



**UNIVERSIDAD MICHOACANA
DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO**



FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

**MAESTRÍA EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA MECÁNICA**

**DISEÑO DE UN ROBOT PARA EL PROCESO
DE SOLDADURA DE RODETES
DE COMPRESORES PARA LA EMPRESA
TURBOMAQUINAS S.A. DE C.V.**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE MAESTRO EN CIENCIAS EN
INGENIERÍA MECÁNICA**

PRESENTA

ING. CARLOS BALTAZAR CASTRO MACIEL

ASESOR

DR. IGNACIO JUÁREZ CAMPOS

COASESOR

DR. MARCO ANTONIO ESPINOSA MEDINA

Morelia Michoacán, Febrero 2012

Índice

Resumen.....	VI
Abstract	VII
Nomenclatura	VIII
Objetivos	IX
Objetivo General.....	IX
Objetivos Específicos.....	IX
Hipótesis	X
Justificación	XI
Capítulo I	1
Introducción	1
1.1 Introducción	1
1.2 Antecedentes	2
1.2.1 Clasificación de los robots	2
1.2.2 Robots seriales	3
1.2.2.1 Robots manipuladores.....	3
1.2.3 Robots paralelos	8
1.3 Composición del robot.....	9
1.4 Soldadura	11
1.4.1 Soldadura MIG	12
1.4.1.1 Influencia de los distintos parámetros.....	14
1.4.1.2 Transferencia metálica.....	15
1.4.1.3 Ventajas y desventajas	16
1.4.2 Soldadura TIG	17
1.4.2.1 Polaridad.....	18
1.4.2.2 Electrodo TIG.....	19
1.4.2.3 Gases de proteccion	21
1.4.1.4 Ventajas y desventajas	22
1.5 Selección de la antorcha	22



Capítulo II	30
Cinemática directa.....	30
2.1 Formulación Denavit-Hartenberg.....	30
2.2 Descripción espacial del eslabonamiento	36
Capítulo III.....	44
Cinemática inversa	44
3.1 Cálculo de θ_1	44
3.2 Cálculo de θ_2	53
3.3 Cálculo de θ_3 y θ_4	55
3.4 Cálculo de la orientación del órgano terminal	60
3.5 Cálculo de θ_5	64
3.6 Cálculo de θ_6	66
3.7 Cálculo de θ_7	68
Capítulo IV.....	70
Modelado en Mathematica	70
4.1 Definición del eslabón 0	71
4.2 Definición del eslabón 1	72
4.3 Definición del eslabón 2	74
4.4 Definición del eslabón 3	75
4.5 Definición del eslabón 4	76
4.6 Definición del eslabón 5	77
4.7 Definición del eslabón 6	78
4.8 Definición del eslabón 7	79
4.9 Obtención de ángulos para una posición determinada.....	80
4.10 Fuerzas estáticas en el manipulador	87
Capítulo V.....	89
Dinámica del manipulador	89
5.1 Tensor de inercia.....	89
5.2 Ecuación de Newton-Euler	95



Capítulo VI.....	99
Generación de trayectoria.....	99
6.1 Lugar geométrico de la trayectoria.....	99
6.1.1 La ecuación de la recta en su forma paramétrica.....	99
6.2 Perfil de trayectoria.....	101
6.2.1 Perfil polinomio de quinto grado.....	102
Capítulo VII.....	106
Resultados.....	106
7.1 Resultados para la articulación 7.....	106
7.1.1 Selección del acoplamiento.....	108
7.2 Resultados para la articulación 6.....	110
7.3 Resultados para la articulación 5.....	113
7.4 Resultados para la articulación 4.....	116
7.5 Resultados para la articulación 3.....	120
7.6 Resultados para la articulación 2.....	124
7.7 Resultados para la articulación 1.....	129
Capítulo VIII.....	134
Análisis estructural.....	134
8.1 Análisis para el eslabón 7.....	135
8.2 Análisis para el eslabón 6.....	142
8.3 Análisis para el eslabón 5.....	152
8.4 Análisis para el eslabón 4.....	161
8.5 Análisis para el eslabón 3.....	167
8.6 Análisis para el eslabón 2.....	177
8.7 Análisis para el eslabón 1.....	194
8.8 Análisis para el eslabón 0.....	208
Conclusiones.....	212
Bibliografía.....	213
Anexos.....	215



Dedicatoria

Dedico este trabajo en el que he puesto tanto esfuerzo, desvelos, sueños, a todas y a cada una de las personas que me han apoyado e impulsado a siempre seguir adelante y de las que siempre recibí un buen consejo y palabras de aliento.

A mis padres, que con el sudor de su frente y trabajo diario me enseñaron a nunca rendirme y siempre perseguir y alcanzar mis sueños. Sé que se esforzaron mucho por darme una carrera, sé que muchas veces dejaron de tener para que yo tuviera. Padres, nunca olvidaré que la primera educación que recibí en mi vida vino de ustedes y por ustedes estoy hoy aquí.

A mi hermana, que siempre ha creído en mí y que ha recorrido conmigo gran parte del camino de mi vida, le agradezco sus cuidados, los buenos detalles, el estar siempre dispuesta a escucharme, su compañía en los momentos buenos, pero sobre todo en los más difíciles los cuales también decidió compartir conmigo.

A mi familia en general, que de todos ellos he aprendido, cada uno de ellos dejó algo en mí que ayudó a formar a la persona que ahora soy. Agradezco todo el cariño que me han dado, a los que siempre me recibieron y me hicieron sentir como en casa.

A mis buenos amigos, con los que siempre compartí sonrisas, consejos, ideas y pensamientos, a aquellos que aún me acompañan en el camino sin importar el tiempo ni la distancia, a los que sé que cuento con ellos en todo momento y que me han demostrado su amistad sincera.

Y de manera especial a Moni, quien ha decidido estar conmigo y acompañarme, con quien nos hemos tomado de la mano y decidido mirar hacia adelante dispuestos a recorrer juntos el gran trayecto que aún nos falta. Quien rápidamente pasó a formar una parte importante en mi vida y me ha demostrado siempre su apoyo incondicional y quien además forma parte importante en el comienzo y culminación de éste proyecto en mi vida.



Agradecimientos

Quiero agradecer de manera especial a mi asesor el Dr. Ignacio Juárez Campos, quien decidió poner su confianza en mí desde el inicio de este proyecto y quien me ha transmitido parte de su conocimiento en el presente trabajo, sin su ayuda hubiese sido muy difícil llegar hasta la culminación. Gracias por todos sus consejos y recomendaciones, gracias por siempre estar dispuesto a orientarme y por todo el tiempo que también le dedicó a esta obra.

Quiero agradecer a todos los profesores del posgrado de Ingeniería Mecánica, que de todos me llevo conocimientos que me servirán de herramientas para forjar un mejor futuro. A los que siempre me impulsaron a querer aprender más, a no quedarme solo con lo visto en clase, a los que dedicaron más tiempo del que les correspondía para enseñarme, a todos ustedes que saben de la importancia que su trabajo tiene para formar buenos profesionistas. Y de manera especial, les doy las gracias por brindar su amistad.

Y de manera general, le agradezco a la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo que por medio de la Facultad de Ingeniería Mecánica y a través de su Posgrado me han formado como profesionista y me han ayudado a abrir puertas en el campo laboral, a ser un profesional competitivo, que aporta ideas y contribuye a hacer mejoras, además de desarrollar nuevos y mejores productos.



Resumen

En el presente trabajo se desarrolla el análisis y diseño de un robot antropomorfo de 7 grados de libertad el cual se desea aplicar en el proceso de soldadura de rodets para la empresa Turbomáquinas S.A. de C.V. El proceso se lleva a cabo actualmente de forma manual y este proyecto surge por una necesidad de la empresa para automatizarlo.

Se presenta un análisis dinámico y cinemático del brazo y con la ayuda de algunas herramientas computacionales se desarrollan las ecuaciones para la obtención de los pares torsionales y selección de los motores a utilizar necesarios en cada articulación, además se realiza un análisis estructural por medio del Método de Elementos Finitos para tratar de simular el correcto funcionamiento de las partes o eslabones que lo componen.



Abstract

This paper reports the analysis and design of an anthropomorphic robot of 7 degrees of freedom which will be applied in the welding process of impellers for a company located in La Piedad, Michoacán México. The process is carried out currently manually and this project arises from the need for the company to automate it.

This work presents a dynamic and a kinematic analysis for the robot manipulator and with the help of some computational tools are developed equations to obtain the torque for each actuator located on each link and then select the right actuator required on each joint of the manipulator, besides an structural analysis by the finite element method is done to simulate the correct performance of each link of the robotic arm.



Nomenclatura

ESL	Eslabón
$\{A\}$	Sistema de referencia A
$\{\hat{X}_A, \hat{Y}_A, \hat{Z}_A\}$	Componentes del sistema de referencia A
$\hat{U}$	Vector unitario U
${}^A\bar{P}_B$	Descripción de una posición
${}^A R_B$	Descripción de una orientación
${}^A T_B$	Transformada de B respecto de A
${}^A\{B\}=\{{}^A R_B, {}^A\bar{P}_B\}$	Descripción general. Cómo se encuentra B respecto de A
I	Matriz de identidad
Rot	Rotación
GDL	Grados de libertad
Rot	Rotación
$\hat{X}^T$	Transpuesta de $\hat{X}$
OT	Órgano terminal
dT	Distancia total
HCM	Hombre-Codo-Muñeca
$\otimes$	Producto cruz
${}^1 C_H$	Homogénea
$({}^1 T_2)^{-1}$	Transformada inversa
POT	Potencia
N.m	Newton . metro



Objetivos

Objetivo General

Diseñar un Robot para soldar, con la técnica de arco eléctrico, los rodets de compresores que la empresa Turbomáquinas S.A. De C.V. fabrica.

Objetivos Específicos

- Realizar un estudio concerniente con la estructura mecánica del robot que más se adapta al desarrollo del proceso de soldadura para la empresa Turbomáquinas.
- Llevar a cabo una simulación y animación del diseño mecánico del manipulador para determinar su rigidez, su capacidad de posicionamiento, orientación, carga, además de la precisión, repetitividad y espacio de trabajo.



Hipótesis

El robot manipulador de 7 GDL diseñado será capaz de soldar con eficiencia los álabes de los rodets, esto es con mejor precisión, mayor rapidez y con menor esfuerzo de lo que actualmente se hace en la empresa de forma manual.

Será capaz de soportar las cargas correspondientes a su propio peso y a las fuerzas provocadas por su movimiento al seguir una trayectoria con velocidad y aceleración del centro de masa de cada eslabón y al soporte de la antorcha.



Justificación

- Existen en el mercado una gran cantidad de robots diseñados para soldadura en muchos procesos, pero no existe ninguno diseñado específicamente para soldar álabes de rodets de compresores ni mucho menos para los que la empresa Turbomáquinas fabrica.
- Se buscará diseñar el robot cuidando también que su costo no se eleve demasiado para que pueda competir en el mercado.
- Se mejorará la producción que actualmente se tiene. El tiempo en soldar un rodete manualmente es de 2 a 3 días, con el robot se reducirá este tiempo.
- Se evitará el empleo de personal el cual se ve afectado en su salud. El jefe de soldadura de la empresa Fernando Ascencio comentó que se les daba continuamente incapacidad a los soldadores por el tiempo tan prolongado que pasan soldando los rodets.

La gran mayoría de los robots industriales que existen en el mercado son utilizados en diferentes procesos no sólo se diseñan para soldadura (robots multitarea). Por ejemplo, un solo robot además de soldadura, se puede utilizar para manipulación de carga y descarga, aplicación de pegamento y sellantes, medición, montaje, pintura, etc., lo cual eleva siempre su costo.

A diferencia de éstos el que se piensa diseñar se utilizará única y específicamente para soldar los rodets de la empresa, aunque probablemente pueda soldar otros tamaños. Esto lo hará más económico que los que existen en el mercado además de mucho más sencillo de manipular.



Capítulo I

Introducción

1.1 Introducción

Se trata de resolver un problema para la empresa Turbomáquinas (La Piedad, Mich.), el cual consiste en soldar los álabes de los rodets de los compresores que fabrican; actualmente este proceso se lleva a cabo de forma manual y se tienen algunos problemas de precisión y mala soldadura debido al reducido espacio de maniobra que se tiene.

Para resolver tal problema se propone diseñar un robot que realice el trabajo en forma efectiva y con mayor precisión y el cual sea capaz de adaptarse al reducido espacio de trabajo.

Se mostraron 5 tipos distintos de rodets de compresores que se sueldan en forma manual y esto se lleva a cabo con soldadura por arco eléctrico con electrodo revestido. Se hizo una pequeña demostración del proceso de soldadura en la que se observaron algunos problemas que se tienen, esta muestra se hizo con el rodet de mayores dimensiones y se pudo observar la dificultad para introducir el electrodo, que aunque no imposible de soldar, se dificulta maniobrar el electrodo para poder alcanzar toda la trayectoria del álabe.

En las fotografías 1.1 y 1.2 se puede observar el problema:



Foto 1.1 Se observa lo complicado del proceso de soldadura.



Foto 1.2 Se muestra el espacio para soldar los álabes.

Como se observa en las fotografías el espacio para introducir el electrodo es reducido, lo cual es complicado para el soldador ya que no tiene mucho rango de movimiento para dirigir la punta del electrodo a lo largo de toda la trayectoria del álabe.

En el presente trabajo se comenzará por dar a conocer de manera general una clasificación de los robots y así dar a conocer el tipo de robot que se ha diseñado y sus capacidades.

En los capítulos siguientes se mostrará el diseño del robot, para después dar a conocer cómo se llevó a cabo el estudio de la cinemática directa y la cinemática inversa, para posteriormente hacer uso de las ecuaciones de Newton-Euler y obtener las fuerzas y momentos actuando en cada eslabón además de los torques necesarios para aplicar en cada articulación y que el robot tenga un buen desempeño.

Finalmente se hace un análisis de resultados y un estudio de simulación para prevenir fallas que pudieran presentarse con el robot ya fabricado. Se hará un análisis para poder validar la estructura que compone al brazo mediante el método de elementos.

1.2 Antecedentes

El término robot fue introducido por primera vez a través de la obra R.U.R. (Rossum's Universal Robots) del dramaturgo checo Karel Capek, que se estrenó en 1921. La palabra se escribía como "robotnik". La palabra *robota* significa literalmente "trabajo", "tarea" o "servidumbre" en checo y en muchos idiomas eslavos.

Una definición oficial de la palabra robot viene del Instituto del Robot de America (RIA por sus siglas en inglés) que dice que: *un robot es un manipulador multifuncional reprogramable diseñado para mover material, partes, herramientas o dispositivos especializados a través de propuestas de solución programadas para la ejecución de una variedad de tareas* ^[1].

En la actualidad, los robots comerciales e industriales son ampliamente utilizados, y realizan tareas de forma más exacta o más barata que los humanos. También se les utiliza en trabajos demasiado sucios, peligrosos o tediosos para los humanos. Los robots son muy utilizados en plantas de manufactura, montaje y embalaje, en transporte, en exploraciones en la Tierra y en el espacio, cirugía, armamento, investigación en laboratorios y en la producción en masa de bienes industriales o de consumo. Otras aplicaciones incluyen la limpieza de residuos tóxicos, minería, búsqueda y rescate de personas y localización de minas terrestres.

1.2.1 Clasificación de los robots

Los robots pueden ser clasificados por muchos criterios, tales como su fuente de poder, o por la manera en la cual las articulaciones son actuadas, por su geometría, por su estructura cinemática, por su área de aplicación o método de control ^[1].

En este trabajo se hará una clasificación muy general en la que pueden caer prácticamente todos los tipos de robots y esta clasificación está compuesta por **robots seriales y robots paralelos**.



1.2.2 Robots seriales

1.2.2.1 Robots manipuladores

Los **robots manipuladores** son, esencialmente, brazos articulados. De forma más precisa, un manipulador industrial convencional es una cadena cinemática abierta formada por un conjunto de eslabones o elementos de la cadena interrelacionados mediante articulaciones o pares cinemáticos. Las articulaciones permiten el movimiento relativo entre los sucesivos eslabones ^[3].

De acuerdo a la geometría o configuración mecánica básica del manipulador robótico éstos se clasifican en:

1.- **CONFIGURACIÓN ARTICULADA.** Los robots industriales articulados, también llamados manipulador antropomórfico, tienen un área de trabajo irregular, El robot usa 3 juntas de rotación para posicionarse. Generalmente, el volumen de trabajo es esférico. Estos tipos de robot se parecen al brazo humano, con una cintura, el hombro, el codo, la muñeca. Presenta una articulación con movimiento rotacional y dos angulares. Aunque el brazo articulado puede realizar el movimiento llamado interpolación lineal (para lo cual requiere mover simultáneamente dos o tres de sus articulaciones), el movimiento natural es el de interpolación por articulación, tanto rotacional como angular.

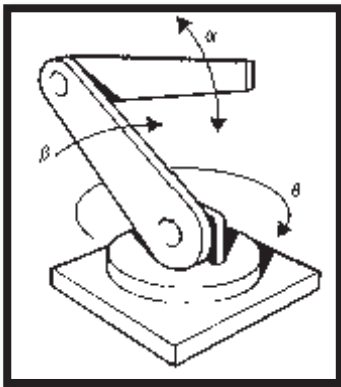


Figura 1.1 Estructura de la configuración articulada.

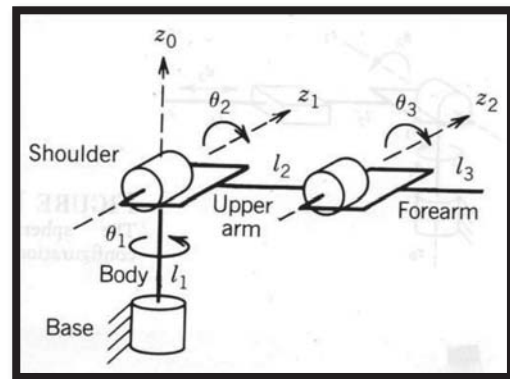


Figura 1.2 Estructura esquemática de la configuración articulada.

Al observar la figura 1.2 se observa que la articulación z_2 es paralela a z_1 y ambas son perpendiculares a z_0 . Esta configuración provee movimientos relativamente largos para un espacio compacto.

El área de trabajo de esta configuración se muestra en la figura 1.3. ^{[1][6]}

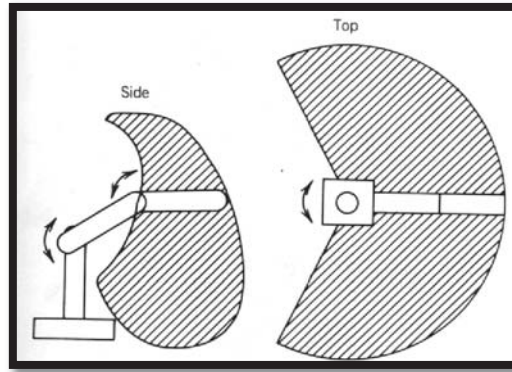


Figura 1.3 Area de trabajo de la configuración articulada.

2.- **CONFIGURACIÓN ESFÉRICA.** Esta configuración se obtiene al remplazar la tercera articulación de la configuración articulada por una articulación prismática como se puede observar en las figuras 1.4 y 1.5. El término configuración esférica proviene del hecho de que las coordenadas esféricas definen la posición del órgano terminal con respecto a la estructura, cuyo origen se encuentra en la intersección de los ejes z_1 y z_2 . Los movimientos son: rotacional, angular y lineal.

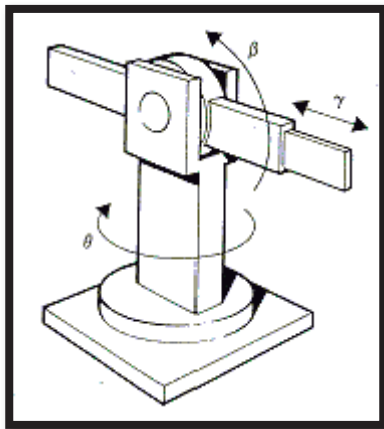


Figura 1.4 Estructura de la configuración esférica.

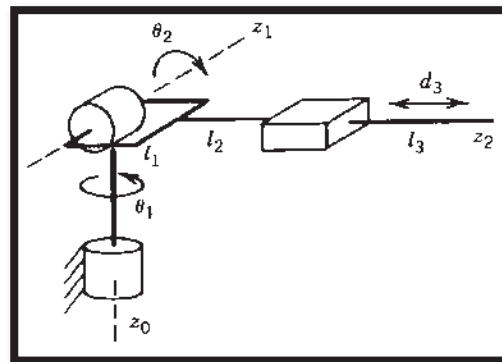


Figura 1.5 Estructura esquemática de la configuración esférica.

El área de trabajo de esta configuración se muestra en la figura 1.6. ^{[1][6]}

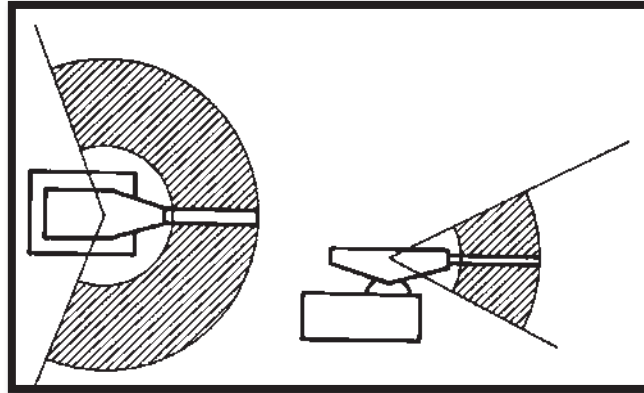


Figura 1.6 Área de trabajo de la configuración esférica.

3.- **CONFIGURACIÓN SCARA.** Ésta es una configuración reciente y su popularidad va en ascenso, es utilizada en operaciones de ensamblado. En ésta los ejes z_0 , z_1 , z_2 son paralelos entre sí como se muestra en la figura 1.8, a diferencia de la esférica que son perpendiculares. Este brazo puede realizar movimientos horizontales de mayor alcance debido a sus dos articulaciones rotacionales. El robot de configuración SCARA también puede hacer un movimiento lineal (mediante su tercera articulación).

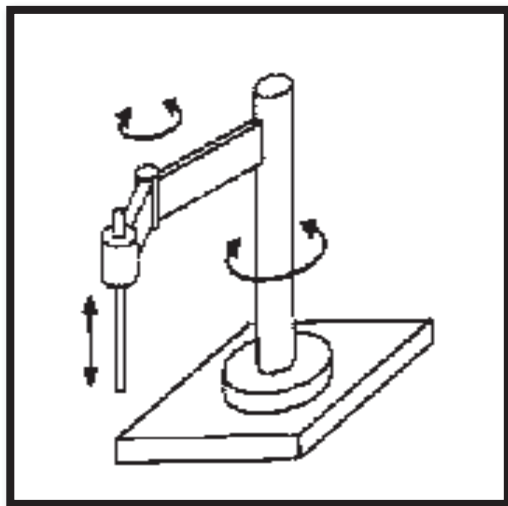


Figura 1.7 Estructura de la configuración scara.

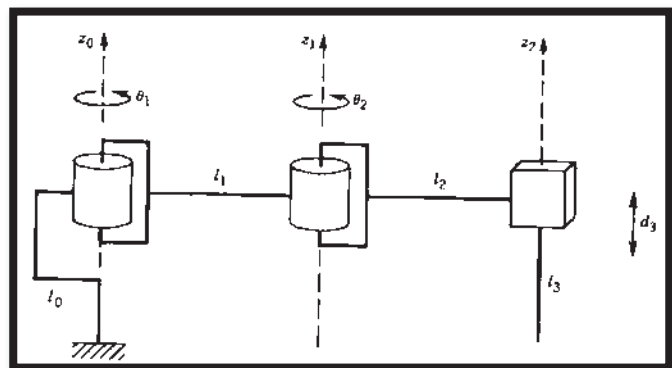


Figura 1.8 Estructura esquemática de la configuración Scara.

El área de trabajo de esta configuración se muestra en la figura 1.9. ^{[1][6]}

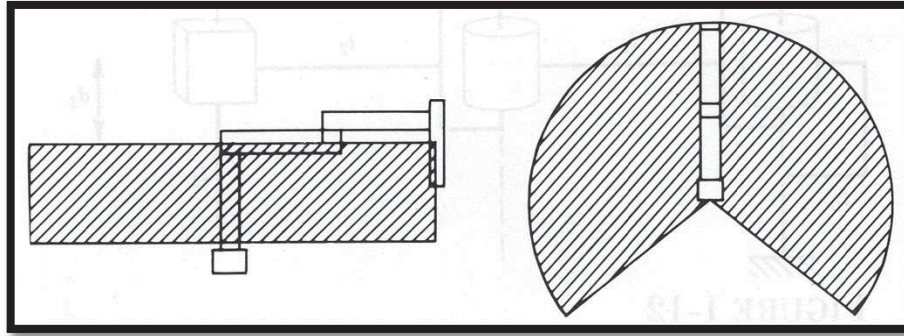


Figura 1.9 Área de trabajo de la configuración scara.

4.- **CONFIGURACIÓN CILÍNDRICA.** El robot tiene un movimiento de rotación sobre una base, una articulación prismática para la altura, y una prismática para el radio. Este robot ajusta bien a los espacios de trabajo redondos. Puede realizar dos movimientos lineales y uno rotacional, o sea, que presenta tres grados de libertad.

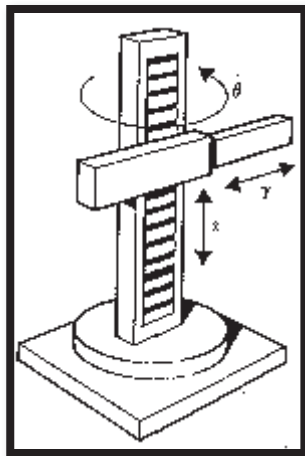


Figura 1.10 Estructura de la configuración cilíndrica.

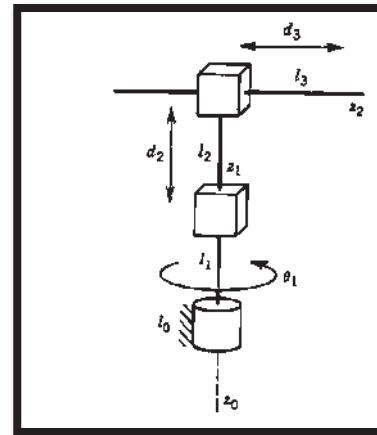


Figura 1.11 Estructura esquemática de la configuración cilíndrica.

El área de trabajo de esta configuración se muestra en la figura 1.12. ^{[1][6]}

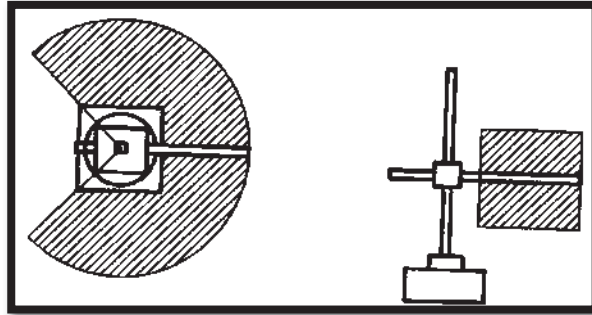


Figura 1.12 Área de trabajo de la configuración cilíndrica.

5.- **CONFIGURACIÓN CARTESIANA.** Es un manipulador en el que las tres primeras articulaciones son prismáticas. Esta configuración es bastante usual en estructuras industriales, tales como pórticos, empleadas para el transporte de cargas voluminosas. Posee tres movimientos lineales, es decir, tiene tres grados de libertad, los cuales corresponden a los movimientos localizados en los ejes X, Y y Z. Como es de esperarse la descripción cinemática de este manipulador es la más simple de todas las configuraciones.

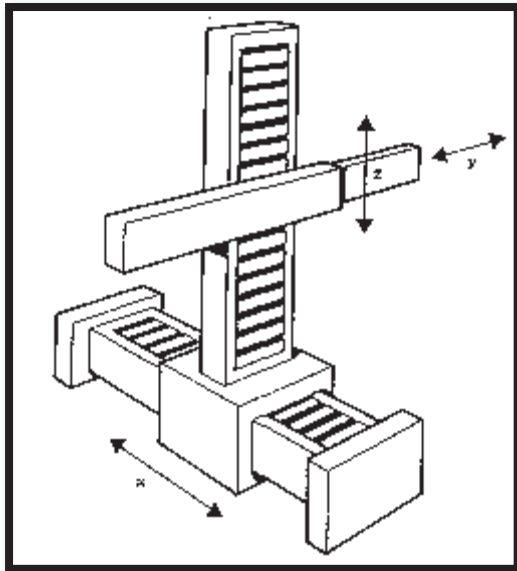


Figura 1.13 Estructura de la configuración cartesiana.

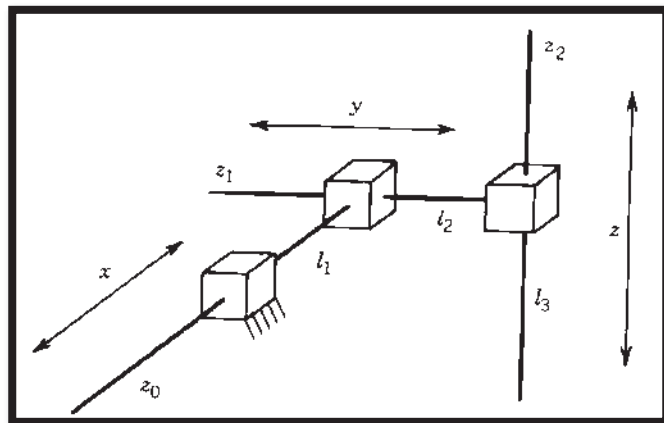


Figura 1.14 Estructura esquemática de la configuración cartesiana.

El área de trabajo de esta configuración se muestra en la figura 1.15. ^{[1][3][6]}

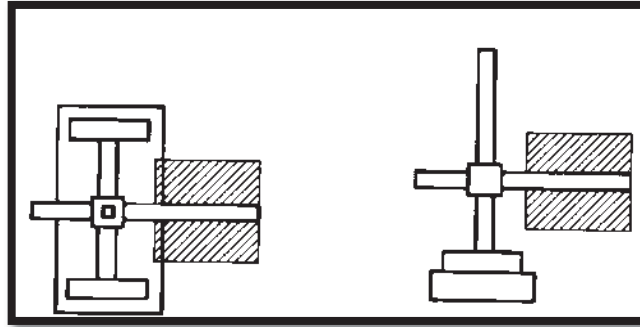


Figura 1.15 Área de trabajo de la configuración cartesiana.

1.2.3 Robots paralelos

Éstos pueden superar a los robots de arquitectura serial en velocidad, exactitud y precisión; ya que estos tipos de robots distribuyen la carga soportada en una serie de brazos en vez de uno solo.

Un robot paralelo es aquel cuya estructura mecánica está formada por un mecanismo de cadena cerrada en el que el órgano terminal se une a la base por al menos dos cadenas cinemáticas independientes.^[7]

Los robots paralelos generalmente constan de una base y una plataforma conectadas mediante una serie de brazos, cada uno actuando independientemente. El interés principal de este tipo de robots se debe a que, como reparten la carga entre sus brazos, su peso total puede ser menor sin que ello represente deformaciones y/o fracturas de sus elementos para la carga deseada, además, la carga neta que existe en cada brazo produce en él deflexiones menores.

Sin embargo, el análisis de este tipo de robots resulta más complejo y no existe tanta información en comparación con los robots de arquitectura serial. Pueden existir muchas configuraciones paralelas hoy en día, pero la más conocida fue propuesta por Stewart (1965), la cual consistía en una estructura paralela de seis grados de libertad para generar movimiento en el espacio, como la solución más práctica en la construcción de simuladores de vuelo. Como ya se sabe, la elección de este tipo de mecanismo se justifica por la buena relación carga admisible/peso propio. En este tipo de configuración la carga se distribuye de modo que cada uno de sus 6 actuadores soporta aproximadamente $1/6$ de los esfuerzos totales, siendo además estos esfuerzos de tracción y compresión, lo que proporciona gran rigidez al mecanismo.

El mecanismo de Stewart, consistía en una plataforma triangular unida mediante articulaciones esféricas a tres actuadores lineales ajustables en longitud, que se conectaban a su vez, a una base fija mediante articulaciones universales. Con el tiempo, la arquitectura de esta configuración fue sufriendo modificaciones, la plataforma de Stewart tal como hoy se conoce, consiste en dos plataformas (la base y la plataforma móvil) unidas a través de seis actuadores extensibles mediante articulaciones esféricas en ambos lados, o con articulaciones esféricas a un lado y universales al otro.

Hasta mediados de la década de los 80, la mayoría de los diseños se centraron en dos configuraciones. Una con la base y la plataforma móvil en forma triangular y los actuadores de dos en dos coincidiendo en los vértices de cada triángulo; y otra, con la plataforma móvil de forma triangular y los actuadores coincidiendo de dos en dos en esta plataforma y cada uno coincidiendo en un punto de la base con forma hexagonal. Estas configuraciones se denotan como 3-3 plataforma de Stewart (Figura 1.20) y 6-3 plataforma de Stewart (Figura 1.21), respectivamente. Muy pronto se observó que la coincidencia de las articulaciones esféricas restringía de forma severa la movilidad del manipulador, sin embargo, la configuración 6-3 todavía se mantuvo popular por algún tiempo. Otra configuración que empezó a ser muy popular es la que tenía hexágonos semirregulares como puntos de conexión tanto en la base como en el efector final (6-6 plataforma de Stewart) (Figura 1.22).^[8]

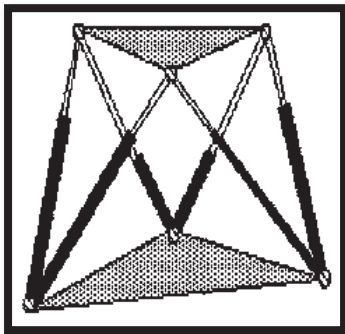


Figura 1.20 Configuración 3-3.

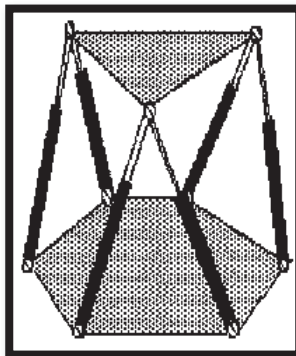


Figura 1.21 Configuración 6-3.

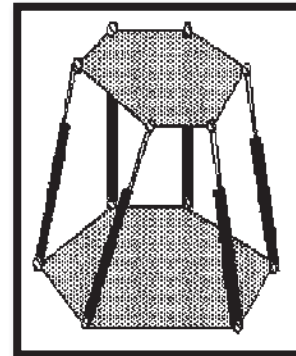


Figura 1.22 Configuración 6-6.

1.3 Composición del robot

El robot diseñado en este trabajo es un robot perteneciente a la configuración cartesiana o antropomórfica, el cual está formado por una serie de eslabones unidos mediante articulaciones que permiten un movimiento relativo entre cada eslabón y su consecutivo. Estas articulaciones generalmente se instrumentan con sensores de posición, los cuales permiten medir la posición relativa de los vínculos adyacentes. En el caso de las articulaciones giratorias o angulares, estos desplazamientos se conocen como ángulos articulados.

Los movimientos que puede realizar cada articulación pueden ser de desplazamiento o de giro, o una combinación de ambos. De este modo son posibles seis tipos diferentes de articulaciones, las cuales se pueden ver en la figura 1.23.

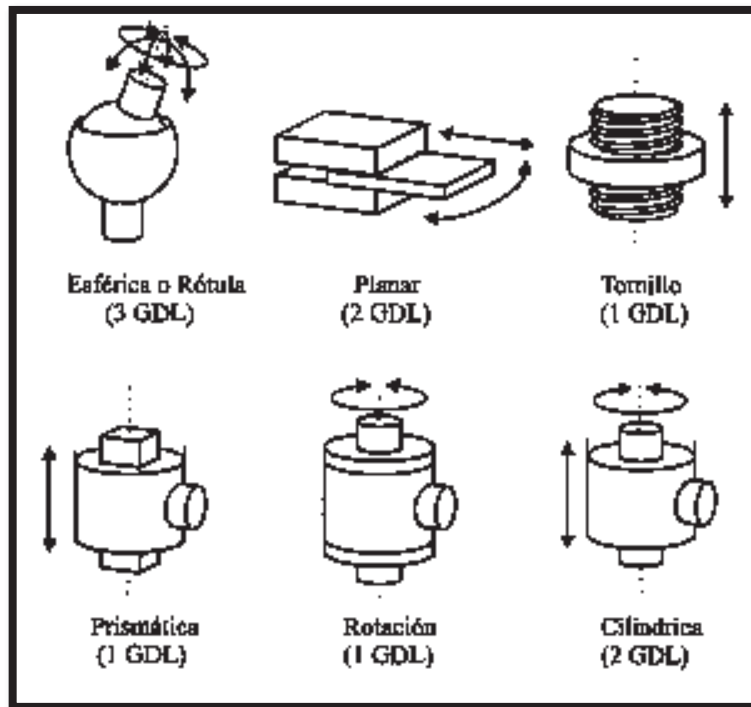


Figura 1.23 Tipos de articulaciones.

En la figura se pueden observar los grados de libertad de cada articulación, el número de articulaciones determina los grados de libertad del manipulador. Si se requiere que un manipulador posicione y oriente su extremo de cualquier manera en el espacio son necesarios al menos 6 parámetros, tres para definir la posición y tres para la orientación.

En el extremo libre de la cadena de vínculos que conforman el manipulador se encuentra el órgano terminal. Dependiendo de la aplicación que se va a dar al robot, el órgano terminal podría ser una pinza, un soplete de soldadura, un electroimán o cualquier otro dispositivo. ^[4] Puesto que este robot es muy semejante en movimientos al brazo humano por estar dotado de 7 GDL también se mencionará que está compuesto por un hombro, un codo y una muñeca.

Existen casos en los que se requieren más de seis grados de libertad para que el robot pueda tener acceso a todos los puntos de su entorno. Así, si se trabaja en un entorno con obstáculos, al dotar al robot de grados de libertad adicionales le permitirá acceder a posiciones y orientaciones de su extremo a las que como consecuencia de los obstáculos no hubiera llegado con seis GDL. Otra situación frecuente es la de dotar al robot de un GDL adicional que le permita desplazarse a lo largo de un carril, aumentando así el volumen del espacio al que puede acceder. Cuando el número de grados de libertad del robot es mayor que los necesarios para realizar una determinada tarea se dice que el robot es redundante. En la práctica, a pesar de ser necesarios los seis GDL comentados para tener total libertad en el posicionado y orientación del extremo del robot, muchos de los robots industriales cuentan con sólo cuatro o cinco GDL, por ser éstos suficientes para llevar a cabo las tareas que se les encomiendan.

Otro factor a considerar es el **área de trabajo**, del manipulador que es el volumen total que puede recorrer el órgano terminal y en el cual el manipulador puede ejecutar todos los posibles

movimientos. El espacio de trabajo estará restringido por la geometría del manipulador así como de las restricciones mecánicas de las articulaciones.

1.4 Soldadura

La soldadura por fusión es un proceso de unión que usa la fusión del metal base para hacer la soldadura. Los tres tipos más importantes de soldadura por fusión son:

1. Soldadura por gas.

Soldadura con oxiacetileno (OAW).

2. Soldadura por arco.

Electrodo revestido (SMAW).

Soldadura TIG (GTAW).

Soldadura por plasma (PAW).

Soldadura MIG (GMAW).

Soldadura por arco sumergido (SAW).

3. Soldadura por haz de alta energía.

Soldadura con haz de electrones (EBW).

Soldadura con laser (LBW).

La densidad de corriente incrementa de un proceso de soldadura por gas a un proceso de soldadura por arco y hasta llegar a un proceso de soldadura de haz de alta energía. Las ventajas de ir incrementando la densidad de corriente de las fuentes son una penetración más profunda de la soldadura, velocidades de soldadura más elevadas y una mejor calidad de soldadura con menos daños a la pieza.

Como ya se ha dicho antes, el proceso de soldadura que se utiliza actualmente para la unión de los rodets es soldadura con electrodo revestido si el espacio lo permite, o puede ser, para rodets de menor tamaño (a los cuales se les hace cortes sobre la tapa siguiendo la trayectoria de los álabes. Ver fotografía 1.3) soldadura TIG con material de aporte.





Foto 1.3 Cortes en la tapa superior del rodetes.

Es necesario mencionar que la empresa aprobó la posibilidad de hacer un cambio en su proceso actual de soldadura, por lo que en este trabajo la investigación inicial se basó en proponer nuevos procesos de soldadura y los cuales tuvieran la posibilidad de ser automatizados. Dentro de todos los procesos se eligió a los dos que más se podrían adaptar a la soldadura de los rodets, los cuales son soldadura MIG y soldadura TIG.

A continuación se describen las características más relevantes de estos dos procesos.

1.4.1 Soldadura MIG

La soldadura por arco bajo gas protector con electrodo consumible es un proceso en el que el arco se establece entre un electrodo de hilo continuo y la pieza a soldar, estando protegido de la atmósfera circundante por un gas inerte (proceso MIG) o por un gas activo (proceso MAG).

En la figura 1.24 se indican los elementos más importantes que intervienen en el proceso.

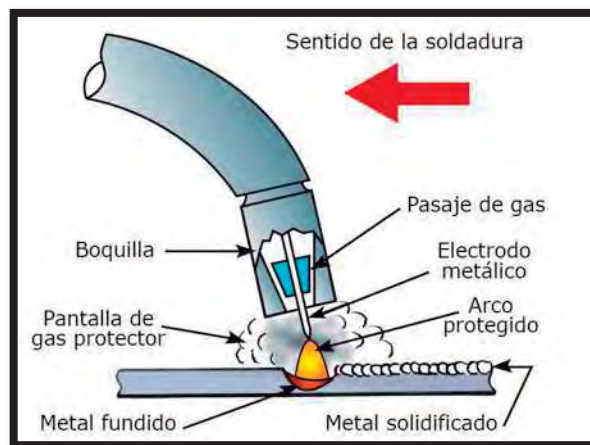


Figura 1.24 Soldadura MIG/MAG.

Este tipo de soldadura se utiliza principalmente para soldar aceros de bajo y medio contenido de carbono, así como para soldar acero inoxidable, aluminio y otros metales no férricos y tratamientos de recargue.^[9]

El equipo básico se muestra en la figura 1.25.^[10]

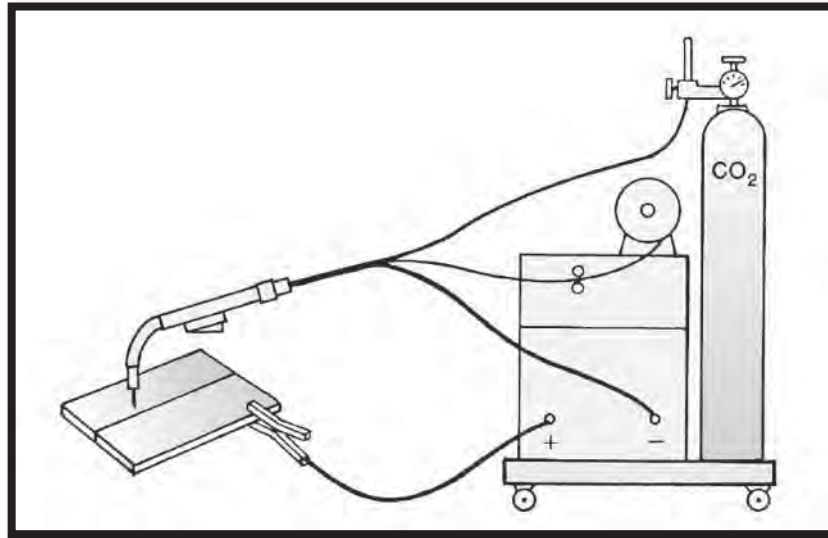


Figura 1.25 Equipo básico para mig.

- Equipo para soldadura por arco con sus cables.
- Suministro de gas inerte para la protección de la soldadura con sus respectivas mangueras.
- Mecanismo de alimentación automática de electrodo continuo.
- Electrodo continuo.
- Pistola o torcha para soldadura, con sus mangueras y cables.

El sistema MIG posee cualidades importantes al soldar aceros, entre las que sobresalen:

- El arco siempre es visible para el operador.
- La pistola y los cables de soldadura son ligeros, haciendo muy fácil su manipulación.
- Es uno de los más versátiles entre todos los sistemas de soldadura.
- Rapidez de deposición.
- Alto rendimiento.
- Posibilidad de automatización.^[11]

1.4.1.1 Influencia de los distintos parámetros.

El comportamiento del arco, la forma de transferencia del metal a través de éste, la penetración, la forma del cordón, están condicionados por la conjunción de una serie de parámetros entre los que destacan:

- **POLARIDAD:** afecta a la forma de transferencia, penetración, velocidad de fusión del hilo. Normalmente se trabaja con polaridad inversa o positiva, es decir, la pieza al negativo y el alambre de soldadura al positivo.
- **TENSIÓN DE ARCO:** este parámetro resulta determinante en la forma de transferencia del metal a la pieza.
- **VELOCIDAD DE ALIMENTACIÓN DE HILO:** en esta técnica no se regula previamente la intensidad de soldadura, sino que es el ajuste de la velocidad de alimentación del hilo el que provoca la variación de la intensidad gracias al fenómeno de la autorregulación.
- **NATURALEZA DEL GAS:** presenta una notable influencia sobre la forma de transferencia del metal, penetración, aspecto del cordón, proyecciones. En la figura 1.26 se muestran las formas de los cordones y las penetraciones típicas de este proceso, en función del tipo de gas:

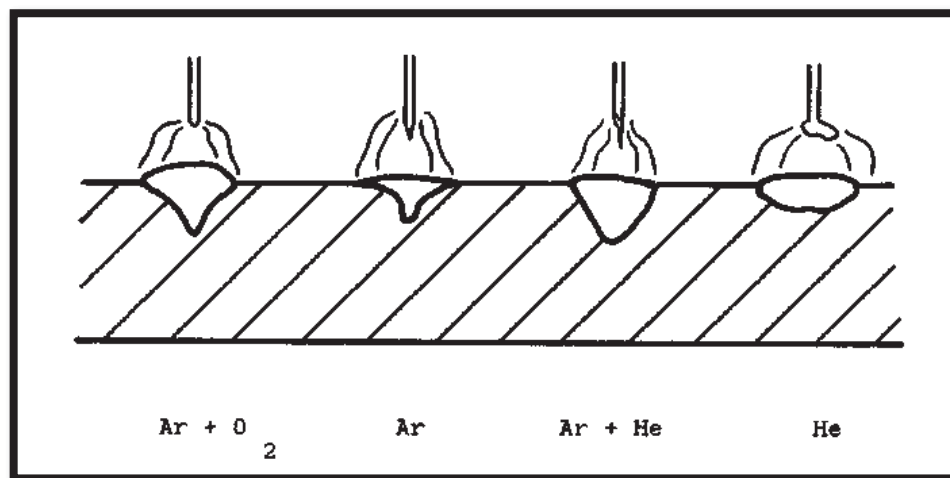


Figura 1.26 Forma de la soldadura en función del gas.

1.4.1.2 Transferencia metálica.

En soldadura MIG, las gotas de metal fundido son transferidas a través del arco, desde un alambre-electrodo alimentado continuamente, a la zona de soldadura. Para un diámetro dado de electrodo (d), con una protección gaseosa, la cantidad de corriente determina el tamaño de las gotas (D) y el número de ellas que son separadas desde el electrodo por unidad de tiempo:

Zona A: A valores bajos de amperaje, las gotas crecen a un diámetro que es varias veces el diámetro del electrodo antes que éstas se separen. La velocidad de transferencia a bajos amperajes es sólo de varias gotas por segundo.

Zona B: A valores intermedios de amperaje, el tamaño de las gotas separadas decrece rápidamente a un tamaño que es igual o menor que el diámetro del electrodo, y la velocidad de separación aumenta a varios cientos por segundo.

Zona C: A valores altos de amperaje, la velocidad de separación aumenta a medida que se incrementa la corriente, las gotas son bastante pequeñas.

Existen tres formas de transferencia metálica:

1. Transferencia “Spray” o de Rocío.
2. Transferencia “Globular”.
3. Transferencia en “Corto-Circuito”.

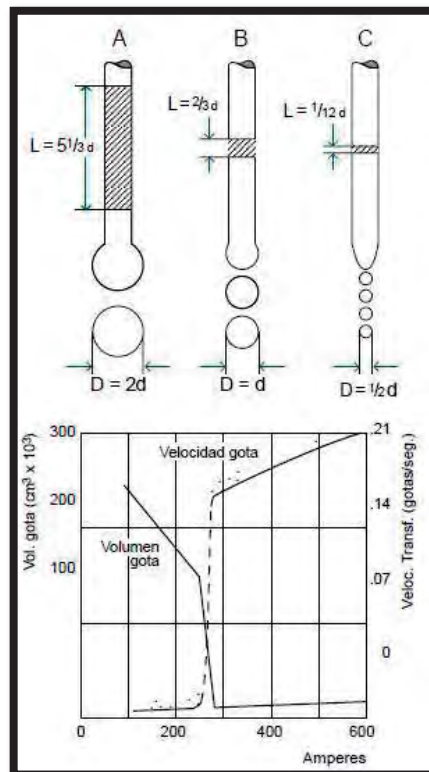


Figura 1.27 Transferencia metálica.

La tabla 1.1 muestra los distintos tipos de gases a utilizar dependiendo del metal base.

Metal Base	Transferencia Spray	Transferencia Corto-Circuito
Acero Inoxidable	Argón + 2% CO ₂ Argón + 1% O ₂ Argón + 2% O ₂	90% Helio + 7,5% Argón + 2,5% CO ₂
Aceros al Carbono y Baja Aleación	Argón + 2% O ₂ Argón + 20% CO ₂ Argón + 5% CO ₂ Argón + 8% CO ₂	CO ₂ Argón + 20% CO ₂ Argón + 8% CO ₂ Argón + 5% CO ₂
Aluminio y Magnesio	Argón Helio Argón + 25% He Argón + 75% He	
Cobre	Helio Argón + 25% He Argón + 50% He Argón + 75% He	

Tabla 1.1 Gases para mig.

Se puede utilizar Argón, Helio y una mezcla de ellos tanto para metales no ferrosos como para aceros inoxidables y aleaciones de acero. El arco es menos uniforme en Argón que en Helio debido a la conductividad térmica más baja del Argón. En consecuencia, el arco de Argón tiene un núcleo de alta energía y una capa exterior de menos energía térmica. Esto ayuda a producir una transferencia estable de gotas de metal a través de un arco de plasma de Argón.

Con metales ferrosos la protección con Helio puede producir salpicadura y con Argón puede causar un debilitamiento de las líneas de fusión. Agregando Oxígeno (alrededor del 3%) o CO₂ (alrededor de 9%) al Argón se reducen estos problemas. Los aceros al carbón y aleados a menudo se sueldan utilizando CO₂ como gas protector. Lo que resulta es una velocidad de soldadura más alta, mayor penetración y menos costo.

1.4.1.3 Ventajas y desventajas

El sistema MIG posee cualidades importantes al soldar aceros, entre las que sobresalen:

- El arco siempre es visible para el operador.
- La pistola y los cables de soldadura son ligeros, haciendo muy fácil su manipulación.
- Es uno de los más versátiles entre todos los sistemas de soldadura.
- Rapidez de deposición.
- Alto rendimiento.
- Posibilidad de automatización.^[11]



1.4.2 Soldadura TIG

El sistema TIG es un sistema de soldadura al arco con protección gaseosa, que utiliza el intenso calor de un arco eléctrico generado entre un electrodo de tungsteno no consumible y la pieza a soldar, donde puede o no utilizarse metal de aporte.

Se utiliza un gas de protección cuyo objetivo es desplazar el aire, para eliminar la posibilidad de contaminación de la soldadura por el oxígeno y nitrógeno presentes en la atmósfera. Como gas protector se puede emplear Argón o Helio, o una mezcla de ambos.

La característica más importante que ofrece este sistema es entregar alta calidad de soldadura en todos los metales, incluyendo aquellos difíciles de soldar, como también para soldar metales de espesores delgados y para depositar cordones de raíz en unión de cañerías.

Las soldaduras hechas con sistema TIG son más fuertes, más resistentes a la corrosión y más dúctiles que las realizadas con electrodos convencionales. Cuando se necesita alta calidad y mayores requerimientos de terminación, se hace necesario utilizar el sistema TIG para lograr soldaduras homogéneas, de buena apariencia y con un acabado completamente liso.^[11]

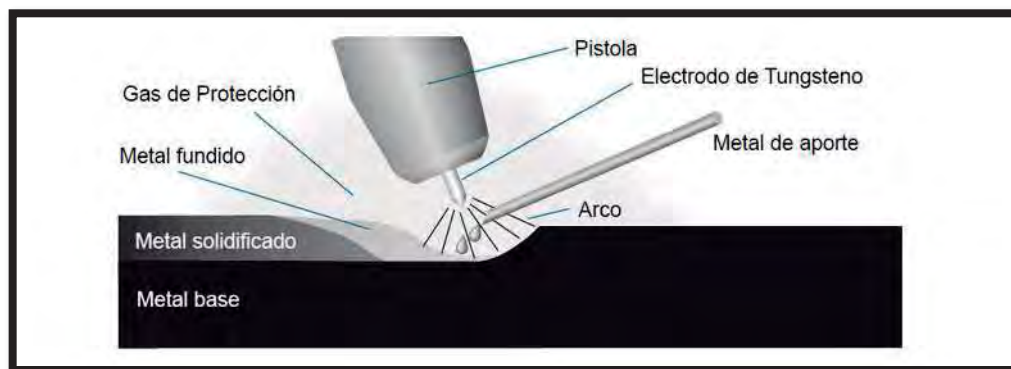


Figura 1.28 Soldadura TIG.

El equipo para sistema TIG consta básicamente de:

- Fuente de poder
- Unidad de alta frecuencia
- Pistola
- Suministro gas de protección
- Suministro agua de enfriamiento

La pistola normalmente se refrigera por aire. Para intensidades de corriente superiores a 200 Amps. se utiliza refrigeración por agua, para evitar el recalentamiento del mango.

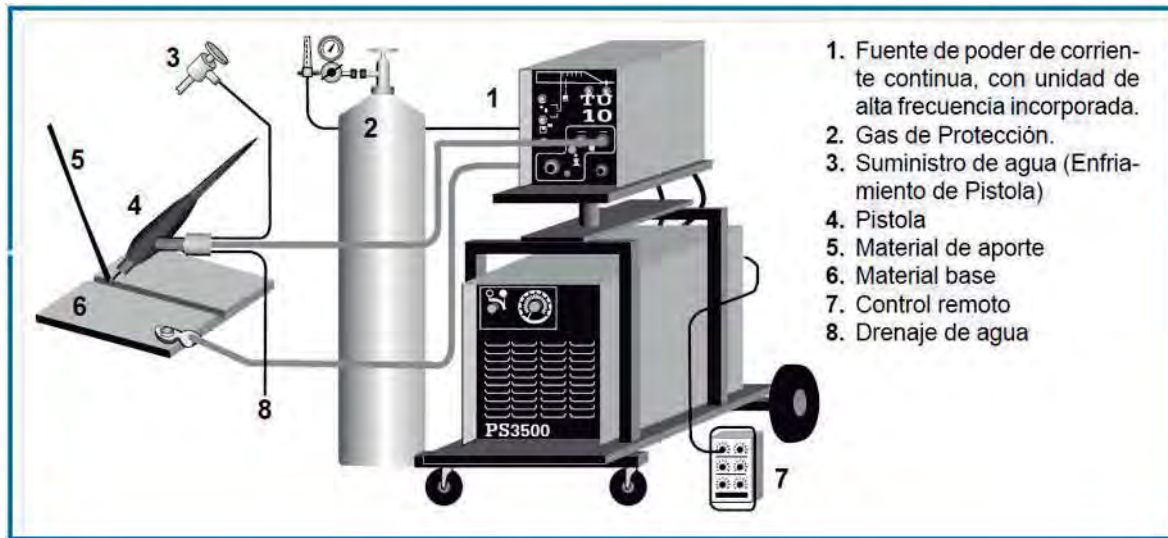


Figura 1.29 Equipo TIG.

1.4.2.1 Polaridad

Corriente Directa con Electrodo Negativo (DCEN). También se conoce como polaridad directa, es la polaridad más común en la soldadura por TIG. El electrodo se conecta a la terminal negativa de la fuente de poder. Como se muestra en la figura 1.30a los electrones son emitidos del electrodo de tungsteno y se aceleran mientras viajan a través del arco. Se requiere una cantidad significativa de energía para que un electrón sea emitido del electrodo. Cuando el electrón entra a la pieza de trabajo una cantidad de energía equivalente a la energía para emitirlo del electrodo se libera en la pieza. Esto es el motivo por el cual en TIG con DCEN más energía (alrededor de $2/3$) es ubicada en la parte final del arco y menos (alrededor de $1/3$) en la punta del electrodo. Como consecuencia se produce una soldadura relativamente estrecha y profunda. ^[14]

Corriente Directa con Electrodo Positivo (DCEP). También se le conoce como polaridad inversa, el electrodo se conecta a la terminal positiva de la fuente de poder. Como se muestra en la figura 1.30b, el efecto de calentamiento de los electrones está ahora en el electrodo de tungsteno en lugar de en la pieza. Como consecuencia, se produce una soldadura poco profunda. Además, se deben usar electrodos de mayor diámetro y enfriados por agua para prevenir que la punta del electrodo se funda. Los iones positivos del gas bombardean la pieza, como se muestra en la figura 1.31, retirando las capas de óxido y produciendo una superficie limpia. Por lo tanto la DCEP puede ser usada para soldadura de lámina delgada para materiales con fuerte formación de óxido tales como el aluminio y magnesio, donde no se requiere una penetración profunda.

Corriente Alterna (AC). Se puede obtener razonablemente buena penetración y una acción de limpieza de óxido. Usualmente se usa para soldar aleaciones de aluminio.

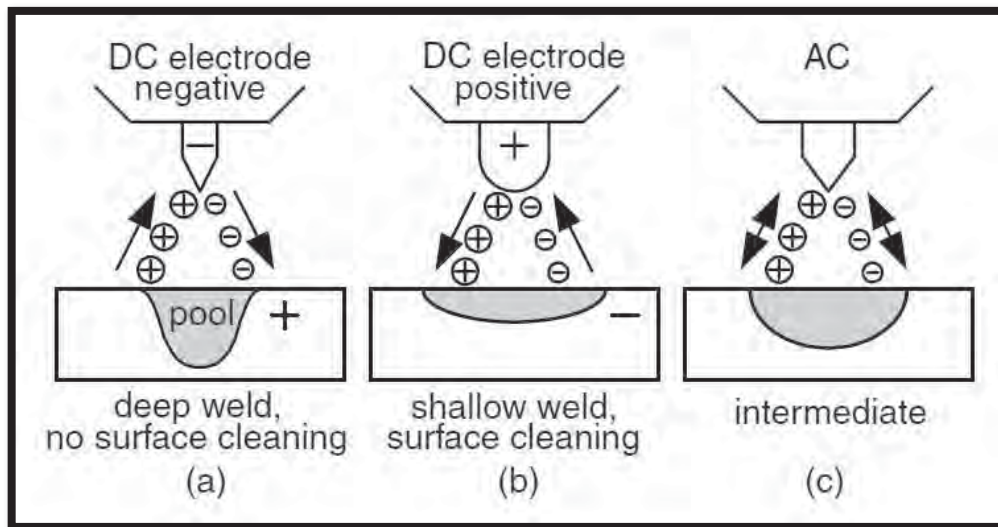


Figura 1.30 Tres polaridades diferentes en TIG.

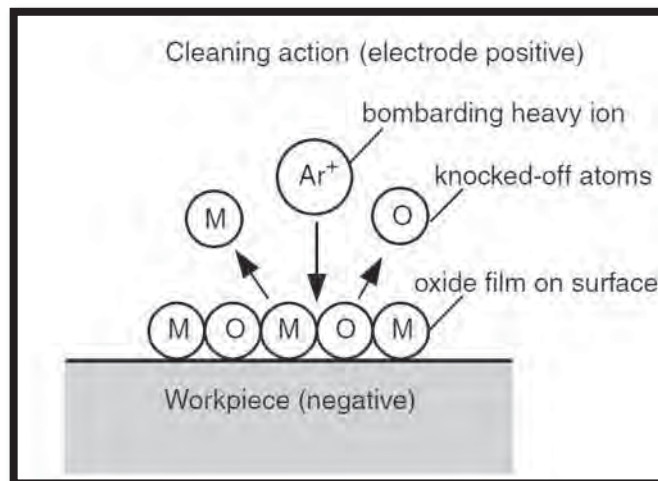


Figura 1.31 Acción de limpieza con electrodo positivo.

1.4.2.2 Electrodo TIG

Los electrodos para sistema TIG, están fabricados con tungsteno o aleaciones de tungsteno, lo que lo hace prácticamente no consumibles, ya que su punto de fusión es sobre los $3.800^{\circ}C$.

Diámetros más utilizados: 1.6 mm (1/16"), 2.4 mm (3/32"), 3.2 mm (1/8"). Largos standard: 3" y 7"

La adición de 2% de torio permite una mayor capacidad de corriente, mejor iniciación y estabilidad del arco.

Su identificación se realiza por el color de su extremo:

Tipos de electrodos	Identificación	AWS
• Electrodos de Tungsteno puro	Punto verde	EWP
• Electrodos de Tungsteno-Torio (1% Th)	Punto amarillo	EWTh-1
• Electrodos de Tungsteno-Torio (2% Th)	Punto rojo	EWTh-2
• Electrodos de Tungsteno-Zirconio	Punto café	EWZr



Figura 1.32 Color del electrodo de tungsteno.

Los electrodos de tungsteno con el 2% de Zirconio o Torio tienen mejor emisividad de electrones, mejor conductividad de corriente y resistencia a la contaminación que un electrodo de tungsteno puro. La emisividad electrones se refiere a la habilidad de la punta del electrodo de emitir electrones. Una emisividad de electrones más baja implica una temperatura de la punta del electrodo más elevada requerida para emitir electrones y por lo tanto un mayor riesgo de fundición de la punta.

La tabla 1.2 muestra el tipo de electrodo y polaridad que debe utilizarse de acuerdo al tipo de material a soldar.

Material	Tipo Corriente	Penetración	Gas	Electrodo
Aluminio	CAAF	Media	Argón	W
Acero inox.	CCEN	Alta	Argón	W-Th
Acero dulce	CCEN	Alta	Argón o Helio	W-Th
Cobre	CCEN	Alta	Argón o Helio	W-Th
Níquel	CCEN	Alta	Argón	W-Th
Magnesio	CAAF	Media	Argón	W

Nota: CAAF : Corriente Alternada y Alta frecuencia
CCEN : Corriente Continua, Electrodo Negativo

W : Tungsteno
W-Th : Tungsteno-Torio

Tabla 1.2 Elección de electrodo

1.4.2.3 Gases de protección

Se puede utilizar Argón y Helio. La tabla 1.3 muestra las propiedades de algunos gases. Como se puede ver, el potencial de ionización para Argón y Helio son de 15.7 y 24.5 eV (electrón volts), respectivamente. Es más fácil ionizar Argón que Helio, la iniciación del arco es más fácil y la caída de voltaje a través del arco es más baja con Argón. También como el Argón es más pesado que el Helio, este ofrece una protección más efectiva. Con DCEP o AC, el Argón también tiene un poder más grande de limpieza de oxígeno que el Helio. Esas ventajas, mas el bajo costo, hacen al Argón más atractivo para TIG que el Helio.^[14]

Gas	Chemical Symbol	Molecular Weight (g/mol)	Specific Gravity with Respect to Air at 1 atm and 0°C	Density (g/L)	Ionization Potential (eV)
Argon	Ar	39.95	1.38	1.784	15.7
Carbon dioxide	CO ₂	44.01	1.53	1.978	14.4
Helium	He	4.00	0.1368	0.178	24.5
Hydrogen	H ₂	2.016	0.0695	0.090	13.5
Nitrogen	N ₂	28.01	0.967	1.25	14.5
Oxygen	O ₂	32.00	1.105	1.43	13.2

Tabla 1.3 Propiedades de gases de protección usados en soldadura

La caída de voltaje es mayor en un arco de Helio que en uno de Argón, sin embargo, se pueden obtener mayores entradas de energía y mayores sensibilidades a la variación de la longitud del arco con Helio. El Helio permite la soldadura de espesores más grandes y el uso de velocidades de soldadura mayores. El Argón, por otro lado, permite un mejor control de la longitud de arco durante un proceso de soldadura TIG automático.



1.4.1.4 Ventajas y desventajas

La soldadura con TIG es deseable para unir secciones delgadas debido a sus limitadas entradas de calor. La alimentación del metal de aporte es un tanto independiente de la corriente de soldadura, esto permite una variación en la cantidad relativa de la fusión del metal base y la fusión del metal de aporte. Por lo tanto, el control de dilución y energía de entrada a la soldadura se puede lograr sin cambiar el tamaño de la soldadura. También se puede usar para soldar uniones a tope de láminas delgadas por fusión solamente, esto es, sin la adición de material de aporte. La soldadura con TIG es un proceso muy limpio, se puede usar para soldar metales reactivos tales como titanio, zirconio, aluminio y magnesio. Sin embargo, la tasa de deposición es baja. Corrientes excesivas en la soldadura pueden causar la fundición del electrodo de tungsteno y resultar en inclusiones de éste en la soldadura. Sin embargo, usando material de aporte precalentado, la tasa de deposición puede mejorar.

Algunas otras ventajas pueden ser:

- No se requiere de fundente, y no hay necesidad de limpieza posterior en la soldadura.
- No hay salpicadura, chispas ni emanaciones, al no circular metal de aporte a través del arco.
- Brinda soldaduras de alta calidad en todas las posiciones, sin distorsión.
- Al igual que todos los sistemas de soldadura con protección gaseosa, el área de soldadura es claramente visible.
- El sistema puede ser automatizado, controlando mecánicamente la pistola y/o el metal de aporte.

1.5 Selección de la antorcha

Como ya se vio, ambos procesos pueden ser muy limpios cuando se usa un gas inerte. La principal ventaja del proceso MIG sobre el TIG es que tiene tasas de deposición mucho más grandes, lo cual permite soldar piezas con espesores mayores y altas velocidades de soldadura. En la soldadura TIG no se requiere habilidad para mantener un arco muy corto y estable. Las pistolas para MIG pueden ser muy voluminosas y difíciles para alcanzar áreas pequeñas o esquinas.

Una vez analizados ambos procesos, se puede saber que ambos podrían ser implementados en el robot para la soldadura de los rodets. Lo que lleva a decidir entre utilizar uno u otro proceso es la antorcha que se debe colocar en el órgano terminal del robot.



La antorcha que debe utilizarse, básicamente debe de cumplir con las dimensiones para poder entrar en el rodete y así seguir la trayectoria de los álabes a soldar. Estas dimensiones se pueden observar en el plano de la figura 1.36.

En el plano se puede observar que la dimensión crítica que debe cumplir la antorcha se encuentra en la parte de descarga del rodete y que es de 2.511 in (63.7 mm), con esta dimensión partió la búsqueda de la antorcha.

El principal problema para las antorchas MIG es que suelen ser algo brumosas, robustas y con un cuello de ganso que hace más compleja su manipulación y movimientos para entrar en el rodete, en la figura 1.33 y 1.34 se pueden observar algunas dimensiones de antorchas de una marca muy conocida.

Estándares de Pistolas enfriadas por Aire						
Modelo de Pistola	Cuello de Ganso	Tubera	Difusor de Gas	Difusor	Alcance del Cuello de Ganso	Puntas de Contacto
350 AMP CS	20S-60	401-4-62	404-20	—	402-7	403-20-XX
350 AMP	30S-60	401-6-62	404-20	—	402-11	403-20-XX
450 AMP	40S-60	401-6-62	404-20	—	402-11	403-20-XX
550 AMP	50S-60	401-6-75	404-20	—	402-11	403-20-XX
550 AMP	50S-60	401-7-87	404-20	—	402-11	403-20-XX

Dimensiones del Cuello de Ganso									
Cuello de Ganso	A	B		C		D		E	
	Grados	Pulgadas	MM	Pulgadas	MM	Pulgadas	MM	Pulgadas	MM
30S-60	60	4.1	105	4	103	2	51	1.9	48
40S-65	45	5.19	132	3.55	90	3	76	1.9	48
40S-60	60	4.98	127	4.76	121	3	76	1.9	48
40S-180	180	7.35	187	—	—	—	—	1.9	48
50S-45	45	7.23	184	3.87	98	4	102	1.9	48
50S-60	60	5.93	151	5.3	133	4	102	1.84	42

Clasificación de Amperaje				
Tough Gun	Régimen de Trabajo al 100%		Régimen de Trabajo al 50%	
	CO ₂	Combinado	CO ₂	Combinado
350 AMP	350	250	450	350
450 AMP	450	325	575	450
550 AMP	550	400	700	550
550 AMP	650	475	825	650

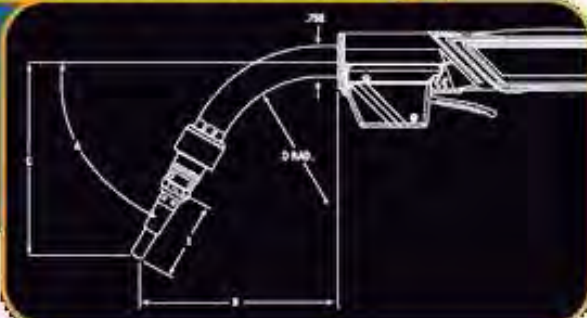


Figura 1.33 Pistolas enfriadas por aire (TOUGH GUN)

Estándares de Pistolas enfriadas por Agua					
Modelo de Pistola	Cuello de Ganso	Tabera	Defensor de Gas	Puntas de Contacto	Aislante del Cuello de Ganso
600 AMP	595-68	601-6-62	484-38	483-29-XX	N/A
400 AMP	445-68	481-6-62	484-29	483-29-XX	482-7

Dimensiones del Cuello de Ganso									
Cuello de Ganso	A	B	C	D	E				
400AMP		Pulgadas	MM	Pulgadas	MM	Pulgadas	MM	Pulgadas	MM
445-45	45	5.93	142.95	4.02	102.16	2.5	63.5	1.9	48
445-60	60	4.99	126.75	5.14	130.56	2.5	63.5	1.9	48
600AMP		Pulgadas	MM	Pulgadas	MM	Pulgadas	MM	Pulgadas	MM
595-45	45	7.05	179	4.856	123	3	76	1.8	46
595-60	60	5.916	150	5.602	142	3	76	1.8	46
595-180	180	8.94	227	8	8	3	76	1.8	46

Clasificación de Amperaje				
Pistola Tough Gun	Régimen de Trabajo al 100%		Régimen de Trabajo al 50%	
	CO ₂	Combinado	CO ₂	Combinado
600 AMP	600	500	550	600
400 AMP	425	400	525	425

Figura 1.34 Pistolas enfriadas por agua (TOUGH GUN)

CÓDIGO	PISTOLAS MIG (PRAXAIR)	PRECIO UNIDAD
244760.5	SB-150/3m., Aire. 180 A. 60% 0,6 – 0,8 mm.	A 96,60
244024.4	SB-150/4m., Aire. 180 A. 60% 0,6 – 0,8 mm.	A 102,90
244762.0	SB-250/3 m., Aire. 230 A. 60% 0,8 – 1,2 mm.	A 108,15
244032.5	SB-250/4 m., Aire. 230 A. 60% 0,8 – 1,2 mm.	A 113,40
244818.0	SB-250/6 m., Aire. 230 A. 60% 0,8 – 1,2 mm.	A 149,10
244765.3	SB-360/3 m., Aire. 300 A. 60% 0,8 – 1,2 mm.	A 140,70
244031.4	SB-360/4 m., Aire. 300 A. 60% 0,8 – 1,2 mm.	A 149,10
244817.6	SB-360/6 m., Aire. 300 A. 60% 0,8 – 1,2 mm.	A 195,30
244770.1	SB-400W/3 m., Agua. 400 A. 100% 0,8 – 1,2 mm.	A 257,25
244771.2	SB-400W/4 m., Agua. 400 A. 100% 0,8 – 1,2 mm.	A 282,45
244764.2	SB-500W/3 m., Agua. 500 A. 100% 0,8 – 2,4 mm.	A 273,00
244030.3	SB-500W/4 m., Agua. 500 A. 100% 0,8 – 2,4 mm.	A 288,75
244865.5	SB-500W/3 m., Grip tipo pistola 180° Agua. 500 A. 100% 0,8 – 2,4 mm.	A 336,50
244866.6	SB-500W/3 m., Grip tipo pistola 180° Agua. 500 A. 100% 0,8 – 2,4 mm.	A 361,04

Figura 1.35 Pistolas PRAXAIR

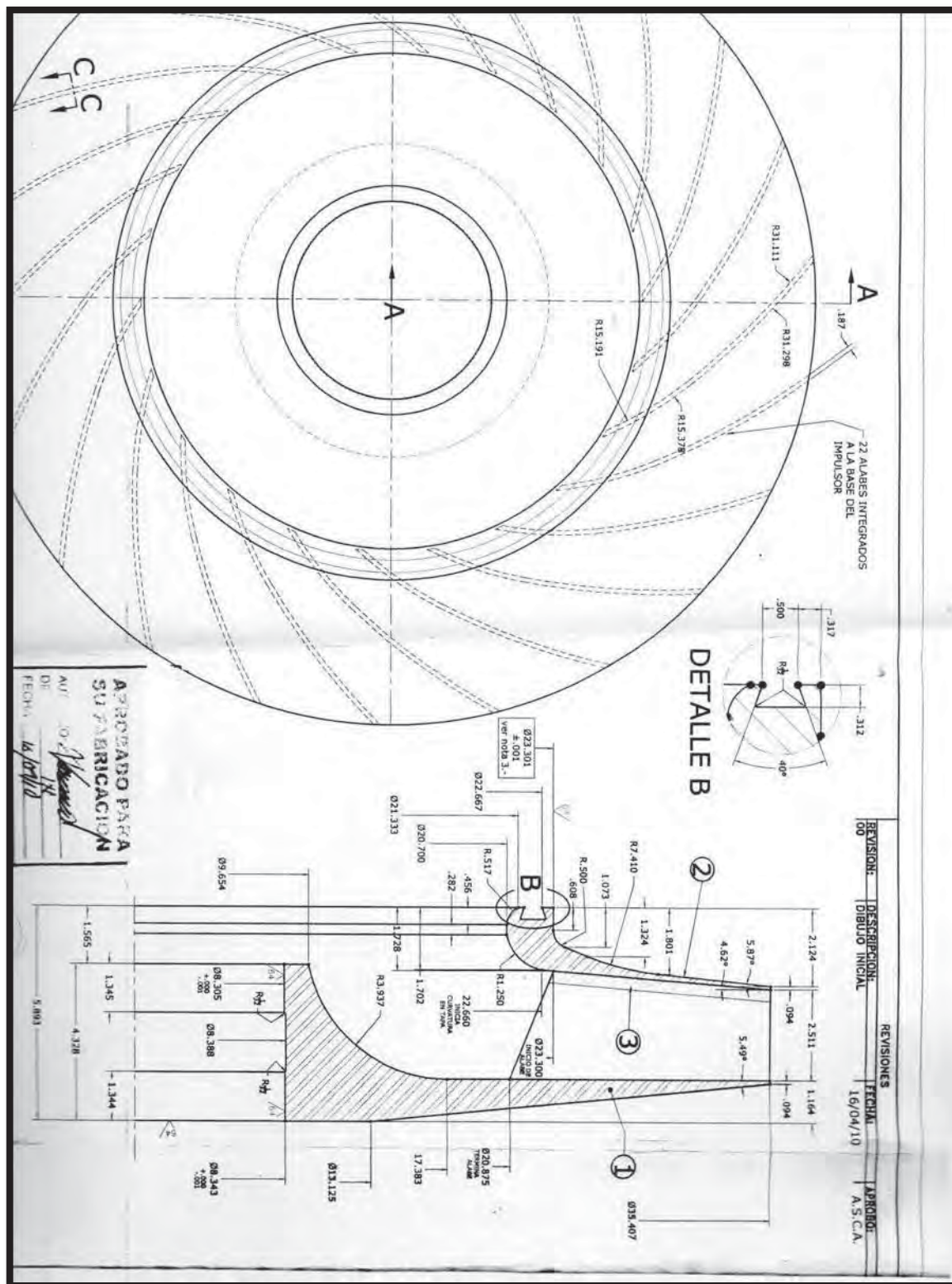
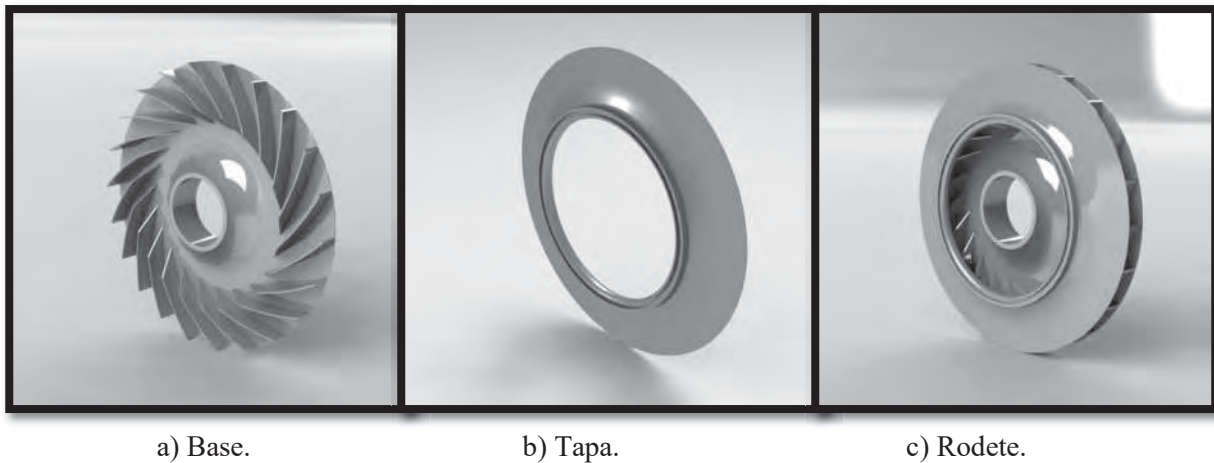


Figura 1.36 Cotas generales del rodete.



a) Base.

b) Tapa.

c) Rodete.

Figura 1.37 Modelado del rodete en 3D.

En el proceso de búsqueda se llegó con la empresa ABICOR BINZEL, que es una empresa mundial con muchos años de experiencia en el estudio e innovación de productos en soldadura, principalmente MIG, TIG y Plasma. Tienen su filial mexicana ubicada en Aguascalientes llamada BINZEL S.A de C.V.

La persona con la que se estuvo en contacto por parte de la empresa BINZEL fue el asesor de ventas el Ing. José Camacho quien propuso una antorcha relativamente nueva en el mercado pero que es para soldadura TIG y el modelo es M-225-R de ABICOR BINZEL (Figura 1.38). La cabeza de la antorcha con todo y copa cerámica mide 20mm y de largo 245mm y existen posibilidades con diferentes cabezas a diferentes ángulos. La soldadura sería por fusión.

En la página de BINZEL no se encontró con algún manual que proporcionara las dimensiones de la antorcha, por lo que se contactó nuevamente al Ing. José Camacho quien proporcionó algunas imágenes de la antorcha (Foto 1.4 y 1.5) y en la que muestra las dimensiones en forma general.

**Figura 1.38** Kit para soldadura tig.

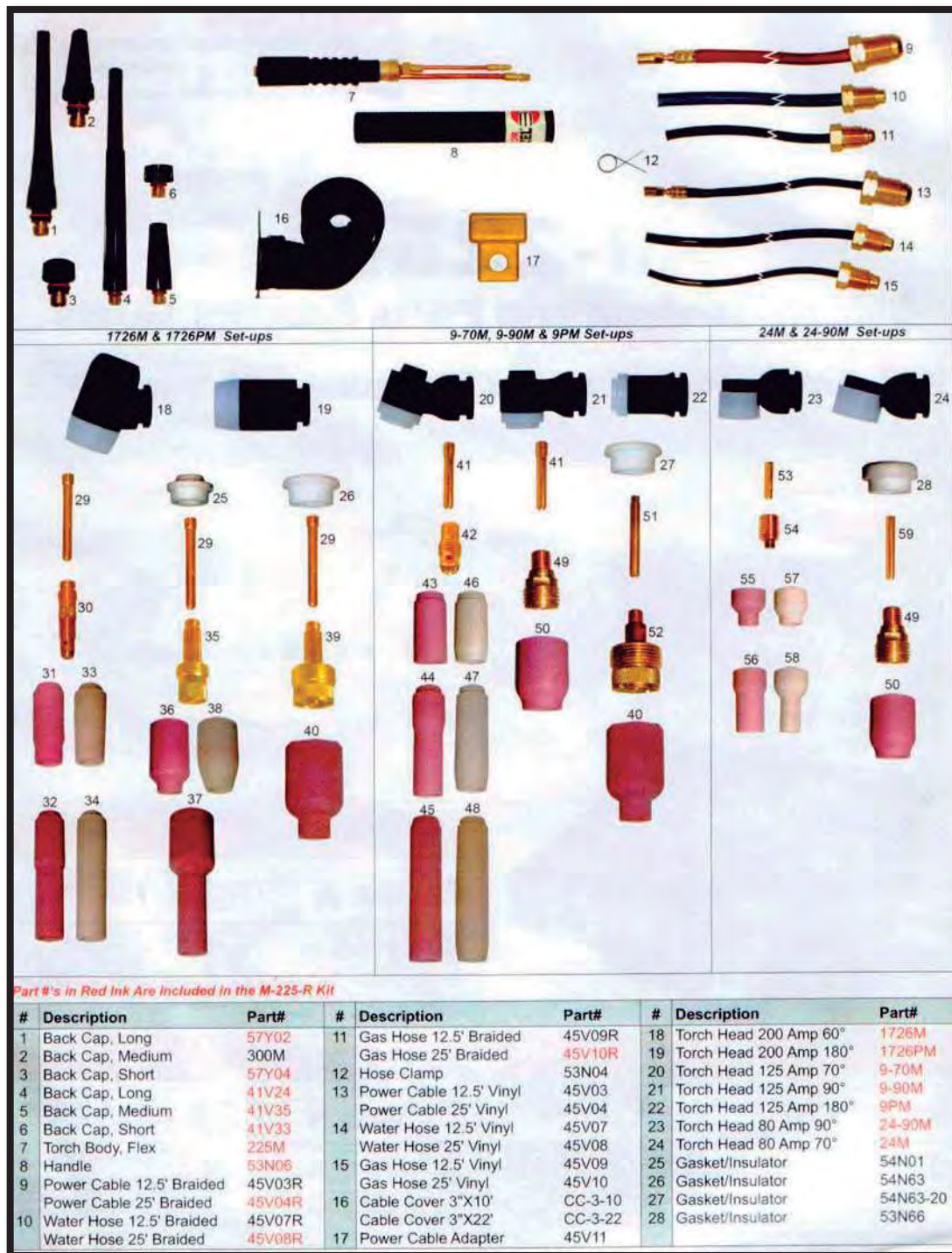


Figura 1.39 Posibilidades de diferentes cabezas con angulos diferentes



Foto 1.4 Longitud de la antorcha (245 mm).



Foto 1.5 Altura de la cabeza (20 mm).

Con estas dimensiones se procedió a dibujar la antorcha en 3D (Figura 1.40), para posteriormente hacer una representación al interior del rodete.



Figura 1.40 Antorcha en 3D.

En la figura 1.41 se puede observar como la antorcha se puede introducir sin ningún problema en el interior del rodete, por lo que se decidió utilizar esta antorcha en el diseño.

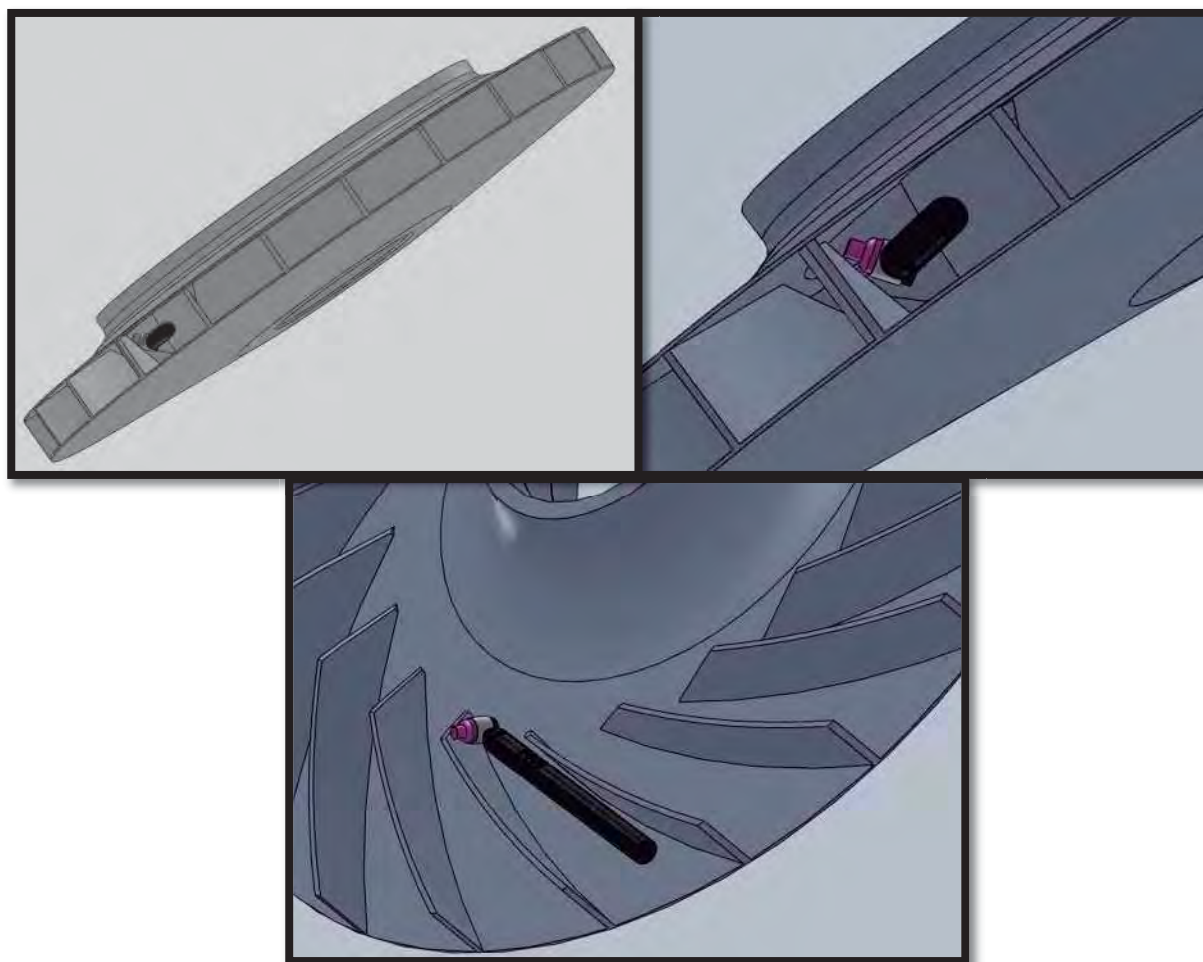


Figura 1.41 Antorcha al interior del rodete.

Capítulo II

Cinemática directa

Para que un robot realice una tarea específica, la ubicación del órgano terminal en relación con la base debería establecerse primero. A esto se le conoce como *problema de análisis de posición*. Hay dos tipos de problemas de análisis de posición: *posición directa o cinemática directa* y *posición inversa o cinemática inversa*. Para la cinemática directa, las variables de articulación están dadas (ángulos entre los eslabones) y el problema es encontrar la ubicación del órgano terminal. Para un manipulador serie (como es el caso), la cinemática directa es relativamente sencilla mientras que la cinemática inversa se vuelve algo más complicada. ^[19]

El objetivo de la cinemática directa es determinar el efecto acumulativo de todo el conjunto de variables de articulación. Los siguientes pasos se deben seguir para determinar la cinemática directa: ^[20]

- Colocar un sistema de referencia a la base del robot.
- Colocar sistemas de referencia a los eslabones, incluyendo el órgano terminal.
- Determinar la transformación homogénea entre cada sistema de referencia
- Aplicar el conjunto secuencial de transformadas, para obtener una transformada global.

2.1 Formulación Denavit-Hartenberg

Sin embargo, hay una manera estándar de aplicar esos pasos en robots manipuladores; esta fue introducida por Denavit y Hartenberg en 1955 (J. Denavit and R.S. Hartenberg, “A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices,” *Journal of Applied Mechanics*, pp. 215–221, June 1955.) El elemento clave de su trabajo fue proveer una metodología estándar para describir la geometría de cualquier manipulador.

A continuación se describe de una manera clara y sencilla en qué consiste esta formulación. Como se observa en la figura 2.1, se muestran dos eslabones que pueden rotar entre sí alrededor del eje i y que se nombran ESL $i-1$ y ESL i respectivamente. Como ya se mencionó anteriormente, se trata de relacionar al sistema de referencia i con el sistema de referencia $i-1$ por medio de una transformación homogénea global.

Se empieza por colocar los sistemas de referencias ortogonales $i-1$, A, B, C, i , tal como se observa en la figura 2.1.



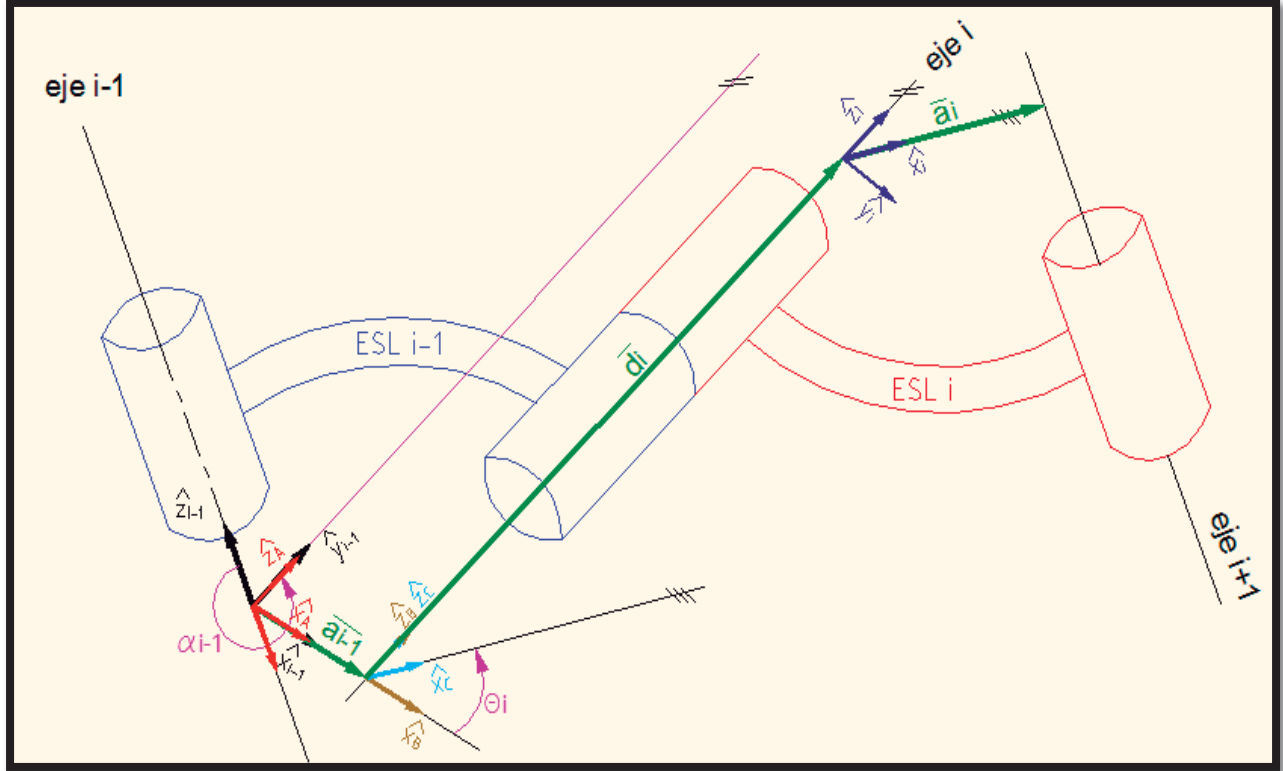


Figura 2.1 Formulación de Denavit y Hartenberg.

$\overline{a_{i-1}}$ = Es el vector cuya longitud es la distancia más corta entre el eje i-1 y el eje i. Esto implica que el vector $\overline{a_{i-1}}$ es perpendicular al eje i-1 y al eje i.

α_{i-1} = Es el ángulo medido alrededor de $\overline{a_{i-1}}$ empleado en llevar el positivo del eje i-1 al positivo del eje i.

$\overline{d_i}$ = Es aquel cuya longitud va desde el corte de $\overline{a_{i-1}}$ con el eje i hasta el corte de $\overline{a_i}$ con el eje i.

θ_i = Es el ángulo medido alrededor de $\overline{d_i}$ empleado para llevar la prolongación de $\overline{a_{i-1}}$ hacia la proyección de $\overline{a_i}$ cuando esta última parte del punto de corte de $\overline{a_{i-1}}$ con el eje i.

$$\{i-1\} = \{O_{i-1}, \hat{X}_{i-1}, \hat{Y}_{i-1}, \hat{Z}_{i-1}\}$$

$$\{A\} = \{\hat{X}_A, \hat{Y}_A, \hat{Z}_A\}$$

$$\{B\} = \{\hat{X}_B, \hat{Y}_B, \hat{Z}_B\}$$

$$\{C\} = \{\hat{X}_C, \hat{Y}_C, \hat{Z}_C\}$$



$$\{i\} = \{O_i, \hat{X}_i, \hat{Y}_i, \hat{Z}_i\}$$

Para que un sistema de referencia quede definido respecto de otro sistema de referencia, este debe estar formado por **la descripción de una posición y la descripción de una orientación**.

${}^A\{B\} = \{{}^A R_B; {}^A \bar{O}_B\}$; es decir como se encuentra $\{B\}$ respecto de $\{A\}$.

Donde

$${}^A R_B = \begin{pmatrix} \hat{X}_B \cdot \hat{X}_A & \hat{Y}_B \cdot \hat{X}_A & \hat{Z}_B \cdot \hat{X}_A \\ \hat{X}_B \cdot \hat{Y}_A & \hat{Y}_B \cdot \hat{Y}_A & \hat{Z}_B \cdot \hat{Y}_A \\ \hat{X}_B \cdot \hat{Z}_A & \hat{Y}_B \cdot \hat{Z}_A & \hat{Z}_B \cdot \hat{Z}_A \end{pmatrix} \text{ Representa la Descripción de una orientación.}$$

$${}^A \bar{O}_B = \begin{pmatrix} {}^A \bar{O} \cdot \hat{X}_A \\ {}^A \bar{O} \cdot \hat{Y}_A \\ {}^A \bar{O} \cdot \hat{Z}_A \end{pmatrix} \text{ Descripción de la posición del origen de } \{B\} \text{ respecto de } \{A\}$$

Por lo tanto para definir al sistema de referencia $\{i\}$ respecto de $\{i-1\}$ se hace:

$${}^{i-1}\{i\} = \{{}^{i-1} R_i, {}^{i-1} \bar{P}_{O_i}\}$$

Es decir, que para que el sistema de referencia i esté relacionado con el sistema de referencia $i-1$, se debe saber cómo se encuentra orientado (${}^{i-1} R_i$) y posicionado (${}^{i-1} \bar{P}_{O_i}$) éste con respecto a $i-1$. Para lograr esto, se va relacionando cada sistema de referencia con respecto al anterior hasta llegar al último sistema, para este caso i .

Para hacer esto se aplican las transformaciones homogéneas respectivas de tal manera que:

$${}^{i-1} T_i = {}^{i-1} T_A {}^A T_B {}^B T_C {}^C T_i \quad (2.1)$$

Ahora se definen cada una de las transformaciones:

$${}^{i-1} T_A = \begin{pmatrix} \text{Rot}(\hat{X}, \alpha_{i-1}) & \bar{0} \\ 000 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

Lo anterior significa que el sistema de referencia A se encuentra rotado un ángulo α_{i-1} respecto al sistema de referencia $i-1$ alrededor del eje $\hat{X}$ y el vector de posición cero significa que ambos orígenes están coincidiendo.



De igual manera para los otros:

$${}^A T_B = \begin{pmatrix} I & \|a_{i-1}\| \\ 000 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Donde **I** es la matriz de identidad, la cual significa que el sistema de referencia **B** está igualmente orientado con el sistema de referencia **A** y que el origen de **B** está desplazado una distancia a_{i-1} sobre el eje **X**.

$${}^B T_C = \begin{pmatrix} \text{Rot}(\hat{Z}, \theta_i) & \bar{0} \\ 000 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Lo cual significa que el sistema de referencia C está rotado un ángulo θ_i alrededor del eje **Z** y que los orígenes de cada sistema coinciden.

Y por último:

$${}^C T_i = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 000 & \|d_i\| \\ & 1 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

En el cual el origen de **i** se encuentra desplazado una distancia d_i sobre el eje **Z**.

Realizando las operaciones de transformación:

$${}^{i-1} T_A = \{\text{Rot}(\hat{X}, \alpha_{i-1}); \bar{0}\} \quad (2.6)$$

En donde una rotación alrededor de un eje $\hat{e}$ un ángulo φ está definida de la siguiente manera:

$$\text{Rot}(\hat{e}, \varphi) = \hat{e}\hat{e}^T + \cos\varphi(I - \hat{e}\hat{e}^T) + \sin\varphi \hat{e} \otimes$$

$$\hat{e} \otimes = E = \begin{pmatrix} 0 & -e_z & e_y \\ e_z & 0 & -e_x \\ -e_y & e_x & 0 \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

Aplicando la ecuación 2.7 se tiene:

$$\text{Rot}(\hat{X}, \alpha_{i-1}) = \hat{X}\hat{X}^T + \cos\alpha_{i-1}(I - \hat{X}\hat{X}^T) + \sin\alpha_{i-1} \hat{X} \otimes$$

$$\hat{X}\hat{X}^T = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$I - \hat{X}\hat{X}^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



$$\text{Cos}\alpha_{i-1}(\mathbf{I} - \hat{\mathbf{X}}\hat{\mathbf{X}}^T) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \text{Cos}\alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & 0 & \text{Cos}\alpha_{i-1} \end{pmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{X}}\otimes\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Sen}\alpha_{i-1}\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\text{Sen}\alpha_{i-1} \\ 0 & \text{Sen}\alpha_{i-1} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Rot}(\hat{\mathbf{X}}, \alpha_{i-1}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \text{Cos}\alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & 0 & \text{Cos}\alpha_{i-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\text{Sen}\alpha_{i-1} \\ 0 & \text{Sen}\alpha_{i-1} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Rot}(\hat{\mathbf{X}}, \alpha_{i-1}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \text{Cos}\alpha_{i-1} & -\text{Sen}\alpha_{i-1} \\ 0 & \text{Sen}\alpha_{i-1} & \text{Cos}\alpha_{i-1} \end{pmatrix}$$

Entonces la transformada queda

$${}^{i-1}\mathbf{T}_A = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \text{Cos}\alpha_{i-1} & -\text{Sen}\alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & \text{Sen}\alpha_{i-1} & \text{Cos}\alpha_{i-1} & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

Para las otras se hace un procedimiento similar

$${}^A\mathbf{T}_B = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & \|a_{i-1}\| \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$${}^B\mathbf{T}_C = \left(\begin{array}{ccc|c} \text{Cos}\theta_i & -\text{Sen}\theta_i & 0 & 0 \\ \text{Sen}\theta_i & \text{Cos}\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$${}^C\mathbf{T}_i = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \|d_i\| \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$



$${}^{i-1}T_B = {}^{i-1}T_A {}^AT_B = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & \|a_{i-1}\| \\ 0 & \cos\alpha_{i-1} & -\sin\alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & \sin\alpha_{i-1} & \cos\alpha_{i-1} & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$${}^BT_i = {}^BT_C {}^CT_i = \left(\begin{array}{ccc|c} \cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & 0 \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \|d_i\| \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

Por lo tanto:

$${}^{i-1}T_i = {}^{i-1}T_B {}^BT_i = \left(\begin{array}{ccc|c} \cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & \|a_{i-1}\| \\ \cos\alpha_{i-1}\sin\theta_i & \cos\alpha_{i-1}\cos\theta_i & -\sin\alpha_{i-1} & -\sin\alpha_{i-1}\|d_i\| \\ \sin\alpha_{i-1}\sin\theta_i & \sin\alpha_{i-1}\cos\theta_i & \cos\alpha_{i-1} & \cos\alpha_{i-1}\|d_i\| \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \quad (2.8)$$

A la matriz de la ecuación 2.8 se le conoce como Formulación de Denavit-Hartenberg.

Algunas reglas:

El origen del sistema de referencia O_{i-1} correspondiente al sistema de referencia $\{i-1\}$, se coloca en el corte de $\overline{a_{i-1}}$ con el eje $i-1$.

$\hat{X}_{i-1}$ se obtiene normalizando a $\overline{a_{i-1}}$. $\hat{X}_{i-1} = \frac{\overline{a_{i-1}}}{\|\overline{a_{i-1}}\|}$

$\hat{Z}_{i-1}$ se obtiene normalizando d_{i-1} . $\hat{Z}_{i-1} = \frac{d_{i-1}}{\|d_{i-1}\|}$

$\hat{Y}_{i-1}$ se obtiene sabiendo que es un terna ortonormal derecha.



2.2 Descripción espacial del eslabonamiento

En esta sección se hará el análisis del brazo siguiendo la formulación de Denavit-Hartenberg.

PASOS PARA FIJAR LOS SISTEMAS DE REFERENCIA DEL ESLABÓN.

- Dibujar líneas correspondientes a cada uno de los ejes de las articulaciones.
- Numerar cada una de las líneas dibujadas anteriormente comenzando por 1.
- Darle nombre a cada uno de los eslabones comenzando con cero para el eslabón fijo.
- Poner una línea llamada eje cero que corresponderá a la articulación cero del eslabón cero. Generalmente ésta es paralela y en algunas ocasiones colineal a la línea nombrada como 1.
- Colocar una línea que pasa por el punto operacional del órgano terminal y que generalmente es paralela y en algunas ocasiones colineal a la última línea del paso 1.

CASOS ESPECIALES.

- Cuando dos ejes de articulación son paralelos y colineales la magnitud del parámetro de eslabón $\|a\|=0$ y es arbitraria la colocación del vector unitario $\hat{a}$. Se recomienda colocarlo en un punto del eslabón anterior.
- Cuando dos líneas de articulación son paralelas y no colineales existe una gran cantidad de parámetros a , por lo cual se recomienda colocarlo en una posición conocida del eslabón anterior.
- Cuando las líneas de articulación son perpendiculares y coincidentes el parámetro a tiene magnitud cero, sin embargo, el vector unitario $\hat{a}$ debe ser colocado tal que los otros parámetros de eslabonamiento sean cero.

Un ejemplo de aplicación de los pasos anteriores se muestra en las figuras 2.2 y 2.3.



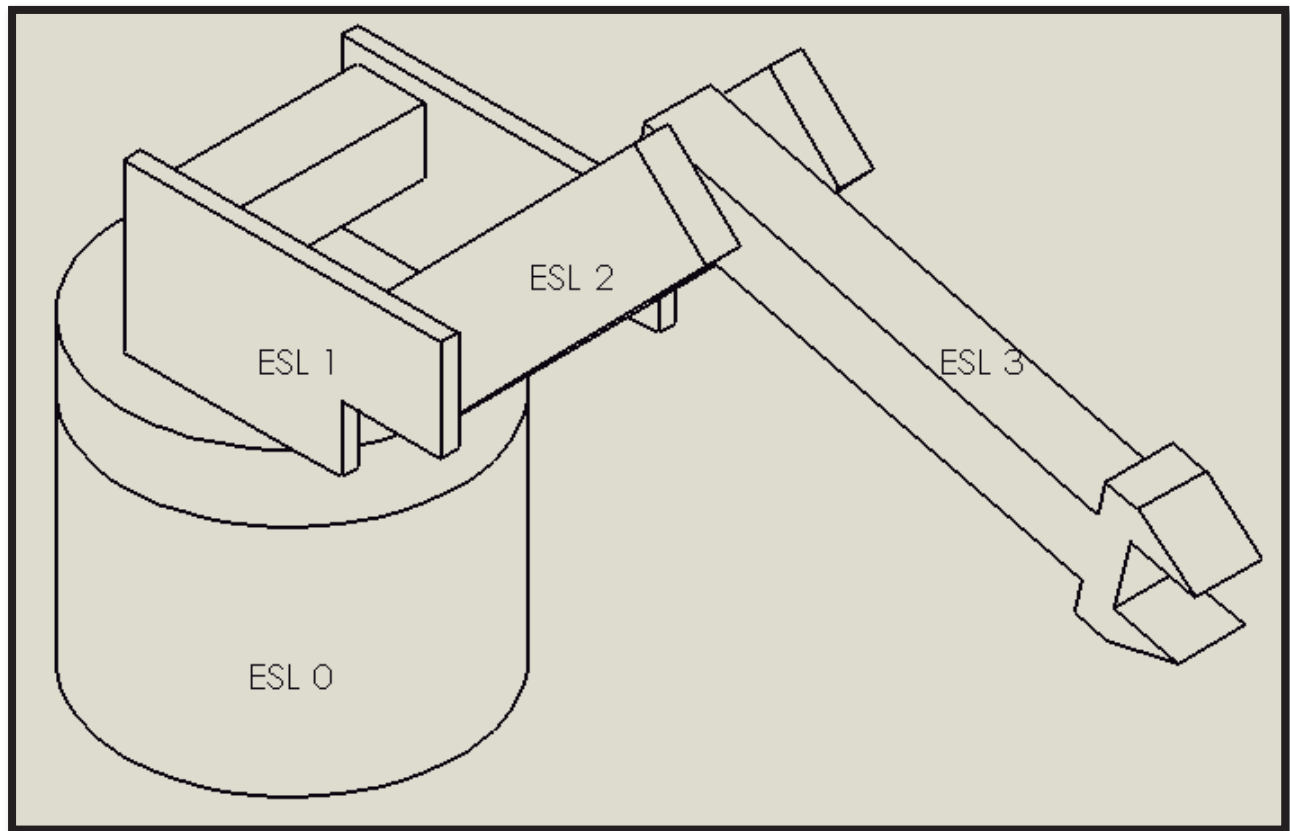


Figura 2.2 Vista isométrica de un manipulador antropomorfo.

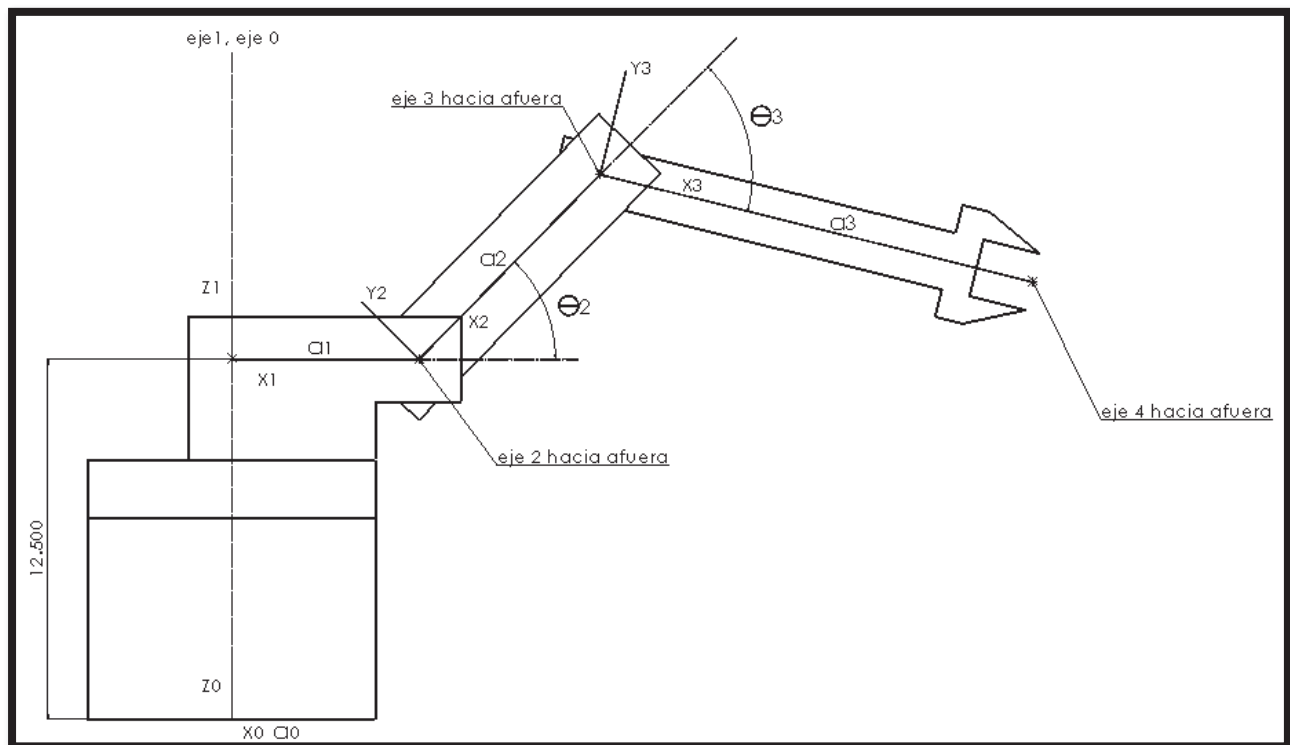


Figura 2.3 Vista lateral del manipulador antropomorfo

Para el caso del brazo que se está diseñando se colocaron los ejes como se muestra en la figura 2.4.

