



**UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN
NICOLÁS DE HIDALGO**

**DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE
LA FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL**



**‘ÁBACO DE DESPLAZAMIENTOS 3D PARA TÚNELES EN
HERRADURA A PARTIR DE UNA SIMULACIÓN AXISIMÉTRICA USANDO EL
MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS (FEM)’**

**Tesis que para obtener el título de Maestro en
Infraestructura del Transporte en la Rama de las Vías Terrestres**

Presenta:

ING. IVÁN RUBIO SALDAÑA

Asesor de Tesis:

DRA. LUISA NICTÉ EQUIHUA ANGUIANO

Co-asesor de Tesis:

DR. JOSÉ ELEAZAR ARREYGUE ROCHA

Morelia, Michoacán. Octubre del 2018

Esta Tesis de Maestría está dedicada a las personas que han confiado en mí
y a quienes siempre me han dado su apoyo.
A mi familia. A Julissa. A mis amigos.



AGRADECIMIENTOS

Primero quiero agradecer a mis padres: **María Aidé Saldaña Herrejón** y **Arturo Rubio Hernández**, porque gracias a ellos pude acceder a una buena educación, no solo en lo académico, sino que me heredaron buenos valores morales, legado inmejorable e inmensurable. A ellos que siempre tengo en mi mente.

A mis hermanos: **Claudia, Ricardo** y **Arturo**, quienes se han preocupado porque siempre esté dentro de un buen camino de la vida y me han apoyado en todo lo que he necesitado. De la misma forma a **Benjamín Mora**, mi cuñado, quien igualmente me ha alentado en distintas ocasiones. A mis **sobrinos** que tanta alegría me inyectan.

A **Julissa B. Cienfuegos**, quien me acompañó a lo largo de todo este periodo, que no me ha dejado caer anímicamente, que siempre me ha motivado al crecimiento personal de manera integral, y que me ha ayudado en convertirme en una mejor persona. Quien me enseñó más acerca del valor del amor y de luchar incansablemente cuando de alcanzar metas se trata.

A la **Dra. Luisa Nicté Equihua Anguiano**, por confiar en mi potencial, en mi trabajo y en mí, a veces más de lo que yo mismo lo hacía. Por tanta enseñanza, por su tiempo, por sus charlas motivacionales y por tanto apoyo brindado.

Al **Ing. Luis Bernardo Rodríguez González**, miembro de la SMIG, por tener la apertura y disposición para haber aceptado ser el revisor de mi trabajo, y miembro de mi mesa de sinodales.

A mis amigos, ex - compañeros, hermanos y consejeros: **José Luis, Naim, Mauricio** y **Karewit**. Me han enseñado a valorar el tiempo compartido con una persona que te lo brinda de manera sincera. Quienes han estado a mi lado en los momentos más lúcidos y los más oscuros de mi vida. Además, que han sido un ejemplo para mí de superación personal a costa de todo pronóstico.

Al **Tango**, que me ha dado equilibrio entre la ciencia y las artes. Que luego de 11 años se ha convertido en una manera de vivir y de ver la vida.

A **Ángeles Carrión** y a **Zé Tango** por darme esa visión de dar el máximo siempre, por permitirme aprender a través de las experiencias vividas, darme cuenta del valor del trabajo en equipo, de la constancia y de que el esfuerzo siempre da frutos grandes. A todos mis compañeros del equipo. A mi amigo **Julio Saavedra** que fue parte con mucha entrega y cariño. A los entrenadores y amigos que confiaron en el proyecto, y que nos dejaron todos ellos enseñanzas de vida.

A **CONACyT** por apoyar este trabajo de investigación, en la duración total del programa de Maestría.

Al Programa de Maestría en Infraestructura del Transporte en la Rama de las Vías Terrestres, en especial a mi co-director de tesis: **Dr. Eleazar Arreygue**, y a mi comité de seguimiento de Tesis: **Dr. Roberto Pérez** y **Dr. Carlos Chávez**, también en su momento al **Dr. Francisco Mota** que han aportado a este trabajo de investigación. De la misma manera a la **UMSNH** por todo lo aprendido.

Finalmente, a los profesores que he tenido en el programa de posgrado y a los que he tenido en otros ámbitos de la vida, que han contribuido a mi preparación.



ÍNDICE DE CONTENIDO

AGRADECIMIENTOS.....	ii
LISTA DE FIGURAS.....	v
LISTA DE TABLAS.....	vii
RESUMEN	viii
ABSTRACT.....	ix
OBJETIVOS	x
1. INTRODUCCIÓN.....	1
2. MÉTODOS DE DISEÑO GEOTÉCNICO PARA TÚNELES.....	2
2.1 Métodos Empíricos para Diseño Geotécnico.....	2
2.2 Métodos Analíticos para el Cálculo de Deformaciones	4
2.3 Métodos de Análisis Numérico	8
2.3.1 Método de los Elementos Discretos (DEM)	9
2.3.2 Método de Diferencias Finitas (FDM)	10
2.3.3 Método de Elementos Finitos (FEM)	11
2.4 Modelo Constitutivo: Mohr – Coulomb (M – C)	13
2.4.1 Representaciones Gráficas de la Teoría Mohr – Coulomb	15
2.4.2 Ecuaciones de modelo constitutivo Mohr – Coulomb aplicadas en Rocscience ®	16
3. PARÁMETROS, CARACTERÍSTICAS Y CONDICIONES DE LOS MODELOS DE LOS TÚNELES EN ESTUDIO	18
3.1 Geometría y dimensiones de modelos formados de túneles para análisis en condiciones de axisimetría (AXI)	21
3.2 Geometría y dimensiones de los modelos para túneles circulares	21
3.3 Geometría y dimensiones de los modelos para túneles con sección en forma de herradura	22
3.3.1 Geometría y dimensiones de modelos de túneles formados con la primera propuesta de sección en herradura (H1).....	23
3.3.2 Geometría y dimensiones de modelos de túneles formados con la segunda propuesta de sección en herradura (H2).....	24
4. MODELACIÓN NUMÉRICA.....	25
4.1 Primera Fase: Modelos con distintas características geométricas bajo las mismas condiciones paramétricas	25



4.2 Segunda Fase: Modelos de túneles con variaciones en sus características y condiciones paramétricas	31
5. RESULTADOS DEL ANÁLISIS NUMÉRICO.....	37
5.1 Resultados de la Segunda Fase de Modelación	43
5.2 Normalización de las Gráficas de Resultados	51
5.4 Nomograma y Factores de Deformación	54
CONCLUSIONES	58
REFERENCIAS.....	60



LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Gráfico ilustrativo de los parámetros utilizados en el método de diseño de Terzaghi, mismos que en el de Broms y Bennermark.....	3
Figura 2. Esquema que muestra la forma de verificar la falla en el Método. Reproducción del libro de Támez, Rangel y Holguín (1997), fig. 2.2 del mismo, muestra Equilibrio del mecanismo de falla simplificado del frente.....	5
Figura 3. Esquema reproducido del libro de Tamez, Rangel y Holguín (1984), Fig. 2.4 del mismo, que muestra las fuerzas que intervienen en el mecanismo simplificado del equilibrio del frente.	6
Figura 4. Ejemplo de análisis axisimétrico basado en FEM (Plaxis, 2003).	9
Figura 5. Fuerza resultante de contactos entre partículas. Ejemplo de Método de los Elementos Discretos. (Moreno Eire, 2012).	10
Figura 6. Gráfico representativo del Método de Diferencias Finitas (FDM).	10
Figura 7. Región sometida a un estado de esfuerzos, dividida en elementos finitos (Zienkiewicz & Taylor, 1994)	12
Figura 8. Diagramas generales de los que se vale el Modelo Mohr – Coulomb. (Martínez, 2014)	14
Figura 9. Representación de un punto de un elemento estructural cualquiera al llegar a su resistencia límite. (Martínez, 2014)	15
Figura 10. Representación del interior de un punto analizado al límite de su resistencia. (Martínez, 2014)	16
Figura 11. Características geométricas de modelo de túnel en condiciones axisimétricas (AXI).	21
Figura 12. Diagrama de modelo para análisis en tres dimensiones (3D) de túnel circular.	22
Figura 13. a) Superposición y coincidencia de clave de distintas geometrías, b) Esquema 3D de Túnel en Herradura en Perspectiva y sus características.	23
Figura 14. Superposición y coincidencia de clave de distintas geometrías.	24
Figura 15. Tipos de elementos utilizados para la discretización de los modelos: a) cuadrilátero de 4 nodos (CUAD-4N), b) cuadrilátero de 8 nodos (CUAD-8N), c) tetraedro de 4 nodos (TETH-4N).	27
Figura 16. Modelo de túnel con sección circular en dos dimensiones (2D), Ci-2D-15-Is. Malla formada con cuadriláteros de 8 nodos, número de nodos: 2083, número de elementos: 6394.	27
Figura 17. Modelo en axisimetría (AXI), condiciones in situ, formado en RS2®, Ci-AX-15-Is. A la derecha se muestra un detalle de las restricciones del frente de excavación. Malla formada con elementos triangulares de 4 nodos. Número de nodos: 3268, número de elementos: 3114.	28
Figura 18. Modelo realizado en RS3® de túnel circular en tres dimensiones (3D), se muestra lo que significan los símbolos en la captura de pantalla.	29
Figura 19. Modelo de túnel con sección H2 para analizar en 2D, H2-2D-15-Is, formado con malla de elementos cuadrangulares de 4 nodos, #ND: 4503, #EL: 1476. Obtenido de RS2®.	30
Figura 20. Detalle de la coincidencia entre las claves de los túneles de distintas secciones transversales en tres dimensiones (3D). Figura demostrativa, se dibujó la forma de herradura sobre el círculo.	30
Figura 21. Detalle de restricciones de desplazamiento en el frente de los túneles al avanzar la excavación. ...	31
Figura 22. a) Malla para túnel en herradura H1-3D-24-Is con elementos: 33327, número de nodos: 204486, b) Malla para túnel circular Ci-3D-5-An con elementos: 63078, número de nodos: 10322.	33
Figura 23. Modelo Ci-AX-5-Is-3.0, profundidad Ho = 75m y detalle de restricciones del frente de excavación. Discretización con elementos cuadrilaterales de 4 nodos, #ND: 13269, #EL: 6674.	34



Figura 24. Diagramas ilustrativos de los túneles con presión P_a para minimizar desplazamiento al interior del túnel.....	35
Figura 25. Gráfica de deformaciones en modelos circulares de túneles AXI y 3D en la primera fase de modelación.	38
Figura 26. Detalle de deformaciones en modelo de dos dimensiones (2D) del túnel circular.....	39
Figura 27. Gráfica de relación entre los esfuerzos y las deformaciones en la clave de túnel circular Ci-3D-15-Is.	39
Figura 28. Secciones transversales con áreas equivalentes para túneles en estudio: a) Túnel circular (Ci), b) Túnel en Herradura (H1) y c) Túnel en Herradura (H2).	40
Figura 29. Gráfica de deformaciones totales en la clave y suelo de los túneles estudiados en la primera fase de modelación, secciones: circular (Ci) y herradura (H1 y H2).....	41
Figura 30. Deformaciones totales presentadas en modelo herradura (H1) en 3D de la primera fase de modelación, hasta los 50m de excavación, en a) malla no deformada, b) malla deformada. RS3® V 2.0.	42
Figura 31. Deformaciones presentadas en periferia del túnel, modelo 3D, Segunda Herradura (H2).	42
Figura 32. Detalle de vectores de los desplazamientos totales en el túnel herradura H2, modelo 2D.	42
Figura 33. Gráfica de deformaciones totales para túneles circulares excavados en distintos suelos.	44
Figura 34. Deformaciones totales presentadas en modelo Circular 3D de la segunda fase de modelación $E=24000$ kPa, hasta los 50m de excavación, en a) malla no deformada, b) malla deformada. RS3® V 2.0.	45
Figura 35. Gráfica de deformaciones totales en túneles herradura H1 variando la rigidez del suelo E.	46
Figura 36. Gráfica de deformaciones totales en túneles herradura H2 variando la rigidez del suelo E.	46
Figura 37. Gráfica comparativa entre deformaciones de túneles circulares AXI y 3D para $P_a = 609$ kPa.	48
Figura 38. Gráfica comparativa de deformaciones entre túneles con la misma rigidez del suelo E, pero con distintas presiones P_a en la periferia de los túneles.	48
Figura 39. Gráfica comparativa de deformaciones en túneles circulares en suelos con isotropía y anisotropía.	49
Figura 40. a) Deformaciones de túnel Ci-3D-5-An, ejemplo de túnel en suelo anisótropo. Nodos = 84390, Elementos = 63078 en RS3(R) V 3.0, b) Diagrama ilustrativo de sección deformada.	50
Figura 41. Cinemáticas de deformaciones para las condiciones: a) Isotropía (ISO, $K=1.0$) y b) Anisotropía (ANISO, $K=0.6$). Imágenes obtenidas de RS3®.....	51
Figura 42. Gráfica normalizada con la deformación máxima (δ_{max}). Modelos de la 1ª Fase.	52
Figura 43. Gráfica normalizada con respecto a la deformación máxima para modelos representativos.	53
Figura 44. Gráfica de resultados normalizada con respecto a la deformación, el peso específico del suelo, la profundidad del túnel, la presión P_a , módulo de plasticidad propio y el máximo. Incluye todos los modelos.	54
Figura 45. Nomograma de Deformaciones con Modelos Representativos del estudio.	55
Figura 46. Nomograma de Deformaciones con Modelos Representativos del estudio. Comparativa entre tendencias para modelos Ci, H1 y H2 de distintas dimensiones.	56



LISTA DE TABLAS

<i>Tabla 1. Valores de los parámetros del suelo usados en RS2® y RS3®.</i>	18
<i>Tabla 2. Relación de los modelos de túneles formados para esta investigación.</i>	20
<i>Tabla 3. Obtención de sección con área en herradura equivalente.</i>	23
<i>Tabla 4. Obtención de sección con área en herradura equivalente, en su segunda forma.</i>	24
<i>Tabla 5. Denominación de los modelos de acuerdo a sus características geométricas y paramétricas.</i>	25
<i>Tabla 6. Parámetros para todos los túneles en la primera fase de modelado.</i>	26
<i>Tabla 7. Modelos formados para la primera fase de análisis y sus características.</i>	27
<i>Tabla 8. Modelos estudiados en la segunda fase de análisis y sus características.</i>	32
<i>Tabla 9. Características paramétricas para modelos con suelos de distintas rigideces.</i>	32
<i>Tabla 10. Características de materiales en túneles de sección circular con radios (r) y profundidad (H_0) variables.</i>	34
<i>Tabla 11. Características para túneles con presión P_a y variaciones en la rigidez del suelo.</i>	35
<i>Tabla 12. Características de modelos con suelo anisotrópico.</i>	36
<i>Tabla 13. Resultados de análisis del túnel circular en dos dimensiones de la primera etapa de modelación.</i>	37
<i>Tabla 14. Resultados obtenidos de modelos 2D planos de las secciones en forma de herradura.</i>	40
<i>Tabla 15. Resultados de modelos 2D circulares con cambio de rigideces en el suelo E.</i>	43
<i>Tabla 16. Deformaciones presentadas en los modelos 2D con secciones en herradura para los cambios de rigidez del suelo E.</i>	45
<i>Tabla 17. Deformaciones obtenidas con modelos 2D de túneles circulares con distintos módulos elásticos E y con presión $P_a = 609$ kPa.</i>	47
<i>Tabla 18. Comparativa entre deformaciones en túneles circulares 2D, con y sin presión P_a.</i>	47
<i>Tabla 19. Comparativa entre deformaciones en túneles circulares con distintas presiones P_a.</i>	49
<i>Tabla 20. Tabla comparativa de deformaciones totales en túneles circulares con isotropía y anisotropía.</i>	50
<i>Tabla 21. Factores de deformación F_i, $r = 5$ m, para los modelos FEM.</i>	57



RESUMEN

Hoy en día, existen herramientas informáticas diseñadas para modelar problemas de ingeniería. Las simulaciones en tres dimensiones (*3D*) requieren una gran cantidad de tiempo y experiencia del ingeniero para la correcta simulación numérica, así como para la interpretación de los resultados. En este trabajo, el objetivo y la principal aportación es presentar un método para disminuir el tiempo requerido para obtener deformaciones elásticas en la periferia de diferentes secciones de túneles y además evaluarlas para diferentes longitudes de excavación, lo que en la práctica se ve traducido en una disminución del tiempo de cálculo. De esta forma, se llevaron a cabo análisis numéricos utilizando el Método de Elementos Finitos (*FEM*), utilizando el programa RS2® en condiciones axisimétricas (*AXI*) y RS3® en tres dimensiones. Los resultados obtenidos permiten la sustitución de una simulación *3D* por una en *AXI* a través del uso de mallas equivalentes. Como resultado se presentan un Nomograma obtenido de un estudio paramétrico, así como *factores de deformación*, los cuales, permiten obtener las deformaciones de un modelo *AXI*, e infiriendo a partir de éstos, desplazamientos generados en túneles con sección de herradura en *3D*. Las simulaciones se llevaron a cabo de acuerdo con la teoría elástica, utilizando para el comportamiento de los materiales, el modelo de Mohr-Coulomb, considerando las condiciones isotrópicas y anisotrópicas del medio, así como diferentes rigideces del suelo.

Palabras clave: Nomograma de desplazamientos, Túneles, Análisis numérico, Modelado 3D, Elementos Finitos (FEM), Teoría elástica.



ABSTRACT

Nowadays, there are computer software packages designed to model engineering problems. Three-dimensional (3D) simulations require a large amount of time and experience of the Engineer for the correct numerical simulation, as well as for the interpretation of the results. In this work, the objective and the main contribution is to present a method to reduce the time required to obtain elastic deformations in the periphery of different cross sections of tunnels and also to evaluate them for different lengths of excavation, which in practice is translated into a decrease in calculation time. In this way, numerical analyzes were carried out using the Finite Element Method (FEM), using the RS2[®] software in axisymmetric conditions (AXI) and RS3[®] in three dimensions. The results obtained allow the substitution of a 3D simulation for one in AXI through the use of equivalent meshes. As a result, a Nomograph obtained from a parametric study is presented, as well as deformation factors, which allow obtaining the deformations of an AXI model, and inferring from them, displacements generated in tunnels with a horseshoe cross section in 3D. The simulations were carried out according to the elastic theory, using for the behavior of the materials, the Mohr-Coulomb model, considering the isotropic and anisotropic conditions of the medium, as well as different soil rigidities.

Keywords: Nomograph of displacements, Tunnels, Numerical analysis, 3D modeling, Finite Elements (FEM), Elastic theory.



OBJETIVOS

Objetivo General. Desarrollar un método para disminuir el tiempo de cálculo requerido para obtener deformaciones elásticas en la periferia de diferentes secciones de túneles para diferentes longitudes de excavación a través de la propuesta de un Nomograma de Deformaciones.

Objetivos Particulares:

- Calcular numéricamente las deformaciones que se presentan en la periferia de túneles circulares y obtener las deformaciones en túneles con sección de herradura a partir de secciones equivalentes obtenidas de la sección circular.
- Analizar cómo evolucionan las deformaciones en la periferia de túneles, simulando diferentes longitudes de excavación y considerando distintos módulos de elasticidad.
- Analizar la influencia en las deformaciones elásticas en la construcción del Nomograma, al restringir el movimiento de la periferia de los túneles al considerar diferentes presiones normales.
- Conocer la influencia que tiene la variación de algunas características y condiciones paramétricas del suelo en los modelos y su efecto en las curvas normalizadas.
- Construir un ábaco de deformaciones, donde se relacionen los resultados obtenidos entre túneles analizados en dos y tres dimensiones, a partir del cual sea posible calcular las deformaciones 3D elásticas en diferentes secciones de túneles.



1. INTRODUCCIÓN

La construcción de túneles es una parte fundamental de la Ingeniería Civil, debido a que determinan el aprovechamiento del espacio subterráneo, como respuesta al desmedido crecimiento horizontal de las civilizaciones.

Para el diseño de túneles, se utilizan diferentes tipos de métodos, como por ejemplo los análisis empíricos, analíticos y numéricos. Los métodos empíricos han utilizado como medio de análisis, ecuaciones simples basadas en la experiencia, los analíticos utilizan esquemas de ruptura del medio, y los métodos de análisis numérico son constituidos por ejemplo por ecuaciones diferenciales. Todos estos métodos son aplicables en la práctica y en la investigación actual. Para el caso específico del uso de los métodos de análisis numérico, se recurre a programas computacionales, con los que es posible determinar el comportamiento geotécnico de un terreno, así como la interacción suelo-estructura de obras en particular. Estos softwares son considerablemente costosos y además demandan un alto grado de conocimiento del área y experiencia para utilizarlos. Debido a la complejidad y al tiempo involucrado para el diseño de este tipo de estructuras, en la práctica se aplica con frecuencia la teoría elástica de los materiales, como en este caso, y utilizando la teoría de Mohr – Coulomb, lo que de alguna forma ha sido la práctica común de diseño de túneles a nivel mundial.

Considerando lo anterior, y teniendo presente que, en la práctica de la Ingeniería Civil el tiempo y el dinero son recursos muy valiosos, se requiere de alternativas para dar soluciones que representen la menor inversión posible. Lógicamente, es deseable agilizar los procesos de alimentación de datos para el software utilizado y brindando pautas para los procedimientos de construcción de una forma rápida. En ese sentido, en esta investigación se llevaron a cabo análisis numéricos utilizando el Método de Elementos Finitos (*FEM*), a través de la aplicación del software RS2® y RS3®, modelando túneles con secciones transversales circulares y en herradura.

Primero, se analizaron las deformaciones en dos dimensiones (*2D*), en axisimetría (*AXI*) y en tres dimensiones (*3D*), generadas en la periferia de los túneles a diferentes longitudes de la excavación, con el objetivo de desarrollar un Nomograma, el cual permite obtener deformaciones elásticas sin utilizar el software *FEM*, lo que representa una ayuda para el diseño preliminar de un túnel. Es importante mencionar que, dentro del alcance de este trabajo, no se encuentra el análisis de los desplazamientos desarrollados en el frente de excavación, para comparar los métodos analíticos en *2D* con los desplazamientos numéricos. Posteriormente, a partir de mallas equivalentes obtenidas de las comparaciones *3D* y en condiciones axisimétricas, fue posible obtener resultados para diferentes secciones de túnel, utilizando un criterio de área equivalente propuesto a partir de la sección original circular y de los estudios paramétricos. Finalmente, a partir de estos resultados, se obtuvieron unos factores de deformación (*Fi*), los cuales permiten inferir los desplazamientos máximos para las secciones de túnel de herradura a través de la ejecución de un modelo en *AXI*.



2. MÉTODOS DE DISEÑO GEOTÉCNICO PARA TÚNELES

Los túneles se han convertido en obras de gran importancia para resolver problemas civiles de distintas naturalezas, como el tránsito vehicular y ferroviario, además para el paso de tuberías de conducción de agua, para destinar al drenaje o para la implementación de otros servicios. La construcción de los túneles en las Vías Terrestres, se propone para ahorrar en materiales producto de los cortes o terraplenes, y evitar movimientos de grandes masas de suelo como son las montañas. También se pueden proponer para utilizar espacios subterráneos y proyectar estacionamientos, centrales de intercambio de ruta en sistemas de transporte y otras obras, así como método para el aumento del área de terrenos utilizable (Hernández Desentis, 2014), siendo posible materializarlos usando conocimientos ingenieriles avanzados. En ese sentido, es necesario conocer los distintos métodos para el diseño usados en la práctica, ya que siempre alguno es más apto que los otros en función de cada proyecto en específico, debido a las condiciones o problemáticas particulares de cada obra. Además, pudiéndose ajustar cada problemática a las posibilidades de utilizar ciertas herramientas y recursos, tanto de materiales y de recursos humanos, como digitales y numéricos.

De acuerdo a su naturaleza, los métodos de diseño de túneles se pueden clasificar en: empíricos, analíticos y numéricos. Debe entenderse a los métodos numéricos como los que se han desarrollado por medio del modelado en programas computacionales, y han sido una alternativa de solución para la predicción de fenómenos de deformación producidos en las obras. Además, se puede decir que éstos funcionan con los mismos fundamentos que los métodos analíticos, y por eso son comparables los resultados de ambos, proporcionando una alternativa de diseño aceptable en la práctica. En general estos métodos se basan en la Teoría de la Elasticidad, la Plasticidad y/o teorías más complejas de los materiales, los que son aplicados al comportamiento de los suelos y de las rocas. Es muy común recurrir a la Teoría de Elasticidad debido a la complejidad de estas obras (Timoshenko, 1970). En este capítulo, se presenta un resumen de algunos métodos usados en la práctica, así como de los métodos numéricos como son los elementos finitos y que corresponden al método utilizado en este trabajo de tesis.

2.1 Métodos Empíricos para Diseño Geotécnico

Los métodos empíricos arrojan generalmente soluciones rápidas y de forma sencilla, y se han basado en la experiencia obtenida al trabajar en casos particulares en obras de todo el mundo. En general éstos funcionan como una pauta para comenzar a desarrollar criterios de diseño y construcción, por lo que son antecedente de los Métodos Analíticos y de los Métodos Numéricos.

Para túneles en roca, se utilizan sistemas de clasificación de la calidad de las rocas como parámetro de estabilidad, obteniéndose un resultado de manera ágil, sin embargo, las soluciones son solo aproximaciones basadas en la experiencia (International Tunnelling Association, 2017). Para el caso de los suelos, se recurre a los parámetros de resistencia al corte para obtener la falla del material.

En los siguientes párrafos se presentan como ejemplo solo algunos de los métodos empíricos utilizados en la práctica para túneles en arcilla y reportados en la bibliografía.



- Terzaghi (1943) implementó un parámetro denominado *Relación de Estabilidad (RE)* (ver expresión 2.1) para conocer la estabilidad del frente de los túneles excavados en arcilla saturada, basado en un estudio del mismo autor a partir de los casos en los que trabajó: el Túnel de Detroit y el Túnel de Chicago (Tamez et al. 1997).

$$RE = \frac{\gamma H_o - P_a}{C_u} \leq 6 \text{ (valor recomendado)} \quad (2.1)$$

Donde

RE : Relación de Estabilidad

γ : peso volumétrico del suelo

H_o : Profundidad al eje del túnel

P_a : presión del aire comprimido

C_u : resistencia al corte no drenada

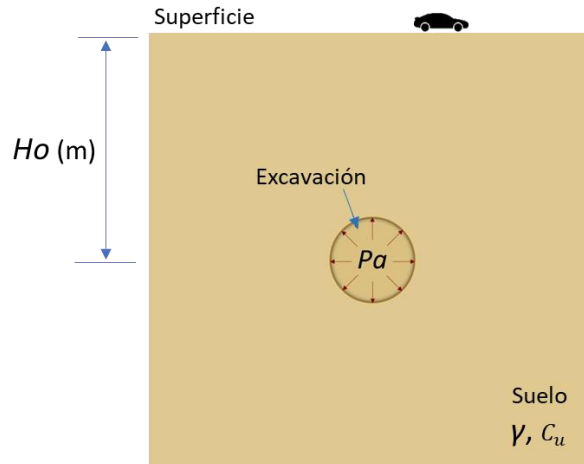


Figura 1. Gráfico ilustrativo de los parámetros utilizados en el método de diseño de Terzaghi, mismos que en el de Broms y Bennermark.

