



---

---

**Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo**

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA  
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

**“DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE  
CONTROL ÓPTIMO: APLICACIÓN A  
CONVERTIDORES DE POTENCIA”**

**TESIS**

Que para obtener el grado de:  
**MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA**

Presenta  
**Reynaldo Díaz Sepúlveda**

Director de Tesis  
**Dr. Fernando Ornelas Tellez**

MORELIA, MICHOACÁN

**MARZO DE 2016.**





## DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE CONTROL ÓPTIMO: APLICACIÓN A CONVERTIDORES DE POTENCIA

Los Miembros del Jurado de Examen de Grado aprueban la **Tesis de Maestría en Ciencias en Ingeniería Eléctrica** de **Reynaldo Díaz Sepúlveda**

Dr. J. Jesús Rico Melgoza  
*Presidente del Jurado*

J. Jesús Rico Melgoza

Dr. Fernando Ornelas Tellez  
*Director de Tesis*

Dr. Roberto Tapia Sánchez  
*Vocal*

Roberto

Dr. Juan Anzures Marín  
*Vocal*

Dr. Luis Eduardo Ugalde Caballero  
*Revisor Externo (Instituto Tecnológico de Morelia)*

Luis Eduardo Ugalde Caballero

Dr. Félix Calderón Solorio  
*Jefe de la División de Estudios de Posgrado  
de la Facultad de Ingeniería Eléctrica. UMSNH  
(Por reconocimiento de firmas).*

UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO  
Febrero 2016

# Dedicatoria

*Este trabajo lo dedico a mi familia, en especial a mis padres Genaro Díaz Ledesma e Ignacia Sepúlveda Aguirre, por la confianza y el apoyo que me brindaron en el transcurso de mi preparación.*



# Agradecimientos

- A la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo por brindarme la oportunidad de completar mi formación.
- A mi director de tesis por el apoyo y la paciencia que me brindó a lo largo del proyecto.
- Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el apoyo económico otorgado.
- Al laboratorio de maquinas eléctricas por el apoyo y la asesoría que me ofrecieron para concluir este trabajo de tesis.



# Lista de Publicaciones

- Reynaldo Díaz Sepúlveda, Fernando Ornelas Tellez y Angel Villafuerte, *Control Óptimo Robusto para un Inversor Trifásico*, Congreso Nacional de Control Automático (AMCA), Cuernavaca, México, Octubre 2015.
- Reynaldo Díaz Sepúlveda and Fernando Ornelas Tellez, *Robust Optimal Tracking Control for a Three Phase Inverter*, 2015 IEEE International Autumn Meeting on Power, Electronics and Computing (ROPEC), Ixtapa, Mexico, November 2015.  
(<http://ieeexplore.ieee.org/xpl/articleDetails.jsp?arnumber=7395117&newsearch=true&queryText=optimal%20tracking%20control%20for%20a%20three%20phase%20inverter>)
- Reynaldo Díaz Sepúlveda, Fernando Ornelas Tellez and Edgar N. Sanchez, *Real-time Optimal Trackin Control for a Three-phase Inverter*, World Automation Congress (WAC), Puerto Rico, August 2016. (En Revisión)



## Resumen

En esta tesis se presenta el diseño de dos controladores óptimos robustos para una clase de sistemas no lineales, los cuales admite la representación de coeficientes dependientes del estado. Una característica importante en el diseño de controladores óptimos, es que se considera la minimización de un índice de desempeño del sistema mediante un funcional de costo, el cual evalúa la evolución o movimiento de las variables del sistema y el esfuerzo de control. En este trabajo se consideran dos controladores: en el primer caso se diseña una ley de control óptima robusta, donde el controlador considera un integrador por cada salida del sistema, con el fin de rechazar perturbaciones o incertidumbres paramétricas; en el segundo caso, se diseña una ley de control óptima robusta, en la cual se considera que una perturbación conocida y acotada actúa sobre el sistema, se puede resaltar que este controlador no está reportado en la literatura por lo que se considera como una aportación. Para la implementación de los controladores anteriores, es necesario que el estado completo del sistema esté disponible para su retroalimentación, por lo que en este trabajo se diseñó un observador de estado con el cual se logra reducir en número de sensores. A manera de aplicación, los algoritmos son utilizados para controlar variables como potencias y voltajes en convertidores de potencia, con énfasis, en un inversor (DC-AC) y un rectificador controlado, además del diseño de un filtro LCL para reducir la inyección de armónicos a la red eléctrica en el inversor. La plataforma Simulink/matlab se utilizó para sintetizar los controladores y obtener los resultados de simulación.

Dentro del alcance de esta tesis, se presenta la implementación de uno de los controladores para la regulación de potencia activa y reactiva en un inversor trifásico, el cual utiliza un filtro L, con el objetivo de reducir los armónicos inyectados a la red eléctrica. Se utilizó la plataforma de ControlDesk para observar los resultados del experimento; de igual manera, de este software se extrajeron los datos para graficar los resultados. El prototipo en el cual se realiza la implementación consta de una fuente de corriente directa, un inversor trifásico, un filtro L, y una fuente de corriente alterna (conexión a la red eléctrica); la adquisición de datos se realiza mediante una tarjeta cRIO 9024 de National Instruments, y una tarjeta de adquisición de datos dSPACE 1103.

**Palabras clave:** Control Óptimo, Sistemas No lineales, Seguimiento Robusto, Convertidores de Potencia, Sistemas SDCF.



# Abstract

This thesis presents the design of two robust optimal controllers for a class of nonlinear systems, which supports the representation of state-dependent coefficients factorized. An important consideration in the design of optimal controllers feature is that it considers the minimization of a performance index for the system through a cost functional, which evaluates the progress or movement in the system variables and the control effort. In this document are consider two controllers: in the first case is designed a law of robust optimal control, where the controller considers an integrator for each system output, in order to reject disturbances and parametric uncertainties; in the second case, is designed a law of robust optimal control, which is considered a known and limited disturbance acting on the system, it can highlight that this controller is not reported in the literature so it is regarded as a contribution. For the implementation of the above controllers, it is necessary that the entire state of the system is available for feedback, therefor, in this document a state observer is considered, which among other things, can reduce the number of sensors used to perform real-time implementation. As an application, algorithms are used to control variables such as powers and voltages in power converters, with emphasis, in an inverter (DC-AC) and a controlled rectifier, in addition to the design of an LCL filter to reduce the harmonic injection to utility grid. The Simulink/matlab platform is used to synthesize the controllers and get the simulation results.

Within range of this thesis, the implementation of one of the controllers for the regulation of active power and reactive power is presented in a three-phase inverter, which uses an L filter, in order to reduce harmonics injected into the utility grid. ControlDesk platform is used to observe the results of the experiment, likewise, of this software extracted data to graph the results. The acquisition and writing data are performed by a card from National Instruments cRIO 9024 and data acquisition card dSPACE 1103.



# Contenido

Lista de Publicaciones . . . . .	V
Resumen . . . . .	VII
Abstract . . . . .	IX
Contenido . . . . .	XI
Lista de Figuras . . . . .	XIII
Lista de Tablas . . . . .	XV
Lista de Símbolos . . . . .	XVII
1. Introducción . . . . .	1
1.1. Planteamiento del problema . . . . .	3
1.2. Antecedentes . . . . .	3
1.3. Motivación . . . . .	5
1.4. Hipótesis . . . . .	5
1.5. Objetivos de la tesis . . . . .	5
1.5.1. Objetivo general . . . . .	5
1.5.2. Objetivos particulares . . . . .	5
1.6. Contribuciones . . . . .	6
1.7. Descripción de capítulos . . . . .	7
2. Modelado de convertidores trifásicos . . . . .	9
2.1. Introducción . . . . .	9
2.2. Inversor trifásico . . . . .	9
2.2.1. Modelado del inversor con filtro L . . . . .	12
2.2.2. Modelado del inversor con filtro LCL . . . . .	15
2.2.3. Diseño del filtro LCL . . . . .	17
2.3. Rectificador trifásico controlado . . . . .	21
2.3.1. Modelado del rectificador . . . . .	24
2.4. Conclusiones . . . . .	26
3. Diseño de control óptimo robusto para el seguimiento de trayectorias en sistemas no lineales . . . . .	27
3.1. Introducción . . . . .	27
3.2. Control óptimo . . . . .	27
3.2.1. Sistema no lineal en la forma SDCF . . . . .	29

3.2.2.	Sistema no lineal perturbado en la forma SDCF . . . . .	30
3.2.3.	Control óptimo robusto con integrador para el seguimiento de trayectorias en sistemas no lineales . . . . .	31
3.2.4.	Control óptimo robusto para el seguimiento de trayectoria en sistemas perturbados . . . . .	33
3.2.5.	Control óptimo para el seguimiento de trayectorias en sistemas no lineales . . . . .	35
3.3.	Aplicación de los controladores . . . . .	36
3.3.1.	Control del inversor trifásico . . . . .	36
3.3.2.	Rectificador trifásico controlado . . . . .	52
3.4.	Conclusiones . . . . .	57
4.	Resultados experimentales . . . . .	59
4.1.	Introducción . . . . .	59
4.2.	Descripción del prototipo . . . . .	59
4.3.	Resultados en tiempo real . . . . .	61
4.4.	Comparación entre resultados experimentales y simulados . . . . .	70
4.5.	Conclusiones . . . . .	71
5.	Conclusiones y trabajo futuro . . . . .	73
5.1.	Conclusiones generales . . . . .	73
5.2.	Trabajos futuros . . . . .	74
	Referencias . . . . .	75
A.	Método de modulación por ancho de pulso . . . . .	81
B.	Prueba para la solución del control óptimo no lineal . . . . .	85
C.	Prueba para la solución del control óptimo no lineal para sistemas perturbados . . . . .	89
D.	Observador de estado para el inversor trifásico . . . . .	91
D.0.1.	Diseño . . . . .	91
D.0.2.	Resultados de simulación . . . . .	95

# Lista de Figuras

2.1. Inversor monofásico de modo conmutado . . . . .	10
2.2. Inversor trifásico . . . . .	11
2.3. PWM trifásico . . . . .	12
2.4. Inversor trifásico con filtro L . . . . .	13
2.5. Circuito promediado . . . . .	13
2.6. Inversor con filtro LCL . . . . .	15
2.7. Circuito promediado . . . . .	15
2.8. Simulador de un inversor . . . . .	18
2.9. a) Voltaje a la salida del inversor, b) Voltaje después del inductor . . . . .	19
2.10. Sintonización del filtro . . . . .	20
2.11. Voltaje de salida con filtro LCL . . . . .	21
2.12. Rectificador trifásico . . . . .	22
2.13. Voltaje de entrada y de salida en un rectificador trifásico . . . . .	23
2.14. Circuito del rectificador trifásico . . . . .	25
3.1. Seguimiento óptimo para la potencia activa . . . . .	39
3.2. Seguimiento óptimo para la potencia reactiva . . . . .	40
3.3. Distorsión armónica total para la corriente . . . . .	41
3.4. Seguimiento de la potencia activa . . . . .	45
3.5. Seguimiento de la potencia reactiva . . . . .	45
3.6. Conmutación del IGBT . . . . .	46
3.7. Señales del control óptimo . . . . .	46
3.8. Distorsión armónica total para la corriente. . . . .	47
3.9. Seguimiento óptimo para la potencia activa . . . . .	50
3.10. Seguimiento óptimo para la potencia reactiva . . . . .	50
3.11. Señales de control óptimo . . . . .	51
3.12. Distorsión armónica total para la corriente . . . . .	52
3.13. a) Corriente en fase, b) Acercamiento de la corriente en fase . . . . .	55
3.14. Voltaje de salida en el capacitor . . . . .	56
3.15. Modulación para el PWM . . . . .	56
4.1. Prototipo del inversor trifásico . . . . .	60
4.2. Seguimiento óptimo para la potencia activa. . . . .	63

4.3. Seguimiento óptimo para la potencia reactiva. . . . .	64
4.4. Voltajes en $abc$ de la fuente trifásica. . . . .	64
4.5. Voltajes en $dq$ de la fuente trifásica. . . . .	65
4.6. Corrientes $abc$ inyectadas a la fuente. . . . .	65
4.7. Corrientes en la componente $d$ . . . . .	66
4.8. Corrientes en la componente $q$ . . . . .	66
4.9. Voltaje y corriente para valores de potencia activa y reactiva de $-20\text{ Watts}$ y $-20\text{ Vars}$ , respectivamente. . . . .	67
4.10. Voltaje y corriente para valores de potencia activa y reactiva de $20\text{ Watts}$ y $-20\text{ Vars}$ , respectivamente. . . . .	67
4.11. Voltaje y corriente para valores de potencia activa y reactiva de $-40\text{ Watts}$ y $-20\text{ Vars}$ , respectivamente. . . . .	68
4.12. Voltaje y corriente para valores de potencia activa y reactiva de $-20\text{ Watts}$ y $20\text{ Vars}$ , respectivamente. . . . .	68
4.13. Voltaje y corriente para valores de potencia activa y reactiva de $-20\text{ Watts}$ y $-40\text{ Vars}$ , respectivamente. . . . .	69
4.14. Distorsión armónica total . . . . .	69
4.15. Comparación entre la potencia activa experimental y la simulada . . . . .	70
4.16. Comparación entre la potencia reactiva experimental y la simulada . . . . .	71
A.1. Modulación por ancho de pulso . . . . .	82
A.2. Onda triangular . . . . .	83
D.1. Diagrama a bloques de un observador de estado [Ogata03] . . . . .	92
D.2. Corrientes $i_{sd}$ e $\hat{i}_{sd}$ . . . . .	96
D.3. Corrientes $i_{sq}$ e $\hat{i}_{sq}$ . . . . .	96
D.4. Corrientes $i_{gd}$ e $\hat{i}_{gd}$ . . . . .	97
D.5. Corrientes $i_{gq}$ e $\hat{i}_{gq}$ . . . . .	97
D.6. Voltajes $V_{Cd}$ y $\hat{V}_{Cd}$ . . . . .	98
D.7. Voltajes $V_{Cq}$ y $\hat{V}_{Cq}$ . . . . .	98

# Lista de Tablas

3.1. Valor de los parámetros en el inversor . . . . .	37
3.2. Valores para el índice de desempeño . . . . .	38
3.3. Referencias para la potencia activa. . . . .	39
3.4. Referencias para la potencia reactiva. . . . .	39
3.5. Valor de los parámetros en el inversor . . . . .	43
3.6. Valores para el índice de desempeño . . . . .	44
3.7. Referencias para $P_A$ y $Q_R$ . . . . .	44
3.8. Parámetros para el inversor . . . . .	49
3.9. Referencias para la potencia activa y reactiva. . . . .	49
3.10. Parámetros para el rectificador . . . . .	54
3.11. Referencias para el voltaje DC de salida en el rectificador . . . . .	54
4.1. Referencias para potencia activa. . . . .	62
4.2. Valor de los parámetros en el prototipo . . . . .	62
4.3. Referencias para potencia reactiva. . . . .	63
D.1. Condiciones iniciales para el observador . . . . .	95



# Lista de Símbolos

CEP	Convertidor Electrónico de Potencia
SAPF	Filtro Activo de Potencia Trifásico
PI	Esquema de Control Proporcional Integral
PID	Esquema de Control Proporcional Integral Derivativo
PWM	Modulación Por Ancho de Pulso
SVM	Modulación Por Espacio Vectorial
DC	Corriente Directa
FBL	Linealización Por Realimentación
FBL-FL	Linealización Por Realimentación con Lógica Difusa
FLC	Controlador Por Lógica Difusa
SDCF	Coefficientes Dependientes del Estado
AC	Corriente Alterna
PV	Fuente Fotovoltaica
RMS	Valor Medio Cuadrático
GSC	Convertidor de lado de la Red Eléctrica
LQR	Regulador Cuadrático Lineal
GM	Margen de Ganancia
FM	Margen de Fase
HJB	Ecuación de Jamilton-Jacobi-Bellman



## Capítulo 1

# Introducción

La tierra ha sido concedida con un suministro abundante de recursos naturales. Los científicos comúnmente los dividen en grupos distintos para su estudio. Estos grupos incluyen a los recursos agrícolas, plantas, animales, fuentes de energía, paisajes, bosques, minerales, el agua y los recursos atmosféricos.

Los seres humanos han aprendido que muchos de los recursos importantes de los cuales se ha llegado a depender no son renovables. Uno de todos los recursos de la Tierra que ha tenido un gran impacto y contribución al desarrollo y el progreso de la civilización es la energía eléctrica [Casper07].

La energía eléctrica puede ser generada a partir de varias fuentes primarias de energía; como el gas natural, el carbón, el petróleo, la energía nuclear, los residuos sólidos urbanos (basureros), la energía hidroeléctrica, la energía solar, fuentes geotérmicas, biomasa y eólica. Sin embargo, algunos de estos puedan llegar a producir efectos adversos para el medio ambiente, posibles impactos como erosión, pérdida de productividad del suelo, liberación de compuestos químicos, grandes emisiones de residuos hacia la atmósfera y la contaminación de lagos y ríos [Casper07].

Para reducir los impactos que se producen al momento de utilizar energías convencionales, es importante utilizar fuentes de energía que sean renovables y sustentables; además, fuentes renovables como es el sol, el viento y el hidrógeno, se pueden encontrar en abundancia en todo el planeta.

Las fuentes renovables de energía pueden suministrar toda la energía eléctrica que requiere un país [Villamar13]. Llegar a esa meta implica recorrer un largo camino donde existen dificultades económicas, políticas, sociales, ambientales y más, que solamente se pueden ir sorteando si se cuenta con una estrategia integral, donde uno de los puntos de partida debe ser, sin duda, la cuantificación de los recursos [Villamar13].

Actualmente el cambio climático global (calentamiento global) aunado a los problemas petroleros (contaminación de lagos y ríos) que se han presentado, son algunos de los factores importantes para el desarrollo y explotación de energías renovables. Por lo tanto, se ha tornado urgente garantizar un suministro de energía limpia mediante energía renovable, y son principalmente los países desarrollados, los que han ido implementando una industria de productos y servicios en el tema de las energías renovables, dando lugar a las micro-redes. Siendo las micro-redes de distribución un buen campo para la innovación y el desarrollo; las cuales se consideran como un modelo óptimo para el suministro de energía [Sánchez10], desde las plantas de generación hasta los consumidores, mejorando la eficiencia, la confiabilidad, la disponibilidad y la seguridad del suministro y uso de la energía eléctrica. En general, la funcionalidad y la interconexión entre los componentes de micro-redes eléctricas se realiza por medio de convertidores electrónicos de potencia (CEP), lo que requiere de técnicas de control para proporcionar fiabilidad y eficiencia para su funcionamiento. Existen varios trabajos previos para el control de CEPs. Por ejemplo, en [Perez04] se plantea un control para convertidores conmutados utilizando un esquema proporcional integral (PI), que no requiere el conocimiento del modelo matemático y es robusto a las perturbaciones paramétricas; sin embargo, este controlador tiene la limitación que ofrece un rendimiento adecuado solamente cerca de una región específica. En [Sira-Ramirez06] el control de convertidor de potencia se realiza mediante la técnica de modos deslizantes, el cual es robusto a incertidumbres y perturbaciones; sin embargo, produce el efecto de chattering. En [Thao10] el autor propone una estructura de control híbrido PID con lógica difusa para un inversor monofásico conectado a la red eléctrica, en el cual, lógica difusa es utilizada para encontrar los parámetros de ganancia  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$ , con los cuales se sintoniza el PID; este controlador presenta resultados más efectivos respecto al PID convencional; sin embargo presenta dificultad en el análisis de las propiedades del controlador.

Este trabajo de tesis pretende implementar controladores no lineales que resuelvan el problema para convertidores de potencia, de manera óptima. Para ello, se propone un controlador óptimo robusto en el cual se minimice un funcional de costo, con el que se evalúa el desempeño de los esquemas de control.

## 1.1. Planteamiento del problema

Los convertidores de potencia son elementos utilizados para la conversión de energía. Estos se utilizan para transferir y/o adecuar la energía, por ejemplo, generada a partir de renovables mediante aquellos dispositivos que la generan y la red del suministro eléctrico, bajo la premisa de conservar la calidad de energía que se inyecta a la red eléctrica, o la que se absorbe de ésta. Por lo anterior, resulta necesario el diseño y la implementación de sistemas de control para los convertidores de potencia, que sean capaces de llevar a cabo la transferencia de energía de forma eficiente, y a la vez reduzcan la generación de armónicos causados por las altas frecuencias de conmutación.

## 1.2. Antecedentes

Actualmente existen dos grandes grupos de inversores: los auto conmutados y los conmutados de línea. Los inversores conmutados de línea usan interruptores basados en tiristores, que son dispositivos electrónicos de potencia que pueden controlar el tiempo de activación de la conducción, pero no el tiempo de apagado. Para detener la conducción precisan de una fuente o circuito adicional que reduzca a cero la corriente que lo atraviesa. Los inversores auto conmutados usan dispositivos de conmutación que controlan libremente los estados de conducción como son los transistores IGBT y MOSFET [Mohan09].

Existen trabajos previos donde se analiza y estudia a los convertidores; por ejemplo, en [Malinowski10] se presentan las topologías importantes sobre inversores, también presentan los métodos más relevantes de modulación desarrollados, como: PWM, eliminación selectiva de armónicos y SVM (space vector modulation). En [Jamil09], [Masmoudi11] se presenta un panorama de los convertidores de potencia conectados a una micro red y se examinan

diferentes topologías, estrategias de control y gestión de energía. En [Sanchez-Squella10] se desarrolló un router dinámico para conseguir la transferencia eficiente de la energía eléctrica entre subsistemas, donde cada subsistema puede generar, almacenar o consumir energía. Este router se basa en la topología de un convertidor de DC/DC tipo Boost usando un esquema de control Proporcional Integral (PI). En [Blaabjerg06], [Ciobotaru05], [Teodorescu04] el funcionamiento del inversor conectado a la red se limita siempre a inyectar potencia activa a la red, sin inyectar potencia reactiva, así mismo, no se analiza la robustez del controlador ante perturbaciones. En [Rahmani10] se presenta una técnica de control no lineal resultado de una derivación del filtro activo de potencia trifásico (SAPF). El método proporciona una compensación para los componentes de la corriente de carga reactiva. En [Dasgupta11] se presenta una técnica de control de corriente para controlar tanto el flujo de potencia activa y reactiva, a partir de una fuente de energía renovable, alimentando a una micro-red a través de un inversor monofásico conectado a la red eléctrica. El controlador propuesto está basado en mejorar el rendimiento del regulador de corriente mediante la estimación de la red y de perturbaciones periódicas. En [Thao13] se presentan dos técnicas para el control de potencia activa y reactiva, para un inversor conectado a una red trifásica, la primera basada en el método de linealización por realimentación (FBL). La otra es una combinación apropiada de la FBL y lógica difusa (FBL-FL), donde el controlador de lógica difusa (FLC) está diseñado para mejorar la eficiencia de la FBL. En [Orozco Zavala14] se presenta un controlador óptimo para un inversor trifásico, en el cual se regula potencia activa y reactiva utilizando modelos promediados. En [Ornelas-Tellez14b] se realiza un control óptimo para el convertidor de potencia de DC/DC tipo Boost para asegurar el intercambio eficiente de la energía entre las diferentes fuentes en una micro-red.

Se puede notar una gran variedad de aplicaciones desarrolladas para convertidores de potencia, con enfoques diferentes; sin embargo, aún queda trabajo por desarrollar. En estos aspectos está centrada esta investigación, sobre nuevas arquitecturas en diseño y control de sistemas de conversión eficientes, en diferentes rangos de potencia y su conexión a la red eléctrica, así como en soluciones de control de alta eficiencia y bajo costo basadas en el control digital de convertidores.

### 1.3. Motivación

La necesidad de utilizar energías limpias ha impulsado el desarrollo de tecnología para la explotación y regulación de la energía renovable, las cuales son utilizadas para extraer la potencia máxima; por lo tanto, aparece la necesidad de utilizar convertidores de potencia para hacer las conexiones pertinentes entre los diferentes rangos de conexión, es por ello que se hace indispensable adecuar y controlar los dispositivos para lograr alcanzar los estándares de calidad requeridos para llevar a cabo conexiones entre el suministro eléctrico y la energía que se obtiene de manera renovable, por lo tanto el trabajo presente esta motivado principalmente en el manejo y desarrollo de alternativas las cuales puedan dar soluciones a los problemas que se presentan en la actualidad.

### 1.4. Hipótesis

Es posible diseñar controladores óptimos y robustos para lograr seguimiento de trayectorias, con el objetivo de regular eficientemente la potencia activa y reactiva en un inversor de potencia trifásico conectado a la red eléctrica. Lo anterior ha de lograrse aun en presencia de incertidumbres paramétricas y/o perturbaciones afectando al sistema a controlar.

### 1.5. Objetivos de la tesis

#### 1.5.1. Objetivo general

Diseñar e implementar técnicas de control eficientes y robustas para sistemas no lineales, basadas en la teoría de control óptimo. Las técnicas desarrolladas serán usadas para el control de potencia activa y reactiva en un inversor trifásico y la regulación de voltaje en un rectificador controlado.

#### 1.5.2. Objetivos particulares

- Diseñar un algoritmo de control óptimo con integrador, para el seguimiento de trayectorias en sistemas no lineales que admite una representación de coeficientes de-

pendientes del estado (SDCF, por sus siglas del inglés, State-dependent Coefficient Factorized).

- Diseñar un algoritmo de control óptimo robusto para lograr seguimiento de trayectorias, en sistemas no lineales SDCF que incluyan perturbaciones conocidas (constantes ó variantes con el tiempo).
- Diseñar un algoritmo de control óptimo robusto para un rectificador de potencia trifásico controlado.
- Sintetizar un observador de estado, a partir de las mediciones disponibles, que permita aplicar las acciones de control diseñada, las cuales dependen del conocimiento completo del estado del sistema.
- Implementación en tiempo real de los controladores propuestos para el inversor trifásico.

## 1.6. Contribuciones

- Se diseñó e implementó a manera de simulación una técnica de control óptimo robusto para lograr seguimiento de trayectorias en sistemas no lineales con coeficientes dependientes del estado, mismo que se considera afectado por perturbaciones y/o incertidumbres paramétricas.
- Se diseñó e implementó a manera de simulación una técnica de control para seguimiento de trayectorias en sistemas no lineales con coeficientes dependientes del estado, aplicado a un sistema lineal perturbado. Cabe mencionar que este controlador no se encuentra reportado en la literatura.
- Se implementó en tiempo real un algoritmo de control óptimo robusto, en el que se logra regular la potencia activa y reactiva en un inversor trifásico conectado a la red eléctrica pública. Se utilizó el programa ControlDesk para observar las dinámicas del sistema y el control de las potencias.