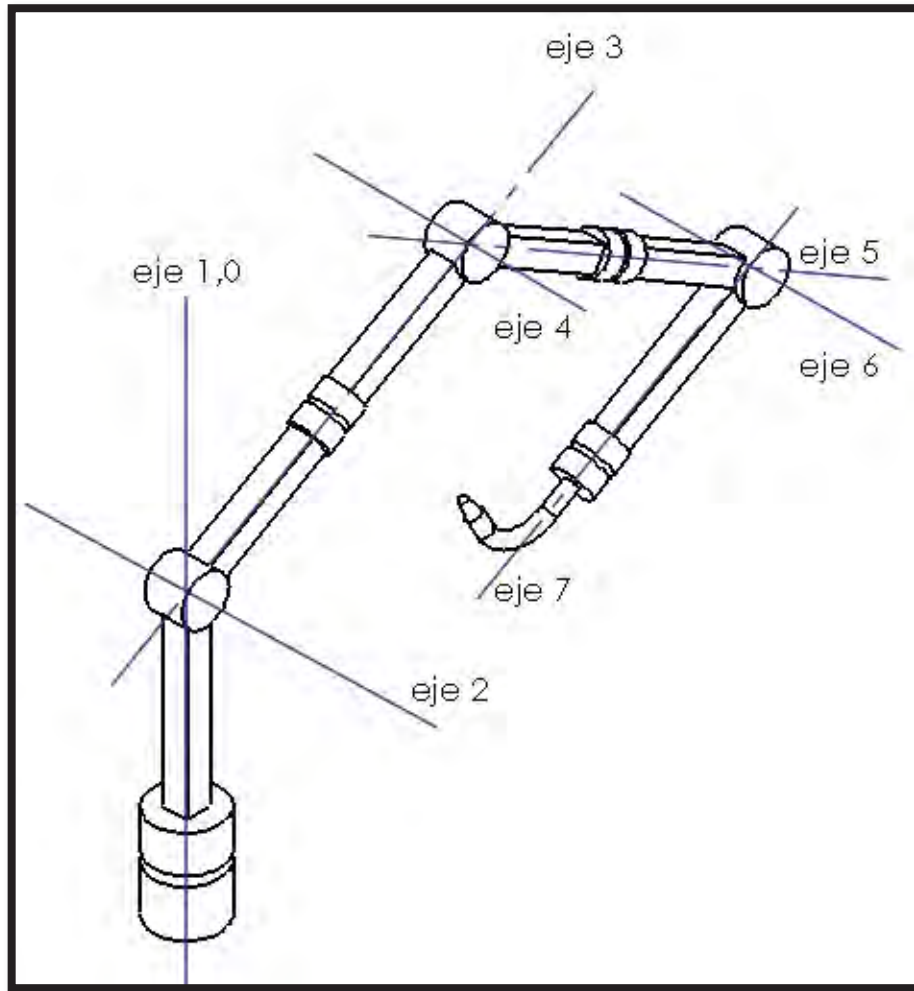


Figura 2.4 Definición de los ejes en el brazo.

Posteriormente se colocaron los sistemas de referencia, comenzando con el sistema $\{0\}$ para el eslabón de la base hasta llegar al sistema de referencia $\{7\}$ correspondiente al órgano terminal. Siguiendo la metodología de Denavit-Hartenberg los sistemas de referencia quedan como se observa en la figura 2.5.

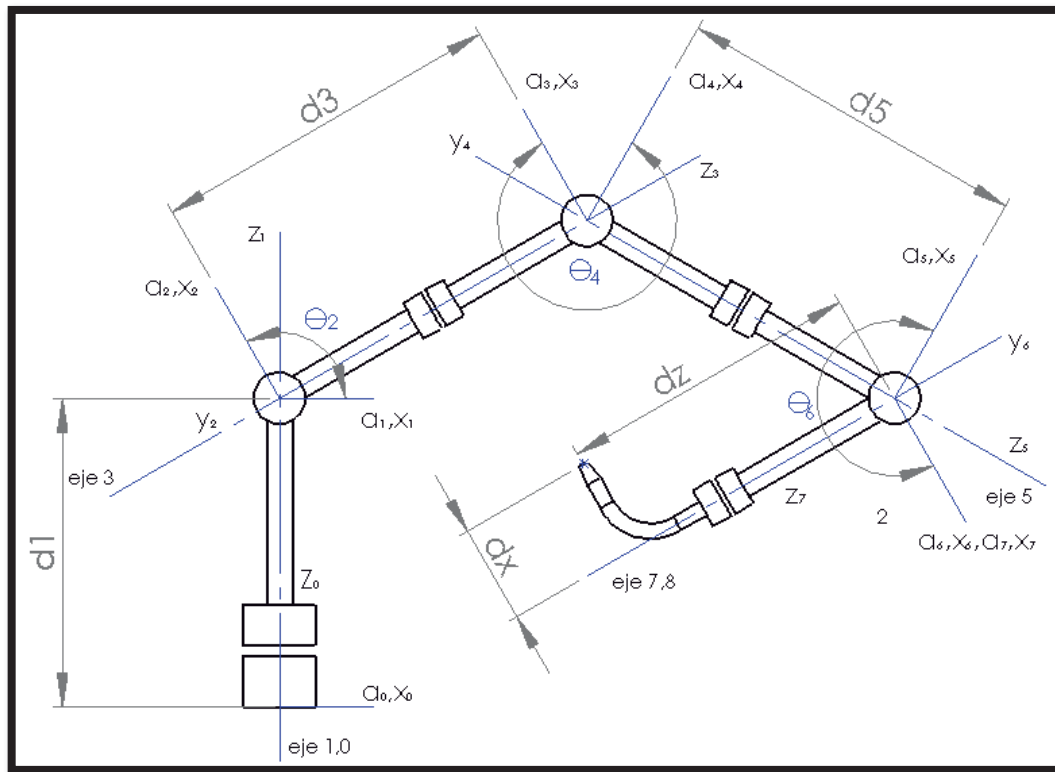


Figura 2.5 Definición de los sistemas de referencia.

Se procede a llenar la tabla de parámetros de eslabonamientos, la cual se puede observar en la tabla 2.1.

i	$\ a_{i-1}\ $	α_{i-1}	$\ d_i\ $	θ_i
1	0	0	d1	θ_1
2	0	90	0	θ_2
3	0	90	d3	θ_3
4	0	270	0	θ_4
5	0	90	d5	θ_5
6	0	270	0	θ_6
7	0	90	0	θ_7

Tabla 2.1 Parámetros de eslabonamiento.

Aplicando la formulación de Denavit-Hartenberg se obtienen las transformaciones de cada sistema de referencia en relación con el anterior.



$${}^{i-1}T_i = {}^{i-1}T_B {}^BT_i = \begin{pmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & \|a_{i-1}\| \\ \cos\alpha_{i-1}\sin\theta_i & \cos\alpha_{i-1}\cos\theta_i & -\sin\alpha_{i-1} & -\sin\alpha_{i-1}\|d_i\| \\ \sin\alpha_{i-1}\sin\theta_i & \sin\alpha_{i-1}\cos\theta_i & \cos\alpha_{i-1} & \cos\alpha_{i-1}\|d_i\| \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Para $i = 1$:

$${}^0T_1 = \begin{pmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 & 0 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Para $i = 2$:

$${}^1T_2 = \begin{pmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Para $i = 3$:

$${}^2T_3 = \begin{pmatrix} \cos\theta_3 & -\sin\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -d3 \\ \sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Para $i = 4$:

$${}^3T_4 = \begin{pmatrix} \cos\theta_4 & -\sin\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta_4 & -\cos\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Para $i = 5$:

$${}^4T_5 = \begin{pmatrix} \cos\theta_5 & -\sin\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -d5 \\ \sin\theta_5 & -\cos\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Para $i = 6$:

$${}^5T_6 = \begin{pmatrix} \cos\theta_6 & -\sin\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta_6 & -\cos\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Para $i = 7$:



$${}^6T_7 = \begin{pmatrix} \cos\theta_7 & -\sin\theta_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \sin\theta_7 & \cos\theta_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como ya se ha dicho antes, en la cinemática directa los ángulos de las articulaciones son datos conocidos y por lo tanto al introducir los ángulos se sabrá cómo se encuentra posicionado el órgano terminal. Un ejemplo para el caso del brazo se muestra a continuación.

Si se tienen como datos

$$\theta_1 = 90^\circ$$

$$\theta_2 = 120^\circ$$

$$\theta_3 = 0^\circ$$

$$\theta_4 = 310^\circ$$

$$\theta_5 = 0^\circ$$

$$\theta_6 = 236^\circ$$

$$\theta_7 = 0^\circ$$

Además las distancias entre los orígenes de los sistemas de referencia de eslabones

$$d_1 = 682.45 \text{ mm}$$

$$d_3 = 744.93 \text{ mm}$$

$$d_5 = 534.65 \text{ mm}$$

$$dx = 35 \text{ mm}$$

$$dz = 677.317 \text{ mm}$$

Los datos que se obtendrían para la posición final del órgano terminal se pueden observar en la figura 2.6.

Para consultar el programa, ver en la sección de anexos de dinámica directa que muestra la corrida en el software Mathematica 5.1



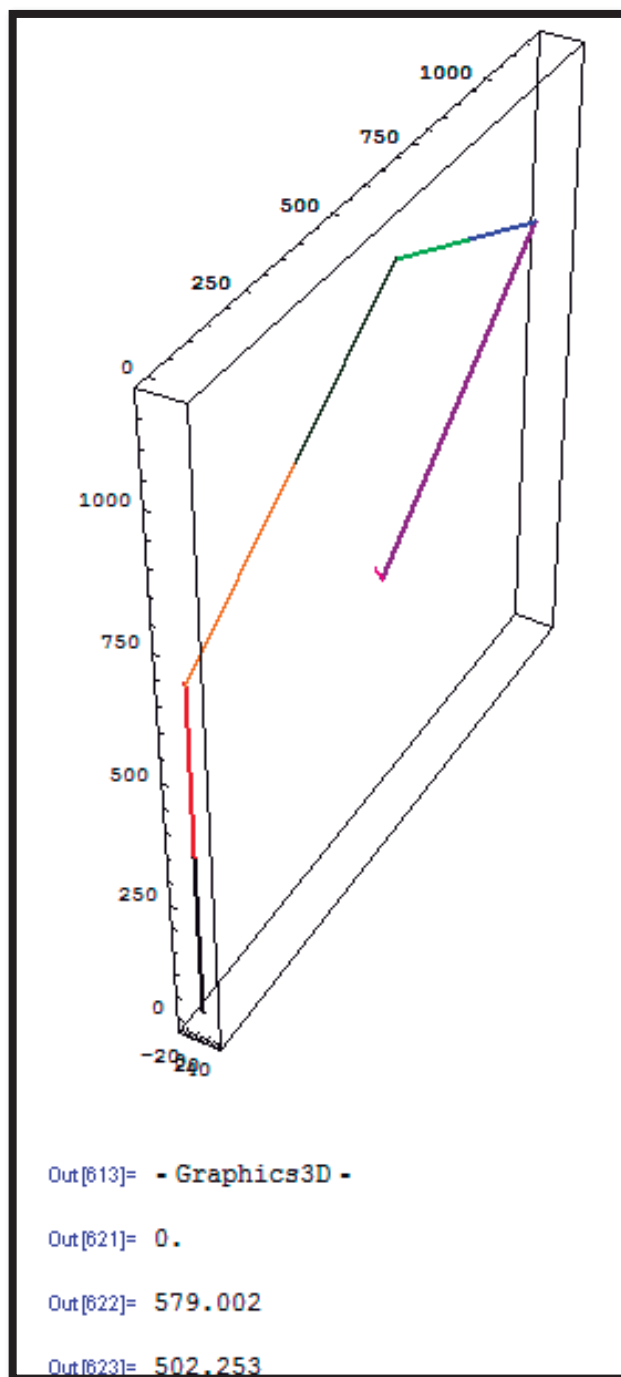


Figura 2.6 Posición del órgano terminal.

Lo que se puede observar en el resultado de la corrida del programa es que el órgano terminal tiene una posición en x de 0mm, en y de 579.002 mm y en z de 502.253 mm con respecto al sistema de referencia $\{0\}$. Esto además se puede comprobar con el diseño del brazo real al cual se le dieron los mismos valores de ángulos en las articulaciones como se observa en la figura 2.7.

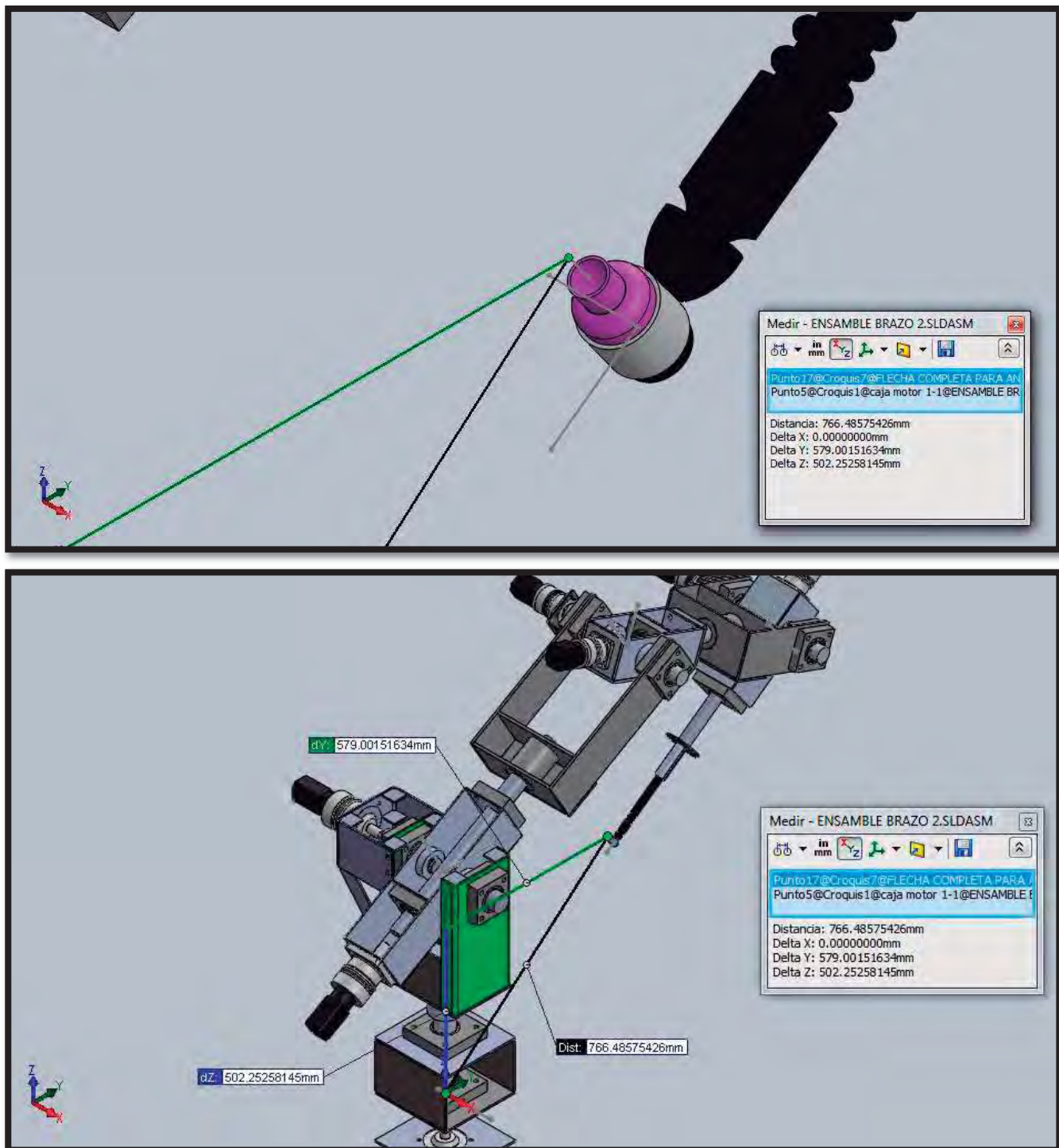


Figura 2.7 Posición del órgano terminal en el brazo real respecto de $\{0\}$.

Capítulo III

Cinemática inversa

La cinemática inversa es la determinación de todas las variables articulares en función de las condiciones operacionales de la tarea, las cuales lograrían una posición y orientación específica del órgano terminal del manipulador e inclinación del brazo respecto al sistema de referencia $\{0\}$ (la base).^[20]

El objetivo del problema cinemático inverso consiste en encontrar los valores que deben adoptar las coordenadas articulares del robot (ángulos) para que su extremo se posicione, incline el brazo y se oriente en un determinado punto en el espacio.^[5]

Por lo tanto en este apartado se relacionarán los ángulos correspondientes a cada articulación como una función de una posición y orientación deseada de la antorcha.

3.1 Cálculo de θ_1

Primero se toma como base un plano de referencia que es igual al plano **HCM** (Hombro, Codo, Muñeca del manipulador) antes de ser girado un ángulo ϕ alrededor de la línea **HM** como se muestra en la figura 3.1.

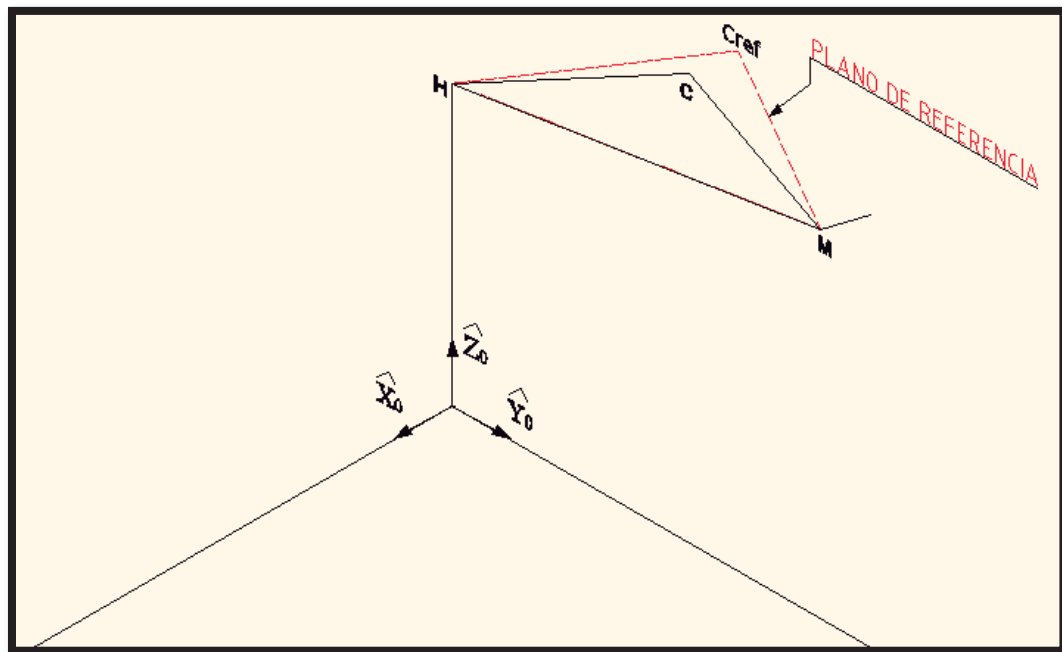


Figura 3.1 Primer trazo.

Posteriormente se trazan líneas sobre cada plano y que sean perpendiculares a la línea **HM** partiendo de **C** y **Cref** respectivamente hasta cortar con la línea **HM** en donde se ubicará el punto **P**; tal como se muestra en la figura 3.2. Se traza un círculo que pasa por los puntos **C** y **Cref** y que tiene centro en **P**. Este círculo representa la trayectoria del punto **C** cuando el plano HCM es girado ϕ grados alrededor de la línea **HM**.

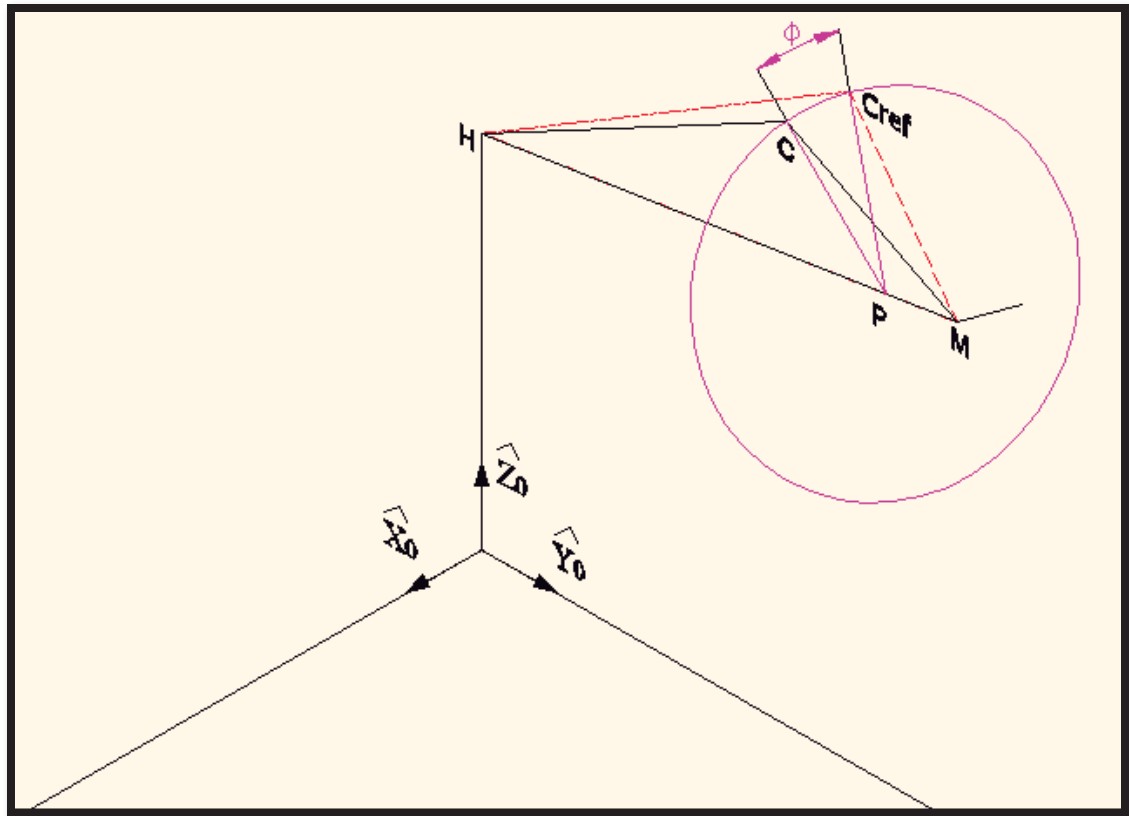


Figura 3.2 Trayectoria del punto C.

Ahora se hará la proyección de la trayectoria del punto **C** en el plano $\hat{X}_0$ y $\hat{Y}_0$. Para ello, se empieza por trazar una línea recta desde el punto **M** hasta cortar con el plano $\hat{X}_0\hat{Y}_0$ como se muestra en la figura 3.3. A continuación se hace lo mismo para los puntos **C**, **Cref** y **P** como se observa en la figura 3.4. Luego se traza una elipse con centro en **Pp** (correspondiente a **P** proyectado) y cuyo arco pasa por los puntos **Cp** y **Crefp** tal como se muestra en la figura 3.5. Esta elipse es la proyección de la trayectoria de **C** en el plano $\hat{X}_0\hat{Y}_0$.

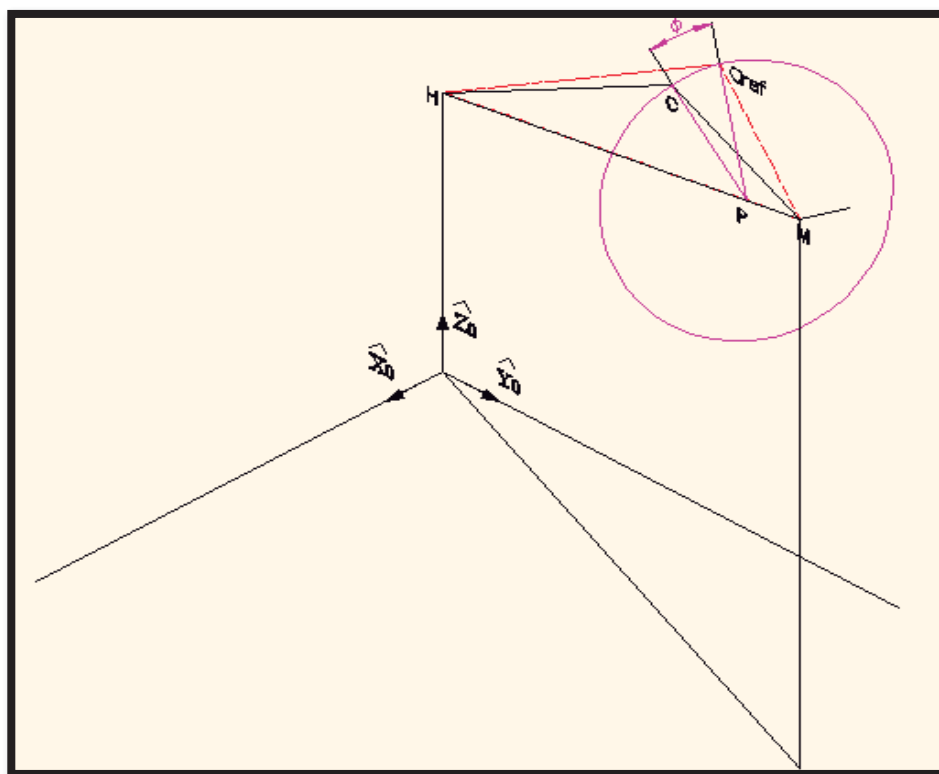


Figura 3.3 Proyección de M sobre el plano $\hat{X}_0\hat{Y}_0$

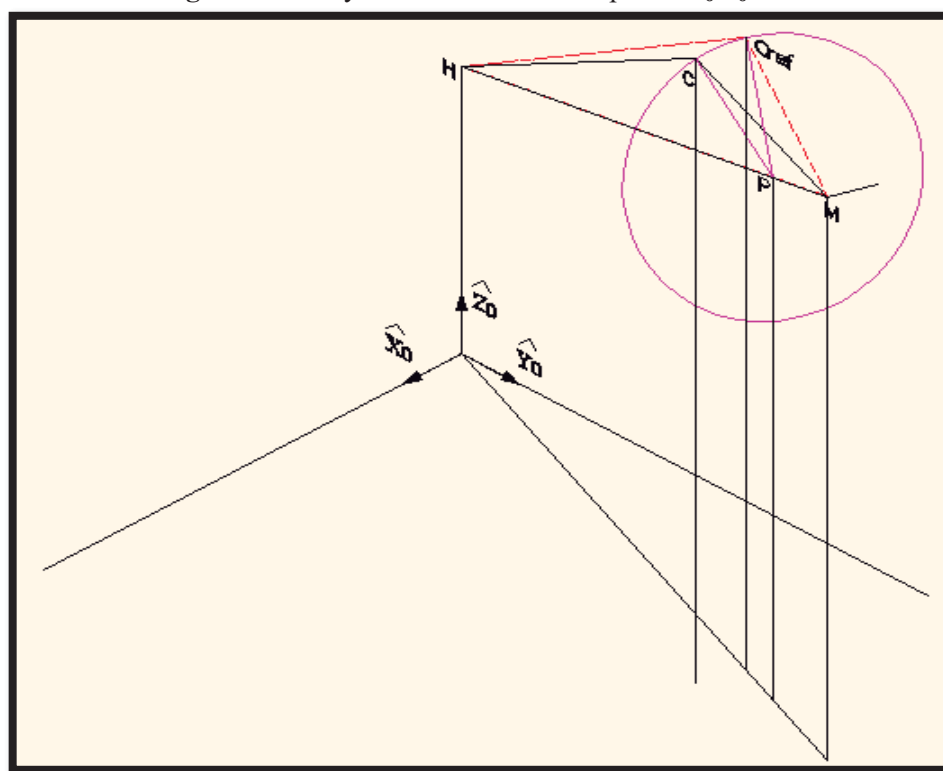


Figura 3.4 Proyecciones de C, Cref, P sobre el plano $\hat{X}_0\hat{Y}_0$

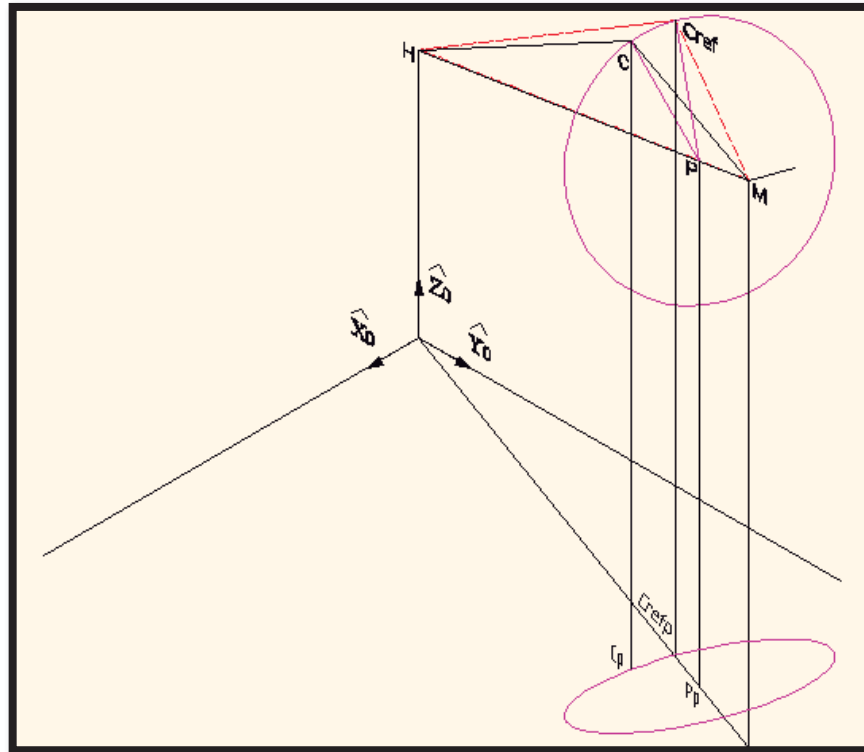


Figura 3.5 Proyección de la trayectoria de C en el plano $\hat{X}_0\hat{Y}_0$

Si se observa la figura anterior desde un plano superior, se observaría que ambas trayectorias coinciden una sobre otra, puesto que la elipse es una proyección de la trayectoria circular; lo anterior se observa en la figura 3.6.

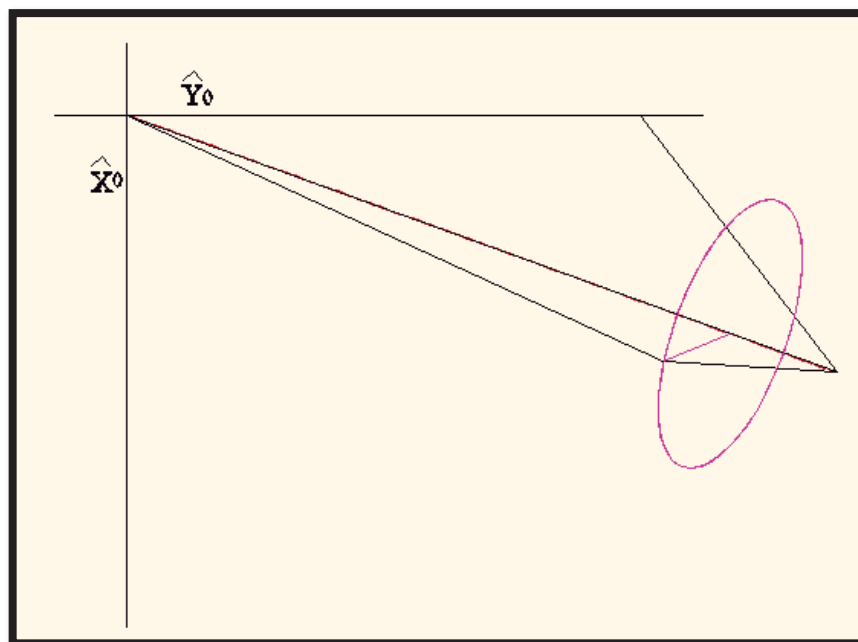


Figura 3.6 Vista superior.

Trazando una línea desde el origen del sistema de referencia $\{0\}$ hacia el punto C_p se dará cuenta que el ángulo comprendido entre el eje $\hat{X}_0$ y esta línea es el ángulo θ_1 . Lo anterior se puede observar en la figura 3.7.

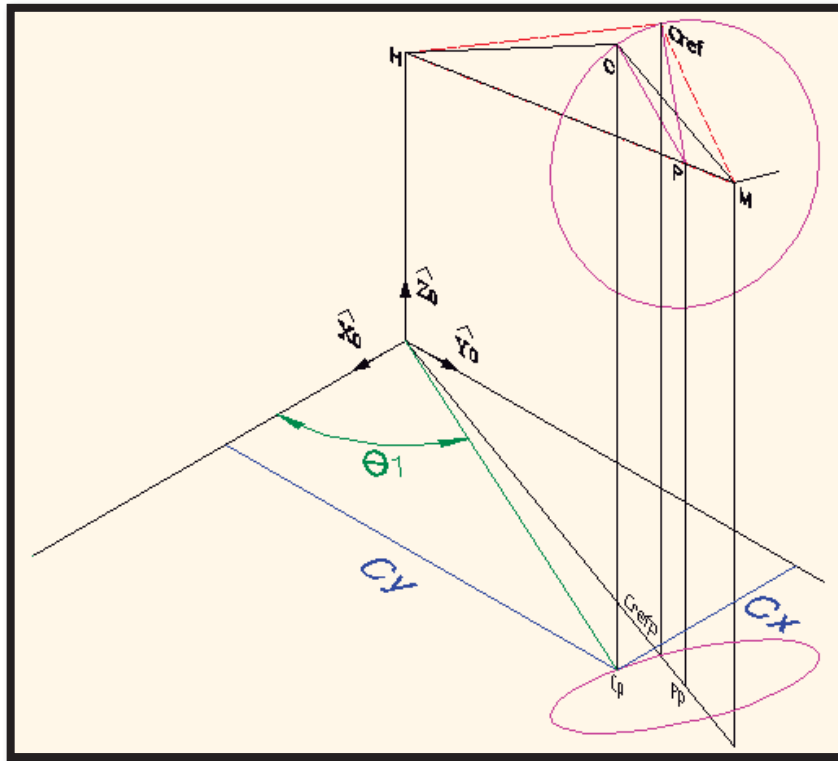


Figura 3.7 Definición de θ_1 .

De la figura 3.7 se puede definir a θ_1 como

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left(\frac{{}^0C_y}{{}^0C_x} \right) \quad (3.1)$$

Pero la pregunta sería: ¿Cómo se relaciona a 0C_x y 0C_y para que queden en función del ángulo ϕ y de la posición de M que representa a la posición de la muñeca?

Esta pregunta se resolverá a continuación.

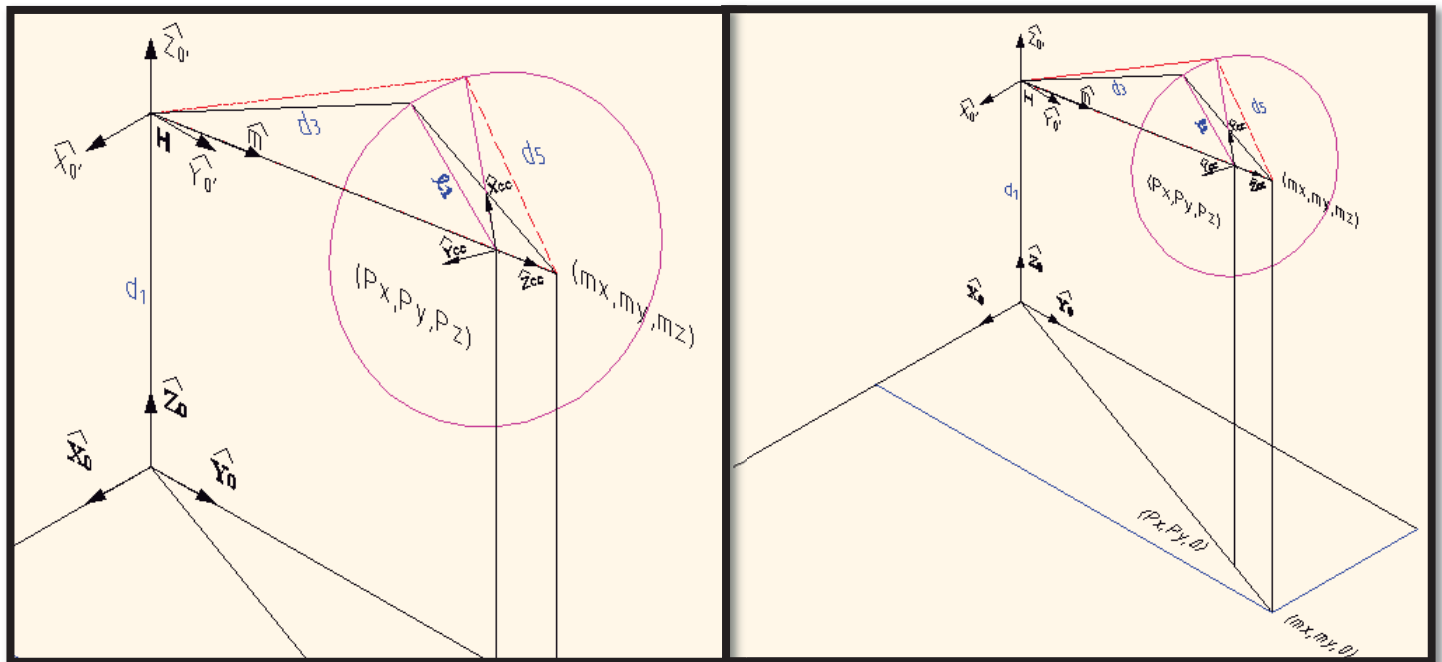


Figura 3.8 Definición de P y M.

De la figura 3.8 se observa que el punto P está definido por (P_x, P_y, P_z) y M por (m_x, m_y, m_z) y en el plano $\hat{X}_0\hat{Y}_0$ por $(P_x, P_y, 0)$ y $(m_x, m_y, 0)$ respectivamente.

Observando el plano del brazo de frente se vería tal como se muestra en la figura 3.9.

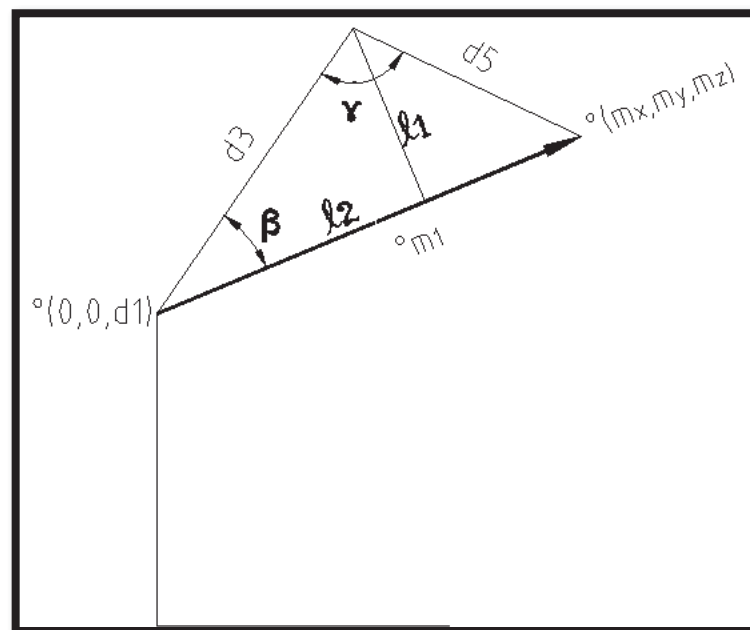


Figura 3.9 Vista frontal del brazo.

De la figura 3.9 se obtiene que:

$$\overline{{}^0m_1} = \begin{pmatrix} m_x - 0 \\ m_y - 0 \\ m_z - d_1 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Aplicando ley de cosenos y despejando γ se obtiene

$$\| {}^0m_1 \|^2 = d_3^2 + d_5^2 - 2d_3d_5\cos\gamma$$

$$\gamma = \cos^{-1} \left(\frac{d_3^2 + d_5^2 - \| {}^0m_1 \|^2}{2d_3d_5} \right)$$

Aplicando ley de cosenos y despejando β se obtiene

$$d_5^2 = d_3^2 + \| {}^0m_1 \|^2 - 2d_3\| {}^0m_1 \| \cos\beta$$

$$\beta = \cos^{-1} \left(\frac{d_3^2 + \| {}^0m_1 \|^2 - d_5^2}{2d_3\| {}^0m_1 \|} \right)$$

$$\cos\beta = \frac{l_2}{d_3}$$

$$l_2 = d_3 \cos\beta \quad (3.3)$$

Por lo que

$$P_x = 0 + a l_2$$

$$P_y = 0 + b l_2$$

$$P_z = d_1 + c l_2$$

Donde a, b y c se obtienen normalizando al vector $\overline{{}^0m_1}$ de la ecuación 3.2.

$${}^0\hat{u} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \frac{\overline{{}^0m_1}}{\| {}^0m_1 \|} = \frac{\begin{pmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z - d_1 \end{pmatrix}}{\sqrt{m_x^2 + m_y^2 + (m_z - d_1)^2}}$$

$$a = \frac{m_x}{\sqrt{m_x^2 + m_y^2 + (m_z - d_1)^2}}$$



$$b = \frac{m_y}{\sqrt{m_x^2 + m_y^2 + (m_z - d1)^2}}$$

$$c = \frac{m_z - d1}{\sqrt{m_x^2 + m_y^2 + (m_z - d1)^2}}$$

Ahora se define al sistema de referencia $\{cc\}$ respecto del sistema $\{0\}$:

$${}^0\{cc\} = \left\{ ({}^0X_{cc}, {}^0Y_{cc}n, {}^0Z_{cc}); \begin{pmatrix} Px \\ Py \\ Pz \end{pmatrix} \right\} \quad (3.4)$$

En el cual

$${}^0Z_{cc} = {}^0\hat{u} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

$${}^0Y_{cc} = {}^0\hat{u} \otimes \hat{Z}_0$$

Puesto que el producto cruz ${}^0\hat{u} \otimes \hat{Z}_0$ no garantiza que ${}^0Y_{cc}$ sea unitario debido a que el ángulo entre ellos no siempre es 90° , entonces se normalizará de la siguiente manera:

$${}^0Y_{cc} = \begin{pmatrix} yccx \\ yccy \\ yccz \end{pmatrix}$$

$${}^0mY_{cc} = \sqrt{yccx^2 + yccy^2 + yccz^2}$$

$${}^0Y_{cc}n = \begin{pmatrix} yccx / {}^0mY_{cc} \\ yccy / {}^0mY_{cc} \\ yccz / {}^0mY_{cc} \end{pmatrix}$$

$${}^0X_{cc} = {}^0Y_{cc}n \otimes {}^0Z_{cc}$$

Lo anterior se puede observar en la figura 3.8 siguiendo una terna ortonormal derecha.

Sólo queda definir a Cx , Cy y Cz , primero respecto al sistema de referencia $\{cc\}$ y luego trasladarlo al sistema de referencia $\{0\}$. Para hacer esto observe la figura 3.10.



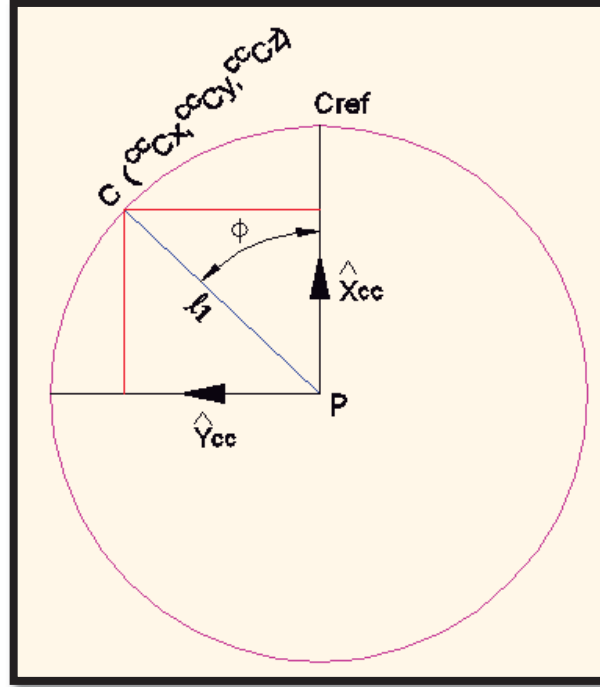


Figura 3.10 Vista frontal de la trayectoria de C.

Se puede observar que

$${}^{cc}C_x = l_1 \cos \phi$$

$${}^{cc}C_y = l_1 \sin \phi$$

$${}^{cc}C_z = 0$$

Donde $l_1 = d_3 \sin \beta$ como se observa en la figura 3.9.

Para trasladar al punto C al sistema {0} este se multiplica por su transformada de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} {}^0C_x \\ {}^0C_y \\ {}^0C_z \end{pmatrix} = {}^0C = {}^0T_{cc} {}^{cc}C \quad (3.5)$$

Por lo tanto ya se está en condiciones de obtener θ_1 de la ecuación 3.1.

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left(\frac{{}^0C_y}{{}^0C_x} \right)$$



$${}^0T_{cc} = \begin{pmatrix} {}^0R_{cc} & P \\ 000 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{ccx} & Y_{ccx} & Z_{ccx} & P_x \\ X_{ccy} & Y_{ccy} & Z_{ccy} & P_y \\ X_{ccz} & Y_{ccz} & Z_{ccz} & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Donde ${}^0R_{cc}$ se obtiene de ${}^0X_{cc}$, ${}^0Y_{cc}$, ${}^0Z_{cc}$

3.2 Cálculo de θ_2

Para el cálculo de θ_2 primero obsérvese la figura 3.11.

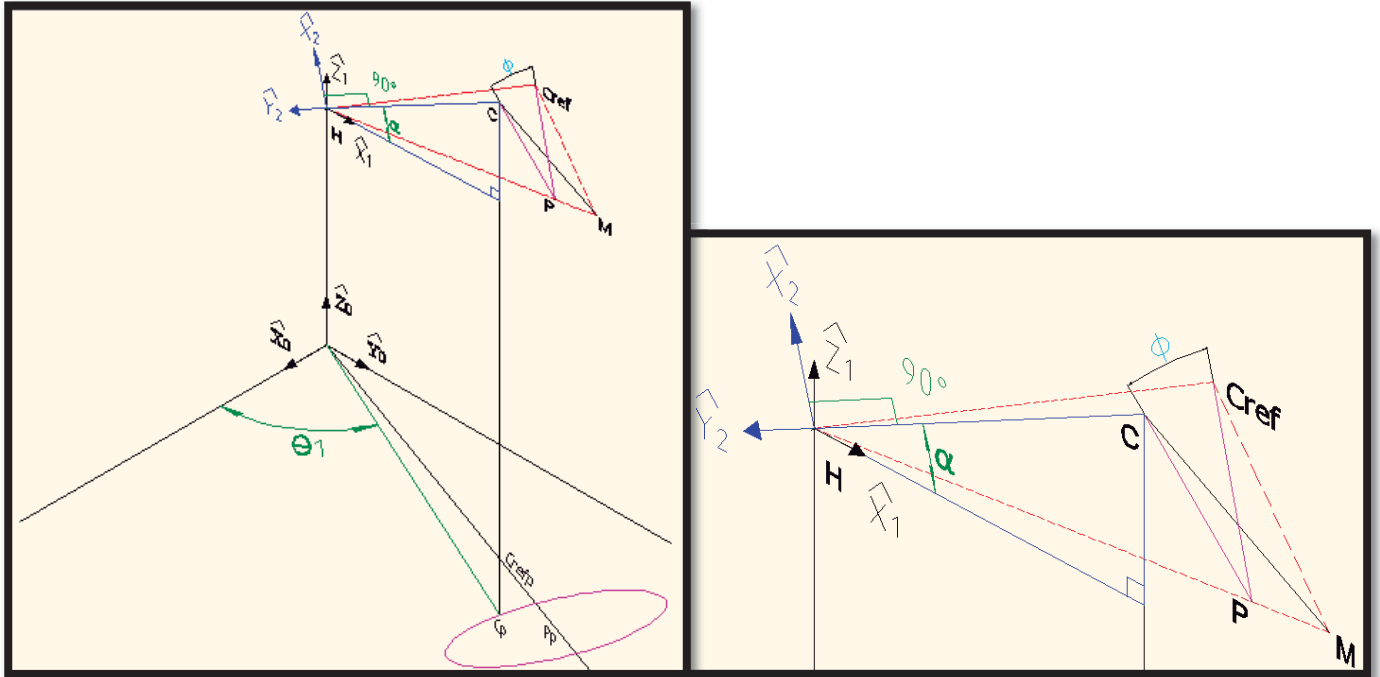


Figura 3.11 Cálculo de θ_2 .

Como ya se ha definido anteriormente; el ángulo θ_2 es el ángulo que va desde $\hat{X}_1$ a $\hat{X}_2$ (ó de a_1 hasta a_2). De tal manera que si se observa la figura 3.12 se obtiene que:

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{{}^1Z_c}{{}^1X_c} \right) \quad (3.7)$$

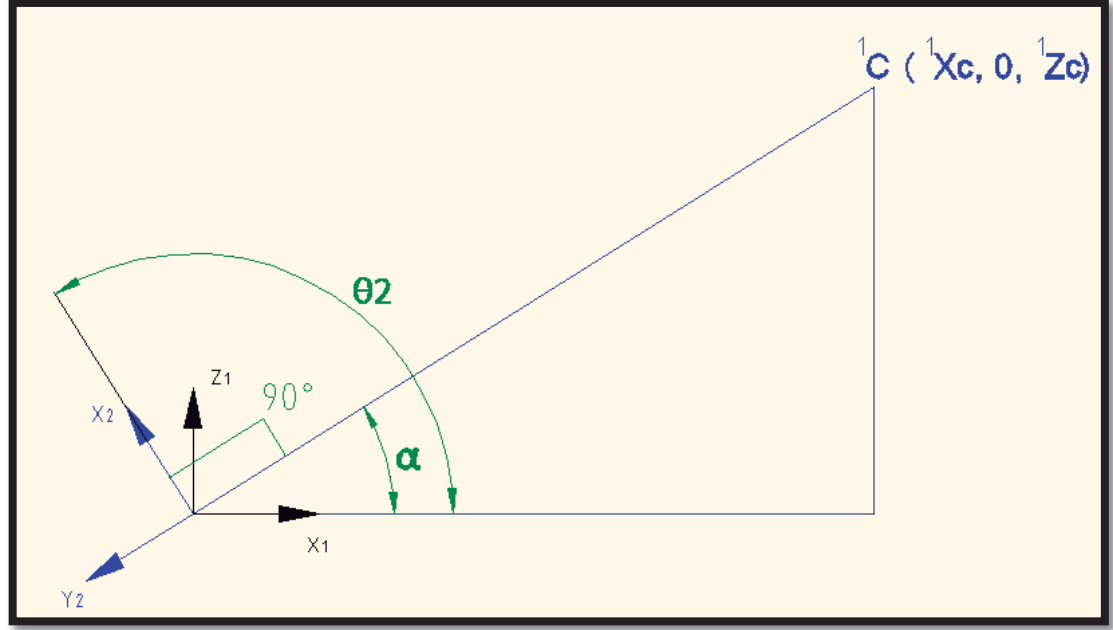


Figura 3.12 Vista frontal de θ_2 .

Ahora sólo falta relacionar 1C con el ángulo θ_1 y para esto se utilizará la matriz de transformación de la siguiente manera:

$${}^0T_1 = \begin{pmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 & 0 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

La transformada anterior es una descripción canónica o elemental de la orientación alrededor del eje Z, la cual nos indica cómo se encuentra orientado el sistema de referencia $\{1\}$ con respecto al sistema de referencia $\{0\}$. Como se puede observar el sistema de referencia $\{1\}$ se encuentra girado un ángulo θ_1 alrededor de Z y su origen desplazado d_1 respecto del sistema $\{0\}$.

Por lo tanto

$${}^1C_H = {}^1T_0 {}^0C_H = ({}^0T_1)^{-1} \begin{pmatrix} {}^0C \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

Con la ecuación 3.9 se obtienen los valores de 1C y se calcula el ángulo α y por lo tanto θ_2

$${}^1C_H = \begin{pmatrix} {}^1X_C \\ {}^1Y_C \\ {}^1Z_C \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

$$\theta_2 = \alpha + 90^\circ \quad (3.11)$$



3.3 Cálculo de θ_3 y θ_4

Para el cálculo de θ_3 y θ_4 se debe saber cómo están orientados los sistemas de referencia, lo cual se puede observar en la figura 3.13.

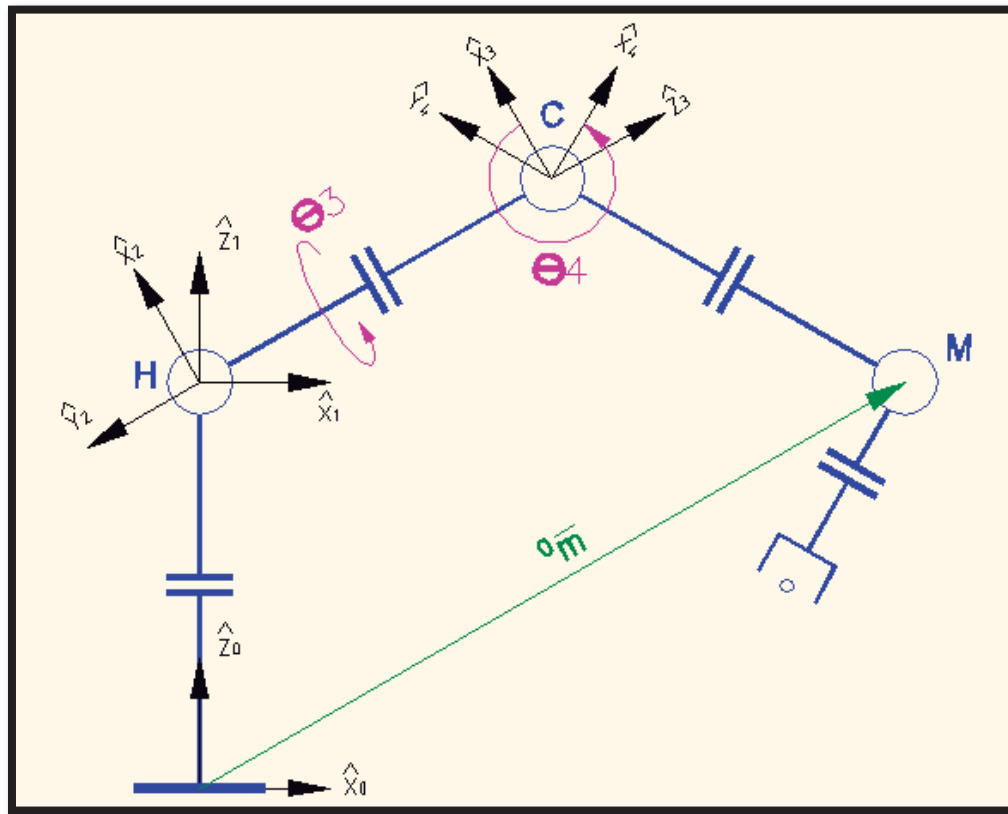
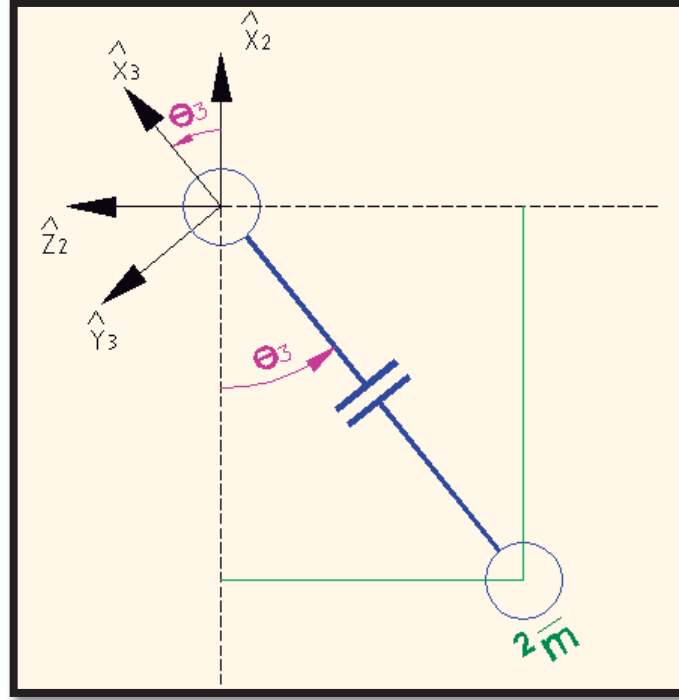


Figura 3.13 Sistemas de referencia.

Se comienza con θ_3 , para ello obsérvese de frente como se muestra en la figura 3.14.

Figura 3.14 θ_3 visto de frente.

En la figura anterior se puede observar claramente que el ángulo θ_3 va de $\hat{X}_2$ a $\hat{X}_3$ y además que $\hat{Y}_4$ se alineó con $\hat{X}_3$ por conveniencia en los cálculos. Por lo tanto se tiene que:

$$\theta_3 = \tan^{-1} \left(\frac{{}^2m_z}{{}^2m_x} \right) \quad (3.12)$$

Como se puede observar, para el cálculo de θ_3 es necesario encontrar a ${}^2\mathbf{m}$. Para ello se aplican las transformadas de la siguiente manera:

$${}^2\mathbf{m} = {}^2T_1 {}^1T_0 {}^0\mathbf{m} \quad (3.13)$$

Se aplica la inversa de 2T_1 y 1T_0

$${}^2\mathbf{m} = ({}^1T_2)^{-1} ({}^0T_1)^{-1} {}^0\mathbf{m} \quad (3.14)$$

Ya se conoce 0T_1 y ${}^0\mathbf{m}$ falta conocer 1T_2 . Obsérvese cómo se encuentran los sistemas de referencia $\{1\}$ y $\{2\}$ en la figura 3.15.

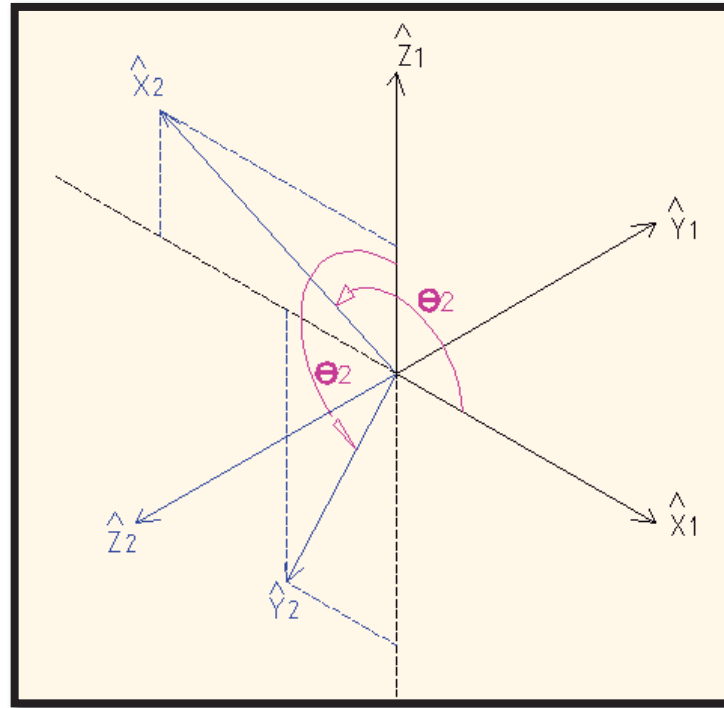


Figura 3.15 Sistemas de referencia {1} y {2}.

Para encontrar la descripción de la orientación de {2} respecto de {1} se hace lo siguiente:

$${}^1R_2 = \begin{pmatrix} \hat{X}_2 \cdot \hat{X}_1 & \hat{Y}_2 \cdot \hat{X}_1 & \hat{Z}_2 \cdot \hat{X}_1 \\ \hat{X}_2 \cdot \hat{Y}_1 & \hat{Y}_2 \cdot \hat{Y}_1 & \hat{Z}_2 \cdot \hat{Y}_1 \\ \hat{X}_2 \cdot \hat{Z}_1 & \hat{Y}_2 \cdot \hat{Z}_1 & \hat{Z}_2 \cdot \hat{Z}_1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Sen}(\alpha \pm \beta) = \text{Sen}\alpha \cdot \text{Cos}\beta \pm \text{Cos}\alpha \cdot \text{Sen}\beta$$

$$\text{Cos}(\alpha \pm \beta) = \text{Cos}\alpha \cdot \text{Cos}\beta \mp \text{Sen}\alpha \cdot \text{Sen}\beta$$

$$\hat{X}_2 \cdot \hat{X}_1 = 1 \cdot 1 \cdot \text{Cos}\theta_2 = \text{Cos}\theta_2$$

$$\hat{X}_2 \cdot \hat{Y}_1 = 1 \cdot 1 \cdot \text{Cos}90^\circ = 0$$

$$\hat{X}_2 \cdot \hat{Z}_1 = 1 \cdot 1 \cdot \text{Cos}(\theta_2 - 90^\circ) = \text{Cos}(\theta_2 - 90^\circ) = \text{Sen}\theta_2$$

$$\hat{Y}_2 \cdot \hat{X}_1 = 1 \cdot 1 \cdot \text{Cos}(\theta_2 + 90^\circ) = \text{Cos}(\theta_2 + 90^\circ) = -\text{Sen}\theta_2$$

$$\hat{Y}_2 \cdot \hat{Y}_1 = 1 \cdot 1 \cdot \text{Cos}90^\circ = 0$$

$$\hat{Y}_2 \cdot \hat{Z}_1 = 1 \cdot 1 \cdot \text{Cos}\theta_2 = \text{Cos}\theta_2$$

$$\hat{Z}_2 \cdot \hat{X}_1 = 1 \cdot 1 \cdot \text{Cos}90^\circ = 0$$

$$\hat{Z}_2 \cdot \hat{Y}_1 = 1 \cdot 1 \cdot \text{Cos}180^\circ = -1$$

$$\hat{Z}_2 \cdot \hat{Z}_1 = 1 \cdot 1 \cdot \text{Cos}90^\circ = 0$$

Por lo tanto:



$${}^1T_2 = \begin{pmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

Para el cálculo de θ_4 obsérvese la figura 3.16. En la figura se puede observar que θ_4 es el ángulo que va de $\hat{X}_3$ a $\hat{X}_4$.

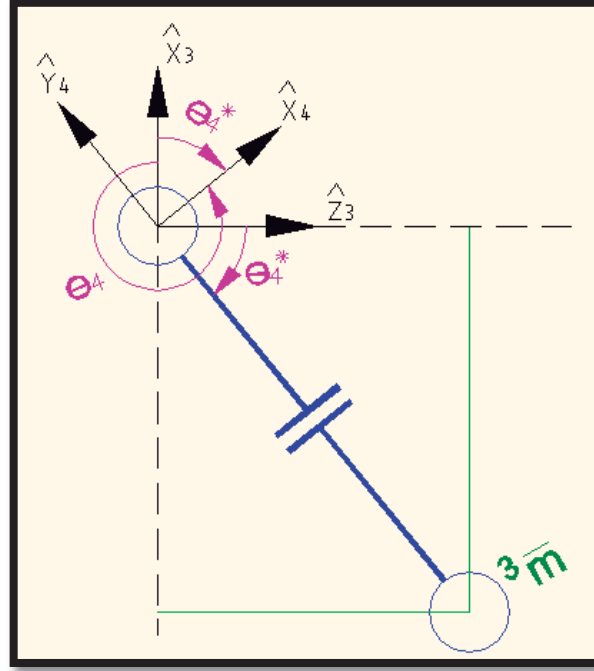


Figura 3.16 θ_4 visto de frente.

De la figura anterior podemos decir que:

$$\theta_4^* = \tan^{-1} \left(\frac{{}^3m_x}{{}^3m_z} \right)$$

Como se puede observar, para el cálculo de θ_4 es necesario encontrar a ${}^3\mathbf{m}$. Para ello se aplican las transformadas de la siguiente manera:

$${}^3\mathbf{m} = {}^3T_2 {}^2T_1 {}^1T_0 {}^0\mathbf{m} \quad (3.16)$$

De las inversas se obtiene:

$${}^3\mathbf{m} = ({}^2T_3)^{-1} ({}^1T_2)^{-1} ({}^0T_1)^{-1} {}^0\mathbf{m} \quad (3.17)$$

Ya se conoce 0T_1 , 1T_2 y ${}^0\mathbf{m}$ falta conocer 2T_3 . Obsérvese cómo se encuentran los sistemas de referencia $\{2\}$ y $\{3\}$ en la figura 3.17.

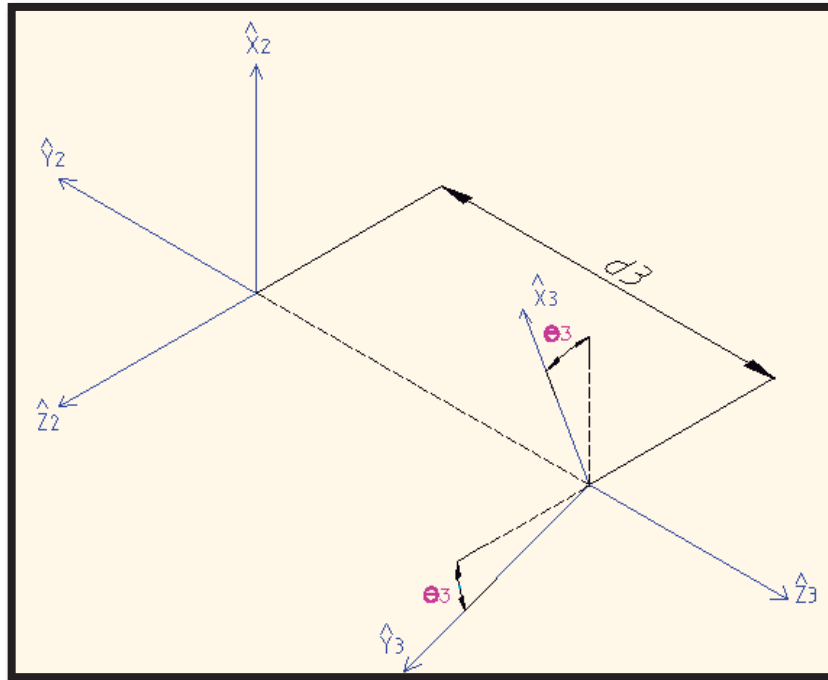


Figura 3.17 Sistemas de referencia {2} y {3}.

Siguiendo un proceso similar al anterior, para encontrar la descripción de la orientación de {3} respecto de {2}, se obtiene la siguiente transformada:

$${}^2T_3 = \begin{pmatrix} \cos\theta_3 & -\sin\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -d_3 \\ \sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

Hasta aquí se pueden saber los valores de las articulaciones correspondientes a la cintura, hombro y codo del manipulador, que van de θ_1 a θ_4 y las cuales permiten posicionar la muñeca del brazo; pero aún falta conocer las otras tres articulaciones que permitirán orientar la antorcha.

3.4 Cálculo de la orientación del órgano terminal

Para saber cómo se encuentra orientado el órgano terminal es necesario tomar las medidas correspondientes al prototipo modelo, primero se debe observar cómo se encuentran los ejes correspondientes al OT en la figura 3.18.

En la figura se puede observar que $\hat{Z}_{OT}$ se encuentra en la misma dirección que $\hat{Z}_7$ y que $\hat{X}_{OT}$ es opuesto a $\hat{X}_7$.

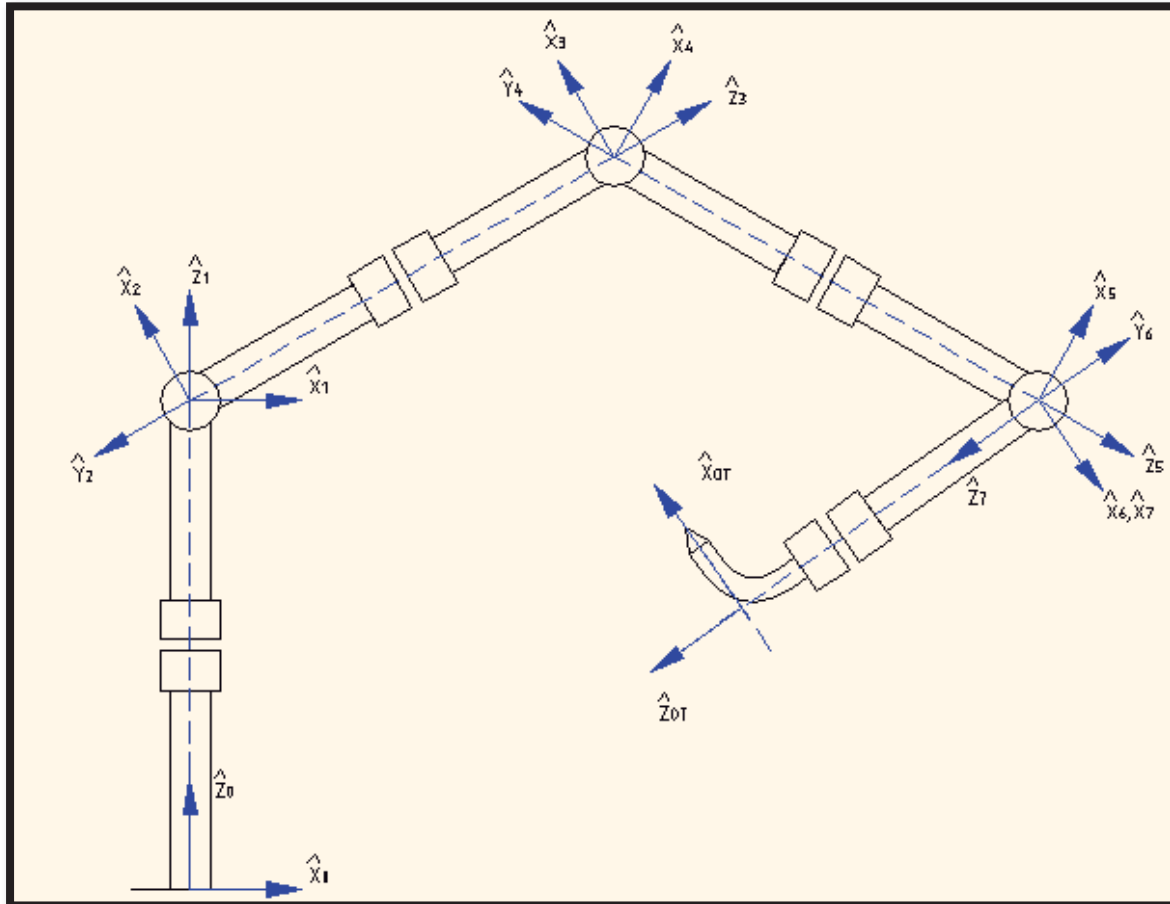


Figura 3.18 Orientación del órgano terminal.

Pasando al robot prototipo, el sistema de referencia {OT} se encuentra ubicado como se muestra en la figura 3.19.



Figura 3.19 Ubicación del sistema {OT} en la antorcha.

Es necesario saber la orientación del órgano terminal en uno o varios puntos cualesquiera sobre la trayectoria del álabe respecto al sistema de referencia {0}, para conocer la orientación véase la antorcha en la figura 3.20.

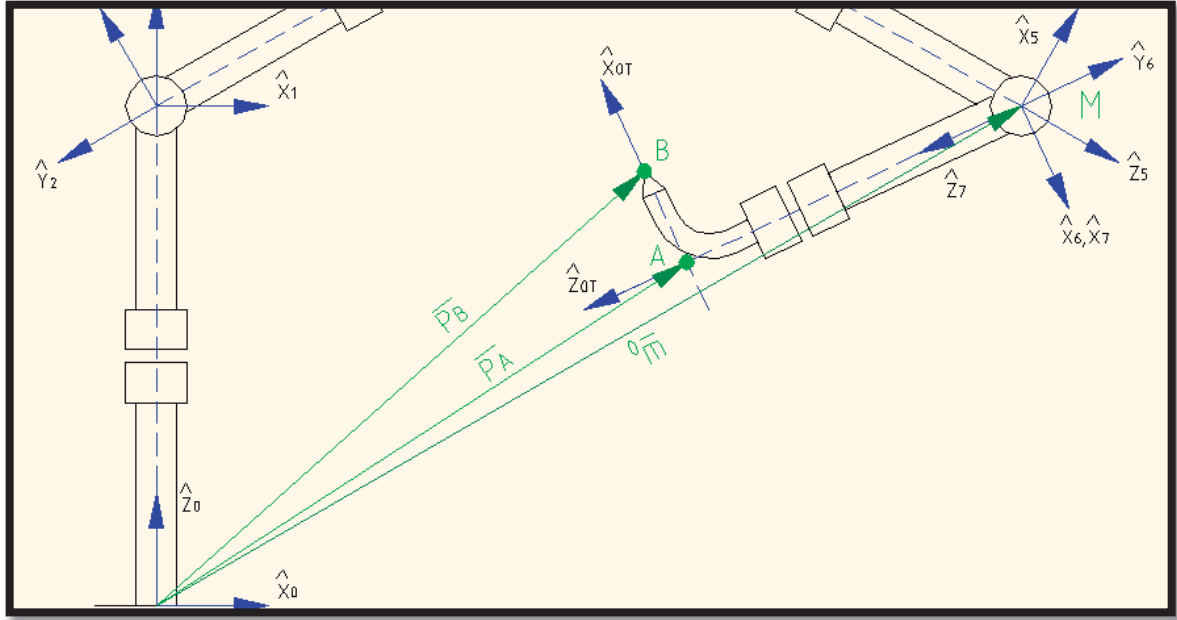


Figura 3.20 Cálculo del sistema {OT}.

De la figura anterior podemos decir que:

$${}^0\hat{X}_{OT} = \frac{\overline{P_B - P_A}}{\|\overline{P_B - P_A}\|} \quad (3.19)$$

$${}^0\hat{Z}_{OT} = \frac{\overline{P_A} - {}^0\hat{m}}{\|\overline{P_A} - {}^0\hat{m}\|} \quad (3.20)$$

$${}^0\hat{Y}_{OT} = {}^0\hat{Z}_{OT} \otimes {}^0\hat{X}_{OT} \quad (3.20)$$

Cabe mencionar que los vectores ${}^0\bar{m}$, $\bar{P}_A$ y $\bar{P}_B$ son vectores conocidos o que se pueden conocer fácilmente del brazo prototipo. Por ejemplo, para un punto cualquiera de la trayectoria, obsérvense las figuras 3.21, 3.22 y 3.23 correspondientes al prototipo del robot.

En la figura 3.21 se pueden observar los valores en milímetros para ${}^0\bar{m}$ los cuales son:

$${}^0m_x = 1067.04481168 \text{ mm}$$

$${}^0m_y = 509.61844849 \text{ mm}$$

$${}^0m_z = 348.80528471 \text{ mm}$$

Aquí cabe señalar que el valor de ${}^0\bar{m}_y$ corresponde al valor en el eje Z del programa puesto que si se observa en la figura 3.20 los ejes del programa se encuentran girados 90° alrededor de X, esto es para que coincida con el sistema de referencia $\{0\}$. Lo mismo sucede para ${}^0\bar{m}_z$ cuyo valor corresponde al del eje Y del programa.

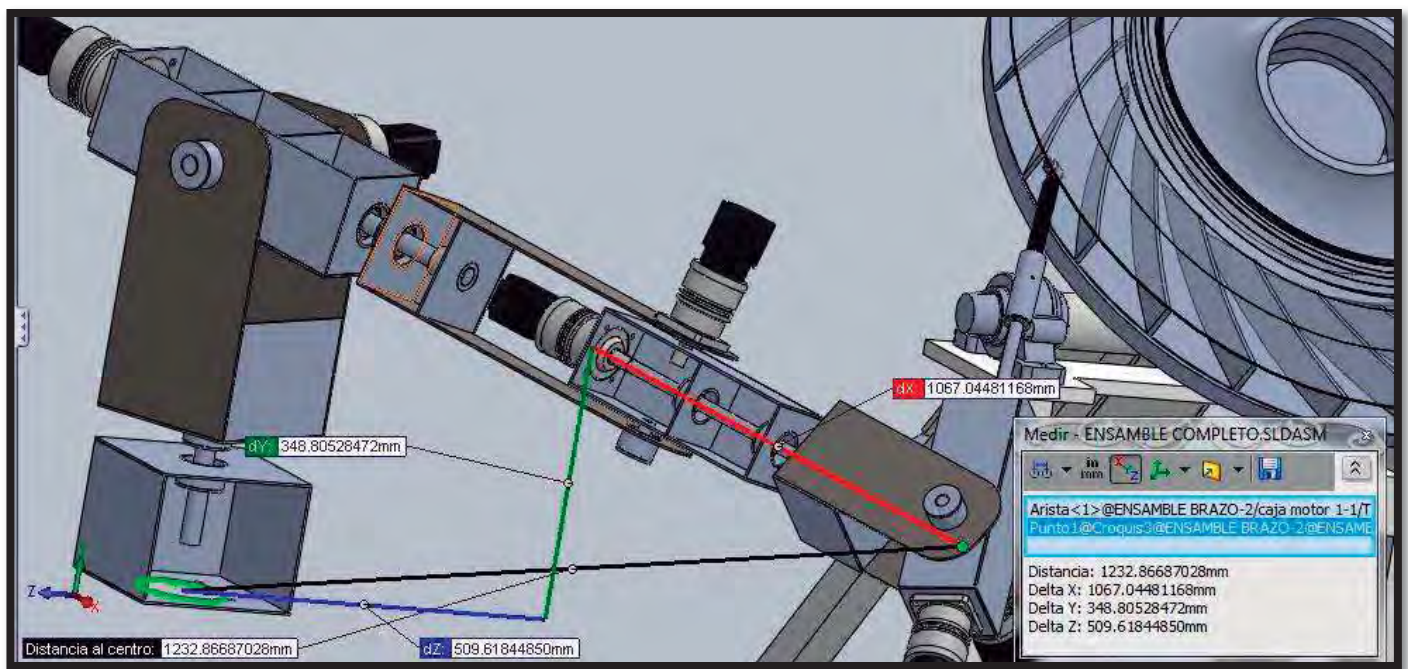


Figura 3.21 Valores para el vector ${}^0\bar{m}$.

En la figura 3.22 se observan los valores para $\bar{P}_A$ en milímetros. Los valores se miden igual que el anterior respecto al sistema $\{0\}$.

$${}^0P_{Ax} = 734.26423763 \text{ mm}$$

$${}^0P_{Ay} = 721.05168710 \text{ mm}$$

$${}^0P_{Az} = 763.09277335 \text{ mm}$$

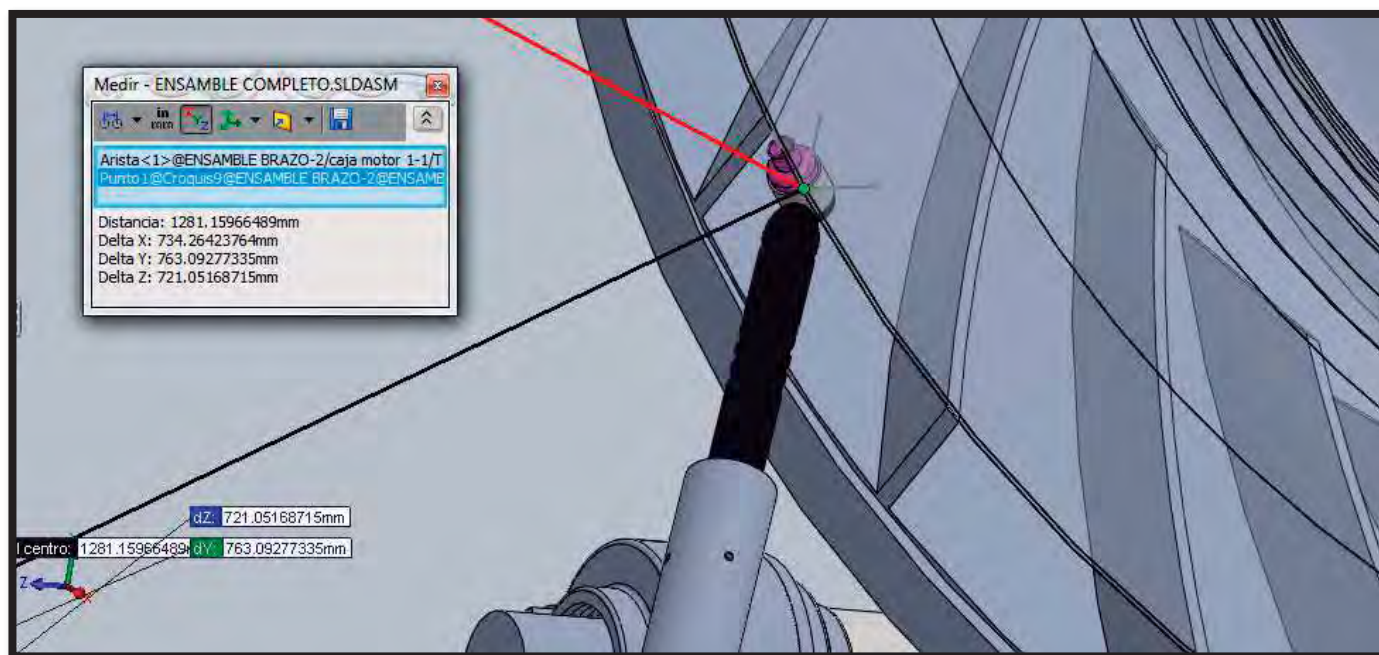


Figura 3.22 Valores para el vector PA.

En la figura 3.23 se observan los valores para P_B en milímetros medido también respecto a $\{0\}$.

$${}^0P_{B_x} = 743.73099004 \text{ mm}$$

$${}^0P_{A_y} = 704.42392207 \text{ mm}$$

$${}^0P_{A_z} = 779.18308189 \text{ mm}$$

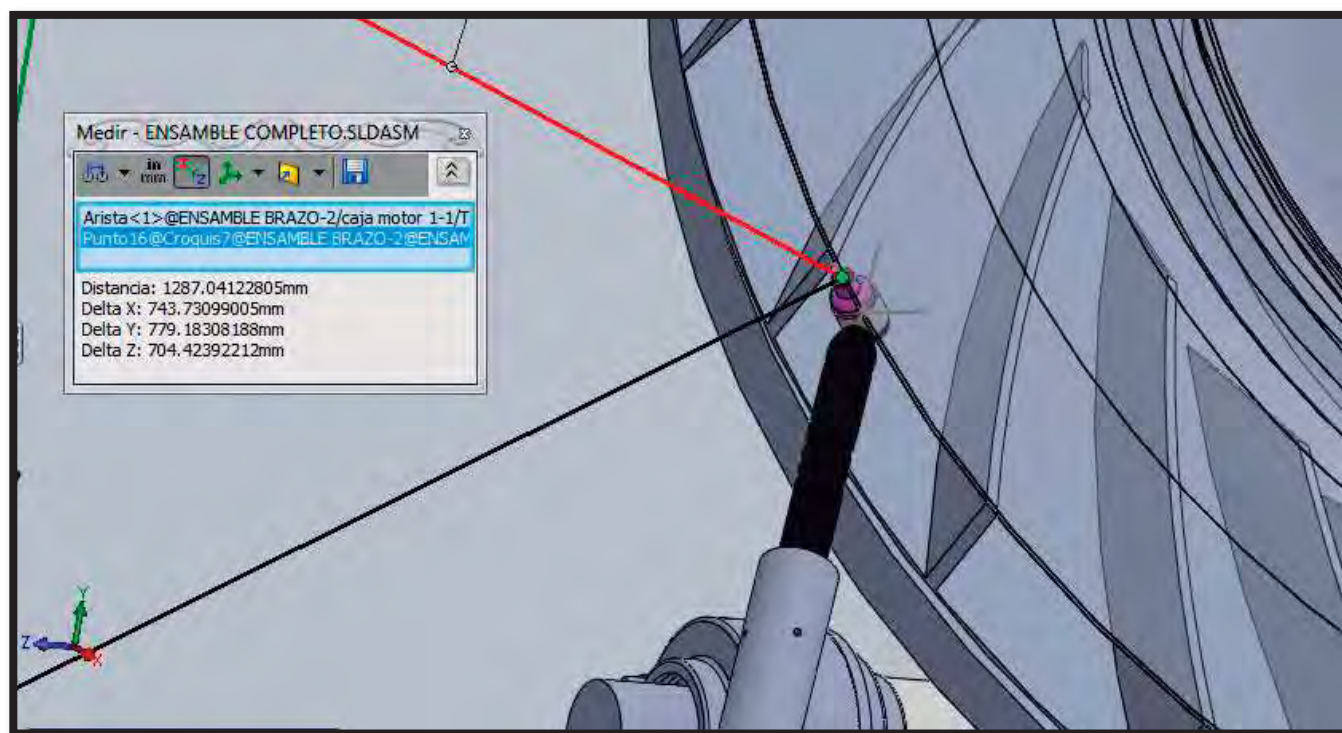


Figura 3.23 Valores para el vector PB.

Por lo tanto los resultados que se obtienen para este solo punto son:

$${}^0\hat{X}_{OT} = \begin{pmatrix} 0.37867 \text{ mm} \\ -0.665111 \text{ mm} \\ 0.643612 \text{ mm} \end{pmatrix}$$

$${}^0\hat{Z}_{OT} = \begin{pmatrix} -0.581876 \text{ mm} \\ 0.369697 \text{ mm} \\ 0.724393 \text{ mm} \end{pmatrix}$$

$${}^0\hat{Y}_{OT} = \begin{pmatrix} 0.719743 \text{ mm} \\ 0.648808 \text{ mm} \\ 0.247019 \text{ mm} \end{pmatrix}$$

La transformada del OT respecto de $\{0\}$ queda:

$${}^0T_{OT} = \begin{pmatrix} {}^0\hat{X}_{OTX} & {}^0\hat{Y}_{OTX} & {}^0\hat{Z}_{OTX} & {}^0\overline{PA}_X \\ {}^0\hat{X}_{OTY} & {}^0\hat{Y}_{OTY} & {}^0\hat{Z}_{OTY} & {}^0\overline{PA}_Y \\ {}^0\hat{X}_{OTZ} & {}^0\hat{Y}_{OTZ} & {}^0\hat{Z}_{OTZ} & {}^0\overline{PA}_Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3.5 Cálculo de θ_5

Para calcular θ_5 observe primero la figura 3.24, que corresponde al ángulo θ_5 visto de frente, en ella se puede observar que θ_5 es el ángulo que va desde $\hat{X}_4$ a $\hat{X}_5$.

De la figura se puede saber que:

$$\theta_5 = \text{Tan}^{-1} \left(\frac{{}^4OT_Z}{{}^4OT_X} \right) \quad (3.21)$$



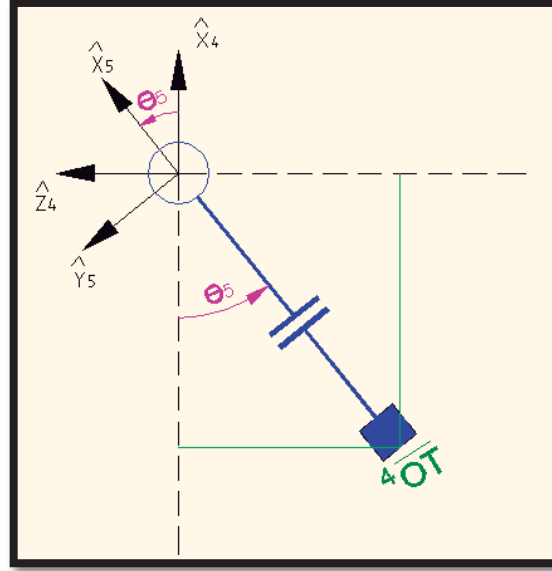


Figura 3.24 θ_5 visto de frente.

Como se puede observar, para el cálculo de θ_5 es necesario encontrar a 4OT . Para ello se aplican las transformadas de la siguiente manera:

$${}^4OT = {}^4T_3 {}^3T_2 {}^2T_1 {}^1T_0 {}^0OT \quad (3.22)$$

Aplicando las inversas se obtiene

$${}^4OT = ({}^3T_4)^{-1} ({}^2T_3)^{-1} ({}^1T_2)^{-1} ({}^0T_1)^{-1} {}^0OT \quad (3.23)$$

$${}^0OT = \overline{P_A}$$

Ya se conoce 0T_1 , 1T_2 , 2T_3 y 0OT falta conocer 3T_4 . Obsérvese cómo se encuentran los sistemas de referencia $\{3\}$ y $\{4\}$ en la figura 3.25.

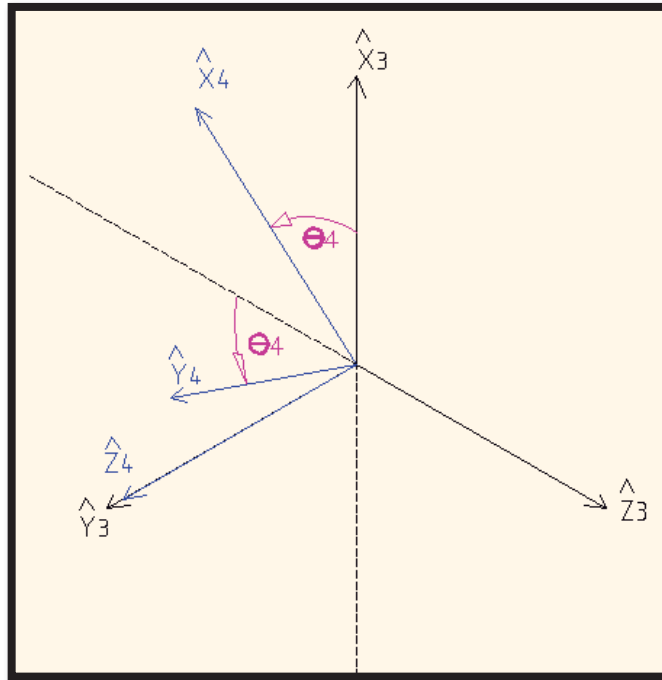


Figura 3.25 Sistemas de referencia {3} y {4}.

Siguiendo el mismo procedimiento antes descrito, se encuentra la transformada de {4} respecto de {3}:

$${}^3T_4 = \begin{pmatrix} \cos\theta_4 & -\sin\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta_4 & -\cos\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

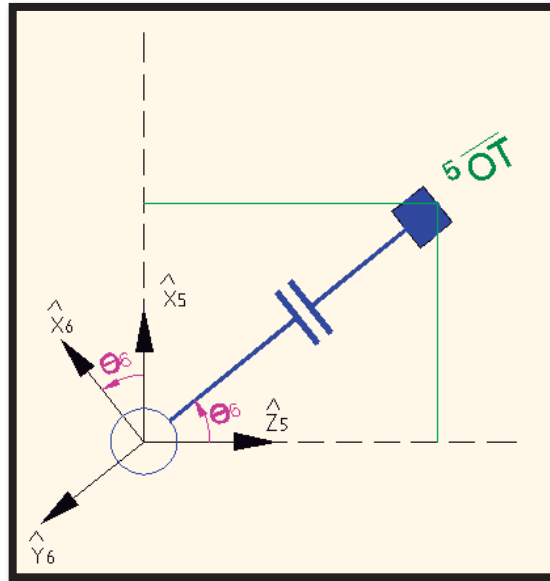
3.6 Cálculo de θ_6

Observe la figura 3.26 en la cual se observa al ángulo θ_6 de frente y el cual va de $\hat{X}_5$ a $\hat{X}_6$.

De la figura se puede saber que:

$$\theta_6 = \tan^{-1} \left(\frac{{}^5OT_X}{{}^5OT_Z} \right) \quad (3.25)$$



Figura 3.26 θ_6 visto de frente.

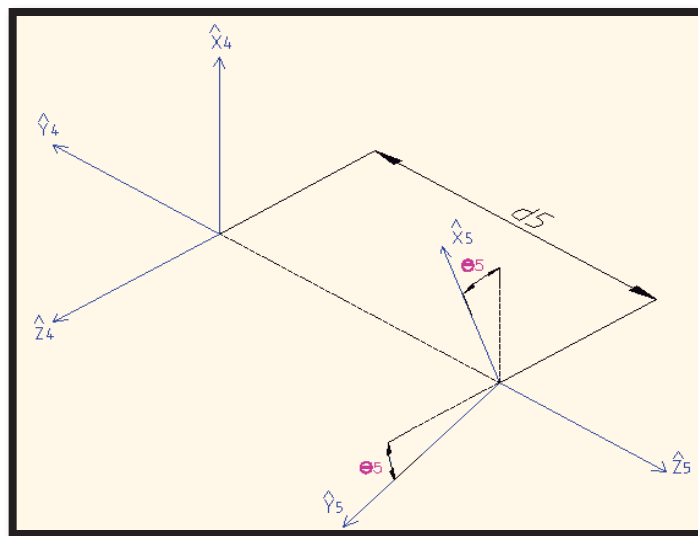
Como se puede observar, para el cálculo de θ_6 es necesario encontrar a 5OT . Para ello se aplican las transformadas de la siguiente manera:

$${}^5OT = {}^5T_4 {}^4T_3 {}^3T_2 {}^2T_1 {}^1T_0 {}^0OT \quad (3.26)$$

Aplicando las inversas se obtiene:

$${}^5OT = ({}^4T_5)^{-1} ({}^3T_4)^{-1} ({}^2T_3)^{-1} ({}^1T_2)^{-1} ({}^0T_1)^{-1} {}^0OT \quad (3.27)$$

Ya se conoce 0T_1 , 1T_2 , 2T_3 , 3T_4 y 0OT falta conocer 4T_5 . Obsérvese cómo se encuentran los sistemas de referencia $\{4\}$ y $\{5\}$ en la figura 3.27.

Figura 3.27 Sistemas de referencia $\{4\}$ y $\{5\}$.

Como se ha venido haciendo ahora, se encuentra la transformada de {5} respecto de {4}:

$${}^4T_5 = \begin{pmatrix} \cos\theta_5 & -\sin\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -d_5 \\ \sin\theta_5 & \cos\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

3.7 Cálculo de θ_7

Para el cálculo de θ_7 observe la figura 3.28.

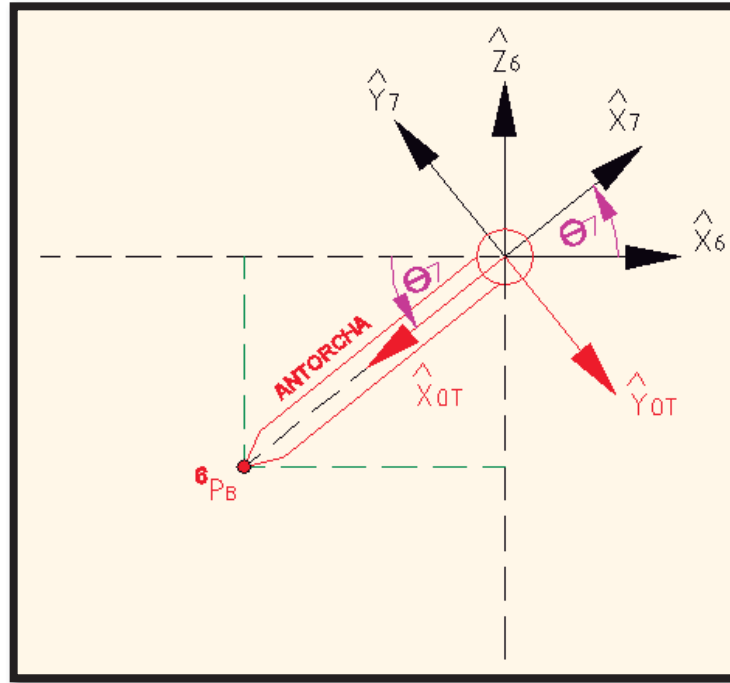


Figura 3.28 θ_7 visto de frente.

$$\theta_7 = \tan^{-1} \left(\frac{{}^6P_{Bz}}{{}^6P_{Bx}} \right) \quad (3.29)$$

Para calcular ${}^6\overline{P_B}$ se aplican las transformadas de la siguiente manera:

$${}^6P_B = {}^6T_5 {}^5T_4 {}^4T_3 {}^3T_2 {}^2T_1 {}^1T_0 {}^0P_B \quad (3.30)$$

Aplicando las respectivas inversas se obtiene:

$${}^6P_B = ({}^5T_6)^{-1} ({}^4T_5)^{-1} ({}^3T_4)^{-1} ({}^2T_3)^{-1} ({}^1T_2)^{-1} ({}^0T_1)^{-1} {}^0P_B \quad (3.31)$$



Como se puede ver hace falta conocer 5T_6 y para calcularla véase la figura 3.29.

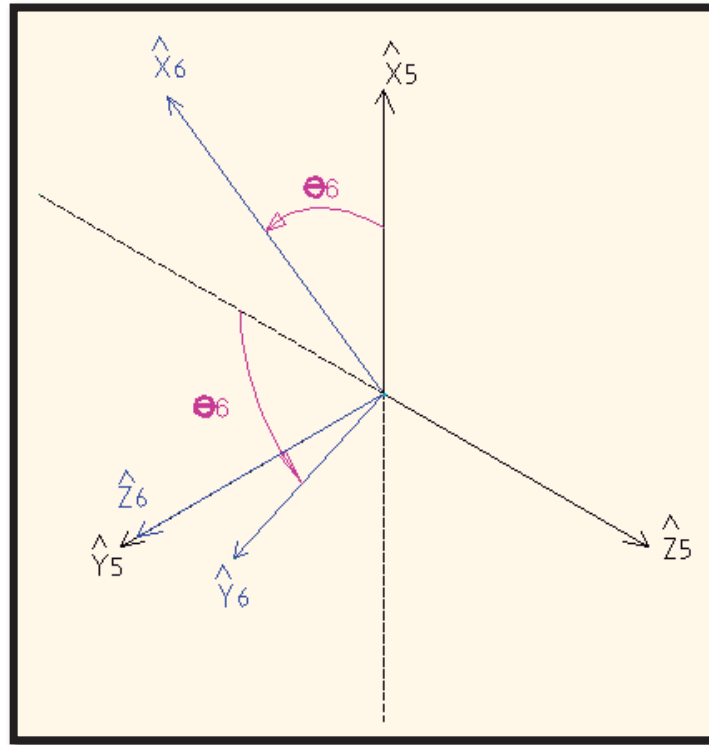


Figura 3.29 Sistemas de referencia {5} y {6}.

$${}^5T_6 = \begin{pmatrix} \cos\theta_6 & -\sin\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta_6 & -\cos\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

Capítulo IV

Modelado en Mathematica

Ya se está en posibilidades de transferir las ecuaciones obtenidas en la cinemática inversa al programa Mathematica 5.1 para el cálculo de las variables articulares a partir de la posición de la muñeca y la orientación deseada de la antorcha.

Se realizó un diseño simplificado a partir del diseño del brazo con el motivo de optimizar las operaciones de cómputo en el programa, dicho modelo se realizó de la siguiente manera.

Se empezó por realizar el modelo simplificado en Solidworks el cual se muestra en la figura 4.1.

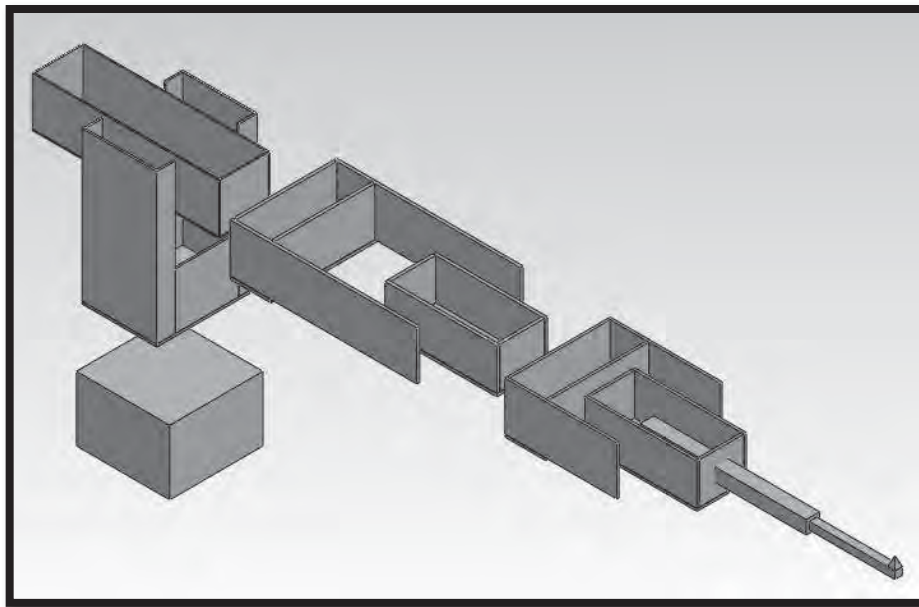


Figura 4.1 Modelo simplificado del brazo.

El modelo de la figura 4.1 es similar al modelo del brazo aunque más simplificado, sin embargo, las dimensiones son las mismas. Como se mencionó anteriormente los eslabones se enumeraron empezando en 0 hasta 7 (ver figura 4.2).

Posteriormente se relacionó a cada eslabón respecto a su sistema de referencia, es decir, que se encontraron las coordenadas de cada punto perteneciente a cada vértice del eslabón en relación a su propio sistema de referencia comenzando con el eslabón cero.

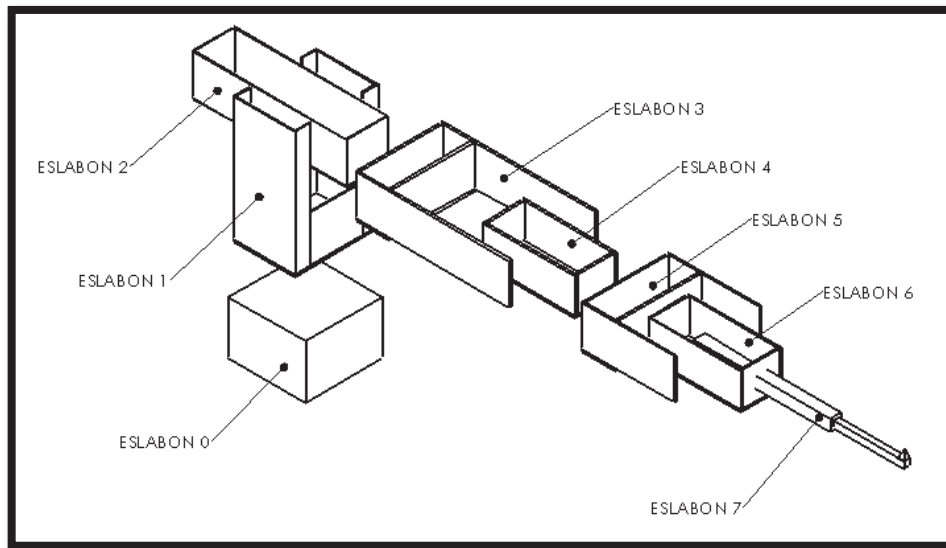


Figura 4.2 Eslabones.

4.1 Definición del eslabón 0

Observe cómo se encuentra el eslabón 0 en la figura 4.3.

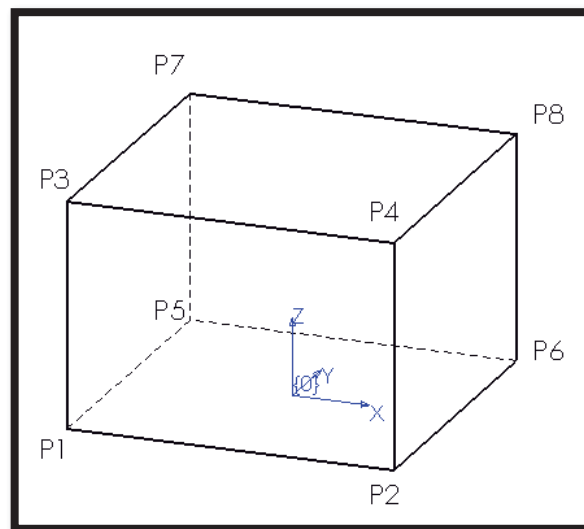


Figura 4.3 Eslabón 0.

En la figura anterior se puede observar cómo se ordenaron los puntos y sus respectivos nombres. Estos puntos tienen sus coordenadas medidas a partir del sistema de referencia $\{0\}$ y sus valores en milímetros son:

P1 (-125, -125, 0)
 P2 (125, -125, 0)
 P3 (-125, -125, 172.7)

P4 (125, -125, 172.7)

P5 (-125, 125, 0)

P6 (125, 125, 0)

P7 (-125, 125, 172.7)

P8 (125, 125, 172.7)

Las coordenadas correspondientes a cada punto se introdujeron en Mathematica para formar un polígono en 3D el cual corresponde a cada cara que se desea mostrar, para este caso se mostraron las caras formadas por los siguientes puntos:

```
cara1P=Graphics3D[Polygon[{{p10x,p10y,p10z},{p20x,p20y,p20z},{p40x,p40y,p40z},{p30x,p30y,p30z}}]];
cara2P=Graphics3D[Polygon[{{p10x,p10y,p10z},{p50x,p50y,p50z},{p70x,p70y,p70z},{p30x,p30y,p30z}}]];
cara3P=Graphics3D[Polygon[{{p50x,p50y,p50z},{p60x,p60y,p60z},{p80x,p80y,p80z},{p70x,p70y,p70z}}]];
cara4P=Graphics3D[Polygon[{{p10x,p10y,p10z},{p20x,p20y,p20z},{p60x,p60y,p60z},{p50x,p50y,p50z}}]];
cara5P=Graphics3D[Polygon[{{p30x,p30y,p30z},{p40x,p40y,p40z},{p80x,p80y,p80z},{p70x,p70y,p70z}}]];
cara6P=Graphics3D[Polygon[{{p20x,p20y,p20z},{p40x,p40y,p40z},{p80x,p80y,p80z},{p60x,p60y,p60z}}]];
```

Como se puede observar dichas caras corresponden a las 6 caras del cubo formadas por los puntos de manera ordenada.

Este eslabón no es necesario referenciarlo al sistema {0} puesto que está definido respecto a este sistema, lo cual no sucede con los demás eslabones y a los que será necesario referenciar.

4.2 Definición del eslabón 1

La figura 4.4 muestra cómo se encuentran ubicados los puntos en el eslabón1 y los cuales están referenciados al sistema {1} correspondiente al sistema del mismo eslabón y cuyas coordenadas dadas en milímetros son las siguientes:

Q1 (100, -85, 70)

Q2 (100, -135, 70)

Q3 (-100, -135, 70)

Q4 (-100, -85, 70)

Q5 (100, -85, -330)

Q6 (100, -135, -330)

Q7 (-100, -135, -330)

Q8 (-100, -85, -330)

Q9 (100, 85, 70)

Q10 (100, 135, 70)

Q11 (-100, 135, 70)

Q12 (-100, 135, 70)

Q13 (100, 85, -330)

Q14 (100, 135, -330)

Q15 (-100, 135, -330)

Q16 (-100, 85, -330)



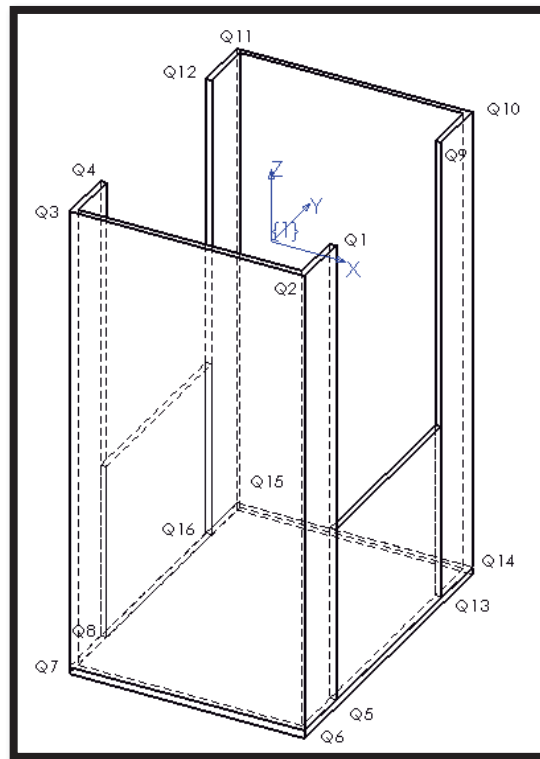


Figura 4.4 Eslabón 1.

Las caras para este eslabón se formaron de la siguiente manera:

```

cara1Q=Graphics3D[Polygon[{{q10x,q10y,q10z},{q20x,q20y,q20z},{q60x,q60y,q60z},{q50x,q50y,q50z}}]];
cara2Q=Graphics3D[Polygon[{{q20x,q20y,q20z},{q30x,q30y,q30z},{q70x,q70y,q70z},{q60x,q60y,q60z}}]];
cara3Q=Graphics3D[Polygon[{{q30x,q30y,q30z},{q40x,q40y,q40z},{q80x,q80y,q80z},{q70x,q70y,q70z}}]];
cara4Q=Graphics3D[Polygon[{{q90x,q90y,q90z},{q100x,q100y,q100z},{q140x,q140y,q140z},{q130x,q130y,q130z}}]];
cara5Q=Graphics3D[Polygon[{{q140x,q140y,q140z},{q150x,q150y,q150z},{q110x,q110y,q110z},{q100x,q100y,q100z}}]];
cara6Q=Graphics3D[Polygon[{{q150x,q150y,q150z},{q160x,q160y,q160z},{q120x,q120y,q120z},{q110x,q110y,q110z}}]];
cara7Q=Graphics3D[Polygon[{{q70x,q70y,q70z},{q60x,q60y,q60z},{q140x,q140y,q140z},{q150x,q150y,q150z}}]];

```

Es necesario relacionar a este eslabón respecto al sistema $\{0\}$, puesto que el sistema $\{0\}$ será el único sistema que siempre se mantenga fijo, y para hacerlo simplemente se multiplica por su transformada de la siguiente manera.

$$\text{cuerpoQ0} = T_{10} \cdot \text{cuerpoQ1}$$

Es decir, que si se multiplica al cuerpo Q (eslabón 1) referido a $\{1\}$ por la transformada de $\{1\}$ respecto de $\{0\}$ se obtendrá cómo se encuentra el cuerpo Q respecto a $\{0\}$.



