



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE
SAN NICOLÁS DE HIDALGO



DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

PRONÓSTICO DE SERIES DE TIEMPO DE
DEMANDA Y PRECIOS DE ENERGÍA EN
MERCADOS ELÉCTRICOS

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

PRESENTA
JUAN LUIS ROSAS PÉREZ

DIRECTOR DE TESIS
DR. J. JESÚS RICO MELGOZA

MORELIA, MICHOACÁN AGOSTO, 2017



UNIVERSIDAD MICHOACANA
DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO
Cuna de héroes, crisol de pensadores



PRONÓSTICO DE SERIES DE TIEMPO DE DEMANDA Y PRECIOS DE ENERGÍA EN MERCADOS ELÉCTRICOS

Los Miembros del Jurado de Examen de Grado aprueban la **Tesis de Maestría en Ciencias en Ingeniería Eléctrica** de **Juan Luis Rosas Pérez**

Dr. Juan José Flores Romero
Presidente del Jurado

Dr. J. Jesús Rico Melgoza
Director de Tesis

J. Jesús Rico Melgoza

Dr. Fernando Ornelas Téllez
Vocal

Dra. Elisa Espinosa Juárez
Vocal

Dr. Manuel Madrigal Martínez
Revisor Externo (ITM)

Dr. Félix Calderón Solorio
*Jefe de la División de Estudios de Posgrado
de la Facultad de Ingeniería Eléctrica. UMSNH.
(Por reconocimiento de firmas)*

Agradecimientos

Quiero agradecer primeramente a dios por permitirme llegar hasta este momento tan importante de mi vida y poder culminar mis estudios de maestría por medio de este trabajo de tesis.

*Un infinito agradecimiento a mis padres: **María de los Ángeles Pérez Mejía** y **Luis Rosas Maya** por brindarme la educación que he recibido a costa de un gran esfuerzo y sobre todo mucho sacrificio, gracias por el apoyo incondicional que siempre me han brindado y por sus consejos que me han hecho ser un hombre de bien.*

*A mi esposa **Fabiola Quiroz Guillen** por estar a mi lado durante los momentos de alegría pero principalmente por estar ahí apoyándome siempre en los momentos de tristeza y no dejarme caer dándome los ánimos para salir adelante.*

*A mis hermanos **Alejandro y Gabriela** que siempre me han apoyado y con los cuales he compartido momentos muy bellos e importantes de mi vida.*

*A mi asesor de tesis el **Dr. J. Jesús Rico Melgoza** por permitirme trabajar con él y dedicarme parte de su tiempo cuando necesitaba hacerle alguna consulta y por motivarme a desarrollar este trabajo de tesis.*

*A mis compañeros y amigos de posgrado, especialmente a **Carlos García** (Charly), **Salvador Álvarez** (Chavita), **Gilberto Suárez** (Gil) y **Ricardo Cortés** (Richi) que lograron que la estadía en posgrado fuera muy amena y agradable, como olvidar esos días, tardes y noches de estudio, sin duda de los mejores momentos compartidos con ustedes. Charly gracias por todas las veces que viniste desde tu casa a ayudarme a estudiar y a explicarme en aquellos momentos en que la programación nada más no se me daba, de verdad gracias.*

A la división de estudios de posgrado de la Facultad de Ingeniería Eléctrica y a los maestros de su cuerpo académico que me forjaron para llegar a ser lo que ahora soy, a todos ellos mil gracias por transmitirme sus conocimientos.

*Al maestro **José Luis González** por brindarme la oportunidad de tener una de las mejores experiencias de mi vida.*

*Al **Conacyt** por brindarme el apoyo económico durante mis estudios de maestría.*

Dedicatoria

A mis padres, mis hermanos y a toda mi familia que tanto quiero por estar siempre al pendiente de mí.

A mi amada esposa.

A mis sobrinos que algún día espero ser una fuente de inspiración para ellos.

A todas aquellas personas que directa e indirectamente estuvieron apoyándome.

Resumen

En la actualidad, diferentes ramas de la ciencia generan gran cantidad de datos que posteriormente son analizados. Los datos de demanda y precios de la energía eléctrica no son la excepción; siendo muy importantes dentro de un mercado eléctrico. Su análisis ayuda a los participantes del mercado a maximizar sus beneficios, así como en la planeación y seguridad del sistema eléctrico.

En el presente trabajo de tesis se realiza la descripción y el pronóstico de series de tiempo de demanda y precios de la energía para los mercados eléctricos de Ontario, Texas y New York. Se empleó la técnica de Regresión Lineal Múltiple (RLM), mediante la cual se obtienen dos modelos de pronóstico nombrados como LARS (Least Angle Regression) y WLS (Weighted Least Square). Los coeficientes de regresión del primer modelo se estiman mediante el método de Regresión de Menor Ángulo (LARS, por sus siglas en inglés) y los coeficientes de regresión del segundo modelo se estiman utilizando el método Mínimos Cuadrados Ponderados (WLS, por sus siglas en inglés), ya que los resultados que se obtienen al utilizar LARS son los mismos que se obtienen cuando se utiliza Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO). Con estos modelos es posible realizar pronósticos de demanda y precios de energía de forma directa a un horizonte de pronóstico de 24 horas.

Para los modelos de pronóstico de demanda se tomó en cuenta la estacionalidad semanal, identificada mediante el análisis de la función de autocorrelación de estas series de tiempo. Para obtener los modelos de pronóstico de precios de la energía se realizó una clasificación diaria de los precios que fueron parecidos al día actual, es decir, se agruparon los días similares sin importar el día de la semana.

El desempeño de los modelos se realizó mediante la medida de precisión llamada Porcentaje del Error Medio Absoluto (MAPE, por sus siglas en inglés), porque brinda una mejor idea de los resultados obtenidos; mismos que fueron comparados entre sí y con resultados de la literatura consultada. De lo anterior, se encontró una gran competitividad, puesto que la precisión de los resultados de la presente tesis, resultó mayor en comparación con algunos de los trabajos consultados.

Palabras clave: Serie de tiempo, estacionalidad, función de autocorrelación, regresión de menor ángulo, mínimos cuadrados ponderados y MAPE.

Abstract

At present, different branches of science generate a large amount of data that are later analyzed. Demand data and energy prices of electric aren't the exception; since they are very important in an electric market. Its analysis helps market participants maximize their benefits, as well as in the planning and safety of the electrical system.

In this thesis, the description and forecast of time series of demand and energy prices for the electric markets of Ontario, Texas and New York are carried out. The Multiple Linear Regression (RLM) technique was used to obtain two predictive models named LARS (Least Angle Regression) and WLS (Weighted Least Square). The regression coefficients of the first model are estimated using the Least Angle Regression (LARS) method and the regression coefficients of the second model are estimated using Weighted Least Squares (WLS), since the results obtained when using LARS are the same as those obtained when using Ordinary Least Squares (OLS). With these models it is possible to forecast demand and energy prices directly to a forecast horizon of 24 hours.

For the demand forecast models, the weekly seasonality, identified by the analysis of the autocorrelation function of these time series, was taken into account. In order to obtain the energy price forecast models, a daily price classification was made that was similar to the current day, that is, similar days were grouped regardless of the day of the week.

The performance of the models was performed using the precision measurement called Absolute Mean Error (MAPE), because it gives a better idea of the results obtained; which were compared with each other and with results from the consulted literature. From the above, a great competitiveness was found, since the precision of the results of the present thesis, was greater in comparison with some of the consulted works.

Key words: Time series, seasonality, autocorrelation function, least angle regression, weighted least squares and MAPE.

Índice general

Capítulos	Página
Agradecimientos	I
Dedicatoria	III
Resumen	V
Abstract	VII
Índice de figuras	XI
Índice de tablas	XIII
Lista de símbolos y abreviaturas	XV
1. Introducción	1
1.1. Introducción	1
1.2. Antecedentes	1
1.2.1. Antecedentes en el pronóstico de demanda de energía eléctrica	2
1.2.2. Antecedentes en el pronóstico de precios de la energía	4
1.3. Objetivos	5
1.3.1. Objetivo general	5
1.3.2. Objetivos particulares	6
1.4. Justificación	6
1.5. Aportación	7
1.6. Contenido de la tesis	7
2. Series de tiempo	9
2.1. Introducción	9
2.2. Análisis de las series de tiempo	9
2.2.1. Elementos que componen una serie de tiempo	10
2.2.2. Estudio de la componente de tendencia	11
2.2.3. Estudio de la componente de estacionalidad	13
2.3. Series de tiempo estacionarias y no estacionarias	14
2.4. Modelos de series de tiempo univariantes y multivariantes	16
2.4.1. Series de tiempo univariantes	16
2.4.2. Series de tiempo multivariantes	19
2.5. Conclusiones	21

3. Descripción de la demanda y precios de energía en los mercados eléctricos	23
3.1. Introducción	23
3.2. Entidades participantes en un mercado eléctrico	23
3.3. Actividades que componen la industria eléctrica	25
3.4. Demanda de energía eléctrica	25
3.4.1. Factores que determinan el comportamiento de la demanda	26
3.4.2. Horizontes de pronóstico de demanda	27
3.4.3. La demanda en Ontario	28
3.4.4. La demanda en Texas	33
3.4.5. La demanda en New York	38
3.5. Precios de la energía	43
3.5.1. Tipo de precios en el mercado eléctrico	44
3.5.2. Precios de la energía en Ontario	45
3.5.3. Clasificación del pronóstico en los precios de la energía	47
3.6. Conclusiones	48
4. Desarrollo del método de pronóstico	49
4.1. Introducción	49
4.2. Estacionalidad en las series de tiempo	49
4.3. Regresión Lineal Múltiple	58
4.4. Regresión de Menor Ángulo (Least Angle Regression)	60
4.5. Evaluación de los modelo de pronóstico	65
4.6. Tratamiento de las series previo a la formulación del modelo	66
4.6.1. Obtención de los datos de demanda y precios de la energía	66
4.6.2. Análisis gráfico de los datos	67
4.6.3. Sustitución de los valores atípicos y transformación de las series	67
4.7. Conclusiones	68
5. Pronóstico de demanda y precios de la energía	69
5.1. Introducción	69
5.1.1. Ejemplo del esquema de pronóstico de demanda	69
5.2. Pronóstico de demanda	70
5.2.1. Validación de los modelos aplicados al pronóstico de demanda	70
5.2.2. Pronóstico de demanda en Ontario	71
5.2.3. Pronóstico de demanda en Texas	76
5.2.4. Pronóstico de demanda en New York	80
5.2.5. Comparación entre los modelos propuestos aplicados al pronóstico de demanda	84
5.3. Pronóstico de precios de la energía eléctrica en Ontario	85
5.3.1. Validación de los modelos aplicados al pronóstico de precios de la energía	87
5.3.2. Pronóstico de precios de la energía en diferentes periodos del año	88
5.4. Conclusiones	94
6. Conclusiones finales y trabajos futuros	95
6.1. Conclusiones finales	95
6.2. Trabajos futuros	96
Bibliografía	96
Apéndice A	101

Índice de figuras

2.1. Componentes de una serie de tiempo.	11
2.2. Función de autocorrelación típica de una serie de tiempo estacionaria.	15
2.3. Función de autocorrelación típica de una serie de tiempo no estacionaria.	15
3.1. Curva típica de demanda diaria.	26
3.2. Serie de tiempo de demanda en Ontario.	28
3.3. Descomposición de la serie de tiempo de demanda en Ontario.	29
3.4. Demanda durante la segunda semana de agosto de 2016 en Ontario.	30
3.5. Demanda durante el mes de agosto de 2016 en Ontario.	30
3.6. Serie de tiempo de demanda durante el 2016 en Ontario.	31
3.7. Comportamiento horario, diario y anual de la demanda en Ontario en 2016.	31
3.8. Curvas de demanda diaria máxima, mínima y promedio en las estaciones del año 2016 en Ontario.	32
3.9. Demanda máxima, promedio y mínima durante los mes del año 2016 en Ontario.	32
3.10. Serie de tiempo de demanda en Texas.	34
3.11. Descomposición de la serie de tiempo de demanda en Texas.	34
3.12. Demanda durante la segunda semana de julio de 2016 en Texas.	35
3.13. Demanda durante el mes de julio de 2016 en Texas.	35
3.14. Serie de tiempo de demanda durante el 2016 en Texas.	36
3.15. Comportamiento horario, diario y anual de la demanda en Texas en 2016.	36
3.16. Curvas de demanda diaria máxima, mínima y promedio durante las estaciones del año 2016 en Texas.	37
3.17. Demanda máxima, promedio y mínima durante los mes del año 2016 en Texas.	37
3.18. Serie de tiempo de demanda en New York.	39
3.19. Descomposición de la serie de tiempo de demanda en New York.	39
3.20. Demanda durante la segunda semana de agosto de 2016 en New York.	40
3.21. Demanda durante el mes de agosto de 2016 en New York.	40
3.22. Serie de tiempo de demanda durante el 2016 en New York.	41
3.23. Comportamiento horario, diario y anual de la demanda en New York en 2016.	41
3.24. Curvas de demanda diaria máxima, mínima y promedio durante las estaciones del año 2016 en New York.	42
3.25. Demanda máxima, promedio y mínima durante los mes del año 2016 New York.	42
3.26. Determinación del precio de equilibrio del mercado.	45
3.27. Serie de tiempo de precios de la energía en Ontario.	46
3.28. Precios de la energía durante la segunda semana de agosto de 2016 en Ontario.	46
3.29. Precios de la energía durante el mes de agosto de 2016 en Ontario.	47
3.30. Serie de tiempo de precios de la energía en Ontario durante 2016.	47
4.1. Función de autocorrelación de la demanda en Ontario.	50
4.2. Función de autocorrelación de la demanda en Texas.	50
4.3. Función de autocorrelación de la demanda en New York.	51

4.4. Función de autocorrelación de los precios de la energía en Ontario.	51
4.5. Curvas de demanda en diferentes días de la semana en Ontario.	52
4.6. Curvas de demanda en diferentes días de la semana en Texas.	53
4.7. Curvas de demanda en diferentes días de la semana en New York.	54
4.8. Curvas de precios en diferentes días de la semana en Ontario.	55
4.9. Diagrama de dispersión de la demanda Ontario.	56
4.10. Diagrama de dispersión de la demanda Texas.	56
4.11. Diagrama de dispersión de la demanda New York.	57
4.12. Diagrama de dispersión de los precios de la energía en Ontario.	57
4.13. Diagrama de flujo del algoritmo LARS.	62
5.1. Pronóstico de demanda el 11/6/2014.	70
5.2. Pronóstico de demanda en Ontario para las semanas 1, 2 y 3.	73
5.3. Pronóstico de demanda en Ontario para las semanas 4, 5 y 6.	74
5.4. Pronóstico de demanda en Texas para las semanas 1, 2 y 3.	77
5.5. Pronóstico de demanda en Texas para las semanas 4, 5 y 6.	78
5.6. Pronóstico de demanda en New York para las semanas 1, 2 y 3.	81
5.7. Pronóstico de demanda en New York para las semanas 4, 5 y 6.	82
5.8. MAPEs semanales obtenidos con LARS.	84
5.9. MAPEs semanales obtenidos con WLS.	85
5.10. Pronóstico de precios para las semanas 1, 2 y 3 en 2004.	89
5.11. Pronóstico de precios para las semanas 4, 5 y 6 en 2004.	90
5.12. Pronóstico de precios para las semanas 1, 2 y 3 en 2015.	91
5.13. Pronóstico de precios para las semanas 4, 5 y 6 en 2015.	92

Índice de tablas

2.1. Transformaciones para las series de tiempo.	16
3.1. Estadística descriptiva básica para la demanda en Ontario.	33
3.2. Estadística descriptiva básica para la demanda en Texas.	38
3.3. Estadística descriptiva básica para la demanda en New York.	43
5.1. Validación de los modelos aplicados al pronóstico de demanda en Ontario. . .	71
5.2. MAPEs anuales, máximos y mínimos diarios en Ontario.	72
5.3. MAPE diario y semanal para las semanas de estudio de demanda en Ontario.	75
5.4. MAPEs anuales, máximos y mínimos diarios en Texas.	76
5.5. MAPE diario y semanal para las semanas de estudio de demanda en Texas. .	79
5.6. MAPEs anuales, máximos y mínimos diarios en New York.	80
5.7. MAPE diario y semanal para las semanas de estudio de demanda en New York.	83
5.8. MAPEs semanales para la demanda en Ontario, Texas y New York en el año 2016.	86
5.9. Validación de los modelos aplicados al pronóstico de precios en Ontario. . . .	87
5.10. MAPE y MAPE alternativo en las semanas de estudio de precios de la energía en Ontario.	93

Lista de símbolos y abreviaturas

β_i	Coefficiente i-ésimo de regresión a estimar
γ_k	Covarianza
$\hat{\sigma}_y^2$	Varianza
∇	Operador de diferencia
∇_d	Operador de diferencia estacional
ε_i	Componente de error aleatorio
B^j	Operador de retardo
B^s	Operador de retardo estacional
$m_i^{[M]}$	Media móvil
PM_N	Promedio móvil simple
r_k	Coefficiente de autocorrelación de orden k
S_i	Componente estacional
T_i	Componente de tendencia
y_i	Valor de la demanda y precios en la observación i
AR	Modelo Autorregresivo
ARIMA	Modelo AutoRegresivo Integrado de Media Móvil
ARMA	Modelo Autoregresivo de Media Móvil
FAC	Función de Autocorrelación
FT	Función de transferencia
ISO	Operador Independiente del Sistema (Independent System Operator)
LARS	Regresión de Menor Ángulo (Least Angle Regression)
LMP	Precio marginal por localización (Locational Marginal Price)
MA	Modelo de Media Móvil
MAPE	Porcentaje del Error Medio Absoluto (Mean Absolute Percentage Error)
MAPE ^A	Porcentaje del Error Medio Absoluto Alternativo (Alternative Mean Absolute Percentage Error)

MCO	Mínimos Cuadrados Ordinarios
MCP	Precio de equilibrio del mercado (Market Clearing Price)
RD	Regresión Dinámica
RLM	Regresión Lineal Múltiple
RNA	Red Neuronal Artificial
SARIMA	Modelo Estacional AutoRegresivo Integrado de Media Móvil
SVM	Máquina de vectores soporte (Support vector machine)
TW	Transformada wavelet
WLS	Mínimos Cuadrados Ponderados (Weighted Least Square)
ZMCP	Precio de equilibrio por zona (Zonal Market Clearing Price)

Capítulo 1

Introducción

1.1. Introducción

La energía eléctrica es quizá la única mercancía que debe ser consumida en el mismo instante de tiempo en que se produce; por ejemplo, cuando se encienden las luces o se utiliza cualquier tipo de aparato eléctrico, se tendrá un aumento en la demanda de energía eléctrica, la cual deberá de ser satisfecha, por lo que será necesario que las plantas de generación aumenten su producción de energía en ese momento.

Cuando se debe satisfacer la demanda total de un sistema eléctrico de potencia, es necesario contar con herramientas que nos permitan realizar un pronóstico lo más preciso posible de cuánta energía eléctrica será la requerida en un futuro, el cual puede ir desde un día, semanas, meses o incluso años. Un pronóstico preciso resulta benéfico para la planeación, operación y control del funcionamiento eficiente de los sistemas eléctricos de potencia, debido a que muchas decisiones operativas se basan en el pronóstico de la demanda.

El pronóstico de precios es muy importante para los proveedores de energía, el operador independiente del sistema (ISO, por sus siglas en inglés) y otros participantes en la generación, transmisión y distribución, por ejemplo, un productor de energía necesita pronosticar los precios para poder realizar sus estrategias de oferta, además de ayudarlo a programar de manera óptima los recursos energéticos necesarios en la producción de energía eléctrica.

El pronóstico de demanda y precio de la energía son dos aspectos muy importantes dentro de un mercado eléctrico, por lo que en los últimos años ha tomado gran relevancia debido al crecimiento de los mercados eléctricos alrededor del mundo, convirtiéndose en un importante campo de investigación dentro de la industria eléctrica.

Sin embargo, el problema del pronóstico de demanda y precios radica en que se trata de un problema no lineal; porque su comportamiento varía a través del día y de los años, encontrándose relacionado con múltiples factores: como de tiempo, meteorológicos y económicos.

1.2. Antecedentes

En años recientes, se han desarrollado diversas técnicas que ayudan en el pronóstico de demanda y precios de la energía, las cuales tienen sus propias particularidades, es por ello que en esta sección se da una breve descripción histórica de algunos trabajos que se han desarrollado para ayudar a realizar el pronóstico tanto de demanda como de precios de la energía.

1.2.1. Antecedentes en el pronóstico de demanda de energía eléctrica

En [Charytoniuk *et al.*, 1998] se realizan pronósticos de demanda a corto plazo utilizando la técnica de regresión no paramétrica, el método propuesto se deriva de un modelo de demanda en forma de una función de densidad de probabilidad de demanda y de algunos factores que la afectan; los pronósticos se calculan directamente a partir de los datos, mientras que la precisión del método se basa en la representación adecuada de las posibles condiciones futuras de los datos históricos.

Por otro lado, [Amjady, 2001] presenta un modelo autorregresivo integrado de media móvil (ARIMA, por sus siglas en inglés) para el pronóstico de demanda a corto plazo. El modelo propuesto pronostica con precisión la demanda de los días laborables, así como los fines de semana y los días festivos. El modelo proporciona resultados más precisos que algunas técnicas convencionales, como las redes neuronales o los modelos Box-Jenkins. Además, es posible pronosticar la carga máxima diaria, característica muy importante que otras metodologías no consideran. Los pronósticos se realizan en el sistema eléctrico de Irán, confirmando la precisión del modelo mediante extensas pruebas realizadas.

En [Abu-El-Magd y Findlay, 2003] se utiliza un modelo simple, preciso y rápido, que se basa en una red neuronal artificial (RNA) y series de tiempo para pronosticar la demanda a corto plazo de los días laborables, los fines de semana y los días festivos en Ontario, además de la carga máxima diaria, ya que este es un dato muy importante para los operadores del sistema.

De acuerdo a [Song *et al.*, 2005], los errores en el pronóstico de demanda durante los días festivos son mayores que durante los días laborables, es por eso que se propone un modelo de regresión lineal difuso con el cual se reduce el error de pronóstico durante estos días. Este modelo se realiza a partir de los datos de demanda de años anteriores, ya que se demostró que existe una tendencia similar en el perfil de demanda, el modelo propuesto muestra buenas precisiones para los días festivos de los años 1996 y 1997.

En [Liu *et al.*, 2006a] se presenta un método práctico, con el cual se resuelve el problema del pronóstico de demanda a corto plazo en Ontario, se utiliza el algoritmo de optimización Levenberg-Marquardt para entrenar la RNA utilizada en el modelo, esta RNA es un sistema adaptativo que tiene la habilidad de pronosticar después de haber sido entrenada y probada, lo que la hace una de las aplicaciones más exitosas en la tecnología de redes neuronales aplicada en problemas del mundo real. El modelo no necesita de entradas a la red relacionadas con el clima ni de patrones de comportamiento pasados, es decir, sólo usa los datos históricos de la demanda gracias al algoritmo de entrenamiento.

En [Liu *et al.*, 2006b] se presenta un método basado en la desviación de demanda horaria para buscar demandas similares, las cuales sirven como parámetros de entrada a una RNA multicapa, a la cual se le aplica un algoritmo genético que optimiza los pesos de la red. Los pronósticos de demanda eléctrica con este método se realizan 24 horas adelante para la demanda en Ontario durante el año 2005, resultando ser bastante precisos, ya que se obtienen porcentajes del error medio absoluto (MAPEs) menores al 1.2 %.

Las Máquinas de Vectores Soporte (SVMs) son un tipo de aprendizaje de máquina, el cual se ha empleado con gran éxito en la solución de la regresión no lineal y problemas de series de tiempo. En [Swief *et al.*, 2009] se presenta un algoritmo de pronóstico basado en Máquinas de Vectores Soporte, este algoritmo juega un papel muy importante ya que se implementó como un clasificador y posteriormente como un modelo de pronóstico; este algoritmo se probó usando datos de Pennsylvania-New Jersey-Maryland.

En [Mohapatra *et al.*, 2011] se propone un modelo híbrido utilizado en el pronóstico a corto plazo de demanda y precios de la energía, para obtener el modelo se utiliza una transformada wavelet con la cual se descomponen las series de tiempo de demanda y precios en varios niveles, posteriormente cada nivel se pronostica utilizando una RNA, este modelo híbrido se valida utilizando datos de demanda de Nueva Delhi y precios de la energía de Ontario, con este modelo se obtuvieron mejores resultados que utilizando sólo una RNA.

En [Xu y Lai, 2012] se presenta un modelo de pronóstico de demanda basado en una RNA, donde la demanda se asigna a partir del patrón de demanda del día anterior, además, se realiza una clasificación diaria en varios periodos mediante la técnica de clustering k-means, donde cada periodo se entrena por una red independiente. Este modelo se utilizó para pronosticar la demanda en Ontario durante todo el año 2009, lográndose obtener un MAPE anual del 2.66 %.

En [Ramos *et al.*, 2013] se desarrolló e implementó un modelo de pronóstico de demanda a corto plazo, que se basó en el método de suavizamiento exponencial conocido como "Holt-Winters" en combinación con una RNA. Los datos de demanda que se utilizaron en el pronóstico fueron proporcionados por una empresa portuguesa de servicios públicos, estos datos fueron registrados a partir de septiembre de 2010 hasta agosto de 2011 en intervalos de 15 minutos, cabe mencionar que los datos se dividieron en dos conjuntos; el primero correspondiente a los días laborables y el segundo a los días del fin de semana.

En [Sahay *et al.*, 2014] se diseñó una RNA, la cual utiliza como parámetros de entrada los datos históricos horarios de la demanda eléctrica y de la temperatura, los pronósticos se realizaron en el mercado eléctrico de Ontario durante el año 2012, además, se comparan los resultados usando la misma RNA sólo con los datos de demanda como entrada a la red, demostrando que se obtienen mejores resultados tomando en cuenta el efecto de la temperatura.

En [Vu *et al.*, 2014] se propone un modelo de regresión basado en una ventana de datos móvil, la cual se emplea para trazar un patrón de comportamiento en base a la historia pasada de los datos de demanda y datos meteorológicos. Se utiliza el método de mínimos cuadrados para determinar los parámetros del modelo; la ventana de datos adecuada se selecciona en base a la correlación de Pearson, ayudando a investigar la interdependencia de la demanda entre diferentes periodos de tiempo. El modelo fue probado con datos de Nueva Gales del Sur en Australia y los resultados se compararon con los de un modelo basado en redes neuronales, obteniéndose mejores resultados con el modelo de regresión propuesto.

En los últimos años se han desarrollado distintos métodos para el pronóstico de demanda a corto plazo, sin embargo, estos pueden estar basados en conjuntos de datos a pequeña escala, por lo que pueden no ser capaces de manejar grandes volúmenes de datos, además de que estos datos de demanda se hacen cada vez más grandes y complejos. En [Dong *et al.*, 2017] se propone un modelo de aprendizaje de máquina que combina una red neuronal convolucional con la técnica de clasificación k-means, para el pronóstico se utiliza un conjunto de datos con más de 1.4 millones de registros de demanda. Estos datos se agrupan mediante el algoritmo de clasificación en subconjuntos que son utilizados para entrenar la red neuronal, obteniéndose mediante resultados experimentales una buena precisión con el modelo propuesto.

Finalmente en [Gross y Galiana, 1987], [Liu *et al.*, 1996] y [Singh *et al.*, 2012] se presenta una revisión y descripción más amplia de los métodos que se han empleado en el pronóstico de demanda de energía eléctrica, se clasifica el pronóstico de acuerdo al horizonte de pronóstico, además analizan técnicas como lógica difusa, redes neuronales y modelos autorregresivos.

También se analiza la naturaleza de la carga así como los diferentes factores que influyen en su comportamiento, además, se presenta una clasificación detallada de los tipos de modelo de la carga y las diferentes técnicas de pronóstico.

1.2.2. Antecedentes en el pronóstico de precios de la energía

En [Nogales *et al.*, 2002] se proponen modelos de regresión dinámica y función de transferencia para el pronóstico a corto plazo de los precios de la energía, estos modelos se basan en el análisis de series de tiempo por lo que son muy precisos. En los modelos se utiliza la demanda como variable explicativa, debido a que ayuda a explicar en parte el comportamiento de los precios, los resultados obtenidos con los modelos se comparan entre sí utilizando los datos de los mercados eléctricos de España y California.

En [Mandal *et al.*, 2006] se usa una RNA basada en la metodología de días similares para el pronóstico de los precios semanales de la energía en el mercado PJM, además se analizan los factores que afectan el pronóstico del precio de la energía. Con este enfoque de días similares se obtuvieron pronósticos fiables de los precios para las semanas de estudio dadas en esta referencia.

En la tesis doctoral de [Zareipour, 2006] se da un estudio detallado del mercado eléctrico en Ontario, en este trabajo se desarrollaron métodos de pronóstico mediante el empleo de diversos modelos lineales y no lineales, donde los modelos lineales desarrollados son modelos ARIMA, de función de transferencia y regresión dinámica, los modelos no lineales desarrollados comprenden los Multivariate Adaptive Regression Splines y una red neuronal perceptrón multicapa; estos modelos fueron utilizados para realizar pronósticos a un horizonte de pronóstico de 3 y 24 horas, los resultados y el desempeño de los modelos se comparó mediante la medida de precisión MAPE.

En [Catalao *et al.*, 2007] se presenta un enfoque basado en una RNA para el pronóstico de los precios de la energía a corto plazo, se utiliza una RNA de tres capas entrenada por el algoritmo Levenberg-Marquardt, los pronósticos se realizaron a un horizonte de 168 horas adelante. Posteriormente en [Catalao *et al.*, 2009] se propone un enfoque basado en redes neuronales combinadas con la Transformada Wavelet para el pronóstico de precios de la energía, los pronósticos se realizaron utilizando datos del mercado eléctrico de España. La Transformada Wavelet se utilizó para descomponer la serie de precios en un conjunto de series con mejor comportamiento, donde cada una de estas series se pronostica mediante una RNA, posteriormente se utiliza la Transformada inversa Wavelet para reconstruir el comportamiento futuro de la serie de precios, obteniéndose así los pronósticos.

En [Aggarwal *et al.*, 2008] se presenta un modelo de red neuronal basado en la Transformada Wavelet para pronosticar el precio a corto plazo de la energía en el mercado eléctrico de Ontario; los datos de los precios se descomponen en subseries en el dominio Wavelet, que luego se combinan con otras variables del dominio del tiempo para formar un conjunto de variables de entrada a la red. Los resultados con este modelo se comparan con otras técnicas de pronóstico; tales como un modelo de regresión lineal múltiple, un modelo ARIMA, un modelo de regresión dinámica y de función de transferencia, demostrando que el modelo propuesto tiene un mejor desempeño, por lo que puede ser utilizado por los participantes del mercado eléctrico de Ontario.

En [Arabali *et al.*, 2013] se desarrolló un esquema de pronóstico de precios a corto plazo que se encuentra basado en un modelo de espacio de estados, además se utiliza un proceso

Gauss-Markov para representar la dinámica estocástica del mercado eléctrico. Los filtros de Kalman y H_α basados en el modelo de espacio de estados se aplican para estimar el precio de la energía y para comparar la calidad de sus estimaciones de estado.

En [Shiri *et al.*, 2015] se propone un modelo basado en máquinas de vectores soporte que incluye diversas variables en el pronóstico de precios, por ejemplo, el precio del gas natural y del petróleo; dado que la mayoría de los modelos basados en máquinas de vectores soporte y otras metodologías ignoran estas importantes variables en la dinámica del precio, es decir sólo utilizan los precios históricos de la energía. Los resultados obtenidos muestran que el uso de los precios del gas natural y del petróleo mejoran la capacidad de pronóstico del modelo propuesto, en comparación con los modelos que utilizan sólo el precio histórico.

Finalmente en [Hu *et al.*, 2009] se presenta una extensa revisión de los diferentes enfoques que se han desarrollado para el pronóstico de precios de la energía, se mencionan los factores que influyen en el comportamiento de los precios, además de comparar los diferentes enfoques como RNA, los modelos ARIMA, las máquinas de vectores soporte, entre otros, destacando los modelos univariados con respecto a la tendencia futura en la metodología del pronóstico de precios de la energía.

La mayoría de los trabajos mencionados anteriormente emplean diferentes metodologías, ya sea sólo para pronosticar la demanda o el precio de la energía, uno de los trabajos en los cuales se utiliza el mismo método para pronosticar tanto la demanda como el precio es el reportado en [Guzman, 2014], donde se propone un modelo basado en la técnica de regresión lineal múltiple, el cual toma en cuenta la estacionalidad diaria y semanal presente en las series de tiempo de demanda y precios.

En el trabajo antes mencionado se estudió el mercado eléctrico de Ontario, en el cual se realizó el pronóstico de demanda y precios a un horizonte de 24 horas, cabe mencionar que para obtener los coeficientes de regresión del modelo propuesto se utilizó el método de mínimos cuadrados ordinarios, obteniendo resultados muy precisos para los periodos de tiempo bajo estudio.

A través de los años se han desarrollado una gran variedad de métodos de pronóstico, sin embargo, la mayoría de ellos suelen resultar un poco complejos, además de que requieren de otras variables que pueden ser difíciles de medir y que pueden o no influir en el comportamiento de la demanda y el precio de la energía. Por otro parte, algunos métodos de pronóstico es necesario combinarlos con diferentes técnicas para lograr una mayor precisión.

Los métodos y modelos que se basan sólo en los datos históricos de la variable de interés resultan ser una buena opción para realizar pronósticos, pudiéndose obtener incluso mejores resultados que modelos que incluyen variables de otra naturaleza, sin embargo, algunos de estos modelos pueden ser difíciles de entender e implementar, haciendo necesario desarrollar métodos que sean simples y precisos cuando se requiere realizar el pronóstico de demanda y de los precios de la energía.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general

Desarrollar dos modelos de pronóstico, lineales y univariados que estén basados en la técnica de regresión lineal múltiple, de modo que puedan ser empleados en el pronóstico de series

de tiempo de demanda y precios de la energía, en un horizonte de pronóstico a corto plazo.

1.3.2. Objetivos particulares

- Utilizar el método de regresión de menor ángulo para obtener los coeficientes de regresión del primer modelo, así como el método de mínimos cuadrados ponderados para obtener los coeficientes de regresión del segundo modelo.
- Con los modelos desarrollados, realizar pronósticos en las series de tiempo de demanda en los mercados eléctricos de Ontario, Texas y New York, además de realizar el pronóstico de precios de la energía en el mercado eléctrico de Ontario.
- Evaluar la precisión de los pronósticos realizados por ambos modelos en las series de tiempo bajo estudio.
- Comparar los pronósticos realizados por los modelos desarrollados, con la finalidad de identificar en cuál de las series de tiempo presentan un mejor desempeño.

1.4. Justificación

Debido al cambio que ha tenido la industria eléctrica en los últimos años, donde se pasó de tener mercados eléctricos regulados a no regulados, las diferentes entidades participantes del mercado se han enfrentado a muchos desafíos, siendo unos de los más importantes el pronóstico de demanda y los precios de la energía.

Para las entidades participantes en el mercado eléctrico, una de las tantas cosas que requieren, es contar con herramientas que permitan a realizar pronósticos precisos de demanda y precios, ya que esto ayuda a tener un mejor aprovechamiento de las fuentes primarias de energía, lo que se traduce en una generación óptima de energía eléctrica, así como en un consumo eficiente de la misma.

El pronóstico de demanda ayuda en la seguridad y operación del sistema eléctrico, evitando que se tenga una sub-generación o sobre generación de energía, lo que podría ocasionar problemas de carácter operativo y económico. Por lo tanto, con un pronóstico preciso, es posible generar ahorros económicos del orden de millones de dólares.

El pronóstico de precios de la energía ayuda a las compañías de generación a determinar mejor sus estrategias de producción, así como a realizar ofertas a precios adecuados, de tal manera que logren maximizar sus beneficios, también es importante que los consumidores conozcan el precio de la energía con anterioridad, ya que ello les permite maximizar sus utilidades.

En la actualidad, se cuenta con diversas técnicas que permiten realizar el pronóstico de demanda y precios, sin embargo, éstas suelen ser un tanto complejas, además de requerir de la medición de otras variables que pueden o no estar relacionadas con la demanda y los precios, lo que las hace difícil de implementar. Razón por la cual es necesario contar con técnicas que sean simples y que utilicen sólo la variable que se desea pronosticar, además de que permitan tener errores de pronóstico bajos.

1.5. Aportación

Se desarrolla una metodología clara y simple, mediante la cual se obtienen dos modelos lineales univariantes basados en la técnica de regresión lineal múltiple, se utiliza el método de regresión de menor ángulo para estimar los coeficientes de regresión del primer modelo, con este método se obtienen los mismos resultados que con mínimos cuadrados ordinarios, por lo que los coeficientes de regresión del segundo modelo se determinan por medio de mínimos cuadrados ponderados.

De acuerdo a la investigación realizada, el método de regresión de menor ángulo, así como mínimos cuadrados ponderados, no habían sido utilizados en la solución de la técnica de regresión lineal múltiple aplicada al pronóstico de series de tiempo de demanda y precios de la energía eléctrica, sin embargo, se obtuvieron muy buenos resultados, por lo que los pronósticos realizados por los dos modelos se compararon entre sí y con algunos de los resultados reportados en la literatura, demostrándose que los obtenidos en esta tesis llegan a ser mejores que algunos de los trabajos consultados.

1.6. Contenido de la tesis

Este trabajo de tesis está constituido por 6 capítulos, los cuales se encuentran descritos de manera general y organizados como se menciona a continuación:

En el Capítulo 2 se presenta una introducción al análisis de series de tiempo, ya que constituyen el elemento fundamental para la realización de este trabajo, además de mencionarse la importancia que tiene su análisis en los diferentes campos de la ciencia. Se dan algunos conceptos básicos empleados en el análisis de series de tiempo y se mencionan algunos métodos que pueden ser empleados en su análisis y pronóstico.

En el Capítulo 3 se realiza una descripción de las series de tiempo de demanda de Ontario, Texas y New York, así como de la serie de tiempo de precios de la energía de Ontario. Se mencionan algunos factores que determinan el comportamiento de la demanda y los precios. Se presentan las entidades que participan dentro de un mercado eléctrico, así como la función e importancia que tienen dentro de este, también se da la definición de las actividades en las que se divide la industria eléctrica y en que consiste cada una de ellas.

En el Capítulo 4 se desarrollan dos modelos de pronóstico basados en la técnica de regresión lineal múltiple, mediante los cuales es posible realizar de forma directa el pronóstico de demanda y precios a un horizonte de pronóstico de 24 horas, estos modelos toman en cuenta la estacionalidad semanal presente en las series de tiempo, la cual fue encontrada realizando un análisis de la función de autocorrelación de estas series.

En el Capítulo 5 se emplean los modelos de pronóstico desarrollados para realizar pronósticos de las series de tiempo de demanda y precios de la energía. Los resultados obtenidos con los modelos se comparan entre sí y con algunos resultados obtenidos para los mismos periodos de estudio encontrados en la literatura consultada.

En el Capítulo 6 se presentan las conclusiones finales y los posibles trabajos futuros que pueden servir para continuar con la investigación.

Capítulo 2

Series de tiempo

2.1. Introducción

En la actualidad, muchas áreas tanto de la ingeniería como en otras ramas de la ciencia, se generan día a día grandes cantidades de información, hasta contar con una suma inimaginable de datos, los cuales se presentan en forma de series de tiempo; es decir, con fecha y hora.

De acuerdo a [Wei, 2006], una serie de tiempo es una secuencia ordenada de observaciones, mismas que se realizan a través del tiempo y sobre variables cuantificables, es decir de naturaleza numérica. Estas observaciones deben ser tomadas cronológicamente y con intervalos de tiempo constantes (minutos, horas, días, semanas, meses y años).

Según [Cochrane, 2005], una serie de tiempo se puede representar como un conjunto de observaciones de la misma variable en la forma siguiente:

$$\{y_1, y_2, y_3, y_4, \dots, y_N\} \text{ ó } \{y_i\}, \text{ donde } i = 1, 2, 3, 4, \dots, N$$

donde y_i es la observación número i de la serie y N es el número de observaciones por la cual está constituida.

Uno de los objetivos en el análisis, es usar los datos históricos de alguna variable para poder pronosticar su comportamiento futuro, en función del que ha presentado anteriormente con el fin de planificar, prevenir y ayudar en la toma de decisiones, además de describir y explicar procesos que se presentan a través del tiempo. Por ejemplo, pronosticar qué es lo que ocurrirá con la demanda de un cierto producto, las ventas a futuro, decisiones sobre inventario, insumos, etc.

2.2. Análisis de las series de tiempo

Para iniciar con el análisis de las series de tiempo, se debe realizar un gráfico con los datos de la variable que se han recabado a través del tiempo, con los valores que ha tomado la variable sobre el eje de las ordenadas y representando el tiempo en el eje de las abscisas, de tal manera que se pueda visualizar el comportamiento que ha tenido la variable a lo largo del tiempo.

Una vez que se tiene el gráfico, el siguiente paso es determinar si hay algún factor común en la serie que ayude a pronosticar su comportamiento en el futuro, además, esto permite identificar sus componentes como tendencia, estacionalidad y las variaciones irregulares.

Otro aspecto importante al graficar los datos, es que permite detectar posibles valores atípicos de la variable, los cuales podrían deberse a un comportamiento anormal o a errores en su medición. Si se concluye que algún dato es un valor atípico, este debe ser omitido y en el mejor de los casos debe ser reemplazado por algún otro dato.

2.2.1. Elementos que componen una serie de tiempo

La descomposición clásica de una serie de tiempo es un procedimiento matemático, mediante el cual una serie se transforma en varias series diferentes. Estas corresponden a las componentes de tendencia, estacionalidad y un término de error aleatorio. De acuerdo a [Ríos, 2008] estas componentes se definen como:

- **Tendencia.** Consiste en el comportamiento persistente de la variable observada, es decir, la evolución a largo plazo de la media y puede representar un crecimiento o una declinación de la serie a través de un período amplio de tiempo.
- **Estacionalidad.** Consiste en un comportamiento periódico a corto plazo, el cual es causado por algunos fenómenos que se repiten de manera periódica con un periodo de tiempo fijo. Los fenómenos estacionales pueden provenir de factores como el clima, que afecta las actividades empresariales y económicas, como el turismo y la construcción de viviendas; eventos culturales como la navidad, que está estrechamente relacionada con las ventas de diferentes productos de la temporada, etc.
- **Error aleatorio.** El componente aleatorio de una serie de tiempo consiste en el factor residual, es decir, "todo lo que sobra" y no corresponde a ningún patrón de comportamiento. También se le conoce como ruido blanco, cuyas características son que debe tener media cero y varianza constante.

La forma general de representar la descomposición de una serie es mediante el modelo matemático que se presenta en [Montgomery *et al.*, 2011] y cuya ecuación es la siguiente:

$$y_i = f(S_i, T_i, \varepsilon_i) \quad (2.1)$$

donde y_i es la serie de tiempo, S_i es la componente estacional, T_i es la componente de tendencia y ε_i es la componente de error aleatorio. Existen dos formas de representar (2.1) y son mediante un modelo aditivo o un modelo multiplicativo, tal como se muestran en las Ecuaciones (2.2) y (2.3) respectivamente, donde la idea es tener un modelo para cada componente y después combinarlos.

$$y_i = S_i + T_i + \varepsilon_i \quad (2.2)$$

$$y_i = S_i T_i \varepsilon_i \quad (2.3)$$

El modelo aditivo es apropiado si la magnitud de la variación estacional no varía con el nivel medio de la serie y el modelo multiplicativo es más apropiado si la magnitud de las fluctuaciones estacionales aumenta o disminuye con el nivel medio de la serie de tiempo.

En la Figura 2.1 se ilustra la descomposición de una serie de tiempo de demanda eléctrica en sus tres componentes utilizando el modelo aditivo según [Mondragón, 2011]. En la parte superior se tiene la serie de tiempo original, de donde se puede observar que existe un aumento en la demanda (tendencia positiva) a medida que pasa el tiempo, también se observa una cierta periodicidad, ya que el comportamiento de la serie se repite cada cierto periodo de tiempo (estacionalidad), por último, se observa que en toda la serie se presenta un rizado (error

aleatorio). Estas tres componentes se muestran por separado en la parte inferior de la figura, con el fin de apreciar mejor cada una de las componentes.