En la Figura 1, se muestra uno de los parámetros utilizados en la ecuación 2.1, la cual es la presión normal en la periferia del túnel (P_a) es ejercida por medio de la aplicación de algún método de estabilización de la excavación, por ejemplo por inyección de aire o lodo bentonítico, y se aplica cuando el suelo no resiste por sí solo los esfuerzos, cuando existe la posibilidad de sucumbir ante un colapso, que se puede identificar visualmente como la disminución del tamaño de la sección, la deformación de la masa del suelo hacia adentro de la excavación. Incluso puede haber materiales caídos.

- Broms y Bennermark (1967) modificaron el criterio RE e implementaron el *Factor de Seguridad (FS)* (expresión 2.2) para túneles excavados en arcilla saturada.

$$FS = \frac{6 C_u}{\gamma H_o - p_a} \geq 1.5 \text{ (valor recomendado)} \quad (2.2)$$



- Moreno y Schmitter (1981) publicaron un trabajo acerca de la construcción de pozos profundos y túneles embebidos en formaciones arcillosas, obras que se iniciaron en la Ciudad de México en los años sesenta. En este trabajo se describen cinco de los casos de falla más importantes, así como las acciones correctoras correspondientes. Dentro de esta publicación se presenta un método llamado Mecanismo de Falla Simplificado, aplicado para túneles excavados, el cual analiza las fuerzas dividiendo los volúmenes por prismas, a manera de idealización del modelo, obteniendo estados de esfuerzos y desplazamientos resultantes que afectan a la obra.

2.2 Métodos Analíticos para el Cálculo de Deformaciones

Este tipo de métodos comienzan a surgir a partir de lo propuesto por los métodos empíricos. Los métodos analíticos estudian los estados de esfuerzos a los que se encuentran sometidos los materiales de excavación de los túneles. Terzaghi (1942), fue el primero que trató de racionalizar el diseño y construcción de túneles, al establecer criterios para el ademe primario.

- De Panet, es el *Método Convergencia – Confinamiento* para túneles con sección circular, estudia la relación entre esfuerzos internos con los deslizamientos radiales de la periferia de las secciones de excavación. Existen deformaciones y una zona de plasticidad de la excavación, solo mientras se cumple la expresión 2.3 (Panet, 1995):

$$\lambda > \lambda_e = \frac{c \cdot \cos \varphi}{\sigma_0} + \operatorname{sen} \varphi \quad (2.3)$$

Donde:

λ : pérdida de confinamiento

λ_e : pérdida de confinamiento en el límite de la zona elástica

σ_0 : centro del círculo de Mohr

- Lombardi (1974) presentó el *Método de la Curva Característica*, que al igual que Panet estudia los esfuerzos y las deformaciones, pero toma en cuenta también el revestimiento. Parte de parámetros de elasticidad y fluencia para materiales rocosos. En este método se obtienen las deformaciones de túneles con ayuda de las teorías elástica y plástica. Se usa la ecuación 2.4 (Rico, et al., 1999), para calcular dichos desplazamientos.

$$u = (\gamma H_o - p_a) \frac{(1 + \nu) D}{2 E} \quad (2.4)$$

Donde:

u = desplazamiento elástico en túnel (m)

γ = peso específico del suelo (kN/m³)

H_o = profundidad de superficie del suelo al centro del túnel (m)

p_a = presión radial del suelo en la periferia del túnel (kN/m³)



ν = Módulo o relación de Poisson
 D = diámetro del túnel (m)
 E = módulo de elasticidad del suelo (kN/m³)

Por otro lado, gracias a los trabajos en el drenaje y en el metro de la Ciudad de México, se han desarrollado procedimientos de análisis para el diseño de túneles, apoyándose en Ingeniería Geológica y Mecánica de Suelos, como el caso del método mecánico-analítico de Tamez (1984).

- Tamez, Rangel y Holguín, estudiaron casos de Estados Unidos y usaron escudos, y que se basaron en ellos y en casos de otros países [Túneles de Michigan: Housel (1942), Túneles de Chicago: Terzaghi (1943)], para proyectar excavaciones para el metro y para drenaje profundo de la Ciudad de México (1997). Presentan en su libro *Diseño Geotécnico de Túneles* (1997) un modelo mecánico basado en observaciones del comportamiento y fallas de túneles, generado por medio de una síntesis usando un Método de Falla Simplificado para diseño, llamado: Método de Falla Simplificado de Estabilidad de Túneles Excavados en Suelos, aplicado al Diseño y a la Construcción, que se resume a continuación.

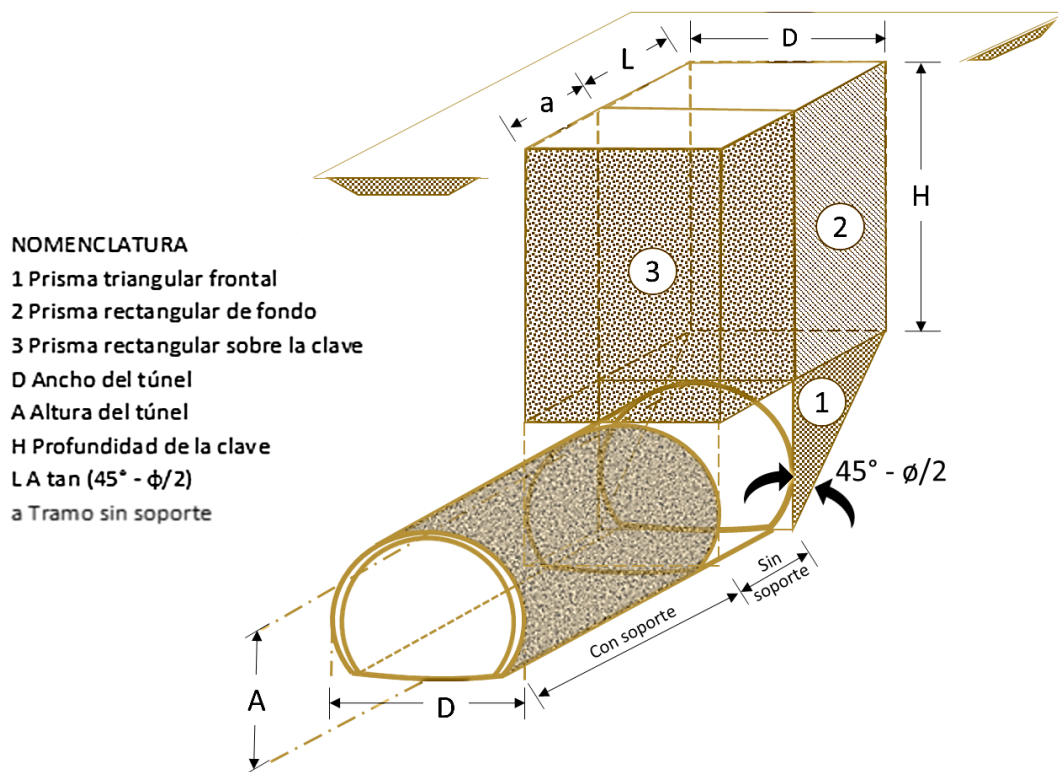


Figura 2. Esquema que muestra la forma de verificar la falla en el Método. Reproducción del libro de Tamez, Rangel y Holguín (1997), fig. 2.2 del mismo, muestra Equilibrio del mecanismo de falla simplificado del frente.

En este Método se contemplan criterios básicos obtenidos por experiencias en la práctica y por modelos de laboratorio. Su objetivo es facilitar la comprensión y evaluación de factores que



intervienen en el equilibrio de la masa del suelo circundante al túnel bajo los esfuerzos inducidos por la cavidad que deja la remoción del material. En la Figura 2 se muestra el modelo idealizado de un túnel para su análisis, se puede observar la porción de suelo que afecta en el frente y también lo que incide sobre la periferia del mismo. La geometría depende de las propiedades mecánicas del suelo y de la longitud sin soporte. Para el análisis de equilibrio intervienen fuerzas actuantes (internas: pesos de los materiales, y externas: sobrecargas y presiones interiores) y resistentes derivadas del esfuerzo cortante del suelo.

Con base en las consideraciones del modelo idealizado, se establecen ecuaciones generales de estabilidad para obtener el Factor de Seguridad (FS) contra colapso de los túneles. Para esto es necesario conocer las fuerzas que pueden intervenir en el túnel, que se pueden ver en la Figura 3.

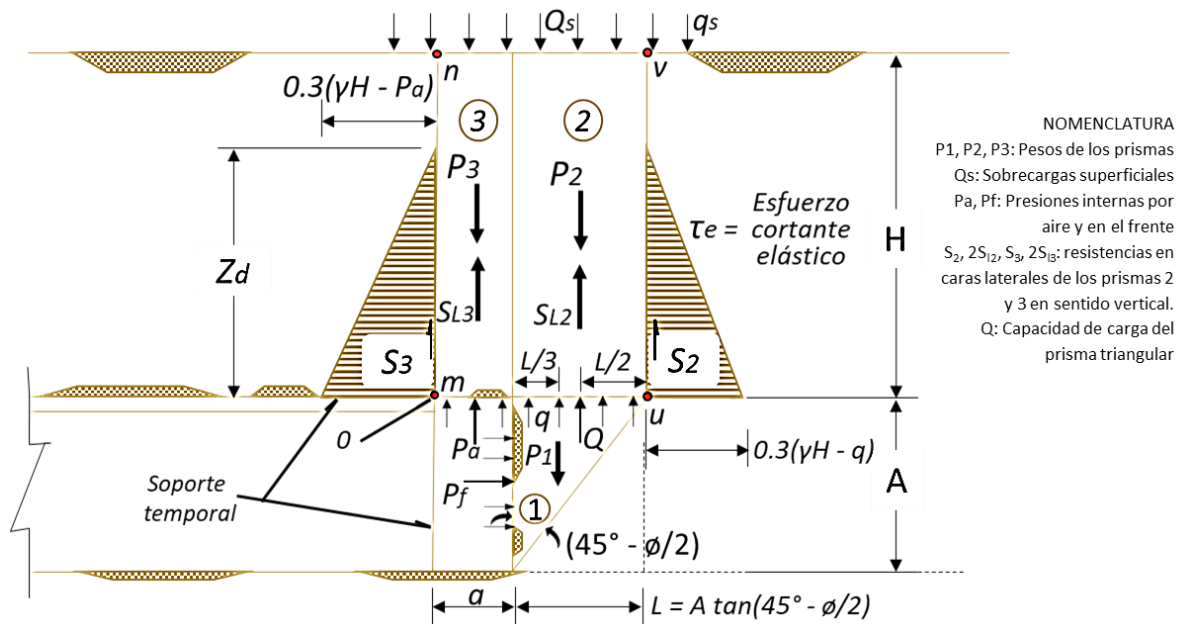


Figura 3. Esquema reproducido del libro de Tamez, Rangel y Holguín (1984), Fig. 2.4 del mismo, que muestra las fuerzas que intervienen en el mecanismo simplificado del equilibrio del frente.

Conocidas las fuerzas, se obtiene los momentos que afectan la estabilidad para utilizar estos datos en la ecuación 2.5.

$$FS = \frac{\sum M_r}{\sum M_a} \tag{2.5}$$

Donde

FS: Factor de Seguridad

$\sum M_r$: Suma de momentos resistentes

$\sum M_a$: Suma de momentos actuantes

Para el diseño de revestimiento se tiene que obtener los desplazamientos presentados en los suelos con ayuda de las teorías de elasticidad y plasticidad (Deere, Peck, Monsees, & Schmid, 1969) se pueden obtener, analíticamente, valores de las deformaciones en algún punto de la periferia de



un túnel relacionadas con propiedades mecánicas del suelo y las presiones desarrolladas en la zona de excavación.

El modelo utilizado es bidimensional y analiza el equilibrio que se alcanza en la práctica cuando el frente se localiza a una longitud mayor a 5 diámetros de la sección considerada.

El estado de esfuerzos en la masa de suelo se supone isotrópico inicialmente y es $\sigma_{ho} = \sigma_{vo} = \gamma \cdot H_o$. Y el desplazamiento radial u se obtiene utilizando la ecuación 2.4 (Rico Rodríguez & del Castillo, 1977) presentada anteriormente.

En la ecuación 2.4 se puede observar un aumento lineal en la deformación asociado a la disminución de presión de contacto P_a entre el suelo y el revestimiento, hasta longitud L (Figura 3) en el que se alcanza el límite del estado de elasticidad del suelo e inicio simultáneo del estado de plasticidad como consecuencia.

El límite de plastificación se representa con la ecuación 2.6.

$$P_{al} = \gamma H_o (1 - \text{sen}\phi) - c \text{cos}\phi \quad (2.6)$$

Los desplazamientos radiales son cada vez mayores para pequeños decrementos de p_a hasta llegar a colapso (punto F).

Entre F y L se calcula la curva como sigue (Rico Rodríguez & del Castillo, 1977):

$$u = r \left[1 - \sqrt{\frac{1}{1+A}} \right] \quad (2.7)$$

Donde:

$$\text{- Suelos cohesivos: } A = \frac{2(1+\nu)}{E} C_u \left(\frac{R_p}{r}\right)^2 \quad (2.8)$$

$$\text{- Suelos cohesivo-friccionantes: } A = \frac{2(1+\nu)}{E} (\gamma H_o + T) \text{sen}\phi \left(\frac{R_p}{r}\right)^2 \quad (2.9)$$

Para las cuales:

C_u : resistencia a corte (prueba triaxial rápida no drenada)

r : radio de túnel

R_p : radio plastificación ($R_p - r =$ zona plastificada)

T : $C_u \text{cot}\phi$

R_p también depende de la naturaleza del suelo:

$$\text{- Suelos cohesivos: } R_p = r * e^{1/2 \left(\frac{\gamma H_o - p_a - 1}{c_u} \right)} \quad (2.10)$$

$$\text{- Suelos cohesivo-friccionantes: } R_p = r \left[(1 - \text{sen}\phi) \frac{\gamma H_o + T}{p_a + T} \right]^{(1 - \text{sen}\phi)/2 \text{sen}\phi} \quad (2.11)$$

Para desplazamiento plástico entre L y F, se toma en cuenta el peso del material plastificado en la clave del túnel, por lo que cuando se obtiene el desplazamiento radial, se corrige la presión (ecuación 2.12).

$$p_{a,\text{total}} = p_a + \gamma(R_p - r)\Psi \quad (2.12)$$



Ψ varía entre 0 y 1 (1 valor más conservador)

Con lo anterior es posible trazar una curva presión-desplazamiento del suelo siendo su respuesta.

Para la práctica en la construcción, cuando en la clave se excede u_f se inicia un proceso de colapso progresivo ascendente llamado por Terzaghi (1942) “aflojamiento”, acompañado de un incremento de presión de apoyo P_a necesaria para el equilibrio (Rico Rodríguez & del Castillo, 1977). Esto se desarrolla por ciertas causas (Támez, 1997):

- *Sobreexcavación excesiva de la clave o caídos*: que no se retacan de manera eficiente una vez colocado el revestimiento primario que forman los marcos de acero o las dovelas de concreto o acero.
- *Desplazamiento excesivo del revestimiento primario*, por para de zapata de apoyo de la bóveda de concreto lanzado, o *insuficiente apoyo* de marcos e acero o dovelas.

Dicho “aflojamiento” trae las siguientes consecuencias:

- *Aumento de presión vertical*, mayor que la horizontal sobre la estructura del soporte primario y de la excavación.
- *Desarrollo de un estado de equilibrio plástico* en el suelo que genera asentamientos superficiales.

Para garantizar mayor eficiencia puede optarse por lo siguiente:

- *Retaque eficiente e inmediato* de huecos entre suelo y estructura de soporte (no se presenta con el concreto lanzado).
- *Construcción de zapata de apoyo* adecuada para estructura del soporte, como los marcos de acero, dovelas prefabricadas o una bóveda en la que se utilice la técnica de concreto lanzado.

2.3 Métodos de Análisis Numérico

Dentro de los métodos numéricos se encuentran el *FEM* (Método de Elementos Finitos), el cual permite realizar un análisis numérico por partes muy pequeñas llamadas elementos, un ejemplo de los paquetes computacionales comerciales es Rocscience® (RS®), que utiliza matrices de rigideces y vectores de desplazamientos. El *FDM* (Método de Diferencias Finitas) con el uso de derivadas parciales con datos de calor y onda, y el *DEM* (Método de Elementos Discretos) que se analiza a partir de los puntos de contacto entre las partículas. Los programas computacionales son capaces de realizar este tipo de análisis, ya que se valen de los modelos constitutivos que estudian el comportamiento de los materiales, para así llevar a cabo con *FEM* u otra técnica los análisis numéricos necesarios. Algunos ejemplos de modelos constitutivos de los materiales son el Modelo de Mohr – Coulomb y el de Hoek – Brown, que trabajan a partir de límites de falla de los materiales.

Un claro ejemplo de lo anterior, es el trabajo de Reséndiz y Romo (1981), quienes desarrollaron un modelo numérico para analizar en dos dimensiones (2D) los esfuerzos y deformaciones del suelo alrededor de la cavidad de los túneles. Pero no solo se pueden analizar problemas en dos dimensiones, también se utiliza comúnmente el análisis numérico en 3D para problemas más complejos, los cuales incluso pueden analizarse de manera más eficaz con algunas de las herramientas disponibles, por ejemplo: si un problema tridimensional presenta una simetría radial



o axial es posible reducir las integrales bidimensionales a integrales lineales unidimensionales y, por lo tanto, disminuir sustancialmente la cantidad de tiempo de simulación (Hunter & Pullan, 2001). Esta propiedad se puede aprovechar por medio de un análisis axisimétrico, que se lleva a cabo mediante la generación de un plano, y revolucionarlo 360° con respecto a un eje, en este caso axial, para realizar el cálculo y así sustituir el 3D por una simulación 2D, brindando la ventaja de ser más ágil. Se ejemplifica gráficamente por medio de la Figura 4 (Plaxis, 2003), en la cual puede observarse un ejemplo de la división en elementos y el recurso de la axisimetría, que se menciona porque a lo largo de este trabajo se utiliza.

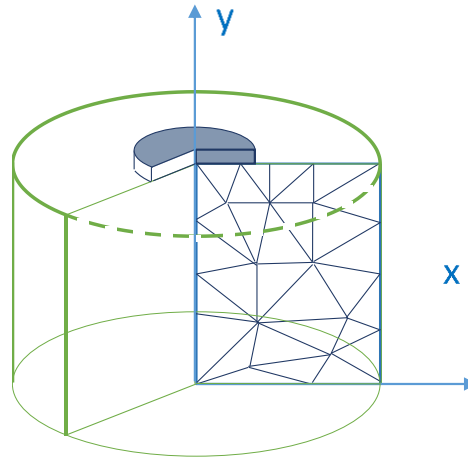


Figura 4. Ejemplo de análisis axisimétrico basado en *FEM* (Plaxis, 2003).

2.3.1 Método de los Elementos Discretos (*DEM*)

Este modelo se encarga de simular el comportamiento mecánico de una región compuesta por un conjunto de partículas interconectadas que interactúan entre sí por medio de los puntos por medio de los cuales están unidos (Figura 5).

La disposición de las partículas del conjunto es aleatoria, y los tamaños de las mismas pueden ser diferentes al formar un modelo, esto sirve para idealizar la naturaleza del medio y así poder analizarlo por medio de este método. (Oñate Ibañez de Navarra, 2004). El sistema de partículas tiene ciertas propiedades:

- Las partículas son los elementos discretos que forman juntas un sistema complejo.
- Los elementos discretos se desplazan de manera independientemente con respecto a los demás e interactúan en las zonas donde existe contacto de éstos.
- Se utiliza la mecánica, considerando a los elementos con una naturaleza rígida.

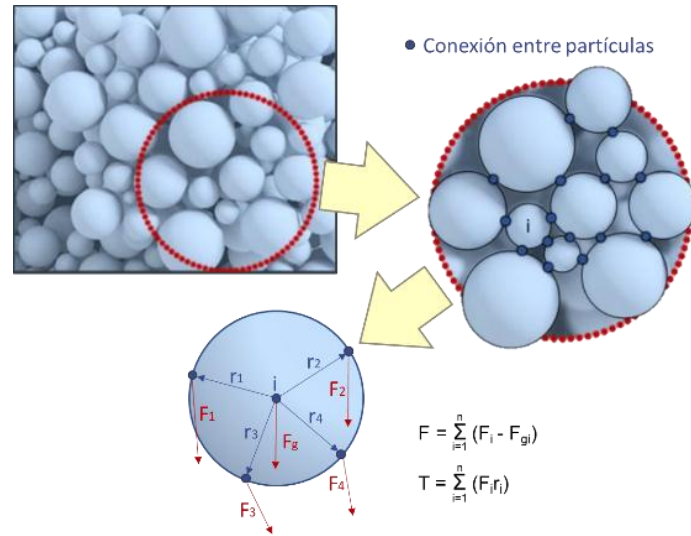


Figura 5. Fuerza resultante de contactos entre partículas. Ejemplo de Método de los Elementos Discretos. (Moreno Eire, 2012).

2.3.2 Método de Diferencias Finitas (FDM)

Es un método de análisis numérico utilizado para la resolución de derivadas parciales. La zona de solución es un conjunto de puntos discretos.

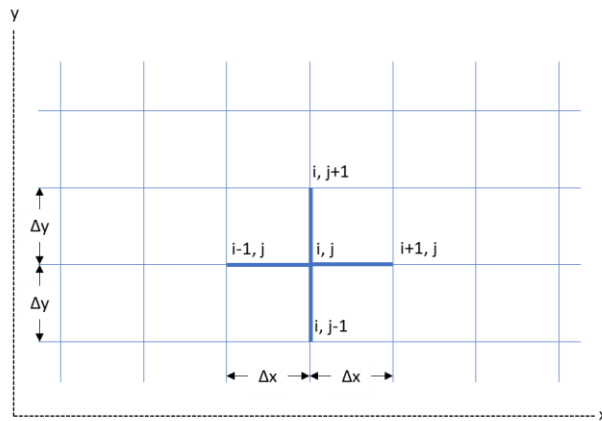


Figura 6. Gráfico representativo del Método de Diferencias Finitas (FDM).

Para FDM se puede considerar la siguiente ecuación general 2.13:

$$(p(x) u'(x))' + q(x) u'(x) - r(x) u(x) = f(x) \tag{2.13}$$

en $a \leq x \leq b$ donde: $u(a) = u_\alpha$ y $u(b) = u_\beta$



con cualquier tipo de condiciones de frontera. Se sigue el siguiente procedimiento para la solución numérica (Carrillo Ledesma & Mendoza Bernal, 2015) :

1. Se discretiza la región del dominio (Figura 6).
2. Se sustituye las derivadas con fórmulas de diferencias finitas centradas (ecuación 2.14).

$$\frac{df}{dx} \Big|_{x_i} = \frac{f(x_i + \Delta x) - f(x_i - \Delta x)}{2\Delta x} + O_c(\Delta x^2) \quad (2.14)$$

con error de truncamiento

$$O_c(\Delta x^2) = \frac{\Delta x^2}{3!} \left[\frac{d^3 f}{dx^3} \Big|_{\varepsilon_p} + \frac{d^3 f}{dx^3} \Big|_{\varepsilon_r} \right] \quad (2.15)$$

en cada punto de solución es desconocida para para obtener un sistema de ecuaciones $Au = f$.

3. Se resuelve el sistema de ecuaciones formado, y así se obtiene una solución aproximada de cada punto de la malla.

2.3.3 Método de Elementos Finitos (*FEM*)

Este método es un modelo matemático de aproximaciones utilizado para la solución de derivadas parciales que son muy complejas, es usado en problemas de ingeniería y de física. *FEM* se basa en principios algorítmicos básicos para llevar a cabo procesos de cálculo sencillos, es decir, no resuelven los problemas de una sola vez y con una función muy compleja, si no que se da preferencia a la subdivisión del mismo, así se utilizan muchas operaciones más sencillas para el cálculo de funciones de dichas partes.

Se aplica la subdivisión de una región que es de nuestro interés (discretización), en subdominios pequeños llamados *elementos*, para facilitar su análisis. Se supone a estas subzonas de la región como interconectadas (Figura 7). Se asigna funciones de forma a los elementos que componen el medio y se ensamblan para poder solucionarlas. Cada uno de los elementos del medio tiene un comportamiento ante distintas condiciones, que depende también de los elementos vecinos, ya que están unidos por puntos llamados *nodos* en cada uno de sus vértices.

La manera de hacer las aproximaciones, es la siguiente (Zienkiewicz & Taylor, 1994) :

1. El continuo se divide en elementos, mediante líneas imaginarias.
2. Los elementos se unen por nodos, situados en los contornos. Los desplazamientos en los nodos serán las incógnitas fundamentales del problema, así como en el análisis de las estructuras.
3. Se considera un grupo de funciones que describan de manera única al campo de desplazamientos dentro de cada elemento finito, en función de sus desplazamientos nodales.



4. Estas funciones definirán las deformaciones iniciales y las propiedades constitutivas del material, además el estado de tensiones en todo el subdominio.
5. Se forma un sistema de fuerzas concentradas en los nodos, tal que equilibre las tensiones en los contornos y cargas repartidas, dando como resultado una relación entre fuerzas y desplazamientos.