## 1.7. Descripción de capítulos

La presente tesis se organiza de la siguiente manera.

- **Capítulo 2.** Se presentan los preliminares matemáticos básicos para desarrollar este trabajo. Se detallan conceptos, definiciones, modelos matemáticos, estrategias y metodologías de control, que en el transcurso de la tesis se utilizarán.
- **Capítulo 3.** Se describe el diseño del control óptimo para seguimiento de trayectorias en convertidores de potencia. Se presentan las estrategias de control, se aplican los controladores a los diferentes casos de estudio y se presentan resultados a nivel simulación.
- **Capítulo 4.** Se detalla el equipo utilizado para el desarrollo de la implementación del controlador para los convertidores de potencia, y se muestran los resultados de tiempo real.
- **Capítulo 5.** Se presentan las conclusiones y comentarios finales del trabajo realizado. Además, se plantean propuestas para trabajos futuros.



## Capítulo 2

# Modelado de convertidores trifásicos

### 2.1. Introducción

En la primera parte de este capítulo se presentan las distintas topologías de convertidores trifásicos de potencia; en la segunda parte, se presentan las técnicas de control más utilizadas en los elementos de conversión utilizados en micro redes eléctricas. En la tercera parte se modela y se hace una revisión de la estructura de control empleada para el rectificador trifásico de potencia.

### 2.2. Inversor trifásico

Se considerará el inversor monofásico que se muestra en forma de diagrama de bloques en la Figura 2.1(a), donde el voltaje de salida del inversor es filtrado, así que se puede suponer que  $v_0$  es sinusoidal. Como el inversor alimenta una carga inductiva, por ejemplo, un motor de AC,  $i_0$  se quedará atrás de  $v_0$  como se muestra en la figura 2.1(b). Las formas de onda de salida de la figura 2.1(b) muestran que durante el intervalo 1, tanto  $v_0$  como  $i_0$  son positivos, mientras que durante el intervalo 3, tanto  $v_0$  como  $i_0$  son negativos. Por tanto, durante los intervalos 1 y 3, el flujo de potencia instantáneo  $p_o (= v_0 i_0)$  va desde el lado de DC hacia el lado de AC, correspondiente a un modo de operación de inversor. A

diferencia de esto,  $v_o$  e  $i_o$  son de signos opuestos durante los intervalos 2 y 4, y por lo tanto  $p_o$  fluye desde el lado de AC hacia el lado de DC del inversor, correspondiente al modo de operación de rectificador. Por tanto, el inversor de modo conmutado de la Figura 2.1(a) debe ser capaz de trabajar en los cuatro cuadrantes del plano  $i_o - v_o$ , como se muestra en la Figura 2.1(c) durante cada ciclo de la salida de AC [Mohan09].

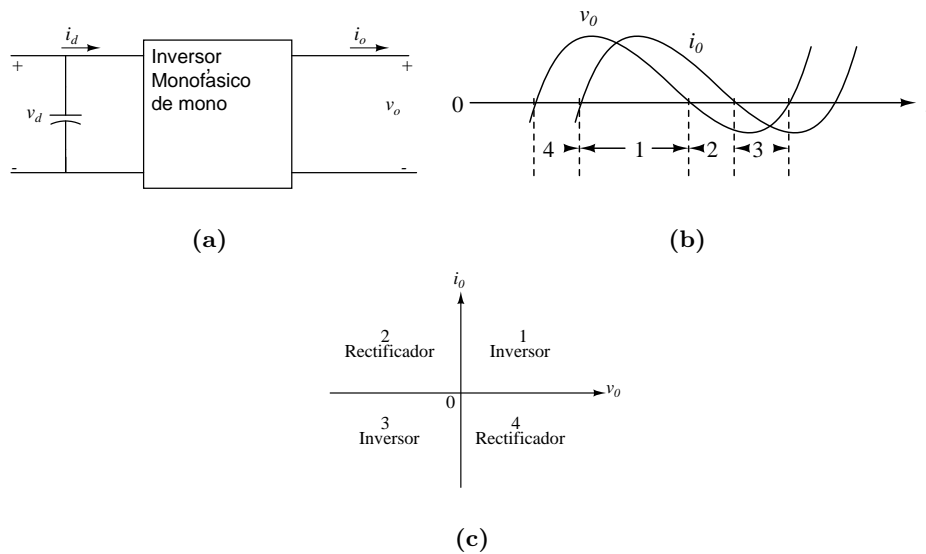


Figura 2.1: Inversor monofásico de modo conmutado

Por su parte, un inversor trifásico tiene tres brazos, una por cada fase, como se muestra en la Figura 2.2. Cada brazo opera como un inversor monofásico. El voltaje de salida de cada brazo  $V_a$ ,  $V_b$  y  $V_c$  son calculados a partir del voltaje de entrada  $V_{dc}$  y la posición de conmutación. La entrada del inversor es una fuente de DC, la cual puede ser remplazada por un sistema de baterías, una fuente PV (foto voltaica), celdas de combustible o fuentes de energía renovable como aerogeneradores de velocidad alta o variable. La onda sinusoidal es suministrada por un procesador digital controlado para sintetizar el voltaje de salida AC, potencia y la frecuencia. El controlador manda una secuencia de pulsos a los seis interruptores para producir la salida de AC deseada. El inversor trifásico tiene seis interruptores y seis diodos, como puede observarse en el Figura 2.2. Los interruptores están formados en pares  $sw_i$  con  $i = 1, 2, 3$ , los cuales pueden conducir corriente en ambas

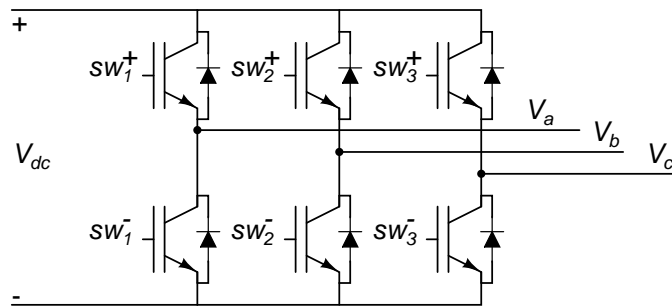


Figura 2.2: Inversor trifásico

direcciones. Cada pierna del inversor tiene dos interruptores. Encendiendo el interruptor superior, el nodo de salida ( $a$ ,  $b$  o  $c$ ) adquiere una tensión de línea de DC superior. Por otro lado, cuando el interruptor inferior está encendido, el nodo de salida obtiene un voltaje de DC bajo. Al encender alternativamente el interruptor superior e inferior, el voltaje oscila entre voltajes de DC superiores e inferiores.

Los pulsos utilizados para activar y desactivar los interruptores son generados mediante PWM (ver Apéndice A). Por lo tanto, la frecuencia de conmutación está determinada por la onda triangular  $V_{tri}$  Figura 2.3, y la tensión de salida se decide por la onda de modulación  $V_{C_{fase}}$ , el voltaje de salida modulada de cada pierna tiene la misma forma de onda de un inversor monofásico, la frecuencia del índice de modulación determina el contenido armónico en la forma de onda de voltaje de salida. Por lo general es deseable que la frecuencia de la onda triangular sea alta, para que la frecuencia del índice de modulación resulte con un contenido armónico bajo. Sin embargo, al incrementar la frecuencia de la señal portadora, la frecuencia de conmutación incrementa y la alta frecuencia de conmutación resulta en grandes pérdidas por conmutación [Keyhani11]. Otro de los factores por lo cual es deseable utilizar altas frecuencias de conmutación es debido a la relativa facilidad de filtrar los armónicos en las señales generadas, tomando en cuenta, que esta no debe de ser demasiado alta, ya que pueden surgir errores en el encendido y apagado de los interruptores y esto puede cortocircuitar la fuente o bus de DC y dañar los interruptores. En sistemas residenciales y comerciales, la selección de la frecuencia de conmutación tiene que estar fuera del alcance de la frecuencia audible, para evitar el ruido generado por los cambios al

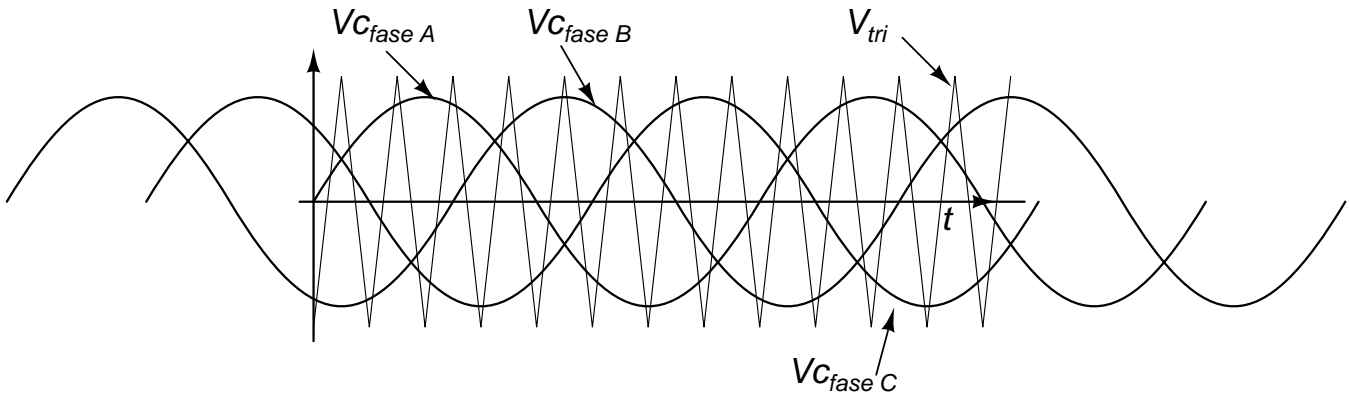


Figura 2.3: PWM trifásico

momento de la conversión. La mayoría de las aplicaciones utilizan un rango de conmutación entre los 6kHz y 20kHz [Keyhani11].

### 2.2.1. Modelado del inversor con filtro L

La Figura 2.4 muestra el inversor trifásico con un filtro L, con el cual se desea reducir la inyección de armónicos a la red eléctrica producidos por la alta frecuencia de conmutación de los IGBTs.

Cuando se está trabajando con dispositivos que funciona con altas frecuencias de conmutación, es posible promediar los circuitos [Sanders91], [Lehman96]. Esto facilita el análisis y el desarrollo de controladores. La Figura 2.5 muestra el inversor promediado incluyendo el filtro L para una fase; por lo tanto sus ecuaciones dinámicas puede obtenerse utilizando leyes de Kirchhoff como se muestra a continuación

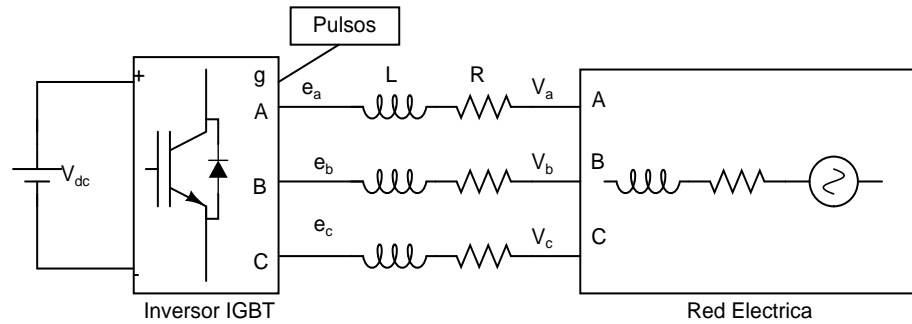


Figura 2.4: Inversor trifásico con filtro L

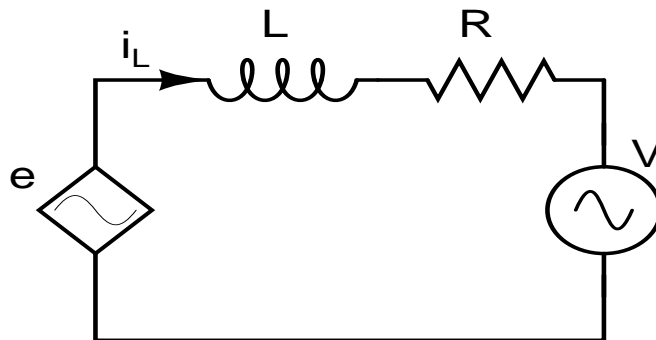


Figura 2.5: Circuito promediado

$$L \frac{di_L}{dt} = -R i_L + e - V \quad (2.1)$$

donde  $L$  es el inductor;  $R$  es la resistencia interna del inductor;  $e$  representa la salida de voltaje AC del inversor trifásico y  $V$  representa el voltaje de la red eléctrica.

Las corrientes y los voltajes en el circuito trifásico pueden ser representados como vectores de la siguiente forma:

$$i_L = [i_{La} \quad i_{Lb} \quad i_{Lc}]^T$$

$$e = [e_a \quad e_b \quad e_c]^T$$

$$V = \begin{bmatrix} V_a & V_b & V_c \end{bmatrix}^T$$

Los sistemas trifásicos AC pueden volverse complicados para fines de análisis y diseño, por lo que es común utilizar transformaciones para cambiar el marco de referencia, la transformada de Park permite pasar del marco  $abc$  a  $dq0$ , resultando en señales como si fuese un sistema de DC [Park29]. Por lo tanto, el sistema transformado al marco de referencia  $dq0$  queda como

$$L \frac{di_{Ld}}{dt} = -Ri_{Ld} + \omega i_{Lq} + e_d - V_d \quad (2.2)$$

$$L \frac{di_{Lq}}{dt} = -Ri_{Lq} - \omega i_{Ld} + e_q - V_q \quad (2.3)$$

Los subíndices  $d$  y  $q$  son las corrientes y los voltajes representados en la forma  $dq0$ , la componente 0 es omitida por simplicidad, dado el hecho que su valor es cero, bajo la condición de circuito balanceado, como se asume en este trabajo.

El voltaje en la red eléctrica en el marco  $dq0$   $V_d$  y  $V_q$  en (2.2)-(2.3), son considerados como perturbaciones conocidas, por lo que para fines de control es conveniente considerarlas como parte del sistema, aumentando el estado con las siguientes dos ecuaciones

$$\frac{dV_d}{dt} = 0 \quad (2.4)$$

$$\frac{dV_q}{dt} = 0 \quad (2.5)$$

donde  $V_d(0) = V_d$  y  $V_q(0) = V_q$ . Por lo anterior, el modelo completo del inversor (incluyendo el filtro L y la red eléctrica), queda descrito por (2.2)-(2.5), mismo que servirá para el diseño del control.

En esta tesis se presenta como objetivo principal controlar la potencia activa  $P_A$  y la potencia reactiva  $Q_R$  [Prodanovic03], por lo que éstas serán las salidas de interés, definidas como

$$P_A = \frac{3}{2}(V_d i_{Ld} + V_q i_{Lq}) \quad (2.6)$$

y

$$Q_R = \frac{3}{2}(V_q i_{Ld} - V_d i_{Lq}). \quad (2.7)$$

### 2.2.2. Modelado del inversor con filtro LCL

La Figura 2.6 muestra el inversor trifásico incluyendo el filtro LCL el cual se desea modelar; Como se mencionará en la sección 2.2.3 el filtro LCL reduce la inyección de armónicos a la red eléctrica producidos por la alta frecuencia de conmutación de los IGBTs.

La Figura 2.7 muestra el inversor promediado incluyendo el filtro LCL. Por lo tanto, sus ecuaciones dinámicas pueden obtenerse utilizando leyes de Kirchhoff como se muestra a continuación

$$L_s \frac{di_{Ls}}{dt} = -R_s i_{Ls} + e - V_C \quad (2.8)$$

$$L_g \frac{di_{Lg}}{dt} = -R_g i_{Lg} + V_C - V \quad (2.9)$$

$$C \frac{dV_C}{dt} = -\frac{V_C}{R_C} + i_{Ls} - i_{Lg} \quad (2.10)$$

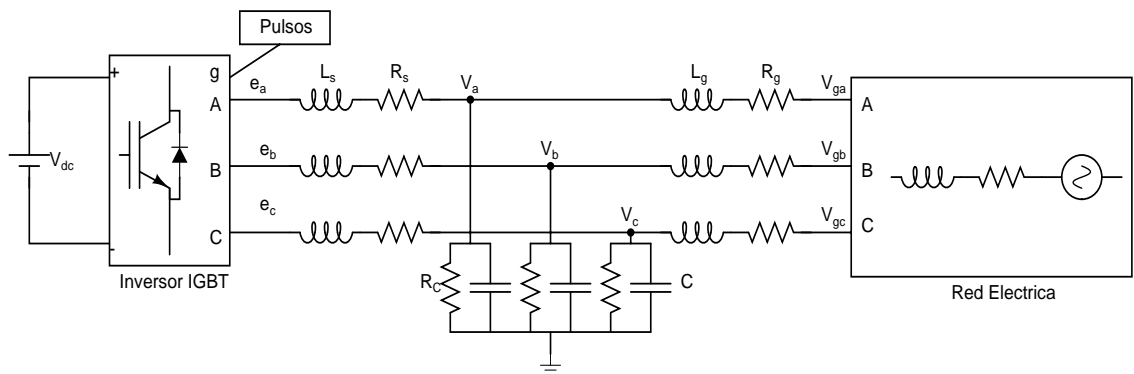


Figura 2.6: Inversor con filtro LCL

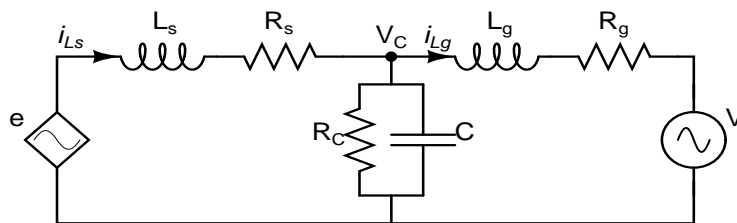


Figura 2.7: Circuito promediado

donde  $L_s$  es el inductor del filtro  $LCL$  por el lado del IGBT,  $R_s$  es la resistencia interna de  $L_s$ ,  $C$  es el capacitor del filtro  $LCL$ ,  $R_C$  es la resistencia interna de  $C$ ,  $V_C$  representa el voltaje en el nodo de  $C$ ,  $L_g$  es el inductor del filtro  $LCL$  por el lado de la red eléctrica,  $R_g$  es la resistencia interna de  $L_g$ ,  $i_{L_s}$  representa la corriente que fluye a través de  $L_s$ ,  $i_{L_g}$  representa la corriente que fluye a través de  $L_g$ ,  $e$  representa la salida de voltaje AC del inversor trifásico y  $V$  representa el voltaje de la red eléctrica en AC (bus infinito).

Las corrientes y los voltajes en el circuito trifásico pueden ser representados como vectores de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} i_{L_s} &= \begin{bmatrix} i_{L_{sa}} & i_{L_{sb}} & i_{L_{sc}} \end{bmatrix}^T \\ i_{L_g} &= \begin{bmatrix} i_{L_{ga}} & i_{L_{gb}} & i_{L_{gc}} \end{bmatrix}^T \\ e &= \begin{bmatrix} e_a & e_b & e_c \end{bmatrix}^T \\ V &= \begin{bmatrix} V_a & V_b & V_c \end{bmatrix}^T. \end{aligned}$$

Cambiando el marco de referencia a  $dq0$  se obtienen las siguientes ecuaciones

$$\begin{aligned} \frac{di_{L_{sd}}}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s}i_{L_{sd}} + \omega i_{L_{sq}} + \frac{1}{L_s}e_d - \frac{1}{L_s}V_{C_d} \\ \frac{di_{L_{sq}}}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s}i_{L_{sq}} - \omega i_{L_{sd}} + \frac{1}{L_s}e_q - \frac{1}{L_s}V_{C_q} \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} \frac{di_{L_{gd}}}{dt} &= -\frac{R_g}{L_g}i_{L_{gd}} + \omega i_{L_{gq}} + \frac{1}{L_g}V_{C_d} - \frac{1}{L_g}V_d \\ \frac{di_{L_{gq}}}{dt} &= -\frac{R_g}{L_g}i_{L_{gq}} - \omega i_{L_{gd}} + \frac{1}{L_g}V_{C_q} - \frac{1}{L_g}V_q \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \frac{dV_{C_d}}{dt} &= -\frac{V_{C_d}}{R_C C} + \omega V_{C_q} + \frac{1}{C}i_{L_{sd}} - \frac{1}{C}i_{L_{gd}} \\ \frac{dV_{C_q}}{dt} &= -\frac{V_{C_q}}{R_C C} - \omega V_{C_d} + \frac{1}{C}i_{L_{sq}} - \frac{1}{C}i_{L_{gq}}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

El voltaje en la red eléctrica en el marco  $dq0$ ,  $V_d$  y  $V_q$ , en (2.11)-(2.13) son consideradas como perturbaciones conocidas, por lo que para fines de control es conveniente

considerarlas como parte del sistema, aumentando el estado con las siguientes dos ecuaciones

$$\frac{dV_d}{dt} = 0 \quad (2.14)$$

$$\frac{dV_q}{dt} = 0 \quad (2.15)$$

donde  $V_d(0) = V_d$  y  $V_q(0) = V_q$ . Por lo anterior, el modelo completo del inversor (incluyendo el filtro LCL y la red eléctrica) queda descrito por (2.11)-(2.15), mismo que servirá para el diseño del control. Las ecuaciones de salida están representadas por las ecuaciones (2.6)-(2.7)

### 2.2.3. Diseño del filtro LCL

El objetivo del filtro LCL es reducir la inyección de armónicos hacia la red eléctrica producidos en la etapa de potencia. Por lo tanto, el diseño inadecuado del filtro puede causar una baja atenuación de armónicos o puede producir oscilaciones; de hecho los armónicos no deseados pueden causar saturación en los inductores o resonancia. Por lo tanto los inductores pueden ser diseñados considerando el rizado de la corriente y el amortiguamiento para evitar resonancia; sin embargo, el nivel de amortiguamiento es limitado por el costo, el valor de los inductores, las pérdidas y la degradación del desempeño del filtro [Liserre05].

En [Liserre05], [Perez Dorantes13] el procedimiento para seleccionar los parámetros del filtro LCL, parte de la potencia deseada en el convertidor, la frecuencia de la fase y la frecuencia de conmutación para cada fase. El proceso para calcular la atenuación del rizado, está basado en un enfoque en el dominio de la frecuencia. Para el cálculo de los componentes del filtro, se está considerando una fuente de DC de 400 V y 180 V por polo. Este sistema es implementado en Simulink/matlab como se muestra en la Figura 2.8.

Las inductancias deberán ser lo suficientemente grandes para minimizar las variaciones de corriente que puedan aparecer por la alta frecuencia de conmutación, pero al mismo tiempo sus reactancias deberán ser lo suficientemente pequeñas para que la caída de voltaje pueda ser despreciada. Este valor está usualmente entre 0.15 y 0.20 pu [Perez Dorantes13]. Los valores base considerados para el caso de estudio son: 180 V y 6 kW.

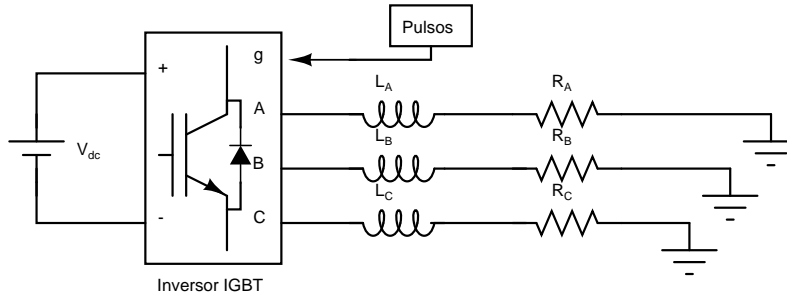


Figura 2.8: Simulador de un inversor

Los valores de la impedancia base [Perez Dorantes13] pueden ser calculados como

$$\begin{aligned} Z_{base} &= \frac{(V_{base})^2}{S_{base}} \\ &= \frac{(180 V/\sqrt{2})^2}{\frac{6000 W}{3}} = 8.1\Omega \end{aligned} \quad (2.16)$$

Escogiendo el valor de  $0.15 pu$  para la reactancias de las fases  $X_{LA}$ ,  $X_{LB}$  y  $X_{LC}$  se tiene

$$X_{LA} = 0.15 pu \cdot 8.1\Omega = 1.21\Omega \quad (2.17)$$

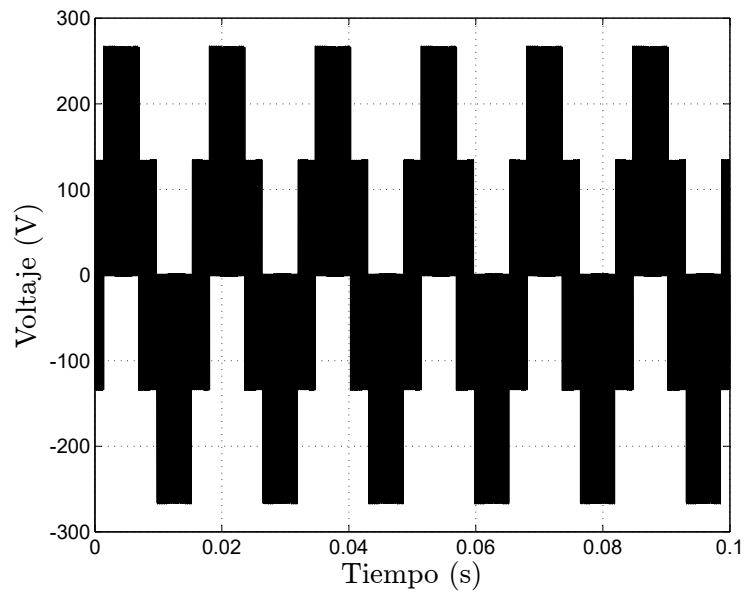
Así el inductor  $L_A$  se calcula como

$$\begin{aligned} L_A &= \frac{X_{LA}}{V_{dc}} \\ &= \frac{1.21\Omega}{400 V} = 3 mH \end{aligned} \quad (2.18)$$

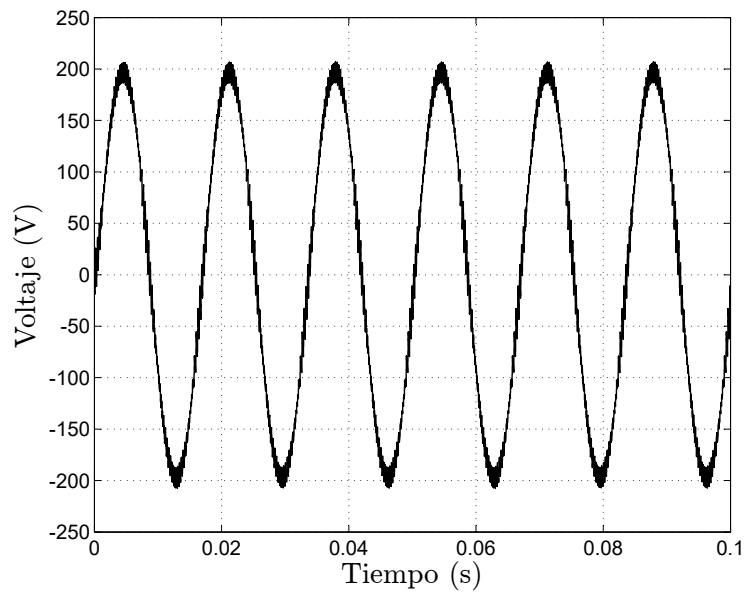
La potencia reactiva nominal  $Q$  de la reactancia de la fase  $A$ , que se desea compensar, se describe como

$$Q_{X_{LA}} = I_A^2 X_{LA} \quad (2.19)$$

donde  $I_A$  es la corriente de la fase  $A$ ; por lo tanto, de la simulación que se describe en la Figura 2.8, con un índice de modulación de 0.9, se obtiene un valor para la corriente  $I_A$  de  $19 A$  de amplitud, por lo tanto, al sustituir en (2.19) los valores obtenidos, es necesario compensar  $438.6 Var$ .