4.3 Definición del eslabón 2

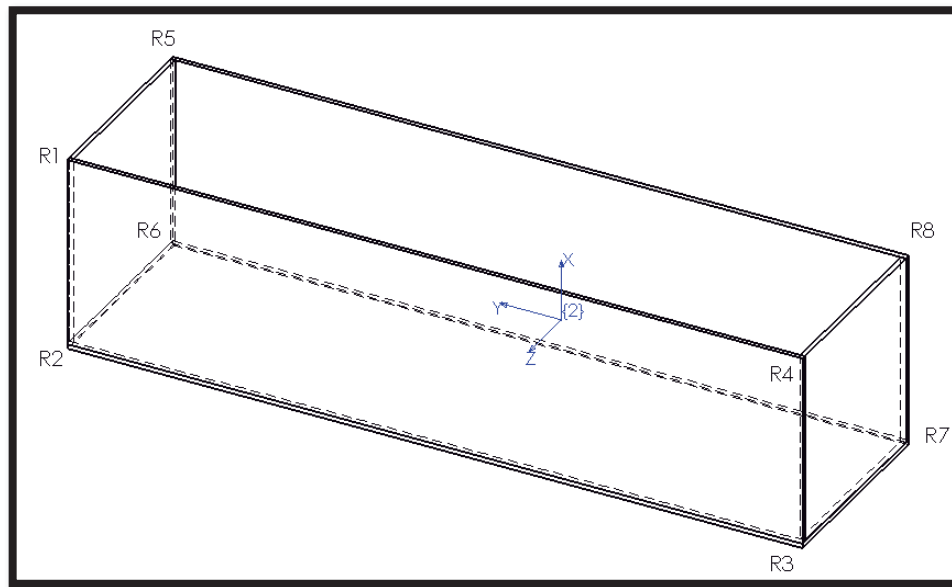


Figura 4.5 Eslabón 2.

La figura 4.5 muestra cómo se encuentran ubicados los puntos en el eslabón 2 y los cuales están referenciados al sistema de referencia {2} correspondiente al sistema del mismo eslabón y cuyas coordenadas dadas en milímetros son las siguientes:

R1 (65, 300, 68.18)
 R2 (-65, 300, 68.18)
 R3 (-65, -200, 68.18)
 R4 (65, -200, 68.18)
 R5 (65, 300, -68.18)
 R6 (-65, 300, -68.18)
 R7 (-65, -200, -68.18)
 R8 (65, -200, -68.18)

Las caras de este eslabón se formaron de la siguiente manera:

```
cara1R=Graphics3D[Polygon[{{r10x,r10y,r10z},{r20x,r20y,r20z},{r30x,r30y,r30z},{r40x,r40y,r40z}}]];
cara2R=Graphics3D[Polygon[{{r40x,r40y,r40z},{r30x,r30y,r30z},{r70x,r70y,r70z},{r80x,r80y,r80z}}]];
cara3R=Graphics3D[Polygon[{{r70x,r70y,r70z},{r80x,r80y,r80z},{r50x,r50y,r50z},{r60x,r60y,r60z}}]];
cara4R=Graphics3D[Polygon[{{r10x,r10y,r10z},{r20x,r20y,r20z},{r60x,r60y,r60z},{r50x,r50y,r50z}}]];
cara5R=Graphics3D[Polygon[{{r20x,r20y,r20z},{r30x,r30y,r30z},{r70x,r70y,r70z},{r60x,r60y,r60z}}]];
```

Al igual que al eslabón 1, es necesario referenciar al eslabón 2 respecto al sistema de referencia {0} y para hacer esto simplemente se multiplica por sus transformadas:

cuerpoR0=T10.T21.cuerpoR2



4.4 Definición del eslabón 3

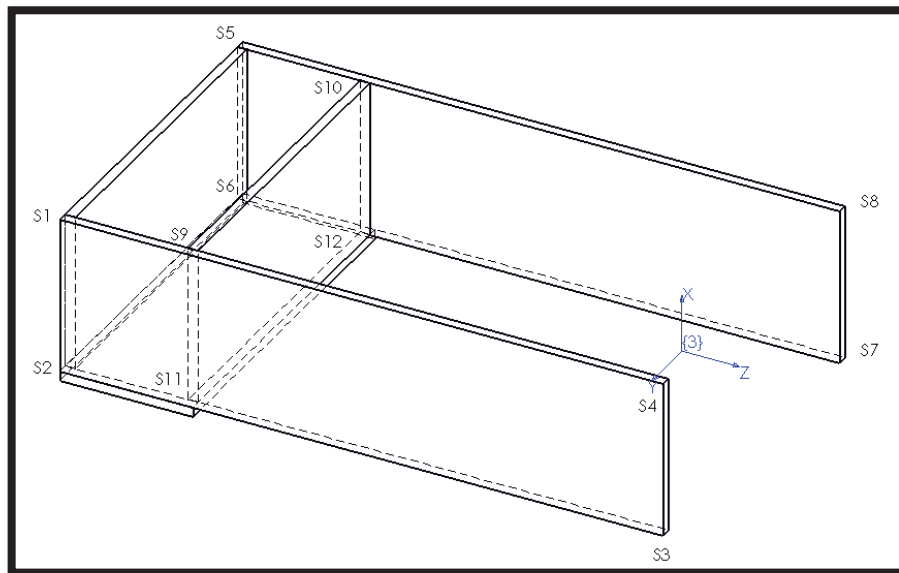


Figura 4.6 Eslabón 3.

La figura 4.6 muestra cómo se encuentran ubicados los puntos en el eslabón 3 y los cuales están referenciados al sistema {3} correspondiente al sistema del mismo eslabón y cuyas coordenadas dadas en milímetros son las siguientes:

S1 (65, 142.94, -440)
 S2 (-65, 142.94, -440)
 S3 (-65, 142.94, 60)
 S4 (65, 142.94, 60)
 S5 (65, -142.94, -440)
 S6 (-65, -142.94, -440)
 S7 (-65, -142.94, 60)
 S8 (65, -142.94, 60)
 S9 (65, 135, -337.94)
 S10 (65, -135, -337.94)
 S11 (-65, 135, -337.94)
 S12 (-65, -135, -337.94)
 S13 (-65, 142.94, -330)
 S14 (-65, -142.94, -330)

Las caras de este eslabón se formaron de la siguiente manera:

```
cara1S=Graphics3D[Polygon[{{s10x,s10y,s10z},{s20x,s20y,s20z},{s30x,s30y,s30z},{s40x,s40y,s40z}}]];
cara2S=Graphics3D[Polygon[{{s50x,s50y,s50z},{s60x,s60y,s60z},{s70x,s70y,s70z},{s80x,s80y,s80z}}]];
cara3S=Graphics3D[Polygon[{{s10x,s10y,s10z},{s20x,s20y,s20z},{s60x,s60y,s60z},{s50x,s50y,s50z}}]];
cara4S=Graphics3D[Polygon[{{s90x,s90y,s90z},{s100x,s100y,s100z},{s120x,s120y,s120z},{s110x,s110y,s110z}}]];
cara5S=Graphics3D[Polygon[{{s20x,s20y,s20z},{s60x,s60y,s60z},{s140x,s140y,s140z},{s130x,s130y,s130z}}]];
```

Para referenciarlo respecto al sistema de referencia {0} se multiplicó por sus transformadas:



cuerpoS0=T10.T21.T32.cuerpoS3

4.5 Definición del eslabón 4

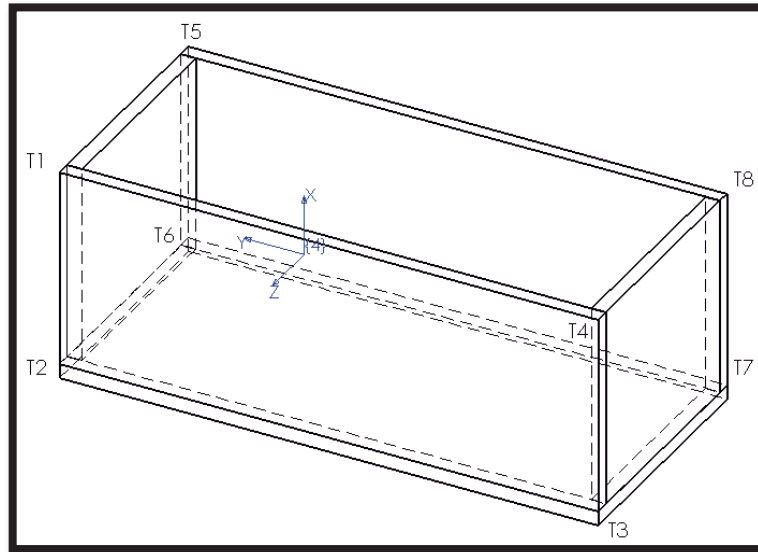


Figura 4.7 Eslabón 4.

La figura 4.7 muestra cómo se encuentran ubicados los puntos en el eslabón 4 y los cuales están referenciados al sistema {4} correspondiente al sistema del mismo eslabón y cuyas coordenadas en milímetros son las siguientes:

T1 (55, 100, 67.94)
 T2 (-55, 100, 67.94)
 T3 (-55, -200, 67.94)
 T4 (55, -200, 67.94)
 T5 (55, 100, -67.94)
 T6 (-55, 100, -67.94)
 T7 (-55, -200, -67.94)
 T8 (55, -200, -67.94)

Las caras se formaron de la siguiente manera:

```

cara1T=Graphics3D[Polygon[{{t10x,t10y,t10z},{t20x,t20y,t20z},{t30x,t30y,t30z},{t40x,t40y,t40z}}]];
cara2T=Graphics3D[Polygon[{{t40x,t40y,t40z},{t30x,t30y,t30z},{t70x,t70y,t70z},{t80x,t80y,t80z}}]];
cara3T=Graphics3D[Polygon[{{t50x,t50y,t50z},{t60x,t60y,t60z},{t70x,t70y,t70z},{t80x,t80y,t80z}}]];
cara4T=Graphics3D[Polygon[{{t50x,t50y,t50z},{t60x,t60y,t60z},{t20x,t20y,t20z},{t10x,t10y,t10z}}]];
cara5T=Graphics3D[Polygon[{{t20x,t20y,t20z},{t30x,t30y,t30z},{t70x,t70y,t70z},{t60x,t60y,t60z}}]];
  
```

También se referenció al sistema de referencia {0} multiplicándolo por sus respectivas transformadas:



cuerpoT0=T10.T21.T32.T43.cuerpoT4

Lo cual dice cómo se encuentra el eslabón 4 respecto del eslabón 0.

4.6 Definición del eslabón 5

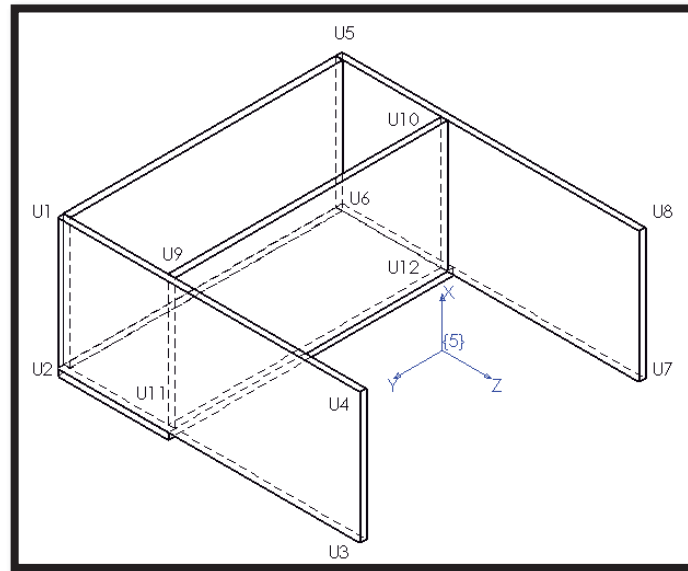


Figura 4.8 Eslabón 5.

La figura 4.8 muestra cómo se encuentran ubicados los puntos en el eslabón 5 y los cuales están referenciados al sistema {5} correspondiente al sistema del mismo eslabón y cuyas coordenadas dadas en milímetros son las siguientes:

U1 (65, 141.35, -240)
 U2 (-65, 141.35, -240)
 U3 (-65, 141.35, 60)
 U4 (65, 141.35, 60)
 U5 (65, -141.35, -240)
 U6 (-65, -141.35, -240)
 U7 (-65, -141.35, 60)
 U8 (65, -141.35, 60)
 U9 (65, 135, -136.35)
 U10 (65, -135, -136.35)
 U11 (-65, 135, -136.35)
 U12 (-65, -135, -136.35)
 U13 (-65, 141.35, -130)
 U14 (-65, -141.35, -130)

Las caras del eslabón se formaron de la siguiente manera:

```
cara1U=Graphics3D[Polygon[{{u10x,u10y,u10z},{u20x,u20y,u20z},{u30x,u30y,u30z},{u40x,u40y,u40z}}]];
cara2U=Graphics3D[Polygon[{{u50x,u50y,u50z},{u60x,u60y,u60z},{u70x,u70y,u70z},{u80x,u80y,u80z}}]];
cara3U=Graphics3D[Polygon[{{u10x,u10y,u10z},{u20x,u20y,u20z},{u60x,u60y,u60z},{u50x,u50y,u50z}}]];
cara4U=Graphics3D[Polygon[{{u90x,u90y,u90z},{u100x,u100y,u100z},{u120x,u120y,u120z},{u110x,u110y,u110z}}]];
cara5U=Graphics3D[Polygon[{{u20x,u20y,u20z},{u130x,u130y,u130z},{u140x,u140y,u140z},{u60x,u60y,u60z}}]];
```



Para referenciarlo al sistema $\{0\}$ se multiplicó por sus transformadas:

cuerpoU0=T10.T21.T32.T43.T54.cuerpoU5

4.7 Definición del eslabón 6

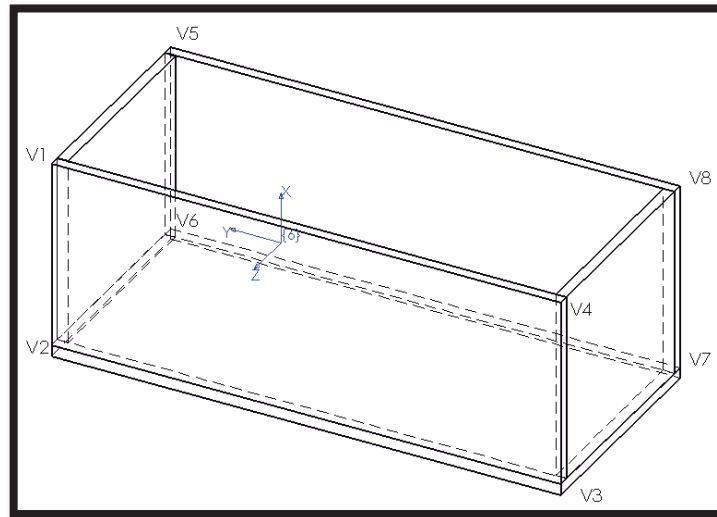


Figura 4.9 Eslabón 6.

La figura 4.9 muestra cómo se encuentran ubicados los puntos en el eslabón 6 y los cuales están referenciados al sistema de referencia $\{6\}$ que corresponde al sistema del mismo eslabón y cuyas coordenadas en milímetros son las siguientes:

V1 (55, 100, 66.35)
 V2 (-55, 100, 66.35)
 V3 (-55, -200, 66.35)
 V4 (55, -200, 66.35)
 V5 (55, 100, -66.35)
 V6 (-55, 100, -66.35)
 V7 (-55, -200, -66.35)
 V8 (55, -200, -66.35)

Las caras se formaron de la siguiente manera:

```
cara1V=Graphics3D[Polygon[{{v10x,v10y,v10z},{v20x,v20y,v20z},{v30x,v30y,v30z},{v40x,v40y,v40z}}]];
cara2V=Graphics3D[Polygon[{{v30x,v30y,v30z},{v40x,v40y,v40z},{v80x,v80y,v80z},{v70x,v70y,v70z}}]];
cara3V=Graphics3D[Polygon[{{v70x,v70y,v70z},{v80x,v80y,v80z},{v50x,v50y,v50z},{v60x,v60y,v60z}}]];
cara4V=Graphics3D[Polygon[{{v10x,v10y,v10z},{v20x,v20y,v20z},{v60x,v60y,v60z},{v50x,v50y,v50z}}]];
cara5V=Graphics3D[Polygon[{{v20x,v20y,v20z},{v30x,v30y,v30z},{v70x,v70y,v70z},{v60x,v60y,v60z}}]];
```

De igual manera que los anteriores fue necesario referenciarlo respecto a $\{0\}$:

cuerpoV0=T10.T21.T32.T43.T54.T65.cuerpoV6



4.8 Definición del eslabón 7

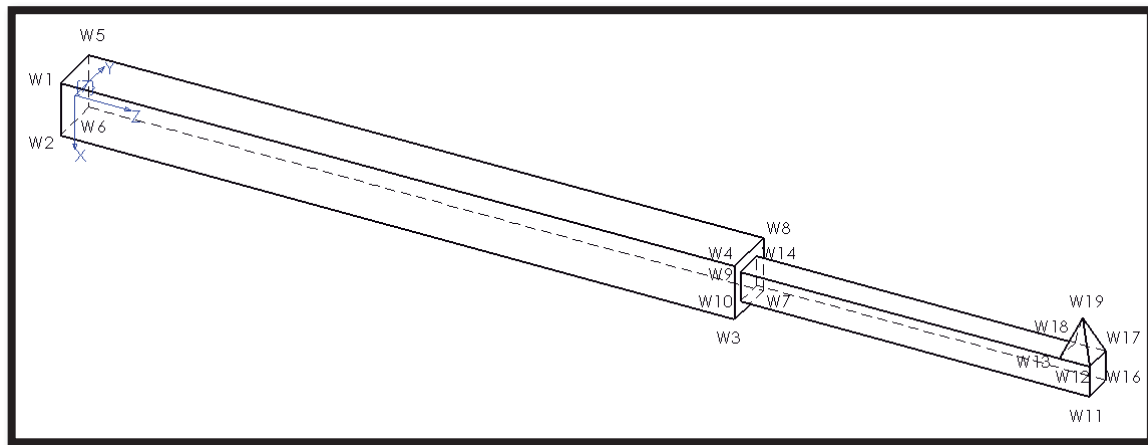


Figura 4.10 Eslabón 7.

La figura 4.10 muestra cómo se encuentran ubicados los puntos en el eslabón 7 y los cuales están referenciados al sistema de referencia {7} que corresponde al sistema del mismo eslabón y cuyas coordenadas dadas en milímetros son las siguientes:

W1 (-17.5, -17.5, 0)	W11 (9.5, -9.5, 690)
W2 (17.5, -17.5, 0)	W12 (-9.5, -9.5, 690)
W3 (17.5 -17.5, 480)	W13 (-9.5, -9.5, 670)
W4 (-17.5, -17.5, 480)	W14 (-9.5, 9.5, 480)
W5 (-17.5, 17.5, 0)	W15 (9.5, 9.5, 480)
W6 (17.5, 17.5, 0)	W16 (9.5, 9.5, 690)
W7 (17.5, 17.5, 480)	W17 (-9.5, 9.5, 690)
W8 (-17.5, 17.5, 480)	W18 (-9.5, 9.5, 670)
W9 (-9.5, -9.5, 480)	W19 (-35, 0, 680)
W10 (9.5, -9.5, 480)	

Las caras se formaron de la siguiente manera:

```

cara1W=Graphics3D[Polygon[{{w10x,w10y,w10z},{w20x,w20y,w20z},{w30x,w30y,w30z},{w40x,w40y,w40z}}]];
cara2W=Graphics3D[Polygon[{{w30x,w30y,w30z},{w40x,w40y,w40z},{w80x,w80y,w80z},{w70x,w70y,w70z}}]];
cara3W=Graphics3D[Polygon[{{w70x,w70y,w70z},{w80x,w80y,w80z},{w50x,w50y,w50z},{w60x,w60y,w60z}}]];
cara4W=Graphics3D[Polygon[{{w10x,w10y,w10z},{w20x,w20y,w20z},{w60x,w60y,w60z},{w50x,w50y,w50z}}]];
cara5W=Graphics3D[Polygon[{{w20x,w20y,w20z},{w30x,w30y,w30z},{w70x,w70y,w70z},{w60x,w60y,w60z}}]];
cara6W=Graphics3D[Polygon[{{w10x,w10y,w10z},{w40x,w40y,w40z},{w80x,w80y,w80z},{w50x,w50y,w50z}}]];
cara7W=Graphics3D[Polygon[{{w90x,w90y,w90z},{w100x,w100y,w100z},{w110x,w110y,w110z},{w120x,w120y,w120z}}]];
cara8W=Graphics3D[Polygon[{{w120x,w120y,w120z},{w110x,w110y,w110z},{w160x,w160y,w160z},{w170x,w170y,w170z}}]];
cara9W=Graphics3D[Polygon[{{w160x,w160y,w160z},{w170x,w170y,w170z},{w140x,w140y,w140z},{w150x,w150y,w150z}}]];
cara10W=Graphics3D[Polygon[{{w90x,w90y,w90z},{w100x,w100y,w100z},{w150x,w150y,w150z},{w140x,w140y,w140z}}]];
cara11W=Graphics3D[Polygon[{{w90x,w90y,w90z},{w120x,w120y,w120z},{w170x,w170y,w170z},{w140x,w140y,w140z}}]];
cara12W=Graphics3D[Polygon[{{w100x,w100y,w100z},{w110x,w110y,w110z},{w160x,w160y,w160z},{w150x,w150y,w150z}}]];
cara13W=Graphics3D[Polygon[{{w130x,w130y,w130z},{w120x,w120y,w120z},{w190x,w190y,w190z}}]];
cara14W=Graphics3D[Polygon[{{w120x,w120y,w120z},{w170x,w170y,w170z},{w190x,w190y,w190z}}]];
cara15W=Graphics3D[Polygon[{{w170x,w170y,w170z},{w180x,w180y,w180z},{w190x,w190y,w190z}}]];
cara16W=Graphics3D[Polygon[{{w180x,w180y,w180z},{w130x,w130y,w130z},{w190x,w190y,w190z}}]];

```

cuerpoW0=T10.T21.T32.T43.T54.T65.T76.cuerpoW7



4.9 Obtención de ángulos para una posición determinada

Puesto que ya se han obtenido las ecuaciones que relacionan la posición de la muñeca y la antorcha con las variables de articulación en cualquier punto deseado ya se está en posibilidades de calcular dichas variables.

A continuación se presenta un ejemplo para alcanzar un punto cualquiera en la antorcha. Se empieza por conocer qué coordenadas tiene la muñeca medida a partir del sistema de referencia $\{0\}$, las cuales se conocen a partir del modelo del brazo en 3D y que se muestran en la figura 4.11, para éste ejemplo se considerará a $\varphi = 0$.

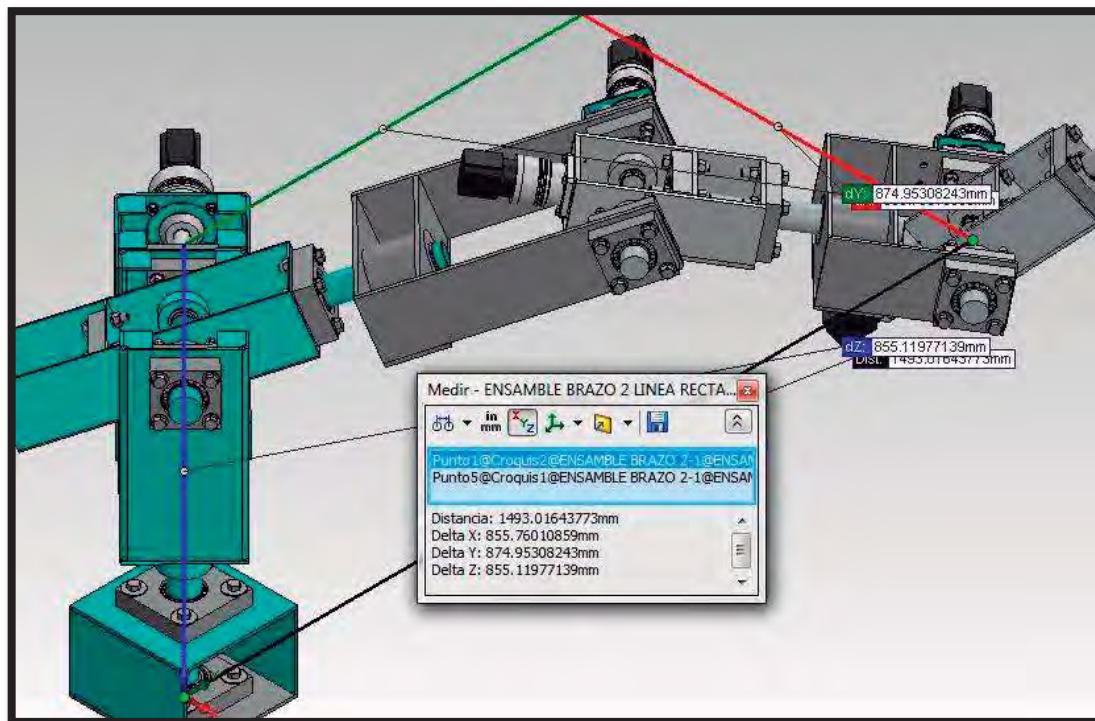


Figura 4.11 Coordenadas de la muñeca.

Como se puede observar en la figura 4.11, las coordenadas en milímetros para la muñeca en un instante cualquiera son:

$$m = \begin{pmatrix} 855.76010859 \text{ mm} \\ 874.95308243 \text{ mm} \\ 855.11977139 \text{ mm} \end{pmatrix}$$

Con estas coordenadas se está en condiciones de encontrar los ángulos de θ_1 a θ_4 .

Para θ_1 el programa arroja un resultado de 45.6354° el cual se puede comprobar con el modelo en la figura 4.12.

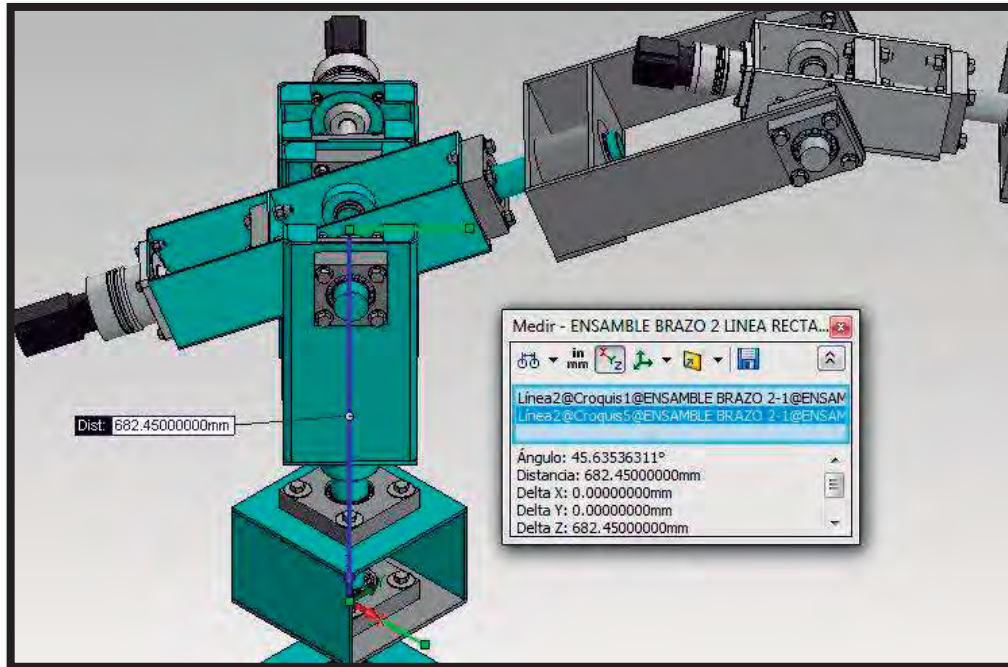


Figura 4.12 Ángulo θ_1 del modelo.

Al observar la figura 4.12, se puede dar cuenta que el valor del ángulo θ_1 que arroja el programa coincide con el valor del ángulo del modelo (45.63536311°), con lo que se comprueba que el ángulo es correcto.

Ahora se comprueba el segundo ángulo θ_2 correspondiente a la segunda articulación. El programa arroja un resultado de 110.681° y para compararlo con el modelo real observe la figura 4.13.

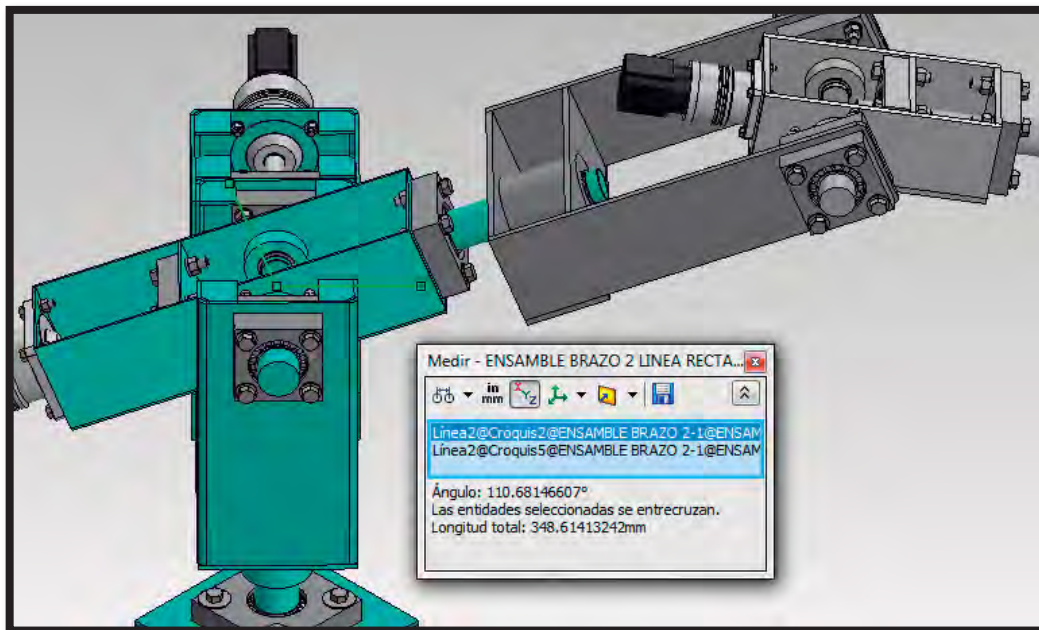


Figura 4.13 Ángulo θ_2 del modelo.

El ángulo θ_2 del modelo tiene un valor de 110.68146607° , como se puede dar cuenta ambos coinciden.

Se continúa con la comprobación para θ_3 y el programa arroja un resultado de -1.76243×10^{-15} , lo cual se puede considerar como cero. Para comprobarlo con el modelo real observe la figura 4.14.

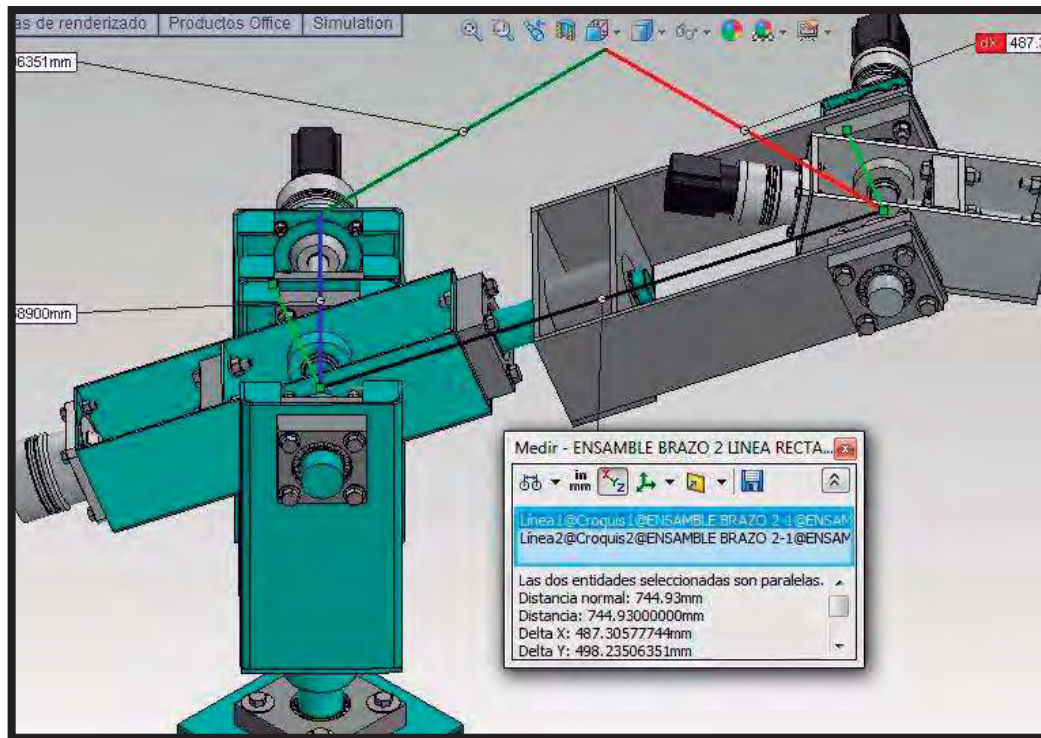


Figura 4.14 Ángulo θ_3 del modelo.

De la figura 4.14 se puede observar que el ángulo entre los vectores es cero puesto que son paralelos.

Ahora se comprueba θ_4 , el programa arroja un resultado de -30.418° mientras que el ángulo del modelo se puede observar en la figura 4.15.

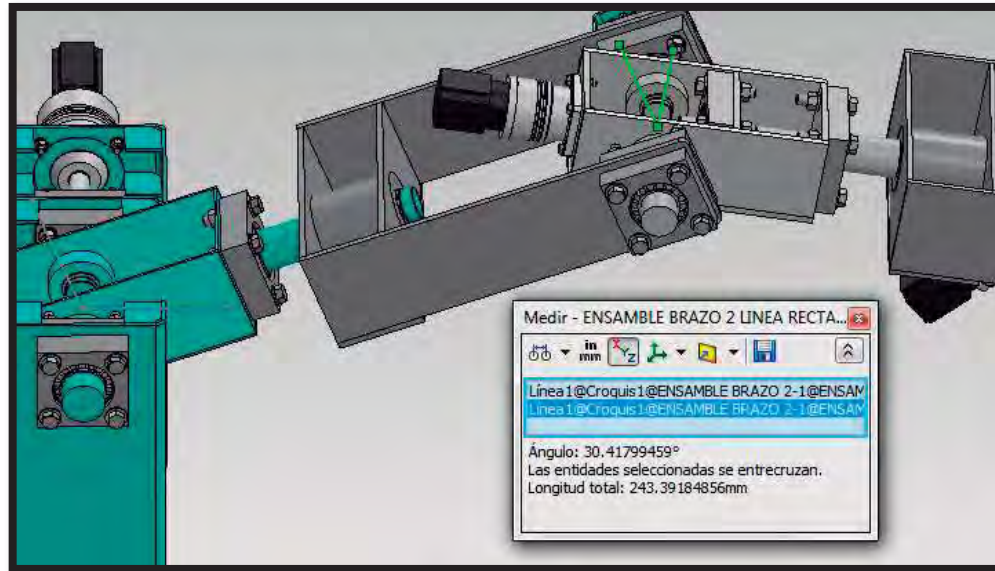


Figura 4.15 Ángulo θ_4 del modelo.

De la figura 4.15 se ve que el ángulo θ_4 del modelo tiene un valor de -30.41799459° , cabe señalar que el programa no coloca el signo negativo; se sabe que es negativo porque el sentido positivo de giro es al lado contrario de como lo toma el programa.

Para el cálculo de las 3 articulaciones faltantes es necesario obtener los vectores ${}^0\text{PA}$ y ${}^0\text{PB}$ los cuales se obtienen del modelo y sus valores en milímetros son:

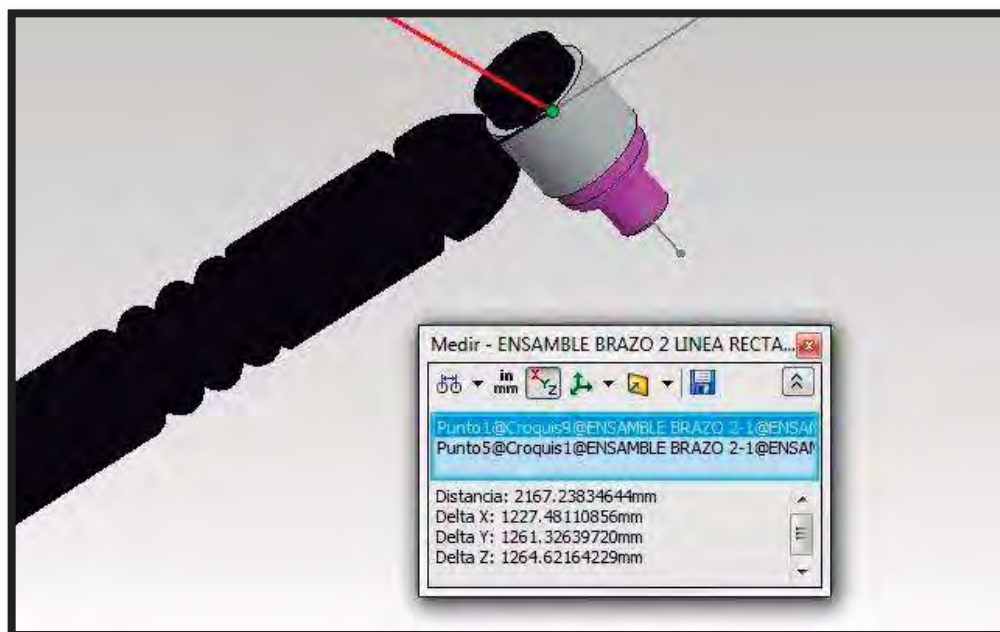


Figura 4.16 Vector ${}^0\text{PA}$.

$${}^0P_A = \begin{pmatrix} 1227.48110856 \text{ mm} \\ 1261.32639720 \text{ mm} \\ 1264.62164229 \text{ mm} \end{pmatrix}$$

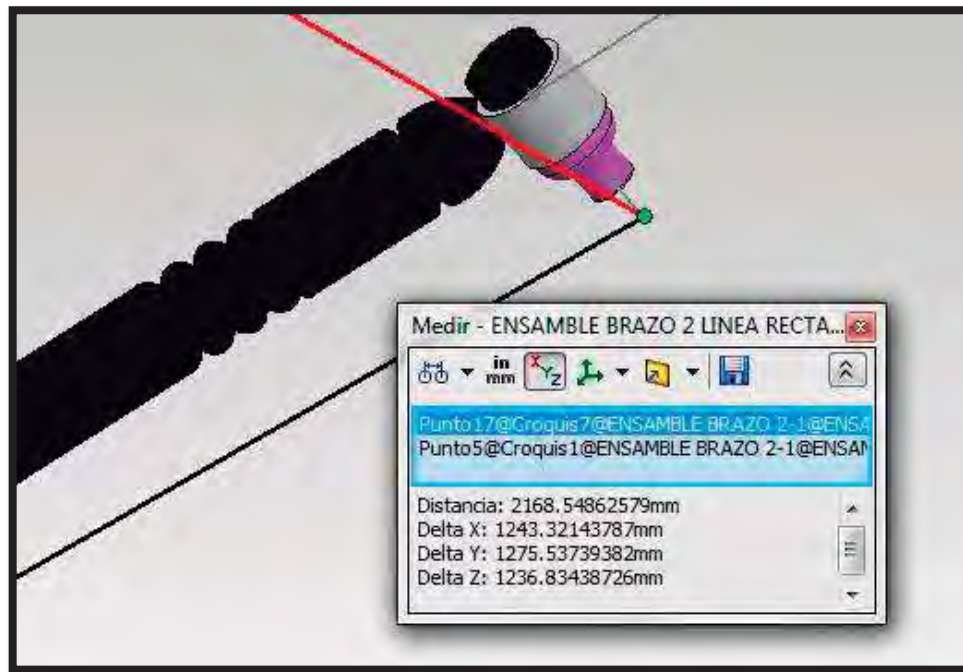


Figura 4.17 Vector 0P_B .

$${}^0P_B = \begin{pmatrix} 1243.32143787 \text{ mm} \\ 1275.53739382 \text{ mm} \\ 1236.83438726 \text{ mm} \end{pmatrix}$$

Ya se está en condiciones de encontrar a θ_5 y el programa arroja un resultado de -0.511867° , mientras que el ángulo del modelo se puede observar en la figura 4.18.

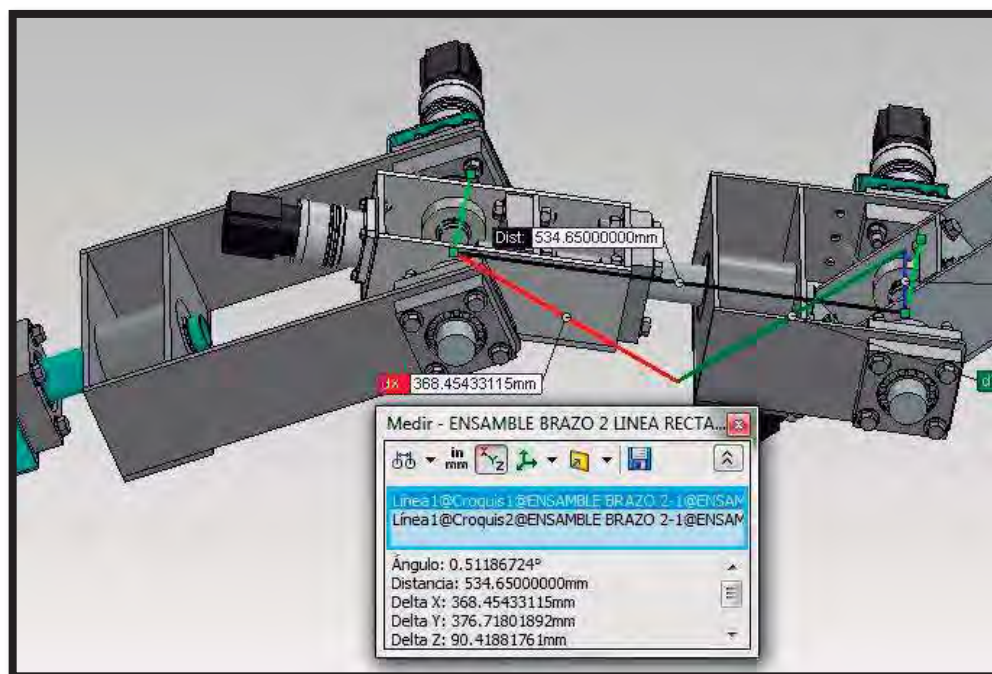


Figura 4.18 Ángulo θ_5 del modelo.

Se puede notar que el ángulo θ_5 en el modelo es de -0.51186724° , por lo tanto ambos coinciden.

Para θ_6 el programa arroja un resultado de 47.1104° mientras que el ángulo del modelo se puede observar en la figura 4.19.

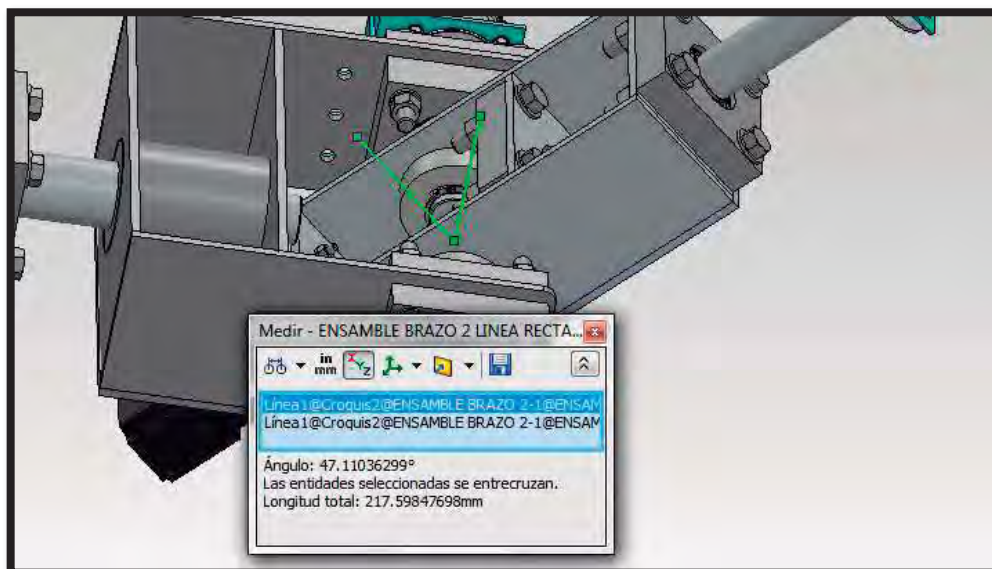


Figura 4.19 Ángulo θ_6 del modelo.

De la figura se puede ver que el ángulo θ_6 tiene un valor de 47.11036299° , por lo que ambos coinciden.

Y por último para θ_7 el programa arroja un valor de 47.1104° y el ángulo del modelo se puede observar en la figura 4.20.

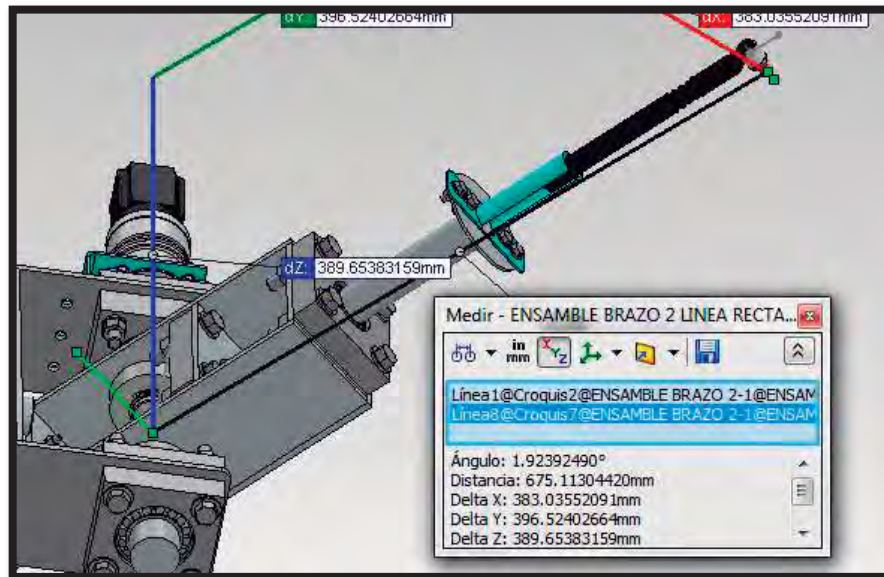


Figura 4.20 Ángulo θ_7 del modelo.

El ángulo que se observa en la figura es un ángulo de 1.92392490° con lo que se comprueba que ambos ángulos coinciden y por lo tanto el programa está correcto.

Una vez obtenido los valores de las variables de articulación se comparan los modelos del programa en Mathematica y el modelo real y el resultado se puede ver en las figuras 4.21 y 4.22 respectivamente. La corrida del programa se presenta en el Anexo 2 si se requiere mayor información.

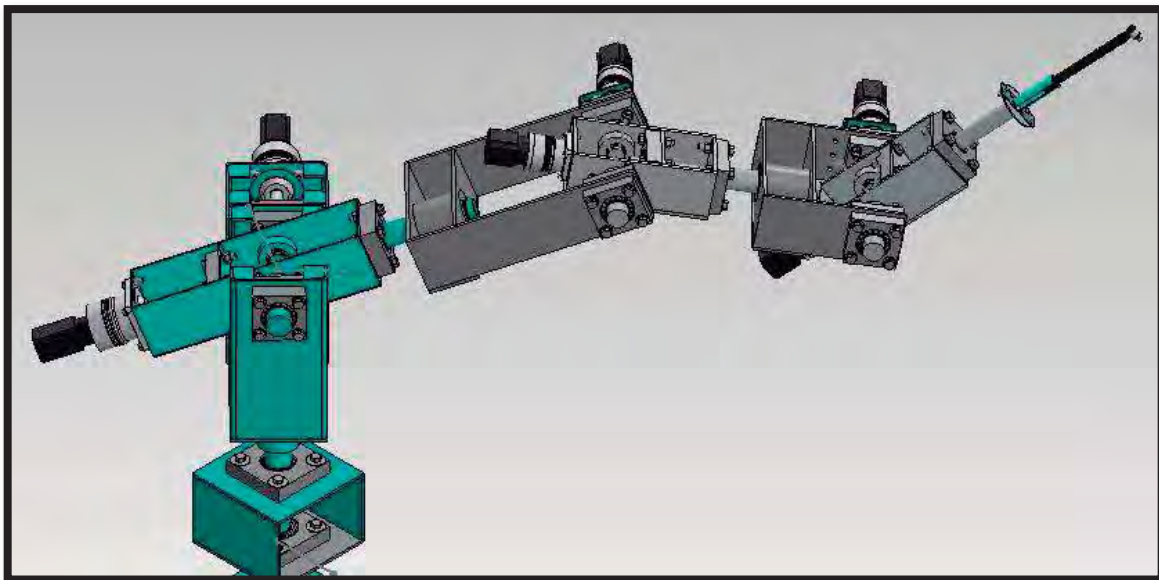


Figura 4.21 Modelo real.

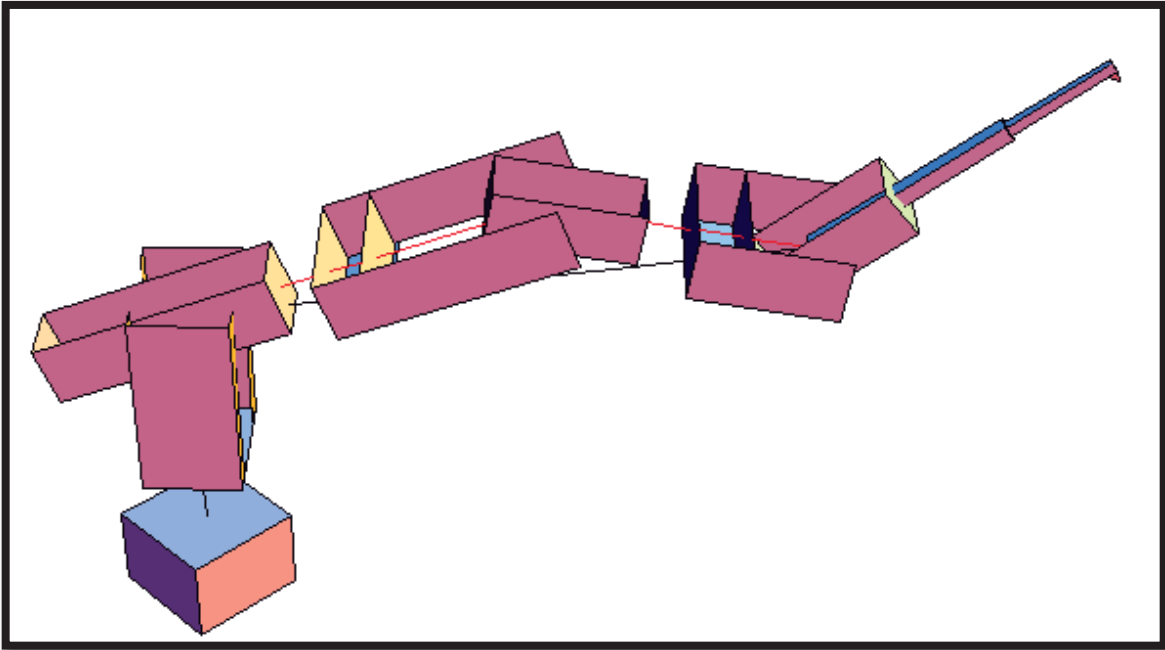


Figura 4.22 Modelo en Mathematica.

4.10 Fuerzas estáticas en el manipulador

La naturaleza de tipo cadena de un manipulador lleva a considerar cómo las fuerzas y momento se propagan de un eslabón a otro. Generalmente, está empujando algo en el entorno con el extremo libre de la cadena (órgano terminal) o está tal vez soportando una carga en la mano. Se desean resolver los torques de articulación que deben estar actuando para mantener el sistema en equilibrio.

Al considerar las fuerzas estáticas en el manipulador, primero se fijan todas las articulaciones, por lo que el manipulador se convierte en una estructura. Entonces se considera cada eslabón en la estructura y se escribe un balance de fuerza-momento en términos de los sistemas de referencia de los eslabones. Finalmente, se calcula qué momento de torsión estático debe estar actuando sobre el eje de articulación para que el manipulador pueda estar en equilibrio estático. ^[4]

La figura 4.23 muestra las fuerzas estáticas y momentos (excluyendo la fuerza de gravedad) que actúan sobre el eslabón i . Si se suman las fuerzas y hacen iguales a cero, entonces:

$${}^i f_i - {}^i f_{i+1} = 0 \quad (4.1)$$

Si se suman los momentos de torsión sobre el origen del sistema $\{i\}$, se tiene

$${}^i n_i - {}^i n_{i+1} - {}^i p_{i+1} \times {}^i f_{i+1} = 0 \quad (4.2)$$



f_i = fuerza ejercida sobre el eslabón i por el eslabón $i-1$.

n_i = momento de torsión ejercido sobre el eslabón i por el eslabón $i-1$.

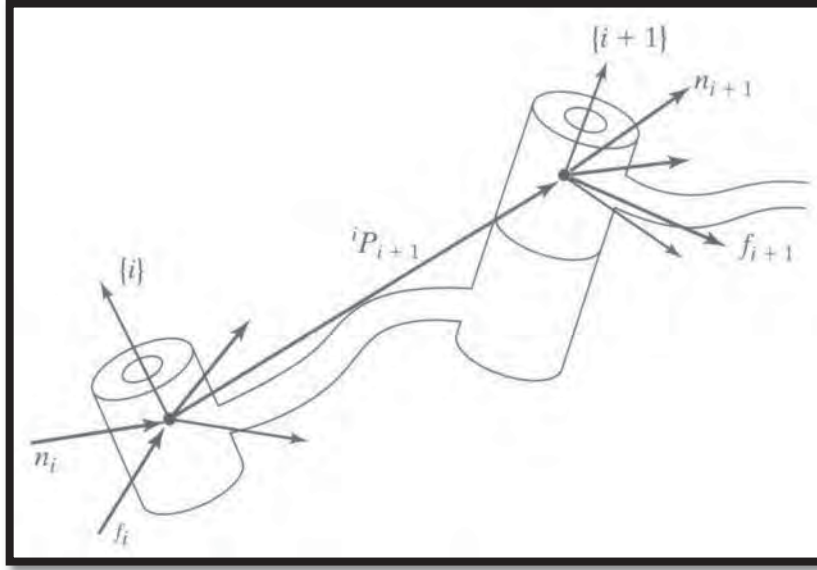


Figura 4.23 Balance de fuerza-momento estático para un solo eslabón.

Para poder escribir estas ecuaciones sólo en términos de fuerzas y momentos definidos dentro de sus sistemas de referencia, transformamos con la matriz de rotación que describe al sistema $\{i+1\}$ respecto al sistema $\{i\}$. Esto produce el resultado más importante para la propagación de fuerzas estáticas de eslabón a eslabón.

$${}^i f_i = {}_{i+1}^i R {}^{i+1} f_{i+1} \quad (4.3)$$

$${}^i n_i = {}_{i+1}^i R {}^{i+1} n_{i+1} + {}^i P_{i+1} \times {}^i f_i = 0 \quad (4.4)$$

Todos los componentes de los vectores de fuerza y momento son resistidos por la estructura del manipulador, excepto el momento de torsión sobre el eje de articulación. Por lo tanto, para encontrar el torque de articulación requerido para mantener el equilibrio estático, el producto punto del vector eje-articulación con el vector de momento actuando sobre el eslabón se calcula:

$$\tau_i = {}^i n_i^T {}^i \hat{Z}_i \quad (4.5)$$

Capítulo V

Dinámica del manipulador

Hasta ahora sólo se ha estudiado la posición, la orientación, la fuerza y los momentos estáticos dentro del manipulador pero no se han estudiado las fuerzas requeridas para realizar el movimiento. Por lo tanto, ahora se estudiará la relación entre el movimiento del manipulador y las fuerzas que causan dicho movimiento.

El problema de la obtención del modelo dinámico de un robot es, por lo tanto, uno de los aspectos más complejos de la robótica, lo que ha llevado a ser obviado en numerosas ocasiones. Sin embargo, el modelo dinámico es imprescindible para conseguir los siguientes fines:

1. Simulación de movimiento del robot.
2. Diseño y evaluación de la estructura mecánica del manipulador.
3. Dimensionamiento de los actuadores.
4. Diseño y evaluación del control dinámico del robot.

Este último fin es evidentemente de gran importancia, pues de la calidad del control dinámico del robot depende la precisión y velocidad de sus movimiento. ^[5]

5.1 Tensor de inercia

Para un cuerpo rígido que es libre de moverse en tres dimensiones, hay una infinidad de posibles ejes de rotación. En el caso de la rotación alrededor de un eje arbitrario, se necesita una manera completa de caracterizar la distribución de masa de un cuerpo rígido. Aquí, se introduce el concepto de **tensor de inercia**.

Ahora se deben definir un conjunto de cantidades que den información acerca de la distribución de masa de un cuerpo rígido relativo a un sistema de referencia. La figura 5.1 muestra un cuerpo rígido con su sistema de referencia. Los tensores de inercia pueden definirse en relación a cualquier sistema. El tensor de inercia relativo al sistema $\{A\}$ se expresa en una matriz de 3 x 3

$${}^A I = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Donde los elementos escalares están dados por

$$I_{xx} = \iiint_V (y^2 + z^2) \rho dv \quad (5.2)$$

$$I_{yy} = \iiint_V (x^2 + z^2) \rho dv \quad (5.3)$$



$$I_{zz} = \iiint_V (x^2 + y^2) \rho dv \quad (5.4)$$

$$I_{xy} = \iiint_V xy \rho dv \quad (5.5)$$

$$I_{xz} = \iiint_V xz \rho dv \quad (5.6)$$

$$I_{yz} = \iiint_V yz \rho dv \quad (5.7)$$

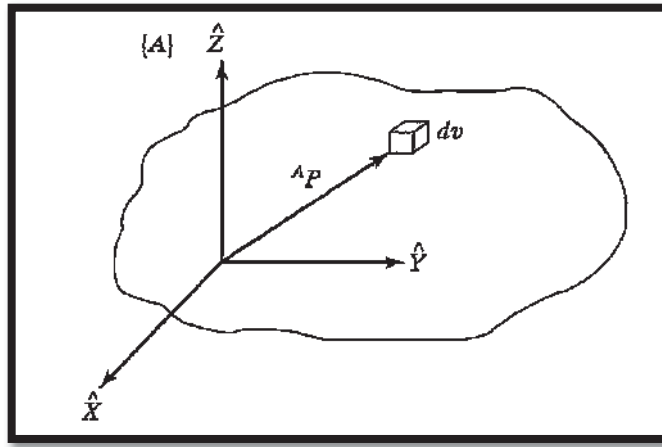


Figura 5.1 El tensor de inercia de un objeto describe la distribución de masa del objeto.

En la figura 5.1 se muestra que un cuerpo rígido está compuesto de elementos diferenciales de volumen, dv , conteniendo material de densidad ρ . En donde cada elemento de volumen está ubicado con un vector ${}^A P = [xyz]^T$.

Los elementos I_{xx} , I_{xy} , I_{xz} son llamados **momentos de inercia de masas**, mientras que I_{xy} , I_{xz} , I_{yz} son llamados **productos de inercia de masas**.^[4]

Para el caso del manipulador que se está diseñando se echará mano de Solidworks 2011, en el cual se pueden calcular los centros de masa y tensores de inercia para un solo cuerpo (pieza) o para un conjunto de cuerpos (eslabones). A continuación se realizará un ejemplo sencillo de cómo se pueden obtener dichos datos en un cuerpo con dimensiones de 20 x 60 x 40 mm el cual se observa en la figura 5.2.

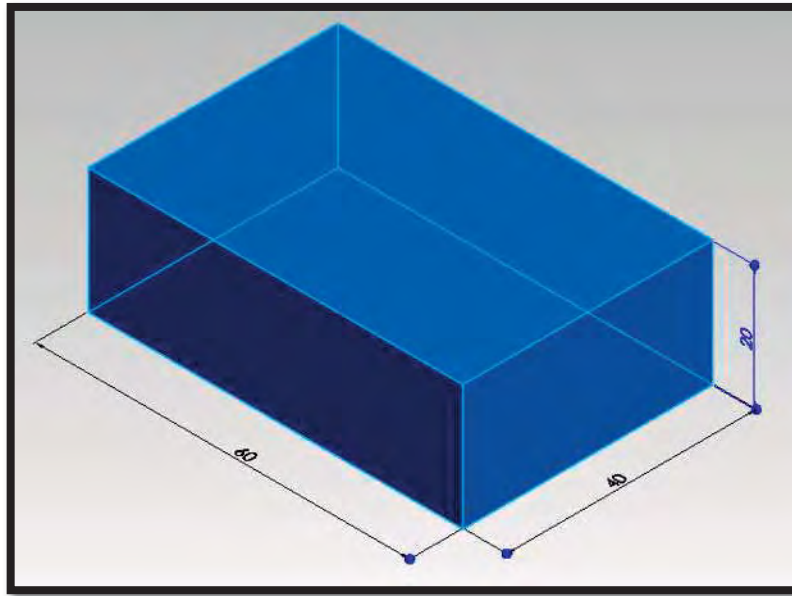


Figura 5.2 Ejemplo para un cuerpo rígido.

Si se nombra $a = 60\text{mm}$, $b = 40\text{mm}$ y $c = 20\text{mm}$ y se tomara al sistema de referencia $\{A\}$ como se observa en la figura 5.3 se tendría que:

$$I_{xx} = \iiint_V (y^2 + z^2) \rho dv = \int_0^c \int_0^a \int_0^b (y^2 + z^2) \rho dx dy dz$$

$$I_{xx} = \int_0^c \int_0^a (y^2 + z^2) b \rho dy dz$$

$$I_{xx} = \int_0^c \int_0^a (y^2 + z^2) b \rho dy dz$$

$$I_{xx} = b \rho \int_0^c \left[\int_0^a y^2 dy + z^2 \int_0^a dy \right] dz = b \rho \int_0^c \left[\frac{a^3}{3} + z^2 a \right] dz$$

$$I_{xx} = b \rho \left[\int_0^c \frac{a^3}{3} dz + \int_0^c a z^2 dz \right]$$

$$I_{xx} = b \rho \left[\frac{a^3}{3} c + a \frac{c^3}{3} \right]$$

$$I_{xx} = \frac{m}{3} [a^2 + c^2]$$



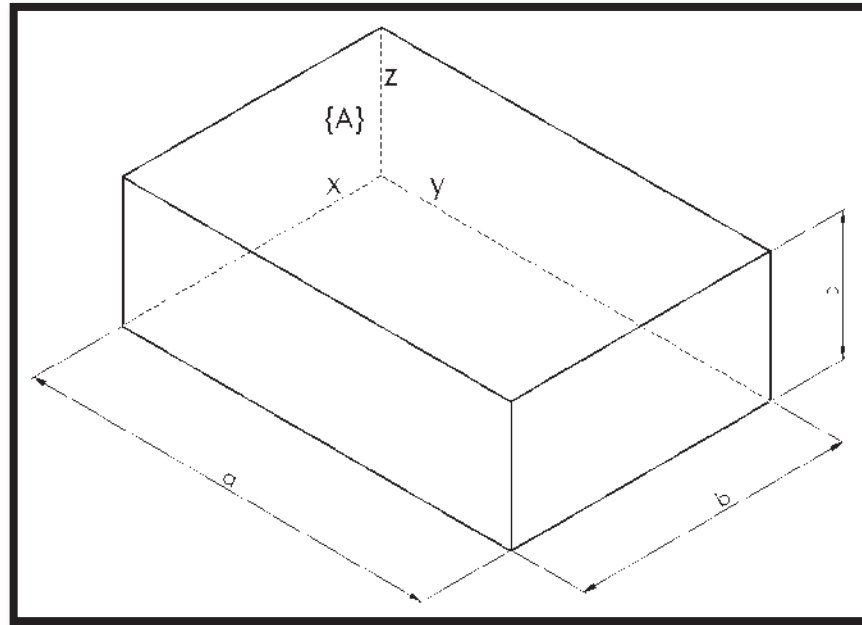


Figura 5.3 Sistema de referencia para el cálculo del tensor de inercia.

Ahora, si se observan los términos se pueden encontrar de manera sencilla I_{yy} y I_{zz}

$$I_{yy} = \frac{m}{3} [b^2 + c^2]$$

$$I_{zz} = \frac{m}{3} [a^2 + b^2]$$

$$I_{xy} = \iiint_V xy\rho dv$$

$$I_{xy} = \int_0^c \int_0^a \int_0^b xy\rho dx dy dz$$

$$I_{xy} = \int_0^c \int_0^a \frac{b^2}{2} y\rho dy dz$$

$$I_{xy} = \int_0^c \frac{b^2 a^2}{4} \rho dz$$

$$I_{xy} = \frac{m}{4} ab$$

Observando los términos se pueden obtener



$$I_{xz} = \frac{m}{4} bc$$

$$I_{yz} = \frac{m}{4} ac$$

Por lo tanto, el tensor de inercia para este cuerpo quedaría como:

$${}^A I = \begin{bmatrix} \frac{m}{3} [a^2 + c^2] & -\frac{m}{4} ab & -\frac{m}{4} bc \\ -\frac{m}{4} ab & \frac{m}{3} [b^2 + c^2] & -\frac{m}{4} ac \\ -\frac{m}{4} bc & -\frac{m}{4} ac & \frac{m}{3} [a^2 + b^2] \end{bmatrix}$$

Pero para el caso del manipulador que se está estudiando será necesario definir el tensor de inercia respecto a un sistema de referencia $\{C\}$ que se encuentra ubicado en el centro de masa y el cual se encuentra alineado con el sistema de referencia $\{A\}$, esto con el objetivo de aplicarlo en el **algoritmo dinámico iterativo de Newton-Euler** y el cual se explicará más adelante.

Para hacer esto se utiliza el **teorema de ejes paralelos**, el cual es una manera de calcular cómo cambia el tensor de inercia bajo desplazamientos del sistema de coordenadas de referencia. El teorema relaciona el tensor de inercia referido a un sistema con origen en el centro de masa con un tensor de inercia referido a otro sistema de referencia con origen ubicado en otro punto pero cuyos ejes de referencia se encuentran alineados.

Si el sistema $\{C\}$ está ubicado en el centro de masa del cuerpo y el origen de $\{A\}$ se encuentra ubicado en otro punto arbitrario, el teorema se puede definir como:

$${}^A I_{zz} = {}^C I_{zz} + m(x_c^2 + y_c^2)$$

$${}^A I_{xy} = {}^C I_{xy} + mx_c y_c$$

Donde $P_c = [x_c, y_c, z_c]^T$ ubica el centro de masa respecto de $\{A\}$.

Por lo tanto, regresando al ejemplo del cuerpo rígido de la figura 5.3 y aplicando el teorema de ejes paralelos se tiene:

$$\begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b/2 \\ a/2 \\ c/2 \end{pmatrix}$$

Para encontrar el momento de inercia ${}^C I_{zz}$ se hace:

$${}^C I_{zz} = {}^A I_{zz} - m(x_c^2 + y_c^2)$$



$$cI_{zz} = \frac{m}{3} [a^2 + b^2] - m \left(\left(\frac{b}{2} \right)^2 + \left(\frac{a}{2} \right)^2 \right) = \frac{m}{3} [a^2 + b^2] - \frac{m}{4} [a^2 + b^2]$$

$$cI_{zz} = \frac{m}{12} [a^2 + b^2]$$

Observando los términos se pueden obtener los otros resultados:

$$cI_{xx} = \frac{m}{12} [a^2 + c^2]$$

$$cI_{yy} = \frac{m}{12} [b^2 + c^2]$$

Ahora para los productos de inercia se hace:

$$cI_{xy} = A I_{xy} + m x_c y_c$$

$$cI_{xy} = \frac{m}{4} ab - m \frac{b}{2} \frac{a}{2}$$

$$cI_{xy} = 0$$

Lo mismo sucede para los otros dos:

$$cI_{xz} = 0$$

$$cI_{yz} = 0$$

Por lo tanto, el tensor de inercia referido al sistema ubicado en el centro de masa queda:

$$cI = \begin{bmatrix} \frac{m}{12} [a^2 + c^2] & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m}{12} [b^2 + c^2] & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m}{12} [a^2 + b^2] \end{bmatrix}$$

En el que la diagonal representa los momentos principales de inercia.

Para comprobar estos resultados con los obtenidos en Solidworks, primero se define el material del cuerpo como un acero aleado cuya densidad es 7700 kg/m^3 y posteriormente se sustituyen los valores de a, b, y c:

$$cI_{xx} = \frac{m}{12} [a^2 + c^2] = 123200 \text{ gr. mm}^2$$



$$^cI_{yy} = \frac{m}{12} [b^2 + c^2] = 61600 \text{ gr. mm}^2$$

$$^cI_{zz} = \frac{m}{12} [a^2 + b^2] = 160160 \text{ gr. mm}^2$$

Los resultados obtenidos en Solidworks se observan en la tabla 5.1.

Momentos de inercia: (gramos * milímetros cuadrados)		
Obtenidos en el centro de masa y alineados con el sistema de coordenadas de resultados.		
Lxx = 123200.00000000	Lxy = 0.00000000	Lxz = 0.00000000
Lyx = 0.00000000	Lyy = 61600.00000000	Lyx = 0.00000000
Lzx = 0.00000000	Lzy = 0.00000000	Lzz = 160160.00000000

Tabla 5.1 Momentos de inercia en Solidworks.

Como se puede observar en la tabla, los resultados son iguales a los obtenidos en los cálculos. Por lo tanto, para ahorrar tiempo de cálculo se echará mano de Solidworks para obtener los momentos de inercia de los eslabones.

5.2 Ecuación de Newton-Euler

Se considerará cada eslabón del manipulador como un cuerpo rígido. Si se conoce la ubicación del centro de masa y el tensor de inercia del eslabón, entonces su distribución de masa está completamente caracterizada. Para mover los eslabones, estos se deben acelerar y desacelerar. Las fuerzas requeridas para tal movimiento son una función de la aceleración deseada y de la distribución de masa de los eslabones. La ecuación de Newton con su ecuación análoga de rotación de Euler, describen cómo las fuerzas, inercias y aceleraciones se relacionan.^[4]

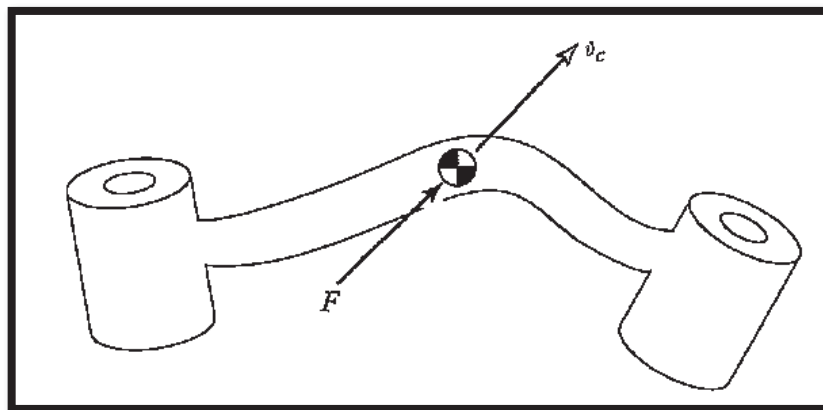


Figura 5.4 Una fuerza F actuando en el centro de masa del cuerpo causa que el cuerpo se acelere a $\dot{v}_c$.

La figura 5.4 muestra un cuerpo rígido cuyo centro de masa se está acelerando con aceleración $\dot{v}_c$. En tal situación, la fuerza, F , actuando en el centro de masa y causando esta aceleración está dada por la ecuación de Newton

$$F = m\dot{v}_c \quad (5.8)$$

La figura 5.5 muestra un cuerpo rígido rotando con velocidad angular ω y con aceleración angular $\dot{\omega}$. En tal situación, el momento N , el cual debe estar actuando sobre el cuerpo para causar este movimiento, está dado por la ecuación de Euler

$$N = {}^C I \dot{\omega} + \omega \times {}^C I \omega \quad (5.9)$$

Donde ${}^C I$ es el tensor de inercia del cuerpo escrito en un sistema, $\{C\}$, cuyo origen está ubicado en el centro de masa.

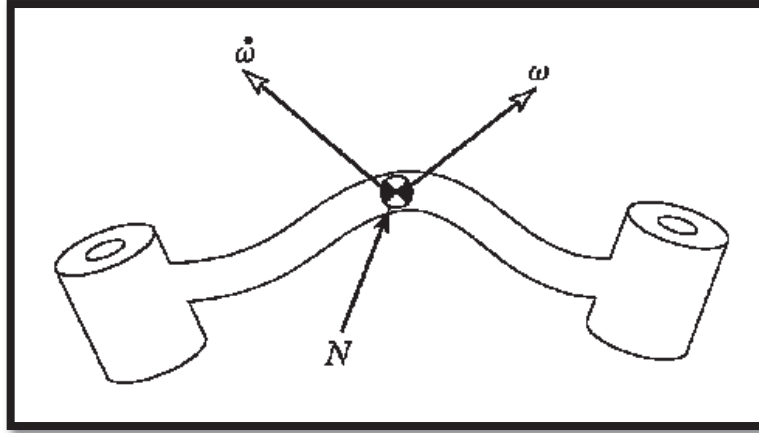


Figura 5.5 Un momento N actuando sobre un cuerpo y el cuerpo está girando con velocidad ω y acelerándose a $\dot{\omega}$.

Para calcular las fuerzas inerciales actuando sobre los eslabones, es necesario calcular la velocidad angular y lineal y la aceleración angular del centro de masa de cada eslabón del manipulador en cualquier instante. Los cálculos se harán de forma iterativa, empezando con el eslabón 1 hasta el eslabón 7.

La propagación de la velocidad angular de eslabón a eslabón está dada por:

$${}^{i+1}\omega_{i+1} = {}^{i+1}_i R {}^i\omega_i + \dot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}\hat{Z}_{i+1} \quad (5.10)$$

La aceleración angular:

$${}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} = {}^{i+1}_i R {}^i\dot{\omega}_i + {}^{i+1}_i R {}^i\omega_i \times \dot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}\hat{Z}_{i+1} + \ddot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}\hat{Z}_{i+1} \quad (5.11)$$

La aceleración lineal del origen del sistema de referencia de cada eslabón se obtiene con:

$${}^{i+1}\dot{v}_{i+1} = {}^{i+1}_i R \left[{}^i\omega_i \times {}^iP_{i+1} + {}^i\omega_i \times ({}^i\omega_i \times {}^iP_{i+1}) + {}^i\dot{v}_i \right] \quad (5.12)$$

Se necesitará también la aceleración lineal del centro de masa de cada eslabón, el cual se encuentra con:

$${}^i\dot{v}_{Ci} = {}^i\dot{\omega}_i \times {}^iP_{Ci} + {}^i\omega_i \times ({}^i\omega_i + {}^iP_{Ci}) + {}^i\dot{v}_i \quad (5.13)$$

Habiendo calculado las aceleraciones lineal y angular del centro de masa de cada eslabón, se pueden aplicar las ecuaciones de Newton-Euler para calcular la fuerza y el torque actuando en el centro de masa de cada eslabón. De este modo:

$$F_i = m\dot{v}_{Ci} \quad (5.14)$$

$$N_i = {}^{Ci}I\dot{\omega}_i + \omega_i \times {}^{Ci}I\omega_i \quad (5.15)$$

Donde $\{C_i\}$ tiene su origen en el centro de masa del eslabón y tiene la misma orientación que el sistema del eslabón $\{i\}$.

Habiendo calculado las fuerzas y torques sobre cada eslabón, ahora se necesitan calcular los torques de articulación que resultarán de las fuerzas y torques aplicadas a cada eslabón.

Esto se puede hacer escribiendo un balance de fuerzas y momentos basado en un diagrama de cuerpo libre de un eslabón. Observe la figura 5.6, cada eslabón tiene fuerzas y torques ejercidos sobre él por sus vecinos y en consecuencia experimenta una fuerza inercial y torque.

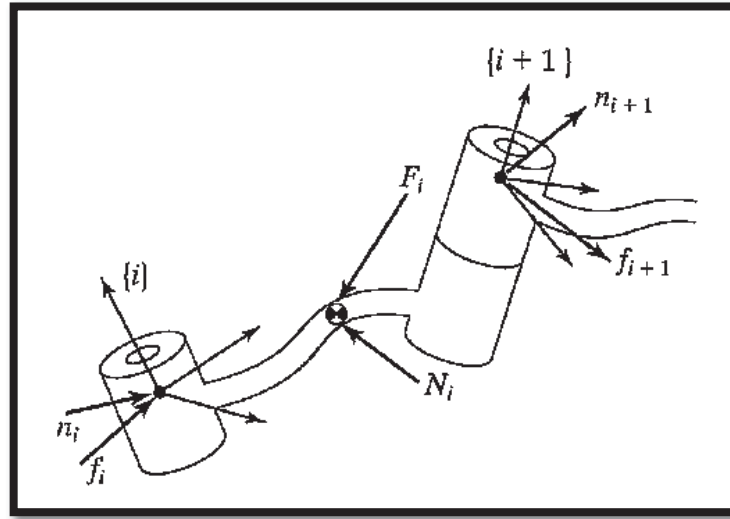


Figura 5.6 Balance de fuerzas, incluyendo fuerzas de inercia, para un eslabón

Por una suma de fuerzas actuando sobre el eslabón i , se llega a la relación:

$${}^iF_i = {}^if_i - {}^{i+1}R^{i+1}f_{i+1} \quad (5.16)$$

Si se hace una suma de torques alrededor del centro de masa e igualandolas a cero se llega a:

$${}^iN_i = {}^in_i - {}^in_{i+1} + (-{}^iP_{Ci}) \times {}^if_i - ({}^iP_{i+1} - {}^iP_{Ci}) \times {}^if_{i+1} \quad (5.17)$$

Agregando matrices de rotación y haciendo un rearrreglo de las ecuaciones de fuerza y torque, éstas pueden quedar como una forma iterativa que va desde el eslabón más alto al eslabón más bajo.

$${}^i f_i = {}_{i+1}^i R {}^{i+1} f_{i+1} + {}^i F_i \quad (5.18)$$

$${}^i n_i = {}^i N_i + {}_{i+1}^i R {}^{i+1} n_{i+1} + {}^i P_{Ci} \times {}^i F_i + {}^i P_{i+1} \times {}_{i+1}^i R {}^{i+1} f_{i+1} \quad (5.19)$$

Para encontrar los torques de articulación requeridos se toma la componente $\hat{Z}$ del torque aplicado por un eslabón sobre su vecino:

$$\tau_i = {}^i n_i^T {}^i \hat{Z}_i \quad (5.20)$$

Ésta ecuación es la que permitirá hacer la elección del actuador o motor que se necesita para cada articulación.



Capítulo VI

Generación de trayectoria

Todos los elementos o eslabones del manipulador deben seguir regiones geométricas definidas, además de tener un perfil histórico en el tiempo de la posición, velocidad y aceleración. En general, se consideran los movimientos del sistema de referencia del órgano terminal relativo al sistema de referencia ubicado en el eslabón 0 correspondiente al eslabón fijo.

Una manera de incluir más detalle en una descripción de una trayectoria o ruta es proporcionar una secuencia de puntos deseados (puntos intermedios entre las posiciones final e inicial). Por lo tanto, al completar el movimiento el sistema de referencia del órgano terminal debe pasar a través de un conjunto de posiciones y orientaciones intermedias.

Generalmente se desea que el movimiento realizado por el órgano terminal sea “suave”, para de esta manera evitar movimientos bruscos que puedan traducirse en una manipulación incorrecta de la herramienta, que en este caso se pueda reflejar en una soldadura de mala calidad o en mayor desgaste entre las partes del mecanismo del brazo.

La generación de una trayectoria se puede dividir en dos partes que son: ***Lugar geométrico de la trayectoria*** y ***Perfil de trayectoria***.

6.1 Lugar geométrico de la trayectoria

Se le llamará lugar geométrico de la trayectoria al conjunto de puntos por donde debe pasar el origen del sistema de referencia perteneciente al órgano terminal o al de algún eslabón del manipulador, formando éstos una recta, un arco, una elipse o una spline o alguna combinación de éstos.

En el presente trabajo sólo se realiza un ejemplo correspondiente a una recta, por ser ésta de las más sencillas para calcular, teniendo en cuenta que el brazo se puede programar para seguir cualquier geometría de las mencionadas anteriormente.

6.1.1 La ecuación de la recta en su forma paramétrica

Es conveniente que se exprese en su forma paramétrica para posteriormente relacionarla con el perfil de trayectoria como se ve más adelante.

Se considera que la pinza de un manipulador debe seguir una recta que pasa por los puntos $P1(X1, Y1, Z1)$ y $P2(X2, Y2, Z2)$ correspondientes al punto inicial y final respectivamente obsérvese la figura 6.1.



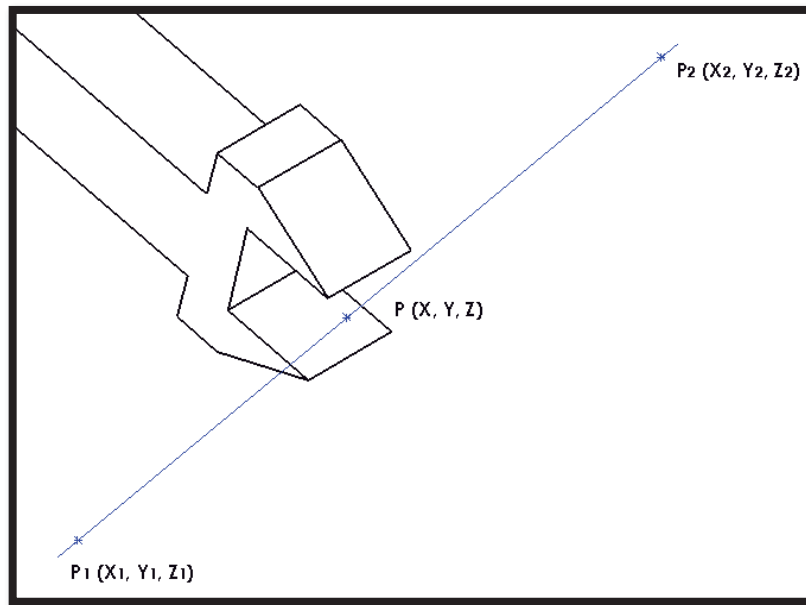


Figura 6.1 Trayectoria recta de un manipulador.

El vector $\overline{P1}$ es el vector que define al punto P1 y el vector $\overline{P2}$ es el vector que define al punto P2, además se define un parámetro que varíe con el tiempo P(t) (véase figura 6.2) y el cual quedará definido de la siguiente manera:

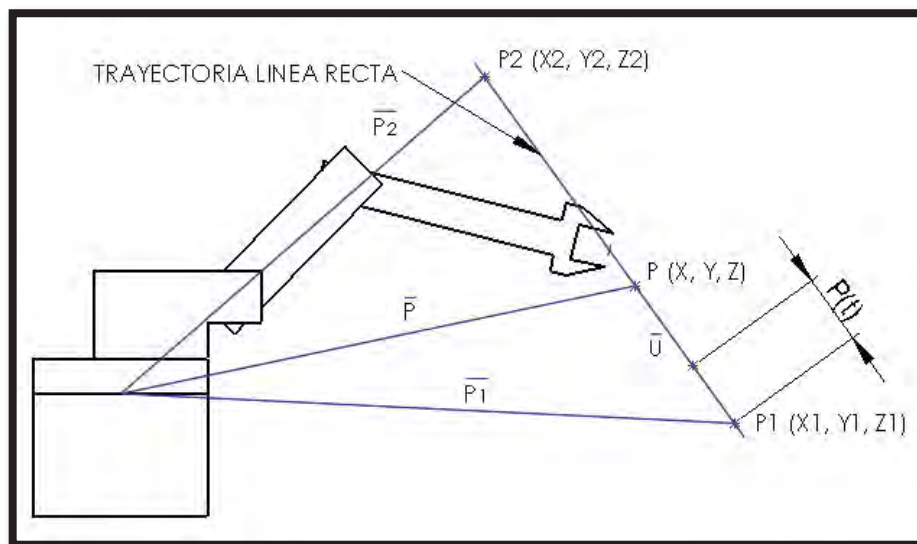


Figura 6.2 Definición del parámetro.

$$\overline{P} = \overline{P1} + \overline{U} \quad (6.1)$$

$$\text{En donde } \overline{U} = \hat{u} P(t) \quad P(t) \text{ corresponde al parámetro.} \quad (6.2)$$

En el cual P(t) tomará valores desde P1 hasta P2

El vector unitario $\hat{u}$ se encuentra normalizando al vector $\overline{P1P2}$ de la siguiente manera:



$$\hat{u} = \frac{\overline{P1P2}}{\|\overline{P1P2}\|} = \frac{\overline{P2} - \overline{P1}}{\|\overline{P2} - \overline{P1}\|} = \frac{\begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{pmatrix}}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}}$$

Por lo tanto las ecuaciones que definen la recta en forma paramétrica son:

$$x(t) = x_1 + \left(\frac{(x_2 - x_1)}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}} \right) P(t) \quad (6.3)$$

$$y(t) = y_1 + \left(\frac{(y_2 - y_1)}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}} \right) P(t) \quad (6.4)$$

$$z(t) = z_1 + \left(\frac{(z_2 - z_1)}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}} \right) P(t) \quad (6.5)$$

De esta manera el parámetro $P(t)$ toma valores cada tiempo t , por ejemplo cuando $t = 0$, $P(0)=0$ y $\overline{P} = \overline{P1}$ y cuando $t = t_f$, $P(t_f) = \|\overline{P2} - \overline{P1}\|$ y, por lo tanto, $P(t_f) = \overline{P2}$.

6.2 Perfil de trayectoria

Como ya se vio, el órgano terminal que contiene la antorcha debe seguir una serie de puntos intermedios entre los puntos finales $P1$ y $P2$. Cada uno de estos puntos se convierte en un conjunto de ángulos en las articulaciones mediante la aplicación de la cinemática inversa, además el recorrido lo debe hacer de una manera “suavizada”; es decir, que no deben de existir cambios bruscos en velocidad ni aceleración durante el recorrido.

Pueden existir varios tipos de perfil de trayectoria, entre los que se encuentran *Trapezoidal*, *Polinomio de quinto grado*, *Polinomio de octavo grado*, *Splines cúbicos*, entre otros. En el presente trabajo se aplicará un polinomio de quinto grado para la trayectoria del manipulador.



6.2.1 Perfil polinomio de quinto grado

Se ha elegido este tipo de perfil debido a que los cambios en la velocidad y aceleración al inicio y final del recorrido son más suaves o más graduales, lo cual se refleja en un menor desgaste de las articulaciones o en este caso de los motores, además de que se produce un desplazamiento mas armonioso del brazo lo cual también es favorable para la estructura del mismo.

Si se mueve el órgano terminal desde una posición inicial hasta una posición final de destino deseada en una cierta cantidad de tiempo, con la cinemática inversa se calculan las variables articulares correspondientes a la posición y orientación en cada punto del recorrido y lo que se necesita es una función en la que el valor t_0 sea para la posición inicial y el valor t_f sea para la posición final deseada.

Si además de la posición también se desea que la velocidad y la aceleración tengan un determinado valor en un punto, en este caso se desea que la velocidad y la aceleración tengan un valor de cero al inicio y al final del recorrido y que la velocidad sea máxima a la mitad del recorrido, entonces se utiliza un polinomio de quinto grado en el cual se tienen seis coeficientes y que pueden satisfacerse mediante éstas restricciones. De tal manera que:

La posición es:

$$P(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4 + a_5t^5 \quad (6.6)$$

La velocidad se obtiene derivando la posición en función del tiempo:

$$V(t) = a_1 + 2a_2t + 3a_3t^2 + 4a_4t^3 + 5a_5t^4 \quad (6.7)$$

La aceleración se obtiene derivando la velocidad en función del tiempo:

$$a(t) = 2a_2 + 6a_3t + 12a_4t^2 + 20a_5t^3 \quad (6.8)$$

Aparentemente se tienen 3 ecuaciones con 3 incógnitas, pero estas 3 ecuaciones se pueden convertir en 6 ecuaciones. Se sabe que la posición al inicio en el tiempo t_0 (0 segundos) será igual a cero y la posición evaluada en el tiempo t_f será igual al distancia total recorrida, de tal manera que:

$$P(0) = 0 = a_0$$

$$P(t_f) = dT = a_1t_f + a_2t_f^2 + a_3t_f^3 + a_4t_f^4 + a_5t_f^5$$

De igual manera para la velocidad, las restricciones son que al inicio y al final en un tiempo t_0 y t_f respectivamente tenga un valor igual a cero, por lo tanto:

$$V(0) = 0 = a_1$$

$$V(t_f) = 0 = a_1$$

$$V(t_f) = 0 = 2a_2t_f + 3a_3t_f^2 + 4a_4t_f^3 + 5a_5t_f^4$$



Y por lo tanto la aceleración al inicio y al final también será cero:

$$a(0) = 0 = 2a_2 \therefore a_2 = 0$$

$$a(t_f) = 0 = 6a_3t_f + 12a_4t_f^2 + 20a_5t_f^3$$

De esta forma queda un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas:

$$a_3t_f^3 + a_4t_f^4 + a_5t_f^5 = dT \quad (6.9)$$

$$3a_3t_f^2 + 4a_4t_f^3 + 5a_5t_f^4 = 0 \quad (6.10)$$

$$6a_3t_f + 12a_4t_f^2 + 20a_5t_f^3 = 0 \quad (6.11)$$

El cual se puede resolver de la forma:

$$A \quad x = b$$

$$\begin{pmatrix} t_f^3 & t_f^4 & t_f^5 \\ 3t_f^2 & 4t_f^3 & 5t_f^4 \\ 6 & 12t_f^2 & 20t_f^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} dT \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$Ax = b$$

$$A^{-1} Ax = A^{-1}b$$

$$Ix = A^{-1}b$$

$$x = A^{-1}b$$

De la cual se obtiene lo siguiente:

$$a_3 = 10 \frac{dT}{t_f^3}$$

$$a_4 = -15 \frac{dT}{t_f^4}$$

$$a_5 = 6 \frac{dT}{t_f^5}$$

Por lo tanto, el perfil que define a la posición queda de la siguiente manera:

$$P(t) = dT \left[10 \left(\frac{t}{t_f} \right)^3 - 15 \left(\frac{t}{t_f} \right)^4 + 6 \left(\frac{t}{t_f} \right)^5 \right]$$



El perfil de la velocidad queda definido por la siguiente ecuación:

$$V(t) = dT \left[30 \frac{t^2}{t_f^3} - 60 \frac{t^3}{t_f^4} + 30 \frac{t^4}{t_f^5} \right]$$

Por lo tanto, la ecuación que define el perfil de la aceleración es:

$$a(t) = dT \left[60 \frac{t}{t_f^3} - 180 \frac{t^2}{t_f^4} + 120 \frac{t^3}{t_f^5} \right]$$

Las graficas de los perfiles de cada uno se muestran en las figuras 6.3, 6.4 y 6.5.

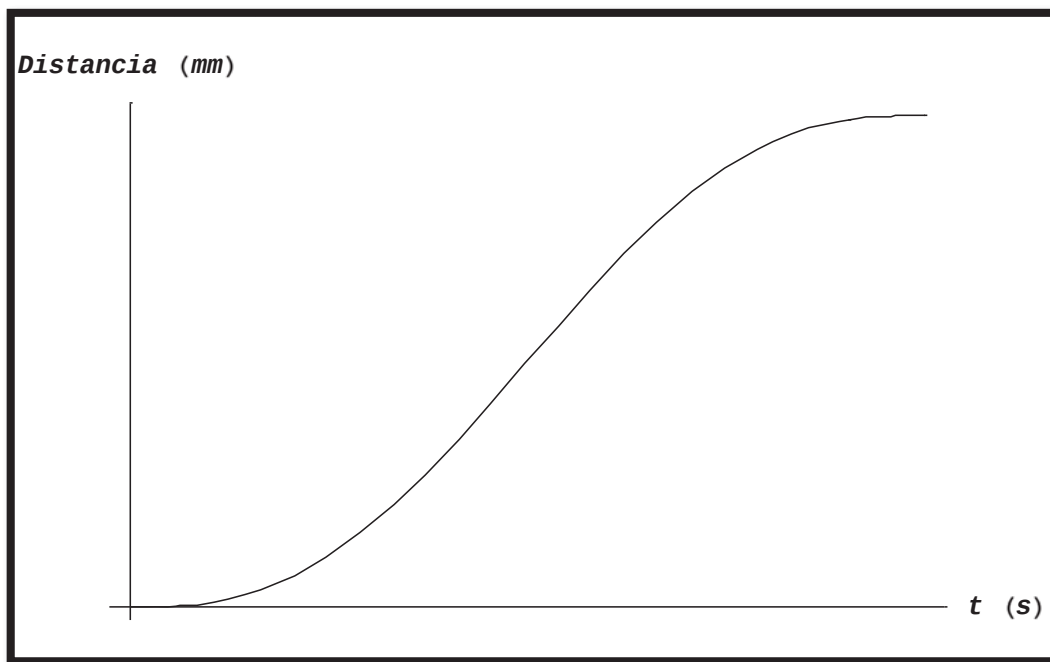


Figura 6.3 Perfil de la posición para un polinomio de grado 5.



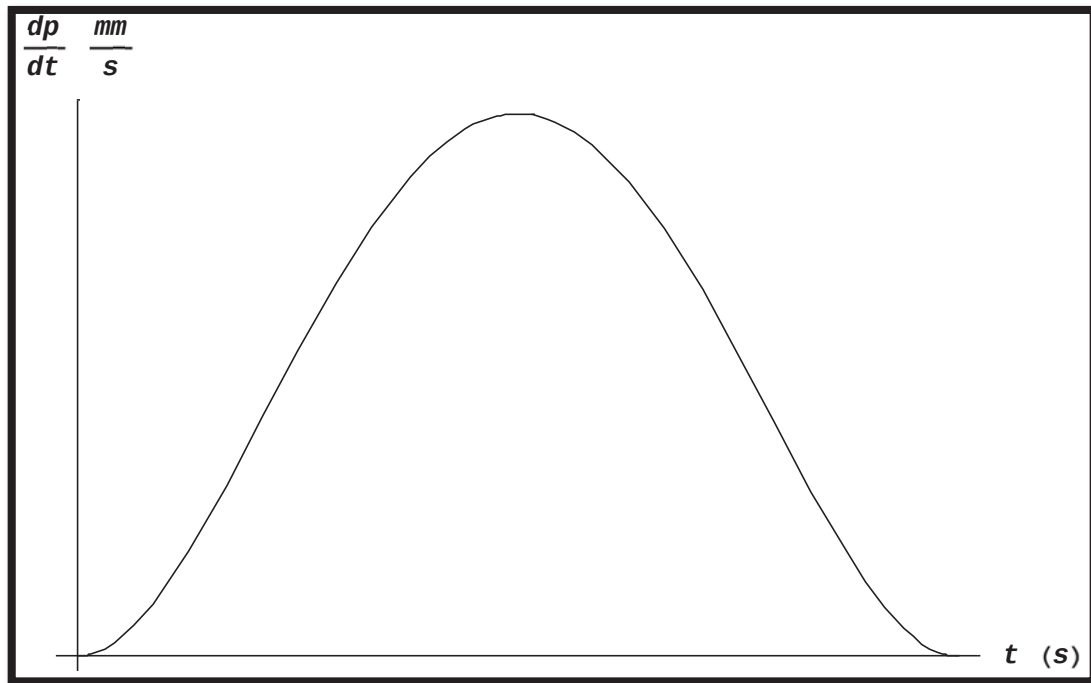


Figura 6.4 Perfil de la velocidad para un polinomio de grado 5.

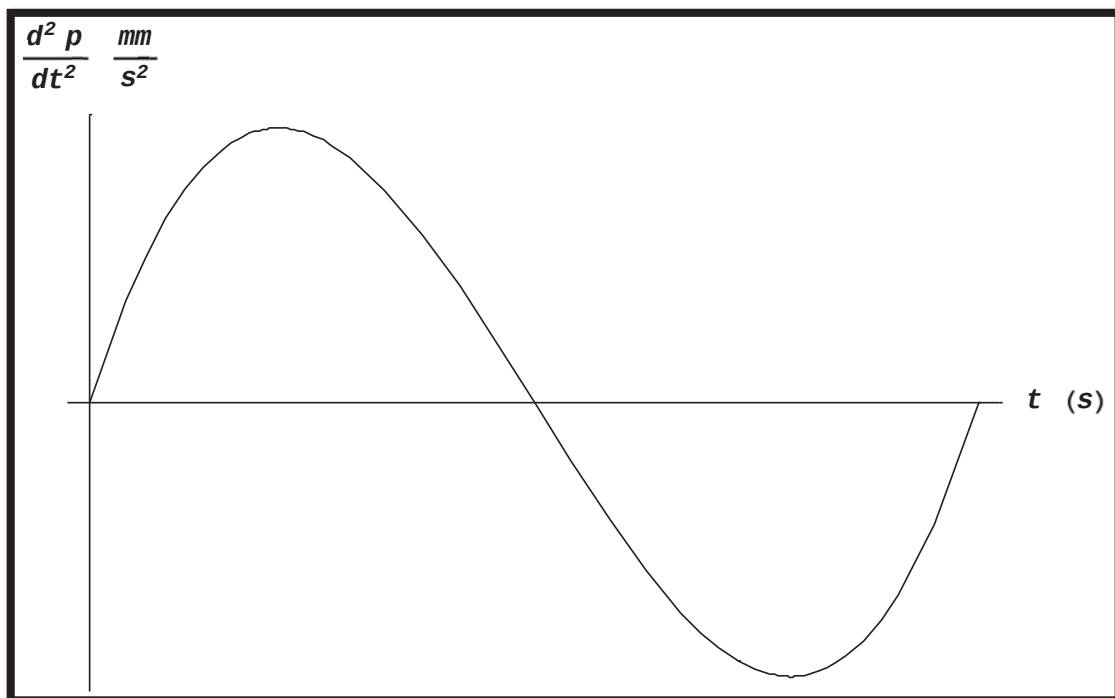


Figura 6.4 Perfil de la aceleración para un polinomio de grado 5.

Capítulo VII

Resultados

A partir de éste momento se procederá a comprobar si el manipulador propuesto cumple con las exigencias requeridas soportando todas las cargas que actuarían durante su funcionamiento.

Se hicieron pruebas para diferentes trayectorias del brazo en las que se obtuvieron para cada una valores de variables de articulación, graficas de posición, velocidad y aceleración para finalmente obtener resultados de torques por medio de la ecuación Newton-Euler. Ya con la obtención de los torques de articulación se estaría en condiciones de seleccionar el actuador apropiado para dicha articulación.

Es necesario decir que es complicado saber con exactitud con cuál trayectoria se obtendrían los mayores torques de las articulaciones, las trayectorias se eligieron al azar y se tomaron los máximos torques obtenidos en cada una de ellas. Los resultados se muestran a continuación.

7.1 Resultados para la articulación 7

Los valores máximos encontrados para esta articulación son los siguientes:

Tiempo (s)	Velocidad angular (°/s)	Fuerza de torsión (Newton-mm)
0	0	-0.780885491
0.04	-15.9252457	-6.011415517
0.08	-58.50315955	-9.856259807
0.12	-120.4346706	-12.3704664
0.16	-195.0842598	-13.62475418
0.2	-276.4799601	-13.71082214
0.24	-359.3133561	-12.75831137
0.28	-438.9395846	-10.96053866
0.32	-511.3773342	-8.593993746
0.36	-573.3088452	-6.006540271
0.4	-622.0799102	-3.554105276
0.44	-655.6998733	-1.494800478
0.48	-672.8416309	0.10874884
0.52	-672.8416309	1.409964981
0.56	-655.6998733	2.689208936
0.6	-622.0799102	4.196261369
0.64	-573.3088452	6.015345762
0.68	-511.3773342	8.023871348
0.72	-438.9395846	9.947351093
0.76	-359.3133561	11.45703079
0.8	-276.4799601	12.25133197
0.84	-195.0842598	12.09397095
0.88	-120.4346706	10.81500872
0.92	-58.50315955	8.295116868
0.96	-15.9252457	4.449652485
1	5.91E-21	-0.780888725

Las gráficas de los valores encontrados se muestran en las figuras 7.1 y 7.2.



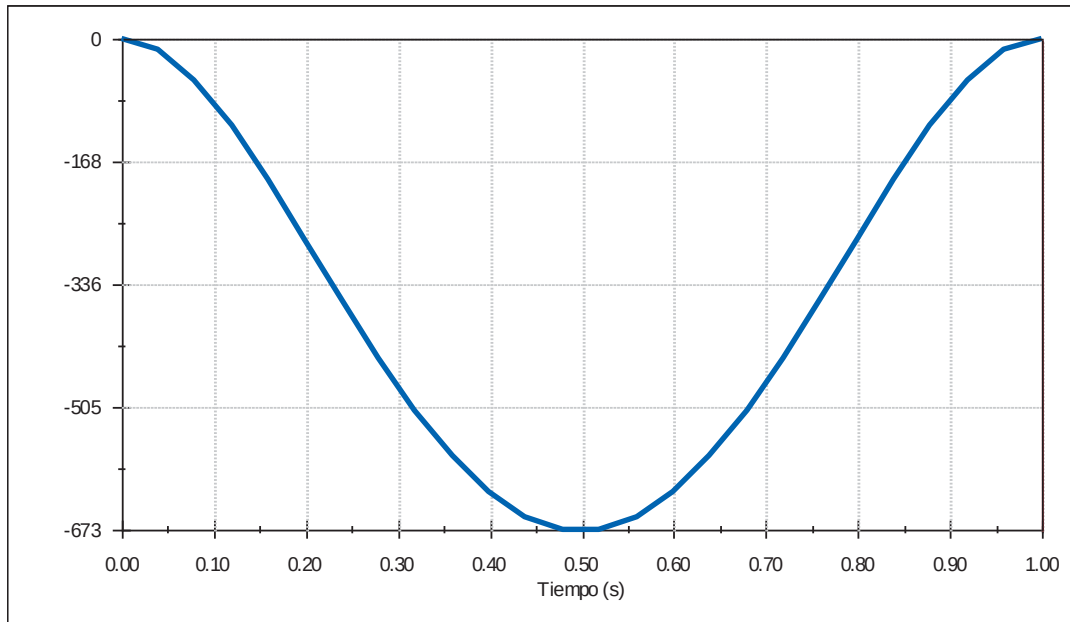


Figura 7.1 Gráfica de velocidad angular para la articulación 7.

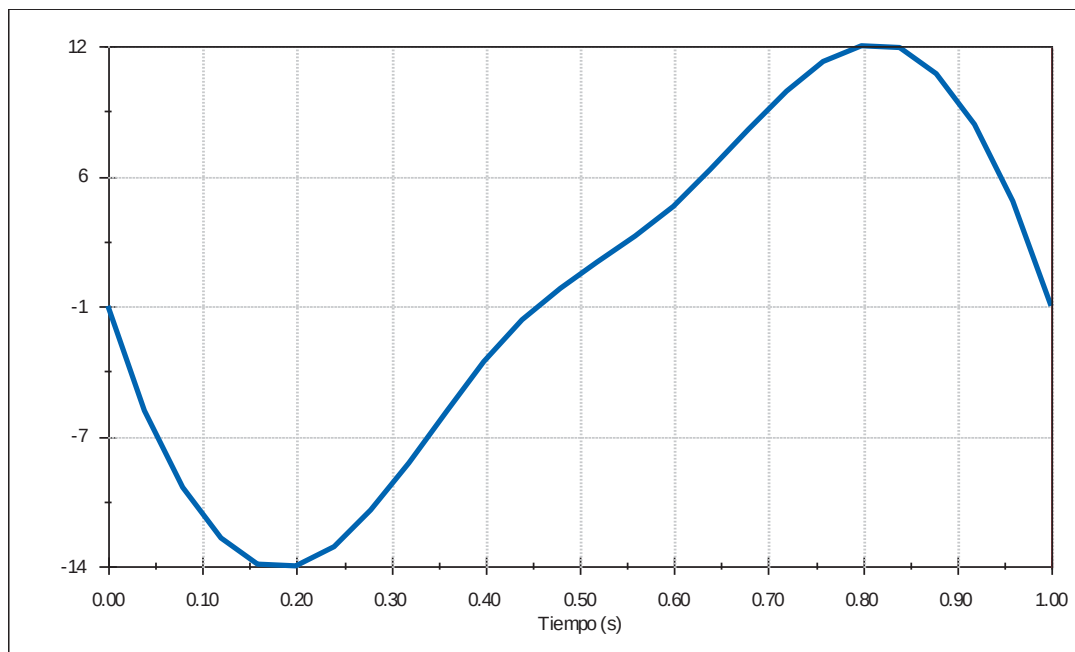


Figura 7.2 Gráfica del Par torsional para la articulación 7.

De los resultados anteriores, se puede observar que la velocidad angular máxima tiene un valor de $-673^\circ/\text{s}$ y la cual ocurre en el tiempo igual a 0.5 segundos aproximadamente, mientras que el par torsional máximo es de $-14 \text{ N}\cdot\text{mm}$ y ocurre en el tiempo de 0.2 segundos.



Con estos valores ya se esta en condiciones de seleccionar el actuador adecuado de acuerdo a las especificaciones del fabricante. Para conocer la potencia necesaria que debe ejercer el actuador, ésta se calcula de la siguiente manera:

$$POT = (V_{angm\acute{a}x}) \cdot (P_{arm\acute{a}x}) \quad (7.1)$$

Aplicando la ecuación 7.1 con los valores encontrados se obtiene que el actuador necesario para la articulación debe ejercer una potencia de 0.1644 Watts.

$$POT = \left(\frac{673^\circ}{s} \right) \cdot \left(\frac{\pi \text{rad}}{180^\circ} \right) \cdot (14 \text{ N} \cdot \text{mm}) \cdot \left(\frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}} \right) = 0.1644 \text{ Watts}$$

De la tabla de especificaciones del fabricante mostrada en los Anexos se seleccionó el actuador con modelo RSF-17A-50-E 200. En las especificaciones podemos observar que es el actuador más pequeño y que ofrece una potencia promedio de 62 W, la cual está muy por encima de la requerida, un torque promedio de 9.8 N.m y una tasa de velocidad de 60 rev/min. Entonces se puede decir que éste actuador cumple sin problemas con las necesidades de carga.

7.1.1 Selección del acoplamiento

Un acoplamiento es un dispositivo utilizado para unir o conectar a dos ejes en sus extremos con el objetivo de transmitir potencia, una clasificación general de los tipos de acoplamiento es *acoplamientos rígidos y acoplamientos flexibles*.

Los acoplamientos rígidos se diseñan para unir firmemente dos ejes entre sí, para que no pueda haber movimiento relativo entre ellos. Este diseño es conveniente para ciertos tipos de equipos, donde se necesita y se puede dar un alineamiento preciso de dos ejes.

Los acoplamientos rígidos sólo se deben usar cuando el alineamiento de los ejes se pueda mantener con mucha exactitud, no sólo en el momento de la instalación, sino también durante el funcionamiento de las máquinas.

En el caso de que existiera un desalineamiento angular, radial o axial apreciables, se inducirán esfuerzos difíciles de calcular, los cuales pueden causar temprana falla por fatiga en los ejes o para el caso del brazo que se está diseñando pudiendo causar una falla en los actuadores.

Debido a la generación de estos esfuerzos y para proteger a los actuadores se ha optado por utilizar acoplamientos flexibles.

Los acoplamientos flexibles se diseñan para transmitir par torsional uniformemente, y al mismo tiempo permitir cierto desalineamiento axial, radial y angular. La flexibilidad es tal que cuando se produce el desalineamiento, piezas de acoplamiento se mueven con poca o ninguna resistencia. En consecuencia, no se desarrollan esfuerzos axiales o flexionantes apreciables en el eje.



Existe una gran variedad de acoplamientos flexibles en el mercado entre los que se encuentran los de cadena, Grid-Flex, Ever-Flex, de engranes, de fuelle, PARAFLEX, Dynaflex, etc. [22]

Se realizó una búsqueda entre los muchos fabricantes que ofrecen acoplamientos flexibles y se llegó a la selección del modelo BK2 de la marca R+W Coupling Technology que se muestra en la figura 7.3 proporcionada por el fabricante.