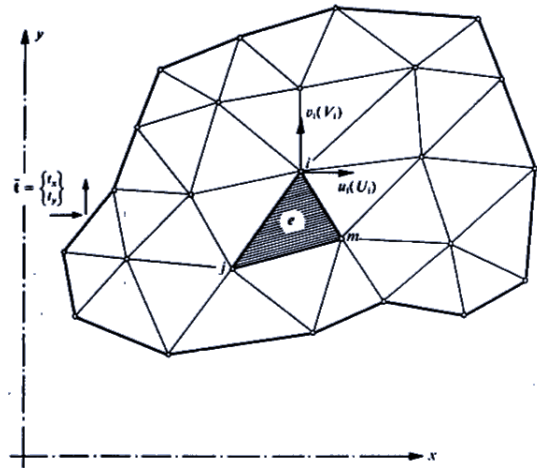


Figura 7. Región sometida a un estado de esfuerzos, dividida en elementos finitos (Zienkiewicz & Taylor, 1994)

Rocscience® desarrolló los softwares RS2® para dos dimensiones y RS3® para problemas tridimensionales, sirviendo como base los métodos empíricos y los analíticos. En ellos se puede realizar análisis FEM apoyándose en diversas Teorías de comportamiento de materiales, por dar un ejemplo, el Mohr-Coulomb ($M - C$) como modelo constitutivo, que puede considerar condiciones elásticas, plásticas o elasto – plásticas, pero también en distintas condiciones de dependencia de la dirección del análisis, por ejemplo, isotrópicas o anisotrópicas.

En este tipo de análisis numérico, suele obtenerse respuesta de problemas particulares, no son problemas generalizados, esto puede verse como una desventaja y es algo de lo que trataremos de solventar parcialmente con esta investigación, por medio de la propuesta el Nomograma de desplazamientos.

Guevara (2004) propuso un método, se desarrolla por etapas y analiza desplazamientos en secciones de túnel en herradura a distintas longitudes de excavación, utilizando dos programas computacionales, debido a esa falta de unificación, el tiempo de gestión de datos, simulaciones y análisis es considerable.

Vlachopoulos y Diederich (2014) hicieron modelado axisimétrico y en tres dimensiones, de secciones circulares y también en forma de herradura, pero consideraron cargas alrededor de la periferia del túnel, además utilizaron otras herramientas interesantes para conocer la respuesta del



suelo al avanzar la excavación, con un artificio de modelar las excavaciones por partes en las secciones. Su análisis se basó en la teoría elasto-plástica.

Anteriormente fue desarrollado un Ábaco de desplazamientos por Viveros en el año 2016, quien se encargó de encontrar una relación entre los desplazamientos en $2D$ y $3D$, utilizando los programas de RS2® y RS3®. En ese trabajo se llevó a cabo una investigación para túneles profundos embebidos en materiales típicos encontrados en la ciudad de Morelia, se ejecutó las simulaciones con un túnel de sección circular. Viveros (2016) llevó a cabo un análisis numérico con propiedades elásticas para túneles circulares, utilizando modelos planos en $2D$, adicionalmente modelos $3D$ con un espesor unitario, uno de 10, 50 y 100m de longitud de excavación. Construyó unas gráficas donde se puede observar los desplazamientos del túnel al avanzar la excavación hasta la longitud analizada. Se pudo ver resultados constantes a partir de que la excavación avanzaba hasta los 100 metros. De acuerdo a esta investigación, se propone para este trabajo considerando también las propiedades elásticas de los materiales con una sección del túnel circular, pero también conocer la relación que hay con una sección de forma en herradura en análisis axisimétrico $2D$ y $3D$. Se procederá así para hacer notar las variaciones en función de la longitud. Se resalta la importancia de la investigación ya que se demostró que son menores los desplazamientos en $3D$ que en $2D$ (Equihua, 2017), en especial porque hay que proyectar bajo las condiciones más desfavorables en la construcción, como medio de prevención de fallas prematuras indeseadas.

2.4 Modelo Constitutivo: Mohr – Coulomb ($M - C$)

La Teoría de Mohr – Coulomb ($M-C$), también es llamada Teoría de Fricción Interna o Criterio de Envolvente de Esfuerzos, y se trata de un modelo matemático utilizado para describir el comportamiento de materiales quebradizos ante el corte y tensión normal. Dicha teoría se aplica para casi todos los materiales de ingeniería, en general para los que soportan mucha mayor compresión que tracción, en ingeniería civil se utilizan más comúnmente el concreto, partículas de suelo a cortante o tensión. La Teoría considera que los materiales en estudio son ideales, esto quiere decir, que se encuentran en un estado de continuidad, uniformidad, isotropía, y que son homogéneos. También considera que entre las partículas de los materiales existe una pequeña fuerza de cohesión y además fricción.

El modelo consiste en una compaginación de las teorías de Mohr y Coulomb, se enuncia que un material falla por una combinación crítica de esfuerzos tangenciales y normales en un plano de falla, no falla solo por un esfuerzo máximo normal o uno tangencial. En otras palabras, sirve para analizar propiedades intrínsecas y además la resistencia de un punto material, ésta última entendida como la capacidad que posee de resistirse a la rotura, inducida por los esfuerzos a que es sometido, debido a sus propiedades intrínsecas, que le son exclusivas.

Este modelo tiene aplicación en el área de la Geotecnia para conocer la resistencia de las partículas de suelos y rocas, encontradas en el terreno destinado a obras de infraestructura civil; en el área de las Estructuras $M-C$ es socorrido para obtener la carga y el ángulo de rotura del concreto, para el estudio de la fractura y localización de los esfuerzos máximos de los materiales.

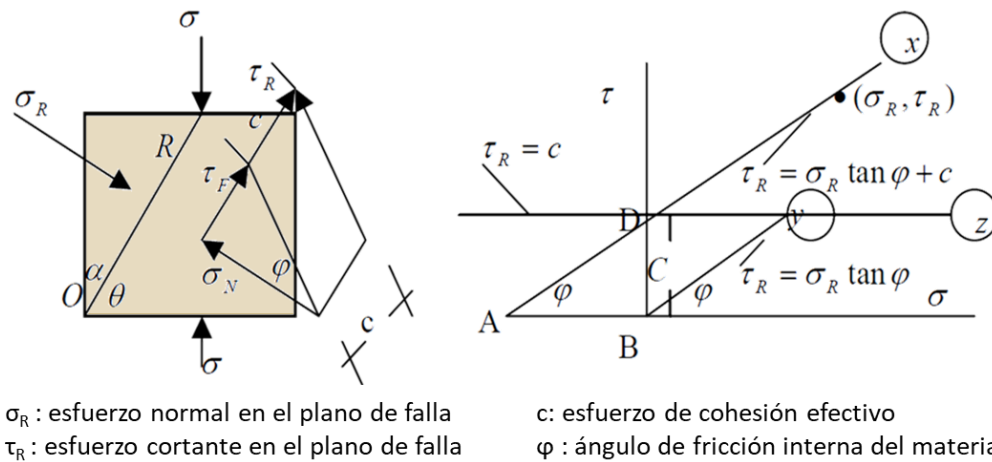


Figura 8. Diagramas generales de los que se vale el Modelo Mohr – Coulomb. (Martínez, 2014)

El *ángulo de falla* con el plano principal mayor es el que se forma con el plano OR y el plano sobre el que el esfuerzo externo σ actúa, α es su complemento, el ángulo de rotura con plano principal menor. En la Figura 8, se puede observar en el plano ortogonal que hay tres rectas distintas, y se pueden llamar curvas de resistencia, curvas de rotura o curvas características. Sus nombres son dados porque representan la resistencia que los materiales presentan ante un estado de esfuerzos, indican sus límites, así que por medio de ellas se identifica cada material y se distingue de otros.

La función lineal (Coulomb, 1776), con la cual se construye la curva “x”, describe el esfuerzo normal en el plano de falla, se enuncia como sigue:

$$\tau_f = c + \sigma \tan \phi \quad (2.16)$$

Donde:

τ_f : esfuerzo cortante en el plano de falla

c : cohesión

σ : esfuerzo normal en el plano de falla

ϕ : ángulo de fricción interna

Para materiales sin cohesión, se elimina el parámetro c y la ecuación se simplifica de esa manera, con ella se puede construir la curva “y” (ecuación 2.17).

$$\tau_f = \sigma \tan \phi \quad (2.17)$$

Y para materiales que no se considera que tengan ángulo de fricción interna, se utiliza la ecuación 2.18, se usa para materiales puramente cohesivos (curva “z”), así:

$$\tau_f = c \quad (2.18)$$



Los esfuerzos efectivos son los que el suelo resiste por su mismo esqueleto mineral, no tomando en cuenta la influencia de la fase líquida en el cuerpo de material.

De acuerdo a la Mecánica de Suelos, debe escribirse (Das, Fundamentos de Ingeniería Geotécnica, 2013) como la expresión 2.19:

$$\tau_f = c' + (\sigma - u) \tan \phi' = c' + \sigma' \tan \phi' \quad (2.19)$$

Donde:

c : esfuerzo de cohesión efectivo

σ : esfuerzo efectivo normal en el plano de falla

ϕ : ángulo de fricción efectivo

2.4.1 Representaciones Gráficas de la Teoría Mohr – Coulomb

Un punto de un elemento estructural cualquiera suele representarse con un diagrama, en el momento que llega al límite de su resistencia bajo la acción de esfuerzos principales σ_1 y σ_3 (mayor y menor), se observa un plano de falla que forma un ángulo de rotura con el plano principal mayor, además del esfuerzo normal y el esfuerzo cortante que se presentan en ese momento (Figura 9).

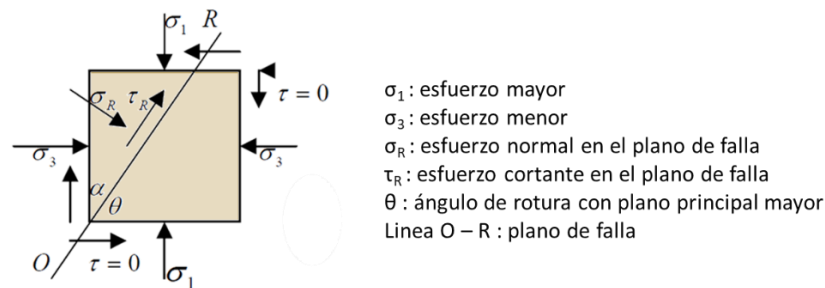


Figura 9. Representación de un punto de un elemento estructural cualquiera al llegar a su resistencia límite. (Martínez, 2014)

En la Figura 10 se puede observar la representación de lo recién mencionado, pero con otro tipo de diagrama, en este caso se dibujan todos los elementos en un plano cartesiano τ (esfuerzo cortante) vs σ (esfuerzo normal), pero también se muestran la Teoría de Coulomb con la línea llamada *Curva de Resistencia* y también la Teoría de Mohr por medio de un *Círculo*. Dicha *Curva de Resistencia* delimita el espacio en el que puede entrar un punto, que represente un estado de esfuerzos normal y tangencial, en el cual no haya llegado dicho punto a la falla. Se puede observar también que el punto ‘R’ resaltado en las coordenadas (σ_R, τ_R) , pertenece tanto a la *Curva de Resistencia* como al *Círculo de Mohr*, se dice que se encuentra en equilibrio cuando σ y τ alcanzan dichos valores de esfuerzos, encima de los cuales el material rompe y β llega a valor de θ .



- Envolvente de falla:

$$f_s = -\frac{I_1}{3} \text{sen}(\phi) + \sqrt{J_2} \left[\cos(\theta) + \frac{1}{\sqrt{3}} \text{sen}(\theta) \text{sen}(\phi) \right] - c \cos(\phi) \quad (2.23)$$

- Línea Potencial de Fluencia Plástica:

$$g_s = -\frac{I_1}{3} \text{sen}(\phi_{dil}) + \sqrt{J_2} \left[\cos(\theta) + \frac{1}{\sqrt{3}} \text{sen}(\theta) \text{sen}(\phi) \right] - c \cos(\phi) \quad (2.24)$$

- Para flujo asociado usar $\phi_{dil} = \phi$

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (2.25)$$

$$J_2 = \frac{1}{2} (s_x^2 + s_y^2 + s_z^2) + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 \quad (2.26)$$

$$J_3 = s_x s_y s_z + 2\tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx} - s_x \tau_{yz}^2 - s_y \tau_{zx}^2 - s_z \tau_{xy}^2 \quad (2.27)$$

$$s_i = \sigma_i - \frac{1}{3} I_1 \quad (2.28)$$

$$\theta = \frac{1}{3} \text{sen}^{-1} \left[\frac{3\sqrt{3}J_3}{2J_2^{3/2}} \right] \quad (2.29)$$



3. PARÁMETROS, CARACTERÍSTICAS Y CONDICIONES DE LOS MODELOS DE LOS TÚNELES EN ESTUDIO

En este estudio se considera un material típico de la ciudad de Morelia, México, cuyas propiedades se muestran en la Tabla 1. Se consideraron dos condiciones de esfuerzo isotrópico y anisotrópico en condiciones elásticas para evaluar las condiciones de axisimetría (*AXI*) en el primer caso y emigrar a un modelo en tres dimensiones (*3D*). Se consideró también la variación del módulo elástico (*E*), para así estudiar diferentes rigideces del suelo. Las condiciones elásticas, aunque no representan el comportamiento real del suelo, son frecuentemente utilizadas para el diseño de túneles como se vio en el capítulo 2. De igual forma, permitió llevar a cabo la validación del modelo en elementos finitos con la teoría elástica.

Tabla 1. Valores de los parámetros del suelo usados en RS2® y RS3®.

Características de Material: Suelo Típico de Morelia			
Propiedades de Material			
Suelo	Suelo Morelia		
Peso unitario (kN/m ³) [Gamma (kN/m ³)]	17.4		
Propiedades Elásticas			
Tipo de Material	1	Isotrópico	
	2	Anisotrópico	
Carga inicial en elemento	Field Stress Only		
Coefficiente de Poisson [nu (-)]	0.35		
Propiedades de Estado de Esfuerzos			
Tipo de esfuerzo en el terreno	Constante		
Estado de esfuerzos	Sigma 1 (kPa) [$\gamma * h = 50 * 17.4$]	1 ISO	870
	Sigma 2 (kPa)		870
	Sigma 3 (kPa)		870
	Sigma 1 (kPa) [$\gamma * h = 50 * 17.4$]	2 ANISO	870
	Sigma 2 (kPa) [0.6*Sigma 1]		522
	Sigma 3 (kPa) [0.6*Sigma 1]		522
Tracciones			
Pa	Tracción normal en la periferia (kPa)	1	609
		2	522

ISO: estado isotrópico

ANISO: estado anisotrópico



Parámetros de Rigidez		
	Criterio de Falla	Mohr Coulomb
	Tipo de Material	Elastico
Rigidez	Módulo de Young (kPa) [E (kN/m ²)]	1 5000
		2 15000
		3 24000
	Ángulo de Fricción (pico) (grados) [Phi (°)]	22
	Cohesión (pico) (kPa) [C (kN/m ²)]	12

Dimensiones de Túnel		
r	Radio (m)	1 3
		2 5
		3 7
H ₀	Profundidad (m)	1 50
		2 75
		3 100

Parámetros variables ■

Para algunos de los modelos estudiados en este trabajo, se considera que en los túneles no incide ninguna acción que contrarreste el cierre de la periferia de las secciones (P_a). Tampoco se considera que afecte el peso de la masa del propio material que hay encima de la excavación, ya que se ha modelado considerándolo, pero se obtienen deformaciones excesivas e irreales, el programa RS3[®] no funciona bien ante este tipo de problemas con esta condición PORQUÉ. Por eso se toma en cuenta solamente la influencia que tienen los esfuerzos en el medio en el que se encuentra inmersa la perforación. Asimismo, hay otros modelos que sí incluyen P_a en la periferia del túnel, esto también se aclara en cada apartado.

Los modelos que se han formado hasta ahora son los que se muestran en la Tabla 2, en la cual se presentan nueve columnas, se enlistan los modelos formados para el estudio se muestran los túneles con distintas geometrías utilizadas, en una de las columnas se muestra el número de modelo que usaremos para identificar cada perforación más adelante, se indican los distintos tipos de geometría de la sección transversal de túnel: circular, y las dos distintas propuestas de secciones en herradura, la primera denominada $H1$ y la segunda propuesta denominada $H2$. Se muestra cómo se hicieron los análisis: en dos dimensiones (modelos planos en $2D$), modelos con simetría axial (AXI) y los más complejos formados en tres dimensiones ($3D$). Se señala la posición donde se analizan las deformaciones en cada sección transversal: la clave o el piso (contrabóveda), para los circulares se toma en la clave y en las herraduras se toma la de ambos puntos. Se especifica la dimensión del radio de los túneles en sección circular r , la profundidad a la que se encuentran H_0 , el P_a (Figura 12), los distintos módulos elásticos: 5000, 15000 y 24000 kPa, así como la condición de estado de esfuerzos



a la que se encuentran: isotrópico o anisotrópico ($K=0.6$), y P_a si acaso existiese en cada uno de los túneles. Todo esto se detalla en los próximos subcapítulos.

Tabla 2. Relación de los modelos de túneles formados para esta investigación.

#	Geometría	Tipo de Análisis	Punto de Análisis: Clave [C] o Suelo [S]	Prof. túnel H_0 (m)	Radio túnel r (m)	P_a (KPa)	Módulo Elástico E (KPa)	Uniformidad de Presión
1	Circular	AXI	C	50	5	0	5000	ISO
2	Circular	AXI	C	50	5	0	15000	ISO
3	Circular	AXI	C	50	5	0	24000	ISO
	Circular	2D	C	50	5	0	5000	ISO
	Circular	2D	C	50	5	0	15000	ISO
	Circular	2D	C	50	5	0	24000	ISO
4	Circular	3D	C	50	5	0	5000	ISO
5	Circular	3D	C	50	5	0	15000	ISO
6	Circular	3D	C	50	5	0	24000	ISO
	H1	2D	C	50	N. A.	0	5000	ISO
	H1	2D	S	50	N. A.	0	5000	ISO
	H1	2D	C	50	N. A.	0	15000	ISO
	H1	2D	S	50	N. A.	0	15000	ISO
	H1	2D	C	50	N. A.	0	24000	ISO
	H1	2D	S	50	N. A.	0	24000	ISO
	H2	2D	C	50	N. A.	0	5000	ISO
	H2	2D	S	50	N. A.	0	5000	ISO
	H2	2D	C	50	N. A.	0	15000	ISO
	H2	2D	S	50	N. A.	0	15000	ISO
	H2	2D	C	50	N. A.	0	24000	ISO
	H2	2D	S	50	N. A.	0	24000	ISO
7	H1	3D	C	50	N. A.	0	5000	ISO
	H1	3D	S	50	N. A.	0	5000	ISO
8	H1	3D	C	50	N. A.	0	15000	ISO
	H1	3D	S	50	N. A.	0	15000	ISO
9	H1	3D	C	50	N. A.	0	24000	ISO
	H1	3D	S	50	N. A.	0	24000	ISO
10	H2	3D	C	50	N. A.	0	5000	ISO
	H2	3D	S	50	N. A.	0	5000	ISO
11	H2	3D	C	50	N. A.	0	15000	ISO
	H2	3D	S	50	N. A.	0	15000	ISO
12	H2	3D	C	50	N. A.	0	24000	ISO
	H2	3D	S	50	N. A.	0	24000	ISO
13	Circular	3D	C	50	5	0	5000	ANISO
14	Circular	3D	C	50	5	0	15000	ANISO
15	Circular	3D	C	50	5	0	24000	ANISO
16	Circular	AXI	C	50	5	609	5000	ISO
17	Circular	AXI	C	50	5	609	15000	ISO
18	Circular	AXI	C	50	5	609	24000	ISO
19	Circular	Crcl	C	50	5	609	5000	ISO
20	Circular	Crcl	C	50	5	609	15000	ISO
21	Circular	Crcl	C	50	5	609	24000	ISO
22	Circular	Crcl	C	50	5	522	5000	ISO
23	Circular	AXI	C	75	3	0	5000	ISO
24	Circular	AXI	C	100	7	0	15000	ISO

Usados como parámetro, para saber que los resultados AXI y 3D estaban cercanos a los obtenidos por éstos modelos planos

- N.A. No aplica porque es una dimensión de los túneles circulares solamente
- ISO Modelo isotrópico
- ANISO Modelo anisotrópico



3.1 Geometría y dimensiones de modelos formados de túneles para análisis en condiciones de axisimetría (AXI)

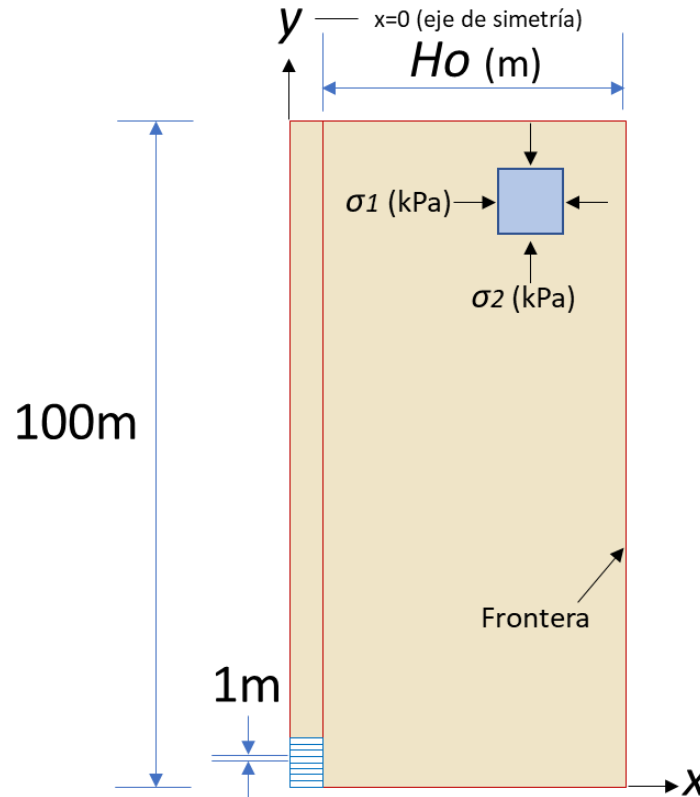


Figura 11. Características geométricas de modelo de túnel en condiciones axisimétricas (AXI).

Los primeros análisis numéricos se llevaron a cabo en RS2[®], utilizando la herramienta de la axisimetría, con un radio r definido para cada túnel. El plano de cálculo en RS2[®] siempre se revoluciona con respecto al eje “ y ” ($x=0$), ubicado de acuerdo a la Figura 11 mostrada. La profundidad H_o a la que el túnel se encuentra es variable para algunos de los modelos de túnel, de este parámetro depende la posición de la frontera, que se indica en la figura a la que se hace referencia en este párrafo.

3.2 Geometría y dimensiones de los modelos para túneles circulares

Los modelos circulares se formaron en el programa RS2[®] y también en RS3[®], ya que se trata de modelos en dos (2D) y en tres dimensiones (3D). Los modelos planos en 2D sirvieron solo como referencia de aproximación para la aceptación de resultados de los modelos más complejos. Una vez



realizado el cálculo de deformaciones de los modelos en $2D$, se procedió a formar los modelos en $3D$ utilizando el programa RS3®.

Se formaron los primeros modelos buscando que fueran equivalentes a los formados en $2D$, es decir, que tuvieran las mismas dimensiones, las mismas propiedades del suelo, las mismas restricciones, estado de esfuerzos, y profundidad del túnel, para obtener los mismos resultados que con el modelo en AXI .

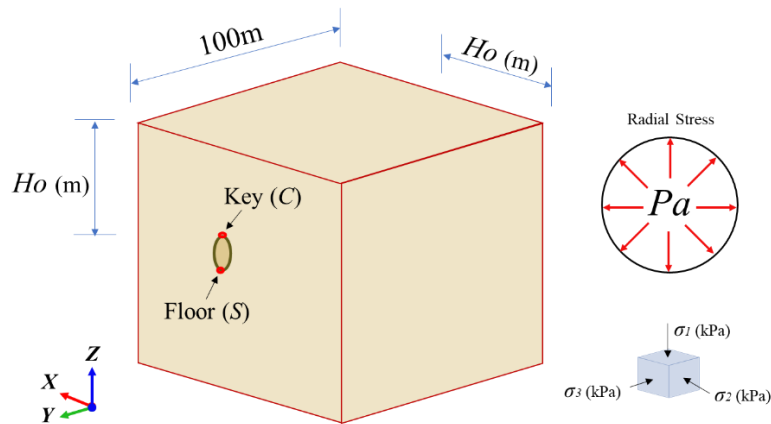


Figura 12. Diagrama de modelo para análisis en tres dimensiones ($3D$) de túnel circular.

El túnel se encuentra inmerso de una masa de suelo con características que se muestran en la Tabla 2, así como en la Figura 12. Para los primeros modelos se utilizaron las mismas características que para las condiciones AXI , adicionándose algunos modelos que permitieron conocer la respuesta de distintos materiales. Estas variaciones corresponden a un estado de esfuerzos que dependen de la profundidad de la excavación (Ho). Lo único que no cambia entre modelos, es la longitud de la excavación, se les continúa analizando con la remoción de material a cada metro en 101 etapas hasta llegar al otro extremo del medio modelado.

Se tomó como referencia la clave (C) para la obtención de las deformaciones, debido a que son todas iguales en la periferia del túnel, por las condiciones de isotropía analizadas.

3.3 Geometría y dimensiones de los modelos para túneles con sección en forma de herradura

En esta investigación se busca obtener relaciones entre los desplazamientos que se producen en túneles de distintas geometrías, circular y en forma de herradura, por eso es necesario proponer secciones con ésta última forma mencionada.



3.3.1 Geometría y dimensiones de modelos de túneles formados con la primera propuesta de sección en herradura (H1)

Para la formación de estos modelos en herradura se buscó una sección que fuera equivalente en área a la de los túneles circulares, para así poder comparar con los resultados de desplazamiento obtenidos en los modelos circulares. Además, con mismos estados de esfuerzos y condiciones del medio alrededor del túnel, las mismas restricciones de desplazamiento del modelo y propiedades del material.

Al hablar de sección equivalente, es referido a que numéricamente el área transversal es la misma en ambas geometrías. Se obtiene con base en un cálculo numérico simple dividiendo en varios polígonos: un semicírculo sobre un rectángulo, así se obtienen áreas parciales y después se suman. En la Figura 13 siguiente se muestra la sección formada y con una flecha roja se indica la posición de la clave (C), lugar geométrico donde todas las claves coinciden para la comparación de sus deformaciones.

Tabla 3. Obtención de sección con área en herradura equivalente.