(a)



(b)

Figura 2.9: a) Voltaje a la salida del inversor, b) Voltaje después del inductor

La Figura 2.9(a) muestra el voltaje a la salida del inversor, la Figura 2.9(b) muestra el voltaje después del inductor, el cual sigue presentando armónicos; por lo que es

necesario sintonizar el filtro de tal manera que se reduzca el rizado, siendo necesario complementar el filtro con el arreglo presente en la Figura 2.10. Por lo tanto, para obtener los

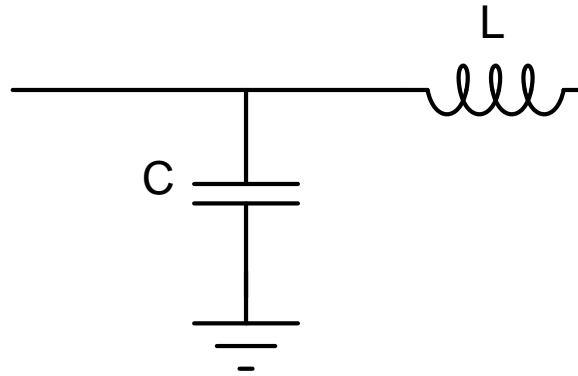


Figura 2.10: Sintonización del filtro

valores del inductor y capacitor de la Figura 2.10, se presentan las formulas a continuación [Perez Dorantes13]

$$L = \frac{V^2}{Q} \frac{\omega_1}{\omega_2} \quad (2.20)$$

$$C = \frac{Q}{\omega_1 V^2}$$

donde  $Q$  es la potencia reactiva a compensar,  $\omega_1$  es la frecuencia angular a  $60 \text{ Hz}$  y  $\omega_2$  es la frecuencia de los armónicos generados por la conmutación que se desean remover; por lo tanto, el capacitor e inductor toman los siguientes valores  $342 \mu\text{H}$ ,  $226 \mu\text{F}$  respectivamente tomando en cuenta que se quiere remover una frecuencia de conmutación de  $3600 \text{ Hz}$  considerada para el IGBT.

La Figura 2.11 muestra la salida de voltaje con el filtro LCL.

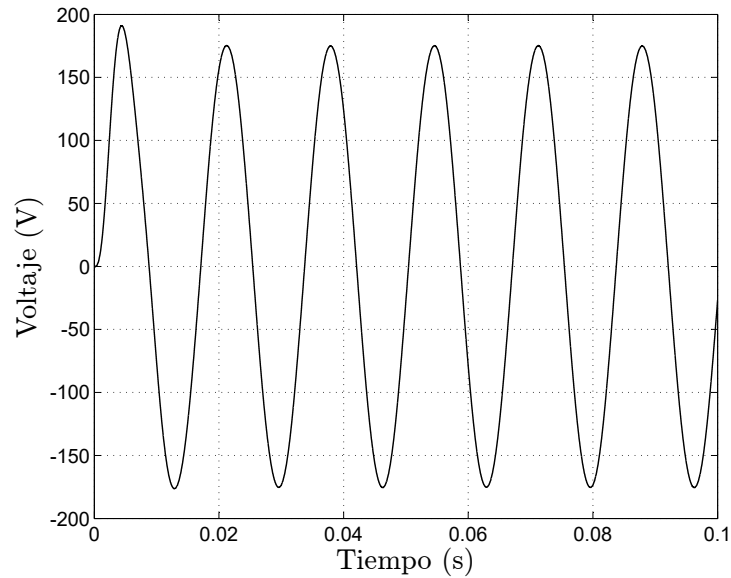


Figura 2.11: Voltaje de salida con filtro LCL

### 2.3. Rectificador trifásico controlado

Anteriormente se utilizaban convertidores AC/DC basados en diodos, los cuales no tenían la capacidad para regular la tensión, por lo tanto, sólo existían variaciones cuando existía un cambio en los parámetros de línea y la carga. Por lo que se considera utilizar convertidores que puedan ser capaces de controlar el voltaje de salida mediante interruptores controlados. Existen algunos dispositivos que permiten dicho control, como lo son tiristores, IGBTs, transistores, etc. Los rectificadores trifásicos son utilizados en la industria por sus ventajas frente a los rectificadores monofásicos, aunado a esto los rectificadores trifásicos tienen menos contenido de ondulaciones en las formas de onda y una mayor capacidad de manejo de potencia frente a los rectificadores monofásicos.

Un rectificador es un convertidor de potencia, que convierte voltaje de AC a DC. Un rectificador trifásico consiste en seis transistores con seis diodos repartidos en tres ramas o brazos como se muestra en la Figura 2.12. El voltaje de entrada para el rectificador, es un voltaje trifásico en AC y la salida es un voltaje en DC. La salida de voltaje instantáneo del

rectificador es el mismo que el voltaje de línea de entrada. Cuando el voltaje de entrada AC es positivo, un diodo de cada brazo es conmutado, por lo tanto es polarizado, y la entrada en AC es rectificadada a un voltaje de DC. Cuando el voltaje de entrada AC es negativo el diodo se invertirá y por lo tanto el circuito se abrirá [Keyhani11].

Se asume que los voltajes de las tres fases aplicadas al rectificador son las siguientes

$$\begin{aligned} V_A &= 120\sqrt{2} (\omega t) \\ V_B &= 120\sqrt{2} \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \\ V_C &= 120\sqrt{2} \left( \omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \end{aligned} \quad (2.21)$$

donde  $\omega$  es  $2\pi f$ ,  $f$  es la frecuencia del voltaje en  $Hz$  y  $t$  es el tiempo en segundos.

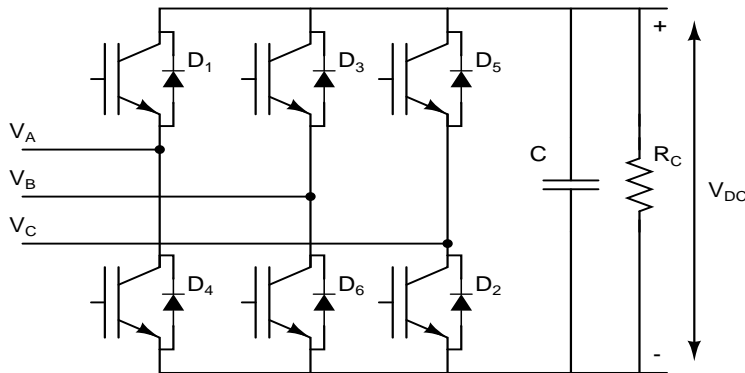


Figura 2.12: Rectificador trifásico

El voltaje de línea a línea mostrado en la Figura 2.13, puede ser expresado como

$$V_{AB} = V_A - V_B$$

$$V_{BC} = V_B - V_C$$

$$V_{CA} = V_C - V_A$$

$$V_{BA} = -V_{AB}$$

$$V_{CB} = -V_{BC}$$

$$V_{AC} = -V_{CA}$$

El voltaje de entrada de línea a línea para el rectificador y su voltaje de salida es mostrado en la Figura 2.13, la entrada de voltaje consiste en tres voltajes alternados a  $60\text{ Hz}$ , el cual es rectificado a una sola señal de voltaje en la salida. La entrada de voltaje y los diodos están marcados en la figura en cada instante. En cualquier momento dado, dos diodos conducirán; uno para el brazo superior y otro para el inferior, en los cuales dependerá del voltaje de línea que esté presente en cada instante.

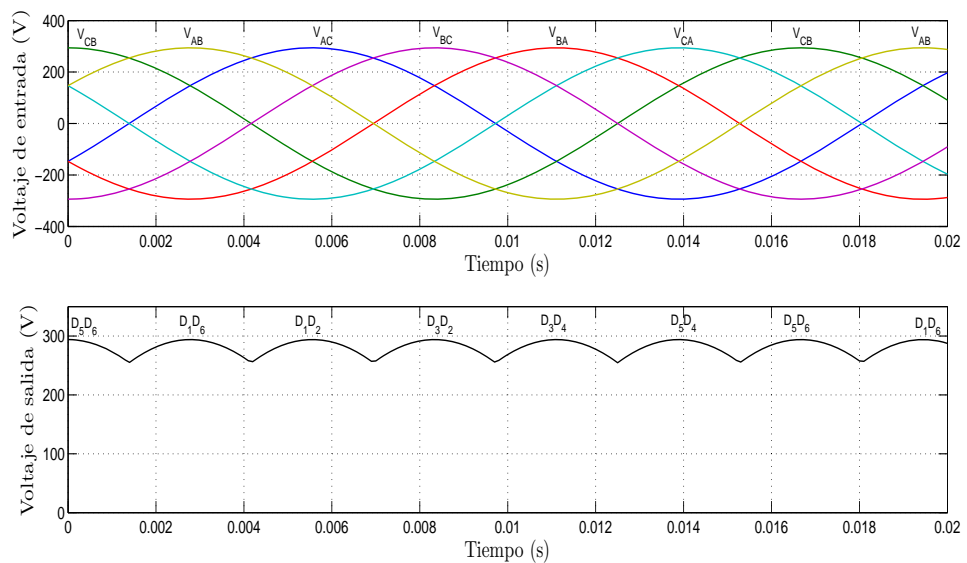


Figura 2.13: Voltaje de entrada y de salida en un rectificador trifásico

Para explicar el funcionamiento del rectificador, se comenzará en  $t = 0$  como se observa en la Figura 2.13, donde  $V_{CB}$  tiene un valor máximo positivo, por lo tanto, los diodos que conducen son  $D_5$  y  $D_6$ , dado que la frecuencia de entrada es a  $60\text{ Hz}$  el periodo en el voltaje de entrada es de  $16.667\text{ ms}$  ( $T = 1/f$ ). Por lo tanto, para  $1.38\text{ ms}$  después, el voltaje  $V_{AB}$  tiene un valor máximo positivo. El diodo  $D_1$  entra en conducción debido a ser polarizar por  $V_{AC}$  (ya que se convierte en positivo y se aplica a través  $D_1$  y  $D_5$ ). En este tiempo,  $D_5$  es inversamente polarizado por lo tanto se apaga.  $D_1$  y  $D_6$  continúan conduciendo dado que  $V_{AB}$  tiene un valor máximo positivo. Después de un sexto ciclo en  $4.16\text{ ms}$ , el voltaje en  $V_{AC}$  se vuelve más positivo que el de  $V_{AB}$ .  $D_2$  está polarizado por

el voltaje en  $V_{BC}$ , dado que se hace positiva en ese instante. En el mismo tiempo,  $D_6$  es inversamente polarizado y por lo tanto se apaga. La salida de voltaje llega a  $V_{AC}$  ( $D_1$  y  $D_2$  conducen). Esto se repite en el sexto ciclo después cuando  $D_1$  es apagado y  $D_3$  entra en conducción con un voltaje de salida de  $V_{BC}$ . Entonces secuencialmente, la salida de voltaje es  $V_{BC}$ ,  $V_{BA}$ ,  $V_{CA}$ ,  $V_{CB}$  y  $V_{AB}$ ; con los diodos  $D_3D_2$ ,  $D_3D_4$ ,  $D_5D_4$ ,  $D_5D_6$  y  $D_1D_6$  conduciendo en cada caso respectivamente como se aprecia en la Figura 2.13.

De la Figura 2.13 se aprecia que la salida de voltaje de DC tiene pequeñas oscilaciones, para obtener el voltaje promediado se puede calcular de la siguiente forma

$$V_{idc} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} V_{AB,rms} \quad (2.22)$$

Este es el voltaje de salida que aparece a través de las terminales de salida del rectificador cuando no se tiene una carga. El voltaje de salida tiene un rizado, para suavizar este rizado, el capacitor es conectado en las terminales de salida; el capacitor filtra los rizados y por lo tanto se obtiene un voltaje uniforme. Por lo tanto, si no se tiene una carga conectada el voltaje de salida será el voltaje que se tiene de línea a línea ( $V_{idc} = \sqrt{2} V_{AB,rms}$ ) [Keyhani11].

### 2.3.1. Modelado del rectificador

La Figura 2.14 muestra el circuito para el rectificador trifásico, el cual es conectado a un convertidor GSC por sus siglas en inglés Grid Side Converter. El bloque GSC en el circuito es considerado como ideal. Por lo tanto, asumiendo que el circuito está balanceado, su modelo promediado puede calcularse como:

$$V_{ag} - V_{as} = r_g i_{ag} + \frac{d\lambda_{ag}}{dt} \quad \text{con} \quad \lambda_{ag} = l_g i_{ag} \quad (2.23)$$

$$V_{bg} - V_{bs} = r_g i_{bg} + \frac{d\lambda_{bg}}{dt} \quad \text{con} \quad \lambda_{bg} = l_g i_{bg} \quad (2.24)$$

$$V_{cg} - V_{cs} = r_g i_{cg} + \frac{d\lambda_{cg}}{dt} \quad \text{con} \quad \lambda_{cg} = l_g i_{cg} \quad (2.25)$$

donde  $i_{ag}$ ,  $i_{bg}$  y  $i_{cg}$  son las corrientes en el marco  $abc$ ;  $V_{as}$ ,  $V_{bs}$  y  $V_{cs}$  son los voltajes de la fuente trifásica;  $V_{ag}$ ,  $V_{bg}$  y  $V_{cg}$  son las entradas de control. Las ecuaciones (2.23)-(2.25) pueden escribirse como:

$$V_{abcg} - V_{abcs} = r_g i_{abcg} + \frac{d\lambda_{abcg}}{dt} \quad \text{con} \quad \lambda_{abcg} = l_g i_{abcg} \quad (2.26)$$

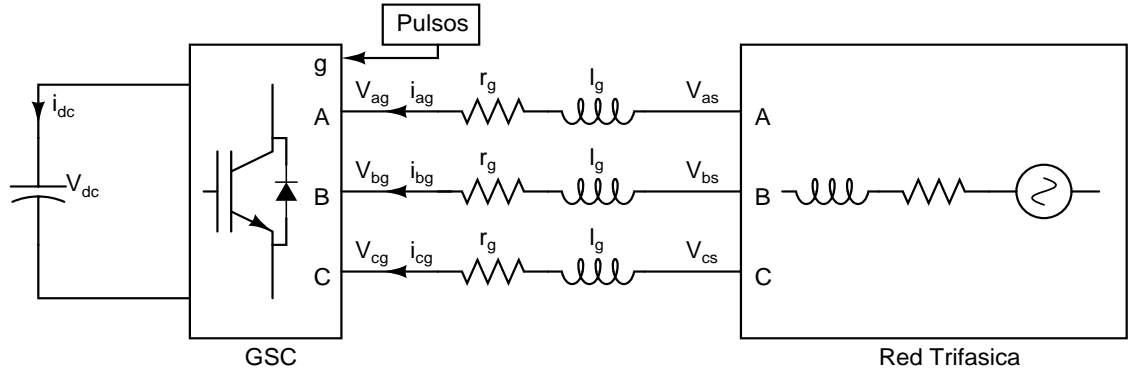


Figura 2.14: Circuito del rectificador trifásico

despejando y expandiendo  $\frac{d\lambda_{abcg}}{dt}$  de (2.26) se tiene:

$$l_g \frac{di_{ag}}{dt} = -r_g i_{ag} + V_{ag} - V_{as} \quad (2.27)$$

$$l_g \frac{di_{bg}}{dt} = -r_g i_{bg} + V_{bg} - V_{bs} \quad (2.28)$$

$$l_g \frac{di_{cg}}{dt} = -r_g i_{cg} + V_{cg} - V_{cs}. \quad (2.29)$$

Aplicando la transformada de Park [Park29] para cambiar el marco de referencia ( $abc$  a  $dq0$ ) en (2.27)-(2.29), y considerando que el circuito está balanceado, con lo cual la componente 0 tiene un valor de 0. Las ecuaciones del circuito quedan definidas como:

$$\frac{di_{dg}}{dt} = -\frac{r_g}{l_g} i_{dg} + \omega i_{qg} + \frac{V_{dg}}{l_g} - \frac{V_{ds}}{l_g} \quad (2.30)$$

$$\frac{di_{qg}}{dt} = -\frac{r_g}{l_g} i_{qg} - \omega i_{dg} + \frac{V_{qg}}{l_g} - \frac{V_{qs}}{l_g}. \quad (2.31)$$

La potencia balanceada entre AC y DC sin considerar los armónicos por conmutación esta dada por

$$\frac{3}{2} (V_{ds} i_{dg} + V_{qs} i_{qg}) = V_{dc} i_{dc} = C V_{dc} \frac{dV_{dc}}{dt} \quad (2.32)$$

La red eléctrica  $V_{ds}$  y  $V_{qs}$  en (2.30) y (2.31) es considerada como una perturbación conocida del sistema, por lo tanto, se agregará al sistema obteniendo sus dinámicas como se muestra

a continuación

$$\frac{dV_{ds}}{dt} = 0 \quad (2.33)$$

$$\frac{dV_{qs}}{dt} = 0 \quad (2.34)$$

donde  $V_{ds}(0) = V_{ds}$  y  $V_{qs}(0) = V_{qs}$ . Por lo tanto, el sistema completo corresponde de la ecuación (2.30) a (2.34).

## 2.4. Conclusiones

En este capítulo se presentan algunas topologías de convertidores de potencia trifásicos, la forma en la que operan y su modelado matemático con el que se diseñarán las estrategias de control que se desarrollarán en siguiente capítulo.

## Capítulo 3

# Diseño de control óptimo robusto para el seguimiento de trayectorias en sistemas no lineales

### 3.1. Introducción

En los sistemas de conversión de energía conectados al suministro eléctrico, uno de los principales objetivos que debe de cumplir el inversor es controlar la potencia inyectada a la red, respetando las normas de calidad que regulan este tipo de conexiones. Este capítulo presenta el diseño de controladores óptimos robustos, posteriormente se usará la teoría como aplicación para el inversor trifásico y el rectificador trifásico; también se presenta el diseño de un observador de estado para el inversor y finalmente se presentan la implementación a nivel simulaciones las cuales demuestran la efectividad del controlador.

### 3.2. Control óptimo

En general, los sistemas o plantas que pueden considerarse mediante el uso de las ideas de control clásicos son lineales e invariantes en el tiempo, además cuentan con una entrada y una salida. El objetivo principal del diseñador utilizando métodos de diseño

de control clásico es estabilizar una planta, mientras que los objetivos secundarios pueden incluir la obtención de una determinada respuesta transitoria, ancho de banda, rechazo de perturbaciones, el error de estado estacionario y la robustez de la planta ante incertidumbres.

Uno de los principales objetivos del control moderno, en contraposición al clásico, es presentar soluciones a una clase más amplia de los problemas de control que el control clásico. El control óptimo es una rama del control moderno que se relaciona con el diseño de controladores para sistemas dinámicos tal que se minimice una función de medición que se denomina índice de desempeño o funcional de costo del sistema [Anderson90]. En términos más formales, el objetivo principal de la teoría de control óptimo es determinar las señales de control que causan que un proceso satisfaga las restricciones físicas que se tengan y asimismo minimizar o maximizar, según sea el caso, cierto criterio de desempeño. El control óptimo tiene propiedades que presentan ventajas en comparación con otras clases de estrategias de control. A continuación se enuncian algunas de las propiedades de este esquema de control, particularmente del LQR, donde éstas vienen determinadas por parámetros que ponderan el desempeño de las variables del sistema y el esfuerzo de control (a través de las matrices  $Q$  y  $R$  en un funcional de costo), y del propio sistema (mediante su descripción por las matrices  $A$ ,  $B$  y  $C$ , en una representación en espacio de estados).

1. La estabilidad del control óptimo lineal en lazo cerrado es garantizada si el sistema de control cumple que:  $R > 0$ ,  $Q \geq 0$ , el par  $(A, B)$  es estabilizable y el par  $(A, C)$  es detectable, donde  $Q = C^T C$  [Anderson90].
2. El control óptimo (LQR), provee un margen de ganancia (GM) infinito, *i.e.*,  $GM = \infty$  y un margen de fase (FM) de al menos  $60^\circ$ . Lo anterior se puede considerar como márgenes de estabilidad adecuados, y son propiedades de robustez que todo diseño de control debería proveer. La primera propiedad permitiría utilizar una ganancia (teóricamente) infinita sin que el sistema se desestabilice; esto es, la ganancia podría variar entre  $[1/2, 1)$ . Por otro lado, la segunda propiedad permite tener ciertas variaciones paramétricas o retardos en el sistema de control, los cuales afectarían el margen de fase del sistema, sin llegar a desestabilizar al sistema de control [Anderson90].
3. Un LQR tiene un índice de funcionamiento (funcional de costo), que justamente evalúa

el desempeño del sistema de control.

4. La sintonización del LQR se hace regularmente de manera experimental, pero cumpliendo las condiciones del punto uno mencionado previamente, no se afectaría la estabilidad en el lazo cerrado, independiente de la elección de  $Q$  y  $R$ .

Las ventajas antes mencionadas son válidas y demostradas de manera formal para casos lineales, para el caso no lineal, en esta tesis no se demostrará de manera formal, aunque el caso de estudio sea no lineal se podrá observar su efectividad en las simulaciones.

El control óptimo puede resolverse utilizando el principio máximo de Pontryagin (con condición necesaria) [Pontryagin62] y el método de programación dinámica desarrollado por Bellman [Bellman62]. Este último lleva a una ecuación diferencial parcial no lineal, la cual es conocida como ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) (con condición suficiente), cuya solución proporciona controladores por retroalimentación de estados y trayectorias óptimas para cada condición inicial [Primbs99]. El controlador óptimo se deriva a partir de la ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman, cuya solución puede obtenerse para una clase de sistemas no lineales, llamados sistemas no lineales con factorización dependiente del estado (SDCF).

### 3.2.1. Sistema no lineal en la forma SDCF

Existe una clase de sistemas no lineales, los cuales pueden ser representados como sistemas con coeficientes dependientes del estado. Particularmente, considerar el sistema no lineal

$$\dot{x} = f(x) + B(x)u \quad (3.1)$$

$$y = h(x) \quad (3.2)$$

donde  $x \in R^n$  es un vector de estados,  $u \in R^m$  es la entrada de control y  $y \in R^p$  es la salida del sistema. Las funciones  $f(x)$ ,  $B(x)$  y  $h(x)$  son mapeos suaves de dimensiones apropiadas. Considerando que las funciones  $f(x)$  en (3.1) y  $h(x)$  en (3.2) pueden descomponerse en SDCF como  $f(x) = A(x)x$  y  $h(x) = C(x)x$ , respectivamente [Cloutier96], [Hicks71], [Vidyasagar02], se puede obtener

$$\dot{x} = A(x)x + B(x)u \quad (3.3)$$

$$y = C(x)x. \quad (3.4)$$

Como se describe en [Cimen08], [Cloutier97], las condiciones de que  $f(0) = 0$ ,  $h(0) = 0$ ,  $f(\cdot) \in C^1$  y  $h(\cdot) \in C^1$  garantizan la representación de (3.1)-(3.2) como (3.3)-(3.4). Las factorizaciones  $A(x)x$  y  $C(x)x$  no son únicas [Banks07]. Las factorizaciones deben hacerse de forma tal que se garanticen las propiedades de controlabilidad y observabilidad para (3.3)-(3.4), mismas que se representan en detalle en [Isidori95a], [Ornelas-Tellez14a]. En general, la prueba de rango para la matriz de controlabilidad del sistema (3.3) se define como

$$\text{rango}\{\mathcal{C}(x)\} = n \forall x \quad (3.5)$$

donde

$$\mathcal{C}(x) = \begin{bmatrix} B(x) & A(x)B(x) & \cdots & A^{n-1}B(x) \end{bmatrix}.$$

La matriz de observabilidad dependiente del estado es definida como

$$\mathcal{O}(x) = \begin{bmatrix} C(x) \\ C(x)A(x) \\ \vdots \\ C(x)A^{n-1}(x) \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

Por lo tanto, la factorización  $A(x)x$  debe determinarse tal que  $\mathcal{C}(x)$  y  $\mathcal{O}(x)$  tengan rango completo, de esta forma se cumplirán las condiciones de controlabilidad y observabilidad respectivamente.

