot delta vertical que tiene poca investigación y por sus características tiene gran potencial de ser explotado en aplicaciones de manufactura e ingeniería tisular. Por otra parte, se han hecho muy pocas investigaciones acerca de la impresión de huesos en 3D, por lo cual se establecerán las restricciones de diseño para la construcción de un robot delta vertical, con las características necesarias para este propósito.

Una de las características que observamos en el robot delta es la capacidad de manejarse sobre los tres ejes coordenados y sobre la altura la que se desee sin perder su rigidez, llamando esto nuestra atención hacia este tipo de robots.

Destacando que a través de los avances logrados con este proyecto dará reconocimiento nacional e internacional a la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Gracias al alcance social y tecnológico de este proyecto [7].

1.6 Hipótesis.

Es posible diseñar y construir un robot vertical delta con propósitos de pequeña escala para estudiar sus parámetros de diseño.

1.7 Metodología.

Búsqueda y clasificación de la información.

Estudio de la Dinámica, Cinemática de los Robots de Arquitectura Delta.

Diseño y Fabricación de un Robot de Arquitectura Delta.

- Selección de las características específicas para nuestro robot (Tamaño máximo de herramienta, peso máximo de herramienta, pieza máxima a trabajar)
- Realizar el modelo en SolidWorks
- Realizar la simulación de deformaciones en ANSYS
- Seleccionar el material para la fabricación de la estructura del robot
- Fabricar la estructura del robot

Diseño del control del Robot Delta Vertical

- Selección de los Motores para control de movimiento del Robot Delta
- Seleccionar el tipo de microcontrolador para implementar y programar el robot vertical delta (plataforma abierta Arduino).

Implementación de la interfaz entre el Robot Delta y la computadora

Validación de los resultados

Publicación de Resultados y asistencia a congresos

Redacción de final y Aceptación por parte de la mesa sinodal

1.8 Estructura de la tesis.

La tesis ha sido organizada de tal manera que cualquier persona ajena al tema específico pero con los conocimientos suficientes básicos pueda dar seguimiento claro y contundente de lo que se pretende con esta tesis [8].

En el Capítulo 1, se da una introducción de las ideas que se desarrollaran en la tesis, Antecedentes de los robots series y paralelos, se definen los objetivos, planteamiento del problema y la hipótesis.

En el Capítulo 2, se presenta el marco teórico de los Robots Paralelos, la Historia de las impresoras 3D, avances y artículos relacionados con impresión de hueso.

En el Capítulo 3, se realizan los cálculos de la cinemática inversa, así como la cinemática directa del Robot delta vertical.

En el Capítulo 4, se realizó la Dinámica del Robot delta vertical por el método de Euler-LaGrange, después se realizó la simulación en Matlab para encontrar el torque del motor, se realizó también la simulación en SolidWorks para comparar los dos resultados del torque para poder elegir un motor.

En el Capítulo 5, trata del diseño y fabricación, empezando con la selección de las características de nuestro robot (tamaño máximo del espacio de trabajo, peso de la herramienta), después se realizó el modelo en SolidWorks, de los materiales posibles para elegir se realizaron simulaciones en ANSYS para encontrar su deformación y si los materiales soportaban los esfuerzos, por último de los materiales que pasaron los esfuerzos, se compararon sus precios y se eligió el más viable para la construcción de la máquina.

En el Capítulo 6, se realiza la elección del microcontrolador, los motores y la etapa de potencia, la descripción de cada etapa y sus características. Se realizan las conexiones, las pruebas de movimiento y la elección de las salidas del microcontrolador.

En el Capítulo 7, se realizan los programas tanto del microcontrolador, como de la interfaz en la computadora, para realizar el control del robot delta vertical. La programación del microcontrolador se realizó en arduino ide, que es un programa parecido al C. La interfaz se programó en Matlab, en una aplicación llamada GUIDE, la aplicación GUIDE es orientado a objetos.

En el capítulo 8, se analizó el desempeño del robot delta vertical a través de la repetitividad que presenta la máquina, además se midió las velocidades a diferentes direcciones y distancias.

Por ultimo en el capítulo 9, se realizan todas las conclusiones de la tesis.

CAPÍTULO 2 ESTADO DEL ARTE

2.1 Los robots paralelos.

Los manipuladores paralelos de baja movilidad son sin duda un tipo de mecanismos de un presente y futuro prometedores en un gran número de aplicaciones industriales, presentando una serie de importantes ventajas sobre los robots serie, más extendidos en la actualidad en el ámbito industrial.

Las peculiares características de este tipo de robots ha hecho que ciertas arquitecturas hayan encontrado un perfecto acomodo en determinado tipo de aplicaciones, como la realización de operaciones de pick & place o ciertas operaciones de mecanizado, siendo quizás los robots Delta y Tricept los manipuladores paralelos que posean un presente más importante. Además, el desarrollo de nuevas arquitecturas de este tipo de robots es un proceso en constante actividad, ya que día a día van apareciendo nuevas posibilidades. Sin embargo, la mayoría de estos nuevos robots quedan limitados a la realización de estudios teóricos o simplemente experimentales, debido a que la complejidad de sus cinemáticas, la dificultad de su control en tiempo real, la ausencia de técnicas de calibración totalmente sistematizadas, etc., hacen que la industria sea todavía reticente a utilizar este tipo de mecanismos [2].

Año	Descripción
1942	La investigación documentada en el campo de los robots paralelos tiene sus inicios en el año de 1942, cuando Pollard patentó su mecanismo para el pintado de automóviles.
1947	McCough propuso una plataforma de 6 grados de libertad, la cual fue usada después por Stewart en su simulador de vuelo ver figura 6. Estos manipuladores son particularmente ubicados en una gran variedad de típicas aplicaciones

	<p>industriales y han presentado mucho interés en los investigadores a lo largo del tiempo [Clavel, 1988; Pierrot, 1991; Badano, 1993; Arai and Tanikawa, 1996; Tsumaki et al. 1998]. En años recientes, varias estructuras y mecanismos han sido propuestos, el desarrollo de estos han establecido aplicaciones específicas, tales como: empaquetamiento, ensambles, manipulación de pequeñas piezas u objetos, etc [5].</p> <div data-bbox="651 583 1070 1092" data-label="Image"> </div> <p style="text-align: center;">Figura 6 Stewart en su simulador de vuelo [2].</p>
<p>80's</p>	<p>Cuando Reymond Clavel (profesor de EPFL, École Polytechnique Fédérale de Lausanne) propone la idea de usar paralelogramos para construir un robot paralelo con tres grados de libertad de translación y uno de rotación. En la figura 7 se presenta un esquema del robot Delta. Contrariamente a opiniones publicadas en otra parte, su inspiración era verdaderamente original y no viene de un mecanismo paralelo patentado por Willard L. Pollard en 1942, quien en ese tiempo no fue reconocido por el Profesor Clavel.</p>

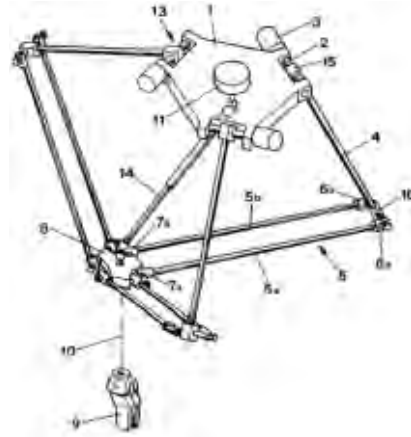
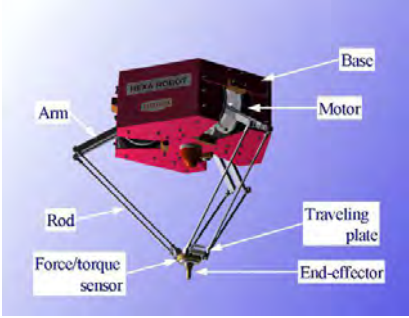



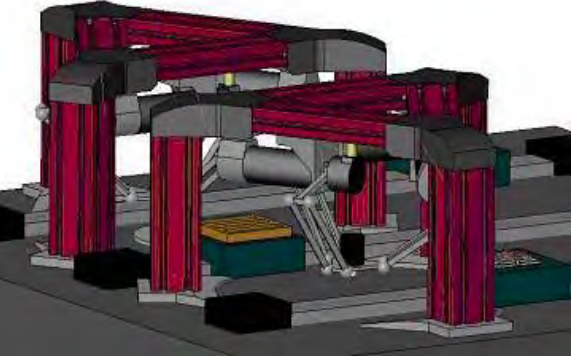

Figura 7 Esquema del robot delta [5].

La École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL) patento su diseño del robot delta para su distribución en laboratorios y aplicaciones industriales, llamado Micro Delta 240 ver figura 8. La principal función de este robot es el manejo de pequeños objetos y componentes electrónicos. El movimiento de cada uno de los brazos de este pequeño robot está asegurado por un sistema estándar motor-reductor-sensor. La resolución varía entre 0.01 y 0.02 mm con respecto al área de trabajo. Este robot puede alcanzar una cadencia de tres transferencias por segundo en distancias de 100 a 150 mm y con una precisión de alrededor de 0.1 mm.



Figura 8 Micro delta 240 de EPFL [5].

<p>1994</p>	<p>El robot Hexa (Toyama et al., 1994), mostrado en la figura 9, es un robot completamente paralelo formado por 6 cadenas cinemáticas <i>RSS</i> que unen una base fija a un elemento terminal.</p>  <p>Figura 9 El robot hexa [2].</p>
<p>1988 y 1999</p>	<p>Robots paralelos con éxito comercial en la actualidad es el denominado Tricept (Neumann, 1988; Siciliano, 1999), desarrollado por SMT Tricept AB y mostrado en la figura 10. Está dotado de 3 cadenas cinemáticas actuadoras y una cadena cinemática pasiva, la cual es encargada de dotar a su elemento terminal con un patrón de movimiento compuesto de 2 rotaciones independientes y una única traslación, además de dotarlo de una mayor rigidez. Esto hace que sea utilizado con éxito en operaciones de mecanizado.</p>  <p>Figura 10 Robot tricept [2].</p>
	<p>CSEM desarrollo un robot delta compacto basado en la cinemática paralela, ver figura 11. El robot se ha diseñado para resolver tareas exigentes en el campo del micro ensamblé, tales como alta velocidad, alta precisión de posición y</p>

	<p>planificación de rutas flexibles.</p>  <p>Figura 11 Robot delta de CSEM [5].</p>
	<p>Demaurex negoció con la Compañía Alemana GROB-Werke sobre la licencia para producir su propio modelo. El sistema es básicamente una modificación del diseño del popular robot Delta. La diferencia es que los actuadores son guías de movimiento lineales que están unidos en forma paralela unos de otros, ver figura 12.</p>  <p>Figura 12 Demaurex [5].</p>
<p>1996 y 2006</p>	<p>El Agile Eye (Gosselin et al., 1996; Bonev et al., 2006), desarrollado por el profesor C. Gosselin en la universidad de Laval, es un manipulador paralelo esférico 3 – RRR pensado para orientar de forma rápida una cámara situada sobre su elemento terminal dentro de un cono de visión de 140° con una torsión de $\pm 30^\circ$,</p>

pudiendo alcanzar velocidades y aceleraciones angulares superiores $1000 \text{ }^\circ/\text{s}$ y $20000 \text{ }^\circ/\text{s}^2$ respectivamente, superiores a las que el ojo humano es capaz de alcanzar ver Figura 13.

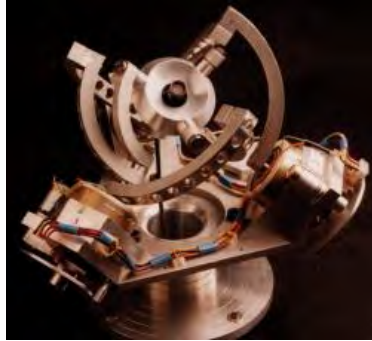


Figura 13 Agile Eye [2].

El dispositivo llamado Hexabot Serie 1, se puede combinar con un sistema de cabezal rotatorio multi herramientas y puede realizar diversas operaciones de maquinado sobre piezas. El Hexabot, por su facilidad de operación es uno de los manipuladores más usados en la mayoría de las industrias automatizadas (hasta de 5 GDL), ver figura 14.



Figura 14 Robot hexabot serie 1 [5].

<p>2006 y 2007</p>	<p>En la Figura 15 se muestra un robot el cual fue desarrollado en la Universidad de Laval; el robot 4-<i>PRRR</i> (Kong y Gosselin, 2006; Richard et al., 2007). Su particular geometría hace que presente una resolución extremadamente sencilla de sus problemas de posición, un espacio de trabajo cartesiano y un rango de desplazamiento angular de $\pm 60^\circ$. Relacionadas con esta solución, las referencias (Carricato y Parenti-Castelli, 2003b; Gogu, 2006c) muestran otras distintas soluciones de robots 3T1R con movimiento desacoplado.</p> <div data-bbox="634 613 1091 953" data-label="Image"> </div> <p style="text-align: center;">Figura 15 Quadrupton [2].</p>
	<p>Un concepto diferente al ofrecido por los robots anteriormente mostrados es el empleo de robots híbridos, entendiendo como tales aquellos que consiguen obtener un determinado patrón de movimiento en su elemento terminal mediante el movimiento relativo entre un manipulador de baja movilidad, frecuentemente dotado de 3 GDL, junto con una mesa móvil dotada con uno o dos GDL. Este es el caso de los robots Hermes y Verne, desarrollado por el centro tecnológico Fatronik, mostrados en las figuras 16 y 17. En concreto, los robots anteriormente citados se utilizan como centros de mecanizado de cinco ejes, con la particularidad de conseguir obtener estos 5 GDL de forma desacoplada.</p>



Figura 16 Robot Hermes [2].



Figura 17 Robot Verne [2].

Se presentaron diversos Robots paralelos que son los más destacados, y que se han utilizado en para distinta tareas, se enfatizara el robot delta vertical mostrado en la figura 18, ya que es objeto de estudio de la presente tesis.

A continuación se nombra los artículos escritos sobre este.

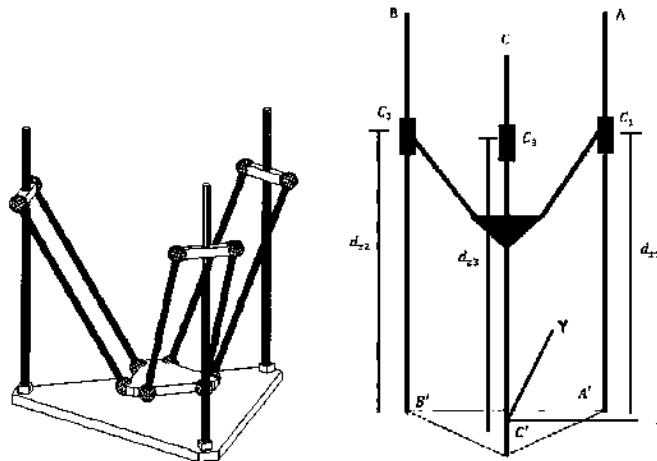


Figura 18 Delta robot con actuadores lineales.

<p>XIN-JUN LIU [6]</p> <p>A New Approach to the Design of a DELTA Robot with a Desired Workspace.</p>	<p>En este artículo realizan un método de diseño de un robot delta vertical en base a un espacio de trabajo prescrito.</p>
<p>RIDHA KELAIAlA [3]</p> <p>Multiobjective optimization of a linear Delta parallel robot.</p>	<p>En este artículo realizan un método de diseño del Robot Delta Vertical basado en términos de optimización multiobjetivo tomando en cuenta simultáneamente varios criterios de ejecución.</p>

Estos son los artículos que he encontrado que hablan directamente del robot delta vertical.

2.2 La historia de las impresoras 3D.

Las impresoras 3D funcionan como las impresoras de chorro de tinta, en vez de tinta, las impresoras 3d depositan el material deseado en una serie de capas sucesivas para crear un objeto procedente de un formato digital.

Año	Descripción
1976	<ul style="list-style-type: none"> • El inicio de la impresión 3D, cuando se inventó la impresora de inyección de tinta.
1983	<ul style="list-style-type: none"> • Chuck Hull, un inventor destacado en el campo de la óptica iónica, idea el primer método de impresión 3D: la estereolitografía.
1984	<ul style="list-style-type: none"> • Algunas adaptaciones y avances sobre el concepto de la inyección de tinta transformaron la tecnología de impresión con tinta a impresión con materiales. A lo largo de las últimas décadas, ha habido una gran variedad de aplicaciones de la tecnología de impresión 3D que se han desarrollado a través de varias industrias.

<p>1988</p>	<ul style="list-style-type: none"> • La compañía 3D Systems, fundada por Chuck Hull, comercializa las primeras máquinas de impresión estereolitográficas. • El funcionamiento básico de esta máquina consiste en que un láser UV va solidificando un fotopolímero, un líquido con la viscosidad y color parecido al de la miel, el cual va fabricando partes tridimensionales capa por capa.
<p>1988 – 1990</p>	<p>Se desarrollan nuevos métodos de impresión:</p> <ul style="list-style-type: none"> • La impresión por deposición de material fundido (<i>fused deposition modelling</i> o FDM). • La impresión por láser (<i>selective laser sintering</i> o SLS).
<p>1990</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Scott Crum, que había concebido el método de impresión FDM, establece la empresa Stratasys para la comercialización de su invento.
<p>1993</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Un grupo de estudiantes del MIT concibe la impresión 3D por inyección. • Dos años más tarde, en 1995, inician la venta de los primeros equipos basados en esta tecnología a través de la compañía 3D Systems, creada en 1988 por Chuck Hull.
<p>1999</p>	<ul style="list-style-type: none"> • El primer órgano criado en laboratorio que se implementó en humanos fue un aumento de la vejiga urinaria utilizando recubrimiento sintético con sus propias células. <p>La tecnología utilizada por los científicos del Instituto de Wake Forest de Medicina Regenerativa, abrió las puertas al desarrollo de otras estrategias para los órganos de la ingeniería, el cual pasaba</p>

	<p>por la impresión de los mismos. Debido a que están fabricadas con células propias del paciente, el riesgo de rechazo es prácticamente nulo.</p>
2002	<ul style="list-style-type: none"> • Los científicos diseñan un riñón en miniatura completamente funcional y con la capacidad de filtrar sangre y producir orina diluida en un animal. • El desarrollo llevó a la investigación en el Instituto de Wake Forest de Medicina Regenerativa el objetivo de imprimir los órganos y tejidos con tecnología de impresión 3D.
2005	<ul style="list-style-type: none"> • El Dr. Bowyer, de la Universidad de Bath, Reino Unido, desarrolla la primera máquina 3D autorreplicante: la RepRap, que supone un salto adelante en la normalización y acceso a las impresoras tridimensionales.
2006	<ul style="list-style-type: none"> • Este año se construye la primera máquina del tipo SLS (Sintetización de laser selectivo) viable. Básicamente, este tipo de máquina utiliza un láser para fundir materiales en el proceso de impresión 3D. Este descubrimiento abre las puertas a la personalización masiva y a la demanda de fabricación de piezas industriales, y más tarde, prótesis. • Ese mismo año, Object, un proveedor de materiales e impresoras 3D, crea una máquina con la capacidad de imprimir en múltiples materiales, incluyendo polímeros y elastómeros. La máquina permite que una parte sea fabricada con una gran variedad de densidades y propiedades de material.
2008	<ul style="list-style-type: none"> • Tras su lanzamiento en 2005, el proyecto RepRap saca a la luz

	<p>Darwin, la primera impresora 3D con capacidad de imprimir la mayoría de sus propios componentes, permitiendo a los usuarios que ya tienen una, hacer más impresoras para sus amigos o incluso reparar componentes de la suya.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Shapeways lanza una página web beta privada para ofrecer un nuevo servicio de co-creación entre la comunidad permitiendo que artistas, arquitectos y diseñadores presenten sus diseños en 3D como objetos físicos baratos. • La primera persona que camina sobre una pierna de prótesis impresa en 3D, con todas las partes, rodilla, pie, etc., impresa en una misma compleja estructura sin ningún tipo de montaje. Este tipo de avances permiten que los fabricantes de prótesis realicen desarrollos a medida en el sector de las prótesis.
<p>2009</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Industrias MakerBot, una compañía de hardware de código abierto para las impresoras 3D, comienza la venta de kits de montaje que permiten a los compradores fabricar sus propias impresoras 3D y productos. • Llega la bio-impresión, con la tecnología del Dr. Gabor Forgacs, que utiliza una bio-impresora 3D para imprimir el primer vaso sanguíneo. • La empresa <u>Organovo</u> ingenia la impresora 3D MMX Bioprinter, la primera capaz de fabricar tejidos orgánicos.
<p>2011</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Los ingenieros de la Universidad de Southampton diseñaron y planearon el primer avión impreso en 3D. Este avión no tripulado se construye en siete días, con un presupuesto de 7.000€. La impresión 3D permite que sus alas tengan forma elíptica, una

	<p>característica normalmente cara que ayuda a mejorar la eficiencia aerodinámica y reduce al mínimo la resistencia inducida.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kor Ecologic nos presenta Urbee, un prototipo de coche que trata de ser lo más eficiente posible con el medio ambiente, siendo toda su carrocería diseñada e impresa en 3D. Trata de ser un coche eficiente en cuanto a consumo de gasolina y en cuanto a su coste de producción. Su precio oscilará entre los 12.000€ y 60.000€ siempre y cuando sea comercialmente rentable. • La empresa materialise ha sido la primera empresa en ofrecer un servicio de impresión 3D de oro de 14 Kilates y plata de ley. Esta opción va a permitir abrir un nuevo mercado a los joyeros con diseños más económicos utilizando este material.
2012	<ul style="list-style-type: none"> • Doctores e ingenieros holandeses trabajan con una impresora 3D especialmente diseñada por la empresa LayerWise, la cual permite imprimir prótesis de mandíbulas personalizadas. Este grupo ha podido implantar una mandíbula a una mujer de 83 años de edad que sufría una infección de hueso crónica. Esta tecnología se está estudiando más profundamente con el objetivo de poder promover el crecimiento de nuevo tejido óseo.
2014	<ul style="list-style-type: none"> • Aerojet Rocketdyne imprime en 3D un motor completo en tan sólo tres partes.

2.3 Avances y artículos relacionados con la impresión de hueso.

V. V. Smirnova [9] Ceramic Calcium Phosphate Materials	En este artículo insertan el material en huesos porosos para su recuperación.
---	---

<p>Obtained by Technology Adapted to Three Dimensional Printing on Inkjet Printer.</p>	
<p>Kasparova, Magdalena Possibility of reconstruction of dental plaster cast from 3D digital study models [10].</p>	<p>Este artículo compara la impresión de las placas dentales existentes de impresoras 3D comerciales y las de software libre.</p>
<p>Igawa, Kazuyo Tailor-made tricalcium phosphate bone implant directly fabricated by a three-dimensional ink-jet printer [11].</p>	<p>Este articulo explica la impresión de huesos utilizando fosfato de tricalcio.</p>

CAPÍTULO 3 CINEMATICA

3.1 Introducción.

La **cinemática** es la ciencia del movimiento que trata el tema sin considerar las fuerzas que lo ocasionan. Dentro de esta ciencia se estudian la posición, la velocidad, la aceleración y todas las demás derivadas de alto orden de las variables de posición (con respecto al tiempo o a cualquier otra variable). En consecuencia, el estudio de la cinemática de manipuladores se refiere a todas las propiedades geométricas y basadas en el tiempo del movimiento. Las relaciones entre estos movimientos y las fuerzas y momentos de torsión que los ocasionan constituyen el problema de la dinámica [12].

Se considera la posición y la orientación de los vínculos de los manipuladores en situaciones estáticas.

El estudio de la cinemática de los robots manipuladores se relaciona, entre otras cosas, con la manera en que cambian las ubicaciones de estas tramas a medida que se articula el mecanismo.

3.2 Descripción de vínculos.

Un manipulador puede considerarse como un conjunto de cuerpos conectados en una cadena mediante articulaciones. Estos cuerpos se llaman vínculos o segmentos. Las articulaciones forman una conexión entre un par adyacente de vínculos. El término **par menor** se utiliza para describir la conexión entre un par de cuerpos, cuando el movimiento relativo se caracteriza por dos superficies que se deslizan una sobre otra. La figura 19 muestra las seis posibles articulaciones de par menor.

Las consideraciones de diseño mecánico recomiendan que los manipuladores se construyan generalmente de articulaciones que exhiban sólo un grado de libertad. La mayoría de los manipuladores tienen **articulaciones angulares** o articulaciones deslizantes llamadas **articulaciones prismáticas**. En el extraño caso de que un mecanismo esté construido con una articulación que tenga n grados de libertad, puede modelarse como n articulaciones de un grado de libertad, conectadas con $n - 1$ vínculos de longitud cero.

Un solo vínculo de un robot común tiene muchos atributos que el ingeniero mecánico tuvo que considerar durante su diseño: el tipo de material empleado, la fuerza y rigidez del vínculo, la ubicación y el tipo de los cojinetes de articulación, la forma externa, el peso y la inercia, y otros más. Sin embargo, cuando se desean obtener las ecuaciones cinemáticas del mecanismo, *un vínculo se considera solamente como un cuerpo rígido que define la relación entre dos ejes de articulaciones adyacentes de un manipulador.*

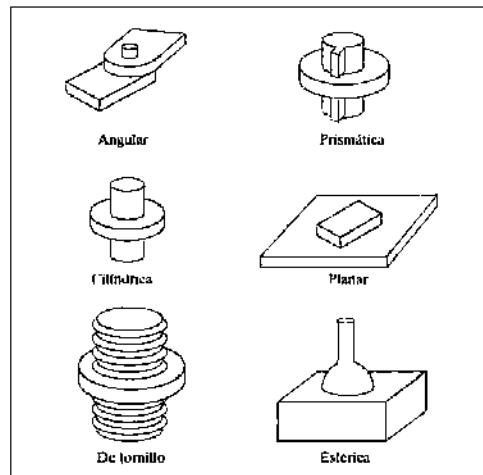


Figura 19 Las seis posibles articulaciones de par menor [12].

3.3 Robot Paralelo de 3 GDL.

3.3.1 Descripción de la arquitectura.

El robot de estructura paralela desarrollada es una configuración delta con tres actuadores lineales como se muestra en la figura 20, esta configuración es caracterizada por tener una

alta rigidez en la dirección vertical del producto de tres guías localizadas simétricamente. El robot está compuesto de tres actuadores lineales simétricamente distribuidos en ángulos de 120° .

Los tres actuadores lineales tienen seis brazos conectados por juntas esféricas. Estos seis brazos transmiten el movimiento conectados en pares a los actuadores lineales. El efecto final está conectado al otro lado de los brazos empleando juntas esféricas.

El Diseño de robot paralelo con actuadores lineales se utiliza materiales de fácil adquisición. Esto debería satisfacer los requerimientos de fuerza, versatilidad y adaptabilidad.