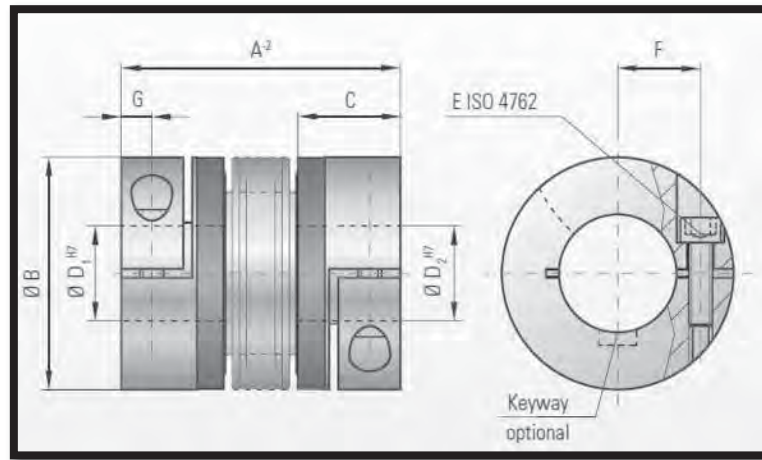


Figura 7.3 Modelo BK2 de R+W Coupling Technology.

Se eligió este modelo por su fácil montaje pero también porque se puede adaptar a espacios reducidos debido a su forma no tan compleja y robusta, es de fácil montaje y el fabricante se adapta a las especificaciones del comprador como por ejemplo a los diámetros requeridos y si se desea con cuña o no.

Regresando al caso de la articulación 7, es necesario seleccionar un acoplamiento para transmitir la potencia del actuador al eslabón 7. De la tabla de especificaciones que proporciona el fabricante y que se muestra en la sección de Anexos para su consulta se selecciona un acoplamiento que cumpla con las especificaciones de Torque, por lo tanto se selecciona el modelo BK2/15/66/18/25/. Con esto, la transmisión en la articulación 7 queda definida completamente.

7.2 Resultados para la articulación 6

Al igual que para la articulación 7 se obtuvieron los valores máximos, los cuales son los siguientes:

Tiempo (s)	Velocidad Angular (°/sec)	Par torsional (Newton-mm)
0	0	-718.1287876
0.04	7.973465191	3272.426394
0.08	29.25148536	6375.274399
0.12	60.21722045	8842.771036
0.16	97.54203307	10809.34825
0.2	138.2398003	12368.84094
0.24	179.6564189	13578.87878
0.28	219.4695331	14458.80845
0.32	255.6884079	14986.4513
0.36	286.6541634	15111.81503
0.4	311.0396959	14768.59601
0.44	327.8496775	13887.16891
0.48	336.4208131	12442.34168
0.52	336.4715332	10309.58559
0.56	327.848889	7593.940786
0.6	311.0398575	4650.837221
0.64	286.6544455	1413.276345
0.68	255.6886671	-1738.173192
0.72	219.4697923	-4524.062186
0.76	179.6564909	-6716.811691
0.8	138.2397208	-8068.32039
0.84	97.53150274	-8462.245678
0.88	60.2175216	-7787.46066
0.92	29.26313402	-6069.892337
0.96	7.954110648	-3140.440808



1	-0.006677602	664.5730784
---	--------------	-------------

Las gráficas correspondientes se muestran en las figuras 7.4 y 7.5.

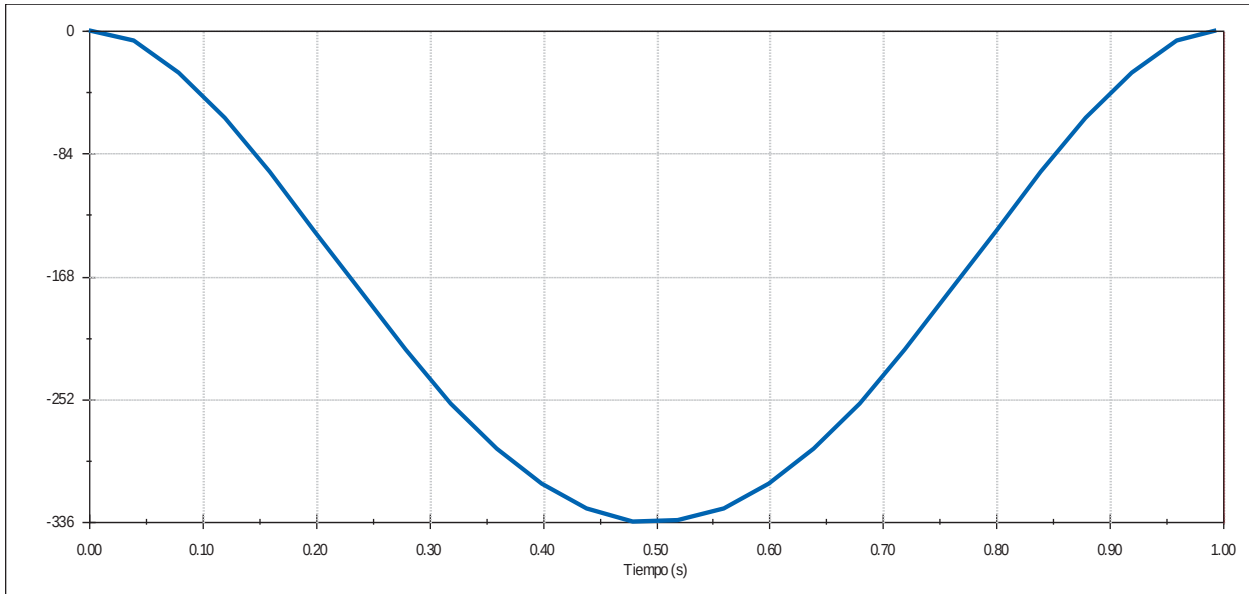


Figura 7.4 Gráfica de velocidad angular para la articulación 6.

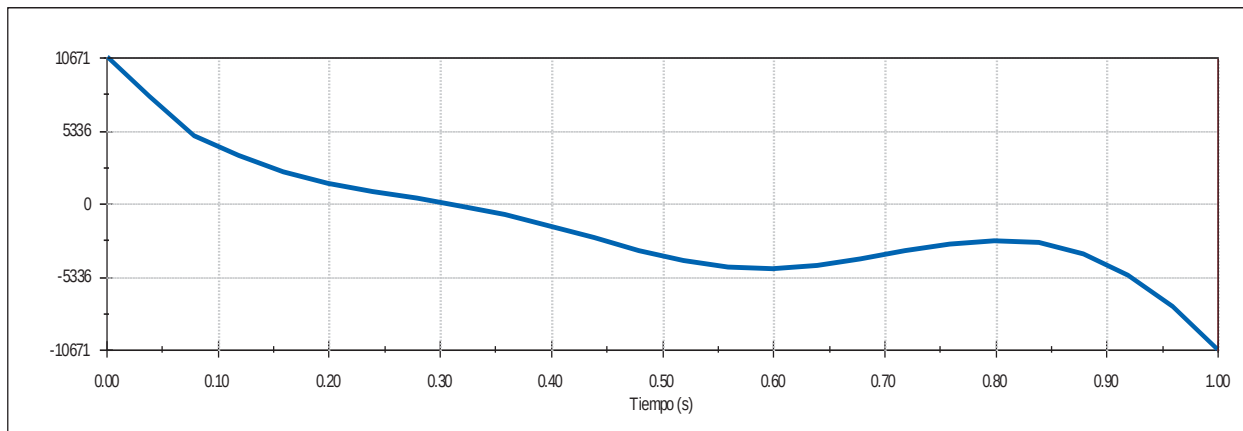


Figura 7.5 Gráfica del Par torsional para la articulación 6.



De los resultados anteriores, se puede observar que la velocidad angular máxima tiene un valor de $-336^\circ/\text{s}$ y la cual ocurre en el tiempo igual a 0.5 segundos aproximadamente, mientras que el par torsional máximo es de 10671 N.mm que ocurre inicio y final.

Nuevamente se calcula la potencia como en el caso anterior para posteriormente seleccionar el actuador adecuado de acuerdo a las especificaciones del fabricante.

Aplicando la ecuación 7.1 con los valores encontrados se obtiene que el actuador necesario para la articulación debe ejercer una potencia de 62.578 Watts.

$$POT = \left(\frac{336^\circ}{\text{s}}\right) \cdot \left(\frac{\pi \text{rad}}{180^\circ}\right) \cdot (10671 \text{ N. mm}) \cdot \left(\frac{1\text{m}}{1000\text{mm}}\right) = 62.578 \text{ Watts}$$

El actuador seleccionado debe cumplir con las siguientes características:

Velocidad angular de

$$\left(\frac{336^\circ}{\text{s}}\right) \cdot \left(\frac{1 \text{ rev}}{360^\circ}\right) = 0.93 \frac{\text{rev}}{\text{s}} = 56 \frac{\text{rev}}{\text{min}}$$

Un Par torsional de

$$(10671 \text{ N. mm}) \cdot \left(\frac{1\text{m}}{1000\text{mm}}\right) = 10.671 \text{ N. m}$$

De la tabla de especificaciones del fabricante mostrada en los Anexos se seleccionó el actuador con modelo RKF-20A-50-E 200. En las especificaciones se puede observar que es el actuador más pequeño y que ofrece una potencia promedio de 120 W, la cual está por arriba de la potencia que se requiere, un torque promedio de 19 N.m y una tasa de velocidad de 60 rev/min. Entonces se puede decir que éste actuador cumple con las necesidades de carga.



7.3 Resultados para la articulación 5

Los valores máximos obtenidos para esta articulación son los siguientes:

Tiempo (s)	Velocidad Angular (°/sec)	Par torsional (Newton-mm)
0	0	-718.1287876
0.04	7.973465191	3272.426394
0.08	29.25148536	6375.274399
0.12	60.21722045	8842.771036
0.16	97.54203307	10809.34825
0.2	138.2398003	12368.84094
0.24	179.6564189	13578.87878
0.28	219.4695331	14458.80845
0.32	255.6884079	14986.4513
0.36	286.6541634	15111.81503
0.4	311.0396959	14768.59601
0.44	327.8496775	13887.16891
0.48	336.4208131	12442.34168
0.52	336.4715332	10309.58559
0.56	327.848889	7593.940786
0.6	311.0398575	4650.837221
0.64	286.6544455	1413.276345
0.68	255.6886671	-1738.173192
0.72	219.4697923	-4524.062186
0.76	179.6564909	-6716.811691
0.8	138.2397208	-8068.32039
0.84	97.53150274	-8462.245678
0.88	60.2175216	-7787.46066
0.92	29.26313402	-6069.892337
0.96	7.954110648	-3140.440808
1	-0.006677602	664.5730784

Las gráficas correspondientes se muestran en las figuras 7.6 y 7.7.



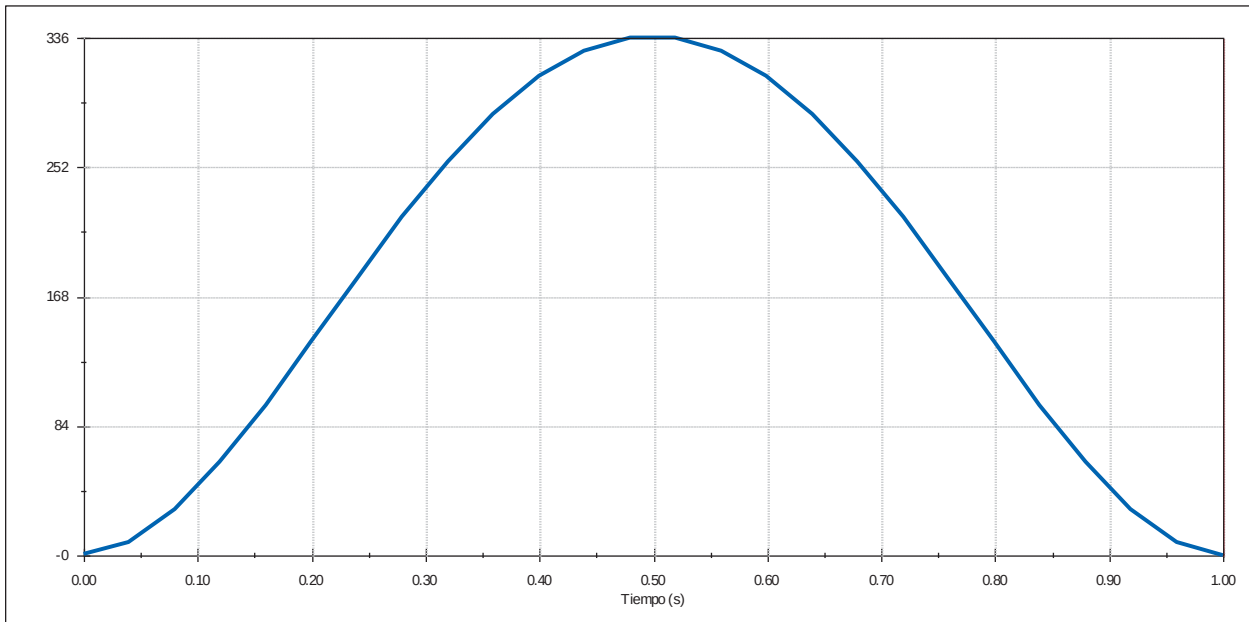


Figura 7.6 Gráfica de velocidad angular para la articulación 5.

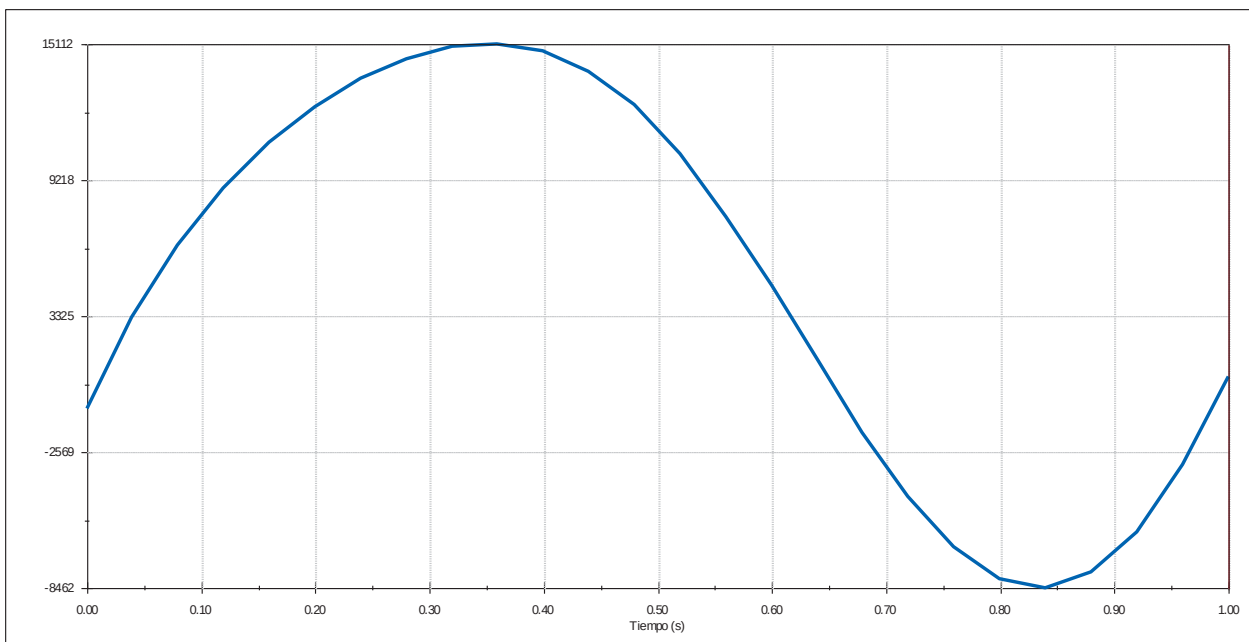


Figura 7.7 Gráfica del Par torsional para la articulación 5.

En los resultados anteriores, se puede observar que la velocidad angular máxima tiene un valor de 336°/s y la cual ocurre en el tiempo igual a 0.5 segundos aproximadamente, mientras que el par torsional máximo es de 15112 N.mm y ocurre a los 0.36 segundos.

Nuevamente se calcula la potencia como se hizo previamente, para posteriormente seleccionar el actuador adecuado de acuerdo a las especificaciones del fabricante.

Aplicando la ecuación 7.1 con los valores encontrados se obtiene que el actuador necesario para la articulación debe ejercer una potencia de 88.62 Watts.

$$POT = \left(\frac{336^\circ}{s}\right) \cdot \left(\frac{\pi \text{rad}}{180^\circ}\right) \cdot (15112 \text{ N.mm}) \cdot \left(\frac{1\text{m}}{1000\text{mm}}\right) = 88.62 \text{ Watts}$$

El actuador seleccionado debe cumplir con las siguientes características:

Velocidad angular de

$$\left(\frac{336^\circ}{s}\right) \cdot \left(\frac{1 \text{ rev}}{360^\circ}\right) = 0.93 \frac{\text{rev}}{s} = 56 \frac{\text{rev}}{\text{min}}$$

Un Par torsional de

$$(15112 \text{ N.mm}) \cdot \left(\frac{1\text{m}}{1000\text{mm}}\right) = 15.112 \text{ N.m}$$

De la tabla de especificaciones del fabricante mostrada en los Anexos se seleccionó el actuador con modelo RSF-20A-50-E 200. En las especificaciones se puede observar que ofrece una potencia de 120 Watts, la cual está por arriba de la potencia que se requiere, un torque promedio de 19 N.m y una tasa de velocidad de 60 rev/min. Entonces se puede decir que éste actuador sí cumple con las necesidades de carga.

Es necesario seleccionar un acoplamiento para transmitir la potencia del actuador al eslabón 5. De la tabla de especificaciones que proporciona el fabricante y que se muestra en la sección de Anexos para su consulta, se selecciona un acoplamiento que cumpla con las especificaciones de Torque, por lo tanto se selecciona el modelo BK2/60/83/35/20/. Con esto, la transmisión en la articulación 5 queda definida completamente.



7.4 Resultados para la articulación 4

Los valores máximos obtenidos para esta articulación son los siguientes:

Tiempo (s)	Velocidad angular (°/s)	Fuerza de torsión (Newton-mm)
0	0	87920.59645
0.04	0.111565484	88565.00512
0.08	0.513591528	88568.12666
0.12	1.144073716	89589.64334
0.16	1.990714311	90257.25824
0.2	3.045994393	90756.20961
0.24	4.294351447	91223.97902
0.28	5.721367475	91661.51593
0.32	7.31294848	92069.34988
0.36	9.055324463	92447.50214
0.4	10.93504943	92795.39859
0.44	12.93900137	93111.78661
0.48	15.0543823	93394.65861
0.52	17.26871821	93641.18428
0.56	19.56985912	93847.65369
0.6	21.94597901	94009.43295
0.64	24.38557589	94120.93408
0.68	26.87747176	94175.60067
0.72	29.41081263	94165.91042
0.76	31.9750685	94083.39615
0.8	34.56003336	93918.68592
0.84	37.15582522	93661.56345
0.88	39.75288608	93301.04932
0.92	42.34198194	92825.50337
0.96	44.9142028	92222.74844
1	47.46096267	91480.21497
1.04	49.97399954	90585.10586
1.08	52.44537542	89524.58023
1.12	54.8674763	88285.95446
1.16	57.23301219	86856.91771
1.2	59.5350171	85225.7596
1.24	61.76684901	83381.60581
1.28	63.92218993	81314.65797
1.32	65.99504587	79016.43284
1.36	67.97974681	76479.99596
1.4	69.87094678	73700.18402
1.44	71.66362375	70673.81073
1.48	73.35307974	67399.85004
1.52	74.93494075	63879.59169
1.56	76.40515677	60116.76335
1.6	77.76000181	56117.61507
1.64	78.99607386	51890.9618
1.68	80.11029494	47448.18094
1.72	81.09991103	42803.16278
1.76	81.96249214	37972.21295
1.8	82.69593227	32973.90729
1.84	83.29844942	27828.90063
1.88	83.76858558	22559.69257
1.92	84.10520677	17190.35451
1.96	84.30750297	11746.22307
2	84.3749882	6253.566817



2.04	84.30750044	739.2327683
2.08	84.10520411	-4769.356357
2.12	83.76858115	-10246.25955
2.16	83.29844372	-15664.26798
2.2	82.69592531	-20998.07446
2.24	81.96248391	-26223.3822
2.28	81.09990154	-31317.38448
2.32	80.11028418	-36259.04978
2.36	78.99606184	-41029.35238
2.4	77.75998852	-45611.46041
2.44	76.40514222	-49990.87816
2.48	74.93492493	-54155.54143
2.52	73.35306266	-58095.86608
2.56	71.6636054	-61804.75036
2.6	69.87092716	-65277.53377
2.64	67.97972593	-68511.91533
2.68	65.99502372	-71507.83551
2.72	63.92216652	-74267.32639
2.76	61.76682433	-76794.33523
2.8	59.53499115	-79094.52696
2.84	57.23298498	-81175.07101
2.88	54.86744783	-83044.41797
2.92	52.44534567	-84712.07137
2.96	49.97396853	-86188.35929
3	47.46093039	-87484.21061
3.04	44.91416926	-88610.93943
3.08	42.34194713	-89580.04151
3.12	39.75285001	-90403.00521
3.16	37.15578788	-91091.13944
3.2	34.55999476	-91655.42052
3.24	31.97502863	-92106.35869
3.28	29.4107715	-92453.88573
3.32	26.87742937	-92707.26344
3.36	24.38553223	-92875.01351
3.4	21.94593408	-92964.8679
3.44	19.56981292	-92983.73971
3.48	17.26867075	-92937.71309
3.52	15.05433357	-92832.05168
3.56	12.93895138	-92671.22375
3.6	10.93499817	-92458.94304
3.64	9.055271939	-92198.22327
3.68	7.312894691	-91891.44469
3.72	5.721312421	-91540.43038
3.76	4.294295127	-91146.53007
3.8	3.045936807	-90710.70868
3.84	1.99065546	-90233.63668
3.88	1.143193082	-89715.77875
3.92	0.518615672	-89157.47733
3.96	0.132313228	-88559.02617
4	-2.53E-07	-87920.73013

Las gráficas de los valores se muestran en las figuras 7.8 y 7.9.



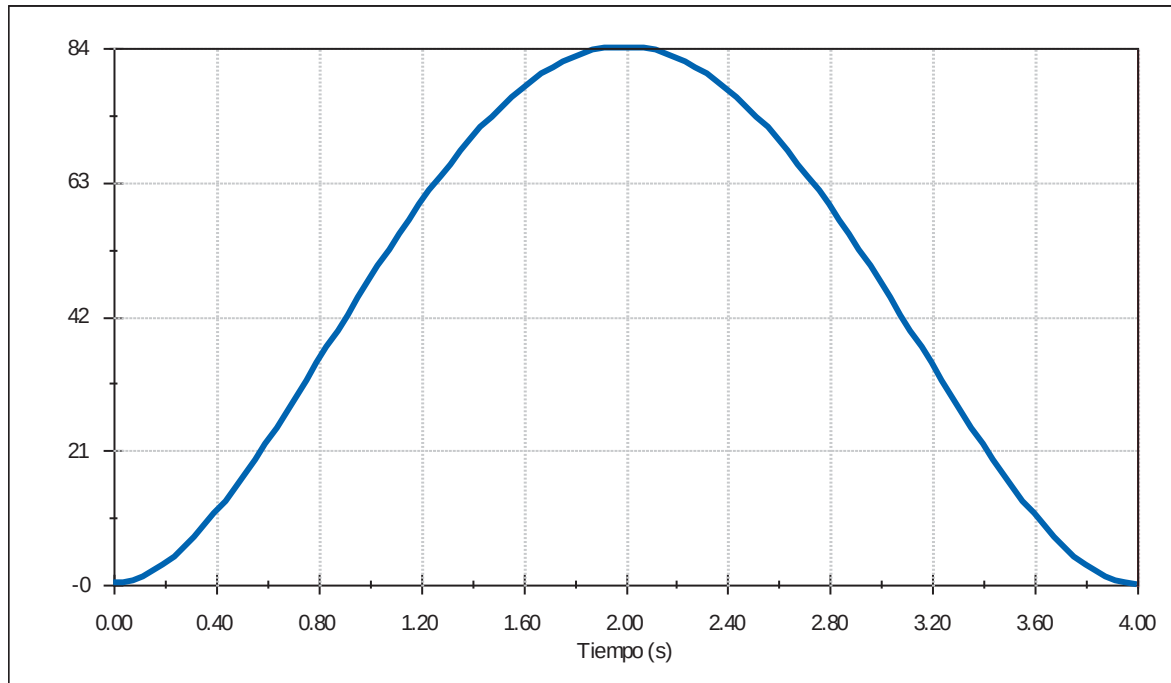


Figura 7.8 Gráfica de velocidad angular para la articulación 4.

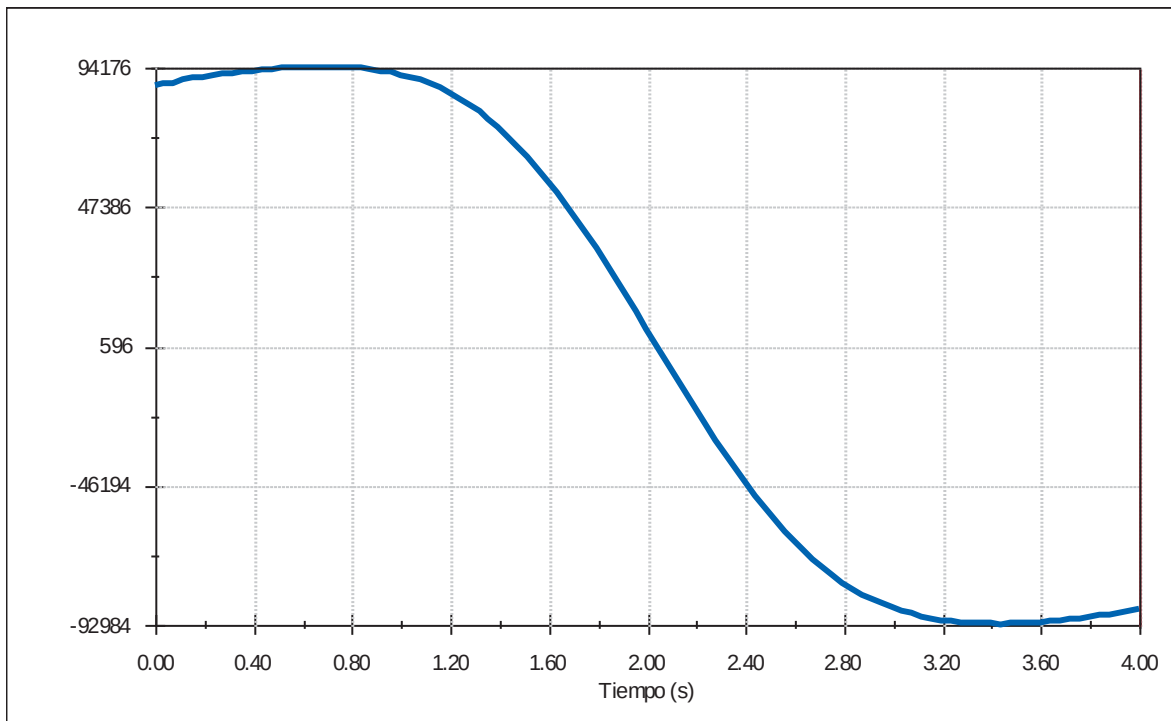


Figura 7.9 Gráfica del Par torsional para la articulación 4.

El motivo por el cual se ajustó la escala de tiempo a 4 segundos, es porque el par torsional requerido para esta articulación era demasiado elevado para un periodo de 1 segundo y esto debido al peso elevado que tiene que levantar. Aún así la articulación recorre 180° en 4 segundos, lo cual es aceptable considerando que muy difícilmente alcanzaría esta velocidad en el proceso de soldadura.

Observando los valores obtenidos se puede notar que la velocidad angular máxima tiene un valor de $84^\circ/\text{s}$ y la cual ocurre en el tiempo igual a 2 segundos, mientras que el par torsional máximo es de 94176 N.mm y ocurre aproximadamente en el segundo 0.68.

Aplicando nuevamente la ecuación 7.1 con los valores encontrados se obtiene que el actuador necesario para la articulación debe ejercer una potencia de 138.07 Watts.

$$\text{POT} = \left(\frac{84^\circ}{\text{s}}\right) \cdot \left(\frac{\pi \text{rad}}{180^\circ}\right) \cdot (94176 \text{ N. mm}) \cdot \left(\frac{1\text{m}}{1000\text{mm}}\right) = 138.07 \text{ Watts}$$

El actuador seleccionado debe cumplir con las siguientes características:

Velocidad angular de

$$\left(\frac{84^\circ}{\text{s}}\right) \cdot \left(\frac{1 \text{ rev}}{360^\circ}\right) = 0.233 \frac{\text{rev}}{\text{s}} = 14 \frac{\text{rev}}{\text{min}}$$

Un Par torsional de

$$(94176 \text{ N. mm}) \cdot \left(\frac{1\text{m}}{1000\text{mm}}\right) = 94.176 \text{ N. m}$$

De la tabla de especificaciones del fabricante mostrada en los Anexos se seleccionó el actuador con modelo RKF-32A-100-E 200. En las especificaciones se puede observar que ofrece una potencia de 310 Watts, la cual está por arriba de la potencia que se requiere, un torque promedio de 98 N.m y una tasa de velocidad de 30 rev/min. Entonces se puede decir que éste actuador sí cumple con las necesidades de carga.



7.5 Resultados para la articulación 3

Los valores máximos obtenidos para esta articulación son los siguientes:

Tiempo (s)	Velocidad angular ¹⁰ (°/s)	Par torsional (Newton-mm)
0	0	1843.346079
0.04	0.111565484	2527.408451
0.08	0.513591528	2548.171909
0.12	1.144073716	3675.025069
0.16	1.990714311	4469.912265
0.2	3.045994393	5141.270383
0.24	4.294351447	5846.369032
0.28	5.721367475	6597.523607
0.32	7.31294848	7406.152731
0.36	9.055324463	8282.789628
0.4	10.93504943	9237.089607
0.44	12.93900137	10277.83264
0.48	15.0543823	11412.91995
0.52	17.26871821	12649.36373
0.56	19.56985912	13993.26923
0.6	21.94597901	15449.80862
0.64	24.38557589	17023.18641
0.68	26.87747176	18716.5966
0.72	29.41081263	20532.17194
0.76	31.9750685	22470.92621
0.8	34.56003336	24532.69085
0.84	37.15582522	26716.04769
0.88	39.75288608	29018.25984
0.92	42.34198194	31435.20325
0.96	44.9142028	33961.30187
1	47.46096267	36589.4693
1.04	49.97399954	39311.06055
1.08	52.44537542	42115.83706
1.12	54.8674763	44991.94888
1.16	57.23301219	47925.93749
1.2	59.5350171	50902.76295
1.24	61.76684901	53905.85876
1.28	63.92218993	56917.21773
1.32	65.99504587	59917.51078
1.36	67.97974681	62886.24023
1.4	69.87094678	65801.92699
1.44	71.66362375	68642.32939
1.48	73.35307974	71384.69034
1.52	74.93494075	74006.00775
1.56	76.40515677	76483.32363
1.6	77.76000181	78794.02701
1.64	78.99607386	80916.16642
1.68	80.11029494	82828.7674
1.72	81.09991103	84512.14967
1.76	81.96249214	85948.23613
1.8	82.69593227	87120.83846
1.84	83.29844372	88015.98338
1.88	83.76858153	88621.54338
1.92	84.10529792	88982.94845
1.96	84.30723699	88901.57374
2	84.37498791	88633.39873



2.04	84.30750088	88022.93605
2.08	84.10520263	87108.79306
2.12	83.76858137	85896.32165
2.16	83.29844386	84394.19167
2.2	82.69592562	82614.09295
2.24	81.96248417	80569.93811
2.28	81.09990179	78278.54506
2.32	80.11028443	75758.37171
2.36	78.99606209	73029.87801
2.4	77.75998877	70115.0155
2.44	76.40514247	67036.93589
2.48	74.93492518	63819.67124
2.52	73.35306291	60487.81277
2.56	71.66360565	57066.19503
2.6	69.87092741	53579.59157
2.64	67.97972618	50052.42846
2.68	65.99502397	46508.51842
2.72	63.92216677	42970.81231
2.76	61.76682458	39461.20085
2.8	59.5349914	36000.35395
2.84	57.23298524	32607.55536
2.88	54.86744808	29300.59142
2.92	52.44534593	26095.68996
2.96	49.97396878	23007.4751
3	47.46093065	20048.94487
3.04	44.91416952	17231.47491
3.08	42.34194739	14564.84475
3.12	39.75285026	12057.27943
3.16	37.15578814	9715.505149
3.2	34.55999501	7544.812327
3.24	31.97502888	5549.128915
3.28	29.41077175	3731.08894
3.32	26.86934526	1421.405211
3.36	24.38551194	632.0672349
3.4	21.94591086	-648.7000415
3.44	19.56981404	-1752.891072
3.48	17.2686709	-2683.722014
3.52	15.05433376	-3444.176443
3.56	12.93895138	-4039.132334
3.6	10.93499817	-4474.09376
3.64	9.055271939	-4755.422644
3.68	7.312894691	-4890.328703
3.72	5.721312421	-4886.871537
3.76	4.294295127	-4753.967438
3.8	3.045936807	-4501.402829
3.84	1.99065546	-4139.85742
3.88	1.143193082	-3680.971502
3.92	0.518615672	-3137.837976
3.96	0.132313228	-2534.875027
4	0.000570627	-1877.755848



Las gráficas de los valores obtenidos para esta articulación se muestran en las figuras 7.10 y 7.11.

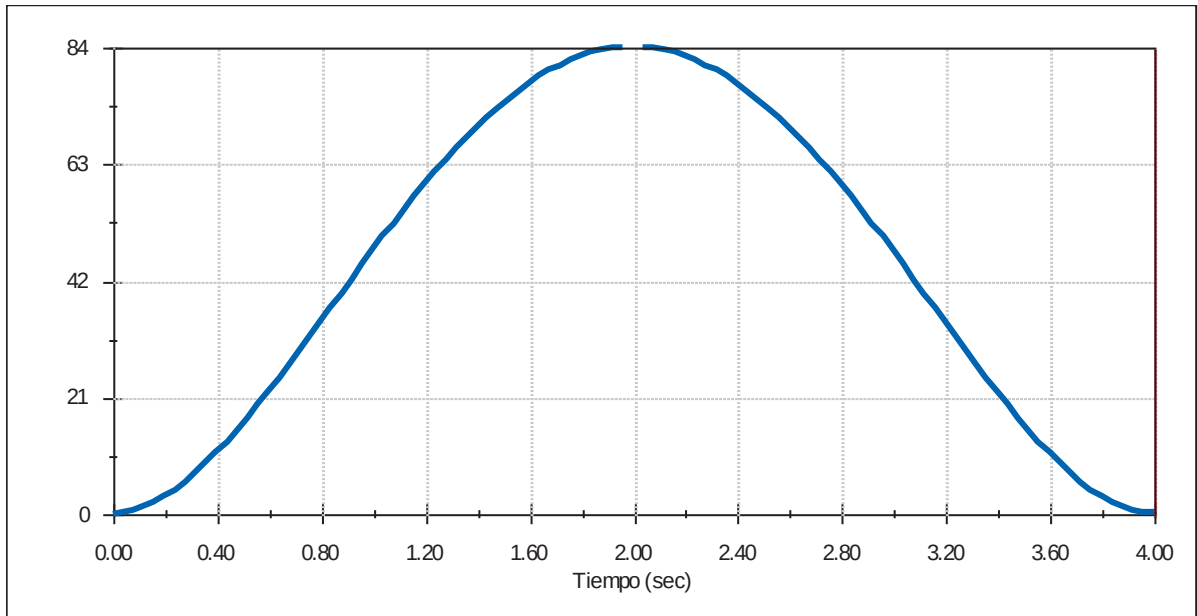


Figura 7.10 Gráfica de velocidad angular para la articulación 3.

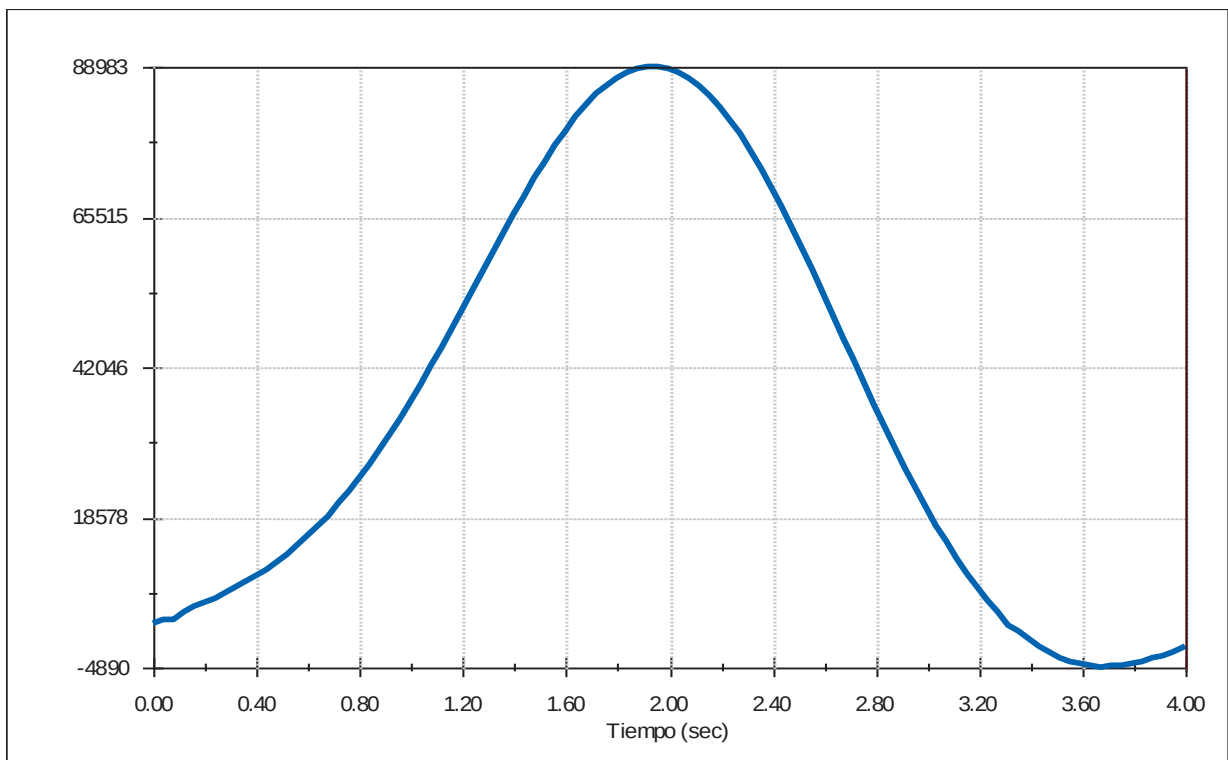


Figura 7.11 Gráfica del Par torsional para la articulación 3.



En esta articulación también se ajustó la escala de tiempo a 4 segundos, y también es debido al elevado peso que debe levantar para tan corto tiempo. Aún así la articulación recorre 180° en 4 segundos, lo cual es aceptable considerando que muy difícilmente alcanzaría esta velocidad en el proceso de soldadura.

Observando los valores obtenidos se puede notar que la velocidad angular máxima tiene un valor de $84^\circ/\text{s}$ y la cual ocurre en el tiempo igual a 2 segundos, mientras que el par torsional máximo es de 88983 N.mm y ocurre aproximadamente en el segundo 1.9.

Aplicando nuevamente la ecuación 7.1 con los valores encontrados se obtiene que el actuador necesario para la articulación debe ejercer una potencia de 130.45 Watts.

$$\text{POT} = \left(\frac{84^\circ}{\text{s}}\right) \cdot \left(\frac{\pi \text{rad}}{180^\circ}\right) \cdot (88983 \text{ N. mm}) \cdot \left(\frac{1\text{m}}{1000\text{mm}}\right) = 130.45 \text{ Watts}$$

El actuador seleccionado debe cumplir con las siguientes características:

Velocidad angular de

$$\left(\frac{84^\circ}{\text{s}}\right) \cdot \left(\frac{1 \text{ rev}}{360^\circ}\right) = 0.233 \frac{\text{rev}}{\text{s}} = 14 \frac{\text{rev}}{\text{min}}$$

Un Par torsional de

$$(88983 \text{ N. mm}) \cdot \left(\frac{1\text{m}}{1000\text{mm}}\right) = 88.983 \text{ N. m}$$

De la tabla de especificaciones del fabricante mostrada en los Anexos se seleccionó el actuador con modelo RSF-32A-100-E 200. En las especificaciones se puede observar que ofrece una potencia de 310 Watts, la cual está por arriba de la potencia que se requiere, un torque promedio de 98 N.m y una tasa de velocidad de 30 rev/min. Entonces se puede decir que éste actuador sí cumple con las necesidades de carga.

Es necesario seleccionar un acoplamiento para transmitir la potencia del actuador al eslabón 3. De la tabla de especificaciones que proporciona el fabricante y que se muestra en la sección de Anexos para su consulta se selecciona un acoplamiento que cumpla con las especificaciones de Torque, por lo tanto se selecciona el modelo BK2/150/95/35/32/. Con esto, la transmisión en la articulación 3 queda definida completamente.



7.6 Resultados para la articulación 2

Los valores máximos obtenidos para esta articulación son los siguientes:

Tiempo (s)	Velocidad angular (°/sec)	Par torsional (Newton-mm)
0	0	35139.72228
0.04	0.024042551	36298.16205
0.08	0.123362382	40684.61577
0.12	0.264042365	39597.25971
0.16	0.460576808	40655.24364
0.2	0.707799352	41881.91177
0.24	1.002310044	43043.86293
0.28	1.341408532	44149.59282
0.32	1.722474538	45202.66975
0.36	2.142901025	46204.4707
0.4	2.600140388	47157.65012
0.44	3.091691774	48064.44896
0.48	3.615101516	48927.00118
0.52	4.167963132	49747.34379
0.56	4.747917327	50527.41588
0.6	5.35265199	51269.0576
0.64	5.979902199	51974.01013
0.68	6.627450214	52643.91426
0.72	7.293125484	53280.31107
0.76	7.974804643	53884.64062
0.8	8.670411511	54458.24271
0.84	9.377917094	55002.35673
0.88	10.09533958	55518.12177
0.92	10.82074435	56006.57776
0.96	11.55224397	56468.6657
1	12.28799819	56905.229
1.04	13.02621394	57317.01499
1.08	13.76514534	57704.6759
1.12	14.5030937	58068.77149
1.16	15.23840751	58409.77063
1.2	15.96948246	58728.05406
1.24	16.6947614	59023.9175
1.28	17.41273439	59297.57402
1.32	18.12193867	59549.15868
1.36	18.82095865	59778.73134
1.4	19.50842595	59986.2816
1.44	20.18301935	60171.73328
1.48	20.84346485	60334.949
1.52	21.48853561	60475.7363
1.56	22.11705197	60593.85251



1.6	22.72788148	60689.01138
1.64	23.31993886	60760.88923
1.68	23.89218603	60809.13151
1.72	24.44363206	60833.36005
1.76	24.97333326	60833.18003
1.8	25.48039308	60808.18742
1.84	25.96396219	60757.97693
1.88	26.42323841	60682.149
1.92	26.85746677	60580.31857
1.96	27.2659395	60452.12234
2	27.64799597	60297.2267
2.04	28.00302278	60115.33586
2.08	28.3304537	59906.19902
2.12	28.62976967	59669.61853
2.16	28.90049885	59405.45658
2.2	29.14221656	59113.64276
2.24	29.3545453	58794.18095
2.28	29.53715478	58447.15528
2.32	29.68976189	58072.73744
2.36	29.81213069	57671.19244
2.4	29.90407245	57242.88492
2.44	29.96544559	56788.28624
2.48	29.99615576	56307.9805
2.52	29.99615576	55802.67333
2.56	29.96544559	55273.19857
2.6	29.90407245	54720.52738
2.64	29.81213069	54145.77561
2.68	29.68976189	53550.2069
2.72	29.53715478	52935.23126
2.76	29.3545453	52302.38982
2.8	29.14221656	51653.324
2.84	28.90049885	50989.7259
2.88	28.62976967	50313.27333
2.92	28.3304537	49625.56659
2.96	28.00302278	48928.08978
3	27.64799597	48222.22973
3.04	27.2659395	47509.3648
3.08	26.85746677	46791.01038
3.12	26.42323841	46068.97487
3.16	25.96396219	45345.45826
3.2	25.48039308	44623.05195
3.24	24.97333326	43904.63786
3.28	24.44363206	43193.23116
3.32	23.89218603	42491.82863



3.36	23.31993886	41803.30458
3.4	22.72788148	41130.37137
3.44	22.11705197	40475.59069
3.48	21.48853561	39841.41054
3.52	20.84346485	39230.20866
3.56	20.18301935	38644.32699
3.6	19.50842595	38086.09106
3.64	18.82095865	37557.82045
3.68	18.12193867	37061.82617
3.72	17.41273439	36600.40442
3.76	16.6947614	36175.82905
3.8	15.96948246	35790.33997
3.84	15.23840751	35446.13489
3.88	14.5030937	35145.36206
3.92	13.76514534	34890.11234
3.96	13.02621394	34682.41506
4	12.28799819	34524.23333
4.04	11.55224397	34417.46181
4.08	10.82074435	34363.92367
4.12	10.09533958	34365.37192
4.16	9.377917094	34423.4863
4.2	8.670411511	34539.87505
4.24	7.974804643	34716.07354
4.28	7.293125484	34953.54217
4.32	6.627450214	35253.66199
4.36	5.979902199	35617.72849
4.4	5.35265199	36046.93968
4.44	4.747917327	36542.37981
4.48	4.167963132	37105.00439
4.52	3.615101516	37735.6214
4.56	3.091691774	38434.88215
4.6	2.600140388	39203.28471
4.64	2.142901025	40041.19258
4.68	1.722474538	40948.87744
4.72	1.341408968	41926.57237
4.76	1.002299538	42974.52982
4.8	0.707788661	44093.0676
4.84	0.460565933	45282.58911
4.88	0.263368138	46543.56976
4.92	0.118979243	47876.51968
4.96	0.030230405	49281.9249
5	-3.68E-08	50760.19695



Las gráficas de los valores se muestran en las figuras 7.12 y 7.13.

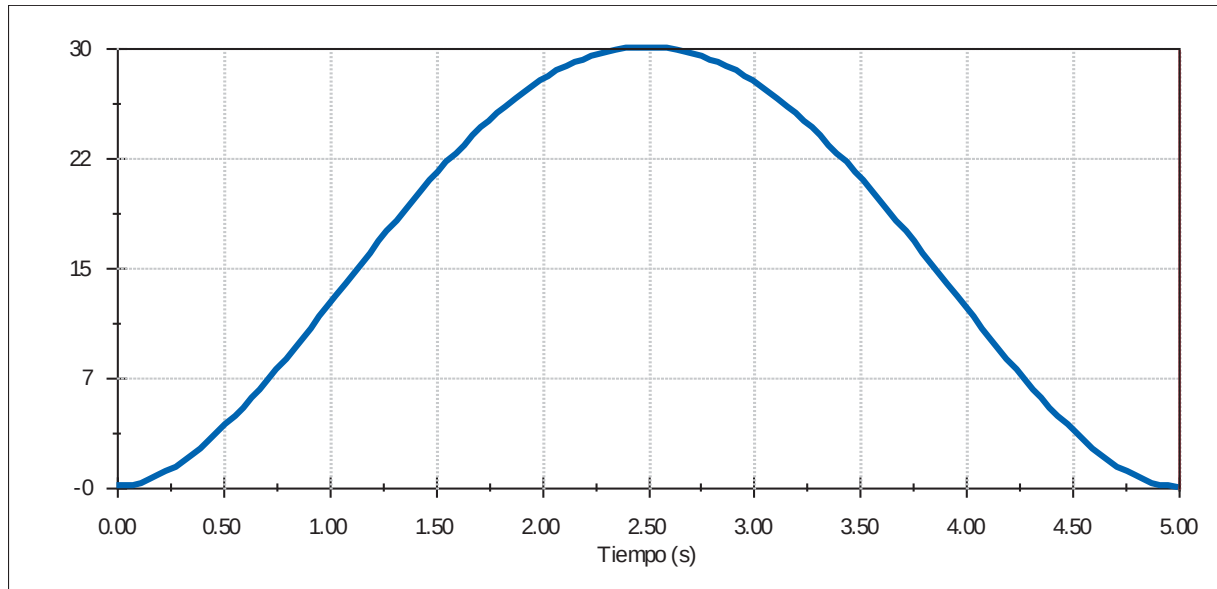


Figura 7.12 Gráfica de velocidad angular para la articulación 2.

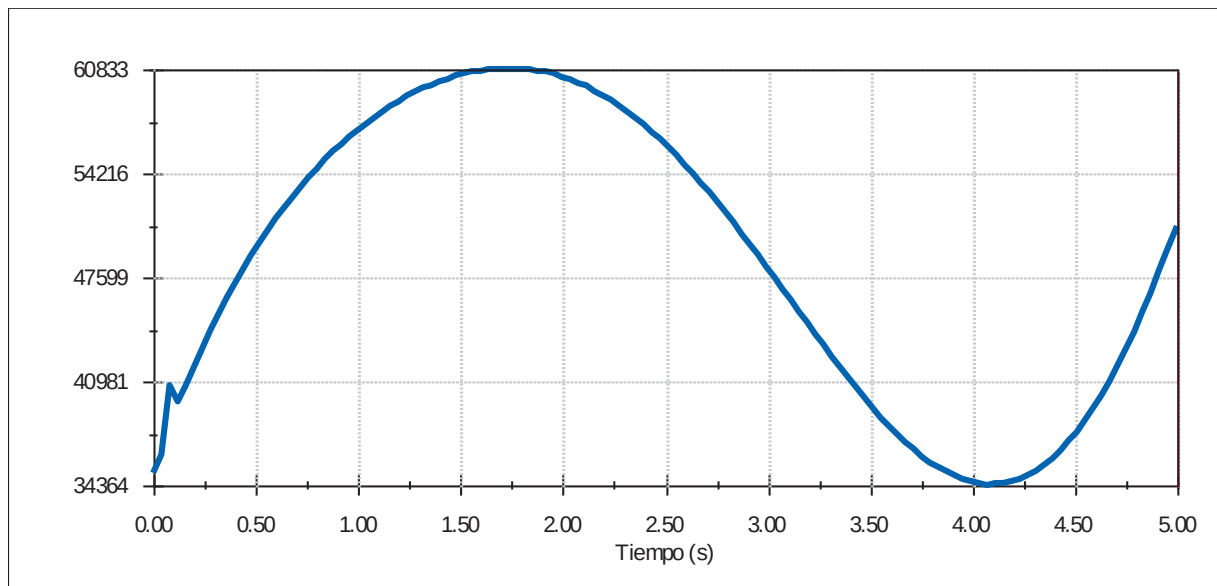


Figura 7.13 Gráfica del Par torsional para la articulación 2.



Es importante mencionar, que en ésta articulación (correspondiente al hombro del manipulador) es en donde se originan los mayores pares torsionales debido a que es la articulación que soporta a toda la extensión del brazo. Al llegar al cálculo del par torsional se obtuvo un par muy elevado (aproximadamente 350000 N.mm) y para el cual era muy difícil encontrar un actuador que cumpliera con este requerimiento, por lo tanto, se pensó en colocar contrapesos en la parte opuesta con el objetivo de acercar más el centro de gravedad al hombro y así ayudar al actuador.

Todo esto obligó a hacer un cambio en el modelo (específicamente en el eslabón 2) en relación al original. Lo que se hizo fue alargar el eslabón 2 en la parte posterior unos 70 cm más y colocar un contrapeso de 17 kg. Con esto se logró reducir considerablemente los requerimientos de par torsional y seleccionar un actuador más pequeño.

Otro punto que se debe resaltar es que se tuvo que evaluar en un periodo de tiempo más largo debido a que es muy complicado para el actuador mover tanto peso en poco tiempo, aún así se evaluó un periodo de 5 segundo para desplazarse alrededor de 80° que es poco más de su rango de movimiento.

De los valores obtenidos, se puede observar que la velocidad angular máxima tiene un valor de 30°/s y la cual ocurre en el tiempo igual a 2.5 segundos, mientras que el par torsional máximo es de 60833 N.mm y ocurre aproximadamente a los 1.75 segundos.

Se calcula la potencia al igual como se hizo en los casos anteriores y posteriormente se selecciona el actuador adecuado de acuerdo a las especificaciones del fabricante.

Aplicando la ecuación 7.1 con los valores encontrados se obtiene que el actuador necesario para la articulación debe ejercer una potencia de 31.85 Watts.

$$POT = \left(\frac{30^\circ}{s}\right) \cdot \left(\frac{\pi \text{rad}}{180^\circ}\right) \cdot (60833 \text{ N. mm}) \cdot \left(\frac{1\text{m}}{1000\text{mm}}\right) = 31.85 \text{ Watts}$$

El actuador seleccionado debe cumplir con las siguientes características:

Velocidad angular de

$$\left(\frac{30^\circ}{s}\right) \cdot \left(\frac{1 \text{ rev}}{360^\circ}\right) = 0.0833 \frac{\text{rev}}{s} = 5 \frac{\text{rev}}{\text{min}}$$

Un Par torsional de

$$(60833 \text{ N. mm}) \cdot \left(\frac{1\text{m}}{1000\text{mm}}\right) = 60.833 \text{ N. m}$$

De la tabla de especificaciones del fabricante mostrada en los Anexos se seleccionó el actuador con modelo RSF-32A-100-E 200. En las especificaciones se puede observar ofrece una



potencia promedio de 310 W, la cual está por arriba de la potencia que se requiere, un torque promedio de 98 N.m y una tasa de velocidad de 30 rev/min. Entonces se puede decir que éste actuador sí cumple con las necesidades de carga.

Es necesario seleccionar un acoplamiento para transmitir la potencia del actuador al eslabón 2. De la tabla de especificaciones que proporciona el fabricante y que se muestra en la sección de Anexos para su consulta se selecciona un acoplamiento que cumpla con las especificaciones de Torque, por lo tanto se selecciona el modelo BK2/80/94/40/32/. Con esto, la transmisión en la articulación 3 queda definida completamente.

7.7 Resultados para la articulación 1

Los valores obtenidos para esta configuración son los siguientes:

Tiempo (s)	Velocidad angular (°/s)	Fuerza de torsión ¹⁵ (Newton-mm)
0	0	0.000771757
0.04	0.111565484	6722.016299
0.08	0.513591528	6740.720634
0.12	1.144073716	17362.95838
0.16	1.990636559	24260.9837
0.2	3.045936807	29359.01193
0.24	4.294295127	34082.56754
0.28	5.721312421	38445.86696
0.32	7.312894691	42454.81447
0.36	9.055271939	46117.64944
0.4	10.93499817	49442.61087
0.44	12.93895138	52437.93913
0.48	15.05433357	55111.87453
0.52	17.26867075	57472.65914
0.56	19.56981292	59528.53526
0.6	21.94593408	61287.74891
0.64	24.38553223	62758.54709
0.68	26.87742937	63949.18377
0.72	29.4107715	64867.91658
0.76	31.97502863	65523.01221
0.8	34.55999476	65922.74693
0.84	37.15578788	66075.40896
0.88	39.75285001	65989.30047
0.92	42.34194713	65672.73662
0.96	44.91416926	65134.04138
1	47.46093039	64381.54002



1.04	49.97396853	63423.53565
1.08	52.44534567	62268.28137
1.12	54.86744783	60923.93958
1.16	57.23298498	59398.53526
1.2	59.53499115	57699.92746
1.24	61.76682433	55835.81971
1.28	63.92216652	53813.83629
1.32	65.99502372	51641.67385
1.36	67.97972593	49327.29407
1.4	69.87092716	46879.08223
1.44	71.6636054	44305.88475
1.48	73.35306266	41616.88281
1.52	74.93492493	38821.33897
1.56	76.40514222	35928.32237
1.6	77.75998852	32946.52284
1.64	78.99606184	29884.21035
1.68	80.11028418	26749.31889
1.72	81.09990154	23549.60348
1.76	81.96248391	20292.84791
1.8	82.69592531	16987.4198
1.84	83.29844372	13645.30231
1.88	83.76858115	10292.16251
1.92	84.10579275	8546.339966
1.96	84.30737828	12840.82996
2	84.37498799	-69.41134248
2.04	84.30750123	-2468.835158
2.08	84.10520266	-6987.449404
2.12	83.76858178	-10219.98711
2.16	83.29844389	-13644.64124
2.2	82.69592556	-16994.73371
2.24	81.96248417	-20302.43454
2.28	81.09990179	-23561.52984
2.32	80.11028443	-26762.95653
2.36	78.99606209	-29898.4671
2.4	77.75998877	-32959.81418
2.44	76.40514247	-35938.75131
2.48	74.93492518	-38827.03764
2.52	73.35306291	-41616.4351
2.56	71.66360565	-44298.71464
2.6	69.87092741	-46865.64773
2.64	67.97972618	-49309.01544



2.68	65.99502397	-51620.60765
2.72	63.92216677	-53792.22733
2.76	61.76682458	-55815.68781
2.8	59.5349914	-57682.81559
2.84	57.23298524	-59385.44541
2.88	54.86744808	-60915.41101
2.92	52.44534593	-62264.51718
2.96	49.97396878	-63424.50358
3	47.46093065	-64387.56273
3.04	44.91416952	-65151.88458
3.08	42.34194739	-65700.7852
3.12	39.75285032	-66635.59365
3.16	37.1557751	-65922.44563
3.2	34.56000889	-65954.55663
3.24	31.97502905	-65517.8529
3.28	29.4108106	-64693.02049
3.32	26.87740542	-63956.33437
3.36	24.38551453	-62762.96226
3.4	21.9459042	-61280.83944
3.44	19.56981367	-59546.10909
3.48	17.26867096	-57460.77605
3.52	15.05433377	-55098.58445
3.56	12.93895159	-52425.1335
3.6	10.93499833	-49430.05173
3.64	9.055272011	-46120.66319
3.68	7.312894836	-43368.32373
3.72	5.72126988	-38535.34836
3.76	4.294274982	-34075.45833
3.8	3.045901597	-29355.825
3.84	1.990629985	-24258.08568
3.88	1.143160147	-18785.24296
3.92	0.518617172	-12918.0503
3.96	0.132313366	-6664.203546
4	-3.41E-08	-2.144102191

Las gráficas correspondientes se muestran en las figuras 7.14 y 7.15.



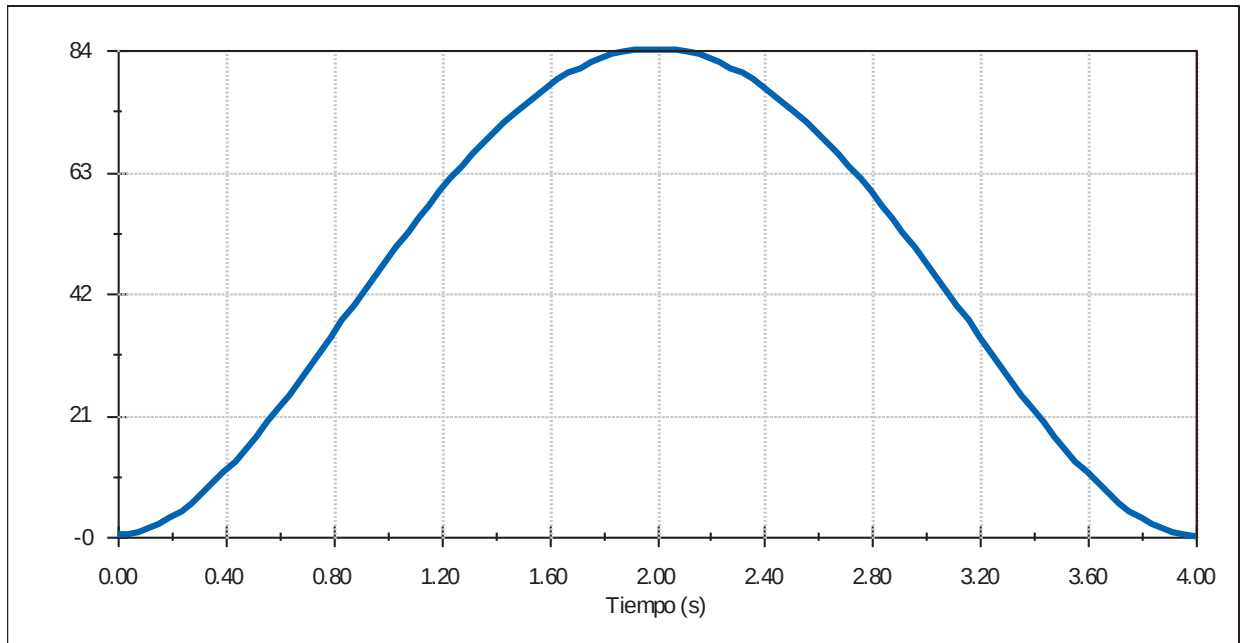


Figura 7.14 Gráfica de velocidad angular para la articulación 1.

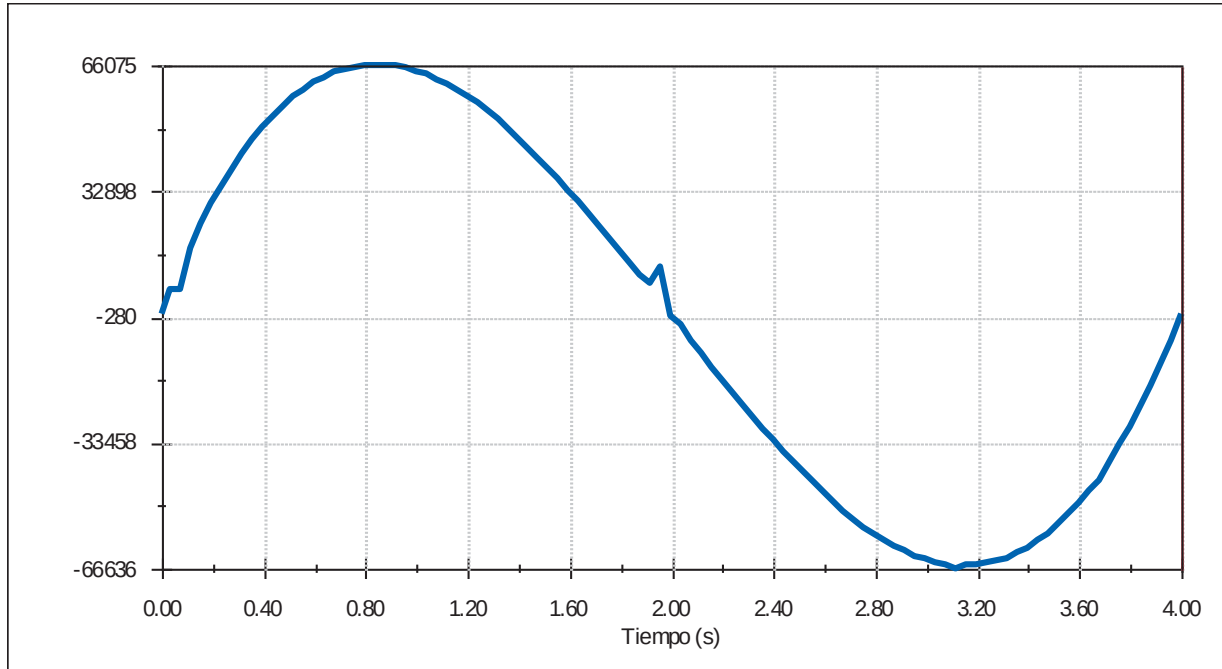


Figura 7.15 Gráfica del Par torsional para la articulación 1.

En esta articulación también se ajustó la escala de tiempo a 4 segundos, y también es debido al elevado peso que debe levantar para tan corto tiempo. Aún así la articulación recorre 180° en 4 segundos, lo cual es aceptable considerando que muy difícilmente alcanzaría esta velocidad en el proceso de soldadura.

Observando los valores obtenidos se puede notar que la velocidad angular máxima tiene un valor de $84^\circ/\text{s}$ y la cual ocurre en el tiempo igual a 2 segundos, mientras que el par torsional máximo es de 66636 N.mm y ocurre a los 3.12 segundos aproximadamente.

Aplicando nuevamente la ecuación 7.1 con los valores encontrados se obtiene que el actuador necesario para la articulación debe ejercer una potencia de 97.7 Watts.

$$\text{POT} = \left(\frac{84^\circ}{\text{s}}\right) \cdot \left(\frac{\pi \text{rad}}{180^\circ}\right) \cdot (66636 \text{ N. mm}) \cdot \left(\frac{1\text{m}}{1000\text{mm}}\right) = 97.7 \text{ Watts}$$

El actuador seleccionado debe cumplir con las siguientes características:

Velocidad angular de

$$\left(\frac{84^\circ}{\text{s}}\right) \cdot \left(\frac{1 \text{ rev}}{360^\circ}\right) = 0.233 \frac{\text{rev}}{\text{s}} = 14 \frac{\text{rev}}{\text{min}}$$

Un Par torsional de

$$(66636 \text{ N. mm}) \cdot \left(\frac{1\text{m}}{1000\text{mm}}\right) = 66.636 \text{ N. m}$$

De la tabla de especificaciones del fabricante mostrada en los Anexos se seleccionó el actuador con modelo RSF-32A-100-E 200. En las especificaciones se puede observar que ofrece una potencia de 310 Watts, la cual está por arriba de la potencia que se requiere, un torque promedio de 98 N.m y una tasa de velocidad de 30 rev/min. Entonces se puede decir que éste actuador sí cumple con las necesidades de carga.

Es necesario seleccionar un acoplamiento para transmitir la potencia del actuador al eslabón 1. De la tabla de especificaciones que proporciona el fabricante y que se muestra en la sección de Anexos para su consulta se selecciona un acoplamiento que cumpla con las especificaciones de Torque, por lo tanto se selecciona el modelo BK2/200/105/45/32/. Con esto, la transmisión en la articulación 1 queda definida completamente.



Capítulo VIII

Análisis estructural

El análisis estructural se llevó a cabo mediante el *Método de Elementos Finitos* para validar que la estructura soportará las cargas a las cuales se encuentra sometida.

El método de elementos finitos es un método numérico que se usa para resolver problemas de campo descrito por un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales. Esos tipos de problemas se encuentran comúnmente en áreas de ingeniería tales como diseño de máquinas, acústica, electromagnetismo, mecánica de sólidos, dinámica de fluidos y otros. En ingeniería mecánica es ampliamente usado para resolver problemas estructurales, de vibración y térmicos.

El método de elementos finitos no es la única herramienta disponible para análisis numéricos. Otros métodos numéricos usados en ingeniería incluyen el Método de Diferencias Finitas, Método de Elemento de Frontera o el Método de Volúmenes Finitos. Sin embargo, debido a su versatilidad y alta eficiencia numérica el elemento finito vino a dominar el mercado de software para análisis de ingeniería.

Sin tomar en cuenta la complejidad del proyecto o el campo de aplicación, los pasos fundamentales en cualquier análisis por elementos finitos son siempre los mismos, ya sea para un análisis estructural, térmico o de acústica. El primer paso para cualquier análisis es modelar la geometría, posteriormente a éste modelo se le asignan propiedades de materiales y se definen las cargas y sujeciones. Luego como en cualquier método numérico por aproximación se discretiza el modelo.

El proceso de discretización, mejor conocido como mallado, divide la geometría en pequeñas entidades llamadas elementos finitos.^[29]

Desde el punto de vista de cualquier software de elemento finito, cada aplicación de método requiere tres pasos:

Preprocesamiento: Se escoge el tipo de análisis (ya sea estático, térmico, de frecuencia), propiedades de materiales, cargas y restricciones y se hace el mallado.

Solución: Se calculan los resultados

Postprocesamiento: Análisis de resultados.

Una vez que ya se tiene una idea general, sin entrar a detalle, del método entonces se procede aplicar el método de elementos finitos al manipulador.



8.1 Análisis para el eslabón 7

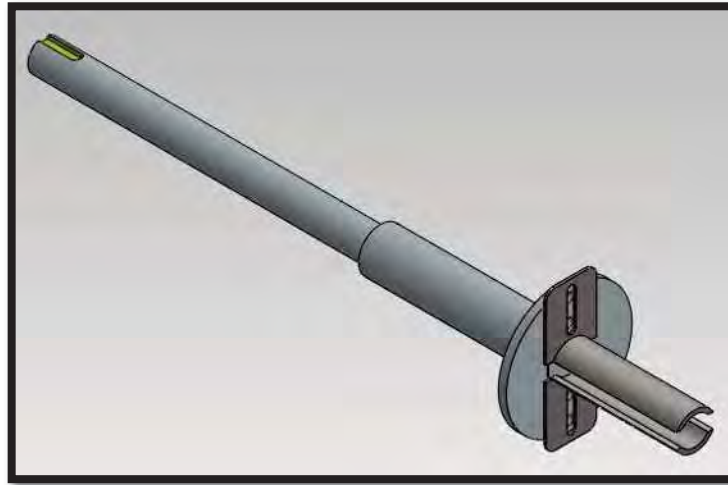
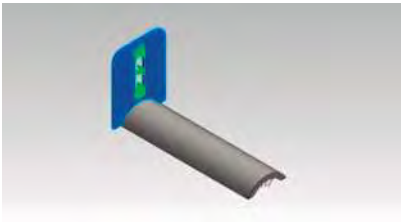


Figura 8.1 Eslabón 7.

El estudio del eslabón 7 se ha dividido en 2 partes, uno es el soporte de la antorcha y el otro es la flecha con el disco. Se comienza con el soporte para antorcha.

Propiedades de material

Referencia de modelo	
	Nombre: ASTM A36 Acero Tipo de modelo: Isotrópico elástico lineal Criterio de error predeterminado: Desconocido Límite elástico: 2.5e+008 N/m² Límite de tracción: 4e+008 N/m² Módulo elástico: 2e+011 N/m² Coefficiente de Poisson: 0.26 Densidad: 7850 kg/m³ Módulo cortante: 7.93e+010 N/m²
	Nombre: AISI 1015 Acero estirado en frío (SS) Tipo de modelo: Isotrópico elástico lineal Criterio de error predeterminado: Desconocido Límite elástico: 3.25e+008 N/m² Límite de tracción: 3.85e+008 N/m² Módulo elástico: 2.05e+011 N/m² Coefficiente de Poisson: 0.29 Densidad: 7870 kg/m³ Módulo cortante: 8e+010 N/m² Coefficiente de dilatación térmica: 1.2e-005 /Kelvin

Se definió la unión entre caras como una unión rígida. La sujeción para la pieza donde se colocan los tornillos es una sujeción del tipo fija, es decir que están restringidos todos los

movimientos de traslación y rotación. Se colocó una carga normal de 9.8 N simulando el peso de la antorcha sobre la pieza cilíndrica. Observe la figura 8.2

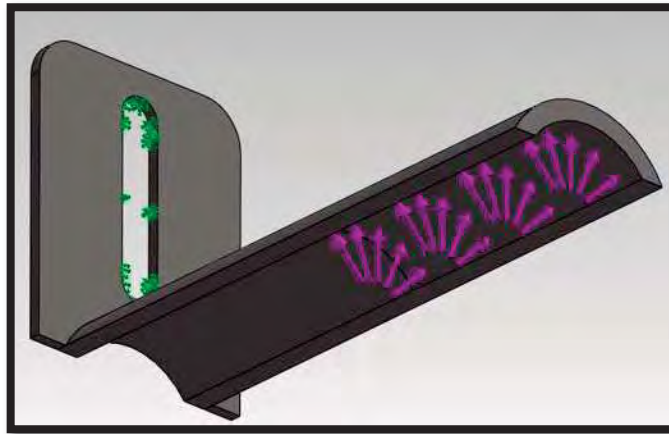


Figura 8.2 Sujeciones y carga para sujeción de antorcha.

Posteriormente se realiza el mallado del ensamblaje. Observe la figura 8.3.

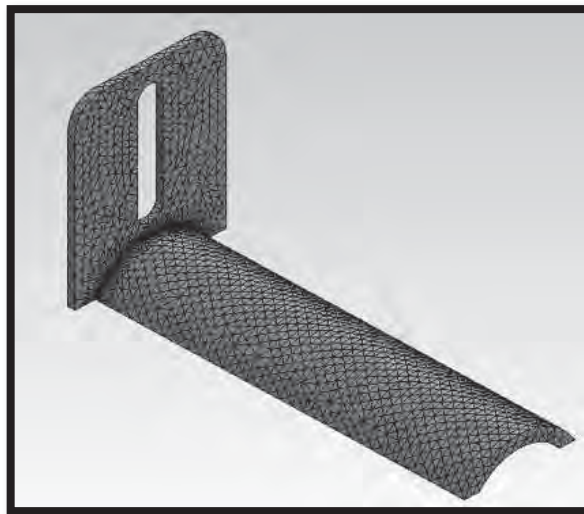


Figura 8.3 Mallado del ensamblaje de sujeción de antorcha.

Como se puede ver en la figura 8.3 se realizó un mallado más fino en la unión entre los dos elementos, que por sentido común se piensa que debe existir el mayor esfuerzo. La información de la maya se presenta a continuación.

Información de malla

Tipo de malla	Malla sólida
Mallador utilizado:	Malla basada en curvatura
Puntos jacobianos	4 Puntos
Tamaño máximo de elemento	2.33585 mm
Tamaño mínimo del elemento	2.33585 mm
Calidad de malla	Elementos cuadráticos de alto orden
Número total de nodos	27890
Número total de elementos	16234
% de elementos distorsionados (Jacobiana)	0
Tiempo para completar la malla (hh:mm:ss):	00:03:02

Por último solo queda analizar los resultados. Se comienza por analizar la tensión de Von Mises, la cual se puede observar en la figura 8.4. Como era de esperarse la tensión máxima se concentra en la superficie de unión o muy cercana a ella y tiene un valor máximo de 71.564 MPa la cual se encuentra por debajo del límite elástico de los materiales.

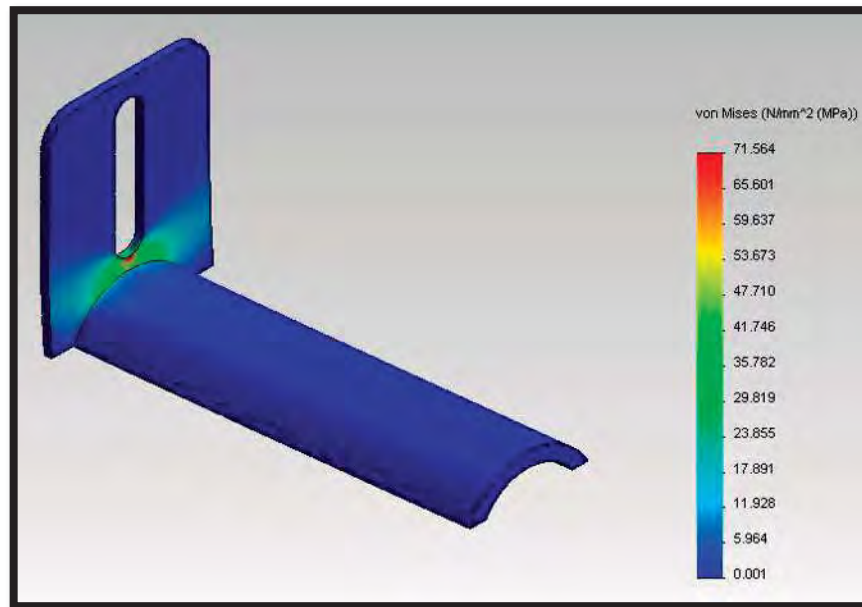


Figura 8.4 Tensión de Von Mises para sujeción de antorcha.

El desplazamiento que sufre el ensamble se puede observar en la figura 8.5. En la figura se puede observar que el máximo desplazamiento es de 0.132 mm y ocurre en el extremo libre cerca de donde se aplica la carga.

Pero la pregunta sería, ¿Qué tan seguro y confiable es el ensamble? Para conocer esto, se define un trazado de factor de seguridad, que a grandes rasgos se define como una relación de la tensión más alta y el límite elástico del material. Para esto obsérvese la figura 8.6.

Como se puede ver en la figura 8.6, el ensamble tiene un factor de seguridad mínimo de 3.27, lo cual está dentro del rango de diseño. Si se observa, el factor de seguridad de 3.27 está localizado en la unión, por lo que es en ese punto donde pudiera presentarse la falla antes que en cualquier otro lado.

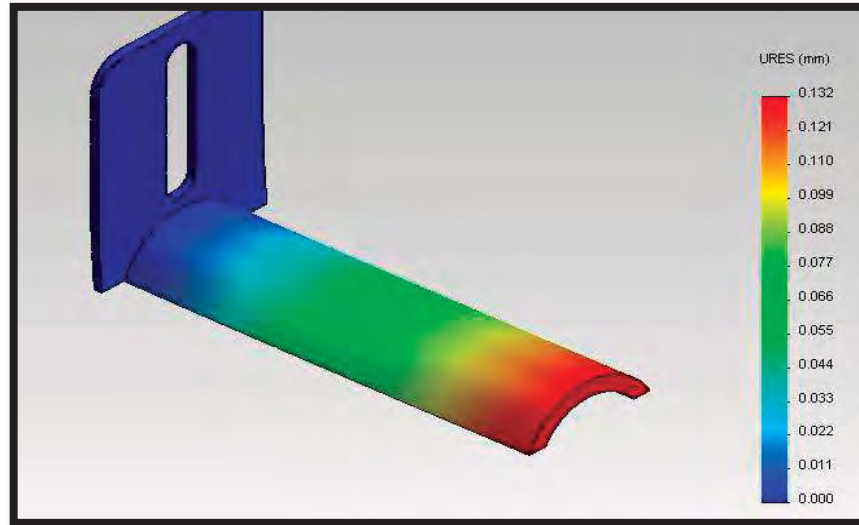


Figura 8.5 Desplazamiento de sujeción de antorcha.

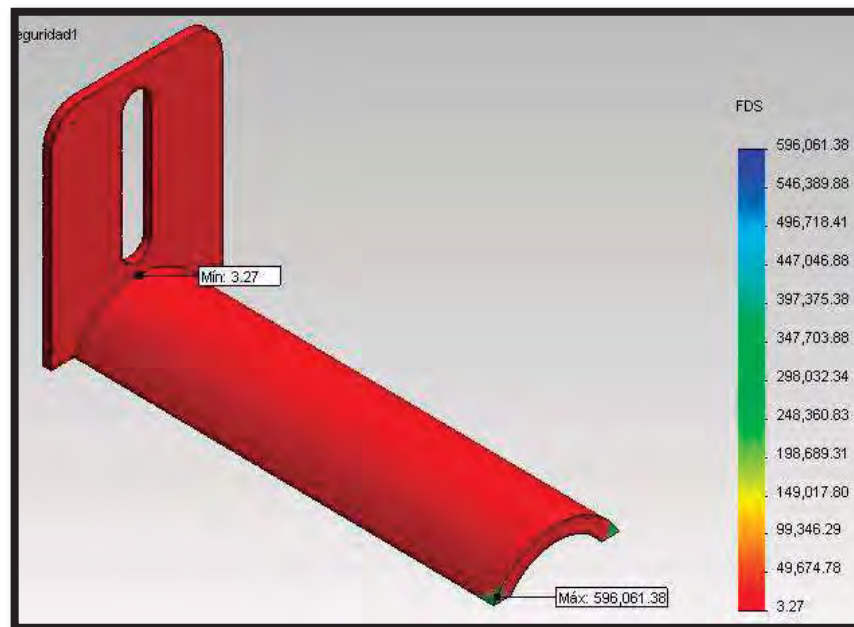


Figura 8.6 Trazado de seguridad para sujeción de antorcha.

La siguiente parte en analizar del eslabón 7, es a la flecha con el disco o brida.

Propiedades de material

Referencia de modelo	Propiedades
	Nombre: 6061-T6 (SS)
	Tipo de modelo: Isotrópico elástico lineal
	Límite elástico: $2.75e+008 \text{ N/m}^2$
	Límite de tracción: $3.1e+008 \text{ N/m}^2$
	Módulo elástico: $6.9e+010 \text{ N/m}^2$
	Coefficiente de Poisson: 0.33
	Densidad: 2700 kg/m^3
	Módulo cortante: $2.6e+010 \text{ N/m}^2$
	Coefficiente de dilatación térmica: $2.4e-005 / \text{Kelvin}$

Se definió la unión entre caras como una unión rígida. La sujeción se colocó en el extremo de la flecha simulando el cople y la cual es una sujeción del tipo fija. Se colocó un torque de 0.014 N.m, que es el máximo torque que se presentaría en la articulación y una carga normal de 9.8 N simulando el peso de la antorcha sobre el disco. Observe la figura 8.7.

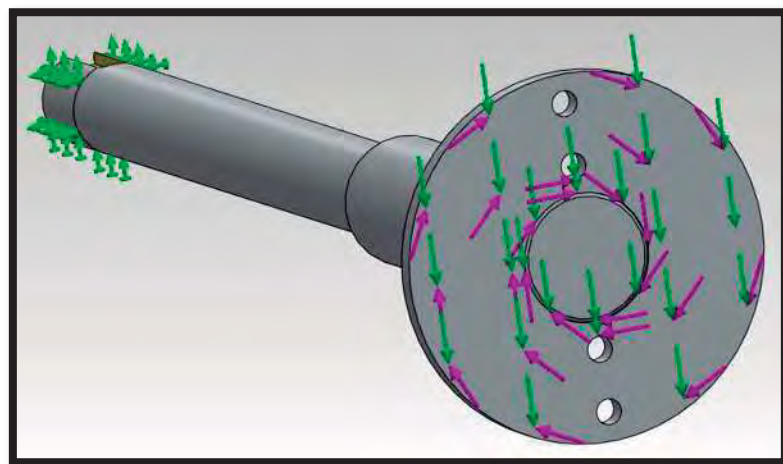


Figura 8.7 Sujeción y carga sobre la flecha del eslabón 7.

Posteriormente se procede a trazar la malla, la cual se puede observar en la figura 8.8.

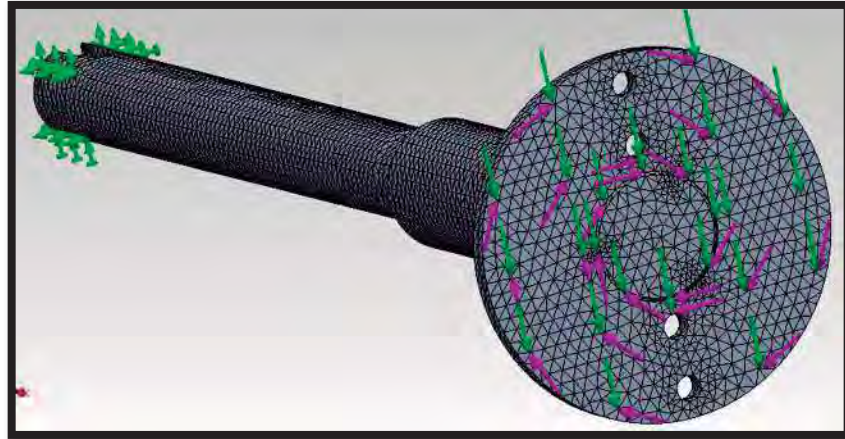


Figura 8.8 Malla para flecha de eslabón 7.

La información de la malla es la siguiente:

Información de malla

Tipo de malla	Malla sólida
Mallador utilizado:	Malla estándar
Transición automática:	Activar
Puntos jacobianos	4 Puntos
Tamaño de elementos	3.58499 mm
Tolerancia	0.17925 mm
Calidad de malla	Elementos cuadráticos de alto orden
Número total de nodos	99136
Número total de elementos	65563
Tiempo para completar la malla (hh:mm:ss):	00:04:17

Los resultados que se obtuvieron al correr el análisis se observan a continuación. El primer resultado corresponde al de tensión de Von Mises el cual se puede ver en la figura 8.9, en el se puede observar que el valor máximo es de 8.562 MPa y el cual se encuentra ubicado muy cerca al cuñero de la flecha y está muy por debajo del valor de 275 MPa del material.

El siguiente resultado que se obtuvo fue el de la resultante de desplazamientos que se puede observa en la figura 8.10. En la figura se puede observa que el valor máximo de desplazamiento es de 0.149 mm y se encuentra ubicado, como es de esperarse, en el extremo en donde se aplica la carga y el mínimo en el lado donde se sujeta la flecha.

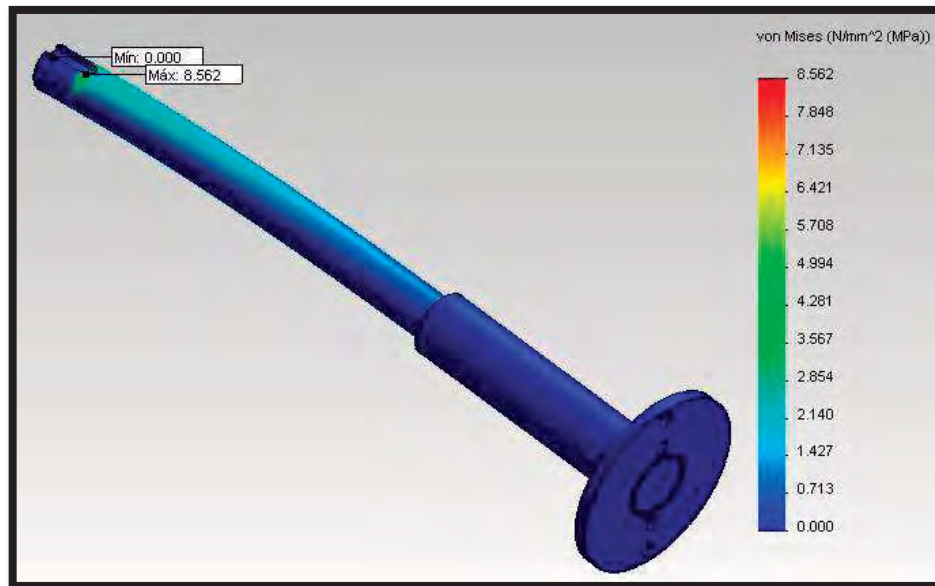


Figura 8.9 Tensión de Von Mises para flecha de eslabón 7.

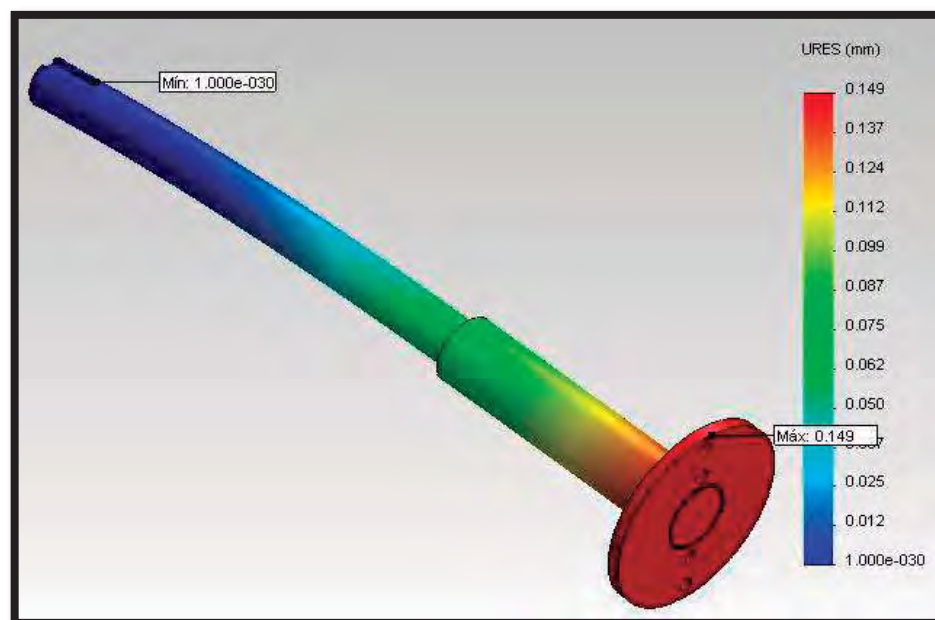


Figura 8.10 Resultante de desplazamiento para flecha de eslabón 7.

Pero para saber qué tan segura es la flecha se hace un trazado del factor de seguridad para detectar cuáles serían las áreas críticas en donde pudiera presentarse la falla o saber qué tan probable sería que esto sucediera.

En la figura 8.11 se puede observar que factor de seguridad mínimo para la flecha es de 32.12 que está muy por encima de lo recomendado para diseño y por lo que es muy poco probable, por no decir imposible, que la flecha llegara a fallar.

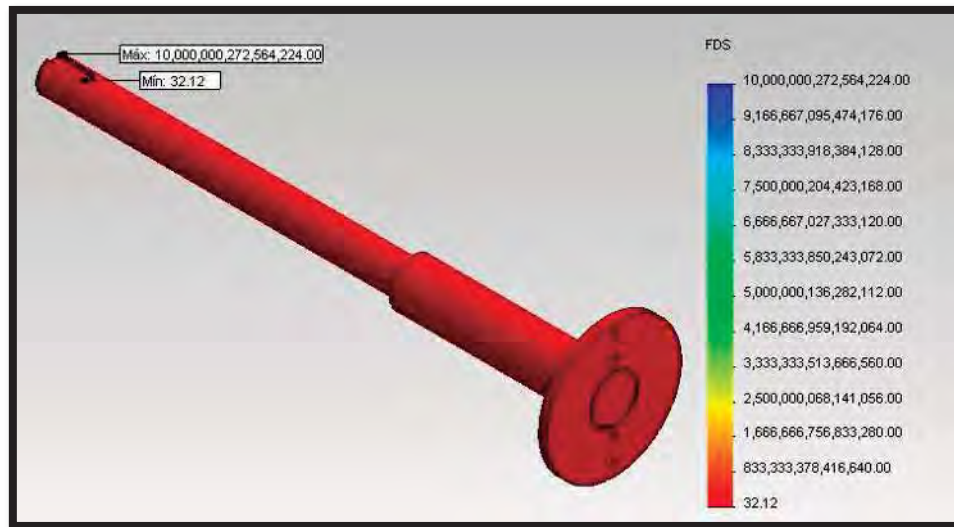


Figura 8.11 Trazado del factor de seguridad para la flecha del eslabón 7.

Con los resultados obtenidos se puede decir que el eslabón 7 trabajará de una manera segura sin riesgo a sufrir falla alguna.

8.2 Análisis para el eslabón 6

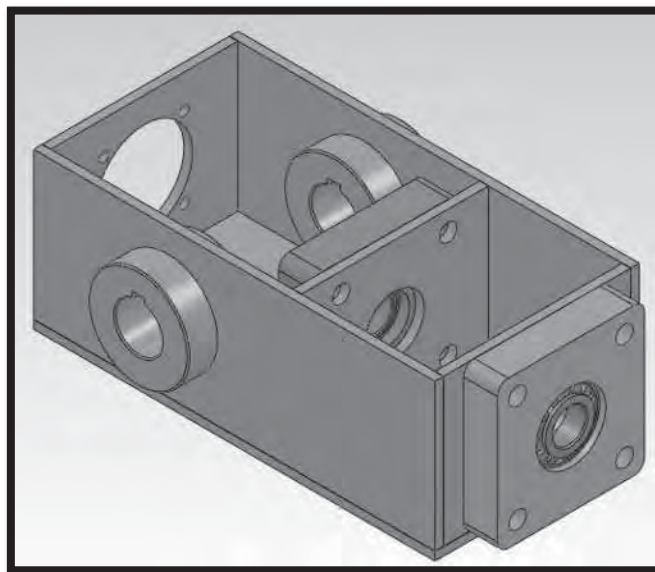
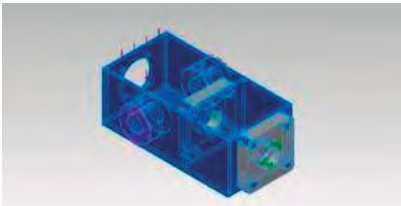


Figura 8.12 Eslabón 6.

Propiedades de material

Referencia de modelo	Propiedades
	Nombre: 6061-T6 (SS)
	Tipo de modelo: Isotrópico elástico lineal
	Límite elástico: 2.75e+008 N/m²
	Límite de tracción: 3.1e+008 N/m²
	Módulo elástico: 6.9e+010 N/m²
	Coefficiente de Poisson: 0.33
	Densidad: 2700 kg/m³
	Módulo cortante: 2.6e+010 N/m²
	Coefficiente de dilatación térmica: 2.4e-005 /Kelvin

El análisis de éste eslabón resulta algo más complejo, desde el punto de vista de dónde colocar las cargas a las que estará sujeto. Se sabe que el eslabón estará sujeto a un par máximo ejercido por el motor RKF-20A-50-E 200 sobre él y aplicado en el buje del lado izquierdo, para los cálculos se supondrá que el lado derecho también está sometido al mismo torque, además también se colocará la carga correspondiente a la masa del motor RSF-32A-100-E 200 de 2.1 kg.

En la figura 8.13 se muestran el tipo de sujeción y las cargas aplicadas. En la figura se puede observar que se consideraron sujeciones del tipo fijas justo en el lugar de los rodamientos, se agregó el par torsional máximo que se produce sobre el eslabón de 10.671 N.m y la masa de motor de 20.601 N.

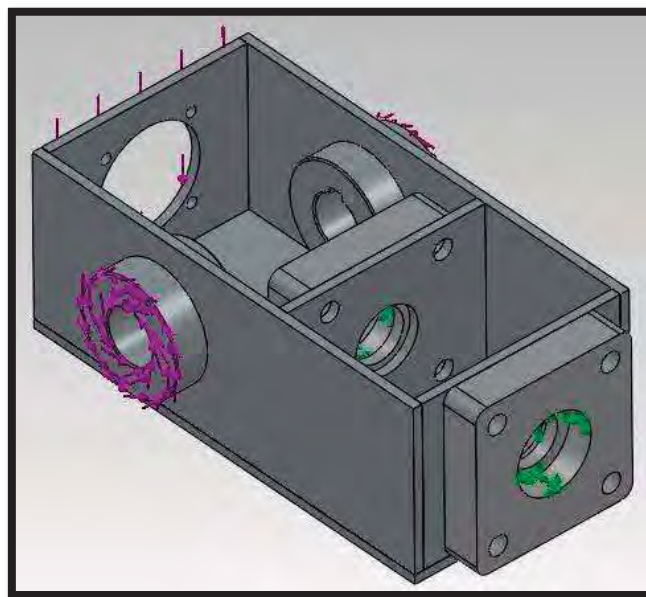


Figura 8.13 Sujeción y carga sobre el eslabón 6.

Se procede al mallado del eslabón, el cual se puede observar en la figura 8.14. En la figura se puede observar que el mallado es algo burdo, pero recuérdese que entre mayor número de elementos (más fina) mayor es la capacidad computacional requerida y por lo tanto mayor el tiempo de espera para la solución.

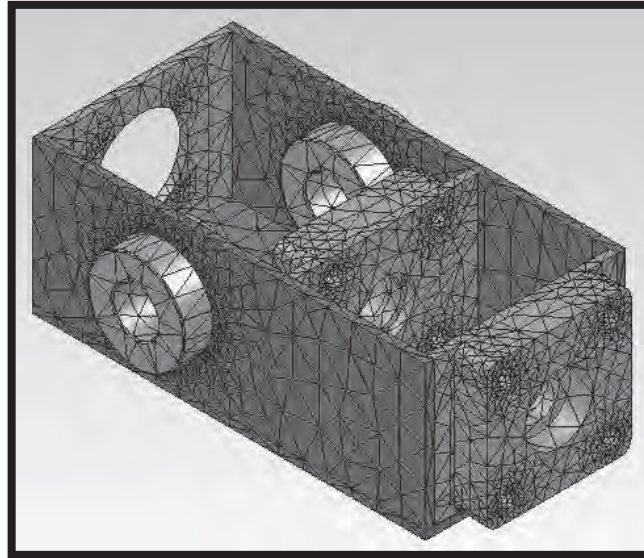


Figura 8.14 Malla para eslabón 6.

Información de malla

Tipo de malla	Malla sólida
Mallador utilizado:	Malla basada en curvatura
Puntos jacobianos	4 Puntos
Tamaño máximo de elemento	22.3267 mm
Tamaño mínimo del elemento	4.46533 mm
Calidad de malla	Elementos cuadráticos de alto orden
Número total de nodos	38328
Número total de elementos	20475
Tiempo para completar la malla (hh:mm:ss):	00:06:04

Una vez realizado el mallado se procede a la obtención de los resultados. Se comienza con las tensiones de Von Mises las cuales se pueden observar en la figura 8.15. En la figura se puede observar que el valor de la tensión máxima es de 1.219 MPa está muy por debajo del límite elástico del material.

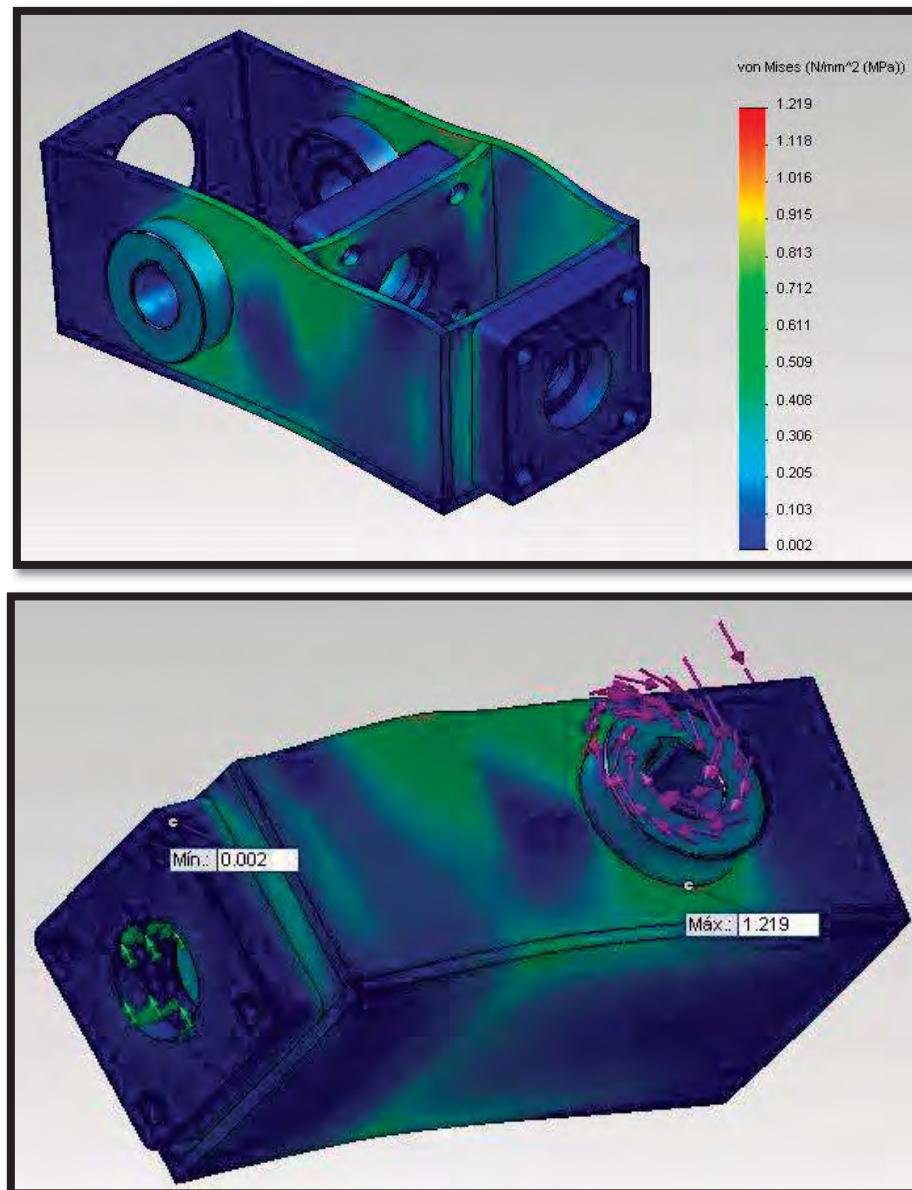


Figura 8.15 Tensión de Von Mises para eslabón 6.

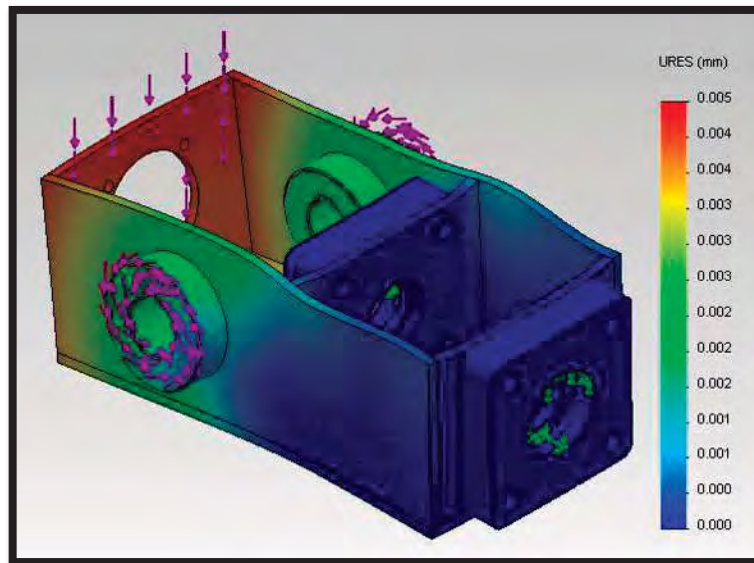


Figura 8.16 Resultante de desplazamiento para eslabón 6.

En la figura 8.16 se puede observar la resultante de desplazamiento, la cual tiene un valor máximo de 0.005 mm y ocurre del lado en donde se aplica la carga. Debido a los resultados obtenidos para el eslabón 6 se puede decir que muy difícilmente fallará la estructura, sin embargo se puede realizar un trazado del factor de seguridad, tal y como se puede observar en la figura 8.17.

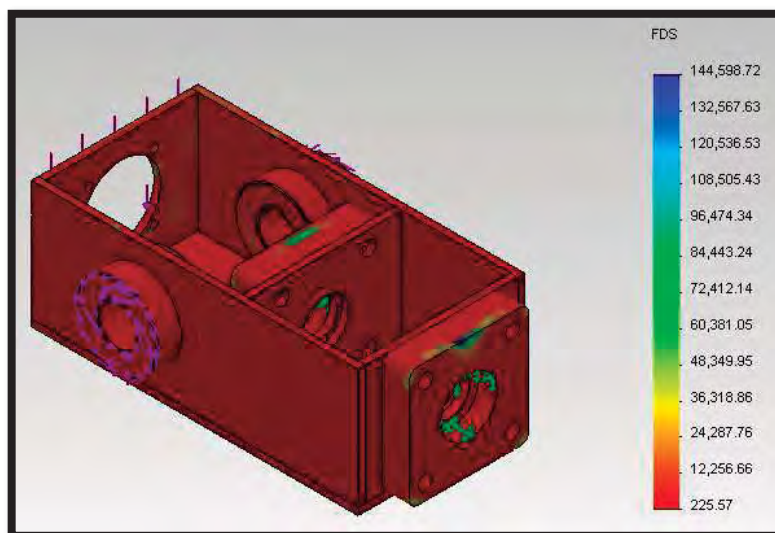


Figura 8.17 Trazado del factor de seguridad para eslabón 6.

En la figura 8.17 se puede observar que el factor de seguridad mínimo es de 225.57, lo cual es un valor muy elevado, lo que se traduce en un eslabón muy seguro, aunque también se puede decir que está muy sobrado e inclusive se pudiera trabajar en una reducción de espesores.

Debido a que la malla que se definió para el eslabón desde un inicio era muy burda, pudiera ser que se presentaran errores o diferencias en los resultados en comparación con una maya más

fina, por lo tanto se corrió un nuevo análisis con una malla con un mayor número de elementos como se observa en la figura 8.18.

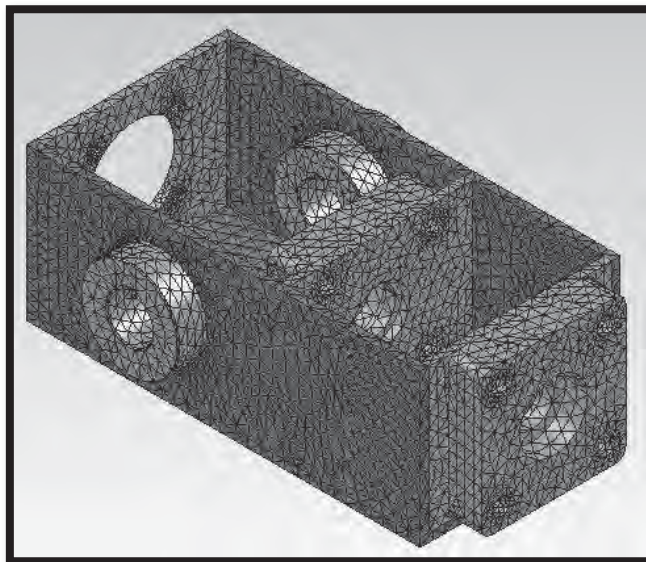


Figura 8.18 Malla más fina para eslabón 6.

La información de la nueva malla se detalla a continuación.

Tipo de malla	Malla sólida
Mallador utilizado:	Malla basada en curvatura
Puntos jacobianos	4 Puntos
Tamaño máximo de elemento	8.53 mm
Tamaño mínimo del elemento	1.7 mm
Calidad de malla	Elementos cuadráticos de alto orden
Número total de nodos	68168
Número total de elementos	36997
Tiempo para completar la malla (hh:mm:ss):	00:07:24

Los nuevos resultados obtenidos para las tensiones de Von Mises se muestran en la figura 8.19.

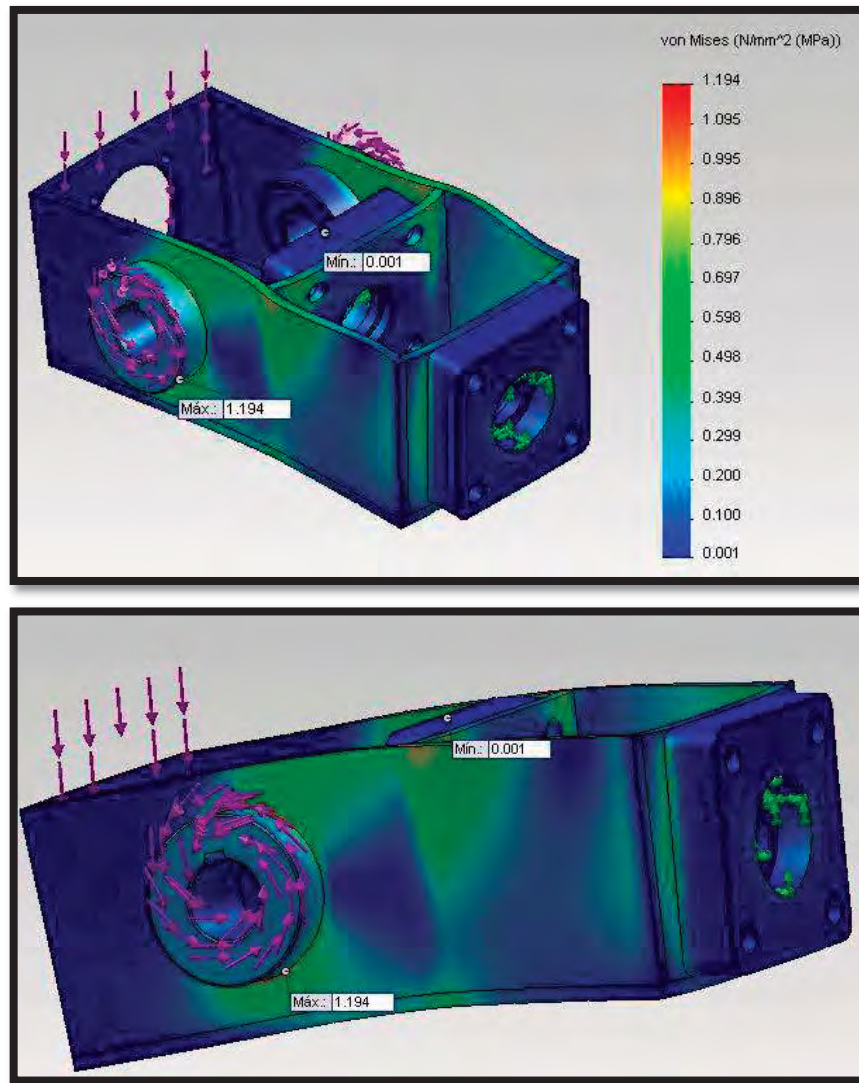


Figura 8.19 Nuevo trazado de Von Mises para eslabón 6.

El valor máximo alcanzado con una malla más refinada es de 1.194 MPa que comparado con los 1.219 la diferencia es muy poca.

Un elemento que si debe de analizarse es la flecha que transmite el par del actuador hacia éste eslabón.

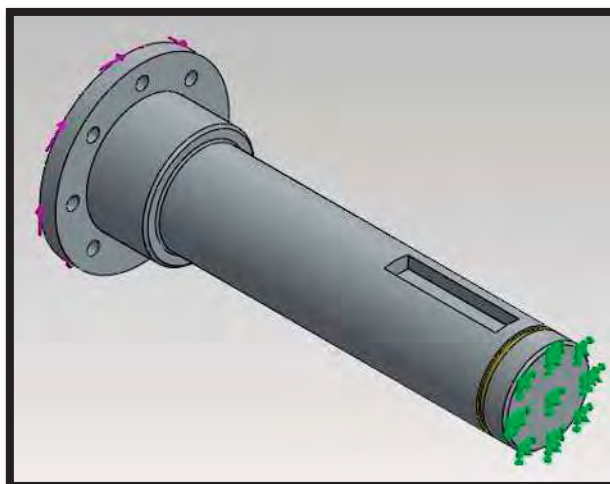
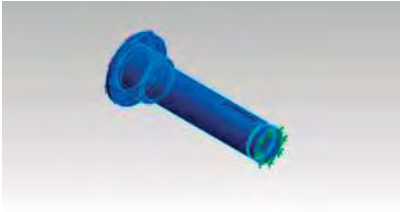


Figura 8.20 Flecha de transmisión para articulación 6.