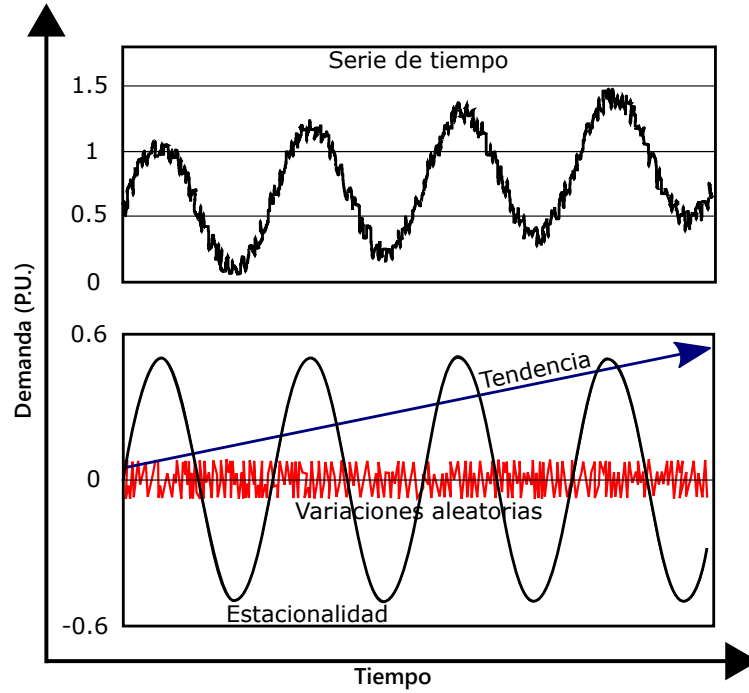


Figura 2.1: Componentes de una serie de tiempo.

2.2.2. Estudio de la componente de tendencia

Como se mencionó anteriormente, la tendencia en una serie de tiempo está dada por el comportamiento a largo plazo de la variable observada. Se aproxima en la mayoría de los casos mediante un modelo lineal (ecuación de la recta) dado en la Ecuación (2.4). En el caso de que la serie de tiempo tenga un comportamiento curvilíneo, la tendencia se puede aproximar mediante un modelo polinomial o exponencial dados en la Ecuación (2.5) y en la Ecuación (2.6), respectivamente.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 i \quad (2.4)$$

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 i + \beta_2 i^2 \quad (2.5)$$

$$y_i = \beta_0 e^{\beta_1 i} \quad (2.6)$$

Los coeficientes de los modelos en (2.4), (2.5) y (2.6) se estiman mediante mínimos cuadrados ordinarios (MCO). Sin embargo, uno de los métodos más utilizados para aislar la tendencia y extraerla de la serie de tiempo consiste en el uso de filtros, donde un filtro es una función matemática que aplicada a los valores de la serie, produce una nueva, con unas características determinadas. Uno de los filtros más utilizados es el promedio móvil, el cual se presenta en [Montgomery *et al.*, 2011] y que se describe a continuación.

Un promedio móvil simple de amplitud M asigna pesos $1/M$ a las M observaciones más recientes y peso cero a todas las otras observaciones. Por lo tanto, el promedio móvil M_N de amplitud M en el periodo de tiempo N es:

$$PM_N = \frac{y_N + y_{N-1} + \cdots + y_{N-M+1}}{M} = \frac{1}{M} \sum_{i=N-M+1}^M y_i \quad (2.7)$$

donde a medida que cada nueva observación se hace disponible, se añade a la suma a partir de la cual se calcula el promedio móvil y se descarta la observación más antigua. La característica de este filtro es que los datos obtenidos mediante el promedio móvil tienen menos variabilidad que los datos originales. Al utilizar este filtro se tiene una nueva serie de tiempo pero de tamaño $N - M + 1$. Una de las desventajas de este filtro es que en presencia de valores atípicos estos dominarán el promedio de esa observación, por lo que se contaminará el promedio móvil.

Un filtro que es menos sensible cuando existen valores atípicos, es el de medias móviles, funciona bien siempre y cuando los picos de los valores atípicos sean muy cortos, ya que si son grandes, este filtro no ayudará a eliminar los valores atípicos. Las medias móviles de amplitud M están dadas en la Ecuación (2.8) [Montgomery *et al.*, 2011].

$$m_i^{[M]} = \text{med}(y_{i-u}, \cdots, y_i, \cdots, y_{i+u}) \quad (2.8)$$

donde $M = 2u + 1$. La media móvil de amplitud 3 es muy popular y efectiva para el suavizamiento de los datos, quedando representada en la Ecuación (2.9).

$$m_i^{[3]} = \text{med}(y_{i-1}, y_i, y_{i+1}) \quad (2.9)$$

Al aplicar este filtro a una serie de tiempo se obtiene una nueva con menos variación que la original y de tamaño $N - M + 1$. Se debe tener en cuenta que estos filtros son especialmente útiles cuando la serie de tiempo presenta una tendencia que no pueda ser ajustada a una línea recta.

Otro método para extraer la tendencia de una serie es aplicando una diferenciación a los datos, es decir, aplicando el operador de diferencia a la serie original para obtener una nueva serie de tiempo, tal como se muestra en la Ecuación (2.10).

$$x_i = y_i - y_{i-1} = \nabla y_i \quad i = 2, 3, \dots, N \quad (2.10)$$

donde ∇ es el operador de diferencia. Otra forma de representar la diferenciación es mediante el operador de retardo B^j , el cual se define en la Ecuación (2.11).

$$B^j y_i = y_{i-j} \quad (2.11)$$

Por lo tanto, (2.10) se puede escribir como en la Ecuación (2.12).

$$x_i = (1 - B^1) y_i \quad (2.12)$$

donde $\nabla = (1 - B^1)$. En caso de requerirse, el proceso de diferenciación puede realizarse repetidas veces hasta que la tendencia sea eliminada, por ejemplo, la segunda diferencia es:

$$x_i = \nabla^2 y_i = \nabla (\nabla y_i) = (1 - B)^2 y_i = (1 - 2B + B^2) y_i = y_i - 2y_{i-1} + y_{i-2} \quad (2.13)$$

donde la primera diferencia explica una tendencia que impacta el cambio en la media de la serie de tiempo y la segunda diferencia explica los cambios en la pendiente de la serie de tiempo, por lo general en la práctica sólo es necesario aplicar una o dos diferencias para extraer la tendencia de una serie. En [Montgomery *et al.*, 2011] se menciona que al aplicar la diferenciación a una serie se tienen dos ventajas, la primera es que no se requiere del cálculo de ningún parámetro de un modelo para ajustar la tendencia a los datos de la serie. La segunda ventaja es que el modelo ajustado supone que la tendencia permanece fija a lo largo de la historia

de la serie de tiempo y que así permanecerá en el futuro, por lo que con la diferenciación la tendencia puede cambiar a través del tiempo.

Si una serie de tiempo no estacionaria se convierte en estacionaria mediante la diferenciación dada en (2.10), esta puede ser regresada al dominio original utilizando la Ecuación (2.14).

$$\begin{aligned} y_1 &= y_1 \\ y_i &= x_{i-1} + y_{i-1} \quad i = 2, 3, \dots, N \end{aligned} \quad (2.14)$$

2.2.3. Estudio de la componente de estacionalidad

La componente de estacionalidad, al igual que la tendencia se puede extraer mediante diferenciación, definiendo un operador de diferencia estacional de retardo d como en la Ecuación (2.15).

$$\nabla_d y_i = (1 - B^d) y_i = y_i - y_{i-d} \quad (2.15)$$

Por ejemplo, en aquellas series de tiempo en las que se tienen datos mensuales con una estacionalidad anual se utilizaría $d = 12$, por lo que (2.15) se expresará como en la Ecuación (2.16).

$$\nabla_{12} y_i = (1 - B^{12}) y_i = y_i - y_{i-12} \quad (2.16)$$

Cuando en una serie de tiempo se encuentran presentes las componentes de tendencia y estacionalidad, estas se pueden extraer mediante diferenciación. Primero se debe aplicar una diferenciación estacional para extraer esta componente, después se debe utilizar una o dos veces la diferencia regular para extraer la tendencia.

Una herramienta gráfica que permite identificar la estacionalidad en las series de tiempo, es la función de autocorrelación (FAC), conocida también como correlograma. Esta función mide la correlación que existe entre los valores de una serie que se encuentran distanciados por un retardo de tiempo k . De acuerdo a [Molinero, 2004] en una serie de tiempo $y_1, y_2, \dots, y_N$ de N observaciones, se pueden formar $N - 1$ parejas de observaciones contiguas $(y_1, y_2), (y_2, y_3), \dots, (y_{N-1}, y_N)$ y calcular el coeficiente de correlación de estas parejas. Comúnmente, a este coeficiente se le denomina coeficiente de autocorrelación de orden 1 y se representa como r_1 . De igual forma se pueden formar parejas mediante puntos que se encuentren separados por una distancia 2, es decir, $(y_1, y_3), (y_2, y_4)$, etc. y calcular ahora el coeficiente de autocorrelación de orden 2. Por lo tanto, si se forman parejas con puntos que estén separados por un retardo de tiempo k , se calculará el coeficiente de autocorrelación de orden k .

En [Box y Jenkins, 2008] se menciona que los estadísticos han sugerido una serie de estimaciones de la función de autocorrelación, sin embargo, la fórmula que más se utiliza en la literatura es la que se muestra en la expresión matemática dada en la Ecuación (2.17).

$$r_k = \hat{\rho}_k = \frac{c_k}{c_0} \quad (2.17)$$

donde,

$$c_k = \frac{1}{N - k} \sum_{i=1}^{N-k} (y_i - \bar{y})(y_{i+k} - \bar{y}) \quad k = 0, 1, 2, \dots, K \quad (2.18)$$

por lo tanto, (2.17) queda expresada de manera general en la Ecuación (2.19).

$$r_k = \hat{\rho}_k = \frac{\sum_{i=1}^{N-k} (y_i - \bar{y})(y_{i+k} - \bar{y})}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2} \quad k = 0, 1, 2, \dots, K \quad (2.19)$$

Se debe tener en cuenta que la función de autocorrelación es adimensional, es decir, independiente de la escala de medida de la serie de tiempo, además de que por definición $r_0 = 1$. La función de autocorrelación varía dentro de un rango de $[-1, 1]$, donde 1 indica una correlación positiva perfecta y -1 indica una autocorrelación negativa perfecta. Un aspecto importante que se debe considerar, es que para obtener una buena estimación de la función de autocorrelación es necesario contar con al menos 50 observaciones en la serie de tiempo, por lo que los coeficientes de autocorrelación se calculan desde 1 hasta un máximo de $K = N/4$ [Montgomery *et al.*, 2011].

El estudio de la función de autocorrelación es importante para determinar la estacionariedad en una serie, ya que si ésta existe, los valores separados entre sí por intervalos iguales al periodo estacional deben estar correlacionados de alguna forma, lo que quiere decir que el coeficiente de autocorrelación para un retardo igual al periodo estacional debe ser significativamente diferente de 0 [Molinero, 2004].

2.3. Series de tiempo estacionarias y no estacionarias

Las series de tiempo pueden ser estacionarias o no estacionarias, de acuerdo a [Ríos, 2008] se definen como:

- **Serie estacionaria.** Es aquella en la cual los cambios de la media y varianza están acotados y cuya covarianza sólo es función del retardo. Con estas características, una serie de tiempo se puede modelar a través de una ecuación con coeficientes fijos, los cuales son estimados a partir de los datos pasados de la serie.
- **Serie no estacionaria.** Es aquella en la cual la media, varianza y covarianza cambian con el tiempo, por lo que resulta más difícil modelar su comportamiento. Si una serie de este tipo es diferenciada una o más veces se obtendrá una serie estacionaria.

La media, varianza y covarianza se definen en las Ecuaciones (2.20), (2.21) y (2.22) respectivamente.

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \quad (2.20)$$

$$\hat{\sigma}_y^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \quad (2.21)$$

$$\gamma_k = E[(y_i - \bar{y})(y_{i+k} - \bar{y})] \quad (2.22)$$

Otro de los usos importantes que tiene la función de autocorrelación, es que mediante ésta se puede identificar si una serie de tiempo es estacionaria o no lo es, por ejemplo, las gráficas de la función de autocorrelación mostradas en las Figuras 2.2 y 2.3 tomadas de [Montgomery *et al.*, 2011], corresponden a un patrón de comportamiento típico de una serie de tiempo estacionaria y una serie de tiempo no estacionaria, respectivamente. En la primer gráfica el coeficiente de autocorrelación decrece rápidamente de un valor grande a cero conforme aumenta k , seguido de un comportamiento oscilatorio alrededor de cero, por el contrario,

en la segunda gráfica el coeficiente de autocorrelación decrece lentamente de forma lineal y exhibe una autocorrelación grande cuando se tienen grandes retardos.

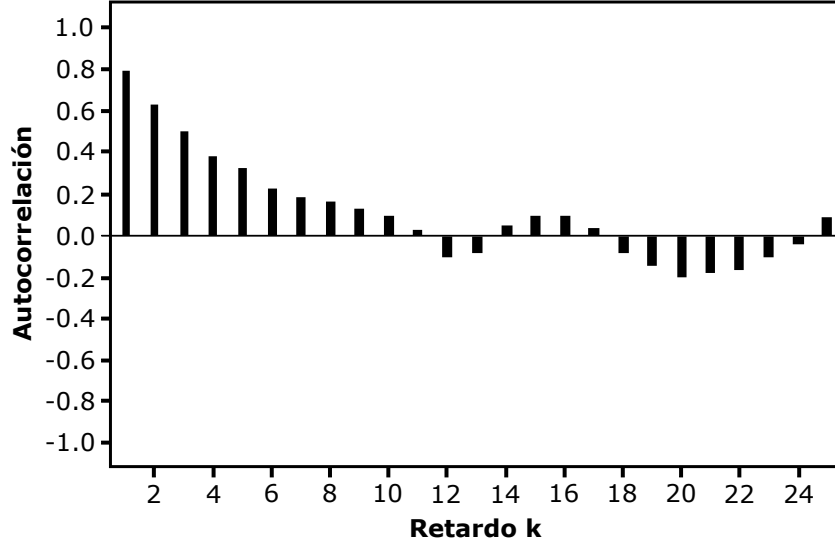


Figura 2.2: Función de autocorrelación típica de una serie de tiempo estacionaria.

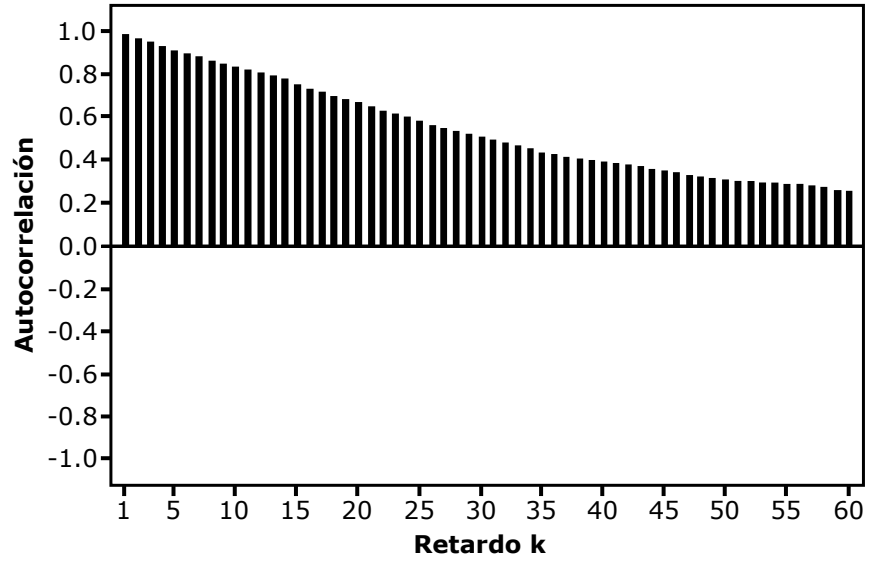


Figura 2.3: Función de autocorrelación típica de una serie de tiempo no estacionaria.

No todas las series de tiempo que son no estacionarias se pueden transformar en estacionarias mediante diferenciación, ya que muchas series de tiempo son estacionarias en la media pero son no estacionarias en varianza, por lo que es necesario transformar la serie para estabilizar la varianza. Por ejemplo, una transformación logarítmica de la serie, $\ln(y_i)$, tendrá una varianza constante. En [Wei, 2006] se presenta una transformación de potencia representada mediante la Ecuación (2.23), la cual fue introducida por Box y Cox en 1964.

$$T(y_i) = \frac{y_i^\lambda - 1}{\lambda} \quad (2.23)$$

En la Tabla 2.1 se muestran algunas de las transformaciones más usadas con su respectivo valor de λ .

Tabla 2.1: Transformaciones para las series de tiempo.

Valores de λ	Transformación
-1.0	$\frac{1}{y_i}$
-0.5	$\frac{1}{\sqrt{y_i}}$
0.0	$\ln y_i$
0.5	$\sqrt{y_i}$
1.0	y_i

Para demostrar porque $\lambda = 0$ corresponde a una transformación logarítmica considere la Ecuación (2.24).

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} T(y_i) = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{y_i^\lambda - 1}{\lambda} = \ln(y_i) \quad (2.24)$$

La transformación logarítmica se usa frecuentemente en situaciones en las que la variabilidad en la serie incrementa con la media y cuando la desviación estándar de la serie aumenta linealmente con la media, en resumen, la transformación logarítmica es una estabilizadora óptima de la varianza.

Se debe tener en cuenta que antes de hacer otro análisis como la diferenciación, primero se debe realizar una transformación para estabilizar la varianza.

2.4. Modelos de series de tiempo univariantes y multivariantes

Los modelos de series de tiempo se pueden clasificar en dos categorías: modelos univariantes y multivariantes, algunos de los modelos que se utilizan en el análisis y pronóstico de series de tiempo se presentan a continuación.

2.4.1. Series de tiempo univariantes

El objetivo del análisis de estas series es encontrar la dependencia dinámica de y_i , es decir, la dependencia de y_i sobre sus valores pasados ($y_{i-1}, y_{i-2}, y_{i-3}, \dots$). Un modelo lineal para estas series significa que y_i depende linealmente de sus valores pasados. Una gran parte de las aplicaciones que intentan modelar el comportamiento de las series de tiempo utilizan modelos lineales, destacando entre ellos los modelos Autorregresivo $AR(p)$, de Media Móvil $MA(q)$, Autorregresivo de Media Móvil $ARMA(p, q)$, Autorregresivo Integrado de Media Móvil $ARIMA(p, d, q)$ y Estacional Autorregresivo Integrado de Media Móvil $SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)$, que son presentados a continuación, pero explicados detalladamente en [Box y Jenkins, 2008] y [Wei, 2006].

2.4.1.1. Modelo $AR(p)$

Los modelos AR son los modelos de series de tiempo más populares, ya que son muy útiles para describir situaciones en las que el valor presente de una serie de tiempo depende de

sus valores pasados, además, pueden ser estimados y probados completamente mediante la regresión de mínimos cuadrados, el modelo autorregresivo de orden p se escribe como:

$$y_i = \phi_1 y_{i-1} + \phi_2 y_{i-2} + \cdots + \phi_p y_{i-p} + \varepsilon_i \quad (2.25)$$

Es decir que y_i se encuentra en función de sus p valores pasados, más un término de error ε_i , el cual se especifica como ruido blanco con una varianza constante y una media de cero, $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ son los parámetros del modelo. Si se utiliza el operador de retardo dado en (2.11), (2.25) puede ser escrita como en la Ecuación (2.26).

$$\phi_p(B) y_i = \varepsilon_i \quad (2.26)$$

donde a $\phi_p(B)$ se le conoce como operador polinomial de retardos de orden p y se encuentra expresado como:

$$\phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \cdots - \phi_p B^p) \quad (2.27)$$

2.4.1.2. Modelo $MA(q)$

Un modelo de medias móviles, es útil para describir fenómenos en los que los eventos producen un efecto inmediato que sólo dura un periodo corto de tiempo. Se dice que una serie y_i sigue un modelo de medias móviles de orden q si se cumple la Ecuación (2.28), ε_i sigue siendo considerando como ruido blanco, $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ son los parámetros del modelo.

$$y_i = \varepsilon_i - \theta_1 \varepsilon_{i-1} - \theta_2 \varepsilon_{i-2} - \cdots - \theta_q \varepsilon_{i-q} \quad (2.28)$$

Nuevamente, utilizando el operador de retardo (2.28) se puede expresar mediante la Ecuación (2.29).

$$y_i = \theta_q(B) \varepsilon_i \quad (2.29)$$

donde $\theta_q(B)$ es el operador polinomial de retardos, pero ahora de orden q y se expresa como:

$$\theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \cdots - \theta_q B^q) \quad (2.30)$$

2.4.1.3. Modelo $ARMA(p, q)$

Un proceso estacionario puede ser representado mediante un modelo AR o MA , sin embargo, un problema que surge con cualquiera de las dos representaciones es que se pueden tener demasiados parámetros, ya que a menudo es necesario tener un modelo de orden alto para tener una buena aproximación. Lo que tiene como consecuencia es que se reduce la eficiencia en la estimación, por lo tanto, para superar este inconveniente es necesario incluir términos tanto autorregresivos, como de medias móviles en el modelo. Se dice que una serie y_i sigue un proceso autorregresivo de promedios móviles de orden (p, q) si se cumple la Ecuación (2.31).

$$y_i = \phi_1 y_{i-1} + \phi_2 y_{i-2} + \cdots + \phi_p y_{i-p} + \varepsilon_i - \theta_1 \varepsilon_{i-1} - \theta_2 \varepsilon_{i-2} - \cdots - \theta_q \varepsilon_{i-q} \quad (2.31)$$

Utilizando el operador de retardo (2.31) se puede expresar como en la Ecuación (2.32).

$$\phi_p(B) y_i = \theta_q(B) \varepsilon_i \quad (2.32)$$

donde $\phi_p(B)$ y $\theta_q(B)$ son los polinomios de retardos de orden p y q respectivamente, expresados en (2.27) y (2.30).

2.4.1.4. Modelo $ARIMA(p, d, q)$

Muchas de las series de tiempo son no estacionarias, ya que exhiben tendencia, fluctuaciones periódicas regulares o cambios en la varianza, para estabilizar la varianza se puede utilizar alguna de las transformaciones dadas en Tabla 2.1, mientras que para estabilizar la media se pueden aplicar diferencias a la serie, ya sea de primer o segundo orden e incluso diferencias estacionales. Cuando se aplican diferencias se usa la notación $ARIMA(p, d, q)$, donde p denota el número de términos autorregresivos, d el número de veces que la serie debe ser diferenciada para hacerla estacionaria y q el número de términos del promedio móvil, por lo tanto, un modelo ARIMA se expresa mediante la Ecuación (2.33).

$$\phi_p(B) (1 - B)^d y_i = \theta_0 + \theta_q(B) \varepsilon_i \quad (2.33)$$

donde $(1 - B)^d$ es el operador de diferencias de orden d . El parámetro θ_0 juega papeles muy diferentes para $d = 0$ y $d > 0$. Cuando $d = 0$ el proceso es estacionario y cuando $d \geq 1$ se le denomina término de tendencia determinista, a menudo se omite del modelo a menos que sea realmente necesario.

2.4.1.5. Modelo $SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)$

Para las series de tiempo que muestran tendencia junto con estacionalidad se puede emplear un modelo $ARIMA$ estacional, identificado como $SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)$, donde la diferenciación se toma en incrementos estacionales, con el fin de eliminar la estacionalidad de la serie. Un modelo $SARIMA$ se expresa mediante la Ecuación (2.34).

$$\Phi_P(B^s) \phi_p(B) (1 - B)^d (1 - B^s)^D y_i = \theta_0 + \theta_q(B) \Theta_Q(B^s) \varepsilon_i \quad (2.34)$$

donde D es el orden de diferenciación estacional por un periodo estacional s , $\Phi_P(B^s)$ y $\Theta_Q(B^s)$ son los polinomios de retardo estacional de orden P y Q respectivamente, y se encuentran expresados en las Ecuaciones (2.35) y (2.36).

$$\Phi_P(B^s) = 1 - \Phi_1 B^s - \Phi_2 B^{2s} - \dots - \Phi_P B^{Ps} \quad (2.35)$$

$$\Theta_Q(B^s) = 1 - \Theta_1 B^s - \Theta_2 B^{2s} - \dots - \Theta_Q B^{Qs} \quad (2.36)$$

De acuerdo a [González, 2009], los modelos $ARIMA$ se construyen de una forma iterativa mediante un proceso que consta de cuatro etapas, las cuales se describen a continuación:

1. **Identificación.** Se utilizan los datos y/o cualquier tipo de información que ayude a saber cómo se generó la serie de tiempo, el objetivo es determinar los órdenes p, d, q que sean apropiados para reproducir las características de la serie bajo estudio y si se incluye o no la constante θ_0 . En esta etapa se pueden identificar uno o más modelos $ARIMA$, $SARIMA$ como candidatos a haber generado la serie de tiempo, además de que se hace uso de la FAC para identificar los órdenes de p, q, P y Q .

2. **Estimación.** Consiste en determinar los parámetros de cada uno de los modelos identificados en la etapa anterior.
3. **Validación.** Se realizan contrastes de diagnóstico para validar si el modelo se ajusta a los datos; si no es así, revelar las posibles discrepancias del modelo propuesto para seleccionar un próximo modelo candidato.
4. **Pronóstico.** Una vez que se selecciona el mejor modelo, se pueden realizar pronósticos en términos probabilísticos de los valores futuros de la variable. En esta etapa se evalúa la capacidad de pronóstico del modelo.

2.4.2. Series de tiempo multivariantes

Los datos de series de tiempo multivariantes se encuentran disponibles en muchas áreas, como en medicina, finanzas, ciencias físicas e ingeniería. Se puede obtener un análisis más efectivo considerando series individuales como componentes de una serie de tiempo vectorial o multivariable y analizando las series conjuntamente. Al igual que las series univariantes, su estudio es importante en la toma de decisiones en muchas actividades. Algunos de los modelos que utilizan series de tiempo multivariantes se mencionan a continuación.

2.4.2.1. Modelo de función de transferencia

Es un modelo estadístico y permite describir la relación que existe entre una variable de salida y y una o más variables de entrada x [Tsay, 2009]. El caso más simple es cuando se tiene una sola variable x , en este caso, la dependencia dinámica de y_i sobre los valores actuales y pasados de x_i se puede escribir mediante la Ecuación (2.37).

$$y_i = \nu_0 x_i + \nu_1 x_{i-1} + \nu_2 x_{i-2} + \nu_3 x_{i-3} + \dots \quad (2.37)$$

donde $\nu_0, \nu_1, \nu_2, \nu_3, \dots$, son coeficientes que denotan el impacto de x_{i-j} sobre y_i y son referenciados como función de respuesta al impulso. Utilizando el operador de retardo (2.37) se puede escribir como:

$$y_i = \nu(B) x_i \quad (2.38)$$

donde,

$$\nu(B) = \nu_0 + \nu_1 B + \nu_2 B^2 + \dots \quad (2.39)$$

Sin embargo para que el modelo dado en (2.37) sea práctico, el número de coeficientes de respuesta al impulso ν_j debe satisfacer ciertas restricciones. Por ejemplo, se puede usar la misma idea que la de un modelo autorregresivo integrado de medias móviles (ARIMA) para describir la función $\nu(B)$. Suponiendo que $\nu(B)$ es el polinomio racional en B expresado en la Ecuación (2.40).

$$y_i = \frac{\omega(B) B^b}{\delta(B)} x_i \quad (2.40)$$

donde b es un parámetro entero no negativo y corresponde al tiempo de retardo del sistema. $\omega(B) = \omega_0 + \omega_1 B + \omega_2 B^2 + \dots + \omega_s B^s$ y $\delta(B) = 1 - \delta_1 B - \dots - \delta_r B^r$ son polinomios de orden finito en B y $\omega_0 \neq 0$. Además, $\omega(B)$ y $\delta(B)$ no tienen factores comunes. Por lo tanto, (2.40) se puede escribir como:

$$\nu(B) = \frac{\omega(B) B^b}{\delta(B)} \quad (2.41)$$

Sin embargo, en la práctica la salida y_i no es una función determinista de x_i . A menudo es perturbado por algún ruido o tiene su propia estructura dinámica. La componente de ruido se denota como N_i y se asume que sigue un modelo $ARMA(p, q)$, es decir:

$$\phi(B) N_i = \theta(B) \varepsilon_i \quad (2.42)$$

donde $\phi(B)$ y $\theta(B)$ fueron dados en (2.27) y (2.30). El modelo de función de transferencia se define como:

$$y_i = c + \nu(B) x_i + N_i = c + \frac{\omega(B) B^b}{\delta(B)} x_i + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} \varepsilon_i \quad (2.43)$$

donde c es una constante, $\phi(B)$, $\theta(B)$, $\omega(B)$ y $\delta(B)$ son polinomios de grado p , q , s y r respectivamente. Se debe tener en cuenta que la componente de ruido N_i debe ser independiente de x_i , de lo contrario se dice que el modelo no es identificable. Por ejemplo, cuando se tienen dos variables de entrada el modelo de función de transferencia se convierte en:

$$y_i = c + \frac{\omega_1(B) B^{b_1}}{\delta_1(B)} x_{1i} + \frac{\omega_2(B) B^{b_2}}{\delta_2(B)} x_{2i} + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} \varepsilon_i \quad (2.44)$$

Por lo tanto, el modelo general de función de transferencia se expresa de la siguiente manera:

$$y_i = c + \sum_{j=1}^n \frac{\omega_j(B) B^{b_j}}{\delta_j(B)} x_{ji} + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} \varepsilon_i \quad (2.45)$$

2.4.2.2. Regresión lineal múltiple

La regresión lineal múltiple es un método estadístico, que permite modelar la relación entre dos o más variables aplicando una ecuación lineal a los datos observados. Una variable se considera como dependiente y las otras se consideran como independientes, por lo tanto, si se tienen n observaciones de la variable dependiente y n observaciones de m variables independientes, el modelo general de la regresión lineal múltiple se expresa de la siguiente manera [Mazengia, 2008]:

$$y_i = \beta_0 + x_{i1}\beta_1 + x_{i2}\beta_2 + \cdots + x_{im}\beta_m + e_i \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2.46)$$

donde y_i es la i -ésima observación de la variable dependiente, $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im}$ son la i -ésima observación de las m variables independientes, $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m$ son los coeficientes de regresión del modelo que deben ser estimados y e_i es el error del modelo ajustado para la i -ésima observación de la variable dependiente.

En esta tesis se utiliza el método de regresión lineal múltiple, con el cual se obtienen dos modelos de pronóstico, los cuales permitirán pronosticar las series de tiempo de demanda y precios de energía de los mercados eléctricos de Ontario, Texas y New York. Un estudio más detallado del método de regresión lineal múltiple se proporciona en la Sección (4.3), ya que es la parte fundamental de este trabajo de tesis.

2.5. Conclusiones

En la actualidad, es posible almacenar gran cantidad de datos de cualquier variable de interés, el análisis de estos mediante series de tiempo hace posible estudiar el comportamiento que ha tenido una variable en un determinado periodo de tiempo y en base a esto poder pronosticar su futuro, ayudando así a planificar, prevenir y tomar decisiones. De ahí que el análisis de series de tiempo juegue un papel muy importante en las diferentes áreas de la ciencia.

Para analizar las series de tiempo es importante graficar los datos, esto con el fin de identificar algún patrón de comportamiento que ayude a formular un modelo de pronóstico, además, también es posible detectar valores atípicos, así como sus componentes de tendencia y estacionalidad.

La función de autocorrelación es importante para identificar gráficamente la estacionalidad en una serie de tiempo, también ayuda a determinar si una serie es estacionaria o no, en caso de no serlo es necesario convertirla en estacionaria mediante una transformación o diferenciación, de modo que la serie resulte más fácil de modelar.

Capítulo 3

Descripción de la demanda y precios de energía en los mercados eléctricos

3.1. Introducción

Hoy en día la energía eléctrica es considerada como un producto de suma importancia en la mayoría de las actividades económicas, ya que es utilizada en la producción de bienes y servicios, así como prácticamente en cualquier actividad que realizan las personas cotidianamente. La industria eléctrica alrededor del mundo se ha convertido en un sector muy importante dentro de la economía de los países, debido a que estos utilizan la energía en gran parte de sus actividades económicas, por lo que un adecuado suministro es muy importante para el desarrollo económico de estos [Heshmati y Kim, 2012].

Dentro de un mercado eléctrico la energía es considerada como una mercancía, es decir, esta puede ser vendida, comprada y comercializada. Sin embargo, en un mercado eléctrico regulado los consumidores no tienen opciones de elegir qué empresa les proporcione los servicios de energía eléctrica, por lo que los precios pueden ser altos, además de tener servicios limitados. Por el contrario, en un mercado eléctrico desregulado se promueve la competencia y competitividad entre las empresas que participan en el mercado, resultando como consecuencia una mayor eficiencia en la generación, transmisión y distribución, así como precios más bajos, además de que los consumidores cuentan con más opciones para elegir qué empresa les proporcione el servicio eléctrico.

En este capítulo se describen las principales entidades que participan dentro de un mercado eléctrico, así como su función e importancia que tienen para que se tenga un buen funcionamiento del mercado. Se presentan las actividades en las cuales se divide la industria eléctrica y en qué consiste cada una de ellas. También se describen los principales factores que determinan el comportamiento de la demanda y los precios de la energía, así como los diferentes horizontes de pronóstico y para qué se emplea cada uno de ellos. Se da una descripción general del comportamiento que ha tenido la demanda en los mercados eléctricos de Ontario, Texas y New York mediante sus series de tiempo, así como del precio de la energía en Ontario, esto con el fin de identificar algunos patrones de comportamiento que ayuden en la formulación de un modelo de pronóstico.

3.2. Entidades participantes en un mercado eléctrico

Para que un mercado eléctrico marche bien deben existir entidades que funcionen independientemente, a continuación se mencionan las entidades participantes dentro de un mercado

eléctrico, comúnmente aceptadas a nivel internacional:

- **Operador independiente del sistema.** Se encarga del control y la operación del sistema eléctrico, de tal manera que se garantice la seguridad, es decir, equilibra la oferta y la demanda, mantiene la frecuencia del sistema y se encarga de administrar las tarifas de transmisión, así como de coordinar la programación de mantenimientos, además, debe ofrecer acceso abierto y no discriminatorio a todos los usuarios del sistema de transmisión.
- **Compañías de generación.** Son las encargadas de la operación y mantenimiento de las plantas de generación de energía eléctrica. Las Compañías de generación pueden vender la energía a otras entidades con las cuales han negociado, así como ofrecer su energía en varios puntos del sistema, ya que esta es llevada hasta estos puntos a través de las líneas de transmisión. En caso de ser necesario el mantenimiento de una planta, se debe informar al ISO con un tiempo de anticipación, posteriormente el ISO informará si la petición de interrupción fue aprobada.
- **Compañías de transmisión.** Son compañías que se encargan de enviar la energía desde los centros de generación hasta los centros de consumo mediante una red de transmisión, la cual es compartida por los participantes del mercado y controlada por el ISO. Una compañía de transmisión tiene como función principal construir, mantener y operar el sistema de transmisión de una región geográfica determinada, de tal manera que brinde servicios y mantenga la confiabilidad del sistema eléctrico.
- **Compañías de distribución.** Son compañías que se encargan de distribuir la energía que les es entregada por las compañías de transmisión a los usuarios finales dentro de un área geográfica determinada mediante una red de distribución, deben de construir y operar sus redes, de modo que garanticen la confiabilidad y disponibilidad de la red, así como la calidad de la energía.
- **Empresas minoristas.** Son empresas que tienen la aprobación legal de vender energía al por menor. Una empresa minorista puede comprar energía y revenderla en el mercado de clientes minoristas.
- **Agregador.** Se le denomina así a una entidad o empresa que combina clientes en un grupo de compra. Este grupo puede realizar la compra de la energía y otros servicios a un costo menor. El agregador también puede actuar como un intermediario entre clientes y minoristas.
- **Corredor.** Es una entidad o empresa que actúa como un intermediario dentro de un mercado eléctrico, es decir, un corredor no genera, compra o vende energía, sino que ayuda a facilitar las transacciones que se realizan entre los compradores y vendedores.
- **Comercializador.** Se refiere a una entidad o empresa que puede comprar y revender energía, pero que no posee ninguna instalación de generación.
- **Clientes.** Son los usuarios finales que utilizan la energía en diferentes actividades y cuentan con instalaciones conectadas a los sistemas de distribución, en el caso de que los clientes sean pequeños y al sistema de transmisión si se trata de clientes grandes. En un mercado eléctrico los clientes tienen la libertad de escoger la empresa que les proporcione mejores servicios eléctricos de acuerdo a sus necesidades.

3.3. Actividades que componen la industria eléctrica

En [del Rivero, 2011] la industria eléctrica se divide en las siguientes cuatro principales actividades:

1. **Generación.** Esta actividad es quizás la más importante dentro de la industria eléctrica, ya que consiste en transformar una fuente de energía primaria tal como el petróleo, gas natural, carbón, combustible nuclear, agua, viento, sol o biomasa en energía eléctrica. De acuerdo a la fuente de energía primaria, las centrales de generación se pueden clasificar en hidráulicas, térmicas, nucleares y renovables. Sin embargo, en la actualidad existe una tendencia creciente en la generación de energía por medio de lo que se conoce como generación distribuida, la cual permite alimentar cargas específicas. Esto quiere decir que los centros de generación deben estar lo más cerca posible de los centros de consumo.
2. **Transmisión y distribución.** La transmisión se refiere al envío de la energía eléctrica que es generada en un punto y transportada a un punto de consumo a muy alto voltaje, esto se realiza mediante una red de alta tensión que se encuentra conectada de manera continua con el productor y el consumidor. Se debe tener en cuenta que al transportar la energía de un punto a otro se tienen pérdidas y mientras mayor sea la distancia entre estos puntos, mayor será la pérdida de energía.

En la distribución, el transporte de la energía eléctrica se realiza desde las subestaciones que se encuentran dentro de los centros de consumo hasta los usuarios finales, pero a diferencia de la transmisión, el transporte se hace a medio y bajo voltaje y con la misma característica que a mayor distancia, se tienen mayores pérdidas de energía.

3. **Comercialización.** Se refiere a la venta de energía eléctrica a los usuarios finales y puede ser al mayoreo o menudeo. En la comercialización se incluye la contratación, medición, facturación y cobro, además, la competencia aquí se puede dar en los precios de venta o en el servicio que se le otorga al cliente. Las empresas comercializadoras compran la energía en el mercado mayorista, o mediante contratos bilaterales con empresas generadoras y la venden a los consumidores finales utilizando las redes de distribución de baja tensión.
4. **Operación del sistema.** Es la actividad más importante dentro de un mercado eléctrico y consiste en la coordinación de los servicios de transporte para asegurar que el sistema siempre se encuentre en estado estable. Esto se logra controlando las inyecciones y los retiros de energía a lo largo de la red. Por lo tanto, la operación del sistema se encarga del despacho de la energía, la cual se genera de manera dispersa y que se requiere para mantener el voltaje y la frecuencia adecuada en la red, así como para prevenir caídas del sistema.

3.4. Demanda de energía eléctrica

Se define como la cantidad de potencia activa consumida en un determinado instante de tiempo y comúnmente expresada en kW y MW. La demanda consumida durante un intervalo de tiempo fluctúa debido a diferentes factores que son explicados más adelante, sin embargo, la demanda consumida durante un día tiene los siguientes patrones de comportamiento característicos:

- **Curva de demanda.** Es el gráfico que indica cuánta potencia activa se ha consumido durante cada hora del día.
- **Demanda máxima.** Es la potencia máxima consumida durante el día.

- **Demanda mínima.** Es la potencia mínima consumida durante el día.
- **Demanda media.** Es el valor medio de la potencia consumida durante el día.

Si se despreciaran las pérdidas que se tienen desde que la energía eléctrica es generada hasta que es consumida, la curva de demanda sería igual a la curva de generación. En la Figura 3.1 se ilustra una curva de demanda con los patrones de comportamiento típicos de la demanda eléctrica diaria.

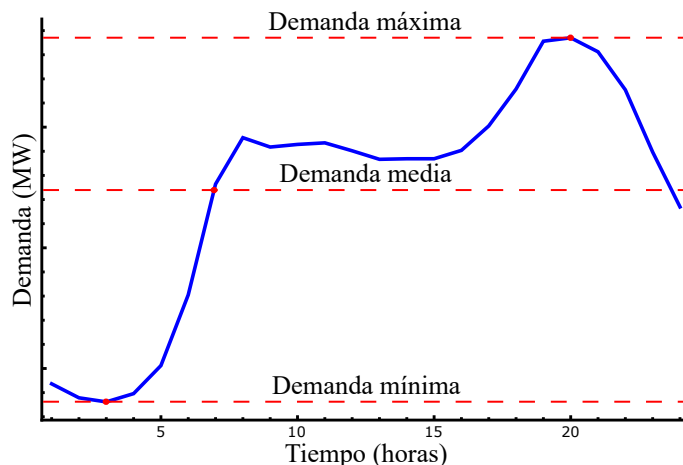


Figura 3.1: Curva típica de demanda diaria.

Como se observa en la curva de demanda diaria, la demanda en las primeras horas del día es baja, esto debido principalmente a que la mayoría de personas, comercios e industria no se encuentran realizando sus actividades. El aumento de demanda se comienza a ver a partir de las 5:00 AM, que es cuando tanto el sector residencial, comercial e industrial inician sus actividades. El pico de demanda se presenta por lo general entre las 18:00 y las 23:00 horas y se debe principalmente al incremento que se tiene en las actividades residenciales y comerciales.

3.4.1. Factores que determinan el comportamiento de la demanda

Es de vital importancia identificar los factores más importantes que ayudan a determinar el comportamiento de la demanda, a continuación se mencionan algunos de los factores:

- **Factores económicos.** Las condiciones económicas dentro de una región determinada pueden afectar el perfil de demanda, estas condiciones se deben principalmente al tipo de clientes, a las condiciones demográficas, así como a las actividades industriales y de la propia población. Estos factores determinan principalmente el comportamiento de la demanda a largo plazo.
- **Factores de tiempo.** Se refieren tanto a efectos estacionales, semanales como vacacionales. Por ejemplo, se sabe que el número de horas de luz durante el día es diferente dependiendo de la estación del año, también se sabe que las actividades industriales son diferentes durante los días de la semana y los fines de semana. Otro ejemplo son los días festivos, normalmente estos días presentarán un perfil de demanda más bajo comparado con los días laborales.

- **Factores climáticos.** Dentro de ellos, la temperatura es el factor que más influencia tiene en el comportamiento de la demanda, ya que un cambio en la temperatura podría implicar un aumento en la energía necesaria para alimentar los equipos de calefacción durante el invierno y los equipos de aire acondicionado durante el verano. Otros factores climáticos son por ejemplo la humedad, las tormentas eléctricas y la intensidad del viento.
- **Disturbios aleatorios.** Un disturbio aleatorio que podría afectar el perfil de demanda es por ejemplo, la salida de un gran consumidor industrial, un evento o acontecimiento muy importante que se transmita por televisión, tal como una final de fútbol.
- **Factores de precio.** En los mercados eléctricos el precio de la energía es muy volátil y presenta una relación complicada con la demanda del sistema, esto provoca que sea un factor importante para el pronóstico de carga.
- **Otros factores.** Pueden ser causados por las condiciones geográficas, por ejemplo, la demanda en las zonas rurales es diferente a las zonas urbanas, otro ejemplo, es que la demanda de los consumidores residenciales es diferente a la de los consumidores comerciales e industriales.

3.4.2. Horizontes de pronóstico de demanda

Cuando se quieren realizar pronósticos, algo importante que se debe considerar es que tanto en el futuro se quiere pronosticar, conociéndose a esto como horizonte del pronóstico, en particular, el pronóstico del consumo y la producción de energía es de suma importancia para la estabilidad y el funcionamiento diario del sistema eléctrico, por lo que en el mercado eléctrico actual los pronósticos se realizan a diferentes horizontes, en [Shahidehpour *et al.*, 2002], [Mondragón, 2011] y [Romero, 2012] los horizontes del pronóstico se clasifican de la siguiente manera:

- **Pronóstico a largo plazo.** Es usado para pronosticar la demanda a un horizonte de cinco a veinte años, ayuda a realizar la planeación de la expansión del sistema eléctrico, además, es importante ya que sirve para prever la necesidad de programar la construcción de nuevas centrales de generación, en la mejora del control de un área, en la planificación de inversiones y a determinar políticas de regulación de precios.
- **Pronóstico a mediano plazo.** Se emplea para pronosticar la demanda a un horizonte de semanas, meses e incluso hasta cinco años. Ayuda a planificar la compra de combustibles que han de utilizarse en las centrales de generación, a realizar programas de mantenimientos mayores de las unidades de generación, a coordinar contratos de compra/venta de energía y a realizar la evaluación de ingresos.
- **Pronóstico a corto plazo.** Va desde algunas horas, días e incluso se puede extender a unas pocas semanas. Se utiliza en la operación de las centrales de generación, en el despacho eficiente de las unidades de generación, en el control automático de la generación, en la negociación y administración en tiempo real del mercado eléctrico, así como en el análisis de carga máxima y en la programación de mantenimientos menores de las unidades de generación.
- **Pronóstico a muy corto plazo.** Se extiende desde unos pocos minutos hasta unas pocas horas, se utiliza para la operación y control del sistema en tiempo real y para la evaluación de la seguridad operativa.