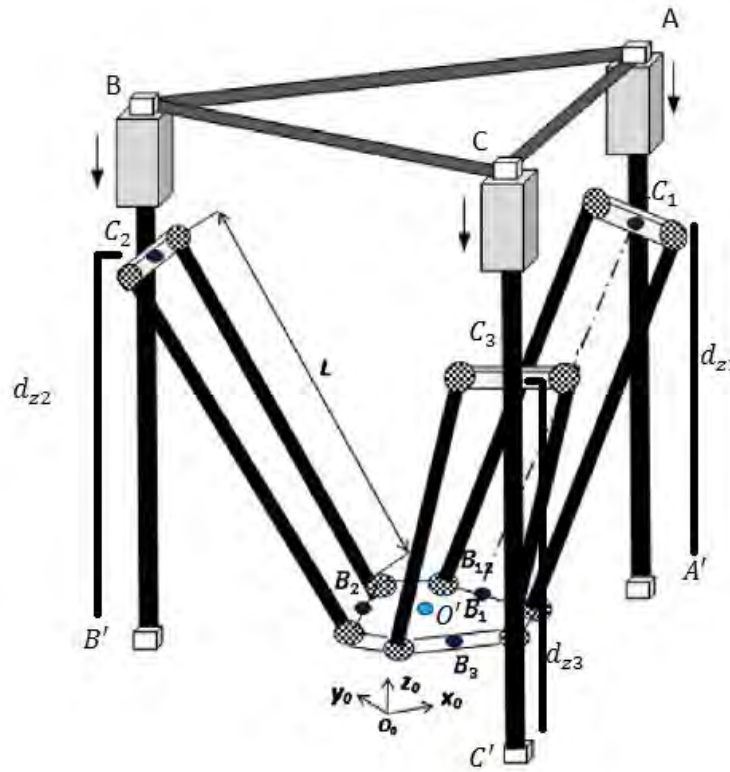


Figura 20 Modelo geométrico robot delta vertical [3].

3.4 Cinemática Inversa.

El problema cinemático inverso: el cual consiste en encontrar las relaciones para cuales valores en las coordenadas articulares $d_z = (d_{z1}, d_{z2}, d_{z3})$ alcanzan una posición y orientación deseadas del efecto final del robot (X, Y, Z).

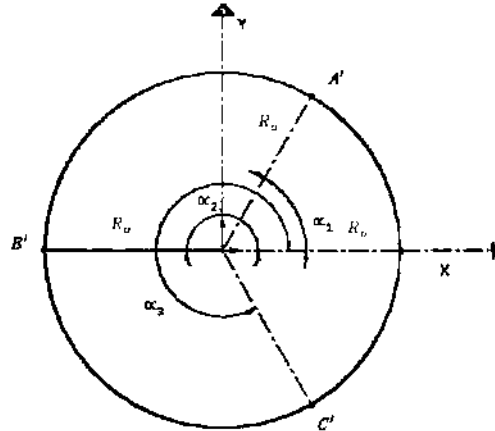


Figura 21 Descripción geométrica de la base.

- 1) Se localiza cada posición de los postes y se forman los vectores:

$$\vec{A}_1 = (R_0 \cos \alpha_1) \hat{i} + (R_0 \sin \alpha_1) \hat{j} + 0 \hat{k} \quad (3.2.1)$$

$$\vec{A}_2 = (R_0 \cos \alpha_2) \hat{i} + (R_0 \sin \alpha_2) \hat{j} + 0 \hat{k} \quad (3.2.2)$$

$$\vec{A}_3 = (R_0 \cos \alpha_3) \hat{i} + (R_0 \sin \alpha_3) \hat{j} + 0 \hat{k} \quad (3.2.3)$$

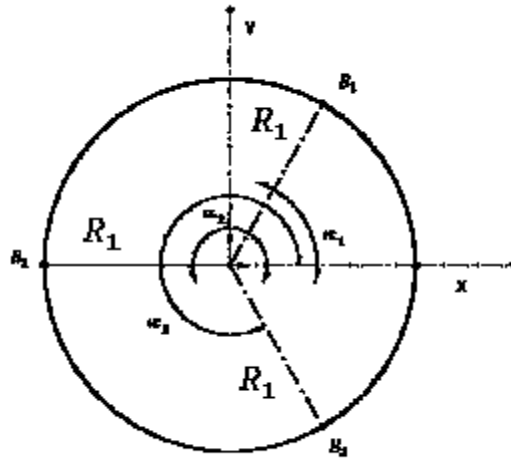


Figura 22 Descripción geométrica de la plataforma móvil.

2) Se localiza la posición de la plataforma móvil en coordenadas Locales ($X'Y'Z'$) y formamos los vectores:

$$\vec{B}_1 = (R_1 \cos \alpha_1) \hat{i} + (R_1 \sin \alpha_1) \hat{j} + Z \hat{k} \quad (3.2.4)$$

$$\vec{B}_2 = (R_1 \cos \alpha_2) \hat{i} + (R_2 \sin \alpha_2) \hat{j} + Z \hat{k} \quad (3.2.5)$$

$$\vec{B}_3 = (R_1 \cos \alpha_3) \hat{i} + (R_3 \sin \alpha_3) \hat{j} + Z \hat{k} \quad (3.2.6)$$

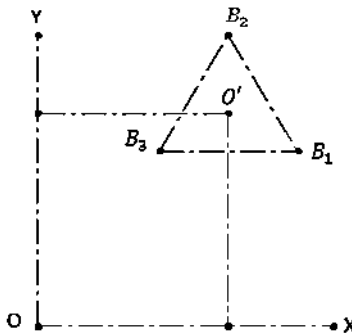


Figura 23 Descripción geométrica de la plataforma móvil en coordenadas globales.

3) Convirtiendo de coordenadas locales a Globales (X, Y, Z).

$$\vec{B}_1 = (R_1 \cos \alpha_1 + X)\hat{i} + (R_1 \sin \alpha_1 + Y)\hat{j} + Z\hat{k} \quad (3.2. 7)$$

$$\vec{B}_2 = (R_1 \cos \alpha_2 + X)\hat{i} + (R_1 \sin \alpha_2 + Y)\hat{j} + Z\hat{k} \quad (3.2. 8)$$

$$\vec{B}_3 = (R_1 \cos \alpha_3 + X)\hat{i} + (R_1 \sin \alpha_3 + Y)\hat{j} + Z\hat{k} \quad (3.2. 9)$$

4) Se localiza los vectores de los actuadores lineales:

$$\vec{C}_1 = R_o \cos \alpha_1 \hat{i} + R_o \sin \alpha_1 \hat{j} + (d_{1Z})\hat{k} \quad (3.2. 10)$$

$$\vec{C}_2 = R_o \cos \alpha_2 \hat{i} + R_o \sin \alpha_2 \hat{j} + (d_{2Z})\hat{k} \quad (3.2. 11)$$

$$\vec{C}_3 = R_o \cos \alpha_3 \hat{i} + R_o \sin \alpha_3 \hat{j} + (d_{3Z})\hat{k} \quad (3.2. 12)$$

5) Se Forman los vectores de las posiciones de la cadena 1, con un cambio de variables $a_1 = \cos \alpha_1 (R_o - R_1)$ $b_1 = \sin \alpha_1 (R_o - R_1)$ y se despeja la L:

$$\vec{L}_1 = \vec{C}_1 - \vec{B}_1 \quad (3.2. 13)$$

$L = L_1 = L_2 = L_3$ la longitud de las barras son iguales entonces se quita el subíndice:

$$L^2 = (a_1 - X)^2 + (b_1 - Y)^2 + (d_{1Z} - Z)^2 \quad (3.2. 14)$$

Despejando d_{1Z} .

$$d_{1Z} = Z + \sqrt{L^2 - (a_1 - X)^2 - (b_1 - Y)^2} \quad (3.2. 15)$$

Se realiza el mismo procedimiento para las otras cadenas.

$$d_{2Z} = Z + \sqrt{L^2 - (a_2 - X)^2 - (b_2 - Y)^2} \quad (3.2. 16)$$

$$d_{3Z} = Z + \sqrt{L^2 - (a_3 - X)^2 - (b_3 - Y)^2} \quad (3.2. 17)$$

3.5 Cinemática Directa.

El problema de la cinemática directa consiste en encontrar la posición y orientación del efecto final del robot (X, Y, Z), con los valores en las coordenadas articulares $d_z = (d_{z1}, d_{z2}, d_{z3})$ y los parámetros estructurales del Robot Delta Vertical.

Dadas las siguientes ecuaciones.

$$L^2 = (a_1 - X)^2 + (b_1 - Y)^2 + (d_{1Z} - Z)^2 \quad (3.3.1)$$

$$L^2 = (a_2 - X)^2 + (b_2 - Y)^2 + (d_{2Z} - Z)^2 \quad (3.3.2)$$

$$L^2 = (a_3 - X)^2 + (b_3 - Y)^2 + (d_{3Z} - Z)^2 \quad (3.3.3)$$

Se resuelven para obtener las raíces y el espacio de que describe las trayectorias posibles de cada una de las articulaciones del robot. En las figuras 24 y 25 se muestra el espacio de trabajo de las articulaciones para el caso particular de una posición en $dz=100$.

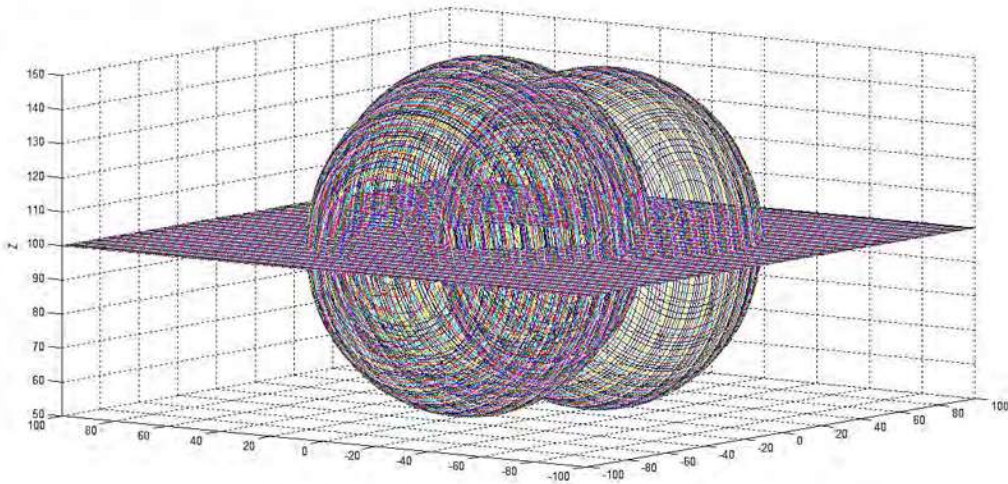


Figura 24 Ecuaciones graficadas para un solo valor de dz en este caso 100.

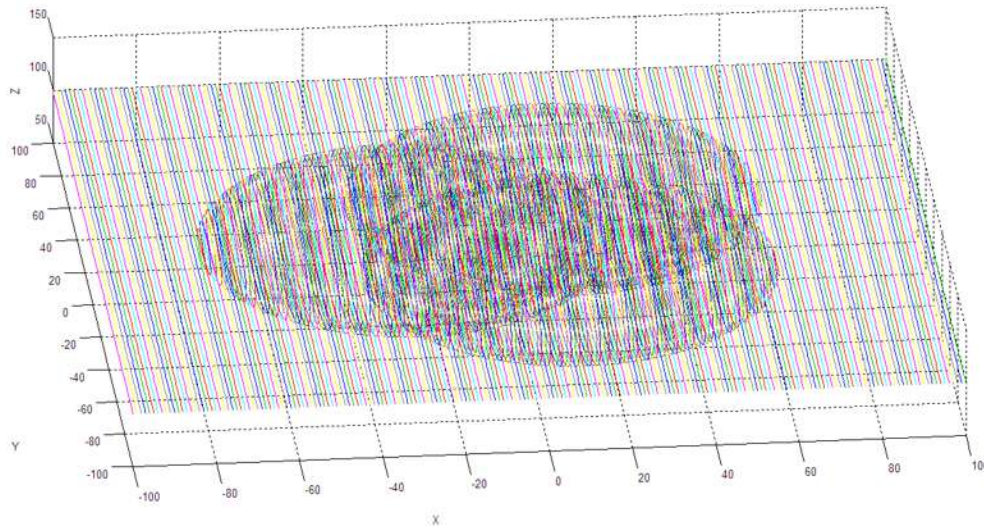


Figura 25 Ecuaciones graficadas vista desde arriba.

Se observa que si hacemos cero la coordenada “Z” tendremos por cada ecuación un círculo de radio L desplazado, el centro del círculo indica donde está el poste del robot; dos círculos se interceptan en dos lugares, entonces en total tenemos 6 intercepciones, las cuales se pueden observar en la figura 26.

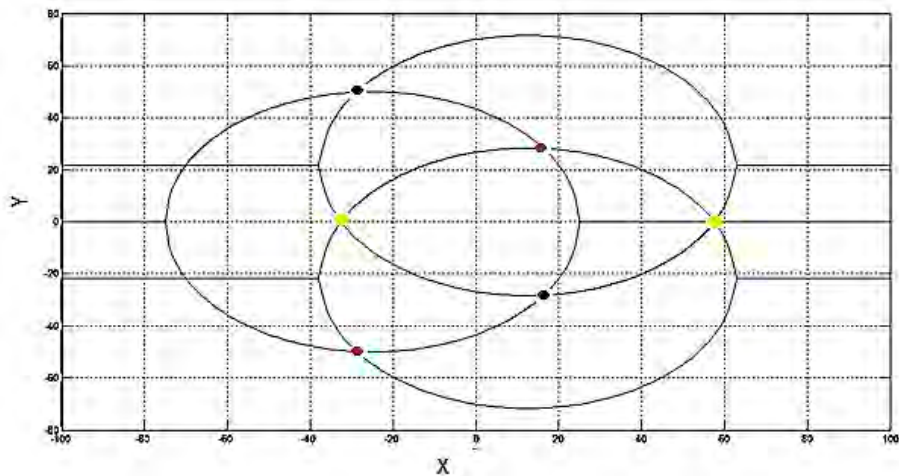


Figura 26 Intercepciones de las ecuaciones.

Para la solución de las ecuaciones se tomaran en cuenta las que están marcadas con las flechas azules, ver la figura 27.

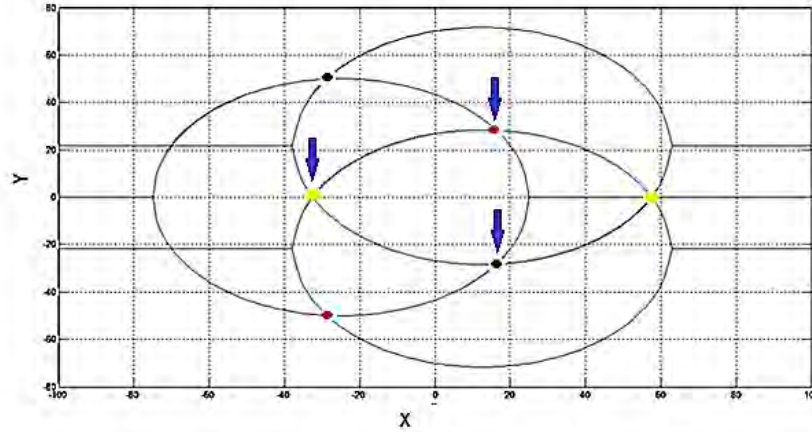


Figura 27 Intercepciones solucionables.

Y esto indicara nuestro espacio de trabajo indicado por el círculo más pequeño el cual se muestra en la figura 28.

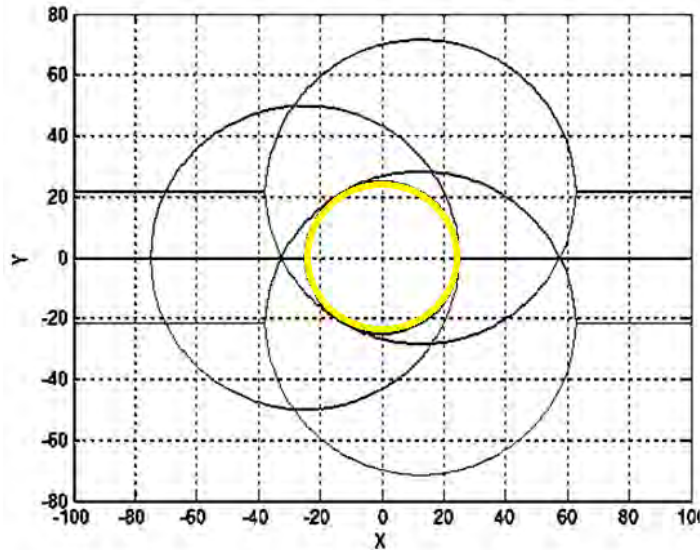


Figura 28 Círculo del Espacio de Trabajo.

Se resolvió el sistema de ecuaciones y se llegó a la ecuación 3.3.4, en la cual se obtienen cuatro valores de Z.

$$Z^4 + Z^3 \frac{(I_{10} - (2I_1 I_2))}{(I_9 - I_1^2)} + Z^2 \frac{(I_{11} - I_2^2 - 2I_1 I_3)}{(I_9 - I_1^2)} + Z \frac{(I_{12} - 2I_2 I_3)}{(I_9 - I_1^2)} + \frac{I_{13} - I_3^2}{(I_9 - I_1^2)} = 0 \quad (3.3.4)$$

Se realizaron varias pruebas y se observó que el primer valor de Z que resuelve es el que requerimos para nuestro sistema.

Ahora retiramos el valor de Z de las ecuaciones y se resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$L^2 = (a_1 - X)^2 + (b_1 - Y)^2 + d_{1Z}^2 \quad (3.3.5)$$

$$L^2 = (a_2 - X)^2 + (b_2 - Y)^2 + d_{2Z}^2 \quad (3.3.6)$$

$$L^2 = (a_3 - X)^2 + (b_3 - Y)^2 + d_{3Z}^2 \quad (3.3.7)$$

Obteniendo dos valores de Y.

$$Y_1 = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (3.3.8)$$

$$Y_2 = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (3.3.9)$$

Con las cuales se obtienen cuatro valores de X.

$$X_1 = a_1 + \sqrt{L^2 - d_{1Z}^2 - (b_1 - Y_1)^2} \quad (3.3.10)$$

$$X_2 = a_1 - \sqrt{L^2 - d_{1Z}^2 - (b_1 - Y_1)^2} \quad (3.3.11)$$

$$X_3 = a_1 + \sqrt{L^2 - d_{1Z}^2 - (b_1 - Y_2)^2} \quad (3.3.12)$$

$$X_4 = a_1 - \sqrt{L^2 - d_{1Z}^2 - (b_1 - Y_2)^2} \quad (3.3.13)$$

Se muestra en la tabla 1 en la cual tenemos para distintos valores de (d_{1z}, d_{2z}, d_{3z}) los resultados de la cinemática directa, podemos observar que no hay un solo resultado para cada conjunto, por lo cual se tendría que hacer un arreglo para filtrar los resultados.

Tabla 1 Cinemática Directa.

N°	x	y	z	d1z	d2z	d3z	yy1	yy2	xx1	xx2	xx3	xx4	Radio
1	-10	10	0	43.10	46.63	31.49	7.99	10	33.83	-8.83	35	-10	14.14
2	0	20	0	48.38	38.40	24.67	11.65	20	20.17	4.82	24.99	0	20
3	0	15	0	47.95	40.62	31.63	14.15	14.99	24.5	0.49	24.99	0	15
4	0	10	0	46.98	42.13	36.63	9.99	16.65	24.99	0	28.83	-3.83	10
5	0	5	0	45.45	43.01	40.41	5	19.15	25	0	33.16	-8.16	5
6	0	-5	0	40.41	43.01	45.45	-5	24.15	25	0	41.83	-16.83	5
7	0	-10	0	36.63	42.13	46.98	-10	26.65	24.99	0	46.16	-21.16	10
8	0	-15	0	31.63	40.62	47.95	-14.99	29.15	25	0	50.49	-25.49	15
9	0	-20	0	24.67	38.40	48.38	-20	31.65	25	0	54.82	-20.82	20
10	0	-25	0	12.94	35.35	48.29	-25	34.15	24.99	0	59.15	-34.15	25
11	-5	5	0	43.77	45.55	38.51	4.99	14.82	29.99	-4.99	35.66	-10.66	7.07
12	-1	1	0	43.48	43.85	42.48	0.99	20.28	26	-1	37.13	-12.13	1.41
13	-1	-1	0	42.48	43.85	43.48	-1	21.28	25.99	-0.99	38.86	-13.86	1.41
14	-5	-5	0	38.51	45.55	43.77	-5	19.82	30	-5	44.33	-19.33	7.07
15	-10	-10	0	31.49	46.63	43.10	-10	17.99	34.99	-9.99	51.16	-26.16	14.14
16	10	0	0	45	35.70	450	0	30.31	14.99	10	32.49	-7.49	10
17	5	0	0	44.44	40	44.44	0	25.98	19.99	5	35	-10	5
18	0	0	0	43.30	43.301	43.30	0	21.65	24.99	0	37.5	-12.5	0
19	-5	0	0	41.53	45.82	41.53	0	17.32	29.99	-4.99	40	-15	5
20	-10	0	0	39.05	47.69	39.051	0	12.99	35	-10	42.5	-17.5	10
21	-15	0	0	35.70	48.98	35.70	0	8.66	40	-15	45	-20	15
22	-20	0	0	31.22	49.74	31.22	0	4.33	45	-20	47.5	-22.5	20
23	-25	0	0	24.99	50	24.99	0	0	50	-25	50	-25	25
24	1	1	0	44.06	42.69	43.06	0.99	22.01	24	0.99	36.13	-11.13	1.41
25	5	5	0	46.54	39.68	41.63	4.99	23.48	19.99	5	30.66	-5.66	7.07
26	10	10	0	48.55	34.27	38.62	10	25.31	14.99	10	23.83	1.16	14.14

3.5.1 Calculo del Jacobiano.

El Jacobiano es una forma multidimensional de la derivada. Los jacobianos son transformaciones lineales que varían en el tiempo [12].

En el campo de la robótica, generalmente usamos jacobianos que relacionan velocidades de articulaciones con velocidades cartesianas en la punta del brazo; por ejemplo:

$$v = J(\theta)\dot{\theta} \quad (3.3.1 \ 1)$$

En donde $\dot{\theta}$ es el vector de ángulos de articulación del manipulador y v es un vector de velocidades cartesianas.

Resolviendo el Jacobiano para el Robot Delta Vertical.

De la ecuación 3.3.1:

$$L^2 = (a_1 - X)^2 + (b_1 - Y)^2 + (d_{1Z} - Z)^2 \quad (3.3.1)$$

Derivamos con respecto al tiempo y ordenando los términos tenemos:

$$(a_1 - X)\dot{X} + (b_1 - Y)\dot{Y} + (Z - d_{1Z})\dot{Z} = (Z - d_{1Z}) * \dot{d}_{1Z} \quad (3.3.1 \ 2)$$

Entonces las otras 2 ecuaciones quedarían:

$$(a_2 - X)\dot{X} + (b_2 - Y)\dot{Y} + (Z - d_{2Z})\dot{Z} = (Z - d_{2Z}) * \dot{d}_{2Z} \quad (3.3.1 \ 3)$$

$$(a_3 - X)\dot{X} + (b_3 - Y)\dot{Y} + (Z - d_{3Z})\dot{Z} = (Z - d_{3Z}) * \dot{d}_{3Z} \quad (3.3.1 \ 4)$$

Expresando las ecuaciones anteriores como matriz tenemos:

$$J_X = \begin{bmatrix} a_1 - X & b_1 - Y & Z - d_{1Z} \\ a_2 - X & b_2 - Y & Z - d_{2Z} \\ a_3 - X & b_3 - Y & Z - d_{3Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} \quad (3.3.1 \ 5)$$

$$J_d = \begin{bmatrix} Z - d_{1Z} & 0 & 0 \\ 0 & Z - d_{2Z} & 0 \\ 0 & 0 & Z - d_{3Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{d}_{1Z} \\ \dot{d}_{2Z} \\ \dot{d}_{3Z} \end{bmatrix} \quad (3.3.1 \ 6)$$

Dónde $J_x^{-1}J_d = J$ y $J_d^{-1}J_x = J^{-1}$.

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \dot{d}_{1Z} \\ \dot{d}_{2Z} \\ \dot{d}_{3Z} \end{bmatrix} \quad (3.3.1 \ 7)$$

Se realizaron los cálculos para determinar el Jacobiano como se muestra en la siguiente ecuación.

$$J = \begin{bmatrix} \frac{J_{x(11)}(Z-d_{1Z})}{|J_x|} & \frac{J_{x(21)}(Z-d_{2Z})}{|J_x|} & \frac{J_{x(31)}(Z-d_{3Z})}{|J_x|} \\ \frac{J_{x(12)}(Z-d_{1Z})}{|J_x|} & \frac{J_{x(22)}(Z-d_{2Z})}{|J_x|} & \frac{J_{x(32)}(Z-d_{3Z})}{|J_x|} \\ \frac{J_{x(13)}(Z-d_{1Z})}{|J_x|} & \frac{J_{x(23)}(Z-d_{2Z})}{|J_x|} & \frac{J_{x(33)}(Z-d_{3Z})}{|J_x|} \end{bmatrix} \quad (3.3.1 \ 8)$$

$$|J_x| = (a_1 - X)[(b_2 - Y)(Z - d_{3Z}) - (b_3 - Y)(Z - d_{2Z})] - (b_1 - Y)[(a_2 - X)(Z - d_{3Z}) - (a_3 - X)(Z - d_{2Z})] + (Z - d_{21})[(a_2 - X)(b_3 - Y) - (a_3 - X)(b_2 - Y)]$$

3.5.2 Calculo de singularidades.

Si tenemos una transformación lineal que relacione la velocidad de articulación con la velocidad cartesiana, una pregunta razonable sería: ¿es invertible esta matriz? Es decir, ¿es no singular? Si la matriz es no singular, entonces podemos invertirla para calcular las velocidades de articulación a partir de las velocidades cartesianas dadas, expresada en la siguiente ecuación.

$$\dot{\theta} = J^{-1}(\theta)v \quad (3.3.2 \ 1)$$

La mayoría de los manipuladores tiene valores de θ para los que el jacobiano se vuelve singular. Dichas ubicaciones se llaman **singularidades del mecanismo**, o simplemente **singularidades**. Todos los manipuladores tienen singularidades en los límites o frontera de su espacio de trabajo, y la mayoría tienen regiones de singularidad dentro de su espacio de trabajo. Clasificaremos las singularidades en dos categorías:

- 1. Singularidades en la frontera del espacio de trabajo:** ocurren cuando el manipulador está completamente extendido o doblado sobre sí mismo, en tal forma que el efector final se encuentra en o muy cerca de los límites del espacio de trabajo.
- 2. Singularidades dentro del espacio de trabajo:** ocurren lejos de los límites del espacio de trabajo; generalmente se producen por el alineamiento de dos o más ejes de articulación.

Cuando un manipulador se encuentra en una configuración singular, ha perdido uno o más grados de libertad (viéndolo desde el espacio cartesiano). Esto significa que hay cierta dirección (o subespacio) en el espacio cartesiano sobre la cual es imposible mover la mano del robot, sin importar qué proporciones de articulación estén seleccionadas [3].

La singularidad paralela $|J_x| = 0$, corresponde aparentemente a movibilidades incontrolables del efector final, el cual es posible moverlo mientras las articulaciones motorizadas están bloqueadas. En esta configuración, el robot gana uno o más grados de libertad y la rigidez del robot esta localmente perdida.

La singularidad serial $|J_d| = 0$, la cual indica que no es posible generar algunas velocidades al efector final en algunas direcciones. Estas singularidades representan los límites del espacio de trabajo alcanzable. En estas configuraciones el robot pierde uno o más grados de libertad.

En el caso de que $|J_x| = 0$ y $|J_d| = 0$, el efecto final puede moverse mientras los actuadores son bloqueados o no.

A continuación resolveremos el jacobiano para obtener las singularidades del Robot Delta Vertical.

$$|J_d| = 0 \quad (3.3.2.2)$$

$$J_d = \begin{bmatrix} Z - d_{1Z} & 0 & 0 \\ 0 & Z - d_{2Z} & 0 \\ 0 & 0 & Z - d_{3Z} \end{bmatrix} = 0$$

$$Z = d_{1Z}, Z = d_{2Z}, Z = d_{3Z} \quad \text{Singularidades}$$

La singularidad aparece cuando uno, dos o incluso los tres paralelogramos están perpendiculares a los actuadores lineales. Esta configuración es obtenida cuando $L = R_0 - R_1$ para eliminar esto es necesario elegir $R_0 - R_1 < L$. Un ejemplo de esta singularidad se muestra en la figura 29.