Propiedades de material

Referencia de modelo	Propiedades
	Nombre: 6061-T6 (SS)
	Tipo de modelo: Isotrópico elástico lineal
	Límite elástico: 2.75e+008 N/m²
	Límite de tracción: 3.1e+008 N/m²
	Módulo elástico: 6.9e+010 N/m²
	Coefficiente de Poisson: 0.33
	Densidad: 2700 kg/m³
	Módulo cortante: 2.6e+010 N/m²
	Coefficiente de dilatación térmica: 2.4e-005 /Kelvin

En la figura 8.20, se muestra la flecha que se encarga de transmitir el par del actuador hacia el eslabón, para su análisis se consideró una unión del tipo rígida sobre la cara que ensambla con el eslabón y una fuerza de torsión de 10.671 N.m.

La malla del modelo se muestra en la figura 8.21.

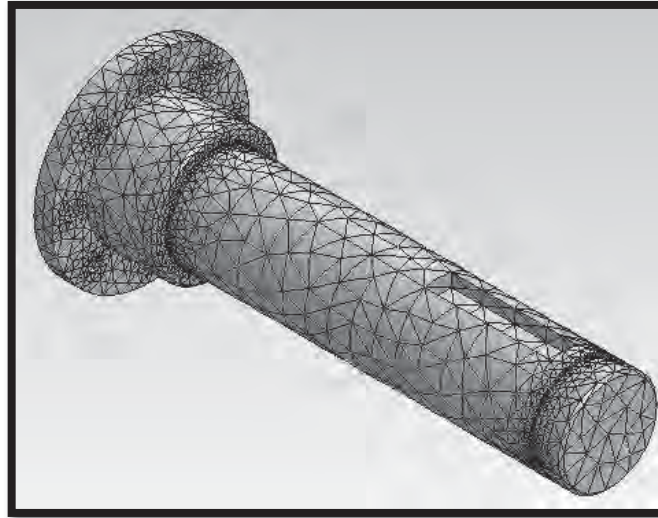


Figura 8.21 Malla de la flecha para articulación 6.

Una vez mallado el modelo se procede con la solución. En la figura 8.22 se muestran las tensiones de Von Mises para la flecha, el máximo valor obtenido es de 5.852 MPa el cual se encuentra muy por debajo del límite elástico del material.

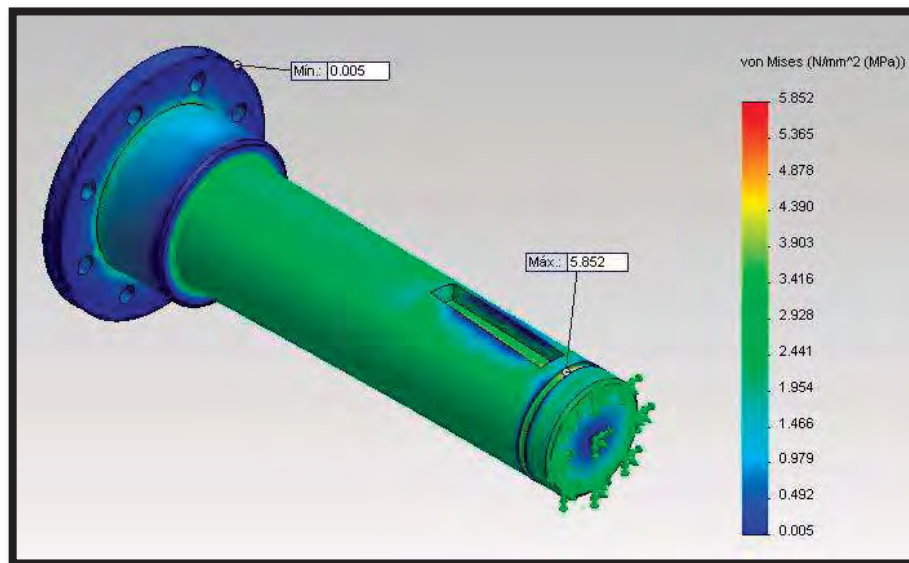
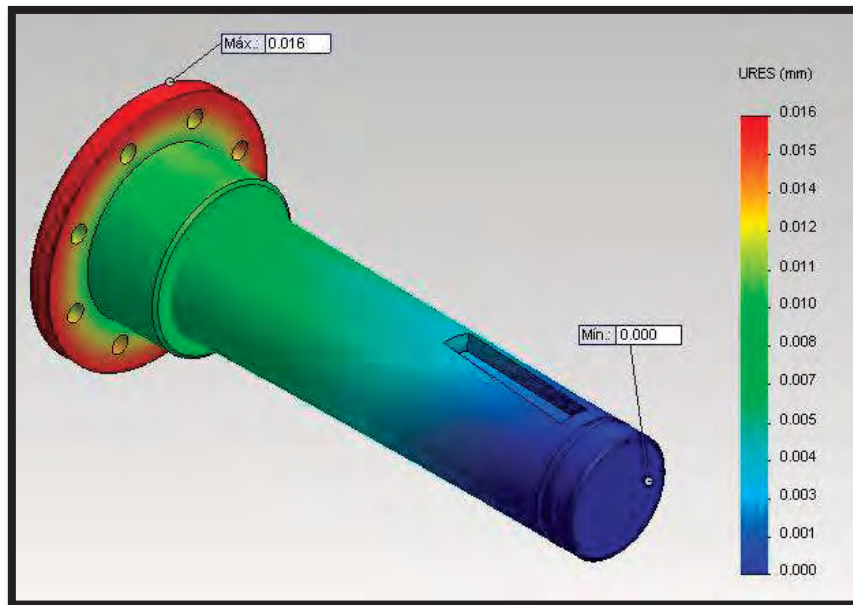


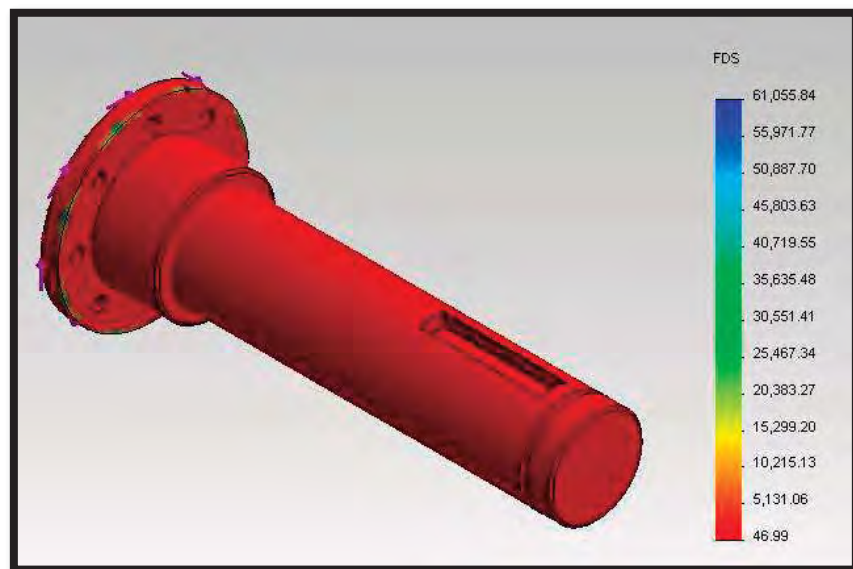
Figura 8.22 Tensiones de Von Mises para flecha de articulación 6.

La resultante de desplazamiento se muestra en la figura 8.23 con un valor máximo de 0.016 mm el cual se encuentra ubicado, como es de esperarse, en el extremo opuesto de la fijación.



8.23 Resultante de desplazamiento para flecha articulacion 6.

El factor de seguridad en base al criterio de Von Mises de la flecha se muestra en la figura 8.24. Se puede observar que el valor mínimo es de 46.99, lo cual es un valor holgado. Debido a que la flecha se encuentra con factor de seguridad elevado, no será necesario hacer un refinamiento de malla.



8.24 Trazado del factor de seguridad.

8.3 Análisis para el eslabón 5

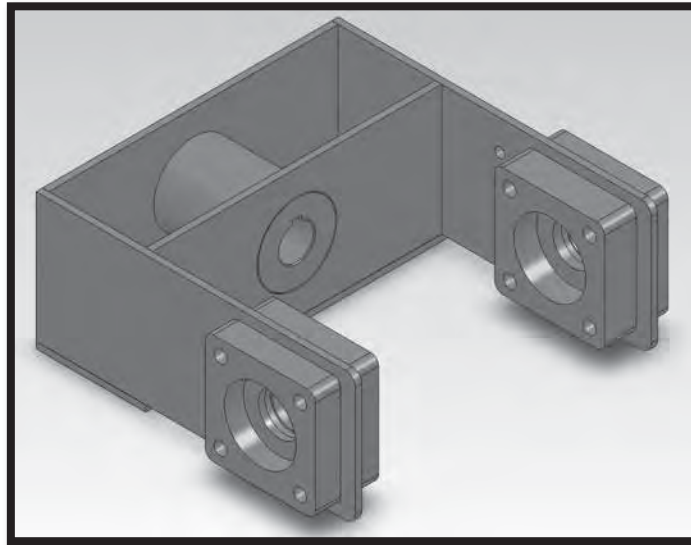
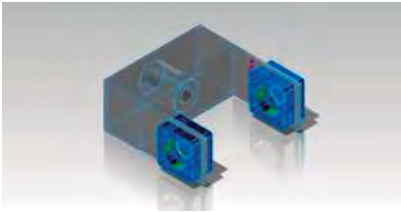


Figura 8.25 Eslabón 5.

Propiedades de material

Referencia de modelo	Propiedades
	Nombre: 6061-T6 (SS)
	Tipo de modelo: Isotrópico elástico lineal
	Criterio de error predeterminado: Desconocido
	Límite elástico: 2.75e+008 N/m²
	Límite de tracción: 3.1e+008 N/m²
	Módulo elástico: 6.9e+010 N/m²
	Coefficiente de Poisson: 0.33
	Densidad: 2700 kg/m³
	Módulo cortante: 2.6e+010 N/m²
	Coefficiente de dilatación térmica: 2.4e-005 /Kelvin

Se sabe que el eslabón estará sujeto a un par máximo ejercido por el motor RSF-20A-50-E 200 sobre él y el cual se aplica en el buje, además también se colocará la carga correspondiente a la masa del motor RKF-20A-50-E 200 de 2.9 kg.

En la figura 8.26 se muestran el tipo de sujeción y las cargas aplicadas. En la figura se puede observar que se consideraron sujeciones del tipo fijas justo en el lugar de los rodamientos, se agregó

el par torsional máximo que se produce sobre el eslabón de 15.112 N.m y la masa de motor de 28.5 N.

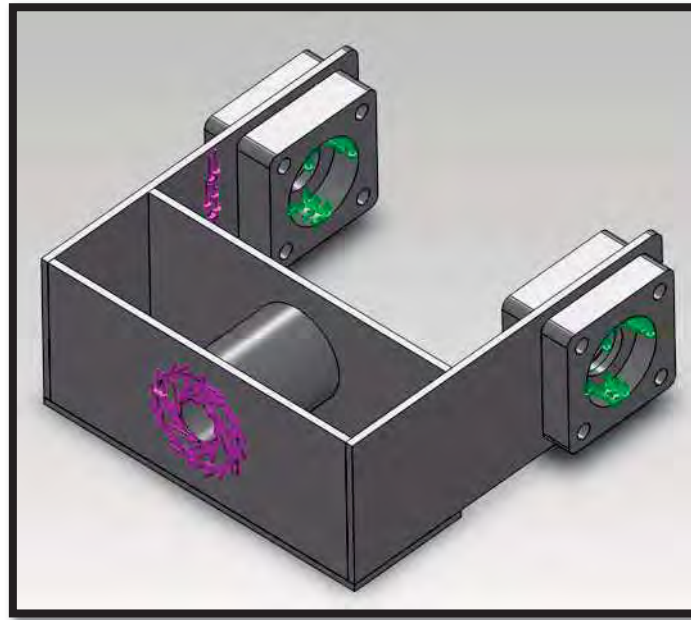


Figura 8.26 Sujeción y carga sobre el eslabón 5.

Se procede al mallado del eslabón, el cual se puede observar en la figura 8.27. En la figura se puede observar que el mallado es un tanto burdo.

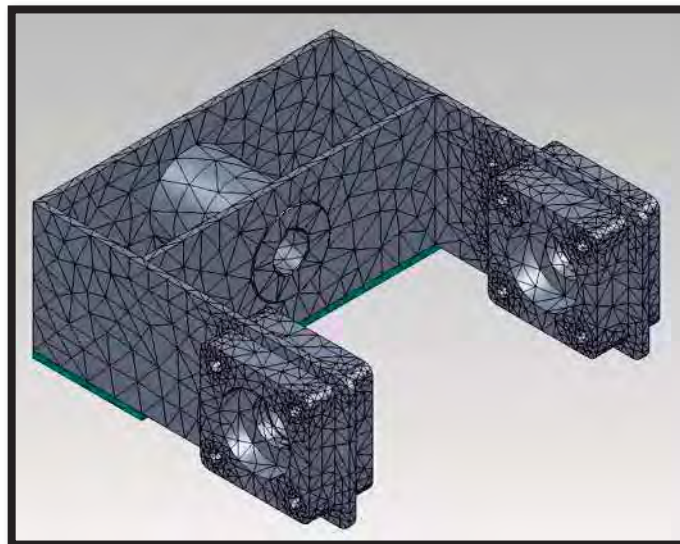


Figura 8.27 Malla para eslabón 5.

Información de malla

Tipo de malla	Malla sólida
Mallador utilizado:	Malla basada en curvatura
Puntos jacobianos	4 Puntos
Tamaño máximo de elemento	24.2103 mm
Tamaño mínimo del elemento	4.84206 mm
Calidad de malla	Elementos cuadráticos de alto orden
Número total de nodos	36820
Número total de elementos	21571
Tiempo para completar la malla (hh:mm:ss):	00:06:30

Una vez realizado el mallado se procede a la obtención de los resultados. Se comienza con las tensiones de Von Mises las cuales se pueden observar en la figura 8.28. En la figura se puede observar que el valor de la tensión máxima es de 624482.1 Pa y el cual está muy por debajo del límite elástico del material.

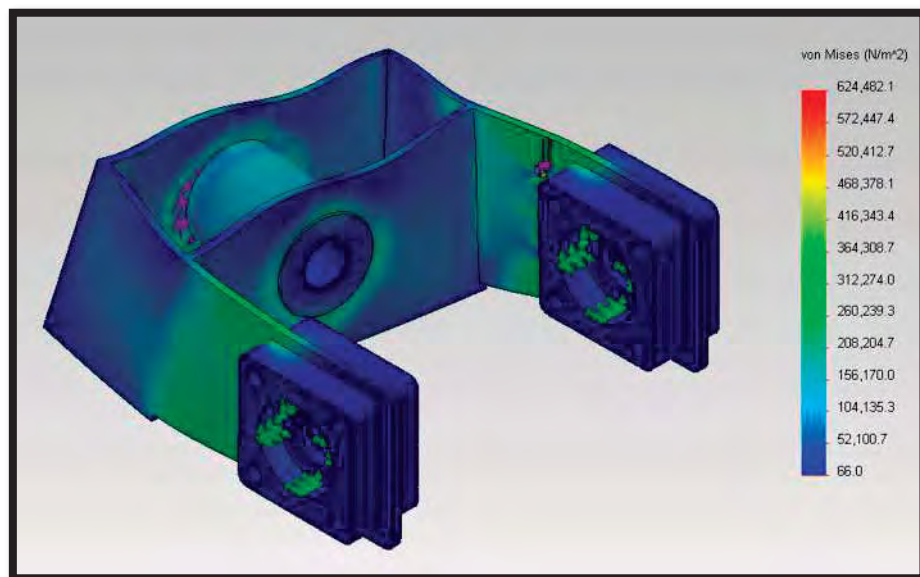


Figura 8.28 Tensión de Von Mises para eslabón 5.

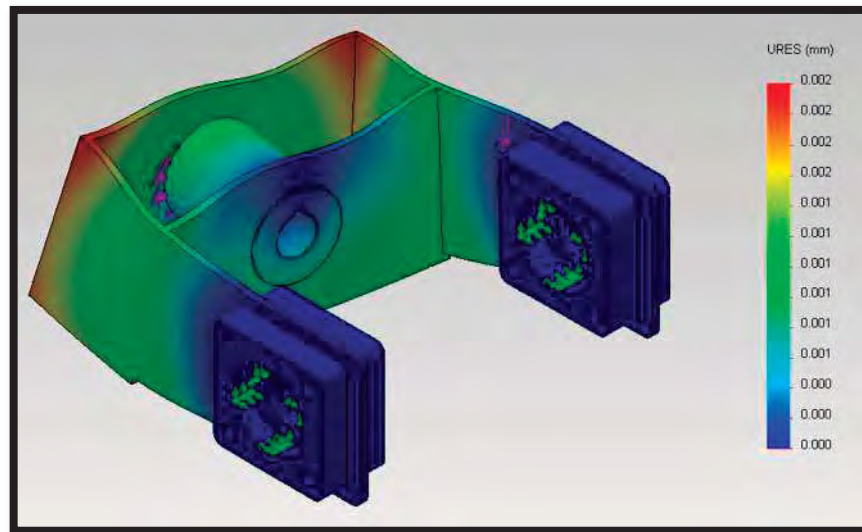


Figura 8.29 Resultante de desplazamiento para eslabón 5.

En la figura 8.29 se puede observar la resultante de desplazamiento, la cual tiene un valor máximo de 0.002 mm y ocurre del lado en donde se aplica el torque. El trazado del factor de seguridad se muestra en la figura 8.30. El factor de seguridad está muy holgado por lo que el eslabón estará trabajando sin temor a fallas, sin embargo, podría hacerse una optimización de diseño reduciendo tal vez espesores.

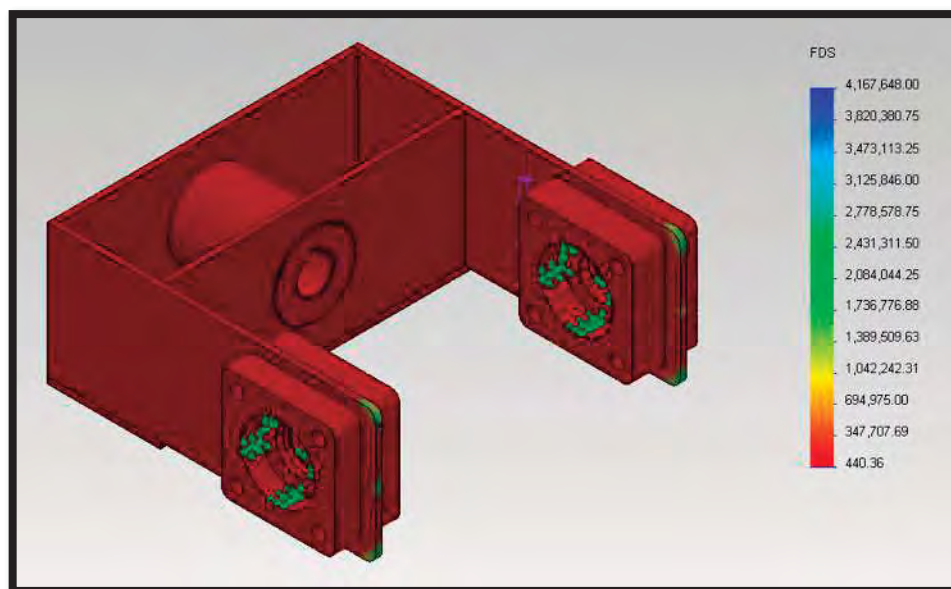


Figura 8.30 Trazado del factor de seguridad para eslabón 5.

Un factor importante a considerar es que sobre éste eslabón ya empieza a ser considerable el peso de los eslabones 6 y 7, por lo que en algún momento los pesos de estos eslabones actuarán como se muestra en la figura 8.31.

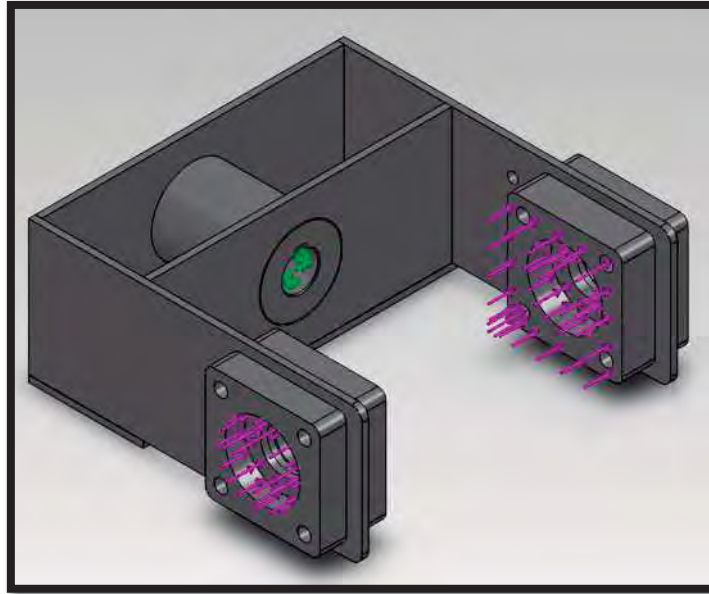


Figura 8.31 Pesos del actuador, de los eslabones 6 y 7 en cierto instante.

El valor de las cargas colocadas sobre el eslabón son la suma de los eslabones 6 y 7 y el peso del actuador con un total de 75 N. Utilizando la misma malla del análisis anterior se obtienen los valores de las tensiones de Von Mises las cuales se observan en la figura 8.32.

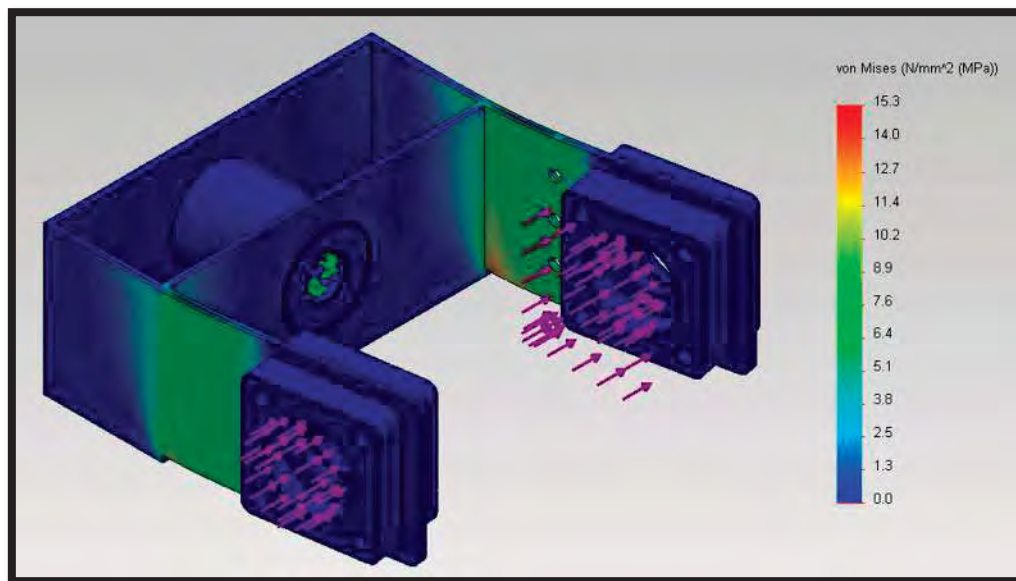


Figura 8.32 Tensión de Von Mises con los pesos de los eslabones 6,7 y del actuador.

En la figura 8.33 se observa que el valor máximo de tensión de Von Mises es 15.3 MPa, valor que se encuentra aún muy por debajo del límite elástico. Para saber qué tan seguro es el eslabón se hace el trazado del factor de seguridad, el cual se muestra en la figura 8.33.

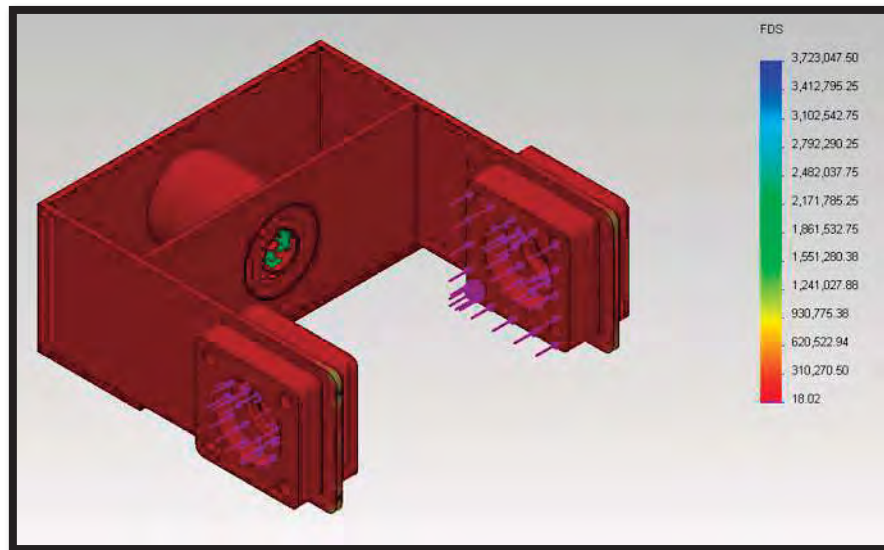


Figura 8.33 Trazado del factor de seguridad para carga lateral.

El factor de seguridad mínimo es de 18.02, el cual es aceptable y se puede decir que el eslabón no presentará alguna falla estructural durante su funcionamiento. Por otro lado la deformación que sufrirá en el sentido de aplicación de la carga se puede observar en la figura 8.34. En la figura se puede observar que el desplazamiento máximo que podría sufrir es de 0.686 mm.

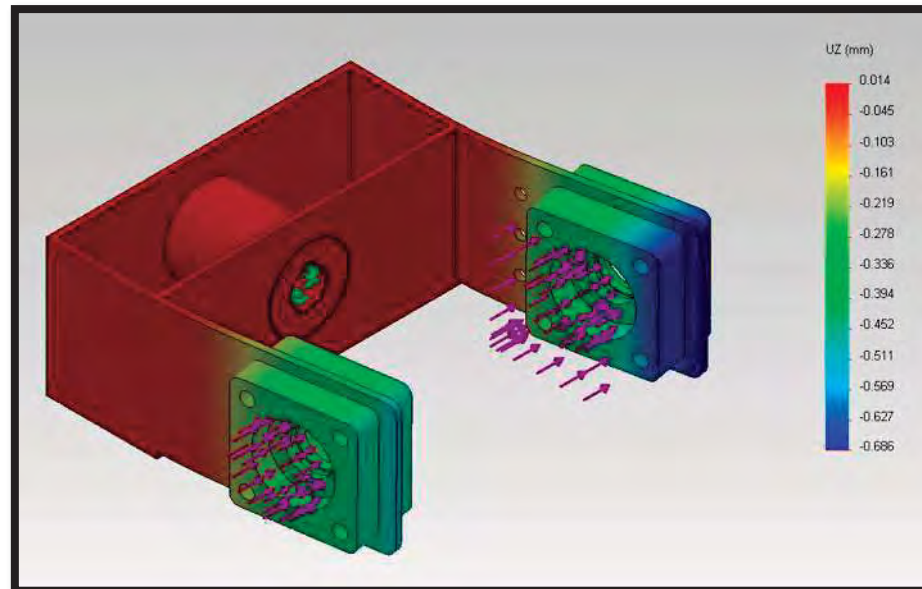


Figura 8.34 Desplazamiento en la dirección de la carga.

Ahora se analizará la flecha que actúa sobre éste eslabón, la cual es la flecha correspondiente a la articulación 5.

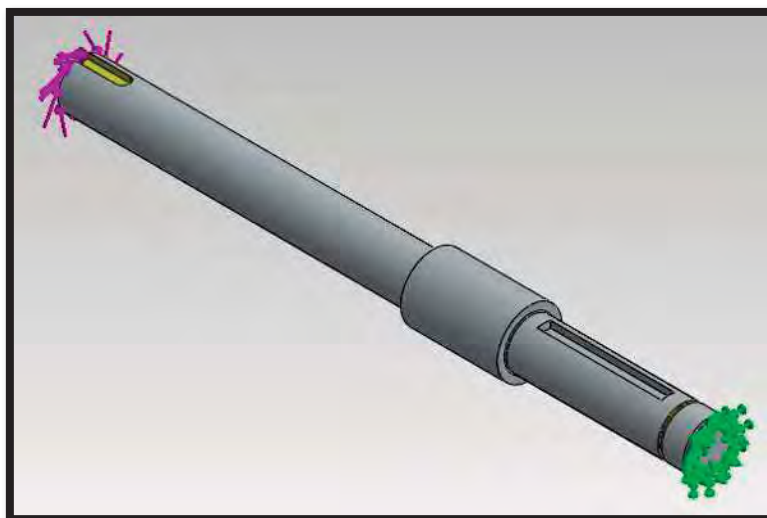


Figura 8.35 Flecha de transmisión para articulación 5.

Propiedades de material

Referencia de modelo	Propiedades
	Nombre: 6061-T6 (SS)
	Tipo de modelo: Isotrópico elástico lineal
	Límite elástico: 2.75e+008 N/m²
	Límite de tracción: 3.1e+008 N/m²
	Módulo elástico: 6.9e+010 N/m²
	Coefficiente de Poisson: 0.33
	Densidad: 2700 kg/m³
	Módulo cortante: 2.6e+010 N/m²
	Coefficiente de dilatación térmica: 2.4e-005 /Kelvin

En la figura 8.35, se muestra la flecha que se encarga de transmitir el par del actuador hacia el eslabón, para su análisis se consideró una unión del tipo rígida sobre la cara que ensambla con el eslabón y una fuerza de torsión de 15.112 N.m.

La malla de la flecha se muestra en la figura 8.36.



Figura 8.36 Malla de la flecha para articulación 5.

Una vez mallado el modelo se procede con la solución. En la figura 8.37 se muestran las tensiones de Von Mises para la flecha, el máximo valor obtenido es de 19.764 MPa el cual se encuentra muy por debajo del límite elástico del material.

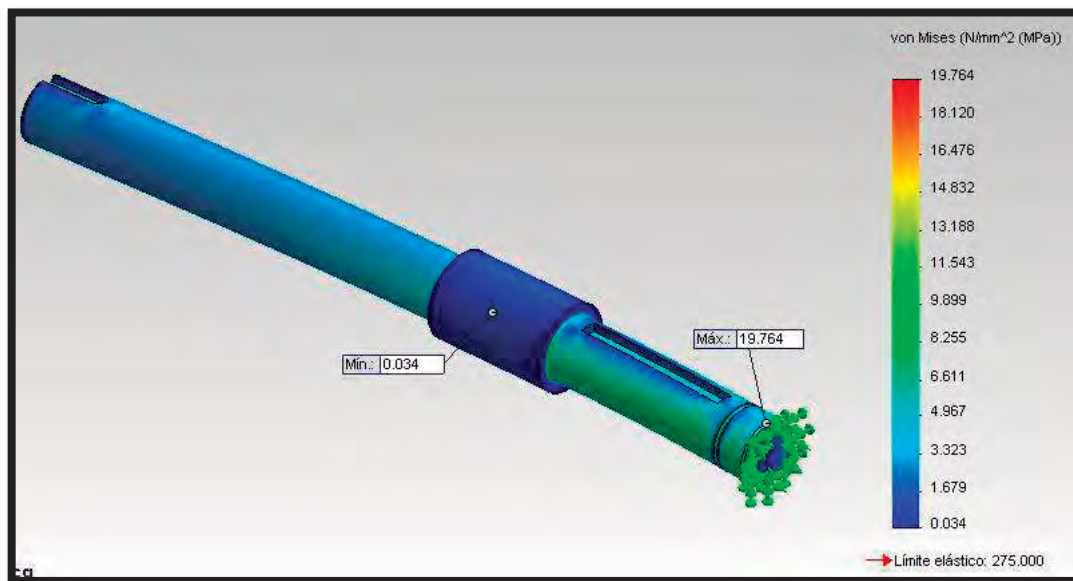
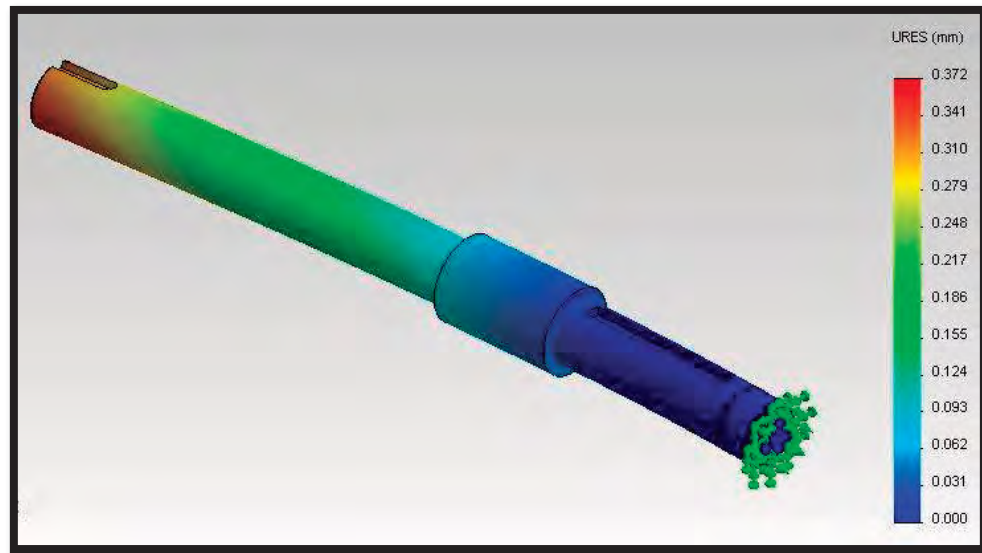


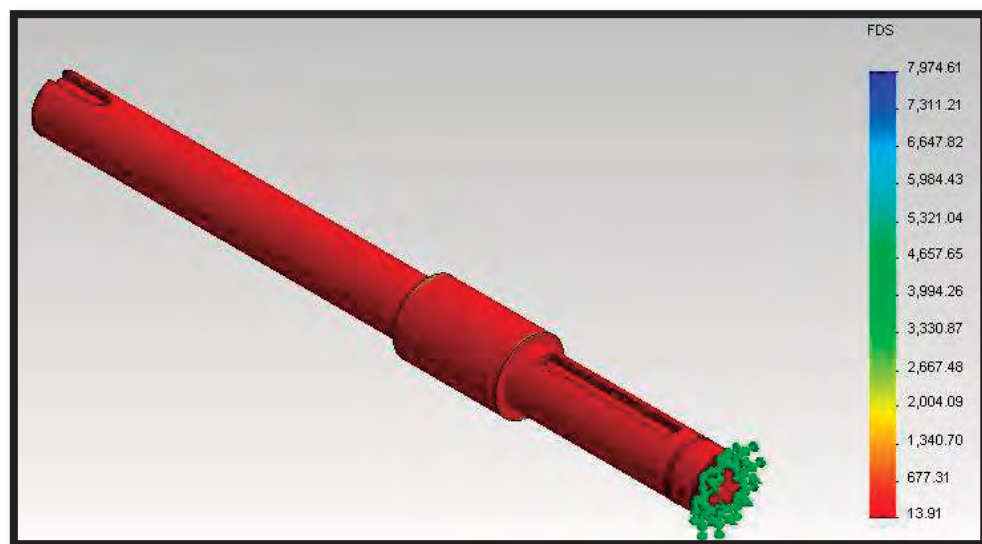
Figura 8.37 Tensiones de Von Mises para flecha de articulación 5.

La resultante de desplazamiento se muestra en la figura 8.38 con un valor máximo de 0.372 mm el cual se encuentra ubicado, como es de esperarse, en el extremo opuesto de la sujeción.



8.38 Resultante de desplazamiento para flecha articulacion 5.

El factor de seguridad en base al criterio de Von Mises de la flecha se muestra en la figura 8.39. Se puede observar que el valor mínimo es de 13.91, lo cual es un valor aceptable.



8.39 Trazado del factor de seguridad flecha articulación 5.

8.4 Análisis para el eslabón 4

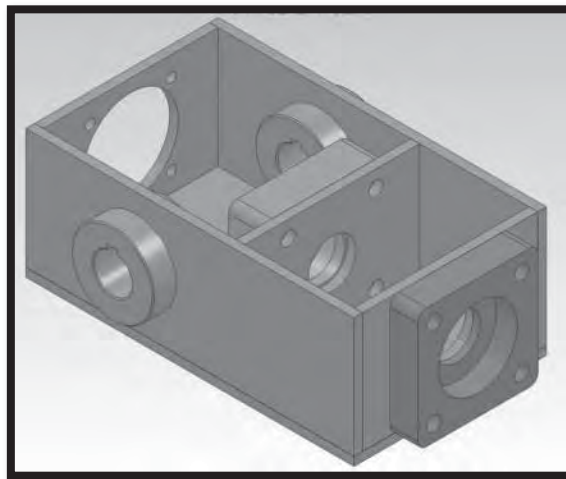
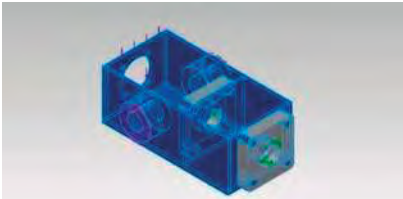


Figura 8.40 Eslabón 4.

Propiedades de material

Referencia de modelo	Propiedades
	Nombre: 6061-T6 (SS)
	Tipo de modelo: Isotrópico elástico lineal
	Límite elástico: 2.75e+008 N/m²
	Límite de tracción: 3.1e+008 N/m²
	Módulo elástico: 6.9e+010 N/m²
	Coefficiente de Poisson: 0.33
	Densidad: 2700 kg/m³
	Módulo cortante: 2.6e+010 N/m²
	Coefficiente de dilatación térmica: 2.4e-005 /Kelvin

El análisis de éste eslabón resulta algo más complejo, desde el punto de vista de dónde colocar las cargas a las que estará sujeto. Se sabe que el eslabón estará sujeto a un par máximo ejercido por el motor RKF-32A-100-E 200 sobre él y aplicado en el buje del lado izquierdo, para los cálculos se supondrá que el lado derecho también está sometido al mismo torque, además también se colocará la carga correspondiente a la masa del motor RSF-20A-50-E 200 de 2.9 kg.

En la figura 8.41 se muestran el tipo de sujeción y las cargas aplicadas. En la figura se puede observar que se consideraron sujeciones del tipo fijas justo en el lugar de los rodamientos, se agregó el par torsional máximo que se produce sobre el eslabón de 94.176 N.m y la masa de motor equivalente a 28.5 N.

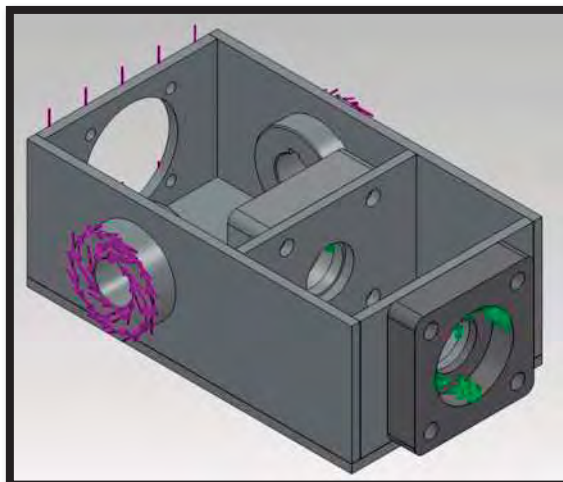


Figura 8.41 Sujeción y carga sobre el eslabón 4.

Se procede al mallado del eslabón, el cual se puede observar en la figura 8.42. En la figura se puede observar que el mallado es un tanto burdo.

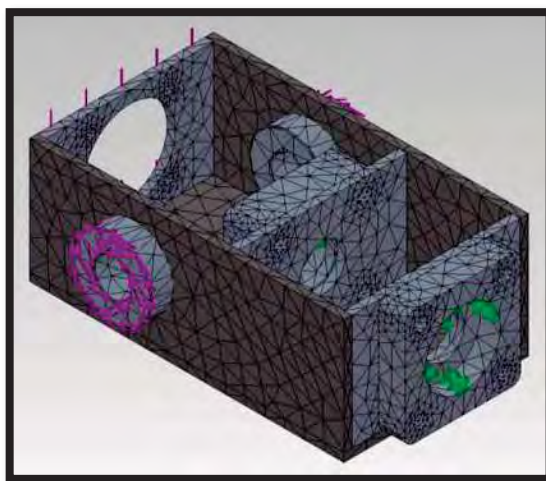


Figura 8.42 Malla para eslabón 4.

Información de malla

Tipo de malla	Malla sólida
Mallador utilizado:	Malla basada en curvatura
Puntos jacobianos	4 Puntos
Tamaño máximo de elemento	19.4831 mm
Tamaño mínimo del elemento	3.8966 mm
Calidad de malla	Elementos cuadráticos de alto orden
Número total de nodos	28640
Número total de elementos	15085

Tiempo para completar la malla (hh:mm:ss):	00:06:10
---	-----------------

Una vez realizado el mallado se procede a la obtención de los resultados. Se comienza con las tensiones de Von Mises las cuales se pueden observar en la figura 8.43. En la figura se puede observar que el valor de la tensión máxima es de 5.2 MPa, lo cual está muy por debajo del límite elástico del material.

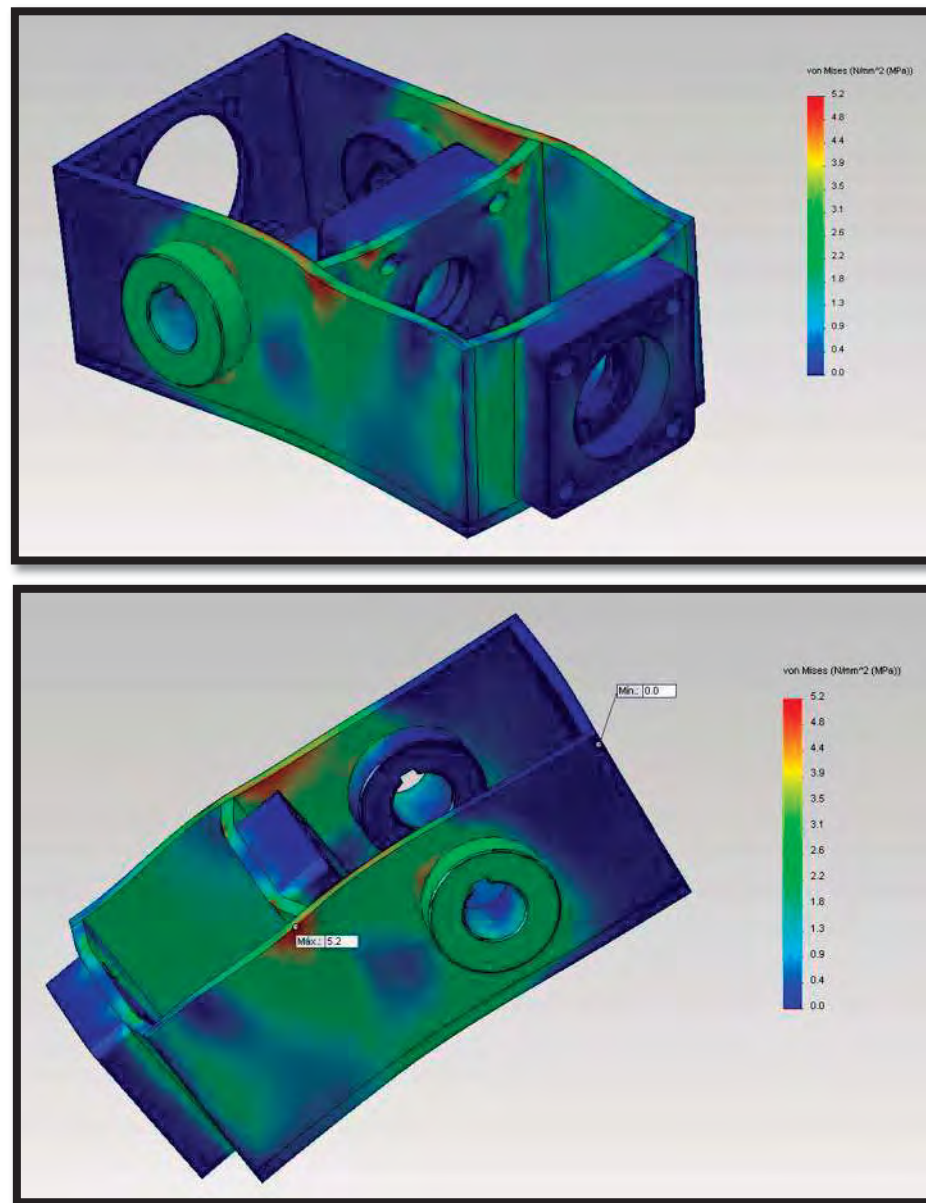


Figura 8.43 Tensión de Von Mises para eslabón 4.

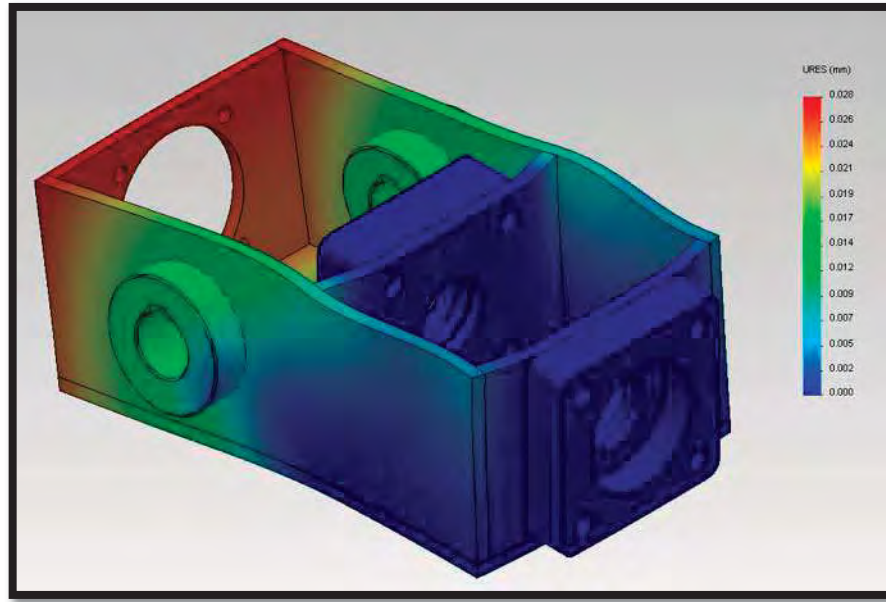


Figura 8.44 Resultante de desplazamiento para eslabón 4.

En la figura 8.44 se puede observar la resultante de desplazamiento, la cual tiene un valor máximo de 0.028 mm y ocurre del lado en donde se aplica la carga. Debido a los resultados obtenidos para el eslabón 4 se puede decir que muy difícilmente fallará la estructura, sin embargo se puede realizar un trazado del factor de seguridad, tal y como se puede observar en la figura 8.45.

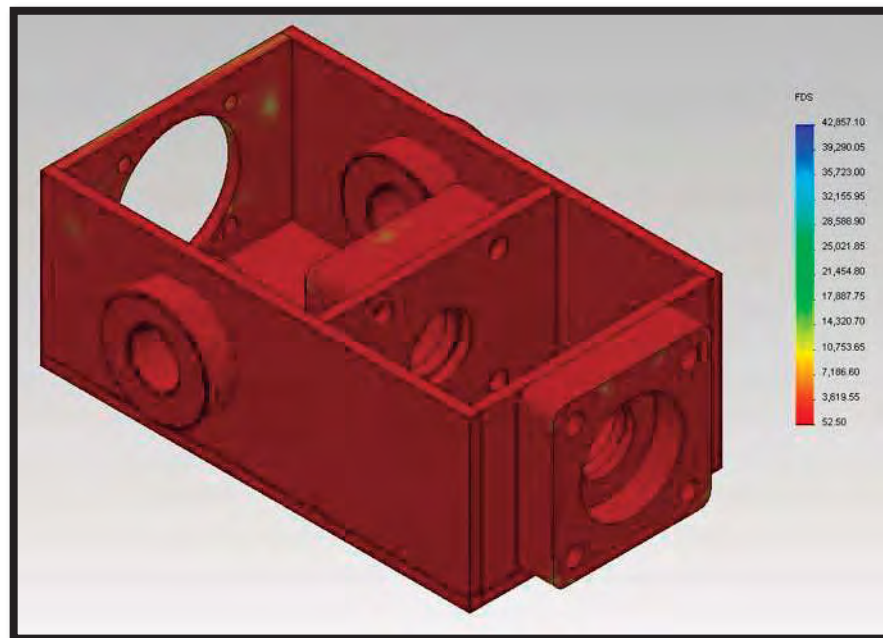


Figura 8.45 Trazado del factor de seguridad para eslabón 4.

En la figura 8.45 se puede observar que el factor de seguridad mínimo es de 52.50, lo cual es un valor aún elevado, lo que se traduce en un eslabón también seguro.

Debido a que la malla es un tanto burda, pudiera ser que se presentaran errores o diferencias en los resultados en comparación con una maya más fina, por lo tanto se corrió un nuevo análisis con una malla con un mayor número de elementos como se observa en la figura 8.46.

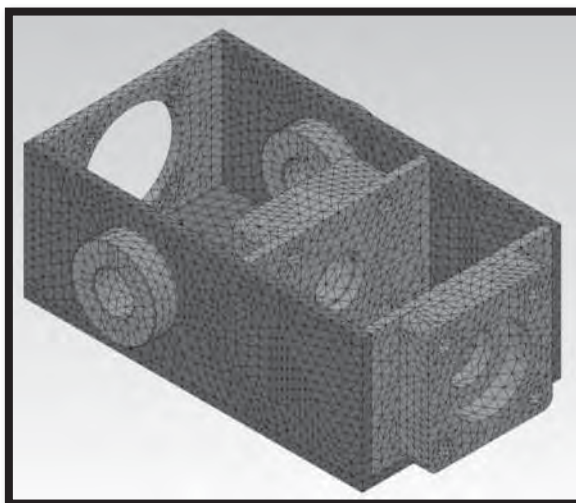


Figura 8.46 Malla más fina para eslabón 4.

La información de la nueva malla se detalla a continuación.

Tipo de malla	Malla sólida
Mallador utilizado:	Malla basada en curvatura
Puntos jacobianos	4 Puntos
Tamaño máximo de elemento	8 mm
Tamaño mínimo del elemento	1.6 mm
Calidad de malla	Elementos cuadráticos de alto orden
Número total de nodos	77274
Número total de elementos	43245
Tiempo para completar la malla (hh:mm:ss):	00:07:35

Los nuevos resultados obtenidos para las tensiones de Von Mises se muestran en la figura 8.47.

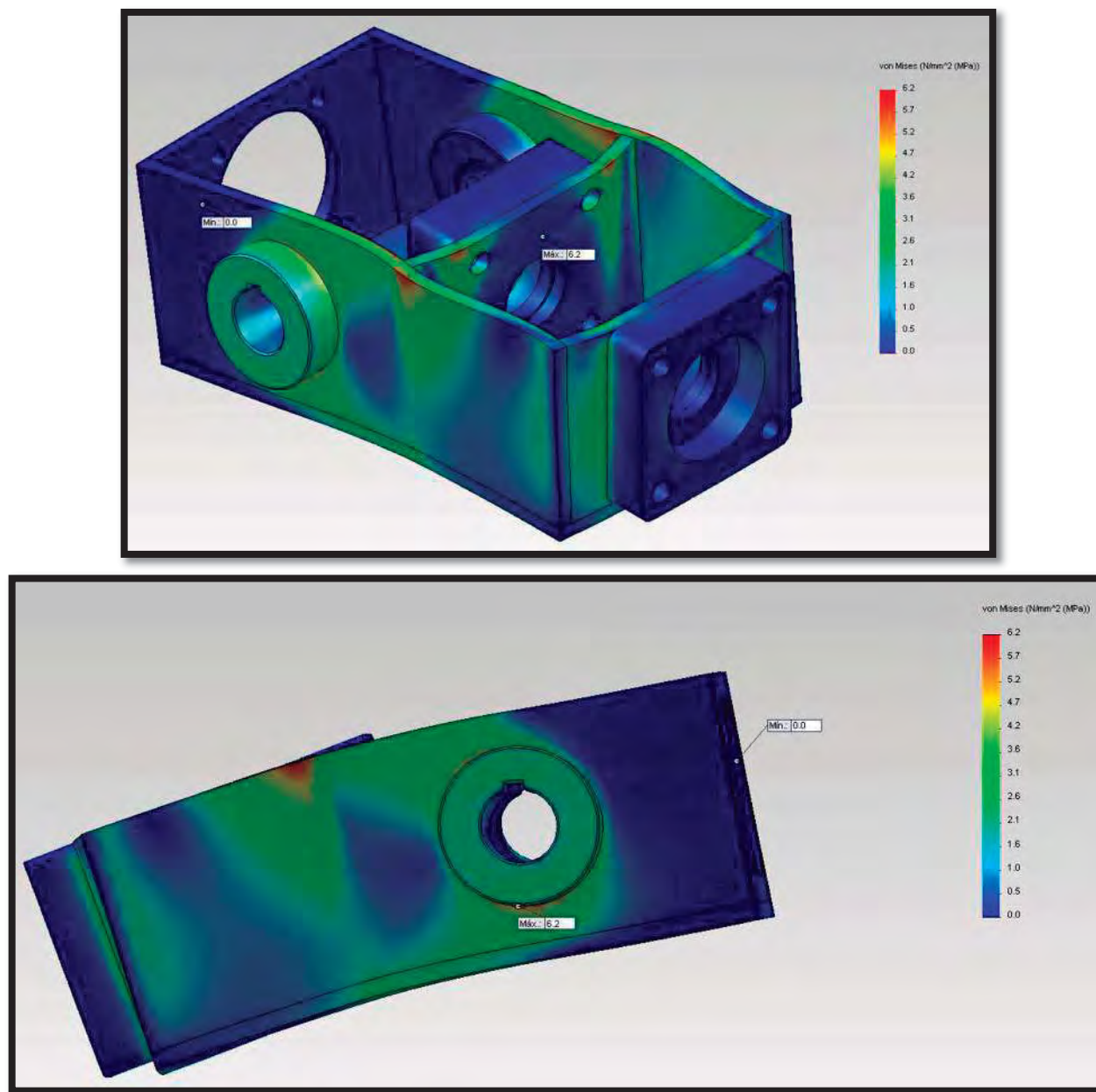


Figura 8.47 Nuevo trazado de Von Mises para eslabón 4.

El valor máximo alcanzado con una malla más refinada es de 6.2 MPa que comparándolo con los 5.2 MPa la diferencia no es tan significativa y por lo tanto el factor de seguridad sigue un tanto elevado.

8.5 Análisis para el eslabón 3

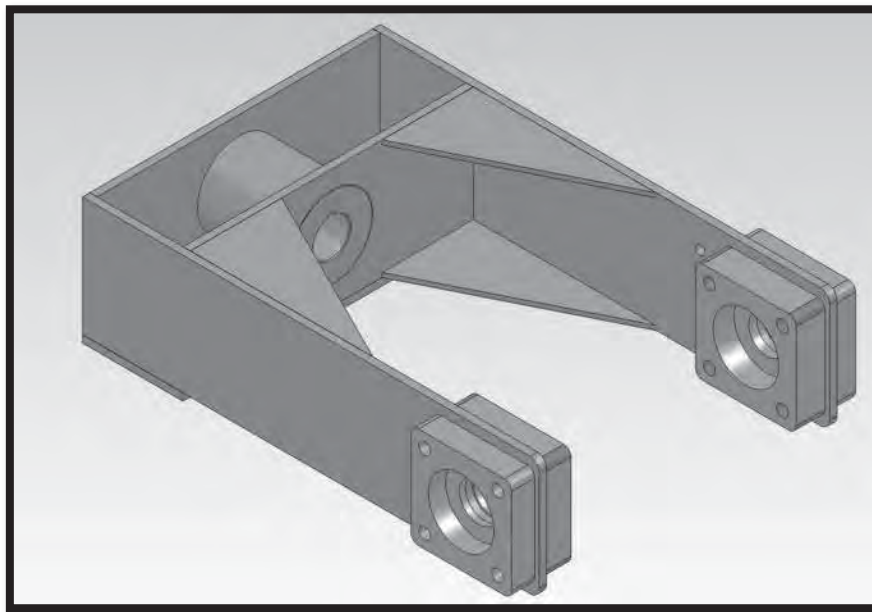
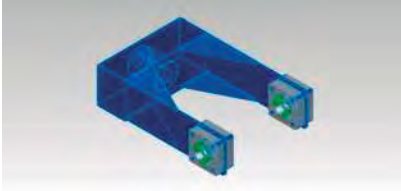


Figura 8.48 Eslabón 3.

Propiedades de material

Referencia de modelo	Propiedades
	Nombre: 6061-T6 (SS)
	Tipo de modelo: Isotrópico elástico lineal
	Límite elástico: 2.75e+008 N/m²
	Límite de tracción: 3.1e+008 N/m²
	Módulo elástico: 6.9e+010 N/m²
	Coefficiente de Poisson: 0.33
	Densidad: 2700 kg/m³
	Módulo cortante: 2.6e+010 N/m²
	Coefficiente de dilatación térmica: 2.4e-005 /Kelvin

Se sabe que el eslabón estará sujeto a un par máximo ejercido por el motor RSF-32A-100-E 200 sobre él y el cual se aplica en el buje, además también se colocará la carga correspondiente a la masa del motor RKF-32A-100-E 200 de 9.5 kg.

En la figura 8.49 se muestran el tipo de sujeción y las cargas aplicadas. En la figura se puede observar que se consideraron sujeciones del tipo fijas justo en el lugar de los rodamientos, se agregó

el par torsional máximo que se produce sobre el eslabón de 88.983 N.m y la masa de motor equivalente a 93.2 N.

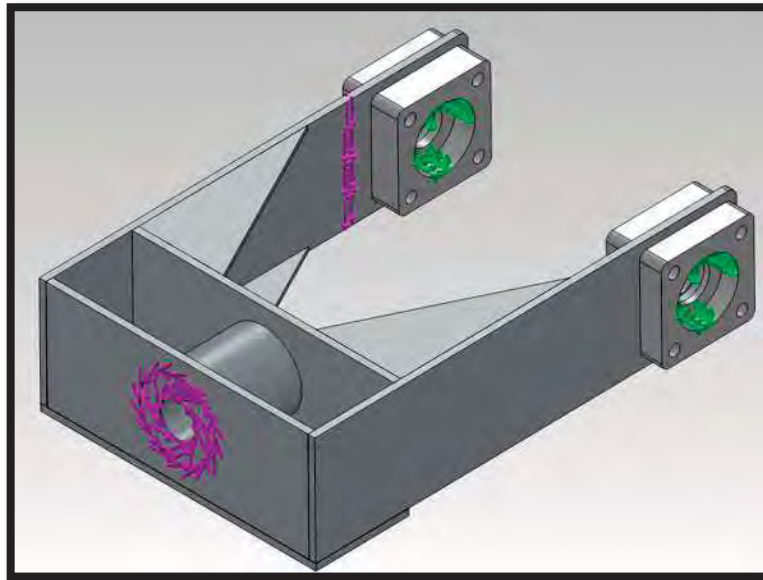


Figura 8.49 Sujeción y carga sobre el eslabón 3.

El mallado del eslabón se puede observar en la figura 8.50.

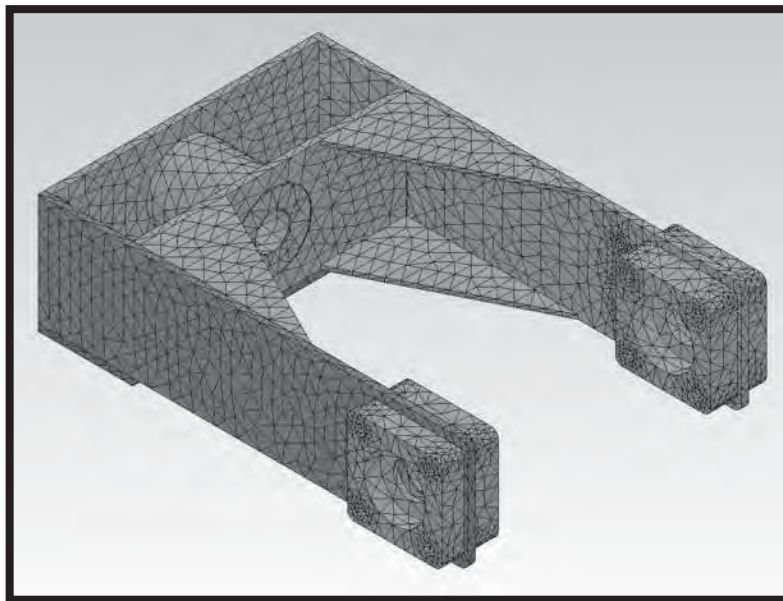


Figura 8.50 Malla para eslabón 3.

Información de malla

Tipo de malla	Malla sólida
---------------	--------------

Mallador utilizado:	Malla basada en curvatura
Puntos jacobianos	4 Puntos
Tamaño máximo de elemento	18.1858 mm
Tamaño mínimo del elemento	3.6372 mm
Calidad de malla	Elementos cuadráticos de alto orden
Número total de nodos	49522
Número total de elementos	26551
Tiempo para completar la malla (hh:mm:ss):	00:07:01

Los resultados se muestran a continuación. Se comienza con las tensiones de Von Mises las cuales se pueden observar en la figura 8.51. En la figura se puede observar que el valor de la tensión máxima es de 6 MPa y el cual se encuentra muy por debajo del límite elástico del material.

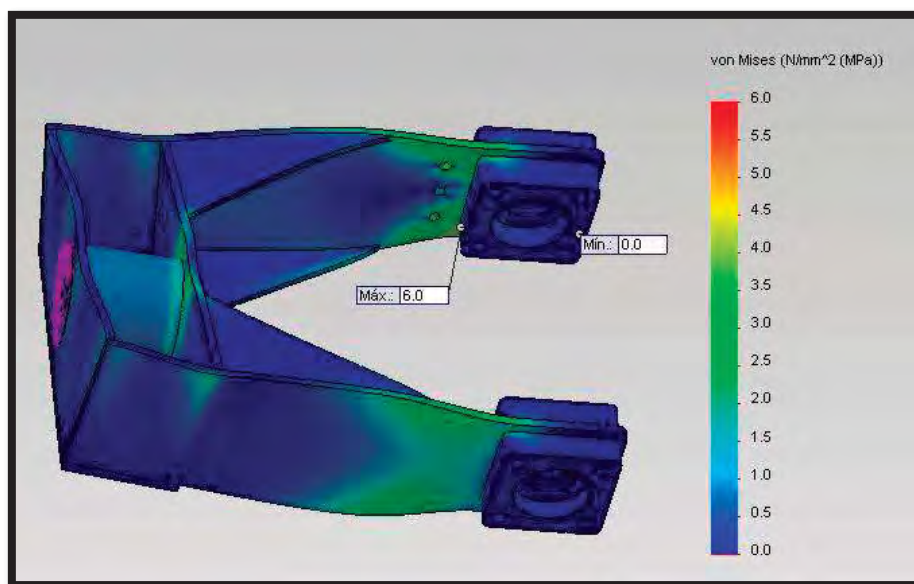


Figura 8.51 Tensión de Von Mises para eslabón 3.

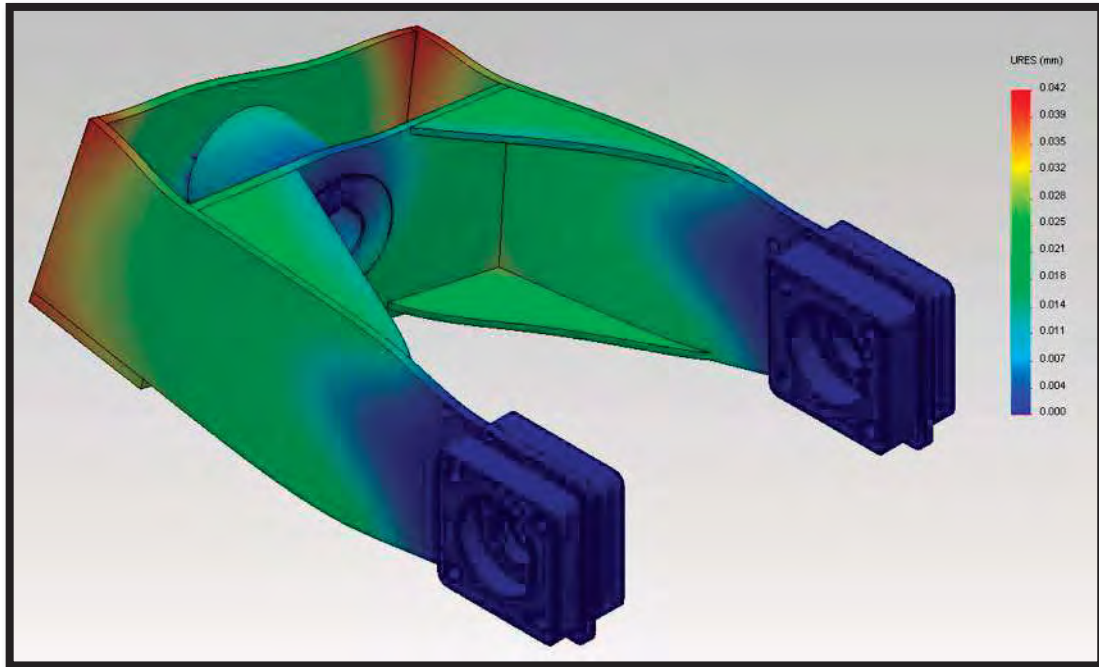


Figura 8.52 Resultante de desplazamiento para eslabón 3.

En la figura 8.52 se puede observar la resultante de desplazamiento, la cual tiene un valor máximo de 0.042 mm y ocurre del lado en donde se aplica el torque. El trazado del factor de seguridad se muestra en la figura 8.53. El factor de seguridad mínimo es de 46.15, por lo que el eslabón estará trabajando sin temor a fallas.

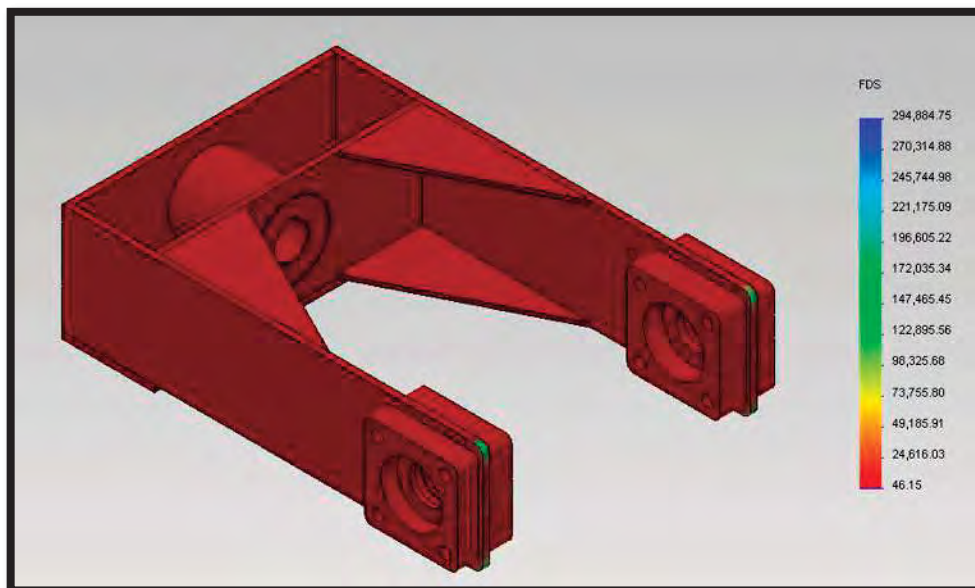


Figura 8.53 Trazado del factor de seguridad para eslabón 3.

Un factor importante a considerar es que sobre éste eslabón ya es considerable el peso de los eslabones 4, 5, 6 y 7, por lo que en algún momento los pesos de estos eslabones actuarán como se muestra en la figura 8.54.

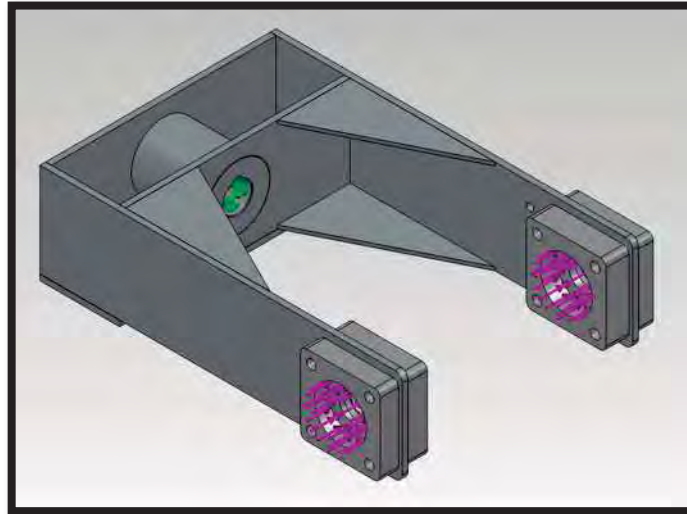


Figura 8.54 Pesos de los actuadores y de los eslabones 4, 5, 6 y 7 en cierto instante.

El valor de las cargas colocadas sobre el eslabón son la suma de los eslabones 4,5, 6 y 7 y el peso de los actuadores con un total de 294 N. Utilizando la misma malla del análisis anterior se obtienen los valores de las tensiones de Von Mises las cuales se observan en la figura 8.55.

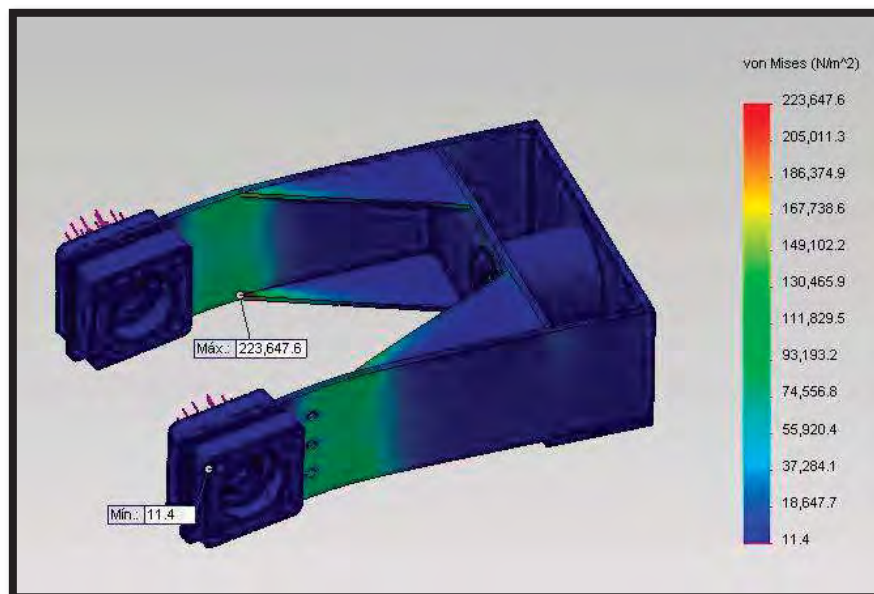


Figura 8.55 Tensión de Von Mises con los pesos de los eslabones 4, 5, 6,7 y de los actuadores.

En la figura 8.33 se observa que el valor máximo de tensión de Von Mises es 223647.6 MPa, valor que se encuentra muy por debajo del límite elástico. Para saber qué tan seguro es el eslabón se hace el trazado del factor de seguridad, el cual se muestra en la figura 8.56.

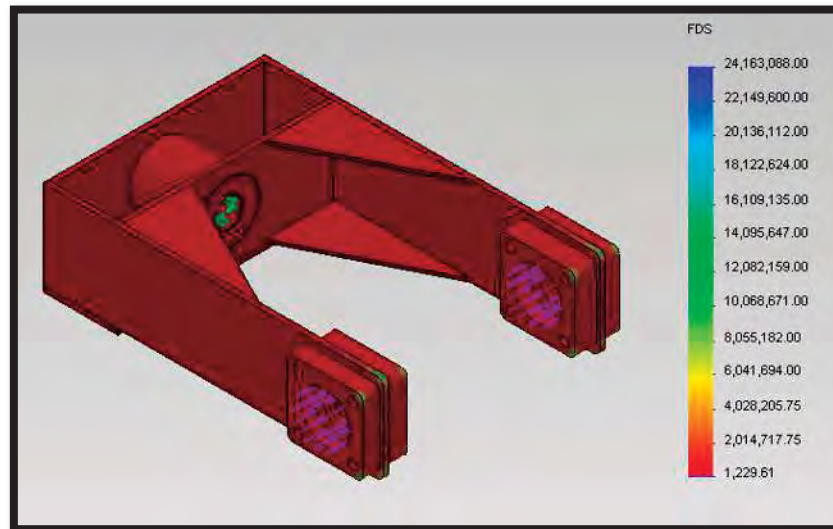


Figura 8.56 Trazado del factor de seguridad para carga lateral en eslabón 3.

El factor de seguridad mínimo es de 1229.61, el cual es un valor muy elevado, por lo que se puede hacer una optimización de diseño reduciendo espesores. Por otro lado la deformación que sufrirá en el sentido de aplicación de la carga se puede observar en la figura 8.57. En la figura se puede observar que el desplazamiento máximo que podría sufrir es de 0.007 mm.

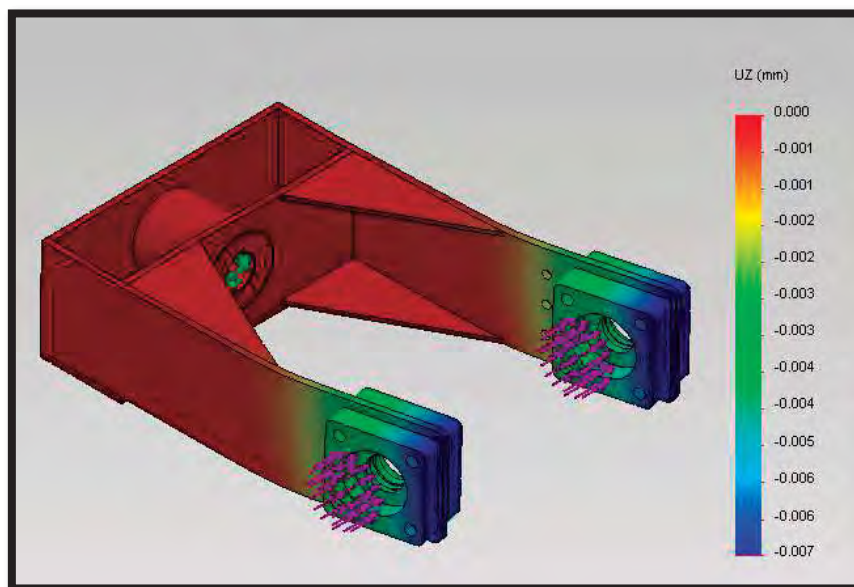


Figura 8.57 Desplazamiento en la dirección de la carga.

También es importante analizar la flecha de la articulación 4.

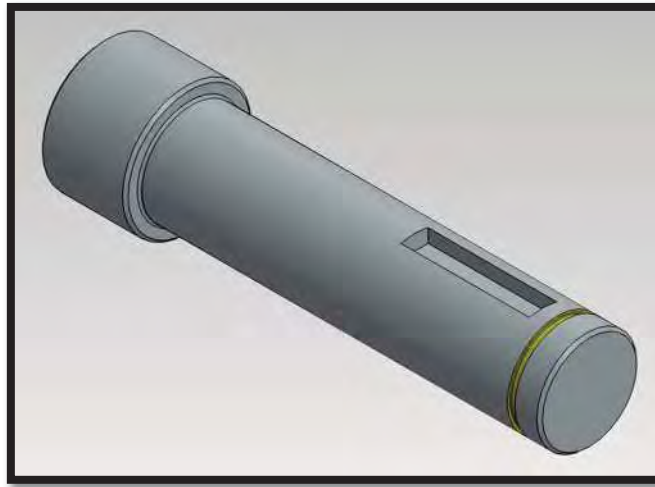
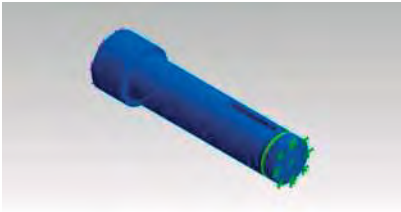


Figura 8.58 Flecha de transmisión para articulación 4.

Propiedades de material

Referencia de modelo	Propiedades
	Nombre: 6061-T6 (SS)
	Tipo de modelo: Isotrópico elástico lineal
	Límite elástico: 2.75e+008 N/m²
	Límite de tracción: 3.1e+008 N/m²
	Módulo elástico: 6.9e+010 N/m²
	Coefficiente de Poisson: 0.33
	Densidad: 2700 kg/m³
	Módulo cortante: 2.6e+010 N/m²
	Coefficiente de dilatación térmica: 2.4e-005 /Kelvin

Para el análisis de esta flecha se consideró una unión del tipo rígida sobre la cara que ensambla con el eslabón y una fuerza de torsión de 94.176 N.m.

La malla de la flecha se muestra en la figura 8.59.

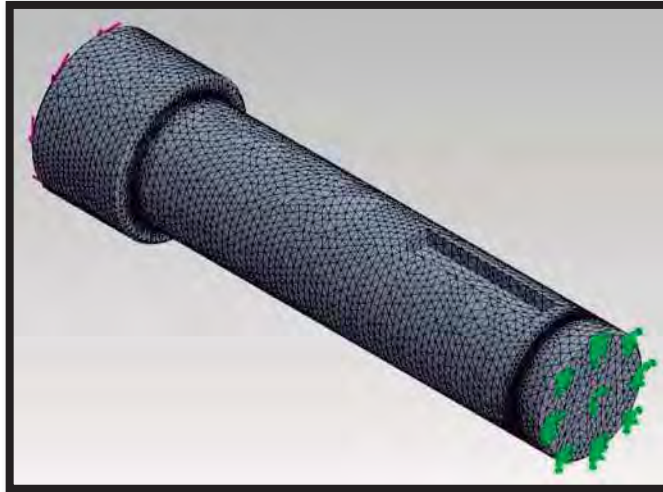


Figura 8.59 Malla de la flecha para articulación 4.

Una vez mallado el modelo se procede con la solución. En la figura 8.60 se muestran las tensiones de Von Mises para la flecha, el máximo valor obtenido es de 71.3 MPa el cual se encuentra por debajo del límite elástico del material.

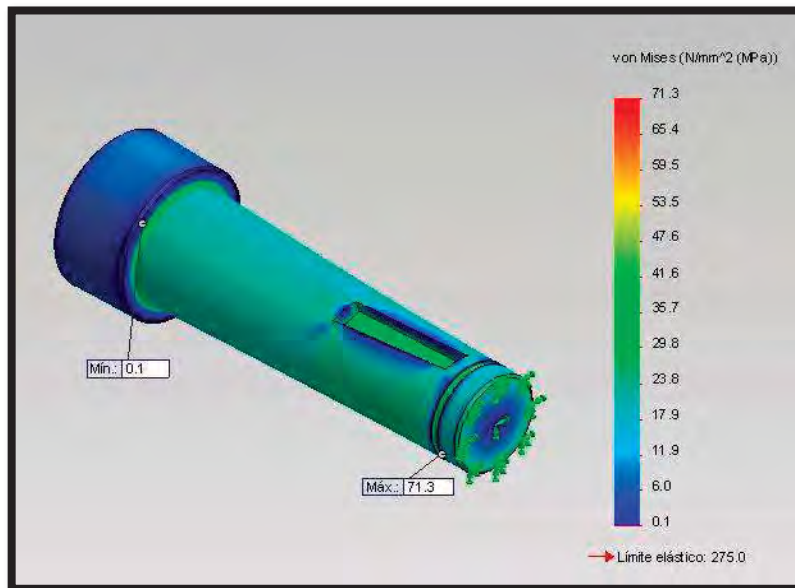
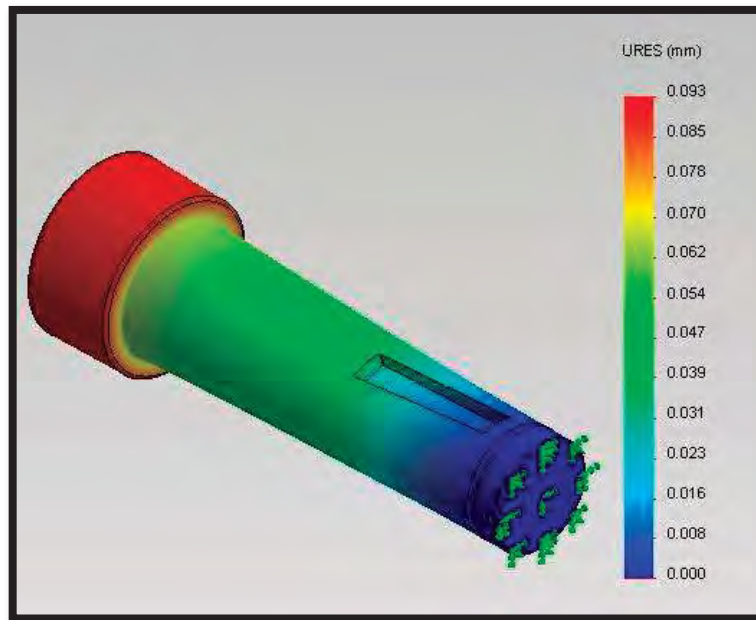


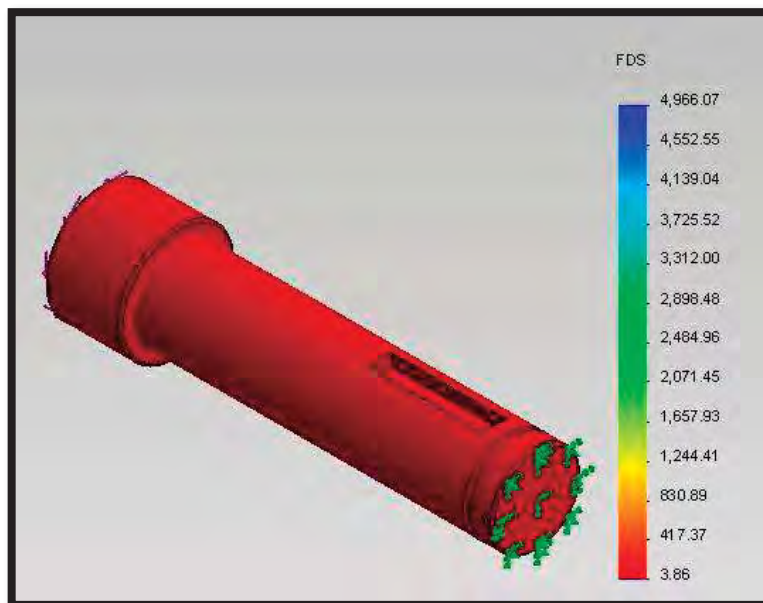
Figura 8.60 Tensiones de Von Mises para flecha de articulación 4.

La resultante de desplazamiento se muestra en la figura 8.61 con un valor máximo de 0.372 mm el cual se encuentra ubicado, como es de esperarse, en el extremo opuesto de la sujeción.



8.61 Resultante de desplazamiento para flecha articulacion 4.

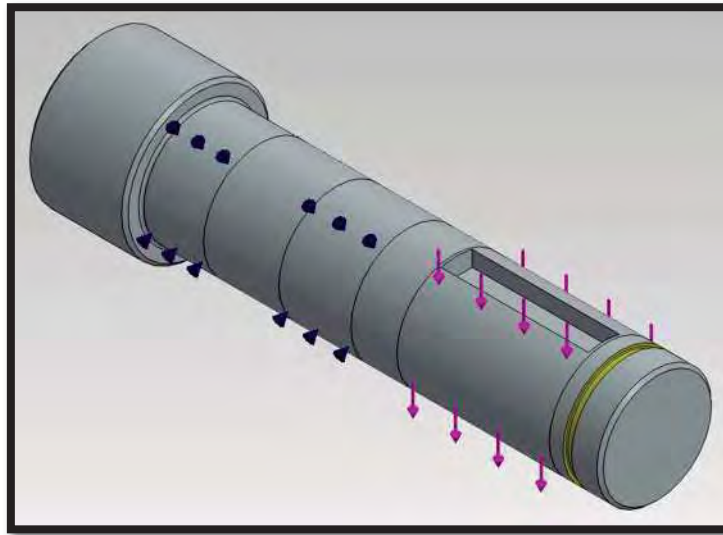
El factor de seguridad en base al criterio de Von Mises de la flecha se muestra en la figura 8.62. Se puede observar que el valor mínimo es de 3.86, lo cual es un valor aceptable.



8.62 Trazado del factor de seguridad flecha articulación 4.

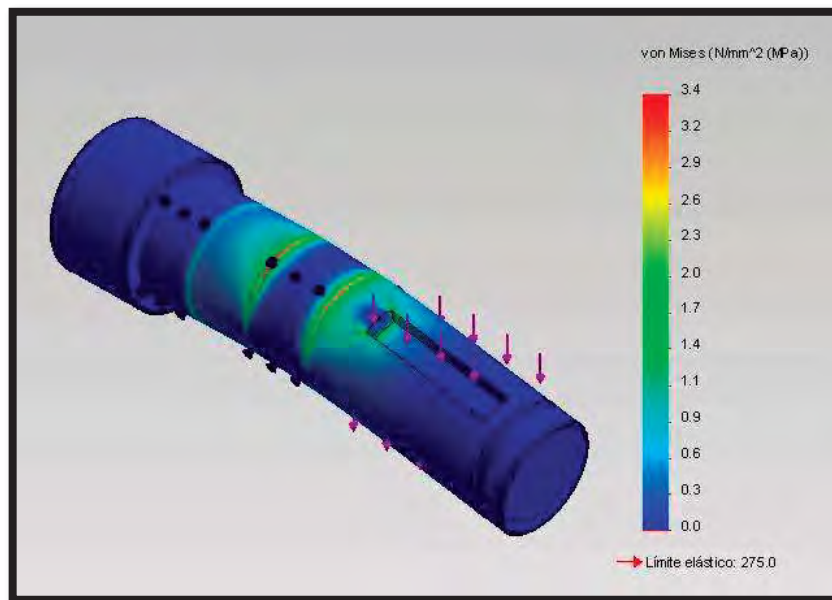
Para esta flecha, también será importante conocer cómo están actuando los esfuerzos a cortante, puesto que el peso que carga ya es considerable en comparación de las anteriores. Por lo tanto, se considerarán sujeciones del tipo rodamiento, para simular los rodamientos en los que se soporta, y una carga que actúa en sentido vertical, la cual tendrá un peso equivalente a los pesos de

los eslabones 4, 5, 6, 7 y de los actuadores dividido entre dos. Es decir tendrá un valor de $294/2$ N. Véase la figura 8.63.



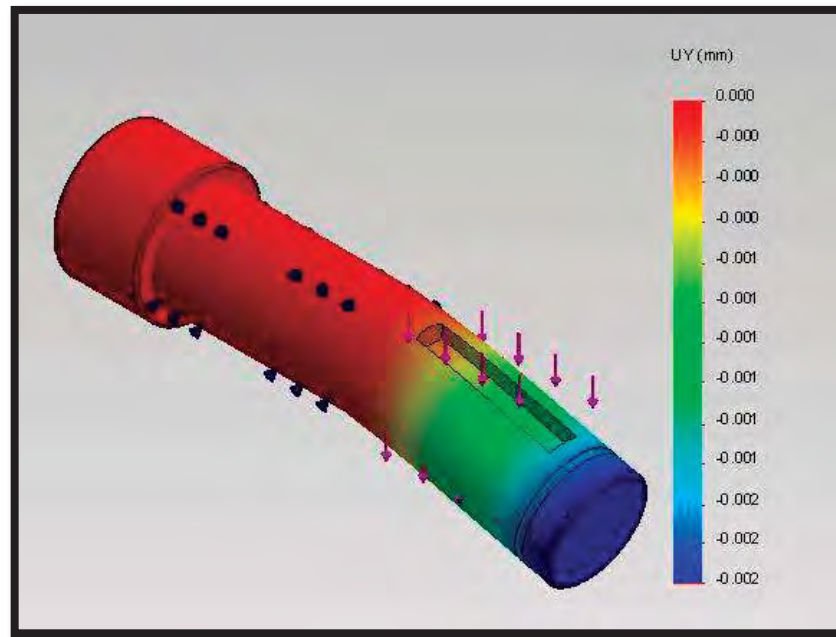
8.63 Flecha 4ª articulación a cortante.

Se utilizó la misma malla anterior y los resultados de las tensiones de Von Mises son los siguientes. Observe la figura 8.64, se puede ver que el máximo valor es de 3.4 MPa lo cual está muy por debajo del límite elástico del material y por lo tanto, la flecha será segura.



8.64 Tensiones de Von Mises para la flecha 4ª articulación a cortante.

Los desplazamientos en la dirección de la carga se pueden observar en la figura 8.65. Se puede notar que el valor máximo es de 0.002 mm.



8.65 Tensiones de Von Mises para la flecha 4ª articulación a cortante.

8.6 Análisis para el eslabón 2

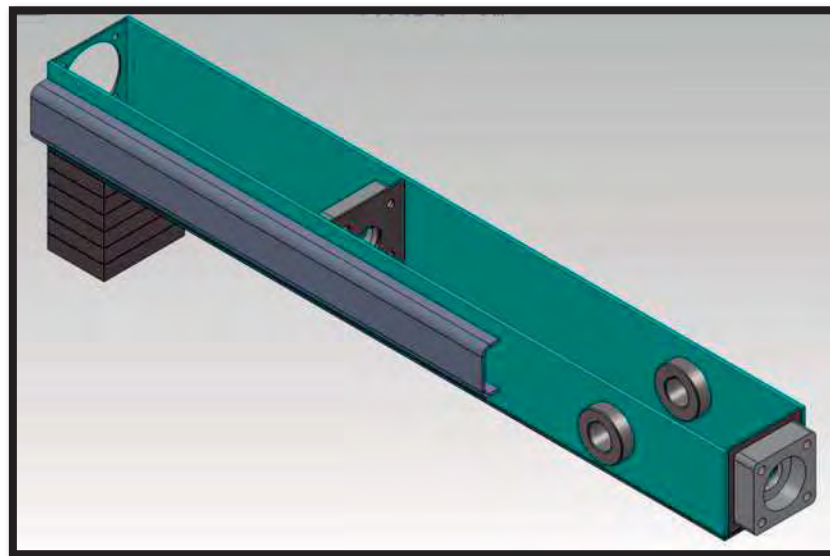
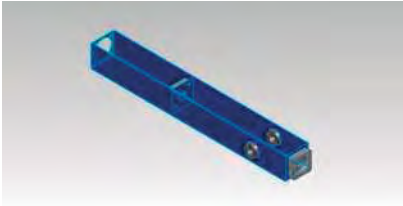
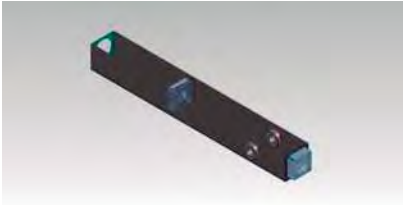


Figura 8.66 Eslabón 2.

Propiedades de material

Referencia de modelo	Propiedades
	Nombre: ASTM A36 Acero Tipo de modelo: Isotrópico elástico lineal Límite elástico: 2.5e+008 N/m² Límite de tracción: 4e+008 N/m² Módulo elástico: 2e+011 N/m² Coeficiente de Poisson: 0.26 Densidad: 7850 kg/m³ Módulo cortante: 7.93e+010 N/m²
	Nombre: AISI 1020 Tipo de modelo: Isotrópico elástico lineal Límite elástico: 3.51571e+008 N/m² Límite de tracción: 4.20507e+008 N/m² Módulo elástico: 2e+011 N/m² Coeficiente de Poisson: 0.29 Densidad: 7900 kg/m³ Módulo cortante: 7.7e+010 N/m² Coeficiente de dilatación térmica: 1.5e-005 /Kelvin
	Nombre: 6061-T6 (SS) Tipo de modelo: Isotrópico elástico lineal Límite elástico: 2.75e+008 N/m² Límite de tracción: 3.1e+008 N/m² Módulo elástico: 6.9e+010 N/m² Coeficiente de Poisson: 0.33 Densidad: 2700 kg/m³ Módulo cortante: 2.6e+010 N/m² Coeficiente de dilatación térmica: 2.4e-005 /Kelvin

Se consideraron dos formas de análisis para éste eslabón. En la primera, se considerará el efecto que tiene el peso del contrapeso en toda la estructura del eslabón fijado solamente en los bujes soportes. En la segunda, se considerará el efecto que tiene el par torsional sobre la estructura del eslabón y que estaría sujeta en el lugar del contrapeso. Se podrían considerar más tipos de análisis, pero estas dos formas serían las que más exigirían al eslabón. Se sabe que el eslabón estará sujeto a un par máximo ejercido por el motor RSF-32A-100-E 200 sobre él y aplicado en el buje del lado izquierdo, para los cálculos se supondrá que el lado derecho también está sometido al mismo torque, además también se colocará la carga correspondiente a la masa del motor de la articulación 3 que también es un modelo RSF-32A-100-E 200 de 8.7 kg.



Para el primer caso, obsérvese la figura 8.67. Se sustituyen los contrapesos por una carga equivalente a la suma de ellos y que es igual a 167.2 N, además, el peso del motor que es igual a 85.3 N

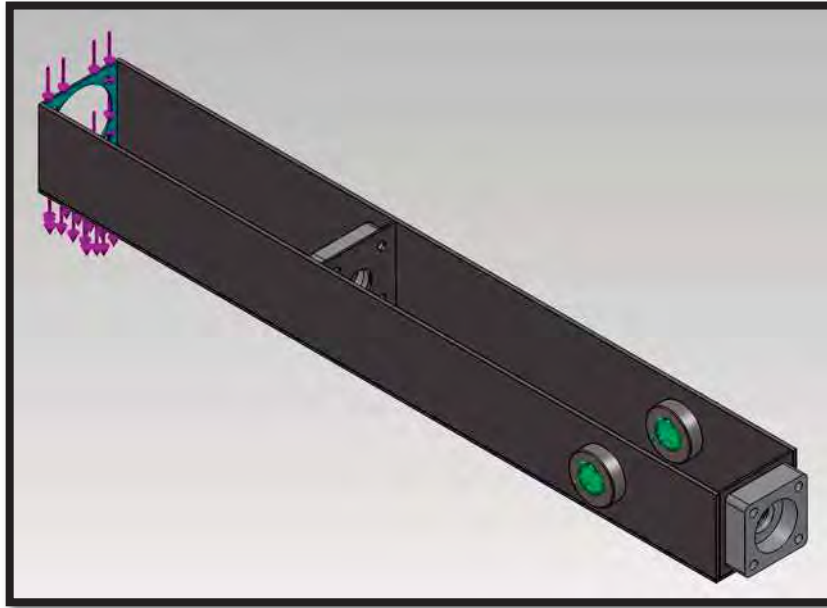


Figura 8.67 Sujeción y carga sobre el eslabón 2 primer caso.

Se hizo una malla lo más fina posible, con refinamientos en puntos con posible mayor concentración de esfuerzos. La malla se puede ver en la figura 8.68

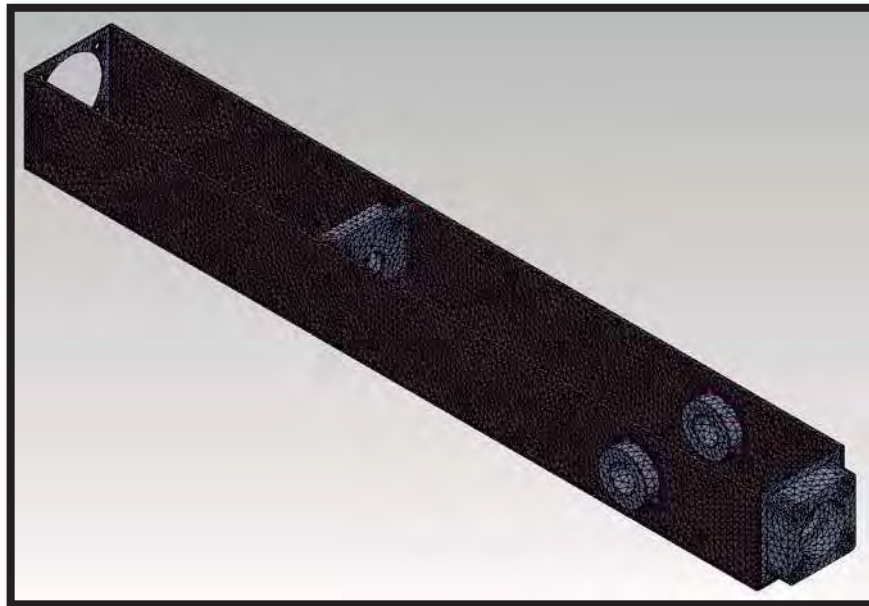


Figura 8.68 Malla para eslabón 2.

Información de malla

Tipo de malla	Malla sólida
Mallador utilizado:	Malla basada en curvatura
Puntos jacobianos	4 Puntos
Tamaño máximo de elemento	10 mm
Tamaño mínimo del elemento	2 mm
Calidad de malla	Elementos cuadráticos de alto orden
Número total de nodos	111549
Número total de elementos	56525
Tiempo para completar la malla (hh:mm:ss):	00:08:10

Una vez realizado el mallado se procede a la obtención de los resultados. Se comienza con las tensiones de Von Mises las cuales se pueden observar en la figura 8.69. En la figura se puede observar que el valor de la tensión máxima es de 6.8 MPa, lo cual está muy por debajo del límite elástico del material.

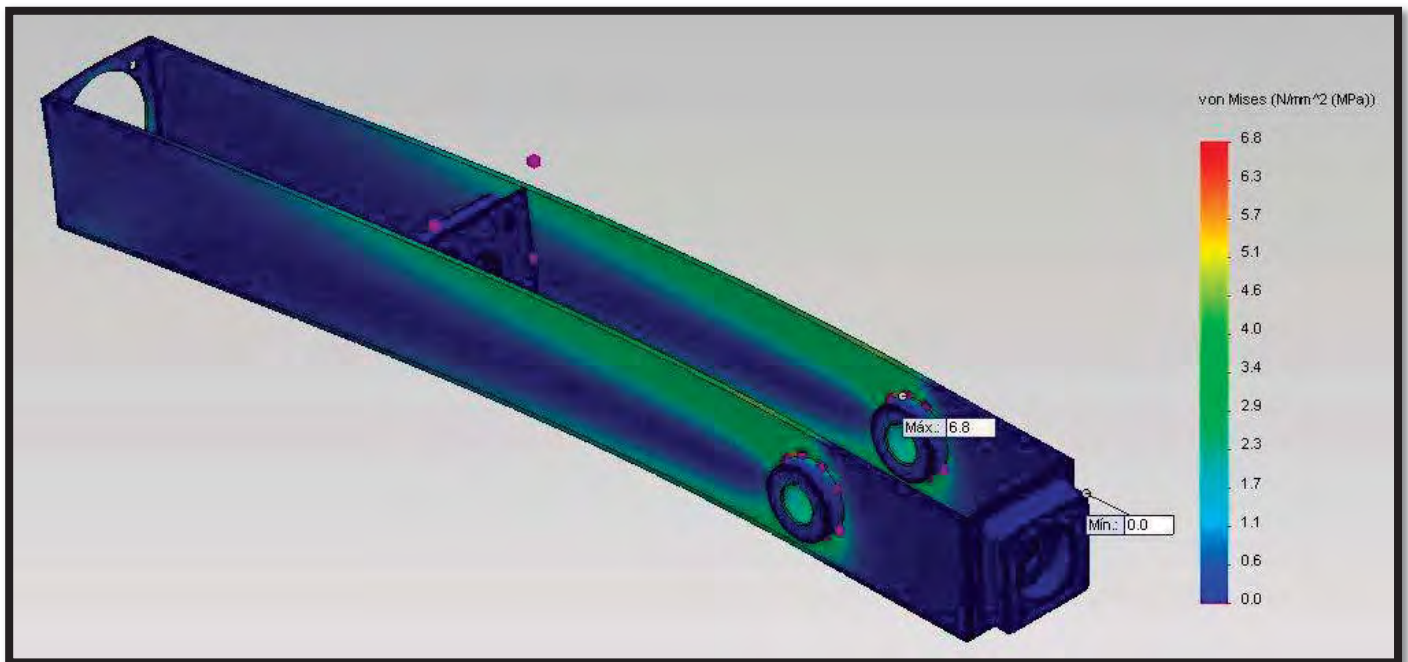


Figura 8.69 Tensión de Von Mises para eslabón 2.

La resultante de desplazamientos, se puede observar en la figura 8.70. Se puede ver que el desplazamiento máximo es de 0.107 mm.

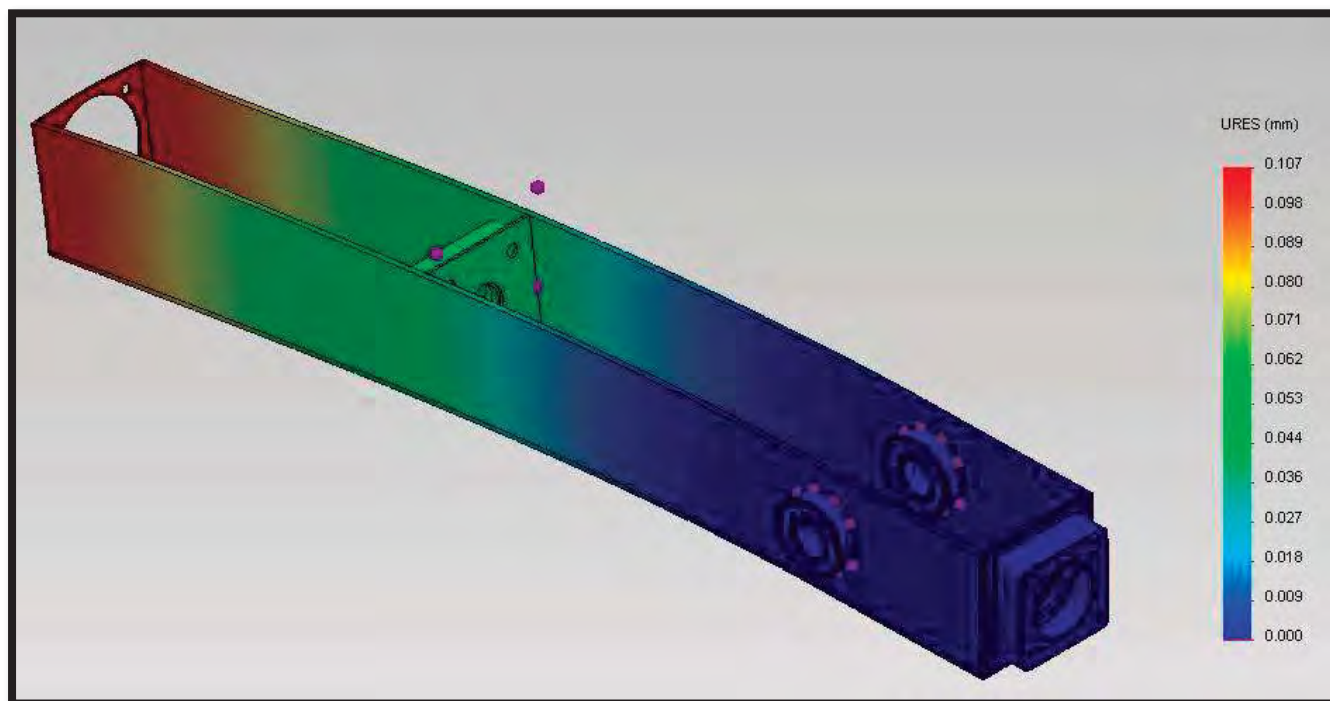


Figura 8.70 Resultante de desplazamiento para eslabón 2.

Y por último, para saber qué tan segura es la estructura del eslabón, se traza el factor de seguridad. Véase la figura 8.71. El valor mínimo es de 36.5, lo que indica que es una estructura segura

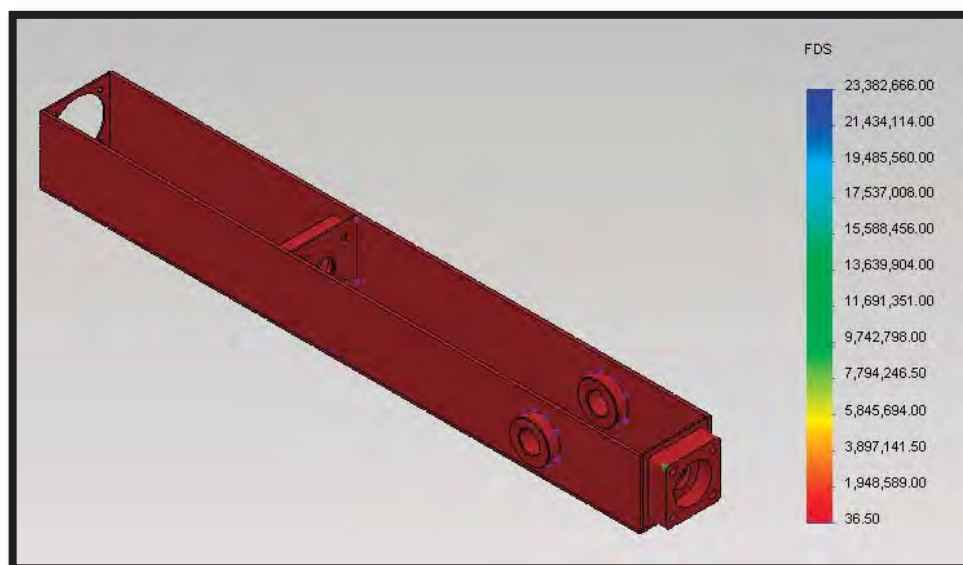


Figura 8.71 Trazado del factor de seguridad para eslabón 2.

Ahora, para el segundo caso, observe la figura 8.72 y note cómo se colocaron las cargas y las restricciones.

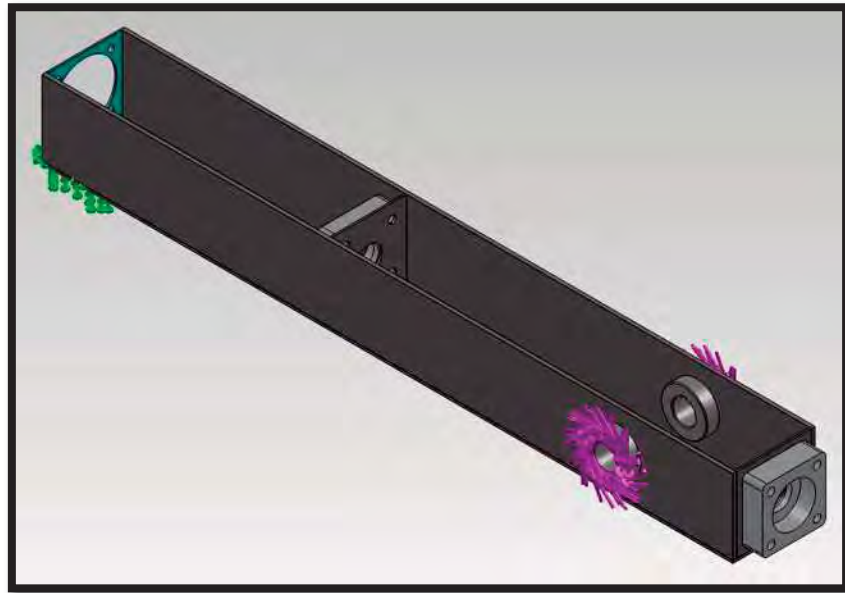


Figura 8.72 Colocación de cargas y sujeción para el caso 2 del eslabón 2.

Se utiliza la misma calidad de malla para el segundo caso. Los resultados de tensiones de Von Mises se pueden observar en la figura 8.73. Se puede ver que el máximo valor es de 9.1 MPa, lo cual está muy por debajo del límite elástico de los materiales.

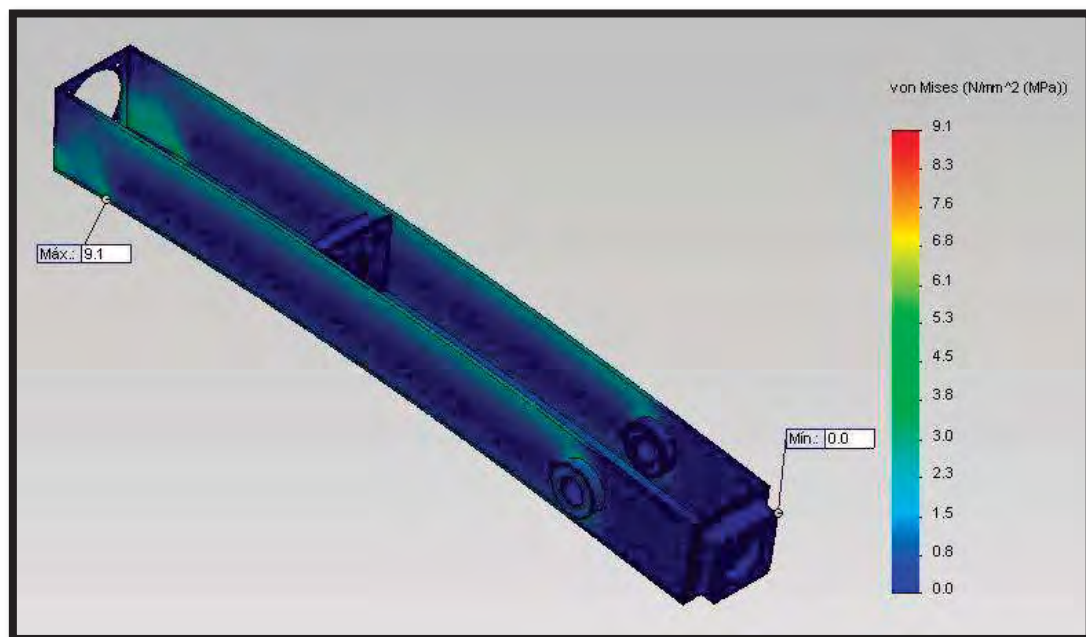


Figura 8.73 Resultado de las tensiones de Von Mises para el caso 2 del eslabón 2.