La gran cantidad de tareas que implica el pronóstico hace hincapié en la importancia y la necesidad de pronosticar la demanda, además se debe tener en cuenta que a medida que los horizontes del pronóstico son mayores, la precisión de los modelos disminuye.

3.4.3. La demanda en Ontario

En la Figura 3.2 se muestra la gráfica de la serie de tiempo de demanda de energía eléctrica de Ontario Canadá, con datos horarios registrados desde enero de 2002 hasta diciembre de 2016, estos datos históricos de demanda son públicos y se puede acceder a ellos desde la página web del ISO¹.

De la gráfica se puede observar que se trata de una serie de tiempo no estacionaria, ya que la demanda ha presentado cambios en su media como en su varianza a través de los años, la no estacionariedad de la serie se logra visualizar mejor en la Figura 3.3, donde mediante la descomposición de la serie se observa que la componente de tendencia a largo plazo indica una disminución en la demanda con el pasar de los años, la estimación de la tendencia se obtuvo mediante el modelo lineal dado en (2.4).

En la Figura 3.3 también se observa la componente estacional de la serie, la cual se obtuvo al extraer la tendencia de la serie original, es decir, mediante $S_i = y_i - T_i$, cabe mencionar que la componente de error aleatorio no se considera presente en la serie, por lo que sólo se ilustran las componentes de tendencia y estacionalidad. Las variaciones que se presentan en la serie son causadas por diferentes factores, sin embargo, el principal factor que determina el comportamiento de la demanda a largo plazo es el económico.

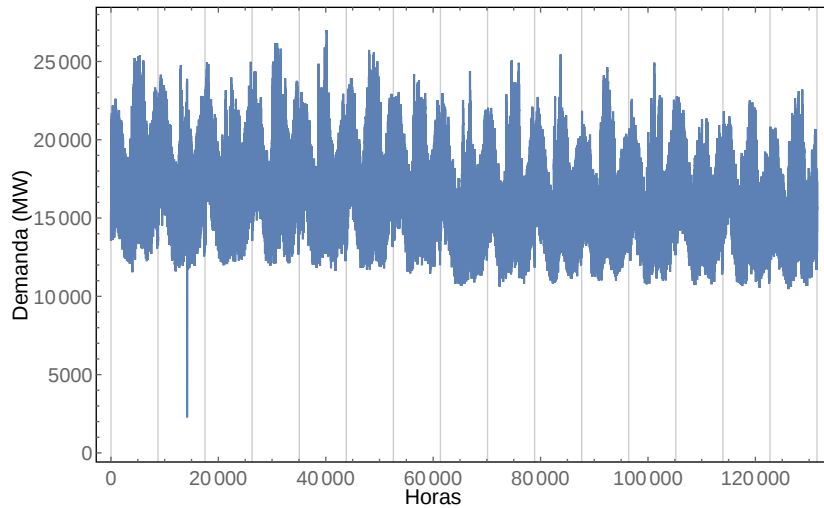


Figura 3.2: Serie de tiempo de demanda en Ontario.

Otra característica importante que se logra observar en la Figura 3.2 es la presencia de un pico de demanda, el cual se repite cada año durante la época de verano, a este patrón de comportamiento se le conoce como estacionalidad anual y se debe principalmente a factores climáticos. Algo que destaca a simple vista en esta serie de tiempo es la presencia de un valor extremo o atípico, el cual se originó debido a un apagón ocurrido el 14 de agosto de 2003 alrededor de las 4:00 PM y que afectó el noreste y oeste de los Estados Unidos junto

¹<http://www.ieso.ca/power-data/data-directory>

con la provincia canadiense de Ontario, en ese entonces se consideró el segundo apagón más grande de la historia, después del ocurrido en el sur de Brasil en 1999, afectando a cerca de 10 millones de personas en Ontario y cerca de 45 millones de personas en ocho estados de los Estados Unidos, en [Andersson *et al.*, 2005] se puede encontrar más información acerca de este acontecimiento.

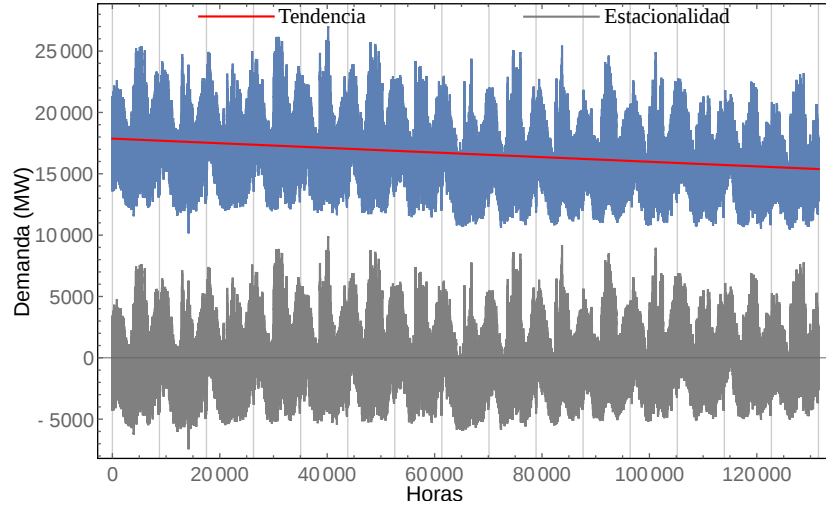


Figura 3.3: Descomposición de la serie de tiempo de demanda en Ontario.

Es importante eliminar los valores atípicos dentro de una serie de tiempo, ya que estos afectan la bondad de ajuste de un modelo, así como el desempeño en el pronóstico de valores futuros. La detección de valores atípicos en las series de tiempo de demanda se realiza de manera visual, debido a que estos sobresalen de los valores normales de demanda, por lo que es fácil identificarlos. Con el fin de eliminar los valores atípicos, se optó por sustituirlos con el valor horario promedio del día anterior y siguiente al día en que ocurrió este valor, expresado esto en forma matemática mediante la Ecuación (3.1).

$$D_{i,h} = \frac{D_{i-1,h} + D_{i+1,h}}{2} \quad (3.1)$$

donde $D_{i,h}$ es la demanda en el día i a la hora h que se quiere sustituir, $D_{i-1,h}$ y $D_{i+1,h}$ son los valores de la demanda del día anterior y siguiente a la hora h empleados en el promedio.

En la Figura 3.4 se muestran las curvas de demanda de los días lunes a domingo durante la segunda semana del mes de agosto de 2016, semana en la cual se registró la mayor demanda semanal del mes. En la figura se observa que la curva de demanda diaria presenta un comportamiento similar durante cada día de la semana, a este patrón de comportamiento que se repite cada 24 horas se le conoce como estacionalidad diaria y se debe principalmente a factores climáticos, así como a las propias actividades que se realizan diariamente dentro del sector residencial, industrial y comercial.

También se observa un aumento en la demanda durante los primeros días y una disminución en los días correspondientes al fin de semana. Esto concuerda con el hecho de que en los días laborales se tiene una mayor demanda, mientras que en los fines de semana se registraran demandas menores.

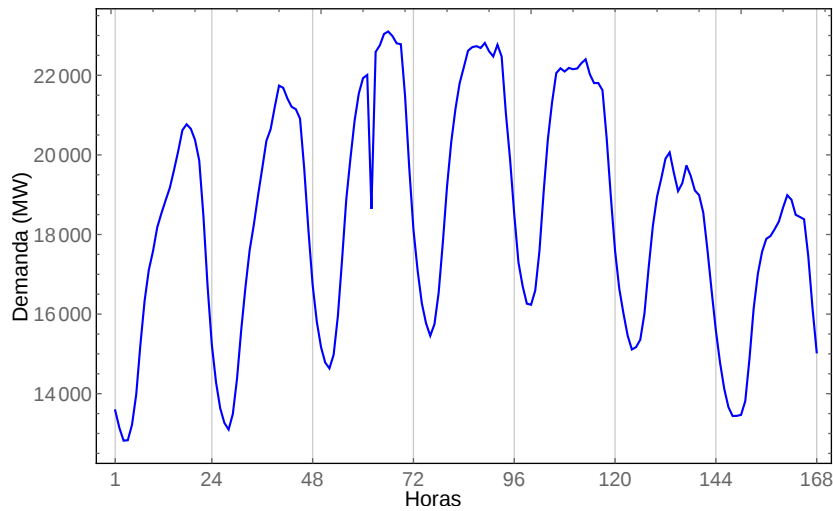


Figura 3.4: Demanda durante la segunda semana de agosto de 2016 en Ontario.

En la Figura 3.5 se presentan las curvas de demanda que se registraron durante el mes de agosto de 2016, ya que este fue el mes en el que se registraron las mayores demandas del año. En la figura se observa que las curvas de demanda en cada una de las semanas muestran un comportamiento similar, es decir, la demanda de una semana suele ser parecida a la de otra semana, debido a que la demanda de los lunes suele ser semejante y así para los martes, miércoles, etc., a este patrón de comportamiento se le conoce como estacionalidad semanal y también se debe a las razones explicadas en la Figura 3.4.

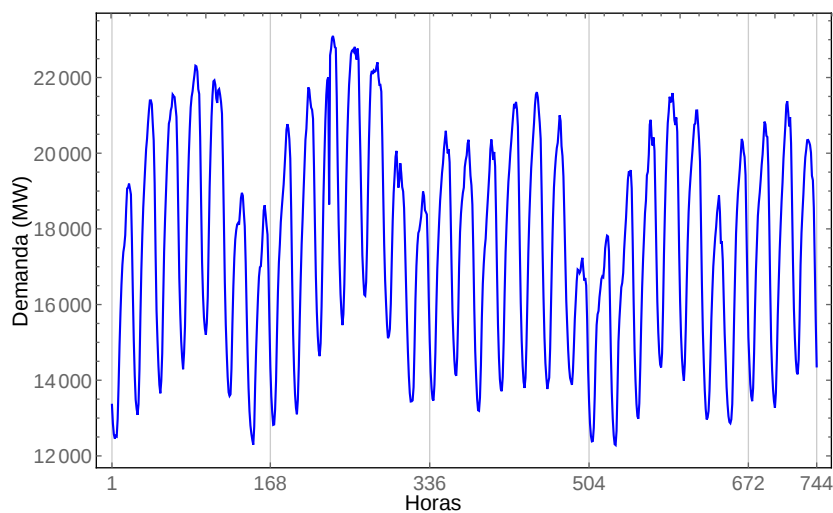


Figura 3.5: Demanda durante el mes de agosto de 2016 en Ontario.

En la Figura 3.6 se muestra la serie de tiempo de demanda registrada durante el año 2016, de donde se observa que durante los meses de junio, julio, agosto y septiembre se presentan las mayores demandas de energía, esto probablemente porque se trata de la época de verano, también se puede observar que en los meses de diciembre, enero y febrero se presentan altas demandas de energía, esto debido a que es época de invierno, las demandas más bajas se encuentran en los meses de marzo, abril y mayo ya que son los meses que se encuentran en la

época de primavera.

En la Figura 3.7 se presenta una gráfica en 3D, mediante la cual es posible apreciar mejor el comportamiento de la demanda durante el año 2016, en esta gráfica se puede ver el comportamiento horario, diario y anual de la demanda, además se observa mejor el aumento en la demanda durante los meses de verano.

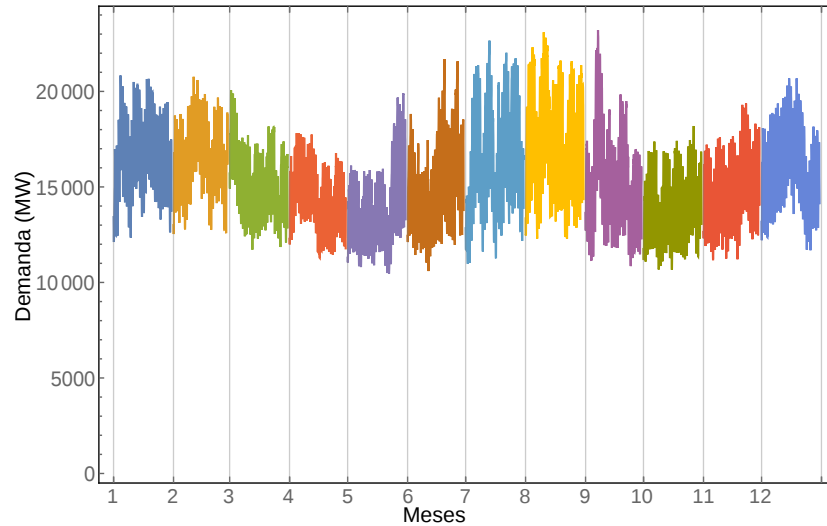


Figura 3.6: Serie de tiempo de demanda durante el 2016 en Ontario.

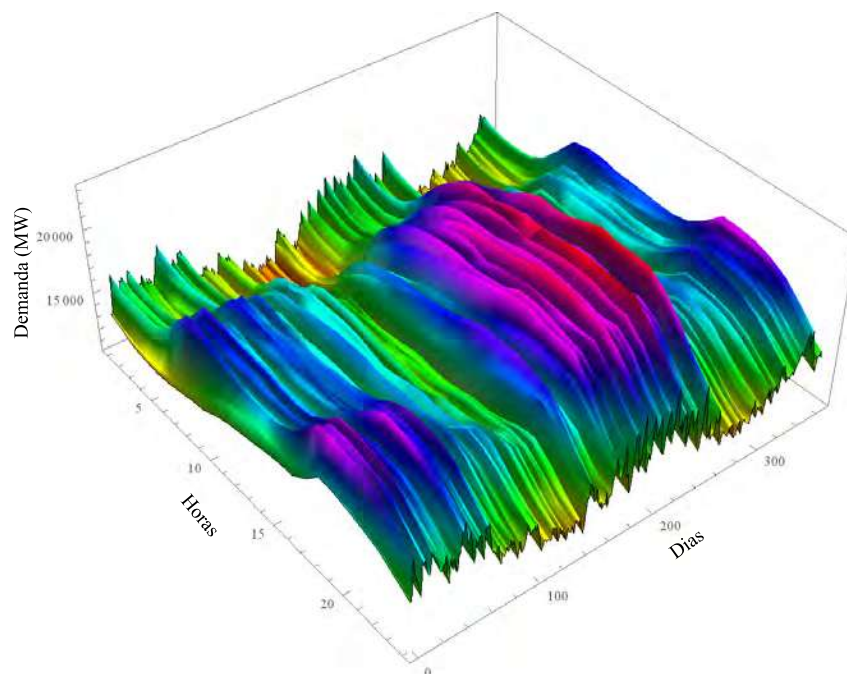


Figura 3.7: Comportamiento horario, diario y anual de la demanda en Ontario en 2016.

En la Figura 3.8 se muestran las curvas de demanda correspondientes a los días en los cuales se obtuvo la demanda máxima y mínima, así como la curva de demanda promedio, que

se registraron en las diferentes estaciones del año.

En la Figura 3.9 se presenta una gráfica donde se indica la demanda máxima, mínima y promedio en cada uno de los meses del año, de donde se puede observar que en los meses de junio, julio, agosto y septiembre se presentaron las mayores demandas; por otro lado, las menores demandas se presentaron en los meses de mayo y octubre, así como también en junio y septiembre.

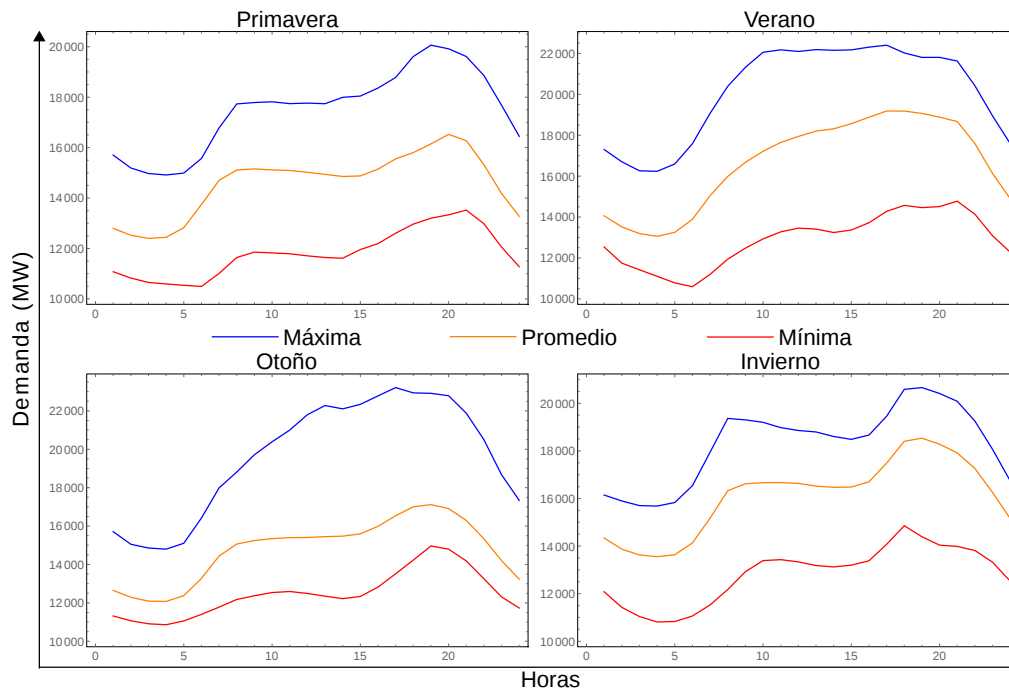


Figura 3.8: Curvas de demanda diaria máxima, mínima y promedio en las estaciones del año 2016 en Ontario.

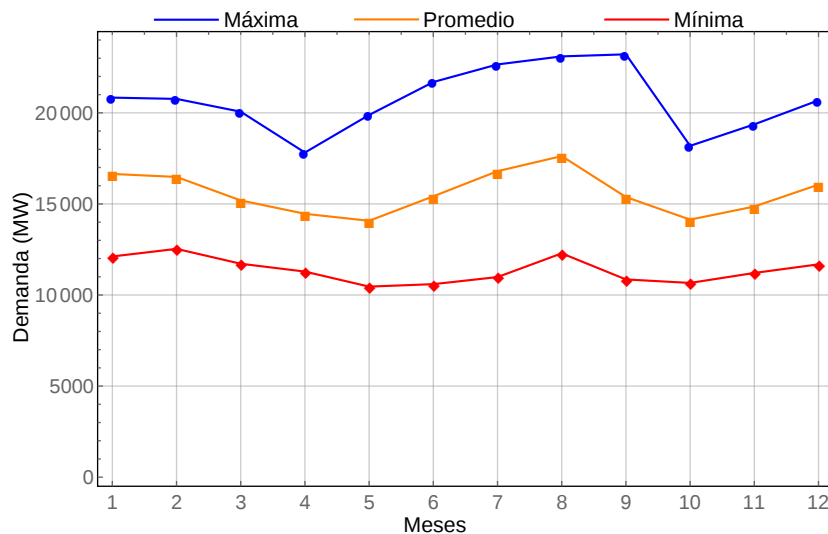


Figura 3.9: Demanda máxima, promedio y mínima durante los mes del año 2016 en Ontario.

En la Tabla 3.1 se presentan una serie de variables estadísticas básicas, tales como la demanda máxima, mínima, promedio y total en cada año, lo que permite describir cómo ha cambiado el comportamiento de la demanda en Ontario desde 2002 hasta 2016. De la tabla se tiene que la demanda mínima se registró en 2003 y la mayor demanda en 2006, mientras que la menor demanda promedio se dio en 2016 y la mayor en 2005. Otra variable importante es la demanda total en cada año, donde la mayor demanda anual se registró en 2005 mientras que la menor demanda anual se dio en 2016, esto muestra una vez más que la tendencia a largo plazo en la demanda en Ontario tiende a disminuir, por lo que se esperaría que en los próximos años la demanda continúe a la baja, ya que como se muestra en la sexta columna a partir de 2010 se ha tenido una disminución en la demanda con respecto al año anterior.

Tabla 3.1: Estadística descriptiva básica para la demanda en Ontario.

Año	Demanda Mínima (MW)	Demanda Máxima (MW)	Demanda Promedio (MW)	Demanda Total (MW)	Incremento sobre el año anterior (%)	Desviación Estándar
2002	11537	25414	17503.1	153327082	—	2515.15
2003	10141	24753	17319.6	151719470	-1.04	2569.60
2004	11983	24979	17467.8	153436970	1.13	2528.46
2005	11950	26160	17919.1	156971620	2.30	2744.78
2006	11621	27005	17243.6	151054281	-3.76	2557.41
2007	11699	25737	17375.1	152205637	0.76	2637.34
2008	11450	24195	16925.8	148675912	-2.31	2443.55
2009	10678	24380	15886.5	139165604	-6.39	2513.42
2010	10618	25075	16232.3	142194821	2.17	2602.93
2011	10799	25450	16149.6	141470780	-0.50	2451.39
2012	10998	24636	16084.7	141287714	-0.12	2408.90
2013	10765	24927	16065.8	140736784	-0.38	2397.41
2014	10719	22774	15959.3	139803825	-0.66	2312.25
2015	10539	22516	15640.6	137011780	-1.99	2344.32
2016	10461	23213	15595.4	136989747	-0.01	2414.69

3.4.4. La demanda en Texas

Mediante la Figura 3.10 se presenta la gráfica de la serie de tiempo del comportamiento que ha tenido la demanda de energía eléctrica en Texas, con datos horarios a partir de enero de 2002 hasta diciembre de 2016. Al igual que los datos de demanda de Ontario, los datos históricos de la demanda en Texas son públicos y se puede acceder a ellos a través de la página web del ISO².

Esta serie de tiempo es también no estacionaria, debido a los cambios que la demanda ha presentado tanto en su media como en su varianza a lo largo del tiempo. Esto se logra ver mediante la descomposición de la serie mostrada en la Figura 3.11, de donde se observa que la tendencia a largo plazo indica un claro aumento en la demanda y la cual se encuentra relacionada con el crecimiento económico que ha tenido Texas en los últimos años. Al igual que en el caso de Ontario, la estimación de la tendencia para la demanda en Texas se obtuvo

²http://www.ercot.com/gridinfo/load/load_hist

mediante el modelo lineal expresado en (2.4).

El comportamiento en la demanda que se logra observar en la Figura 3.10 y que se repite cada año durante los meses que corresponden a la época de verano, registrando los picos de demanda más grandes, corresponde a la presencia de la estacionalidad anual y la cual se debe principalmente a los factores climáticos antes mencionados.

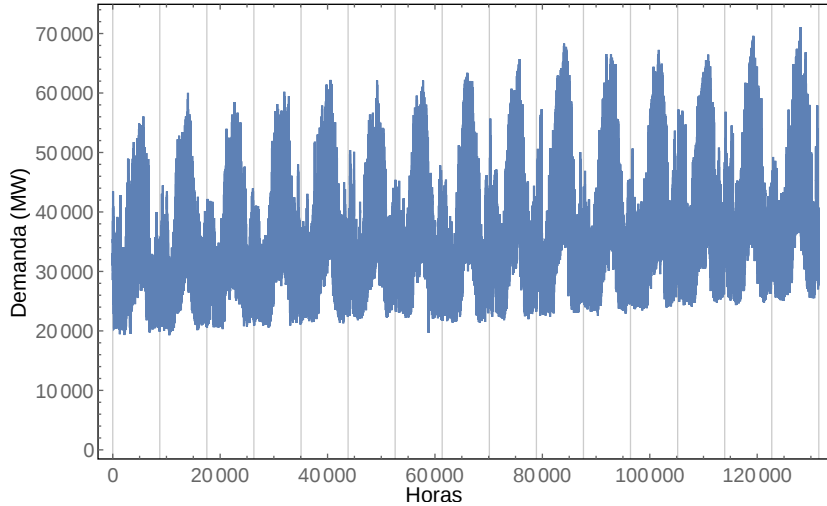


Figura 3.10: Serie de tiempo de demanda en Texas.

En la Figura 3.11 se puede apreciar mejor la componente estacional presente en esta serie de tiempo, la cual fue obtenida al extraer la tendencia de la serie original, es decir, mediante $S_i = y_i - T_i$ y al igual que en el caso de Ontario se hace la misma consideración acerca de la componente de error aleatorio, por lo que sólo se muestran las componentes de tendencia y estacionalidad.

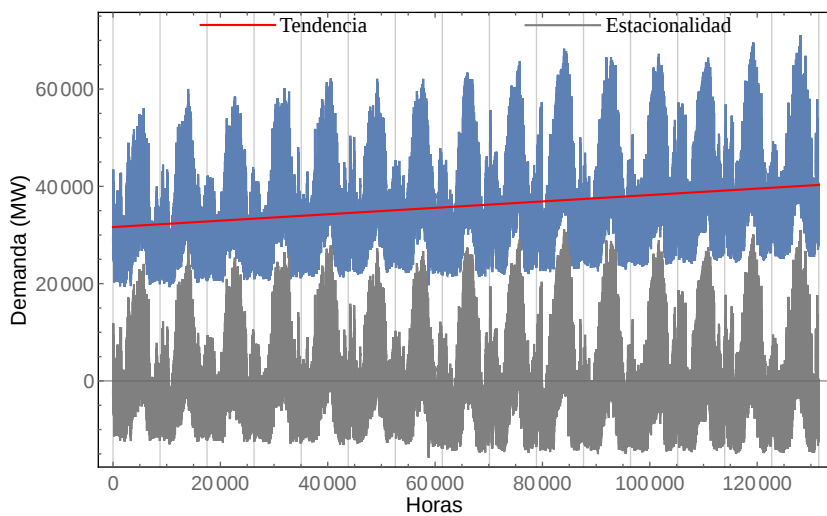


Figura 3.11: Descomposición de la serie de tiempo de demanda en Texas.

En la Figura 3.12 se presentan las curvas de demanda de los días viernes a jueves, correspondientes a la segunda semana del mes de julio de 2016, ya que en esta semana fue en la cual

se tuvo la mayor demanda semanal del mes. En la figura se puede observar que las curvas de demanda diaria presentan formas muy similares durante cada día de la semana, es decir se aprecia mejor la estacionalidad diaria, debido a que la demanda de un día es muy parecida a la de otro día, incluso se observa que los días correspondientes al fin de semana presentan una ligera disminución en la demanda con respecto a los días laborales, pero manteniendo la misma forma de la curva de demanda. Este patrón de comportamiento se debe igualmente a factores climáticos, así como a las actividades cotidianas que se realizan dentro de los distintos sectores de la industria eléctrica en Texas.

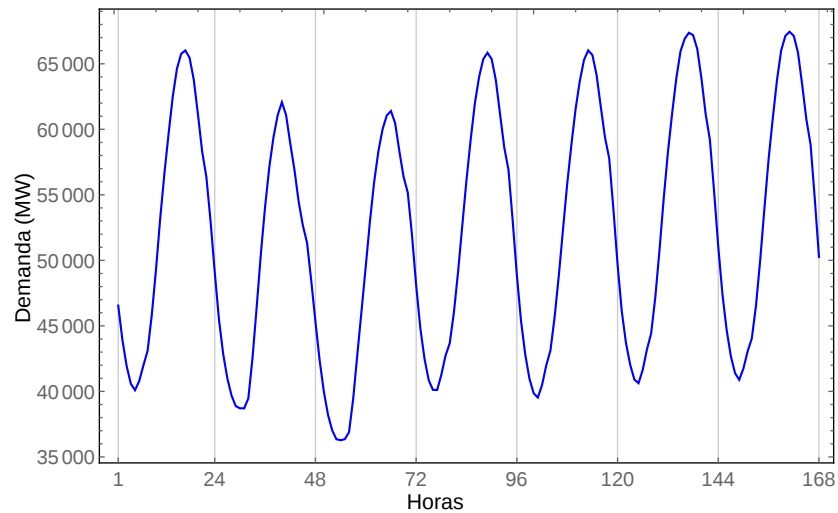


Figura 3.12: Demanda durante la segunda semana de julio de 2016 en Texas.

En la Figura 3.13 se muestran las curvas de demanda registradas durante el mes de julio de 2016, mes en el cual se obtuvo la mayor demanda mensual del año. En la figura se puede observar que las curvas de demanda en cada semana del mes tienen un patrón de comportamiento muy parecido, ya que la demanda en cada uno de los días de una semana es similar a la demanda de esos días pero en una semana distinta, teniéndose así presente la estacionalidad semanal en esta serie de tiempo.

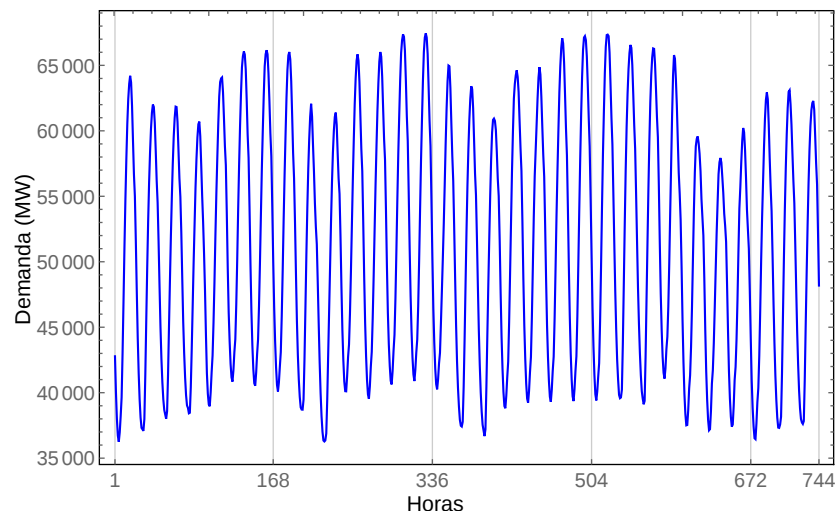


Figura 3.13: Demanda durante el mes de julio de 2016 en Texas.

En la Figura 3.14 se presenta la serie de tiempo de demanda la cual se registró en Texas durante el año 2016, de donde se observa que las mayores demandas se presentaron durante los meses de junio, julio, agosto y septiembre. También se observa que durante la época de invierno en los meses de enero, febrero y marzo se registraron las demandas más bajas, esto debido al clima presente en esta estación del año; en el mes de diciembre se observan dos picos de demanda, los cuales ocurrieron quizás debido a algún acontecimiento importante que ocasionó este aumento de demanda.

En la Figura 3.15 muestra una gráfica en 3D, mediante la que es posible observar mejor el comportamiento horario, diario y anual de la demanda registrada durante este año, además permite apreciar mejor el aumento que se tiene en la demanda durante los meses de verano.

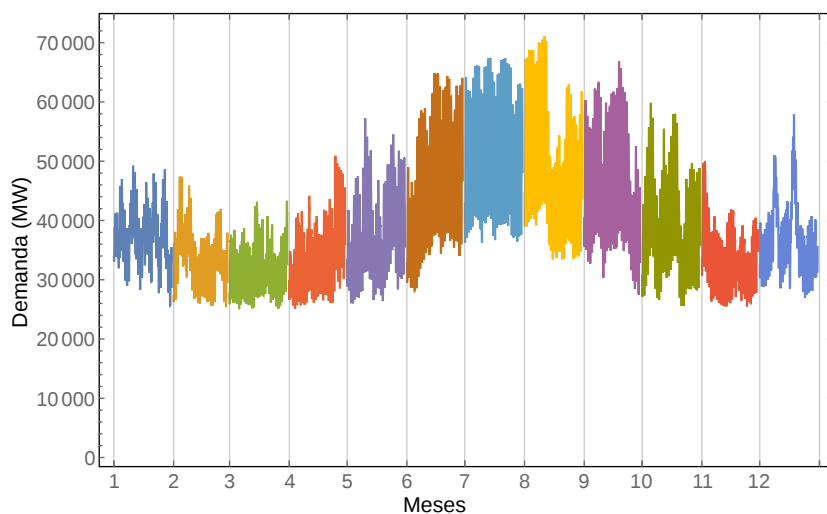


Figura 3.14: Serie de tiempo de demanda durante el 2016 en Texas.

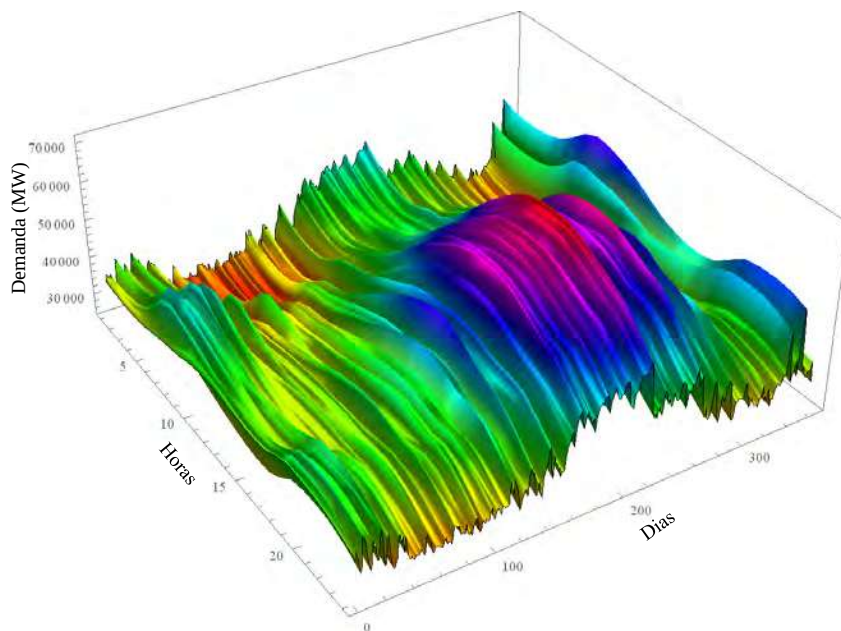


Figura 3.15: Comportamiento horario, diario y anual de la demanda en Texas en 2016.

En la Figura 3.16 se presentan las curvas de demanda correspondientes a los días en que se presentó la demanda máxima y mínima, así como la curva de demanda promedio, que se registraron en las diferentes estaciones del año.

En la Figura 3.17 se muestra una gráfica donde se tienen los valores de la demanda máxima, mínima y promedio durante cada uno de los meses del año 2016, de donde se observa que en los meses de junio, julio, agosto y septiembre se registraron las mayores demandas, mientras que las demandas mínimas permanecen casi constantes en todos los meses a excepción en el mes julio y agosto donde la demanda también es mayor.

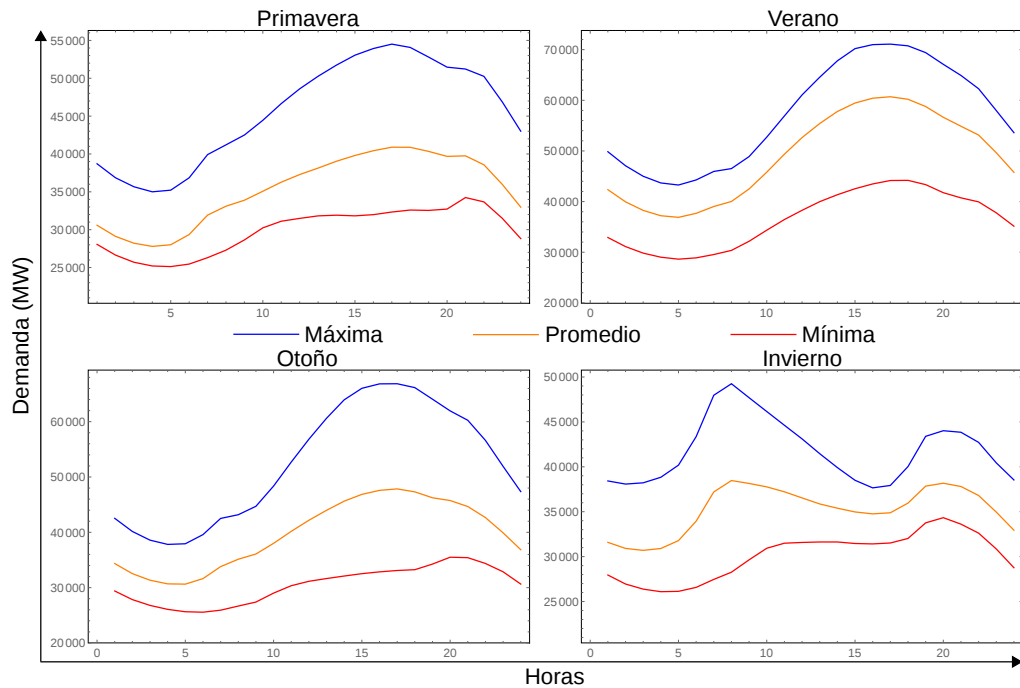


Figura 3.16: Curvas de demanda diaria máxima, mínima y promedio durante las estaciones del año 2016 en Texas.

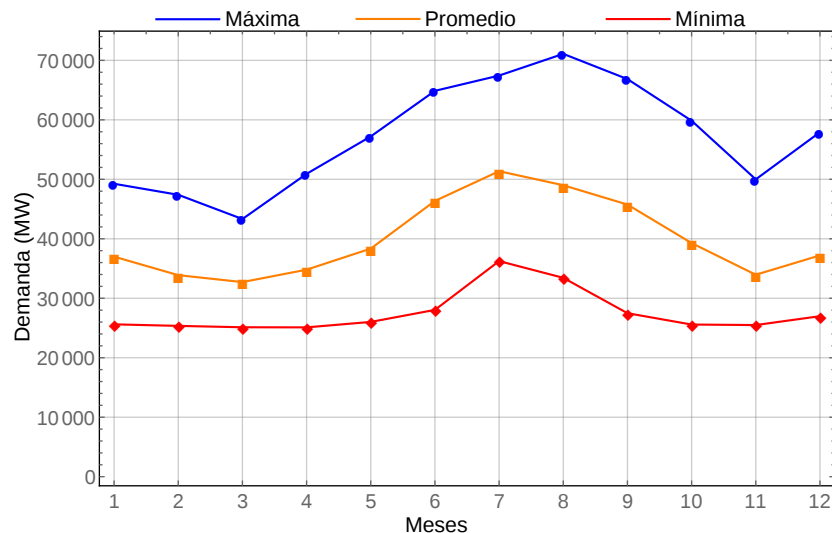


Figura 3.17: Demanda máxima, promedio y mínima durante los meses del año 2016 en Texas.

En la Tabla 3.2 se muestran una serie de variables estadísticas básicas, como son la demanda máxima, mínima, promedio y total en cada año, lo que permite describir cómo ha sido el comportamiento de la demanda en Texas a partir del 2002 hasta el 2016. En la tabla se observa que la demanda mínima se registró en 2003, mientras que la demanda máxima en 2016. También se tiene que la menor demanda promedio se dio en 2002 y la mayor en 2016, en la quinta columna se presenta la demanda total en cada año, de donde se observa que la menor demanda anual se dio en 2002, mientras que la mayor demanda anual en 2016, esto confirma una vez más que la tendencia a largo plazo de la demanda en Texas tiende a ser mayor cada año, por lo que se espera que en los próximos años se siga registrando un aumento en la demanda, esto se corrobora mediante la sexta columna, de donde se observa que en todos los años a excepción del 2009 y 2012 se ha tenido un aumento de demanda con respecto al año anterior.

Tabla 3.2: Estadística descriptiva básica para la demanda en Texas.

Año	Demanda Mínima (MW)	Demanda Máxima (MW)	Demanda Promedio (MW)	Demanda Total (MW)	Incremento sobre el año anterior (%)	Desviación Estándar
2002	19305.0	56068.0	31949.8	279880531	—	7440.80
2003	19269.8	60029.7	32462.9	284375221	1.60	7545.32
2004	20297.1	58483.7	32831.0	288387392	1.41	7420.62
2005	20559.9	60212.7	34070.1	298454381	3.49	8450.09
2006	21275.1	62202.8	34815.0	304979673	2.18	8501.98
2007	21795.2	62114.8	34999.1	306592359	0.52	7528.33
2008	19671.6	62103.0	35389.0	310856855	1.39	8315.80
2009	21378.7	63407.2	35090.0	307388617	-1.11	8719.84
2010	21797.7	65713.4	36334.8	318292472	3.54	8873.79
2011	22366.0	68317.7	38127.0	333992258	4.93	10069.0
2012	22528.3	66557.8	37000.3	325010918	-2.68	9011.68
2013	23440.5	67253.0	37869.9	331740359	2.07	8943.05
2014	24082.7	66464.1	38828.9	340140816	2.53	8742.32
2015	24337.5	69620.4	39668.5	347496429	2.16	9145.75
2016	25106.8	71092.6	40004.5	351399414	1.12	9437.75

3.4.5. La demanda en New York

En la Figura 3.18 se muestra la gráfica de la serie de tiempo de demanda de energía eléctrica en New York, con datos horarios desde enero de 2006 hasta diciembre de 2016, al igual que en los casos anteriores estos datos históricos de demanda en New York son públicos y se puede tener acceso a ellos desde la página web del ISO³. La gráfica muestra que se trata de una serie de tiempo no estacionaria, debido a las mismas razones mencionadas en los casos de Ontario y Texas.

En la Figura 3.19 se presenta la descomposición de la serie en sus componentes principales, donde la tendencia a largo plazo indica que la demanda a través de los años ha presentado una

³<http://mis.nyiso.com/public/P-58Clist.htm>

disminución, sin embargo, esta disminución no es tan marcada como en el caso de la demanda en Ontario y se podría decir que la demanda que se ha registrado durante cada año en New York ha permanecido casi constante, al igual que en los casos anteriores la estimación de la tendencia se realizó utilizando el modelo lineal dado en (2.4).

Los picos de demanda que se observan en la Figura 3.18 y que se repiten en cada año corresponde a las demandas máximas que se registraron durante la época de verano, observándose así la presencia de la estacionalidad anual en la serie y la cual se debe principalmente al factor climático.

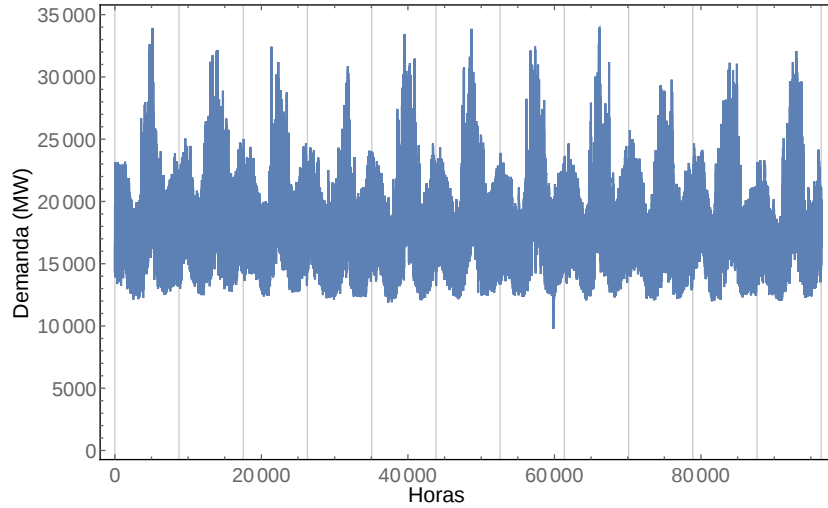


Figura 3.18: Serie de tiempo de demanda en New York.

En la Figura 3.19 se muestra la componente estacional de la serie, la cual se obtuvo al extraer la tendencia de la serie original, es decir, mediante $S_i = y_i - T_i$, nuevamente se considera que la componente de error aleatorio no se encuentra presente en la serie, por lo que sólo se presentan las componentes de tendencia y estacionalidad.

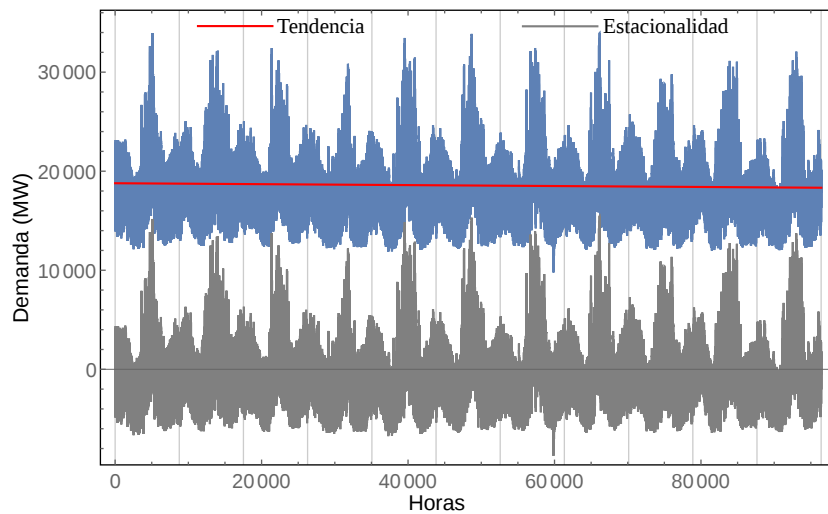


Figura 3.19: Descomposición de la serie de tiempo de demanda en New York.