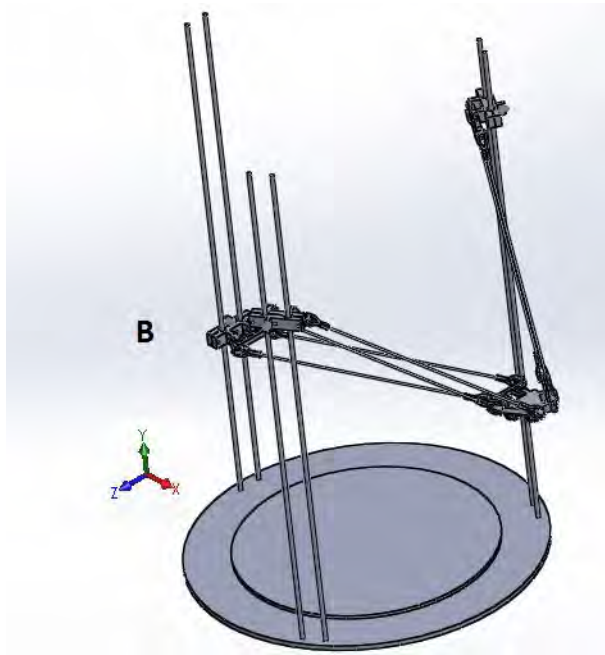


Figura 29 Singularidad $|J_d|=0$.

La singularidad paralela se obtiene al resolver el jacobiano como se plantea con la siguiente ecuación.

$$|J_x| = 0 \quad (3.3.23)$$

$$J_x = \begin{bmatrix} a_1 - X & b_1 - Y & Z - d_{1Z} \\ a_2 - X & b_2 - Y & Z - d_{2Z} \\ a_3 - X & b_3 - Y & Z - d_{3Z} \end{bmatrix} = 0$$

$$|J_x| = (a_1 - X)[(b_2 - Y)(Z - d_{3Z}) - (b_3 - Y)(Z - d_{2Z})] - (b_1 - Y)[(a_2 - X)(Z - d_{3Z}) - (a_3 - X)(Z - d_{2Z})] + (Z - d_{z1})[(a_2 - X)(b_3 - Y) - (a_3 - X)(b_2 - Y)] = 0 \text{ SINGULARIDADES}$$

Las condiciones de coplanaridad se presentan si el producto mixto de las singularidades paralelas equivale a cero.

Esto significa que los tres vectores son coplanarios. Son vectores que están paralelos al mismo plano o que están en el mismo plano como se observa en la figura 30.

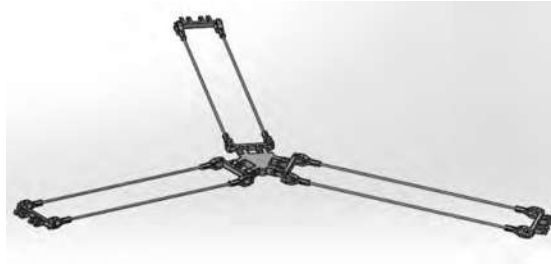


Figura 30 Vectores Coplanarios.

Para eliminar esta singularidad debemos elegir $R_0 - R_1 < L$ que corresponde a la configuración donde el robot pierde un grado de libertad y consecuentemente, ninguna velocidad cartesiana puede ser hecha.

Para eliminar las singularidades paralelas y seriales se tiene que el ángulo comprendido entre el poste y el brazo sea inferior a 90° , es decir, $0 < \phi < 90^\circ$ como se ve en la figura 31.

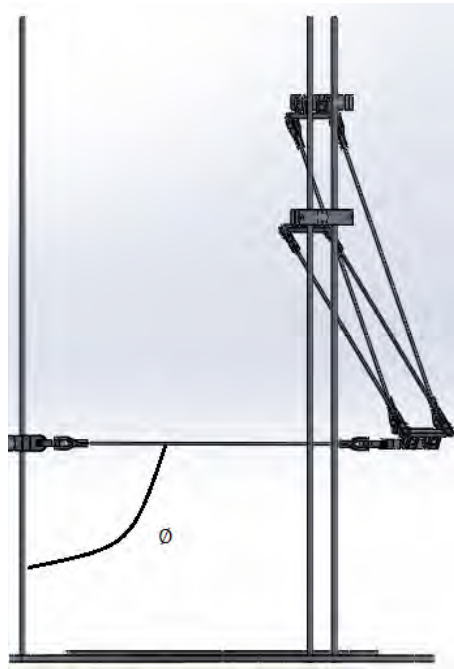


Figura 31 Angulo ϕ .

3.5.3 Jacobianos en el dominio de la fuerza.

Cuando actúan fuerzas sobre un mecanismo, el trabajo (en el sentido técnico) se realiza si el mecanismo se mueve a través de un desplazamiento. El trabajo se define como una fuerza que actúa a través de una distancia y es un escalar con unidades de energía. El principio de **trabajo virtual** nos permite hacer ciertas aseveraciones sobre el caso estático al permitir que la cantidad de este desplazamiento se vuelva infinitesimalmente pequeña. El trabajo

tiene unidades de energía, por lo que debe ser igual si se le mide en cualquier conjunto de coordenadas generalizadas. Específicamente, podemos igualar el trabajo realizado en términos cartesianos con el trabajo realizado en términos de espacio de articulación. En el caso multidimensional, el trabajo es el producto punto de una fuerza o momento de torsión vectorial y el desplazamiento de un vector. Por lo tanto, tenemos que:

$$\mathbf{F} \cdot \delta \mathbf{x} = \boldsymbol{\tau} \cdot \delta \boldsymbol{\theta} \quad (3.3.3 \ 1)$$

En donde \mathbf{F} es un vector de fuerza-momento cartesiano que actúa en el efector final, $\delta \mathbf{x}$ es un desplazamiento cartesiano infinitesimal del efector final, $\boldsymbol{\tau}$ es un vector de momentos de torsión en las articulaciones y $\delta \boldsymbol{\theta}$ es un vector de desplazamientos infinitesimales de articulación.

La expresión también puede escribirse así:

$$\mathbf{F}^T \delta \mathbf{x} = \boldsymbol{\tau}^T \delta \boldsymbol{\theta} \quad (3.3.3 \ 2)$$

La definición del jacobiano es:

$$\delta \mathbf{x} = \mathbf{J} \delta \boldsymbol{\theta} \quad (3.3.3 \ 3)$$

Por lo que se puede escribir.

$$\mathbf{F}^T \mathbf{J} \delta \boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\tau}^T \delta \boldsymbol{\theta} \quad (3.3.3 \ 4)$$

Lo cual debe ser válido para todos los $\delta \boldsymbol{\theta}$ por ende, tenemos que:

$$\mathbf{F}^T \mathbf{J} = \boldsymbol{\tau}^T \quad (3.3.3 \ 5)$$

Si transponemos ambos lados se produce el siguiente resultado.

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{J}^T \mathbf{F} \quad (3.3.3 \ 6)$$

Cuando el jacobiano pierde el rango completo, hay ciertas direcciones en las que el efector final no puede ejercer fuerzas estáticas, aun si se desea. Esto es, en la ecuación 3.3.3.6, si el jacobiano es singular, \mathbf{F} podría incrementarse o reducirse en ciertas direcciones (aquellas que definen el espacio nulo del jacobiano) sin efecto en el valor calculado para $\boldsymbol{\tau}$. Esto también significa que cerca de configuraciones singulares, la ventaja mecánica tiende hacia el infinito, por lo que con pequeños momentos de torsión de articulación podrían generarse grandes fuerzas en el efector final. Por lo tanto, las singularidades se manifiestan a sí mismas en el dominio de la fuerza así como en el dominio de la posición [12].

3.5.4 Aceleración cinemática.

La aceleración cinemática especifica un mapeo de la aceleración en el espacio de las uniones a la aceleración en espacio cartesiano. Para calcular este mapeo se utiliza el jacobiano y una vez más se deriva con respecto a tiempo para obtener las relaciones de la aceleración.

$$\begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{X}} \\ \ddot{\mathbf{Y}} \\ \ddot{\mathbf{Z}} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_X^{-1} \mathbf{J}_d \begin{bmatrix} \dot{d}_{1Z} \\ \dot{d}_{2Z} \\ \dot{d}_{3Z} \end{bmatrix} + \mathbf{J}_X^{-1} \mathbf{J}_d \begin{bmatrix} \ddot{d}_{1Z} \\ \ddot{d}_{2Z} \\ \ddot{d}_{3Z} \end{bmatrix} - \mathbf{J}_X^{-1} \dot{\mathbf{J}}_X \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{X}} \\ \dot{\mathbf{Y}} \\ \dot{\mathbf{Z}} \end{bmatrix} \quad (3.3.4 \ 1)$$

CAPÍTULO 4 DINAMICA

4.1 Introducción.

La dinámica se ocupa de la relación entre fuerzas que actúan en un cuerpo y el movimiento que en él se origina. Por lo tanto en el denominado *modelo dinámico* se establece la relación matemática entre:

1. La ubicación del robot definida por sus variables articulares o por las coordenadas de localización de su extremo, y sus derivadas: velocidad y aceleración.
2. Las fuerzas y pares aplicados en las articulaciones y en el extremo del robot.
3. Los parámetros dimensionales del robot, como longitud, masas e inercias de sus elementos.

El problema de la obtención del modelo dinámico de un robot es uno de los aspectos más importantes de la robótica porque permite conseguir los siguientes fines:

- a) Simulación del movimiento del robot.
- b) Diseño y evaluación de la estructura mecánica del robot.
- c) Dimensionamiento de los actuadores.
- d) Diseño y evaluación del control dinámico del robot.

Es importante mencionar que el modelo dinámico completo de un robot debe incluir no sólo la dinámica de sus eslabones sino también la propia de sus sistemas de transmisión, de los actuadores y sus equipos electrónicos de mando. Estos elementos incorporan al sistema nuevas cargas que se verán reflejadas en pesos, inercias, rozamientos aumentando la complejidad del sistema.

La resolución de la dinámica de robots trata acerca de dos modelos principales:

- i. Modelo dinámico directo: Expresa la evolución temporal de las coordenadas articulares del robot en función de las fuerzas y pares que intervienen.
- ii. Modelo dinámico inverso: Determina las fuerzas y pares necesarios para conseguir una evolución deseada en las coordenadas articulares.

Existen varias metodologías que permiten desarrollar el modelo matemático de la dinámica de un robot: La metodología de Newton-Euler, la metodología de Euler-LaGrange, entre otros.

En este caso se usa la metodología de Euler-LaGrange porque las expresiones resultantes son más compactas con respecto a las obtenidas con la metodología Newton-Euler, porque en la formulación Euler-LaGrange no se consideran todas las acciones que no generen trabajo, además con esta metodología se obtiene el modelo dinámico en términos de trabajo y de energías.

La metodología de Euler-LaGrange analiza el sistema mecánico como un todo desde el punto de vista energético.

La notación de LaGrange hace uso de un término, al cual se define como lagrangiano, que es la diferencia entre la co-energía cinética del sistema y la energía potencial del mismo expresadas en términos de las coordenadas generalizadas del sistema, que son un conjunto de variables que permiten describir el estado del sistema en todo momento.

En los casos de sistemas que como el estudiado tienen restricciones que pueden ser descritas cada una por una ecuación de superficie, se tienen tantos grados de libertad como coordenadas generalizadas (q).

Para el caso de los sistemas las ecuaciones de LaGrange se pueden expresar de la siguiente manera:

$$T_i = \frac{d\left[\frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_i}\right]}{dt} - \frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial q_i} \quad (4.1)$$

En donde T_i representa a la fuerza no conservativa expresada para cada coordenada generaliza q_i para i de 1 a n , donde n es el número de coordenadas generalizadas usadas, t representa al tiempo y \mathcal{L} al lagrangiano del sistema [13].

4.2 Modelo dinámico de sistemas por el método de Euler-LaGrange.

La metodología para resolver el modelo dinámico por el método de Euler-LaGrange consiste en los siguientes pasos:

1. Obtener el centro de masa de cada uno de los i -esimos eslabones.
2. Derivada de la Cinemática Directa (Matriz jacobiana).
3. Obtener la energía Cinética y energía Potencial.

La ecuación que describe la energía cinética es la siguiente:

$$k_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i) = \frac{1}{2} \mathbf{m}_i \mathbf{v}_i^T \mathbf{v}_i + \frac{1}{2} \mathbf{I}_i [\sum_i^n \dot{\theta}_i]^2 \quad (4.2)$$

La ecuación que describe la energía potencial es la siguiente:

$$U(\mathbf{q}) = m_i g h_i(\mathbf{q}) \quad (4.3)$$

La ecuación que describe el Lagrangiano es:

$$\mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = k(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - U(\mathbf{q}) \quad (4.4)$$

4. Aplicar las ecuaciones de movimiento de Euler-LaGrange.

$$T_i = \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial q_i} \quad (4.1)$$

Para el Robot Delta Vertical, la compleja dinámica surge principalmente debido al movimiento de los brazos. Este problema puede simplificarse si las inercias rotacionales son despreciadas. Entonces se tienen las siguientes consideraciones:

- Las energías rotacionales son despreciadas.
- Para propósitos analíticos las masas de los brazos están colocadas en el extremo.
- Fricción y Elasticidad son despreciadas.

Se consideró la distribución de masas y velocidades mostradas en la figura 32 para realizar los cálculos y determinar las ecuaciones de Euler-LaGrange.

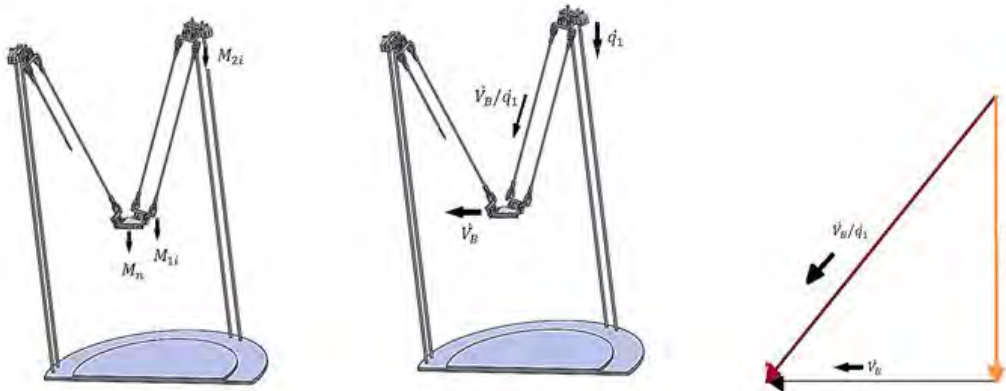


Figura 32 Distribución de masas y velocidades.

Aplicando la ecuación de la energía cinética 4.2, se obtiene:

$$E_{C(\text{plataforma})} = \frac{1}{2} M_n \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix}^2 = \frac{1}{2} M_n \left(J \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} \right)^2 \quad (4.5)$$

$$E_{C(\text{actuador})} i = \frac{1}{2} M_{1i} \dot{q}_i^2 \quad (4.6)$$

$$E_{C(\text{brazo})i} = \frac{1}{2} M_{2i} \left(\frac{V_B}{\dot{q}_1} \right)^2 = \frac{1}{2} M_{2i} (\dot{V}_B - \dot{q}_1)^2 + \frac{1}{2} I_i (\dot{\theta}_i)^2 = \frac{1}{2} M_{2i} (J\dot{q}_1 - \dot{q}_1)^2 \quad (4.7)$$

$$E_{C(\text{brazo,actuador})i} = \frac{1}{2} M_{1i} \dot{q}_i^2 + \frac{1}{2} M_{2i} (J\dot{q}_1 - \dot{q}_1)^2 \quad (4.8)$$

$$k(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = E_{C(\text{plataforma})} + \sum_{i=1}^3 E_{C(\text{brazo,actuador})i} \quad (4.9)$$

$$k(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \frac{1}{2} M_n \left(J \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} \right)^2 + \sum_{i=1}^3 \left[\frac{1}{2} M_{1i} \dot{q}_i^2 + \frac{1}{2} M_{2i} (J\dot{q}_1 - \dot{q}_i)^2 \right] \quad (4.10)$$

Aplicando la ecuación de la energía potencial 4.3, se obtiene:

$$U(\mathbf{g}) = m\mathbf{g}\mathbf{H} \quad (4.11)$$

Realizando cambio de variables.

$$h_1 = h_{2i} = Z, h_{3i} = d_{zi} = q_i,$$

$$Z = d_{zi} - \sqrt{L^2 - (a_i - X)^2 - (b_i - Y)^2} = q_i - \sqrt{L^2 - (a_i - X)^2 - (b_i - Y)^2}$$

$$U(\mathbf{g})_{\text{plataforma}} = m_n \mathbf{g} h_1 \quad (4.12)$$

$$U(\mathbf{g})_{\text{actuador}} = m_{1i} \mathbf{g} q_i \quad (4.13)$$

$$U(\mathbf{g})_{\text{brazo}} = m_{2i} \mathbf{g} h_{2i} \quad (4.14)$$

$$U(\mathbf{g}) = E_{p(\text{plataforma})} + \sum_{i=1}^3 E_{p(\text{brazo,actuador})i} \quad (4.15)$$

$$U(\mathbf{g}) = m_n \mathbf{g} h_1 + \sum_{i=1}^3 (m_{2i} \mathbf{g} h_{2i} + m_{1i} \mathbf{g} q_i) \quad (4.16)$$

Aplicando la ecuación del Lagrangiano $\mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = k(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - U(\mathbf{g})$ se obtiene.

$$\mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \left[\frac{1}{2} \mathbf{M}_n \left(\mathbf{J} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} \right)^2 + \sum_{i=1}^3 \left[\frac{1}{2} \mathbf{M}_{1i} \dot{q}_i^2 + \frac{1}{2} \mathbf{M}_{2i} (\mathbf{J} \dot{q}_i - \dot{q}_i)^2 \right] \right] - [m_n g h_1 + \sum_{i=1}^3 (m_{2i} g h_2 + m_{1i} g q_i)] \quad (4.17)$$

Por ultimo al aplicar la ecuación 4.1, es decir, la ecuación de movimiento de Euler-LaGrange para cada actuador, obtenemos su torque, tal y como se muestra a continuación:

$$\mathbf{T}_1 = \frac{d \left[\frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial \dot{q}_1} \right]}{dt} - \frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial q_1} \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned} \frac{d \left[\frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial \dot{q}_1} \right]}{dt} &= \dot{q}_1 (M_n (J_{(11)}^2 + J_{(21)}^2 + J_{(31)}^2) + M_1 + M_2 ((J_{(11)} - 1)^2 + J_{(21)}^2 + J_{(31)}^2)) \\ &\quad + \dot{q}_2 M_n [(J_{(11)} J_{(12)} + J_{(21)} J_{(22)} + J_{(31)} J_{(32)})] \\ &\quad + \dot{q}_3 M_n [(J_{(11)} J_{(13)} + J_{(21)} J_{(23)} + J_{(31)} J_{(33)})] \\ &+ \dot{q}_1 (M_n 2 \left[\left(J_{(11)} \frac{d(J_{(11)})}{dt} + J_{(21)} \frac{d(J_{(21)})}{dt} + J_{(31)} \frac{d(J_{(31)})}{dt} \right) \right] + 2M_2 \left[\left((J_{(11)} - 1) \frac{d(J_{(11)})}{dt} + J_{(21)} \frac{d(J_{(21)})}{dt} + J_{(31)} \frac{d(J_{(31)})}{dt} \right) \right]) \\ &+ \dot{q}_2 M_n \left[\left(J_{(11)} \frac{d}{dt} (J_{(12)}) + \frac{d}{dt} (J_{(11)}) J_{(12)} + J_{(21)} \frac{d}{dt} (J_{(22)}) + \frac{d}{dt} (J_{(21)}) J_{(22)} + J_{(31)} \frac{d}{dt} (J_{(32)}) + \frac{d}{dt} (J_{(31)}) J_{(32)} \right) \right] \\ &+ \dot{q}_3 M_n \left[\left(J_{(11)} \frac{d}{dt} (J_{(13)}) + \frac{d}{dt} (J_{(11)}) J_{(13)} + J_{(21)} \frac{d}{dt} (J_{(23)}) + \frac{d}{dt} (J_{(21)}) J_{(23)} + J_{(31)} \frac{d}{dt} (J_{(33)}) + \frac{d}{dt} (J_{(31)}) J_{(33)} \right) \right] \quad (4.19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial q_1} &= M_n \dot{q}_1^2 \left(J_{(11)} \frac{\partial}{\partial q_1} J_{(11)} + J_{(21)} \frac{\partial}{\partial q_1} J_{(21)} + J_{(31)} \frac{\partial}{\partial q_1} J_{(31)} \right) \\ &\quad + M_n \dot{q}_2^2 \left(J_{(12)} \frac{\partial}{\partial q_1} J_{(12)} + J_{(22)} \frac{\partial}{\partial q_1} J_{(22)} + 2J_{(32)} \frac{\partial}{\partial q_1} J_{(32)} \right) \\ &\quad + M_n \dot{q}_3^2 \left(J_{(13)} \frac{\partial}{\partial q_1} J_{(13)} + J_{(23)} \frac{\partial}{\partial q_1} J_{(23)} + J_{(33)} \frac{\partial}{\partial q_1} J_{(33)} \right) \\ &+ M_n \dot{q}_1 \dot{q}_2 \left(J_{(11)} \frac{\partial}{\partial q_1} J_{(12)} + \frac{\partial}{\partial q_1} (J_{(11)}) J_{(12)} + J_{(21)} \frac{\partial}{\partial q_1} J_{(22)} + \frac{\partial}{\partial q_1} (J_{(21)}) J_{(22)} + J_{(31)} \frac{\partial}{\partial q_1} J_{(32)} + \frac{\partial}{\partial q_1} (J_{(31)}) J_{(32)} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+M_n \dot{q}_1 \dot{q}_3 \left(J_{(11)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(13)} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} (J_{(11)}) J_{(13)} + J_{(21)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(23)} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} (J_{(21)}) J_{(23)} + J_{(31)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(33)} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} (J_{(31)}) J_{(33)} \right) \\
 &+M_n \dot{q}_2 \dot{q}_3 \left(J_{(12)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(13)} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} (J_{(12)}) J_{(13)} + J_{(22)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(23)} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} (J_{(22)}) J_{(23)} + J_{(32)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(33)} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} (J_{(32)}) J_{(33)} \right) \\
 &- m_n g(1) + M_2 \left(\dot{q}_1^2 \left((J_{(11)} - 1) \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} (J_{(11)} - 1) + J_{(21)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(21)} + J_{(31)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(31)} \right) \right) - m_2 g(1) - m_1 g \\
 &\quad + M_2 \left(\dot{q}_2^2 \left(J_{(12)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(12)} + (J_{(22)} - 1) \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} (J_{(22)} - 1) + J_{(32)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(32)} \right) \right) \\
 &\quad + M_2 \left(\dot{q}_3^2 \left(J_{(13)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(13)} + J_{(23)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(23)} + (J_{(33)} - 1) \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} (J_{(33)} - 1) \right) \right) \tag{4.20}
 \end{aligned}$$

Para

$$\mathbf{T}_2 = \frac{d \left[\frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_2} \right]}{dt} - \frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial q_2} \tag{4.21}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d \left[\frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_2} \right]}{dt} &= \dot{q}_1 M_n [J_{(11)} J_{(12)} + J_{(21)} J_{(22)} + J_{(31)} J_{(32)}] \\
 &\quad + \dot{q}_2 (M_n (J_{(12)}^2 + J_{(22)}^2 + J_{(32)}^2) + M_1 + M_2 (J_{(12)}^2 + (J_{(22)} - 1)^2 + J_{(32)}^2)) \\
 &\quad + \dot{q}_3 M_n [J_{(12)} J_{(13)} + J_{(22)} J_{(23)} + J_{(32)} J_{(33)}] \\
 &\quad + \dot{q}_1 M_n \left[\left(J_{(11)} \frac{d}{dt} (J_{(12)}) + \frac{d}{dt} (J_{(11)}) J_{(12)} + J_{(21)} \frac{d}{dt} (J_{(22)}) + \frac{d}{dt} (J_{(21)}) J_{(22)} + J_{(31)} \frac{d}{dt} (J_{(32)}) + \frac{d}{dt} (J_{(31)}) J_{(32)} \right) \right] \\
 &+ \dot{q}_2 (2M_n \left[\left(J_{(12)} \frac{d}{dt} (J_{(12)}) + J_{(22)} \frac{d}{dt} (J_{(22)}) + J_{(32)} \frac{d}{dt} (J_{(32)}) \right) \right] + 2M_2 \left[\left(J_{(12)} \frac{d}{dt} (J_{(12)}) + (J_{(22)} - 1) \frac{d}{dt} (J_{(22)}) + J_{(32)} \frac{d}{dt} (J_{(32)}) \right) \right]) \\
 &\quad + \dot{q}_3 M_n \left[\left(J_{(12)} \frac{d}{dt} (J_{(13)}) + \frac{d}{dt} (J_{(12)}) J_{(13)} + J_{(22)} \frac{d}{dt} (J_{(23)}) + \frac{d}{dt} (J_{(22)}) J_{(23)} + J_{(32)} \frac{d}{dt} (J_{(33)}) + \frac{d}{dt} (J_{(32)}) J_{(33)} \right) \right] \tag{4.22}
 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial q_2} = M_n \dot{q}_1^2 \left(J_{(11)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(11)} + J_{(21)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(21)} + J_{(31)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(31)} \right)$$

$$\begin{aligned}
 & +M_n \dot{q}_2^2 \left(J_{(12)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(12)} + J_{(22)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(22)} + 2J_{(32)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(32)} \right) \\
 & +M_n \dot{q}_3^2 \left(J_{(13)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(13)} + J_{(23)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(23)} + J_{(33)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(33)} \right) \\
 & +M_n \dot{q}_1 \dot{q}_2 \left(J_{(11)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(12)} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} (J_{(11)}) J_{(12)} + J_{(21)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(22)} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} (J_{(21)}) J_{(22)} + J_{(31)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(32)} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} (J_{(31)}) J_{(32)} \right) \\
 & +M_n \dot{q}_1 \dot{q}_3 \left(J_{(11)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(13)} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} (J_{(11)}) J_{(13)} + J_{(21)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(23)} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} (J_{(21)}) J_{(23)} + J_{(31)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(33)} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} (J_{(31)}) J_{(33)} \right) \\
 & +M_n \dot{q}_2 \dot{q}_3 \left(J_{(12)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(13)} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} (J_{(12)}) J_{(13)} + J_{(22)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(23)} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} (J_{(22)}) J_{(23)} + J_{(32)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(33)} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} (J_{(32)}) J_{(33)} \right) \\
 & - m_n g(1) + M_2 \left(\dot{q}_1^2 \left((J_{(11)} - 1) \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} (J_{(11)} - 1) + J_{(21)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(21)} + J_{(31)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(31)} \right) \right) - m_2 g(1) - m_1 g \\
 & +M_2 \left(\dot{q}_2^2 \left(J_{(12)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(12)} + (J_{(22)} - 1) \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} (J_{(22)} - 1) + J_{(32)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(32)} \right) \right) \\
 & +M_2 \left(\dot{q}_3^2 \left(J_{(13)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(13)} + J_{(23)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} J_{(23)} + (J_{(33)} - 1) \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} (J_{(33)} - 1) \right) \right) \tag{4.23}
 \end{aligned}$$