El trazado del factor de seguridad se puede ver en la figura 8.74. Se puede observar que el valor mínimo es de 27.54, lo que indica que será una estructura segura.

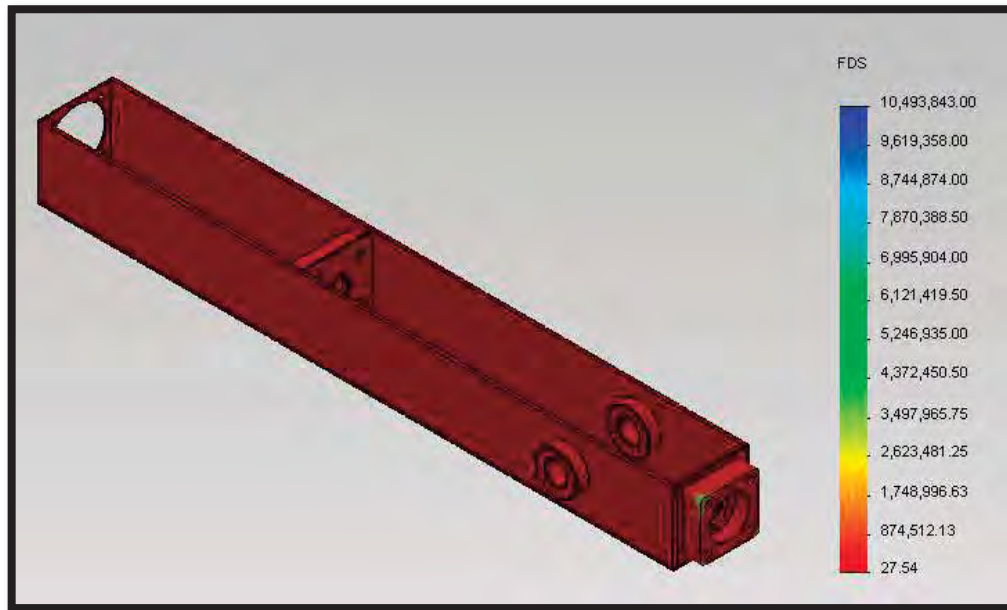


Figura 8.74 Trazado del factor de seguridad para el caso 2

También es necesario analizar la flecha de la articulación 3, esta flecha se encarga de pasar la transmisión desde el actuador hacia el eslabón 3. La flecha se muestra en la figura 8.75.

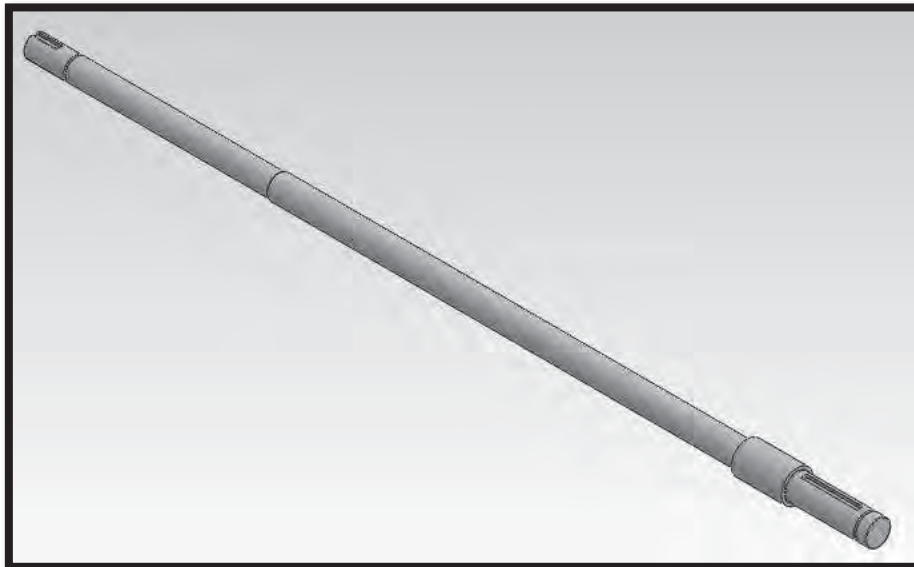


Figura 8.75 Flecha de articulación 3

Propiedades de material

Referencia de modelo	Propiedades
	Nombre: 6061-T6 (SS)
	Tipo de modelo: Isotrópico elástico lineal
	Límite elástico: $2.75e+008 \text{ N/m}^2$
	Límite de tracción: $3.1e+008 \text{ N/m}^2$
	Módulo elástico: $6.9e+010 \text{ N/m}^2$
	Coefficiente de Poisson: 0.33
	Densidad: 2700 kg/m^3
	Módulo cortante: $2.6e+010 \text{ N/m}^2$
	Coefficiente de dilatación térmica: $2.4e-005 / \text{Kelvin}$

Debido a que la flecha tiene mucha longitud, para su análisis será necesario considerar soportes simulando los rodamientos, ya que de otra forma se presentarían deformaciones muy grandes, lo cual no sucedería en el modelo físico real.

Para el análisis de esta flecha se consideró una unión entre componentes del tipo sin penetración y una fuerza de torsión de 88.983 N.m ejercida por el actuador RSF-32A-100-E 200. Además se consideró fijaciones en las caras de los soportes y en una de las caras de la flecha. La malla y las sujeciones de la flecha se muestra en la figura 8.76.

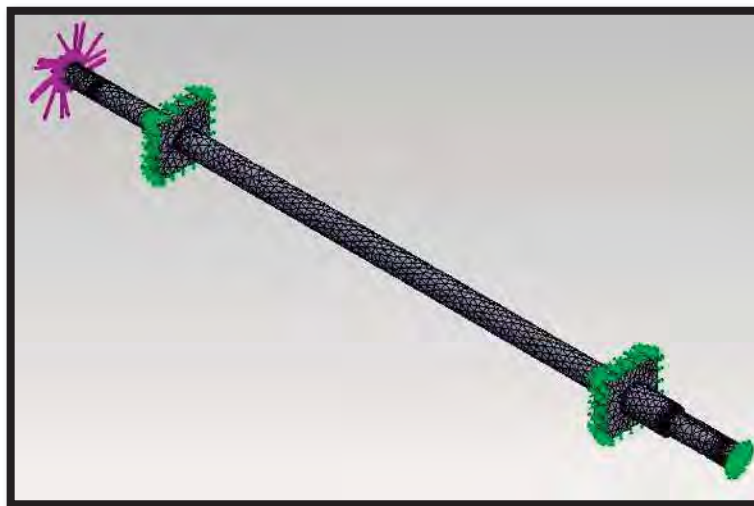


Figura 8.76 Malla de la flecha para articulación 3.

Información de malla

Tipo de malla	Malla sólida
Mallador utilizado:	Malla basada en curvatura
Puntos jacobianos	4 Puntos
Tamaño máximo de elemento	12.845 mm
Tamaño mínimo del elemento	2.569 mm
Calidad de malla	Elementos cuadráticos de alto orden
Número total de nodos	45220
Número total de elementos	28281
Tiempo para completar la malla (hh:mm:ss):	00:05:10

Una vez mallado el modelo se procede con la solución. En la figura 8.77 se muestran las tensiones de Von Mises para la flecha, el máximo valor obtenido es de 112.151 MPa el cual se encuentra por debajo del límite elástico del material.

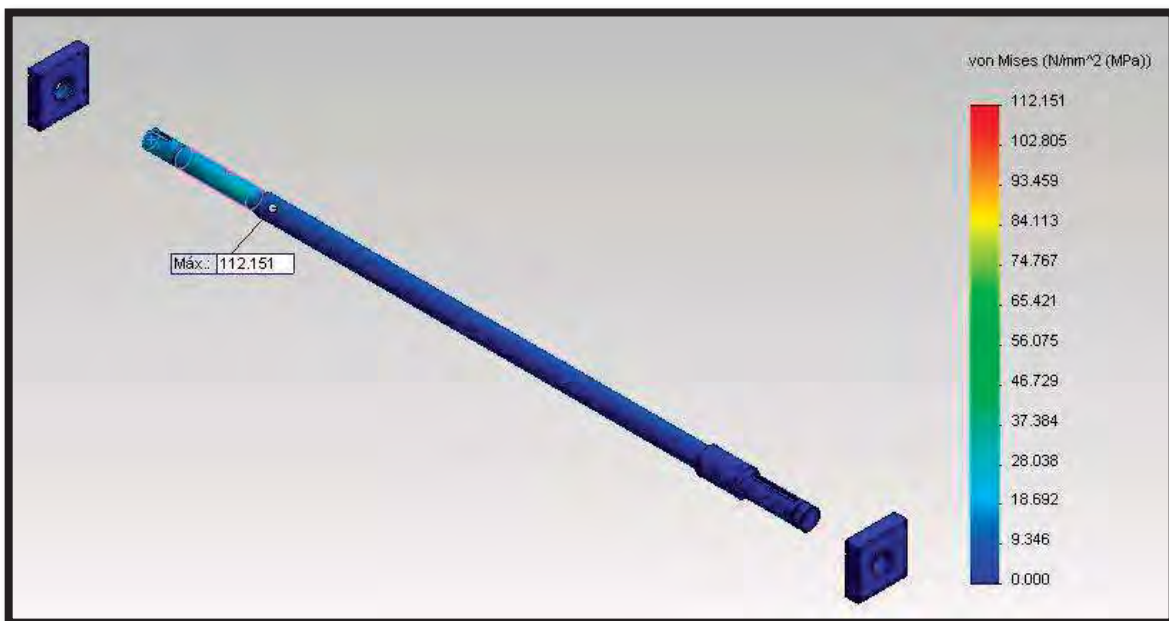
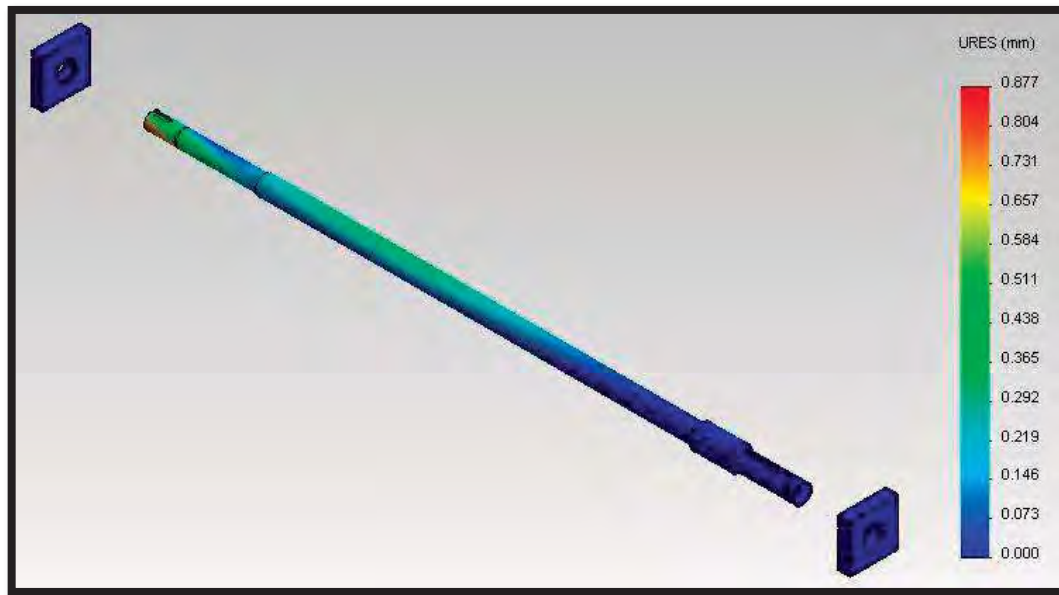


Figura 8.77 Tensiones de Von Mises para flecha de articulación 3.

La resultante de desplazamiento se muestra en la figura 8.78 con un valor máximo de 0.877 mm el cual se encuentra ubicado, como es de esperarse, en el extremo opuesto de la sujeción.



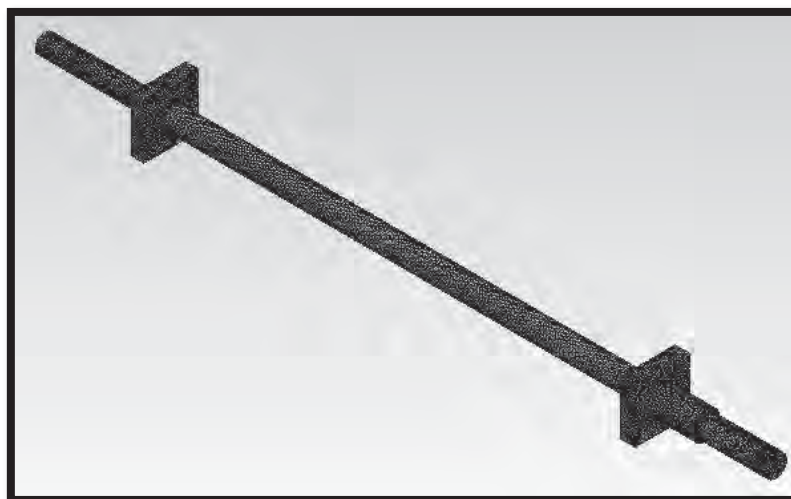
8.78 Resultante de desplazamiento para flecha articulacion 3.

El factor de seguridad en base al criterio de Von Mises de la flecha se muestra en la figura 8.79. Se puede observar que el valor mínimo es de 2.45, lo cual es un valor aceptable.



8.79 Trazado del factor de seguridad flecha articulación 3.

Se corrió nuevamente el análisis con una malla más fina, para observar si había alguna variación en los resultados. Observe la figura 8.80.

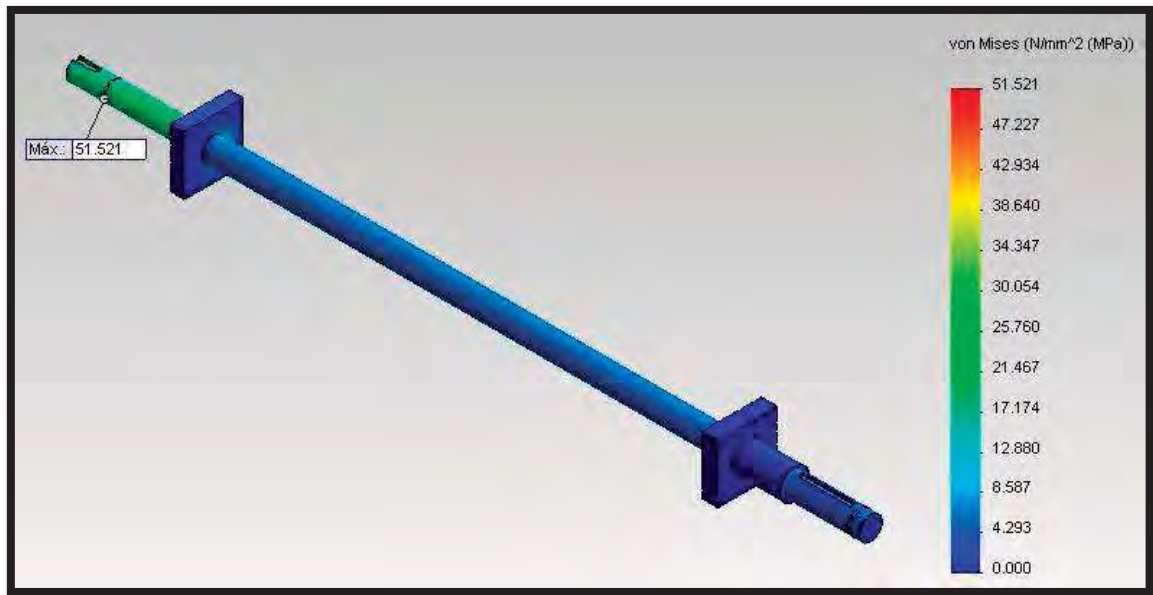


8.80 Malla más refinada para flecha de articulación 3.

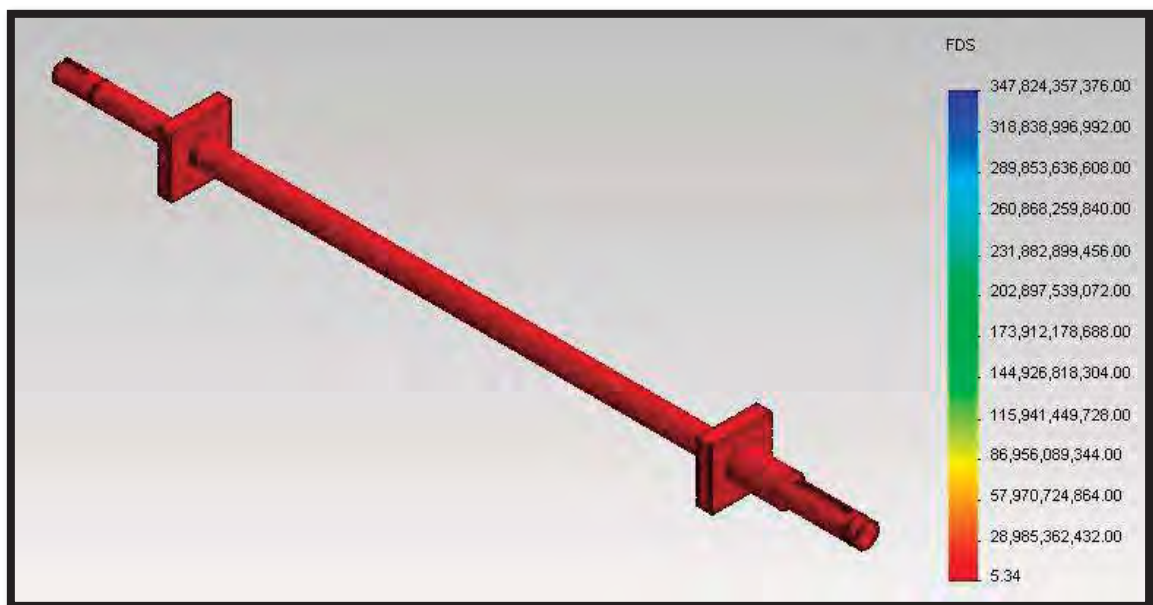
Información de malla

Tipo de malla	Malla sólida
Mallador utilizado:	Malla basada en curvatura
Puntos jacobianos	4 Puntos
Tamaño máximo de elemento	6 mm
Tamaño mínimo del elemento	2.569 mm
Calidad de malla	Elementos cuadráticos de alto orden
Número total de nodos	142077
Número total de elementos	93691
Tiempo para completar la malla (hh:mm:ss):	00:010:08

Los resultados fueron aún más favorables, es decir los esfuerzos fueron menores tal y como se observa en la figura 8.81. Se alcanzó un valor máximo de 51.521 Mpa, lo cual debe incrementar el factor de seguridad de la pieza como se observa en la figura 8.82 a 5.34.

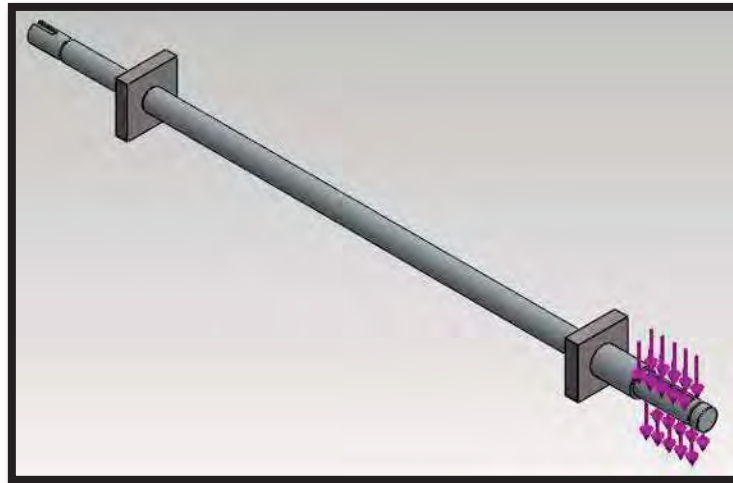


8.81 Nuevos resultados de Von Mises para una malla más refinada.



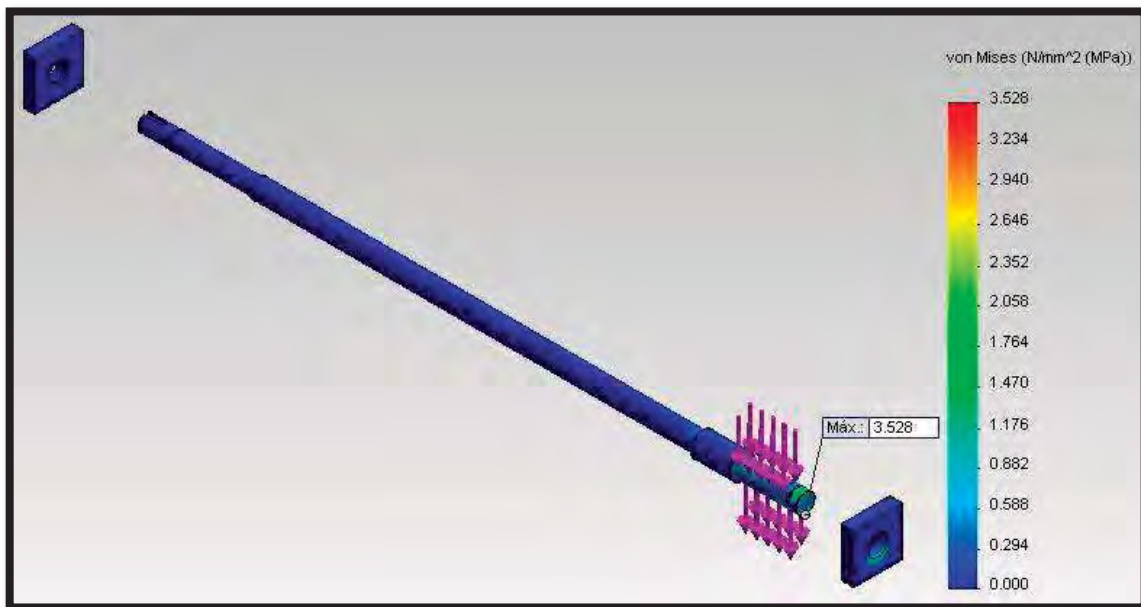
8.81 Factor de seguridad con malla refinada.

Para esta flecha, también será importante conocer cómo están actuando los esfuerzos a cortante. Por lo tanto, se considerarán los mismos elementos de apoyo para simular los rodamientos en los que se soporta, y una carga que actúa en sentido vertical, la cual tendrá un peso equivalente a los pesos de los eslabones 3, 4, 5, 6, 7 y de los actuadores, dando un peso total de 490 N. Véase la figura 8.80.



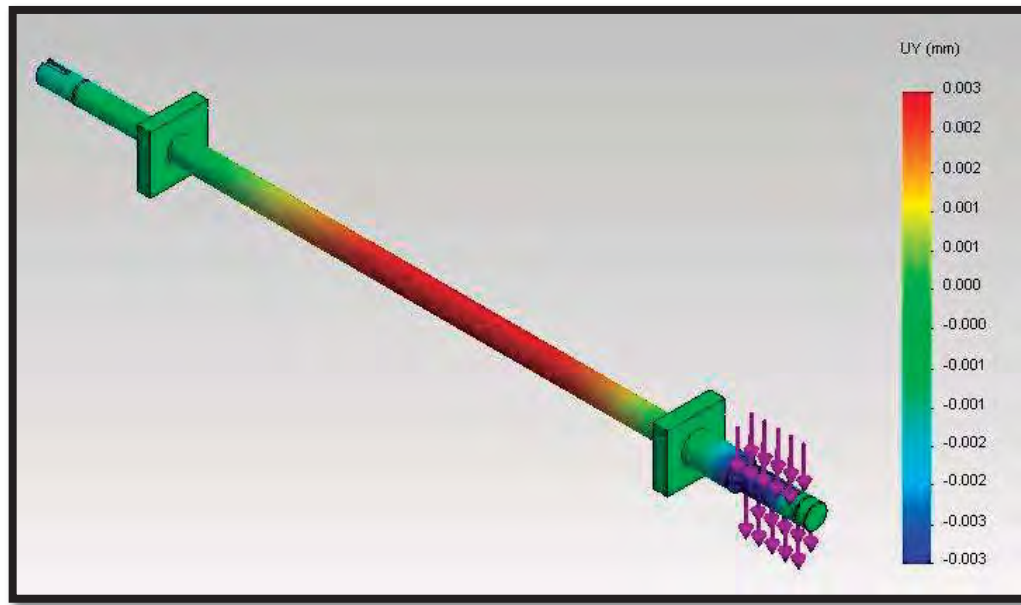
8.80 Flecha 4ª articulación a cortante.

Se utilizó la misma malla anterior y los resultados de las tensiones de Von Mises son los siguientes. Observe la figura 8.81, se puede ver que el máximo valor es de 3.528 MPa lo cual está muy por debajo del límite elástico del material y por lo tanto, la flecha será segura.



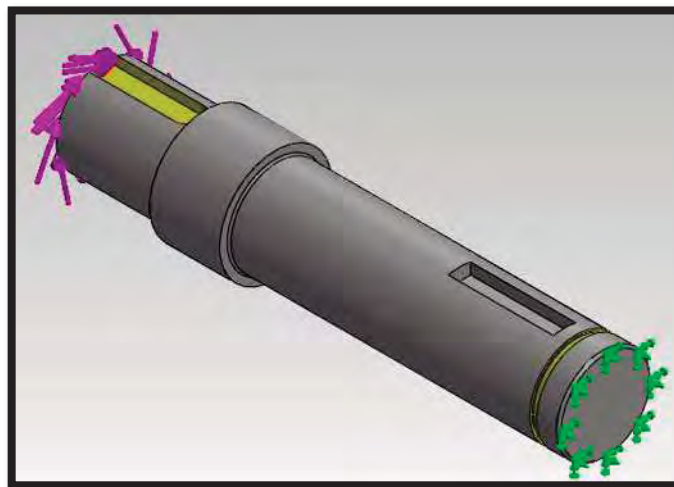
8.81 Tensiones de Von Mises para la flecha 3a articulación a cortante.

Los desplazamientos en la dirección de la carga se pueden observar en la figura 8.82. Se puede notar que el valor máximo es de 0.003 mm.



8.82 Tensiones de Von Mises para la flecha 3a articulación a cortante.

También se realizó el análisis de la flecha de la segunda articulación que va acoplada con el motor, la cual se muestra en la figura 8.83 y está sometida al par torsional del actuador RSF-32A-100-E 200 con par máximo de 60.833 N.m.

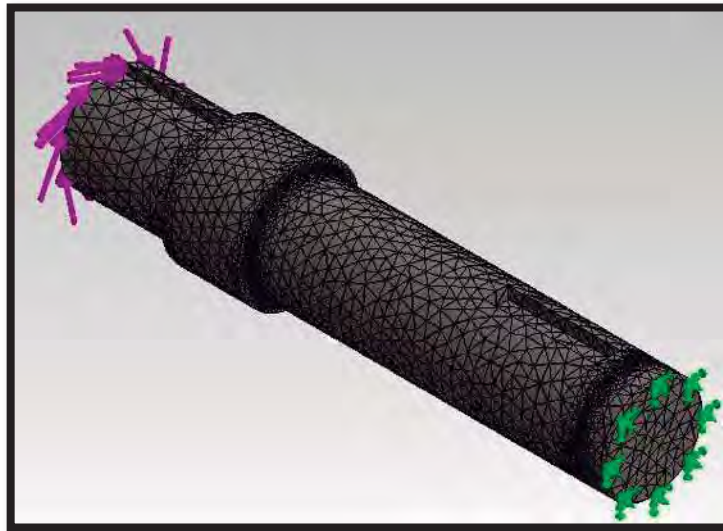


8.83 Flecha de articulación 2.

Propiedades de material

Referencia de modelo	Propiedades
	Nombre: AISI 1020
	Tipo de modelo: Isotrópico elástico lineal
	Límite elástico: 3.51571e+008 N/m²
	Límite de tracción: 4.20507e+008 N/m²
	Módulo elástico: 2e+011 N/m²
	Coefficiente de Poisson: 0.29
	Densidad: 7900 kg/m³
	Módulo cortante: 7.7e+010 N/m²
	Coefficiente de dilatación térmica: 1.5e-005 /Kelvin

Al igual que como se han puesto los parámetros de las anteriores, se colocó un par torsional sobre el lado que va el motor y se fijó la cara opuesta de la flecha. La malla de la flecha se puede ver en la figura 8.84. Se creó una malla refinada y con mayor refinamiento en las partes que pudieran presentar más esfuerzos.



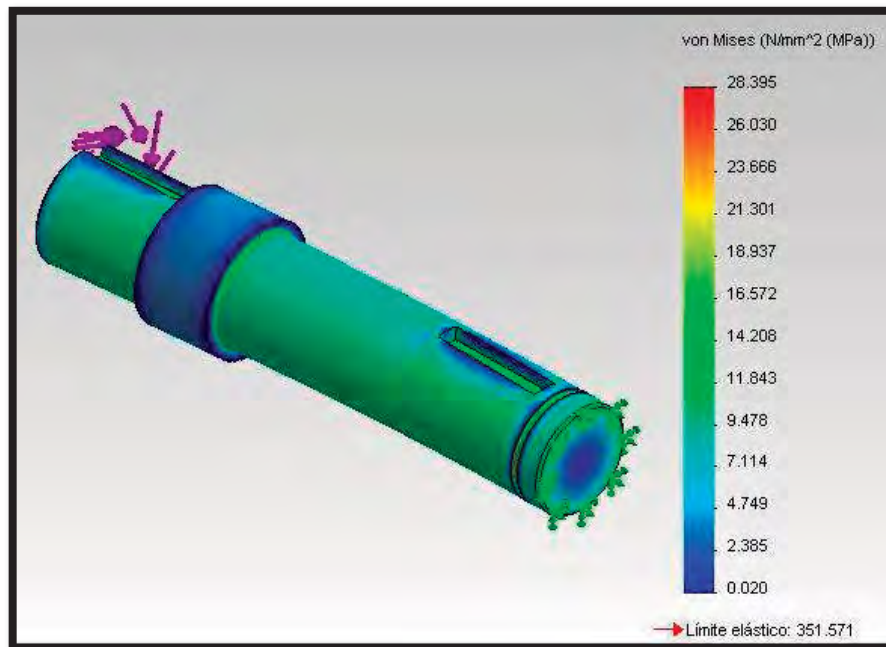
8.84 Malla de flecha articulación 2.

Información de malla

Tipo de malla	Malla sólida
Mallador utilizado:	Malla basada en curvatura
Puntos jacobianos	4 Puntos
Tamaño máximo de elemento	5 mm
Tamaño mínimo del elemento	1 mm

Calidad de malla	Elementos cuadráticos de alto orden
Número total de nodos	93003
Número total de elementos	62615
Tiempo para completar la malla (hh:mm:ss):	00:09:012

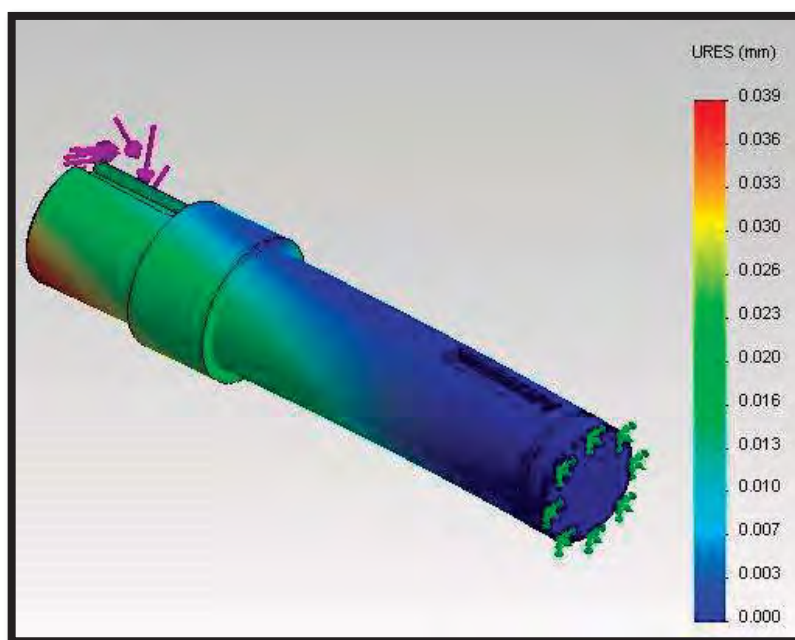
Los resultados del análisis para las tensiones de Von Mises se pueden ver en la figura 8.85, en la cual se observa que el valor máximo es de 28.395 MPa, valor que se encuentra por debajo del límite elástico del material.



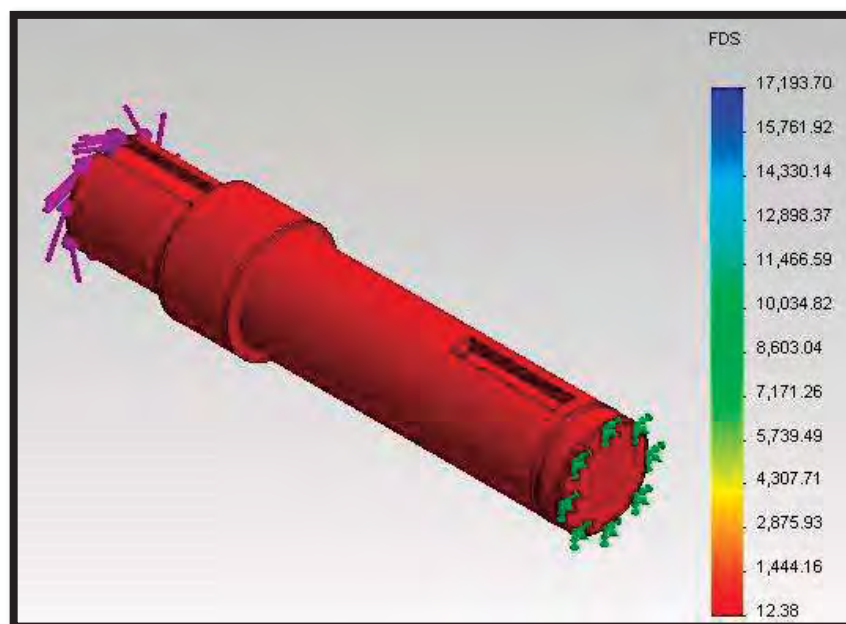
8.85 Tensiones de Von Mises para flecha de articulación 2.

Los desplazamientos resultantes se puede observar en la figura 8.86. En ella se puede ver que el desplazamiento máximo tiene un valor de 0.039 mm y ocurre del lado opuesto de donde se aplica la sujeción, lo cual es de esperarse.

Por último se traza el factor de seguridad, el cual se puede ver en la figura 8.87. El valor mínimo del factor de seguridad es de 12.38, lo que indica que la flecha muy difícilmente fallará.

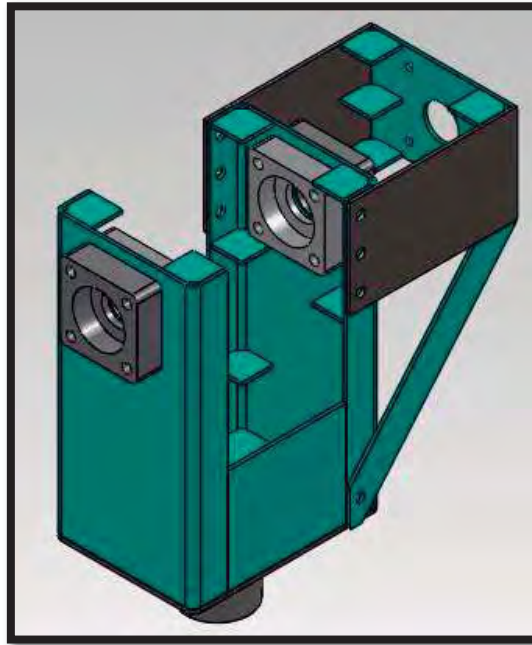


8.86 Desplazamientos resultantes para la flecha de articulación 2.



8.87 Trazado del factor de seguridad.

8.7 Análisis para el eslabón 1



8.88 Eslabón 1.

Propiedades de material

Referencia de modelo	Propiedades
	Nombre: AISI 1020 Tipo de modelo: Isotrópico elástico lineal Criterio de error predeterminado: Desconocido Límite elástico: 3.51571e+008 N/m² Límite de tracción: 4.20507e+008 N/m² Módulo elástico: 2e+011 N/m² Coeficiente de Poisson: 0.29 Densidad: 7900 kg/m³ Módulo cortante: 7.7e+010 N/m² Coeficiente de dilatación térmica: 1.5e-005 /Kelvin
	Nombre: ASTM A36 Acero Tipo de modelo: Isotrópico elástico lineal Criterio de error predeterminado: Desconocido Límite elástico: 2.5e+008 N/m² Límite de tracción: 4e+008 N/m² Módulo elástico: 2e+011 N/m² Coeficiente de Poisson: 0.26 Densidad: 7850 kg/m³

	Módulo cortante:	7.93e+010 N/m²
	Nombre:	6061-T6 (SS)
	Tipo de modelo:	Isotrópico elástico lineal
	Criterio de error predeterminado:	Desconocido
	Límite elástico:	2.75e+008 N/m²
	Límite de tracción:	3.1e+008 N/m²
	Módulo elástico:	6.9e+010 N/m²
	Coefficiente de Poisson:	0.33
	Densidad:	2700 kg/m³
	Módulo cortante:	2.6e+010 N/m²
	Coefficiente de dilatación térmica:	2.4e-005 /Kelvin

Información de malla

Tipo de malla	Malla sólida
Mallador utilizado:	Malla basada en curvatura
Puntos jacobianos	4 Puntos
Tamaño máximo de elemento	10 mm
Tamaño mínimo del elemento	2 mm
Calidad de malla	Elementos cuadráticos de alto orden
Número total de nodos	77433
Número total de elementos	41838
Tiempo para completar la malla (hh:mm:ss):	00:09:012

El análisis del eslabón 1 se realizará en dos partes, la primera es la que corresponde a la base y la otra al soporte del actuador. Para el caso de la primera, se sabe que estará sometida a un par torsional máximo ejercido por el actuador de 66.636 N.m, además por una carga equivalente a la suma de los pesos de las articulaciones de la 2 a la 7 mas la suma de los pesos de los actuadores y las flechas, haciendo un total de 1176.7 N aproximadamente.

Primero se analizará al eslabón con el par torsional actuando y el eslabón fijo en los soportes de los rodamientos. Véase la figura 8.89.

La malla del eslabón se muestra en la figura 8.90, se logró una malla fina para dar mayor certeza en los resultados.



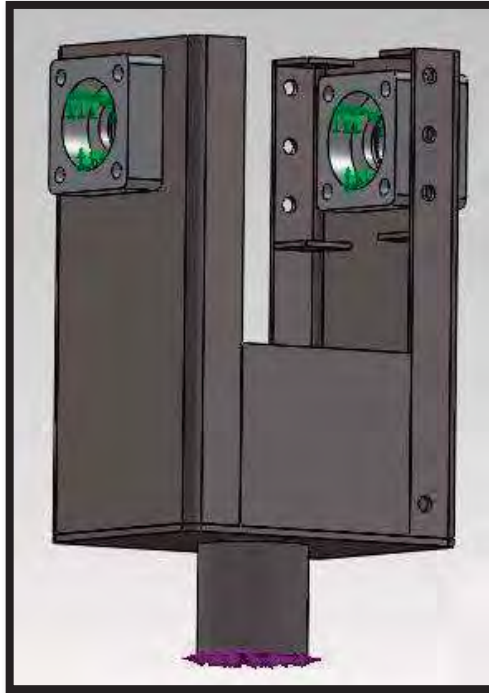


Figura 8.89 Cargas y sujeciones del eslabón 1.

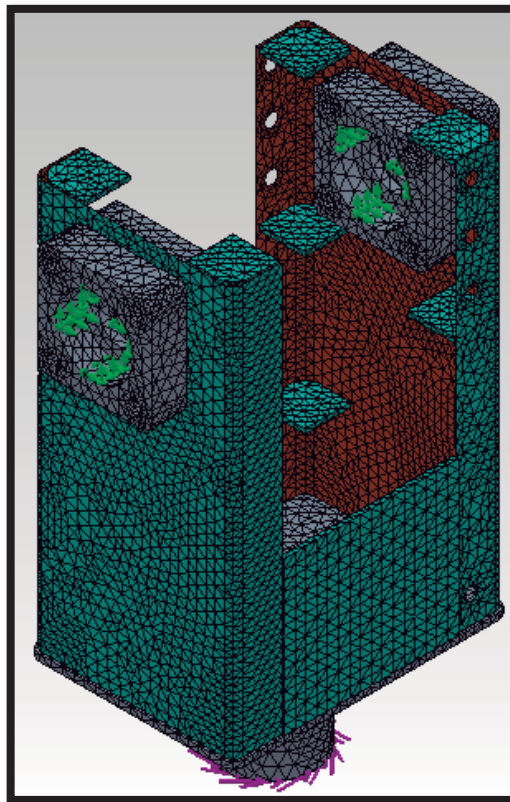


Figura 8.90 Malla de eslabón 1.

Los resultados de las tensiones de Von Mises se pueden observar en la figura 8.91.

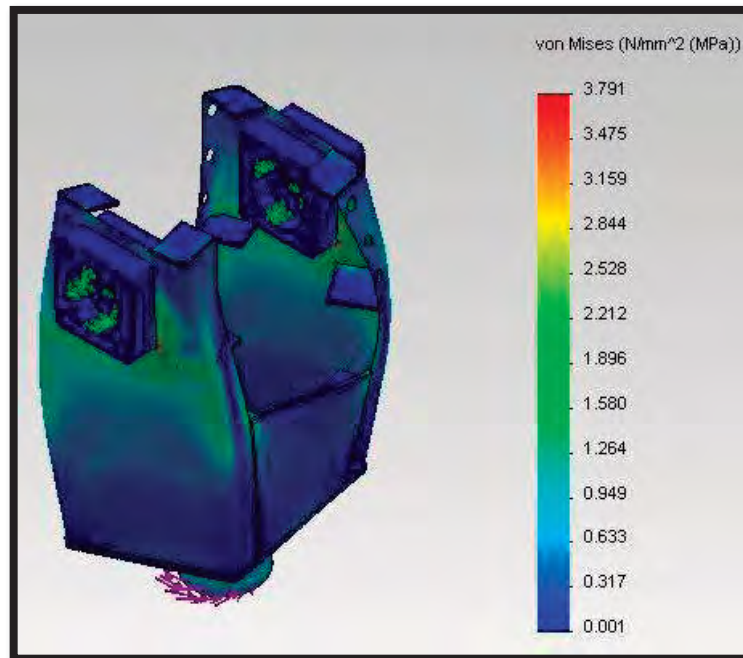


Figura 8.91 Tensiones de Von Mises.

El valor máximo obtenido es de 3.791 MPa, lo cual indica que está muy por debajo del límite elástico del material y por lo tanto muy difícilmente falle la estructura. La resultante de desplazamientos se puede observar en la figura 8.92, el máximo valor obtenido es de 0.007 mm.

También se trazó el factor de seguridad en base al criterio de Von Mises, el cual se puede observar en la figura 8.93.

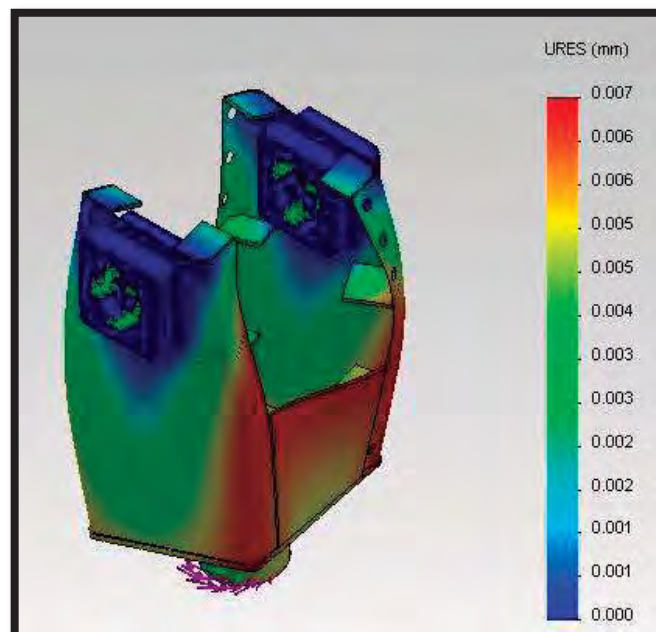
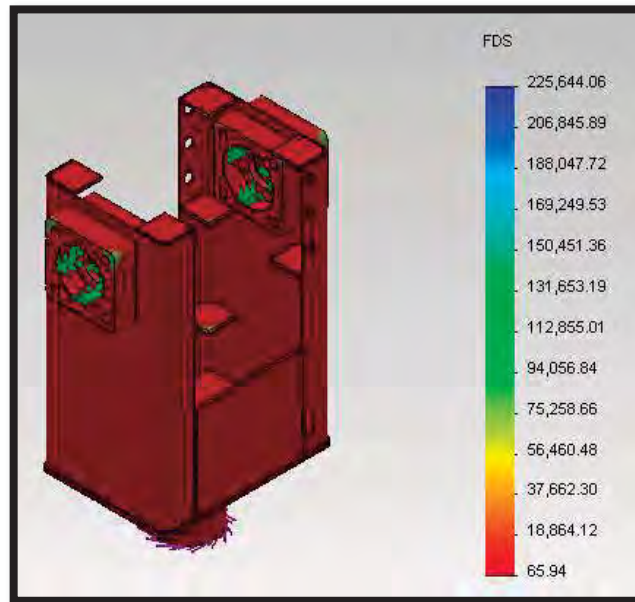
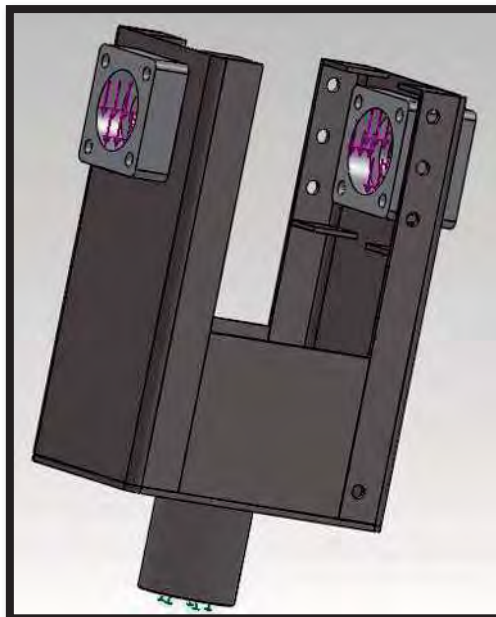


Figura 8.92 Resultante de desplazamientos.**Figura 8.93** Factor de seguridad.

Ahora se fijara al eslabón en el buje inferior y se someterá a la carga debida al peso de los componentes, como se muestra en la figura 8.94

**Figura 8.94** Aplicación de cargas equivalentes al peso de los componentes posteriores.

Los resultados de las tensiones de Von Mises se muestran en la figura 8.95. Se puede ver que el valor máximo es de 97.209 Mpa, lo cual está por debajo del límite.

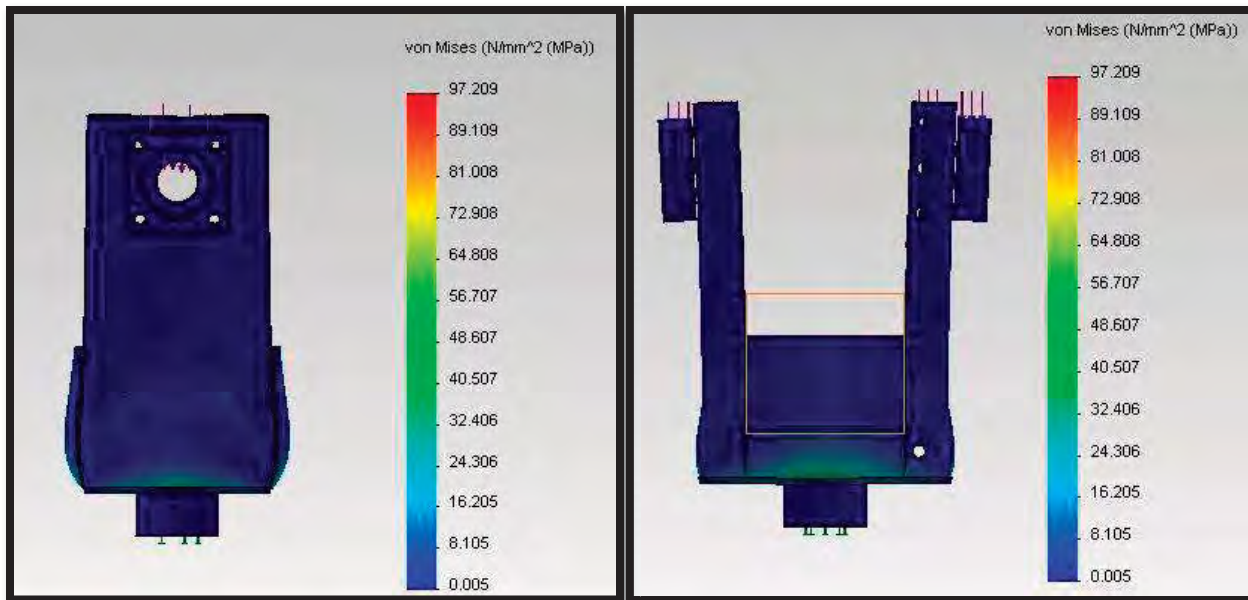


Figura 8.95 Tensiones de Von Mises para carga vertical

La resultante de desplazamientos se puede ver en la figura 8.96. Se observa que el valor máximo de desplazamiento es de 0.134 mm

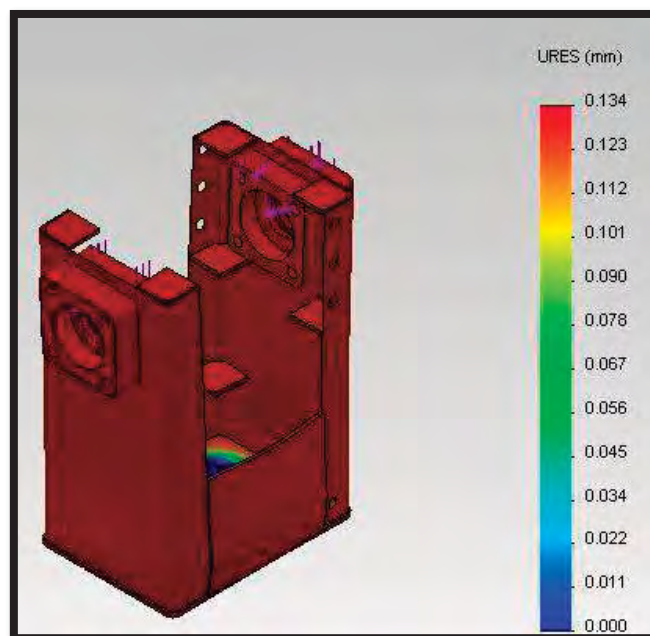


Figura 8.96 Resultante de desplazamiento.

El factor de seguridad se observa en la figura 8.97, el valor mínimo es de 2.57 lo cual es aceptable.

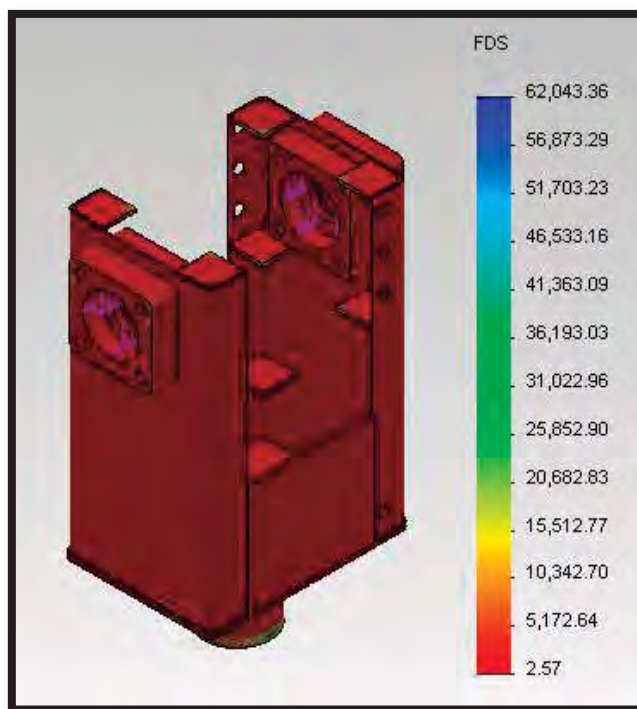


Figura 8.97 Distribución del factor de seguridad.

La segunda parte para analizar del eslabón 1 es el soporte del actuador RSF-32A-100-E 200. El actuador tiene una masa de 8.7 kg, lo que equivale a un peso de 85.3 N.

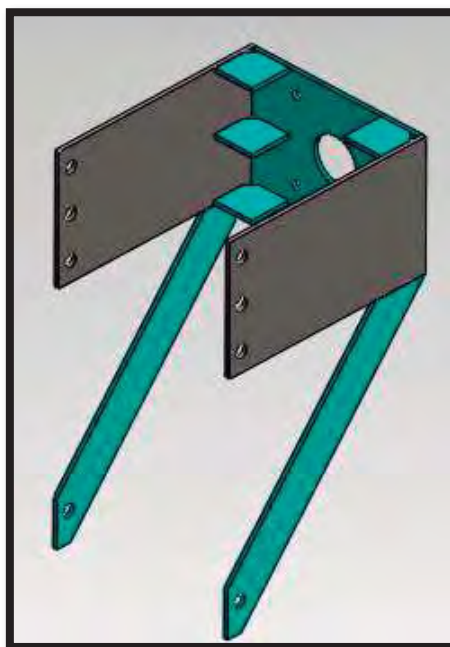


Figura 8.98 Soporte de actuador
Articulación 2.

Se creó una malla refinada que se muestra en la figura 8.99, las sujeciones se pusieron en los orificios para tornillos y la carga sobre la cara que soporta al actuador.



Figura 8.99 Mallado de soporte de actuador.

Los resultados de las tensiones de Von Mises se muestran en la figura 8.100, se puede ver que el valor máximo es de 0.546 MPa, por lo que el soporte trabajará adecuadamente durante su funcionamiento sin ningún temor a falla.

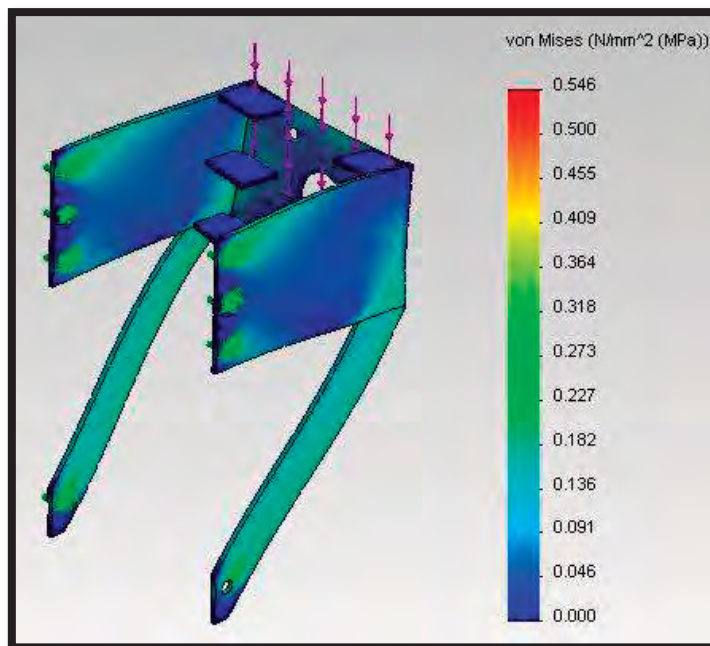


Figura 8.100 Tensiones de Von Mises.

La resultante de desplazamientos se puede observar en la figura 8.101, la estructura no sufrirá ninguna deformación o es tan pequeña que prácticamente es nula, por lo tanto, la estructura no fallará.

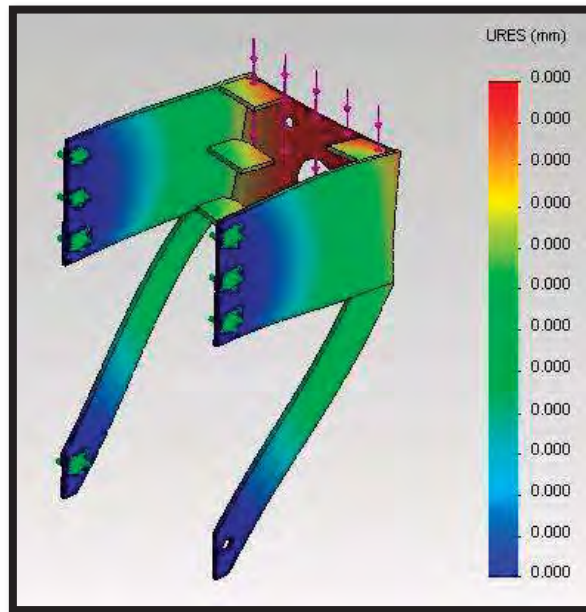


Figura 8.101 Resultante de desplazamientos.

Es necesario validar también la flecha correspondiente a la articulación 1. Esta flecha estará sometida a un par máximo de 66.636 N.m transmitido por el motor RSF-32A-100-E 200.

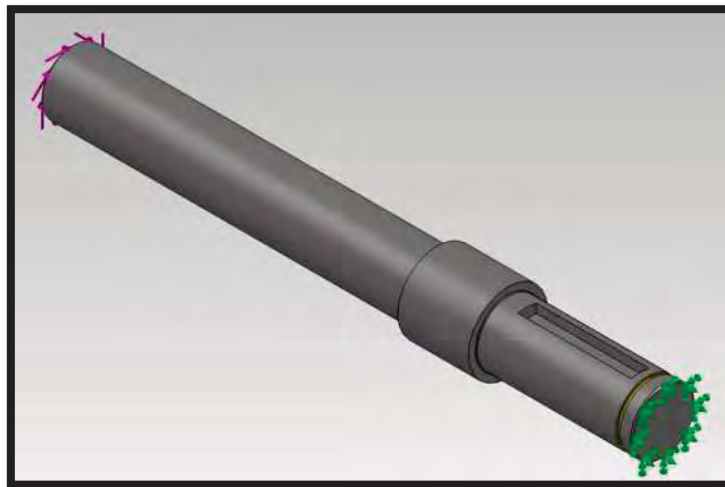


Figura 8.102 Flecha de articulación 1.

Propiedades de material

Referencia de modelo	Propiedades
	Nombre: AISI 1020
	Tipo de modelo: Isotrópico elástico lineal
	Límite elástico: 3.51571e+008 N/m²
	Límite de tracción: 4.20507e+008 N/m²
	Módulo elástico: 2e+011 N/m²
	Coefficiente de Poisson: 0.29
	Densidad: 7900 kg/m³
	Módulo cortante: 7.7e+010 N/m²
	Coefficiente de dilatación térmica: 1.5e-005 /Kelvin

Posteriormente se procede al mallado de la flecha el cual se puede observar en la figura 8.103. Se procuró realizar un malla lo más fino posible para obtener resultados lo más certero posible, tratando de refinar aún más en zonas de posible concentración de esfuerzos.

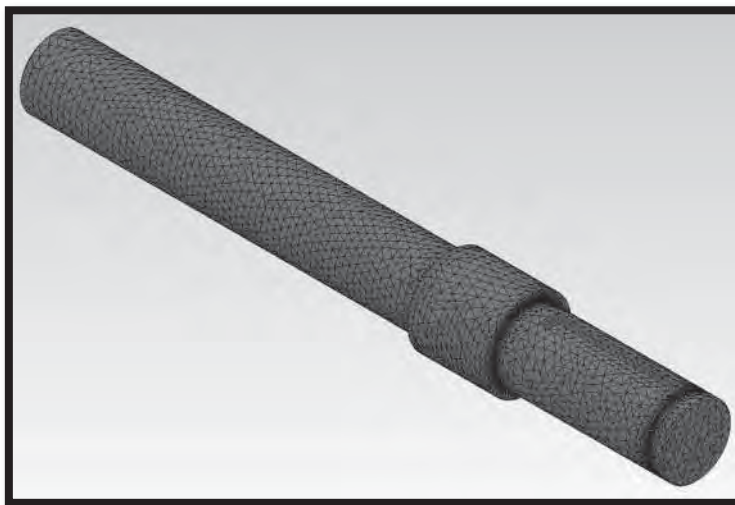


Figura 8.103 Mallado de flecha de articulación 1.

La información de la malla es la siguiente.

Información de malla

Tipo de malla	Malla sólida
Mallador utilizado:	Malla basada en curvatura
Puntos jacobianos	4 Puntos
Tamaño máximo de elemento	5 mm
Tamaño mínimo del elemento	1 mm
Calidad de malla	Elementos cuadráticos de alto orden
Número total de nodos	138477
Número total de elementos	93889
Tiempo para completar la malla (hh:mm:ss):	00:09:056

Una vez resuelta la malla se procede con la ejecución del análisis, el primer resultado es el de tensiones de Von Mises, el cual se puede ver en la figura 8.104. El valor máximo encontrado es de 19.4 MPa, el cual es un valor que se encuentra muy por debajo del límite elástico del material.

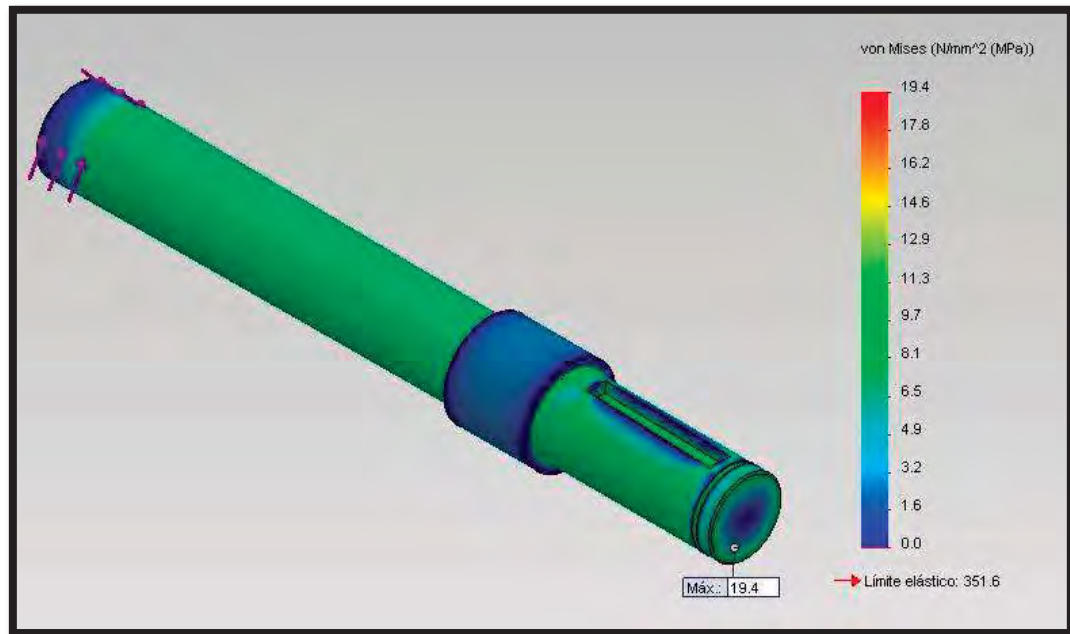


Figura 8.104 Tensiones de Von Mises para flecha de articulación 1.

La resultante de desplazamientos se puede ver en la figura 8.105, en la figura se puede ver que el valor máximo de desplazamiento es de 0.02 mm, lo que indica que la flecha no presentará deformaciones significativas durante su funcionamiento.

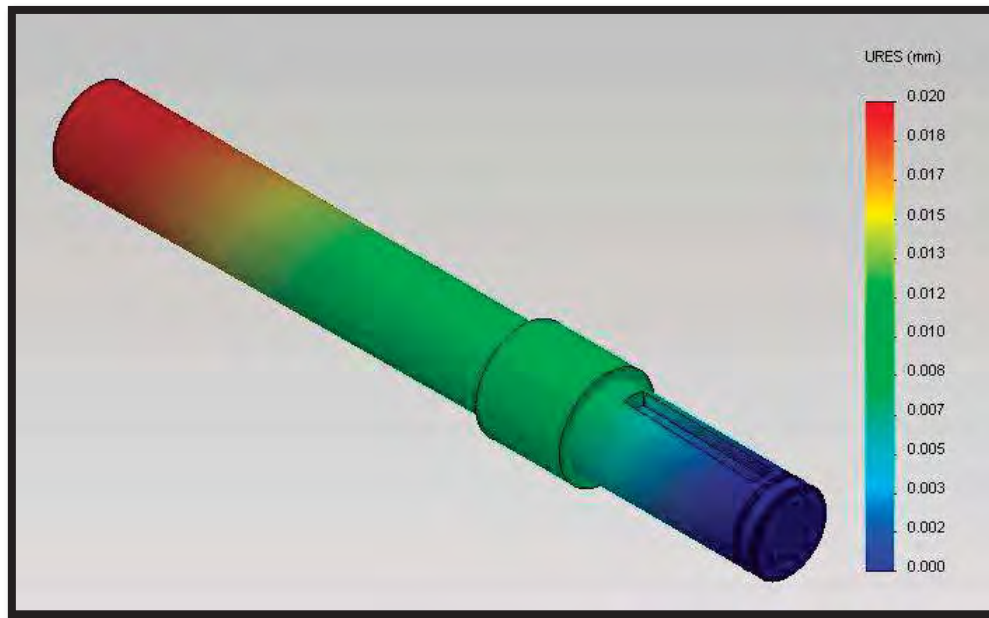


Figura 8.105 Resultante de desplazamientos para flecha de articulación 1.

En vista de que las deformaciones y las tensiones no fueron considerables, se puede decir que la flecha será segura, para averiguar qué tan segura será se traza el factor de seguridad. Véase la figura 8.106. El valor mínimo es de 18.12, lo que indica que muy difícilmente presentará fallos.

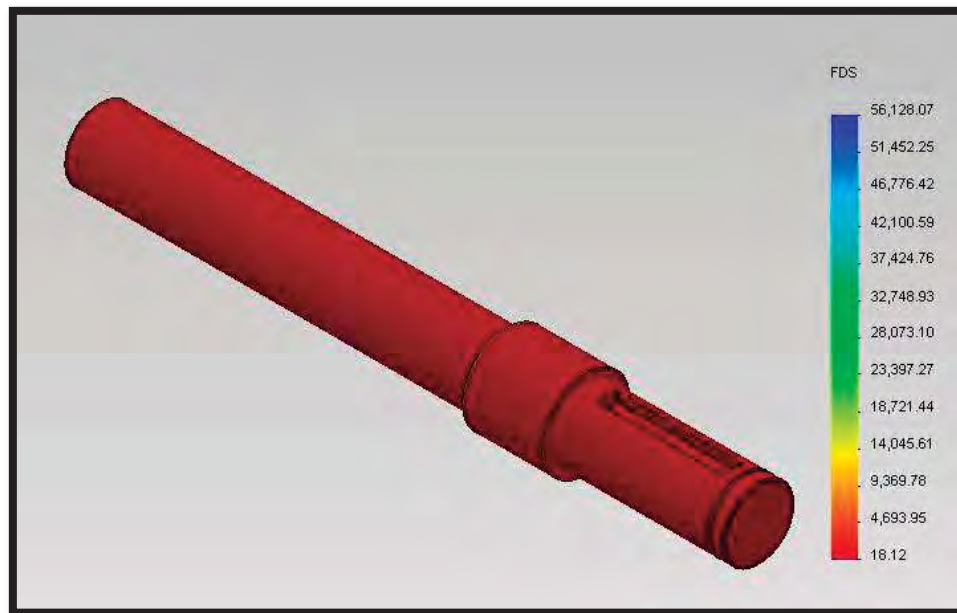


Figura 8.106 Resultante de desplazamientos para flecha de articulación 1.

Ahora se someterá a la flecha a otro caso extremo, en el que se supondrá que soportará una carga a cortante equivalente a la suma de todos los eslabones del 1 al 7 y a la suma de flechas y actuadores (situación que nunca sucederá) con un peso total de 1200 N.

Para este caso se utilizó la malla anterior, solo cambiaron las condiciones de sujeción. Se colocaron sujeciones de rodamientos en los lugares donde van los rodamientos y la carga normal a un plano cortante de la flecha, véase la figura 8.107

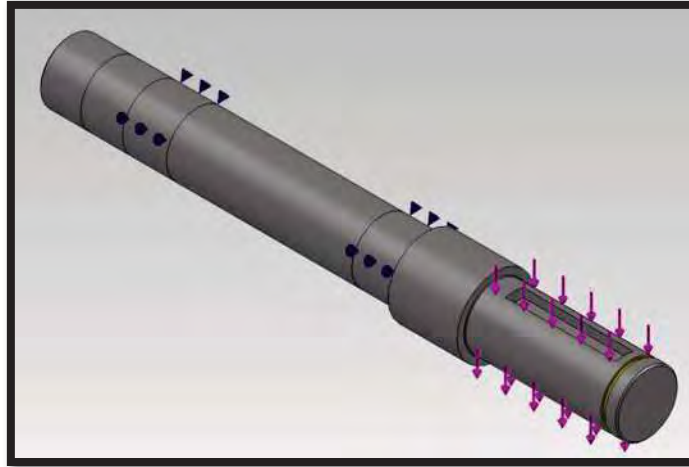


Figura 8.107 Flecha sujeta a cortante.

Los resultados de las tensiones de Von Mises a las cuales está sujeta son las que se observan en la figura 8.108, se observa que el valor máximo es de 8.4 MPa, valor que está muy por debajo del límite elástico del material.

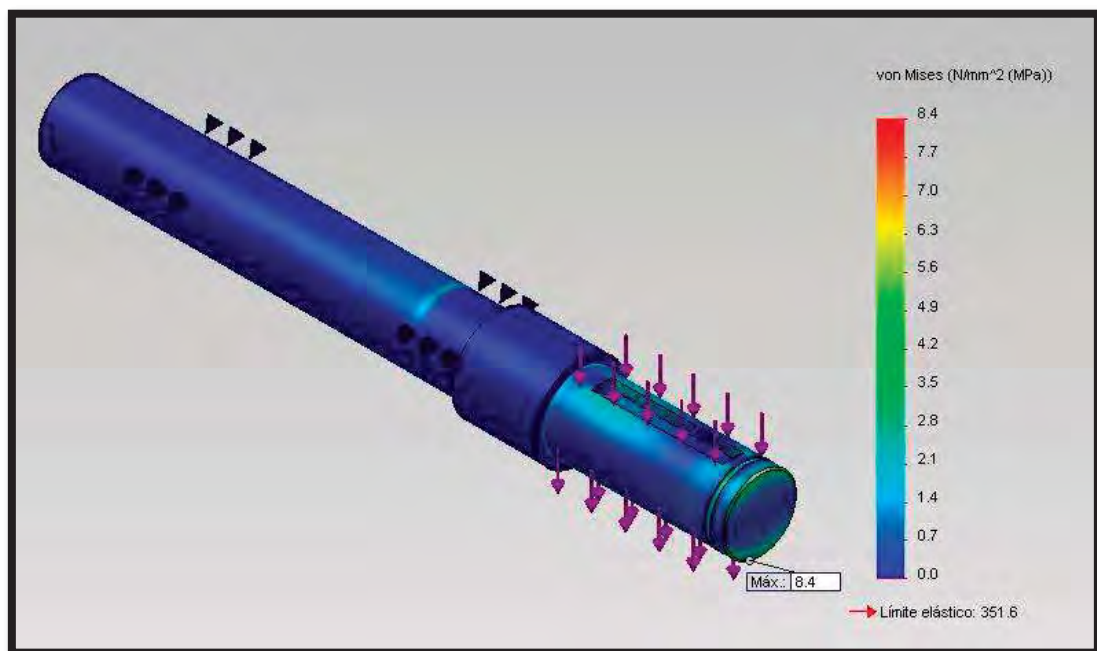


Figura 8.108 Tensiones de Von Mises, flecha sujeta a cortante.

La resultante de desplazamientos se muestra en la figura 8.109, se puede ver que el valor máximo es de 0.001 mm, lo cual no afectaría al rendimiento del manipulador.

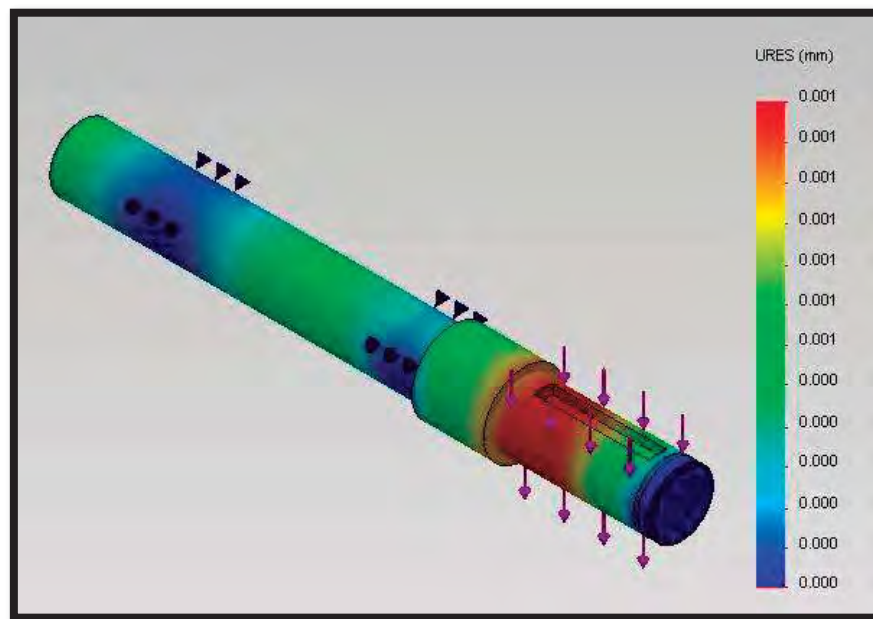


Figura 8.109 Resultante de desplazamientos.

Finalmente se desea saber qué tan segura es la flecha, para lo cual se traza el factor de seguridad como se muestra en la figura 8.110. En la figura se puede ver que el valor mínimo es de 41.83, valor que es muy alto y por lo cual se tiene la certeza que la flecha no fallará.

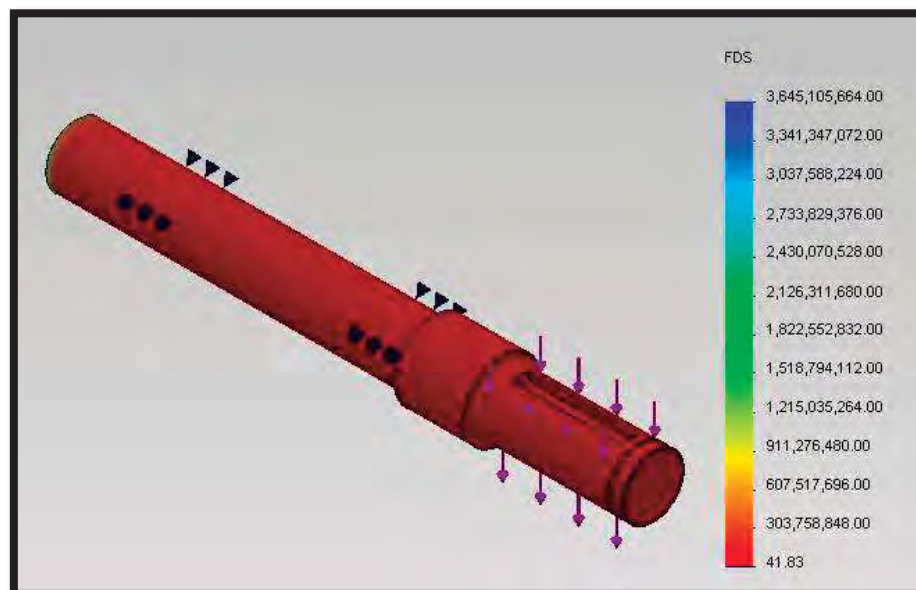


Figura 8.110 Trazado del factor de seguridad.

8.8 Análisis para el eslabón 0

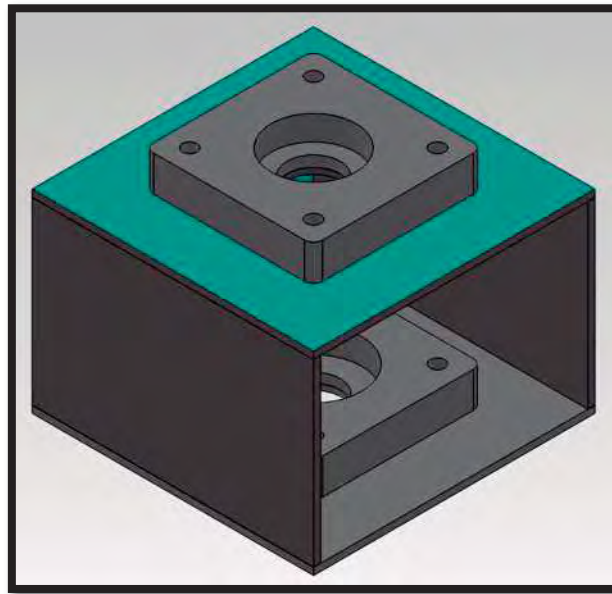


Figura 8.111 Eslabón 0.

El último eslabón por analizar es el eslabón 0, para su estudio se considera que el eslabón estará soportando una carga equivalente al peso de los eslabones del 1 al 7, además del peso de todos los actuadores y flechas dando un peso total de 1300 N, se considera que la base es fija. Obsérvese la figura 8.112.

Propiedades de material

Referencia de modelo	Propiedades
	Nombre: ASTM A36 Acero
	Tipo de modelo: Isotrópico elástico lineal
	Límite elástico: 2.5e+008 N/m²
	Límite de tracción: 4e+008 N/m²
	Módulo elástico: 2e+011 N/m²
	Coefficiente de Poisson: 0.26
	Densidad: 7850 kg/m³
	Nombre: 6061-T6 (SS)
	Tipo de modelo: Isotrópico elástico lineal
	Límite elástico: 2.75e+008 N/m²
	Límite de tracción: 3.1e+008 N/m²
	Módulo elástico: 6.9e+010 N/m²
	Coefficiente de Poisson: 0.33
	Densidad: 2700 kg/m³
	Módulo cortante: 2.6e+010 N/m²

	Coeficiente de dilatación térmica:	2.4e-005 /Kelvin
--	------------------------------------	-------------------------

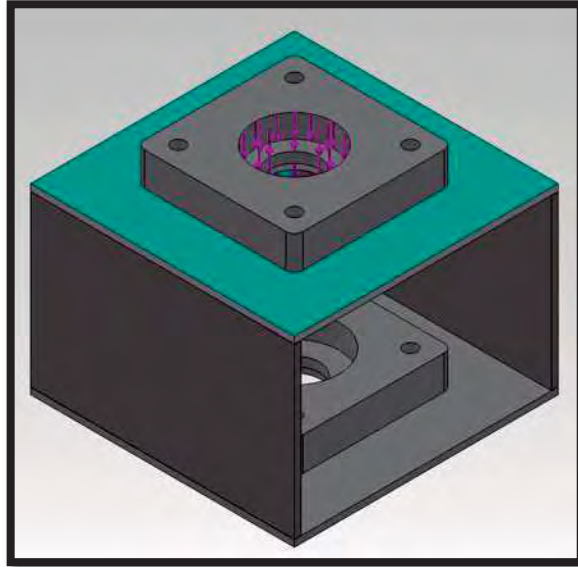


Figura 8.112 Condiciones de sujeción y carga del eslabón 0.

El mallado del eslabón se muestra en la figura 8.113, se hizo una malla lo más fina posible.

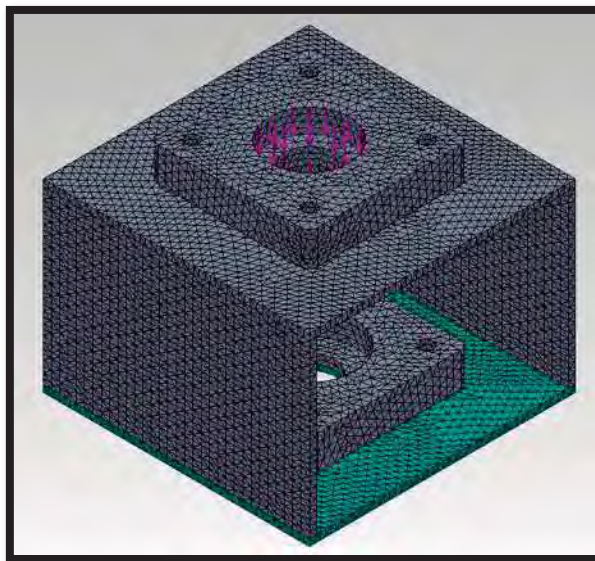


Figura 8.113 Mallado del eslabón 0.

Los resultados del análisis se muestran a continuación. El primer resultado que se muestra es el de tensiones de Von Mises (vea figura 8.114), se puede ver que el valor máximo es de 17.6 MPa

el cual es un valor bajo en comparación con el límite elástico del material, por lo tanto la estructura no debe fallar durante su funcionamiento.

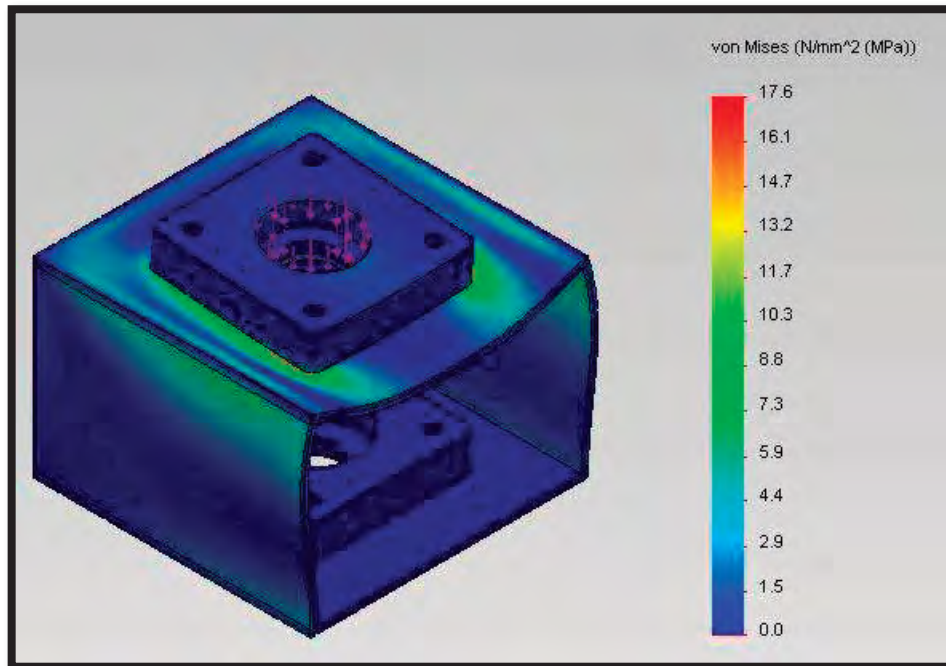


Figura 8.114 Tensiones de Von Mises para el eslabón 0.

También se obtuvo la resultante de desplazamientos, la cual se muestra en la figura 8.115. Se puede ver que el valor máximo de desplazamiento es de 0.031 mm, que es un valor que no debe afectar el buen funcionamiento del manipulador.

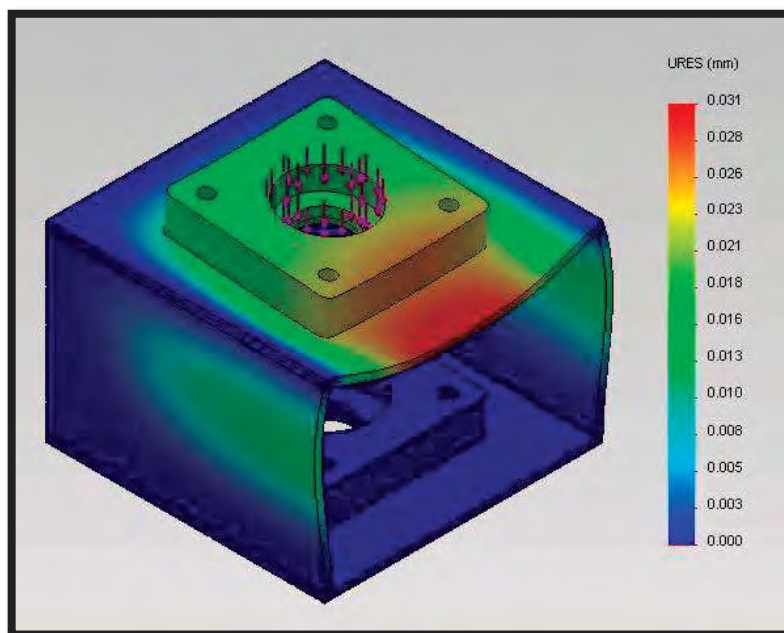


Figura 8.115 Resultante de desplazamientos.

Finalmente, para comprobar qué tan seguro es el eslabón, se traza el factor de seguridad en base al criterio de Von Mises. El factor de seguridad se muestra en la figura 8.116, se puede observar que el valor mínimo es de 14.20, valor que es aceptable y con buen rango de falla.

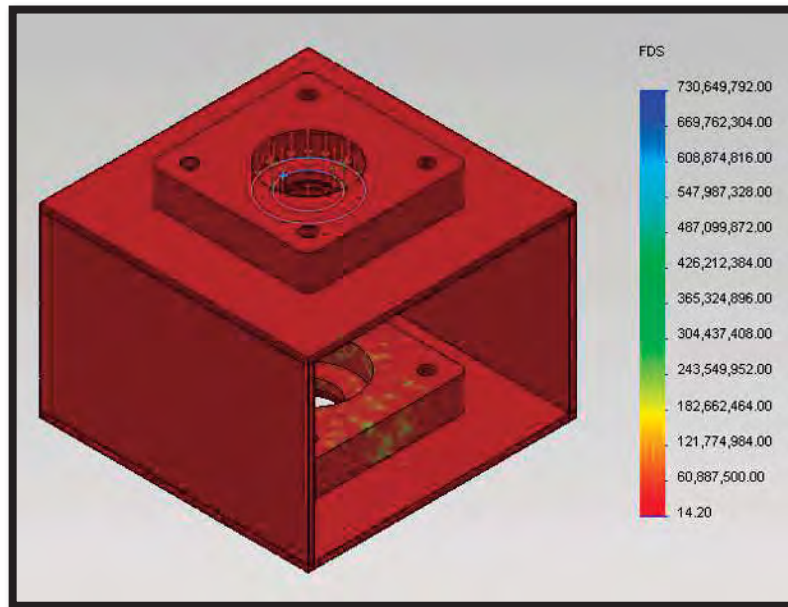


Figura 8.46 Factor de seguridad del eslabón 0.

Conclusiones

1. El factor de seguridad para algunos elementos está muy por encima de lo que se utiliza para diseño, lo que se pudiera traducir en modificar espesores, con lo cual también se puede reducir peso y por lo tanto pares torsionales en los actuadores, menor precio al final.
2. Debido a que se encontró en todas las piezas constitutivas del manipulador un factor de seguridad mínimo de 2.5, se puede decir que la estructura es segura y no presentará fallos.
3. El brazo será capaz de soldar con mayor rapidez, en comparación con el proceso manual que se tiene actualmente.
4. La tercera articulación que es la encargada de cambiar el plano de trabajo H-C-M, definitivamente le da una ventaja para poder librar obstáculos con mayor facilidad y acceder al interior del rodetes.
5. Debido a que los actuadores se colocan justo en la articulación, se obtendría un mejor control ya que no habría elementos de transmisión entre el actuador y el eslabón.
6. Por otra parte, el colocar los actuadores sobre los eslabones provoca que se requieran actuadores con mayor par torsional.
7. Definitivamente el precio de este manipulador es menor que el de la mayoría que se encuentra en el mercado, y muchos de ellos con hasta 6 GDL.



Bibliografía

- [1] Mark W. Spong y M. Vidyasagar (1989). *Robot Dynamics And Control*. John Wiley & Sons. USA.
- [2] Lorenzo Sciavicco y Bruno Siciliano (1996). *Modeling And Control Of Robot Manipulators*. McGraw-Hill. USA.
- [3] Aníbal Ollero Baturone (2007). *ROBOTICA Manipuladores y robots móviles*. Alfaomega-Marcombo. España-México.
- [4] John J. Craig (2005). *Introduction to Robotics*. Pearson. USA.
- [5] Antonio Barrientos, Luis Felipe Peñín, Carlos Balaguer, Rafael Aracil Santoja (2007). *Fundamentos de Robótica*. McGraw-Hill.
- [6] http://cfievalladolid2.net/tecnoc/cyr_01/robotica/sistema/morfologia.htm. DIC/2009
- [7] Rafael Aracil, Roque J. Salterén (2006). *Robots Paralelos: Maquinas con un futuro para una robótica del futuro*. Revista Iberoamericana de Automática e Información Industrial. España,
- [8] Luis Ángel Silva (2005). *Control Visual de Robots Paralelos, Análisis, Desarrollo y Aplicación a la Plataforma Robotenis*. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Madrid.
- [9] *Soldadura MIG-MAG*. SUNARC Tecnología en soldadura. www.sunarc.com
- [10] Pedro Claudio Rodriguez (2001). *Manual de Soldadura. Soldadura eléctrica MIG y TIG*. Librería y Editorial ALSINA. ARGENTINA.
- [11] *Manual INDURA*
- [12] COSUDE, CAPLAB. *Manual de Soldadura Universal*.
- [13] Karin Dunberg (2007). *Creación de un robot ligero especializado en soldadura por puntos*. Revista ABB Robotics. Suecia.
- [14] Sindo Kou (2003). *Welding Metallurgy*. John Wiley & Sons. USA.
- [15] John C. Lippold, Damian J. Kotecki (2005). *Welding Metallurgy and Weldability of Stainless Steels*. John Wiley & Sons. USA.
- [16] Richard L. Alley et al. (1993). *Welding Brazing and Soldering VOL 6*. ASM International.
- [17] Yoshihiko Nakamura (1991). *Advanced Robotics Redundancy And Optimization*. Addison-Wesley



- [18] Fei-Yue Wang, Yanqing Gao (2003). *Advanced Studies of Flexible Robotic Manipulators*. World Scientific. USA
- [19] Lung-Wen Tsai (1999). *Robot Analysis, The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators*. John Wiley & Sons. USA
- [20] Rajat Khare, et al. (2007). *Robotics, Appin Knowledge Solutions*. Infinity Science Press. USA
- [21] Mikell P. Groover, et al. (1986). *Industrial Robotics. Technology, Programming and Applications*. McGraw-Hill. USA
- [22] Robert L. Mott (2006). *Diseño de elementos de máquinas*. Pearson. México
- [23] Fernando Reyes Cortés (2011). *Robótica, control de robots manipuladores*. Alfaomega. México
- [23] Erik Oberg et al. (2008). *Machinery's Handbook*. Industrial Press. USA
- [24] www.skf.com
- [25] www.rw-america.com
- [26] www.siemens.com
- [27] www.harmonicdrive.net
- [28] Sergio Gómez González (2010). *SolidWorks Simulation*. Alfaomega. México
- [29] Training Manual (2009). *SolidWorks Simulation*. USA



ANEXOS



Cinemática Directa

```

m=Pi/180;
TETA1=90*m;
TETA2=120*m;
TETA3=0*m;
TETA4=310*m;
TETA5=0*m;
TETA6=236*m;
TETA7=0*m;
d1=682.45;
d3=744.93;
d5=534.65;
dx=35;
dz=677.317;

```

```

cuerpo00={{0,0},{0,0},{0,d1/2},{1,1}};
cuerpo11={{0,0},{0,0},{0,-d1/2},{1,1}};
cuerpo22={{0,0},{0,0},{0,-d3/2},{1,1}};
cuerpo33={{0,0},{0,0},{0,-d3/2},{1,1}};
cuerpo44={{0,0},{0,0},{0,-d5/2},{1,1}};
cuerpo55={{0,0},{0,0},{0,-d5/2},{1,1}};
cuerpo66={{0,0},{0,-dz},{0,0},{1,1}};
cuerpo77={{0,-dx},{0,0},{dz,dz},{1,1}};

```

```

T10={{Cos[TETA1],-Sin[TETA1],0,0},{Sin[TETA1],Cos[TETA1],0,0},{0,0,1,d1},{0,0,0,1}};
T21={{Cos[TETA2],-Sin[TETA2],0,0},{0,0,-1,0},{Sin[TETA2],Cos[TETA2],0,0},{0,0,0,1}};
T32={{Cos[TETA3],-Sin[TETA3],0,0},{0,0,-1,-d3},{Sin[TETA3],Cos[TETA3],0,0},{0,0,0,1}};
T43={{Cos[TETA4],-Sin[TETA4],0,0},{0,0,1,0},{-Sin[TETA4],-Cos[TETA4],0,0},{0,0,0,1}};
T54={{Cos[TETA5],-Sin[TETA5],0,0},{0,0,-1,-d5},{Sin[TETA5],Cos[TETA5],0,0},{0,0,0,1}};
T65={{Cos[TETA6],-Sin[TETA6],0,0},{0,0,1,0},{-Sin[TETA6],-Cos[TETA6],0,0},{0,0,0,1}};
T76={{Cos[TETA7],-Sin[TETA7],0,0},{0,0,-1,0},{Sin[TETA7],Cos[TETA7],0,0},{0,0,0,1}};

```

```

cuerpo10=T10.cuerpo11;
cuerpo20=T10.T21.cuerpo22;
cuerpo30=T10.T21.T32.cuerpo33;
cuerpo40=T10.T21.T32.T43.cuerpo44;
cuerpo50=T10.T21.T32.T43.T54.cuerpo55;
cuerpo60=T10.T21.T32.T43.T54.T65.cuerpo66;
cuerpo70=T10.T21.T32.T43.T54.T65.T76.cuerpo77;

```

```

{{x110,x210},{y110,y210},{z110,z210},{F,F}}=cuerpo10;
{{x120,x220},{y120,y220},{z120,z220},{F,F}}=cuerpo20;
{{x130,x230},{y130,y230},{z130,z230},{F,F}}=cuerpo30;
{{x140,x240},{y140,y240},{z140,z240},{F,F}}=cuerpo40;
{{x150,x250},{y150,y250},{z150,z250},{F,F}}=cuerpo50;
{{x160,x260},{y160,y260},{z160,z260},{F,F}}=cuerpo60;
{{x170,x270},{y170,y270},{z170,z270},{F,F}}=cuerpo70;

```



```

eslabon0 = Graphics3D[{GrayLevel[0], Thickness[.01], Line[{0, 0, 0}, {0, 0, d1/2}]}];
eslabon1 = Graphics3D[{RGBColor[1, 0, 0], Thickness[.01], Line[{x110, y110, z110}, {x210, y210, z210}]}];
eslabon2 = Graphics3D[{RGBColor[1, 0.501961, 0], Thickness[.01], Line[{x120, y120, z120}, {x220, y220, z220}]}];
eslabon3 = Graphics3D[{RGBColor[0, 0.25098, 0], Thickness[.01], Line[{x130, y130, z130}, {x230, y230, z230}]}];
eslabon4 = Graphics3D[{RGBColor[0, 1, 0], Thickness[.01], Line[{x140, y140, z140}, {x240, y240, z240}]}];
eslabon5 = Graphics3D[{RGBColor[0, 0, 1], Thickness[.01], Line[{x150, y150, z150}, {x250, y250, z250}]}];
eslabon6 = Graphics3D[{RGBColor[0.501961, 0, 0.501961], Thickness[.01], Line[{x160, y160, z160}, {x260, y260, z260}]}];
eslabon7 = Graphics3D[{RGBColor[1, 0, 0.501961], Thickness[.01], Line[{x170, y170, z170}, {x270, y270, z270}]}];

T0P0 = {{1, 0, 0, d1}, {0, 1, 0, 0}, {0, 0, 1, 0}, {0, 0, 0, 1}};
T00P = Inverse[T0P0];

T50 = T10.T21.T32.T43.T54;
T50P = T00P.T50;
mvec0P = {{Part[T50P, 1, 4]}, {Part[T50P, 2, 4]}, {Part[T50P, 3, 4]}};
muni0P = 
$$\frac{mvec0P}{\sqrt{Part[T50P, 1, 4]^2 + Part[T50P, 2, 4]^2 + Part[T50P, 3, 4]^2}}$$
;
vuni0P = {{0}, {0}, {1}};

T30 = T10.T21.T32;
T30P = T00P.T30;
Cvec0P = {{Part[T30P, 1, 4]}, {Part[T30P, 2, 4]}, {Part[T30P, 3, 4]}};
Pvec0P = (IdentityMatrix[3] - muni0P.Transpose[muni0P]).Cvec0P;
Pvec0Pdiv = 
$$\sqrt{Part[Pvec0P, 1]^2 + Part[Pvec0P, 2]^2 + Part[Pvec0P, 3]^2}$$
;
Puni0P = {Part[Pvec0P, 1] * 1 / Pvec0Pdiv, Part[Pvec0P, 2] * 1 / Pvec0Pdiv, Part[Pvec0P, 3] * 1 / Pvec0Pdiv};
Vcruz = {{0, -1, 0}, {1, 0, 0}, {0, 0, 0}};

fi = ArcTan[
$$\frac{Transpose[muni0P] \cdot (Vcruz \cdot Puni0P)}{Transpose[vuni0P] \cdot Puni0P}$$
]

fi * (180 / Pi)

Show[{eslabon0, eslabon1, eslabon2, eslabon3, eslabon4, eslabon5, eslabon6, eslabon7}, Axes -> True, Boxed -> True, PlotRange -> {{-30, 50}, {-30, 1200}, {-30, 1200}}, ViewPoint -> {1.300, -2.400, 2.000}]

Clear[Teta1]
Clear[Teta2]
Clear[Teta3]
Clear[Teta4]
Clear[Teta5]
Clear[Teta6]
Clear[Teta7]
x270
y270
z270

```



Cinemática Inversa

$$d1=682.45;$$

$$d3=744.93;$$

$$d5=534.65;$$

$$mx=855.76010859;$$

$$my=874.95308243;$$

$$mz=855.11977139;$$

$$fi=0*(Pi/180);$$

$$\text{cuerpoP0}=\{\{-125,125,-125,125,-125,125,-125,125\},\{-125,-125,-125,-125,125,125,125,125\},\{0,0,172.7,172.7,0,0,172.7,172.7\},\{1,1,1,1,1,1,1,1\}\};$$

$$\{\{p10x,p20x,p30x,p40x,p50x,p60x,p70x,p80x\},\{p10y,p20y,p30y,p40y,p50y,p60y,p70y,p80y\},\{p10z,p20z,p30z,p40z,p50z,p60z,p70z,p80z\},\{f,f,f,f,f,f,f,f\}\}=\text{cuerpoP0};$$

$$\text{cara1P}=\text{Graphics3D}[\text{Polygon}[\{\{p10x,p10y,p10z\},\{p20x,p20y,p20z\},\{p40x,p40y,p40z\},\{p30x,p30y,p30z\}\}]];$$

$$\text{cara2P}=\text{Graphics3D}[\text{Polygon}[\{\{p10x,p10y,p10z\},\{p50x,p50y,p50z\},\{p70x,p70y,p70z\},\{p30x,p30y,p30z\}\}]];$$

$$\text{cara3P}=\text{Graphics3D}[\text{Polygon}[\{\{p50x,p50y,p50z\},\{p60x,p60y,p60z\},\{p80x,p80y,p80z\},\{p70x,p70y,p70z\}\}]];$$

$$\text{cara4P}=\text{Graphics3D}[\text{Polygon}[\{\{p10x,p10y,p10z\},\{p20x,p20y,p20z\},\{p60x,p60y,p60z\},\{p50x,p50y,p50z\}\}]];$$

$$\text{cara5P}=\text{Graphics3D}[\text{Polygon}[\{\{p30x,p30y,p30z\},\{p40x,p40y,p40z\},\{p80x,p80y,p80z\},\{p70x,p70y,p70z\}\}]];$$

$$\text{cara6P}=\text{Graphics3D}[\text{Polygon}[\{\{p20x,p20y,p20z\},\{p40x,p40y,p40z\},\{p80x,p80y,p80z\},\{p60x,p60y,p60z\}\}]];$$

$$m10 = \text{Sqrt}[mx^2 + my^2 + (mz - d1)^2];$$

$$\beta = \text{ArcCos}\left[\frac{d3^2 + m10^2 - d5^2}{2 * d3 * m10}\right];$$

$$l2 = d3 * \text{Cos}[\beta];$$

$$a = \frac{mx}{m10};$$

$$b = \frac{my}{m10};$$

$$c = \frac{mz - d1}{m10};$$

$$Px = a * l2$$

$$Py = b * l2$$

$$Pz = d1 + c * l2$$

$$zcc0 = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}\};$$

$$\{\{zccx\}, \{zccy\}, \{zccz\}\} = zcc0;$$

$$ycc0 = \{\{0, -zccz, zccy\}, \{zccz, 0, -zccx\}, \{-zccy, zccx, 0\}\}.\{\{0\}, \{0\}, \{1\}\};$$

$$\{\{yccx\}, \{yccy\}, \{yccz\}\} = ycc0;$$

$$mycc0 = \text{Sqrt}[yccx^2 + yccy^2 + yccz^2];$$



$$ycc0nx = yccx / mycc0;$$

$$ycc0ny = yccy / mycc0;$$

$$ycc0nz = yccz / mycc0;$$

$$xcc0 = \{\{0, -ycc0nz, ycc0ny\}, \{ycc0nz, 0, -ycc0nx\}, \{-ycc0ny, ycc0nx, 0\}\} \cdot \{zccx\}, \{zccy\}, \{zccz\}\};$$

$$\{xccc\}, \{cccy\}, \{xccz\}\} = xcc0;$$

$$l1 = d3 * \sin[\beta];$$

$$Cxcc = l1 * \cos[\tau i];$$

$$Cycc = l1 * \sin[\tau i];$$

$$Czcc = 0;$$

$$Ccc = \{\{Cxcc\}, \{Cycc\}, \{Czcc\}, \{1\}\};$$

$$Tcc0 = \{\{xccc, ycc0nx, zccx, Px\}, \{cccy, ycc0ny, zccy, Py\}, \{xccz, ycc0nz, zccz, Pz\}, \{0, 0, 0, 1\}\};$$

$$C0 = Tcc0.Ccc;$$

$$\{\{C0x\}, \{C0y\}, \{C0z\}, \{F\}\} = C0$$

$$Teta1 = \left(\text{ArcTan} \left[\frac{C0y}{C0x} \right] \right);$$

θ_1

$$Teta1grad = Teta1 * (180 / \pi)$$

$$Cxccref = l1 * \cos[0];$$

$$Cyccref = l1 * \sin[0];$$

$$Czccref = 0;$$

$$Cccref = \{\{Cxccref\}, \{Cyccref\}, \{Czccref\}, \{1\}\};$$

$$Cref0 = Tcc0.Cccref;$$

$$\{\{C0xref\}, \{C0yref\}, \{C0zref\}, \{F\}\} = Cref0;$$

$$T10 = \{\{\cos[Teta1], -\sin[Teta1], 0, 0\}, \{\sin[Teta1], \cos[Teta1], 0, 0\}, \{0, 0, 1, d1\}, \{0, 0, 0, 1\}\};$$

$$T01 = \text{Inverse}[T10];$$

$$C1 = T01.C0;$$

$$\{\{Xc1\}, \{Yc1\}, \{Zc1\}, \{F\}\} = C1;$$

$$\alpha = \text{ArcTan} \left[\frac{Zc1}{Xc1} \right];$$

$$Teta2 = \alpha + (\pi / 2);$$

θ_2

$$Teta2grad = Teta2 * (180 / \pi)$$



```
cuerpoQ1={{100,100,-100,-100,100,100,-100,-100,100,100,-100,-100,100,100,-100,-100},{-85,-135,-135,-85,-85,-135,-135,-85,85,135,135,85,85,135,135,85},{70,70,70,70,-330,-330,-330,-330,70,70,70,70,-330,-330,-330,-330},{1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1}};
```

```
cuerpoQ0=T10.cuerpoQ1;
{{q10x,q20x,q30x,q40x,q50x,q60x,q70x,q80x,q90x,q100x,q110x,q120x,q130x,q140x,q150x,q160x},{q10y,q20y,q30y,q40y,q50y,q60y,q70y,q80y,q90y,q100y,q110y,q120y,q130y,q140y,q150y,q160y},{q10z,q20z,q30z,q40z,q50z,q60z,q70z,q80z,q90z,q100z,q110z,q120z,q130z,q140z,q150z,q160z},{f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f}}=cuerpoQ0;
```

```
cara1Q=Graphics3D[Polygon[{{q10x,q10y,q10z},{q20x,q20y,q20z},{q60x,q60y,q60z},{q50x,q50y,q50z}}]];
cara2Q=Graphics3D[Polygon[{{q20x,q20y,q20z},{q30x,q30y,q30z},{q70x,q70y,q70z},{q60x,q60y,q60z}}]];
cara3Q=Graphics3D[Polygon[{{q30x,q30y,q30z},{q40x,q40y,q40z},{q80x,q80y,q80z},{q70x,q70y,q70z}}]];
cara4Q=Graphics3D[Polygon[{{q90x,q90y,q90z},{q100x,q100y,q100z},{q140x,q140y,q140z},{q130x,q130y,q130z}}]];
cara5Q=Graphics3D[Polygon[{{q140x,q140y,q140z},{q150x,q150y,q150z},{q110x,q110y,q110z},{q100x,q100y,q100z}}]];
cara6Q=Graphics3D[Polygon[{{q150x,q150y,q150z},{q160x,q160y,q160z},{q120x,q120y,q120z},{q110x,q110y,q110z}}]];
cara7Q=Graphics3D[Polygon[{{q70x,q70y,q70z},{q60x,q60y,q60z},{q140x,q140y,q140z},{q150x,q150y,q150z}}]];
```

```
m0H = {{mx}, {my}, {mz}, {1}};
```

```
T21 = {{Cos[Teta2], -Sin[Teta2], 0, 0}, {0, 0, -1, 0}, {Sin[Teta2], Cos[Teta2], 0, 0}, {0, 0, 0, 1}};
T12 = Inverse[T21];
```

```
m2 = T12.T01.m0H;
```

```
{{m2x}, {m2y}, {m2z}, {F}} = m2;
```

```
Teta3 = ArcTan[ $\frac{m2z}{m2x}$ ];
```

03

```
Teta3grad=Teta3*(180/Pi)
```

```
cuerpoR2={{65,-65,-65,65,65,-65,-65,65},{300,300,-200,-200,300,300,-200,-200},{68.18,68.18,68.18,68.18,-68.18,-68.18,-68.18,-68.18},{1,1,1,1,1,1,1,1}};
```

```
cuerpoR0=T10.T21.cuerpoR2;
```

```
{{r10x,r20x,r30x,r40x,r50x,r60x,r70x,r80x},{r10y,r20y,r30y,r40y,r50y,r60y,r70y,r80y},{r10z,r20z,r30z,r40z,r50z,r60z,r70z,r80z},{f,f,f,f,f,f,f,f}}=cuerpoR0;
```

```
cara1R=Graphics3D[Polygon[{{r10x,r10y,r10z},{r20x,r20y,r20z},{r30x,r30y,r30z},{r40x,r40y,r40z}}]];
cara2R=Graphics3D[Polygon[{{r40x,r40y,r40z},{r30x,r30y,r30z},{r70x,r70y,r70z},{r80x,r80y,r80z}}]];
cara3R=Graphics3D[Polygon[{{r70x,r70y,r70z},{r80x,r80y,r80z},{r50x,r50y,r50z},{r60x,r60y,r60z}}]];
cara4R=Graphics3D[Polygon[{{r10x,r10y,r10z},{r20x,r20y,r20z},{r60x,r60y,r60z},{r50x,r50y,r50z}}]];
cara5R=Graphics3D[Polygon[{{r20x,r20y,r20z},{r30x,r30y,r30z},{r70x,r70y,r70z},{r60x,r60y,r60z}}]];
```

```
T32={{Cos[Teta3],-Sin[Teta3],0,0},{0,0,-1,-d3},{Sin[Teta3],Cos[Teta3],0,0},{0,0,0,1}};
```

```
T23=Inverse[T32];
```

```
m3 = T23.T12.T01.m0H;
```

```
{{m3x}, {m3y}, {m3z}, {F}} = m3;
```

```
Teta4 = ArcTan[ $\frac{m3x}{m3z}$ ];
```