En la Figura 3.20 se muestran las curvas de demanda de los días lunes a domingo, registradas durante la segunda semana del mes de agosto de 2016, ya que esta semana fue en la cual se obtuvo la mayor demanda semanal del mes. En la figura se observa que la forma de las curvas de demanda presentan un comportamiento similar, debido a la estacionalidad diaria y que se debe a los diferentes factores que afectan la demanda mencionados anteriormente, se observa que durante los primeros tres días la demanda es menor, mientras que en el resto de días incluyendo el fin de semana se presentan demandas mayores, esto quizás a que las actividades en los diferentes sectores permanecen casi sin variar.

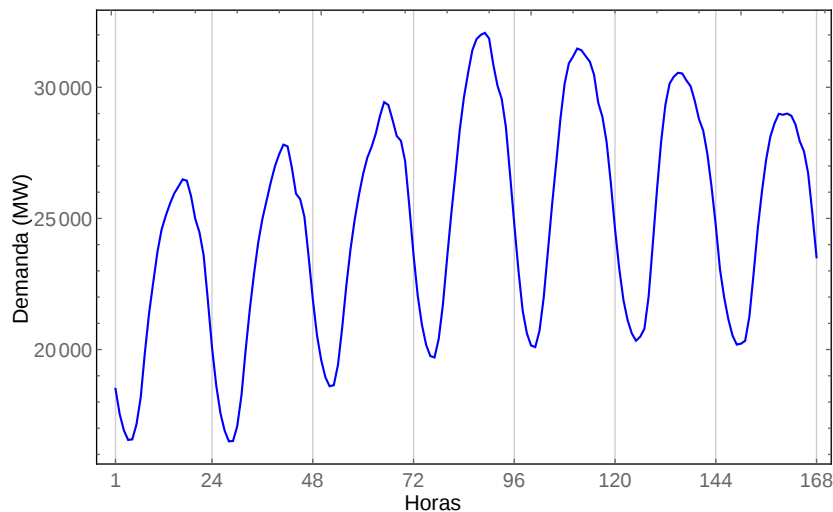


Figura 3.20: Demanda durante la segunda semana de agosto de 2016 en New York.

En la Figura 3.21 se presentan las curvas de demanda registradas durante el mes de agosto de 2016, debido a que en este mes fue en el cual se registró la mayor demanda mensual del año. Se puede observar que en este caso las curvas de demanda en las diferentes semanas no son tan parecidas, ya que se tiene una mayor variación de la demanda en los días de las diferentes semanas; es decir, la curva de demanda de un día de la semana no es similar a la curva de demanda de ese mismo día en las otras semanas, aun así debe existir un cierto grado de estacionalidad semanal en la demanda de este mes.

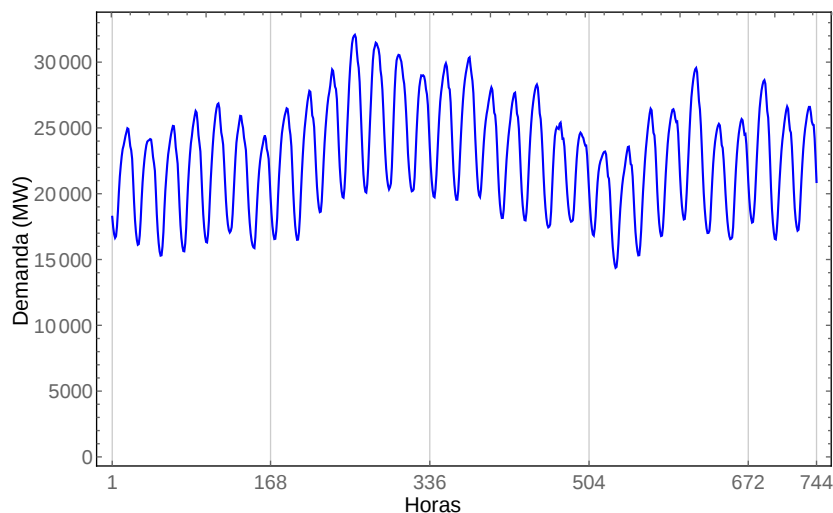


Figura 3.21: Demanda durante el mes de agosto de 2016 en New York.

En la Figura 3.22 se muestra la serie de tiempo de demanda registrada durante el año 2016, de donde se puede observar que durante los meses de junio, julio, agosto y septiembre es cuando se presentan las mayores demandas de energía, mientras que en el resto de meses la demanda tiene un comportamiento similar.

En la Figura 3.23 se presenta una gráfica en 3D de la demanda horaria, diaria y anual durante el año 2016, mediante esta gráfica se logra observar mejor el aumento en la demanda durante los meses de verano.

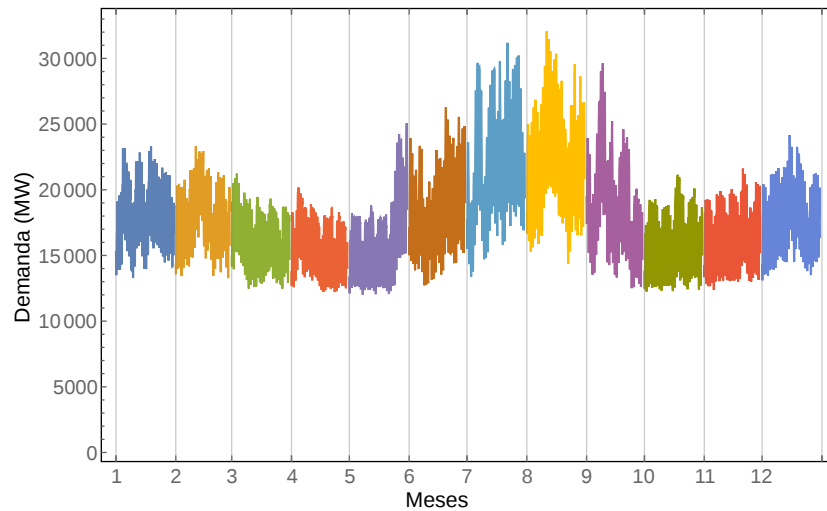


Figura 3.22: Serie de tiempo de demanda durante el 2016 en New York.

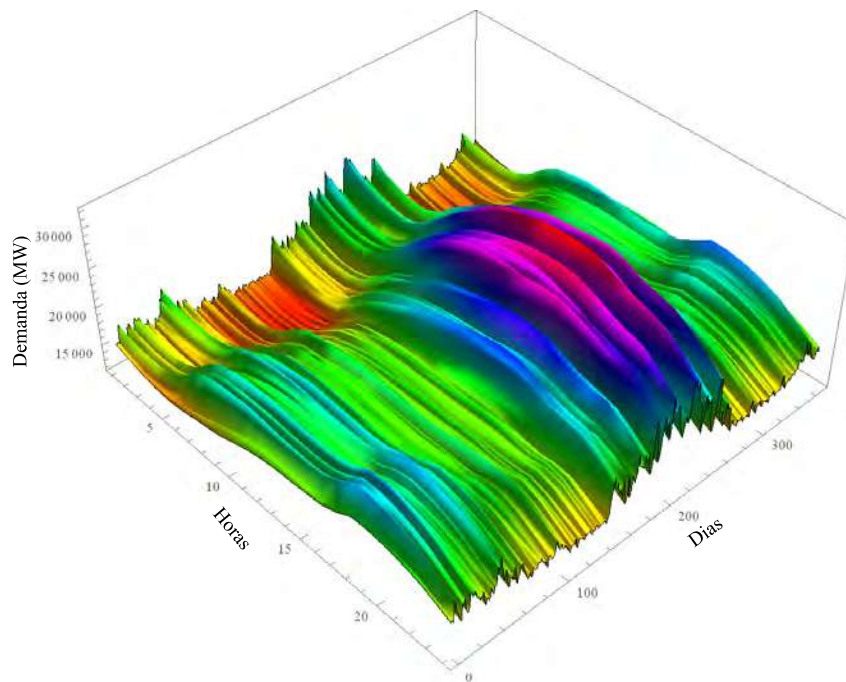


Figura 3.23: Comportamiento horario, diario y anual de la demanda en New York en 2016.

En la Figura 3.24 se muestran las curvas de demanda correspondientes a los días en que se presentaron la demanda máxima y mínima, así como la curva de demanda promedio, que se registraron en cada una de las estaciones del año.

Mientras que en la Figura 3.25 se presenta una gráfica en la cual se muestran los valores de la demanda máxima, mínima y promedio en cada uno de los meses del año, observándose que en los meses de julio, agosto y septiembre se registraron las mayores demandas, por otro lado las menores demandas permanecieron casi constantes en todos los meses a excepción de los meses de julio y agosto donde la demanda fue un poco mayor.

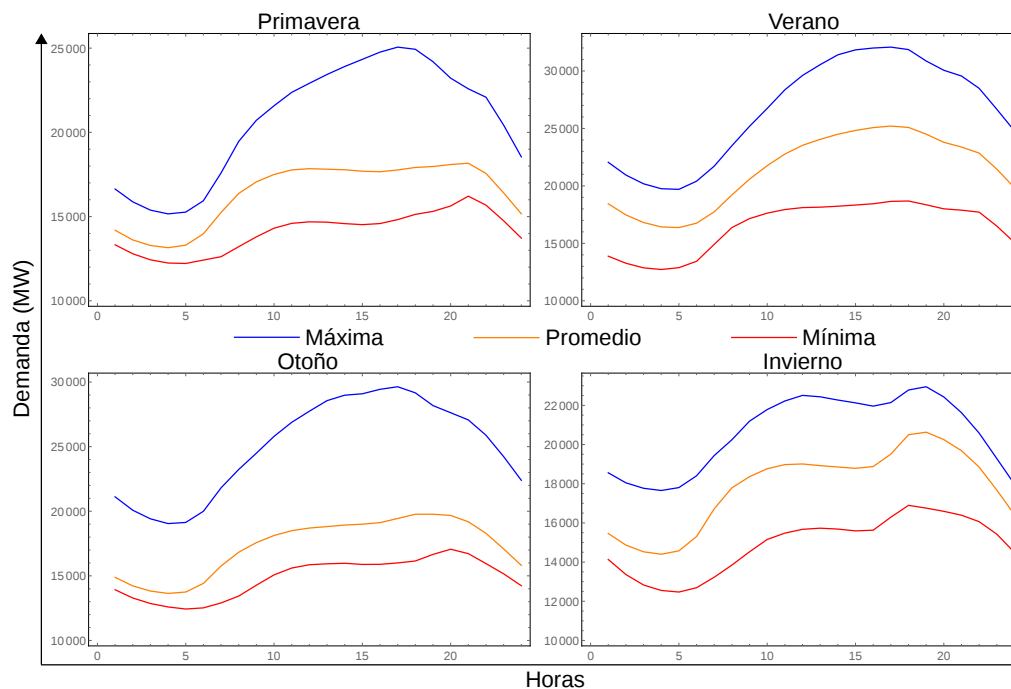


Figura 3.24: Curvas de demanda diaria máxima, mínima y promedio durante las estaciones del año 2016 en New York.

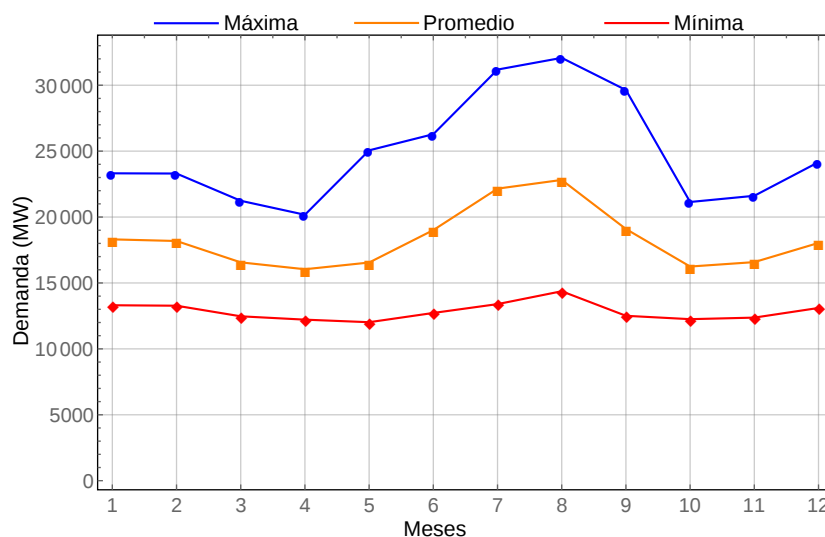


Figura 3.25: Demanda máxima, promedio y mínima durante los mes del año 2016 New York.

En la Tabla 3.3 se presentan una serie de variables estadísticas básicas, tales como la demanda máxima, mínima, promedio y total en cada año, estas variables permiten describir cómo ha sido el comportamiento de la demanda en New York desde de 2006 hasta 2016. De la tabla se puede ver que la demanda mínima se registró en 2012, mientras que la demanda máxima fue en 2013, también se observa que la demanda mínima promedio se dio 2009 y la máxima en 2007, en la quinta columna se muestra la demanda total en cada año, de donde se tiene que la menor demanda anual se registró en 2009, mientras que la mayor demanda anual en 2007, también se puede ver que la demanda durante los últimos años ha permanecido casi constante, ya que no se observa un cambio significativo en la demanda de un año con respecto a otro.

Tabla 3.3: Estadística descriptiva básica para la demanda en New York.

Año	Demanda Mínima (MW)	Demanda Máxima (MW)	Demanda Promedio (MW)	Demanda Total (MW)	Incremento sobre el año anterior (%)	Desviación Estándar
2006	12117.0	33939.1	18523.6	162266940	—	3508.35
2007	12469.7	32169.4	19102.7	167339602	3.12	3411.50
2008	12369.5	32431.6	18854.3	165616496	-1.02	3355.17
2009	12122.2	30843.6	18126.9	158791935	-4.12	3163.80
2010	11859.1	33452.2	18664.3	163499697	2.96	3738.13
2011	12146.7	33865.1	18645.1	163330684	-0.10	3529.45
2012	9771.2	32439.3	18538.3	162840108	-0.30	3601.48
2013	12054.5	33955.8	18666.2	163516112	0.41	3471.78
2014	12057.6	29782.2	18267.8	160026164	-2.13	3138.73
2015	11981.4	31138.4	18444.7	161575879	0.96	3403.06
2016	12022.5	32075.5	18305.8	160798460	-0.48	3580.37

3.5. Precios de la energía

Dentro de un mercado eléctrico los precios de la energía proporcionan a los inversionistas señales correctas acerca de las condiciones de equilibrio entre la oferta y la demanda, por lo tanto, el precio de la energía es el factor que influye directamente en las decisiones de inversión. Uno de los problemas a los que se enfrentan los inversionistas es a la incertidumbre de los precios, ya que los valores futuros dependen de varios factores, tales como la variabilidad de la demanda, la volatilidad en el precio de los combustibles, de la entrada o salida de generadores, entre otros [José Matamala, 2008].

Las empresas generadoras tienen como objetivo maximizar sus ganancias, por lo que es necesario contar con un buen pronóstico o estimación del precio de la energía para el día siguiente, de tal manera que ayude a organizar la programación de la generación y de esta manera a realizar mejores ofertas [Mazengia, 2008].

En [Mazengia, 2008] se menciona que el precio de la energía dentro de un mercado desregulado tiene la característica de ser muy volátil e incierto, además de que influye la naturaleza

del mercado, debido a que ésta puede variar de un país a otro por diferentes factores, tales como la ubicación geográfica, el tipo de plantas que se utilizan en la generación de energía eléctrica o los cambios repentinos en las condiciones climáticas, así como problemas que se pudieran presentar en los sistemas de generación y transmisión.

Debido a que una serie de factores determinan el precio, el mercado en general es muy complejo y difícil de tratar y a menos que se tenga amplia información acerca de estos factores, así como la magnitud de su influencia en el mercado, será difícil pronosticar con precisión el precio, independientemente del mercado bajo estudio o del modelo de pronóstico empleado.

La volatilidad se define como el grado de variación en el precio de la energía durante un periodo de tiempo determinado y de acuerdo a [Shahidehpour *et al.*, 2002] se debe principalmente a que la oferta y la demanda se deben ajustar segundo a segundo, sin embargo, a continuación se mencionan otras razones que causan la volatilidad en los precios de la energía:

- Volatilidad en el precio de los combustibles.
- Incertidumbre en la demanda.
- Fluctuaciones en la producción de energía eléctrica con centrales hidroeléctricas.
- Incertidumbre en la generación (interrupciones).
- Congestionamiento en las líneas de transmisión.
- Comportamiento de los participantes en el mercado.
- Manipulación del mercado.

3.5.1. Tipo de precios en el mercado eléctrico

Como se mencionó anteriormente, el precio de la energía en el mercado es muy importante, ya que es la principal señal para todos los participantes en el mercado, por lo que el concepto más básico es el precio de equilibrio del mercado en inglés "Market Clearing Price" (MCP), este es el mismo para todo el sistema y se presenta cuando no hay congestión en las líneas de transmisión. Por el contrario, cuando se tiene un congestionamiento en las líneas, se presenta el precio de equilibrio por zona en inglés "Zonal Market Clearing Price" (ZMCP) y el precio marginal por localización en inglés "Locational Marginal Price" (LMP), los cuales pueden ser empleados como señal para los participantes, el ZMCP es el mismo dentro de una zona, pero puede ser diferente en varias zonas y el LMP puede ser diferente para diferentes buses dentro del sistema eléctrico [Shahidehpour *et al.*, 2002].

Una empresa generadora necesita pronosticar el MCP antes de realizar sus ofertas, sin el conocimiento de los precios de otras empresas generadoras y sólo con algunos datos disponibles, tales como el pronóstico de la demanda y las condiciones meteorológicas, así como de los datos históricos del precio de la energía. El MCP es un término común y no técnico para el precio de equilibrio, por lo tanto, es el precio que existe cuando un mercado se encuentra libre de escasez y excedente, es decir, está en equilibrio.

Una vez que las empresas presentan sus ofertas, las órdenes de compra y venta se agregan en dos curvas, una de demanda y otra de oferta, en un gráfico de mercado el precio de equilibrio se encuentra en la intersección de la curva de demanda y la curva de oferta como se muestra en la Figura 3.26, es a este precio que tanto compradores como vendedores no están dispuestos

a cambiar el precio, situación primordial para el equilibrio, ya que la cantidad de energía demandada es igual a la cantidad de energía suministrada, es decir los compradores pueden comprar toda la energía que requieran ya que no hay escasez y los vendedores pueden vender toda la energía debido a que no existe un exceso de generación.

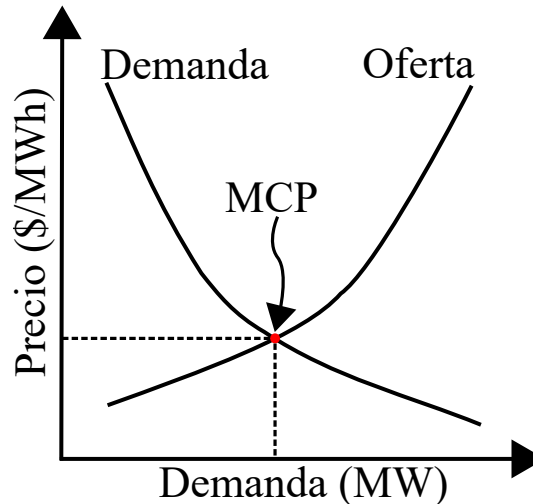


Figura 3.26: Determinación del precio de equilibrio del mercado.

Como se mencionó anteriormente, el precio de la energía depende de diversos factores, lo que hace que el precio tenga una alta volatilidad, en un mercado eléctrico regulado se tiene la ventaja de que el precio de la energía es estable, por lo que los compradores y vendedores pueden depender de estos precios ya que no varían rápidamente, característica que los hace previsibles. Por el contrario, en un mercado eléctrico competitivo los precios varían según las condiciones del mercado y en muchas ocasiones por razones que no pueden ser explicadas, tal como sucede en el mercado de valores [Cordova, 2003].

3.5.2. Precios de la energía en Ontario

En la Figura 3.27 se muestra la gráfica de la serie de tiempo de los precios de la energía en Ontario Canadá, registrados a partir de mayo de 2002 hasta diciembre de 2016, al igual que los datos históricos de la demanda los datos de los precios son públicos, por lo que se puede tener acceso a ellos en la página web del ISO⁴. De la gráfica se puede observar que a pesar de que la serie de tiempo no presenta tendencia alguna y que no se logra identificar algún tipo de estacionalidad, se trata de una serie de tiempo no estacionaria, ya que presenta un comportamiento muy variable y aunque el precio de la energía es muy volátil, no se debe considerar aleatorio, por lo que se espera encontrar algún tipo de patrón de comportamiento en la serie. La volatilidad en esta serie se debe a la variabilidad en los precios, ya que como se muestra en la Figura 3.27 se presentan precios elevados (valores extremos) o demasiado bajos, e incluso se pueden observar precios negativos, los cuales comenzaron a surgir a partir del año 2009.

⁴<http://www.ieso.ca/power-data/data-directory>

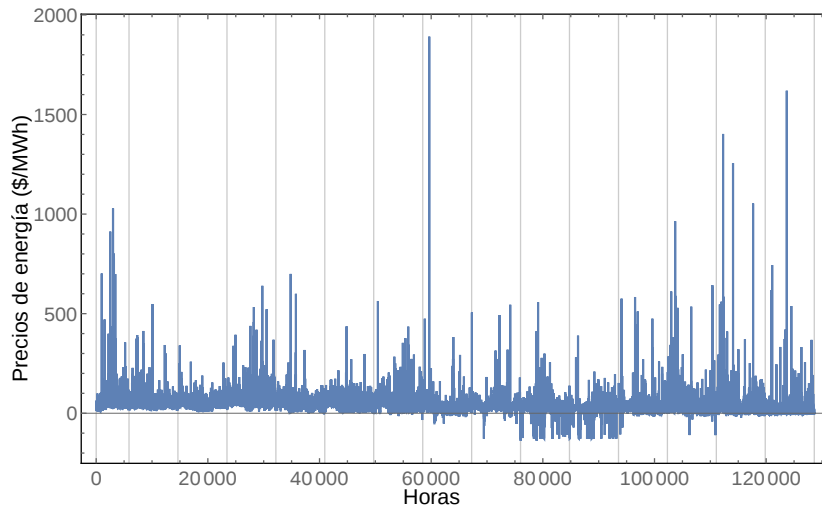


Figura 3.27: Serie de tiempo de precios de la energía en Ontario.

Los precios de la energía que son demasiado altos y los precios extremos se deben principalmente a la existencia de congestionamiento en las líneas de transmisión, es decir, cuando el flujo en las líneas excede su límite, además estos precios pueden ser causados también por ofertas que son excesivamente altas. Los precios negativos de acuerdo a [Guzman, 2014] son causados por generadores que ofertan a precios negativos con el único fin de permanecer conectados al sistema, teniendo en cuenta que en horas más tarde pueden entrar con precios positivos, esto quiere decir que los generados pagan a los consumidores para que consuman la energía generada.

Con el fin de mostrar la variación que se tiene en los precios de la energía, se presentan las Figuras 3.28 y 3.29, donde estos precios corresponden a la segunda semana y a todo el mes de agosto de 2016, respectivamente. De donde se puede observar que los precios son muy diferentes en cada hora del día, por lo que no se tienen precios parecidos en ningún día de la semana ni del mes, ya que se presentan precios elevados y bajos en cada día de las diferentes semanas.

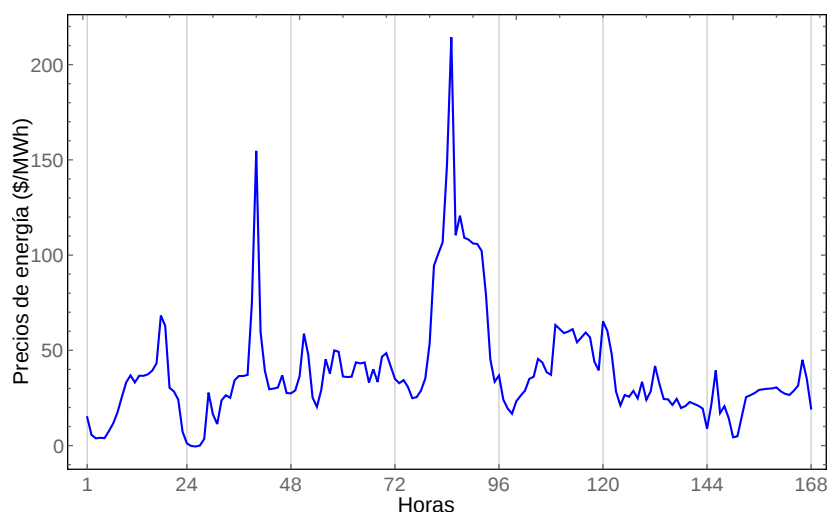


Figura 3.28: Precios de la energía durante la segunda semana de agosto de 2016 en Ontario.

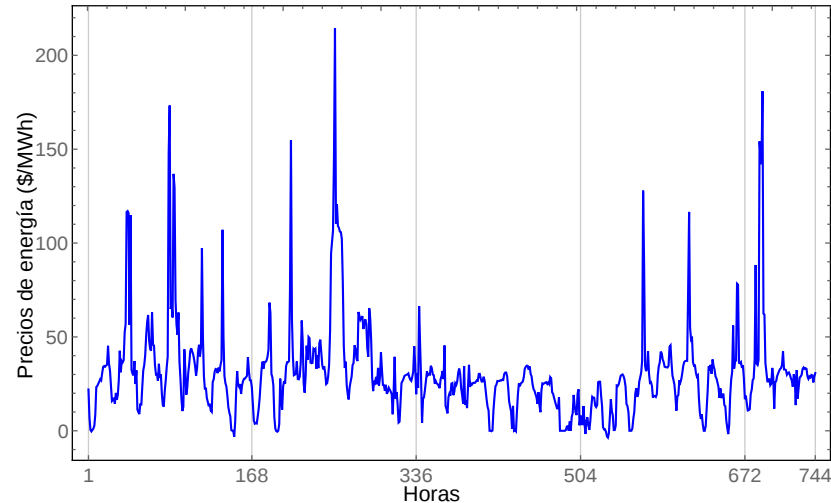


Figura 3.29: Precios de la energía durante el mes de agosto de 2016 en Ontario.

En la Figura 3.30 se presenta la serie de tiempo de los precios de la energía registrados durante el año 2016. En esta figura se puede observar que los precios durante este año presentaron una alta variación, ya que se tuvieron presentes precios elevados y bajos en los diferentes meses, también se observa que en los meses de febrero y junio se presentaron los precios más elevados, esto quizás a que se presentó un congestionamiento en las líneas de transmisión o a otras de las razones mencionadas.

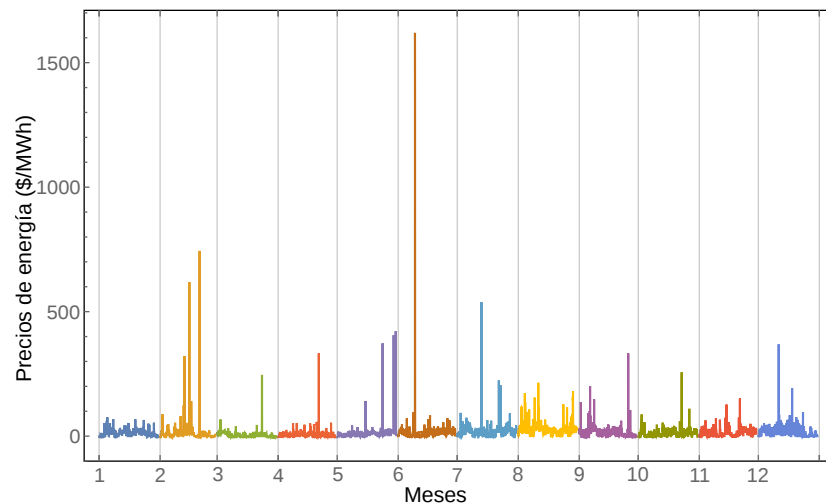


Figura 3.30: Serie de tiempo de precios de la energía en Ontario durante 2016.

3.5.3. Clasificación del pronóstico en los precios de la energía

De acuerdo a [Shahidehpour *et al.*, 2002], el pronóstico de precios se clasifica según la duración de tiempo, tipo de precio y tipo de cliente, cada una de estas clasificaciones se mencionan continuación:

- **Duración del tiempo.** Existen básicamente dos tipos de pronóstico que se basan en la duración del tiempo y son el pronóstico a corto y largo plazo; donde el pronóstico a corto

plazo es utilizado por las compañías de generación, principalmente para determinar sus estrategias de oferta en el mercado eléctrico. El pronóstico a largo plazo se utiliza en la planificación, así como para determinar la ubicación de nuevas centrales de generación.

- **Tipo de precio.** El pronóstico de precios se puede realizar para todo el sistema (MCP), para una zona específica (ZMCP) o para un bus específico (LMP).
- **Tipo de cliente.** El pronóstico de precios se realiza para los dos principales participantes en el mercado, los cuales son el operador independiente del sistema y las compañías de generación. El pronóstico para el ISO es lo mismo que la determinación del MCP y se dice que no es un verdadero proceso de pronóstico, ya que una vez que el ISO recibe las ofertas de los participantes puede calcular el MCP numéricamente. Mientras que para las compañías de generación es importante el pronóstico del precio MCP, ZMCP o LMP antes de realizar sus ofertas.

3.6. Conclusiones

En este capítulo se habló de las diferentes entidades participantes en un mercado eléctrico, así como las actividades que realizan y su importancia en el mercado. También se mencionó que la energía eléctrica es considerada como una mercancía, razón por la cual puede ser vendida y comprada por las diferentes entidades del mercado. Es por eso que se realizó una descripción de las series de tiempo de demanda de los mercados eléctricos de Ontario, Texas y New York, así como de la serie de tiempo de los precios de la energía en Ontario.

La descripción de las series de tiempo se vuelve muy importante, ya que permite identificar algunas características y patrones de comportamiento en diferentes intervalos de tiempo, lo que puede ayudar a formular un modelo de pronóstico para la demanda y precios de la energía a diferentes horizontes de pronóstico, de forma tal que con el pronóstico se pueda realizar una planificación y una operación segura y económica del sistema eléctrico de potencia.

El comportamiento de la demanda se encuentra determinado por diferentes factores, tales como el económico, que determina principalmente la demanda a largo plazo, mientras que a corto y mediano plazo la demanda es determinada por factores climáticos y de tiempo. Mediante las gráficas mostradas en este capítulo se observó que la demanda presenta un patrón muy parecido en los diferentes días de la semana, así como en las diferentes semanas, conociéndose a estos patrones de comportamiento como estacionalidad diaria y semanal, características muy importantes que deben ser consideradas cuando se formula un modelo de pronóstico.

Por otro lado, el comportamiento de los precios de la energía dentro de un mercado eléctrico desregulado tienen la característica de ser muy volátiles, ya que se encuentran determinados por diferentes factores, los cuales pueden ser difíciles de considerar en un modelo de pronóstico, por lo que se requiere de un análisis más detallado o el uso de alguna herramienta que ayude a encontrar ciertos patrones dentro de la serie de tiempo, de tal manera que puedan ser empleados en la formulación de un modelo. Se debe tener en cuenta que el pronóstico de precios será difícil de pronosticar con precisión debido a la naturaleza de la serie de tiempo.

Capítulo 4

Desarrollo del método de pronóstico

4.1. Introducción

En los últimos años, se han desarrollado una gran cantidad de modelos de pronóstico, tanto de demanda como de precios de la energía, los cuales han demostrado ser unos más precisos que otros, sin embargo, al día de hoy no existe un modelo generalizado que pueda ser empleado en la generación de pronósticos de precios y demanda, ya que cada caso de estudio puede presentar circunstancias particulares.

En este capítulo se presenta el desarrollo mediante el cual se obtienen dos modelos de pronóstico, tanto para la demanda como para los precios de la energía, la formulación de estos modelos se encuentra basada en la técnica de Regresión Lineal Múltiple. Con estos modelos es posible realizar el pronóstico de la demanda y de los precios de forma directa a un horizonte de pronóstico de corto plazo, es decir, se pronostican los 24 valores de demanda o precios del día siguiente en los mercados eléctricos de Ontario, Texas y New York. Cabe mencionar que para la formulación de estos modelos se emplean las series de tiempo descritas en el capítulo anterior, por lo tanto, se tiene que estos modelos son lineales y univariados, ya que sólo se utilizan las variables de demanda y precios para la estimación de los coeficientes de regresión de los modelos.

Mediante el análisis de la función de autocorrelación de las series de tiempo de demanda y precios, se encontró que estas presentan una estacionalidad diaria y semanal, además, se puede observar que el coeficiente de autocorrelación existente cuando se tiene la estacionalidad semanal, es mucho más grande que cuando se tiene la estacionalidad diaria, por lo que esta característica es la que se incluye en el desarrollo de los modelos de pronóstico.

4.2. Estacionalidad en las series de tiempo

En una serie de tiempo existe estacionalidad cuando los datos que componen la serie presentan un comportamiento cíclico o periódico [Espínola, 2004]. En las series de demanda existe una estacionalidad diaria, ya que la demanda de un día suele ser parecida a la demanda del día anterior, por ejemplo, la demanda de los martes tiende a ser parecida a la demanda de los lunes, la demanda de los miércoles parecida a la de los martes y así sucesivamente. También existe una estacionalidad semanal, debido a que la demanda en un día suele ser parecida a la demanda de ese día pero de la semana anterior, por ejemplo, la demanda de los lunes tiende a ser similar a la demanda de lunes anteriores y así sucesivamente [Espínola, 2004].

En las series de demanda también existe una estacionalidad anual, ya que el comportamiento de la demanda durante un año suele ser similar a la de años anteriores, debiéndose principalmente a los factores climáticos presentes en cada una de las estaciones del año. Se espera que la serie de precios de la energía presente tanto la estacionalidad diaria, como la estacionalidad semanal, lo cual confirmaría un patrón de comportamiento en dicha serie.

Para identificar la estacionalidad en las series de tiempo bajo estudio, se utiliza la FAC dada en (2.19). En las Figuras 4.1, 4.2 y 4.3 se muestran las gráficas de la FAC de las series de tiempo de demanda de Ontario, Texas y New York, mientras que en la Figura 4.4 se muestra la gráfica de la FAC de la serie de tiempo de los precios de la energía de Ontario. Estas FAC se grafican desde un retardo de tiempo $k = 1$ hasta $k = 672$, es decir, se gráfica el coeficiente de autocorrelación que existe entre los valores de demanda y precios que se encuentran separados k horas dentro de las series de tiempo.

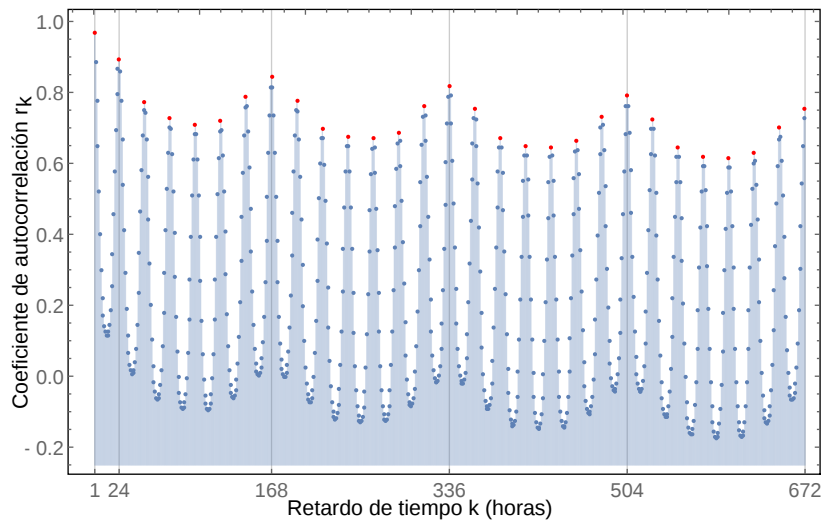


Figura 4.1: Función de autocorrelación de la demanda en Ontario.

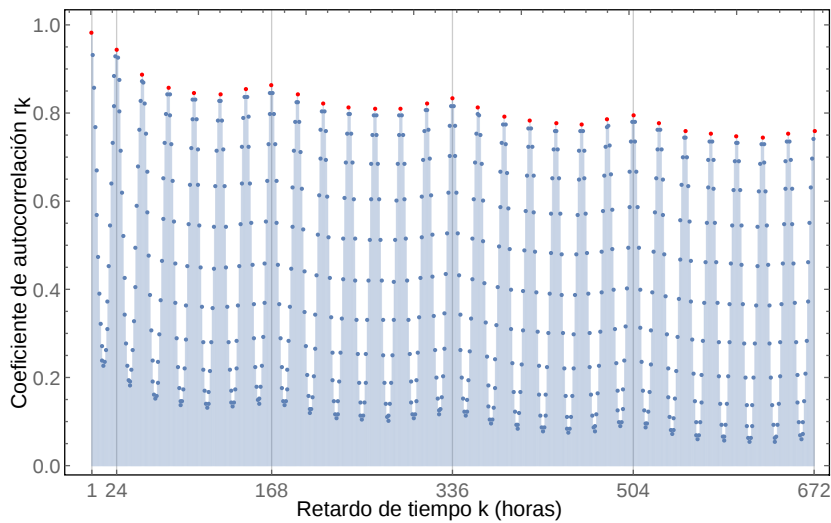


Figura 4.2: Función de autocorrelación de la demanda en Texas.

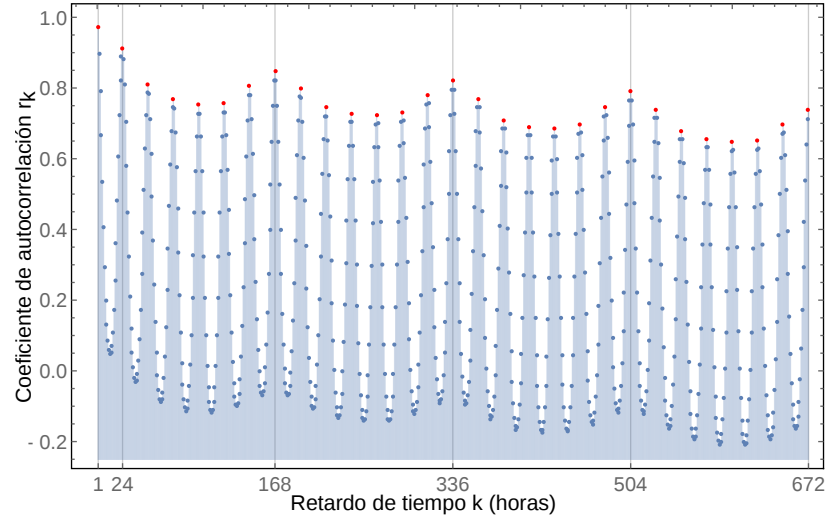


Figura 4.3: Función de autocorrelación de la demanda en New York.

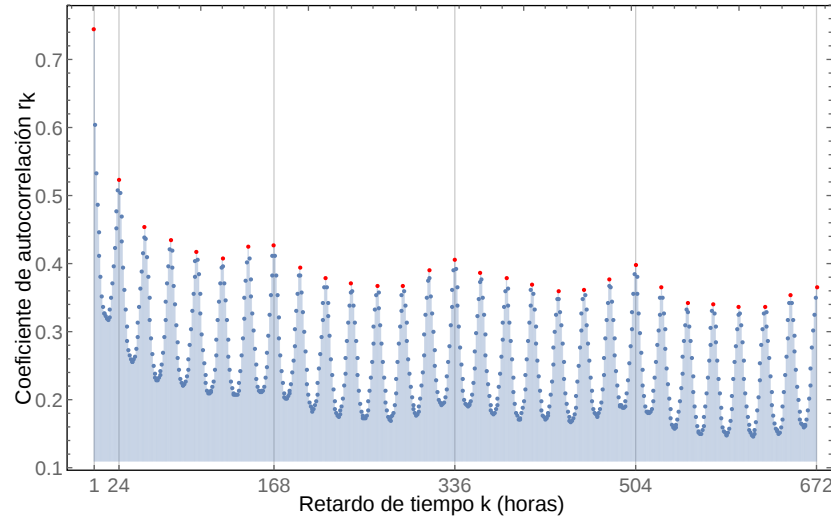


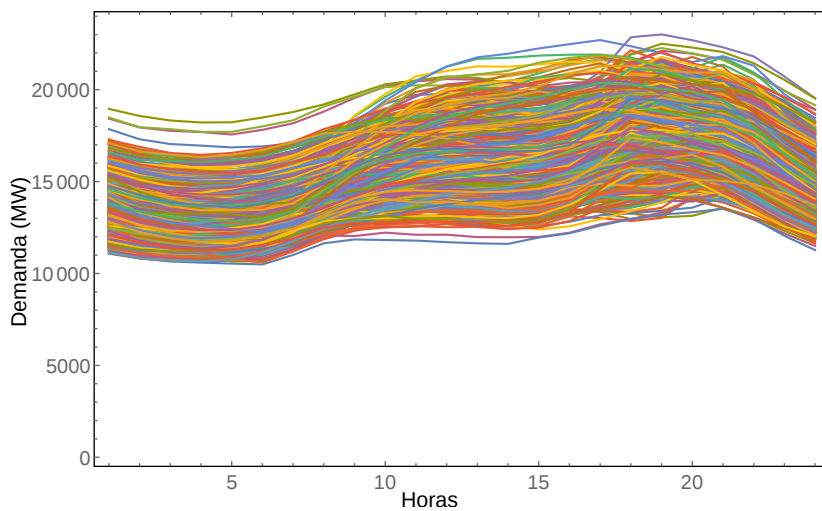
Figura 4.4: Función de autocorrelación de los precios de la energía en Ontario.

De las gráficas de la FAC para las series de tiempo de demanda se puede observar que efectivamente estas presentan un patrón de comportamiento periódico, ya que los coeficientes de autocorrelación con gran magnitud se tienen en 1, 24, 48, 72, ..., retardos de tiempo, es decir, cada 24 horas, con lo cual se comprueba la existencia de una estacionalidad diaria. En general se puede observar que los coeficientes de autocorrelación de mayor magnitud se dan en 1, 168, 336, 504, ..., es decir, cada 168 horas, lo cual implica la existencia de una estacionalidad semanal. En la gráfica de la FAC de la serie de tiempo de precios, se observa que existe un comportamiento periódico, sin embargo, los coeficientes de autocorrelación que se tienen cada 24 y 168 retardos de tiempo no son tan grandes, lo que significa que los valores de los precios no se encuentran tan relacionados, sin embargo, se observa un coeficiente de autocorrelación mayor en el retardo de tiempo $k = 1$, lo que significa que los valores de los precios en horas consecutivas se encuentran estrechamente relacionados.

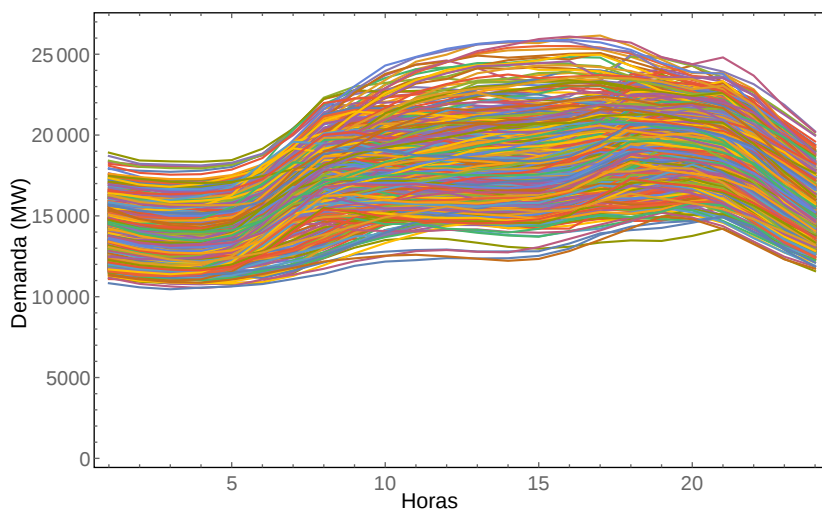
Con el fin de ilustrar la estacionalidad semanal en las series de tiempo de demanda, se presentan las Figuras 4.5, 4.6 y 4.7, de donde se puede observar que la demanda durante un día de la semana tiende a presentar un comportamiento similar en diferentes semanas.

Mientras que en la Figura 4.8, se observa que las curvas de precios no son parecidas durante un mismo día de diferentes semanas, ya que los precios son muy variables, característica de este tipo de series de tiempo.