Para

$$\mathbf{T}_3 = \frac{d \left[\frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_3} \right]}{dt} - \frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial q_3} \tag{4.24}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d \left[\frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_3} \right]}{dt} &= \dot{q}_1 M_n [(J_{(11)}) J_{(13)} + J_{(21)} J_{(23)} + J_{(31)} J_{(33)}] \\
 &+ \dot{q}_2 M_n [(J_{(12)}) J_{(13)} + J_{(22)} J_{(23)} + J_{(32)} J_{(33)}] \\
 &+ \ddot{q}_3 (M_n (J_{(13)}^2 + J_{(23)}^2 + J_{(33)}^2) + M_1 + M_2 (J_{(13)}^2 + J_{(23)}^2 + (J_{(33)} - 1)^2)) \\
 &+ \dot{q}_1 M_n \left[\left(J_{(11)} \frac{d}{dt} (J_{(13)}) + \frac{d}{dt} (J_{(11)}) J_{(13)} + J_{(21)} \frac{d}{dt} (J_{(23)}) + \frac{d}{dt} (J_{(21)}) J_{(23)} + J_{(31)} \frac{d}{dt} (J_{(33)}) + \frac{d}{dt} (J_{(31)}) J_{(33)} \right) \right] \\
 &+ \dot{q}_2 M_n \left[\left(J_{(12)} \frac{d}{dt} (J_{(13)}) + \frac{d}{dt} (J_{(12)}) J_{(13)} + J_{(22)} \frac{d}{dt} (J_{(23)}) + \frac{d}{dt} (J_{(22)}) J_{(23)} + J_{(32)} \frac{d}{dt} (J_{(33)}) + \frac{d}{dt} (J_{(32)}) J_{(33)} \right) \right] \\
 \dot{q}_3 (2M_n \left[\left(J_{(13)} \frac{d(J_{(13)})}{dt} + J_{(23)} \frac{d(J_{(23)})}{dt} + J_{(33)} \frac{d(J_{(33)})}{dt} \right) \right] + 2M_2 \left[\left(J_{(13)} \frac{d(J_{(13)})}{dt} + J_{(23)} \frac{d(J_{(23)})}{dt} + (J_{(33)} - 1) \frac{d(J_{(33)})}{dt} \right) \right]) & \tag{4.25}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial \mathbf{q}_3} = & M_n \dot{q}_1^2 \left(J_{(11)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} J_{(11)} + J_{(21)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} J_{(21)} + J_{(31)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} J_{(31)} \right) + M_n \dot{q}_2^2 \left(J_{(12)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} J_{(12)} + J_{(22)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} J_{(22)} + 2J_{(32)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} J_{(32)} \right) \\
 & + M_n \dot{q}_3^2 \left(J_{(13)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} J_{(13)} + J_{(23)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} J_{(23)} + J_{(33)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} J_{(33)} \right) \\
 & + M_n \dot{q}_1 \dot{q}_2 \left(J_{(11)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} J_{(12)} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} (J_{(11)}) J_{(12)} + J_{(21)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} J_{(22)} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} (J_{(21)}) J_{(22)} + J_{(31)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} J_{(32)} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} (J_{(31)}) J_{(32)} \right) \\
 & + M_n \dot{q}_1 \dot{q}_3 \left(J_{(11)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} J_{(13)} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} (J_{(11)}) J_{(13)} + J_{(21)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} J_{(23)} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} (J_{(21)}) J_{(23)} + J_{(31)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} J_{(33)} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} (J_{(31)}) J_{(33)} \right) \\
 & + M_n \dot{q}_2 \dot{q}_3 \left(J_{(12)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} J_{(13)} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} (J_{(12)}) J_{(13)} + J_{(22)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} J_{(23)} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} (J_{(22)}) J_{(23)} + J_{(32)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} J_{(33)} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} (J_{(32)}) J_{(33)} \right) \\
 & - m_n g(1) + M_2 \left(\dot{q}_1^2 \left((J_{(11)} - 1) \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} (J_{(11)} - 1) + J_{(21)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} J_{(21)} + J_{(31)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} J_{(31)} \right) \right) \\
 & + M_2 \left(\dot{q}_2^2 \left(J_{(12)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} J_{(12)} + (J_{(22)} - 1) \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} (J_{(22)} - 1) + J_{(32)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} J_{(32)} \right) \right) - m_2 g(1) - m_1 g \\
 & + M_2 \left(\dot{q}_3^2 \left(J_{(13)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} J_{(13)} + J_{(23)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} J_{(23)} + (J_{(33)} - 1) \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_3} (J_{(33)} - 1) \right) \right) \tag{4.26}
 \end{aligned}$$

4.3 Simulación de resultados.

Se realizó un programa en Matlab el cual sigue los siguientes pasos

1. Se indican las variables del robot.
2. Se colocan las condiciones iniciales en cero.
3. Se indican los valores de $(X, Y, Z)(\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}), (\ddot{X}, \ddot{Y}, \ddot{Z})$, En este caso se propuso un circulo.
4. Se calcula los valores de $(d1z, d2z, d3z)$ con las ecuaciones 3.2.15, 3.2.16 y 3.2.17.
5. Calculamos $(d\dot{1}z, d\dot{2}z, d\dot{3}z)$ utilizando la ecuación 3.3.1.7.
6. Calculamos $(d\ddot{1}z, d\ddot{2}z, d\ddot{3}z)$ utilizando la ecuación 3.3.4.1.
7. Calculamos el torque necesario para producir esas aceleraciones con las ecuaciones 4.18, 4.21 y 4.24.

En la figura 33 se muestra el recorrido del efecto final.

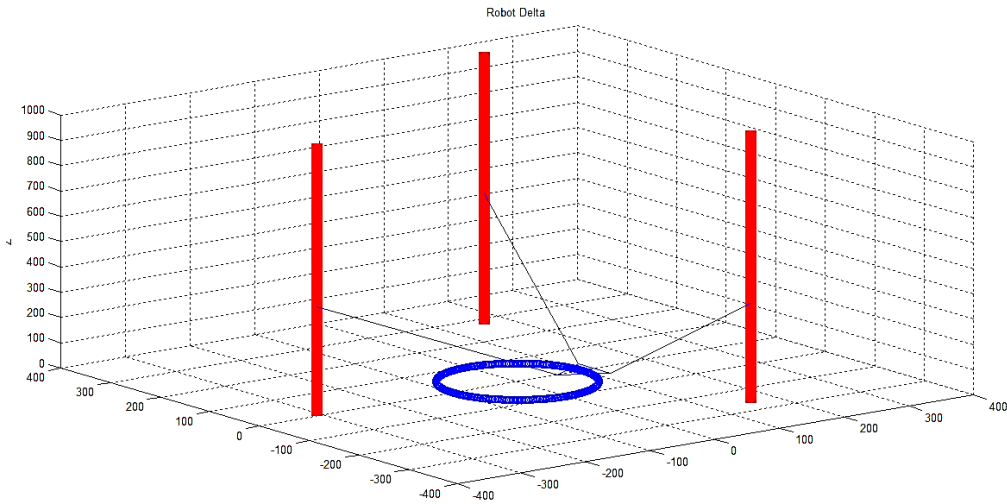


Figura 33 Robot Delta Vertical desplazamiento.

En la figura 34 se muestra la simulación de la posición en el eje x para el ciclo completo del trazado de un círculo.

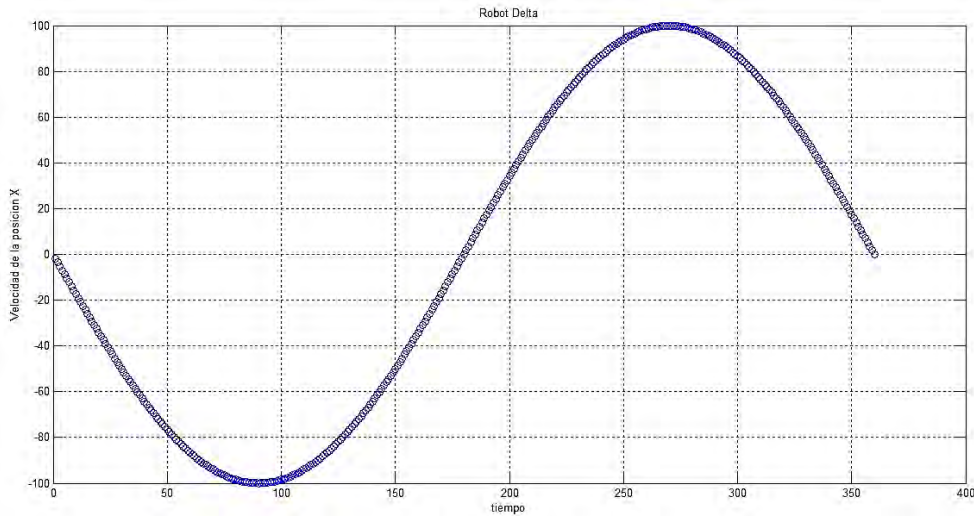


Figura 34 Velocidad de la posición en X.

En la figura 35 se muestra la aceleración de la posición en el eje x para el ciclo completo del trazado de un círculo.

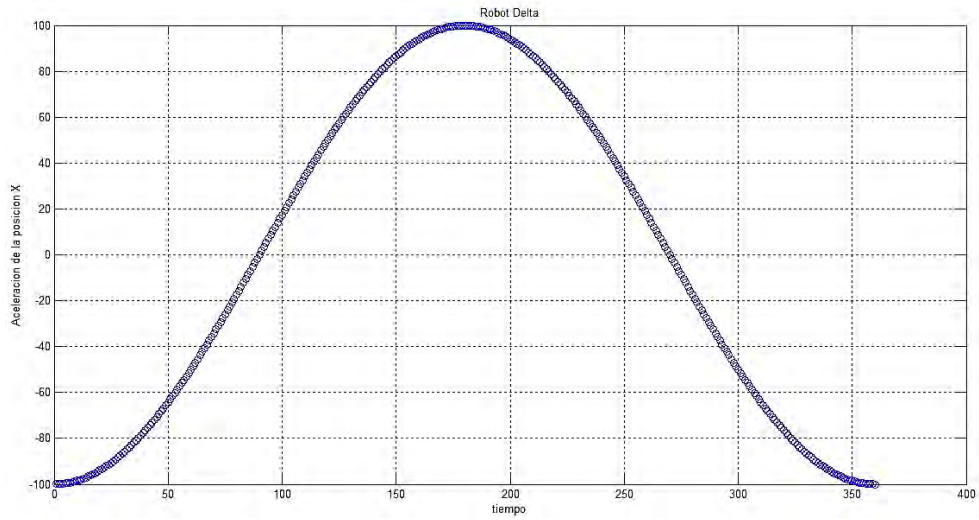


Figura 35 Aceleración de la posición en X.

En la figura 36 se muestra la simulación de la velocidad del actuador 1 para el ciclo completo del trazado de un círculo.

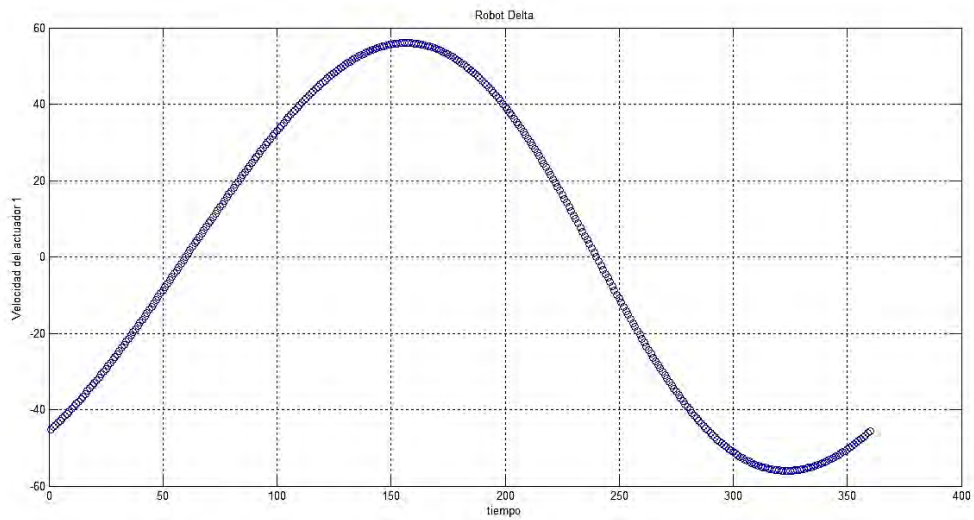


Figura 36 Velocidad del actuador 1.

En la figura 37 se muestra la simulación de la aceleración del actuador 1 para el ciclo completo del trazado de un círculo.

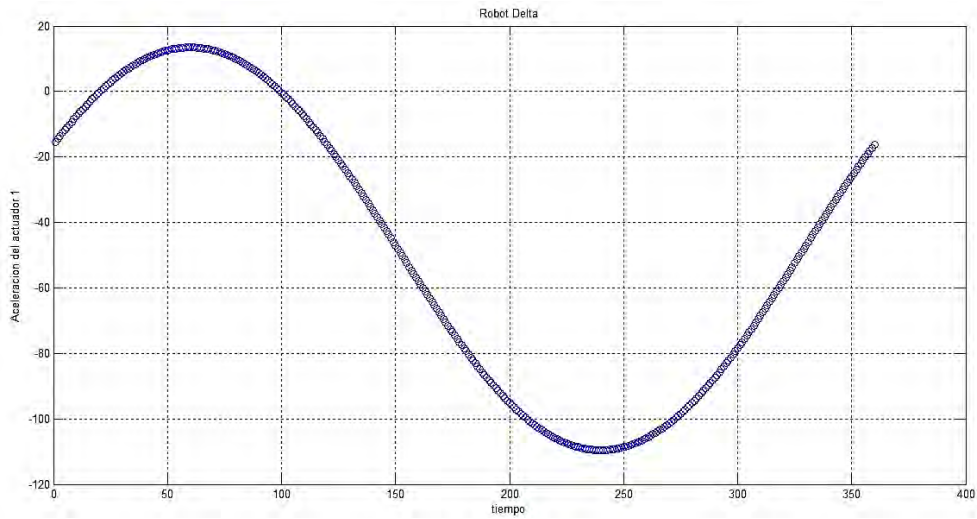


Figura 37 Aceleración del actuador 1.

Como conclusión observamos que para tener una velocidad entre (-110 y 20) mm/s necesitaremos un torque máximo de 0.0042 N*m lo cual se puede observar en la figura 38.

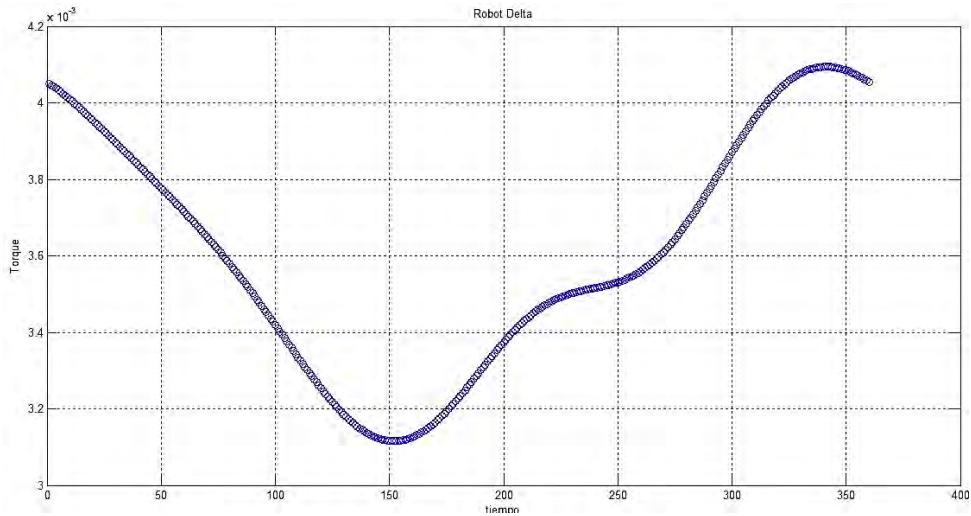


Figura 38 Torque.

4.4 Simulación dinámica en SolidWorks.

Se realizó un análisis dinámico en SolidWorks tomando en cuenta varias trayectorias de los actuadores, para poder así encontrar la que más torque requeriría.

Para el análisis se consideró una fuerza de 0.4845N, sin coeficientes de fricción, motores lineales (40mm/s), tubos aluminio, bases acrílicas, conectores ABS.

Como convención se tomó 0 como movimiento hacia abajo y uno para el movimiento hacia arriba.

Tabla 2 Direcciones de los motores.

Número	Motor 1	Motor2	Motor3
0	0	0	0
1	0	0	1
2	0	1	0
3	0	1	1
4	1	0	0
5	1	0	1
6	1	1	0
7	1	1	1

En las figuras 39 a 46 se muestran las simulaciones realizadas en SolidWorks para las condiciones de simulación mostradas en la tabla anterior. En dichas simulaciones se obtuvieron como resultados las fuerzas ejercidas por cada uno de los motores para completar la trayectoria.

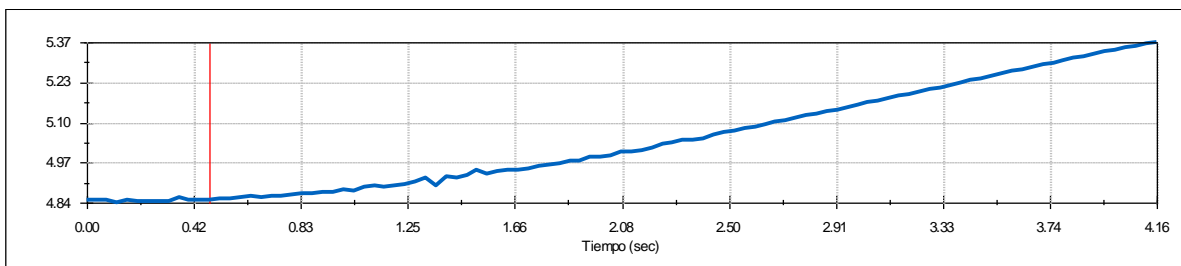
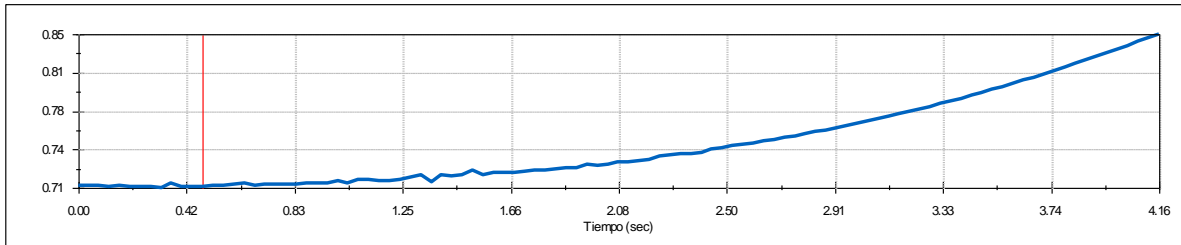
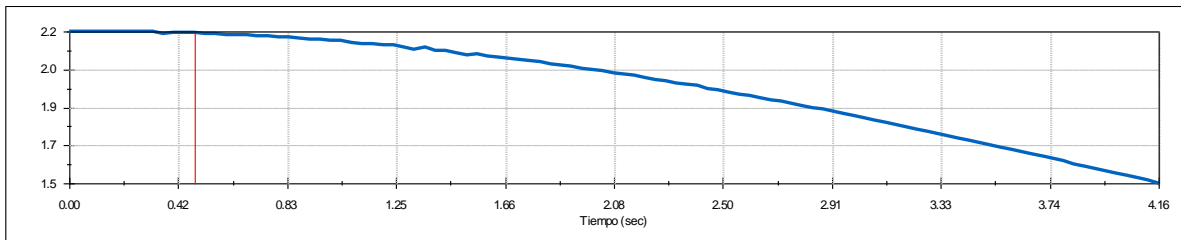
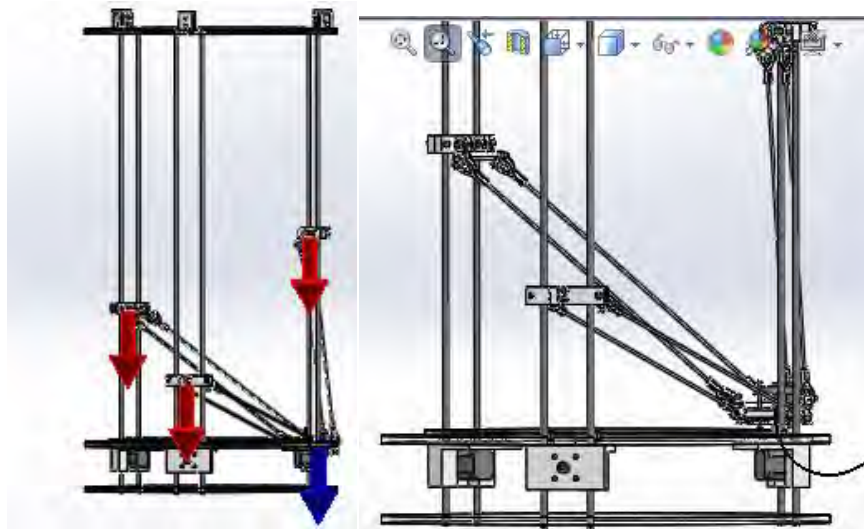


Figura 39 Movimiento número 0.

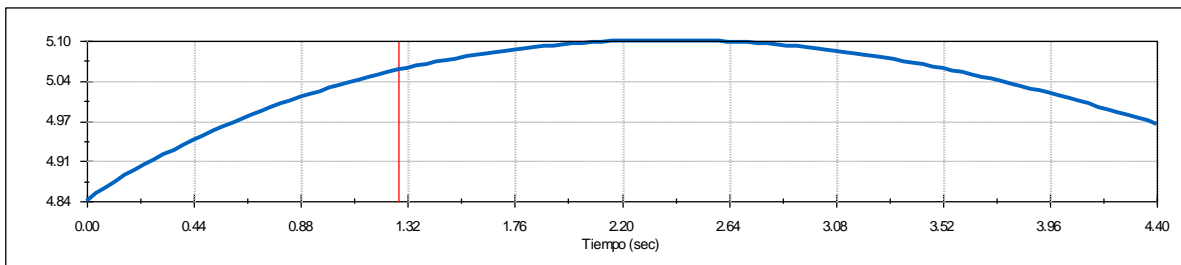
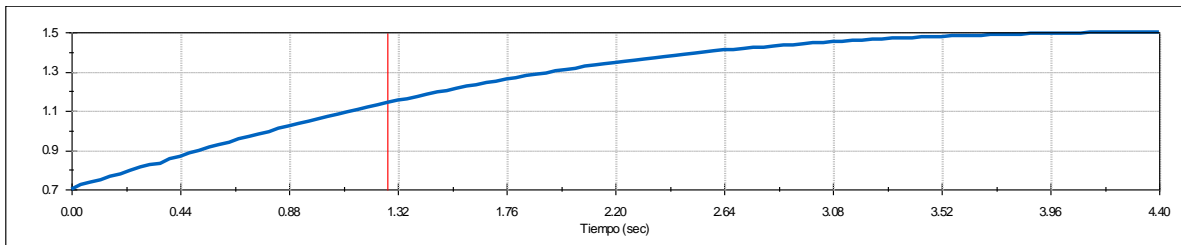
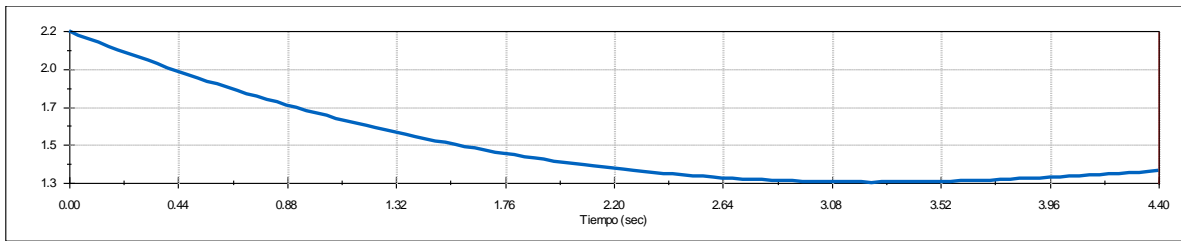
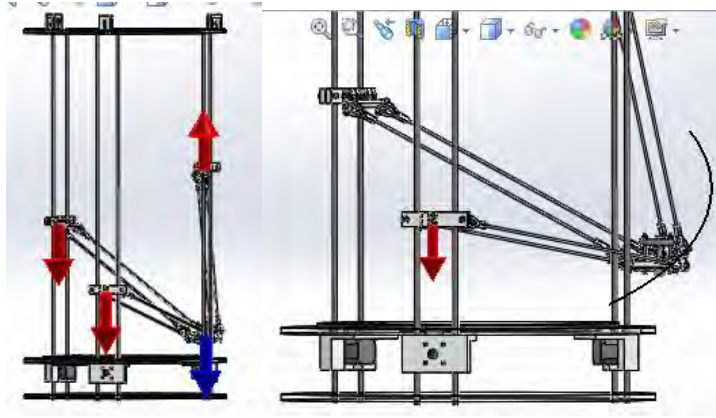


Figura 40 Movimiento número 1.

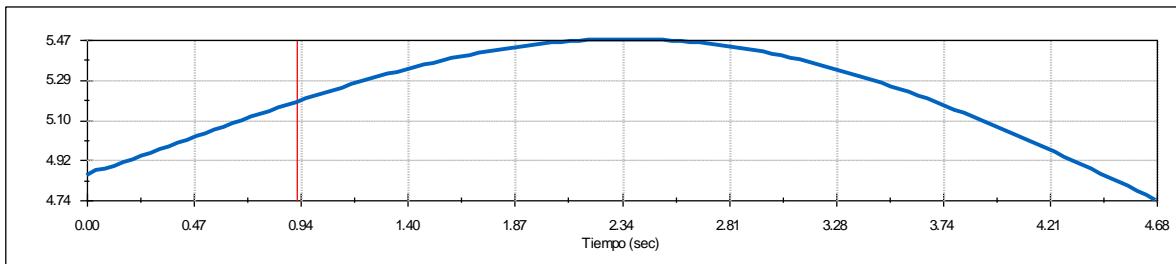
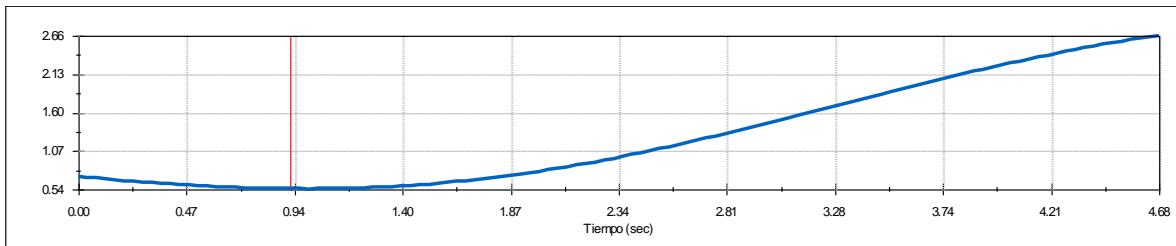
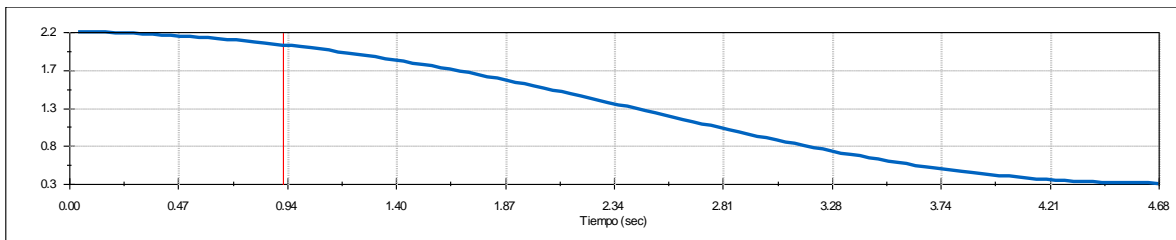
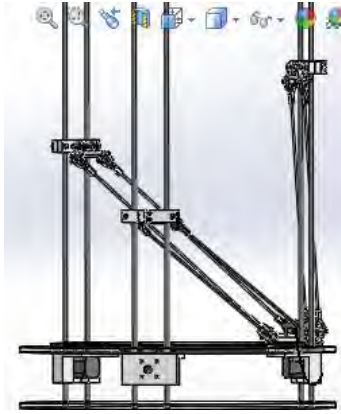


Figura 41 Movimiento número 2.