04

```
Teta4grad = Teta4 * (180 / Pi)
```



```
cuerpoS3={ {65,-65,-65,65,65,-65,-65,65,65,65,-65,-65,-65,-65}, {142.94,142.94,142.94,142.94,-142.94,-142.94,-142.94,-142.94,135,-135,135,-135,142.94,-142.94}, {-440,-440,60,60,-440,-440,60,60,-337.94,-337.94,-337.94,-330,-330}, {1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1}};
cuerpoS0=T10.T21.T32.cuerpoS3;
```

```
{ {s10x,s20x,s30x,s40x,s50x,s60x,s70x,s80x,s90x,s100x,s110x,s120x,s130x,s140x}, {s10y,s20y,s30y,s40y,s50y,s60y,s70y,s80y,s90y,s100y,s110y,s120y,s130y,s140y}, {s10z,s20z,s30z,s40z,s50z,s60z,s70z,s80z,s90z,s100z,s110z,s120z,s130z,s140z}, {f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f}}=cuerpoS0;
```

```
cara1S=Graphics3D[Polygon[ { {s10x,s10y,s10z}, {s20x,s20y,s20z}, {s30x,s30y,s30z}, {s40x,s40y,s40z} } ]];
cara2S=Graphics3D[Polygon[ { {s50x,s50y,s50z}, {s60x,s60y,s60z}, {s70x,s70y,s70z}, {s80x,s80y,s80z} } ]];
cara3S=Graphics3D[Polygon[ { {s10x,s10y,s10z}, {s20x,s20y,s20z}, {s60x,s60y,s60z}, {s50x,s50y,s50z} } ]];
cara4S=Graphics3D[Polygon[ { {s90x,s90y,s90z}, {s100x,s100y,s100z}, {s120x,s120y,s120z}, {s110x,s110y,s110z} } ]];
cara5S=Graphics3D[Polygon[ { {s20x,s20y,s20z}, {s60x,s60y,s60z}, {s140x,s140y,s140z}, {s130x,s130y,s130z} } ]];
```

```
m0 = { {mx}, {my}, {mz} };
```

```
PA0 = { {1227.48110856}, {1261.32639720}, {1264.62164229} };
```

```
{ {PA0x}, {PA0y}, {PA0z} } = PA0;
```

```
PB0 = { {1243.32143787}, {1275.53739382}, {1236.83438726} };
```

```
{ {PB0x}, {PB0y}, {PB0z} } = PB0;
```

```
PB0H = { {PB0x}, {PB0y}, {PB0z}, {1} };
```

$$XOT0 = \frac{PB0 - PA0}{\text{Sqrt}[(PB0x - PA0x)^2 + (PB0y - PA0y)^2 + (PB0z - PA0z)^2]};$$

```
{ {XOT0x}, {XOT0y}, {XOT0z} } = XOT0;
```

$$ZOT0 = \frac{PA0 - m0}{\text{Sqrt}[(PA0x - mx)^2 + (PA0y - my)^2 + (PA0z - mz)^2]};$$

```
{ {ZOT0x}, {ZOT0y}, {ZOT0z} } = ZOT0;
```

```
YOT0 = { {0, -ZOT0z, ZOT0y}, {ZOT0z, 0, -ZOT0x}, {-ZOT0y, ZOT0x, 0} }. { {XOT0x}, {XOT0y}, {XOT0z} };
```

```
{ {YOT0x}, {YOT0y}, {YOT0z} } = YOT0;
```

```
TOT0 = { {XOT0x, YOT0x, ZOT0x, PA0x}, {XOT0y, YOT0y, ZOT0y, PA0y}, {XOT0z, YOT0z, ZOT0z, PA0z}, {0, 0, 0, 1} };
```

```
OT0H = { {PA0x}, {PA0y}, {PA0z}, {1} };
```

```
T43 = { {Cos[Teta4], -Sin[Teta4], 0, 0}, {0, 0, 1, 0}, {-Sin[Teta4], -Cos[Teta4], 0, 0}, {0, 0, 0, 1} };
```

```
T34 = Inverse[T43];
```

```
OT4 = T34.T23.T12.T01.OT0H;
```

```
{ {OT4x}, {OT4y}, {OT4z}, {F} } = OT4;
```

```
Teta5 = ArcTan[  $\frac{OT4z}{OT4x}$  ];
```

```
@5
```

```
Teta5grad=Teta5*(180/Pi)
```

```
cuerpoT4={ {55,-55,-55,55,55,-55,-55,55}, {100,100,-200,-200,100,100,-200,-200}, {67.94,67.94,67.94,67.94,-67.94,-67.94,-67.94,-67.94}, {1,1,1,1,1,1,1,1}};
cuerpoT0=T10.T21.T32.T43.cuerpoT4;
```



$\{\{t10x,t20x,t30x,t40x,t50x,t60x,t70x,t80x\},\{t10y,t20y,t30y,t40y,t50y,t60y,t70y,t80y\},\{t10z,t20z,t30z,t40z,t50z,t60z,t70z,t80z\},\{f,f,f,f,f,f,f,f\}\}=\text{cuerpoT0};$

$\text{cara1T}=\text{Graphics3D}[\text{Polygon}[\{\{t10x,t10y,t10z\},\{t20x,t20y,t20z\},\{t30x,t30y,t30z\},\{t40x,t40y,t40z\}\}]];$
 $\text{cara2T}=\text{Graphics3D}[\text{Polygon}[\{\{t40x,t40y,t40z\},\{t30x,t30y,t30z\},\{t70x,t70y,t70z\},\{t80x,t80y,t80z\}\}]];$
 $\text{cara3T}=\text{Graphics3D}[\text{Polygon}[\{\{t50x,t50y,t50z\},\{t60x,t60y,t60z\},\{t70x,t70y,t70z\},\{t80x,t80y,t80z\}\}]];$
 $\text{cara4T}=\text{Graphics3D}[\text{Polygon}[\{\{t50x,t50y,t50z\},\{t60x,t60y,t60z\},\{t20x,t20y,t20z\},\{t10x,t10y,t10z\}\}]];$
 $\text{cara5T}=\text{Graphics3D}[\text{Polygon}[\{\{t20x,t20y,t20z\},\{t30x,t30y,t30z\},\{t70x,t70y,t70z\},\{t60x,t60y,t60z\}\}]];$

$\text{T54} = \{\{\text{Cos}[\text{Teta5}], -\text{Sin}[\text{Teta5}], 0, 0\}, \{0, 0, -1, -d5\}, \{\text{Sin}[\text{Teta5}], \text{Cos}[\text{Teta5}], 0, 0\}, \{0, 0, 0, 1\}\};$
 $\text{T45} = \text{Inverse}[\text{T54}];$

$\text{OT5} = \text{T45} . \text{T34} . \text{T23} . \text{T12} . \text{T01} . \text{OT0H};$
 $\{\{\text{OT5x}\}, \{\text{OT5y}\}, \{\text{OT5z}\}, \{\text{F}\}\} = \text{OT5};$
 $\text{Teta6} = \text{ArcTan}\left[\frac{\text{OT5x}}{\text{OT5z}}\right];$

$\Theta 6$

$\text{Teta6grad} = \text{Teta6} * (180/\text{Pi})$

$\text{cuerpoU5} = \{\{65,-65,-65,65,65,-65,-65,65,65,65,-65,-65,-65,-65\},\{141.35,141.35,141.35,141.35,-141.35,-141.35,-141.35,-141.35,135,-135,135,-135,141.35,-141.35\},\{-240,-240,60,60,-240,-240,60,60,-136.35,-136.35,-136.35,-136.35,-130,-130\},\{1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1\}\};$
 $\text{cuerpoU0} = \text{T10} . \text{T21} . \text{T32} . \text{T43} . \text{T54} . \text{cuerpoU5};$

$\{\{u10x,u20x,u30x,u40x,u50x,u60x,u70x,u80x,u90x,u100x,u110x,u120x,u130x,u140x\},\{u10y,u20y,u30y,u40y,u50y,u60y,u70y,u80y,u90y,u100y,u110y,u120y,u130y,u140y\},\{u10z,u20z,u30z,u40z,u50z,u60z,u70z,u80z,u90z,u100z,u110z,u120z,u130z,u140z\},\{f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f\}\}=\text{cuerpoU0};$

$\text{cara1U}=\text{Graphics3D}[\text{Polygon}[\{\{u10x,u10y,u10z\},\{u20x,u20y,u20z\},\{u30x,u30y,u30z\},\{u40x,u40y,u40z\}\}]];$
 $\text{cara2U}=\text{Graphics3D}[\text{Polygon}[\{\{u50x,u50y,u50z\},\{u60x,u60y,u60z\},\{u70x,u70y,u70z\},\{u80x,u80y,u80z\}\}]];$
 $\text{cara3U}=\text{Graphics3D}[\text{Polygon}[\{\{u10x,u10y,u10z\},\{u20x,u20y,u20z\},\{u60x,u60y,u60z\},\{u50x,u50y,u50z\}\}]];$
 $\text{cara4U}=\text{Graphics3D}[\text{Polygon}[\{\{u90x,u90y,u90z\},\{u100x,u100y,u100z\},\{u120x,u120y,u120z\},\{u110x,u110y,u110z\}\}]];$
 $\text{cara5U}=\text{Graphics3D}[\text{Polygon}[\{\{u20x,u20y,u20z\},\{u130x,u130y,u130z\},\{u140x,u140y,u140z\},\{u60x,u60y,u60z\}\}]];$

$\text{T65} = \{\{\text{Cos}[\text{Teta6}], -\text{Sin}[\text{Teta6}], 0, 0\}, \{0, 0, 1, 0\}, \{-\text{Sin}[\text{Teta6}], -\text{Cos}[\text{Teta6}], 0, 0\}, \{0, 0, 0, 1\}\};$
 $\text{T56} = \text{Inverse}[\text{T65}];$

$\text{PB6H} = \{\{-35\}, \{-674.65\}, \{0\}, \{1\}\};$
 $\text{PB6} = \text{T56} . \text{T45} . \text{T34} . \text{T23} . \text{T12} . \text{T01} . \text{PB0H};$
 $\{\{\text{PB6x}\}, \{\text{PB6y}\}, \{\text{PB6z}\}, \{\text{F}\}\} = \text{PB6};$

$\text{Teta7} = \text{ArcTan}\left[\frac{\text{PB6z}}{\text{PB6x}}\right];$

$\Theta 7$

$\text{Teta7grad} = \text{Teta7} * (180/\text{Pi})$

$\text{cuerpoV6} = \{\{55,-55,-55,55,55,-55,-55,55\},\{100,100,-200,-200,100,100,-200,-200\},\{66.35,66.35,66.35,66.35,-66.35,-66.35,-66.35,-66.35\},\{1,1,1,1,1,1,1,1\}\};$



cuerpoV0=T10.T21.T32.T43.T54.T65.cuerpoV6;

{ {v10x,v20x,v30x,v40x,v50x,v60x,v70x,v80x}, {v10y,v20y,v30y,v40y,v50y,v60y,v70y,v80y}, {v10z,v20z,v30z,v40z,v50z,v60z,v70z,v80z}, {f,f,f,f,f,f,f,f}}=cuerpoV0;

cara1V=Graphics3D[Polygon[{{v10x,v10y,v10z},{v20x,v20y,v20z},{v30x,v30y,v30z},{v40x,v40y,v40z}}]];
 cara2V=Graphics3D[Polygon[{{v30x,v30y,v30z},{v40x,v40y,v40z},{v80x,v80y,v80z},{v70x,v70y,v70z}}]];
 cara3V=Graphics3D[Polygon[{{v70x,v70y,v70z},{v80x,v80y,v80z},{v50x,v50y,v50z},{v60x,v60y,v60z}}]];
 cara4V=Graphics3D[Polygon[{{v10x,v10y,v10z},{v20x,v20y,v20z},{v60x,v60y,v60z},{v50x,v50y,v50z}}]];
 cara5V=Graphics3D[Polygon[{{v20x,v20y,v20z},{v30x,v30y,v30z},{v70x,v70y,v70z},{v60x,v60y,v60z}}]];]

T76={{Cos[Teta7],-Sin[Teta7],0,0},{0,0,-1,0},{Sin[Teta7],Cos[Teta7],0,0},{0,0,0,1}};
 cuerpoW7={{-18,18,18,-18,-18,18,18,-18,-10,10,10,-10,-10,-10,10,10,-10,-10,-35},{-18,-18,-18,-18,18,18,18,18,-10,-10,-10,-10,10,10,10,0},{0,0,444.65,444.65,0,0,444.65,444.65,444.65,444.65,674.65,674.65,654.65,444.65,444.65,674.65,674.65,654.65,664.65},{1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1}};

cuerpoW0=T10.T21.T32.T43.T54.T65.T76.cuerpoW7;

{ {w10x,w20x,w30x,w40x,w50x,w60x,w70x,w80x,w90x,w100x,w110x,w120x,w130x,w140x,w150x,w160x,w170x,w180x,w190x}, {w10y,w20y,w30y,w40y,w50y,w60y,w70y,w80y,w90y,w100y,w110y,w120y,w130y,w140y,w150y,w160y,w170y,w180y,w190y}, {w10z,w20z,w30z,w40z,w50z,w60z,w70z,w80z,w90z,w100z,w110z,w120z,w130z,w140z,w150z,w160z,w170z,w180z,w190z}, {f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f}}=cuerpoW0;

cara1W=Graphics3D[Polygon[{{w10x,w10y,w10z},{w20x,w20y,w20z},{w30x,w30y,w30z},{w40x,w40y,w40z}}]];
 cara2W=Graphics3D[Polygon[{{w30x,w30y,w30z},{w40x,w40y,w40z},{w80x,w80y,w80z},{w70x,w70y,w70z}}]];
 cara3W=Graphics3D[Polygon[{{w70x,w70y,w70z},{w80x,w80y,w80z},{w50x,w50y,w50z},{w60x,w60y,w60z}}]];
 cara4W=Graphics3D[Polygon[{{w10x,w10y,w10z},{w20x,w20y,w20z},{w60x,w60y,w60z},{w50x,w50y,w50z}}]];
 cara5W=Graphics3D[Polygon[{{w20x,w20y,w20z},{w30x,w30y,w30z},{w70x,w70y,w70z},{w60x,w60y,w60z}}]];
 cara6W=Graphics3D[Polygon[{{w10x,w10y,w10z},{w40x,w40y,w40z},{w80x,w80y,w80z},{w50x,w50y,w50z}}]];
 cara7W=Graphics3D[Polygon[{{w90x,w90y,w90z},{w100x,w100y,w100z},{w110x,w110y,w110z},{w120x,w120y,w120z}}]];
 cara8W=Graphics3D[Polygon[{{w120x,w120y,w120z},{w110x,w110y,w110z},{w160x,w160y,w160z},{w170x,w170y,w170z}}]];
 cara9W=Graphics3D[Polygon[{{w160x,w160y,w160z},{w170x,w170y,w170z},{w140x,w140y,w140z},{w150x,w150y,w150z}}]];
 cara10W=Graphics3D[Polygon[{{w90x,w90y,w90z},{w100x,w100y,w100z},{w150x,w150y,w150z},{w140x,w140y,w140z}}]];
 cara11W=Graphics3D[Polygon[{{w90x,w90y,w90z},{w120x,w120y,w120z},{w170x,w170y,w170z},{w140x,w140y,w140z}}]];
 cara12W=Graphics3D[Polygon[{{w100x,w100y,w100z},{w110x,w110y,w110z},{w160x,w160y,w160z},{w150x,w150y,w150z}}]];
 cara13W=Graphics3D[Polygon[{{w130x,w130y,w130z},{w120x,w120y,w120z},{w190x,w190y,w190z}}]];
 cara14W=Graphics3D[Polygon[{{w120x,w120y,w120z},{w170x,w170y,w170z},{w190x,w190y,w190z}}]];
 cara15W=Graphics3D[Polygon[{{w170x,w170y,w170z},{w180x,w180y,w180z},{w190x,w190y,w190z}}]];
 cara16W=Graphics3D[Polygon[{{w180x,w180y,w180z},{w130x,w130y,w130z},{w190x,w190y,w190z}}]];]

Manipulador=Graphics3D[Line[{{0,0,0},{0,0,d1},{C0x,C0y,C0z},{mx,my,mz}}]]

ManipuladorRef=Graphics3D[RGBColor[1, 0, 0],Line[{{0,0,d1},{C0xref,C0yref,C0zref},{mx,my,mz}}]]

Recta=Graphics3D[Line[{{0,0,d1},{mx,my,mz}}]]

Show[{Manipulador,ManipuladorRef,Recta,cara1P,cara2P,cara3P,cara4P,cara5P,cara6P,cara1Q,cara2Q,cara3Q,cara4Q,cara5Q,cara6Q,cara7Q,cara1R,cara2R,cara3R,cara4R,cara5R,cara1S,cara2S,cara3S,cara4S,cara5S,cara1T,cara2T,cara3T,cara4T,cara5T,cara1U,cara2U,cara3U,cara4U,cara5U,cara1V,cara2V,cara3V,cara4V,cara5V,cara1W,cara2W,cara3W,cara4W,cara5W,cara6W,cara7W,cara8W,cara9W,cara10W,cara11W,cara12W,cara13W,cara14W,cara15W,cara16W},
 Axes->False,Boxed->False,PlotRange->{{-300,1300},{-300,1300},{0,1500}},ViewPoint->{2.003,-1.911,1.946}]



Model			RSF-17A		RSF-20A		RSF-25A		RSF-32A	
			50	100	50	100	50	100	50	100
Rated Output	*3	W	62	62	120	111	180	190	310	310
Input Power Supply	*3	V	AC200V							
Rated Torque	*3	Nm	9.8	20	19	35	29	59	49	98
		Inlb	87	177	168	310	257	522	434	867
Rated Rotational Speed	*3	r/min	60	30	60	30	60	30	60	30
Continuous Stall Torque	*3	Nm	9.8	20	19	35	29	59	49	98
		Inlb	87	177	168	310	257	522	434	867
Maximum Momentary Torque	*3	Nm	34	54	56	82	98	157	220	330
		Inlb	301	478	496	726	867	1389	1947	2921
Max. Rotational Speed	*3	r/min	90	45	90	45	90	45	90	45
Moment of Inertia	*4	(GD ² /4)kgm ²	0.047	0.19	0.098	0.39	0.19	0.77	0.67	2.7
		(J)kgfcms ²	0.48	1.9	1.0	4.0	2.0	7.9	6.9	27
Reduction Ratio			50	100	50	100	50	100	50	100
Permissible Radial Load	N		780		1400		2900		4400	
	Lbf		175		315		652		939	
Permissible Thrust Load	N		780		1370		2900		4400	
	Lbf		175		308		652		939	
Detector Resolution (At x4) *5	Pulses/revolution		400,000	800,000	400,000	800,000	400,000	800,000	400,000	800,000
Mass	Kg		2.1		2.9		4.7		8.7	
Servo Drive Combinations	AC 200		RTL-230-18, REL-230-18							
			HA-520-1R-200 HA-655-2B-200		HA-520-1R-200 HA-655-2B-200		HA-520-3-200 HA-655-2B-200		HA-655-4B-200	

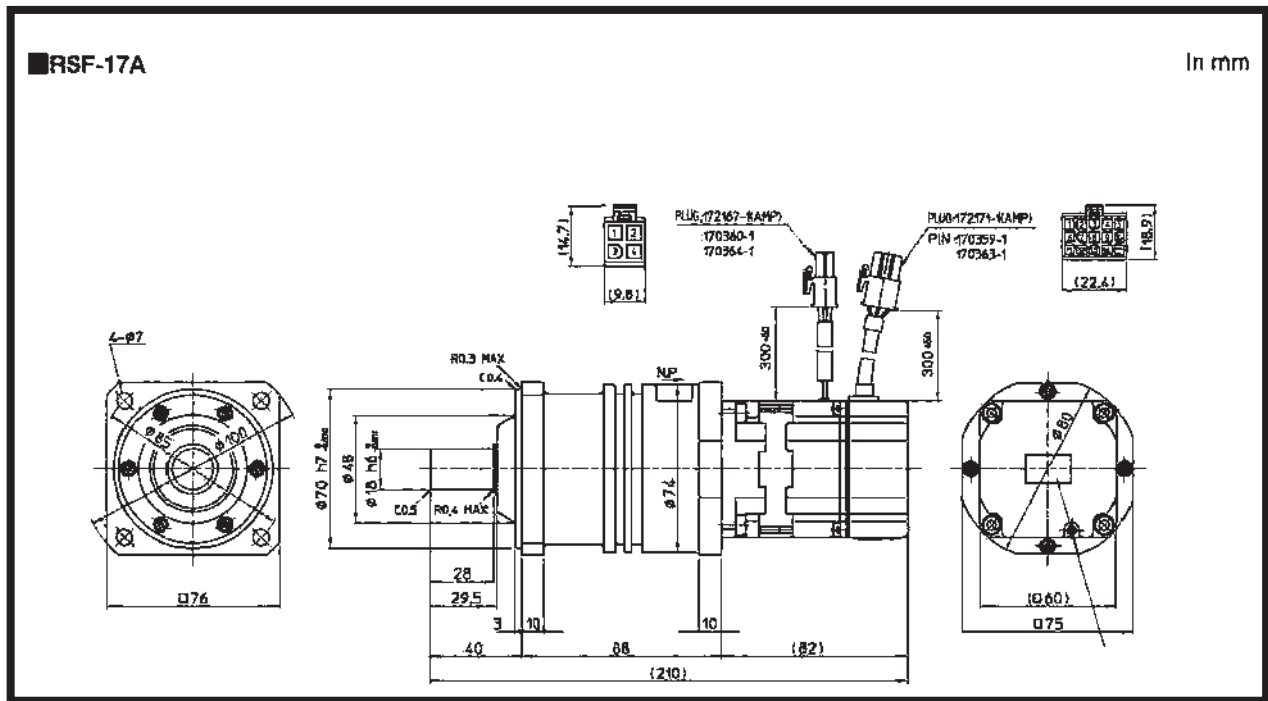
Especificaciones de actuadores serie RSF de Harmonic Drive LLC



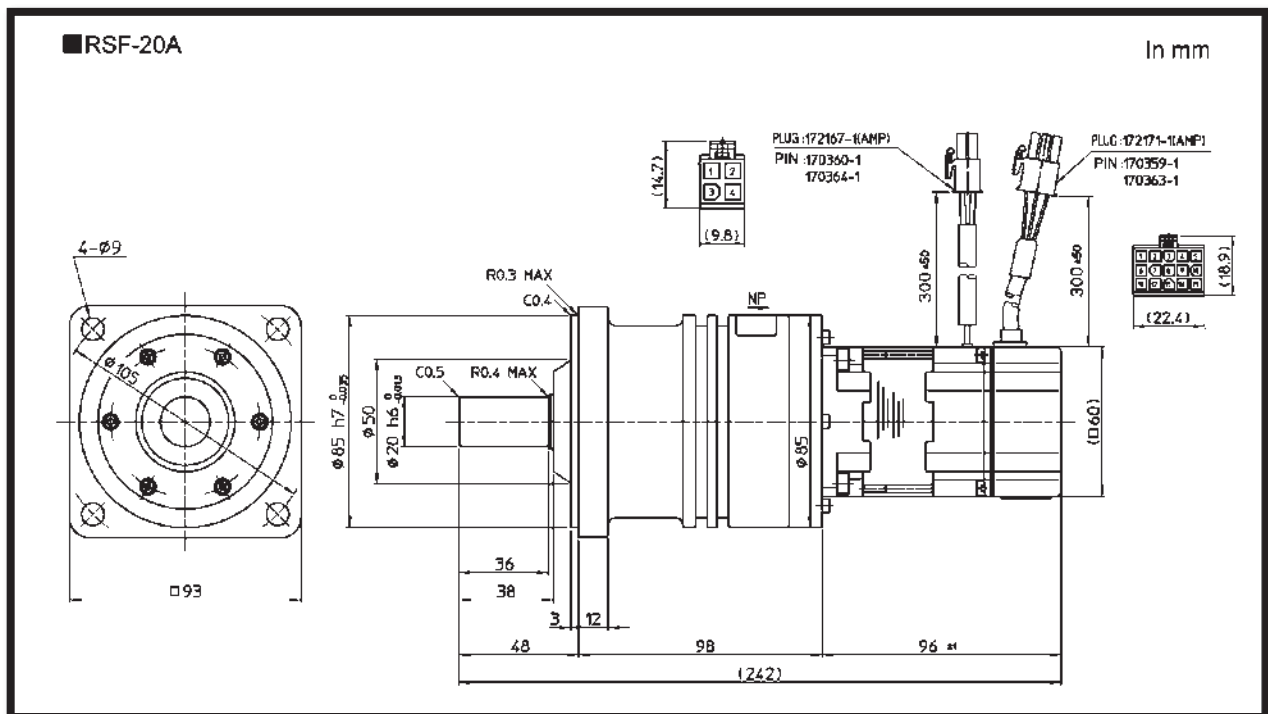
Model		RKF-20A		RKF-25A		RKF-32A	
		50	100	50	100	50	100
Item							
Rated Output	W	120	111	180	190	310	310
Input Power Supply	V	AC200					
Rated Torque	Nm	19	35	29	59	49	98
	Inlb	168	310	257	522	434	867
Rated Rotational Speed	r/min	60	30	60	30	60	30
Continuous Stall Torque	Nm	19	35	29	59	49	98
	Inlb	168	310	257	522	434	867
Maximum Momentary Torque	Nm	56	82	98	157	220	330
	Inlb	496	726	867	1389	1947	2921
Max. Rotational Speed	r/min	90	45	90	45	90	45
Moment of Inertia	kgm²	0.098	0.39	0.19	0.77	0.67	2.7
	kgfcms²	1.0	4.0	2.0	7.9	6.9	27
Reduction Ratio		50	100	50	100	50	100
Permissible Radial Load	N	2000		2500		3900	
	Lbf	450		562		877	
Permissible Thrust Load	N	880		1100		1600	
	Lbf	198		247		360	
Detector Resolution (At x4) *5	Pulses/revolution	400,000	800,000	400,000	800,000	400,000	800,000
Mass	Kg	2.9		5.0		9.5	
Servo Drive Combinations	AC 200	RTL-230-18, REL-230-18					
		HA-520-1R-200 HA-655-2B-200		HA-520-3-200 HA-655-2B-200		HA-655-4B-200	

Especificaciones de actuadores serie RSF de Harmonic Drive LLC

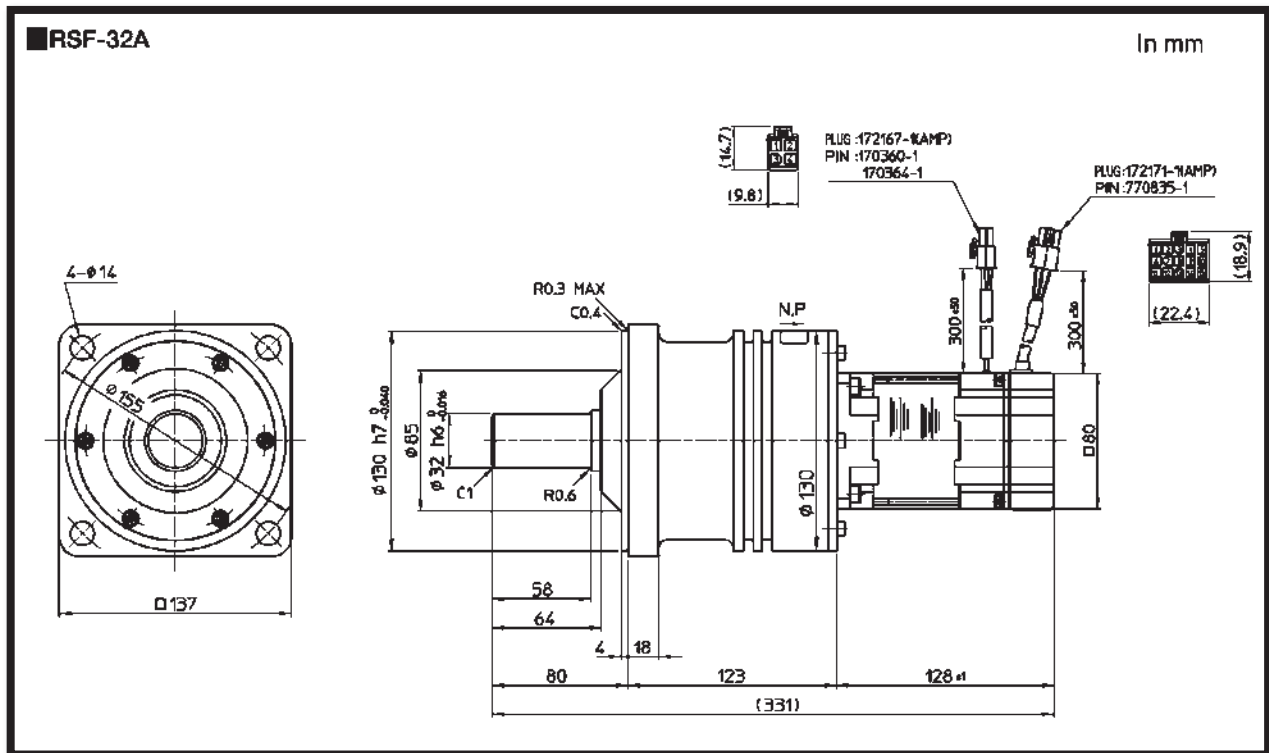




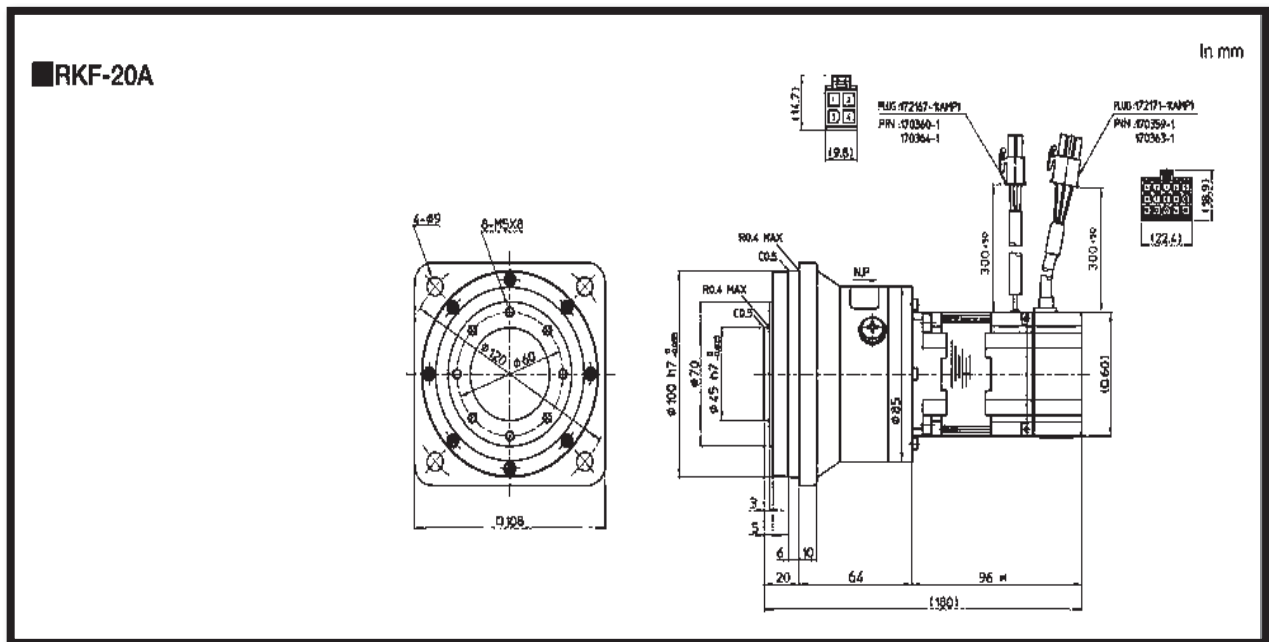
Actuador RSF-17A



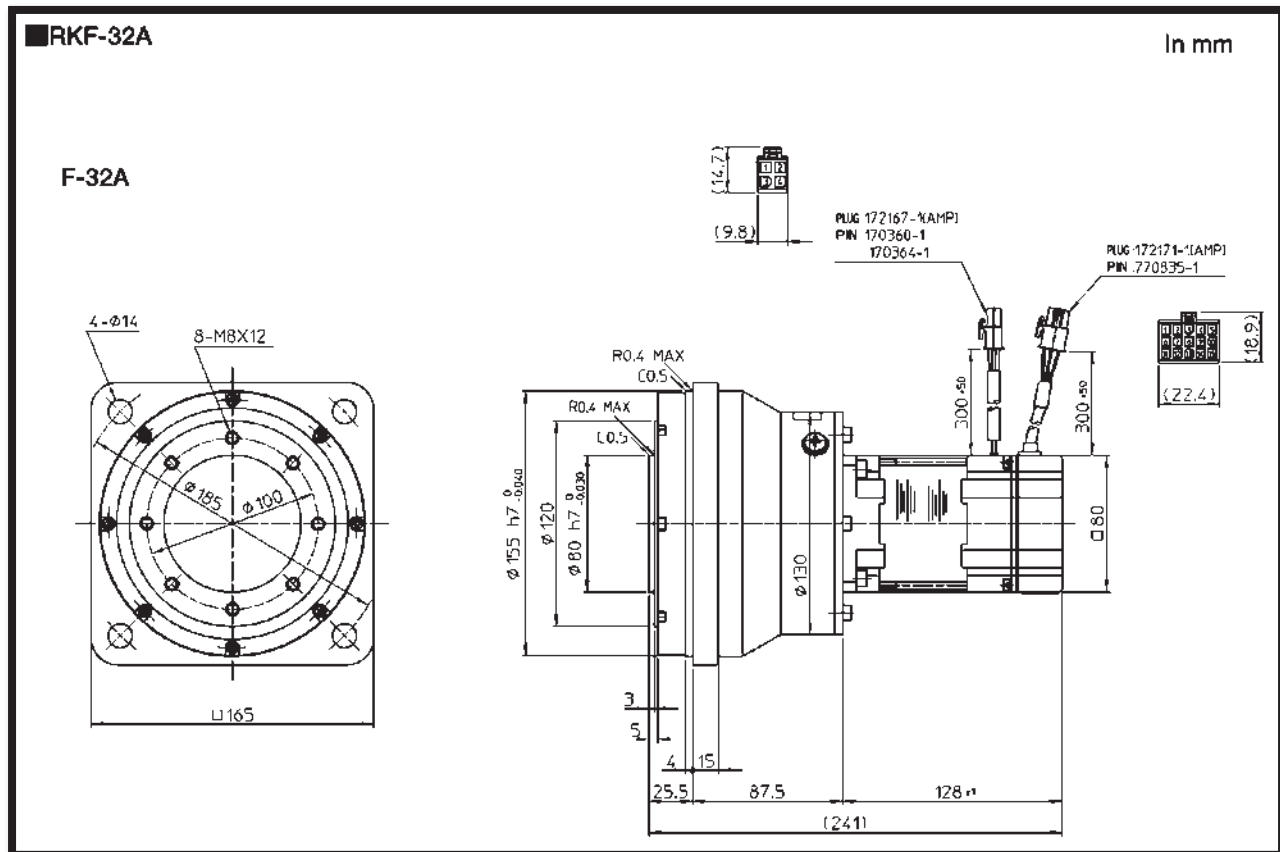
Actuador RSF-20A



Actuador RSF-32A



Actuador RKF-20A



Actuador RKF-32A

Model BK 2		Series																			
		15		30		60		80		150		200		300		500		800		1500	
Rated torque (Nm)	T _{KN}	15		30		60		80		150		200		300		500		800		1500	
Overall length (mm)	A ²	59	66	69	77	83	93	94	106	95	107	105	117	111	125	133	146	140	166		
Outside diameter (mm)	B	49		55		66		81		81		90		110		124		134		157	
Fit length (mm)	C	22		27		31		36		36		41		43		51		45		55	
Inside diameter possible from Ø to Ø H7 (mm)	D _{1/2}	8-28		10-30		12-35		14-42		19-42		22-45		24-60		35-60		40-75		50-80	
Fastening screw ISO 4762	E	M5		M6		M8		M10		M10		M12		M12		M16		2xM16		2xM20	
Tightening torque of the fastening screw (Nm)		8		15		40		50		70		120		130		200		250		470	
Distance between centerlines (mm)	F	17		19		23		27		27		31		39		41		2x48		2x55	
Distance (mm)	G	6.5		7.5		9.5		11		11		12.5		13		16.5		18		22.5	
Moment of inertia (10 ⁻³ kgm ²)	J _{total}	0.06	0.07	0.12	0.13	0.32	0.35	0.8	0.85	1.9	2	3.2	3.4	7.6	7.9	14.3	14.6	16.2	43		
Hub material		Al optional steel		Al optional steel		Al optional steel		Al optional steel		steel optional Al		steel optional Al		steel optional Al		steel optional Al		steel		steel	
Approximate weight (kg)		0.16		0.26		0.48		0.8		1.85		2.65		4		6.3		5.7		11.5	
Torsional stiffness (10 ³ Nm/rad)	C _T	20	15	39	28	76	55	129	85	175	110	191	140	450	350	510	500	780	1304		
Axial  ± (mm)	Max. values	1	2	1	2	1.5	2	2	3	2	3	2	3	2.5	3.5	2.5	3.5	3.5	3.5		
Lateral  ± (mm)		0.15	0.2	0.2	0.25	0.2	0.25	0.2	0.25	0.2	0.25	0.25	0.3	0.25	0.3	0.3	0.35	0.35	0.35		
Angular  ± (degree)		1	1.5	1	1.5	1	1.5	1	1.5	1	1.5	1	1.5	1	1.5	1	1.5	1.5	1.5		
Axial spring stiffness (N/mm)	C _s	25	15	50	30	72	48	48	32	82	52	90	60	105	71	70	48	100	320		
Lateral spring stiffness (N/mm)	C _L	475	137	900	270	1200	420	920	290	1550	435	2040	610	3750	1050	2500	840	2000	3600		

Coples flexibles de la marca R+W



Rodamientos de rodillos cónicos, de una hilera, rodamientos métricos

Tolerancias, ver también el texto
Ajustes recomendados
Tolerancias del eje y del alojamiento

Dimensiones principales			Capacidades de carga		Carga límite de fatiga	Velocidades	Velocidad	Masa	Designación
d	D	T	C	C_0	P_u	Velocidad de referencia	límite	kg	-
mm	mm	mm	kN	kN	kN	rpm			
45	75	20	58,3	80	8,8	6300	8500	0,34	32009 X/Q

Technical drawing of SKF 32009 X/Q tapered roller bearing. The cross-section shows dimensions: $d = 45$, $D = 75$, $T = 20$, $C = 15,5$, $B = 20$, $d_1 = 60,4$, $r_{1,2min} = 1$, $r_{3,4min} = 1$, $a = 16$. The side view shows dimensions: $C_{amin} = 4$, $C_{bmin} = 4,5$, $D_{amax} = 69$, $d_{amax} = 52$, $D_{amin} = 67$, $d_{bmin} = 51$, $r_{amax} = 1$, $r_{bmax} = 1$, $D_{bmin} = 72$.

Factores de cálculo
 $e = 0,4$
 $Y = 1,5$
 $Y_0 = 0,8$

Rodamiento de rodillos cónicos 32009 X de SKF

Rodamientos de rodillos cónicos, de una hilera, rodamientos métricos

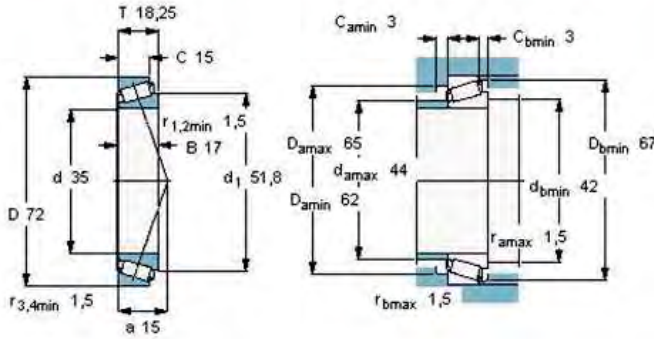
Tolerancias, ver también el texto
Ajustes recomendados
Tolerancias del eje y del alojamiento

Dimensiones principales			Capacidades de carga		Carga límite de fatiga	Velocidades	Velocidad	Masa	Designación
d	D	T	C	C_0	P_u	Velocidad de referencia	límite	kg	-
mm	mm	mm	kN	kN	kN	rpm			
40	75	26	79,2	104	11,4	6700	9000	0,51	33108/Q

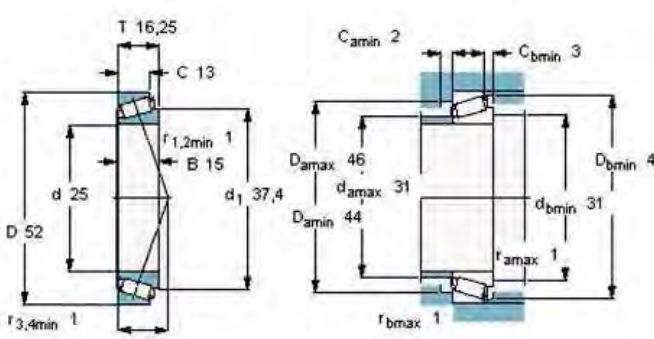
Technical drawing of SKF 33108/Q tapered roller bearing. The cross-section shows dimensions: $d = 40$, $D = 75$, $T = 26$, $C = 20,5$, $B = 26$, $d_1 = 57,5$, $r_{1,2min} = 1,5$, $r_{3,4min} = 1,5$, $a = 18$. The side view shows dimensions: $C_{amin} = 4$, $C_{bmin} = 5,5$, $D_{amax} = 68$, $d_{amax} = 47$, $D_{amin} = 65$, $d_{bmin} = 47$, $r_{amax} = 1,5$, $r_{bmax} = 1,5$, $D_{bmin} = 71$.

Factores de cálculo
 $e = 0,35$
 $Y = 1,7$
 $Y_0 = 0,9$

Rodamiento de rodillos cónicos 33108 de SKF

Rodamientos de rodillos cónicos, de una hilera, rodamientos métricos								
Dimensiones principales			Capacidades de carga		Carga límite de fatiga	Velocidades	Velocidad	Masa
d	D	T	C	C ₀	P _u	Velocidad de referencia	límite	Designación
mm			kN		kN	rpm		kg
35	72	18,25	51,2	56	6,1	7000	9500	0,32
 Factores de cálculo e 0,37 Y 1,6 Y₀ 0,9								

Rodamiento de rodillos cónicos 30207 de SKF

Rodamientos de rodillos cónicos, de una hilera, rodamientos métricos								
Dimensiones principales			Capacidades de carga		Carga límite de fatiga	Velocidades	Velocidad	Masa
d	D	T	C	C ₀	P _u	Velocidad de referencia	límite	Designación
mm			kN		kN	rpm		kg
25	52	16,25	30,8	33,5	3,45	10000	13000	0,15
 Factores de cálculo e 0,37 Y 1,6 Y₀ 0,9								

Rodamiento de rodillos cónicos 30205 de SKF

Rodamientos de rodillos a rótula, agujero cilíndrico y cónico, agujero cilíndrico, no están obturados

Tolerancias, ver también el texto

Juego radial interno, , agujero cilíndrico , agujero cónico, no están obturados , ver también el texto

Ajustes recomendados

Tolerancias del eje y del alojamiento

Dimensiones principales			Capacidades de carga		Carga límite de fatiga	Velocidades	Velocidad	Masa	Designación
d	D	B	C	C ₀	P _u	Velocidad de referencia	límite		
mm			kN		kN	rpm		kg	-
40	80	23	96,5	90	9,8	8000	11000	0,53	22208 E *

Factores de cálculo
 e 0,28
 Y_1 2,4
 Y_2 3,6
 Y_0 2,5

Rodamiento de rodillos a rótula 22208 E de SKF**Rodamientos de rodillos a rótula, agujero cilíndrico y cónico, agujero cilíndrico, no están obturados**

Tolerancias, ver también el texto

Juego radial interno, , agujero cilíndrico , agujero cónico, no están obturados , ver también el texto

Ajustes recomendados

Tolerancias del eje y del alojamiento

Dimensiones principales			Capacidades de carga		Carga límite de fatiga	Velocidades	Velocidad	Masa	Designación
d	D	B	C	C ₀	P _u	Velocidad de referencia	límite		
mm			kN		kN	rpm		kg	-
35	72	23	86,5	85	9,3	9000	12000	0,45	22207 E *

Factores de cálculo
 e 0,31
 Y_1 2,2
 Y_2 3,3
 Y_0 2,2

Rodamiento de rodillos a rótula 22207 E de SKF

Rodamientos de rodillos a rótula, agujero cilíndrico y cónico, agujero cilíndrico, no están obturados									
Tolerancias , ver también el texto Juego radial interno , agujero cilíndrico , agujero cónico , no están obturados , ver también el texto Ajustes recomendados Tolerancias del eje y del alojamiento									
Dimensiones principales			Capacidades de carga		Carga límite de fatiga	Velocidades	Velocidad	Masa	Designación
d	D	B	C	C ₀	P _u	de referencia	límite		
mm			kN		kN	rpm		kg	-
25	52	18	49	44	4,75	13000	17000	0,26	22205 E *

Factores de cálculo
 e 0,35
 Y_1 1,9
 Y_2 2,9
 Y_0 1,8

Rodamiento de rodillos a rótula 22205 E de SKF

Rodamientos de rodillos a rótula, agujero cilíndrico y cónico, agujero cilíndrico, no están obturados									
Tolerancias , ver también el texto Juego radial interno , agujero cilíndrico , agujero cónico , no están obturados , ver también el texto Ajustes recomendados Tolerancias del eje y del alojamiento									
Dimensiones principales			Capacidades de carga		Carga límite de fatiga	Velocidades	Velocidad	Masa	Designación
d	D	B	C	C ₀	P _u	de referencia	límite		
mm			kN		kN	rpm		kg	-
45	85	23	102	98	10,8	7500	10000	0,58	22209 E *

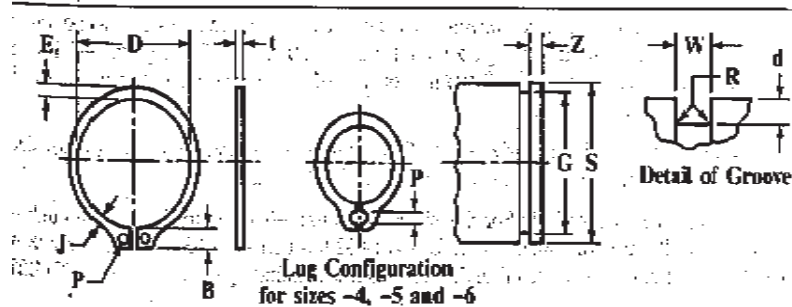
Factores de cálculo
 e 0,26
 Y_1 2,6
 Y_2 3,9
 Y_0 2,5

Rodamiento de rodillos a rótula 22209 E de SKF

Tamaño	Diámetro mayor (nominal) d (in)	ROSCA BASTA (UNC)			ROSCA FINA (UNF)			Ancho aproximado entre caras A_T (in)	
		Número de hilos por pulgada	Diámetro menor d_r (in)	Área de esfuerzo a tracción A_t (in ²)	Número de hilos por pulgada	Diámetro menor d_r (in)	Área de esfuerzo a tracción A_t (in ²)	Cabeza	Tuerca
0	0.0600	-	-	-	80	0.0438	0.0018		
1	0.0730	64	0.0527	0.0026	72	0.0550	0.0028		
2	0.0860	56	0.0628	0.0037	64	0.0657	0.0039		
3	0.0990	48	0.0719	0.0049	56	0.0758	0.0052		
4	0.1120	40	0.0795	0.0060	48	0.0849	0.0066		
5	0.1250	40	0.0925	0.0080	44	0.0955	0.0083		
6	0.1380	32	0.0974	0.0091	40	0.1055	0.0101		
8	0.1640	32	0.1234	0.0140	36	0.1279	0.0147		
10	0.1900	24	0.1359	0.0175	32	0.1494	0.0200		
12	0.2160	24	0.1619	0.0242	28	0.1696	0.0258		
¼	0.2500	20	0.1850	0.0318	28	0.2036	0.0364	7/16	7/16
5/16	0.3125	18	0.2403	0.0524	24	0.2584	0.0581	½	½
3/8	0.3750	16	0.2938	0.0775	24	0.3209	0.0878	9/16	9/16
7/16	0.4375	14	0.3447	0.1063	20	0.3725	0.1187	5/8	11/16
½	0.5000	13	0.4001	0.1419	20	0.4350	0.1600	¾	¾
9/16	0.5625	12	0.4542	0.1819	18	0.4903	0.2030	13/16	7/8
5/8	0.6250	11	0.5069	0.2260	18	0.5528	0.2560	15/16	15/16
¾	0.7500	10	0.6201	0.3345	16	0.6688	0.3730	1 1/8	1 1/8
7/8	0.8750	9	0.7307	0.4617	14	0.7822	0.5095	1 5/16	1 5/16
1	1.0000	8	0.8376	0.6057	12	0.8917	0.6630	1 ½	1 ½
1 1/8	1.1250	7	0.9394	0.7633	12	1.0167	0.8557	1 11/16	1 11/16
1 ¼	1.2500	7	1.0644	0.9691	12	1.1417	1.0729	1 7/8	1 7/8
1 3/8	1.3750	6	1.1585	1.1549	12	1.2667	1.3147	2 1/16	2 1/16
1 ½	1.5000	6	1.2835	1.4053	12	1.3917	1.5810	2 ¼	2 ¼
1 ¾	1.7500	5	1.4902	1.8995				2 5/8	2 5/8
2	2.0000	4.5	1.7113	2.4982				3	3
2 ¼	2.2500	4.5	1.9613	3.2477				3 3/8	3 3/8
2 ½	2.5000	4	2.1752	3.9988				3 ¾	3 ¾
2 ¾	2.7500	4	2.4252	4.9340				4 1/8	4 1/8
3	3.0000	4	2.6752	5.9674				4 ½	4 ½
3 ¼	3.2500	4	2.9252	7.0989				4 7/8	
3 ½	3.5000	4	3.1752	8.3286				5 ¼	
3 ¾	3.7500	4	3.4252	9.6565				5 5/8	
4	4.0000	4	3.6752	11.083				6	

Dimensiones de roscas UNC y UNF



**Table 1. American National Standard Metric Tapered Retaining Rings—
Basic External Series—3AM1 ANSI B27.7-1977, R1999****Table 1. (Continued) American National Standard Metric Tapered Retaining Rings
— Basic External Series — 3AM1 ANSI B27.7-1977, R1999**

Shaft Dia	Ring		Groove				Shaft Diam	Ring		Groove			
	Free Dia.	Thick- ness	Dia.	Width	Depth	Edge Margin		Free Dia.	Thick- ness	Dia.	Width	Depth	Edge Margin
<i>S</i>	<i>D</i>	<i>t</i>	<i>G</i>	<i>W</i>	<i>d</i> ref.	<i>Z</i> min.	<i>S</i>	<i>D</i>	<i>t</i>	<i>G</i>	<i>W</i>	<i>d</i> ref.	<i>Z</i> min.
4	3.60	0.25	3.80	0.32	0.1	0.3	36	33.25	1.3	33.85	1.4	1.06	3.2
5	4.55	0.4	4.75	0.5	0.13	0.4	38	35.20	1.3	35.8	1.4	1.10	3.3
6	5.45	0.4	5.70	0.5	0.15	0.5	40	36.75	1.6	37.7	1.75	1.15	3.4
7	6.35	0.6	6.60	0.7	0.20	0.6	42	38.80	1.6	39.6	1.75	1.20	3.6
8	7.15	0.6	7.50	0.7	0.25	0.8	43	39.65	1.6	40.5	1.75	1.25	3.8
9	8.15	0.6	8.45	0.7	0.28	0.8	45	41.60	1.6	42.4	1.75	1.30	3.9
10	9.00	0.6	9.40	0.7	0.30	0.9	46	42.55	1.6	43.3	1.75	1.35	4.0
11	10.00	0.6	10.35	0.7	0.33	1.0	48	44.40	1.6	45.2	1.75	1.40	4.2
12	10.85	0.6	11.35	0.7	0.33	1.0	50	46.20	1.6	47.2	1.75	1.40	4.2
13	11.90	0.9	12.30	1.0	0.35	1.0	52	48.40	2.0	49.1	2.15	1.45	4.3
14	12.90	0.9	13.25	1.0	0.38	1.2	54	49.9	2.0	51.0	2.15	1.50	4.5
15	13.80	0.9	14.15	1.0	0.43	1.3	55	50.6	2.0	51.8	2.15	1.60	4.8
16	14.70	0.9	15.10	1.0	0.45	1.4	57	52.9	2.0	53.8	2.15	1.60	4.8
17	15.75	0.9	16.10	1.0	0.45	1.4	58	53.6	2.0	54.7	2.15	1.65	4.9
18	16.65	1.1	17.00	1.2	0.50	1.5	60	55.8	2.0	56.7	2.15	1.65	4.9
19	17.60	1.1	17.95	1.2	0.53	1.6	62	57.3	2.0	58.6	2.15	1.70	5.1
20	18.35	1.1	18.85	1.2	0.58	1.7	65	60.4	2.0	61.6	2.15	1.70	5.1
21	19.40	1.1	19.80	1.2	0.60	1.8	68	63.1	2.0	64.5	2.15	1.75	5.3
22	20.30	1.1	20.70	1.2	0.65	1.9	70	64.6	2.4	66.4	2.55	1.80	5.4
23	21.25	1.1	21.65	1.2	0.67	2.0	72	66.6	2.4	68.3	2.55	1.85	5.5
24	22.20	1.1	22.60	1.2	0.70	2.1	75	69.0	2.4	71.2	2.55	1.90	5.7
25	23.10	1.1	23.50	1.2	0.75	2.3	78	72.0	2.4	74.0	2.55	2.00	6.0
26	24.05	1.1	24.50	1.2	0.75	2.3	80	74.2	2.4	75.9	2.55	2.05	6.1
27	24.95	1.3	25.45	1.4	0.78	2.3	82	76.4	2.4	77.8	2.55	2.10	6.3
28	25.80	1.3	26.40	1.4	0.80	2.4	85	78.6	2.4	80.6	2.55	2.20	6.6
30	27.90	1.3	28.35	1.4	0.83	2.5	88	81.4	2.8	83.5	2.95	2.25	6.7
32	29.60	1.3	30.20	1.4	0.90	2.7	90	83.2	2.8	85.4	2.95	2.30	6.9
34	31.40	1.3	32.00	1.4	1.00	3.0	95	88.1	2.8	90.2	2.95	2.40	7.2
35	32.30	1.3	32.90	1.4	1.05	3.1	100	92.5	2.8	95.0	2.95	2.50	7.5



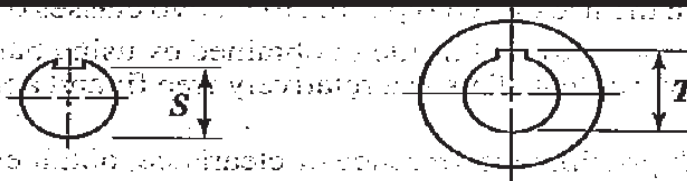


Table 2. Depth Control Values S and T for Shaft and Hub
ANSI B17.1-1967 (R2003)

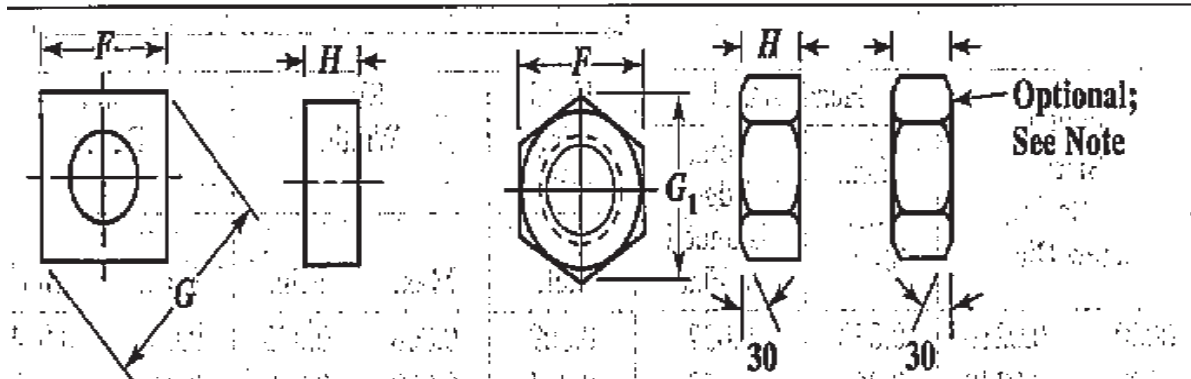
Nominal Shaft Diameter	Shafts, Parallel and Taper		Hubs, Parallel		Hubs, Taper	
	Square	Rectangular	Square	Rectangular	Square	Rectangular
	S	S	T	T	T	T
$\frac{1}{2}$	0.430	0.445	0.560	0.544	0.535	0.519
$\frac{9}{16}$	0.493	0.509	0.623	0.607	0.598	0.582
$\frac{5}{8}$	0.517	0.548	0.709	0.678	0.684	0.653
$\frac{11}{16}$	0.581	0.612	0.773	0.742	0.748	0.717
$\frac{3}{4}$	0.644	0.676	0.837	0.806	0.812	0.781
$\frac{13}{16}$	0.708	0.739	0.900	0.869	0.875	0.844
$\frac{7}{8}$	0.771	0.802	0.964	0.932	0.939	0.907
$\frac{15}{16}$	0.796	0.827	1.051	1.019	1.026	0.994
1	0.859	0.890	1.114	1.083	1.089	1.058
$1\frac{1}{16}$	0.923	0.954	1.178	1.146	1.153	1.121
$1\frac{1}{8}$	0.986	1.017	1.241	1.210	1.216	1.185
$1\frac{3}{16}$	1.049	1.080	1.304	1.273	1.279	1.248
$1\frac{1}{4}$	1.112	1.144	1.367	1.336	1.342	1.311
$1\frac{5}{16}$	1.137	1.169	1.455	1.424	1.430	1.399
$1\frac{3}{8}$	1.201	1.232	1.518	1.487	1.493	1.462
$1\frac{7}{16}$	1.225	1.288	1.605	1.543	1.580	1.518
$1\frac{1}{2}$	1.289	1.351	1.669	1.606	1.644	1.581
$1\frac{9}{16}$	1.352	1.415	1.732	1.670	1.707	1.645
$1\frac{5}{8}$	1.416	1.478	1.796	1.733	1.771	1.708
$1\frac{11}{16}$	1.479	1.541	1.859	1.796	1.834	1.771
$1\frac{3}{4}$	1.463	1.605	1.922	1.860	1.897	1.835
$1\frac{13}{16}$	1.527	1.590	2.032	1.970	2.007	1.945
$1\frac{7}{8}$	1.591	1.654	2.096	2.034	2.071	2.009
$1\frac{15}{16}$	1.655	1.717	2.160	2.097	2.135	2.072
2	1.718	1.781	2.223	2.161	2.198	2.136
$2\frac{1}{16}$	1.782	1.844	2.287	2.224	2.262	2.199
$2\frac{1}{8}$	1.845	1.908	2.350	2.288	2.325	2.263
$2\frac{3}{16}$	1.909	1.971	2.414	2.351	2.389	2.326
$2\frac{1}{4}$	1.972	2.034	2.477	2.414	2.452	2.389
$2\frac{5}{16}$	1.957	2.051	2.587	2.493	2.562	2.468
$2\frac{3}{8}$	2.021	2.114	2.651	2.557	2.626	2.532
$2\frac{7}{16}$	2.084	2.178	2.714	2.621	2.689	2.596
$2\frac{1}{2}$	2.148	2.242	2.778	2.684	2.753	2.659
$2\frac{9}{16}$	2.211	2.305	2.841	2.748	2.816	2.723
$2\frac{5}{8}$	2.275	2.369	2.905	2.811	2.880	2.786



Table 2. (Continued) Depth Control Values S and T for Shaft and Hub
ANSI B17.1-1967 (R2003)

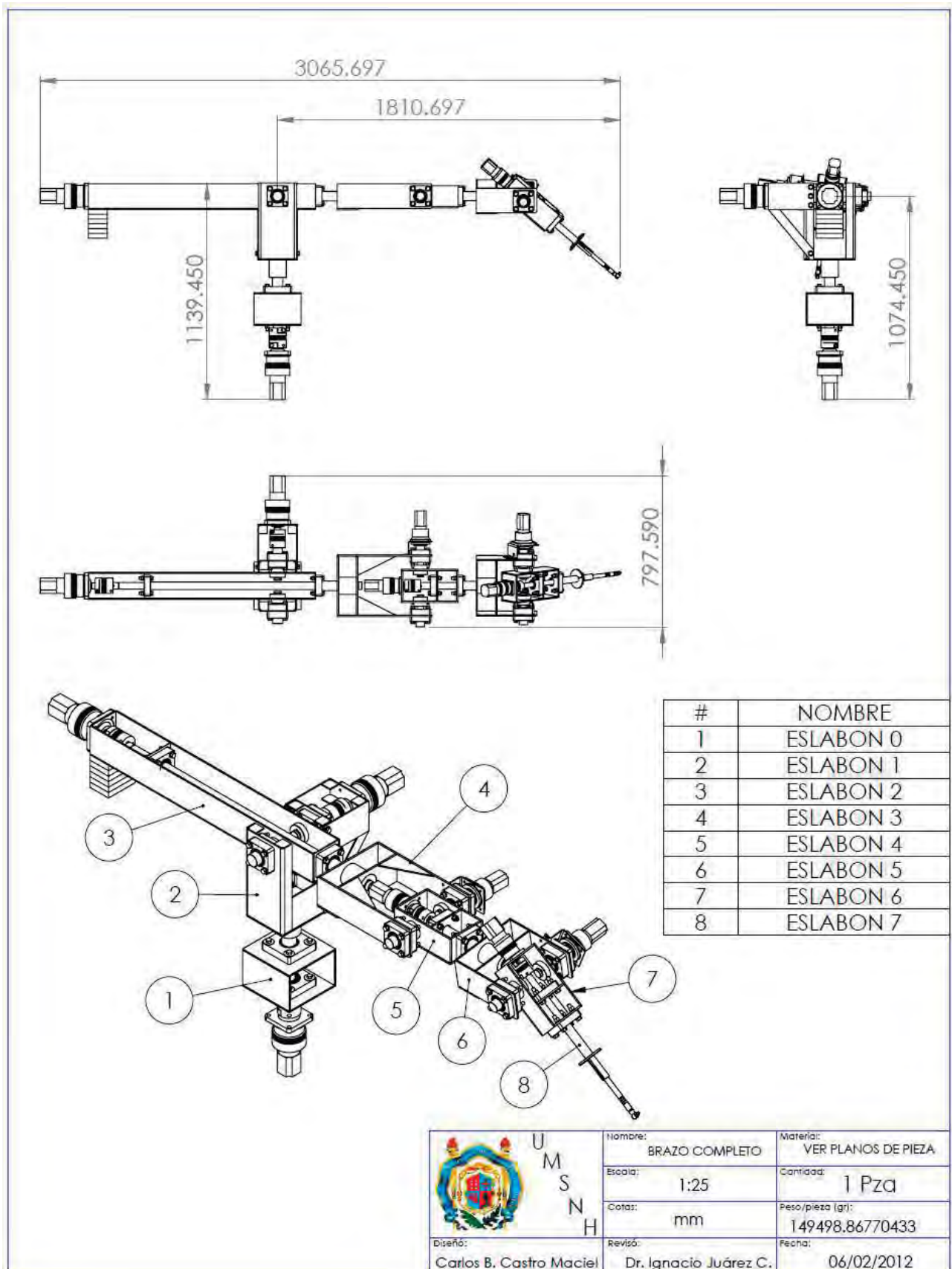
Nominal Shaft Diameter	Shafts, Parallel and Taper		Hubs, Parallel		Hubs, Taper	
	Square	Rectangular	Square	Rectangular	Square	Rectangular
	S	S	T	T	T	T
2 1/16	2.338	2.432	2.968	2.874	2.943	2.849
2 1/8	2.402	2.495	3.032	2.938	3.007	2.913
2 3/16	2.387	2.512	3.142	3.017	3.117	2.992
2 1/4	2.450	2.575	3.205	3.080	3.180	3.055
2 5/16	2.514	2.639	3.269	3.144	3.244	3.119
3	2.577	2.702	3.332	3.207	3.307	3.182
3 1/16	2.641	2.766	3.396	3.271	3.371	3.246
3 1/8	2.704	2.829	3.459	3.334	3.434	3.309
3 3/16	2.768	2.893	3.523	3.398	3.498	3.373
3 1/4	2.831	2.956	3.586	3.461	3.561	3.436
3 5/16	2.816	2.941	3.696	3.571	3.671	3.546
3 3/8	2.880	3.005	3.760	3.635	3.735	3.610
3 7/16	2.943	3.068	3.823	3.698	3.798	3.673
3 1/2	3.007	3.132	3.887	3.762	3.862	3.737
3 9/16	3.070	3.195	3.950	3.825	3.925	3.800
3 5/8	3.134	3.259	4.014	3.889	3.989	3.864
3 11/16	3.197	3.322	4.077	3.952	4.052	3.927
3 3/4	3.261	3.386	4.141	4.016	4.116	3.991
3 7/8	3.246	3.371	4.251	4.126	4.226	4.101
3 15/16	3.309	3.434	4.314	4.189	4.289	4.164
4	3.373	3.498	4.378	4.253	4.353	4.228
4 1/16	3.436	3.561	4.441	4.316	4.416	4.291
4 1/8	3.627	3.752	4.632	4.507	4.607	4.482
4 1/4	3.690	3.815	4.695	4.570	4.670	4.545
4 3/8	3.817	3.942	4.822	4.697	4.797	4.672
4 7/16	3.880	4.005	4.885	4.760	4.860	4.735
4 1/2	3.944	4.069	4.949	4.824	4.924	4.799
4 5/8	4.041	4.229	5.296	5.109	5.271	5.084
4 3/4	4.169	4.356	5.424	5.236	5.399	5.211
4 15/16	4.232	4.422	5.487	5.300	5.462	5.275
5	4.296	4.483	5.551	5.363	5.526	5.338
5 1/16	4.486	4.674	5.741	5.554	5.716	5.529
5 1/8	4.550	4.737	5.805	5.617	5.780	5.592
5 3/16	4.740	4.927	5.995	5.807	5.970	5.782
5 1/4	4.803	4.991	6.058	5.871	6.033	5.846
5 3/8	4.900	5.150	6.405	6.155	6.380	6.130
5 7/16	5.091	5.341	6.596	6.346	6.571	6.321
5 1/2	5.155	5.405	6.660	6.410	6.635	6.385
6	5.409	5.659	6.914	6.664	6.889	6.639
6 1/16	5.662	5.912	7.167	6.917	7.142	6.892
6 1/8	5.760	6.014	7.515	7.390	7.490	7.365
7	6.014	6.139	7.769	7.644	7.744	7.619
7 1/8	6.268	6.393	8.023	7.898	7.998	7.873
7 1/4	6.521	6.646	8.276	8.151	8.251	8.126
7 3/8	6.619	6.869	8.624	8.374	8.599	8.349
8	6.873	7.123	8.878	8.628	8.853	8.603
9	7.887	8.137	9.892	9.642	9.867	9.617
10	8.591	8.966	11.096	10.721	11.071	10.696
11	9.606	9.981	12.111	11.736	12.086	11.711
12	10.309	10.809	13.314	12.814	13.289	12.789
13	11.325	11.825	14.330	13.830	14.305	13.805
14	12.028	12.528	15.533	15.033	15.508	15.008
15	13.043	13.543	16.548	16.048	16.523	16.023

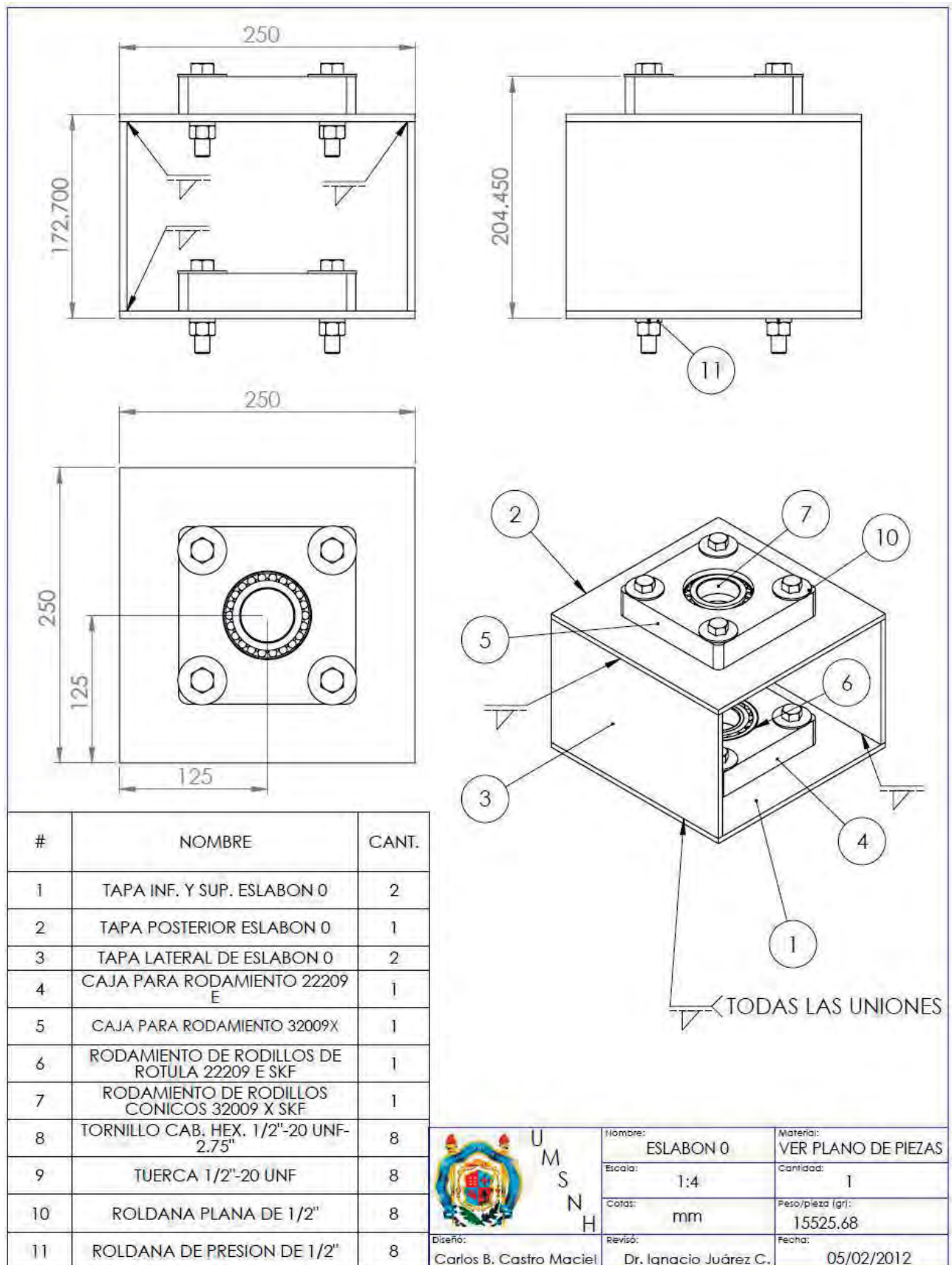


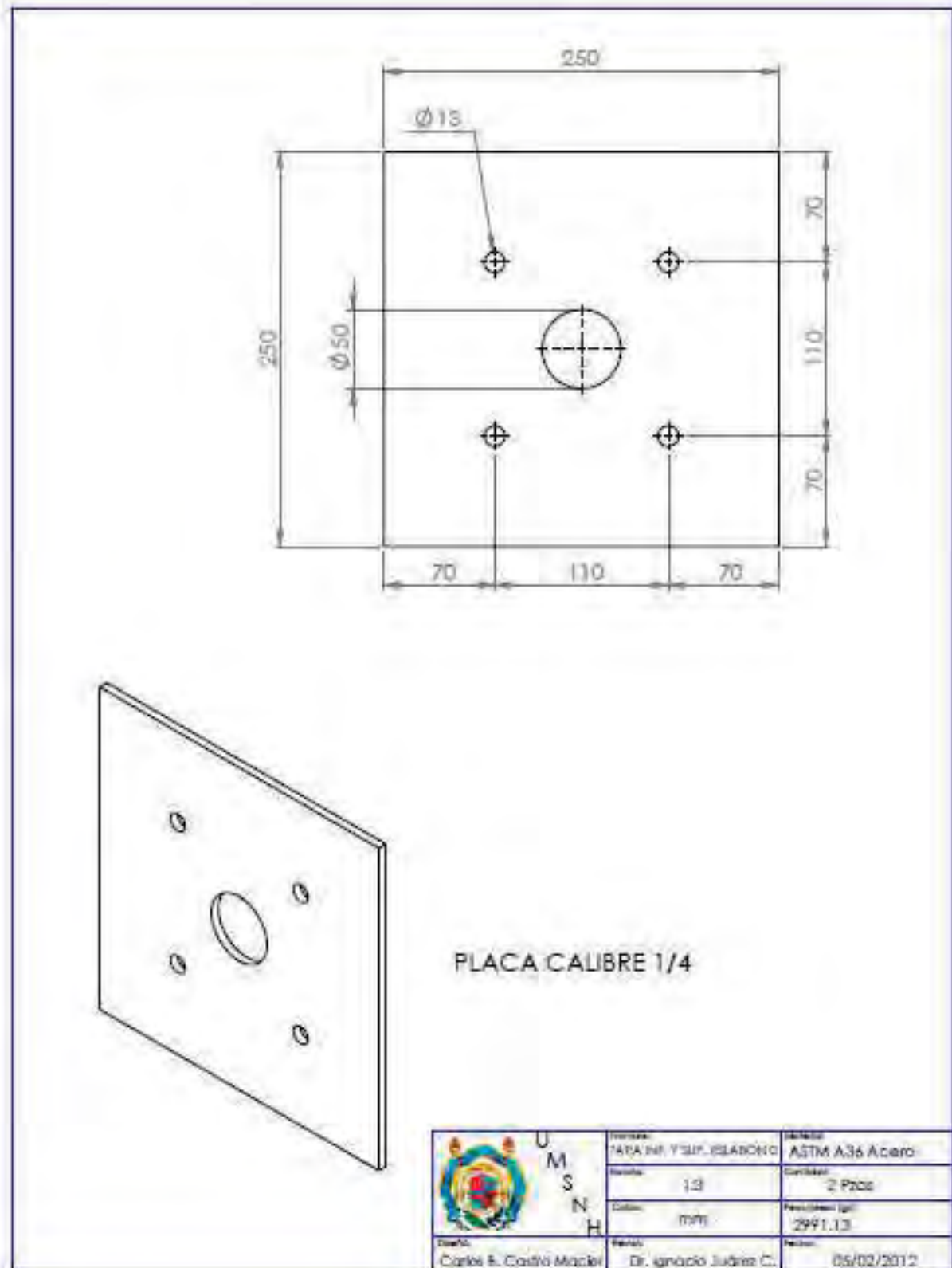
Table 1. Square and Hexagon Machine Screw Nuts ANSI B18.6.3-1972 (R1991)


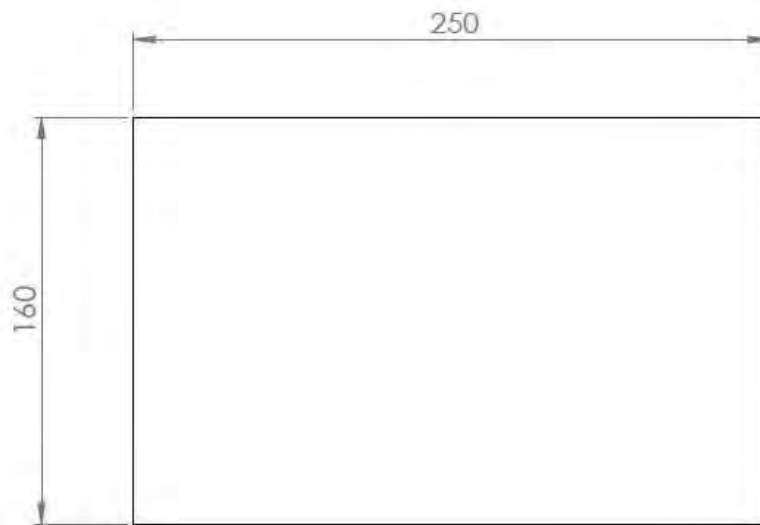
Nom. Size	Basic Dia.	Basic F	Max. F	Min. F	Max. G	Min. G	Max. G ₁	Min. G ₁	Max. H	Min. H
0	0.0600	$\frac{5}{32}$	0.156	0.150	0.221	0.206	0.180	0.171	0.050	0.043
1	0.0730	$\frac{3}{16}$	0.156	0.150	0.221	0.206	0.180	0.171	0.050	0.043
2	0.0860	$\frac{3}{16}$	0.188	0.180	0.265	0.247	0.217	0.205	0.066	0.057
3	0.0990	$\frac{3}{16}$	0.188	0.180	0.265	0.247	0.217	0.205	0.066	0.057
4	0.1120	$\frac{1}{4}$	0.250	0.241	0.354	0.331	0.289	0.275	0.098	0.087
5	0.1250	$\frac{5}{16}$	0.312	0.302	0.442	0.415	0.361	0.344	0.114	0.102
6	0.1380	$\frac{5}{16}$	0.312	0.302	0.442	0.415	0.361	0.344	0.114	0.102
8	0.1640	$\frac{11}{32}$	0.344	0.332	0.486	0.456	0.397	0.378	0.130	0.117
10	0.1900	$\frac{3}{8}$	0.375	0.362	0.530	0.497	0.433	0.413	0.130	0.117
12	0.2160	$\frac{7}{16}$	0.438	0.423	0.619	0.581	0.505	0.482	0.161	0.148
$\frac{1}{4}$	0.2500	$\frac{7}{16}$	0.438	0.423	0.619	0.581	0.505	0.482	0.193	0.178
$\frac{5}{16}$	0.3125	$\frac{7}{16}$	0.562	0.545	0.795	0.748	0.650	0.621	0.225	0.208
$\frac{3}{8}$	0.3750	$\frac{3}{8}$	0.625	0.607	0.884	0.833	0.722	0.692	0.257	0.239



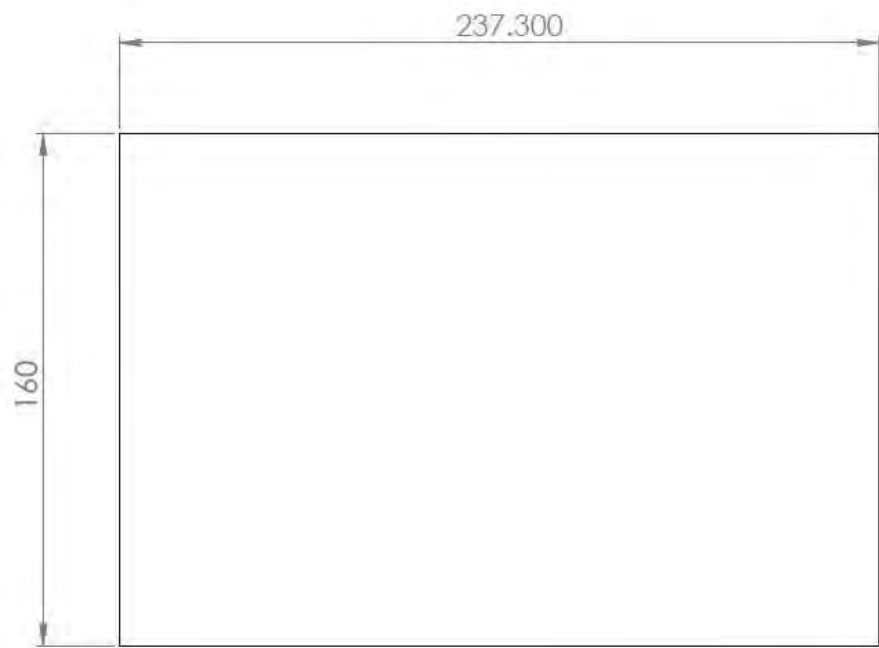






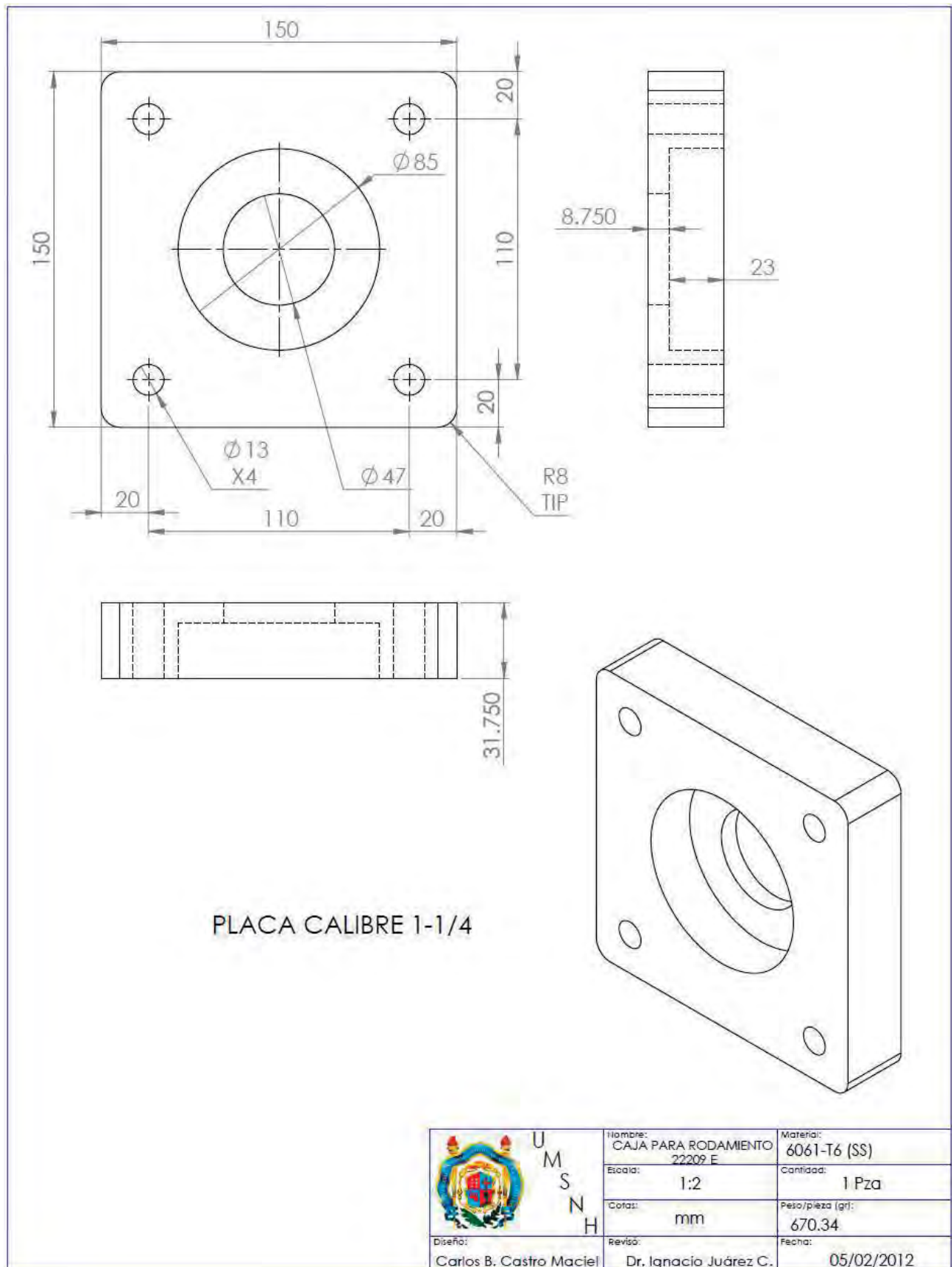


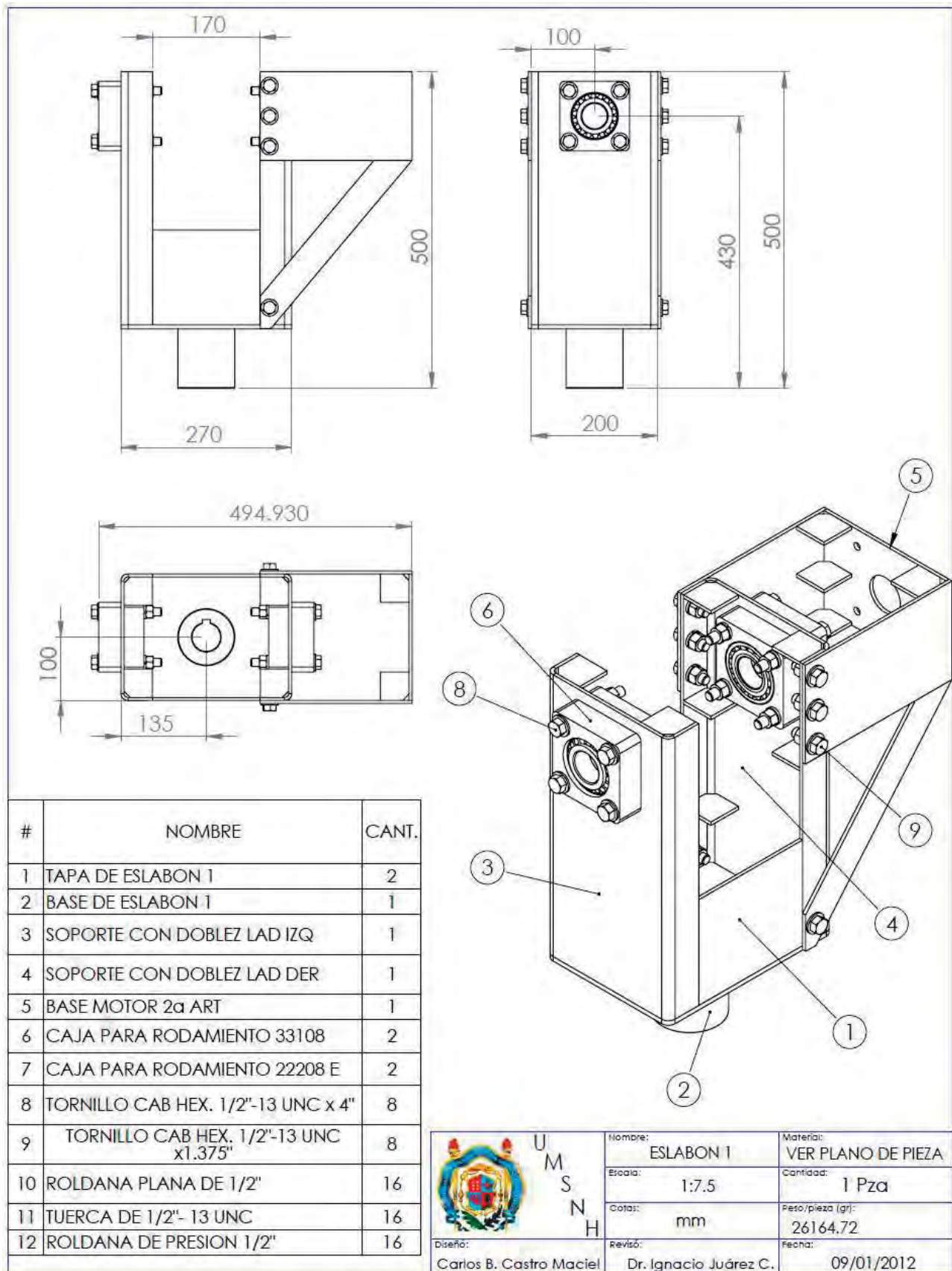
 UMSNH	Nombre:	TAPA LATERAL DE ESLABON 0	Material:	ASTM A36 Acero
	Escala:	1:2.5	Cantidad:	2 Pzas
	Cotas:	mm	Peso/pieza (gr):	1993.90
	Diseño:	Carlos B. Castro Maciel	Revisó:	Dr. Ignacio Juárez C.
			Fecha:	05/02/2012

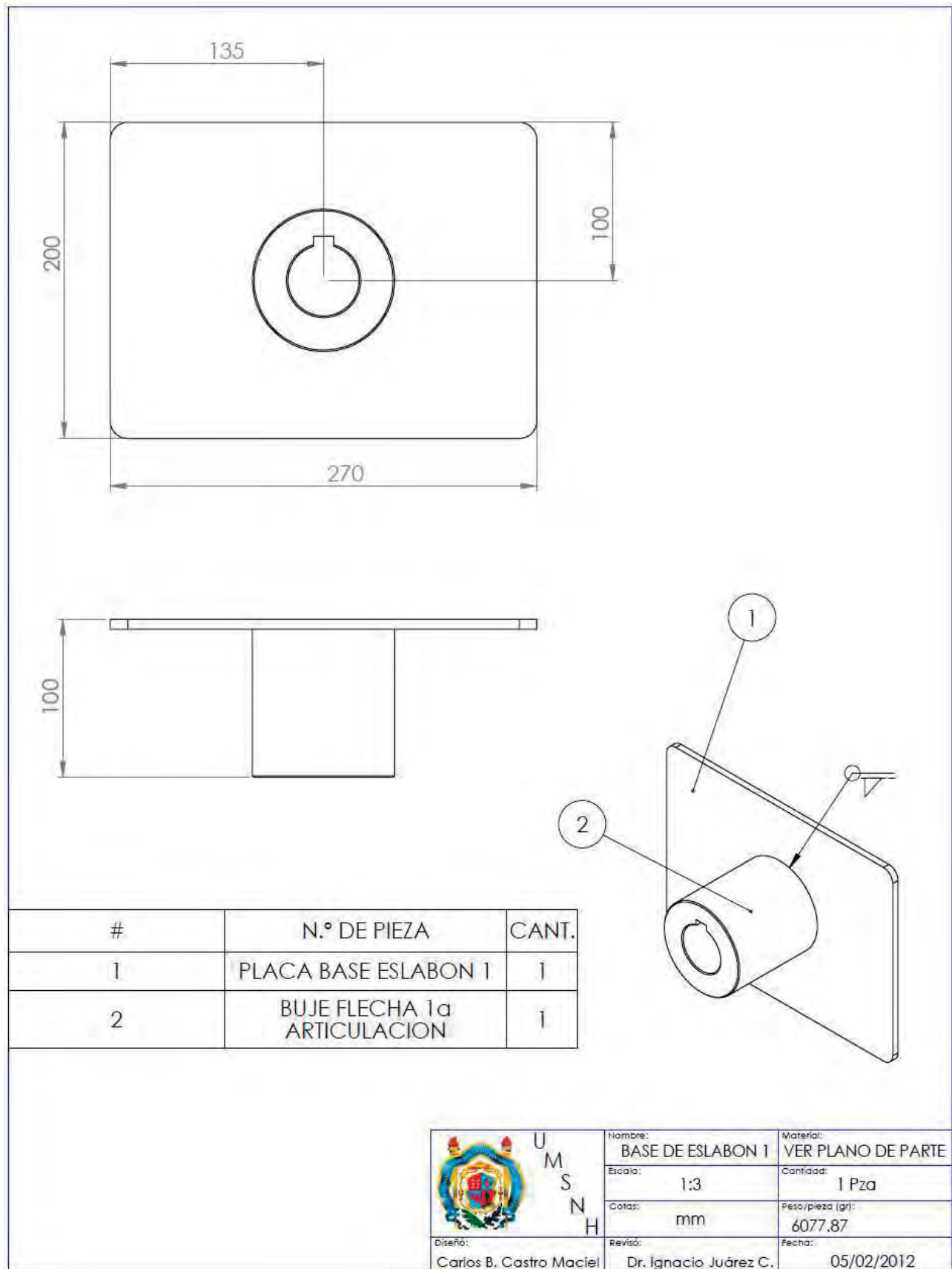


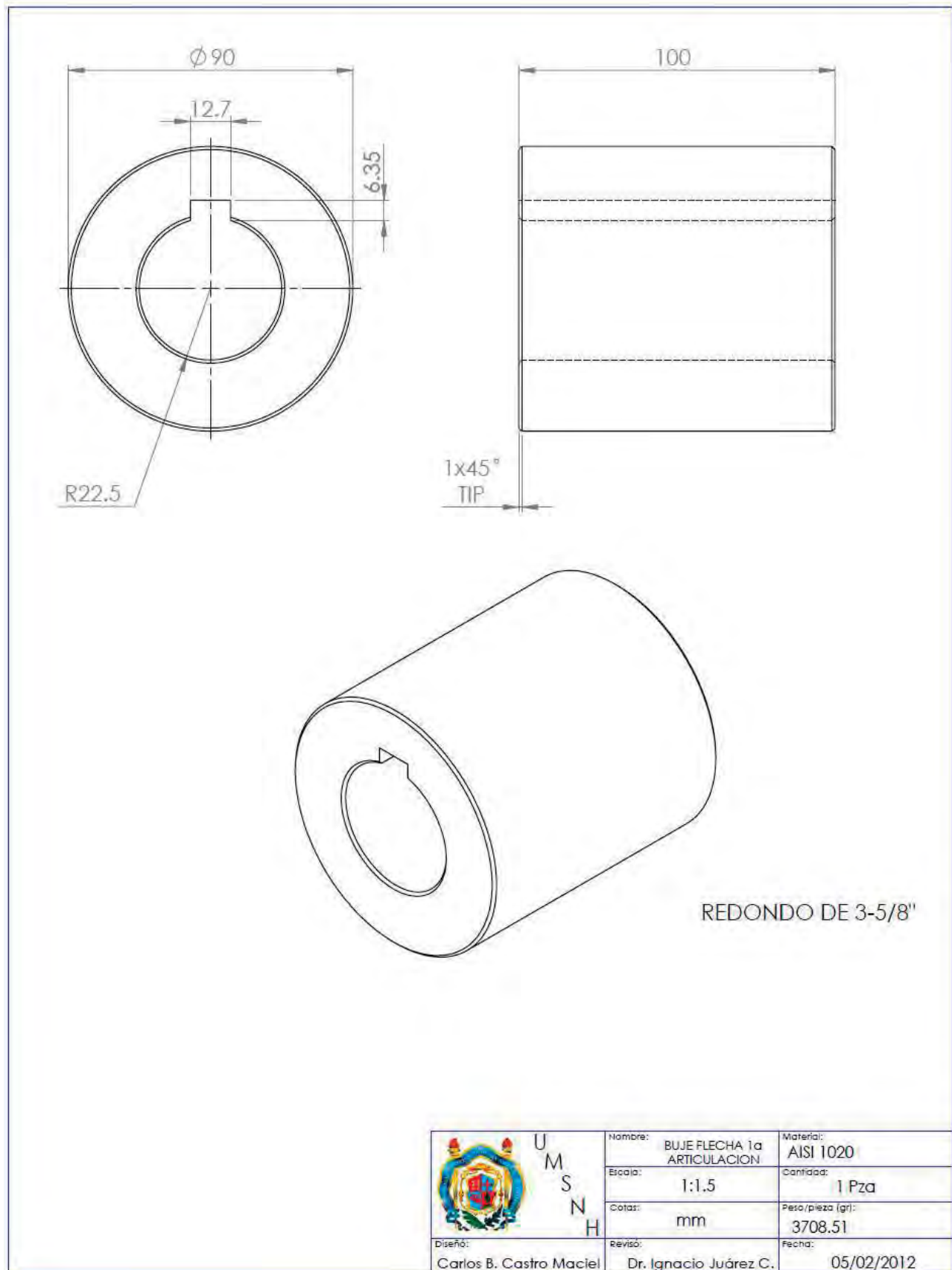
PLACA CALIBRE 1/4

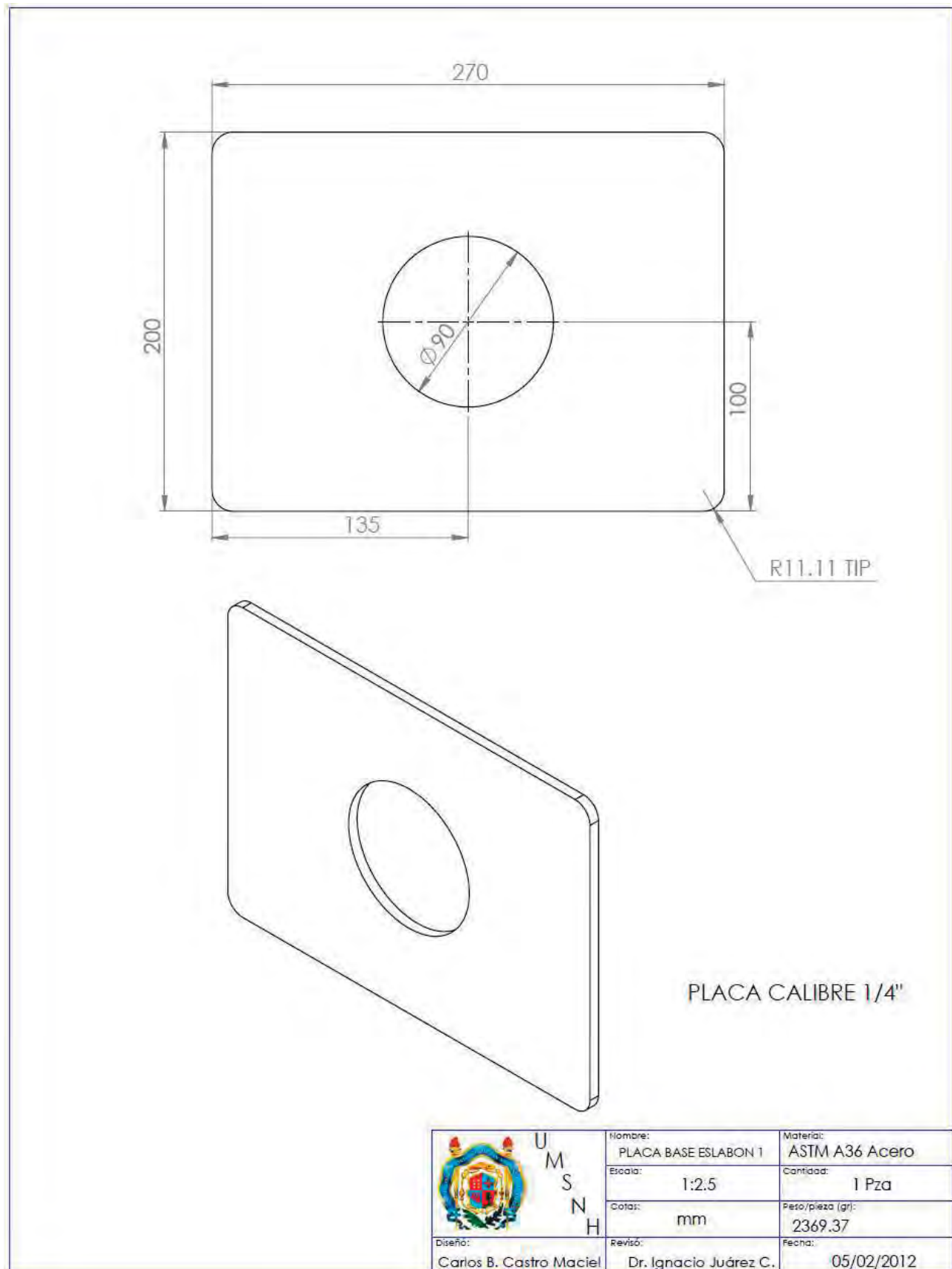
 UMSNH	Nombre:	Materia:
	TAPA POSTERIOR ESLABON 0	ASTM A36 Acero
	Escala:	Cantidad:
	1:2	1 Pza
Diseño:	Cotas:	Peso/pieza (gr):
	mm	1892.61
Carlos B. Castro Maciel	Revisó:	Fecha:
	Dr. Ignacio Juárez C.	05/02/2012