### 3.2.2. Sistema no lineal perturbado en la forma SDCF

Se considera un sistema no lineal perturbado como

$$\dot{x} = f(x) + B(x)u + D \quad (3.7)$$

$$y = h(x) \quad (3.8)$$

donde  $x \in \mathbb{R}^n$  es el vector de estados,  $u \in \mathbb{R}^m$  es la entrada de control y  $y \in \mathbb{R}^p$  es la salida del sistema; las funciones  $f(x)$ ,  $B(x)$  y  $h(x)$  son mapeos suaves y de dimensiones apropiadas;  $D$  es una perturbación conocida y acotada.

Las funciones  $f(x)$  en (3.7) y  $h(x)$  en (3.8) se pueden descomponer en estados dependientes con coeficientes factorizados como  $f(x) = A(x)x$  and  $h(x) = C(x)x$ , respectivamente [Cloutier96], [Hicks71], [Vidyasagar02]. El sistema (3.7)–(3.8) resulta en

$$\dot{x} = A(x)x + B(x)u + D \quad (3.9)$$

$$y = C(x)x. \quad (3.10)$$

Las factorizaciones no son únicas, deben realizarse considerando las propiedades de controlabilidad y observabilidad descritas en la sección 3.2.2.

### 3.2.3. Control óptimo robusto con integrador para el seguimiento de trayectorias en sistemas no lineales

Para sintetizar el controlador óptimo, se utiliza la característica sobresaliente de la representación dependiente del estado de (3.3)–(3.4).

El propósito del controlador es que la salida siga una referencia deseada con un mínimo esfuerzo de control [Anderson90]. Con el fin de introducir el seguimiento de la trayectoria, el error de seguimiento se define como

$$\begin{aligned} e &= r - y \\ &= r - C(x)x \end{aligned} \quad (3.11)$$

donde  $r$  es la referencia deseada que se desea seguir por la salida del sistema  $y$ .

Considerando que el sistema pueda tener incertidumbres paramétricas o perturbaciones externas, se agrega un término integral al sistema de control para darle robustez y rechazar dichas perturbaciones. El término integral es definido como

$$\dot{q} = -e \quad (3.12)$$

donde  $q \in R^p$  es un vector de integradores, para un sistema con  $p$  salidas. Por lo tanto el

sistema aumentado, incluyendo el integrador, puede representarse como

$$\begin{aligned}\dot{x}_a &= \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{x} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -e \\ A(x)x + B(x)u \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} C(x)x - r \\ A(x)x + B(x)u \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (3.13)$$

con  $x_a = [q^T, x^T]$ , por lo que el sistema (3.13) se puede escribir como

$$\dot{x}_a = A_a(x_a)x_a + B_a(x_a)u + D_a \quad (3.14)$$

$$y_a = C_a(x_a)x_a \quad (3.15)$$

donde  $A_a(x_a) = \begin{bmatrix} 0 & C(x) \\ 0 & A(x) \end{bmatrix}$ ,  $B_a(x_a) = \begin{bmatrix} 0 \\ B(x) \end{bmatrix}$ ,  $C_a(x_a) = [0 \quad C(x)]$ ,  $D_a = \begin{bmatrix} -r \\ 0 \end{bmatrix}$

El funcional de costo  $J$  asociado al sistema (3.14) que se desea minimizar se define como

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} (q^T Q_I q + e^T Q e + u^T R u) dt \quad (3.16)$$

donde  $Q_I$  es un parámetro que pondera la evolución del integrador (puede ser considerado como la ganancia del integrador),  $Q$  es una matriz que pondera la evolución del error, mientras que  $R$  es una matriz que pondera el esfuerzo de control. Estas matrices se utilizan para establecer un equilibrio entre el desempeño del error de seguimiento y el esfuerzo de control [Kirk70].

La solución del seguimiento óptimo robusto establece el siguiente teorema.

- **Teorema 1** *Suponga que el sistema (3.14)-(3.15) es controlable y observable. Entonces la ley de control óptima robusta*

$$u^*(x_a) = -R^{-1}B_a^T(x_a)(P(x_a)x_a - z_a(x_a)) \quad (3.17)$$

asegura el seguimiento de trayectoria hacia la referencia deseada, donde  $P(x_a)$  es la solución a la ecuación diferencial de Riccati

$$\begin{aligned}\dot{P}(x_a) &= -Q_a + P(x_a)B_a(x_a)R^{-1}B_a^T(x_a)P(x_a) \\ &\quad - A_a^T(x_a)P(x_a) - P(x_a)A_a(x_a)\end{aligned}\quad (3.18)$$

y  $z(x_a)$  es la solución a la ecuación diferencial del vector

$$\begin{aligned}\dot{z}(x_a) &= -[A_a(x_a) - B_a(x_a)R^{-1}B_a^T(x_a)P(x_a)]^T z(x_a) \\ &\quad + P(x_a)D_a - C_a(x_a)^T Qr\end{aligned}\quad (3.19)$$

con condiciones de frontera  $P(\infty) = 0$  y  $z(\infty) = 0$ , respectivamente. La ley de control (3.17) es óptima en el sentido que minimiza el funcional de costo (3.16), la cual tiene una función de valor óptimo dada como

$$J^* = \frac{1}{2}x_a^T(t_0)P(t_0)x_a(t_0) - z^T(t_0)x_a(t_0) + \varphi(t_0)\quad (3.20)$$

donde  $\varphi$  es la solución a la función diferenciable escalar

$$\dot{\varphi} = -\frac{1}{2}r^T Qr + z^T D_a + \frac{1}{2}z^T(x_a)B_a(x_a)R^{-1}B_a^T(x_a)z\quad (3.21)$$

con  $\varphi(\infty) = 0$ .

La demostración se detalla en el Apéndice B

### 3.2.4. Control óptimo robusto para el seguimiento de trayectoria en sistemas perturbados

En esta sección se describe la solución del control óptimo no lineal para sistemas perturbados en la forma de coeficientes dependientes del estado.

Para diferentes aplicaciones es importante que el sistema siga una referencia deseada en un tiempo óptimo con un mínimo esfuerzo de control [Anderson90], por lo tanto, se define un error de seguimiento dado como

$$\begin{aligned}e &= r - y \\ &= r - C(x)x\end{aligned}\quad (3.22)$$

donde  $r$  es la referencia deseada y  $y$  es la salida del sistema.

El funcional de costo cuadrático  $J$  a minimizar asociado con el sistema (3.9)–(3.10) es definido como

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} (e^T Q e + u^T R u) dt. \quad (3.23)$$

por lo tanto, la solución al seguimiento óptimo consiste en encontrar la entrada de control  $u(t)$ ,  $t \in [t_0, \infty)$  tal que el criterio (3.23) sea minimizado. La solución al seguimiento óptimo establece el siguiente teorema.

- **Teorema 2** *Asumir que el sistema (3.9)–(3.10) es controlable y observable en la forma SDCF. Entonces la ley de control óptima resulta en*

$$u^*(x) = -R^{-1} B^T(x) (P(x) x - z(x)) \quad (3.24)$$

logrando el seguimiento de trayectoria robusto para el sistema (3.9) a través de la trayectoria deseada  $r$ , donde  $P(x)$  es la solución a la ecuación diferencial matricial de Ricatti

$$\begin{aligned} \dot{P}(x) &= -C^T(x) Q C(x) + P(x) B(x) R^{-1} B^T(x) \\ &\quad \times P(x) - A^T(x) P(x) - P(x) A(x) \end{aligned} \quad (3.25)$$

y  $z(x)$  es la solución a la ecuación diferencial el vector

$$\begin{aligned} \dot{z}(x) &= -[A(x) - B(x) R^{-1} B^T(x) P(x)]^T z(x) \\ &\quad - C^T(x) Q r + P(x) D \end{aligned} \quad (3.26)$$

con condiciones de frontera  $P(\infty) = 0$  y  $z(\infty) = 0$  respectivamente.

La ley de control óptima (3.24) es óptima en el sentido que minimiza el funcional de costo 3.23, el cual tiene un valor óptimo dado como

$$J^* = \frac{1}{2} x^T(t_0) P(t_0) x(t_0) - z^T(t_0) x(t_0) + \varphi(t_0) \quad (3.27)$$

donde  $\varphi$  es la función diferenciable escalar

$$\dot{\varphi} = -\frac{1}{2} r^T Q r + z^T D + \frac{1}{2} z^T B(x) R^{-1} B^T(x) z \quad (3.28)$$

con  $\varphi(\infty) = 0$ .

La demostración se detalla en el Apéndice C

### 3.2.5. Control óptimo para el seguimiento de trayectorias en sistemas no lineales

Se definirá un error de seguimiento dado como [Anderson90]

$$\begin{aligned} e &= r - y \\ &= r - C(x)x \end{aligned} \quad (3.29)$$

donde  $r$  es la referencia deseada y  $y$  es la salida del sistema.

El funcional de costo cuadrático  $J$  a minimizar asociado con el sistema en la forma SDCF cuando la perturbación es igual a cero, es definido como se muestra en la ecuación (3.23) por lo tanto, la solución al seguimiento óptimo consiste en encontrar la entrada de control  $u(t)$ ,  $t \in [t_0, \infty)$  tal que el criterio (3.23) sea minimizado. La solución al seguimiento óptimo establece el siguiente teorema.

- **Teorema 3** *Asumir que el sistema es controlable y observable en la forma SDCF. Entonces la ley de control óptima resulta en*

$$u^*(x) = -R^{-1}B^T(x) (P(x)x - z(x)) \quad (3.30)$$

logrando el seguimiento de trayectoria robusto para el sistema a través de la trayectoria deseada  $r$ , donde  $P(x)$  es la solución a la ecuación diferencial matricial de Ricatti

$$\begin{aligned} \dot{P}(x) &= -C^T(x)QC(x) + P(x)B(x)R^{-1}B^T(x) \\ &\quad \times P(x) - A^T(x)P(x) - P(x)A(x) \end{aligned} \quad (3.31)$$

y  $z(x)$  es la solución a la ecuación diferencial el vector

$$\begin{aligned} \dot{z}(x) &= -[A(x) - B(x)R^{-1}B^T(x)P(x)]^T z(x) \\ &\quad - C^T(x)Qr \end{aligned} \quad (3.32)$$

con condiciones de frontera  $P(\infty) = 0$  y  $z(\infty) = 0$  respectivamente.

La ley de control óptima (3.30) es óptima en el sentido que minimiza el funcional de costo (3.23), el cual tiene un valor óptimo dado como

$$J^* = \frac{1}{2}x^T(t_0)P(t_0)x(t_0) - z^T(t_0)x(t_0) + \varphi(t_0) \quad (3.33)$$

donde  $\varphi$  es la función diferenciable escalar

$$\dot{\varphi} = -\frac{1}{2}r^T Q r + \frac{1}{2}z^T B(x) R^{-1} B^T(x) z \quad (3.34)$$

con  $\varphi(\infty) = 0$ .

La demostración se detalla en [Ornelas-Tellez14b]

### 3.3. Aplicación de los controladores

#### 3.3.1. Control del inversor trifásico

Aplicación al inversor trifásico con filtro L considerando la red eléctrica parte del sistema

Aplicando el diseño de control presentado en la sección 3.2.3, el sistema (2.2)-(2.5) puede ser representado en la forma SDCF como

$$\dot{x}_a = A_a(x_a)x_a + B_a(x_a)u + D_a$$

$$y_a = C_a(x_a)x_a$$

donde

$$A_a(x_a) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3/2 V_d & 3/2 V_q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3/2 V_q & 3/2 V_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} & \omega & -\frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & -\omega & -\frac{R}{L} & 0 & -\frac{1}{L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B_a(x_a) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\frac{1}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

$$C_a(x_a) = 3/2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & V_d & V_q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_q & V_d & 0 & 0 \end{bmatrix}, D_a = \begin{bmatrix} -P_{ad} \\ -Q_{rd} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

$$x_a^T = [q_{I_1} \quad q_{I_2} \quad i_{Ld} \quad i_{Lq} \quad V_d \quad V_q] \quad (3.37)$$

donde  $q_{I_1}$  y  $q_{I_2}$  son los estados del integrador, y las entradas de control como

$$u = \begin{bmatrix} e_d \\ e_q \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

Se puede apreciar que la matriz  $B_a(x_a)$  no depende de los estados para este sistema, mientras que  $A_a(x_a)$  y  $C_a(x_a)$  son dependientes de los estados, por lo que el sistema es no lineal. Dadas las matrices (3.35)-(3.36), entonces se puede determinar el controlador óptimo (3.17)-(3.19).

### Simulación y resultados

Todas las simulaciones fueron realizadas en Simulink/Matlab, los parámetros utilizados fueron tomados del equipo que se tiene en el laboratorio, con la finalidad de implementar el circuito. El propósito de la simulación es controlar la potencia que se inyecta a la red eléctrica y la que se extrae, todo esto de una manera óptima utilizando un filtro L como medio de conexión entre el inversor y el suministro eléctrico.

La Tabla 3.1 muestra los parámetros usados en el circuito de la Figura 2.4

Tabla 3.1: Valor de los parámetros en el inversor

Parámetro	Valor
$V_{CD}$	40 V
$L$	0.014 H
$R$	0.35 $\Omega$

Los valores de la red eléctrica están representados como

$$\begin{aligned} V_a &= 12 \operatorname{seno}(\omega t) V \\ V_b &= 12 \operatorname{seno}(\omega t - 2\pi/3) V \\ V_c &= 12 \operatorname{seno}(\omega t + 2\pi/3) V \end{aligned} \quad (3.39)$$

Los parámetros para el controlador (3.17)-(3.19) están definidos como

$$Q_a = \begin{bmatrix} Q_{I_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_{I_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{I_3} & Q_{I_4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{I_5} & Q_{I_6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{con } Q_{I_3} = \frac{9Q_1V_d^2}{4} + \frac{9Q_2V_q^2}{4}, \quad Q_{I_4} = \frac{9Q_1V_dV_q}{4} - \frac{9Q_2V_dV_q}{4}, \quad Q_{I_5} = \frac{9Q_1V_dV_q}{4} - \frac{9Q_2V_dV_q}{4}, \quad Q_{I_6} = \frac{9Q_2V_d^2}{4} + \frac{9Q_1V_q^2}{4}$$

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 \\ 0 & Q_2 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix}$$

$$r = \begin{bmatrix} P_{Ad} \\ Q_{Rd} \end{bmatrix}$$

donde  $r$  es el vector de referencias  $P_{Ad}$  y  $Q_{Rd}$ , que contiene las referencias deseadas de la potencia activa y reactiva, respectivamente.

La Tabla 3.2 contiene los valores de las matrices del controlador,  $Q$  y  $R$  se obtuvieron de manera experimental conservando las propiedades descritas en la sección 3.2.

Tabla 3.2: Valores para el índice de desempeño

Parámetro	Valor
$Q_{I1}$	100
$Q_{I2}$	10
$Q_1$	10
$Q_2$	10
$R_1$	0.1
$R_2$	0.1

Las Tablas 3.3 y 3.4 muestra las referencia deseadas para la potencia activa y reactiva en diferentes periodos de tiempo.

Tabla 3.3: Referencias para la potencia activa.

Tiempo (s)	0-6.5	8.8-15.4	17.6-20.7	25-27.6	28.5-50
$P_{Ad}$	-20	15	-40	5	-20

Tabla 3.4: Referencias para la potencia reactiva.

Tiempo (s)	0-31.8	32.2-36.3	38.6-41.8	45.4-50
$Q_{Rd}$	-20	20	-40	10

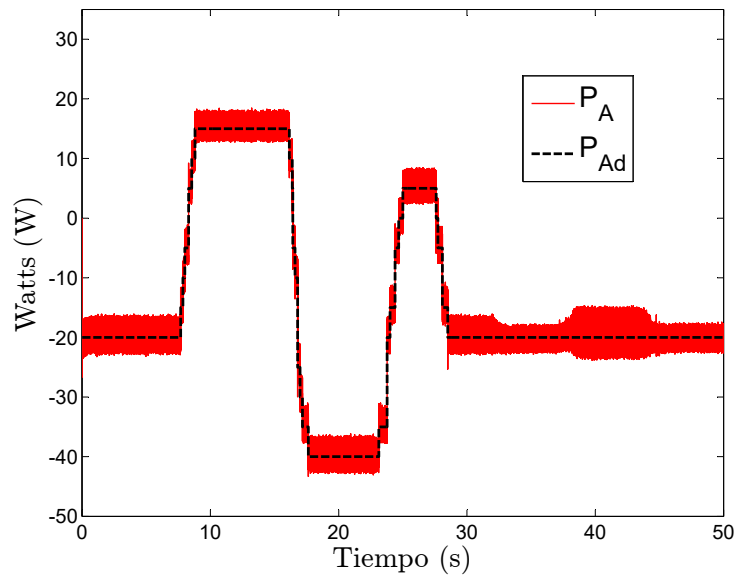


Figura 3.1: Seguimiento óptimo para la potencia activa

La Figura 3.1 muestra el seguimiento óptimo para la potencia activa en diferentes intervalos de tiempo, la simulación representa la eficiencia del controlador y demuestra que los valores usados para sintonizar la ley de control fueron adecuados para este caso de estudio.

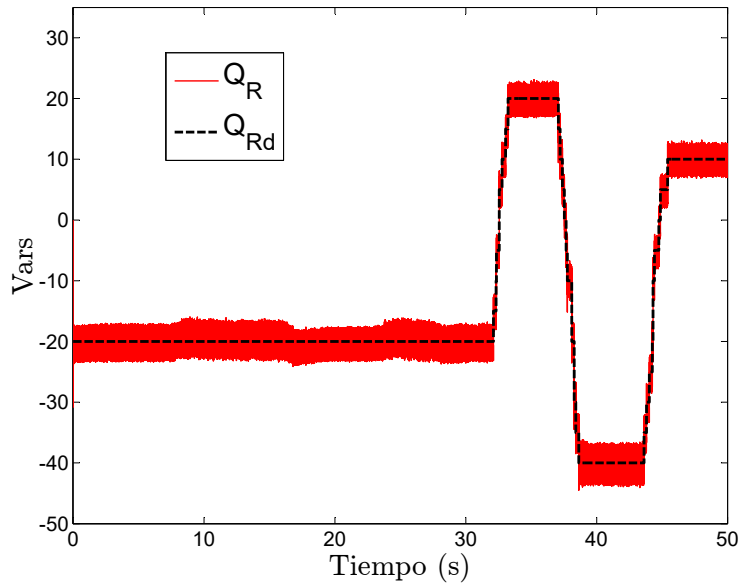


Figura 3.2: Seguimiento óptimo para la potencia reactiva

La Figura 3.2 muestra el seguimiento óptimo robusto para la potencia reactiva en diferentes intervalos de tiempo, el seguimiento es el correcto por lo que se demuestra la eficiencia del controlador. La Figura 3.3 muestra la distorsión armónica total la cual es la amplitud RMS combinada de las armónicas superiores, dividida entre la amplitud RMS de la frecuencia fundamental [Tomasi03], en este trabajo la distorsión armónica total se obtiene directamente de uno de los bloques de Simulink/Matlab.



$$B_a(x_a) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad D_a = \begin{bmatrix} -P_{Ad} \\ -Q_{Rd} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

$$C_a(x_a) = 3/2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & V_d & V_q & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & V_q & -V_q & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

$$x_a^T = [q_{I_1} \quad q_{I_2} \quad i_{Lsd} \quad i_{Lsq} \quad i_{Lgd} \quad i_{Lgq} \quad V_{cd} \quad V_{cq} \quad V_d \quad V_q] \quad (3.43)$$

donde  $q_{I_1}$  y  $q_{I_2}$  son los estados del integrador, y las entradas de control como

$$u = \begin{bmatrix} e_d \\ e_q \end{bmatrix}. \quad (3.44)$$

Este sistema presenta no linealidades en las matrices  $A_a(x_a)$  y  $C_a(x_a)$ , por lo tanto, el sistema es considerado no lineal.

### Simulación y resultados

Todas las simulaciones fueron realizadas en Simulink/Matlab. El objetivo de la simulación es controlar la potencia activa y reactiva que se inyecta y se extrae con un inversor trifásico conectado a la red eléctrica mediante un filtro LCL.

La tabla 3.5 muestra los valores de los parámetros usados en el circuito de la Figura 2.7, los valores utilizados se obtuvieron de [Orozco Zavala14] el cual es un trabajo previo al que se está presentando.

La red eléctrica (bus infinito) se representa por

$$\begin{aligned} V_a &= 180 \operatorname{seno}(\omega t) V \\ V_b &= 180 \operatorname{seno}(\omega t - 2\pi/3) V \\ V_c &= 180 \operatorname{seno}(\omega t + 2\pi/3) V. \end{aligned} \quad (3.45)$$

Los parámetros para el controlador (3.17)-(3.19) están definidos como

$$Q_a = \begin{bmatrix} Q_{I_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_{I_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{I_3} & Q_{I_4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{I_5} & Q_{I_6} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{con } Q_{I_3} = \frac{9Q_1V_d^2}{4} + \frac{9Q_2V_q^2}{4}, \quad Q_{I_4} = \frac{9Q_1V_dV_q}{4} - \frac{9Q_2V_dV_q}{4}, \quad Q_{I_5} = \frac{9Q_1V_dV_q}{4} - \frac{9Q_2V_dV_q}{4}, \quad Q_{I_6} = \frac{9Q_2V_d^2}{4} + \frac{9Q_1V_q^2}{4}$$

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 \\ 0 & Q_2 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix}$$

Tabla 3.5: Valor de los parámetros en el inversor

Parámetro	Valor
$L_s = L_g$	0.002 H
$R_s = R_g$	0.135 $\Omega$
$C$	5 $\mu F$
$R_c$	10 k $\Omega$
$f$	60 Hz
$\omega$	2 $\pi f$ rad/s

$$r = \begin{bmatrix} P_{Ad} \\ Q_{Rd} \end{bmatrix}$$

donde  $r$  es el vector de referencias  $P_{Ad}$ ,  $Q_{Rd}$ , que contiene las referencias deseadas de la potencia activa y reactiva, respectivamente.

La Tabla 3.6 contiene los valores de las matrices del controlador, los valores se obtuvieron de manera experimental conservando la características del controlador presentadas en la sección 3.2

Tabla 3.6: Valores para el índice de desempeño

Parámetro	Valor
$Q_{I1}$	100000
$Q_{I2}$	80000
$Q_1$	2000
$Q_2$	200
$R_1$	0.07
$R_2$	0.01

La Tabla 3.7 muestra las referencia deseadas para la potencia activa y reactiva en diferentes periodos de tiempo.

Tabla 3.7: Referencias para  $P_A$  y  $Q_R$ .

Tiempo (s)	0-1	1-1.5	1.5-2.5	2.5-3.2	3.2-4
$P_{Ad}$	2000	2000	5000	3500	3500
$Q_{Rd}$	2000	-4000	-4000	-4000	2500

Las Figura 3.4 y 3.5 muestran el seguimiento óptimo robusto de la potencia activa y reactiva a sus valores de referencia; en cada cambio de referencia existen pequeños sobre impulsos, esto es debido a los valores establecidos para las ganancias del integrador  $Q_I$ , y las matrices  $Q$  y  $R$  ya que es necesario que el sistema converja rápido, por lo tanto los valores para  $Q_I$  y  $Q$  son grandes y para  $R$  pequeños. La Figura 3.6 muestra la señal generada por el IGBT antes de el filtro  $LCL$ . En la Figura 3.7 se aprecian las señales de control utilizadas para controlar los disparos de los IGBT. Adicionalmente en la Figura 3.8 se observa la distorsión armónica total, la cual se encuentra por debajo del 5% (excepto cuando cambia la referencia a los diferentes valores, pero inmediatamente vuelve a bajar su valor).