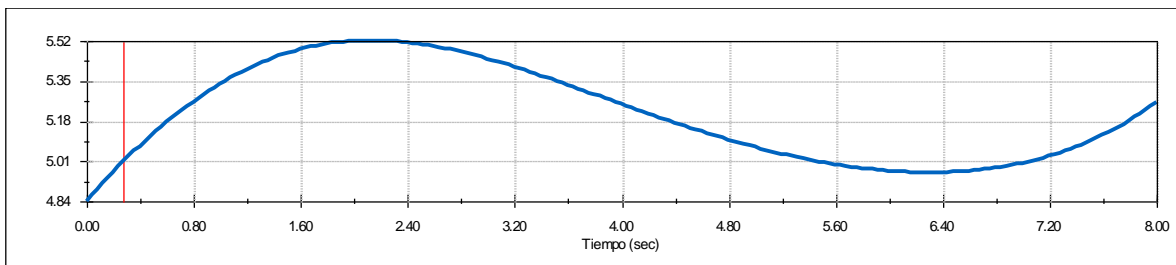
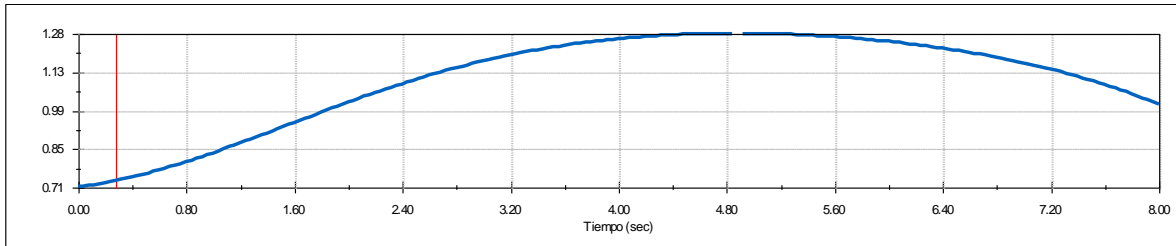
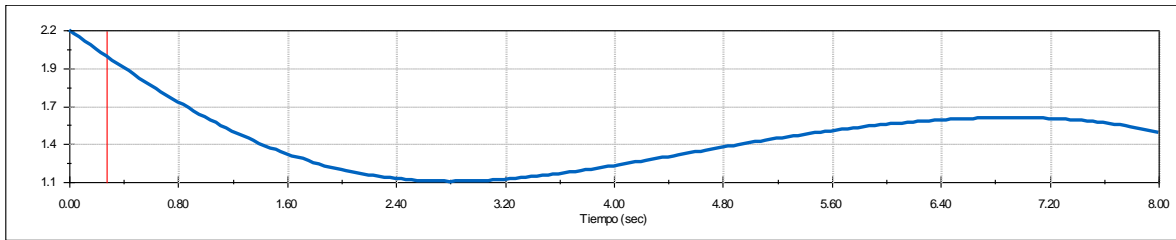
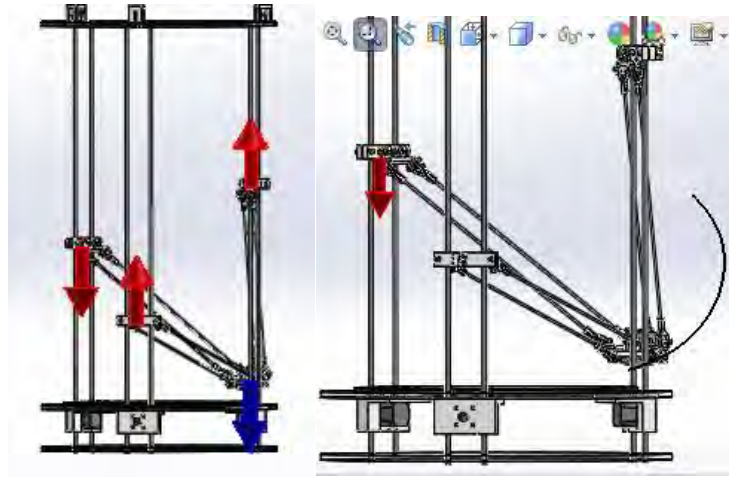


Figura 42 Movimiento número 3.

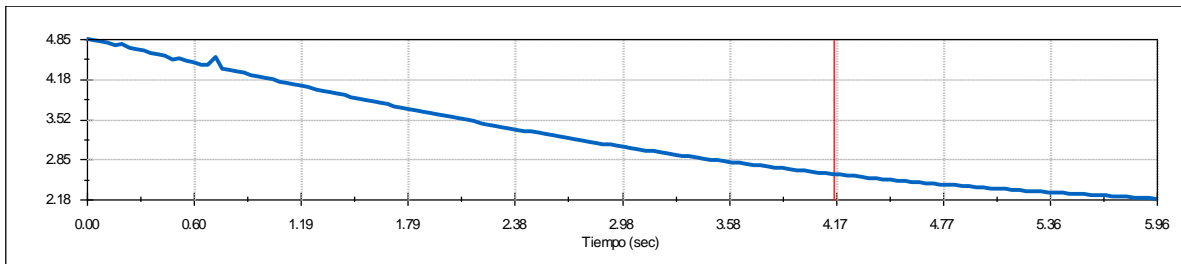
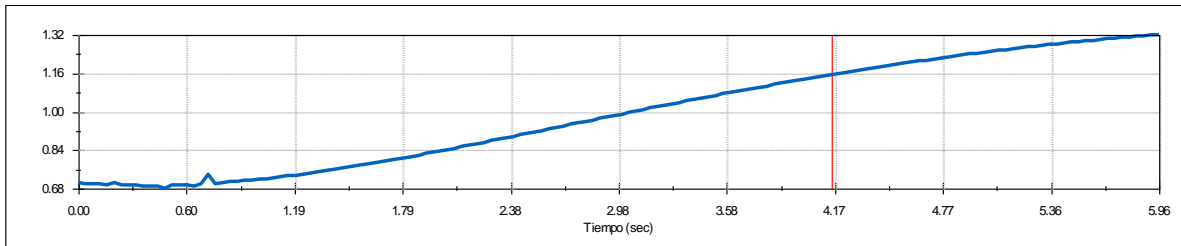
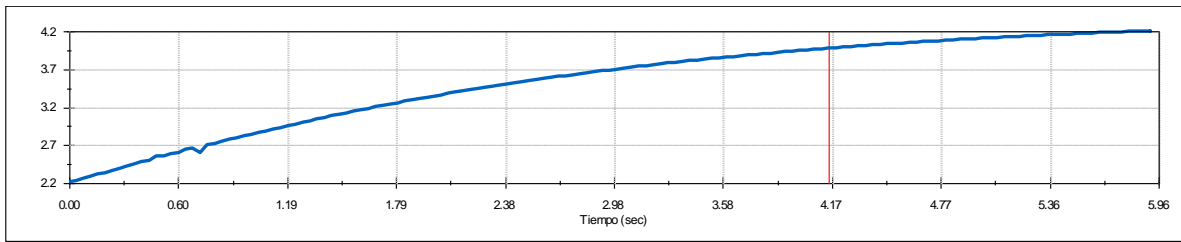
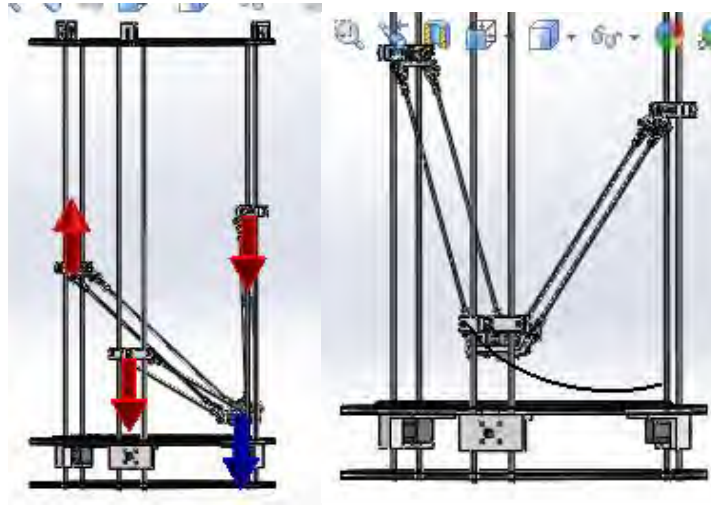


Figura 43 Movimiento número 4.

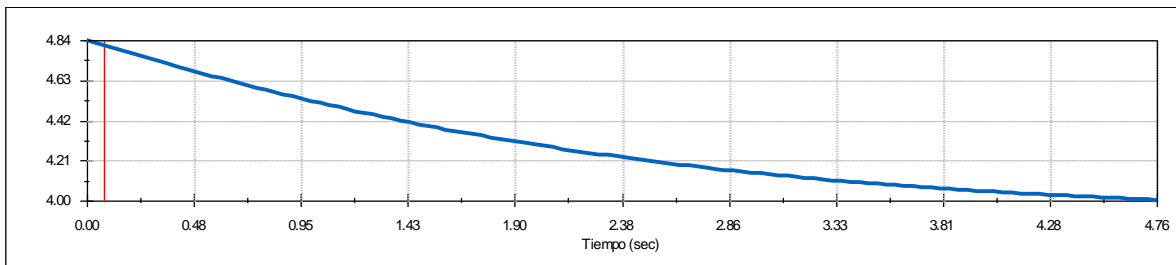
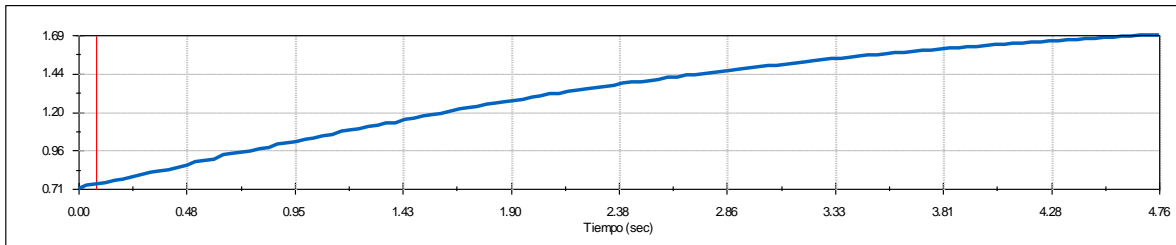
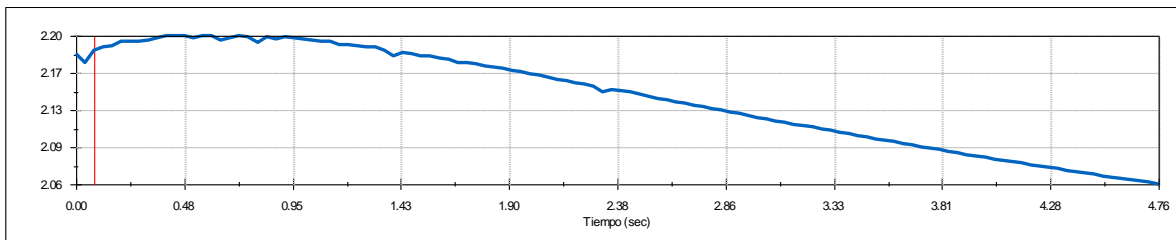
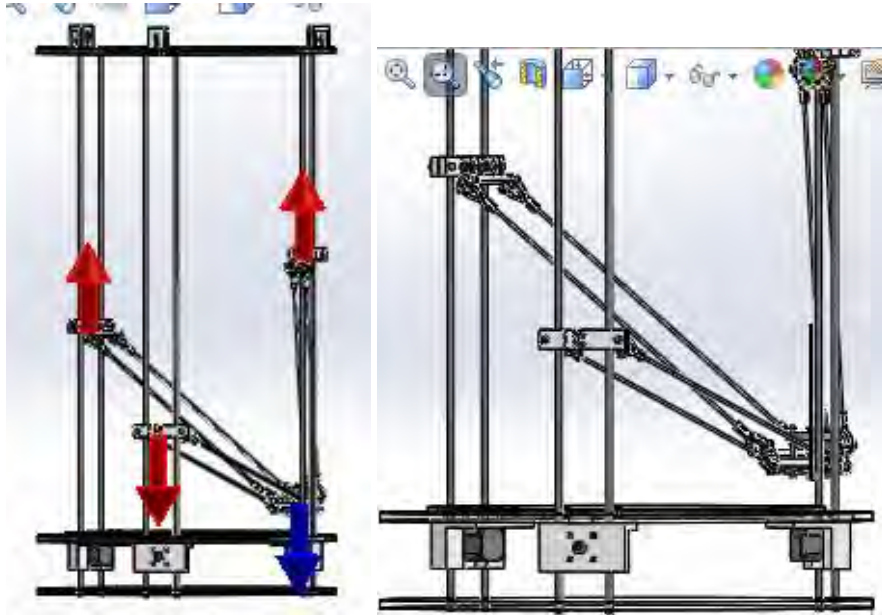


Figura 44 Movimiento número 5.

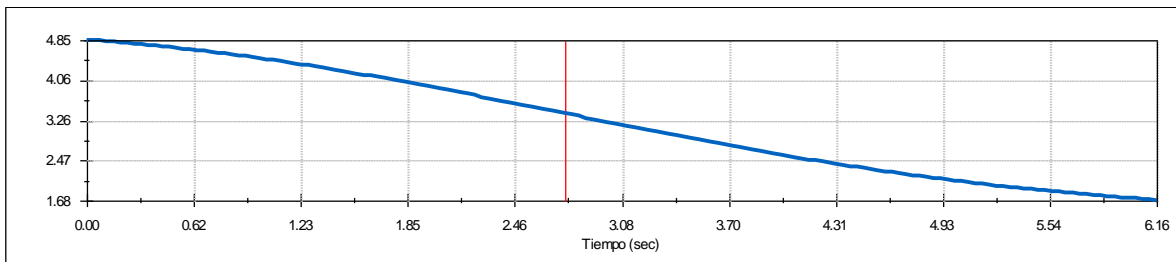
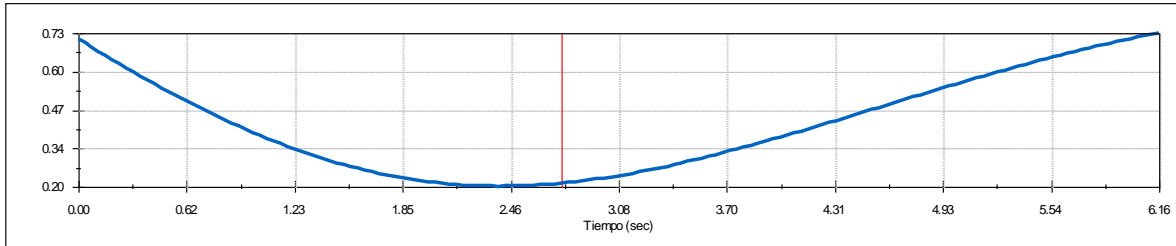
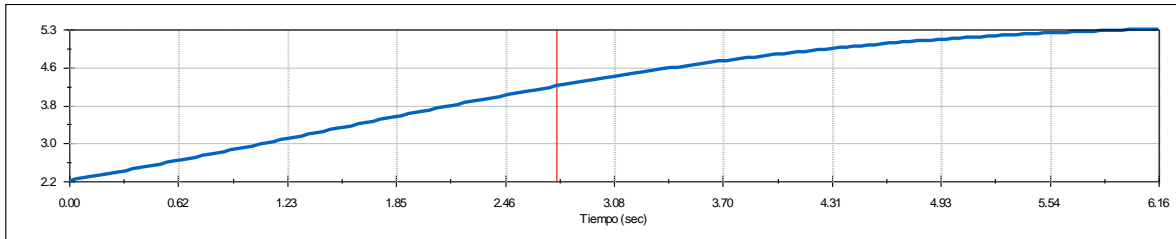
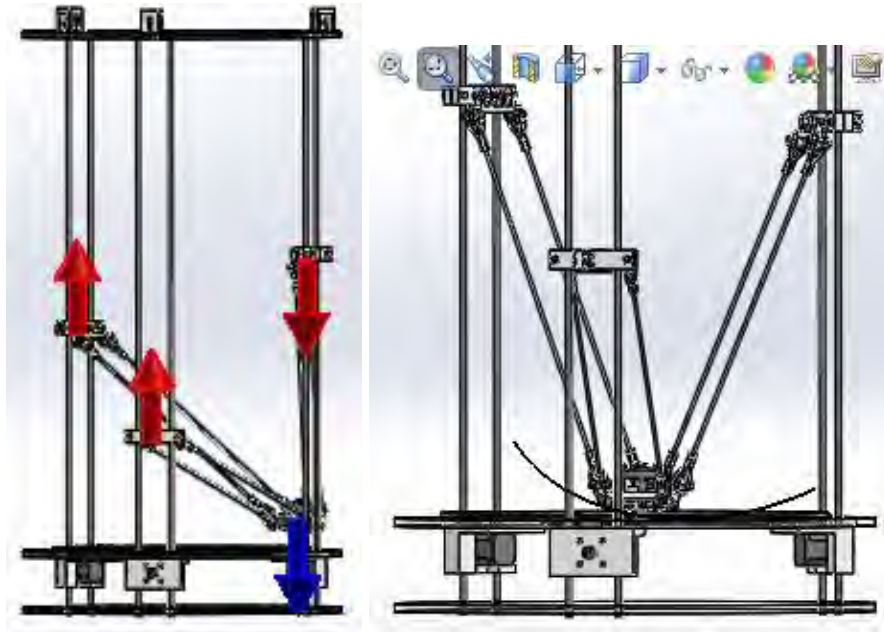


Figura 45 Movimiento número 6.

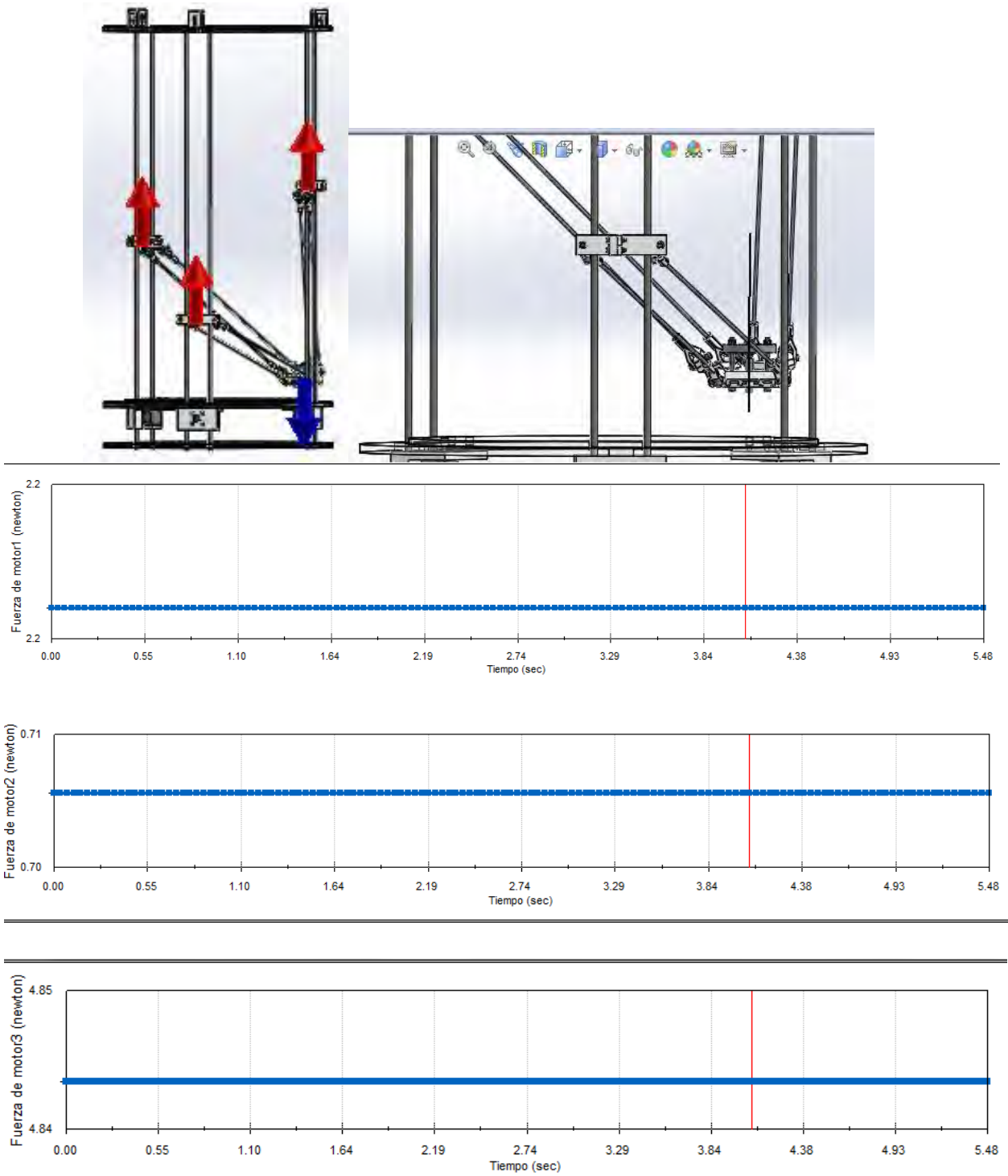


Figura 46 Movimiento número 7.

Después de realizar estas simulaciones encontramos que el valor más grande de fuerza se obtuvo en la posición 3 con una fuerza de 5.52N.

Tabla 3 Fuerzas de los motores a diferentes posiciones.

Número	Motor 1 N	Motor2 N	Motor3 N
0	2.2	0.85	5.37
1	2.2	1.5	5.10
2	2.2	2.66	5.47
3	2.2	1.28	5.52
4	4.2	1.32	4.05
5	2.2	1.69	4.84
6	5.3	0.73	4.05
7	2.2	0.75	4.845

Ahora realizamos la simulación agregando coeficiente de fricción en caso de el rodamiento tenga algún desperfecto, en la figura 47 se grafica la fuerza del tercer motor considerando el coeficiente de fricción de 0.250

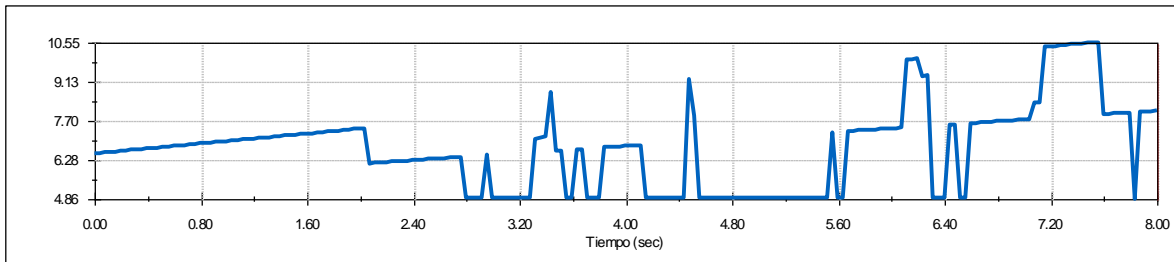


Figura 47 Fuerza del tercer motor con coeficiente de fricción 0.250

Esto ocasionó que la fuerza necesaria se incrementara a 10.55N.

CAPÍTULO 5 DISEÑO Y FABRICACIÓN

5.1 Introducción.

Para la selección de las características específicas para nuestro robot (Tamaño máximo del espacio del trabajo, peso máximo de herramienta), se definió como espacio de trabajo un diámetro 500mm y una altura máxima de 500mm. El cual se puede visualizar en la figura 48.

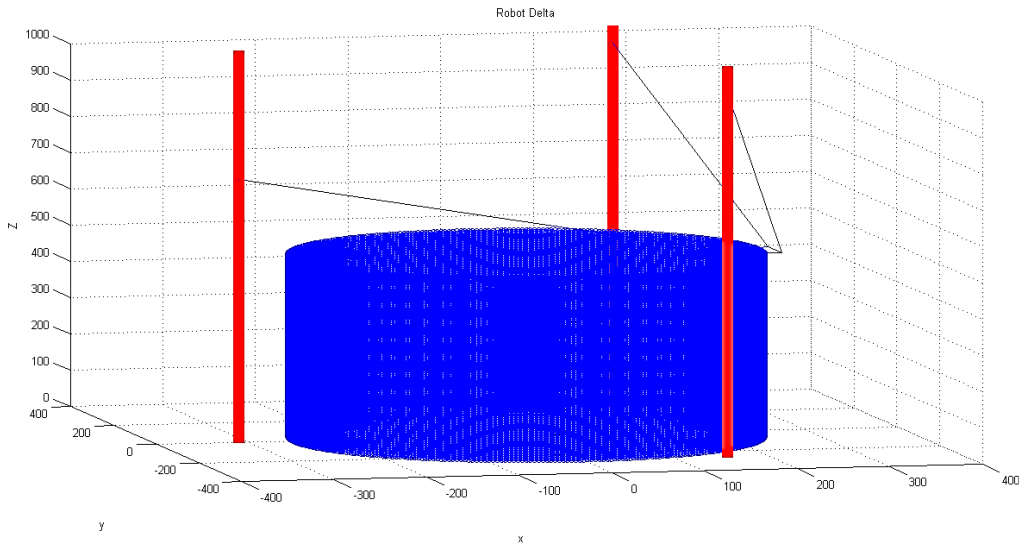


Figura 48 Espacio de trabajo.

Para el efecto final se consideró como aplicación una impresora 3D que tuviera montado 4 extrusores. Se modeló solo uno y se agregó el peso de los otros 3 en el análisis.

Las cotas utilizadas para calcular las dimensiones del robot son:

r_1 = Radio del efecto final.

ws_1 = Espacio de trabajo deseado.

ws_2 = Espacio de trabajo en altura deseado.

Q_1 = Largo del conector1 de centro a centro.

Q_2 = Largo del conector22 de centro de pilar a centro de giro.

d_1 = Distancia de la parte superior del conector21 al centro de soporte.

d_2 = Distancia del centro de giro del conector1 a la parte inferior del eje central.

d_3 = Distancia que sobre sale el efecto final del eje central.

d_4 = Distancia del centro del pilar al efecto final cuando está totalmente paralelo.

r_0 = Radio del centro a el centro de los pilares.

D = Distancia del centro del pilar al final del espacio de trabajo.

L = Longitud de las barras de centro a centro.

Q_3 = Distancia del conector22 a la punta del efecto final.

H = Distancia que resulta de la suma de $L_3 + ws_2$.

θ = Angulo minimo para evitar singularidades.

A continuación algunos dibujos de detalle con sus cotas del diseño del robot vertical delta.