	R (m)	Lado Base (m)	Lado Alto (m)	Área (m ²)
Área Circular	5.00	-	-	78.54
Área Semicírculo (Parcial)	5.00	-	-	39.27
Área Rectángulo (Parcial)	-	10.00	3.927	39.27
Área Herradura	-	-	-	78.54

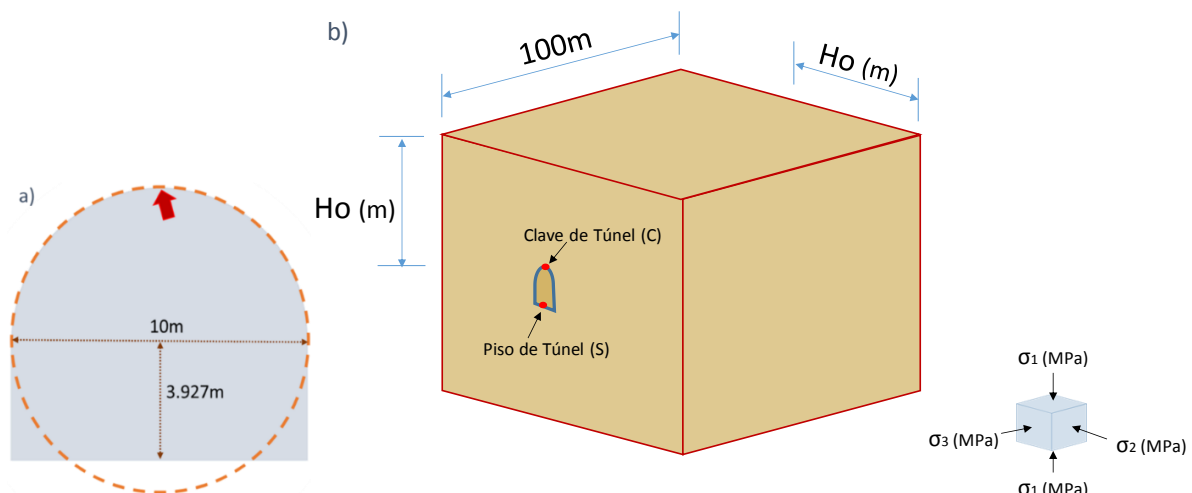


Figura 13. a) Superposición y coincidencia de clave de distintas geometrías, b) Esquema 3D de Túnel en Herradura en Perspectiva y sus características.



De la misma forma que el túnel circular, se formaron modelos para analizar en *2D* solo para tener una referencia de aproximación de resultados, pero también en *3D*, así mismo en los túneles en herradura se analizan los modelos a lo largo de 101 etapas, para conocer la evolución de las deformaciones en la periferia de las secciones, mientras se excavan progresivamente hasta alcanzar los 100m de longitud.

3.3.2 Geometría y dimensiones de modelos de túneles formados con la segunda propuesta de sección en herradura (*H2*)

La obtención de la sección equivalente se dio de la misma manera que en el túnel en Herradura en su primera forma *H1*, enseguida se muestra la segunda propuesta de sección *H2* con sus características geométricas y la tabla de cálculo de las áreas parciales (un semicírculo, un rectángulo y dos triángulos).

Tabla 4. Obtención de sección con área en herradura equivalente, en su segunda forma.

	R (m)	Lado Base (m)	Lado Alto (m)	Área (m ²)
Área Circular	5.00	-	-	78.54
Área Semicírculo (Parcial)	5.00	-	-	39.27
Área Rectángulo (Parcial)	-	8.00	4.363	34.90
Área 2 Triángulos (Parcial)	-	1.00	4.363	4.363
Área Herradura	-	-	-	78.54

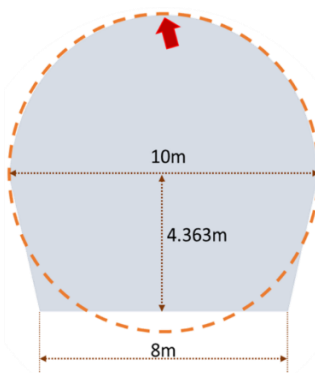


Figura 14. Superposición y coincidencia de clave de distintas geometrías.

Con la sección transversal *H2* también se formó modelos para analizar en *2D* y *3D*. Los resultados se muestran más adelante en el capítulo correspondiente.

Teniendo claras las características que deben tener los modelos, entonces se procede a describir a mayor detalle su formación, los parámetros mecánicos de suelo, estado de esfuerzos y las restricciones que cada tipo de modelo tiene, en el capítulo 4, nos ayudamos de capturas de pantalla del programa RS2® y RS3® para entender mejor el análisis realizado.

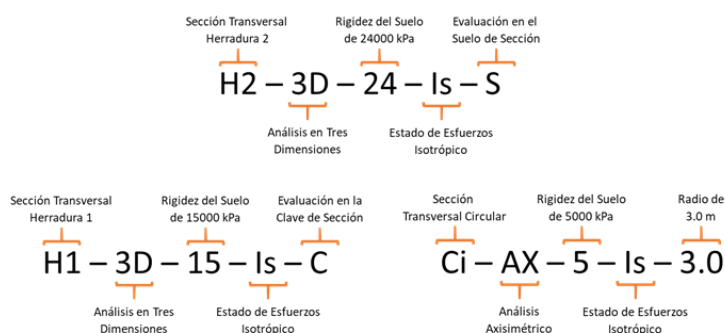


4. MODELACIÓN NUMÉRICA

En este capítulo se presentan los modelos numéricos en dos fases: la primera incluye a los túneles con distintas geometrías, bajo las mismas condiciones del estado de esfuerzos (isotropía) y con las mismas características del suelo. La segunda fase presenta los modelos con variaciones en su geometría, así como en los parámetros del suelo. Para distinguir los modelos, de acuerdo a sus características se muestra la Tabla 5.

Tabla 5. Denominación de los modelos de acuerdo a sus características geométricas y paramétricas.

Nomenclatura de los modelos de acuerdo a sus condiciones paramétricas		
	Letra	Significado
Sección Transversal	Ci	Circular
	H1	Herradura 1
	H2	Herradura 2
Tipo de Análisis	AX	Axisimétrico
	2D	Dos dimensiones
	3D	Tres dimensiones
Referencia de Rigidez del Suelo	5	E = 5000 kPa
	15	E = 15000 kPa
	24	E = 24000 kPa
Estado de Esfuerzos	Is	Isotrópico
	An	Anisotrópico
	522	Pa = 522 kPa
Características adicionales	609	Pa = 609 kPa
	3.0	r = 3.0 m
	3.5	r = 3.0 m, Ho = 50 m
	7.0	r = 7.0 m
	7.5	r = 7.0 m, Ho = 50 m
Punto de Evaluación	C	Clave de la sección
	S	Suelo de la sección



NOTA: a manera de guía, se muestran ejemplos de la nomenclatura para algunos de los modelos.

4.1 Primera Fase: Modelos con distintas características geométricas bajo las mismas condiciones paramétricas

En esta sección se presentan los modelos que se analizaron bajo estado de esfuerzo isotrópico, con los mismos parámetros del suelo, pero con distintas características geométricas. Se estudiaron modelos planos (2D), en tres dimensiones (3D) y axisimétricos para los túneles circulares (AX).

Las tres secciones transversales de los túneles que se utilizan en este estudio son: una circular (Ci), y dos en forma de herradura (H1, H2), las que ya fueron explicadas en el apartado 3.3.1 y 3.3.2 de este trabajo. Se utilizaron estas secciones geométricas, porque son algunas de las más usadas para diseño de túneles, de autotransporte, ferroviarios, de drenaje y para otros servicios.

En la Tabla 6 se observan las condiciones y las características del suelo y del análisis realizado a todos los túneles en esta fase.



Tabla 6. Parámetros para todos los túneles en la primera fase de modelado.

Características de Material: Suelo Típico de Morelia	
Propiedades de Material	
Suelo	Suelo Morelia
Peso unitario (kN/m ³) [Gamma (kN/m ³)]	17.4
Propiedades Elásticas	
Tipo de Material	Isotrópico
Carga inicial en elemento	Field Stress Only
Coefficiente de Poisson [nu (-)]	0.35
Parámetros de Rigidez	
Criterio de Falla	Mohr Coulomb
Tipo de Material	Elástico
Módulo de Young (kPa) [E (kN/m ²)]	15000
Ángulo de Fricción (pico) (grados) [Phi (°)]	22
Cohesión (pico) (kPa) [C (kN/m ²)]	12
Propiedades de Estado de Esfuerzos	
Tipo de esfuerzo en el terreno	Constante
Sigma 1 (kPa) [$\gamma * h = 50 * 17.4$]	870
Sigma 2 (kPa)	870
Sigma 3 (kPa)	870

Field Stress Only : propio del programa, los elementos se cargan solo con esfuerzos σ_i , pero no se toma en cuenta el peso propio del material

Constante : propio del programa, condiciones del suelo definidas por presiones principales Sigma, sometiendo a todo el medio en un estado particular de esfuerzos

En la Tabla 7 se incluye el nombre asignado a cada uno de los modelos formados para la primera fase con base en la Tabla 5. Se observa la geometría que cada modelo tiene y el punto donde se obtuvieron las deformaciones, para el caso de los túneles circulares fue en la clave (C) y para las secciones en herradura, se evaluaron en la clave (C) y en el piso del túnel (S). Además, incluye información de la profundidad de la excavación (H_o), el radio (r) que tienen los túneles circulares. La presión (P_a) en esta parte aún no se aplica, y por lo tanto no hay ninguna condición que restrinja la deformación en la periferia de los túneles, lo que no ocasiona problema al análisis debido a las condiciones elásticas del estudio. También se indica la rigidez del suelo con que se modela y que se encuentra en estado isotrópico de esfuerzos (ISO) (Tabla 6). Se incluyen datos de discretización de los modelos: número de nodos (#ND), tipo y número de elementos (#EL) utilizados en cada uno.

Los tipos de elementos se seleccionaron por ser las formas de discretizar con los que se obtuvieron resultados más parecidos entre sí.

Los modelos en dos dimensiones (2D) (Figura 16) en RS2[®], se utilizaron como referencia para obtener una aproximación de los resultados esperados en los modelos que son más complejos. Se restringen las fronteras del medio donde se excava el túnel en ambas direcciones ($-x$, $-y$). Se analizaron dos etapas: la primera en condiciones *in situ*, en la cual no hay aún remoción de material, la segunda con la excavación ya realizada.



Tabla 7. Modelos formados para la primera fase de análisis y sus características.

Fase	Generalidades				Geometría		Presiones			Discretización			
	#	Nomenclatura	Geometría	Tipo de Análisis	Punto de Evaluación	Prof. túnel Ho (m)	Radio túnel r (m)	Pa (kPa)	Módulo Elástico E (kPa)	Uniformidad de Presión	Número de Nodos #ND	Número de Elementos #EL	Tipo de Elementos Finitos
PRIMERA			Circular	2D	C	50	5	0	15000	ISO	6394	2083	CUAD-8N
	1	Ci-AX-15-Is	Circular	AXI	C	50	5	0	15000	ISO	3268	3114	CUAD-4N
	2	Ci-3D-15-Is	Circular	3D	C	50	5	0	15000	ISO	84390	63078	TETH-4N
			H1	2D	C	50	N. A.	0	15000	ISO	4525	1486	CUAD-8N
					S	50	N. A.	0	15000	ISO	4525	1486	CUAD-8N
	3	H1-3D-15-Is-C	H1	3D	C	50	N. A.	0	15000	ISO	33327	204486	TETH-4N
		H1-3D-15-Is-S			S	50	N. A.	0	15000	ISO	33327	204486	TETH-4N
			H2	2D	C	50	N. A.	0	15000	ISO	4503	1476	CUAD-8N
					S	50	N. A.	0	15000	ISO	4503	1476	CUAD-8N
	4	H2-3D-15-Is-C	H2	3D	C	50	N. A.	0	15000	ISO	27665	170054	TETH-4N
		H2-3D-15-Is-S			S	50	N. A.	0	15000	ISO	27665	170054	TETH-4N

2D Bidimensional
 AXI Axisimétrico
 3D Tridimensional
 ISO Isotrópico

C Clave de túnel
 S Piso de túnel
 N.A. No aplica

Modelos de referencia para resultados

CUAD-4N Cuadriláteros con 4 nodos
 CUAD-8N Cuadriláteros con 8 nodos
 TETH-4N Tetraedros con 4 nodos

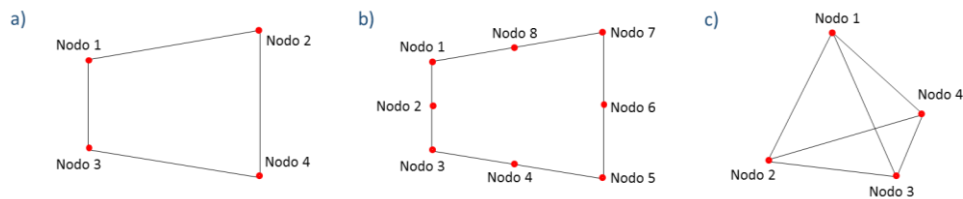


Figura 15. Tipos de elementos utilizados para la discretización de los modelos: a) cuadrilátero de 4 nodos (CUAD-4N), b) cuadrilátero de 8 nodos (CUAD-8N), c) tetraedro de 4 nodos (TETH-4N).

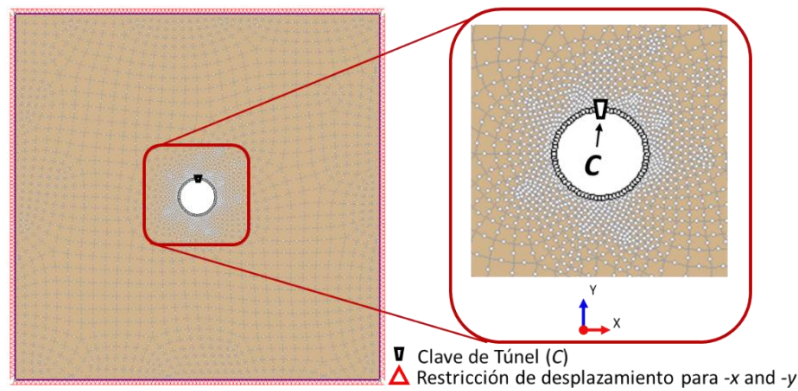


Figura 16. Modelo de túnel con sección circular en dos dimensiones (2D), Ci-2D-15-Is. Malla formada con cuadriláteros de 8 nodos, número de nodos: 2083, número de elementos: 6394.

Una vez con los modelos planos en 2D, se procedió con modelos más complejos que permitieran estudiar a los túneles con mayor detalle a partir de los resultados obtenidos y presentados en el capítulo 5. El siguiente fue el modelo circular, modelado en axisimetría (AXI). Se simula la excavación del túnel en etapas a partir de las condiciones *in situ*, en la cual no se ha removido el material. Se modelaron cien etapas posteriores, en las que se lleva a cabo la remoción progresiva de 1 metro de longitud de material en cada una, es decir, se maneja un total de 101 etapas de excavación (Figura 17).



La masa de suelo se encuentra sometida a un estado de esfuerzos dependiendo de cada uno de los modelos y su geometría, como se describió en la Tabla 7. Para empezar, se modeló con las mismas condiciones que el modelo bidimensional (2D).

Se busca conocer deformaciones solamente de la periferia de los túneles, sin tomar en cuenta las del frente en la pared de la excavación. Es por eso que las restricciones se colocan de la siguiente manera en el modelo: las fronteras del medio se restringen en dirección de los ejes $-x$ y $-y$, el frente de la excavación se restringe en el sentido $-y$ ($-x = 0$, eje de simetría axial), como se observa en la Figura 17, en ésta se incorpora la simbología de cada tipo de restricción de desplazamiento.

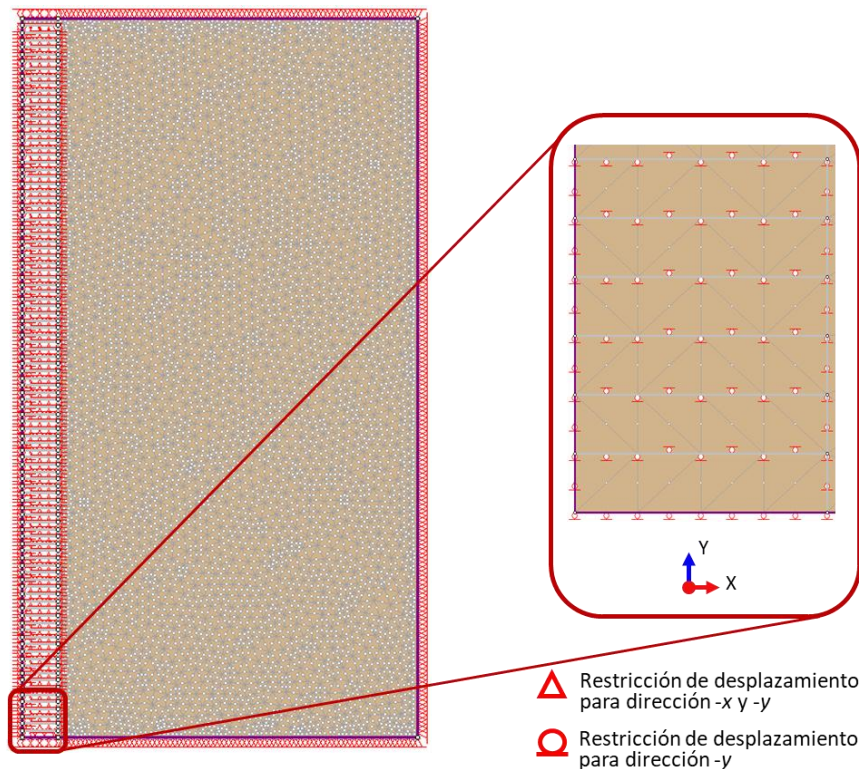


Figura 17. Modelo en axisimetría (AXI), condiciones in situ, formado en RS2®, Ci-AX-15-Is. A la derecha se muestra un detalle de las restricciones del frente de excavación. Malla formada con elementos triangulares de 4 nodos. Número de nodos: 3268, número de elementos: 3114.

El siguiente modelo fue constituido para un análisis en tres dimensiones (3D) en RS3®. Los parámetros mecánicos asignados al suelo fueron los mismos que para los modelos anteriores (Tabla 2). Se muestra en la Figura 18, con la simbología correspondiente que aclara que también se restringen las fronteras del modelo en las tres direcciones y además se impide el movimiento del frente (pared) de la excavación.

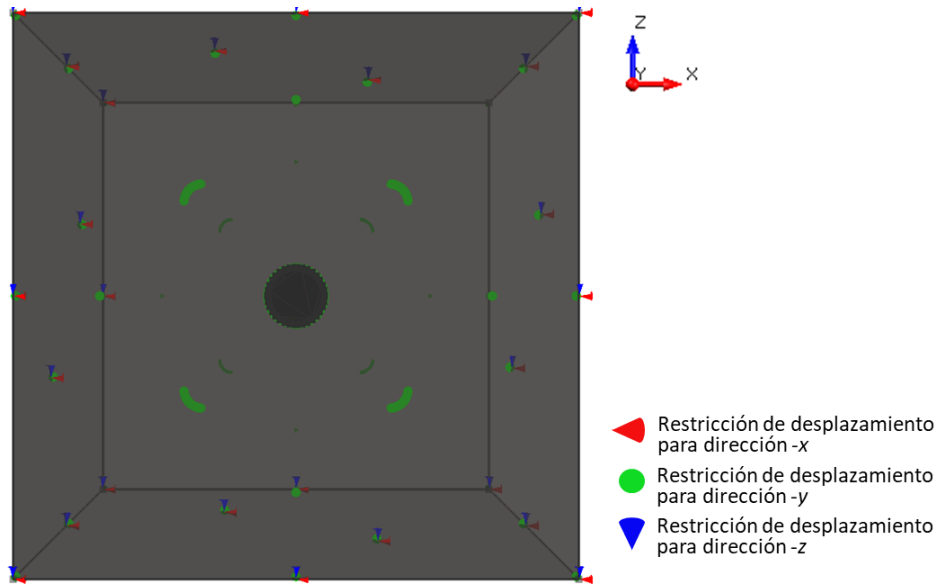


Figura 18. Modelo realizado en RS3® de túnel circular en tres dimensiones (3D), se muestra lo que significan los símbolos en la captura de pantalla.

Más adelante se formaron los modelos con una geometría distinta, con las mismas propuestas presentadas en el apartado 3.3.1 y 3.3.2 de este trabajo, las secciones con forma de herradura $H1$ y $H2$.

Los modelos en $2D$ de los túneles en sección geométrica en herradura, se formaron bajo las mismas condiciones que el modelo del túnel circular. Se restringen las fronteras del modelo en las direcciones $-x$ y $-y$ ($-x$, $-y$ y $-z$ para los modelos en $3D$). Las características mecánicas del material son las mismas, incluyendo la rigidez del suelo (E). Las condiciones del estado de esfuerzos también son de isotropía, quiere decir que se cumple la condición de que $\sigma_1 = \sigma_2$ (para $3D$ se agrega una dimensión y aplica $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$). Se discretiza usando una malla constituida con elementos en forma de cuadriláteros con 8 nodos para ambas modelaciones de $H1$ y $H2$ en $2D$ (Figura 19). Se modela en dos etapas: una sin excavar y otra con el túnel ya excavado.

Para construir un modelo similar al de la sección circular, se propuso hacer coincidir la clave (C) de todas las secciones a la misma profundidad, tomando como referencia la superficie. Lo anterior permite obtener los desplazamientos en el mismo punto de evaluación para todas las geometrías y de esta manera llevar a cabo la comparación. La coincidencia de la posición entre las claves de las secciones se muestra en la Figura 20.

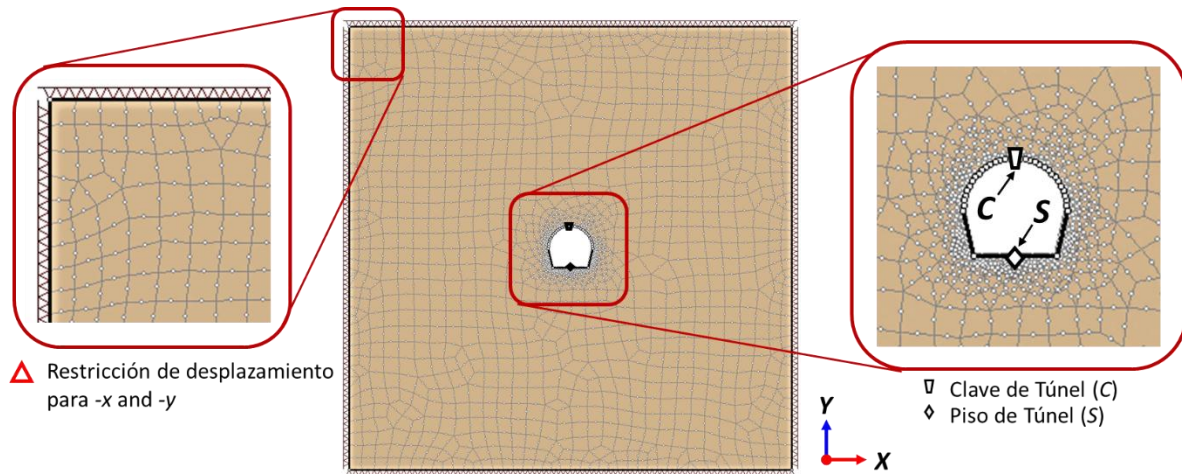


Figura 19. Modelo de túnel con sección *H2* para analizar en *2D*, *H2-2D-15-Is*, formado con malla de elementos cuadrangulares de 4 nodos, #ND: 4503, #EL: 1476. Obtenido de RS2®.

Para el caso de los modelos planos en *3D*, se restringen las fronteras en las direcciones *-x*, *-y* y *-z*. Las características mecánicas del material son iguales. Las condiciones del estado de esfuerzos también son de isotropía (ISO) y aplica $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$. Se discretizaron usando una malla constituida con elementos en forma de tetraedros con 4 nodos para ambas modelaciones.

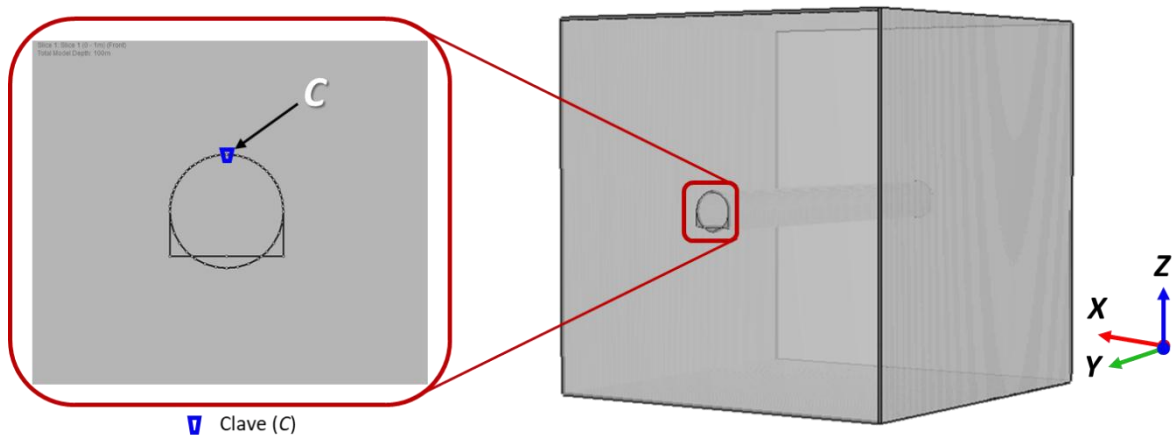


Figura 20. Detalle de la coincidencia entre las claves de los túneles de distintas secciones transversales en tres dimensiones (*3D*). Figura demostrativa, se dibujó la forma de herradura sobre el círculo.

Los desplazamientos para los túneles en herradura se analizaron en la clave (C) y en el piso (S) de la sección de excavación, para evaluar el comportamiento del material en esta zona. A lo largo del trabajo, se refiere como *H1* a esta primera propuesta de sección en herradura. Al igual que en el túnel circular *Ci*, se secuenció la excavación a lo largo de 101 etapas, en las que había que evitar desplazamiento en el frente de excavación, en la Figura 21 se puede observar el detalle de las restricciones utilizadas con este fin.

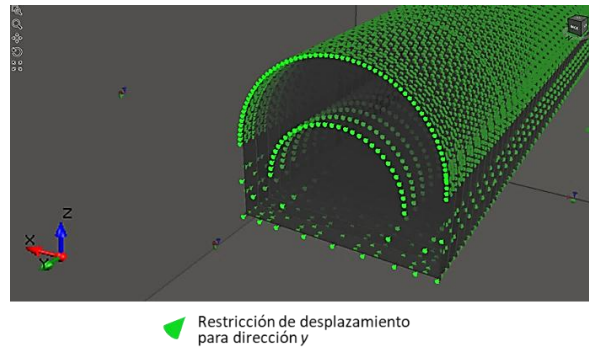


Figura 21. Detalle de restricciones de desplazamiento en el frente de los túneles al avanzar la excavación.