En la Figura 4.5 se muestran las curvas de demanda correspondientes a 782 días domingo y 782 días lunes, registradas a partir de 2002 hasta 2016 en Ontario. En esta figura se puede ver cómo el comportamiento de la demanda durante los domingos y los lunes en las diferentes semanas tiende a ser muy similar, también se observa que durante los domingos se tiene un aumento en la demanda entre las primeras 9 y 10 horas del día, mientras que en los lunes el aumento en la demanda comienza en las primeras 5 y 6 horas, esta diferencia se debe tal vez al cambio de un día no laboral a uno laboral.



(a) Curvas de demanda durante los domingos.

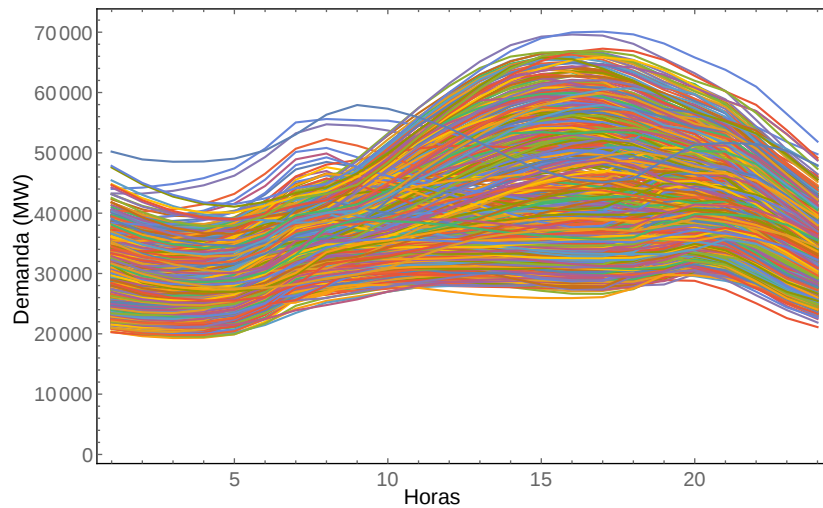


(b) Curvas de demanda durante los lunes.

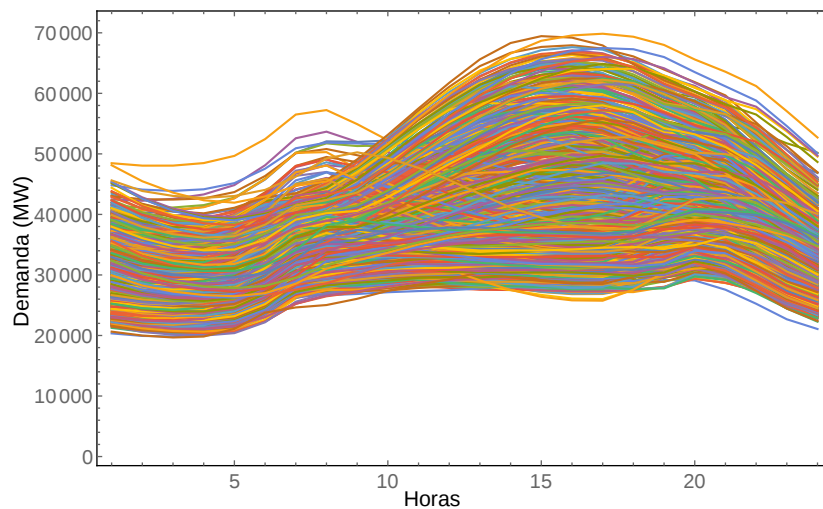
Figura 4.5: Curvas de demanda en diferentes días de la semana en Ontario.

En la Figura 4.6 se muestran las curvas de demanda correspondientes a 782 días lunes y

783 días martes, registradas a partir de 2002 hasta 2016 en Texas. En esta figura también se puede ver cómo ha sido el comportamiento de la demanda durante los lunes y los martes en las diferentes semanas, donde se tiene que la demanda en estos días tiende a ser muy similar, se observa que durante los lunes y los martes el comienzo en el aumento de la demanda se da entre las primeras 5 y 6 horas del día, una característica importante que se observa en estas curvas es que el pico de demanda se tiene entre las 10 AM y las 10 PM, posterior a esta hora se tiene una disminución en la demanda.



(a) Curvas de demanda durante los lunes.

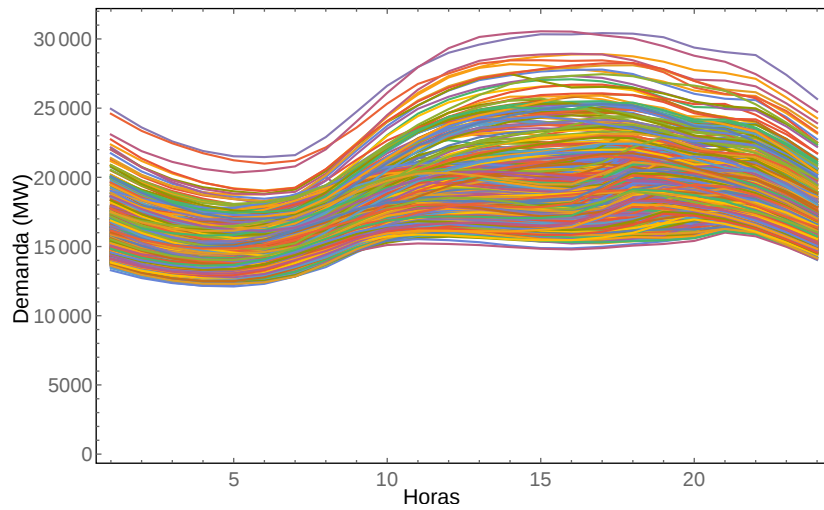


(b) Curvas de demanda durante los martes.

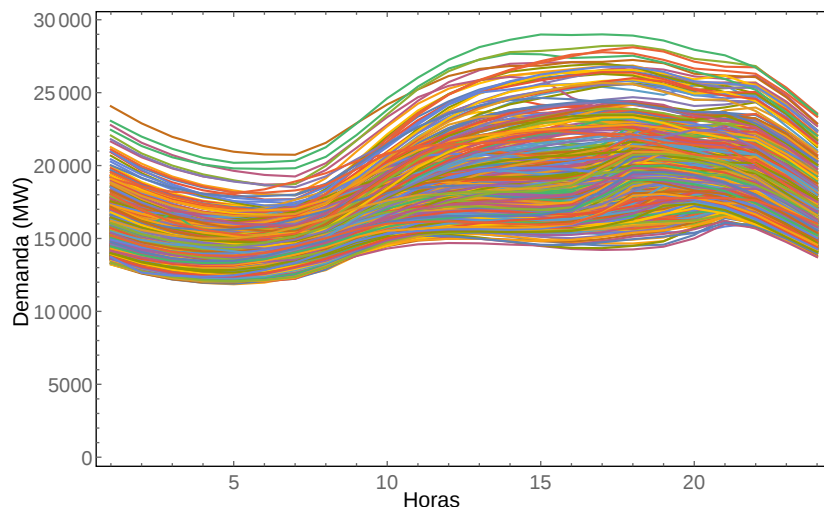
Figura 4.6: Curvas de demanda en diferentes días de la semana en Texas.

En la Figura 4.7 se muestran las curvas de demanda correspondientes a 574 días sábado y 574 días domingo, las cuales se registraron a partir de 2006 hasta 2016 en New York. Mediante esta figura se puede ver cómo al igual que en Ontario y Texas, el comportamiento de la demanda en New York durante los sábados y los domingos en las diferentes semanas presenta un patrón de comportamiento muy similar y menos variable que en los casos anteriores, ya que como se observó en la serie de tiempo, el comportamiento de la demanda a través de los años ha permanecido casi constante. También se observa que durante estos días del fin de semana se tienen un aumento en la demanda entre las primeras 8 y 9 horas del día, se logra

observar que el pico de demanda se presenta entre las 9 AM y las 10 PM, posterior a esta hora se tiene una disminución en la demanda.



(a) Curvas de demanda durante los sábados.



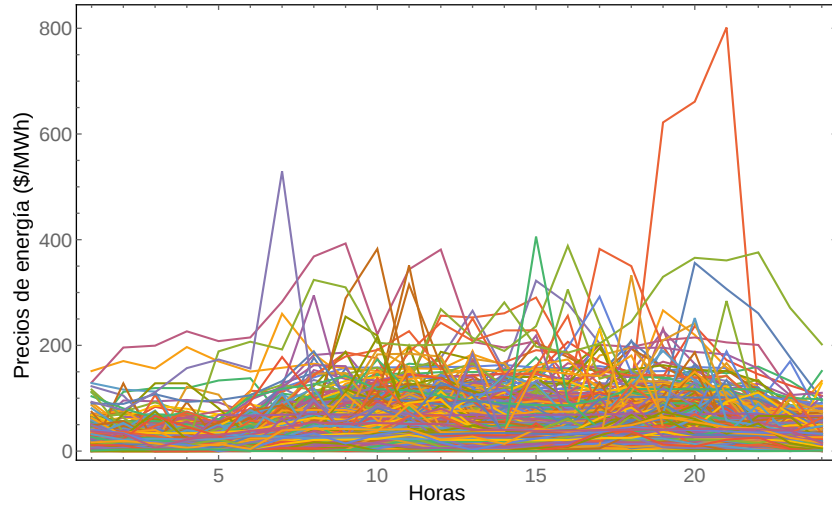
(b) Curvas de demanda durante los domingos.

Figura 4.7: Curvas de demanda en diferentes días de la semana en New York.

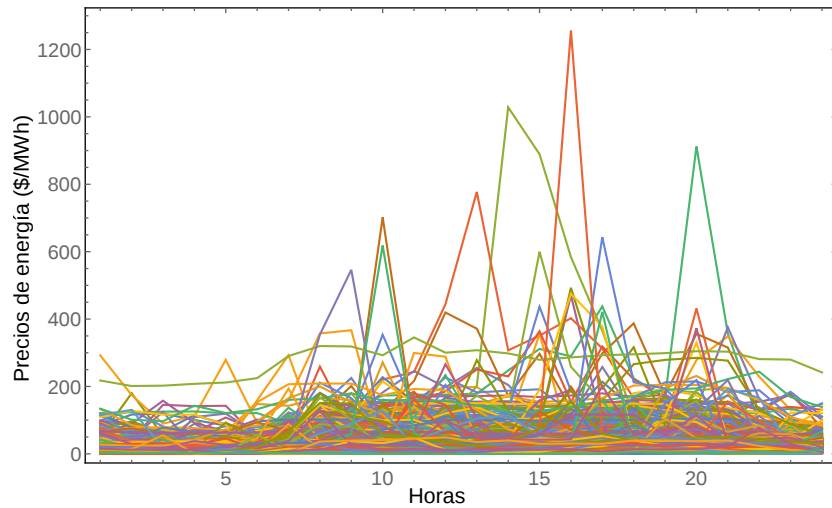
En la Figura 4.8 se muestran las curvas de precios de la energía correspondientes a 765 días lunes y 765 días martes, las cuales se registraron a partir de mayo de 2002 hasta diciembre de 2016. En la figura se puede observar que las curvas de precios son muy diferentes, aunque se trate del mismo día en diferentes semanas, ya que como se encontró en la FAC, los coeficientes de autocorrelación para la estacionalidad diaria y semanal son bajos, debido a que se presentan precios elevados y bajos en diferentes instantes de tiempo. Esto porque los precios de energía en un mercado eléctrico desregulado tienden a ser muy variables, sin embargo, no se descarta poder encontrar algún patrón de comportamiento en la serie de tiempo que pueda ayudar a realizar pronósticos de esta variable.

Para el método de pronóstico que se propone se toma en cuenta sólo la estacionalidad semanal, debido a que como se observó en las gráficas de la FAC de las series de tiempo bajo estudio, el coeficiente de autocorrelación que existe cada 168 retardos es de mayor magnitud,

lo que quiere decir que los valores de demanda y precios que se encuentran separados cada 168 horas están estrechamente relacionados.



(a) Curvas de precios de la energía durante los lunes.



(b) Curvas de precios de la energía durante los martes.

Figura 4.8: Curvas de precios en diferentes días de la semana en Ontario.

Para mostrar esta relación se utilizan los diagramas de dispersión mostrados en las Figuras 4.9, 4.10, 4.11 y 4.12, de donde se puede observar que existe una relación casi lineal en las series de tiempo de demanda entre la hora i de un día y la hora i del mismo día pero de la semana anterior, es decir $i - 168$, ya que los puntos se distribuyen alrededor de una recta, en el diagrama de dispersión de la serie de tiempo de los precios de la energía se observa que se tiene una relación casi lineal entre los precios a la hora i y la hora $i - 168$ sólo en una parte de los datos, mientras que la otra parte de los datos son más dispersos, presentando una relación más complicada.

Para medir la relación lineal de los valores de demanda y precios entre la hora i y la hora $i - 168$, se utiliza el coeficiente de correlación r de Pearson, el cual es un índice que mide el grado de relación lineal entre dos variables (demanda o precio a la hora i y $i - 168$), el índice de correlación varía en el intervalo de -1 y $+1$, donde el signo indica el sentido de la relación, por lo tanto, se tiene que:

- Si $r = 1$, existe una correlación positiva perfecta.
- Si $0 < r < 1$, la relación lineal es directa, además, existe una correlación positiva.
- Si $r = 0$, no existe una relación lineal, por lo que la correlación es nula.
- Si $-1 < r < 0$, la relación lineal es inversa, además, existe una correlación negativa.
- Si $r = -1$, existe una correlación negativa perfecta.

La magnitud del índice indica qué tan cerca están de la "recta" los puntos graficados en el diagrama de dispersión.

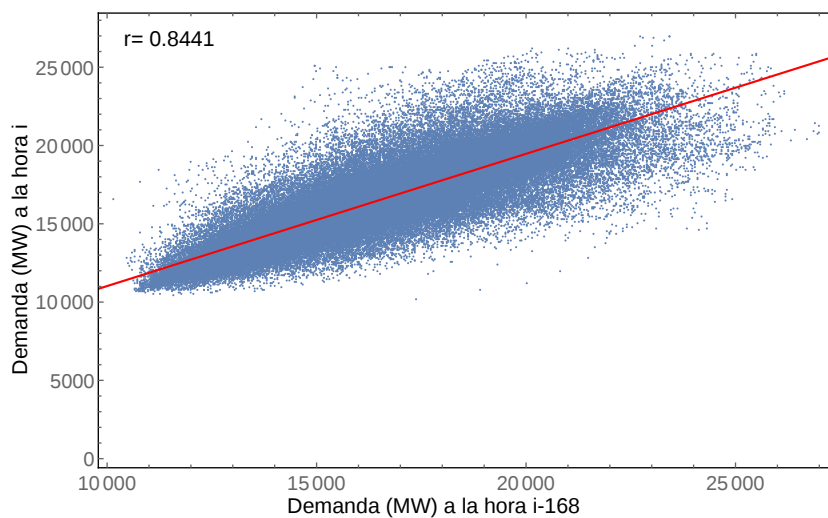


Figura 4.9: Diagrama de dispersión de la demanda Ontario.

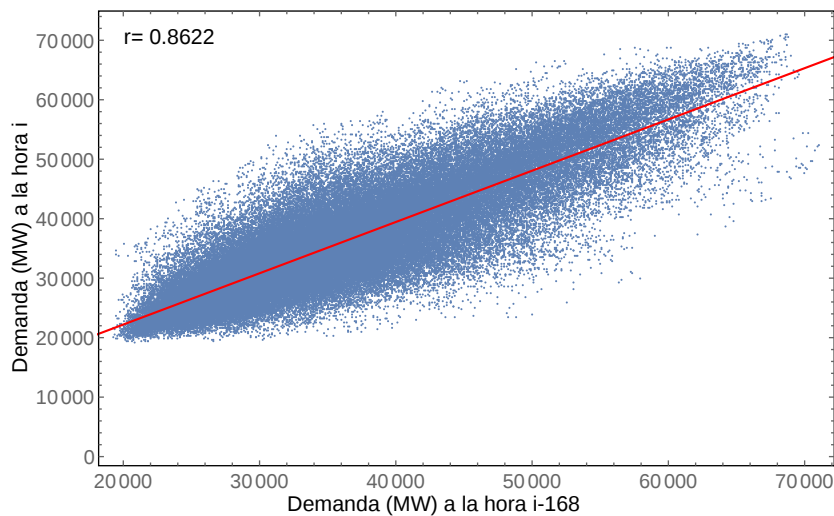


Figura 4.10: Diagrama de dispersión de la demanda Texas.

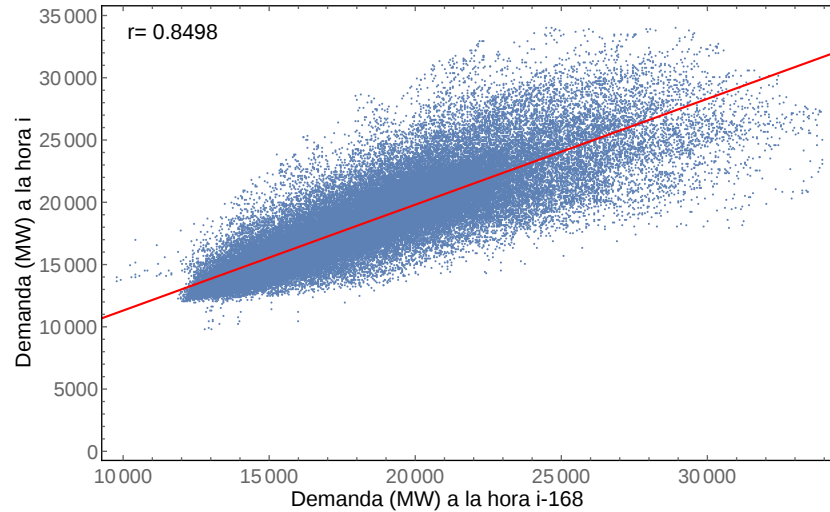


Figura 4.11: Diagrama de dispersión de la demanda New York.

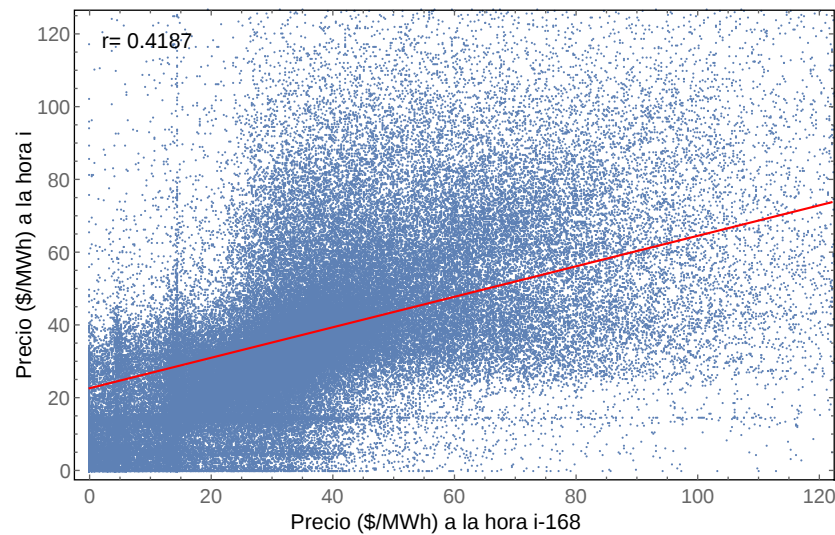


Figura 4.12: Diagrama de dispersión de los precios de la energía en Ontario.

El índice de correlación r de Pearson mostrado en las figuras anteriores, indica que para los casos de demanda se tiene una correlación lineal positiva fuerte, ya que el valor de r en los tres casos es mayor a 0.8, por otro lado, el valor de r para los precios es de menor magnitud, sin embargo, también indica una correlación lineal pero débil.

Debido a la relación casi lineal que se tiene con la estacionalidad semanal; se proponen dos modelos de pronóstico basados en la técnica de regresión lineal múltiple (RLM), de donde se espera que para el caso de la demanda de energía con la relación casi lineal que se tiene en los datos se obtengan errores de pronóstico bajos, por el contrario, en los precios de la energía debido a que los datos presentan mayor dispersión por las propias características de la serie de tiempo se espera que los errores de pronóstico sean mayores en comparación con los errores de pronóstico para la demanda.

4.3. Regresión Lineal Múltiple

La gran mayoría de problemas en la ciencia e ingeniería se pueden explicar mediante la relación que existe entre dos o más variables, la regresión lineal múltiple es una técnica estadística muy útil que se puede utilizar para resolver problemas en aplicaciones tales como el pronóstico y control de procesos. La regresión lineal múltiple es una extensión de la regresión lineal y corresponde al caso en que y es una función lineal de dos o más variables independientes, la forma general de representar un modelo de regresión lineal múltiple es mediante la Ecuación (4.1) y el objetivo es modelar la variable dependiente de la ecuación de regresión en función de las variables independientes, coeficientes de regresión y un término de error, por lo tanto, el rendimiento del modelo dependerá de la estimación de los coeficientes de regresión.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_m x_m + e \quad (4.1)$$

donde $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m$ son los coeficientes de regresión a estimar, y es la variable dependiente, $x_1, x_2, \dots, x_m$ son las variables independientes y e es el error o diferencia entre el modelo y las observaciones y se representa mediante la Ecuación (4.2).

$$e = y - \beta_0 - \beta_1 x_1 - \beta_2 x_2 - \cdots - \beta_m x_m \quad (4.2)$$

Si se tienen n observaciones de la variable dependiente y que dependen de m variables independientes (4.1) se puede expresar de la siguiente manera:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \cdots + \beta_m x_{im} + e_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (4.3)$$

Los coeficientes de regresión son estimados de tal forma que la suma de los cuadrados de los residuos entre la y_i medida y la y_i calculada con el modelo de regresión lineal múltiple sea mínima, la suma de los cuadrados de los residuos se obtiene mediante la Ecuación (4.4).

$$S_r = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_{i1} - \beta_2 x_{i2} - \cdots - \beta_m x_{im})^2 \quad (4.4)$$

Al ajustar un modelo de regresión lineal múltiple, es mucho más conveniente expresar las operaciones matemáticas usando la notación matricial, por lo tanto, (4.3) se puede expresar de la siguiente manera:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{e} \quad (4.5)$$

donde,

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1m} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nm} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_m \end{bmatrix} \quad \mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}$$

De modo que $\mathbf{y}$ es un vector columna de los valores de la variable dependiente de $n \times 1$, $\mathbf{X}$ es la matriz de los valores de las variables independientes de $n \times m + 1$, $\boldsymbol{\beta}$ es un vector columna de los coeficientes de regresión de $m + 1 \times 1$ y $\mathbf{e}$ es un vector columna que contiene los residuos de $n \times 1$. A la matriz $\mathbf{X}$ también se le conoce como matriz de regresores.

Para estimar el vector de coeficientes de regresión en (4.5) mediante mínimos cuadrados ordinarios (MCO), se emplea la siguiente ecuación:

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \quad (4.6)$$

Por lo tanto, los valores ajustados de la variable dependiente mediante el modelo de regresión lineal múltiple se calculan mediante la Ecuación (4.7).

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{X} \hat{\beta} \quad (4.7)$$

La ecuación anterior se puede expresar en notación escalar como se muestra a continuación:

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{i1} + \hat{\beta}_2 x_{i2} + \cdots + \hat{\beta}_m x_{im} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (4.8)$$

Por lo tanto, el residuo se define como la diferencia que existe entre la observación y_i y el correspondiente valor ajustado $\hat{y}_i$, es decir, $e_i = y_i - \hat{y}_i$ o expresando el residuo en forma matricial se tiene:

$$\mathbf{e} = \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}} = \mathbf{y} - \mathbf{X} \hat{\beta} \quad (4.9)$$

Para el método de pronóstico propuesto se sigue la metodología siguiente, la cual es similar a la descrita anteriormente. Tomando en cuenta la estacionalidad semanal y suponiendo que se tienen n observaciones de m variables dependientes: $y_1, y_2, \dots, y_m$, las cuales dependen y son siguientes a n observaciones de m variables independientes: $x_1, x_2, \dots, x_m$, donde cada observación $i = 1, 2, \dots, n$, corresponde a un mismo día de diferentes semanas, por lo tanto, $m = 24$, es decir el número total de horas del día.

Por lo tanto, lo mencionado anteriormente se puede representar de la siguiente manera:

$$y_m^{i+1} = \beta_{0m} + \beta_{1m} x_1^i + \beta_{2m} x_2^i + \cdots + \beta_{24m} x_{24}^i + e_m^{i+1} \quad m = 1, 2, \dots, 24 \quad (4.10)$$

donde y_m^{i+1} es la $i + 1$ -ésima observación de la variable dependiente m , $x_1^i, x_2^i, \dots, x_{24}^i$ es la i -ésima observación de las m variables independientes, $\beta_{0m}, \beta_{1m}, \beta_{2m}, \dots, \beta_{24m}$ son los coeficientes de regresión a estimar del modelo, e_m^{i+1} es el error cometido por el modelo en la i -ésima observación para la variable dependiente m .

La Ecuación (4.10) se puede representar en forma matricial de la siguiente manera:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X} \beta + \mathbf{E} \quad (4.11)$$

donde,

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_1^2 & y_2^2 & \cdots & y_{24}^2 \\ y_1^3 & y_2^3 & \cdots & y_{24}^3 \\ y_1^4 & y_2^4 & \cdots & y_{24}^4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_1^{n+1} & y_2^{n+1} & \cdots & y_{24}^{n+1} \end{bmatrix} \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_1^1 & x_2^1 & \cdots & x_{24}^1 \\ 1 & x_1^2 & x_2^2 & \cdots & x_{24}^2 \\ 1 & x_1^3 & x_2^3 & \cdots & x_{24}^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_1^n & x_2^n & \cdots & x_{24}^n \end{bmatrix} \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_{01} & \beta_{02} & \cdots & \beta_{024} \\ \beta_{11} & \beta_{12} & \cdots & \beta_{124} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \cdots & \beta_{224} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \beta_{241} & \beta_{242} & \cdots & \beta_{2424} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} e_1^2 & e_2^2 & \cdots & e_{24}^2 \\ e_1^3 & e_2^3 & \cdots & e_{24}^3 \\ e_1^4 & e_2^4 & \cdots & e_{24}^4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e_1^{n+1} & e_2^{n+1} & \cdots & e_{24}^{n+1} \end{bmatrix}$$

Los coeficientes de regresión de la matriz β para el primer modelo propuesto se suelen estimar normalmente con MCO mediante (4.6), sin embargo, en este trabajo de tesis para la estimación de los coeficientes de regresión se hace uso de un método conocido como Regresión de Menor Ángulo o Least Angle Regression (**LARS**) descrito en la siguiente sección.

4.4. Regresión de Menor Ángulo (Least Angle Regression)

Recordando, un modelo de regresión lineal múltiple estima la relación que existen entre una variable dependiente y dos o más variables independientes. Least Angle Regression fue desarrollado en [Efron *et al.*, 2004] y es un algoritmo de selección de modelos, el cual puede ser visto como una versión de otro algoritmo llamado Stagewise, sin embargo, LARS usa fórmulas matemáticas para acelerar los cálculos, ya que se requieren sólo p pasos para obtener los mismos resultados que MCO, donde $p = m + 1$, el número de variables independientes más la constante β_0 .

Una de las características más importantes de LARS es su eficiencia computacional, ya que se requiere el mismo orden de cálculo que MCO aplicado a todo el conjunto de variables independientes. Este algoritmo se basa en el principio de parsimonia, el cual indica que dadas las mismas condiciones, la explicación que suele resultar más sencilla es la correcta, es decir, mediante LARS se pueden obtener modelos más sencillos y por ende más fáciles de interpretar.

El objetivo de un modelo obtenido mediante regresión lineal múltiple es pronosticar una respuesta y mediante algunas variables independientes medidas: $x_1, x_2, \dots, x_m$, al utilizar MCO se estiman todos los coeficientes de regresión, sin embargo, el interés puede estar en sólo obtener un conjunto de coeficientes que representen mejor el problema, por lo tanto, MCO falla en este enfoque. En [Efron *et al.*, 2004] se presenta la siguiente explicación del algoritmo LARS, mediante el cual es posible resolver el modelo de regresión lineal múltiple dado en (4.3) y expresado matricialmente por (4.5).

El algoritmo LARS funciona de la siguiente manera: se comienza por establecer todos los coeficientes de regresión iguales a cero y se encuentra la variable independiente más correlacionada con la variable dependiente y , por ejemplo x_1 , entonces se toma el paso más grande en la dirección de esta variable hasta que otra por ejemplo x_2 tenga tanta correlación con el residuo actual, en este punto LARS procede en una dirección equiangular entre las dos variables independientes hasta que una tercera variable digamos x_3 entre en el conjunto más correlacionado, entonces ahora LARS procede en dirección equiangular entre x_1, x_2, x_3 , es decir, a lo largo de la dirección de menor ángulo, el proceso continua hasta que todas las variables independientes se incorpora al modelo de regresión lineal múltiple, es decir β_k . Si $k = p$, entonces se obtendrán los mismos resultados que MCO, por lo tanto, la idea es seleccionar k para obtener un modelo más simple y más fácil de interpretar. Cabe mencionar que $x_1, x_2, \dots, x_k$ corresponden a las columnas de la matriz de variables independientes.

Mediante los siguientes puntos se presenta el álgebra necesaria para implementar LARS, de donde se construyen estimaciones $\hat{y} = \hat{\mu} = X\hat{\beta}$ en pasos sucesivos, donde en cada paso se agrega una nueva variable independiente al modelo, de tal forma que después de k pasos sólo k de los $\hat{\beta}$'s son diferentes de cero.

1. Comenzar con $\hat{\mu}_0 = 0$

Suponer que $\hat{\mu}_A$ es la estimación actual, donde A es un conjunto de índices $\{1, 2, \dots, p\}$.

2. Calcular el vector de correlación actual.

$$\hat{\mathbf{c}} = \mathbf{X}^T (\mathbf{y} - \hat{\boldsymbol{\mu}}_A) \quad (4.12)$$

3. Calcular el conjunto activo A , el cual es el conjunto de índices correspondientes a las variables independientes con las correlaciones actuales absolutas más grandes.

$$\hat{C} = \max_j \{ |\hat{c}_j| \} \quad (4.13)$$

Por lo tanto, se requiere encontrar la correlación más grande absoluta dentro de $\hat{\mathbf{c}}$ junto con su posición j , la cual corresponde a la variable independiente más correlacionada, por lo tanto:

$$A = \{ j : |\hat{c}_j| = \hat{C} \} \quad (4.14)$$

4. Calcular el signo s_j dentro de $\hat{\mathbf{c}}$.

$$s_j = \text{sign} \{ \hat{c}_j \} \quad \text{para } j \in A \quad (4.15)$$

5. Calcular $\mathbf{X}_A$, A_A , $\mathbf{u}_A$ y $\mathbf{a}$.

Donde para el conjunto A se define la siguiente matriz:

$$\mathbf{X}_A = (\cdots s_j \mathbf{x}_j \cdots)_{j \in A} \quad (4.16)$$

donde $s_j = \pm 1$,

$$A_A = (\mathbf{1}_A^T \mathbf{G}_A^{-1} \mathbf{1}_A)^{-1/2} \quad (4.17)$$

$\mathbf{1}_A$ es un vector de 1's de longitud equivalente a $|A|$, el tamaño de A y

$$\mathbf{G}_A = \mathbf{X}_A^T \mathbf{X}_A \quad (4.18)$$

El vector equiangular $\mathbf{u}_A$ es el vector unitario haciendo ángulos iguales inferiores a 90° , con las columnas de $\mathbf{X}_A$ y se calcula mediante:

$$\mathbf{u}_A = \mathbf{X}_A \omega_A \quad (4.19)$$

donde,

$$\omega_A = A_A \mathbf{G}_A^{-1} \mathbf{1}_A \quad (4.20)$$

y $\mathbf{a}$ siendo el vector de producto interno se calcula como:

$$\mathbf{a} \equiv \mathbf{X}^T \mathbf{u}_A \quad (4.21)$$

6. Actualizar $\hat{\boldsymbol{\mu}}_{A+}$ mediante:

$$\hat{\boldsymbol{\mu}}_{A+} = \hat{\boldsymbol{\mu}}_A + \hat{\gamma} \mathbf{u}_A \quad (4.22)$$

donde:

$$\hat{\gamma} = \min_{j \in A^c}^+ \left\{ \frac{\hat{C} - \hat{e}_j}{A_A - a_j}, \frac{\hat{C} + \hat{e}_j}{A_A + a_j} \right\} \quad (4.23)$$

donde " $\min^+$ " indica que el mínimo se toma solamente sobre componentes positivos con cada elección de j .

Con LARS es posible seleccionar un conjunto de variables independientes que representen mejor el problema, sin embargo, esto no es una tarea fácil, ya que cuando el número de variables independientes es grande esta tarea se vuelve muy complicada, debido a que el número total de subconjuntos de variables independientes crece exponencialmente [Iturbide *et al.*, 2013]. En la Figura 4.13 se muestra el diagrama de flujo del algoritmo LARS.

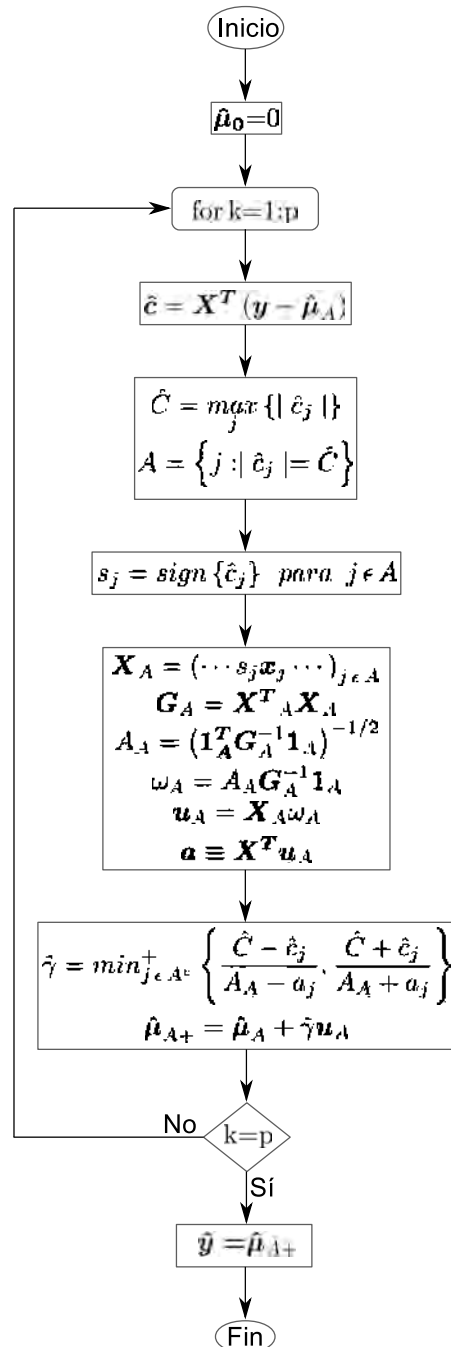


Figura 4.13: Diagrama de flujo del algoritmo LARS.

Para el primer modelo de pronóstico se emplea todo el conjunto de variables independientes, de modo que la solución que se obtiene mediante LARS después de repetir el algoritmo p veces para cada variable dependiente: $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_{24}$ es igual a la solución que se obtiene mediante MCO, por lo tanto, ahora los valores ajustados para la matriz de variables dependientes dada en (4.11) se puede representar mediante la Ecuación (4.24), donde la matriz que contiene los coeficientes de regresión se estimaron a partir de LARS.

$$\begin{bmatrix} \hat{y}_1^2 & \hat{y}_2^2 & \cdots & \hat{y}_{24}^2 \\ \hat{y}_1^3 & \hat{y}_2^3 & \cdots & \hat{y}_{24}^3 \\ \hat{y}_1^4 & \hat{y}_2^4 & \cdots & \hat{y}_{24}^4 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \hat{y}_1^{n+1} & \hat{y}_2^{n+1} & \cdots & \hat{y}_{24}^{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1^1 & x_2^1 & \cdots & x_{24}^1 \\ 1 & x_1^2 & x_2^2 & \cdots & x_{24}^2 \\ 1 & x_1^3 & x_2^3 & \cdots & x_{24}^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & x_1^n & x_2^n & \cdots & x_{24}^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\beta}_{01} & \hat{\beta}_{02} & \cdots & \hat{\beta}_{024} \\ \hat{\beta}_{11} & \hat{\beta}_{12} & \cdots & \hat{\beta}_{124} \\ \hat{\beta}_{21} & \hat{\beta}_{22} & \cdots & \hat{\beta}_{224} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{\beta}_{241} & \hat{\beta}_{242} & \cdots & \hat{\beta}_{2424} \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} \quad (4.25)$$

Por lo tanto, el primer modelo que se formula para realizar pronósticos de demanda y precios de la energía a un horizonte de pronóstico de 24 horas es el siguiente:

$$\hat{y}_m = \hat{\beta}_{0m} + \hat{\beta}_{1m}x_1 + \hat{\beta}_{2m}x_2 + \cdots + \hat{\beta}_{24m}x_{24} \quad m = 1, 2, \dots, 24 \quad (4.26)$$

Donde $\hat{y}_m$ es el pronóstico para la hora m del día siguiente y $x_1, x_2, \dots, x_{24}$ son las lecturas de demanda o precios de la energía del día actual, por lo tanto, n en la matriz de variables independientes corresponde al mismo día actual pero de la semana anterior.

Una vez que se obtuvieron los coeficientes de regresión mediante LARS y sabiendo que son los mismos que se obtienen mediante MCO se sugirió implementar Mínimos Cuadrados Ponderados, para así estimar nuevos coeficientes de regresión y poder formular otro modelo de pronóstico basado en estos. Cabe mencionar que para realizar la implementación de WLS se siguió la metodología descrita en [Box y Jenkins, 2008], la cual se presenta a continuación.

El análisis de los residuos del modelo obtenido con MCO es la metodología básica, ya que un defecto común que aparece en el ajuste de modelos de regresión es la varianza no constante, porque esta cambia de manera sistemática con cada observación.

En el método de mínimos cuadrados ponderados la desviación entre los valores observados y los valores esperados de y_i es multiplicada por un peso ω_i , el cual es inversamente proporcional a la varianza σ_i^2 de la observación y_i , es decir, $\omega_i = 1/\sigma_i^2$. Se define en la Ecuación (4.27) una matriz diagonal, la cual contiene en la diagonal la varianza de cada observación y_i .

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Se define que cada peso ω_i es el recíproco de la varianza σ_i^2 , por lo tanto, en (4.28) se define la matriz diagonal de pesos $\mathbf{W} = \mathbf{V}^{-1}$.

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \omega_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \omega_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \omega_n \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

Los coeficientes de regresión se estiman mediante mínimos cuadrados ponderados de la siguiente manera:

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{y} \quad (4.29)$$

Al usar WLS es necesario conocer los pesos ω_i , sin embargo, el principal problema que se tiene es que las varianzas σ_i^2 casi siempre son desconocidas y por ende deben ser estimadas.

Para poder conocer los pesos ω_i se hace uso de los residuos que se obtienen con el modelo ajustado que se obtiene mediante MCO o en nuestro caso con LARS, por lo tanto, el enfoque que se sigue para poder estimar los pesos es el primero que se presenta en [Box y Jenkins, 2008] y se basa en suponer que la varianza de la observación i es función de una o más variables independientes o de la media de $\mathbf{y}$, se dice que el cuadrado de los residuos e_i^2 obtenidos con MCO es un estimador de la varianza σ_i^2 de la observación i si la forma del modelo de regresión es correcta.

Por otro lado, el valor absoluto del residuo e_i es un estimador de la desviación estándar σ_i (porque $\sigma_i = |\sqrt{\sigma_i^2}|$), por lo tanto, se puede encontrar una ecuación de varianza o un modelo de regresión que relacione σ_i^2 con las variables independientes apropiadas mediante el siguiente proceso:

1. Ajustar el modelo que relaciona $\mathbf{y}$ con las variables independientes usando MCO y encontrar el residuo.
2. Utilizar el análisis de los residuos para determinar la potencial relación entre σ_i^2 y la media de $\mathbf{y}$ o algunas de las variables independientes.
3. Obtener una ecuación para predecir la varianza de cada observación, es decir, $\hat{s}_i^2 = f(x)$ o $\hat{s}_i^2 = f(y)$.
4. Utilizar los valores ajustados de la función de varianza estimada para obtener estimaciones de los pesos $\omega_i = 1/\hat{s}_i^2$, $i = 1, 2, 3, \dots, n$.
5. Utilizar los pesos estimados como los elementos diagonales en la matriz $\mathbf{W}$ en el procedimiento de mínimos cuadrados ponderados.

Se menciona que para estimar la ecuación de la varianza en el paso 3 se puede utilizar el valor absoluto de los residuos obtenidos con MCO y ajustar una ecuación que relacione la desviación estándar de cada observación con los regresores apropiados, este es el enfoque que se utilizará para estimar los pesos, ya que es el enfoque preferido. Lo anterior se describe mediante las siguientes operaciones matriciales.

Para llegar al modelo de pronóstico de demanda y precios de la energía utilizando WLS se parte de los residuos dados en la Ecuación (4.30).

$$\begin{bmatrix} e_1^2 & e_2^2 & \cdots & e_{24}^2 \\ e_1^3 & e_2^3 & \cdots & e_{24}^3 \\ e_1^4 & e_2^4 & \cdots & e_{24}^4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e_1^{n+1} & e_2^{n+1} & \cdots & e_{24}^{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1^2 & y_2^2 & \cdots & y_{24}^2 \\ y_1^3 & y_2^3 & \cdots & y_{24}^3 \\ y_1^4 & y_2^4 & \cdots & y_{24}^4 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ y_1^{n+1} & y_2^{n+1} & \cdots & y_{24}^{n+1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{y}_1^2 & \hat{y}_2^2 & \cdots & \hat{y}_{24}^2 \\ \hat{y}_1^3 & \hat{y}_2^3 & \cdots & \hat{y}_{24}^3 \\ \hat{y}_1^4 & \hat{y}_2^4 & \cdots & \hat{y}_{24}^4 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \hat{y}_1^{n+1} & \hat{y}_2^{n+1} & \cdots & \hat{y}_{24}^{n+1} \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Los pesos que se usarán se basan en la regresión de los residuos absolutos versus las variables independientes mediante MCO, por lo tanto, la matriz de residuos absolutos se define como:

$$\mathbf{E}_{abs} = \begin{bmatrix} |e_1^2| & |e_2^2| & \cdots & |e_{24}^2| \\ |e_1^3| & |e_2^3| & \cdots & |e_{24}^3| \\ |e_1^4| & |e_2^4| & \cdots & |e_{24}^4| \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ |e_1^{n+1}| & |e_2^{n+1}| & \cdots & |e_{24}^{n+1}| \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

Se debe ajustar un modelo que relacione el valor absoluto de los residuos con las variables independientes, ya que el valor absoluto de los residuos es la desviación estándar residual, por lo tanto, los valores pronosticados por este modelo pueden utilizarse para determinar los pesos que han de utilizarse en el modelo de regresión que relacione las variables dependientes con las independientes, en la Ecuación (4.32) se muestra el cálculo de los coeficientes de regresión que relacionan el valor absoluto de los residuos con las variables independientes.

$$\hat{\beta}_{\hat{S}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{E}_{abs} \quad (4.32)$$

El modelo que relaciona el valor absoluto de los residuos con las variables independientes es el dado en la Ecuación (4.33).

$$\hat{S}_m = \mathbf{X} \hat{\beta}_{\hat{S}} \quad (4.33)$$

Con esto, la matriz de pesos $\mathbf{W}_m$ se calcula de la siguiente manera:

$$\mathbf{W}_m = \text{diag} \left(\frac{1}{\hat{S}_m^2} \right) \quad (4.34)$$

Una vez que se tiene la matriz de pesos calculada, los coeficientes de regresión para el modelo de pronóstico de demanda y precios de la energía formulado mediante WLS se expresa de la siguiente manera:

$$\hat{\beta}_m^{WLS} = (\mathbf{X}^T \mathbf{W}_m \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}_m \mathbf{y}_m \quad m = 1, 2, \dots, 24$$

Por lo tanto, el segundo modelo que se formula para realizar los pronósticos de demanda y precios de la energía a un horizonte de pronóstico de 24 horas mediante WLS es el siguiente:

$$\hat{y}_m = \hat{\beta}_{0m}^{WLS} + \hat{\beta}_{1m}^{WLS} x_1 + \hat{\beta}_{2m}^{WLS} x_2 + \cdots + \hat{\beta}_{24m}^{WLS} x_{24} \quad m = 1, 2, \dots, 24 \quad (4.35)$$

4.5. Evaluación de los modelo de pronóstico

La evaluación de la precisión en los pronósticos se debe llevada a cabo como parte de la validación de los modelos; para esto existen varias medidas estadísticas que nos permiten determinar qué tan bueno es el desempeño de un modelo de pronóstico, sin embargo, en este trabajo de tesis la evaluación de la precisión de los modelos de pronóstico se realiza utilizando el Error Porcentual Absoluto Medio (MAPE, por sus siglas en inglés), dado en la Ecuación (4.36), debido a que fue el más utilizado en la literatura consultada y a que expresa la precisión de los modelos como un porcentaje del error.

$$MAPE = \frac{100}{N_h} \sum_{h=1}^{N_h} \left| \frac{y_h - \hat{y}_h}{y_h} \right| \quad (4.36)$$

donde y_h representa el valor real de la variable que se desea pronosticar, $\hat{y}_h$ es el valor pronosticado de la variable a la hora h , N_h es el número total de horas empleadas en el cálculo del MAPE que para los casos de estudio pueden ser $N_h = 24$ para un MAPE diario, $N_h = 168$

para un MAPE semanal y $N_h = 8760$ para un MAPE anual. Hay que tener en cuenta que para utilizar el MAPE los valores en y_h no pueden ser cero, ya que el MAPE sería indefinido, también se debe considerar que cuando los valores de y_h son muy pequeños el MAPE tomará valores muy grandes o incluso extremos. Cuando se presentan valores de demanda como de precios igual a cero, estos se consideran como valores atípicos, por lo que se utiliza (3.1) para sustituir estos valores.