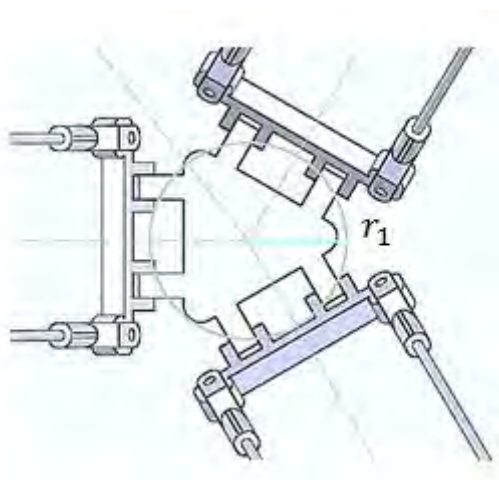


Figura 49 r_1 =Radio de efecto final.

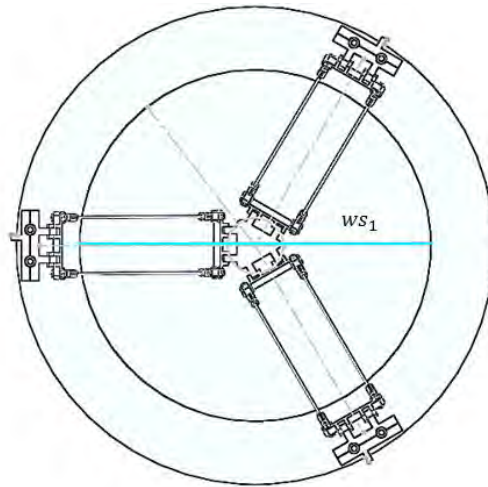


Figura 50 ws_1 =Espacio de trabajo deseado.

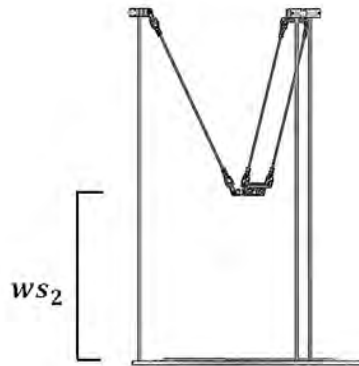


Figura 51 ws_2 =Espacio de trabajo en altura deseado.

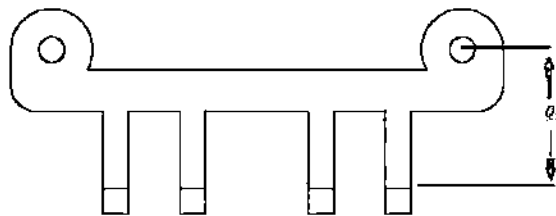


Figura 52 Q_1 =Largo del conector1 de centro a centro.

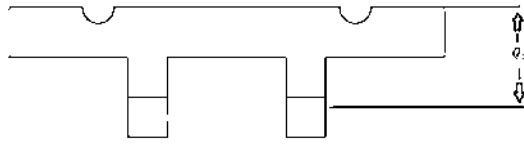


Figura 53 Q_2 =Largo del conector22 del centro de pilar a centro de giro.

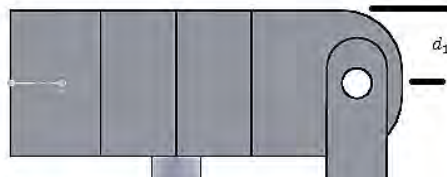


Figura 54 d_1 =Distancia de la parte superior del conector21 al centro de soporte.

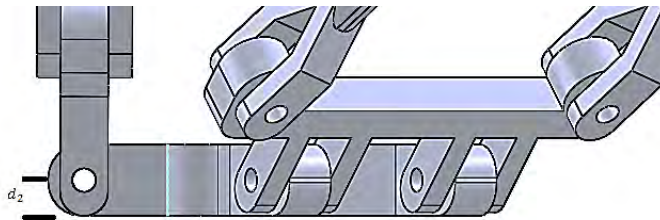


Figura 55 d_2 =Distancia del centro de giro del conector1 a la parte inferior del eje central.

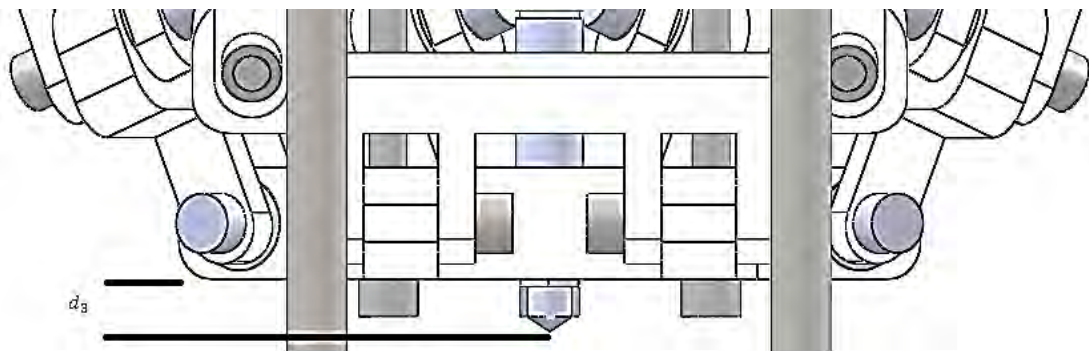


Figura 56 d_3 =Distancia que sobre sale el efecto final del eje central.

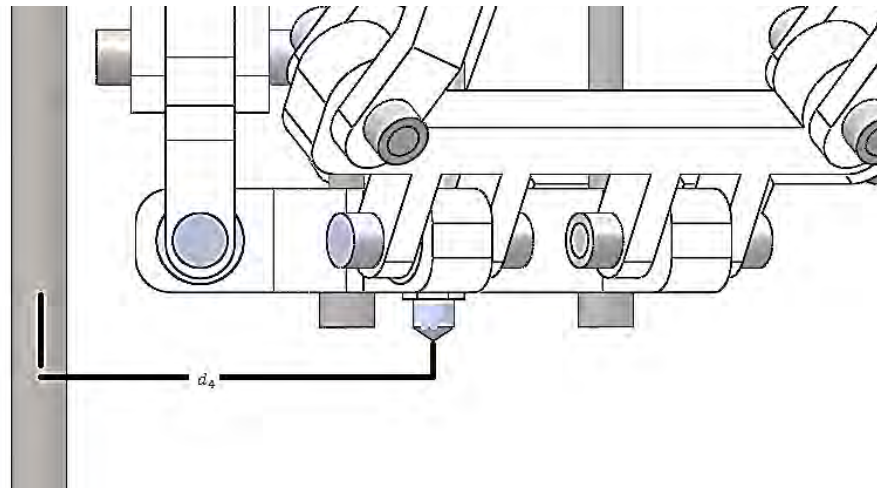


Figura 57 d_4 =Distancia del centro del pilar al efecto final cuando está totalmente paralelo.

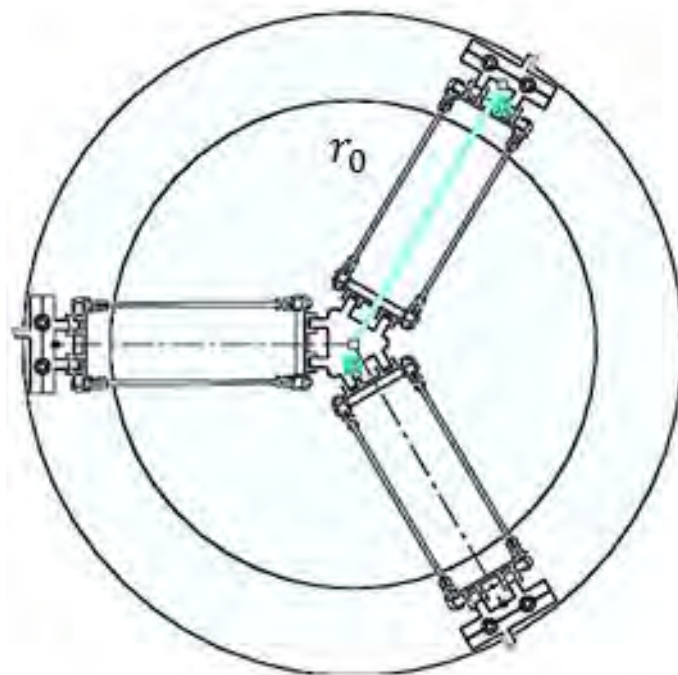


Figura 58 r_0 =radio del robot.

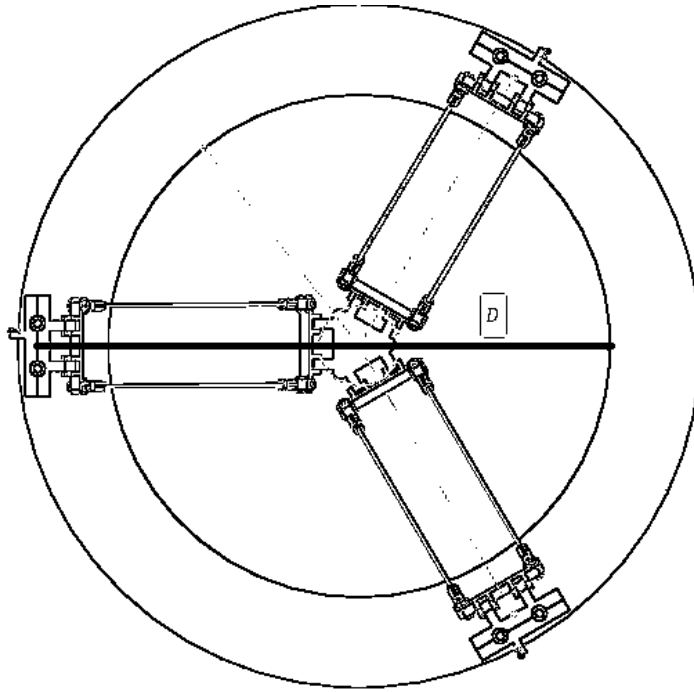


Figura 59 D=Distancia del centro del pilar al final del espacio de trabajo.



Figura 60 L=Longitud de las barras.

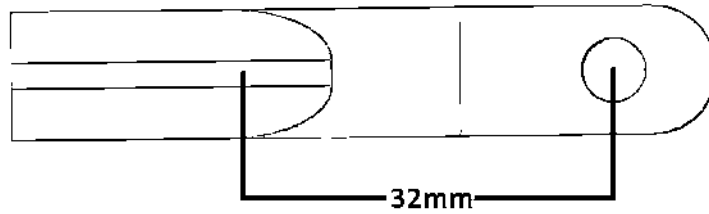


Figura 61 Longitud de la pinza.

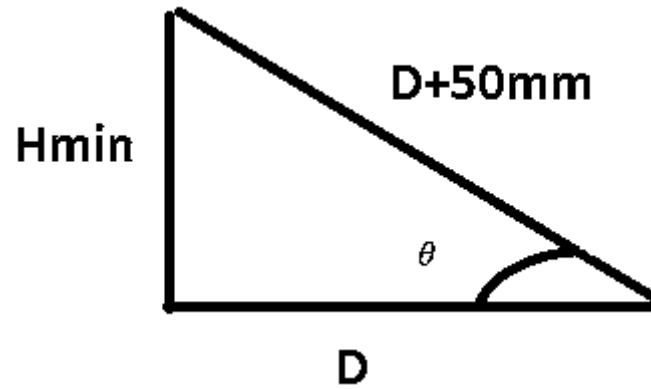


Figura 62 Cálculo para evitar singularidades.

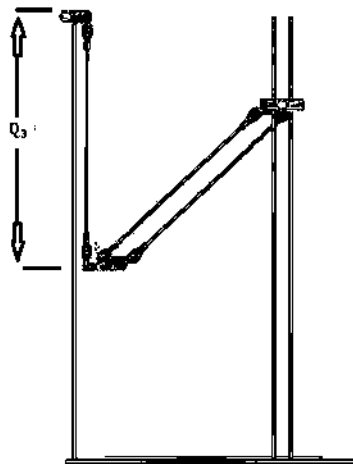


Figura 63 Q_3 =Distancia del conector22 a la punta del efecto final.

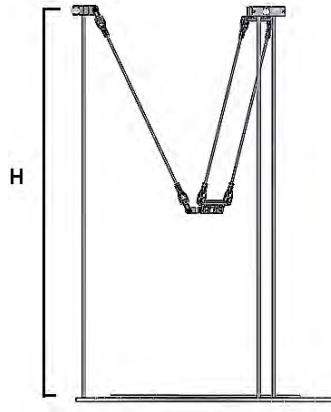


Figura 64 $H = \text{Distancia que resulta de la suma de } L_3 + ws_2$.

Los valores fijos de nuestro robot vertical delta se refiere a todas las medidas de las partes que no se pueden modificar y no necesitan calcularse.

$$r_1 = 37.59\text{mm} \quad ws_1 = 500\text{mm} \quad ws_2 = 500\text{mm} \quad Q_1 = 26.5\text{mm} \quad Q_2 = 23.15\text{mm}$$

$$d_1 = 12.5\text{mm} \quad d_2 = 5\text{mm} \rightarrow 10\text{mm} \quad d_3 = 10\text{mm}$$

A continuación calculamos las medidas del robot.

$$d_4 = Q_2 + r_1 = 23.15 + 37.59 = 60.74\text{mm}$$

$$r_0 = \frac{ws_1}{2} + d_4 = 250\text{mm} + 60.74 = 310.74\text{mm}$$

$$D = ws_1 + d_4 = 500 + 60.74\text{mm} = 560.74\text{mm}$$

Hay que dar un poco más longitud a D para que no caiga en singularidad, en este caso daremos 10mm.

$$D + 10\text{mm} = 560.74\text{mm} + 10\text{mm} = 570.74\text{mm}$$

Agregando los valores, el ángulo más pequeño que obtendremos para evitar la singularidad.

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{560.74\text{mm}}{570.74\text{mm}} \right) = 10.741^\circ \text{ Este ángulo es el mínimo para la distancia máxima.}$$

$$H_{MIN} = (D + 10\text{mm}) \sin \theta = 570.74 \sin(10.741) = 106.36\text{mm}$$

Entonces L quedaría:

$$L = D - Q_2 - 2Q_1 - r_1 = 570.74 - 23.15 - 2(26.5) - 37.59mm = 457mm$$

El tamaño del tubo quedaría

$$\text{Tubo} = L - 2(32) = 457 - 64 = 393mm$$

$$Q_3 = 2d_1 + 2Q_1 + L + d_2 + d_3 = 2 * 12.5 + 2 * (26.5) + (447 + 50) + 10 + 10 \\ = 595mm$$

$$H = Q_3 + ws_2 = 595 + 500 = 1095mm$$

La altura final del robot quedaría de 1315mm.

5.2 Realizar el modelo en Solid-Works.

Después de tener el diseño de todas las partes, se procedió a realizar el ensamble, el cual se presenta a continuación.

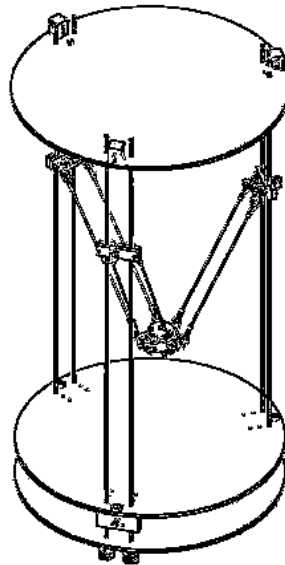


Figura 65 Modelo Completo.

5.3 Realizar la simulación de deformaciones en ANSYS.

Se realizaron las simulaciones en ANSYS tomando en cuenta posibles materiales para su construcción, en la tabla 4 se pueden observar las distintas configuraciones.

Tabla 4 Posibles configuraciones de los materiales para fabricar el Robot.

Material	Bases	Partes	Tubos	Pilares
1	Acero Inoxidable	ABS	Aluminio	Acero Inoxidable
2	Acero Inoxidable	ABS	Aluminio	Aluminio
3	Acrílico	ABS	Aluminio	Aluminio
4	Acrílico	ABS	Aluminio	Acero Inoxidable
5	Acrílico	ABS	Acrílico	Acero Inoxidable
6	Acrílico	ABS	Fibra de carbono	Acero Inoxidable

Para el caso de mdf, como presenta el mismo modulo elástico que el acrílico, se tomara los mismos resultados.

Para poder realizar las simulaciones, primero se realizaron varios mallados y se observó en que momento la cantidad de nodos y elementos ya no afectaba nuestros resultados, en la tabla 5 se muestra un resumen del número de nodos y elementos utilizados en nuestro análisis.

Tabla 5 Número de nodos y elementos.

Descripción	Cantidad
Elementos	84051
Nodos	304411



Figura 66 Mallado del robot delta vertical.

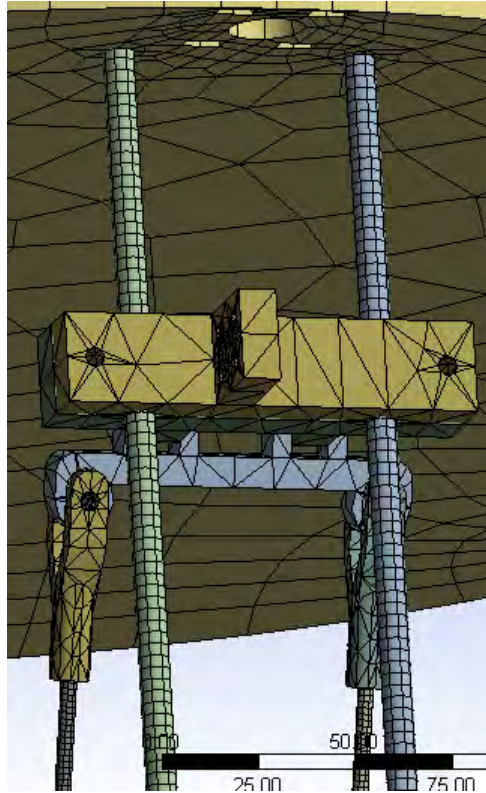


Figura 67 Mallado de las partes móviles.

Los resultados de las distintas configuraciones se muestran cada una por separado y al final se juntan en la tabla 6 para deformaciones y 7 para esfuerzo.

1.-Bases (Acero Inoxidable), ABS (conectores), aluminio (tubos), Pilar (acero Inoxidable)

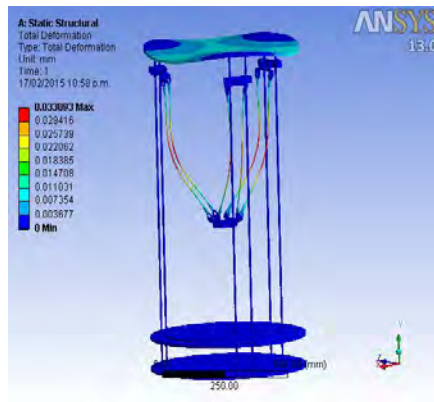


Figura 68 Deformación configuración 1.

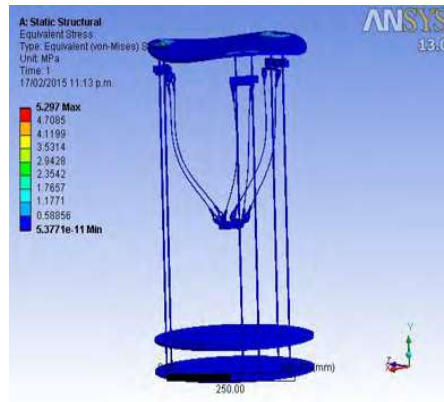


Figura 69 Esfuerzo von Mises configuración 1.

2.-Bases (Acero Inoxidable), ABS (conectores), aluminio (tubos), Pilar (aluminio)

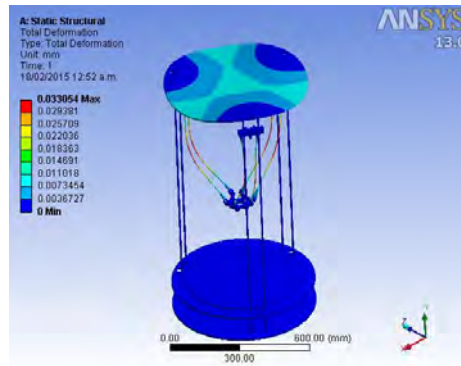


Figura 70 Deformación configuración 2.

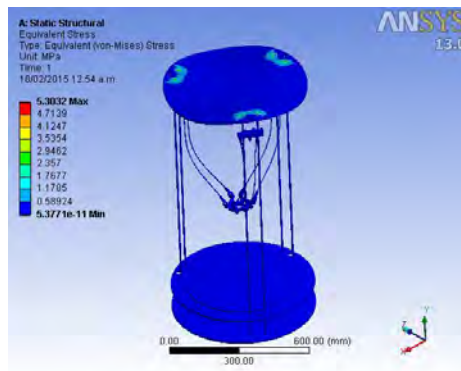


Figura 71 Esfuerzo von Mises configuración 2.

3.- Bases (Acrílico), ABS (conectores), aluminio (tubos), Pilar (aluminio)

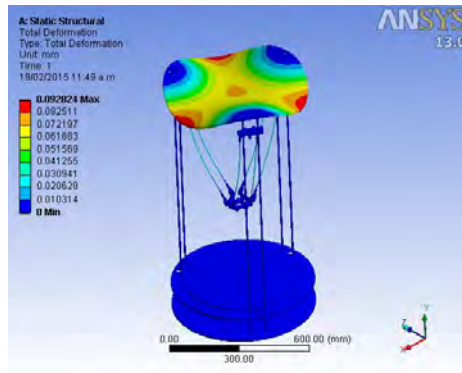


Figura 72 Deformación Configuración 3.

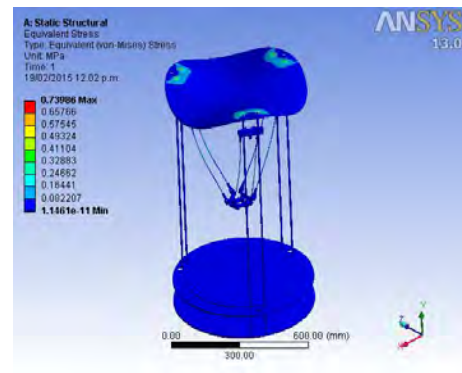


Figura 73 Esfuerzo von Mises configuración 3.

4.- Bases (Acrílico), ABS (conectores), aluminio (tubos), Pilar (Acero Inoxidable)

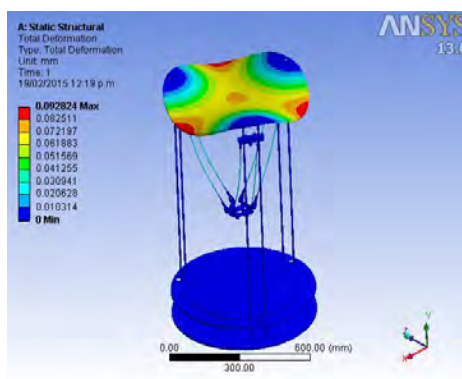


Figura 74 Deformación configuración 4.

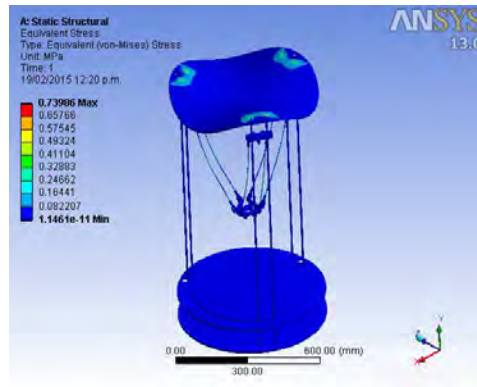


Figura 75 Esfuerzo von Mises Configuración 4.

5.-Bases (Acrílico), ABS (conectores), acrílico (tubos), Pilar (Acero Inoxidable)

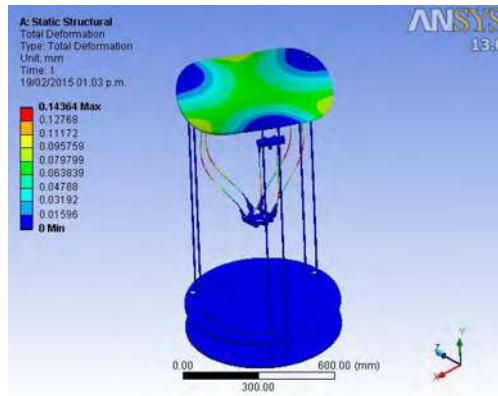


Figura 76 Deformación configuración 5.

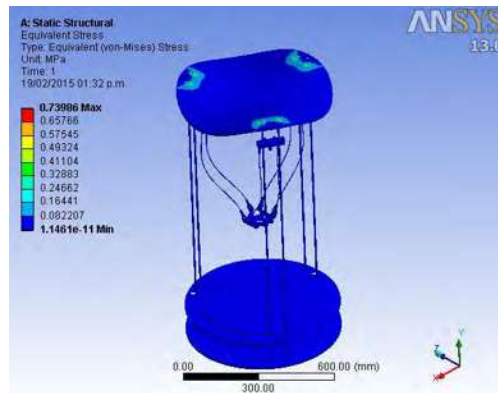


Figura 77 Esfuerzo von Mises configuración 5.

6.-Bases (Acrílico), ABS (conectores), fibra de carbono (tubos), Pilar (Acero Inoxidable)

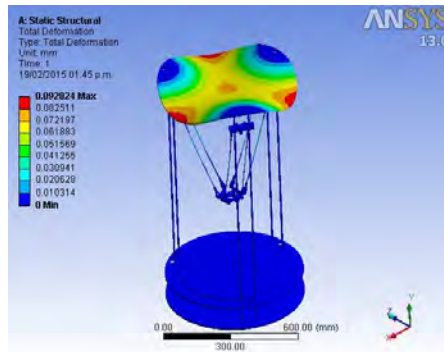


Figura 78 Deformación Configuración 6.

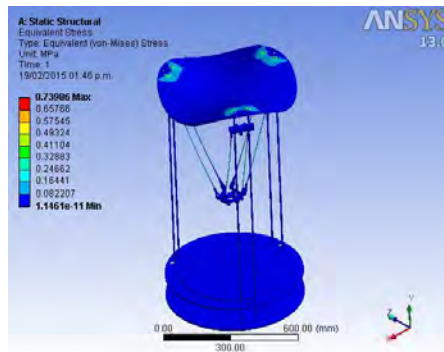


Figura 79 Esfuerzo von Mises Configuración 6.

A continuación se muestran las tablas que fueron completadas con los valores obtenidos en el análisis estructural hecho en Ansys.

Tabla 6 Tabla de deformaciones.

Materiales	Deformación
1.-Bases (Acero Inoxidable), ABS(conectores), aluminio (tubos), Pilar (acero Inoxidable)	0.033054 mm(máxima deformación en los tubos)
2.-Bases (Acero Inoxidable), ABS(conectores), aluminio (tubos), Pilar (aluminio)	0.033054mm(máxima deformación en los tubos)
3.-Bases (Acrílico), ABS(conectores), aluminio (tubos), Pilar (aluminio)	0.092824mm(máxima deformación en la base superior)
4.- Bases (Acrílico), ABS(conectores), aluminio (tubos), Pilar (Acero Inoxidable)	0.092824mm(máxima deformación en la base superior)
5.-Bases (Acrílico), ABS(conectores), acrílico(tubos), Pilar (Acero Inoxidable)	0.14364mm(máxima deformación en los tubos)
6.-Bases (Acrílico), ABS, fibra de carbono (tubos), Pilar (Acero Inoxidable)	0.092824mm(máxima deformación en la base superior)

Tabla 7 Tabla de esfuerzo von misses.