Los resultados de los modelos presentados anteriormente, se describen en el apartado correspondiente (Capítulo 5) de este trabajo.

4.2 Segunda Fase: Modelos de túneles con variaciones en sus características y condiciones paramétricas

En esta fase se estudiaron algunos modelos con secciones geométricas iguales a las que se estudió en la primera fase, pero con algunas variaciones en las características mecánicas del suelo, y así observar la influencia que tienen éstos en los resultados del análisis. También algunos modelos con sección circular cambiando sus características geométricas y paramétricas del medio. Se formaron otros modelos con presión P_a en la periferia del túnel para conocer cómo influye en las deformaciones de los túneles. Para distinguir los modelos se utilizó la nomenclatura propuesta (Tabla 8), como se hizo en el apartado 4.1, tomando como referencia a la Tabla 5. Otro parámetro estudiado es el *Coefficiente de Presión Lateral* (K), para poder evaluar modelos con estado de esfuerzos anisotrópico, su uso se explicará más adelante en este subcapítulo, con base en lo descrito por la AASHTO (2012) y NCMA (2010).

El primer parámetro que se modificó en los modelos fue la rigidez del suelo, se propusieron módulos de elasticidad E de 5000 kPa y 24000 kPa, así se podrá conocer la variación en las deformaciones de los túneles al cambiar éste. Para estos casos, las características geométricas son iguales. Se estudiaron todas las secciones: circulares (Ci) con simetría axial (AXI) y tridimensionales ($3D$), y de la misma manera los túneles con secciones en herradura ($H1$, $H2$). En la Tabla 6 se indica las condiciones de estos modelos.



Tabla 8. Modelos estudiados en la segunda fase de análisis y sus características.

Fase	Generalidades			Geometría			Presiones			Discretización			
	#	Nomenclatura	Geometría	Tipo de Análisis	Punto de Evaluación	Prof. túnel Ho (m)	Radio túnel r (m)	Pa (kPa)	Módulo Elástico E (kPa)	Uniformidad de Presión	Número de Nodos #ND	Número de Elementos #EL	Tipo de Elementos Finitos
SEGUNDA			Circular	2D	C	50	5	0	5000	ISO	6394	2083	CUAD-8N
			Circular	2D	C	50	5	0	24000	ISO	6394	2083	CUAD-8N
	5	Ci-AX-5-Is	Circular	AXI	C	50	5	0	5000	ISO	3260	3109	CUAD-4N
	6	Ci-AX-24-Is	Circular	AXI	C	50	5	0	24000	ISO	3253	3100	CUAD-4N
	7	Ci-3D-5-Is	Circular	3D	C	50	5	0	5000	ISO	84390	63078	TETH-4N
	8	Ci-3D-24-Is	Circular	3D	C	50	5	0	24000	ISO	84390	63078	TETH-4N
			H1	2D	C	50	N. A.	0	5000	ISO	4525	1486	CUAD-8N
			H1	2D	S	50	N. A.	0	5000	ISO	4525	1486	CUAD-8N
			H1	2D	C	50	N. A.	0	24000	ISO	4525	1486	CUAD-8N
			H1	2D	S	50	N. A.	0	24000	ISO	4525	1486	CUAD-8N
			H2	2D	C	50	N. A.	0	5000	ISO	4503	1476	CUAD-8N
			H2	2D	S	50	N. A.	0	5000	ISO	4503	1476	CUAD-8N
			H2	2D	C	50	N. A.	0	24000	ISO	4503	1476	CUAD-8N
			H2	2D	S	50	N. A.	0	24000	ISO	4503	1476	CUAD-8N
	9	H1-3D-5-Is-C H1-3D-5-Is-S	H1	3D	C	50	N. A.	0	5000	ISO	33327	204486	TETH-4N
			H1	3D	S	50	N. A.	0	5000	ISO	33327	204486	TETH-4N
	10	H1-3D-24-Is-C H1-3D-24-Is-S	H1	3D	C	50	N. A.	0	24000	ISO	33327	204486	TETH-4N
			H1	3D	S	50	N. A.	0	24000	ISO	33327	204486	TETH-4N
	11	H2-3D-5-Is-C H2-3D-5-Is-S	H2	3D	C	50	N. A.	0	5000	ISO	27665	170054	TETH-4N
			H2	3D	S	50	N. A.	0	5000	ISO	27665	170054	TETH-4N
	12	H2-3D-24-Is-C H2-3D-24-Is-S	H2	3D	C	50	N. A.	0	24000	ISO	27665	170054	TETH-4N
			H2	3D	S	50	N. A.	0	24000	ISO	27665	170054	TETH-4N
	13	Ci-AX-5-Is-3.0	Circular	AXI	C	75	3	0	5000	ISO	13269	6674	CUAD-4N
	14	Ci-AX-15-Is-7.0	Circular	AXI	C	100	7	0	15000	ISO	4183	4022	CUAD-4N
	15	Ci-AX-5-Is-3.5	Circular	AXI	C	50	3	0	5000	ISO	2809	2658	CUAD-4N
	16	Ci-AX-15-Is-3.5	Circular	AXI	C	50	3	0	15000	ISO	2809	2658	CUAD-4N
	17	Ci-AX-15-Is-7.5	Circular	AXI	C	50	7	0	15000	ISO	3495	3341	CUAD-4N
18	Ci-AX-5-Is-609	Circular	AXI	C	50	5	609	5000	ISO	6394	2083	CUAD-4N	
19	Ci-AX-15-Is-609	Circular	AXI	C	50	5	609	15000	ISO	6394	2083	CUAD-4N	
20	Ci-AX-24-Is-609	Circular	AXI	C	50	5	609	24000	ISO	6394	2083	CUAD-4N	
21	Ci-3D-5-Is-609	Circular	3D	C	50	5	609	5000	ISO	84390	63078	TETH-4N	
22	Ci-3D-15-Is-609	Circular	3D	C	50	5	609	15000	ISO	84390	63078	TETH-4N	
23	Ci-3D-24-Is-609	Circular	3D	C	50	5	609	24000	ISO	84390	63078	TETH-4N	
24	Ci-3D-5-Is-522	Circular	3D	C	50	5	522	5000	ISO	84390	63078	TETH-4N	
25	Ci-3D-5-An	Circular	3D	C	50	5	0	5000	ANISO	10322	63078	TETH-4N	
26	Ci-3D-15-An	Circular	3D	C	50	5	0	15000	ANISO	10322	63078	TETH-4N	
27	Ci-3D-24-An	Circular	3D	C	50	5	0	24000	ANISO	10322	63078	TETH-4N	

2D Bidimensional C Clave de túnel CUAD-4N Cuadriláteros con 4 nodos
 AXI Axisimétrico S Piso de túnel CUAD-8N Cuadriláteros con 8 nodos
 3D Tridimensional N.A. No aplica TETH-4N Tetraedros con 4 nodos
 ISO Isotrópico
 ANISO Anisotrópico Modelos de referencia para resultados

Tabla 9. Características paramétricas para modelos con suelos de distintas rigideces.

Características de Material: Suelo Típico de Morelia	
Propiedades de Material	
Suelo	Suelo Morelia
Peso unitario (kN/m3) [Gamma (kN/m3)]	17.4
Propiedades Elásticas	
Tipo de Material	Isotrópico
Carga inicial en elemento	Field Stress Only
Coeficiente de Poisson [nu (-)]	0.35



Parámetros de Rigidez	
Criterio de Falla	Mohr Coulomb
Tipo de Material	Elástico
Módulo de Young (kPa) [E (kN/m ²)]	1 5000
	2 24000
Ángulo de Fricción (pico) (grados) [Phi (°)]	22
Cohesión (pico) (kPa) [C (kN/m ²)]	12
Propiedades de Estado de Esfuerzos	
Tipo de esfuerzo en el terreno	Constante
Sigma 1 (kPa) [$\gamma * h = 50 * 17.4$]	870
Sigma 2 (kPa)	870
Sigma 3 (kPa)	870

Parámetros variables

Estos modelos recién descritos lucen exactamente iguales a los de la primera fase, se omite su presentación gráfica, ya que tienen las mismas restricciones y las mismas dimensiones.

Se utilizó como método de resolución la Eliminación Gaussiana con el uso del sistema métrico, la calidad de malla permite para los elementos un ángulo interno mínimo de 2° y máximo de 175°. Dos ejemplos de las mallas se muestran en la Figura 22 donde se observan los elementos finitos y la discretización en elementos más pequeños alrededor de la periferia del túnel, ya que es la zona donde nos interesa evaluar las deformaciones y permite mayor exactitud en resultados.

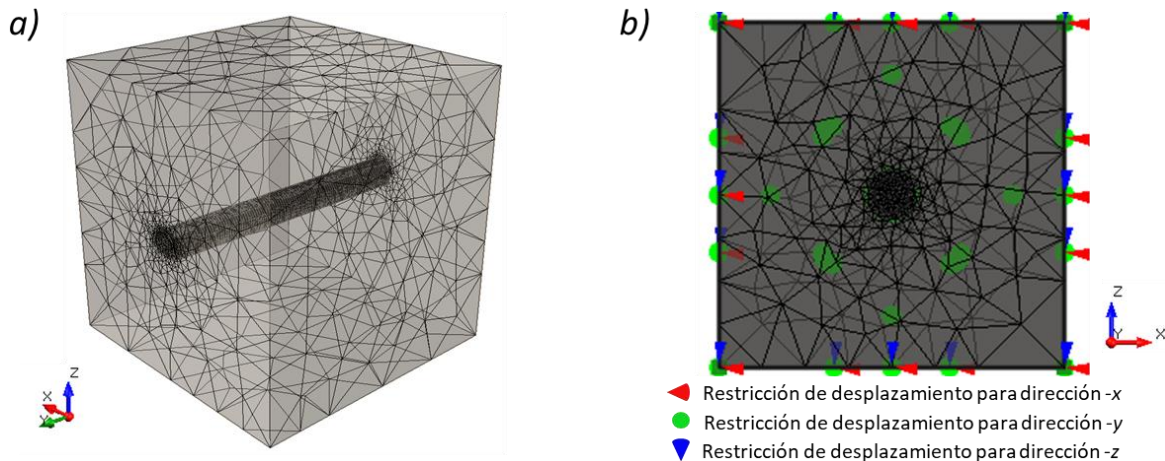


Figura 22. a) Malla para túnel en herradura H1-3D-24-Is con elementos: 33327 , número de nodos: 204486, b) Malla para túnel circular Ci-3D-5-An con elementos: 63078, número de nodos: 10322.

Más adelante, se formaron modelos variando el radio del túnel y la profundidad de la excavación, para comparar las δ totales que sufren con respecto a las del túnel original (C_i , $E = 15000$ kPa, $r = 5$ m, $H_o = 50$ m, $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 870$ kPa). Los parámetros de modelado se vacían en la Tabla 10, y en la Figura 23 se muestra un ejemplo de la discretización y restricciones estos túneles.



Tabla 10. Características de materiales en túneles de sección circular con radios (r) y profundidad (Ho) variables.

Características de Material Modelos:	r = 3m	r = 7m
Propiedades de Material		
Suelo	Suelo Morelia	
Peso unitario (kN/m3) [Gamma (kN/m3)]	17.4	
Propiedades Elásticas		
Tipo de Material	Isotrópico	
Carga inicial en elemento	Field Stress Only	
Coefficiente de Poisson [nu (-)]	0.35	
Parámetros de Rigidez		
Criterio de Falla	Mohr Coulomb	
Tipo de Material	Elástico	
Módulo de Young (kPa) [E (kN/m2)]	1	5000
	2	15000
Ángulo de Fricción (pico) (grados) [Phi (°)]	22	
Cohesión (pico) (kPa) [C (kN/m2)]	12	
Propiedades de Estado de Esfuerzos		
Tipo de esfuerzo en el terreno	Constante	
Sigma 1 (kPa) [$\gamma * h = Ho * 17.4$]	1	1305
		1305
		1305
Sigma 2 (kPa)	2	870
		870
		870
Dimensiones de Túnel		
Profundidad (m) Ho	1	75
	2	50

Parámetros variables

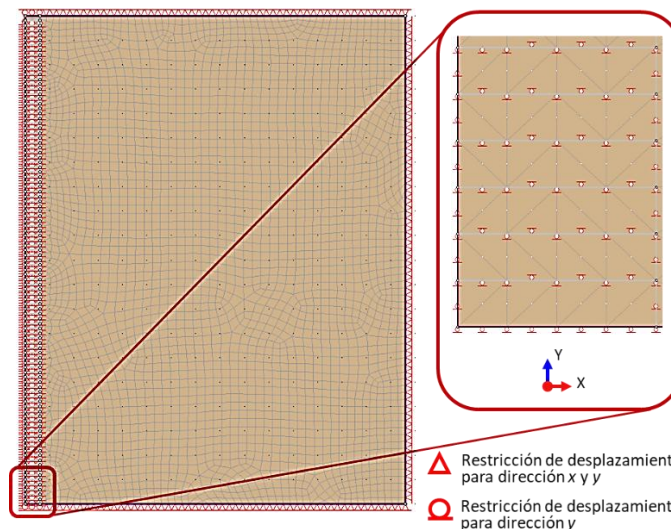


Figura 23. Modelo Ci-AX-5-Is-3.0, profundidad Ho = 75m y detalle de restricciones del frente de excavación. Discretización con elementos cuadrilaterales de 4 nodos, #ND: 13269, #EL: 6674.



El estudio continúa con el análisis de la minimización de deformación en los túneles circulares. Para estos túneles se usa la misma sección Ci de $r = 5\text{ m}$ (ver apartado 4.1), se modelaron con materiales de distintas rigideces, pero lo que tienen de particular es que por la parte interna de su periferia tienen una presión Pa que contrarresta las deformaciones en el túnel (Figura 24), en otras palabras, se evitan desplazamientos excesivos al interior de la excavación. Los parámetros de modelado se encuentran en la Tabla 11.

Tabla 11. Características para túneles con presión Pa y variaciones en la rigidez del suelo.

Propiedades de Material			
Suelo	Suelo Morelia		
Peso unitario (kN/m ³) [Gamma (kN/m ³)]	17.4		
Propiedades Elásticas			
Tipo de Material	Isotrópico		
Carga inicial en elemento	Field Stress Only		
Coefficiente de Poisson [nu (-)]	0.35		
Propiedades de Estado de Esfuerzos			
Tipo de esfuerzo en el terreno	Constante		
Sigma 1 (kPa) [$\gamma * h = 50 * 17.4$]	870		
Sigma 2 (kPa)	870		
Sigma 3 (kPa)	870		
Parámetros de Rigidez			
Criterio de Falla	Mohr Coulomb		
Tipo de Material	Elástico		
Módulo de Young (kPa) [E (kN/m ²)]	1	5000	
	2	15000	
	3	24000	
Ángulo de Fricción (pico) (grados) [Phi (°)]	22		
Cohesión (pico) (kPa) [C (kN/m ²)]	12		
Tracciones			
P_a	Tracción normal en la periferia (kPa)	1	609
		2	522

Parámetros variables

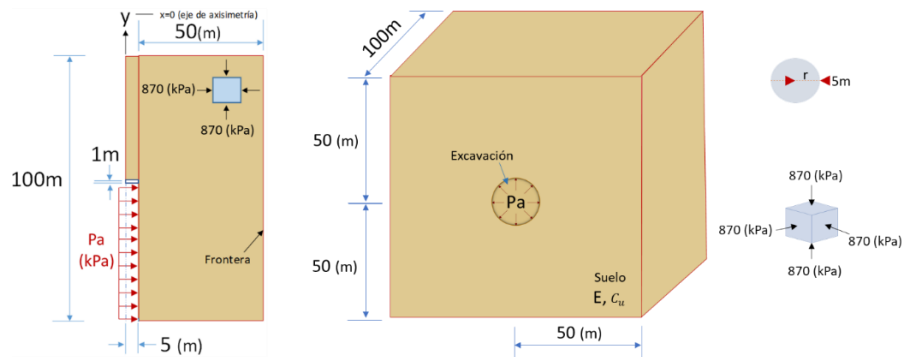


Figura 24. Diagramas ilustrativos de los túneles con presión Pa para minimizar desplazamiento al interior del túnel.



Finalmente, se modelaron tres túneles con un estado de esfuerzos anisotrópico, es decir, que las propiedades elásticas del material cambian de acuerdo a las direcciones -x, -y y -z en las que son examinadas. Para esto se recurrió a la geometría que el primer túnel circular (Ci , $r = 5$ m, $Ho = 50$ m), pero en este caso se modelaron túneles con las tres distintas rigideces de suelo propuestas $E_1 = 5000$ kPa, $E_2 = 15000$ kPa y $E_3 = 24000$. Partiendo de esta geometría se propuso que los esfuerzos fueran distintos de acuerdo a las direcciones. Se utilizó un parámetro $K = \frac{\text{Esfuerzo horizontal}}{\text{Esfuerzo vertical}} = \frac{\sigma_H}{\sigma_V} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{\sigma_3}{\sigma_1} = 0.6$, es decir $\sigma_1 \neq \sigma_2 = \sigma_3 = 0.6 * \sigma_1$. Parámetros mostrados en la Tabla 12.

Tabla 12. Características de modelos con suelo anisotrópico.

Características de Material: Suelo anisótropo	
Propiedades de Material	
Suelo	Suelo Morelia
Peso unitario (kN/m3) [Gamma (kN/m3)]	17.4
Propiedades Elásticas	
Tipo de Material	Anisotrópico
Carga inicial en elemento	Field Stress Only
Coeficiente de Poisson [nu (-)]	0.35
Parámetros de Rigidez	
Criterio de Falla	Mohr Coulomb
Tipo de Material	Elástico
Módulo de Young (kPa) [E (kN/m2)]	1 5000
	2 15000
	3 24000
Ángulo de Fricción (pico) (grados) [Phi (°)]	22
Cohesión (pico) (kPa) [C (kN/m2)]	12
Propiedades de Estado de Esfuerzos	
Tipo de esfuerzo en el terreno	Constante
Sigma 1 (kPa) [$\gamma * h = 50 * 17.4$]	870
Sigma 2 (kPa) = 0.6 Sigma 1	522
Sigma 3 (kPa) = 0.6 Sigma 1	522

Parámetros variables

Los resultados de todos los modelos presentados en este apartado, se describen en el apartado correspondiente (Capítulo 5) de este trabajo.



5. RESULTADOS DEL ANÁLISIS NUMÉRICO

Este capítulo consta de cuatro subcapítulos de resultados: un par de las dos fases de modelación descritas en el capítulo 4, otro acerca del proceso de la normalización de los resultados de los análisis numéricos, y uno más de la construcción del nomograma de deformaciones.

Se presentan los resultados obtenidos de los túneles mostrados en el capítulo 4, construyendo gráficas Deformación δ vs Longitud de Excavación L , para modelos axisimétricos (AXI), para circulares $3D$, para secciones en herradura $H1$ y $H2$ evaluadas en la clave (C) y en el piso (S). También se presentan los modelos con presión en la periferia (Pa) y con anisotropía ($ANISO$, $K=0.6$).

5.1 Resultados de la Primera Fase de Modelación

En este subcapítulo se presentan los resultados de la primera fase de modelación, como fue mencionado en el subcapítulo 4.1, se trata de túneles con iguales condiciones paramétricas del suelo y con el mismo estado de esfuerzos en un medio isótropo. Se estudia la influencia que tiene el uso de distintas secciones transversales, circulares y en forma de herradura. Los túneles fueron analizados con $RS2^{\circ}$ y $RS3^{\circ}$, para condiciones $2D$, AXI y $3D$.

El contenido de este subcapítulo fue aceptado para ser indexado en forma de paper, bajo el nombre “Equivalent FEM meshes from Axisymmetric (AXID) to three (3D) dimensions applied to tunnels in clay”, para la 5a Conferencia Internacional GeoChina, Civil Infrastructures Confronting Severe Weathers and Climate Changes: From Failure to Sustainability, 23-25 de Julio, 2018, celebrado en HangZhou, China. Para ser publicado en la revista Sustainable Civil Infrastructures, Edited Books por Springer-DE, bajo número de manuscrito: SUCI-D-17-00022R2, DOI: 10.1007/978-3-319-95774-6_2.

Los modelos en $2D$ sirvieron como referencia, para tener una aproximación de los resultados esperados en modelos más complejos. Para este caso, los resultados del túnel circular pueden observarse en la Figura 25 y los números precisos del $2D$ se plasman en la Tabla 13, se pueden comparar con la deformación máxima (δ_{max}) producida en los otros túneles circulares en AXI y $3D$.

Tabla 13. Resultados de análisis del túnel circular en dos dimensiones de la primera etapa de modelación.

Posición del punto de análisis en el medio		Etapa de Análisis	Condición	Circular 2D
X	Y			E 15000 kPa
0	5	1	Sin Excavar	0
0	5	2	Excavado	0.377535

Se construyó una gráfica (Figura 25) con los resultados de las deformaciones totales (δ) del túnel circular en AXI y también las de $3D$, para comparar los de ambos con el $2D$. La deformación máxima (δ_{max}) es de casi 38 centímetros.



Es evidente que los resultados de los túneles circulares en *AXI* y *3D*, mostrados en la Figura 25 son iguales, además se comprueba que son muy prácticamente iguales al máximo desplazamiento obtenido en el modelo en *2D*, por lo tanto se confirma que puede usarse de referencia un modelo bidimensional equivalente. En la gráfica también puede observarse que siguen ambas líneas la misma tendencia y que a partir de una longitud de excavación *L* de aproximadamente 13m se comienzan a estabilizar las deformaciones, a los 25m se vuelven constantes ambas líneas. En cualquier punto de la periferia se producen los mismos desplazamientos totales. Más adelante se irán viendo las diferencias y tendencias de los resultados que hay de acuerdo a los parámetros que se van modificando en los modelos.

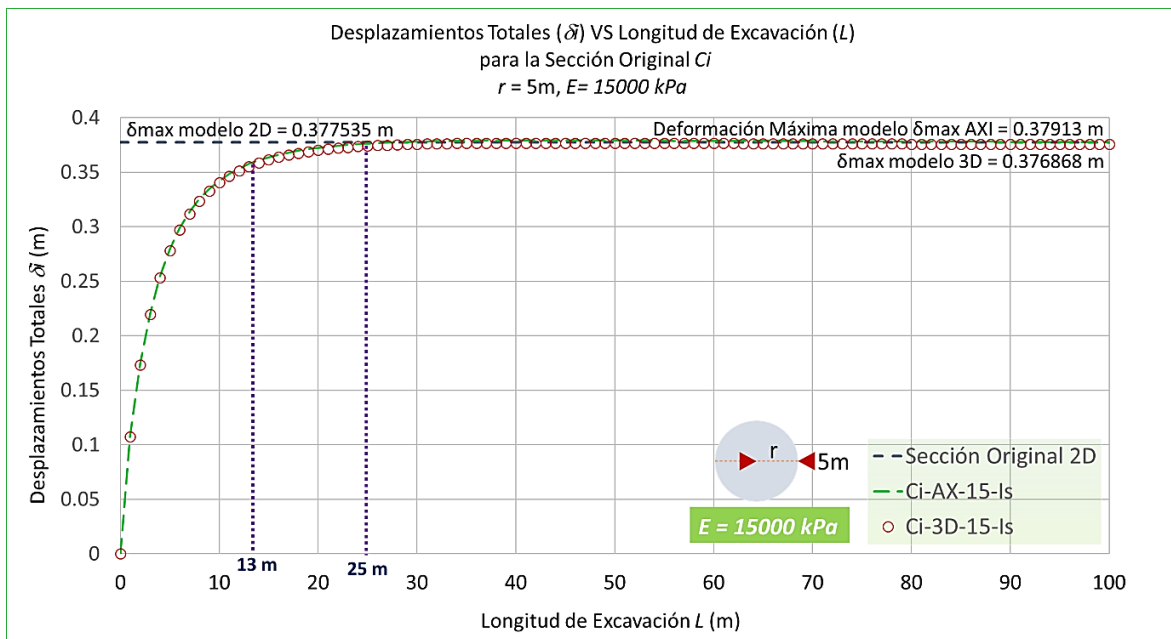


Figura 25. Gráfica de deformaciones en modelos circulares de túneles *AXI* y *3D* en la primera fase de modelación.

La Figura 26, presenta la cinemática de deformación de los resultados descritos en el párrafo anterior, indicando el punto (C) en donde fueron evaluados.

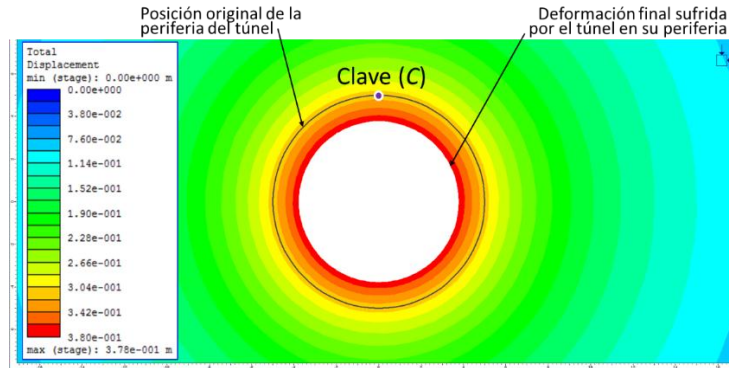


Figura 26. Detalle de deformaciones en modelo de dos dimensiones (2D) del túnel circular.

El comportamiento de la gráfica en la Figura 25, se puede explicar con ayuda de la Figura 27, se justifica el motivo de la tendencia que tiene la línea de deformación a estabilizarse, y coincide el punto $L = 25\text{ m}$ en el que se vuelve constante. Para próximos estudios podría evaluarse con la Teoría Plástica para saber qué sucede con las líneas de tendencia.