Cuando el MAPE dado en (4.36) se utiliza en el pronóstico de precios de la energía, se podrían tener errores debido al comportamiento de los precios. Por ejemplo, el precio de la energía puede elevarse a decenas o incluso cientos de veces su valor normal durante algunos periodos, o caer a cero e incluso a valores negativos en otros periodos. En consecuencia, el MAPE podría alcanzar valores extremos en esos casos. Por lo tanto, una medida más razonable para el MAPE es considerar el MAPE alternativo descrito en [Shahidehpour *et al.*, 2002]. La alternativa propuesta es definir un valor promedio para las valores reales y_h , tal como se muestra en la Ecuación (4.37) y sustituirlo en el denominador de la sumatoria en (4.36), de tal forma que el MAPE alternativo se calcula de la siguiente manera:

$$\bar{y}_h = \frac{1}{N_h} \sum_{h=1}^{N_h} y_h \quad (4.37)$$

$$MAPE^A = \frac{100}{N_h} \sum_{h=1}^{N_h} \left| \frac{y_h - \hat{y}_h}{\bar{y}_h} \right| \quad (4.38)$$

Por lo tanto, el MAPE alternativo se usará cuando se tengan valores reales de precios muy pequeños y cercanos a cero. Es importante mencionar que todas la gráficas, así como la implementación del procedimiento para la obtención de los modelos se llevó a cabo en el software Wolfram Mathematica 11.

4.6. Tratamiento de las series previo a la formulación del modelo

En esta sección se describe el proceso de análisis previo que se realizó a las series de tiempo bajo estudio antes de formular los modelos de pronóstico expresados en (4.26) y (4.35).

4.6.1. Obtención de los datos de demanda y precios de la energía

Hoy en día la recolección de datos tanto de demanda como de precios de la energía es de suma importancia, ya que puede ayudar en la toma de decisiones a las diferentes entidades que participan en los mercados eléctricos. Para obtener los datos históricos de demanda de Ontario, Texas y New York así como los datos históricos de los precios de la energía de Ontario se puede acceder a la página web del ISO de cada mercado eléctrico y descargar los archivos en formato ".csv" o ".xls", ya que estos datos son públicos, por lo que cualquier persona puede tener acceso a ellos.

Es importante mencionar que los datos de demanda como de precios para el mercado eléctrico de Ontario utilizados en esta tesis se encuentran disponibles cada uno en un sólo archivo, el cual contiene la demanda horaria total del sistema y el MCP horario del sistema respectivamente. Por el contrario, los archivos de demanda de Texas se encuentran separados, es decir, se tiene un archivo para cada año de demanda, además, en cada uno de estos archivos

la demanda horaria se encuentra registrada para cada una de las nueve zonas que conforman la demanda total en el sistema eléctrico de Texas, las nueve zonas son Coast, East, Far West, North, North Central, South, South Central y West, por lo tanto, la demanda horaria total es la suma de la demanda horaria de las nueve zonas.

La situación anterior es parecida para la demanda en New York, sólo que en este caso se tiene un archivo en formato ".zip" para cada mes de cada año y dentro de este archivo se tiene un archivo en formato ".csv" para cada uno de los días correspondientes a cada mes, finalmente cada uno de estos archivos diarios contienen la demanda horaria registrada para las once zonas que conforman la demanda total, con lo cual se tiene que la demanda horaria total es la suma de la demanda horaria de las once zonas, las cuales son Capital, Central, Dunwoodie, Genesee, Hudson Valley, Long Island, Mohawk Valley, Millwood, New York City, North y West.

Con la apertura del mercado eléctrico en México se tiene que los datos de demanda y precios de la energía por ley deben ser públicos, sin embargo, a la fecha estos datos no se encuentran disponibles en la página web del operador independiente del sistema, por lo que puede ser difícil adquirir estos datos para realizar un análisis y pronóstico como se hace en esta tesis para la demanda en Ontario, Texas, New York y en los precios en Ontario.

4.6.2. Análisis gráfico de los datos

Una vez que se obtienen los datos de demanda y de precios de la energía, lo que se recomienda es realizar un gráfico de estos, con la finalidad de poder identificar algún patrón de comportamiento como la tendencia, ya que para identificar patrones de comportamiento un poco más específicos como son la estacionalidad diaria y semanal se puede utilizar la función de autocorrelación, tal como se hizo en esta tesis. Por otra parte, el gráfico de los datos también puede ayudar a identificar posibles datos que pueden estar fuera de lo normal, es decir, valores atípicos.

4.6.3. Sustitución de los valores atípicos y transformación de las series

Una vez que se han identificado los posibles valores atípicos lo más conveniente es sustituir estos valores por otros, de tal forma que el rendimiento de los modelos, así como los pronósticos no se vean afectados, en esta tesis la sustitución de estos valores se llevó a cabo de acuerdo con (3.1). En el caso particular de la serie de tiempo de los precios de la energía se decidió tomar los precios negativos como positivos, así como los precios con valor cero como valores atípicos, esto con la finalidad de no afectar el rendimiento de los modelos de pronóstico.

Una vez sustituidos los valores atípicos en las series de tiempo se procedió a aplicar una transformación logarítmica a estas, es decir, se aplicó el logaritmo natural a cada uno de los datos $\ln(y_i)$, ya que mediante esta transformación se logra reducir la varianza de los datos, obteniéndose por consecuencia una serie estacionaria en este sentido, además de que esta transformación es la más utilizada no sólo en series de tiempo de demanda y precios, sino en cualquier otro tipo de series de tiempo, debido a que en general se obtienen mejores resultados en comparación de las demás transformaciones.

4.7. Conclusiones

En este capítulo se presentó un método mediante la cual se obtienen dos modelos de pronóstico basados en la técnica de regresión lineal múltiple, en estos modelos se toma en cuenta la estacionalidad semanal, misma que fue encontrada mediante el análisis de la función de autocorrelación de las series de tiempo bajo estudio. Además, con estos modelos es posible realizar el pronóstico de demanda o precios de forma directa a un horizonte de pronóstico de 24 horas.

El análisis de la estacionalidad en las series de tiempo es importante, ya que ayuda a determinar el periodo de tiempo en el cual un patrón de comportamiento se repite. El uso de diagramas de dispersión también juega un papel muy importante, debido a que ayuda a determinar el grado de relación lineal que existe en este caso, entre los valores de demanda o precios en la observación i y $i - 168$. En los diagramas de dispersión para las series de demanda se encontró que el coeficiente de correlación de Pearson indica una correlación lineal fuerte, mientras que para a serie de tiempo este coeficiente de correlación fue también lineal pero débil, con esto se puede justificar el por qué se desarrollaron dos modelos lineales para la pronóstico de series de tiempo no lineales.

El desarrollo de modelos lineales en el pronóstico de series de tiempo no lineales, ha demostrado que se obtienen muy buenos resultados, además de ser más fáciles de entender e implementar, además de que la precisión de los pronósticos comparada con la de los modelos no lineales en la mayoría de los casos no es tan significativa, lo que en muchas ocasiones hace que se considere que tipo de modelos implementar. Sin embargo, hay que tener en cuenta que los modelos de pronóstico deben ser lo más precisos posible, ya que en el caso del pronóstico de demanda y precios permite a las diferentes entidades que participan dentro de un mercado eléctrico a tomar decisiones y realizar estrategias que puedan garantizar tener beneficios.

Capítulo 5

Pronóstico de demanda y precios de la energía

5.1. Introducción

En este capítulo se utilizan los modelos desarrollados en el capítulo anterior para pronosticar las series de tiempo de demanda y precios, ya que el objetivo principal de los pronósticos tanto de demanda como de precios de la energía es ayudar a realizar algunas funciones básicas como son la planificación de la generación y evaluación de la seguridad del sistema eléctrico. Además, el pronóstico de estas dos variables dentro de un mercado eléctrico desregulado es de vital importancia, debido a que permite a las diferentes entidades tomar decisiones adecuadas que les lleven tener mejores beneficios y utilidades.

Con un ejemplo se explica cuál fue el esquema de pronóstico que se utilizó para realizar los pronósticos de demanda y precios, posteriormente se compara el desempeño de los modelos propuestos con algunos de los modelos reportados en la literatura consultada, donde los resultados obtenidos para el pronóstico de demanda con los modelos propuestos resultaron en su mayoría ser mejores a los modelos consultados. Los resultados con los modelos se comparan entre sí en diferentes periodos de tiempo, demostrando que se pueden tener pronósticos muy precisos en algunos días pero no tan buenos en otro.

5.1.1. Ejemplo del esquema de pronóstico de demanda

Como se mencionó anteriormente, con los modelos desarrollados es posible realizar el pronóstico de demanda y precios de energía 24 horas posteriores al día actual, donde el día actual se refiere al día anterior al cual se quiere pronosticar. A continuación se presenta un ejemplo del esquema seguido para realizar pronósticos de demanda en Ontario, Texas y New York.

Por ejemplo, si se considera como día actual el jueves 10 de junio de 2014 en la serie de tiempo de demanda en Ontario, quiere decir que se realizará el pronóstico de demanda para el día viernes 11. Por lo tanto, se toman los valores de demanda de todos los jueves hasta el anterior al actual, con estos valores se forma la matriz de variables independientes y con todos los viernes anteriores al día actual se forma la matriz de variables dependientes. Una vez que se tienen las matrices $\mathbf{X}$ y $\mathbf{Y}$ dadas en (4.11) se procede a utilizar LARS para estimar los coeficientes de regresión que han de utilizarse en el modelo dado por (4.26), posteriormente se obtienen los nuevos coeficientes de regresión que se estiman mediante mínimos cuadrados ponderados y que son empleados en el modelo dado en (4.35).

Los valores de las variables independientes que se multiplican por los coeficientes de re-

gresión obtenidos a partir de LARS y mínimos cuadrados ponderados corresponden al día actual. Por lo tanto, los resultados del pronóstico de demanda para el día viernes 11 de junio se muestran junto con la demanda real en la Figura 5.1, de donde se obtuvo un MAPE diario de 2.4291 % con el primer modelo y de 2.1039 % con el segundo.

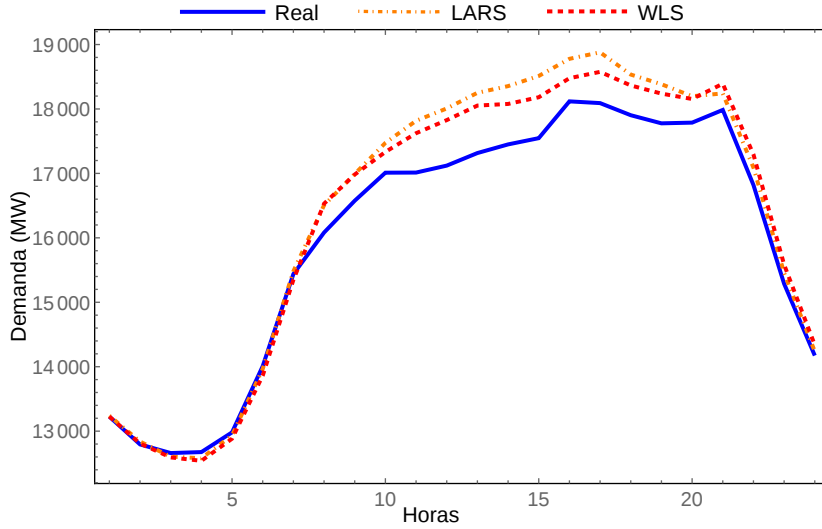


Figura 5.1: Pronóstico de demanda el 11/6/2014.

5.2. Pronóstico de demanda

Una vez que no se detectan valores de demanda y precios fuera de lo normal, es decir, cuando las series de tiempo se encuentran libres de valores atípicos, estas son transformadas para estabilizar la varianza de los datos, por lo que se procede a estimar los coeficientes de regresión de los modelos presentados en (4.26) y (4.35), a los cuales de ahora en adelante se referirá como LARS y WLS, respectivamente, para identificar qué resultados se obtienen con cada uno de los modelos, una vez obtenidos los modelos LARS y WLS se procede a realizar el pronóstico de demanda y precios de la energía en las series de tiempo bajo estudio, algunos de los resultados obtenidos se muestran en las siguientes subsecciones.

5.2.1. Validación de los modelos aplicados al pronóstico de demanda

Con el objetivo de validar la precisión de los modelos desarrollados en esta tesis se consultaron diferentes trabajos afines, en los cuales se realiza el pronóstico de demanda a corto plazo en el mercado eléctrico de Ontario, en estos trabajos se desarrollaron modelos de pronóstico mediante diferentes metodologías, donde algunos modelos emplean diferentes variables junto con la demanda para realizar los pronósticos.

En la Tabla 5.1 se comparan los resultados obtenidos mediante los modelos propuestos en esta tesis, con los resultados de los modelos propuestos en los trabajos de [Sahay *et al.*, 2014], [Liu *et al.*, 2006b], [Xu y Lai, 2012] y [Guzman, 2014] para los periodos de estudio indicados. En [Liu *et al.*, 2006b] se buscan horas similares entre sí, formando tres grupos de datos que sirven como parámetros de entrada a una red neuronal, a la cual se le aplica un algoritmo genético para optimizar los pesos de la red, en [Guzman, 2014] se utiliza la técnica de regresión lineal múltiple para obtener un modelo que toma en cuenta la doble estacionalidad presente en la serie de tiempo de demanda, en [Xu y Lai, 2012] se emplea la técnica de clasificación

k-means para clasificar la demanda en varios periodos, donde cada periodo se entrena por una red neuronal y en [Sahay *et al.*, 2014] se emplea una red neuronal que utiliza como parámetros de entrada datos de demanda y temperatura.

La primera comparación se realiza en el 2005 para un periodo de estudio de 49 días, de donde se observa que el MAPE total obtenido del pronóstico de estos días con los modelos LARS y WLS es mayor que el modelo de la primera referencia citada pero menor a la segunda, la siguiente comparación se realiza en el 2009, donde se pronosticó la demanda todos los días de ese año, para este periodo de estudio se obtuvo un MAPE anual menor con los modelos LARS y WLS, la última comparación se realiza en el 2012, pronosticando la demanda todos los días de ese año, de donde se puede observar que el MAPE anual obtenido con los modelos LARS y WLS son menores cuando se utiliza sólo la variable de demanda, pero mayores al modelo donde se utilizan las variables de demanda y temperatura.

Tabla 5.1: Validación de los modelos aplicados al pronóstico de demanda en Ontario.

Referencia	Año en que se realizaron los pronósticos	Número de días pronosticados	MAPE %	Variables utilizadas
[Liu <i>et al.</i> , 2006b]	2005	49	0.53	Demanda
[Guzman, 2014]			3.05	
LARS			2.80	
WLS			2.81	
[Xu y Lai, 2012]	2009	365	2.66	Demanda y temperatura
[Guzman, 2014]			2.43	Demanda
LARS			2.14	
WLS			2.11	
[Sahay <i>et al.</i> , 2014]	2012	366	2.91	Demanda
			2.38	Demanda y temperatura
			2.84	Demanda
			2.77	

Los resultados obtenidos en la tabla anterior con los modelos LARS y WLS, muestran que la precisión de los pronósticos puede ser comparada con la precisión obtenida por los modelos de la literatura consultada, sin embargo, se observa que los pronósticos obtenidos con LARS y WLS en su mayoría fueron mejores que los obtenidos con los otros modelos.

5.2.2. Pronóstico de demanda en Ontario

En este apartado se evalúa para diferentes periodos de tiempo la precisión de los modelos propuestos en el pronóstico de demanda en Ontario. En la Tabla 5.2 se presenta el MAPE anual obtenido por ambos modelos a partir de 2003 hasta 2016, así como el MAPE diario máximo y mínimo correspondientes al peor y mejor día pronosticado en cada uno de los años, se puede observar que el menor MAPE anual generado por ambos modelos se dio en 2009, mientras que el mayor se obtuvo en 2016, también se observa que el MAPE diario máximo obtenido por LARS se dio en 2016, mientras que por WLS en 2003, el MAPE mínimo diario que se obtuvo por ambos modelos se presentó en 2016. En general se puede observar que los MAPEs anuales obtenidos por los modelos propuestos son su mayoría menores al 3 %, lo cual indica que los modelos presentan un buen desempeño al realizar pronósticos de demanda en Ontario.

Tabla 5.2: MAPEs anuales, máximos y mínimos diarios en Ontario.

Año	MAPE %					
	Anual		Diario			
	LARS	WLS	Máximo		Mínimo	
			LARS	WLS	LARS	WLS
2003	2.9295	2.8983	12.3735	18.1575	0.4652	0.5495
2004	2.3645	2.4240	12.5998	14.4748	0.4510	0.5701
2005	2.4265	2.4273	12.2516	17.2466	0.4586	0.4437
2006	2.2030	2.2106	10.8014	10.99	0.4477	0.5562
2007	2.4648	2.4709	14.2923	16.2317	0.3771	0.5469
2008	2.2352	2.2091	11.2376	12.0507	0.4505	0.4753
2009	2.1479	2.1162	9.5998	10.8111	0.4758	0.4881
2010	2.4415	2.4342	10.7684	12.6783	0.5374	0.5044
2011	2.6814	2.5912	13.7689	15.4278	0.5938	0.5861
2012	2.8424	2.7717	14.1539	13.1679	0.5524	0.5794
2013	2.7164	2.5884	13.0822	14.2407	0.6506	0.5210
2014	2.9129	2.7627	12.2504	13.2774	0.3757	0.6993
2015	3.0045	2.9008	12.5962	12.1061	0.3841	0.6111
2016	3.0204	2.9731	16.3649	15.8405	0.2914	0.3233

Para tener una mejor idea de la precisión de los modelos propuestos en el pronóstico a corto plazo de la demanda en Ontario se seleccionaron 6 semanas de estudio del 2015, las cuales van del 6 al 12 de abril y del 11 al 17 de mayo, estas dos semanas corresponden a la época de primavera donde la demanda es baja, para la época de verano donde la demanda es alta se seleccionaron las semanas del 29 de junio al 5 de julio y del 27 de julio al 2 de agosto, para la época de invierno se seleccionaron las semanas del 30 de noviembre al 6 de diciembre y del 14 al 20 de diciembre, estas semanas de estudio a continuación se denominaran como semana 1, 2, 3, 4, 5 y 6, respectivamente.

Para visualizar la precisión de los modelos se presentan las Figuras 5.2 y 5.3, las cuales muestran de forma gráfica la demanda real junto con los pronósticos realizados desde el día lunes hasta el día domingo en cada una de las semanas mencionadas anteriormente. De las gráficas se puede ver en general que el pronóstico es bueno en algunos días y malo en otros, sin embargo, también se logra observar que el pronóstico durante la semana 5 fue mejor que en las demás semanas, ya que la mayoría de las curvas de demanda pronosticada con los modelos son muy parecidas a las curvas de demanda real. Para identificar mejor cual es la precisión de los modelos en el pronóstico diario de demanda se presenta la Tabla 5.3, donde se tiene el MAPE diario generado por los modelos en cada uno de los días, además se resalta el MAPE máximo y mínimo en cada una de las diferentes semanas de estudio, también se presenta el MAPE semanal obtenido por ambos modelos, donde se observa que se obtuvo una mayor precisión en el pronóstico de demanda en la semana 5, mientras que una menor precisión en la semana 3.

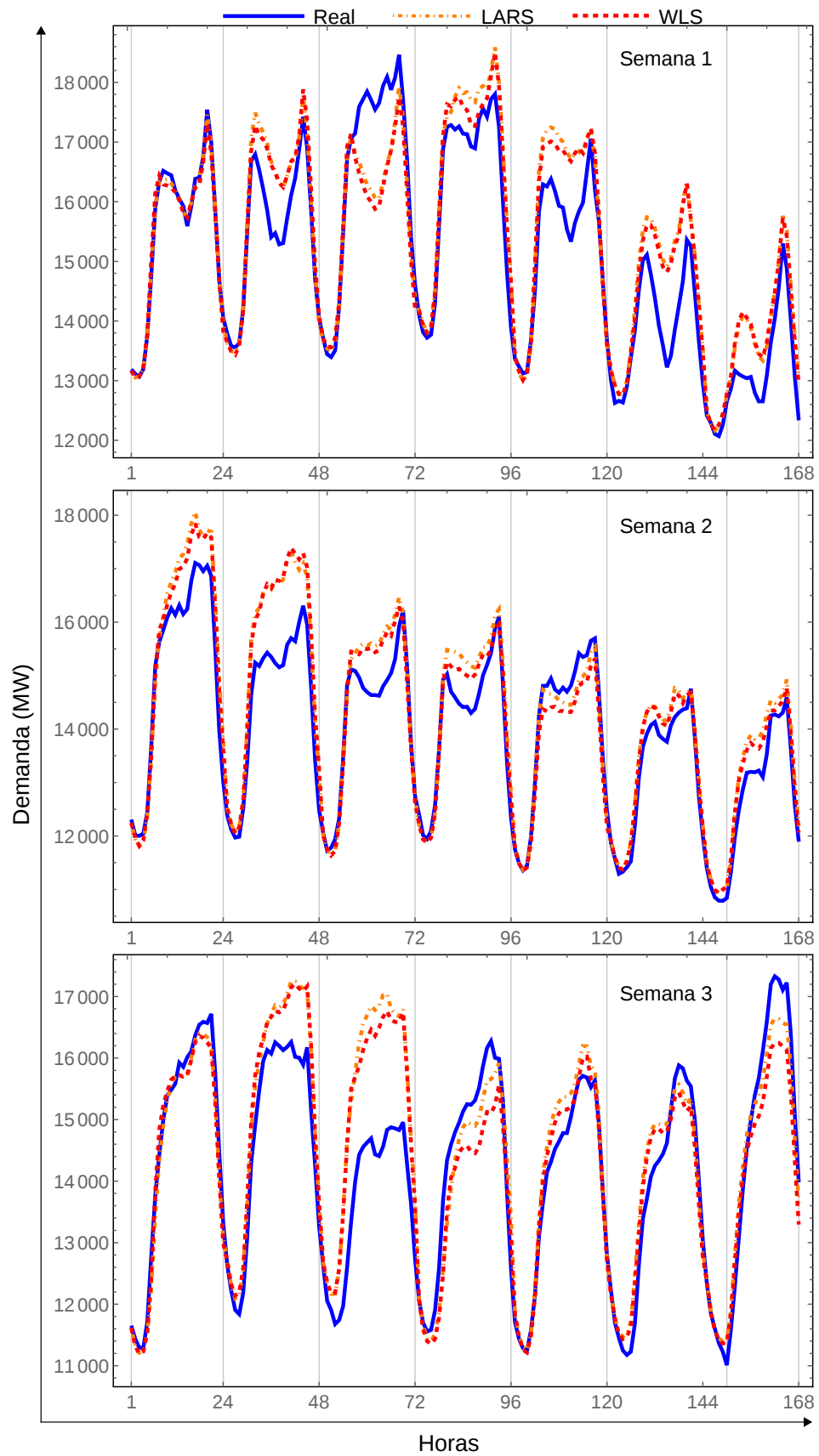


Figura 5.2: Pronóstico de demanda en Ontario para las semanas 1, 2 y 3.

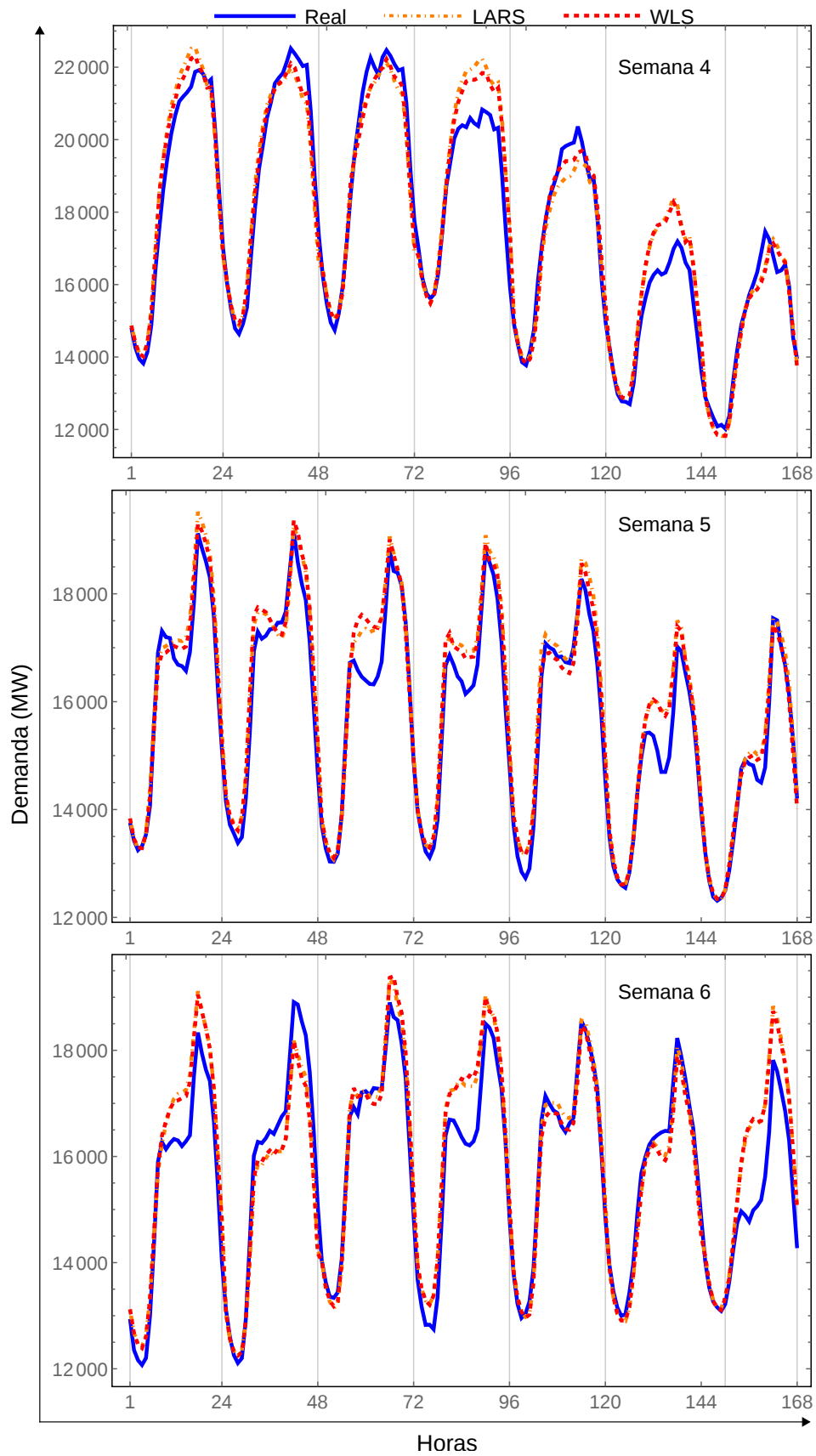


Figura 5.3: Pronóstico de demanda en Ontario para las semanas 4, 5 y 6.

75

DEP-FIE

5.2.3. Pronóstico de demanda en Texas

Para evaluar la precisión de los modelos en el pronósticos de demanda en Texas, se presenta en la Tabla 5.4 el MAPE anual obtenido por ambos modelos a partir de 2003 hasta 2016, así como el MAPE diario máximo y mínimo correspondientes al peor y mejor día pronosticado en cada año, en la tabla se observa que el mayor MAPE anual se obtuvo en 2016 mientras que el menor en 2007, el mayor MAPE diario obtenido por ambos modelos se dio en 2009, mientras que el menor se obtuvo con LARS en 2013 y con WLS en 2011. Se observa en general que los MAPEs anuales son mayores a los obtenidos para la demanda de Ontario, ya que son mayores al 3 % y menores al 5 %, lo que indica que para este caso los modelos no han presentado un buen desempeño en el pronóstico de demanda en Texas.

Tabla 5.4: MAPEs anuales, máximos y mínimos diarios en Texas.

Año	MAPE %					
	Anual		Diario			
	LARS	WLS	Máximo		Mínimo	
			LARS	WLS	LARS	WLS
2003	4.1927	4.1777	15.7825	15.7610	0.3767	0.4336
2004	3.4766	3.4885	17.9159	17.1216	0.6261	0.6457
2005	3.4297	3.4593	14.8787	15.0898	0.4127	0.3715
2006	3.5864	3.5917	16.545	17.1826	0.4940	0.6604
2007	3.2258	3.2204	18.5197	19.3635	0.4295	0.4865
2008	3.4211	3.4416	20.1996	23.0406	0.5291	0.3182
2009	3.4861	3.4994	28.7405	29.1913	0.3488	0.3941
2010	3.3354	3.2861	18.6965	18.7000	0.4554	0.4478
2011	3.3048	3.2994	21.2062	21.8038	0.4224	0.2878
2012	3.2397	3.2534	14.4798	13.6681	0.5025	0.5172
2013	3.3746	3.4024	17.0624	16.4693	0.2566	0.4421
2014	3.5872	3.6485	17.9909	17.7485	0.3454	0.3274
2015	3.3732	3.3771	15.4889	14.5729	0.5115	0.4497
2016	4.3529	4.3961	16.8951	17.7099	0.6373	0.5624

Para tener una mejor idea de la precisión de los pronósticos en Texas, se seleccionaron las mismas semanas de estudio del 2015 que en Ontario, con la diferencia de que en verano es cuando se tiene mayor demanda y en invierno una menor. Mediante las gráficas mostradas en las Figuras 5.4 y 5.5 se logra visualizar la precisión de los modelos, debido a que se muestra la demanda real junto con la pronosticada desde el día lunes hasta el día domingo en cada una de las semanas de estudio. Se puede observar que el pronóstico durante la semana 4 fue más preciso, ya que las curvas de demanda pronosticada son prácticamente iguales a las curvas de demanda real, también se logra observar que durante las semanas 3, 5 y 6 se tiene en la mayoría de días un buen pronóstico, dado que las curvas de demanda pronosticada se ajustan a las curvas de demanda real.

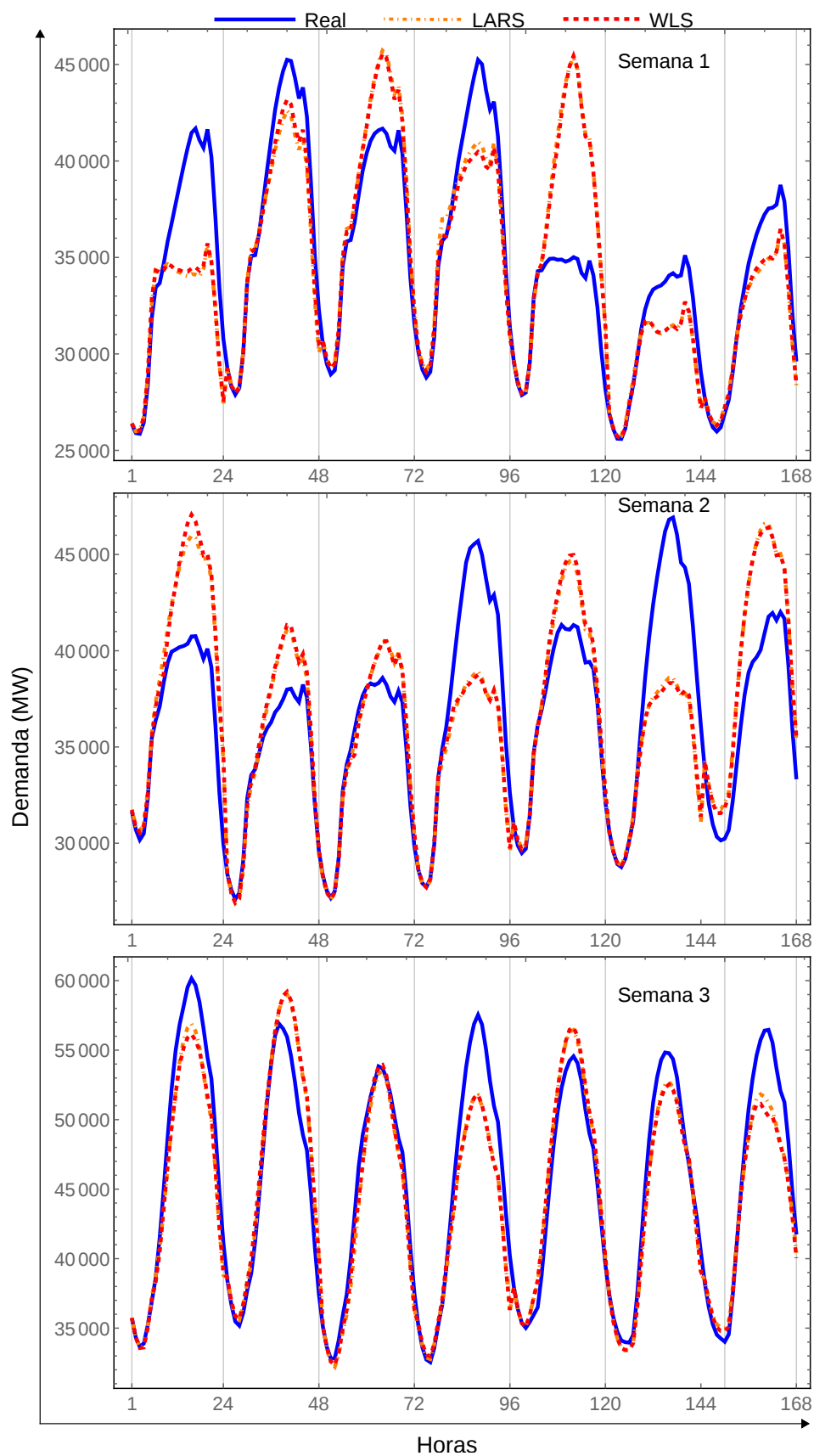


Figura 5.4: Pronóstico de demanda en Texas para las semanas 1, 2 y 3.

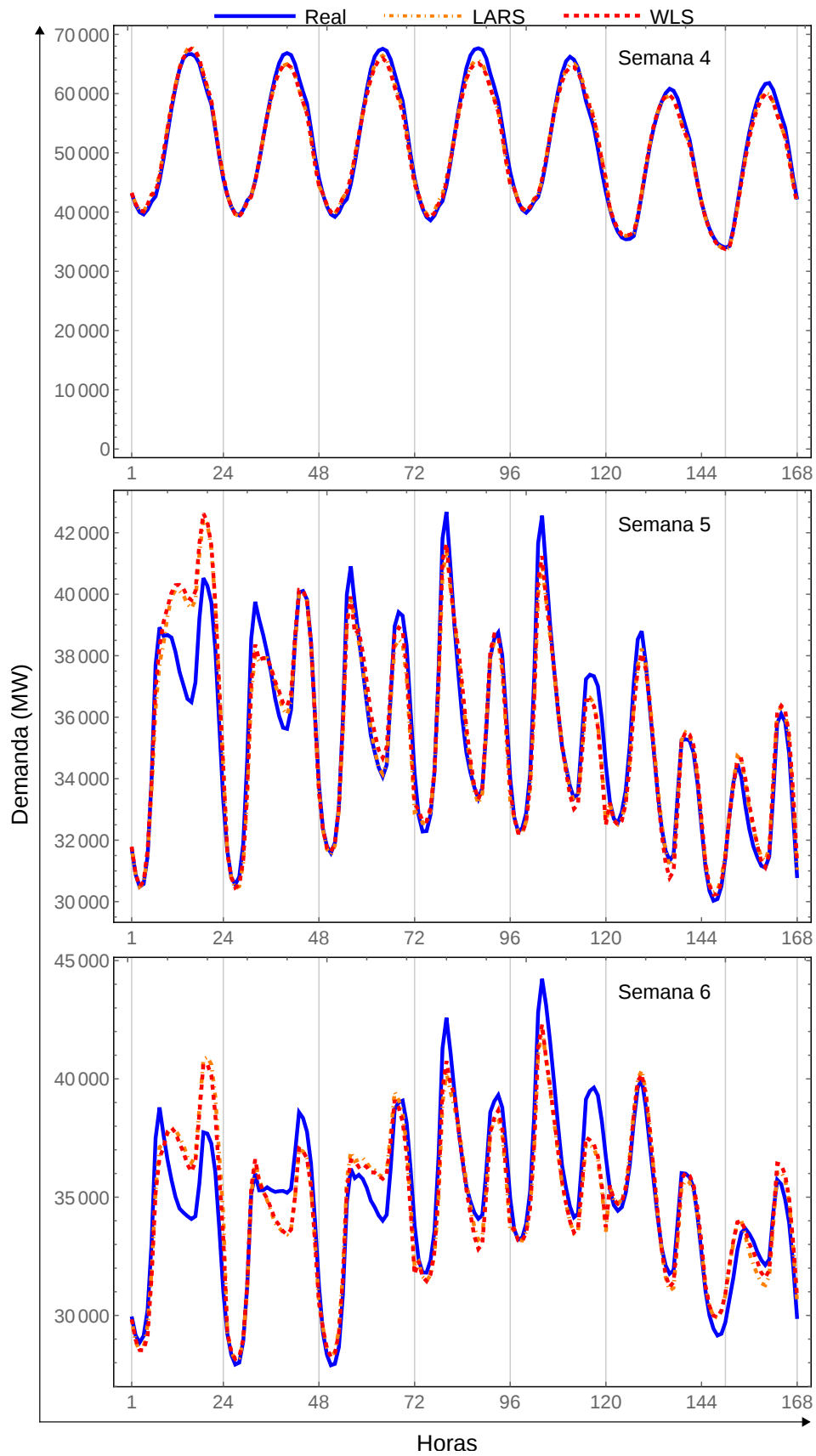


Figura 5.5: Pronóstico de demanda en Texas para las semanas 4, 5 y 6.

Tabla 5.5: MAPE diario y semanal para las semanas de estudio de demanda en Texas.

Semana	MAPE %													
	Lunes		Martes		Miércoles		Jueves		Viernes		Sábado		Domingo	
	LARS	WLS	LARS	WLS	LARS	WLS	LARS	WLS	LARS	WLS	LARS	WLS	LARS	WLS
1	8.5381	8.3503	3.5058	2.9051	4.1955	3.8445	3.7961	3.9363	12.7441	12.4280	4.3390	4.1529	3.5657	3.3440
2	7.7408	8.0902	3.1047	3.4482	2.4093	2.5492	7.9566	7.8079	2.9926	3.5281	8.9347	8.9272	8.3809	8.1833
3	3.6334	3.7984	3.5158	3.9251	2.3966	1.9038	5.3569	5.5151	2.5486	2.8875	2.6750	2.6965	4.2415	4.3787
4	1.3576	1.0893	1.4833	1.5303	1.7031	2.1620	2.3656	2.3235	1.6166	1.5502	1.2263	1.3266	1.6895	1.8440
5	3.6651	3.8295	1.2627	1.2755	1.1177	1.3322	1.0919	0.9765	1.6168	1.6477	0.6789	0.9272	1.0086	1.0042
6	5.8482	5.3662	2.3346	2.3138	2.8190	2.6128	2.3608	2.0973	3.6277	3.3368	1.0781	0.8629	2.4125	2.2689
													2.9258	2.6941

Para ver numéricamente la precisión en el pronóstico de demanda en Texas en las semanas de estudio se presenta la Tabla 5.5, donde se tiene el MAPE diario obtenido por los modelos, además, se resalta el MAPE diario máximo y mínimo en cada una de las semanas, también se presenta el MAPE semanal, donde se observa que en la semana 2 se obtuvo una menor precisión en el pronóstico, mientras que una mayor precisión en la semana 5.

5.2.4. Pronóstico de demanda en New York

La evaluación de la precisión en los pronósticos de demanda en New York se presenta en la Tabla 5.6, donde se tienen los MAPEs anuales obtenidos a partir de 2007 hasta 2016, también se tiene el MAPE diario máximo y mínimo correspondientes al peor y mejor día pronosticado en cada uno de los años, los resultados muestran que el mayor MAPE anual se obtuvo en 2007 y el menor en 2008, se observa también que el mayor y menor MAPE diario obtenido por ambos modelos se presentó en diferentes años, en general se observa que los modelos propuestos presentan un mejor desempeño en el pronóstico de demanda en esta serie de tiempo, ya que la mayoría de los MAPEs anuales son menores al 3 %.

Tabla 5.6: MAPEs anuales, máximos y mínimos diarios en New York.

Año	MAPE %					
	Anual		Diario			
	LARS	WLS	Máximo		Mínimo	
			LARS	WLS	LARS	WLS
2007	2.8815	2.8191	22.2093	16.4601	0.4542	0.5227
2008	2.2676	2.2126	11.7649	12.5118	0.2578	0.4950
2009	2.3895	2.3364	11.0012	12.4363	0.3896	0.3835
2010	2.4935	2.4153	36.303	18.5792	0.2935	0.1984
2011	2.3802	2.3150	16.6017	17.3550	0.3114	0.4006
2012	2.3147	2.3229	11.8339	12.8764	0.2280	0.3513
2013	2.3048	2.2814	10.4719	10.9617	0.3176	0.3598
2014	2.2827	2.2731	17.3856	19.4159	0.2887	0.2980
2015	2.4233	2.44567	10.8415	11.7654	0.3461	0.3932
2016	2.4479	2.4334	11.2693	11.7478	0.3789	0.3214

Para apreciar mejor la precisión de los modelos propuestos en el pronósticos de demanda en New York se seleccionaron las mismas semanas de estudio de 2015 que en los casos de Ontario y Texas, en este caso se tiene que durante el verano es cuando se presenta una mayor demanda, mientras que en invierno se presenta una menor. La precisión de los pronósticos obtenidos con los modelos se puede ver gráficamente mediante las Figuras 5.6 y 5.7, donde se muestra la demanda real junto con los pronósticos realizados desde el día lunes hasta el día domingo durante cada una de las semanas de estudio. De las gráficas se observa que durante la semana 6 el pronóstico de la demanda fue más preciso, debido a que las curvas de demanda pronosticada son muy parecidas a las curvas de demanda real, sin embargo, también se logra observar que en la mayoría de días del resto de semanas se tienen pronósticos precisos, ya que la demanda pronosticada es similar a la demanda real.