Materiales	Esfuerzo equivalente von misses
1.-Bases (Acero Inoxidable), ABS, aluminio (tubos), Pilar (acero Inoxidable)	5.297MPa(junta del pilar con la base)
2.-Bases (Acero Inoxidable), ABS, aluminio (tubos), Pilar (aluminio)	5.3032MPa(junta del pilar con la base)
3.-Bases (Acrílico), ABS, aluminio (tubos), Pilar (aluminio)	0.73986MPa(junta del pilar con la base)
4.- Bases (Acrílico), ABS, aluminio (tubos), Pilar (Acero Inoxidable)	0.73986MPa(junta del pilar con la base)
5.-Bases (Acrílico), ABS, acrílico(tubos), Pilar (Acero Inoxidable)	0.73986MPa(junta del pilar con la base)
6.-Bases (Acrílico), ABS, fibra de carbono (tubos), Pilar (Acero Inoxidable)	0.73986MPa(junta del pilar con la base)

5.4 Selección del material para la fabricación de la estructura del robot.

Para poder seleccionar los materiales con los cuales se construirá el robot, primero tenemos que calcular la tensión admisible dependiendo del coeficiente de seguridad que elijamos. Se van a tomar en cuenta los coeficiente de seguridad de 1.6 que se recomienda para maquinas [14].

Se calculó la tensión admisible para los diferentes materiales dependiendo de su módulo elástico.

Tabla 8 Tabla de Tensión Admisible.

Material	Módulo Elástico σ_L	Coefficiente de Seguridad ν	Tensión admisible σ_{adm}	Resultado
ACERO INOXIDABLE	193 000 MPa	1.6	$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_L}{\nu}$	120625 MPa
ACERO ESTRUCTURAL	193 000 MPa	1.6	$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_L}{\nu}$	120625 MPa
ALUMINIO	71 000 MPa	1.6	$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_L}{\nu}$	44375 MPa
ABS	2000 MPa	1.6	$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_L}{\nu}$	1250 MPa
ACRILICO	3000 MPa	1.6	$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_L}{\nu}$	1875 MPa
FIBRA DE CARBONO	300 000 MPa	1.6	$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_L}{\nu}$	187500 MPa

A continuación comparamos la tensión admisible y la tensión calculada en Ansys para determinar el material a utilizar en la fabricación.

Tabla 9 Tabla de comparaciones entre tensión admisible y esfuerzo von mises.

Material	Tensión Admisible	Esfuerzo equivalente von mises
ACERO INOXIDABLE	120625 MPa	5.297MPa(junta del pilar con la base)
ALUMINIO	44375 MPa	5.3032MPa(junta del pilar con la base)
ABS	200 MPa	No hay tensión donde se encuentra este material
ACRILICO	1875 MPa	0.73986MPa(junta del pilar con la base)
FIBRA DE CARBONO	187500 MPa	No hay tensión donde se encuentra este material

Con lo cual podemos observar que los esfuerzos a los que están sometidos los materiales son mucho menores a su tensión admisible, por lo cual cualquier configuración estará bien.

Ahora comparamos los precios de los materiales para seleccionar el de menor costo de fabricación. Se decidió fabricar la estructura del robot con tubos de aluminio, postes de acero inoxidable, piezas de ABS, bases de madera.

5.5 Fabricación de la estructura del robot.

Las piezas de ABS se imprimieron en una impresora 3D con filamento 1.75mm y una extrusor de 0.5mm.

En las siguientes figuras se muestra algunos detalles de la fabricación y ensamble del robot paralelo.



Figura 80 Fabricación de las partes de la impresora



Figura 81 Armado del robot delta vertical.

CAPÍTULO 6 DISEÑO DEL CONTROL DEL ROBOT DELTA VERTICAL

6.1 Introducción.

En este capítulo se tratara el diseño del control del Robot delta vertical, el cual consta de varios bloques, que son: Elección del microcontrolador, elección del motor y por ultimo elección de la etapa de potencia para el control del motor.

Para elegir el microcontrolador, principalmente tenemos que tomar en cuenta el número de entradas y salidas disponibles, el costo del mismo, si conocemos su programación, si será una aplicación móvil y la potencia requerida.

El motor que se elegirá depende principalmente del torque, el tipo de aplicación y revoluciones por minuto.

En el caso de la etapa de potencia, debemos tomar en cuenta el tipo de motor, la corriente que consume el motor, el voltaje al cual trabaja, la protección que brindaremos al microcontrolador y el costo.

6.2 Selección del tipo de microcontrolador para implementar y programar el robot delta vertical.

Se eligió el microcontrolador atmega 2560, ya que es un microprocesador comercial que por sus características de entradas, comunicación y memoria, se ajusta a las necesidades de nuestra aplicación, inclusive nos permite actualizaciones o mejores futuras.

A continuación se muestra un resumen de las características del microcontrolador atmega 2560 seleccionado.

Características

- Alto rendimiento , bajo consumo de energía ,8 bit.
- Arquitectura avanzada
 - 135 poderosas instrucciones
 - 32 x 8 Registros de propósito general
 - Arriba de 16 MIPS a través de 16MHZ
- Alta resistencia segmentos de memoria no volátil
 - 64k/128K/256K Bytes de un sistema de auto programación flash
 - 4Kbytes EEPROM
 - 8kbytes interna SRAM
 - Ciclos de Escritura/borrado 10,000 Flash/100000 EEPROM
 - 2 temporizadores de 8 bits con prescalar y modo comparar separados
 - 4 temporizadores de 16 bits con prescalar, modo comparar, y modo de captura separados
 - 4 PWM de 8 bits
 - 12 PWM con resolución programable de 2 a 16bits
 - Modulador comparador de salida
 - 16 canales, ADC 10 bits
 - 4 programables serial
 - Maestro/esclavo SPI interface
 - Byte orientado 2-wire Serial-Interface
 - Programable temporizador wachtdog con oscilador separado
- Entradas y salidas
 - 86 programables entradas/salidas
 - 64-conducciones TQFP
 - 100-conducciones- ball CBGA

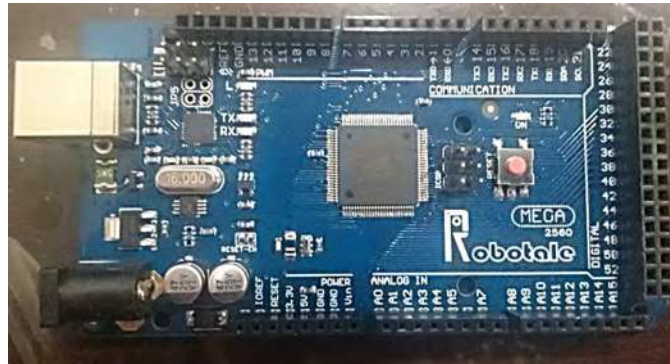


Figura 83 Arduino MEGA 2560.

6.3 Elección del motor.

Para el Diseño del control del RDV elegimos utilizar motores a paso, ya que su alto torque y su sencilla implementación nos garantizan un mejor control para el robot.

Un motor paso a paso, se puede definir como un convertidor electromagnético incremental que transforma pulsos eléctricos en movimientos angulares de un eje. Este movimiento angular, se repite exactamente con cada pulso sucesivo que el circuito de control inyecta al motor.

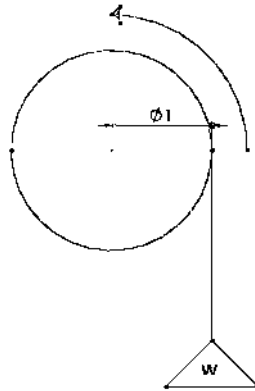
La velocidad de giro depende de la frecuencia de los impulsos aplicados.

El torque de retención, es el torque generado por el motor cuando éste se encuentra energizado.

El torque detenido, es el torque requerido para rotar el eje mientras los arrollamientos no están energizados.

El microstepping, se basa en el principio de transferir la corriente de una bobina a otra gradualmente. Esto se logra con PWM de la tensión en las bobinas. El ciclo de trabajo de la señal que energiza a una bobina crece, mientras que en otra bobina decrece.

Para lograr encontrar los motores que se utilizaran para controlar nuestro robot se realizaron varias simulaciones en Solid Works y de manera analítica en el caso de los motores a pasos es el torque de retención y viene dado en Kg.cm, por ejemplo 1 kg.cm. Es el torque necesario para mover un cuerpo de un kilogramo de peso a través del giro de un disco de 1cm de radio (Ignorando el peso del disco).



Se obtuvo que la fuerza máxima que se necesita para llegar a cierta posición es de 5 N por lo que con el cálculo siguiente se seleccionó el motor.

$$W = mg = 5N$$

Por lo que,

$$m = \frac{5N}{g} = \frac{5N}{9.81 \frac{m}{s^2}} = 0.51kg$$

$$\text{Torque} = \text{radio} * \text{masa} = 6.35mm * \frac{1m}{1000mm} * 0.51kg = 0.0032385kg * m$$

$$\text{Torque} = 325g * cm$$

Para el caso del método analítico se obtuvo 0.0042 N*m, que serían 42.828072 g.cm.

En nuestro caso se eligió el motor 42BYGHW811 mejor conocido como NEMA17 que tiene 4800g*cm este motor se eligió ya que queda sobrado para la fuerza que se requiere

además que se puede sacrificar torque para aumentar la velocidad. En la tabla 10 se muestran las características del motor NEMA 17 fabricado por Wantai.

Tabla 10 Características del motor parte 1.

Modelo	Paso	Longitud del motor	voltaje	corriente	Resistencia de fase
42BYGHW811	1.8°	48mm	3.8v	2.5A	1.25 ohm

Tabla 11 Características del motor parte 2.

Inductancia de fase	Torque de retención	Numero de bobinas	Inercia del rotor	Torque detenido	peso
1.8mH	4800 g-cm	4	68 g-cm ²	280 g-cm	0.34 kg

A continuación se muestra la gráfica del torque contra los pasos

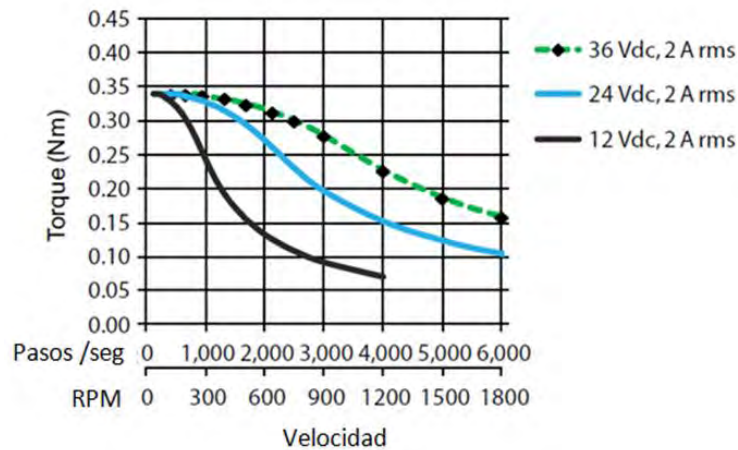


Figura 84 Grafica Torque contra Pasos/seg.

En la siguiente figura se muestra el diagrama de conexiones para el motor bipolar seleccionado.

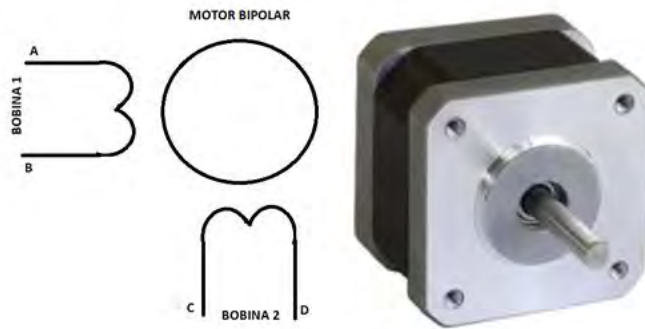


Figura 85 Diagrama del motor Bipolar.

Colores de Bobinas

Tabla 12 Distribución de bobinas.

Bobina	Cable	Cable
1	Negro (A)	Verde (B)
2	Rojo (D)	Azul (C)

6.4 Etapa de potencia.

Para realizar el control del motor y la etapa de potencia se eligió el driver A4988 cuyas características se muestran en la tabla 13.

Características del driver A4988 DMOS (Micro paso con traductor y protección de sobre corriente)	
-	Baja RDS(ON) salidas
-	Modo detección /selección automático decaimiento de corriente
-	Mezcla y baja modo decaimiento de corriente
-	rectificación síncrona para baja disipación de potencia
-	Protección de corto
-	-3.3 y 5 volts abastecimiento lógica compatible
-	Circuito termal de apagado
-	Protección corto a tierra
-	carga protegida de corto
-	Cinco modos seleccionables de paso 1/2, 1/4, 1/8 y 1/16

Tabla 13 Propiedades del driver.

El A4988 es un completo driver de micro paso con un traductor para su fácil utilización. Está diseñado para operar motores bipolares en completo, mitad, cuarto, octavo y dieciseisavo paso, con una capacidad de 35 v y 2 Amp. El A4988 incluye un regulador de corriente el cual tiene la habilidad de operar en decaimiento modo bajo y mezclado. En la figura 86 se muestra el modo típico de conexión.

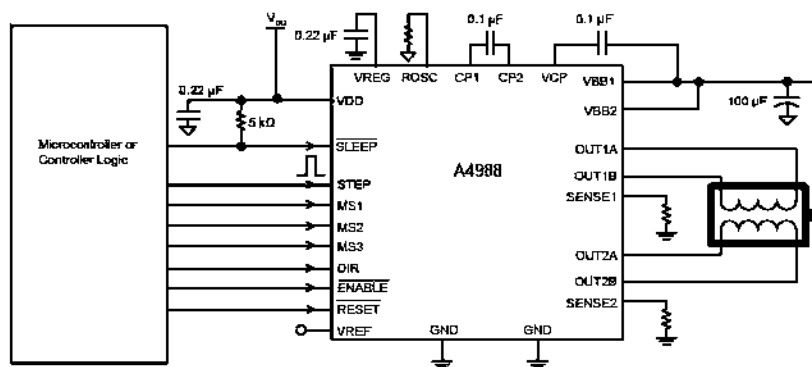


Figura 86 Modo típico de conexión para el A4988.



Figura 87 Driver A4988.

Tabla 14 Distribución de divisiones.

División	ms1	ms2	ms3
Paso Completo	0	0	0
Mitad de paso	1	0	0
Cuarto de Paso	0	1	0
Octavo de Paso	1	1	0
Dieciséisavo de paso	1	1	1

Tabla 15 Pines y Tiempos de activación

PIN	Nivel	Tiempo
Paso	0 -> 1	1 μ seg -> 1 μ seg
Reset	0	400ns (Activa)
Dir	0 o 1	Toma efecto hasta el próximo paso
Enable	0	Habilita las salidas
Sleep Mode	0	Activa el modo Dormido

Tabla 16 Corriente de los Motores.

Driver	Corriente(mA)
X	440
Y	400
Z	470

6.5 Implementación del control.

Se encontró una placa que tiene la conexión entre el arduino mega y los drivers, esta placa tiene el nombre de ramps. A continuación la distribución con el arduino Mega.

Tabla 17 Pines de la ramps.

x_step	0->1	54	y_step	60	z_step	46	ms1	11	Limitex	2
x_dir	0	55	y_dir	61	z_dir	48	ms2	6	Limitey	15
x_en	0	38	y_en	56	z_en	62	Ms3	5	Limitez	19
x_max	0	2	y_max	15	z_max	19	-----			

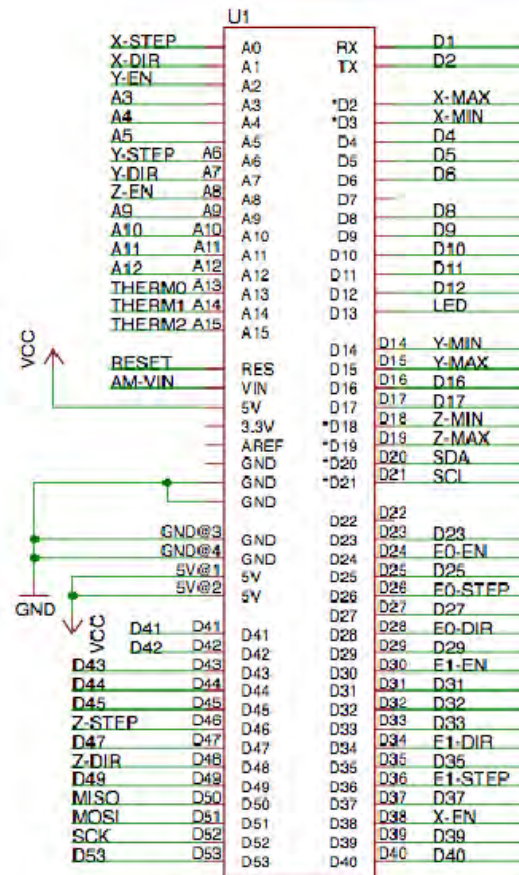


Figura 88 Distribución del Arduino con la ramps.

La conexión con el Driver

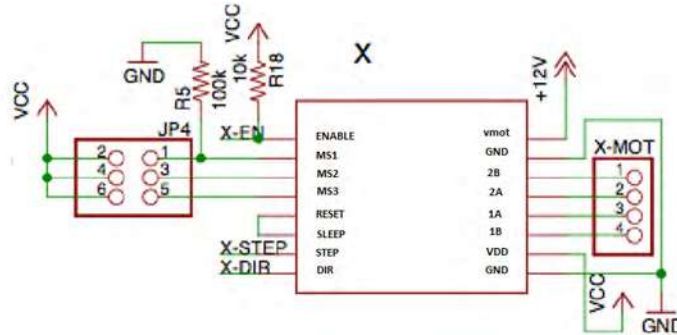


Figura 89 Conexión del Driver en la ramps.

Esta placa también cuenta con tres salidas de potencia con MOSFETS de 55 Amp que pueden ser utilizadas para actualizar el robot.

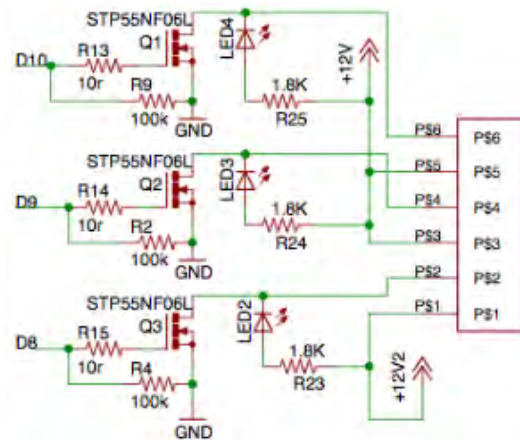


Figura 90 Salidas de Potencia en la ramps.

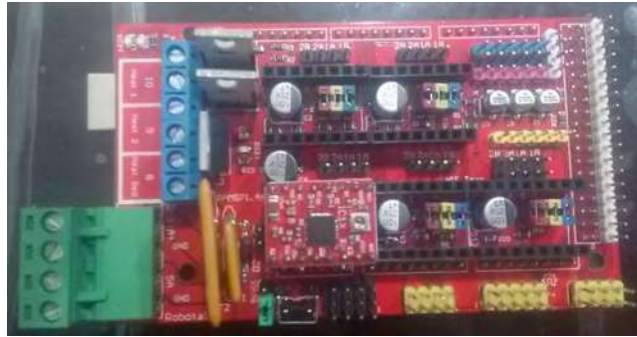


Figura 91 Tarjeta ramps.

En la figura 92 se muestran las conexiones de la ramps con los motores.

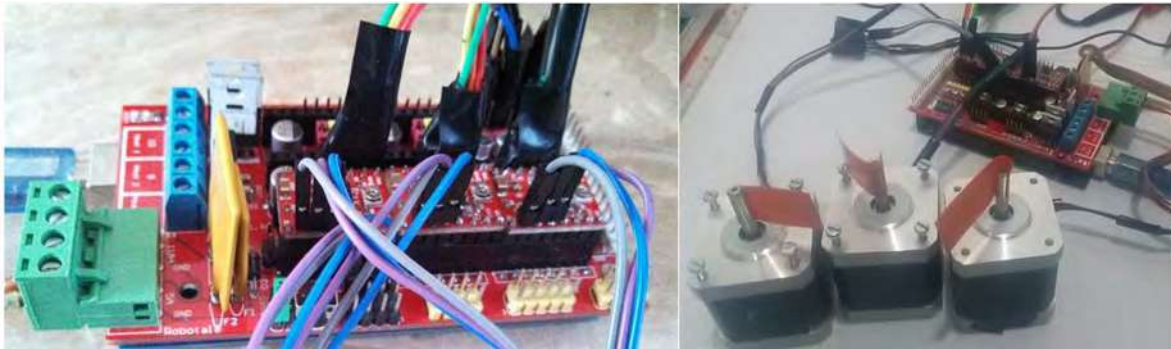


Figura 92 Conexión Completa.

CAPÍTULO 7 IMPLEMENTACIÓN DE LA INTERFAZ ENTRE EL ROBOT DELTA Y LA COMPUTADORA

7.1 Introducción.

Para la interfaz se utilizara el programa Guide que se encuentra dentro de MatLab, este programa es orientado a objetos. Se realizó una interfaz sencilla de utilizar para controlar el robot delta vertical y establecerá la comunicación con el microcontrolador.

Para el caso de la resolución, se calcula que cantidad de movimiento produce cada pulso, otra cosa que tenemos que tener en cuenta es el tiempo mínimo de duración, entre él pulso alto y bajo para que no se pierdan los pasos. En la tabla 18 se muestran las características de la banda y la polea.

Tabla 18 Características de la banda y polea.

Pieza	Característica
Polea	20 dientes (40mm)
Banda	1mm

$$\text{Numero de pasos para 1 vuelta} = \frac{360^\circ}{1.8^\circ} = 200 \text{ pasos}$$

Resolucion.se define como el mínimo incremento de cantidad que se puede mover con certeza.

Si lo dividimos con el número de pasos obtenemos la resolución.

$$RESOLUCION \left(\frac{1}{16} \right) = \frac{40mm}{(200) * (DIV)} = \frac{40mm}{(200) * (16)} = 0.0125mm$$

$$RESOLUCION \left(\frac{1}{8} \right) = \frac{40mm}{(200) * (DIV)} = \frac{40mm}{(200) * (8)} = 0.025mm$$

$$RESOLUCION\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{40mm}{(200) * (DIV)} = \frac{40mm}{(200) * (4)} = 0.05mm$$

$$RESOLUCION\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{40mm}{(200) * (DIV)} = \frac{40mm}{(200) * (2)} = 0.1mm$$

$$RESOLUCION(1) = \frac{40mm}{(200) * (DIV)} = \frac{40mm}{(200) * (1)} = 0.2mm$$

Se Implementaron códigos G y M en la interfaz de Operador-Maquina.

Estos códigos son los más comunes en el caso de máquinas de impresión de 3D por lo cual se implementaron en la interfaz. Se observan en la tabla 19 cuales son los que se utilizaron.

Tabla 19 Códigos G y M.

Código	Función
G0-G1	Movimiento coordinado XYZ
G28	Inicializa los motores
G90	Movimiento actuadores
G91	Usa coordenadas relativas
M114	Despliega posición actual
M84	Deshabilita motores
M119	Muestra estado de los limites
M205	Muestra características de la maquina

Tomando en cuenta las resoluciones, se calcula el número total de pasos para recorrer la distancia completa del área de trabajo del Robot Vertical Delta y se muestran los resultados en la tabla 20.

Tabla 20 Total de pasos para el espacio de trabajo completo.

division	Resolución	Milímetros	Total de pasos
1	.2mm	1095	5475
1/2	.1mm	1095	10950
1/4	.05mm	1095	21900
1/8	0.025mm	1095	43800
1/16	0.0125mm	1095	87600

Se calculó la cantidad de pasos para moverse un milímetro para cada división y los resultados son mostrados en la tabla 21.

Tabla 21 Pasos para 1 mm.

División	Resolución	Milímetros	Total de pasos
1	.2mm	1	5
½	.1mm	1	10
¼	.05mm	1	20
1/8	0.025mm	1	40
1/16	0.0125mm	1	80

7.2 Programación del Microcontrolador.

El programa que se realizó fue dentro de la plataforma arduino IDE, este programa tiene como función recibir las indicaciones del programa en Matlab y realizar las operaciones según sea el código. En el cual se programaron cuatro diferentes casos, que se describen a continuación.

Caso 1. Recibe el dato 0 del programa de Matlab indicando que este se quiere enlazar con él.

Caso 2. Recibe el dato 1 y realiza subrutinas esperando la cantidad de movimiento de cada motor y la división del driver.

Caso 3. Recibe el dato 3 indicando inicializar los motores.

Caso 4. Recibe el dato indicando que envíe los límites de los motores.

A continuación se muestra el diagrama de flujo del programa.

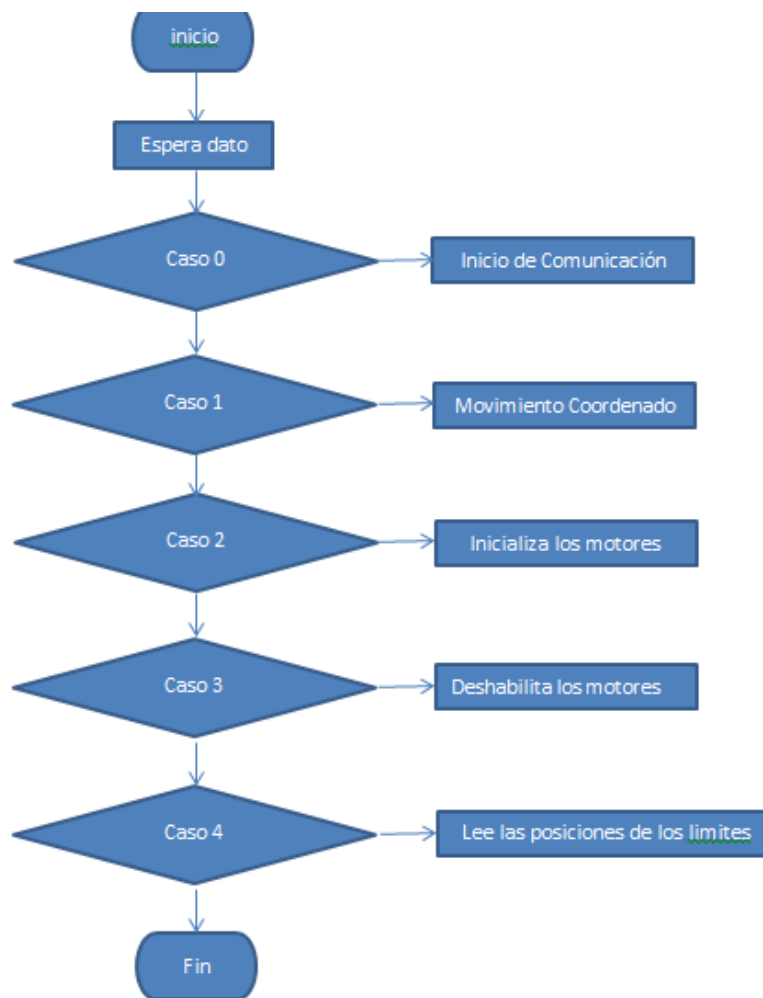


Figura 93 Diagrama de Flujo programa arduino.

7.3 Programación de la Interfaz.

Se realizó la programación en Matlab (GUIDE), el cual es un software orientado a objetos. El programa de la interfaz es el que realiza el envío de datos al microcontrolador, así como la recepción de las tareas a realizar por el robot delta, es decir, el código G. Este programa se realizó de manera que fuera intuitivo. Las tareas que realiza la interfaz son las siguientes:

Primero se inicializa la comunicación con la placa arduino, una vez establecida, aparece el botón de “Execute”. El botón “EXECUTE” realiza la función del código G ingresado por el usuario.

En la interfaz escribimos el código G en mayúsculas, el cual se revisará código por código para ver que función realiza cada uno, esto es así porque se implementó un intérprete de códigos G. Los códigos G que están programados en GUIDE y los cuales se pueden ejecutar en la interfaz, se muestran en la tabla 22.