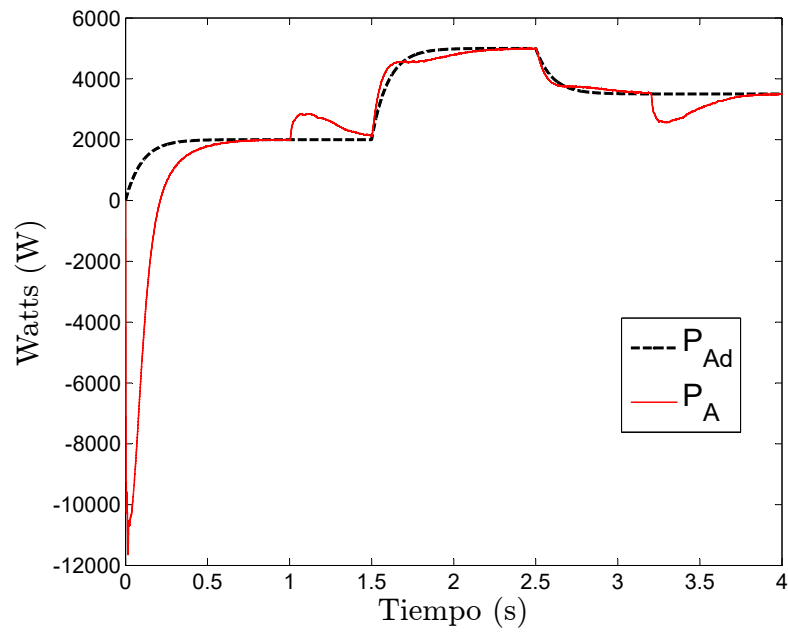


Figura 3.4: Seguimiento de la potencia activa

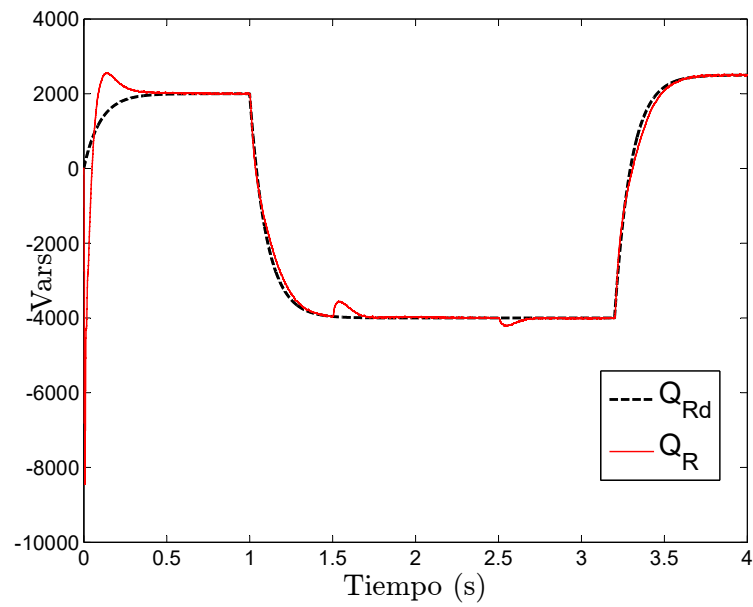


Figura 3.5: Seguimiento de la potencia reactiva

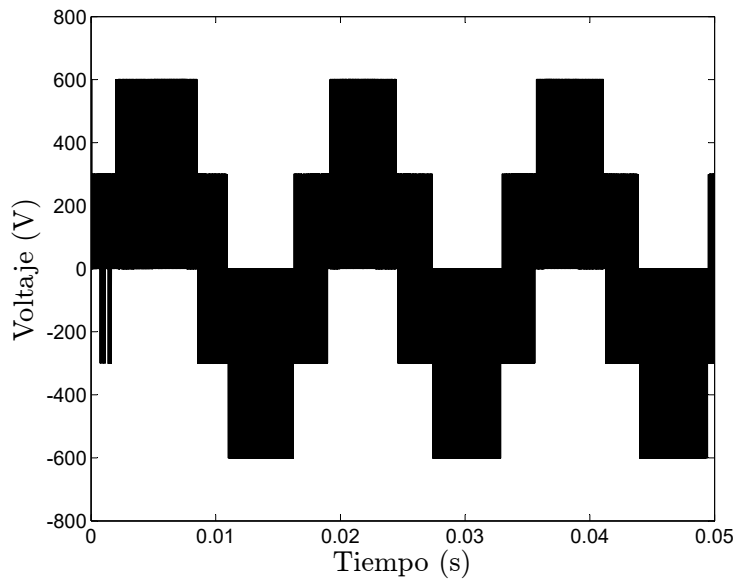


Figura 3.6: Conmutación del IGBT

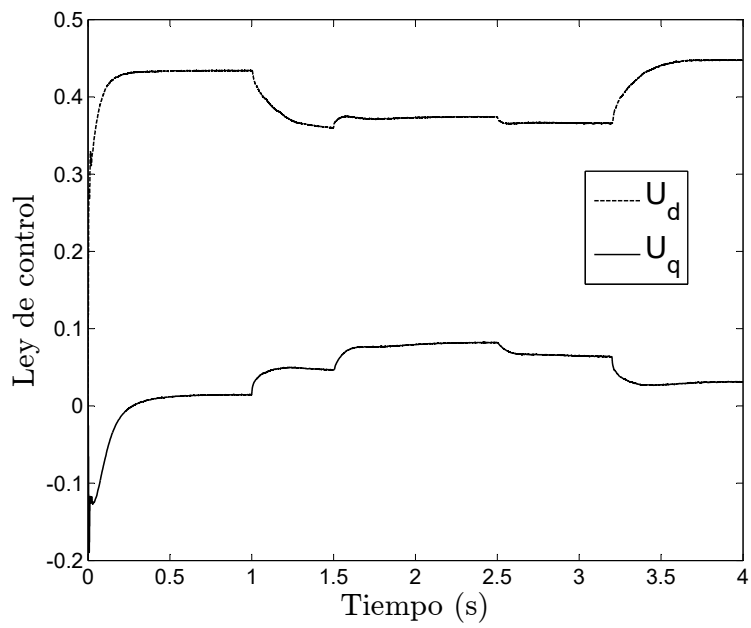


Figura 3.7: Señales del control óptimo

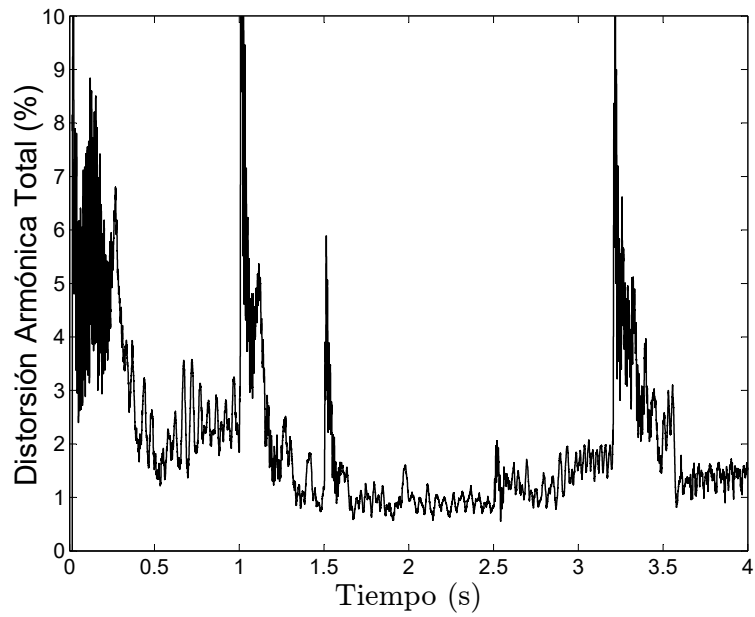


Figura 3.8: Distorsión armónica total para la corriente.

### Aplicación al inversor trifásico con filtro LCL considerando la red eléctrica como una perturbación

Aplicando el diseño de control presentado en la sección 3.2.4, el sistema (2.11)-(2.15) puede ser representado como (3.9)-(3.10), donde

$$A(x) = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_s} & \omega & 0 & 0 & -\frac{1}{L_s} & 0 \\ -\omega & -\frac{R_s}{L_s} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_s} \\ 0 & 0 & -\frac{R_g}{L_g} & \omega & \frac{1}{L_g} & 0 \\ 0 & 0 & -\omega & -\frac{R_g}{L_g} & 0 & \frac{1}{L_g} \\ \frac{1}{C_O} & 0 & -\frac{1}{C_O} & 0 & -\frac{1}{R_C C_O} & \omega \\ 0 & \frac{1}{C_O} & 0 & -\frac{1}{C_O} & -\omega & -\frac{1}{R_C C_O} \end{bmatrix}$$

$$B(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{V_d}{L_g} \\ -\frac{V_q}{L_g} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

y

$$C(x) = \left(\frac{3}{2}\right) \begin{bmatrix} 0 & 0 & V_d & V_q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_d & -V_q & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

con

$$x^T = [i_{sd} \quad i_{sq} \quad i_{gd} \quad i_{gq} \quad V_{Cd} \quad V_{Cq}]; \quad u^T = [e_d \quad e_q].$$

Se puede apreciar que las matrices  $A(x)$ ,  $B(x)$  y  $C(x)$  no son dependientes del estado (SDCF) para esta aplicación del inversor. La solución al control óptimo se reduce a un controlador de seguimiento óptimo robusto lineal, el cual no está reportado en la literatura, donde  $D$  es la perturbación de la red eléctrica.

### Simulación y resultados

Todas las simulaciones fueron realizadas en Simulink/Matlab. El objetivo de esta simulación es controlar potencia activa y reactiva. Para este caso de estudio se utilizan los valores obtenidos en el diseño del filtro LCL.

La Tabla 3.8 muestra los parámetros del filtro obtenidos en la sección 2.2.3.

La red eléctrica (bus infinito) es representada como

$$\begin{aligned} V_a &= 180 \operatorname{seno}(\omega t) V \\ V_b &= 180 \operatorname{seno}(\omega t - 2\pi/3) V \\ V_c &= 180 \operatorname{seno}(\omega t + 2\pi/3) V. \end{aligned} \tag{3.46}$$

Los parámetros para (3.24)-(3.26) son definidos como

$$Q = \begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix}; \quad R = \begin{bmatrix} 0.05 & 0 \\ 0 & 0.007 \end{bmatrix}; \quad r = \begin{bmatrix} P_{Ad} \\ Q_{Rd} \end{bmatrix}$$

Tabla 3.8: Parámetros para el inversor

Parámetro	Valor
$L_s$	$0.003 H$
$R_s$	$1.1 \Omega$
$L_g$	$0.000342 H$
$R_g$	$0.35 \Omega$
$C_O$	$226 \mu F$
$R_c$	$10 k\Omega$
$f$	$60 Hz$
$\omega$	$2\pi f rad/s$

el vector de referencias  $r$  contiene las referencias deseadas para la potencia activa  $P_{ad}$  y reactiva  $Q_{rd}$  en diferentes intervalos de tiempo como se muestra en la Tabla 3.9. Las matrices  $Q$  y  $R$  se obtuvieron de manera experimental conservando las características descritas en la sección 3.2.

Tabla 3.9: Referencias para la potencia activa y reactiva.

Time (s)	0-1	1-1.5	1.5-2.5	2.5-3.2	3.2-4
$P_{Ad}$	200	200	600	1000	1000
$Q_{Rd}$	200	500	500	500	800

La Figura 3.9 muestra el seguimiento óptimo robusto para diferentes intervalos de tiempo. La simulación demuestra la eficiencia del controlador.

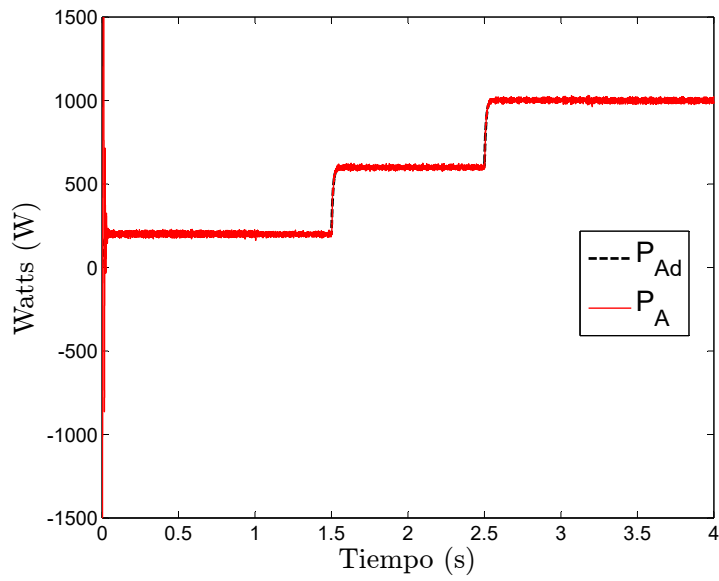


Figura 3.9: Seguimiento óptimo para la potencia activa

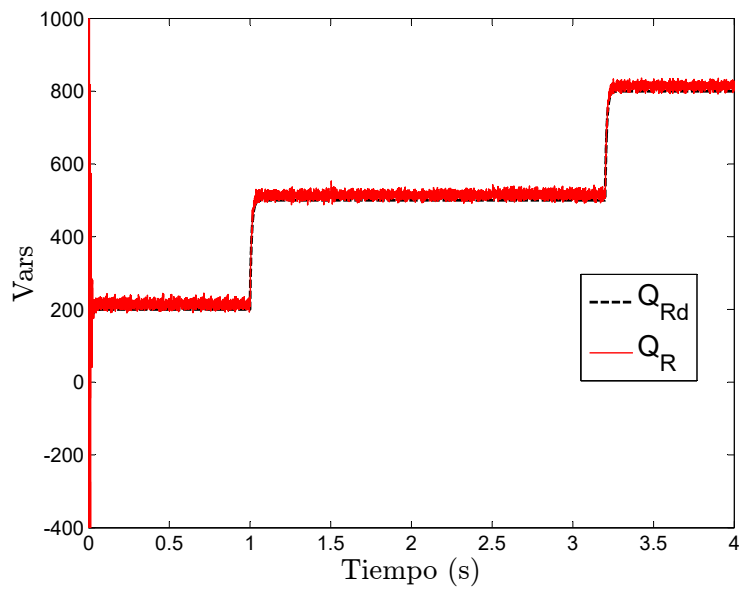


Figura 3.10: Seguimiento óptimo para la potencia reactiva

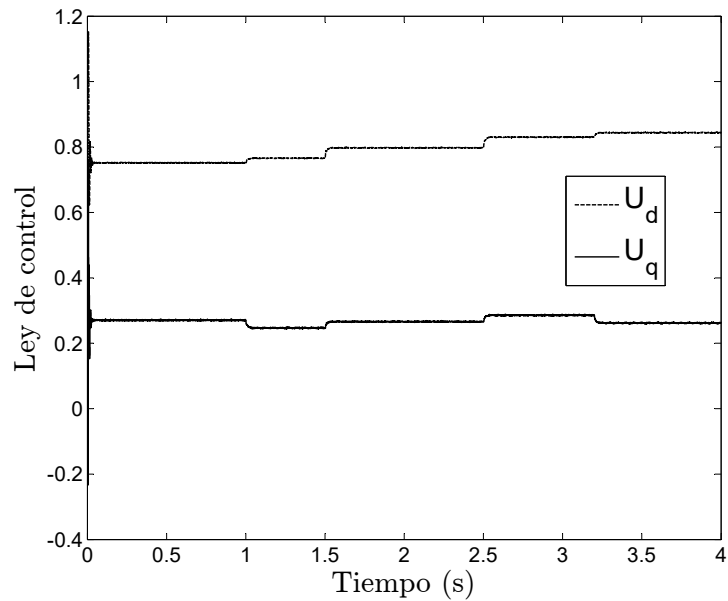


Figura 3.11: Señales de control óptimo

La Figura 3.10 muestran el seguimiento óptimo robusto de la potencia reactiva en diferentes intervalos de tiempo.

Las simulaciones presentes en las Figuras 3.9 y 3.10 demuestran que el controlador robusto no lineal aplicado en este caso de estudio el cual es lineal perturbado, presenta resultados satisfactorios y eficientes.

La Figura 3.11 muestra la ley de control para el PWM. Adicionalmente la Figura 3.12 muestra la distorsión armónica total para la corriente, la cual se encuentra por debajo del 5% donde se aprecia que mientras la referencia se acerca a la potencia de diseño esta decrece. Los picos generados son producto del cambio de referencia las potencia.

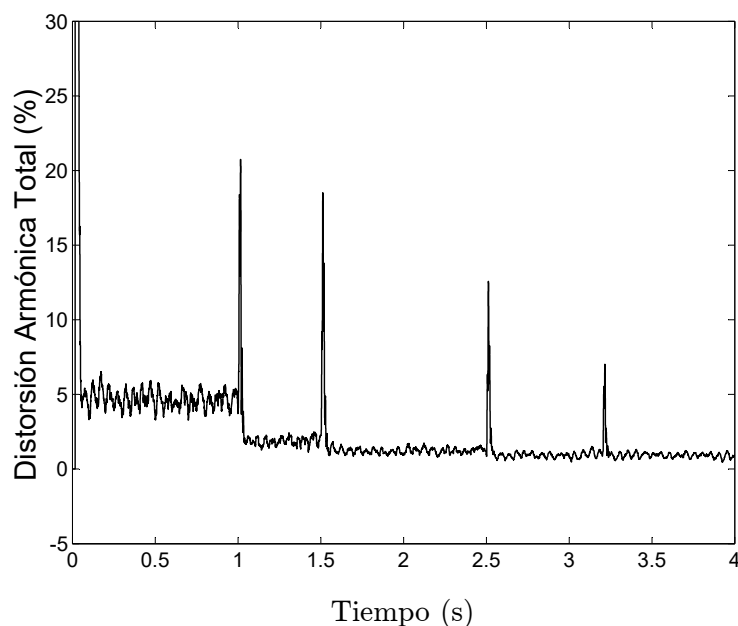


Figura 3.12: Distorsión armónica total para la corriente

### 3.3.2. Rectificador trifásico controlado

Para asegurar la eficiencia del rectificador, es necesario que este trabajando con un factor de potencia cercano a uno, para asegurar que esto se logre, es necesario que la corriente del inductor  $i_g$  siga una señal de tipo sinusoidal con la misma frecuencia y fase, el voltaje en el capacitor se controlara de manera indirecta [Isidori95b] haciendo que la corriente en el inductor siga una corriente de referencia; por lo tanto, la corriente de referencia se representara de la siguiente forma

$$i_{g_{ref}} = Id \text{seno}(\omega t) \quad (3.47)$$

donde

$$Id = \frac{vp}{2r_g} - \sqrt{\frac{vp^2}{4r_g^2} - \frac{2Vdc_{ref}^2}{r_g RC}} \quad (3.48)$$

Aplicando el diseño del controlador presentado en la sección 3.2.5, el sistema (2.30)–(2.34) puede ser representado como SDCF en la forma

$$\dot{x} = A(x)x + B(x)u \quad (3.49)$$

$$y = C(x)x \quad (3.50)$$

donde

$$A(x) = \begin{bmatrix} -\frac{r_g}{l_g} & \omega & 0 & -\frac{1}{l_g} & 0 \\ -\omega & -\frac{r_g}{l_g} & 0 & 0 & -\frac{1}{l_g} \\ \frac{3}{2} \frac{V_{ds}}{C V_{dc}} & -\frac{3}{2} \frac{V_{qs}}{C V_{dc}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

$$B(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{l_g} & 0 \\ 0 & \frac{1}{l_g} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

con

$$x^T = [i_{dg} \quad i_{qg} \quad V_{dc} \quad V_{ds} \quad V_{qs}] \quad (3.53)$$

y la entrada de control como

$$u = \begin{bmatrix} V_{dg} \\ V_{qg} \end{bmatrix}. \quad (3.54)$$

Las matrices  $B(x)$  y  $C(x)$  no son dependientes del estado mientras que  $A(x)$  es dependiente del estado, por lo tanto, el sistema es no lineal.

### Simulación y resultados

Todas las simulaciones fueron realizadas en Simulink/Matlab. El objetivo de la simulación es presentar la eficiencia del control descrito en a sección 3.2.5, con la finalidad de regular el voltaje en el bus de DC de un rectificador trifásico.

La Tabla 3.10 muestra los parámetros para el rectificador, los parámetros fueron tomados de [Ruiz-Cruz13].

Tabla 3.10: Parámetros para el rectificador

Parámetro	Valor
$l_g$	$0.001 H$
$r_g$	$2.2 \Omega$
$R_C$	$120 \Omega$
$vp$	$180 V$
$f$	$60 Hz$
$\omega$	$2\pi f rad/s$

La red eléctrica (bus infinito) es representada como

$$\begin{aligned}
 V_a &= 180 \text{ seno}(\omega t) V \\
 V_b &= 180 \text{ seno}(\omega t + 2\pi/3) V \\
 V_c &= 180 \text{ seno}(\omega t - 2\pi/3) V.
 \end{aligned} \tag{3.55}$$

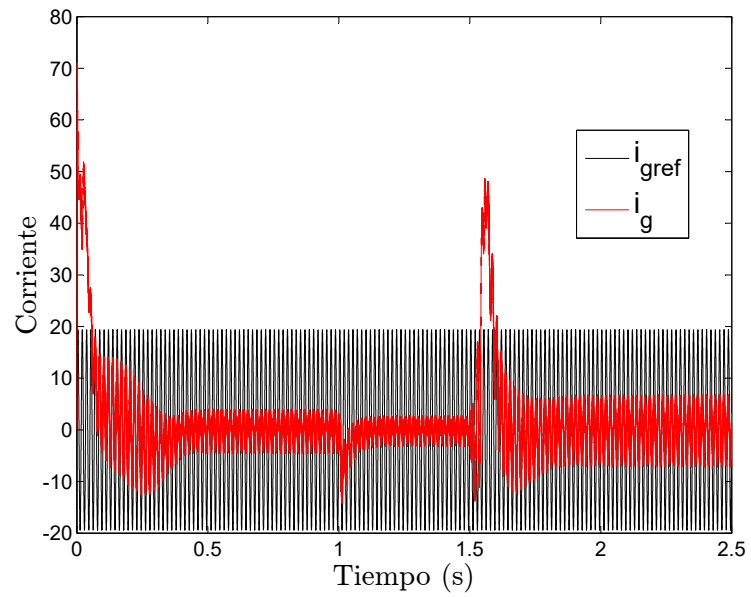
Los parámetros para (3.30)-(3.32) son definidos como

$$Q = \begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix}; \quad R = \begin{bmatrix} 0.001 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix}; \quad r = \begin{bmatrix} r1 \\ r2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Id \text{ seno}(\omega t) \\ Vdc_{ref} \end{bmatrix}$$

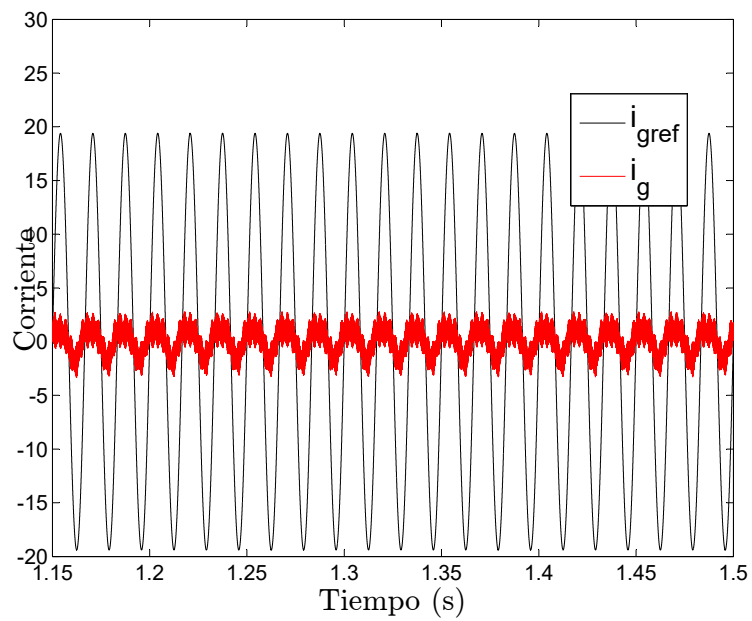
el vector de referencias  $r$  contiene las referencias deseadas para el voltaje de salida en diferentes intervalos de tiempo como se muestra en la Tabla 3.11. Los valores para las matrices  $Q$  y  $R$  se obtuvieron de manera experimental conservando las características descritas en la sección 3.2.

Tabla 3.11: Referencias para el voltaje DC de salida en el rectificador

Tiempo (s)	0-1	1-1.5	1.5-2.5
$Vdc_{ref}$	500	400	600



(a)



(b)

Figura 3.13: a) Corriente en fase, b) Acercamiento de la corriente en fase

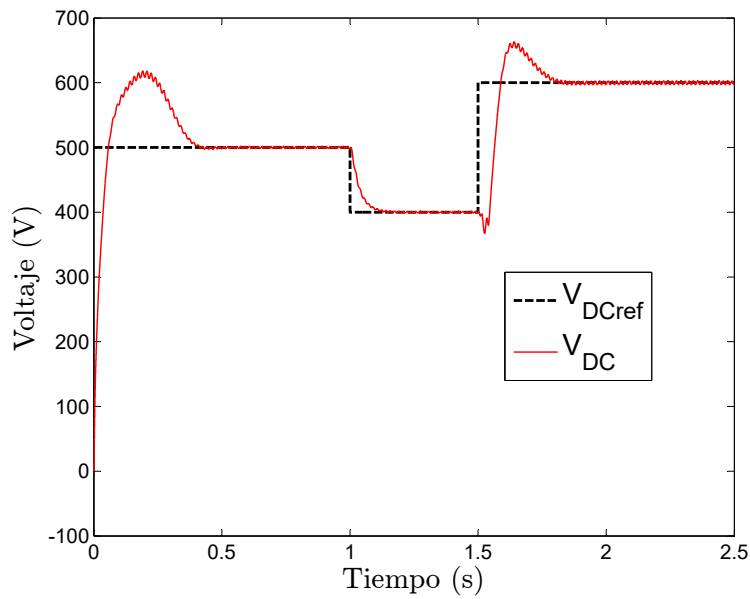


Figura 3.14: Voltaje de salida en el capacitor

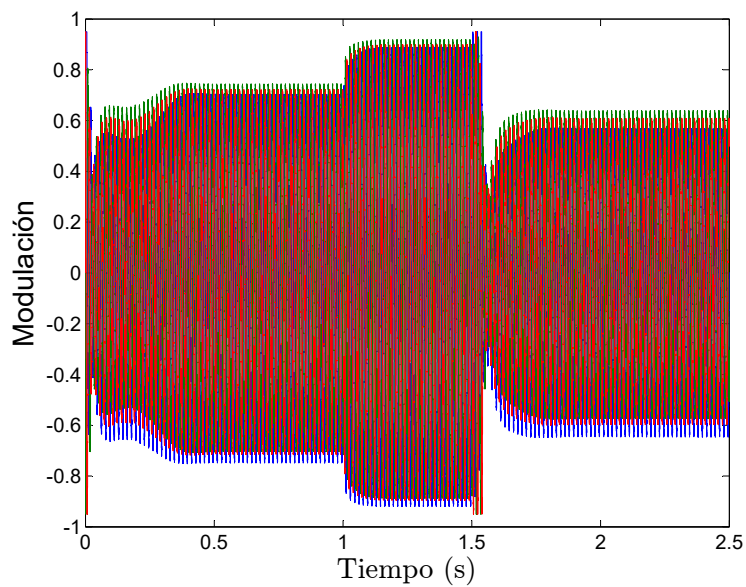


Figura 3.15: Modulación para el PWM

La Figura 3.13(a) muestra la corriente en fase en el rectificador trifásico. La Figu-

ra 3.13(b) es una sección ampliada de la Figura 3.13(a) para mostrar que efectivamente la corriente está en fase y sigue el perfil indicado por la referencia. La Figura 3.14 representa el seguimiento de la trayectoria mostrada para el voltaje de referencia en *DC*. Finalmente en la Figura 3.15 se muestra la modulación que entra al PWM el cual produce los disparos para los IGBTs.

### 3.4. Conclusiones

En este capítulo se presentó la técnica de control que regula la potencia activa y reactiva en los diferentes casos de estudio para el inversor trifásico. Primero se detalló una ley de control que utiliza el uso de integradores por cada salida del sistema para darle robustez ante perturbaciones desconocidas e incertidumbres paramétricas; posteriormente para un segundo caso de estudio se presenta una ley de control óptima robusta la cual es capaz de rechazar perturbaciones conocidas; también se presentó un controlador óptimo no lineal para regular el voltaje de salida en un rectificador trifásico controlado a un nivel de tensión dado. Se tiene el diseño de un observador de estado para el inversor trifásico el cual se detalla en el Apéndice D, esto con la finalidad de implementar el controlador y reducir el número de sensores.