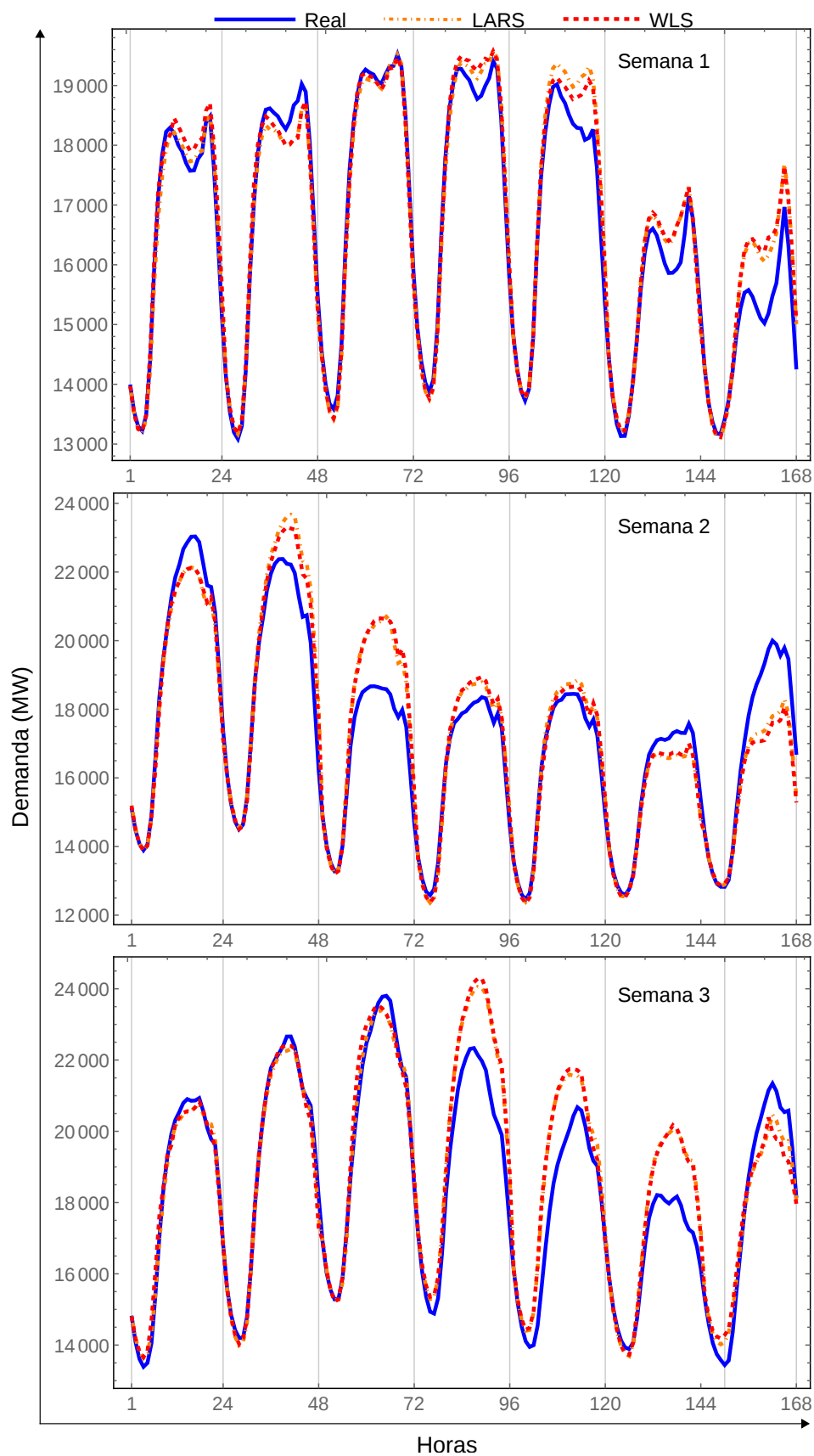


Figura 5.6: Pronóstico de demanda en New York para las semanas 1, 2 y 3.

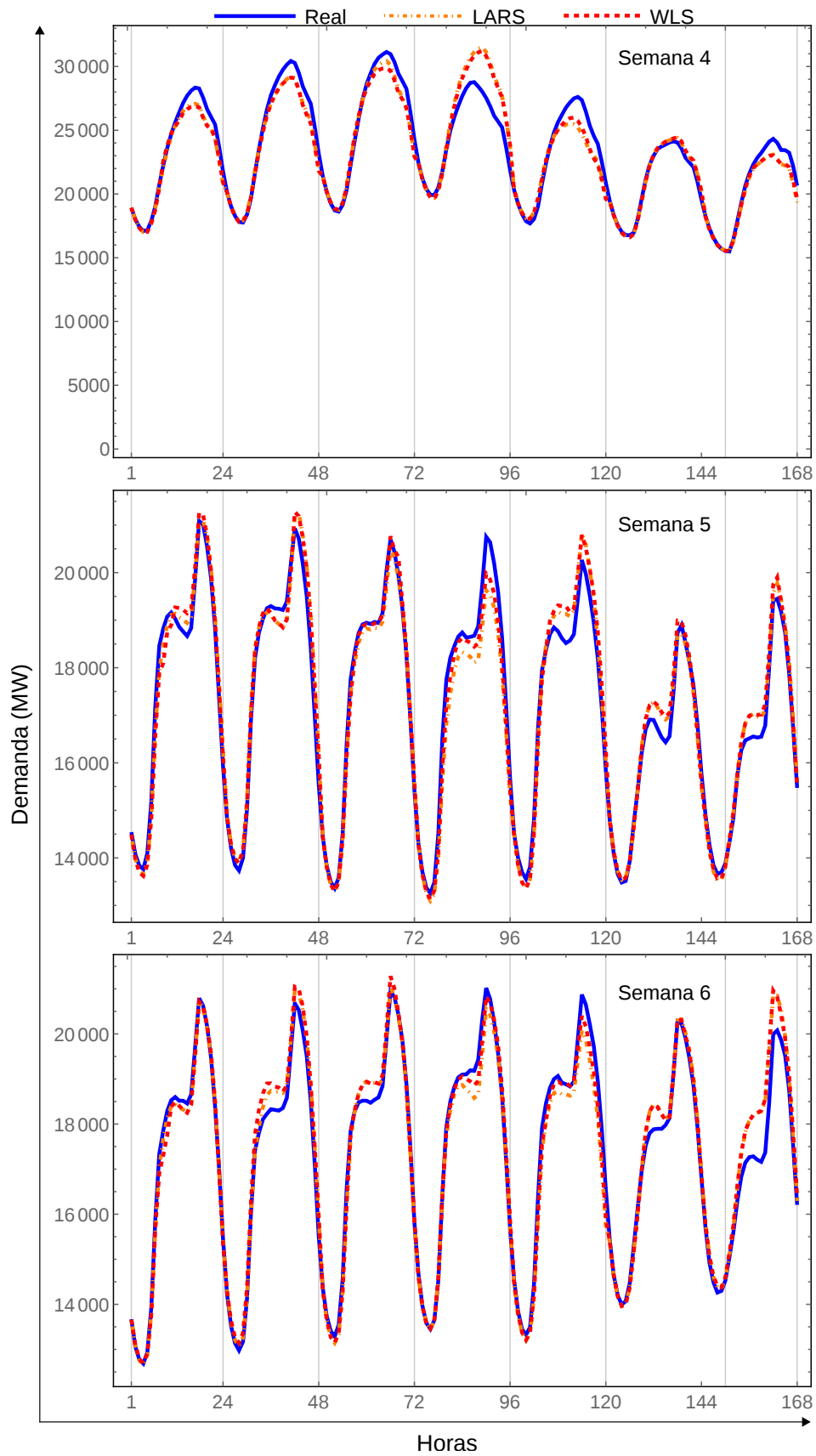


Figura 5.7: Pronóstico de demanda en New York para las semanas 4, 5 y 6.

83

DEP-FIE

En la Tabla 5.7 se muestra numéricamente la precisión del pronóstico realizado para la demanda en New York durante las semanas de estudio, en la tabla se presenta el MAPE diario que se obtuvo por los modelos en cada uno de los días, además se resalta el MAPE máximo y mínimo obtenido en cada una de las diferentes semanas, también se presenta el MAPE semanal obtenido por ambos modelos, donde se observa que la mayor precisión en el pronóstico de demanda se obtuvo en la semana 6 mientras que la menor precisión en la semana 3.

5.2.5. Comparación entre los modelos propuestos aplicados al pronóstico de demanda

Con la finalidad de comparar la precisión de los pronósticos de demanda realizados con los modelos propuestos se presenta la Tabla 5.8, donde se muestran los MAPEs semanales obtenidos por ambos modelos durante todas las semanas de 2016 para cada una de las series de tiempo bajo estudio, de donde se puede concluir que los modelos presentaron un mejor desempeño en el pronóstico de demanda en la serie de tiempo de New York, debido a que se obtuvo un MAPE semanal promedio menor al 2.5 %, los pronósticos de demanda en Ontario en general resultaron ser buenos, obteniéndose en promedio un MAPE semanal menor al 3 %, por otro lado, los pronósticos de demanda en Texas se puede decir que en algunos casos no fueron tan buenos ya que se obtuvo un MAPE semanal promedio menor al 4.5 %, este valor es mayor que en Ontario y New York donde la demanda a largo plazo no ha cambiado significativamente, por lo tanto, en Texas se tiene una menor precisión en los pronósticos debido quizás al aumento en la demanda a largo plazo.

Los MAPEs semanales que se obtuvieron por ambos modelos durante las semanas del 2016 se muestran en forma gráfica mediante las Figuras 5.8 y 5.9, donde se logra observar que la mayor parte de los MAPEs semanales obtenidos del pronóstico de demanda en Texas son mayores que los obtenidos en Ontario y New York, destacándose que en las últimas 12 semanas del año los MAPEs semanales en Texas han sido mucho mayores.

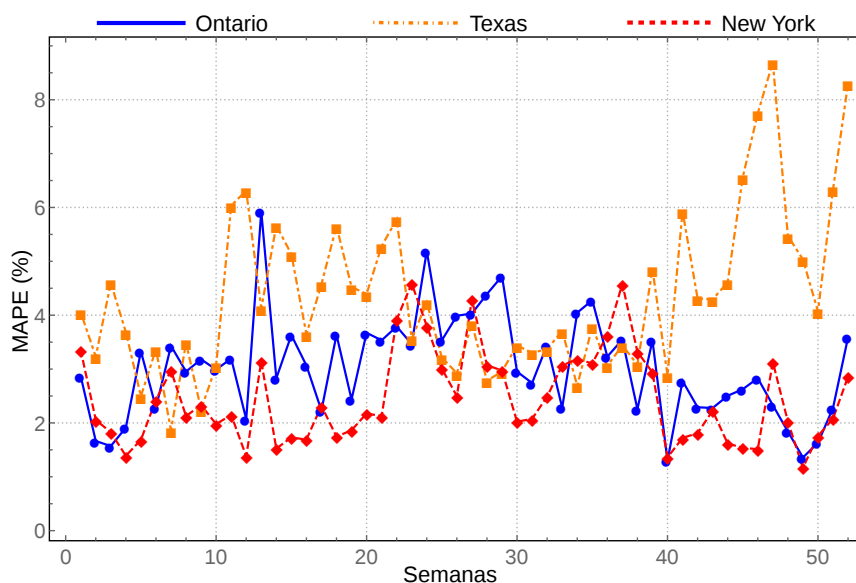


Figura 5.8: MAPEs semanales obtenidos con LARS.

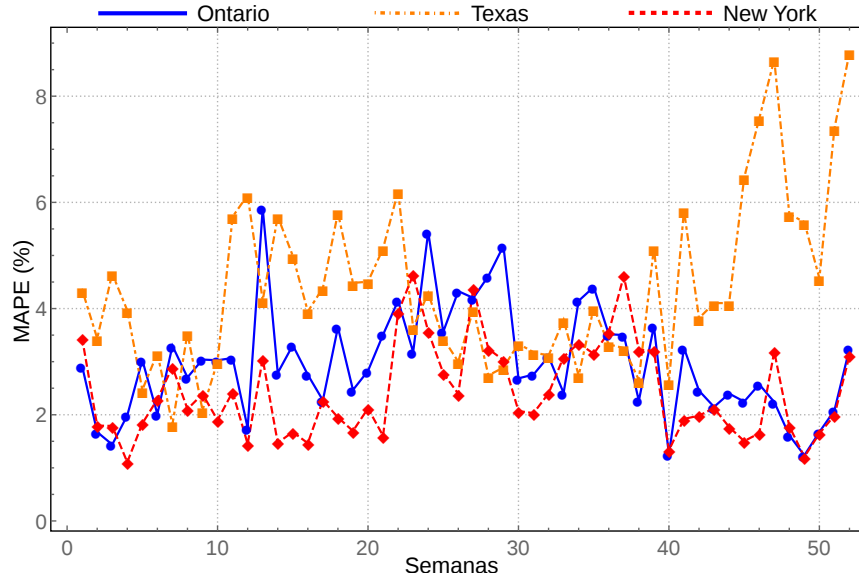


Figura 5.9: MAPEs semanales obtenidos con WLS.

5.3. Pronóstico de precios de la energía eléctrica en Ontario

Para realizar el pronóstico de precios de la energía en el mercado eléctrico de Ontario, primero se realizaron experimentos tomando en cuenta la estacionalidad semanal presente en esta serie y observada en la Figura 4.4, sin embargo, los resultados obtenidos no fueron los esperados, ya que se obtenían MAPEs grandes, esto debido a que el coeficiente de autocorrelación que se tiene cada 168 retardos es más pequeño que en los caso de la demanda y quizás también a que los precios nunca son similares durante un mismo día de diferentes semanas, tal como se muestra en la Figura 4.8, razón por la cual no se tomó en cuenta la estacionalidad semanal en los modelos propuestos.

Para solucionar el problema descrito se sugirió realizar una clasificación de los precios diarios, es decir, se agruparon los días que fueron parecidos entre sí sin importar el día de la semana, para esto se utilizó la función FindClusters de Mathematica, que para este caso realiza la clasificación de los precios mediante el algoritmo de agrupamiento llamado k-means, el cual utiliza el criterio de distancia euclidiana para realizar las clasificaciones.

Se decidió clasificar todos los precios diarios de la historia hasta los precios del día actual en 7 grupos, una vez agrupados se determina a qué grupo pertenece el día actual, además de ordenarse cronológicamente estos días para formar la matriz de variables independientes dada en (4.11), ya que se tienen ordenados los días se encuentra el día siguiente a cada día que pertenece al grupo donde se encuentra el día actual, formando con estos la matriz de variables dependientes dada en (4.11). Una vez que se obtienen estas matrices, se procede a utilizar el algoritmo de regresión de menor ángulo y mínimos cuadrados para estimar los coeficientes de regresión que se utilizan en los modelos de pronóstico.

Es importante mencionar que el análisis de los datos mediante la utilización de Clusters va más allá del objetivo de este trabajo de tesis, por lo que se limitó al uso de la función FindClusters para encontrar los días parecidos al día actual dentro de todos los días de historia de los precios de energía.

Tabla 5.8: MAPEs semanales para la demanda en Ontario, Texas y New York en el año 2016.

Semana	MAPE %					
	LARS			WLS		
	Ontario	Texas	New York	Ontario	Texas	New York
1	2.8661	4.0538	3.3491	2.9157	4.3526	3.4402
2	1.6638	3.2302	2.0576	1.6745	3.4394	1.7959
3	1.5704	4.6016	1.8232	1.4382	4.6565	1.7896
4	1.9117	3.6844	1.3892	1.9885	3.9656	1.1066
5	3.3303	2.4953	1.6856	3.0304	2.4681	1.8359
6	2.2839	3.3690	2.4292	2.0126	3.1612	2.2915
7	3.4308	1.8644	2.9728	3.2976	1.8186	2.9025
8	2.9535	3.4874	2.1274	2.7040	3.5337	2.1079
9	3.1806	2.2491	2.3314	3.0397	2.0850	2.3893
10	2.9900	3.0609	1.9784	3.0263	3.0055	1.8993
11	3.1951	6.0347	2.1484	3.0695	5.7306	2.4277
12	2.0689	6.3122	1.3812	1.7496	6.1360	1.4505
13	5.9264	4.1223	3.1421	5.8888	4.1528	3.0533
14	2.8292	5.6649	1.5233	2.7885	5.7348	1.4719
15	3.6306	5.1319	1.7305	3.3083	4.9930	1.6749
16	3.0663	3.6453	1.6905	2.7532	3.9437	1.4647
17	2.2301	4.5743	2.3179	2.2720	4.3886	2.2717
18	3.6366	5.6551	1.7451	3.6466	5.8048	1.9503
19	2.4352	4.5235	1.8642	2.4667	4.4826	1.6944
20	3.6726	4.3945	2.1752	2.8264	4.5067	2.1205
21	3.5334	5.2824	2.1264	3.5080	5.1295	1.6036
22	3.7899	5.7803	3.9209	4.1493	6.2166	3.9303
23	3.4636	3.5634	4.5860	3.1794	3.6409	4.6363
24	5.1912	4.2364	3.8022	5.4424	4.2910	3.5710
25	3.5326	3.2149	3.0083	3.5629	3.4360	2.7847
26	3.9893	2.9230	2.4973	4.3282	2.9990	2.3938
27	4.0319	3.8433	4.2962	4.1992	3.9935	4.3824
28	4.3924	2.7826	3.0722	4.6123	2.7415	3.2386
29	4.7244	2.9562	2.9722	5.1802	2.8899	3.0305
30	2.9525	3.4390	2.0225	2.6854	3.3385	2.0702
31	2.7403	3.3019	2.0754	2.7579	3.1770	2.0307
32	3.4496	3.3703	2.4884	3.0977	3.1143	2.4023
33	2.2817	3.7099	3.0667	2.4096	3.7875	3.0894
34	4.0467	2.6896	3.1848	4.1460	2.7363	3.3480
35	4.2776	3.7895	3.1045	4.4057	4.0127	3.1481
36	3.2312	3.0605	3.6354	3.5166	3.3259	3.5554
37	3.5472	3.4397	4.5825	3.5010	3.2558	4.6171
38	2.2552	3.0809	3.3202	2.2635	2.6569	3.2216
39	3.5329	4.8588	2.9375	3.6677	5.1416	3.2050
40	1.2987	2.8829	1.3597	1.2485	2.6122	1.3311
41	2.7794	5.9313	1.7209	3.2592	5.8531	1.9217
42	2.2907	4.3112	1.8107	2.4526	3.8187	1.9834
43	2.2771	4.2936	2.2266	2.1486	4.1029	2.1248
44	2.5041	4.6106	1.6172	2.3987	4.1041	1.7693
45	2.6254	6.5596	1.5395	2.2484	6.4645	1.5036
46	2.8301	7.7467	1.5116	2.5729	7.5756	1.6515
47	2.3294	8.6966	3.1292	2.2404	8.6930	3.1887
48	1.8407	5.4728	2.0270	1.6134	5.7796	1.7843
49	1.3582	5.0348	1.1678	1.2356	5.6287	1.2062
50	1.6317	4.0701	1.7573	1.6747	4.5708	1.6477
51	2.2760	6.3321	2.0784	2.0831	7.3896	1.9867
52	3.5895	8.3009	2.8585	3.2459	8.8230	3.1167
Promedio	3.0282	4.3407	2.4493	2.9794	4.3780	2.4348

5.3.1. Validación de los modelos aplicados al pronóstico de precios de la energía

Una vez que se obtienen las matrices de las variables independientes y dependientes dadas en (4.11), se procede a estimar los coeficientes de regresión mediante los métodos descritos en el capítulo anterior, obteniéndose así los modelos LARS y WLS, para validar y comprobar la precisión de estos modelos en el pronóstico de precios de la energía mediante la clasificación de días parecidos, se compararon los resultados con los obtenidos por los modelos desarrollados en la tesis doctoral de [Zareipour, 2006], los cuales son: modelos lineales univariables como los ARIMA y multivariables como la regresión dinámica (RD) y función de transferencia (FT), también se desarrollaron modelos no lineales univariables como los multivariate adaptive regression splines (MARS) y multivariables como una red neuronal artificial (RNA).

Los resultados obtenidos por los diferentes modelos se muestran en la Tabla 5.9, donde los pronósticos se realizaron para tres periodos de tiempo del 2004, cada uno de dos semanas de duración. El primer periodo comprende del 26 de abril al 2 de mayo y del 3 al 9 de mayo, periodo en primavera donde la demanda en Ontario fue baja, el segundo periodo comprende del 26 de julio al 1 de agosto y del 2 al 8 de agosto, estas semanas en la época de verano, el último periodo comprende del 13 al 19 de diciembre y del 20 al 26 del mismo mes, periodo de invierno donde la demanda fue alta, a las seis semanas mencionadas se les referirá como semana 1, 2, 3, 4, 5 y 6, respectivamente.

Tabla 5.9: Validación de los modelos aplicados al pronóstico de precios en Ontario.

Semana	Modelos						
	Lineales					No lineales	
	Univariables			Multivariables		Univariables	Multivariables
	LARS	WLS	ARIMA	FT	RD	MARS	RNA
	MAPE semanal %						
1	17.3	17.5	15.9	15.6	15.9	17.5	17.8
2	17.6	18.8	18.6	18.0	18.1	17.9	18.6
3	15.9	15.7	13.6	12.3	13.0	14.2	14.5
4	20.2	19.4	21.5	18.3	19.0	21.0	21.5
5	21.8	21.6	15.4	14.8	14.7	15.2	15.6
6	22.5	22.9	20.8	17.5	18.5	21.5	21.8

De las comparaciones realizadas en la Tabla 5.9 se observa que los modelos LARS y WLS fueron menos precisos en la mayoría de semanas, sin embargo, las diferencias no son tan grandes considerando la naturaleza de la serie de tiempo, ya que en la mayor parte de los resultados fueron menores al 3 %, por lo que los modelos LARS y WLS para estos periodos de estudio presentaron un buen desempeño que puede ser comparable con los modelos desarrollados en la referencia antes citada. De la tabla también se observa que la semana 3 fue la mejor pronosticada por todos los modelos, además de que los mejores pronósticos durante las semanas de estudio fueron hechos por los modelos de FT y RD, obteniendo MAPEs menores que los demás.

Otra comparación se realizó con los resultados obtenidos en [Aggarwal *et al.*, 2008], donde se desarrolló un modelo no lineal híbrido empleando una transformada de wavelet en combinación con una red neuronal artificial, con este modelo se realizaron pronósticos de precios de la energía para un periodo de prueba de un año, el cual fue del 1 de julio de 2004 al 30 de junio de 2005, obteniéndose un MAPE anual del 19.33 %, mientras que con el modelo LARS se obtuvo un MAPE anual del 20.44 % y con el modelo WLS un MAPE anual del 20.33 %, los resultados muestran que si bien no se obtuvo un mejor MAPE con los modelos propuestos estos realizaron buenos pronósticos para este periodo de prueba, ya que la diferencia de los resultados con respecto al modelo no lineal híbrido es de alrededor del 1 %.

Para apreciar la precisión de los pronósticos de los modelos LARS y WLS en las semanas mencionadas anteriormente se presentan las Figuras 5.10 y 5.11, donde se tienen los precios reales junto con los precios pronosticados desde el día lunes hasta el día domingo en cada una de las semanas correspondientes. De las gráficas se puede observar que los precios son muy variables, presentándose precios elevados y bajos en diferentes horas del día, también se observa que no se tiene un patrón de comportamiento como en el caso de la demanda ya que los precios son diferentes en cada día. También se observa que aunque en la semana 3 se presentaron precios elevados tres días y bajos en un día se obtuvieron mejores pronósticos de acuerdo a la Tabla 5.9, sin embargo, en el resto de semanas se logra observar que en diferentes días se tienen pronósticos precisos, ya que los precios pronosticados son casi iguales a los reales en diferentes horas del día. Los peores pronósticos se presentaron en la semana 6, periodo donde se tuvo demanda alta.

5.3.2. Pronóstico de precios de la energía en diferentes periodos del año

Con el fin de comprobar la precisión de los modelos LARS y WLS en el pronóstico a corto plazo de los precios de la energía en un año más reciente a los estudiados en la literatura consultada se seleccionaron como periodos de estudio 6 semanas de 2015, las cuales corresponden a las siguientes fechas, del 12 al 18 de enero, del 9 al 15 de marzo, del 11 al 17 de mayo, del 13 al 19 de julio, del 14 al 20 de septiembre y del 9 al 15 de noviembre, a estas semanas se les referirá como semana 1, 2, 3, 4, 5 y 6, respectivamente.

Mediante las Figuras 5.12 y 5.13 se pueden apreciar gráficamente los precios reales junto con los pronosticados por los modelos LARS y WLS, desde el día lunes hasta el día domingo en cada una de las semanas mencionadas anteriormente, también se observa que en estas semanas los precios presentaron un comportamiento muy variables, ya que se tienen precios muy elevados y muy cercanos a cero, lo que se traduce en errores de pronóstico mayores. Sin embargo, se observa que en la semana 5 los pronósticos fueron mejores que en el resto de semanas, debido a que la mayoría de los precios pronosticados fueron muy similares a los reales.

Para ver numéricamente cual fue la precisión de los pronósticos diarios realizados por los modelos LARS y WLS en las semanas de estudio se presenta la Tabla 5.10, en la cual se muestra el MAPE dado por (4.36) y el MAPE alternativo expresado por (4.38), recordando que este último se usa cuando se tienen precios muy pequeños y cercanos a cero, para identificar en que día se realizó el cálculo del MAPE alternativo se usa como superíndice la letra A. En la tabla se puede observar que durante la semana 5 se obtuvieron mejores pronósticos ya que se obtuvieron MAPEs menores que en las otras semanas, por otro lado, en las semanas 2, 3 y 6 se obtuvieron los mayores errores en el pronóstico debido a que en éstas se presentaron precios muy elevados en diferentes días. En la tabla se resalta el MAPE máximo y mínimo en cada una de las diferentes semanas de estudio, además, se muestra el MAPE alternativo semanal obtenido por ambos modelos, donde se observa que el mayor fue obtenido en la semana 3 mientras que el menor en la semana 5.

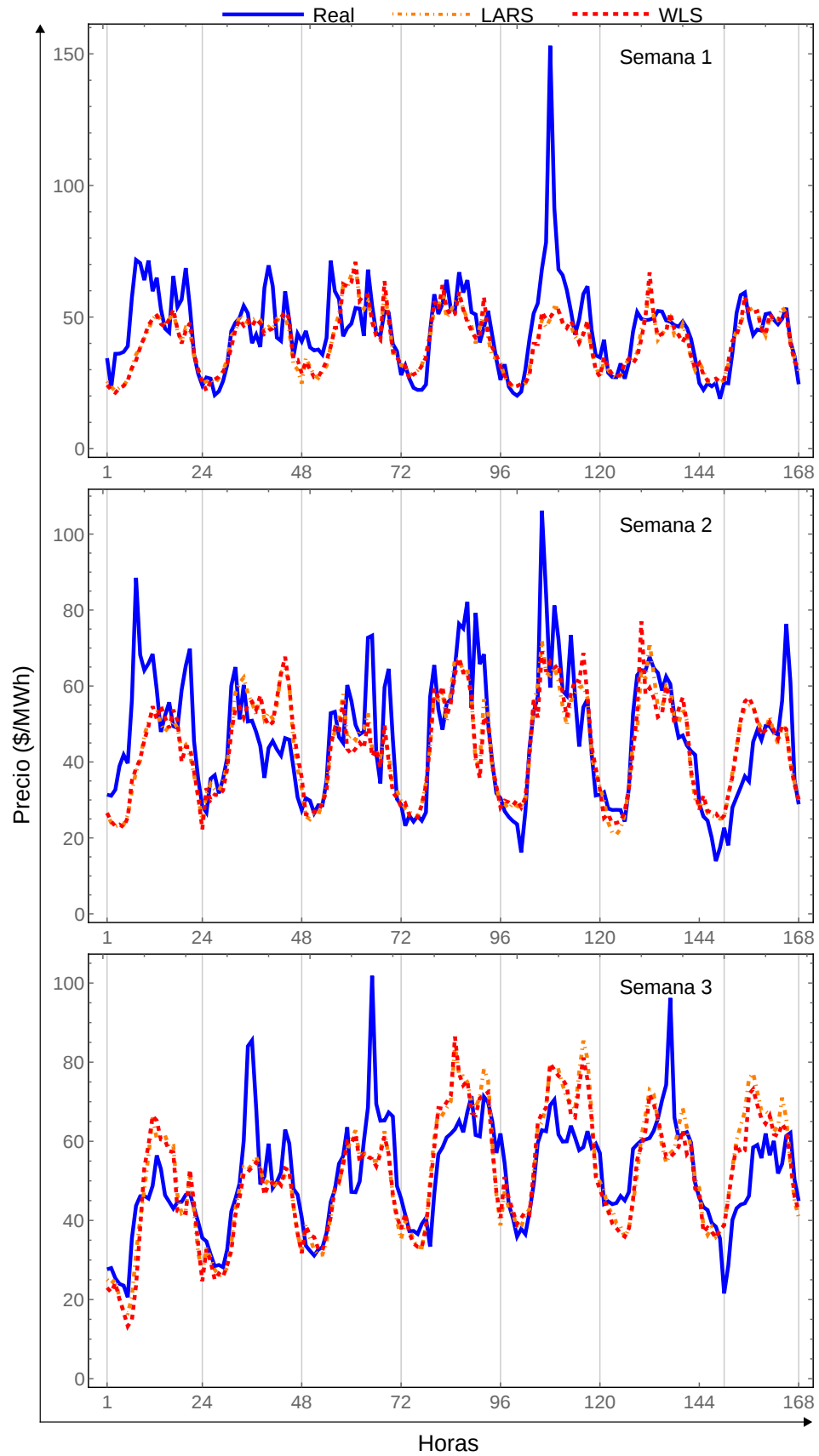


Figura 5.10: Pronóstico de precios para las semanas 1, 2 y 3 en 2004.

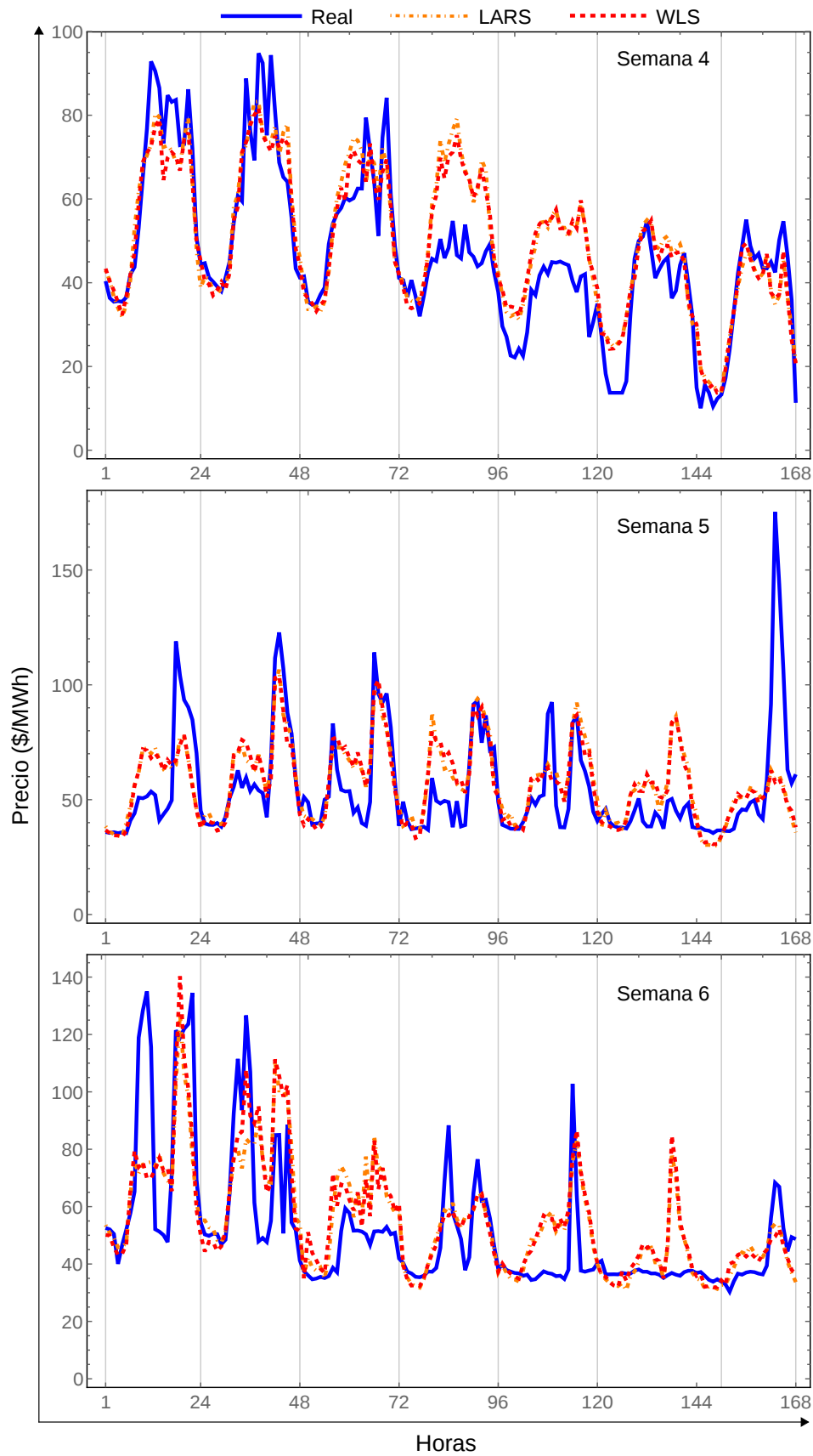


Figura 5.11: Pronóstico de precios para las semanas 4, 5 y 6 en 2004.

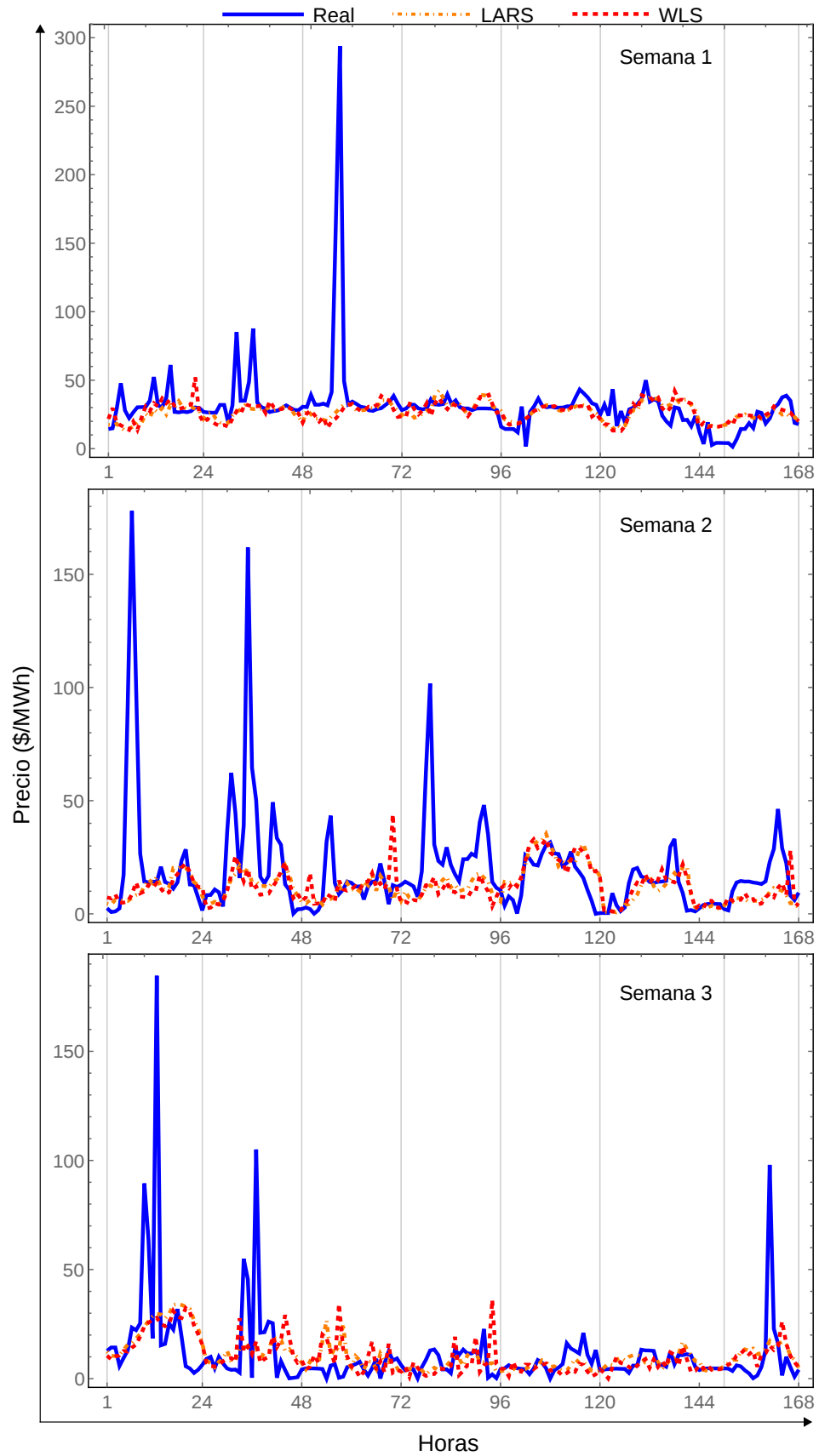


Figura 5.12: Pronóstico de precios para las semanas 1, 2 y 3 en 2015.

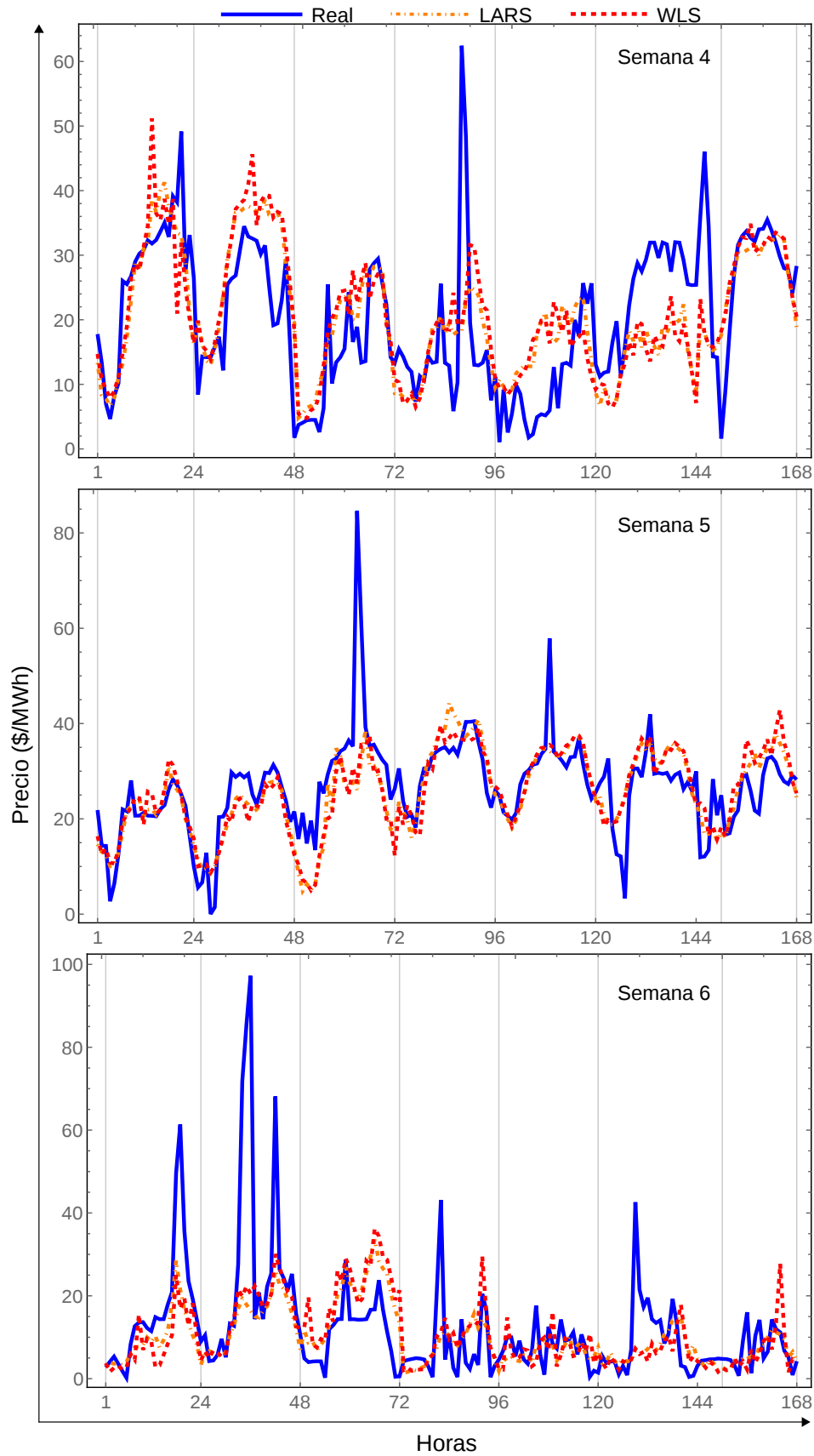


Figura 5.13: Pronóstico de precios para las semanas 4, 5 y 6 en 2015.

Tabla 5.10: MAPE y MAPE alternativo en las semanas de estudio de precios de la energía en Ontario.

Semana	MAPE % y MAPE ^A %															
	Lunes		Martes		Miércoles		Jueves		Viernes		Sábado		Domingo		Total Semanal	
	LARS	WLS	LARS	WLS	LARS	WLS	LARS	WLS	LARS	WLS	LARS	WLS	LARS	WLS	LARS	WLS
1	26.81	31.82	18.35	22.48	23.61	26.58	17.80	15.29	19.44 ^A	18.95 ^A	34.44	32.34	51.63 ^A	50.13 ^A	31.43 ^A	32.04 ^A
2	71.95 ^A	72.19 ^A	69.58 ^A	70.62 ^A	47.63 ^A	63.71 ^A	47.90	56.78	46.14 ^A	46.07 ^A	51.14 ^A	47.49 ^A	59.25 ^A	64.15 ^A	60.28 ^A	63.66 ^A
3	72.13 ^A	69.16 ^A	86.59 ^A	95.76 ^A	116.17 ^A	133.42 ^A	51.33 ^A	89.99 ^A	49.45 ^A	61.10 ^A	45.57 ^A	39.61 ^A	83.64 ^A	84.95 ^A	72.50 ^A	78.83 ^A
4	18.92	21.25	31.41 ^A	35.49 ^A	29.83 ^A	36.19 ^A	47.23	59.40	71.32 ^A	74.63 ^A	37.48	38.59	20.97 ^A	19.82 ^A	32.80 ^A	35.57 ^A
5	12.78 ^A	15.93 ^A	20.21 ^A	21.67 ^A	32.96	33.15	11.90	11.56	8.00	8.32	20.70 ^A	21.46 ^A	21.76	28.80	18.31 ^A	19.70 ^A
6	43.33 ^A	49.64 ^A	32.45	28.20	71.14 ^A	90.62 ^A	81.06 ^A	80.68 ^A	47.72 ^A	58.39 ^A	63.93 ^A	66.38	43.04 ^A	65.31 ^A	55.00 ^A	60.14 ^A

5.4. Conclusiones

Los pronósticos de demanda y precios a corto plazo son muy importantes, ya que ayudan a realizar actividades como son la planificación de la generación y la evaluación de la seguridad de los sistemas eléctricos, además de permitir tomar decisiones adecuadas dentro de un mercado eléctrico, por lo que las diferentes entidades participantes pueden maximizar sus beneficios. Un pronóstico preciso ayuda a reducir los costos de operación en las empresas de generación, transmisión y distribución.

Se compararon los resultados obtenidos por los modelos desarrollados en la literatura consultada con los modelos propuestos en este trabajo de tesis, demostrándose que la precisión de los resultados obtenidos por los modelos propuestos se pueden comparar con otros modelos, ya que se han logrado obtener mejores resultados que con otras metodologías.

Se evaluaron los modelos de pronóstico desarrollados para diferentes periodos de tiempo, donde en el pronóstico de demanda los modelos presentaron buenos resultados ya que los MAPEs en general fueron pequeños, sin embargo, al evaluar los modelos en diferentes periodos de tiempo utilizando las series de demanda se pudo observar que estos presentaron un mejor desempeño en el pronóstico de demanda en Ontario y New York obteniendo MAPEs bajos, mientras que los modelos no presentaron un desempeño tan bueno en el pronóstico de demanda en Texas ya que se obtuvieron MAPEs relativamente mayores en esta serie de tiempo.

Se comprobó que no fue posible tomar en cuenta la estacionalidad semanal de la serie de tiempo de los precios, ya que se obtenían errores de pronóstico excesivamente altos, por lo que se decidió utilizar la función FindClusters de Mathematica para encontrar los precios parecidos al día actual en todos los días de la serie de tiempo, mediante ésta función fue posible obtener con los modelos propuestos errores en los pronósticos más bajos. Sin embargo, también se observó que los pronósticos en un año más reciente no fueron tan buenos ya que se obtuvieron MAPEs grandes, esto debido a que la serie de precios ha sido más variable en los últimos años, lo que la hace difícil de pronosticar.

Capítulo 6

Conclusiones finales y trabajos futuros

6.1. Conclusiones finales

El análisis de series de tiempo así como la identificación de sus componentes juega un papel muy importante, ya que permite estudiar el comportamiento pasado de una cierta variable y con ello poder realizar pronósticos del comportamiento futuro que pudiera tener. Debido a que la energía eléctrica es considerada como una mercancía dentro de un mercado eléctrico, es importante realizar el análisis y pronóstico de las variables de demanda y precios mediante series de tiempo, ya que esto ayuda en la toma de decisiones a los diferentes participantes del mercado, permitiendo así un uso más eficiente y un mejor aprovechamiento de los recursos energéticos.

El pronóstico de demanda debe ser lo más preciso posible, ya que de no serlo se podría tener una sub generación o sobre generación, trayendo con ello problemas tanto económicos como operativos en el sistema eléctrico, por ello es necesario contar con modelos que permitan realizar pronósticos precisos. Por ejemplo, las series de tiempo descritas en este trabajo son no lineales y a pesar de esto se demostró que con los modelos lineales desarrollados y basados en la técnica de regresión lineal múltiple fue posible realizar pronósticos de demanda muy precisos ya que se obtuvieron errores de pronóstico bastante bajos, especialmente en la serie de tiempo de demanda de New York, por lo que los modelos podrían ser empleados en los mercados estudiados para realizar los pronósticos de demanda a un horizonte de pronóstico de 24 horas, garantizando errores de pronóstico bajos.