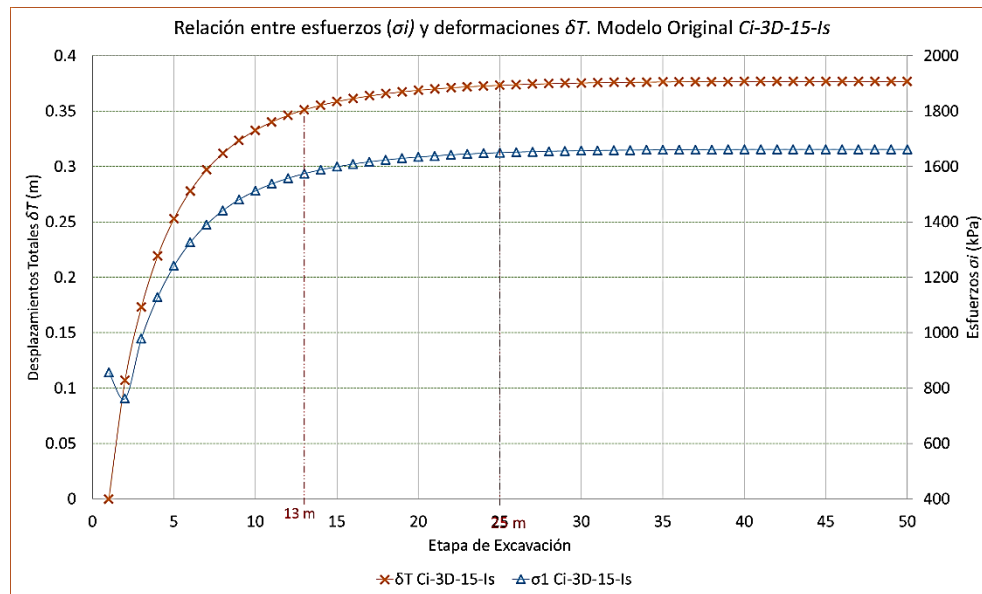


Figura 27. Gráfica de relación entre los esfuerzos y las deformaciones en la clave de túnel circular *Ci-3D-15-Is*.

Se analiza la gráfica obtenida a partir del modelo *Ci-3D-15-Is* (Figura 27). Se muestran los resultados evaluados en C. Se construyó con un eje vertical izquierdo donde se colocaron los resultados de las deformaciones (δ), y por otro lado, el eje vertical derecho indica los correspondientes esfuerzos para los desplazamientos, ambos con referencia a L en el eje horizontal. Puede observarse lo que sucede con las deformaciones al afectarse el suelo por los esfuerzos. En la



etapa número uno, cuando comienzan los desplazamientos, se demuestra que el suelo sufre una relajación estrepitosa y el diferencial más grande de desplazamiento en la periferia del túnel ocurre simultáneamente.

Se comprueba que a mayores esfuerzos, mayores deformaciones. Se concluye que a medida el esfuerzo comienza a estabilizarse, las deformaciones lo hacen aproximadamente a la misma L , y se vuelven constantes de manera simultánea.

Una vez que se evidencia que ambas mallas para distintos tipos de análisis son equivalentes, entonces es necesario conocer la respuesta de los modelos con sección en forma de herradura, para así poder relacionar las deformaciones para diferentes geometrías. Para los modelos con sección $H1$ y $H2$ (Figura 28), se evalúan las deformaciones (δ) en la clave del túnel (C), pero también en el suelo (S), para conocer dónde se dan las máximas (δ_{max}) y la variación que tienen unas con respecto a las otras. En la Tabla 14 se presentan los resultados de estos modelos.

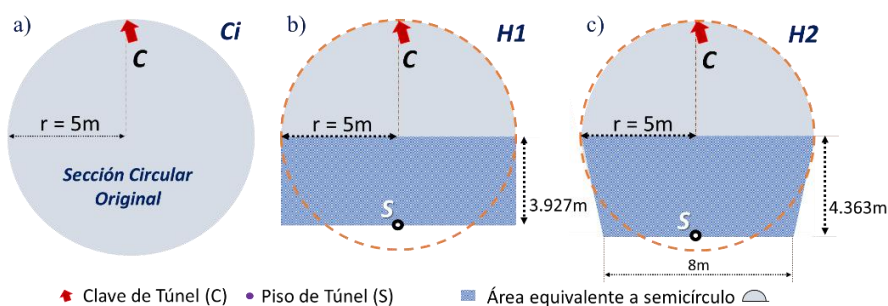


Figura 28. Secciones transversales con áreas equivalentes para túneles en estudio: a) Túnel circular (Ci), b) Túnel en Herradura (H1) y c) Túnel en Herradura (H2).

En la Tabla 14, muestra que las deformaciones presentadas en las claves de los túneles son cercanas a los 39 cm para la sección $H1$ y 38 cm para la sección $H2$. Si se comparan con la de casi 37 cm de la sección circular, se puede notar que son parecidas. Adicionalmente se evaluó δ en la contrabóveda / piso del túnel (S), observándolas en esta zona de magnitudes considerables. Para la $H1$ resultó $\delta = 53$ cm y para el $H2$ de $\delta = 47$ cm, que son bastante superiores a las que se habían obtenido en C de la sección Ci .

Tabla 14. Resultados obtenidos de modelos 2D planos de las secciones en forma de herradura.

Posición del punto de análisis en el medio		Etapa de Análisis	Condición	H1 E 15000 kPa		H2 E 15000 kPa	
X	Y			Deformación (m)		Deformación (m)	
				Clave	Suelo	Clave	Suelo
0	5	1	Sin Excavar	0	0	0	0
0	5	2	Excavado	0.395479	0.532664	0.381291	0.471865

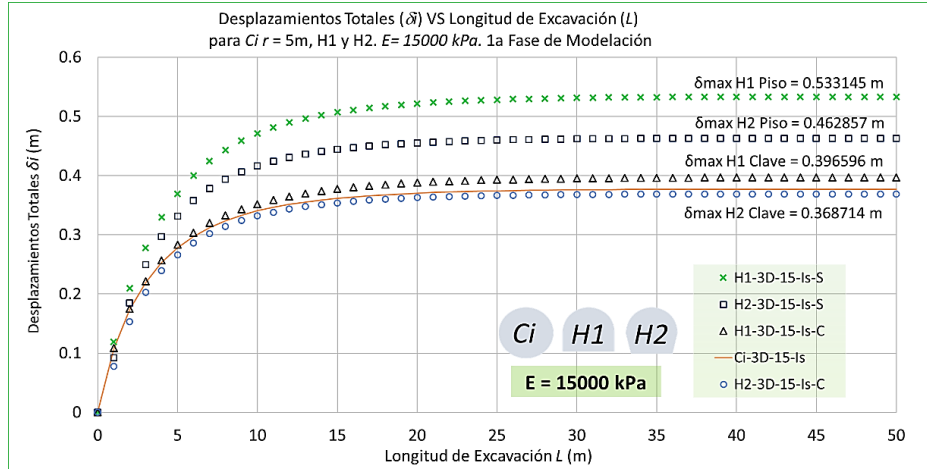


Figura 29. Gráfica de deformaciones totales en la clave y suelo de los túneles estudiados en la primera fase de modelación, secciones: circular (Ci) y herradura (H1 y H2).

En la Figura 29 que se presentan las δ totales en los túneles de los modelos de la primera fase de modelación, se puede observar cómo lo son a lo largo de toda la longitud de excavación (L), la tendencia que presentan al deformarse, esto es un indicativo de la posibilidad de normalizar la gráfica con el uso de algunos de los parámetros de cálculo.

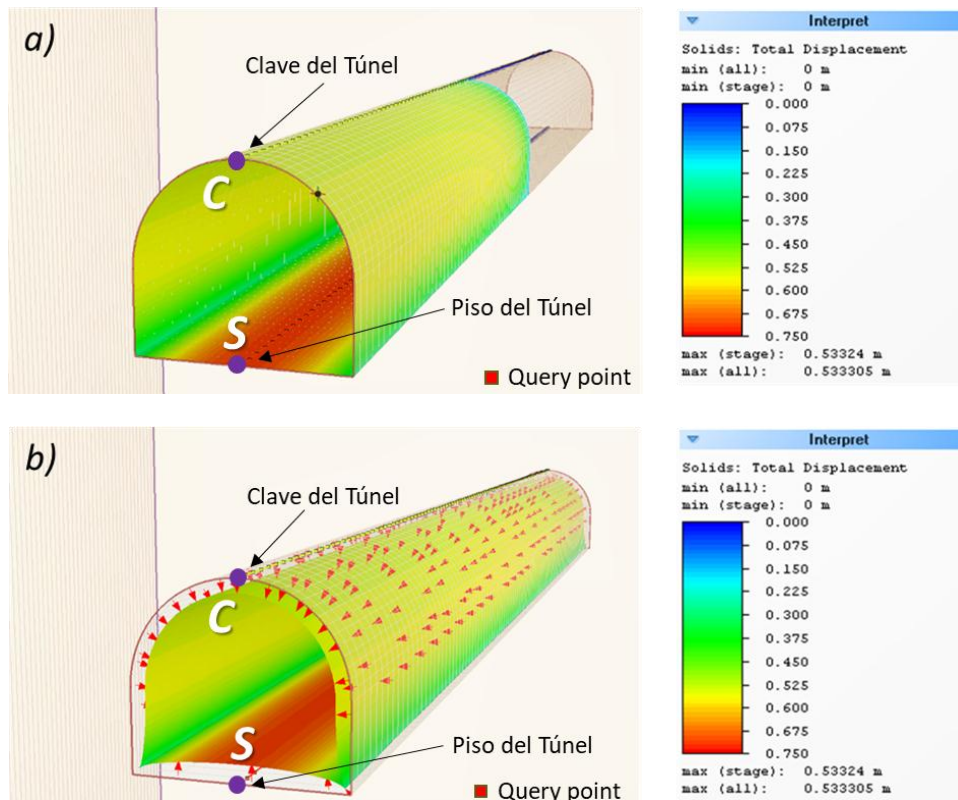




Figura 30. Deformaciones totales presentadas en modelo herradura (H1) en 3D de la primera fase de modelación, hasta los 50m de excavación, en a) malla no deformada, b) malla deformada. RS3® V 2.0.

Comparando las imágenes de la Figura 30, se aprecia la diferencia entre la sección H1 antes y después de la deformación. En el inciso a) se ve la sección aún sin ser alterada, la sección de diseño, y en b) se nota claramente el desplazamiento del material hacia el interior de la excavación, se observan los vectores de desplazamiento de la malla y los elementos finitos, éstos indican la dirección y la magnitud de la deformación.

En paralelo y de manera similar, las Figuras 31 y 32 muestran δ para H2, con sus vectores de desplazamiento, se observa la malla deformada, y se indican C y S.

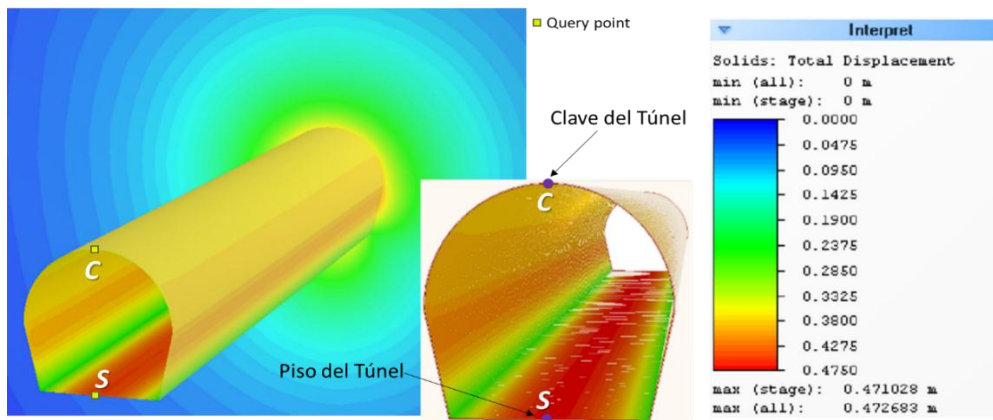


Figura 31. Deformaciones presentadas en periferia del túnel, modelo 3D, Segunda Herradura (H2).

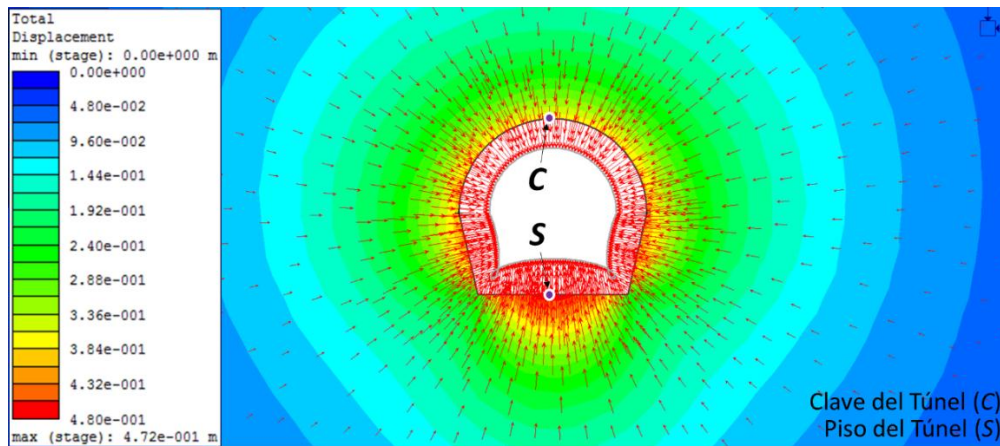


Figura 32. Detalle de vectores de los desplazamientos totales en el túnel herradura H2, modelo 2D.



A partir de la interpretación de los resultados de los modelos $H1$ y $H2$ en $3D$, es notorio que los mayores desplazamientos se producen en el piso de la excavación. Se deduce que se debe al fenómeno de relajación de esfuerzos en túneles, lo que quiere decir que cuando retiras el material que ha tenido mucho tiempo encima el piso, éste puede expandirse y abombarse, porque ya no tiene que soportar encima dicho peso.

Los resultados para $H2$, $E = 15000$ kPa. Fueron publicados en las Memorias del 12vo Congreso Estatal de Ciencia, Tecnología e Innovación y 6to Encuentro de Jóvenes Investigadores del Estado de Michoacán, celebrado en Morelia, México del 5 – 7 de Octubre del 2017, con el título de ponencia “Sustitución de un Análisis 3D, por uno en condiciones Axisimétricas para Túneles En Herradura” (Rubio-Saldaña, I. & Equihua-Anguiano, L. N., 2017).

La normalización de gráficas de esta parte del análisis se presenta en el subcapítulo 5.3 de este trabajo.

5.1 Resultados de la Segunda Fase de Modelación

Para la segunda etapa de modelación, se cambiaron algunas características y parámetros del suelo de los túneles, los resultados se plasman en este subcapítulo, se presentan las tablas de los mismos para modelos en $2D$, las gráficas de δ vs L para los $2D$ y $3D$, así como cinemáticas a manera de ejemplo de las simulaciones en RS3®.

El primer parámetro que se varió en los túneles fue el de la rigidez del suelo (E) y se aplicó para todas las geometrías: Ci , $H1$ y $H2$ descritas en subcapítulo 3.3. En la Tabla 15 se muestran los resultados de los modelos en $2D$ que fueron tomados como referencia para los modelos en $3D$.

Tabla 15. Resultados de modelos $2D$ circulares con cambio de rigideces en el suelo E .

Posición del punto de análisis en el medio		Etapa de Análisis	Condición	Circular 2D
X	Y			E 5000 kPa
0	5	1	Sin Excavar	0
0	5	2	Excavado	1.13261
Posición del punto de análisis en el medio		Etapa de Análisis	Condición	Circular 2D
X	Y			E 15000 kPa
0	5	1	Sin Excavar	0
0	5	2	Excavado	0.377535
Posición del punto de análisis en el medio		Etapa de Análisis	Condición	Circular 2D
X	Y			E 24000 kPa
0	5	1	Sin Excavar	0
0	5	2	Excavado	0.23596



En los resultados de las deformaciones totales (Figura 33), se observa que los modelos AXI y 3D de cada suelo son iguales. Evidentemente, bajo las mismas condiciones descritas del estado de esfuerzos, las mallas resultan equivalentes en AXI y 3D para el mismo E . Esto quiere decir que el modelo 3D puede sustituirse por un AXI bajo estas condiciones. Para todos estos casos se observa en la gráfica cómo siguen las mismas tendencias de la deformación y se estabilizan las líneas desde $L=25\text{m}$.

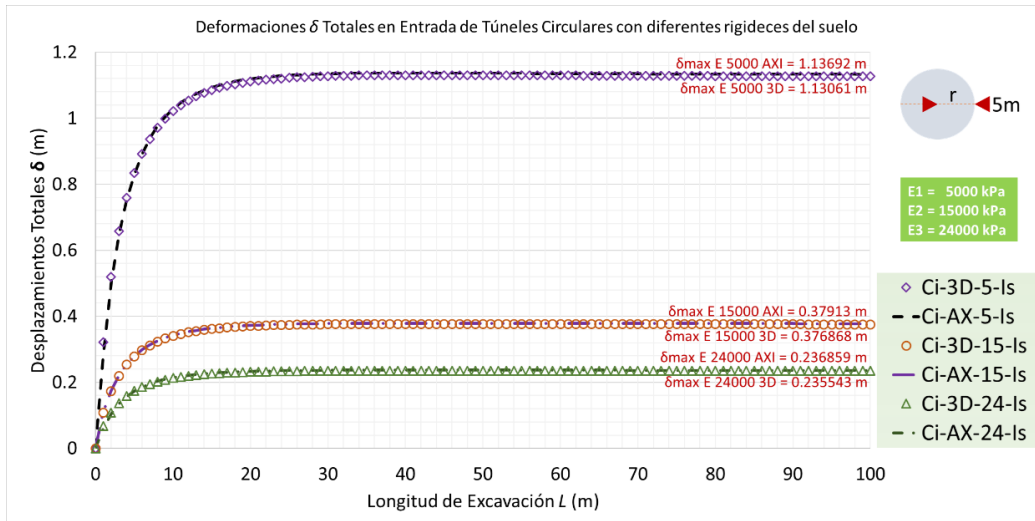
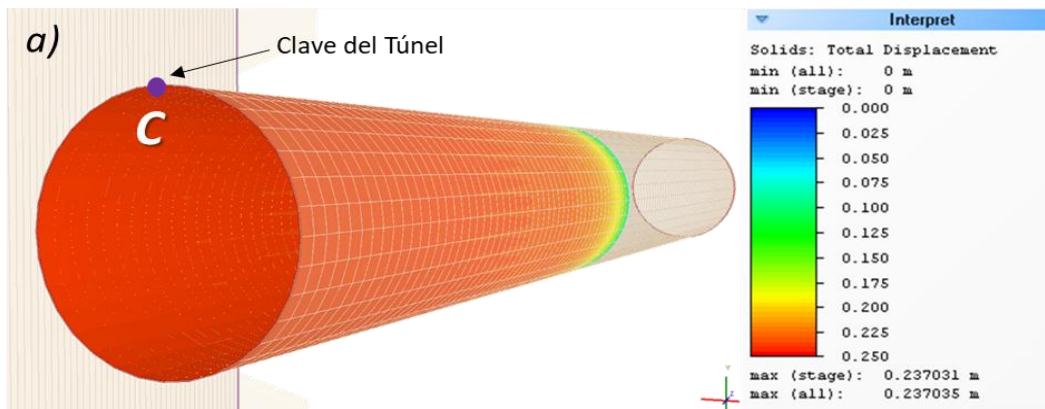


Figura 33. Gráfica de deformaciones totales para túneles circulares excavados en distintos suelos.

En la Figura 34 se puede apreciar la deformación que la malla del modelo circular sufre, los vectores indican el sentido del desplazamiento del material, se dirigen hacia dentro de la excavación, en toda la periferia es uniforme porque se trata de un suelo isotrópico. La imagen fue tomada de RS3® V 2.0.



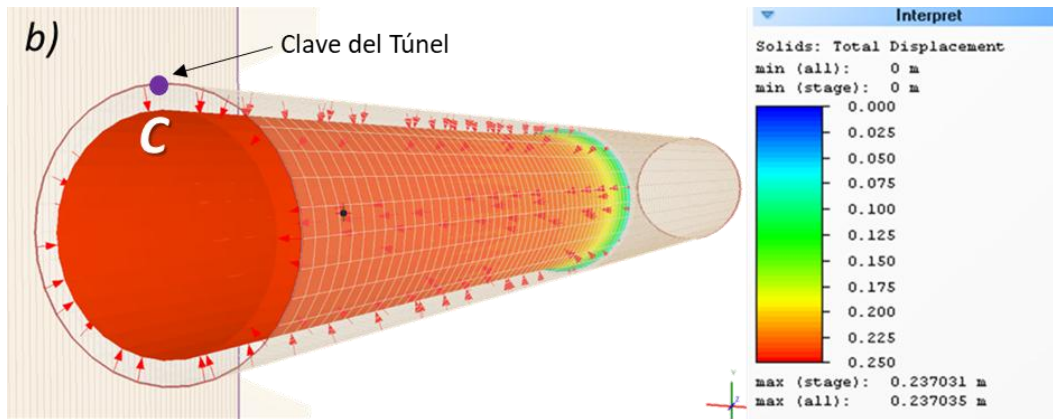


Figura 34. Deformaciones totales presentadas en modelo Circular 3D de la segunda fase de modelación $E = 24000$ kPa, hasta los 50m de excavación, en a) malla no deformada, b) malla deformada. RS3® V 2.0.

Los túneles con secciones en herradura fueron igualmente analizados. En la Tabla 16 se plasman los resultados de estos modelos, se evaluaron en C y S, para cada E.

Tabla 16. Deformaciones presentadas en los modelos 2D con secciones en herradura para los cambios de rigidez del suelo E.

Posición del punto de análisis en el medio		Etapa de Análisis	Condición	H1, E 5000 kPa		H2, E 5000 kPa	
X	Y			Deformación (m)		Deformación (m)	
				Clave	Suelo	Clave	Suelo
0	5	1	Sin Excavar	0	0	0	0
0	5	2	Excavado	1.18644	1.59799	1.14387	1.41559
Posición del punto de análisis en el medio		Etapa de Análisis	Condición	H1, E 15000 kPa		H2, E 15000 kPa	
X	Y			Deformación (m)		Deformación (m)	
				Clave	Suelo	Clave	Suelo
0	5	1	Sin Excavar	0	0	0	0
0	5	2	Excavado	0.395479	0.532664	0.381291	0.471865
Posición del punto de análisis en el medio		Etapa de Análisis	Condición	H1, E 24000 kPa		H2, E 24000 kPa	
X	Y			Deformación (m)		Deformación (m)	
				Clave	Suelo	Clave	Suelo
0	5	1	Sin Excavar	0	0	0	0
0	5	2	Excavado	0.247175	0.332915	0.238307	0.294916

Nuevamente se observa que las deformaciones que sufren los túneles en herradura son mayores en el piso del túnel que en la clave (Figura 35 y 36), todas las líneas de tendencia se estabilizan en los 25m de remoción de material. Comparando los resultados, son menores todas las deformaciones con una sección de la forma de H2 que una forma como la de H1, tanto de la clave como del piso del túnel. Aunado a esto, siguen una tendencia similar todas las líneas, razón para pensar en su normalización.

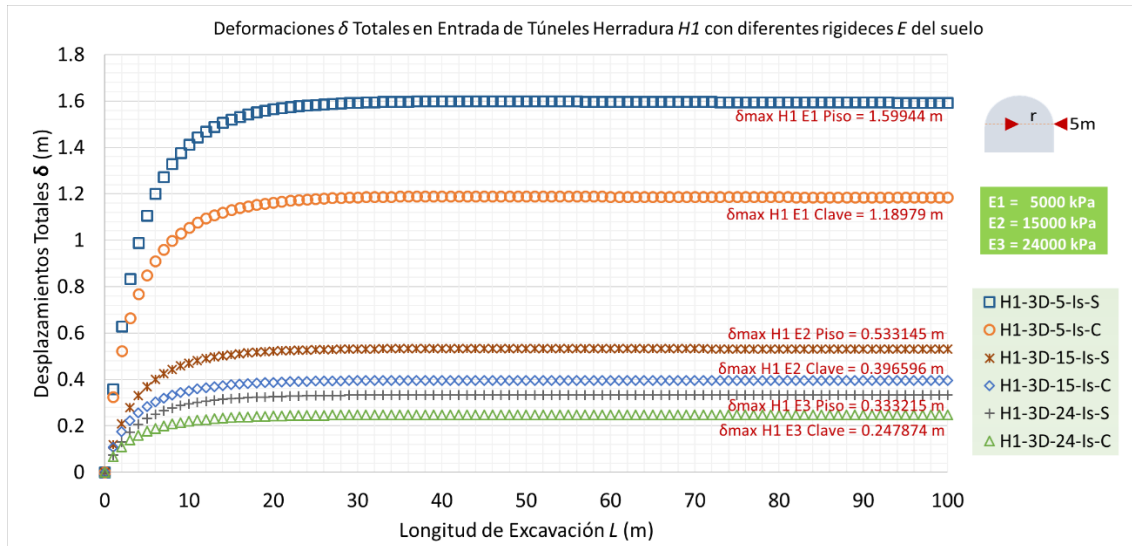


Figura 35. Gráfica de deformaciones totales en túneles herradura H1 variando la rigidez del suelo E.

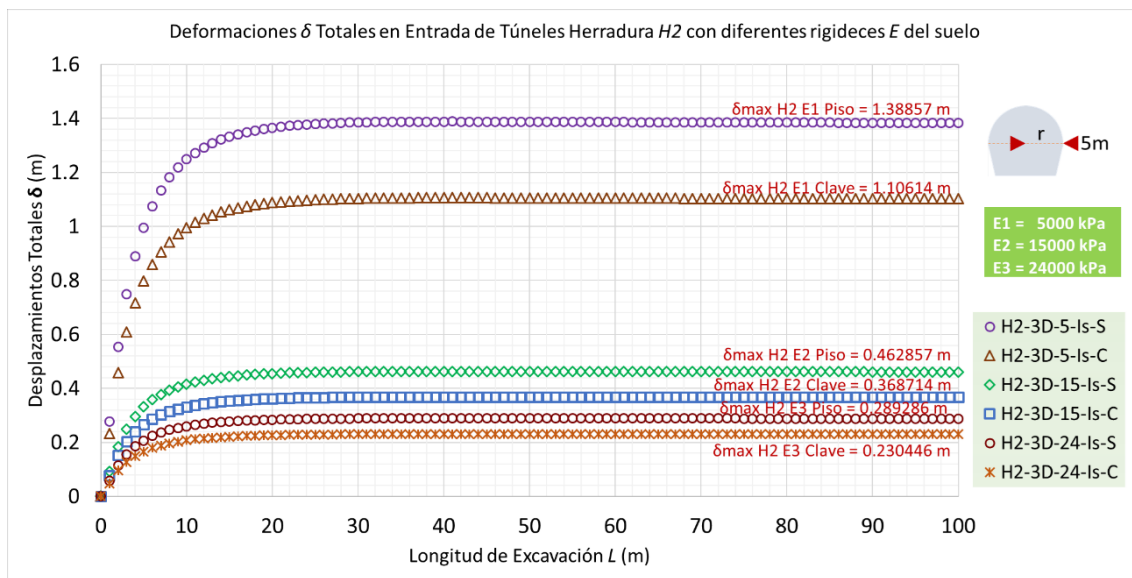


Figura 36. Gráfica de deformaciones totales en túneles herradura H2 variando la rigidez del suelo E.