## Capítulo 4

# Resultados experimentales

### 4.1. Introducción

En este capítulo se presenta resultados experimentales de la implementación del diseño de control óptimo desarrollado en la sección 3.2.3 para un inversor trifásico conectado a un filtro L. En la primera parte de este capítulo se describe el prototipo y posteriormente se presentan los resultados del experimento

### 4.2. Descripción del prototipo

El prototipo con el que se llevo a cabo la implementación se representa en la Figura 4.1, su esquema está descrito en la Figura 2.4 y está compuesto por los siguientes dispositivos:

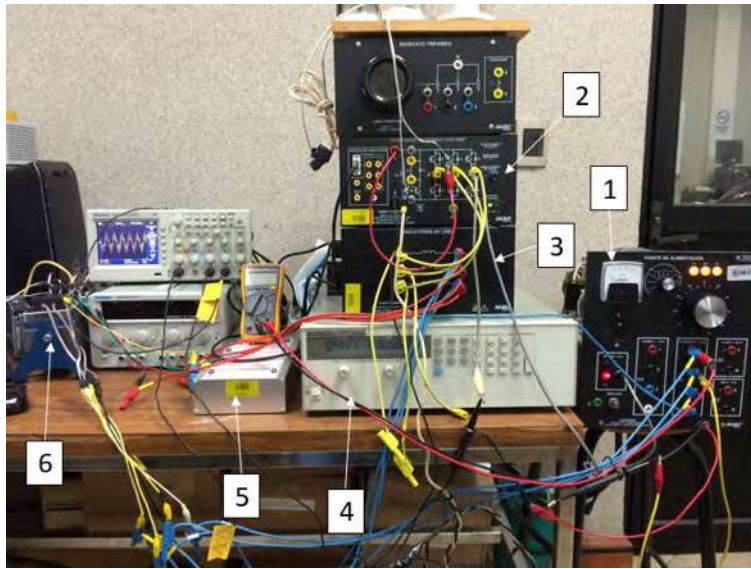


Figura 4.1: Prototipo del inversor trifásico

1. Fuente de alimentación trifásica variable: la fuente de alimentación (*Lab-Volt*® 8525–22) es uno de los componentes del sistema, con el cual se trata de simular la red eléctrica. La fuente de alimentación proporciona voltajes de AC y DC fijos y variables, con salidas de voltaje AC de 0 V a 208 V y 15 A con conexiones seguras mediante conectores de 4mm; las conexiones se pueden utilizar de manera simultánea, hasta llegar a una corriente de carga total o igual a la salida establecida por el fabricante.
2. Inversor con IGBT: el inversor IGBT (*Lab – Volt*® 8857 – 12) es uno de los dispositivos de electrónica de potencia utilizado en el sistema para hacer la conversión y la conexión con la red eléctrica mediante un inductor, la potencia máxima que puede entregar este dispositivo son 2 kW, su bus de DC permite un voltaje máximo de 420 V y 10 A. Este módulo consta de 6 transistores bipolares de puerta aislada (IGBT) montados en un módulo de tamaño mediano. Estos IGBT están protegidos contra una variedad de condiciones de operación severas, tales como cortocircuitos, sobretensión, sobrecorriente y sobrecalentamiento. El séptimo IGBT y una resistencia de amortiguamiento externa permiten la disipación del exceso de energía en el bus de DC [Inc15].

3. Inductores de línea: los inductores de línea (*Lab-Volt*® 8374–A2) son un conjunto de tres inductores usados para filtrar el voltaje salida del IGBT para reducir la inyección de armónicos hacia la red eléctrica.
4. Fuente de DC: la fuente de DC (6012b Dc Power Supply Hp) proporciona el voltaje de DC al bus del inversor.
5. Tarjeta dSPACE 1103: La tarjeta controladora DS1103 está diseñado para satisfacer los requisitos de creación rápida de prototipos de control y automatización. Su capacidad de procesamiento rápido de I/O son vitales para aplicaciones que involucran numerosos actuadores y sensores. Utilizado con el Real-Time Interface (RTI), es totalmente programable desde el entorno de diagrama de bloques de Simulink y todas las I/O se puede configurar gráficamente [dSPACE16].
6. Tarjeta cRIO-9024: el controlador embebido en tiempo real cRIO-9024 es parte de la plataforma del controlador de automatización programable de alto rendimiento CompactRIO. Presenta un procesador industrial en tiempo real Freescale de 800 MHz para aplicaciones en tiempo real deterministas y fiables, y contiene 512 MB de RAM DDR2 y 4 GB de almacenamiento no volátil para conservar programas y datos de registros. Con este controlador se obtiene la adquisidor de datos programando la cRIO 9024 en modo FPGA [Corporation16].

### 4.3. Resultados en tiempo real

Los resultado se obtuvieron de manera experimental utilizando el prototipo descrito en la sección 4.2. La simulación que se implementó se presentó en la sección 3.3.1, en la cual se está utilizando un seguimiento de control óptimo robusto para potencia activa y reactiva en un inversor trifásico utilizando un filtro L como medio para hacer la conexión con la red eléctrica.

Para observar las dinámicas del sistema se utilizo el software ControlDesk con el cual se analizaron los resultados y se extrajeron los datos para posteriormente graficarlos en Matlab y poder plasmarlos en esta tesis.

Las Tablas 4.1 y 4.3 muestran los valores para las referencias de la potencia activa y reactiva respectivamente, los valores de referencia son los utilizados en la sección 3.3.1 para el caso de estudio donde se tiene el inversor conectado a la red eléctrica mediante un filtro L, esto con la finalidad de comparar los resultados de simulación con los resultados experimentales .

Tabla 4.1: Referencias para potencia activa.

Tiempo (s)	0-6.5	8.8-15.4	17.6-20.7	25-27.6	28.5-50
$P_{Ad}$	-20	15	-40	5	-20

La Tabla 4.2 muestra los parámetros usados en el circuito que se está implementando.

Tabla 4.2: Valor de los parámetros en el prototipo

Parámetro	Valor
$V_{CD}$	40 V
$L$	0.014 H
$R$	0.35 $\Omega$

La Figura 4.2 muestra el seguimiento óptimo robusto en tiempo real para la potencia activa. La Figura 4.3 muestra el seguimiento óptimo robusto en tiempo real para la potencia reactiva. La Figura. 4.4 muestra los voltajes de la fuente trifásica (red eléctrica), en los cuales se puede apreciar un desbalance en cada una de sus fases. La Figura 4.5 muestra los voltajes de la fuente trifásica en el marco  $dq0$ . La Figura 4.6 muestra las corrientes que circulan por el circuito. La Figura 4.7 muestra la corriente que circula por el circuito en la componente  $d$ . La Figura 4.8 muestra la corriente que circula por el circuito en la componente  $q$ . La Figura 4.9 muestra el voltaje y la corriente de la fase  $A$  cuando se requiere una potencia activa de  $-20 \text{ Watts}$  y una potencia reactiva de  $-20 \text{ Vars}$ , se puede observar que la corriente está en contrafase con el voltaje, esto demuestra que se está extrayendo potencia activa de la red eléctrica, también se observa un desfase adelantado de la corriente por lo que podemos concluir que se está extrayendo potencia reactiva de la red eléctrica. En la Figura 4.10 se muestran el voltaje y la corriente de la fase  $A$  cuando se

requiere una potencia activa de  $20 \text{ Watts}$  y una potencia reactiva de  $-20 \text{ Vars}$ , se observa que la corriente está en el mismo sentido que el voltaje lo que indica que se está inyectando potencia activa a la red eléctrica. La Figura 4.11 presenta el voltaje y la corriente de la fase  $A$  cuando se requiere una potencia activa de  $-40 \text{ Watts}$  y una potencia reactiva de  $-20 \text{ Vars}$ . La Figura 4.12 muestra el voltaje y la corriente para la fase  $A$  cuando se requiere una potencia activa de  $-20 \text{ Watts}$  y una potencia reactiva de  $20 \text{ Vars}$ , se observa que la corriente está atrasada respecto del voltaje por lo que se concluye que se está inyectando potencia reactiva a la red eléctrica. La Figura 4.13 muestra el voltaje y la corriente de la fase  $A$  cuando se requiere una potencia activa de  $-20 \text{ Watts}$  y una potencia reactiva de  $-40 \text{ Vars}$ .

Tabla 4.3: Referencias para potencia reactiva.

Tiempo (s)	0-31.8	32.2-36.3	38.6-41.8	45.4-50
$Q_{Rd}$	-20	20	-40	10

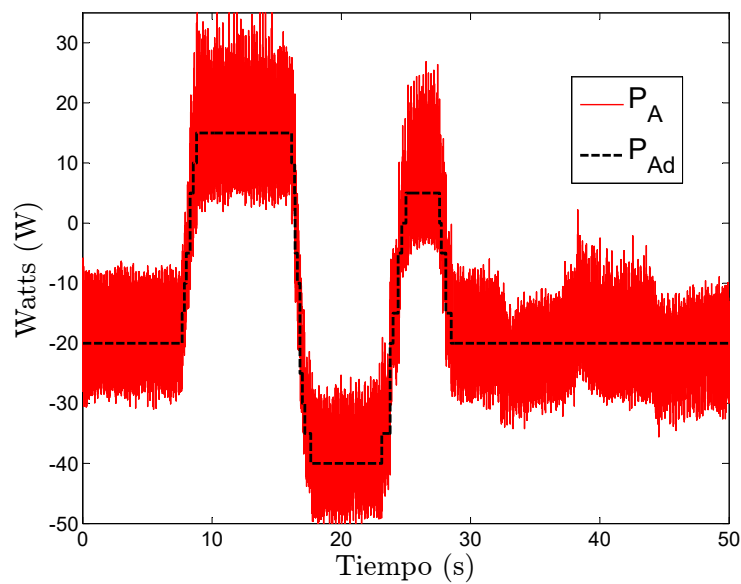


Figura 4.2: Seguimiento óptimo para la potencia activa.

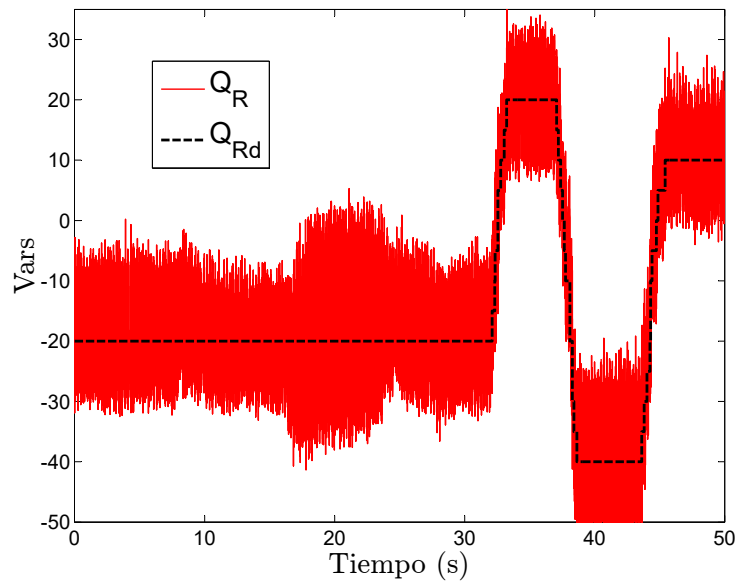
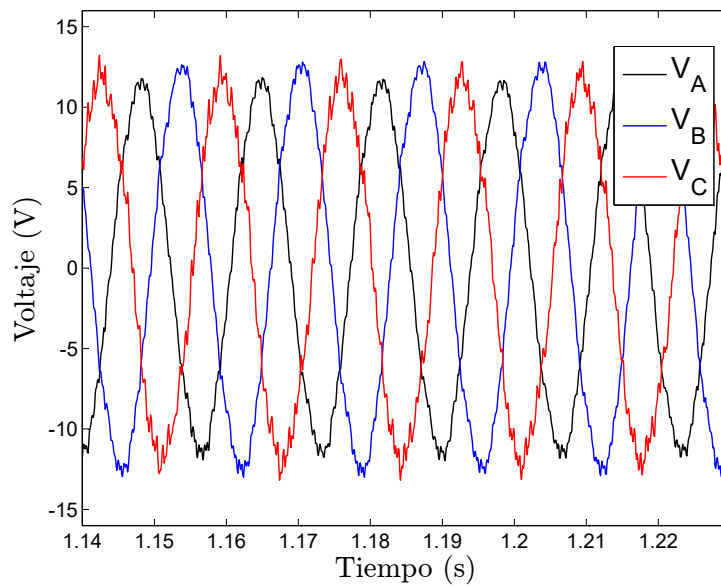
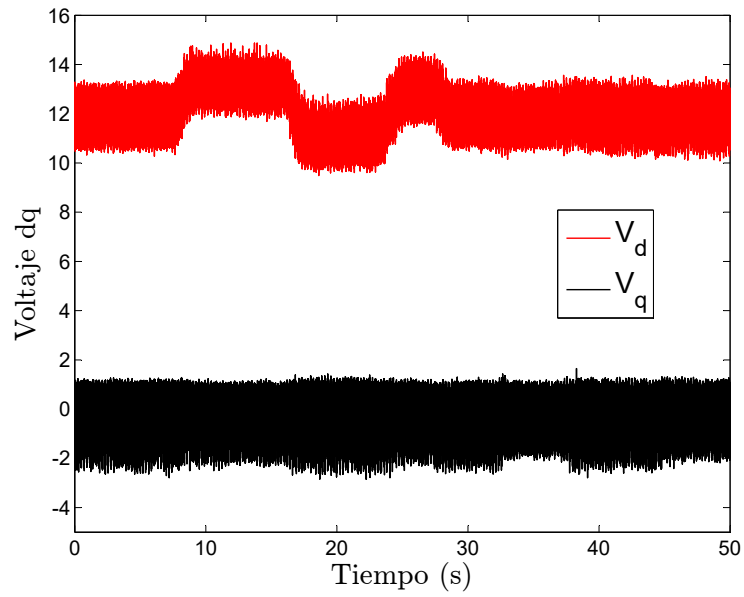
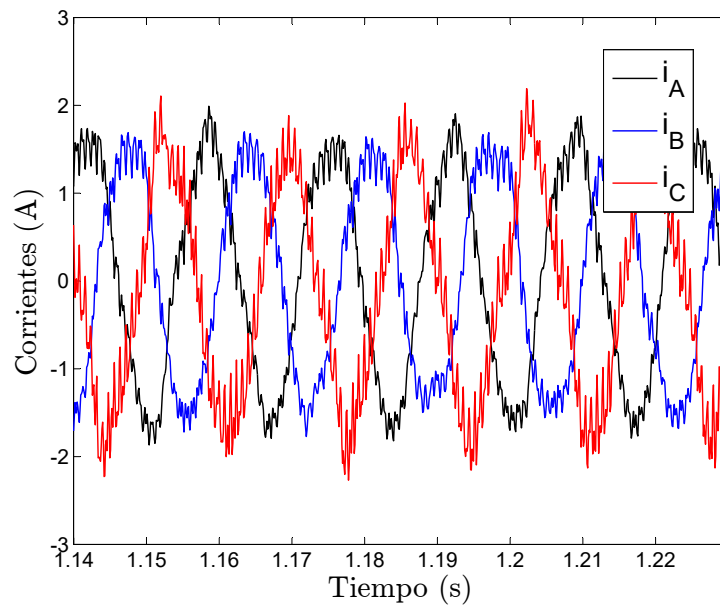
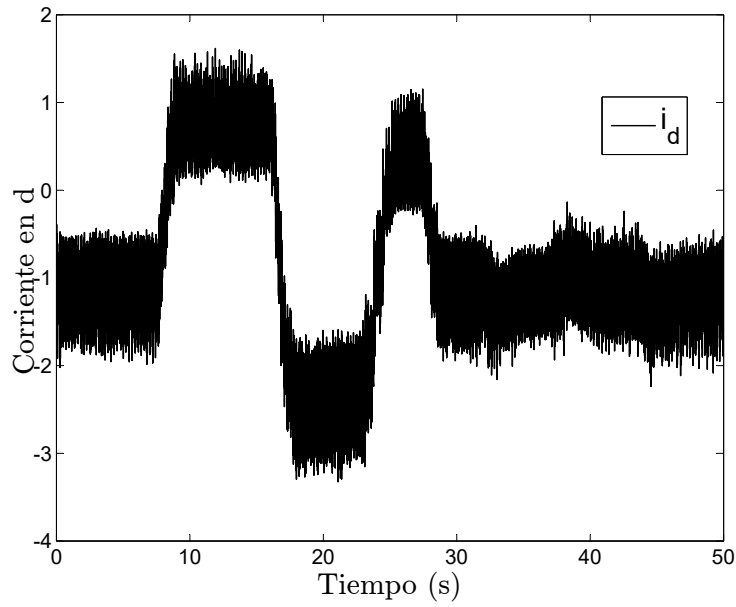
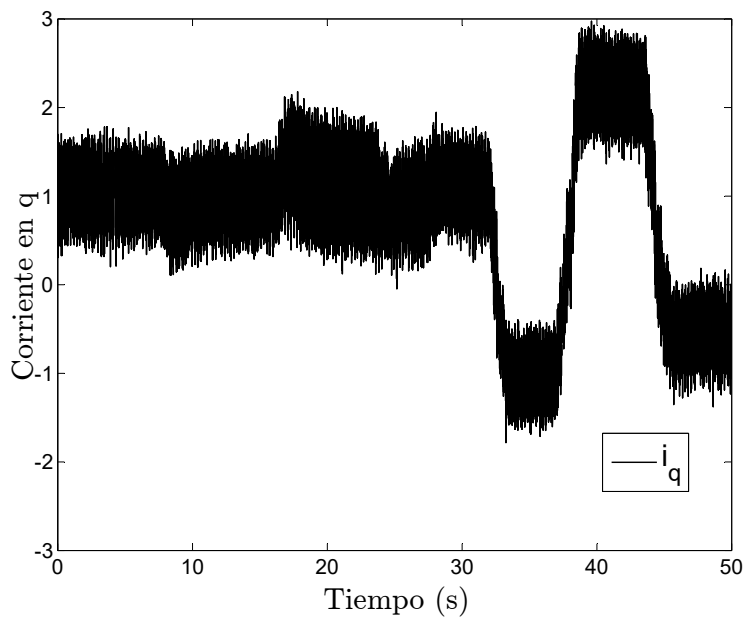


Figura 4.3: Seguimiento óptimo para la potencia reactiva.

Figura 4.4: Voltajes en *abc* de la fuente trifásica.

Figura 4.5: Voltajes en  $dq$  de la fuente trifásica.Figura 4.6: Corrientes  $abc$  inyectadas a la fuente.

Figura 4.7: Corrientes en la componente  $d$ .Figura 4.8: Corrientes en la componente  $q$ .

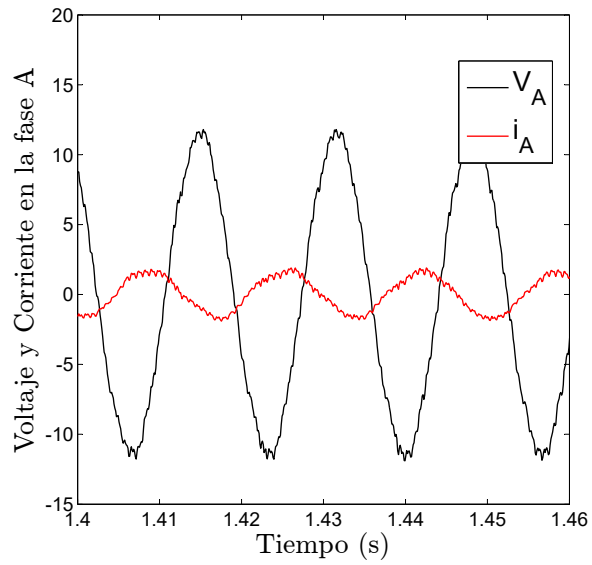


Figura 4.9: Voltaje y corriente para valores de potencia activa y reactiva de  $-20\text{ Watts}$  y  $-20\text{ Vars}$ , respectivamente.

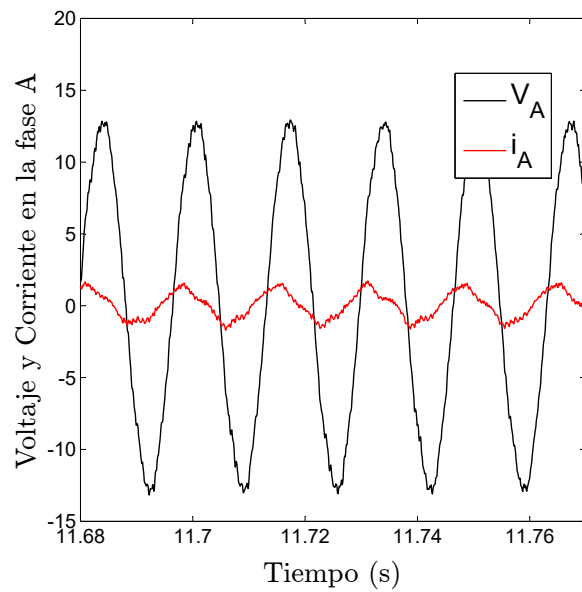


Figura 4.10: Voltaje y corriente para valores de potencia activa y reactiva de  $20\text{ Watts}$  y  $-20\text{ Vars}$ , respectivamente.

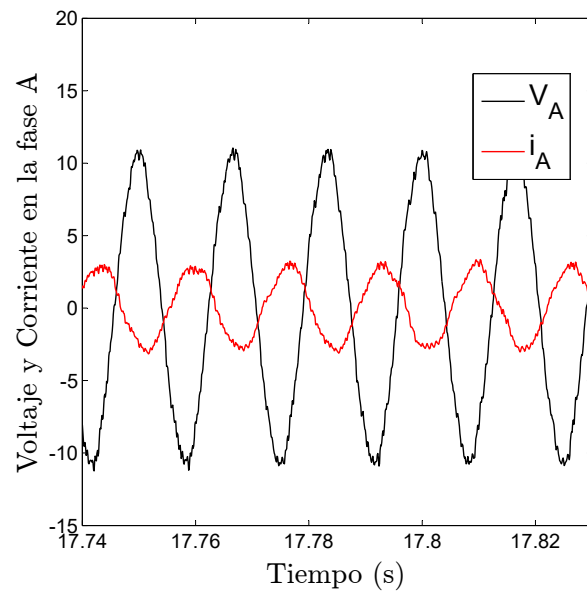


Figura 4.11: Voltaje y corriente para valores de potencia activa y reactiva de  $-40\text{ Watts}$  y  $-20\text{ Vars}$ , respectivamente.

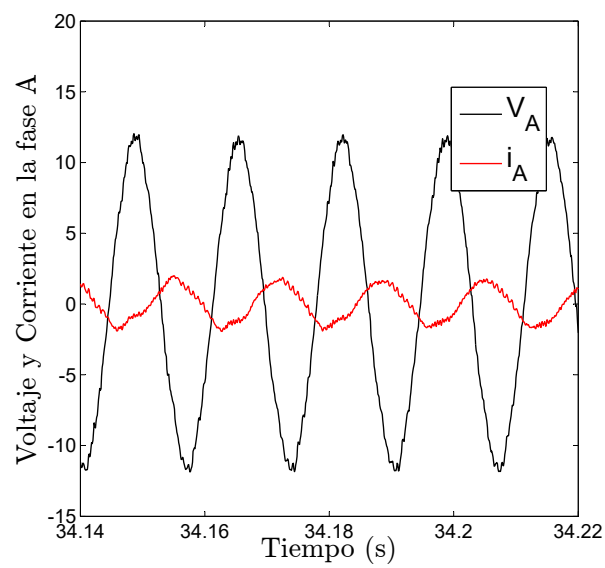


Figura 4.12: Voltaje y corriente para valores de potencia activa y reactiva de  $-20\text{ Watts}$  y  $20\text{ Vars}$ , respectivamente.

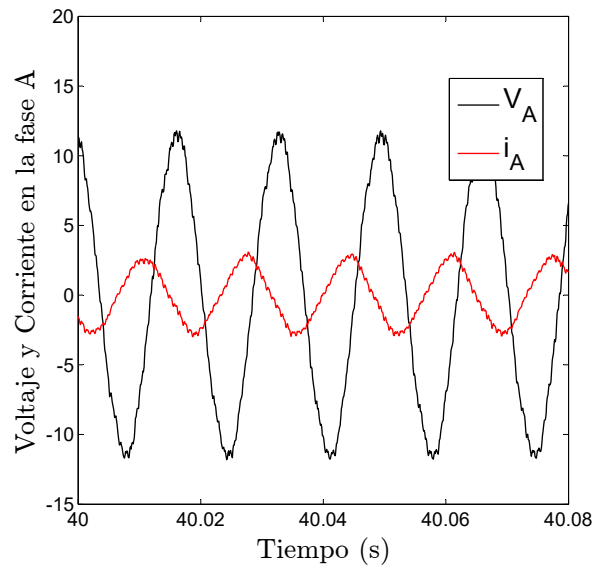


Figura 4.13: Voltaje y corriente para valores de potencia activa y reactiva de  $-20\text{ Watts}$  y  $-40\text{ Vars}$ , respectivamente.

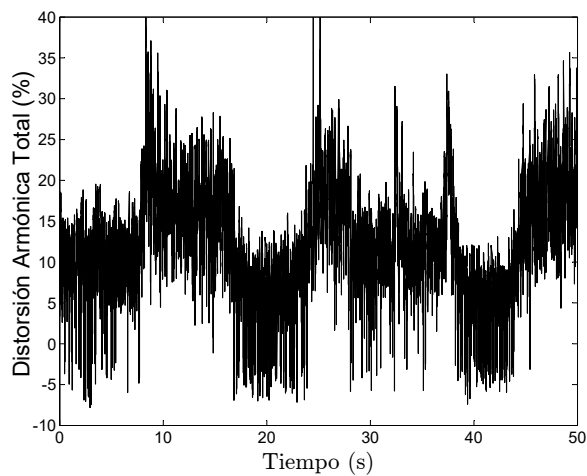


Figura 4.14: Distorsión armónica total

La Figura 4.14 muestra la distorsión armónica total en la corriente de la fase A, se puede apreciar que supera lo permitido (5%), esto se debe a los inductores que se utilizaron y a la baja frecuencia de conmutación que se está usando (1 kHz).

#### 4.4. Comparación entre resultados experimentales y simulados

La Figura 4.15 muestra el seguimiento óptimo robusto para la potencia activa experimental y simulada, se aprecian algunas perturbaciones las cuales son producto de los cambios de referencia en la potencia reactiva. La Figura 4.16 muestra el seguimiento óptimo robusto para la potencia reactiva, de igual manera presenta perturbaciones producidas por los cambios de referencia en la potencia activa.