En el pronóstico de precios sin duda es necesario realizar más investigación, así como desarrollar otras metodologías que permitan obtener errores de pronóstico bajos, aunque esto puede ser una tarea no tan sencilla, ya que los precios de energía dentro de un mercado eléctrico son muy variables, característica que los hace difícil de pronosticar, sin embargo, mediante diferentes herramientas de análisis es posible encontrar ciertos patrones de comportamiento dentro de la serie que ayuden a realizar pronósticos un poco más precisos, aunque se debe tener en cuenta que estos no serán tan precisos como en el caso de la demanda debido a la propia naturaleza de la serie de tiempo.

En el pronóstico de series de tiempo existen metodologías que son complejas y que requieren variables independientes tales como la temperatura para obtener pronósticos precisos, a pesar de esto se demostró que aunque los modelos desarrollados en esta tesis son sencillos y únicamente utilizan los valores pasados de la variable a predecir, se lograron obtener pronósticos bastante competitivos en comparación con otras metodologías encontradas en la literatura consultada.

6.2. Trabajos futuros

A la par de estar realizando esta tesis han ido surgiendo varias ideas que podrían ayudar a continuar con la investigación, así como a obtener un conocimiento más amplio en el análisis y pronóstico de series de tiempo de demanda eléctrica y precios de la energía, entre estas ideas se mencionan las siguientes:

- Aplicar los modelos desarrollados al mercado eléctrico mexicano.
- Incorporar a los modelo variables exógenas como la temperatura para realizar pronósticos de demanda, ya que ésta variable está estrechamente ligada al consumo de energía, en el pronóstico de precios incorporar alguna variable exógena que se encuentre relacionada con los precios de la energía tal como el precios del gas o el precios del petróleo, obteniendo así modelos multivariados.
- Al realizar pronósticos determinar también los intervalos del pronóstico ya que estos podrían ayudar a los agentes participantes en un mercado eléctrico a tener menos incertidumbre al momento de realizar sus ofertas, además podrían servir para tener una mejor idea de cuánta es la mínima y máxima energía que deberá ser suministrada al día siguiente. Este punto es importante e interesante de realizar en un trabajo futuro, ya que en toda la literatura consultada ningún trabajo presenta los intervalos del pronóstico.
- Incorporar al método de pronóstico algún tipo de identificador que permita identificar los días que son festivos dentro de la semana laboral y tratar estos días como un día sábado o domingo con el fin de reducir el error de pronóstico del día festivo.
- Analizar la volatilidad de la serie de tiempo de precios de la energía de tal manera que nos ayude a entender la naturaleza y el comportamiento de esta de la serie de tiempo.
- Estudiar la serie de tiempo de precios de la energía mediante una técnica de clasificación como los Clusters, de modo que se puedan encontrar los precios de los días más parecidos a los precios del día actual.
- Utilizar las ventaja que nos ofrece LARS para obtener modelos más simples y parsimoniosos utilizando algún estadístico como el criterio de información de Akaike o utilizar la técnica de validación cruzada para determinar cuáles de las variables independientes son las más importantes para realizar los pronósticos de demanda y precios.
- Realizar un estudio económico que determine el impacto que tienen las diferencias en los pronósticos realizados por los modelos propuestos.

Bibliografía

- [Abu-El-Magd y Findlay, 2003] Abu-El-Magd, M. A. y Findlay, R. D. (2003). A new approach using artificial neural network and time series models for short term load forecasting. En *CCECE 2003 - Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering. Toward a Caring and Humane Technology (Cat. No.03CH37436)*, volumen 3, pp. 1723–1726 vol.3.
- [Aggarwal *et al.*, 2008] Aggarwal, S. K., Saini, L. M., y Jumar, A. (2008). Electricity price forecasting in ontario electricity market using wavelet transform in artificial neural network based model. *International Journal of Control Automation and System*, vol. 6:639–650.
- [Amjady, 2001] Amjady, N. (2001). Short-term hourly load forecasting using time-series modeling with peak load estimation capability. *IEEE Transactions on Power Systems*, 16(3):498–505.
- [Andersson *et al.*, 2005] Andersson, G., Donalek, P., Farmer, R., Hatziargyriou, N., Kamwa, I., Kundur, P., Martins, N., Paserba, J., Pourbeik, P., Sanchez-Gasca, J., Schulz, R., Stan-kovic, A., Taylor, C., y Vittal, V. (2005). Causes of the 2003 major grid blackouts in north america and europe, and recommended means to improve system dynamic performance. *IEEE Transactions on Power Systems*, 20(4):1922–1928.
- [Arabali *et al.*, 2013] Arabali, A., Chalko, E., Etezadi-Amoli, M., y Fadali, M. S. (2013). Short-term electricity price forecasting. En *2013 IEEE Power Energy Society General Meeting*, pp. 1–5.
- [Box y Jenkins, 2008] Box, G. E. P. y Jenkins, G. (2008). *Time Series Analysis, Forecasting and Control*. John Wiley & Sons, fourth edition edición.
- [Catalao *et al.*, 2007] Catalao, J. P. S., Mariano, S. J. P. S., Mendes, V. M. F., y Ferreira, L. A. F. M. (2007). An artificial neural network approach for short-term electricity prices forecasting. En *2007 International Conference on Intelligent Systems Applications to Power Systems*, pp. 1–6.
- [Catalao *et al.*, 2009] Catalao, J. P. S., Pousinho, H. M. I., y Mendes, V. M. F. (2009). Neural networks and wavelet transform for short-term electricity prices forecasting. En *2009 15th International Conference on Intelligent System Applications to Power Systems*, pp. 1–5.
- [Charytoniuk *et al.*, 1998] Charytoniuk, W., Chen, M. S., y Olinda, P. V. (1998). Nonpara-metric regression based short-term load forecasting. *IEEE Transactions on Power Systems*, 13(3):725–730.
- [Cochrane, 2005] Cochrane, J. H. (2005). *Time Series for Macroeconomics and Finance*. Graduate School of Busines University of Chicago.
- [Cordova, 2003] Cordova, A. A. L. (2003). Despacho de energía en mercados eléctricos com-petitivos. Tesis de maestría, UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON.

- [del Rivero, 2011] del Rivero, A. B. (2011). Electricidad, características y opciones de reforma para México. *Análisis Económico*.
- [Dong *et al.*, 2017] Dong, X., Qian, L., y Huang, L. (2017). Short-term load forecasting in smart grid: A combined cnn and k-means clustering approach. En *2017 IEEE International Conference on Big Data and Smart Computing (BigComp)*, pp. 119–125.
- [Efron *et al.*, 2004] Efron, B., Hastie, T., Johnstone, I., y Tibshirani, R. (2004). Least angle regression. *Annals of Statistics*, 32:407–499.
- [Espínola, 2004] Espínola, R. (2004). *Predicción a corto plazo de los precios de la energía eléctrica*. Tesis doctoral, UNIVERSIDAD DE CASTILLA - LA MANCHA.
- [González, 2009] González, M. P. (2009). *Análisis de series temporales: Modelos ARIMA*.
- [Gross y Galiana, 1987] Gross, G. y Galiana, F. D. (1987). Short-term load forecasting. *Proceedings of the IEEE*, 75(12):1558–1573.
- [Guzman, 2014] Guzman, J. G. (2014). Pronóstico de demanda y precios de energía en un mercado eléctrico. Tesis de maestría, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.
- [Heshmati y Kim, 2012] Heshmati, A. y Kim, Y. (2012). Time series analysis of interdependent phases of the electricity industry in south korea. *OPEC Energy Review*, 36(3):319–348.
- [Hu *et al.*, 2009] Hu, L., Taylor, G., Wan, H. B., e Irving, M. (2009). A review of short-term electricity price forecasting techniques in deregulated electricity markets. En *2009 44th International Universities Power Engineering Conference (UPEC)*, pp. 1–5.
- [Iturbide *et al.*, 2013] Iturbide, E., Cerda, J., y Graff, M. (2013). A comparison between lars and lasso for initialising the time-series forecasting auto-regressive equations. *Procedia Technology*, 7:282 – 288.
- [José Matamala, 2008] José Matamala, D. M. (2008). *DECISIONES DE INVERSIÓN EN GENERACIÓN EN MERCADOS ELÉCTRICOS COMPETITIVOS*. Pontificia Universidad Católica de Chile.
- [Liu *et al.*, 2006a] Liu, F., Findlay, R. D., y Song, Q. (2006a). A neural network based short term electric load forecasting in ontario canada. En *2006 International Conference on Computational Intelligence for Modelling Control and Automation and International Conference on Intelligent Agents Web Technologies and International Commerce (CIMCA'06)*, pp. 119–119.
- [Liu *et al.*, 2006b] Liu, F., Song, Q., y Findlay, R. D. (2006b). Accurate 24-hour-ahead load forecasting using similar hourly loads. En *2006 International Conference on Computational Intelligence for Modelling Control and Automation and International Conference on Intelligent Agents Web Technologies and International Commerce (CIMCA'06)*, pp. 249–249.
- [Liu *et al.*, 1996] Liu, K., Subbarayan, S., Shoults, R. R., Manry, M. T., Kwan, C., Lewis, F. I., y Naccarino, J. (1996). Comparison of very short-term load forecasting techniques. *IEEE Transactions on Power Systems*, 11(2):877–882.
- [Mandal *et al.*, 2006] Mandal, P., Senjyu, T., Urasaki, N., Funabashi, T., y Srivastava, A. K. (2006). Short-term price forecasting for competitive electricity market. En *2006 38th North American Power Symposium*, pp. 137–141.
- [Mazengia, 2008] Mazengia, D. H. (2008). Forecasting spot electricity market prices using time series models. Tesis de maestría, Chalmers University of Technology.

- [Mohapatra *et al.*, 2011] Mohapatra, A., Mallick, M. K., Panigrahi, B. K., Cui, Z., y Hong, S. (2011). A hybrid approach for short term electricity price and load forecasting. En *2011 International Conference on Energy, Automation and Signal*, pp. 1–5.
- [Molinero, 2004] Molinero, L. M. (2004). Análisis de series temporales. *Asociación de la Sociedad Española de Hipertensión, Liga Española para la lucha contra la Hipertensión Arterial*.
- [Mondragón, 2011] Mondragón, P. O. (2011). Pronóstico de la demanda de energía eléctrica a corto plazo utilizando una red neuronal óptima. Tesis de maestría, Instituto Politécnico Nacional.
- [Montgomery *et al.*, 2011] Montgomery, D., Jennings, C., y Kulahci, M. (2011). *Introduction to Time Series Analysis and Forecasting*. Wiley Series in Probability and Statistics. Wiley.
- [Nogales *et al.*, 2002] Nogales, F. J., Contreras, J., Conejo, A. J., y Espinola, R. (2002). Forecasting next-day electricity prices by time series models. *IEEE Transactions on Power Systems*, 17(2):342–348.
- [Ramos *et al.*, 2013] Ramos, S., Soares, J., Vale, Z., y Ramos, S. (2013). Short-term load forecasting based on load profiling. En *2013 IEEE Power Energy Society General Meeting*, pp. 1–5.
- [Ríos, 2008] Ríos, G. (2008). *Series de Tiempo*. Universidad de Chile.
- [Romero, 2012] Romero, J. L. O. (2012). Modelación y pronóstico de la demanda de energía eléctrica de mediano plazo de el salvador. Tesis de maestría, Universidad de el Salvador.
- [Sahay *et al.*, 2014] Sahay, K. B., Kumar, N., y Tripathi, M. M. (2014). Short-term load forecasting of ontario electricity market by considering the effect of temperature. En *2014 6th IEEE Power India International Conference (PIICON)*, pp. 1–6.
- [Shahidehpour *et al.*, 2002] Shahidehpour, M., Yamin, H., y Li, Z. (2002). *Market Operations in Electric Power Systems: Forecasting, Scheduling, and Risk Management*. Wiley - IEEE. Wiley.
- [Shiri *et al.*, 2015] Shiri, A., Afshar, M., Rahimi-Kian, A., y Maham, B. (2015). Electricity price forecasting using support vector machines by considering oil and natural gas price impacts. En *2015 IEEE International Conference on Smart Energy Grid Engineering (SEGE)*, pp. 1–5.
- [Singh *et al.*, 2012] Singh, A. K., Ibraheem, Khatoon, S., Muazzam, M., y Chaturvedi, D. K. (2012). Load forecasting techniques and methodologies: A review. En *2012 2nd International Conference on Power, Control and Embedded Systems*, pp. 1–10.
- [Song *et al.*, 2005] Song, K.-B., Baek, Y.-S., Hong, D. H., y Jang, G. (2005). Short-term load forecasting for the holidays using fuzzy linear regression method. *IEEE Transactions on Power Systems*, 20(1):96–101.
- [Swief *et al.*, 2009] Swief, R. A., Hegazy, Y. G., Abdel-Salam, T. S., y Bader, M. A. (2009). Support vector machines (svm) based short term electricity load-price forecasting. En *2009 IEEE Bucharest PowerTech*, pp. 1–5.
- [Tsay, 2009] Tsay, R. (2009). *Transfer Function Model*. THE UNIVERSITY OF CHICAGO.
- [Vu *et al.*, 2014] Vu, D. H., Muttaqi, K. M., y Agalgaonkar, A. P. (2014). Short-term load forecasting using regression based moving windows with adjustable window-sizes. En *2014 IEEE Industry Application Society Annual Meeting*, pp. 1–8.

- [Wei, 2006] Wei, W. (2006). *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods*. Pearson Addison Wesley.
- [Xu y Lai, 2012] Xu, F. Y. y Lai, L. L. (2012). Day periodical classification for wide area day ahead short-term load forecast. En *2012 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, pp. 1–4.
- [Zareipour, 2006] Zareipour, H. (2006). *Price Forecasting and Optimal Operation of Wholesale Customers in a Competitive Electricity Market*. Tesis doctoral, University of Waterloo.

Apéndice A

Valores reales y pronosticados de demanda y precios de la energía

En la siguiente tabla se muestran los valores de demanda real de las series de tiempo de Ontario, Texas y New York junto con los valores de los pronósticos realizados por los modelos desarrollados para siete días de estudio que van del 2 al 8 de diciembre de 2015.

Fecha	Valores de demanda real y pronosticados (MW)								
	Ontario			Texas			New York		
	Real	LARS	WLS	Real	LARS	WLS	Real	LARS	WLS
2/12/2015	13710	13825.2	13815.7	32368.6	32333.7	32348.5	14453.3	14448.3	14446.8
2/12/2015	13277	13406.9	13412.7	31799.0	31708.7	31747.1	13834.3	13806.3	13808.4
2/12/2015	13036	13178.0	13196.2	31582.4	31530.2	31620.5	13497.9	13431.6	13437.5
2/12/2015	13030	13072.8	13106.0	31911.5	31827.2	31898.7	13362	13294.9	13301.0
2/12/2015	13180	13212.4	13255.8	33067.0	32963.9	33099.2	13587.2	13494.6	13496.9
2/12/2015	13904	13846.5	13894.3	35921.3	35551.6	35736.7	14512.1	14409.0	14400.6
2/12/2015	15352	15166.4	15190.4	39996.9	38990.7	39056.2	16399.7	16169.8	16119.4
2/12/2015	16719	16690.6	16556.2	40907.6	39918.5	39927.0	17753.9	17463.7	17396.4
2/12/2015	16762	17093.3	17273.5	39684.5	39154.9	38718.4	18313.1	18107.7	18239.1
2/12/2015	16585	17184.5	17514.9	38584.3	38437.7	38812.1	18726.4	18522.6	18684.7
2/12/2015	16462	17314.3	17609.3	37543.9	37601.4	38106.7	18910	18754.1	18873.2
2/12/2015	16394	17351.3	17539.8	36464.5	36626.6	37143.9	18944.8	18824.6	18917.9
2/12/2015	16328	17291.5	17448.2	35414.2	35636.9	36142.0	18918.6	18803.9	18891.9
2/12/2015	16320	17323.0	17392.9	34859.6	34938.5	35482.3	18961.9	18838.2	18934.0
2/12/2015	16465	17338.6	17369.0	34357.7	34358.3	34930.0	18940.1	18826.2	18943.8
2/12/2015	16742	17519.4	17564.9	34068.6	34147.0	34670.5	19144.9	18963.5	19107.0
2/12/2015	17744	18238.9	18195.0	34449.7	34538.3	35027.0	20039.7	19694.0	19900.9
2/12/2015	18832	19062.1	19008.0	36666.9	36538.4	36951.9	20701.1	20506.3	20764.6
2/12/2015	18422	18748.9	18728.1	38957.8	38286.5	38686.4	20428	20302.9	20465.1
2/12/2015	18390	18445.8	18441.7	39414.7	38522.8	38917.1	19941.6	19846.7	20332.4

APÉNDICE A. VALORES REALES Y PRONOSTICADOS DE DEMANDA Y PRECIOS

Fecha	Valores de demanda real y pronosticados (MW)								
	Ontario			Texas			New York		
	Real	LARS	WLS	Real	LARS	WLS	Real	LARS	WLS
2/12/2015	18147	18202.1	18179.1	39300.1	38398.3	38818.4	19233.2	19275.5	19338.4
2/12/2015	17477	17426.2	17285.7	38331.2	37264.1	37606.9	18260.2	18325.9	18363.3
2/12/2015	16230	16243.4	16114.4	36194.3	35123.3	35414.0	16896.3	16961.8	16981.6
2/12/2015	14896	15000.5	14921.7	34173.0	32908.8	33187.6	15420.2	15565.4	15568.9
3/12/2015	13967	13998.5	13999.9	32816.3	32958.8	32977.8	14305.4	14304.3	14306.9
3/12/2015	13554	13577.0	13570.6	32281.4	32553.9	32609.8	13706.2	13643.1	13649.6
3/12/2015	13221	13347.2	13347.8	32294.7	32540.3	32612.3	13368.7	13254.6	13271.9
3/12/2015	13109	13286.6	13291.2	32829.2	32953.8	33055.7	13258.5	13099.5	13138.0
3/12/2015	13290	13469.6	13492.1	34223.7	34133.2	34306.9	13486.6	13248.5	13313.0
3/12/2015	13812	14169.4	14198.1	37388.9	36890.3	37197.0	14511.1	14013.1	14131.8
3/12/2015	15265	15596.3	15679.2	41802.4	40649.5	41104.7	16503.9	15622.0	15867.6
3/12/2015	16671	17028.6	17136.0	42677.9	41406.4	41643.2	17740.6	16801.4	17217.0
3/12/2015	16861	17190.2	17270.9	40885.2	40185.4	40287.6	18205.8	17448.6	17810.2
3/12/2015	16686	17077.6	17027.7	38968.1	39135.9	39117.4	18451.3	17944.1	18296.3
3/12/2015	16468	17073.7	16972.9	37393.3	38049.6	38235.2	18655.3	18228.5	18537.6
3/12/2015	16379	17044.1	16928.1	35925.1	36765.1	36977.2	18740.5	18326.3	18625.8
3/12/2015	16144	16937.0	16799.3	34847.7	35441.6	35668.1	18633.9	18282.5	18567.5
3/12/2015	16217	16934.8	16823.7	34204.3	34422.3	34623.4	18647.6	18230.7	18528.7
3/12/2015	16304	16943.0	16834.2	33716.2	33582.0	33736.8	18672.3	18109.7	18443.1
3/12/2015	16688	17193.4	17087.1	33350.5	33188.4	33332.5	18870.7	18155.2	18511.7
3/12/2015	17735	18044.8	17933.3	33704.1	33519.6	33676.5	19724.7	18854.1	19208.6
3/12/2015	18783	19084.8	18942.4	35618.0	35608.5	35816.1	20752.9	19628.8	19974.1
3/12/2015	18582	18789.8	18622.9	37951.2	37912.6	38153.8	20636.8	19534.7	19853.5
3/12/2015	18356	18692.4	18548.5	38556.6	38476.0	38691.5	20195.3	19262.5	19558.8
3/12/2015	17907	18439.3	18329.5	38751.8	38437.9	38648.4	19587.7	18720.4	18966.2
3/12/2015	17111	17751.0	17610.0	38009.8	37483.4	37707.0	18618.6	17895.0	18073.8
3/12/2015	15881	16530.1	16362.2	36071.4	35445.3	35712.0	17209.7	16664.2	16773.4
3/12/2015	14819	15191.1	15047.3	34005.4	33265.8	33630.5	15663.1	15309.2	15405.4
4/12/2015	13725	13909.7	13897.1	32749.1	32714.1	32722.2	14503.2	14511.0	14514.9
4/12/2015	13137	13464.3	13462.3	32277.9	32251.2	32242.1	14001.4	13853.9	13845.9
4/12/2015	12845	13209.7	13207.3	32383.4	32221.4	32219.7	13698.5	13489.8	13487.8
4/12/2015	12729	13178.0	13168.6	32878.9	32610.2	32597.5	13554.9	13356.5	13362.1
4/12/2015	12904	13356.9	13331.3	34160.7	33742.8	33788.7	13807.4	13561.0	13557.6

APÉNDICE A. VALORES REALES Y PRONOSTICADOS DE DEMANDA Y PRECIOS

Fecha	Valores de demanda real y pronosticados (MW)								
	Ontario			Texas			New York		
	Real	LARS	WLS	Real	LARS	WLS	Real	LARS	WLS
4/12/2015	13676	14016.1	13971.5	37236.1	36278.8	36529.4	14807.1	14528.5	14527.1
4/12/2015	14993	15572.2	15328.7	41662.9	40008.2	40470.6	16717.5	16478.7	16394.6
4/12/2015	16467	16985.7	16642.3	42557.0	40972.7	41242.2	17944.3	17855.1	17759.1
4/12/2015	17082	17246.1	16884.5	40827.7	39816.1	39843.6	18376.3	18478.9	18404.8
4/12/2015	17005	17130.6	16908.7	39022.1	38655.5	38780.9	18707	18875.7	18983.4
4/12/2015	16963	17080.4	16818.3	37576.7	37474.8	37599.5	18846.8	19100.0	19190.8
4/12/2015	16827	17030.2	16771.5	36188.4	36215.4	36287.1	18768.9	19175.1	19310.2
4/12/2015	16836	16888.5	16640.8	35056.7	35084.8	35086.7	18618.3	19129.5	19296.4
4/12/2015	16734	16793.8	16560.0	34375.0	34339.3	34228.0	18517.6	19130.5	19297.8
4/12/2015	16713	16753.9	16528.1	33751.2	33652.1	33460.9	18569.8	19081.8	19166.4
4/12/2015	16988	16886.5	16708.2	33368.4	33240.9	33016.5	18701.5	19192.4	19247.8
4/12/2015	17616	17624.9	17469.0	33507.5	33368.3	33168.6	19450.8	19924.5	19986.3
4/12/2015	18276	18642.1	18565.5	35358.1	34852.3	34783.2	20265.4	20820.8	20794.7
4/12/2015	18071	18574.1	18397.6	37236.4	36577.1	36544.1	19972.8	20586.0	20519.7
4/12/2015	17620	18312.2	18046.9	37380.2	36633.9	36561.6	19514.2	20055.6	20069.9
4/12/2015	17308	17971.7	17713.1	37334.2	36451.5	36367.3	18943.6	19410.6	19540.2
4/12/2015	16676	17265.6	17078.3	37013.0	35764.3	35665.2	18192.8	18550.2	18760.0
4/12/2015	15758	16221.5	16047.0	35928.1	34331.9	34235.7	17148.7	17387.8	17612.9
4/12/2015	14537	15080.3	14918.1	34437.1	32580.2	32496.7	15852.7	16063.8	16299.3
5/12/2015	13505	13631.8	13643.5	33256.1	33207.1	33215.1	14785.2	14788.5	14792.3
5/12/2015	12949	13046.1	13053.4	32695.6	32638.3	32652.5	14088.5	14123.0	14128.5
5/12/2015	12705	12734.5	12746.1	32557.8	32511.5	32496.4	13657.7	13724.2	13717.5
5/12/2015	12599	12601.5	12610.6	32914.7	32684.0	32628.1	13483.3	13539.7	13529.9
5/12/2015	12548	12605.6	12615.3	33629.2	33277.2	33201.2	13514.7	13587.5	13583.0
5/12/2015	12828	12856.8	12863.0	35082.6	34570.2	34442.6	13928.1	13929.4	13909.6
5/12/2015	13429	13487.1	13479.4	37092.1	36359.9	36254.2	14716.3	14643.1	14622.6
5/12/2015	14299	14314.8	14300.4	38531.7	37686.0	37553.0	15418.1	15436.7	15434.3
5/12/2015	14970	15107.0	15106.7	38797.6	38232.1	38075.6	16201.7	16331.8	16290.7
5/12/2015	15415	15649.9	15664.5	37770.3	37710.8	37564.2	16706.7	16938.5	16916.3
5/12/2015	15427	15918.9	15943.9	36369.7	36598.5	36442.1	16909.4	17227.2	17212.2
5/12/2015	15367	16023.4	16038.8	34923.3	35177.9	34990.7	16900.2	17271.1	17282.0
5/12/2015	15094	15980.4	15980.4	33545.2	33760.0	33528.0	16715.5	17166.4	17209.8
5/12/2015	14697	15846.2	15815.4	32402.6	32522.2	32211.8	16538.8	17007.1	17064.7

APÉNDICE A. VALORES REALES Y PRONOSTICADOS DE DEMANDA Y PRECIOS

Fecha	Valores de demanda real y pronosticados (MW)								
	Ontario			Texas			New York		
	Real	LARS	WLS	Real	LARS	WLS	Real	LARS	WLS
5/12/2015	14696	15789.1	15738.1	31659.1	31619.5	31249.8	16432.6	16910.1	16973.9
5/12/2015	14972	15957.6	15880.3	31333.7	31161.9	30777.4	16558.9	16981.2	17047.9
5/12/2015	15804	16622.3	16521.5	31528.4	31328.5	30989.4	17504	17696.6	17853.4
5/12/2015	17021	17505.8	17396.3	33447.2	33204.7	32995.9	18733.7	18687.8	18988.5
5/12/2015	16935	17369.1	17311.3	35245.5	35257.4	35208.9	18894.6	18711.6	18970.7
5/12/2015	16553	16807.8	16773.4	35280.7	35502.3	35519.5	18524.4	18498.7	18680.1
5/12/2015	16199	16463.8	16388.6	35250.6	35386.0	35439.8	18116	18108.5	18214.4
5/12/2015	15728	15933.2	15895.8	34844.2	35005.0	35081.1	17627.3	17468.4	17556.3
5/12/2015	14944	15120.9	15102.6	33846.8	34000.5	34091.5	16810.1	16545.2	16638.9
5/12/2015	13965	14149.5	14104.1	32438.1	32592.9	32684.1	15772.6	15503.3	15573.3
6/12/2015	13207	13204.6	13210.6	31117.6	31235.2	31234.6	14910.9	14818.2	14826.0
6/12/2015	12676	12710.9	12723.1	30346.3	30554.1	30521.9	14279.6	14129.9	14153.1
6/12/2015	12380	12447.3	12444.1	30029.4	30305.8	30225.1	13848.8	13710.7	13767.3
6/12/2015	12309	12337.2	12344.5	30082.9	30368.1	30254.4	13662.4	13527.5	13565.3
6/12/2015	12363	12319.2	12334.0	30500.2	30757.6	30628.7	13694.2	13539.8	13559.2
6/12/2015	12496	12514.1	12524.5	31445.7	31614.8	31450.4	13882.6	13798.0	13820.3
6/12/2015	12862	12957.3	12971.3	32810.5	32870.9	32746.4	14319.1	14364.5	14385.2
6/12/2015	13421	13556.0	13578.5	33868.6	33909.3	33748.9	14836.1	14939.9	14963.5
6/12/2015	14055	14148.8	14141.2	34482.0	34732.7	34609.6	15736.6	15754.5	15747.5
6/12/2015	14753	14672.1	14640.8	34058.0	34611.2	34632.8	16268	16449.0	16423.5
6/12/2015	14921	14938.9	14890.0	33122.4	33835.7	34011.8	16473.9	16830.8	16835.1
6/12/2015	14843	15039.6	14965.9	32356.5	32977.0	33159.1	16513.4	16979.8	16988.1
6/12/2015	14816	15091.3	15006.6	31802.3	32383.5	32482.1	16552.7	17024.1	17032.6
6/12/2015	14551	15024.3	14920.5	31452.3	31874.1	31836.4	16531.7	16976.1	17009.0
6/12/2015	14500	15053.7	14961.8	31167.6	31440.4	31297.5	16547.4	16940.4	17016.4
6/12/2015	14778	15375.3	15312.9	31103.7	31335.3	31116.1	16782.7	17119.4	17233.9
6/12/2015	15985	16342.4	16283.9	31465.5	31745.7	31558.5	18026.4	18192.0	18356.5
6/12/2015	17547	17542.1	17416.6	33473.0	33981.4	33936.5	19411.7	19571.9	19748.3
6/12/2015	17508	17466.1	17280.3	35802.3	36146.8	36150.3	19449.6	19772.1	19900.8
6/12/2015	17030	17260.0	17034.2	36107.0	36318.5	36372.5	19175.1	19420.6	19389.6
6/12/2015	16686	16931.9	16669.3	35844.9	36118.5	36208.1	18734.6	18911.4	18806.1
6/12/2015	16123	16320.5	16007.8	34809.9	35236.9	35411.3	17881.1	18127.2	18003.8
6/12/2015	15282	15314.8	15018.1	32821.9	33336.7	33544.0	16734	16935.9	16790.3

APÉNDICE A. VALORES REALES Y PRONOSTICADOS DE DEMANDA Y PRECIOS

Fecha	Valores de demanda real y pronosticados (MW)								
	Ontario			Texas			New York		
	Real	LARS	WLS	Real	LARS	WLS	Real	LARS	WLS
6/12/2015	14204	14254.9	14016.3	30769.4	31034.9	31253.2	15473.1	15660.9	15525.5
7/12/2015	13519	13471.3	13472.6	29495.2	29445.2	29447.5	14513.7	14513.3	14518.9
7/12/2015	13106	13118.0	13098.2	29059.1	28881.5	28875.8	14017.8	13992.0	14005.8
7/12/2015	12854	12990.6	12988.3	29100.7	28809.4	28788.7	13739.5	13722.7	13739.5
7/12/2015	12784	13006.1	12978.3	29676.0	29219.9	29204.8	13690.7	13652.7	13678.2
7/12/2015	12955	13187.9	13102.8	31103.0	30477.1	30563.6	13997	13904.1	13928.0
7/12/2015	13733	13878.4	13715.6	34304.3	33168.6	33375.4	14975.4	14835.8	14855.0
7/12/2015	15137	15355.1	15217.5	38866.0	36543.8	36834.7	16958.4	16638.4	16599.5
7/12/2015	16627	16956.8	16924.0	39922.4	37561.0	37617.1	18271.7	17926.0	17741.5
7/12/2015	17142	17258.2	17249.0	38596.6	37181.9	36889.8	18693.9	18629.9	17942.1
7/12/2015	16911	17192.7	17197.9	37263.7	36858.4	36661.6	18869.9	19067.8	18562.9
7/12/2015	17140	17164.9	17138.3	36126.4	36413.6	36361.1	18870.4	19300.5	19001.3
7/12/2015	17226	17109.2	17060.6	35282.7	35816.8	35826.3	18776.7	19340.1	19193.8
7/12/2015	17015	16935.1	16871.4	34666.8	35256.8	35269.8	18668.8	19262.1	19210.9
7/12/2015	16935	16854.9	16807.9	34397.2	34894.0	34885.4	18601.2	19236.6	19141.3
7/12/2015	16833	16769.1	16738.9	34096.5	34563.4	34554.4	18561.4	19207.5	19089.1
7/12/2015	17187	16955.0	16909.4	33874.5	34410.2	34407.0	18787.4	19406.0	19282.0
7/12/2015	18152	17972.7	17950.4	34046.7	34609.4	34623.5	19920.5	20482.5	20330.8
7/12/2015	19064	19358.0	19287.1	35731.7	36239.5	36417.2	21151.9	21660.7	21425.3
7/12/2015	18788	19253.5	19117.5	37747.6	38235.9	38380.6	20995.3	21477.1	21295.4
7/12/2015	18512	18787.7	18692.7	37761.6	38123.6	38238.9	20504.6	21034.9	20904.6
7/12/2015	18216	18436.6	18277.6	37312.1	37569.0	37717.8	19891.9	20382.4	20296.5
7/12/2015	17535	17758.1	17582.0	36101.0	36079.9	36179.0	18893.7	19390.0	19249.6
7/12/2015	16325	16619.0	16477.9	33761.7	33613.7	33710.6	17425.2	17924.0	17725.7
7/12/2015	14939	15264.6	15132.1	31403.1	31204.5	31366.6	15898.2	16338.9	16122.3
8/12/2015	13985	14014.8	14008.4	29819.9	29899.2	29909.0	14782.4	14817.4	14815.0
8/12/2015	13459	13554.5	13549.0	29229.3	29236.7	29261.4	14134.8	14223.1	14219.5
8/12/2015	13290	13352.1	13330.2	29086.5	29042.2	29088.0	13829.6	13912.3	13902.4
8/12/2015	13084	13270.0	13242.0	29436.2	29254.9	29320.0	13711.5	13834.6	13804.9
8/12/2015	13191	13434.7	13407.5	30564.6	30158.7	30280.7	13970.3	14092.9	14050.8
8/12/2015	13795	14088.0	14038.3	33420.7	32528.5	32845.0	14965.2	15073.8	15008.7
8/12/2015	15193	15442.9	15428.0	37664.4	36318.2	36765.6	16910.6	17082.6	16990.3
8/12/2015	16653	16893.3	16892.9	38636.8	37341.2	37646.7	18221.4	18444.5	18378.3

APÉNDICE A. VALORES REALES Y PRONOSTICADOS DE DEMANDA Y PRECIOS

Fecha	Valores de demanda real y pronosticados (MW)								
	Ontario			Texas			New York		
	Real	LARS	WLS	Real	LARS	WLS	Real	LARS	WLS
8/12/2015	16931	17236.9	17237.3	37400.2	36519.5	36421.1	18639	18877.9	18834.3
8/12/2015	16844	17174.6	17167.9	36258.4	35876.6	35854.9	18816.3	19097.4	19088.9
8/12/2015	16871	17229.7	17222.5	35498.1	35292.6	35424.1	18859.7	19182.6	19218.3
8/12/2015	16721	17235.1	17209.4	34934.5	34589.3	34798.4	18783.5	19162.5	19198.9
8/12/2015	16498	17124.9	17091.5	34474.8	33895.7	34126.0	18670.5	18980.4	19056.7
8/12/2015	16589	17105.6	17137.0	34373.0	33515.5	33719.4	18615.3	18904.5	19000.4
8/12/2015	16710	17088.9	17106.0	34223.3	33211.0	33342.0	18565.2	18807.0	18913.6
8/12/2015	17191	17330.4	17302.6	34088.1	33099.9	33201.9	18720.3	18987.4	19120.2
8/12/2015	18276	18193.6	18171.6	34241.7	33368.6	33453.6	19865.3	20026.4	20206.1
8/12/2015	18970	19181.8	19150.3	35571.1	34931.9	35054.8	21068.8	21292.1	21441.1
8/12/2015	18781	19034.5	18884.3	37360.1	36840.7	36943.0	20901.5	21166.4	21327.8
8/12/2015	18469	18719.9	18469.6	37009.4	36852.5	36938.4	20490	20691.4	20779.2
8/12/2015	18009	18400.7	18188.5	36559.3	36484.3	36572.4	19876.8	20070.8	20109.0
8/12/2015	17336	17689.3	17468.1	35145.1	35262.8	35358.5	18863.9	19057.7	19086.9
8/12/2015	16157	16454.6	16234.0	32663.8	33033.0	33100.9	17481.5	17601.2	17629.2
8/12/2015	14751	15077.4	14910.1	30064.9	30595.1	30704.8	15941.1	16085.6	16106.3

En la siguiente tabla se muestran los valores reales de los precios de la energía de la serie de tiempo de Ontario junto con los valores de los pronósticos realizados por los modelos desarrollados para la semana de estudio que va del 12 al 18 de enero de 2015.

Fecha	Valores de precios reales y pronosticados (\$/MWh)		
	Ontario		
	Real	LARS	WLS
12/01/2015	14.30	18.37	23.38
12/01/2015	14.86	17.61	25.45
12/01/2015	29.13	19.25	20.00
12/01/2015	47.74	16.25	17.58
12/01/2015	27.90	13.98	16.24
12/01/2015	22.31	15.73	15.00
12/01/2015	26.51	16.89	21.94
12/01/2015	30.21	19.49	20.45
12/01/2015	30.34	18.61	26.95
12/01/2015	30.45	25.24	28.30

APÉNDICE A. VALORES REALES Y PRONOSTICADOS DE DEMANDA Y PRECIOS

Fecha	Valores de precios reales y pronosticados (\$/MWh)		
	Ontario		
	Real	LARS	WLS
12/01/2015	35.01	22.94	28.15
12/01/2015	52.30	29.06	34.34
12/01/2015	31.52	26.00	28.84
12/01/2015	30.32	29.28	35.94
12/01/2015	37.25	24.87	30.00
12/01/2015	61.07	31.41	34.58
12/01/2015	26.82	29.98	30.99
12/01/2015	26.49	34.23	28.24
12/01/2015	27.11	29.63	29.61
12/01/2015	26.62	28.60	31.65
12/01/2015	27.4	30.07	32.51
12/01/2015	30.12	28.85	45.72
12/01/2015	29.65	27.42	25.45
12/01/2015	26.87	21.99	19.24
13/01/2015	26.44	23.34	24.04
13/01/2015	26.28	22.88	27.04
13/01/2015	26.22	19.55	18.97
13/01/2015	31.95	18.75	18.47
13/01/2015	31.92	18.72	19.47
13/01/2015	18.76	22.28	22.35
13/01/2015	31.63	26.04	25.34
13/01/2015	85.08	26.31	26.92
13/01/2015	34.91	29.29	34.51
13/01/2015	35.01	31.14	36.37
13/01/2015	48.78	31.54	33.01
13/01/2015	87.72	30.66	39.78
13/01/2015	33.72	29.10	37.45
13/01/2015	30.34	28.86	35.65
13/01/2015	29.14	29.94	37.23
13/01/2015	26.74	30.44	35.18
13/01/2015	27.44	27.32	30.39
13/01/2015	27.89	29.10	25.75
13/01/2015	29.77	29.73	28.60

Fecha	Valores de precios reales y pronosticados (\$/MWh)		
	Ontario		
	Real	LARS	WLS
13/01/2015	31.61	29.86	28.20
13/01/2015	29.89	30.36	30.04
13/01/2015	28.22	26.23	28.21
13/01/2015	28.09	23.40	23.24
13/01/2015	30.63	19.62	20.63
14/01/2015	30.32	28.19	25.17
14/01/2015	39.19	25.01	26.56
14/01/2015	32.07	21.91	23.57
14/01/2015	32.07	21.74	19.82
14/01/2015	32.88	21.08	22.61
14/01/2015	31.61	20.08	13.86
14/01/2015	41.35	23.95	19.66
14/01/2015	162.92	26.66	22.37
14/01/2015	293.99	29.83	26.31
14/01/2015	49.39	32.25	30.65
14/01/2015	32.34	32.16	31.77
14/01/2015	34.36	31.32	32.37
14/01/2015	32.64	28.01	30.44
14/01/2015	30.6	28.12	28.06
14/01/2015	30.08	28.47	28.86
14/01/2015	28.00	30.06	30.92
14/01/2015	27.58	29.64	30.68
14/01/2015	28.9	30.38	32.20
14/01/2015	29.53	35.54	38.62
14/01/2015	31.87	35.25	36.21
14/01/2015	34.23	33.90	35.01
14/01/2015	38.54	30.29	28.28
14/01/2015	32.87	27.40	23.55
14/01/2015	28.14	24.50	24.47
15/01/2015	29.27	25.03	32.66
15/01/2015	32.23	22.88	38.62
15/01/2015	32.04	19.47	26.87
15/01/2015	29.39	19.81	32.47

APÉNDICE A. VALORES REALES Y PRONOSTICADOS DE DEMANDA Y PRECIOS

Fecha	Valores de precios reales y pronosticados (\$/MWh)		
	Ontario		
	Real	LARS	WLS
15/01/2015	28.64	22.20	30.70
15/01/2015	29.38	26.51	21.91
15/01/2015	36.08	28.12	24.63
15/01/2015	32.30	40.10	25.02
15/01/2015	32.01	42.53	31.38
15/01/2015	32.57	35.07	31.39
15/01/2015	39.68	32.63	29.84
15/01/2015	32.62	30.54	31.28
15/01/2015	35.26	35.29	35.49
15/01/2015	30.29	34.49	32.06
15/01/2015	29.39	31.24	29.97
15/01/2015	29.37	28.22	28.18
15/01/2015	28.08	31.44	34.05
15/01/2015	29.31	38.35	37.61
15/01/2015	29.37	43.28	38.91
15/01/2015	29.37	41.07	36.74
15/01/2015	29.28	37.09	38.10
15/01/2015	29.15	30.47	31.28
15/01/2015	28.03	28.03	24.05
15/01/2015	15.98	25.83	22.48
16/01/2015	14.33	21.07	19.60
16/01/2015	14.33	19.98	18.35
16/01/2015	14.34	18.97	18.12
16/01/2015	11.93	18.78	18.66
16/01/2015	30.76	19.68	19.59
16/01/2015	1.55	22.54	21.70
16/01/2015	26.90	24.87	24.12
16/01/2015	31.03	27.87	27.40
16/01/2015	36.61	28.20	29.22
16/01/2015	31.07	30.19	30.21
16/01/2015	30.23	31.82	31.38
16/01/2015	30.68	31.42	30.64
16/01/2015	29.98	31.03	30.71

Fecha	Valores de precios reales y pronosticados (\$/MWh)		
	Ontario		
	Real	LARS	WLS
16/01/2015	29.94	28.25	28.32
16/01/2015	30.05	27.65	28.13
16/01/2015	30.95	28.17	27.52
16/01/2015	30.88	29.64	30.93
16/01/2015	37.28	31.04	30.69
16/01/2015	43.22	32.70	31.80
16/01/2015	40.35	32.09	31.56
16/01/2015	37.27	31.23	31.83
16/01/2015	33.08	27.53	23.75
16/01/2015	32.02	25.86	26.14
16/01/2015	24.97	22.28	21.58
17/01/2015	32.15	19.60	20.44
17/01/2015	24.10	19.90	16.57
17/01/2015	43.46	17.23	16.69
17/01/2015	16.50	16.82	18.20
17/01/2015	27.42	16.26	17.87
17/01/2015	18.69	15.34	15.08
17/01/2015	28.70	22.01	22.84
17/01/2015	29.97	26.27	25.86
17/01/2015	32.67	27.40	32.22
17/01/2015	36.39	32.04	37.20
17/01/2015	50.00	30.86	37.23
17/01/2015	34.27	31.68	38.05
17/01/2015	36.14	30.81	35.90
17/01/2015	34.58	31.05	36.84
17/01/2015	23.95	29.28	32.46
17/01/2015	19.88	30.75	34.44
17/01/2015	16.86	30.96	32.71
17/01/2015	30.17	34.88	38.67
17/01/2015	29.43	30.51	33.32
17/01/2015	20.79	30.73	35.87
17/01/2015	21.08	30.11	34.35
17/01/2015	16.35	27.74	32.61

APÉNDICE A. VALORES REALES Y PRONOSTICADOS DE DEMANDA Y PRECIOS

Fecha	Valores de precios reales y pronosticados (\$/MWh)		
	Ontario		
	Real	LARS	WLS
17/01/2015	23.80	24.04	24.89
17/01/2015	12.05	17.10	20.12
18/01/2015	3.44	16.83	14.51
18/01/2015	19.21	16.49	14.37
18/01/2015	2.67	16.50	15.22
18/01/2015	4.21	16.14	15.39
18/01/2015	4.20	14.29	13.85
18/01/2015	4.07	17.61	16.54
18/01/2015	4.11	16.97	18.40
18/01/2015	1.43	19.59	18.93
18/01/2015	7.01	22.62	23.98
18/01/2015	14.39	22.37	21.42
18/01/2015	14.36	24.50	23.80
18/01/2015	18.62	22.99	21.34
18/01/2015	15.01	22.13	22.11
18/01/2015	27.00	21.24	22.20
18/01/2015	26.08	21.03	20.03
18/01/2015	18.36	21.23	22.75
18/01/2015	22.17	24.33	24.76
18/01/2015	29.76	26.79	27.10
18/01/2015	32.43	26.53	28.06
18/01/2015	37.49	23.40	28.15
18/01/2015	38.71	24.21	25.72
18/01/2015	34.97	21.77	21.46
18/01/2015	18.79	22.50	20.97
18/01/2015	17.82	20.33	18.20