Los anteriores modelos presentaban una fuerza normal en la periferia $P_a = 0$ kPa. Los modelos que se presentan enseguida tienen una $P_a \neq 0$ kPa, esto funciona para detener la deformación hacia dentro de la periferia en los túneles. Como propuesta, los valores utilizados fueron 522 y 609 kPa.



Se tomaron modelos 2D como referencia con $P_a = 609$ kPa para suelos con distintas rigideces. Los resultados se muestran en la Tabla 17 para las etapas de condiciones *in situ* y con la excavación ya realizada.

Tabla 17. Deformaciones obtenidas con modelos 2D de túneles circulares con distintos módulos elásticos E y con presión $P_a = 609$ kPa.

				Pa = 609 kPa	
Posición del punto de análisis en el medio		Etapa de Análisis	Condición	Circular 2D E 5000 kPa	
X	Y			Deformación (m)	
0	5	1	Sin Excavar	0	
0	5	2	Excavado	0.339782	
Posición del punto de análisis en el medio		Etapa de Análisis	Condición	Circular 2D E 15000 kPa	
X	Y			Deformación (m)	
0	5	1	Sin Excavar	0	
0	5	2	Excavado	0.113261	
Posición del punto de análisis en el medio		Etapa de Análisis	Condición	Circular 2D E 24000 kPa	
X	Y			Deformación (m)	
0	5	1	Sin Excavar	0	
0	5	2	Excavado	0.0707879	

En la Tabla 18 se comparan los resultados en 2D para una $P_a = 0$ kPa y los de una $P_a = 609$ kPa, para así conocer la reducción de los desplazamientos al aplicar la presión normal. A partir de lo anterior, se obtuvo que las deformaciones con una magnitud de $P_a = 609$ kPa representan un 30% con respecto a la que equivale a cero, es decir, se minimizan en un 70% para todos los E del suelo de excavación.

Tabla 18. Comparativa entre deformaciones en túneles circulares 2D, con y sin presión P_a .

				Sin Carga, Pa = 0 kPa	Pa = 609 kPa	Comparativa Pa=609kPa / Pa=0kPa
Posición del punto de análisis en el medio		Etapa de Análisis	Condición	Circular 2D E 5000 kPa		
X	Y			Deformación (m)		% δ
0	5	1	Sin Excavar	0	0	30.00%
0	5	2	Excavado	1.13261	0.339782	
Posición del punto de análisis en el medio		Etapa de Análisis	Condición	Circular 2D E 15000 kPa		% δ
X	Y			Deformación (m)		
0	5	1	Sin Excavar	0	0	30.00%
0	5	2	Excavado	0.377535	0.113261	
Posición del punto de análisis en el medio		Etapa de Análisis	Condición	Circular 2D E 24000 kPa		% δ
X	Y			Deformación (m)		
0	5	1	Sin Excavar	0	0	30.00%
0	5	2	Excavado	0.23596	0.0707879	

En la Figura 37 se muestra una gráfica construida a partir de los resultados de los túneles analizados en 3D, con $P_a = 609$ kPa, para los tres distintos módulos elásticos del suelo utilizados. Las



deformaciones en el túnel comienzan a estabilizarse a partir de los 13m de longitud de excavación y se vuelven constantes desde aproximadamente 25m de longitud. Esto quiere decir que la tendencia no se modifica al agregar una magnitud a P_a .

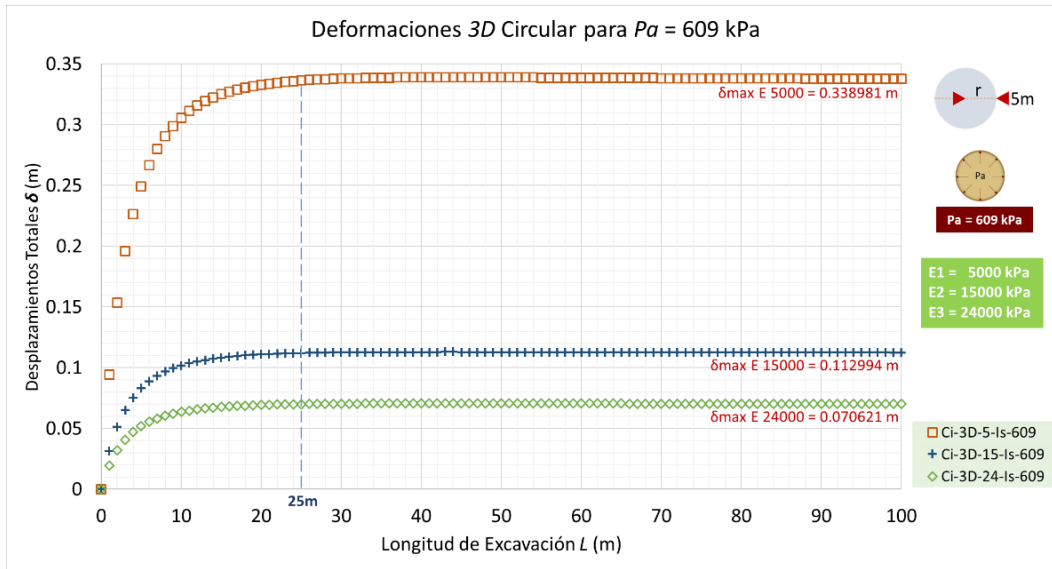


Figura 37. Gráfica comparativa entre deformaciones de túneles circulares AXI y 3D para $P_a = 609$ kPa.

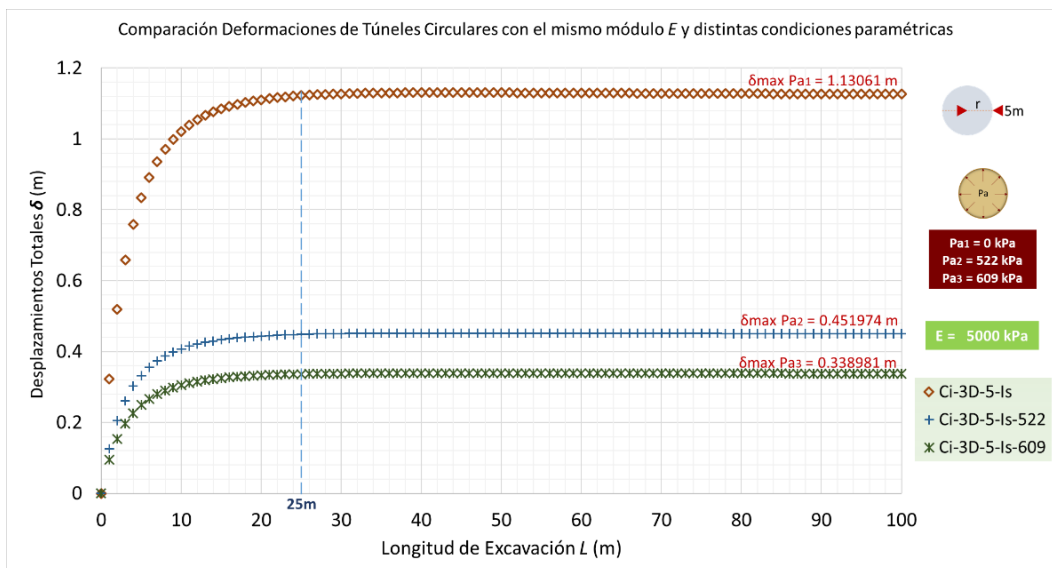


Figura 38. Gráfica comparativa de deformaciones entre túneles con la misma rigidez del suelo E , pero con distintas presiones P_a en la periferia de los túneles.



Se construyó una gráfica adicional para comparar la influencia de distintas magnitudes de presión, $P_a = 0, 522$ y 609 kPa. En la Figura 38 se incluyen resultados para un mismo E , es evidente la influencia que tiene la variación de las magnitudes de dicho parámetro en el túnel, sin presión se deforma en más de 1 m, para el túnel con $P_a = 522$ kPa poco más de 45 cm y para el de $P_a = 609$ kPa de casi 34 cm.

En la Tabla 19 se comparan las deformaciones máximas alcanzadas en cada túnel en 3D y se obtiene un porcentaje de desplazamientos para los que tienen presencia de presión P_a con relación al de la presión inexistente. En este caso se analizan solamente los suelos con un E de 5000 kPa. Se obtuvo que las deformaciones disminuyen casi en un 60% y 70% en cada caso.

Tabla 19. Comparativa entre deformaciones en túneles circulares con distintas presiones P_a .

Deformaciones Totales en Túneles Circulares 3D			
E (kPa)	P_a (kPa)	δ_{max} (m)	% δ
5000	0	1.13261	100.00%
	522	0.451974	39.91%
	609	0.339781	30.00%

El último parámetro a analizar fue el K , que compara los esfuerzos horizontales σ_2 y σ_3 con relación al esfuerzo vertical σ_1 . El K utilizado fue de 0.6, es decir, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0.6 * \sigma_1$, que significa que el σ_2 y σ_3 son de 60% de σ_1 . Lo anterior sirve para que prevalezca un estado de esfuerzos anisotrópico.

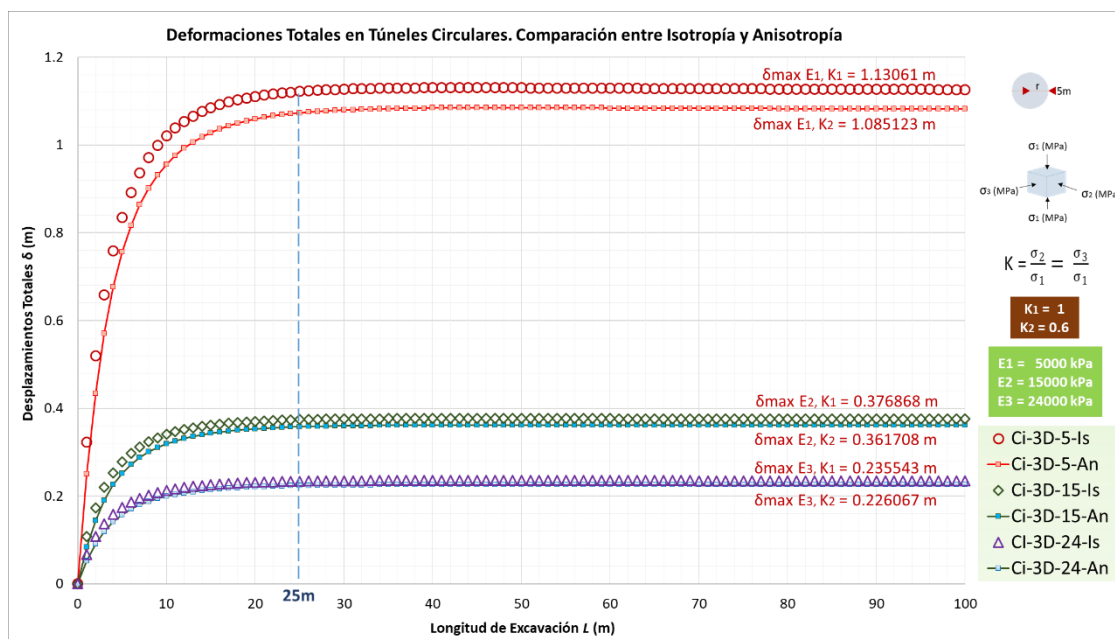


Figura 39. Gráfica comparativa de deformaciones en túneles circulares en suelos con isotropía y anisotropía.



Se construyó una gráfica (Figura 39) que muestra las deformaciones de túneles con suelos con distintas rigideces, uno con un estado de fuerzas isotrópico (*ISO*) y otro anisotrópico (*ANISO*).

En la Tabla 20 se comparan las deformaciones para los modelos con $K = 1$ y $K = 0.6$, para conocer la influencia de la variación. Las deformaciones en todos los casos de anisotropía, son de aproximadamente 96% con respecto al estado isotrópico, evaluando en el punto *C* para distintos *E*.

Tabla 20. Tabla comparativa de deformaciones totales en túneles circulares con isotropía y anisotropía.

Deformaciones Máximas en Túneles Circulares 3D			
<i>E</i> (kPa)	<i>K</i>	δ_{max} (m)	% δ
5000	1	1.13061	100.00%
	0.6	1.08512279	95.98%
15000	1	0.376868	100.00%
	0.6	0.3617076	95.98%
24000	1	0.235543	100.00%
	0.6	0.22606725	95.98%

En la Figura 40, inciso a), se nota claramente que la deformación es mayor en *C*, lo cual provoca una deformación no uniforme en la periferia del túnel, es decir, al final resulta en una sección ovoide con su eje de simetría más largo en la dirección horizontal – *x*. En el inciso b) de la Figura 40 se muestra un diagrama ilustrativo de la deformación que sufre la sección.

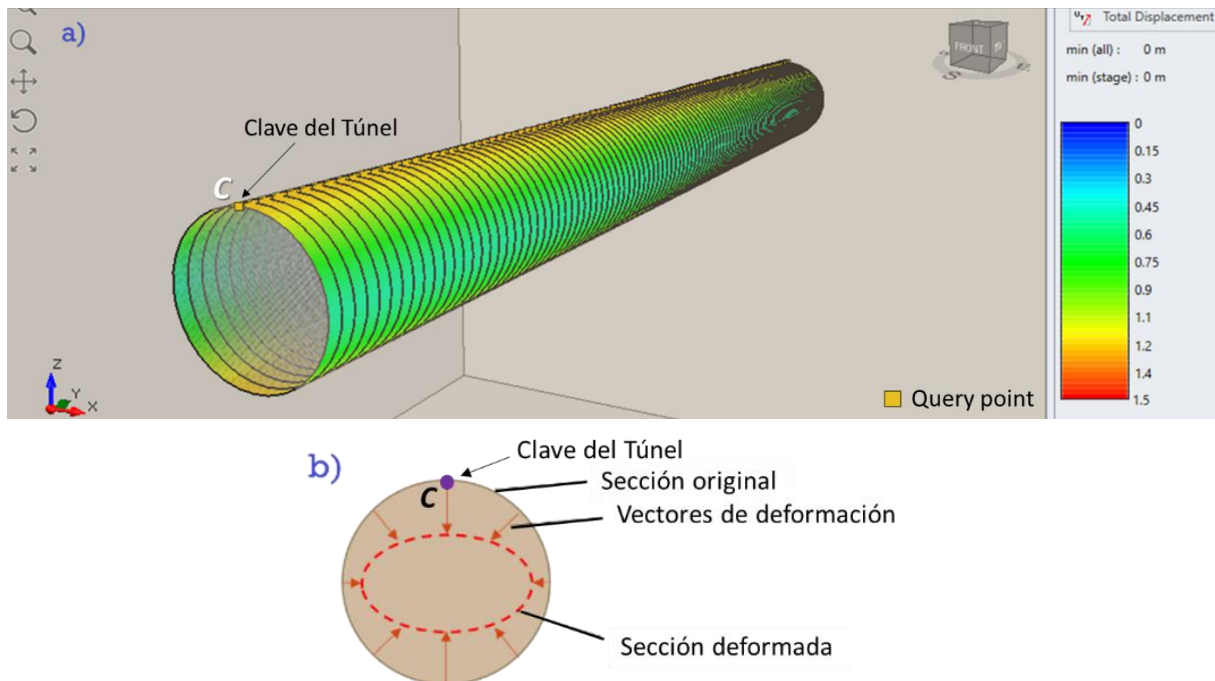


Figura 40. a) Deformaciones de túnel *Ci-3D-5-An*, ejemplo de túnel en suelo anisótropo. Nodos = 84390, Elementos = 63078 en RS3(R) V 3.0, b) Diagrama ilustrativo de sección deformada.



En la Figura 41 se puede observar las cinemáticas de los diferentes desplazamientos totales que se presentan en una misma sección circular, pero con la variación de parámetro K , con $K = 1$ (inciso a, isotropía), y una con un $K = 0.6$ (inciso b, caso de la anisotropía).

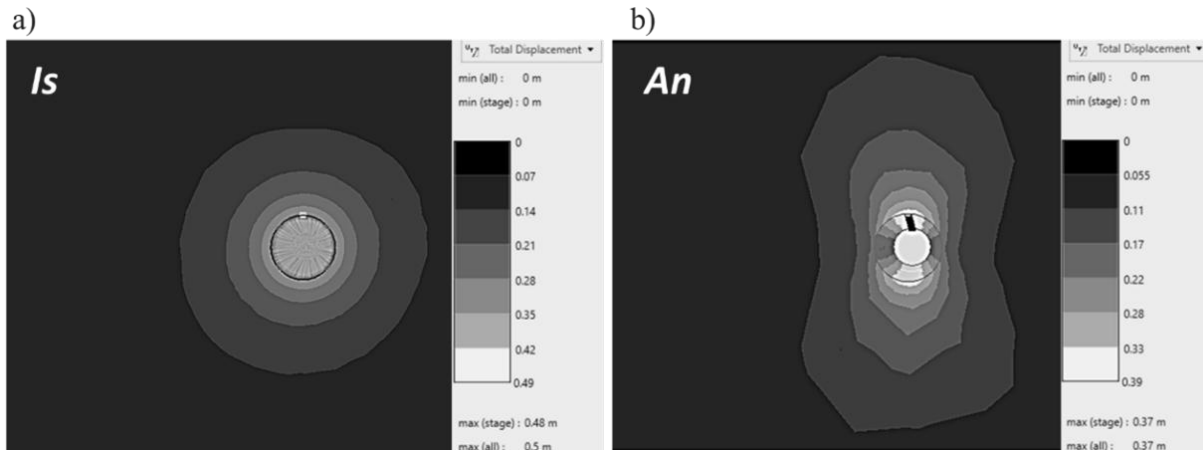


Figura 41. Cinemáticas de deformaciones para las condiciones: a) Isotropía (*ISO*, $K=1.0$) y b) Anisotropía (*ANISO*, $K=0.6$). Imágenes obtenidas de RS3®.

5.2 Normalización de las Gráficas de Resultados

En este subcapítulo se presentan las gráficas de resultados normalizadas con respecto a distintos parámetros de cálculo para los modelos. Primeramente se realizó una normalización para las gráficas con respecto al parámetro de la deformación máxima obtenida para cada respectivo modelo (δi_{max}) (Ecuación 5.1). Más adelante se utiliza una normalización más compleja, en la cual se incluyen más parámetros para dar testimonio de la influencia que estos tienen una vez realizada la normalización de las líneas.

$$\left(\frac{\delta i}{\delta i_{max}} \right) \quad (5.1)$$

Donde:

δi = deformación puntual en el túnel

δi_{max} = deformación máxima en el túnel

En la Figura 42 se muestra una gráfica construida con los resultados de los túneles Ci , $H1$ y $H2$ de la primera etapa de modelación. Es prudente recordar que todas las secciones tienen la misma área transversal, e iguales condiciones paramétricas del suelo. Puede observarse que la



normalización con el parámetro todas las líneas siguen la misma tendencia, son muy similares, todas las líneas son constantes a partir de $L = 25$ m.

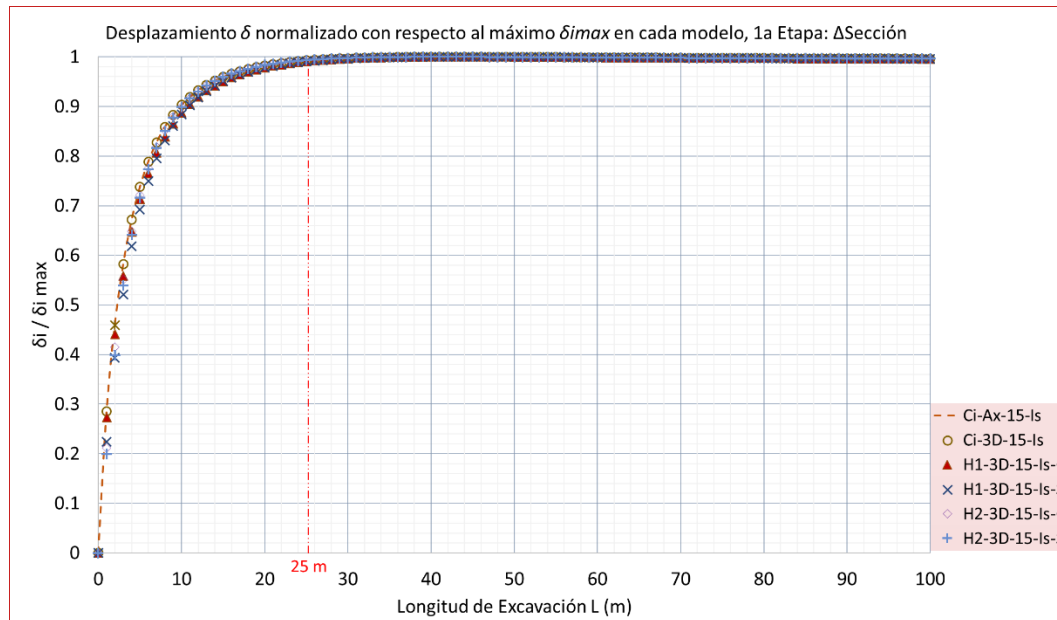


Figura 42. Gráfica normalizada con la deformación máxima (δ_{imax}). Modelos de la 1ª Fase.

Se obtuvieron gráficos de Desplazamientos Totales (δ) vs Longitud de Excavación (L) para los modelos de análisis en AXI y $3D$ como en la primera fase y se normalizaron como se muestra en la Figura 42. La normalización se realizó a partir de las deformaciones (δ_i) desarrolladas a lo largo de la longitud (L) con respecto a la deformación máxima (δ_{imax}) en 10 casos (Figura 43). Los gráficos describen una tendencia similar a los de la primera fase de modelado y la separación observada entre las líneas muestra la influencia r en las deformaciones, observando que una mayor r causa mayores desplazamientos en longitudes menores de excavación, como se puede ver con los símbolos cuadrados rellenos. Y la tendencia es opuesta por r menor (símbolos de cruces). Se puede apreciar también que hay un intervalo para $r = 5$ m (Ci) y en sus respectivas secciones de herradura equivalentes ($H1$ y $H2$), donde la tendencia coincide muy bien. Del mismo modo, se agregó una presión Pa a cuatro modelos (ver Tabla 8), con dos magnitudes diferentes en la periferia de la excavación con la finalidad de probar que la presión es independiente del comportamiento de la tendencia. En la Figura 43 se puede ver que para una presión normal de $Pa = 609$ kPa descrita con triángulos ($Ci-3D-15-Is-609$), continúa estando de acuerdo con los resultados de los modelos con $Pa = 0$ (por ejemplo, $Ci-3D-15-Is$ con círculos vacíos y $H1-3D-5-Is-C$ con guiones).. De la misma manera en esta figura, se compararon las condiciones anisotrópicas e isotrópicas así como la variación en el módulo elástico y las condiciones simuladas ($3D$ y AX). Esto significa que al modificar Pa , la sección transversal, E , K , el tipo de análisis y los dos puntos evaluados C y S , la tendencia de las deformaciones no se ve afectada, al normalizar las líneas considerando el mismo radio ($r = 5$ m) tal como está



apreciado en el gráfico. Las líneas con comportamiento similar son *Ci-3D-15-Is*, *Ci-AX-24-Is*, *H2-3D-15-Is-C*, *H2-3D-15-Is-S*, *Ci-3D-24-An*, *H1-3D-5-Is-C* y *Ci-3D-15-Is-609*.

En la Figura 44 se muestra una gráfica normalizada con respecto a la deformación (δ), el peso específico del suelo (γ), la profundidad del túnel (H_0), la presión normal en la periferia (P_a), módulo de plasticidad propio (E) y el máximo (E_{max}). Incluye todos los modelos, se notan las líneas de los túneles con cambios de radio despegadas al resto, de la misma manera que se mostraba en la normalización con respecto a la deformación máxima ($\delta_{i max}$) y se muestran todos los modelos. La Figura 45 se construye solo con modelos que son representativos, para visualizar más claramente el comportamiento de los túneles en estudio, para dar cuenta de la influencia de los parámetros de cálculo sobre las líneas de tendencia y se presentan los primeros 50m para apreciarlo mejor en los primeros metros y todo el proceso de estabilización de las deformaciones.

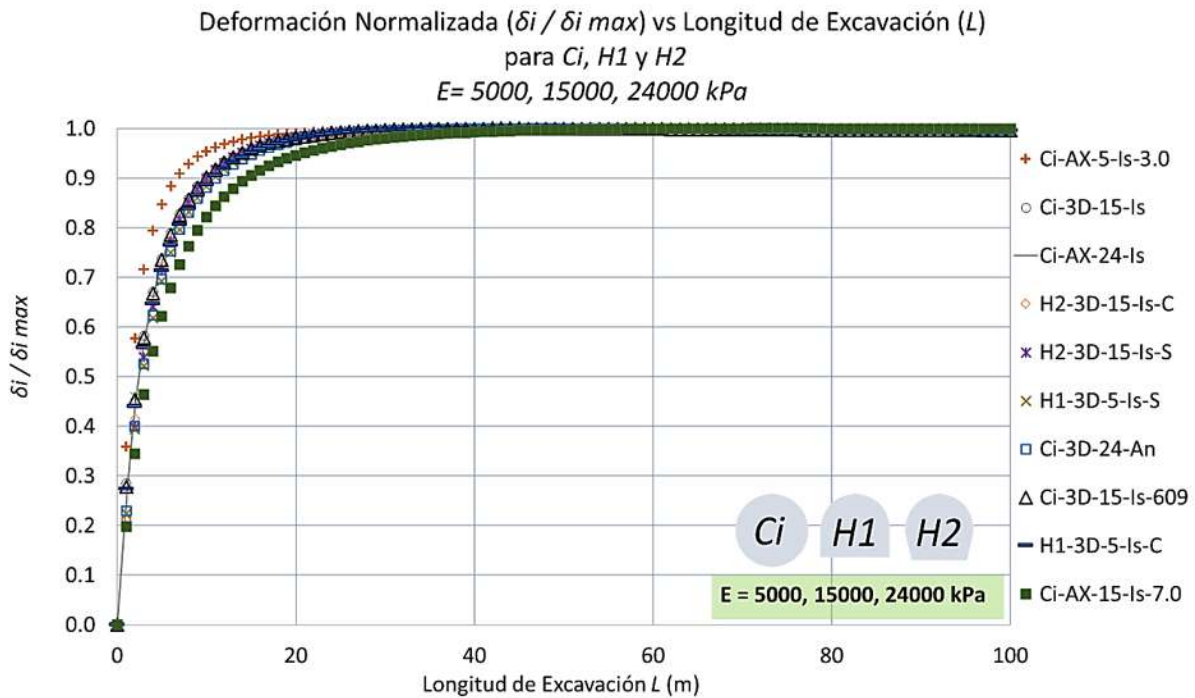


Figura 43. Gráfica normalizada con respecto a la deformación máxima para modelos representativos.