Por lo tanto, los resultados obtenidos validan la eficiencia del controlador óptimo robusto para el seguimiento de trayectorias en sistemas no lineales en la forma SDCF.

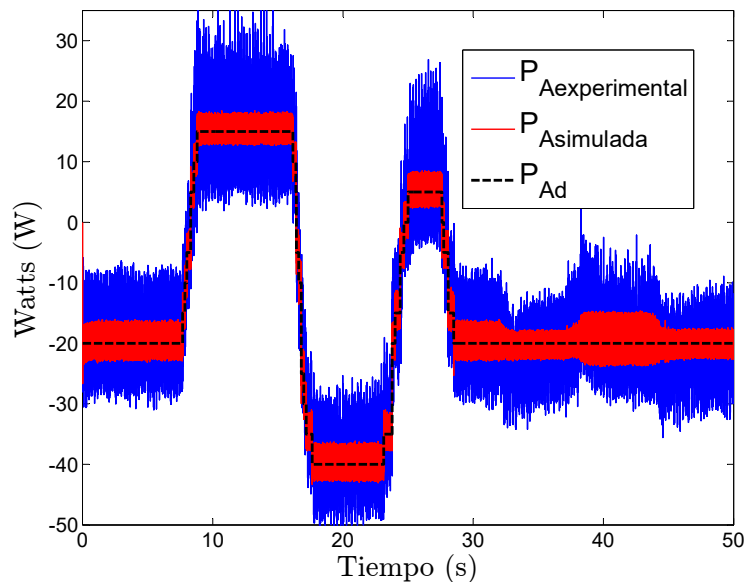


Figura 4.15: Comparación entre la potencia activa experimental y la simulada

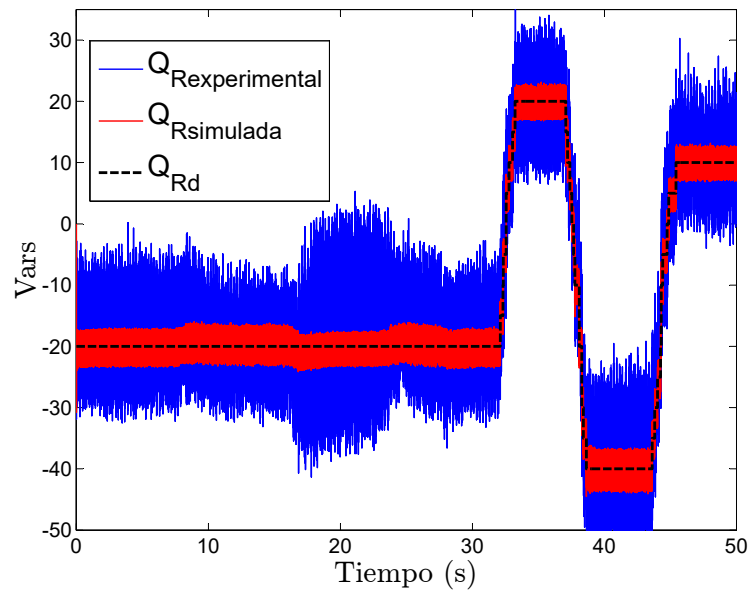


Figura 4.16: Comparación entre la potencia reactiva experimental y la simulada

## 4.5. Conclusiones

En este capítulo se demostró la eficiencia del controlador óptimo robusto para seguimiento de trayectorias para el control de potencia activa y reactiva implementado en un prototipo físico, en el cual se simula que se está conectando a la red eléctrica mediante una fuente trifásica variable; se valida el diseño de control desarrollado en la sección 3.2.3 y simulado en la sección 3.3.1.



## Capítulo 5

# Conclusiones y trabajo futuro

### 5.1. Conclusiones generales

Este trabajo presenta un esquema de control no lineal robusto y está basado en la teoría de control óptimo, con el propósito de mejorar el desempeño y funcionamiento en convertidores de potencia; por lo tanto, se concluye lo siguiente:

- El diseño del filtro LCL presenta resultados satisfactorios en el filtrado de armónicos a nivel simulación.
- Los esquemas de control propuestos para los convertidores han logrado el seguimiento óptimo robusto para una referencia con intervalos de tiempo diferentes.
- El controlador óptimo robusto no lineal propuesto para un sistema lineal perturbado no está reportado en la literatura y ha demostrado robustez para el seguimiento de trayectorias ante perturbaciones conocidas.
- La metodología propuesta sirve para resolver el problema de seguimiento robusto para una clase de sistemas no lineales que se puedan representar en la forma SDCF.
- Las simulaciones obtenidas pueden ser de ayuda para hacer una aproximación al funcionamiento de una micro-red, donde se tengan inversores y rectificadores conectados a la red eléctrica.

- La implementación valida la robustez del controlador propuesto y demuestra su eficiencia para el seguimiento óptimo de una trayectoria en diferentes intervalos de tiempo.

## 5.2. Trabajos futuros

El trabajo descrito en esta tesis presenta la oportunidad de seguir investigando, con la incorporación de nuevos controladores y medios de generación sustentable.

A continuación se plantean las siguientes propuestas de trabajo futuro que pueden ser de utilidad para el control y generación con energías renovables.

1. Desarrollar un controlador óptimo robusto no lineal, con el cual se puedan trabajar las dinámicas del sistema en el marco  $abc$ , ya que en este trabajo considera se un cambio de referencia a  $dq0$ .
2. Diseñar un controlador óptimo robusto que pueda evadir cambios en la red eléctrica, como son: desfasamientos, cambios de frecuencia, etc.
3. Trabajar con fuentes de energía renovables como son paneles foto-voltaicos y generadores eólicos.
4. Finalmente, se propone realizar la implementación en tiempo real de la microred, con la finalidad de analizar y poner a prueba diferentes esquemas de optimización y estrategias de control para los convertidores.

# Referencias

- [Anderson90] Anderson, B. D. O. y Moore, J. B. *Optimal Control: Linear Quadratic Methods*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA, 1990.
- [Athans06] Athans, M. y Falb, P. L. *Optimal control: an introduction to the theory and its applications*. Courier Corporation, 2006.
- [Banks07] Banks, H., Lewis, B., y Tran, H. Nonlinear feedback controllers and compensators: a state-dependent riccati equation approach. *Computational Optimization and Applications*, 37(2):177–218, 2007.
- [Bellman62] Bellman, R. E. y Dreyfus, S. E. *Applied Dynamic Programming*. Princeton University Press, Princeton, NJ, USA, 1962.
- [Blaabjerg06] Blaabjerg, F., Teodorescu, R., Liserre, M., y Timbus, A. V. Overview of control and grid synchronization for distributed power generation systems. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 53(5):1398–1409, 2006.
- [Casper07] Casper, J. K. *Energy: Powering the Past, Present, and Future*. Infobase Publishing, 2007.
- [Chen95] Chen, C.-T. *Linear system theory and design*. Oxford University Press, Inc., 1995.
- [Cimen08] Cimen, T. State-dependent riccati equation (sdre) control: a survey. *En Proceedings of the 17th World Congress of the International Federation of Automatic Control (IFAC), Seoul, Korea, July*, págs. 6–11. 2008.

- [Ciobotaru05] Ciobotaru, M., Teodorescu, R., y Blaabjerg, F. Control of single-stage single-phase pv inverter. *En Power Electronics and Applications, 2005 European Conference on*, págs. 10–pp. IEEE, 2005.
- [Cloutier96] Cloutier, J. R., D’Sousa, C. N., y Mracek, C. P. Nonlinear regulation and nonlinear  $H_\infty$  control via the state-dependent Riccati equation technique: Part 1, theory. *En Proc. of the First Int. Conf. on Nonlinear Problems in Aviation and Aerospace*. Daytona Beach, FL, USA, May 1996.
- [Cloutier97] Cloutier, J. R. State-dependent riccati equation techniques: an overview. *En American Control Conference, 1997. Proceedings of the 1997*, 2, págs. 932–936. 1997.
- [Corporation16] Corporation, N. I. crio-9024-national instruments, 2016.  
URL <http://sine.ni.com/nips/cds/view/p/lang/es/nid/207371>
- [Dasgupta11] Dasgupta, S., Sahoo, S. K., y Panda, S. K. Single-phase inverter control techniques for interfacing renewable energy sources with microgrid part i: Parallel-connected inverter topology with active and reactive power flow control along with grid current shaping. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 26(3):717–731, 2011. ISSN 0885-8993.
- [dSPACE16] dSPACE. Ds1103 ppc controller board, 2016.  
URL <https://www.dspace.com/en/pub/home/products/hw/singbord/ppcconbo.cfm>
- [Hicks71] Hicks, G. y Ray, W. Approximation methods for optimal control synthesis. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 49(4):522–528, 1971. ISSN 1939-019X.
- [Inc15] Inc, F. D. Labvolt series by festo didactic - igbt chopper/inverter (8857-12), 2015.  
URL <https://www.labvolt.com/solutions>

- [Isidori95a] Isidori, A. *Nonlinear Control Systems*. Springer-Verlag, Berlin, Germany, 1995.
- [Isidori95b] Isidori, A. *Nonlinear control systems*. Springer Science & Business Media, 1995.
- [Jamil09] Jamil, M., Hussain, B., Sharkh, S., Abu-Sara, M., y Boltryk, R. Micro-grid power electronic converters: State of the art and future challenges. págs.–, 2009.
- [Kalman62] Kalman, R. E., Englar, T., y Bucy, R. S. Fundamental study of adaptive control systems. *Inf. téc.*, 1962.
- [Keyhani11] Keyhani, A. *Design of smart power grid renewable energy systems*. John Wiley & Sons, 2011.
- [Kirk70] Kirk, D. E. *Optimal Control Theory: An Introduction*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA, 1970.
- [Lehman96] Lehman, B. y Bass, R. M. Switching frequency dependent averaged models for pwm dc-dc converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 11(1):89–98, 1996.
- [Liserre05] Liserre, M., Blaabjerg, F., y Hansen, S. Design and control of an lcl-filter-based three-phase active rectifier. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 41(5):1281–1291, 2005.
- [Malinowski10] Malinowski, M., Gopakumar, K., Rodriguez, J., y Perez, M. A. A survey on cascaded multilevel inverters. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 57(7):2197–2206, 2010.
- [Masmoudi11] Masmoudi, A., Vechiu, I., Curea, O., Llaria, A., y Camblong, H. Control of power converters for microgrids. *COMPEL-The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering*, 30(1):300–309, 2011.

- [Mohan09] Mohan, N., Undeland, T. M., y Robbins, W. P. *Electrónica de potencia: Convertidores, aplicaciones y diseño*. McGraw-Hill/Interamericana, 2009.
- [Ogata03] Ogata, K. *Ingeniería de control moderna*. Pearson Educación, 2003.
- [Ornelas-Tellez14a] Ornelas-Tellez, F., Rico, J. J., y Ruiz-Cruz, R. Optimal tracking for state-dependent coefficient factorized nonlinear systems. *Asian Journal of Control*, 16(3):890–903, 2014.
- [Ornelas-Tellez14b] Ornelas-Tellez, F., Rico, J. J., y Ruiz-Cruz, R. Optimal tracking for state-dependent coefficient factorized nonlinear systems. *Asian Journal of Control*, 16(3):890–903, 2014.
- [Orozco Zavala14] Orozco Zavala, P., Ornelas Tellez, F., y Tapia Sanchez, R. Optimal tracking control for a three-phase power inverter. *En Power, Electronics and Computing (ROPEC), 2014 IEEE International Autumn Meeting on*, págs. 1–6. IEEE, 2014.
- [Park29] Park, R. H. Two-reaction theory of synchronous machines generalized method of analysis-part i. *American Institute of Electrical Engineers, Transactions of the*, 48(3):716–727, 1929.
- [Perez Dorantes13] Perez Dorantes, D., Monroy Morales, J. L., y Hernandez Angeles, M. A filter design methodology of a vsc-hvdc system. *En Power, Electronics and Computing (ROPEC), 2013 IEEE International Autumn Meeting on*, págs. 1–6. IEEE, 2013.
- [Perez04] Perez, M., Ortega, R., y Espinoza, J. R. Passivity-based pi control of switched power converters. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 12(6):881–890, 2004.
- [Pontryagin62] Pontryagin, L. S., Boltyanskii, V. G., Gamkrelidze, R. V., y Mischenko, E. F. *The Mathematical Theory of Optimal Processes*. Interscience Publishers, Inc., New York, NY, USA, 1962. ISBN 0-387-96411-8.

- [Primbs99] Primbs, J. A., Nevistic, V., y Doyle, J. C. Nonlinear optimal control: A control Lyapunov function and receding horizon perspective. *Asian Journal of Control*, 1:14–24, 1999.
- [Prodanovic03] Prodanovic, M. y Green, T. C. Control and filter design of three-phase inverters for high power quality grid connection. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 18(1):373–380, 2003.
- [Rahmani10] Rahmani, S., Mendalek, N., y Al-Haddad, K. Experimental design of a nonlinear control technique for three-phase shunt active power filter. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 57(10):3364–3375, 2010. ISSN 0278-0046.
- [Ruiz-Cruz13] Ruiz-Cruz, R. *Discrete-Time Robust Control of a Doubly Fed Induction Generator for Wind Energy Systems*. Tesis Doctoral, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional Unidad Guadalajara, 2013.
- [Sanchez-Squella10] Sanchez-Squella, A., Ortega, R., Grino, R., y Malo, S. Dynamic energy router. *Control Systems, IEEE*, 30(6):72–80, 2010.
- [Sanders91] Sanders, S. R. y Verghese, G. C. Synthesis of averaged circuit models for switched power converters. *Circuits and Systems, IEEE Transactions on*, 38(8):905–915, 1991.
- [Sira-Ramirez06] Sira-Ramirez, H. y Silva-Ortigoza, R. *Control design techniques in power electronics devices*. Springer Science & Business Media, 2006.
- [Sánchez10] Sánchez, R. V., Uruchurtu, H. G. S., Farías, J. L. S., López, G. V., y Gómez, R. N. Introducción al concepto de microrredes, boletín iie red eléctrica inteligente (smart grid). 34(3):102–108, 2010.
- [Teodorescu04] Teodorescu, R. y Blaabjerg, F. Flexible control of small wind turbines with grid failure detection operating in stand-alone and grid-connected

- 
- mode. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 19(5):1323–1332, 2004.
- [Thao10] Thao, N. G. M., Dat, M. T., Binh, T. C., y Phuc, N. H. Pid-fuzzy logic hybrid controller for grid-connected photovoltaic inverters. *En Strategic Technology (IFOST), 2010 International Forum on*, págs. 140–144. IEEE, 2010.
- [Thao13] Thao, N. G. M. y Uchida, K. Control the active and reactive powers of three-phase grid-connected photovoltaic inverters using feedback linearization and fuzzy logic. *En Control Conference (AUCC), 2013 3rd Australian*, págs. 133–140. IEEE, 2013.
- [Tomasi03] Tomasi, W., Hernández, G. M., y Pozo, V. G. *Sistemas de comunicaciones electrónicas*. Pearson educación, 2003.
- [Vidyasagar02] Vidyasagar, M. *Nonlinear systems analysis*, tomo 42. Siam, 2002.
- [Villamar13] Villamar, J. M. H. El inventario de las energías renovables en el marco de la transición energética de México. tomo 37, págs. 92–100. 2013.

## Apéndice A

# Método de modulación por ancho de pulso

En el caso de convertidores se compara una señal de control (constante o variable con el tiempo) con una forma de onda triangular repetitiva de frecuencia de conmutación a fin de generar las señales de conmutación. El control de las relaciones de trabajo del interruptor permite controlar la salida del voltaje medio de CD.

En circuitos de inversores, el PWM es un poco más complejo, pues, como ya se mencionó, la salida del inversor debe ser sinusoidal, con magnitud y frecuencia controlables. A fin de producir una forma de onda sinusoidal de voltaje de salida en una frecuencia deseada, se compara una señal de control sinusoidal con la frecuencia deseada con una forma de onda triangular, como se muestra en la Fig. A.1. La frecuencia de la forma de onda triangular establece la frecuencia de conmutación del inversor y por lo general se mantiene constante junto con su amplitud  $\hat{V}_{tri}$ .

La forma de onda triangular  $v_{tri}$  en la Fig. A.1 está en una frecuencia de conmutación  $f_s$ , lo que establece la frecuencia con que se conmutan los interruptores del inversor (a  $f_s$  también se le denomina frecuencia portadora). La señal de control  $v_{control}$  se usa para modular la relación de trabajo del interruptor y tiene una frecuencia  $f_1$ , que es la frecuencia fundamental deseada de la salida de voltaje del inversor ( $f_1$  también se llama frecuencia moduladora), reconociendo que el voltaje de salida del inversor no será una onda sinusoidal

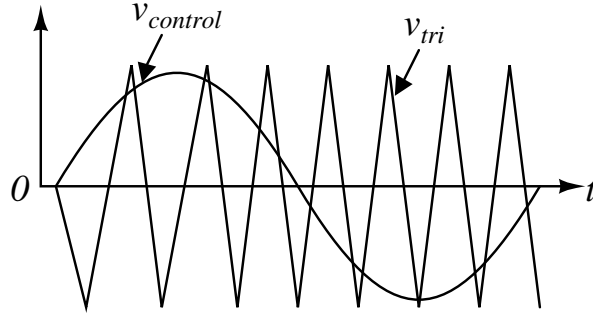


Figura A.1: Modulación por ancho de pulso

perfecta y contendrá componentes de voltaje en frecuencias armónicas de  $f_1$  [Mohan09]. La relación de modulación de amplitud  $m_a$  se define como

$$m_a = \frac{\hat{V}_{control}}{\hat{V}_{tri}} \quad (\text{A.1})$$

donde  $\hat{V}_{control}$  es la amplitud pico de la señal de control. La amplitud  $\hat{V}_{tri}$  de la señal triangular por lo general se mantiene constante.

La relación de modulación de frecuencia  $m_f$  se define como

$$m_f = \frac{f_s}{f_1}. \quad (\text{A.2})$$

La onda triangular puede ser modelada por la ecuación de la recta; la recta puede ser expresada como:

$$Y = mx + b \quad (\text{A.3})$$

donde  $b$  es la interceccion con  $Y$  y  $m$  es la pendiente. En la Fig. A.2 la interceccion con  $Y$  es 0. La pendiente puede ser calculada como sigue:

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{V_{Tmax} - 0}{0.25T_s - 0}. \quad (\text{A.4})$$

Así, para  $0 < x \leq \frac{T_s}{4}$ , tenemos:

$$Y = \frac{V_{Tmax}x}{0.25T_s}. \quad (\text{A.5})$$

Donde  $x$  representa el tiempo y  $Y$  es la amplitud. Este proceso puede ser repetido para cada segmento de línea.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - V_{Tmax}}{0.5T_s - 0.25T_s}; \quad \text{para } \frac{T_s}{4} < x \leq \frac{T_s}{2}. \quad (\text{A.6})$$

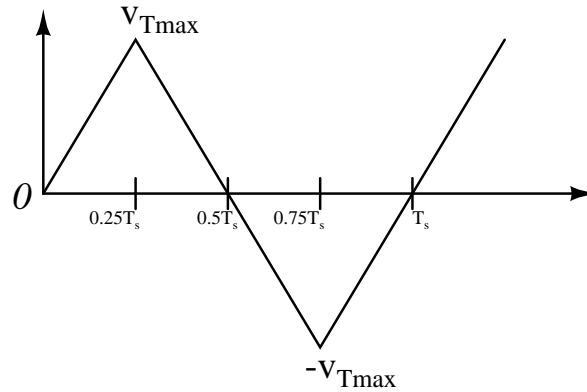


Figura A.2: Onda triangular

La pendiente  $m$ , puede ser expresada como:

$$m = \frac{-V_{Tmax}}{0.25T_s} \quad (A.7)$$

$$b = Y - mx, \text{ y por lo tanto, } b = V_{Tmax} - \left(-\frac{V_{Tmax}}{0.25T_s}\right) 0.25T_s. \quad (A.8)$$

$$Y = \frac{-V_{Tmax}}{0.25T_s} x + \left[V_{Tmax} - \left(-\frac{V_{Tmax}}{0.25T_s}\right) 0.25T_s\right] \quad (A.9)$$

para  $\frac{T_s}{2} < x \leq \frac{3T_s}{4}$ , la pendiente  $m$  puede ser expresada como:

$$m = \frac{-V_{Tmax} - 0}{0.75T_s - 0.5T_s} = \frac{-V_{Tmax}}{0.25T_s} \quad (A.10)$$

$$b = 0 - \left[\frac{-V_{Tmax}}{0.25T_s}\right] 0.5T_s = \frac{V_{Tmax}}{0.25T_s} 0.5T_s \quad (A.11)$$

$$Y = \frac{-V_{Tmax}}{0.25T_s} x + \left[\frac{V_{Tmax}}{0.25T_s} 0.5T_s\right] \quad (A.12)$$

para  $\frac{3T_s}{4} < x \leq T_s$ , la pendiente  $m$  puede calcularse como:

$$m = \frac{0 - (-V_{Tmax})}{T_s - 0.75T_s} \text{ y } m = \frac{V_{Tmax}}{0.25T_s} \quad (A.13)$$

$$\text{y } b = -V_{Tmax} - \frac{V_{Tmax}}{0.25T_s} 0.75T_s \quad (A.14)$$

y la ecuación de la recta para este segmento puede expresarse como

$$Y = \frac{V_{Tmax}}{0.25T_s} x + \left[-V_{Tmax} - \left(\frac{V_{Tmax}}{0.25T_s} 0.75T_s\right)\right]. \quad (A.15)$$

La ecuación anterior resultaría en un periodo completo de una onda triangular sobre la frecuencia deseada  $f_s$  [Keyhani11].



## Apéndice B

# Prueba para la solución del control óptimo no lineal

**Prueba.** Con el fin de determinar las condiciones para las cuales la ley de control óptimo (3.17) estabiliza el sistema (3.14) a lo largo de una trayectoria deseada, y al mismo tiempo minimiza (3.16), se reescribe (3.16) como

$$\begin{aligned} J &= \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} (q^T Q_I q + e^T Q e + u^T R u) dt \\ &= \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} (q^T Q_I q + (r - C_a(x_a)x_a)^T Q (r - C_a(x_a)x_a) + u^T R u) dt \\ &= \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} \left( x_a^T \begin{bmatrix} Q_I & 0 \\ 0 & C(x)^T Q C(x) \end{bmatrix} x_a + u^T R u \right) dt \\ &\quad + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} (r^T Q r - 2r^T Q C_a(x_a)x_a) dt. \\ &= \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} (x_a^T Q_a x_a + u^T R u) dt + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} (r^T Q r - 2r^T Q C_a(x_a)x_a) dt \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

Con  $Q_a = \begin{bmatrix} Q_I & 0 \\ 0 & C_a(x_a)^T Q C_a(x_a) \end{bmatrix}$ , Por lo tanto, el Hamiltoniano queda definido como

$$\begin{aligned}
H(x_a, u, t) &= \frac{1}{2} x_a^T Q_a x_a + \frac{1}{2} u^T R u \\
&+ \frac{1}{2} (r^T Q r - 2r^T Q C_a(x_a) x_a) \\
&+ \frac{\partial V(x_a, t)^T}{\partial x_a} [A_a(x_a) x_a + B_a(x_a) u + D_a]
\end{aligned} \tag{B.2}$$

donde  $Q_a = \begin{bmatrix} Q_I & 0 \\ 0 & C(x)^T Q C(x) \end{bmatrix}$  y  $V(x_a, t)$  es el valor óptimo de la función. El Hamiltoniano es usado para determinar la ley de control  $u$ , mediante la aplicación del principio máximo

$$\frac{\partial H(x_a, u^*)}{\partial u} = R u + B_a^T(x_a) \frac{\partial V(x_a, t)}{\partial x_a}.$$

Por lo tanto, la ley de control óptima resulta en

$$u^*(x_a) = -R^{-1} B_a^T(x_a) \frac{\partial V(x_a, t)}{\partial x_a}. \tag{B.3}$$

Para la solución del control óptimo se sustituye (B.3) en (B.2), para obtener la ecuación de HJB, misma que debe satisfacerse [Kirk70]

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{\partial V(x_a, t)}{\partial t} + H(x_a, u^*(x_a), t) \\
&= \frac{\partial V(x_a, t)}{\partial t} + \frac{1}{2} x_a^T Q_a x_a + \frac{1}{2} u^{*T}(x_a) R u(x_a)
\end{aligned} \tag{B.4}$$

$$+ \frac{1}{2} (r^T Q r - 2r^T Q C_a(x_a) x_a) \tag{B.5}$$

$$+ \frac{\partial V(x_a, t)^T}{\partial x_a} [A_a(x_a) x_a + B_a(x_a) u^*(x_a) + D_a] \tag{B.6}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\partial V(x_a, t)}{\partial t} + \frac{1}{2} x_a^T Q_a x_a + \frac{1}{2} r^T Q r - r^T Q C_a(x_a) x_a \\
&- \frac{1}{2} \frac{\partial V(x_a, t)^T}{\partial x_a} B_a(x_a) R^{-1} B_a^T(x_a) \frac{\partial V(x_a, t)}{\partial x_a} \\
&+ \frac{\partial V(x_a, t)^T}{\partial x_a} A_a(x_a) x_a + \frac{\partial V(x_a, t)^T}{\partial x_a} D_a.
\end{aligned} \tag{B.7}$$

Una forma de resolver (B.4) para  $V(x_a, t)$ , es suponer una solución tal que se satisfaga [Kirk70]. Por lo tanto  $V(x_a, t)$  se propone como

$$V(x_a, t) = \frac{1}{2} x_a^T P(x_a) x_a - z(x_a)^T x_a + \varphi \tag{B.8}$$

donde  $P(x_a) = P(x_a)^T > 0$ . Así,  $\frac{\partial V(x_a, t)}{\partial t} = \frac{1}{2}x_a^T \dot{P}(x_a)x_a - \dot{z}(x_a)^T x_a + \dot{\varphi}$  y  $\frac{\partial V(x_a, t)}{\partial x_a} = P(x_a)x_a - z(x_a)$ . Por lo tanto la ecuación HJB llega a ser

$$0 = \frac{1}{2}x_a^T \dot{P}(x_a)x_a - \dot{z}(x_a)^T + \dot{\varphi} + \frac{1}{2}x_a^T Q_a x_a \quad (\text{B.9})$$

$$-\frac{1}{2}(P(x_a)x_a - z(x_a))^T B_a(x_a)R^{-1}B_a(x_a)^T \quad (\text{B.10})$$

$$\times (P(x_a)x_a - z(x_a)) + (P(x_a)x_a - z(x_a))^T A_a(x_a)x_a \quad (\text{B.11})$$

$$+ (P(x_a)x_a - z(x_a))^T D_a + \frac{1}{2}r^T Q r - r^T Q C_a(x_a)x_a \quad (\text{B.12})$$

$$\begin{aligned} 0 = & \frac{1}{2}x_a^T [\dot{P}(x_a) + Q_a - P(x_a)B_a(x_a)R^{-1}B_a(x_a)^T P(x_a) \\ & + A_a(x_a)^T P(x_a) + P(x_a)A_a(x_a)]x_a - \frac{1}{2}z(x_a)^T B_a(x_a) \\ & \times R^{-1}B_a(x_a)^T z(x_a) + \frac{1}{2}r^T Q r - z(x_a)^T D_a + \dot{\varphi} \\ & - [\dot{z}(x_a)^T + z(x_a)^T (A_a(x_a) - B_a(x_a)R^{-1}B_a(x_a)^T \\ & \times P(x_a)) - P(x_a)D_a + r^T Q C_a(x_a)]x_a \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

De (B.9), se obtienen las ecuaciones diferenciales (3.18),(3.19) y (3.21). La ecuación (3.18) es nombrada ecuación diferencial de Riccati dependiente de los estados. De los resultados lineales de control óptimo [Anderson90],[Athans06],[Kalman62], la controlabilidad y observabilidad supuestos para (3.14)-(3.15), garantizan que la solución de (3.18) existe, es única y su solución es una matriz definida positiva [Banks07]. Una vez satisfecha la ecuación HJB mediante el uso de la función propuesta  $V(x_a, t)$ , el control óptimo (3.17) se obtiene directamente de sustituir (B.8) en (B.3).