Tabla 22 Códigos G y M implementados en la interfaz

Código	Función
G0-G1	Movimiento coordinado XYZ
G28	Inicializa los motores
G90	Movimiento actuadores
G91	Usa coordenadas relativas
M114	Despliega posición actual
M84	Deshabilita motores
M119	Muestra estado de los limites
M205	Muestra características de la maquina

A continuación se describe de manera breve la función que realiza cada código G y M además de cómo es interpretado por la interfaz. Cabe señalar que cualquier otro código G y M que no se encuentra implementado dentro del programa, generará un código de error.

El código G0 o G1 es el movimiento coordinado requiere los valores de "X", "Y" y "Z" .

El código G28, manda todos los motores a home

El código G90 es el movimiento del actuador, requiere los valores de los actuadores dz1, dz2, dz3.

El código G91 es el movimiento relativo de la posición actual suma algebraicamente la cantidad de los valores "X", "Y" y "Z" .

El código M114 despliega en la pantalla de mando despliega la posición del Robot.

El código M84 quita la energía a los motores liberando el robot

El código M119 despliega en las casillas de "X", "Y" y "Z" el estado de los limites 0 para cerrado y uno para activado.

El código M205 despliega en la pantalla de mando las características de la máquina que en este caso sería el espacio de trabajo.

A continuación se muestra el diagrama de flujo de la interfaz implementada para controlar el robot delta.

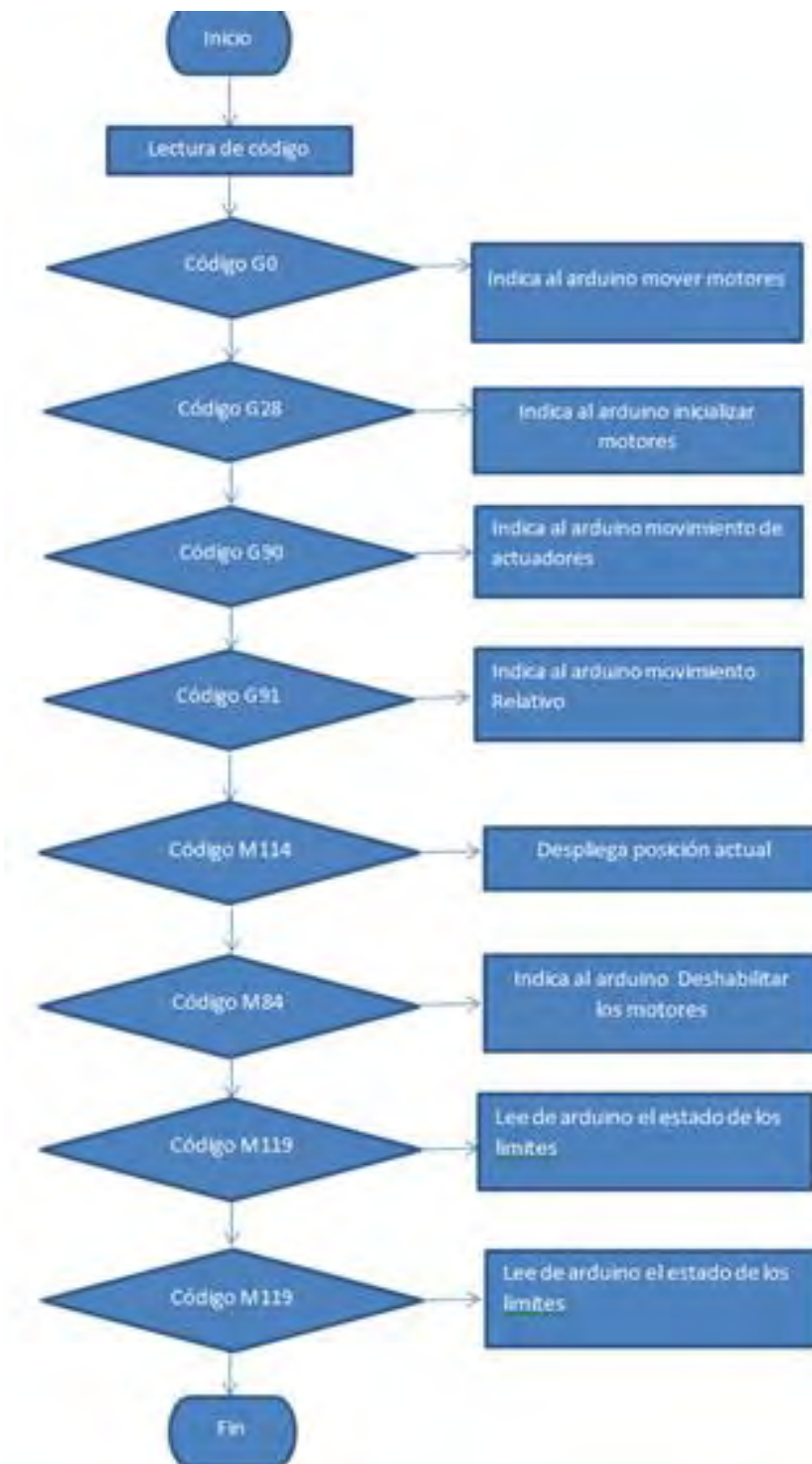


Figura 94 Diagrama de Flujo de la interfaz.

En la figura 95 podemos observar el panel de control del robot delta vertical y la distribución de botones en la pantalla.

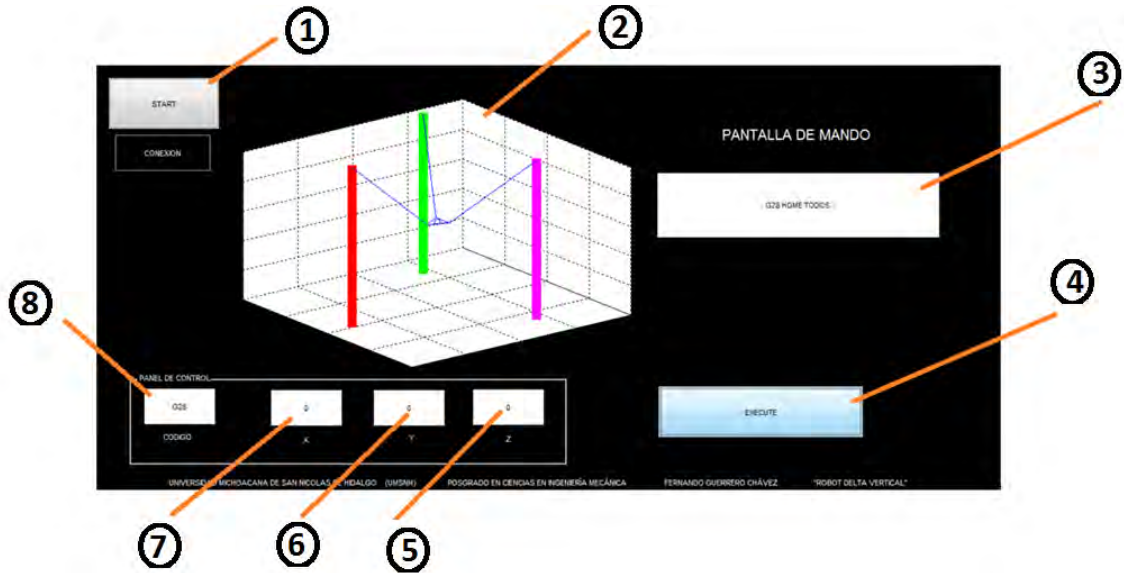


Figura 95 Pantalla de la interfaz en GUIDE.

En la tabla 23 se muestra la descripción de los botones implementados en la interfaz gráfica.

Tabla 23 Descripción de Botones.

Número	Función
1	Botón Inicialización
2	Despliegue Grafico
3	Pantalla de Mando
4	Botón de Ejecución
5	Entrada Z, Dz3, Despliegue de limite z
6	Entrada Y, Dz2, Despliegue de limite y
7	Entrada X, Dz1, Despliegue de limite x
8	Entrada de Comando

CAPÍTULO 8 DESEMPEÑO DEL ROBOT DELTA VERTICAL

8.1 Introducción.

Repetitividad y precisión

Es muy costoso lograr una alta repetitividad y precisión, aunque es algo muy conveniente en el diseño de cualquier manipulador. Por ejemplo, sería absurdo diseñar un robot de pintura con pistola de aire para ser preciso dentro de un margen de 0.001 pulgadas cuando el diámetro del punto que se va a pintar es de 8 ± 2 pulgadas. En buena medida, la precisión de un modelo específico de robot industrial depende de los detalles de su fabricación, y no de su diseño. La alta precisión se logra mediante un buen conocimiento de los parámetros del vínculo (y otros más). Para hacer esto posible se necesitan mediciones precisas después de la fabricación, o una cuidadosa atención a las tolerancias durante la fabricación [12].

Para poder observar el desempeño del robot delta vertical realizaremos dos ejercicios.

- El primero que se hará se basa en realizar un movimiento coordinado varias veces, para medir el grado de repetitividad y si el robot llega a la misma posición todas las veces. Elegiremos distintas posiciones para observar si existe un cambio.
- El segundo que haremos será medir la velocidad de las tres coordenadas “X”, “Y” y “Z” para esto tomaremos las divisiones del driver en 1, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{16}$ que son las divisiones extremas y la de en medio y nos dará una idea de la velocidad en todo el rango.

8.2 Repetitividad.

Se realizaron las distintas posiciones con un plano cartesiano, y en el efecto final un dial indicador para poder ver donde se encontraba apuntando la máquina, ver figura 96.



Figura 96 Dial indicador.

Se tomaron diez muestras de cada coordenada cada una iniciando en el origen. De estas diez muestras cinco se realizaron hacia la parte positiva y cinco hacia la parte negativa.

Se observa en las tablas 24, 25 y 26 las diez medidas que se realizaron para cada coordenada, en la cual podemos observar la medida a la cual indicamos que se moviera el robot y a la cual se movió.

En la mayoría de los caso llego a la posición deseada salvo en alguno que por efecto de uno de los patines que se atoro, no fue así.

Este patín fue el que se imprimió primero y quedaron algo holgados los valores los otros dos se corrigió esto, pero ahora haciendo las pruebas se ve la necesidad de cambiarlo para que la maquina no presente este problema.

Tabla 24 Medidas de repetitividad X.

Actual	X	Y	Z	Medida	X	Y	Z
1	-10	0	3	1	-10	0	3
2	-20	0	3	2	-20	0	3
3	-25	0	1	3	-25	0	1
4	-30	0	10	4	-30	0	10
5	-50	0	20	5	-49.5	0	20
6	10	0	5	6	9	0	5
7	15	0	15	7	15	0	15
8	20	0	15	8	20	0	15
9	25	0	15	9	25	0	15
10	30	0	15	10	30	0	15

Tabla 25 Medida de repetitividad Y.

Actual	X	Y	Z	Medida	X	Y	Z
1	0	-5	10	1	0	-5	10
2	0	-10	10	2	0	-10	10
3	0	-15	10	3	0	-15	10
4	0	-20	10	4	0	-20	10
5	0	-50	10	5	0	-50	10
6	0	5	10	6	0	5	10
7	0	10	10	7	0	10	10
8	0	15	10	8	0	15	10
9	0	20	10	9	0	20	10
10	0	50	10	10	0	50	10

Tabla 26 Medida de repetitividad Z.

Actual	X	Y	Z	Medida	X	Y	Z
1	0	0	100	1	0	0	100
2	0	0	100	2	0	0	100
3	0	0	50	3	0	0	50
4	0	0	30	4	0	0	30
5	0	0	20	5	0	0	20
6	0	0	200	6	0	0	200
7	0	0	150	7	0	0	150
8	0	0	250	8	0	0	250
9	0	0	300	9	0	0	300
10	0	0	500	10	0	0	500

8.3 Velocidades.

En este caso se tomaron 10 velocidades para cada coordenada, de estas diez cinco son en un sentido y cinco en sentido contrario, para poder después sacar un promedio de las velocidades y tener un estimado de la velocidad de la maquina; Haciendo esto para 1, 1/4 y 1/16 de micropasos.

A continuación en las tablas 27 a la 35 muestran las velocidades, la distancia recorrida y el tiempo empleado en el desplazamiento para las diversas direcciones y coordenadas.

División 1

Tabla 27 Medida de velocidad X división 1.

Posición	Coordenada	Tiempo (seg)	Distancia (mm)	Velocidad (mm/seg)
1	+X	.67	100	149.25
2	-X	.70	100	142.85
3	+X	.68	100	147.05
4	-X	.55	100	181.81
5	+X	.59	100	169.49
6	-X	.53	100	188.67
7	+X	.48	100	208.33
8	-X	.55	100	181.81
9	+X	.61	100	163.93
10	-X	.68	100	147.05

Tabla 28 Medida de velocidad Y división 1.

Posición	Coordenada	Tiempo (seg)	Distancia (mm)	Velocidad (mm/seg)
1	+Y	.61	100	163.93
2	-Y	.53	100	188.67
3	+Y	.58	100	172.41
4	-Y	.56	100	178.57
5	+Y	.50	100	200
6	-Y	.52	100	192.30
7	+Y	.57	100	175.43
8	-Y	.61	100	163.93
9	+Y	.50	100	200
10	-Y	.62	100	161.29

Tabla 29 Medida de velocidad en Z división 1.

Posición	Coordenada	Tiempo (seg)	Distancia (mm)	Velocidad (mm/seg)
1	+Z	1.52	100	65.78
2	-Z	1.41	100	70.92
3	+Z	1.45	100	68.96
4	-Z	1.49	100	67.11
5	+Z	1.45	100	69.96
6	-Z	1.39	100	71.94
7	+Z	1.40	100	71.42
8	-Z	1.43	100	69.93
9	+Z	1.62	100	61.72
10	-Z	1.53	100	65.35

División ¼

Tabla 30 Medida de velocidad en X división 1/4.

Posición	Coordenada	Tiempo (seg)	Distancia (mm)	Velocidad (mm/seg)
1	+X	2.08	100	48.07
2	-X	2.03	100	49.26
3	+X	2.01	100	49.75
4	-X	2.10	100	47.61
5	+X	2.08	100	48.07
6	-X	2.02	100	49.50
7	+X	2.10	100	47.61
8	-X	1.90	100	52.63
9	+X	2.03	100	49.26
10	-X	2.0	100	50

Tabla 31 Medida de velocidad en Y división 1/4.

Posición	Coordenada	Tiempo (seg)	Distancia (mm)	Velocidad (mm/seg)
1	+Y	2.35	100	36.36
2	-Y	2.30	100	37.17
3	+Y	2.25	100	37.45
4	-Y	2.30	100	35.46
5	-Y	2.40	100	38.75
6	+Y	2.36	100	42.37
7	-Y	2.26	100	44.24
8	+Y	2.36	100	42.37
9	-Y	2.08	100	48.07
10	-Y	2.22	100	45.04

Tabla 32 Medida de velocidad Z división 1/4.

Posición	Coordenada	Tiempo (seg)	Distancia (mm)	Velocidad (mm/seg)
1	+Z	6.06	100	16.50
2	-Z	6.00	100	16.66
3	+Z	6.01	100	16.63
4	-Z	6.02	100	16.61
5	+Z	6.00	100	16.66
6	-Z	6.00	100	16.66
7	+Z	6.04	100	16.55
8	-Z	6.01	100	16.63
9	+Z	6.00	100	16.66
10	-Z	5.90	100	16.94

División 1/16

Tabla 33 Medida de velocidad X división 1/16.

Posición	Coordenada	Tiempo (seg)	Distancia (mm)	Velocidad (mm/seg)
1	+X	8.69	100	11.50
2	-X	8.83	100	11.32
3	+X	8.85	100	11.29
4	-X	8.19	100	12.21
5	+X	8.57	100	11.66
6	-X	8.48	100	11.79
7	+X	8.38	100	11.93
8	-X	8.76	100	11.41
9	+X	8.90	100	11.23
10	-X	8.74	100	11.44

Tabla 34 Medida de velocidad en Y división 1/16.

Posición	Coordenada	Tiempo (seg)	Distancia (mm)	Velocidad (mm/seg)
1	+Y	8.90	100	11.23
2	-Y	8.98	100	11.13
3	+Y	9.04	100	11.06
4	-Y	9.13	100	10.95
5	+Y	9.00	100	11.11
6	-Y	8.89	100	11.24
7	+Y	9.15	100	10.92
8	-Y	9.14	100	10.94
9	+Y	8.74	100	11.44
10	-Y	8.72	100	11.46

Tabla 35 Medida de velocidad Z división 1/16.

Posición	Coordenada	Tiempo (seg)	Distancia (mm)	Velocidad (mm/seg)
1	+Z	24.50	100	4.08
2	-Z	24.37	100	4.10
3	+Z	24.69	100	4.05
4	-Z	24.44	100	4.09
5	+Z	24.80	100	4.03
6	-Z	24.80	100	4.03
7	+Z	24.62	100	4.06
8	-Z	24.62	100	4.06
9	+Z	24.38	100	4.10
10	-Z	24.31	100	4.11

Se muestran las velocidades promedio de las divisiones del driver en las tablas siguientes.

División 1

Coordenada	Velocidad (mm/seg)	Coordenada	Velocidad (mm/seg)
+X	167.63	+Y	182.354
-X	168.43	-Y	176.952

Coordenada	Velocidad (mm/seg)
+Z	67.56
-Z	69.05

División 1/4

Coordenada	Velocidad (mm/seg)	Coordenada	Velocidad (mm/seg)
+X	48.55	+Y	40.71
-X	49.8	-Y	40.73

Coordenada	Velocidad (mm/seg)
+Z	16.6
-Z	16.7

División 1/16

Coordenada	Velocidad (mm/seg)	Coordenada	Velocidad (mm/seg)
+X	11.52	+Y	11.15
-X	11.63	-Y	11.14

Coordenada	Velocidad (mm/seg)
+Z	4.06
-Z	4.07

CAPÍTULO 9 CONCLUSIONES

Para poder realizar la cinemática de un robot podemos tomar varios caminos en caso de los robots donde los motores tienen el movimiento angular podemos utilizar la convención Denavit-Hatenberg que en base a matrices podemos determinar la posición a cada instante del efecto final o de sus actuadores según sea el caso cinemática inversa o directa. En nuestro caso como nuestros actuadores son lineales y había eslabones sin motores, se realizó por medio de vectores lo cual en el caso de la cinemática inversa fue relativamente sencillo de calcular pero para la cinemática directa nos encontramos con varios resultados así que se tuvo que realizar un filtrado en la programación para la solución que se requería.

El jacobiano tiene varias utilidades que ayudan a describir el robot, entre las que se encuentran: el cálculo de las singularidades del robot que fueron tomadas en cuenta a la hora de realizar el programa para evitar caer en ellas; para la descripción de la dinámica del robot (la simulación del movimiento, el diseño y evaluación de la estructura del robot, dimensionamiento de los actuadores, diseño y evaluación del control dinámico del robot). Una vez encontrado el jacobiano este se utiliza como matriz y de ahí se le aplican las operaciones que se necesiten.

En el caso del modelo dinámico se utilizó el método de Euler-LaGrange que analiza el sistema mecánico como un todo desde el punto de vista energético, además que las expresiones son más compactas que a las obtenidas con la metodología de Newton-Euler, porque en el método de Euler-LaGrange no se consideran las acciones que no generan trabajo, además que con esta metodología se obtiene el modelo en términos de trabajo y energías. Se realizó un programa con una determinada trayectoria y calculando a cada instante posiciones, velocidades, aceleraciones y torque. Para tener otro índice para poder elegir el motor, se realizó la simulación en SolidWorks con distintas trayectorias, en este caso siete, calculando el torque en cada punto. Ya teniendo estos dos se logró elegir el

motor de manera que tuviera el torque necesario, por otro lado también se eligió el motor por ser un motor comercial y no muy costoso.

En cuestión de la construcción se puede concluir que las impresoras de 3d hace más fácil la manufactura de las partes lo cual acelera la construcción de las máquinas, solo hay que tomar ciertos aspectos en consideración, ya que paso que las piezas hechas con ABS se contraen 0.5mm, lo cual no habíamos tomado en consideración hasta que se colocó los rodamientos se notó esta contracción, otra consideración fue la elección de la densidad de las partes, las partes que sostiene la banda se realizaron completamente densas ya que varias se rompieron al ejercer mucha fuerza en ellas, pero las partes que llevan el movimiento se realizaron con una densidad de 0.5 para que no fueron pesadas pero su lo suficientemente fuertes para realizar su función.

Para poder realizar el dimensionamiento y el diseño de las partes lo primero es tener las piezas que ya están hechas por ejemplo los rodamientos, los tornillos, los postes, las barras para después poder diseñar las piezas que las contendrán, así fue como se inició el proceso de diseño.

Otra de las cosas que se considero fue el espacio de trabajo del robot para de ahí tener todas las bases, la altura y por ultimo tomando en cuenta el tamaño y peso de los efectores finales que se podrían utilizar.

La elección de los materiales para la fabricación de la maquina se obtuvo bajo varios criterios, uno de los cuales fue la posibilidad de que la maquina estuviera hecha de este material, y teniendo en cuenta esto se propusieron distintas configuraciones que fueron sometidas a simulaciones en ANSYS, los resultados obtenidos de las simulaciones es que cualquiera de las configuraciones se podría construir la máquina, entonces el precio fue el último criterio que se tomó en cuenta. Con todo esto se eligió fabricar la estructura del robot con tubos de aluminio, postes de acero inoxidable, piezas de ABS, bases de madera.

Al ya haber elegido el motor tenemos que controlarlo por lo cual se eligió el driver A4988 que por sus especificaciones logra controlar la corriente que consume el motor, aquí se encontró algo muy particular el driver tiene un potenciómetro para controlar la corriente pero se observó que al colocar 1 Amp de consumo el driver se calentaba y empezaba a perder pasos haciendo varias pruebas encontramos que 400 mAmp, no se calentaba ni perdía pasos, así que se calibraron todos a esta corriente.

No obtuvimos ninguna variación en la repetitividad, se tomaron 10 mediciones en cada coordenada y no hubo ninguna variación, después tomamos las velocidades con distintas divisiones de paso llegando a velocidades de 182mm/seg y mínimas de 4mm/seg por lo cual entrega un buen rango en las cuales se puede trabajar y según la aplicación utilizarla, por ejemplo en velocidades grandes se puede utilizar para clasificar, en el caso de velocidades bajas se puede utilizar para la impresión 3D.

ACCIONES DE DIFUSIÓN DERIVADAS DE LA PRESENTE TESIS

Poster en el 3er Simposium Internacional de Bioingeniería, agosto 2013

Poster en el 4to Simposium Internacional de Bioingeniería, agosto 2014

Poster en el 5to Simposium Internacional de Bioingeniería, agosto 2015

Aceptadas para presentar:

Poster en el 10° Congreso de Ciencia Tecnología e Innovación, Septiembre 2015

Exposición oral en el 10° Congreso de Ciencia Tecnología e Innovación, Septiembre 2015

Publicaciones

Artículo publicado Structural Analysis of 3D Delta Printer en la revista International Journal of Engineering and Management Research con un factor de impacto de 1.0807

BIBLIOGRAFIA

- [1] French Institute of Advanced Mechanics and Blaise Pascal University, Clermont-Ferrand, France GRIGORE GOGU Mechanical Engineering Research Group, *Structural Synthesis of Parallel Robots*, Ontario, Canada N2L 3G1 G.M.L. GLADWELL Department of Civil Engineering University of Waterloo Waterloo, Ed.: Springer, 2008.
- [2] D. Oscar Salgado Picón, "Síntesis, Análisis y Diseño de Manipuladores Paralelos de Baja Movilidad," Escuela Técnica Superior de Ingeniería Bilbao, Ph.D. dissertation 2008.
- [3] Ridha Kelaiaia, Olivier Company, and Abdelouahab Zatri, "Multiobjective optimization of a linear Delta parallel robot ," *Mechanism and Machine Theory* , vol. 50, no. 0, pp. 159-178, 2012. [Online]. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0094114X11002126>
- [4] Zhenqi Zhu, Jinsong Li, Zhongxue Gan, and Hui Zhang, "Kinematic and dynamic modelling for real-time control of Tau parallel robot ," *Mechanism and Machine Theory* , vol. 40, no. 9, pp. 1051-1067, 2005. [Online]. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0094114X05000431>
- [5] PEDRO AGUSTÍN OJEDA ESCOTO, "MODELACIÓN Y SIMULACIÓN CINEMÁTICA DE UN ROBOT DELTA PLANAR TIPO RR," UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO, Master's thesis 2006.
- [6] XIN-JUN LIU, "A New Approach to the Design of a DELTA Robot with a Desired Workspace," *Intelligent and Robotic Systems*, 2004.
- [7] Balmaceda Santamaría Albert Leste, "Metodología de Rediseño de un robot Paralelo Tipo Delta de 3 Grados de Libertad en Función de un Espacio de Trabajo Prescrito," INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIA APLICADA Y TECNOLOGÍA AVANZADA, Master's thesis 2011.
- [8] M.C. Jhonatan Isidro Godoy, "Robot Paralelo Para Rehabilitación de Tobillo," CENIDET Centro Nacional de Investigacio y Desarrollo Tecnologico, Master's thesis 2012.
- [9] V.V. Smirnov et al., "Ceramic calcium phosphate materials obtained by technology adapted to three-dimensional printing on inkjet printer," *Inorganic Materials: Applied Research*, vol. 4, no. 4, pp. 336-339, 2013. [Online]. <http://dx.doi.org/10.1134/S2075113313040126>
- [10] Magdalena Kasparova et al., "Possibility of reconstruction of dental plaster cast from 3D digital study models," *BioMedical Engineering OnLine*, vol. 12, no. 1, 2013. [Online].

<http://dx.doi.org/10.1186/1475-925X-12-49>

- [11] Kazuyo Igawa et al., "Tailor-made tricalcium phosphate bone implant directly fabricated by a three-dimensional ink-jet printer," *Journal of Artificial Organs*, vol. 9, no. 4, pp. 234-240, 2006. [Online]. <http://dx.doi.org/10.1007/s10047-006-0347-y>
- [12] John J. Craig, *ROBÓTICA*, México PEARSON EDUCACIÓN, Ed.: PRENTICE HALL, INC., 2006.
- [13] Luis Felipe López Apostolovich, "MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DINÁMICA DE UN BRAZO ROBÓTICO DE 4 GRADOS DE LIBERTAD PARA TAREAS SOBRE UN PLANO HORIZONTAL," PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ, Ph.D. dissertation 2009.
- [14] Alejandro M. Mayori M., *Resistencia de Materiales Aplicada.*: Editorial Yucatán Hermosa.
- [15] Jinsong Wang and Xin-Jun Liu, "Analysis of a novel cylindrical 3-DoF parallel robot ," *Robotics and Autonomous Systems* , vol. 42, no. 1, pp. 31-46, 2003. [Online]. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0921889002002968>
- [16] Grigore Gogu, "Mobility and spatiality of parallel robots revisited via theory of linear transformations ," *European Journal of Mechanics - A/Solids* , vol. 24, no. 4, pp. 690-711, 2005. [Online]. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0997753805000276>
- [17] Grigore Gogu, "Structural synthesis of fully-isotropic parallel robots with SchÄ¶nflies motions via theory of linear transformations and evolutionary morphology ," *European Journal of Mechanics - A/Solids* , vol. 26, no. 2, pp. 242-269, 2007. [Online]. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S099775380600057X>
- [18] Grigore Gogu, "Structural synthesis of fully-isotropic translational parallel robots via theory of linear transformations ," *European Journal of Mechanics - A/Solids* , vol. 23, no. 6, pp. 1021-1039, 2004. [Online]. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0997753804001044>
- [19] Yongjie Zhao, "Dynamic optimum design of a three translational degrees of freedom parallel robot while considering anisotropic property ," *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* , vol. 29, no. 4, pp. 100-112, 2013. [Online]. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0736584512001378>