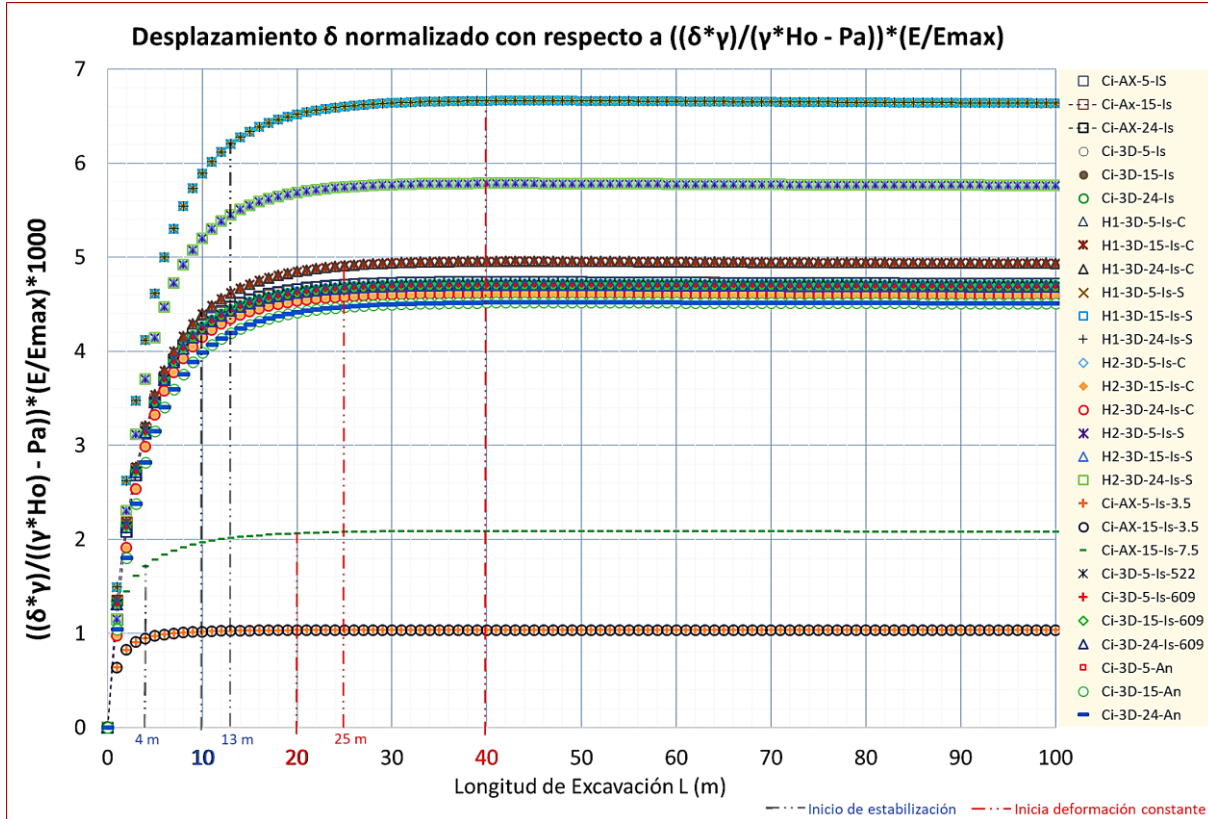


Figura 44. Gráfica de resultados normalizada con respecto a la deformación, el peso específico del suelo, la profundidad del túnel, la presión P_a , módulo de plasticidad propio y el máximo. Incluye todos los modelos.

5.4 Nomograma y Factores de Deformación

A continuación, en la Figura 45 se presenta el Nomograma de Deformaciones resultado de la investigación, el cual incluye los modelos más representativos, en los cuales se observa fácilmente la influencia de la variación en las condiciones de los túneles.

En este gráfico se incluye la sección original *Ci-3D-15-Is* que tiene los mismos desplazamientos que su correspondiente modelo en axisimetría, los modelos con distintas secciones transversales en herradura *H1* y *H2* con evaluación de desplazamientos en sus claves y pisos, los túneles con distintos módulos de elasticidad, se consideran también los modelos con distintos radios de túnel, el caso de estado de esfuerzos anisotrópico y además, el caso donde la presión normal en la periferia de la excavación se aumenta para disminuir los desplazamientos.

La construcción del Nomograma de Desplazamiento se basó en la Figura 45. Las líneas de tendencia: *Ci-AX-24-Is*, *Ci-3D-15-Is*, *Ci-3D-15-Is-609*, *Ci-3D-24-An*, *H1-3D-5-Is-C* y *H2-3D-15-Is-C* representan los resultados *FEM* obtenidos para $r = 5m$ en la clave (C) del túnel, en el cual los



desplazamientos (δ) se normalizaron con respecto al peso unitario del suelo (γ), la profundidad del túnel H_o , la presión normal P_a , el módulo de elasticidad E y el módulo de elasticidad máxima considerado en este estudio ($E_{max} = 24000\text{kPa}$) (Ecuación 5.2).

$$\left(\frac{\delta * \gamma}{(\gamma * H_o) - P_a} \right) * \left(\frac{E}{E_{max}} \right) * 1000 \quad (5.2)$$

Donde:

δ = deformación puntual en el túnel

γ = peso unitario del suelo

H_o = profundidad del túnel

P_a = presión normal en la periferia del túnel

E = módulo elástico del suelo

E_{max} = módulo elástico máximo del suelo, 24000 kPa para este estudio

Las líneas observadas en la Figura 45 están muy cerca unas de otras (zoom), por ejemplo, los resultados obtenidos para condiciones anisotrópicas (símbolos de asterisco) tienen una pequeña diferencia con respecto a los resultados isotrópicos; sin embargo, es posible considerar el mismo comportamiento. Como resultado, se determina que los parámetros como E , P_a , I_s , A_n y la forma $H1$ y $H2$ no tienen una gran influencia en los resultados normalizados y, por consiguiente, en los desplazamientos. Se concluye que el Nomograma funciona para cada simulación numérica realizada en FEM (3D y AX). Se presentan solamente 50m para que sea más evidente la forma en la que se desplaza el material a la entrada de la excavación, así se observan las deformaciones que nos interesan del inicio y las máximas presentadas en cada caso.

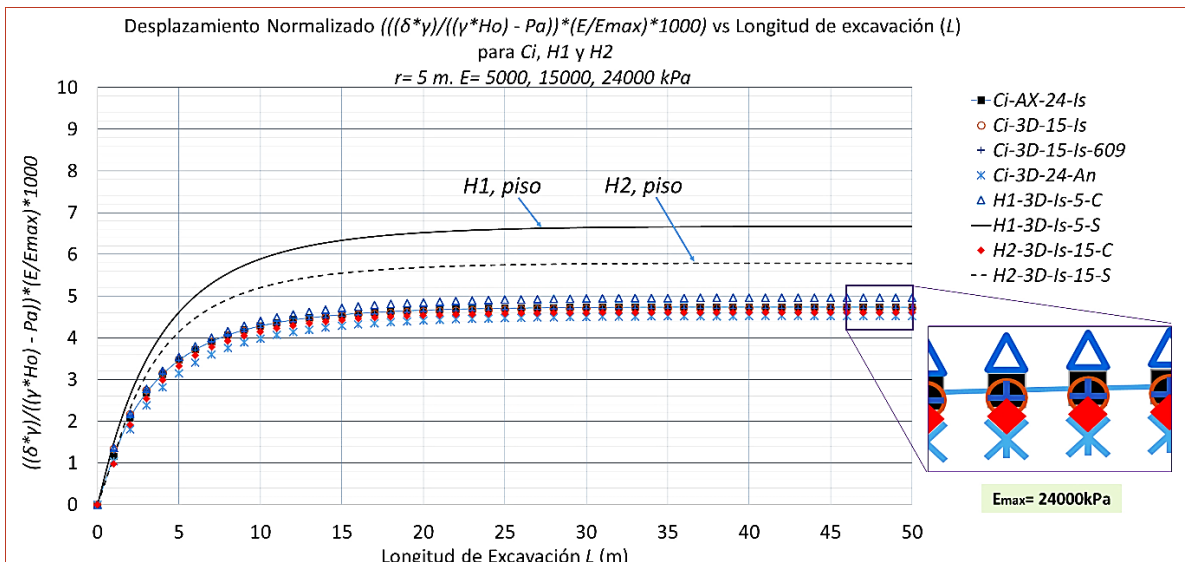


Figura 45. Nomograma de Deformaciones con Modelos Representativos del estudio.



En la Figura 46, el Nomograma presentado es el promedio de las líneas de la deformación δ para todas las simulaciones informadas. Se puede apreciar que los radios tienen influencia en el Nomograma, teniendo mayores desplazamientos para radios más grandes ($r = 7m$), opuestos al comportamiento obtenido para $r = 3m$. Las líneas punteadas horizontales, corresponden a modelos AXI. Finalmente, este Nomograma es útil para obtener desplazamientos para diferentes longitudes de excavación (L).

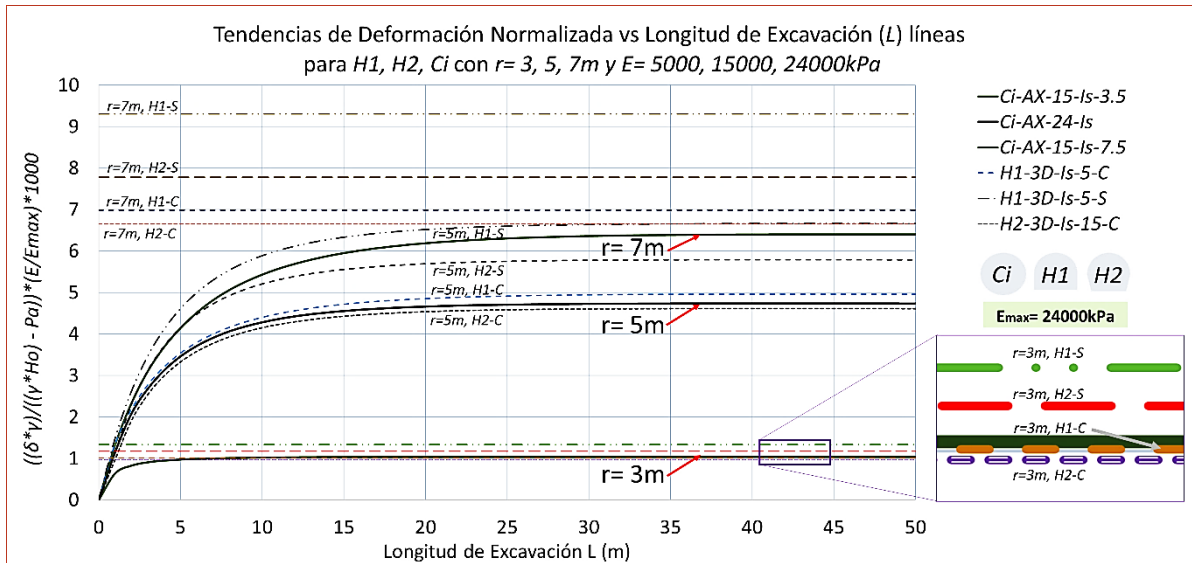


Figura 46. Nomograma de Deformaciones con Modelos Representativos del estudio. Comparativa entre tendencias para modelos Ci, H1 y H2 de distintas dimensiones.

A partir del desplazamiento máximo obtenido de las simulaciones AXI-FEM, se propuso una relación (Ecuación 5.3), comparando estos resultados con respecto a los desplazamientos (δ_{imax}) obtenidos a partir de las secciones de túneles simulados en este trabajo (Tabla 21).

$$F_i = \frac{\delta_{maxAX}}{\delta_{imax}} \quad (5.3)$$

Donde:

F_i : Factor de Deformación

δ_{maxAX} : deformación máxima en el modelo AXI-FEM (resultados de las condiciones axisimétricas)

δ_{imax} : deformación máxima en los modelos FEM para secciones de túnel (H1 y H2)

Esta relación nos permite obtener los desplazamientos máximos en la clave (C) y en el piso (S) de una sección de herradura (H1 o H2) a partir de simulaciones axisimétricas, usando el criterio de área equivalente propuesto en este artículo. Los factores de deformación (F_i) obtenidos se presentan en la Tabla 21. Esta Tabla nos permite observar que F_i para $r = 5m$ es la misma para la clave (C) y la proporción para los desplazamientos en el piso (S) de la H1 y H2 es 0.71 y 0.82



respectivamente. Este factor permite obtener desplazamientos máximos en el piso de una sección de herradura sin tener que ejecutar un FEM.

El F_i en AXI, 3D, H2-Clave, H1-Clave y $K = 0.6$, la relación es igual a uno, permite concluir que la diferencia en la separación de las líneas es mínima. Por otro lado, el F_i es el mismo para $r = 3\text{m}$ y $r = 7\text{m}$ como se puede ver en el Nomograma (ver Figura 46). Para corroborar esto se construyeron modelos adicionales con secciones H1 y H2, equivalentes a los $r = 3$ y 7m , no se reportan en la relación de modelos porque solo se utilizaron con este fin.

Se agruparon todos los modelos comparados, indicando sus módulos con colores en tonos distintos, así como con símbolos a un lado, para tener más claro lo que se quiere mostrar.

Tabla 21. Factores de deformación F_i , $r = 5\text{m}$, para los modelos FEM.

	Modelo	Factor de Deformación F_i	Coincidencia
⌘	H1-3D-5-Is-S	0.71	H1 – Piso
⌘	H1-3D-24-Is-S		
◇	H1-3D-15-Is-S		
⌘	H2-3D-5-Is-S	0.82	H2 – Piso
⌘	H2-3D-24-Is-S		
◇	H2-3D-15-Is-S		
⌘	H1-3D-24-Is-C	0.96	H1 – Clave
⌘	H1-3D-5-Is-C		
◇	H1-3D-15-Is-C		
⌘	Ci-AX-5-Is	1.00	Ci – AXI
◇	Ci-AX-15-Is		
⌘	Ci-AX-24-Is		
⌘	Ci-3D-5-Is	1.00	Ci – 3D
⌘	Ci-3D-24-Is		
◇	Ci-3D-15-Is		
⌘	H2-3D-5-Is-C	1.03	H2 – Clave
⌘	H2-3D-24-Is-C		
◇	H2-3D-15-Is-C		
⌘	Ci-3D-5-An	1.05	$K = 0.6$
⌘	Ci-3D-24-An		
◇	Ci-3D-15-An		

Símbolo	Significado
⌘	$E = 5000\text{ kPa}$
◇	$E = 15000\text{ kPa}$
⌘	$E = 24000\text{ kPa}$

Se tiene la opción del uso del *Nomograma de Deformaciones* y la *Relación de Deformación*. De esta manera es posible inferir las deformaciones para túneles que compartan sección circular con el mismo radio, pero además predecirlas para las secciones de áreas equivalentes en forma de herradura H1 y H2, para la clave y el piso de la periferia de la excavación.



CONCLUSIONES

Los túneles son obras civiles muy importantes que vale la pena estudiar porque pueden resolver muchos problemas de las vías de comunicación, ya sean vehiculares y de servicios. Cada obra tiene sus particularidades, es por eso que conviene generar conocimiento aplicable para distintos casos.

En este trabajo, se presenta un método para disminuir el tiempo para obtener deformaciones en la periferia de diferentes secciones de túnel, mediante la aplicación de un Nomograma que reemplaza el uso de un análisis numérico *3D-FEM*. De la misma manera, es posible evaluar desplazamientos para diferentes longitudes de la excavación, donde los desplazamientos en *3D* son diferentes hasta una longitud determinada donde el desplazamiento desarrollado alcanza un valor máximo. Dicho Nomograma se obtuvo a partir de un estudio paramétrico realizado en RS2® y RS3®, aplicando la Teoría de la Elasticidad, ya que es una de las más utilizadas en la práctica para el diseño de túneles debido a la complejidad de estas construcciones.

Primeramente, se compararon las deformaciones totales presentadas en diferentes túneles con las mismas características geotécnicas y condiciones de esfuerzos. En este sentido, se tomó como punto de partida una sección transversal de un túnel circular. Se llevaron a cabo simulaciones numéricas con dos secciones de túnel de herradura diferentes. Los resultados permiten obtener desplazamientos para secciones con las diferentes geometrías analizadas, realizando un análisis en condiciones axisimétricas e infiriendo el comportamiento en el piso y en la clave del túnel.

Para encontrar las diferencias entre las deformaciones de las distintas secciones de túneles estudiadas, se aplicaron los *Factores de Deformación* que son propuestos en este trabajo. En esta parte se pudo apreciar la influencia del cambio de sección transversal del túnel, así se concluyó que para secciones en herradura los máximos desplazamientos se producen en el piso del mismo, debido al fenómeno de relajación de esfuerzos.

En la segunda fase de modelado, se estudió la influencia de la variación de las condiciones paramétricas y el estado de tensión de los túneles. Se observó en suelos con rigideces más bajas, que el medio experimenta deformaciones más grandes, y se aplica de la misma manera para el radio, una perforación más grande ocasiona mayores desplazamientos en longitudes de excavación menores. Aunado a lo anterior, las rigideces del suelo no influyen en los resultados normalizados. Este no es el caso de los radios, ya que las líneas de las gráficas se despegan y hacen evidente que éstos tienen influencia en las tendencias, distinguiéndose a la vista las líneas de radios diferentes.

A una presión normal más alta, hay deformaciones más bajas, sin embargo, cuando se normaliza, no se presenta influencia en los desplazamientos. Para el caso de las condiciones anisotrópicas, es posible decir que el promedio en el Nomograma es muy similar. El suelo tiene



desplazamientos totales menores, la excavación se deforma de forma ovoide, en los laterales tienen deformaciones menores que en la clave de la perforación.

Se presentaron los gráficos que incluyen los resultados obtenidos de los modelos representativos de las variaciones paramétricas normalizadas con la deformación máxima, para conocer el impacto de modificarlos, se observó que se mantuvo la misma tendencia de las deformaciones normalizadas.

El objetivo de esta investigación se cumplió con la construcción del *Nomograma de Deformaciones*. Se propuso una expresión denominada *Relación de Deformación*, a través de la comparación de resultados para distintos tipos de análisis. Se obtuvieron los *Factores de Deformación* que permiten inferir los desplazamientos máximos, en dos secciones en herradura diferentes, en tres dimensiones a partir de una simulación numérica axisimétrica. De esta forma, es posible predecir las deformaciones en la clave y el piso para diferentes secciones circulares y de herradura.

Es necesario realizar un estudio que permita conocer los desplazamientos en condiciones plásticas, es muy probable que con los desplazamientos tan grandes el medio se plastifique, y también es necesario conocer el comportamiento de los modelos con presencia de humedad en el medio, ya que éste puede variar.



REFERENCIAS

- AASHTO, (2012). AASHTO LRFD Bridge Design Specifications, sixth ed. American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington, DC, USA.
- Broms, B., & Bennemark, H. (1967). Stability of Clay in Vertical Openings. *Journal of Soil Mechanics and Foundations Division*.
- Carrillo-Ledesma, A., & Mendoza-Bernal, O. (2015). *Introducción al Método de Diferencias Finitas y su Implementación Computacional*. (I. a. Computacional, Ed.) Recuperado el 09 de Octubre de 2017, de Departamento de Geofísica de la UNAM: <http://www.mmc.geofisica.unam.mx/acl/Textos/>
- Coulomb, C. A. (1776). Essai sur une Application des Règles de Maximis et Minimis à Quelques Problèmes de Statique Relatifs à L'Architecture. *Mémoires de la Mathématique et de Phisique*, 343–382. Francia.
- Das, B. M. (2013). *Fundamentos de Ingeniería Geotécnica* (Cuarta ed.). (S. R. González, Ed.) Cengage Learning.
- Deere, D. U., Peck, R. B., Monsees, J. E., & Schmid, B. (1969). *Design of Tunnel Liners and Support Systems*. Illinois: Dept of Civil Eng University of Illinois, USA.
- Equihua-Anguiano, L. (2000). *Túneles en Suelos Blandos con Hundimiento Regional*. Tesis de Maestría, UNAM. México.
- Equihua-Anguiano L.N., Rubio-Saldaña I., Orozco-Calderón M., Arreygue-Rocha E., Chávez-Negrete C. (2019) Equivalent FEM Meshes from Axisymmetric (AXID) to Three (3D) Dimensions Applied to Tunnels in Clay. In: Shu S., He L., Kai Y. (eds) *New Developments in Materials for Infrastructure Sustainability and the Contemporary Issues in Geo-environmental Engineering*. GeoChina 2018. Sustainable Civil Infrastructures. Springer, Cham.
- Equihua-Anguiano, L. N., Viveros-Viveros, F., Arreygue-Rocha, J. E., Chávez-Negrete, C., & Orozco, M. (2016). Mallas equivalentes en elementos finitos 2D-3D para túneles circulares. Mérida, Yucatán: Sociedad Mexicana de Ingeniería Geotécnica, A. C.
- Equihua-Anguiano, L. N., Viveros-Viveros, F., Pérez-Cruz, J. R., Chávez-Negrete, C., Arreygue-Rocha, J. E., & Orozco-Calderón, M. (2017). Displacement nomograph from two (2D) to three (3D) dimensions applied to circular tunnels in clay using finite element. Seoul: Proceedings of the 19th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering.



- Guevara-Briseño, R. (Septiembre de 2004). Aspectos sobre diseño y construcción en los últimos 4.6 km del Túnel de Yacambú. *Memorias XVIII Seminario Venezolano de Geotecnia (Geoinfraestructura: "La Geotecnia en el Desarrollo Nacional")*.
- Hernández-Desentis, R. D. (2014). Planeación en túneles y obras subterráneas. *Cuarto Congreso Mexicano de Ingeniería de Túneles y Obras Subterráneas*, 11. México.
- Housel, W. (1943). *Earth Pressure on Tunnels*. Transactions, Am. Soc. Civil Engrs., Vol VIII.
- Hunter, P., & Pullan, A. (2001). *FEM/BEM Notes*. Auckland.
- ITA - AITES. (2017). *International Tunneling and Underground Space Association*. Recuperado el Septiembre de 2017, de <http://tunnel.ita-aites.org/en/>
- Lombardi, G., & Amberg, W. (1974). *Une méthode de calcul élasto-plastique de l'état de tension et de déformacion autour d'une cavité souterraine*. Denver: Congresso Internazionale ISRM. Francia.
- Lunardi, P. (2006). *Progetto e Costruzione de Gallerie -- Analisi delle Deformazioni Controllate nelle Rocce e nei Souli*. Milán, Italia.
- Martínez, J. (2014). *Ley de Rotura de los Materiales Sólidos*. Recuperado el 11 de Septiembre de 2017, de <https://es.slideshare.net/cristiancamiloc Fuentes7/criterio-de-rotura-jaime-martinez-p>
- Moreno-Eire, B. (2012). *Estimación de parámetros constitutivos elásticos de contacto en el método de elementos discretos*. Santa Clara, Cuba: UCLV (Universidad Central Marta Abreu de las Villas).
- Moreno, A., & Schmitter, J. (1981). *Failures of shafts and tunnels in soft soils*. Ciudad de México.
- NCMA, (2010). Design Manual for Segmental Retaining Walls-third Edition. Washington, DC, US: National Concrete Masonry Association.
- Oñate-Ibañez-de-Navarra, E. (2004). *Aplicación del método de los elementos discretos a problemas de desgaste*. España.
- Panet, M. (1995). *Calcul des Tunnels par la Méthode Convergence-Confinement*. París: Presses de l'ENPC.
- Peck, R. (1969). *Deep Excavations and Tunneling in Soft Ground*. Prof. of Foundation Engineering University of Illinois. U.S.A.
- Plaxis. (2003). *Plaxis V8. El Manuel de référence*. The Netherlands.
- Rico-Rodríguez, A., & del Castillo, H. (1977). *La Mecánica de Suelos en las Vías Terrestres, Vol. II*. Wiley, México: Limusa.



- RS2 Versión 9.0 64 bits. (Copyright (C) 2013 - 2017). Toronto, Ontario, Canadá: Rocscience Inc.
- RS3 Versión 2.0 64 bits. (Copyright (C) 2013 - 2017). Toronto, Ontario, Canadá: Rocscience Inc.
- Rubio-Saldaña, I., Equihua-Anguiano, L. N. (2017). *Sustitución de un Análisis 3D, por uno en Condiciones Axisimétricas para Túneles en Herradura*. 12vo Congreso Estatal de Ciencia, Tecnología e Innovación y 6to Encuentro de Jóvenes Investigadores del Estado de Michoacán. Morelia, México.
- Tamez González, E., Rangel Núñez, J. L., & Holguín, E. (1997). *Diseño Geotécnico de Túneles*. Ciudad de México: TGC Geotecnia S.A. de C.V.
- Támez, E. (1984). *Estabilidad de Túneles Excavados en Suelo*. Ciudad de México.
- Terzaghi, K. (1943). *Liner-plate Tunnels on the Chicago Subway*.
- Terzaghi, K. (1943). *Theoretical Soil Mechanics*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Terzaghi, K. v. (1942). *Shield Tunnels of Chicago Subway*. Boston, EUA.: Journal Boston Soc. Eng.
- Timoshenko, S.P. and Goodier, J.N., (1970). *Theory of Elasticity*, New York, Third Edition, Mc Graw Hill.
- Vlveros-Viveros, F. (2016). *Nomograma para Obtener Desplazamientos en Túneles Circulares mediante la Sustitución de Simulación Numérica 3D a 2D usando Elemento Finito*. Teis de posgrado, Departamento de Ingeniería Civil, UMSNH. Morelia, Michoacán, México.
- Vlachopoulos, N., & Diederichs, M. (2014). Appropriate Use and Practical Limitations of 2D Numerical Analysis of Tunnels and Tunnel Support Response. *Geotechnical and Geological Engineering Journal*, 31(6). doi: GEGE-D-13-00064R1.
- Zienkiewicz, O. C., & Taylor, R. L. (1994). *El Método de los Elementos Finitos* (4ta ed., Vol. 1). Barcelona, España: CIMNE - McGraw-Hill.