Esto demuestra que la ley de control (3.17) efectivamente minimiza (3.16).



## Apéndice C

# Prueba para la solución del control óptimo no lineal para sistemas perturbados

**Prueba.** Para simplificar, las notaciones  $P(x)$  y  $z(x)$  se describirán como  $P$  y  $z$ .

Para determinar las condiciones para las cuales el control óptimo (3.24) logra el seguimiento de trayectoria robusto para el sistema (3.9)–(3.10) minimizando el funcional de costo (3.23), vamos a definir el Hamiltoniano [Kirk70] como

$$\mathcal{H}(x, u, t) = \frac{1}{2}e^T Q e + \frac{1}{2}u^T R u + \frac{\partial V(x, t)}{\partial x} [A(x)x + B(x)u + D] \quad (\text{C.1})$$

donde  $V(x, t) : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  es una función definida positiva el Hamiltoniano es usado para obtener la ley de control  $u_k$  aplicando la condición del máximo principio

$$\frac{\partial \mathcal{H}(x, u, t)}{\partial u} = R u^* + B^T(x) \frac{\partial V(x, t)}{\partial x} = 0$$

por lo tanto, la ley de control óptimo resulta en

$$u^*(x) = -R^{-1} B^T(x) \frac{\partial V(x, t)}{\partial x}. \quad (\text{C.2})$$

La notación  $(\cdot)^*$  hace énfasis de que la función es óptima.

Para la solución del control óptimo basado en (C.1) y (C.2) la siguiente ecuación HJB debe satisfacerse [Kirk70]

$$\begin{aligned}
 0 &= \frac{\partial V(x, t)}{\partial t} + \mathcal{H}(x, u^*(x), t) \\
 &= \frac{\partial V(x, t)}{\partial t} + \frac{1}{2} e^T Q e + \frac{1}{2} u^{*T}(x) R u^*(x) \\
 &\quad + \frac{\partial V(x, t)}{\partial x} [A(x) x + B(x) u^*(x) + D] \\
 &= \frac{\partial V(x, t)}{\partial t} + \frac{1}{2} r^T Q r - r^T Q C(x) x \\
 &\quad + \frac{1}{2} x^T C^T(x) Q C(x) x - \frac{1}{2} \frac{\partial V(x, t)}{\partial x} B(x) \\
 &\quad \times R^{-1} B^T(x) \frac{\partial V(x, t)}{\partial x} + \frac{\partial V(x, t)}{\partial x} [A(x) x + D].
 \end{aligned} \tag{C.3}$$

una vez resuelta (C.3), es necesario suponer una solución para  $V(x, t)$  tal que (C.3) se satisfaga [Kirk70]; por lo tanto,  $V(x, t)$  es propuesta como

$$V(x, t) = \frac{1}{2} x^T P x - z^T x + \varphi, \quad P = P^T > 0. \tag{C.4}$$

Así  $\frac{\partial V(x, t)}{\partial t} = \frac{1}{2} x^T \dot{P} x - \dot{z}^T x + \dot{\varphi}$  y  $\frac{\partial V(x, t)}{\partial x} = P x - z$ . Por lo tanto la ecuación de HJB queda como

$$\begin{aligned}
 0 &= \frac{1}{2} x^T \dot{P} x - \dot{z}^T x + \dot{\varphi} + \frac{1}{2} r^T Q r - r^T Q C(x) x + \frac{1}{2} x^T C^T(x) Q C(x) x \\
 &\quad - \frac{1}{2} (P x - z)^T B(x) R^{-1} B^T(x) (P x - z) (P x - z)^T [A(x) x + D] \\
 &= \frac{1}{2} x^T [\dot{P} + C^T(x) Q C(x) - P B(x) R^{-1} B^T(x) P + A^T(x) P + P A(x)] x \\
 &\quad - \left[ \dot{z}^T + r^T Q C(x) + z^T (A(x) - B(x) R^{-1} \right. \\
 &\quad \left. \times B^T(x) P) - D^T P \right] x + \dot{\varphi} + \frac{1}{2} r^T Q r - \frac{1}{2} z^T(x) B(x) R^{-1} B^T(x) z - z^T D.
 \end{aligned} \tag{C.5}$$

De (C.5), se derivan las ecuaciones diferenciales (3.25), (3.26) y (3.28).

Asegurando condiciones de controlabilidad y observabilidad es (3.9)–(3.10) la solución para (3.25) existe, es única y la solución es una matriz definida positiva. Una vez satisfecha la ecuación de HJB usando la ecuación propuesta  $V(x, t)$ , el controlador (3.24) se obtiene directamente al sustituir (C.2) con (C.4).

## Apéndice D

# Observador de estado para el inversor trifásico

### D.0.1. Diseño

De manera frecuente, en la práctica no se tienen todos los estados del sistema accesibles para ser medidos o no se tienen los dispositivos con la velocidad suficiente para alcanzar mediciones y que se puedan utilizar para el análisis de dichos sistemas. En esta sección se mostrará que a partir de las entradas y salidas disponibles, se puede estimar el vector de estados completo del sistema. El método para estimar al vector de estados es llamado estimador de estados u observador de estados.

En el análisis de los observadores de estado, se utilizará la notación  $\hat{x}$  para designar el vector de estado observado. En casos prácticos, el vector de estado observado  $\hat{x}$  se usa en la realimentación del estado para generar el vector de control deseado [Chen95].

Para el diseño del observador, considerar un sistema lineal e invariante en el tiempo de dimensión  $n$

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{D.1}$$

$$y = Cx \tag{D.2}$$

donde  $A$ ,  $B$  y  $C$  son matrices constantes de  $n \times n$ ,  $n \times p$  y  $q \times n$  respectivamente. Se considerará que algunas de las variables no están disponibles para su medición, sin embargo, es necesario

conocer las matrices  $A$ ,  $B$  y  $C$ , por lo tanto, el problema del estimador es generar un vector de estados  $x$  a partir de la entrada  $u$  y la salida  $y$ .

El modelo matemático del observador es básicamente una copia de la planta, salvo que se incluye un término adicional que contiene el error de estimación para compensar las imprecisiones en las matrices  $A$ ,  $B$  y  $C$ , y el error inicial. El error de estimación o error de observación es la diferencia entre la salida medida y la salida estimada. El error inicial es la diferencia entre el estado inicial y el estado estimado inicial. De esta forma, se define el modelo matemático del observador como

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + Bu + K_e(y - C\hat{x}) \\ &= (A - K_e C)\hat{x} + Bu + K_e y \end{aligned} \tag{D.3}$$

donde  $\hat{x}$  es el estado estimado y  $C\hat{x}$  es la salida estimada. Las entradas al observador son la salida  $y$  y la entrada de control  $u$ . La matriz  $K_e$ , que se llama matriz de ganancia del observador, es una matriz de ponderación al término de corrección que involucra la diferencia entre la salida medida  $y$  y la salida estimada  $C\hat{x}$ . Este término corrige de forma continua la salida del modelo y mejora el comportamiento del observador. La Fig. D.1 muestra el diagrama de bloques del observador de estado de orden completo del sistema.

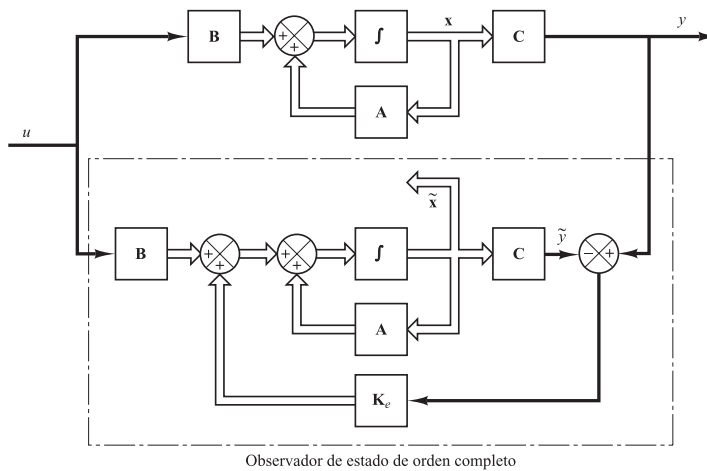


Figura 10-11. Diagrama de bloque del sistema y del observador de estado de orden completo, cuando la entrada  $u$  y la salida  $y$  son escalares.

Figura D.1: Diagrama a bloques de un observador de estado [Ogata03]

**Observador de estado de orden completo.** El orden del observador de estado que se analizará aquí es igual al del sistema. Supóngase que el sistema se define mediante las Ecuaciones (10-55) y (10-56) y que el modelo del observador se define mediante la Ecuación (10-57). Para obtener la ecuación de error del observador se resta la Ecuación (10-57) de la Ecuación (10-55). Supóngase que el sistema se define mediante las Ecuaciones (D.1) y (D.2) y que el

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} - \dot{\hat{\mathbf{x}}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{K}_e(\mathbf{C}\mathbf{x} - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}) \\ &= (\mathbf{A} - \mathbf{K}_e\mathbf{C})(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) \end{aligned} \tag{10-58}$$

Se define la diferencia entre  $\mathbf{x}$  y  $\hat{\mathbf{x}}$  como el vector de error  $\mathbf{e}$ , o bien

$$\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$$

Entonces, la Ecuación (10-58) se convierte en

$$\dot{\mathbf{e}} = (\mathbf{A} - \mathbf{K}_e\mathbf{C})\mathbf{e} \tag{10-59}$$

A partir de la Ecuación (10-59) se ve que el comportamiento dinámico del vector de error está determinado por los valores propios de la matriz  $\mathbf{A} - \mathbf{K}_e\mathbf{C}$ . Si la matriz  $\mathbf{A} - \mathbf{K}_e\mathbf{C}$  es estable, el

modelo del observador se define mediante la Ecuación (D.3). Para obtener la ecuación del error del observador, se resta la ecuación (D.3) de (D.1)

$$\begin{aligned}\dot{x} - \dot{\hat{x}} &= Ax - A\hat{x} - K_e(Cx - C\hat{x}) \\ &= (A - K_e C)(x - \hat{x}).\end{aligned}\tag{D.4}$$

Se define el error  $e$  como la diferencia entre  $x$  y  $\hat{x}$

$$e = x - \hat{x}\tag{D.5}$$

entonces la ecuación (D.4) se convierte en

$$\dot{e} = (A - K_e C)e\tag{D.6}$$

A partir de la Ecuación (D.6) se observa que el comportamiento dinámico del vector de error está determinado por los valores propios de la matriz  $A - K_e C$ . Si se eligen los valores propios de la matriz  $A - K_e C$  de tal forma que el comportamiento dinámico del vector de error sea asintóticamente estable y suficientemente rápido, entonces cualquier vector de error tenderá al origen con una velocidad adecuada.

Si el sistema es completamente observable, se puede demostrar que es posible seleccionar una matriz  $K_e$  tal que  $A - K_e C$  tenga valores propios arbitrariamente deseados. Por lo tanto, el problema de diseñar un observador de orden completo está en determinar la matriz de ganancias del observador  $K_e$ , de forma que la dinámica de error definida mediante la Ecuación (D.6), sea asintóticamente estable con una velocidad de respuesta apropiada.

Para lograr que la matriz  $A - K_e C$  sea asintóticamente estable se utilizó la fórmula de Ackerman [Ogata03] para encontrar los valores de  $K_e$  que logran la convergencia del observador.

Para el diseño del observador se considerará el sistema representado por las ecuaciones (3.14)-(3.15), dado que en el sistema se considera un integrador por cada salida y dicho integrador es conocido, no será necesario estimar sus parámetros, al igual para la red eléctrica ya que se tiene completo conocimiento de sus parámetros, por lo tanto, solo se estarán estimando las corrientes de los inductores y los voltajes de los capacitores. Así, el

sistema en espacio de estados queda representado de la siguiente manera

$$A_O = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_s} & \omega & 0 & 0 & -\frac{1}{L_s} & 0 \\ -\omega & -\frac{R_s}{L_s} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_s} \\ 0 & 0 & -\frac{R_g}{L_g} & \omega & \frac{1}{L_g} & 0 \\ 0 & 0 & -\omega & -\frac{R_g}{L_g} & 0 & \frac{1}{L_g} \\ \frac{1}{C_O} & 0 & -\frac{1}{C_O} & 0 & -\frac{1}{C_O R_C} & \omega \\ 0 & \frac{1}{C_O} & 0 & -\frac{1}{C_O} & -\omega & -\frac{1}{C_O R_C} \end{bmatrix} \quad (D.7)$$

con

$$\hat{x}^T = [i_{sd} \quad i_{sq} \quad i_{gd} \quad i_{gq} \quad V_{C_d} \quad V_{C_q}]. \quad (D.8)$$

Para el diseño del observador vamos a suponer que tendremos mediciones reales de las corrientes en  $i_{gd}$  e  $i_{gq}$ , por lo que la matriz de salida  $Cx$  para el observador queda definida como

$$B_O = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C_O = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (D.9)$$

La red eléctrica ( $V_d$ ,  $V_q$ ) para este observador se considerara como una perturbación conocida y acotada, por lo tanto, definimos un vector de perturbaciones como

$$Db = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{V_d}{L_g} \\ -\frac{V_q}{L_g} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (D.10)$$

Por lo tanto, la ecuación del observador queda como

$$\dot{\hat{x}} = (A_O - K_e C_O) \hat{x} + B_O u + K_e y + Db \quad (D.11)$$

para encontrar las ganancias  $K_e$  se utilizó el método de Ackerman con una ubicación de polos como se muestra a continuación

$$Pol = \begin{bmatrix} -2390 & -2391 & -2390 & -2391 & -738 & -739 \end{bmatrix} \quad (D.12)$$

por lo que la matriz de ganancia del observador queda como

$$K_e = \begin{bmatrix} -753 & 213 \\ -1131 & 112 \\ 20510 & -3401 \\ -5663 & 1001 \\ 7563 & -1331 \\ -5560 & -265 \end{bmatrix} \quad (D.13)$$

## D.0.2. Resultados de simulación

Todas las simulaciones fueron realizadas en Simulink/matlab, los valores de los inductores y capacitores fueron tomados de la Tabla 3.5.

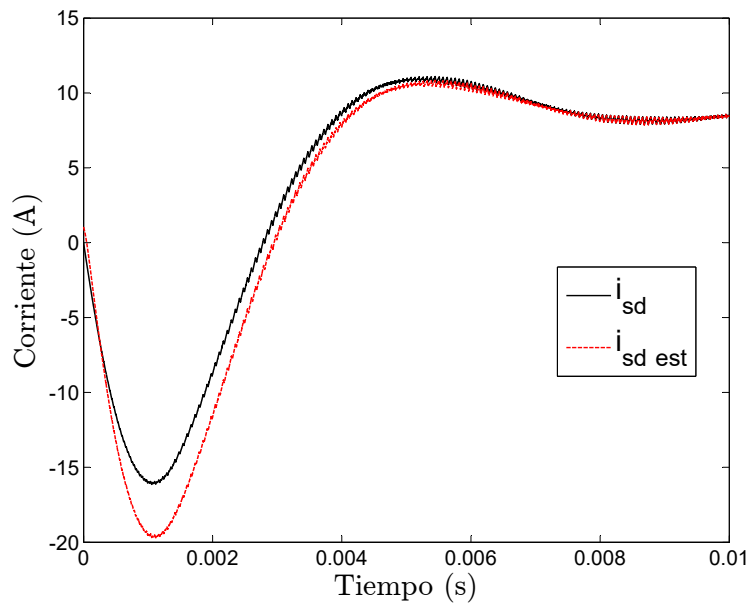
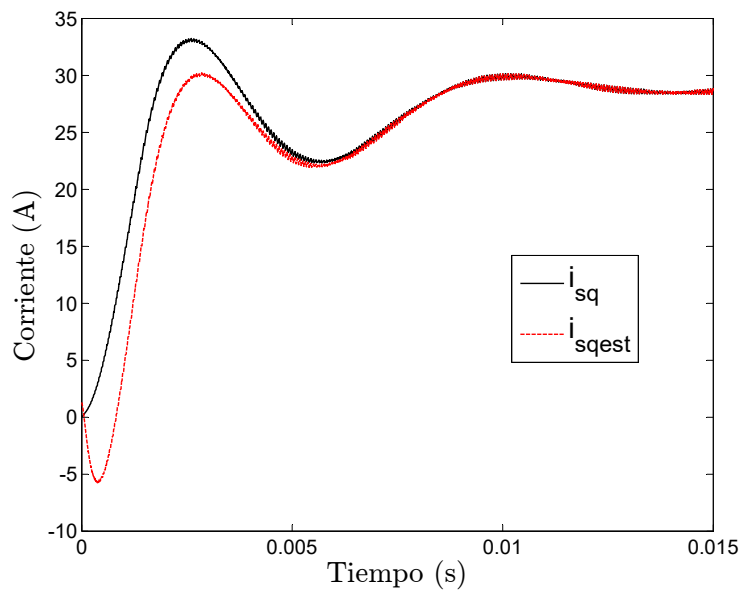
La Tabla D.1 muestra las condiciones iniciales con la cuales se arranca el observador.

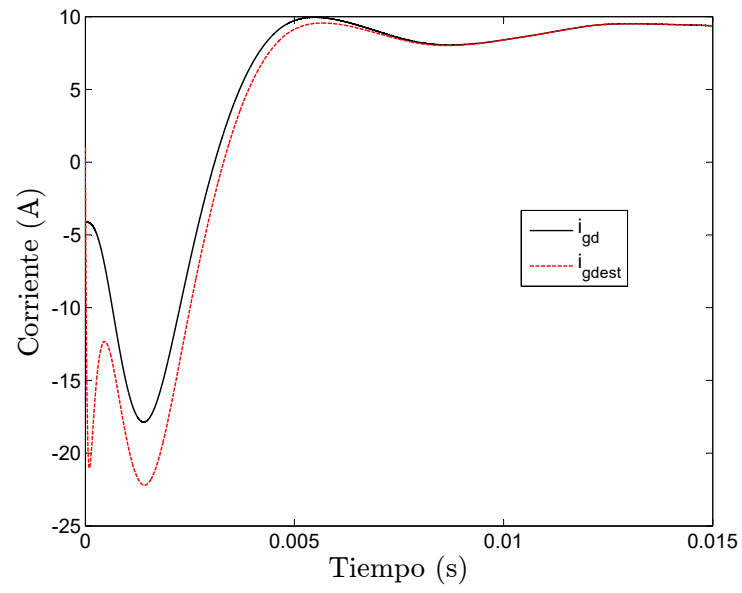
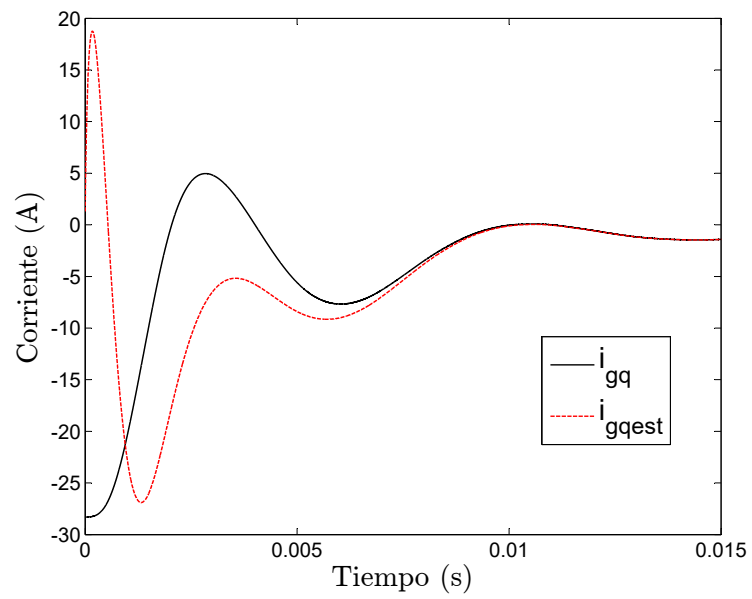
Tabla D.1: Condiciones iniciales para el observador

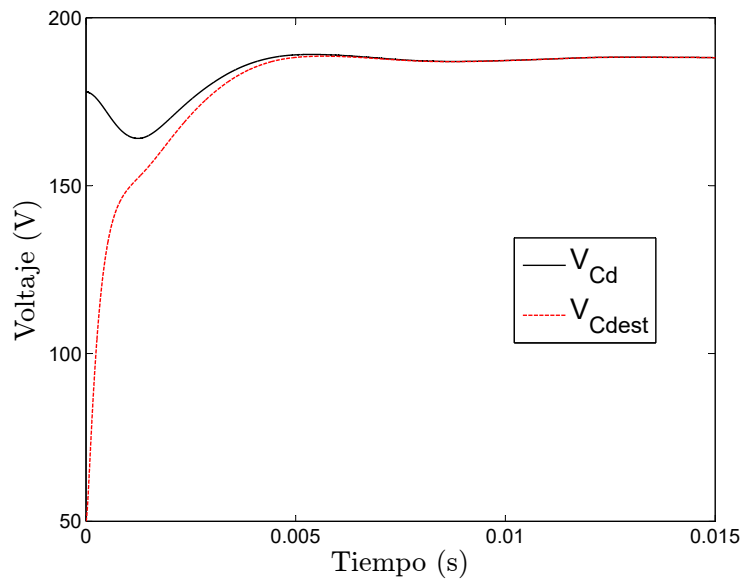
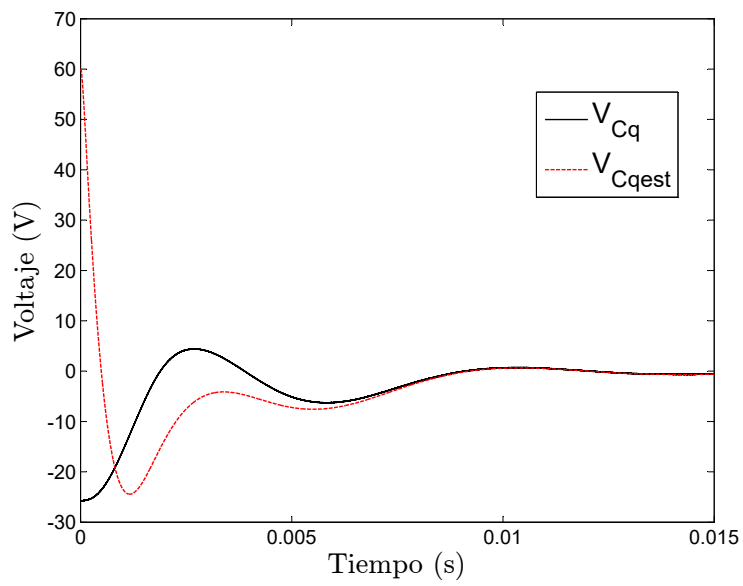
Parámetro	Valor
$\hat{i}_{sd}$	1 A
$\hat{i}_{sq}$	1.3 A
$\hat{i}_{gd}$	1 A
$\hat{i}_{gq}$	1.3 A
$\hat{V}_{Cd}$	50 V
$\hat{V}_{Cq}$	60 V

Las Figuras D.2-D.3 muestran las corrientes en  $i_{sd}$  e  $i_{sq}$  y sus estimadas  $\hat{i}_{sd}$  e  $\hat{i}_{sq}$ ; las Figuras D.4-D.5 muestran las corrientes en  $i_{gd}$  e  $i_{gq}$  y sus estimadas  $\hat{i}_{gd}$  e  $\hat{i}_{gq}$ ; las Figuras D.6-D.7 muestran los voltajes en  $V_{Cd}$  y  $V_{Cq}$  y sus estimados  $\hat{V}_{Cd}$  y  $\hat{V}_{Cq}$ .

Se puede apreciar la velocidad con la que los estados estimados reducen el error y convergen al estado real en un tiempo mínimo, esto significa que el observador está sintonizado de manera adecuada y se puede hacer control con los estados estimados.

Figura D.2: Corrientes  $i_{sd}$  e  $\hat{i}_{sd}$ Figura D.3: Corrientes  $i_{sq}$  e  $\hat{i}_{sq}$

Figura D.4: Corrientes  $i_{gd}$  e  $\hat{i}_{gd}$ Figura D.5: Corrientes  $i_{gq}$  e  $\hat{i}_{gq}$

Figura D.6: Voltajes  $V_{Cd}$  y  $\hat{V}_{Cd}$ Figura D.7: Voltajes  $V_{Cq}$  y  $\hat{V}_{Cq}$