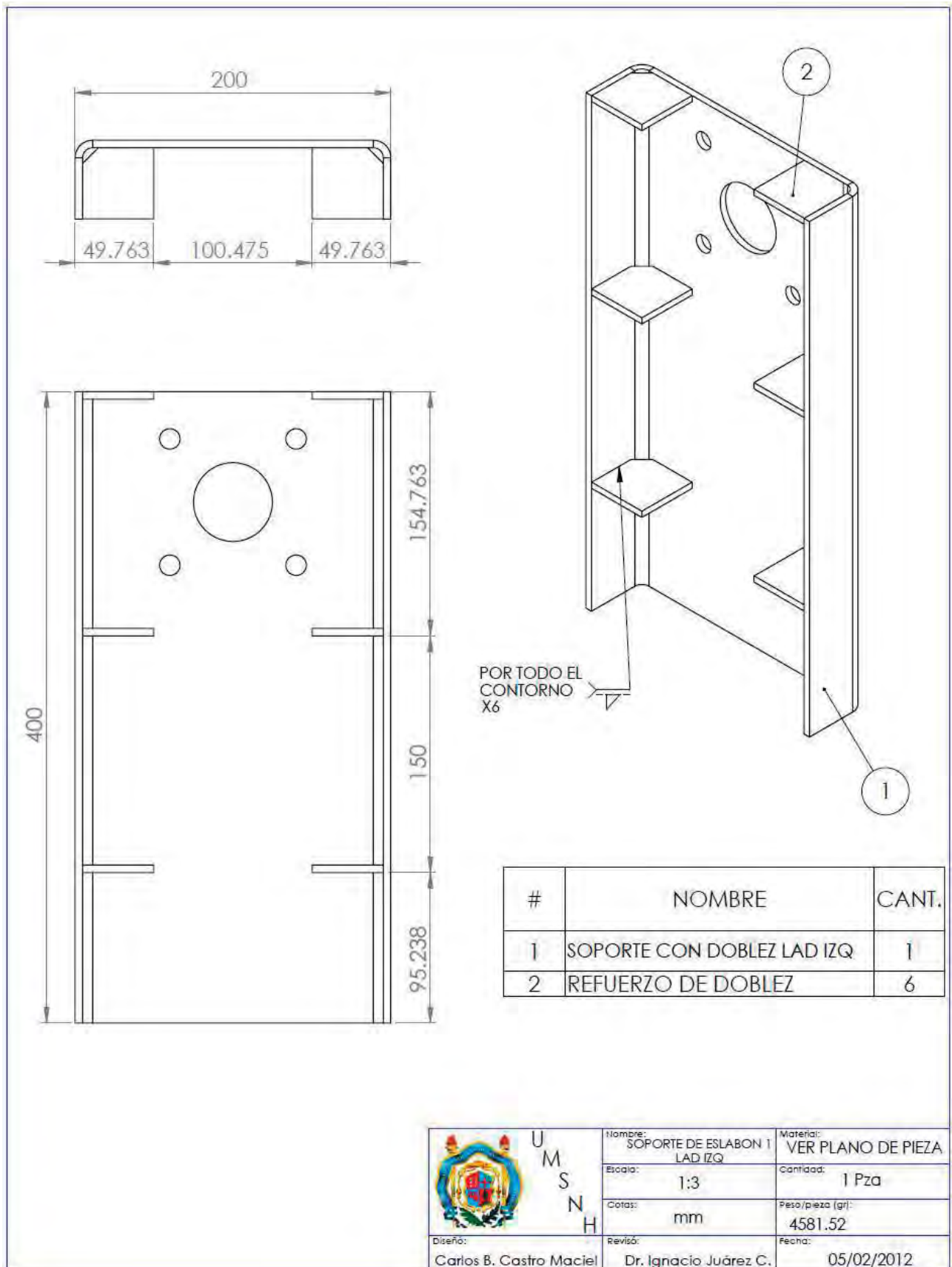


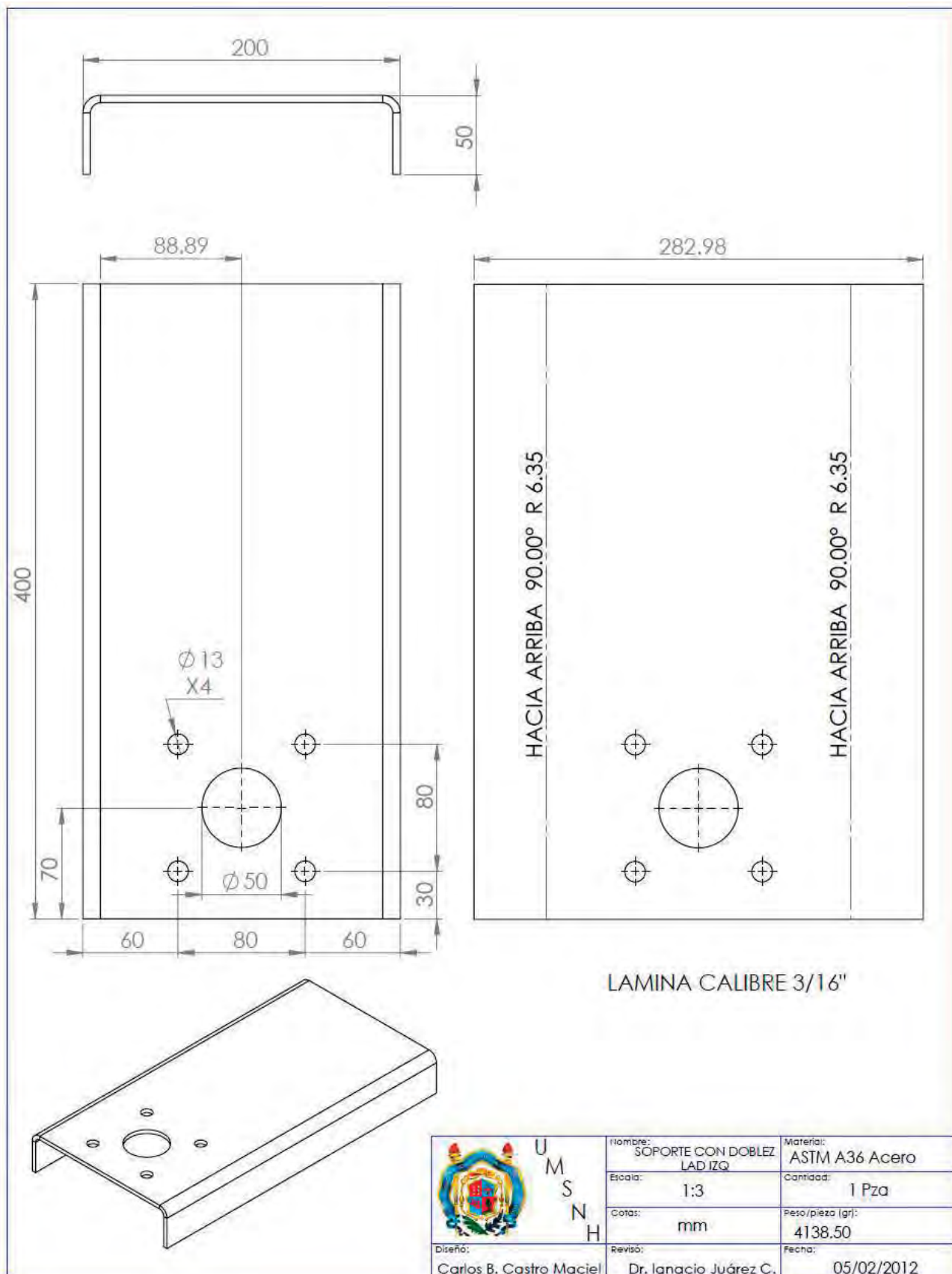


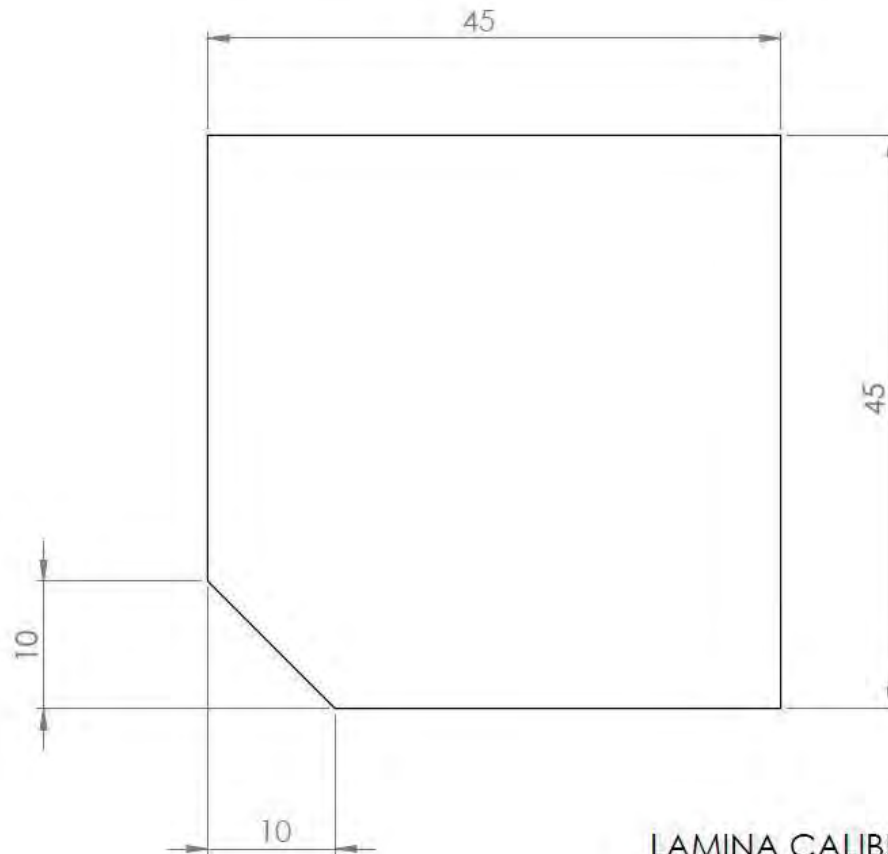








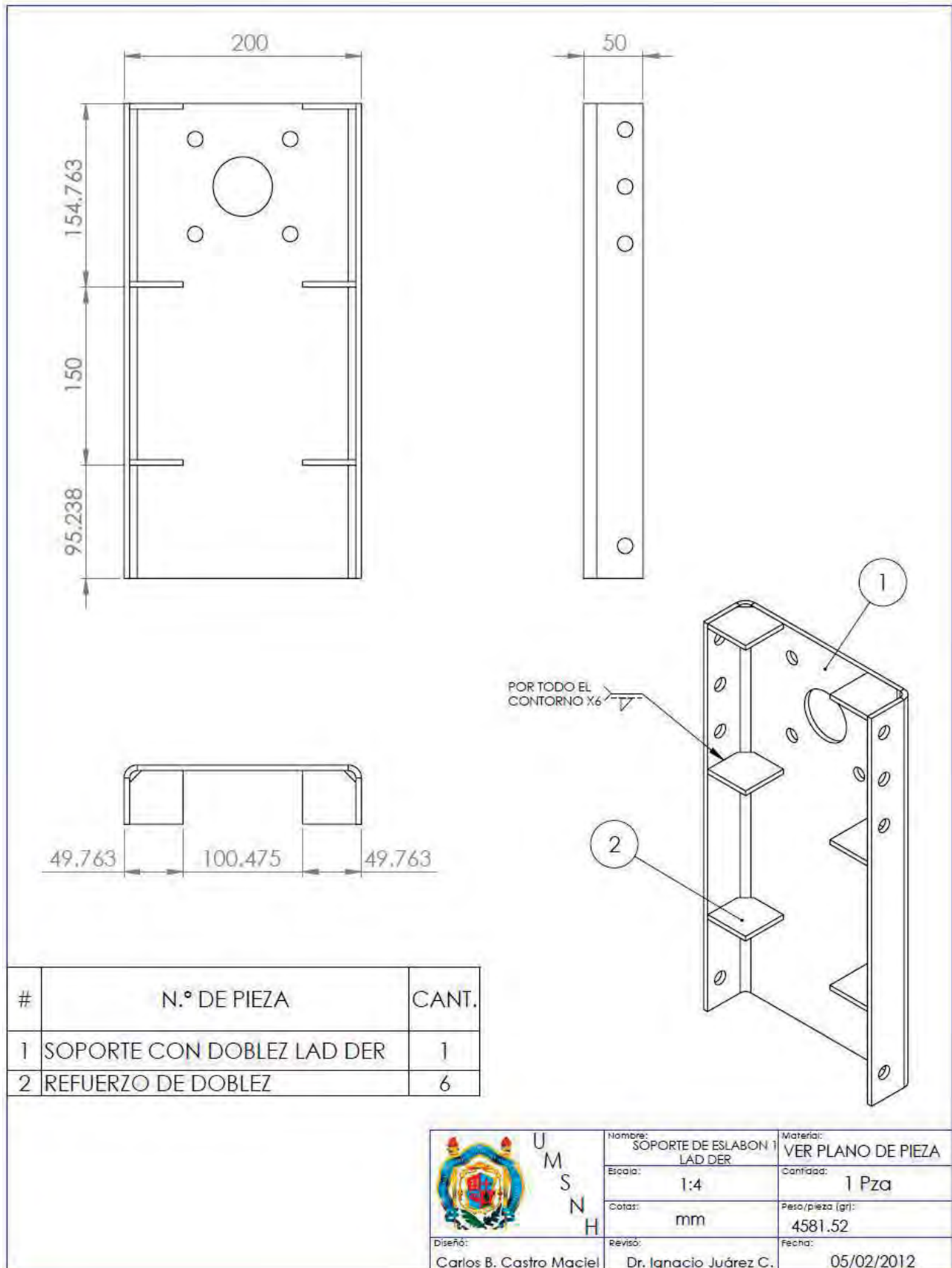


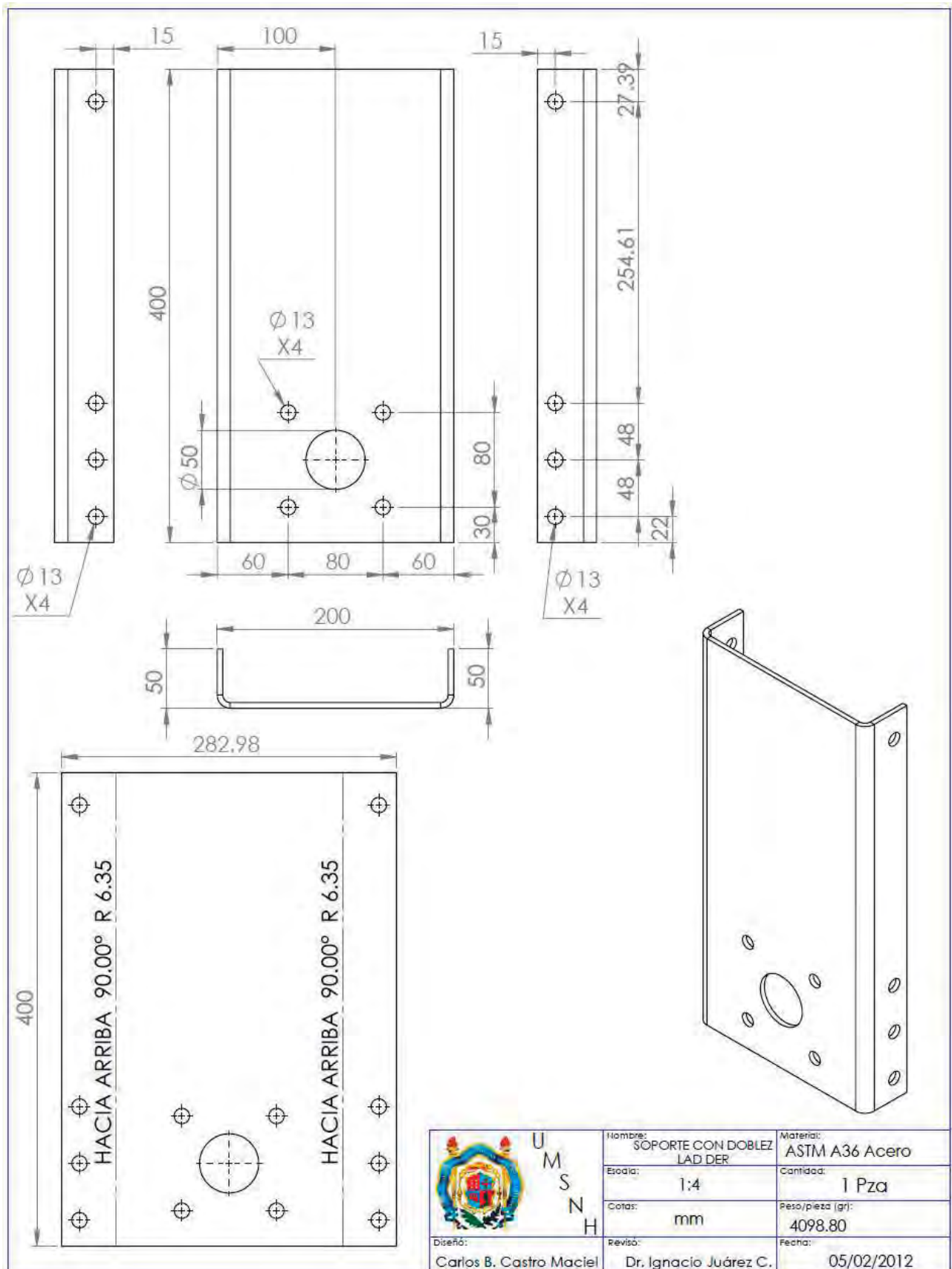


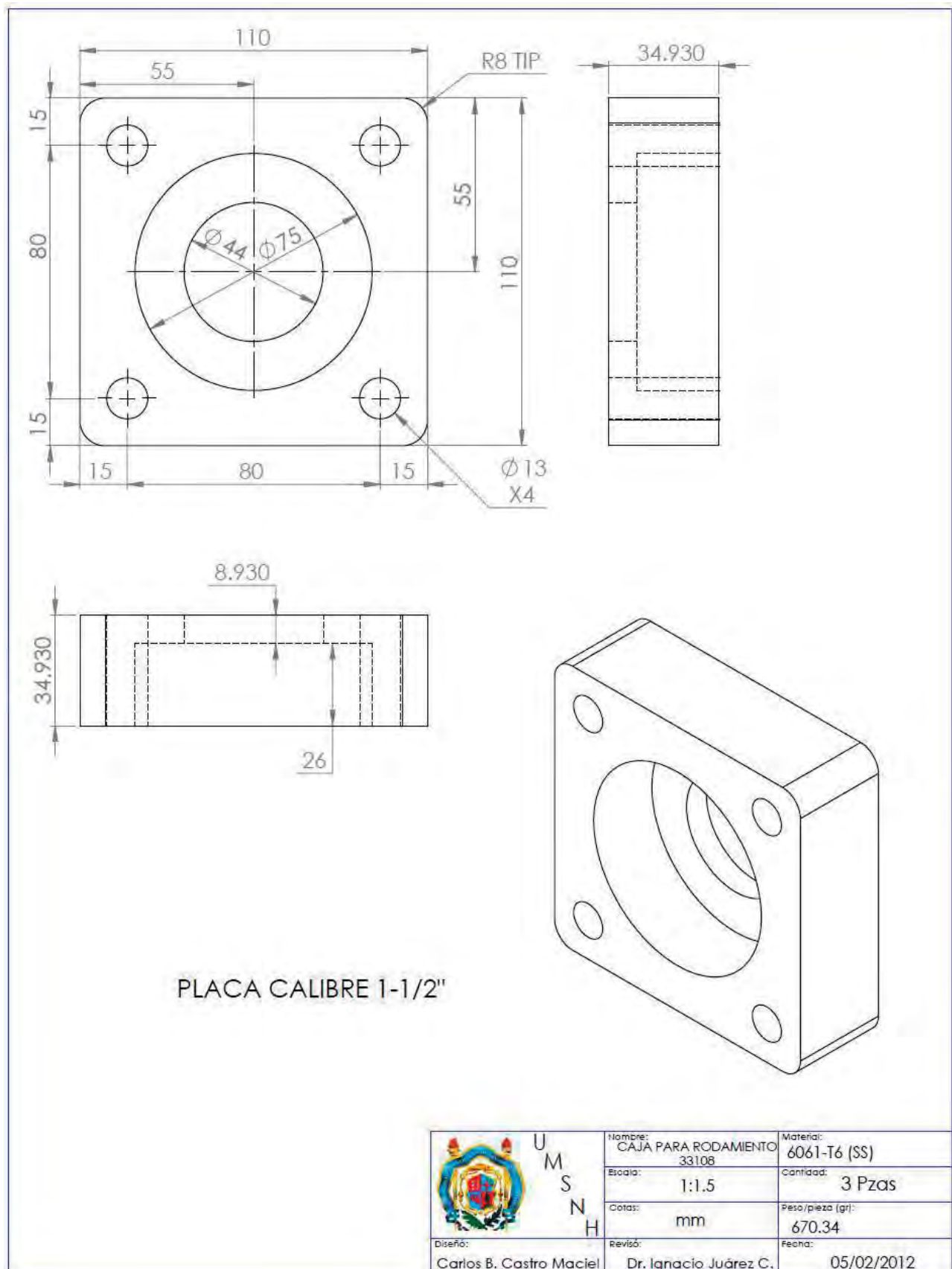
LAMINA CALIBRE 3/16"

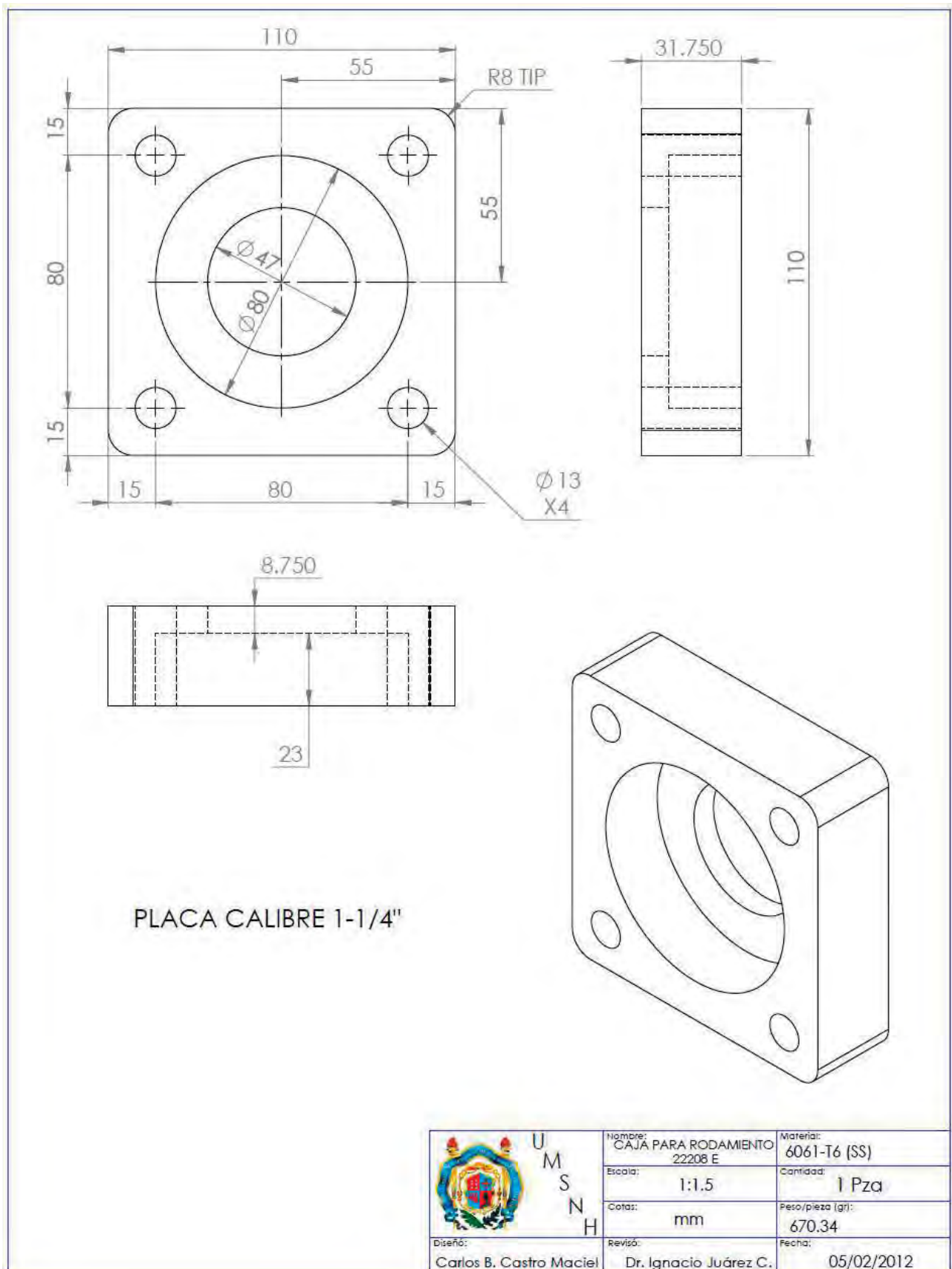
 U M S N H	Nombre:	REFUERZO DE DOBLEZ	Material:	ASTM A36 Acero
	Escala:	2:1	Cantidad:	18 Pzas
	Cotas:	mm	Peso/pieza (gr):	73.84
	Diseño:	Revisó:	Fecha:	
	Carlos B. Castro Maciel	Dr. Ignacio Juárez C.	05/02/2012	

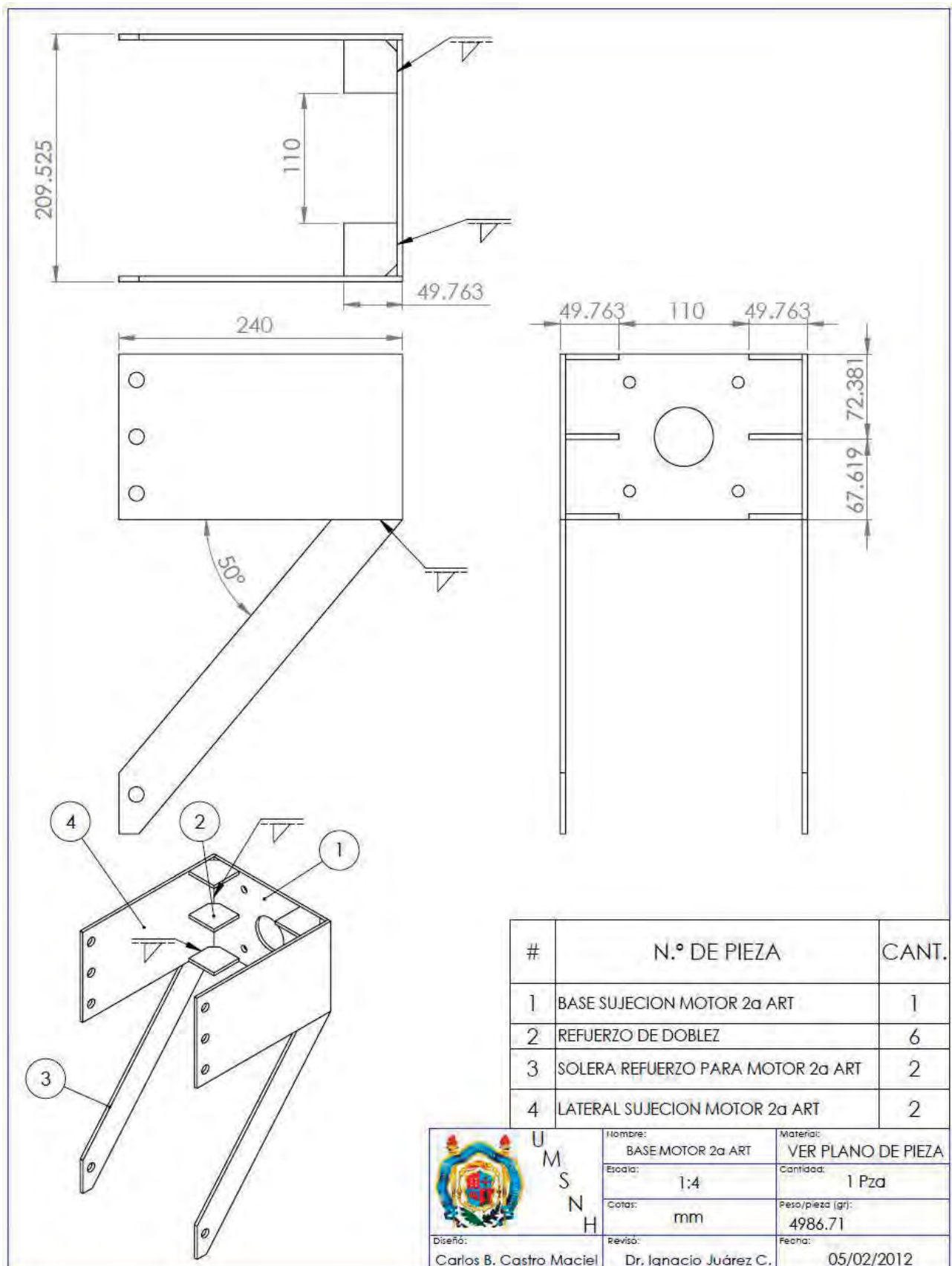


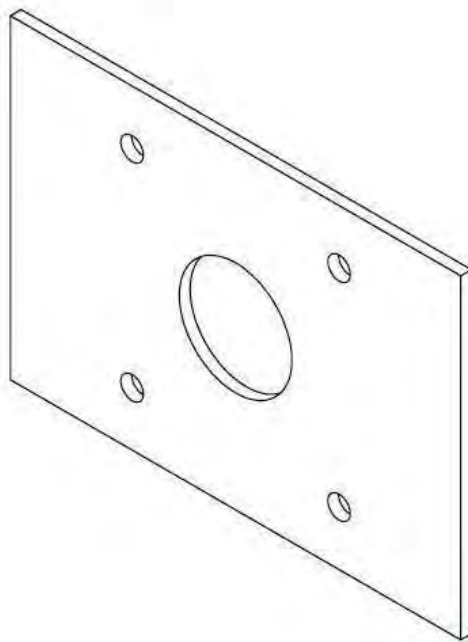
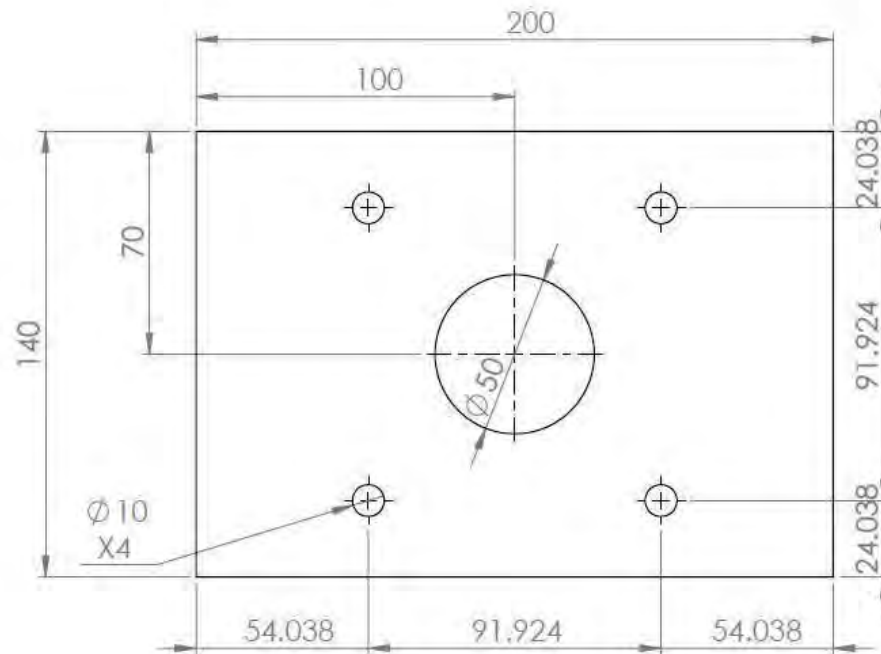






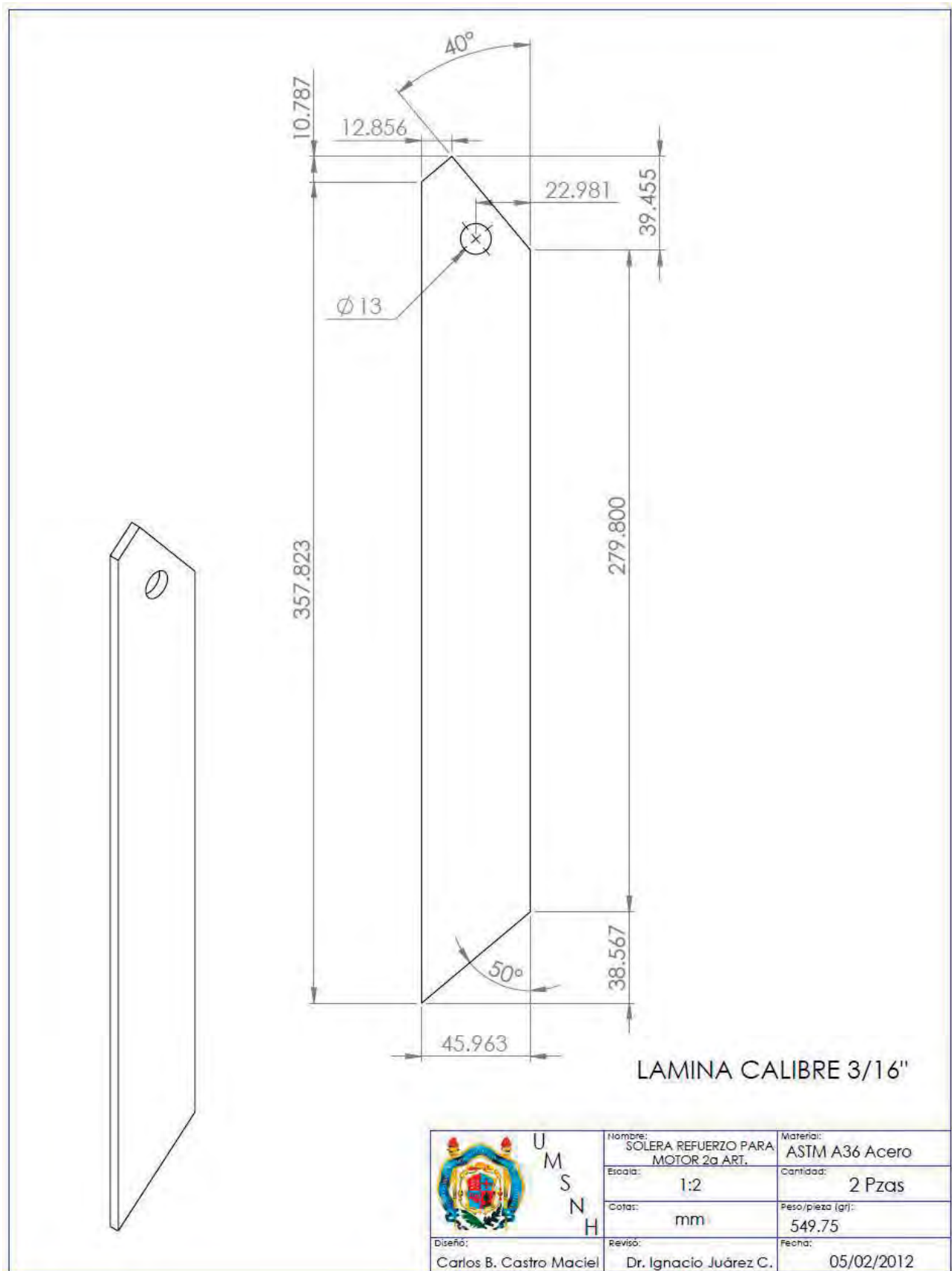


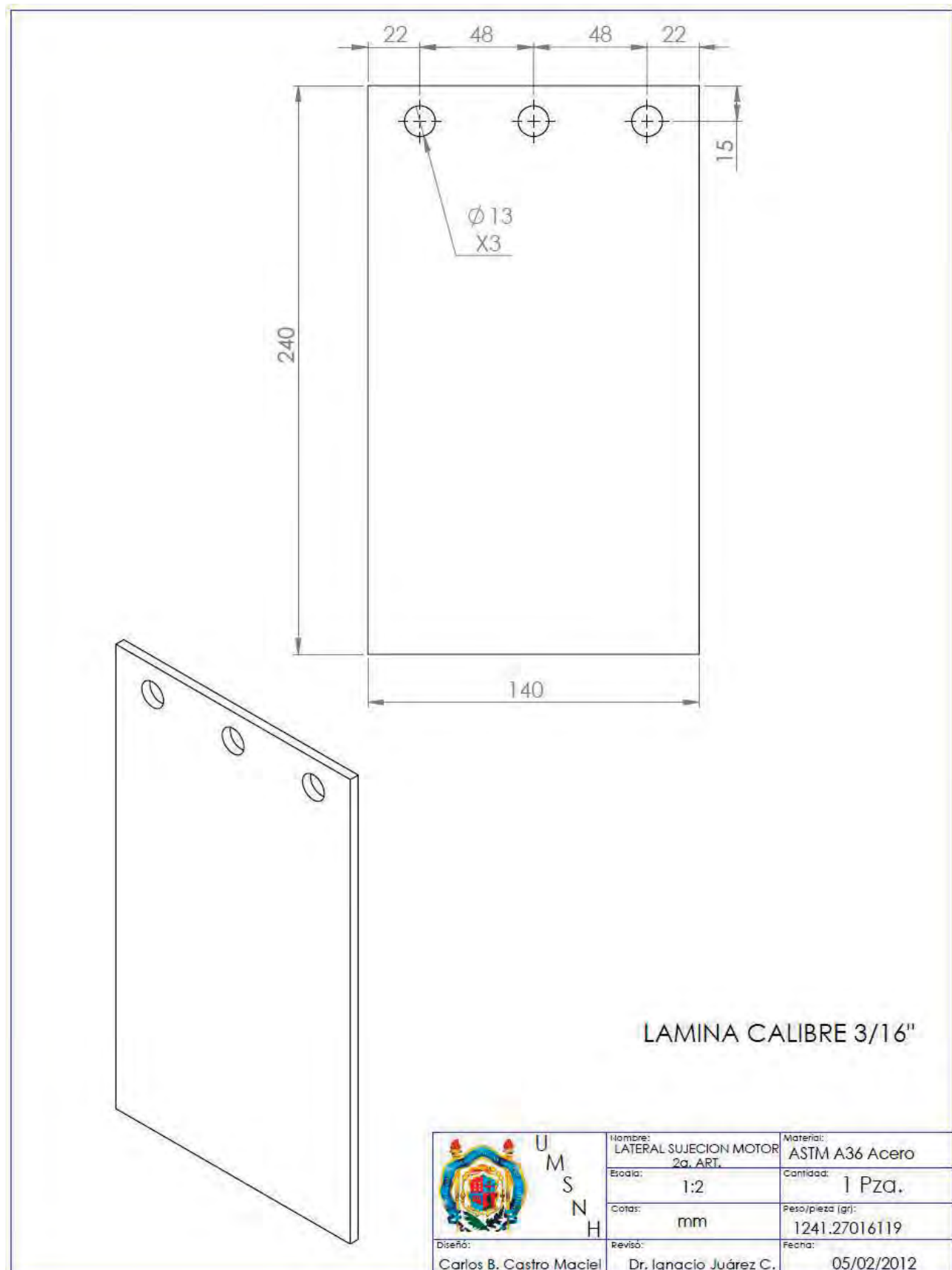


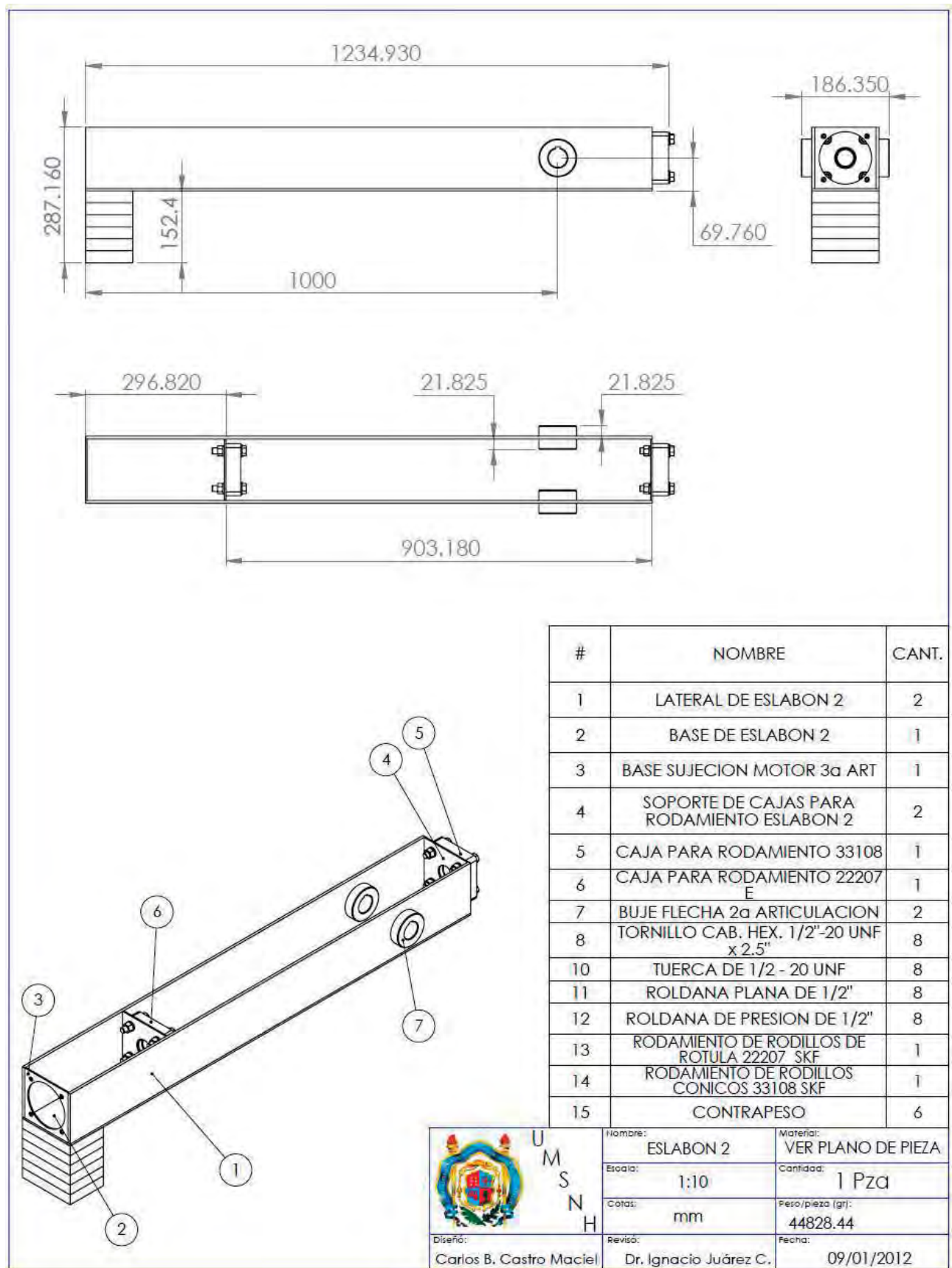


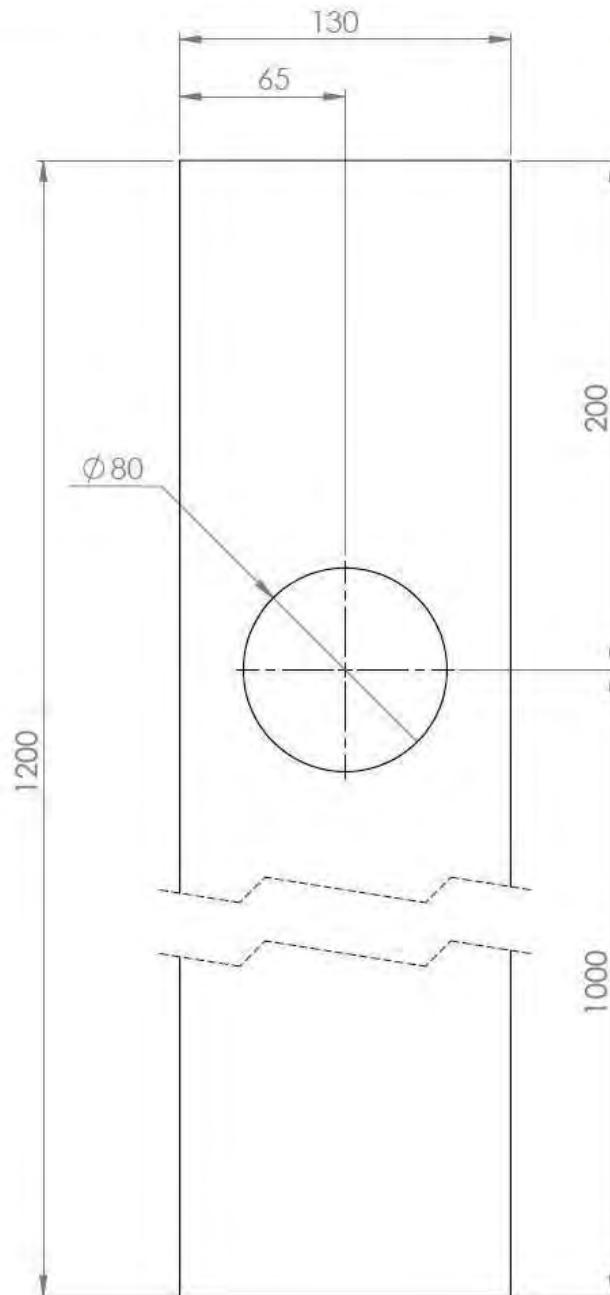
LAMINA CALIBRE 3/16"

	Nombre:	BASE SUJECION MOTOR	Material:
		2a ART.	ASTM A36 Acero
	Escala:	1:2	Cantidad:
			1 Pza
Diseño:	Cotas:	mm	Peso/pieza (gr):
			961.65
Carlos B. Castro Maciel	Revisó:	Dr. Ignacio Juárez C.	Fecha:
			05/02/2012





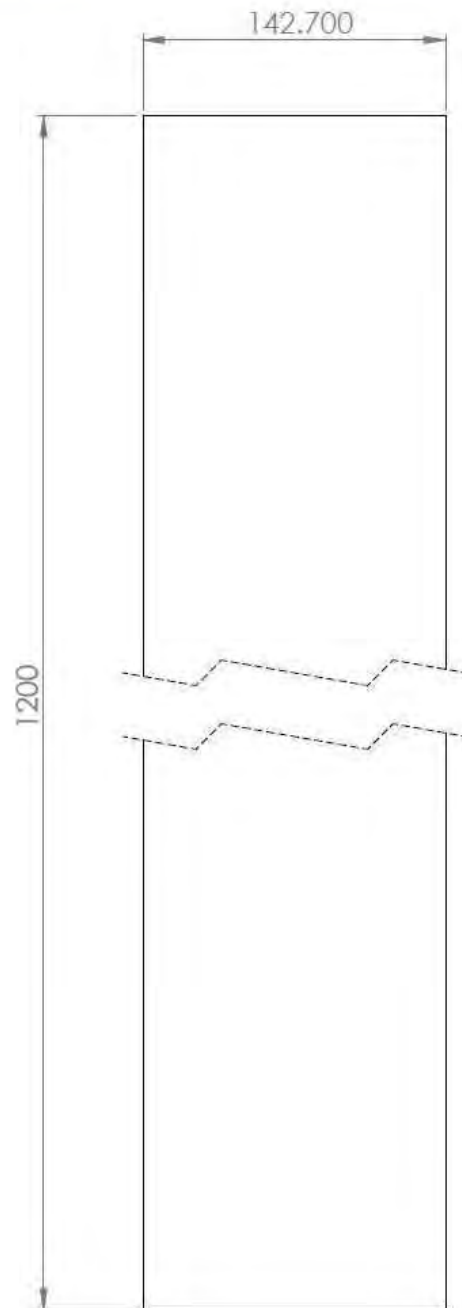




LAMINA CALIBRE 1/4"

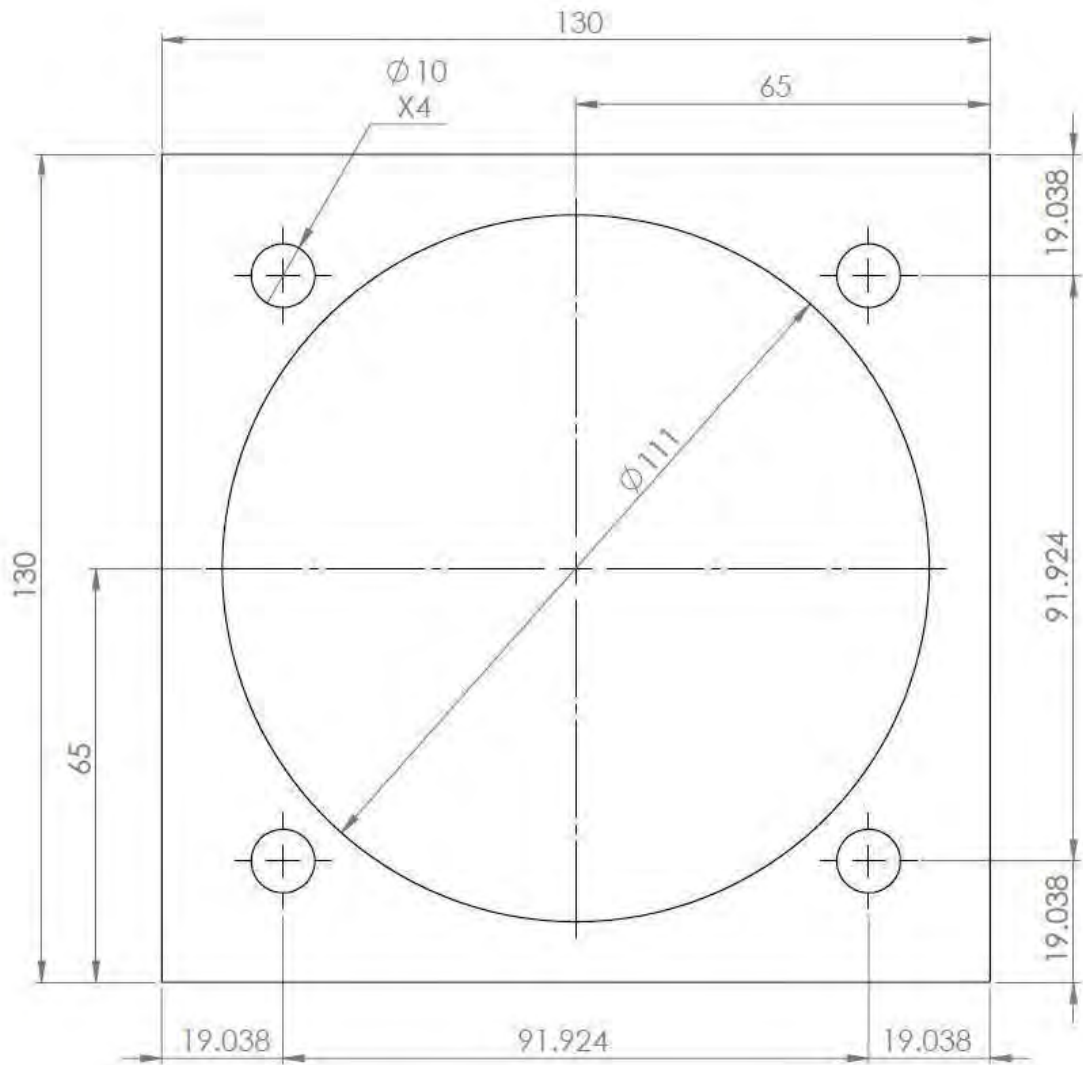
 U M S N H	Nombre:	Material:
	LATERAL DE ESLABON 2	ASTM A36 Acero
	Escala:	Cantidad:
	1:2.5	2 Pzas
	Cotas:	Peso/pieza (gr):
	mm	7525.65
Diseño:	Revisó:	Fecha:
Carlos B. Castro Maciel	Dr. Ignacio Juárez C.	09/01/2012





LAMINA CALIBRE 3/16"

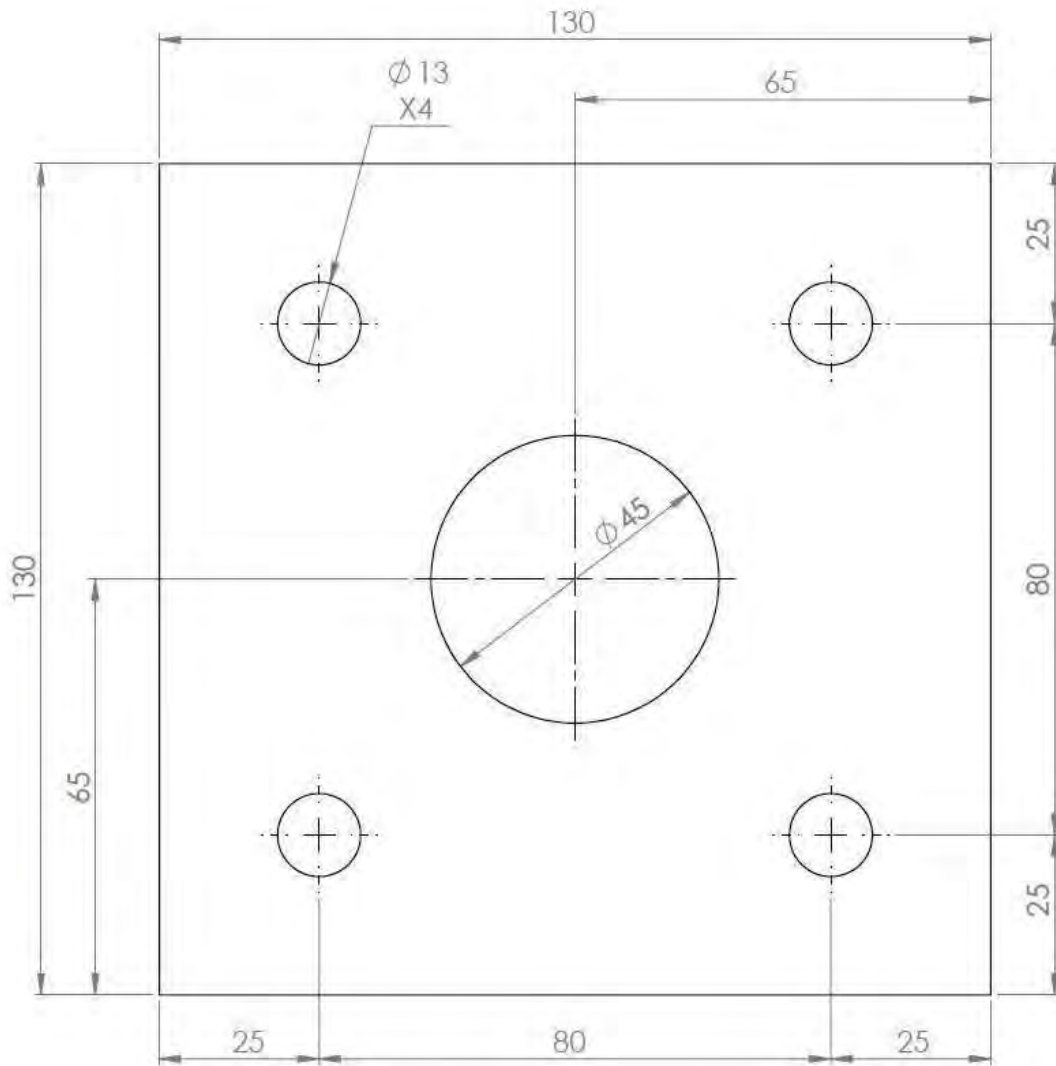
	Nombre:	BASE DE ESLABON 2	Material:	ASTM A36 Acero
	Escala:	1:3	Cantidad:	1 Pza
	Cotas:	mm	Peso/pieza (gr):	6398.55
	Diseño:	Carlos B. Castro Maciel	Revisó:	Dr. Ignacio Juárez C.
			Fecha:	09/01/2012



LAMINA CALIBRE 1/8"

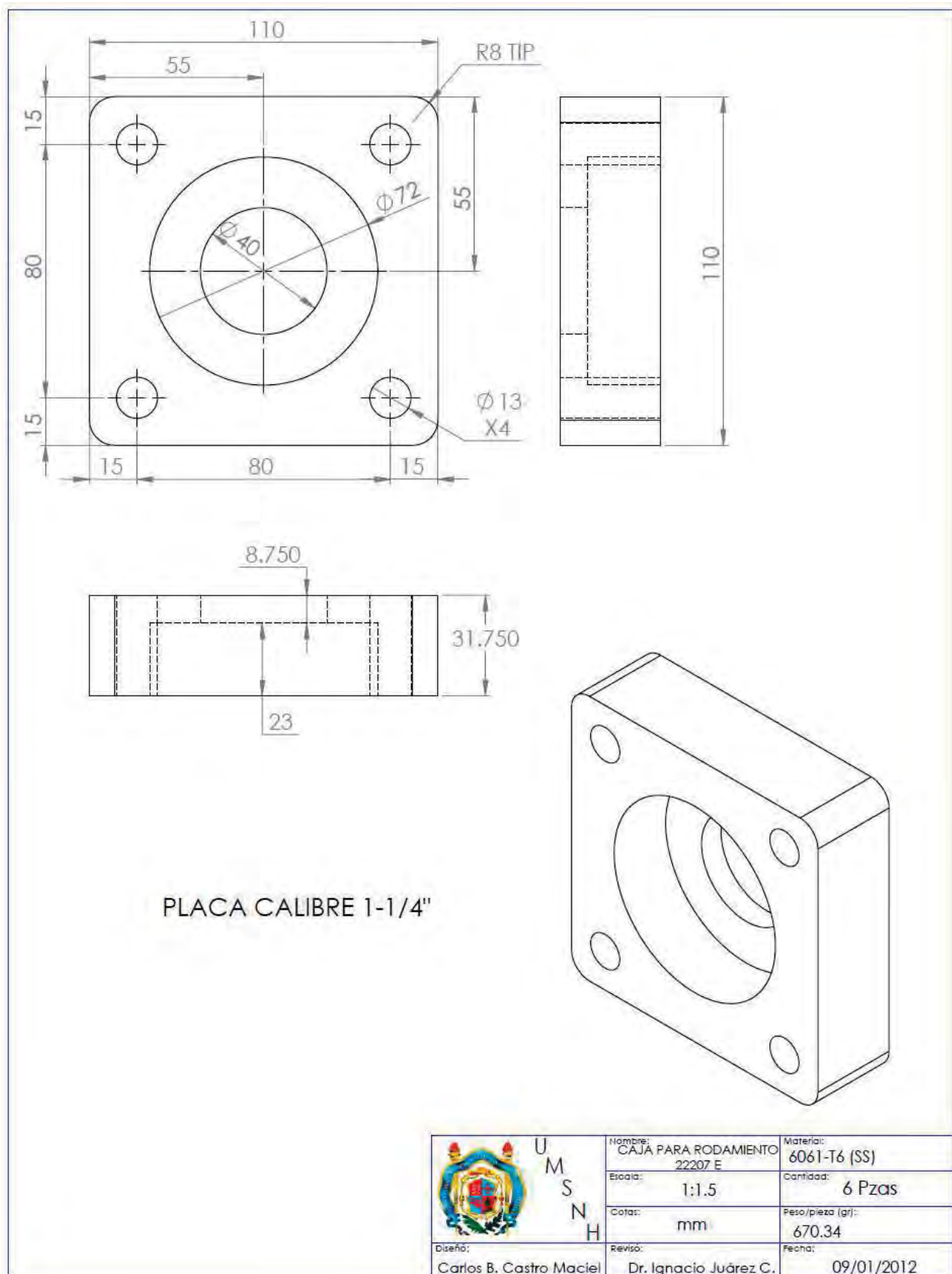
 U M S N H	Nombre:	BASE SUJECION MOTOR	Materia:	ASTM A36 Acero
	Escala:	3a ART	Cantidad:	1 Pza
	Cotas:	1:1	Peso/pieza (gr):	172.47
	Revisó:	mm	Fecha:	09/01/2012
Diseño:	Revisó:	Dr. Ignacio Juárez C.		
Carlos B. Castro Maciel				

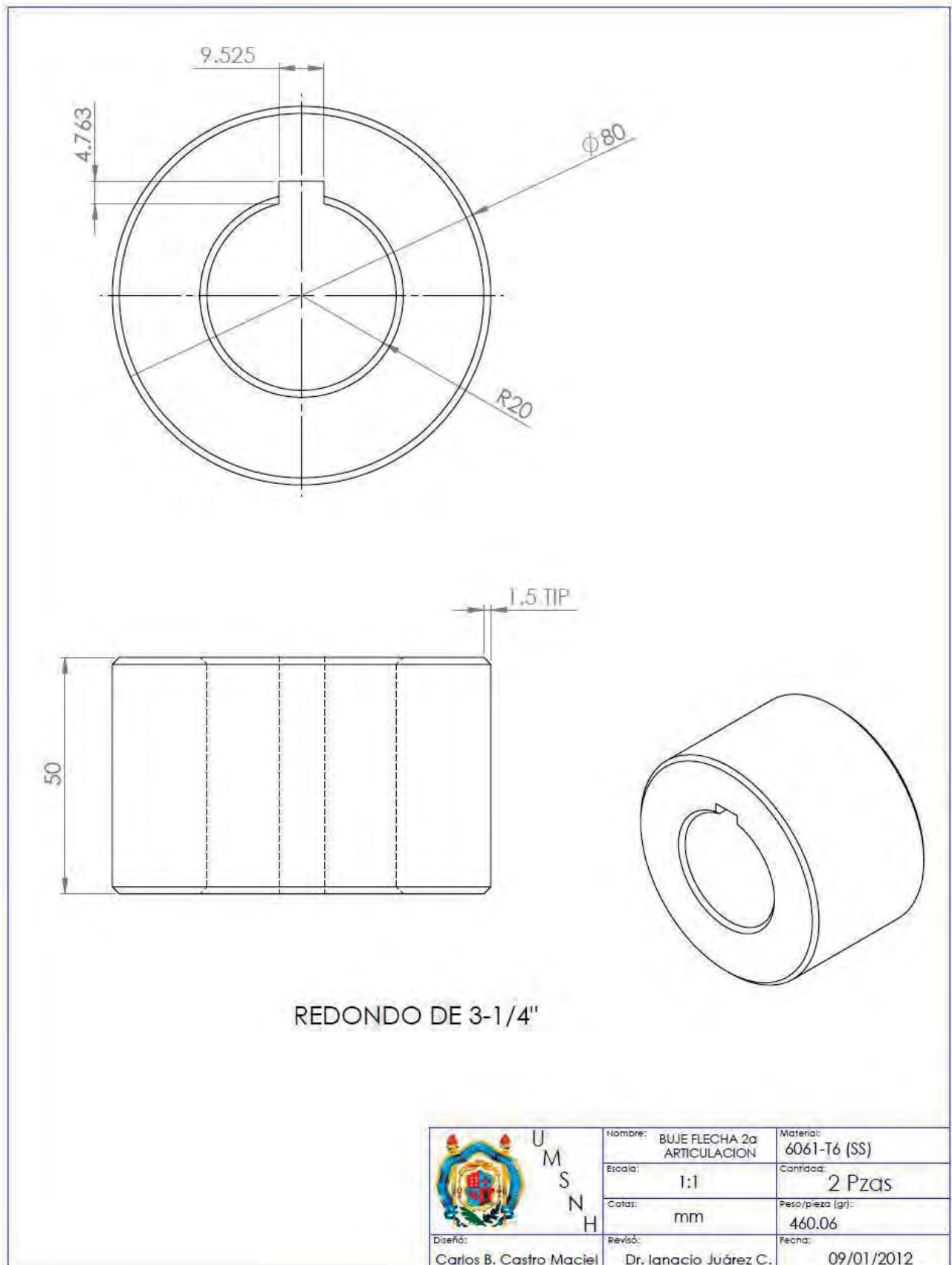


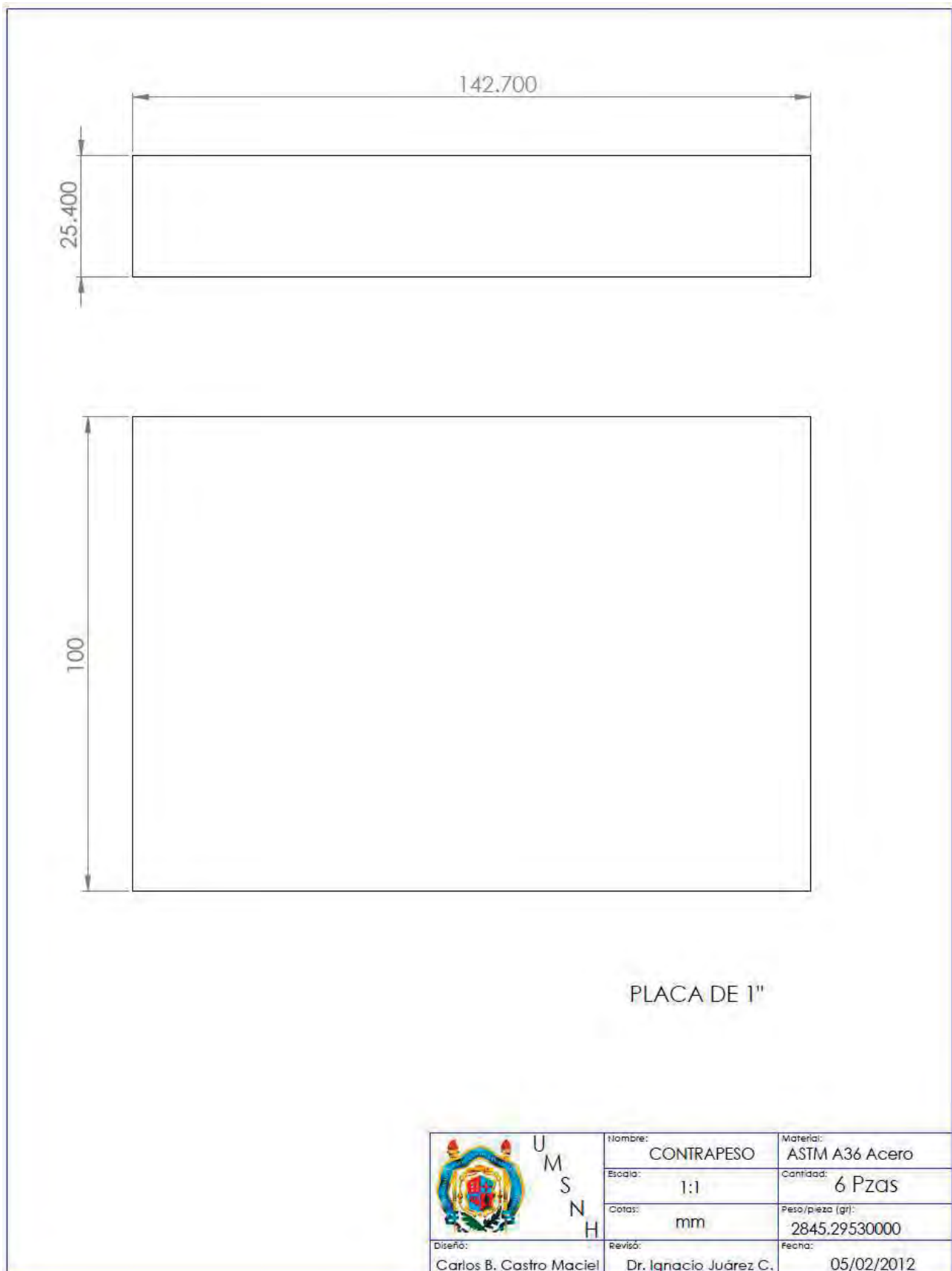


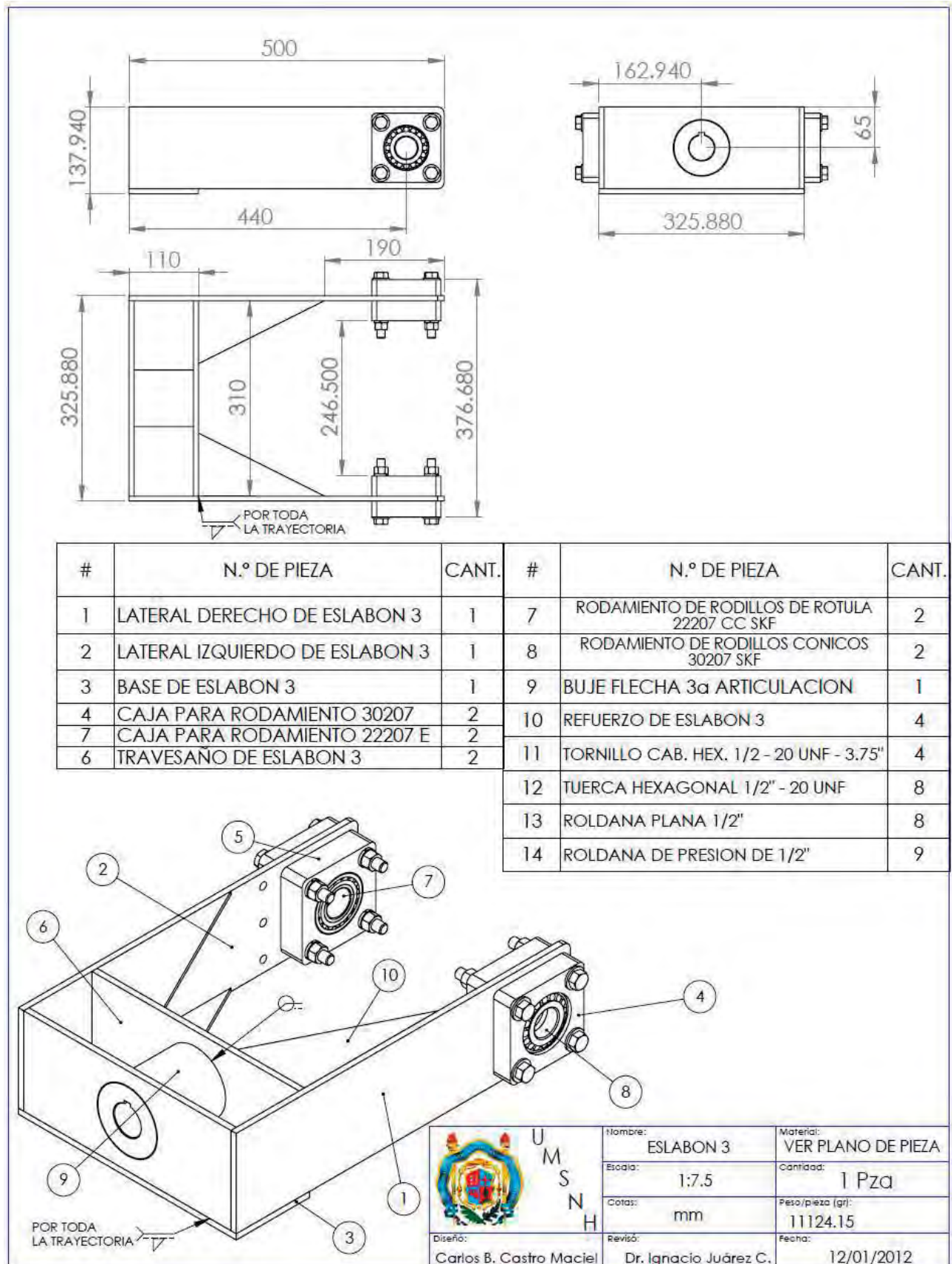
LAMINA CALIBRE 1/8"

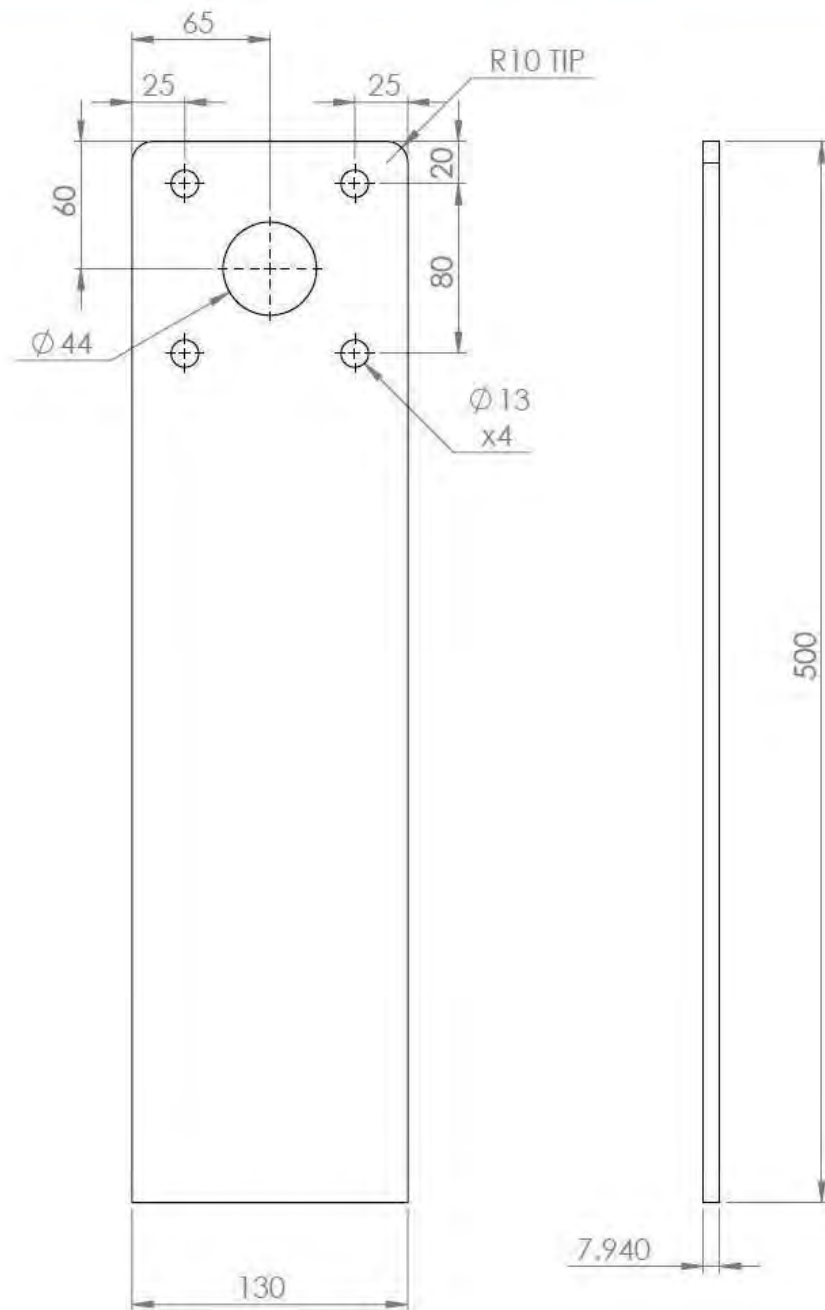
	Nombre:	SOPORTE DE CAJAS PARA RODAMIENTO ESLABON 2	Materia:	ASTM A36 Acero
	Escala:	1:1	Cantidad:	2 Pzas
	Cotas:	mm	Peso/pieza (gr):	172.47
	Diseño:	Carlos B. Castro Maciel	Revisó:	Dr. Ignacio Juárez C.
			Fecha:	09/01/2012





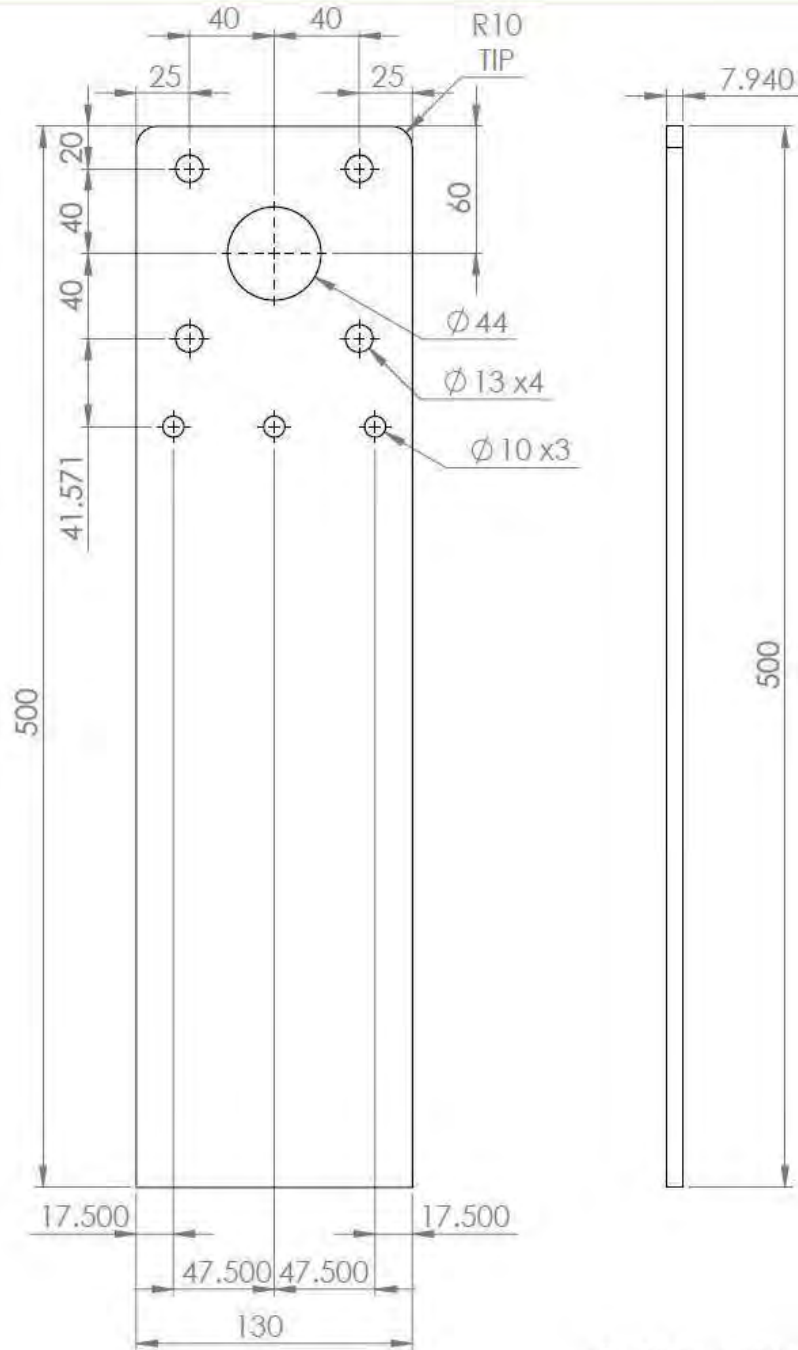






PLACA DE 5/16"

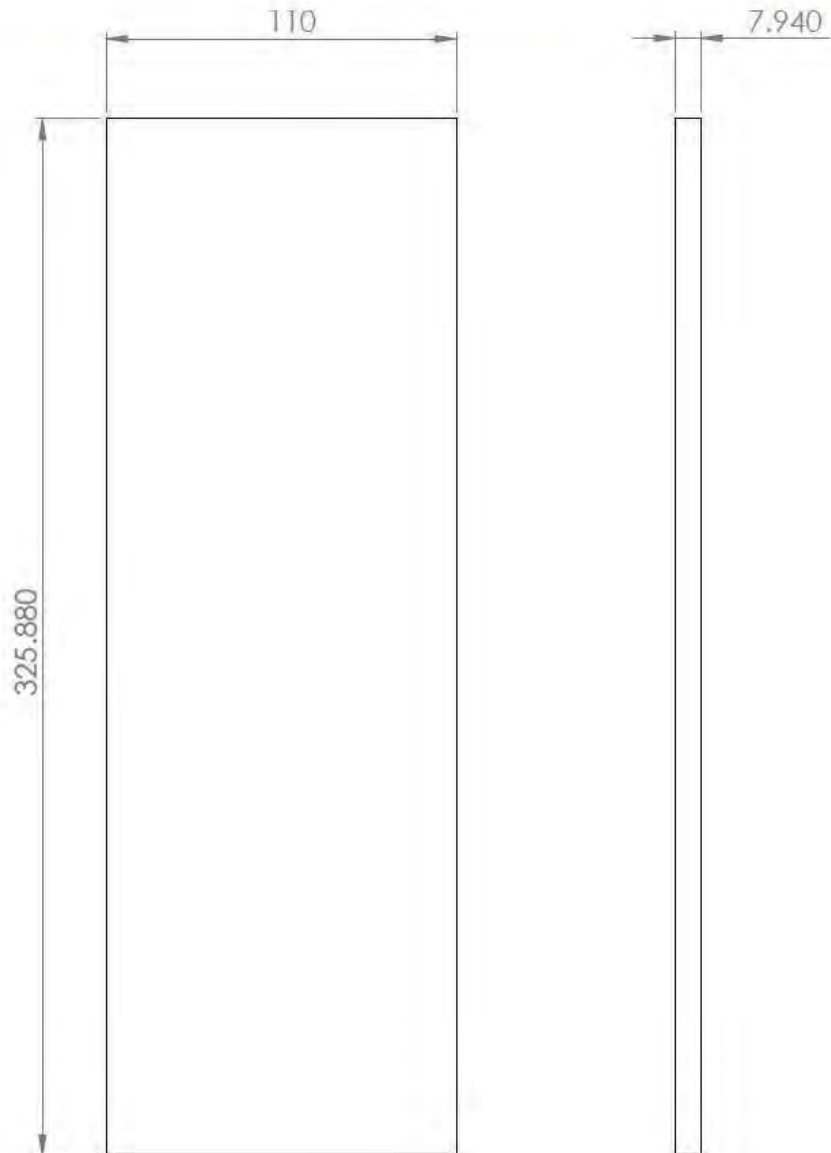
 U M S N H	Nombre:	LATERAL DERECHO DE ESLABON 3	Material:	6061-T6 (SS)
	Escala:	1:3	Cantidad:	1 Pza
	Cotas:	mm	Peso/pieza (gr):	1348.57
	Diseño:	Revisó:	Fecha:	
Carlos B. Castro Maciel		Dr. Ignacio Juárez C.		09/01/2012



PLACA CALIBRE 3/16"

	Nombre:	LATERAL IZQUIERDO DE ESLABON 3	Materia:	6061-T6 (SS)
	Escala:	1:3	Cantidad:	1 Pza
	Cotas:	mm	Peso/pieza (gr):	1343.52
	Diseño:	Carlos B. Castro Maciel	Revisó:	Dr. Ignacio Juárez C.
			Fecha:	11/01/2012

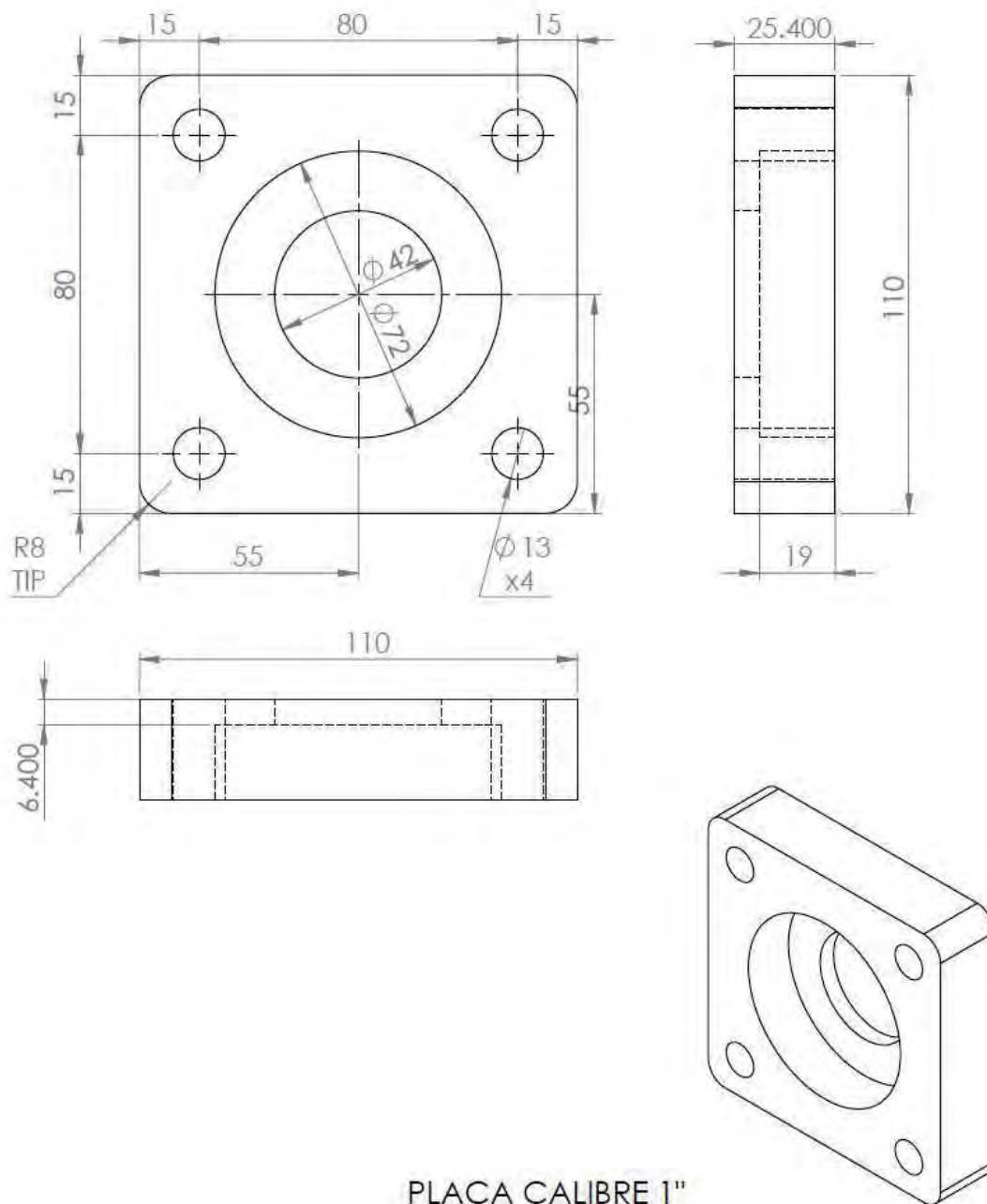




PLACA CALIBRE 5/16"

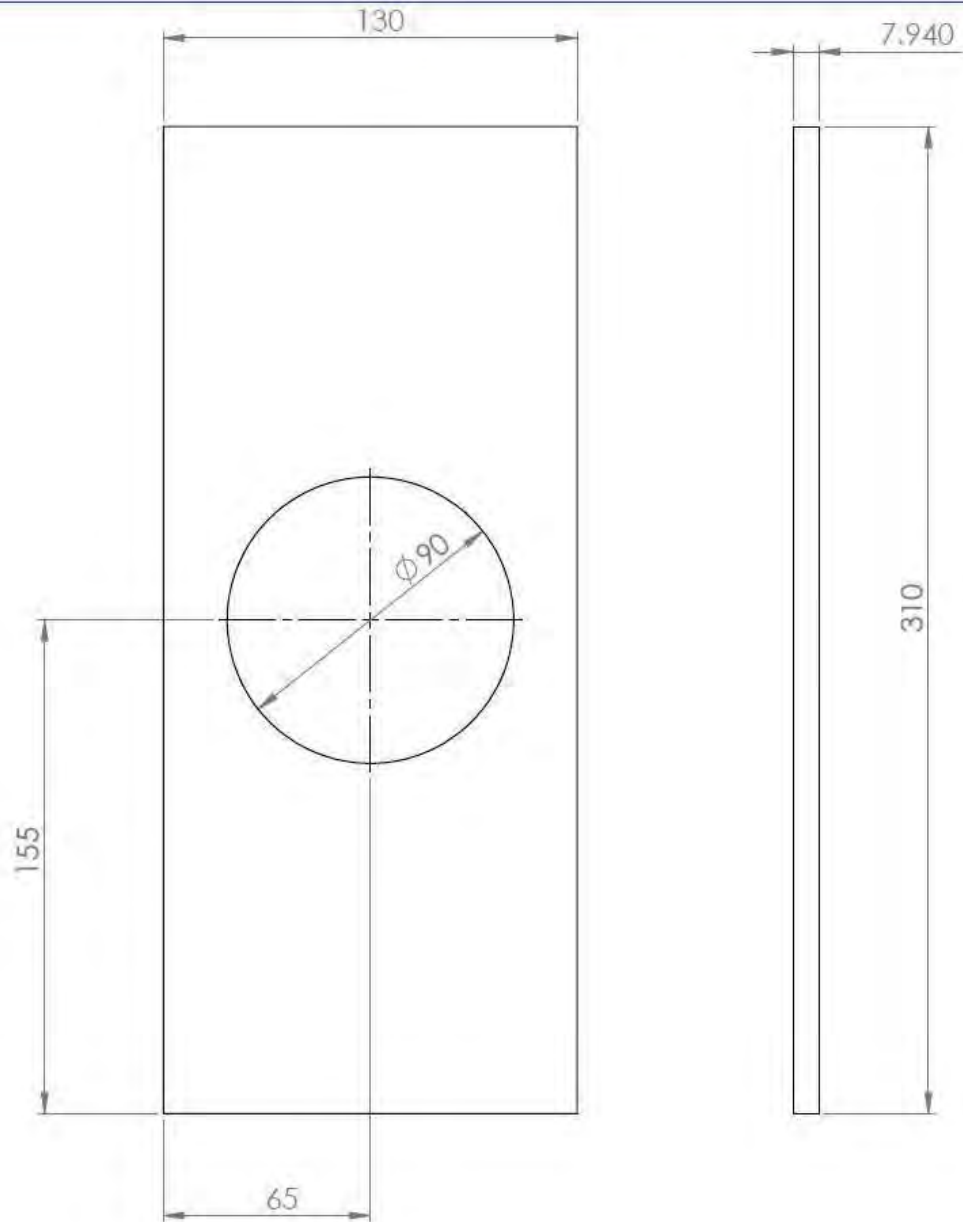
	Nombre:	BASE DE ESLABON 3	Material:	6061-T6 (SS)
	Escala:	1:2	Cantidad:	1 Pza
	Cotas:	mm	Peso/pieza (gr):	768.48
	Diseño:	Carlos B. Castro Maciel	Revisó:	Dr. Ignacio Juárez C.
			Fecha:	09/01/2012





PLACA CALIBRE 1"

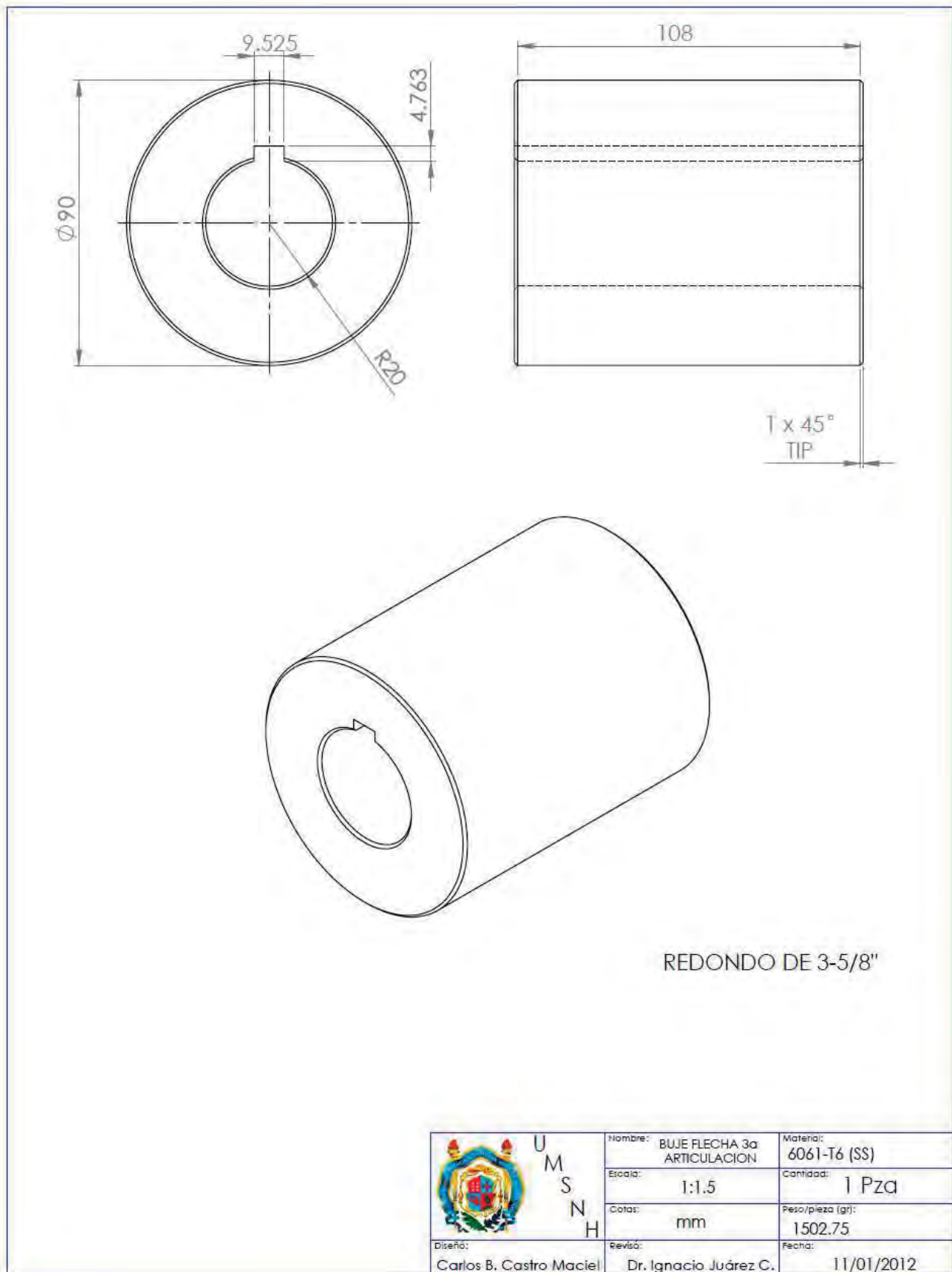
 U M S N H	Nombre:	CAJA PARA RODAMIENTO 30207	Material:	6061-T6 (SS)
	Escala:	1:1.5	Cantidad:	5 Pzas
	Cotas:	mm	Peso/pieza (gr):	556.83
	Diseño:	Carlos B. Castro Maciel	Revisó:	Dr. Ignacio Juárez C.
			Fecha:	11/01/2012

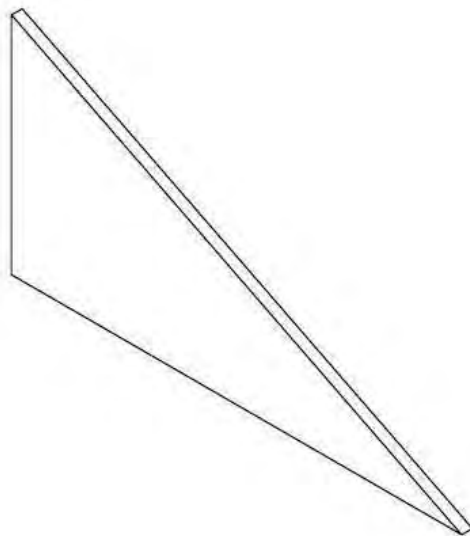
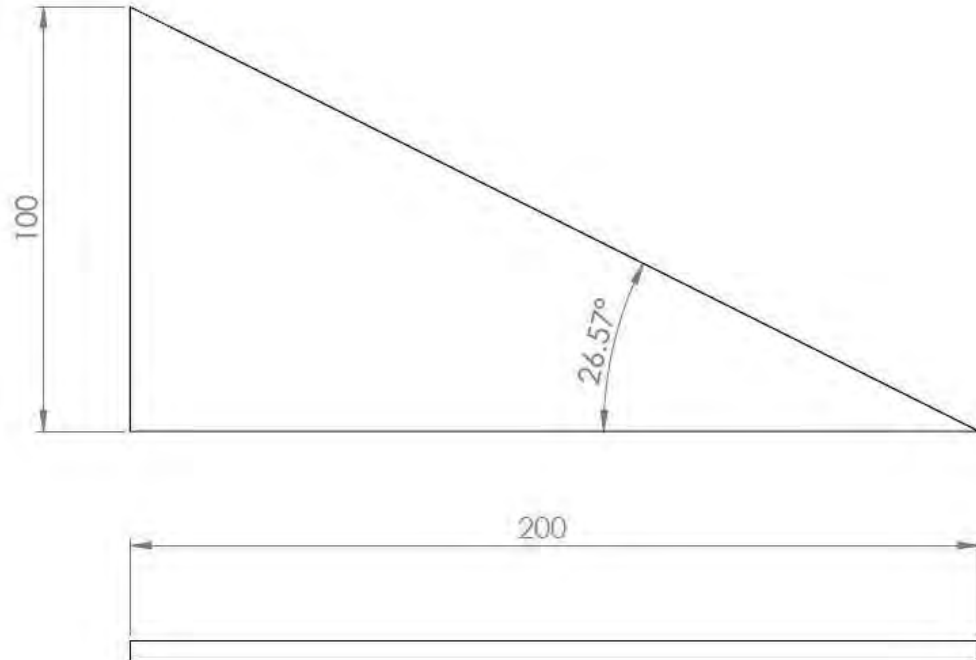


PLACA CALIBRE 5/16"

 UMSNH	Nombre:	TRAVESAÑO ESLABON 3	Materia:	6061-T6 (SS)
	Escala:	1:2	Cantidad:	2 Pzas
	Cotas:	mm	Peso/pieza (gr):	727.57
	Diseño:	Carlos B. Castro Maciel	Revisó:	Dr. Ignacio Juárez C.
			Fecha:	09/01/2012



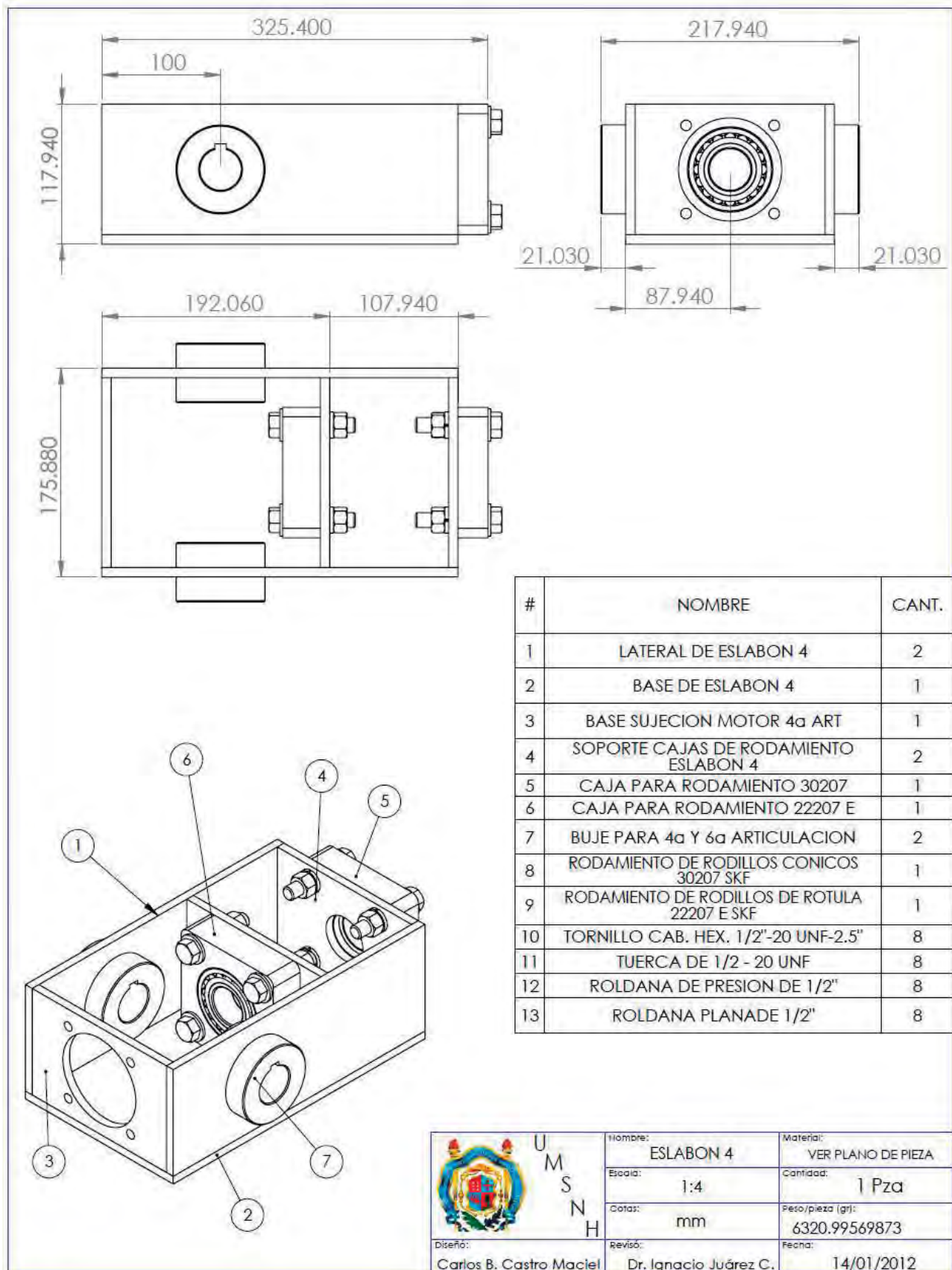


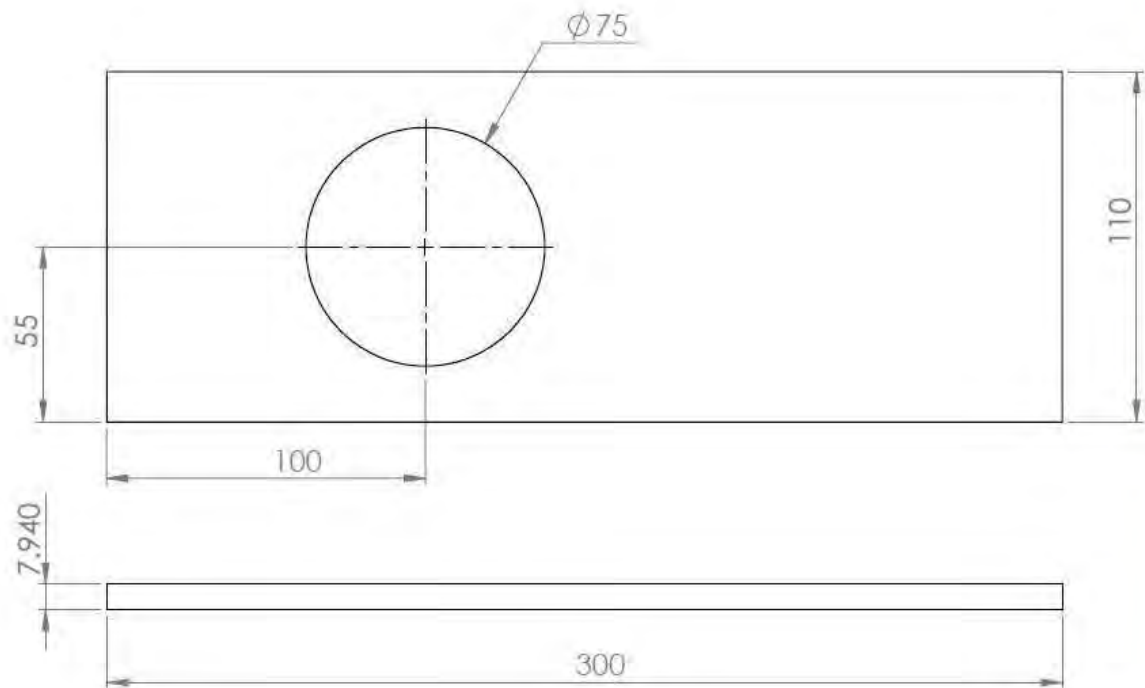


PLACA CALIBRE 3/16"

 U M S N H	Nombre:	REFUERZO DE ESLABON 3	Materia:	6061-T6 (SS)
	Escala:	1:1.5	Cantidad:	4 Pzas
	Cotas:	mm	Peso/pieza (gr):	128.52
	Diseño:	Carlos B. Castro Maciel	Revisó:	Dr. Ignacio Juárez C.
			Fecha:	05/02/2012



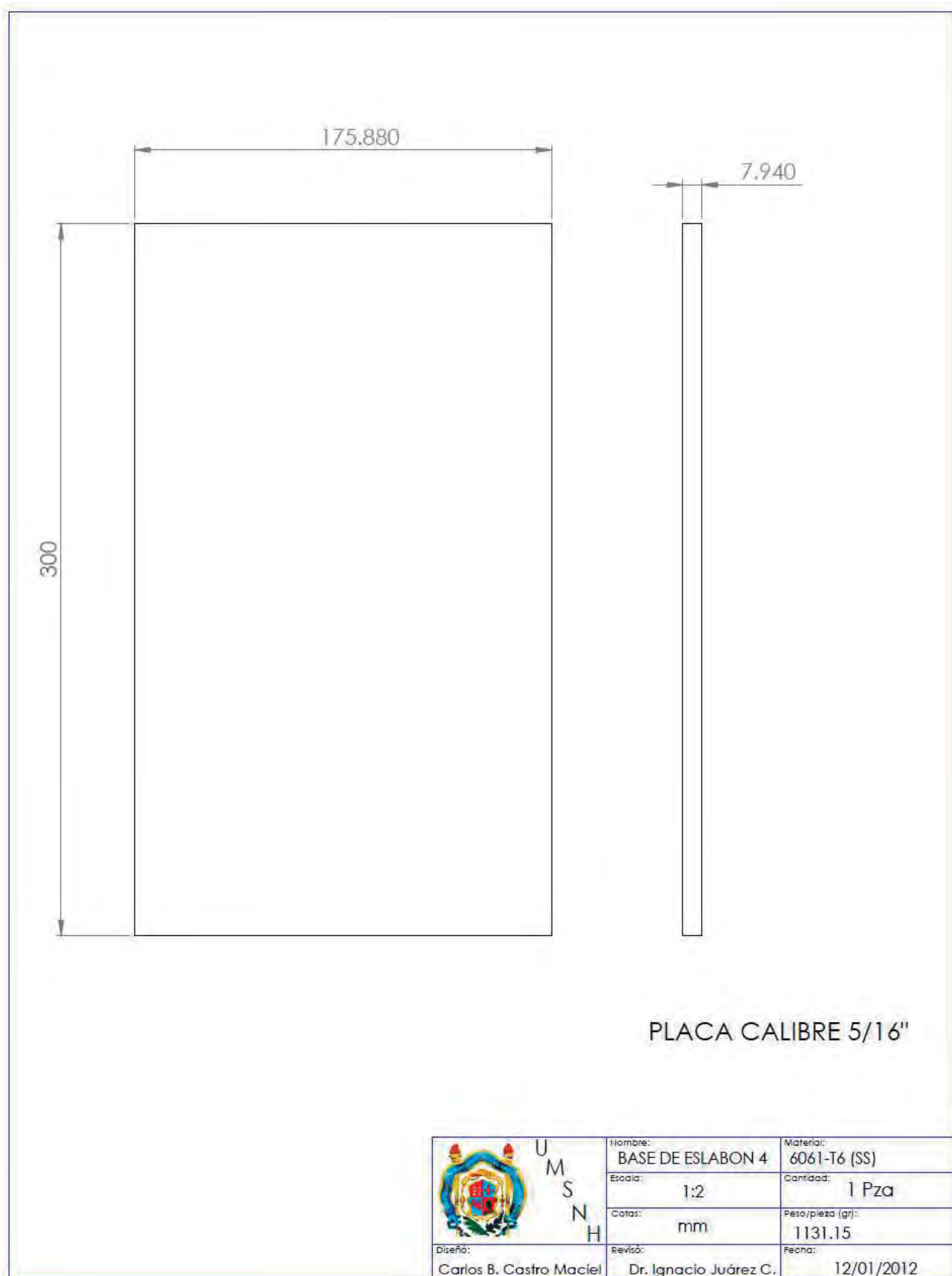


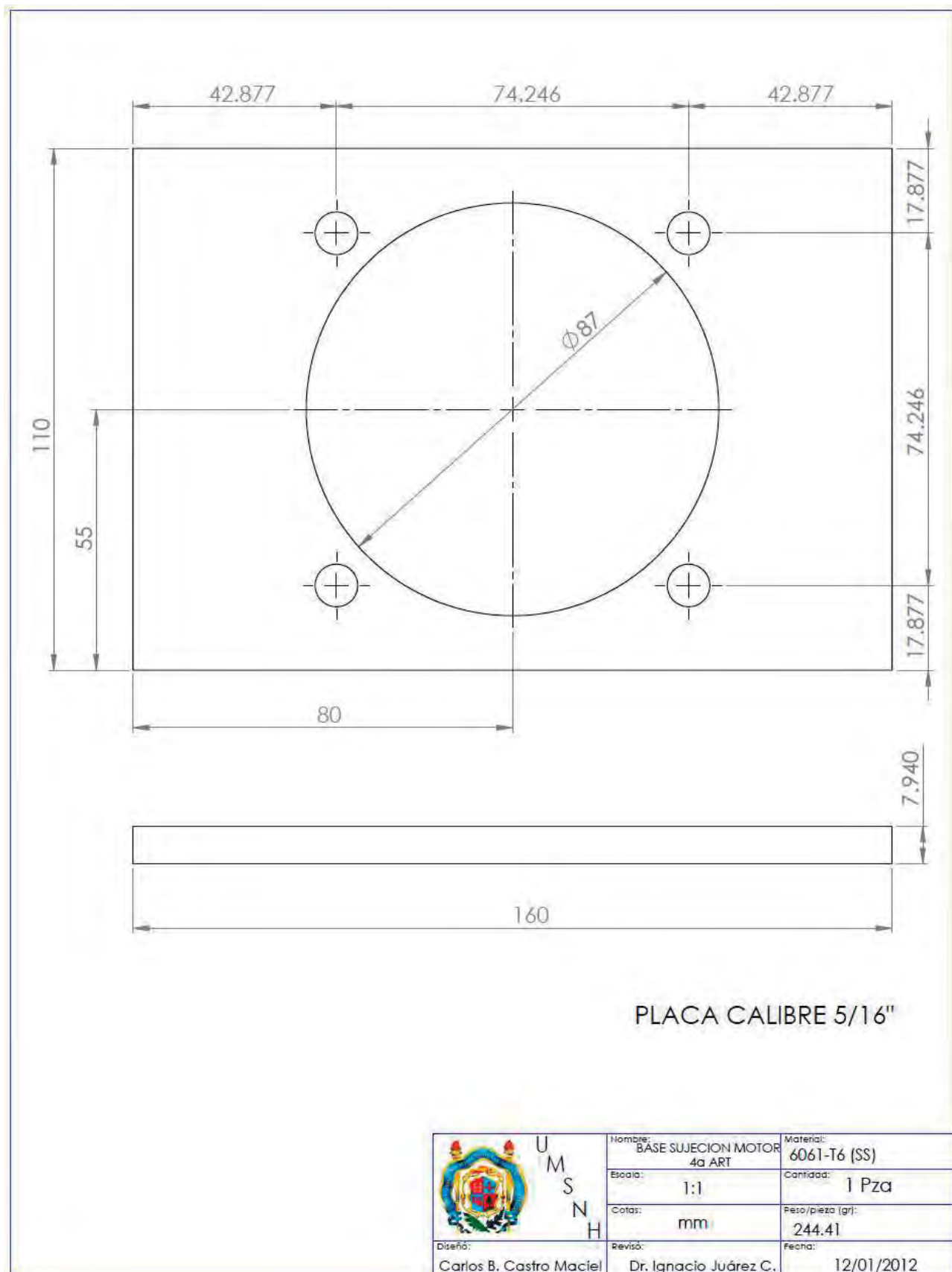


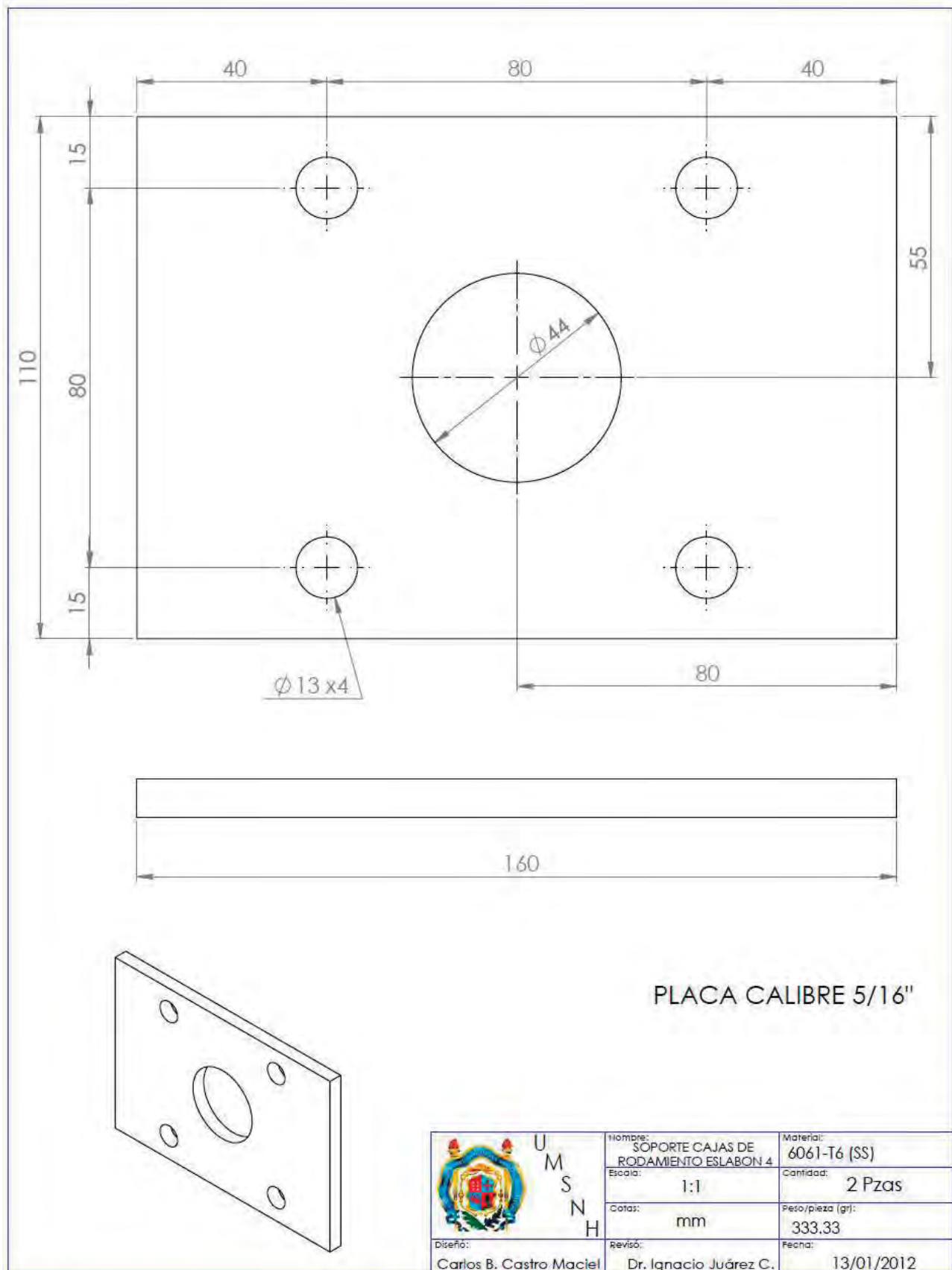
PLACA CALIBRE 5/16"

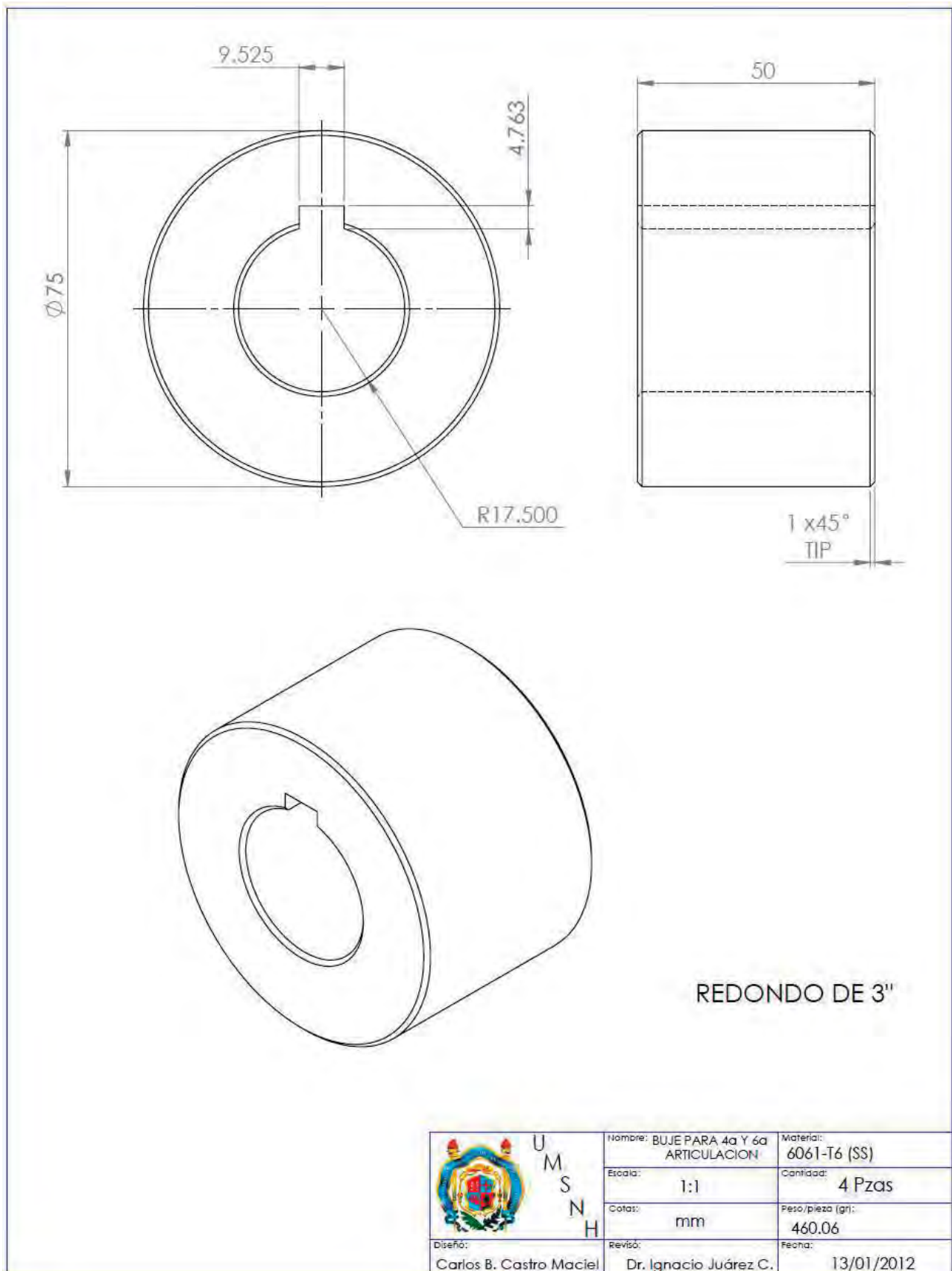
	Nombre:	LATERAL DE ESLABON 4	Materia:	6061-T6 (SS)
	Escala:	1:2	Cantidad:	2 Pzas
	Cotas:	mm	Peso/pieza (gr):	612.74
	Diseño:	Carlos B. Castro Maciel	Revisó:	Dr. Ignacio Juárez C.
			Fecha:	12/01/2012

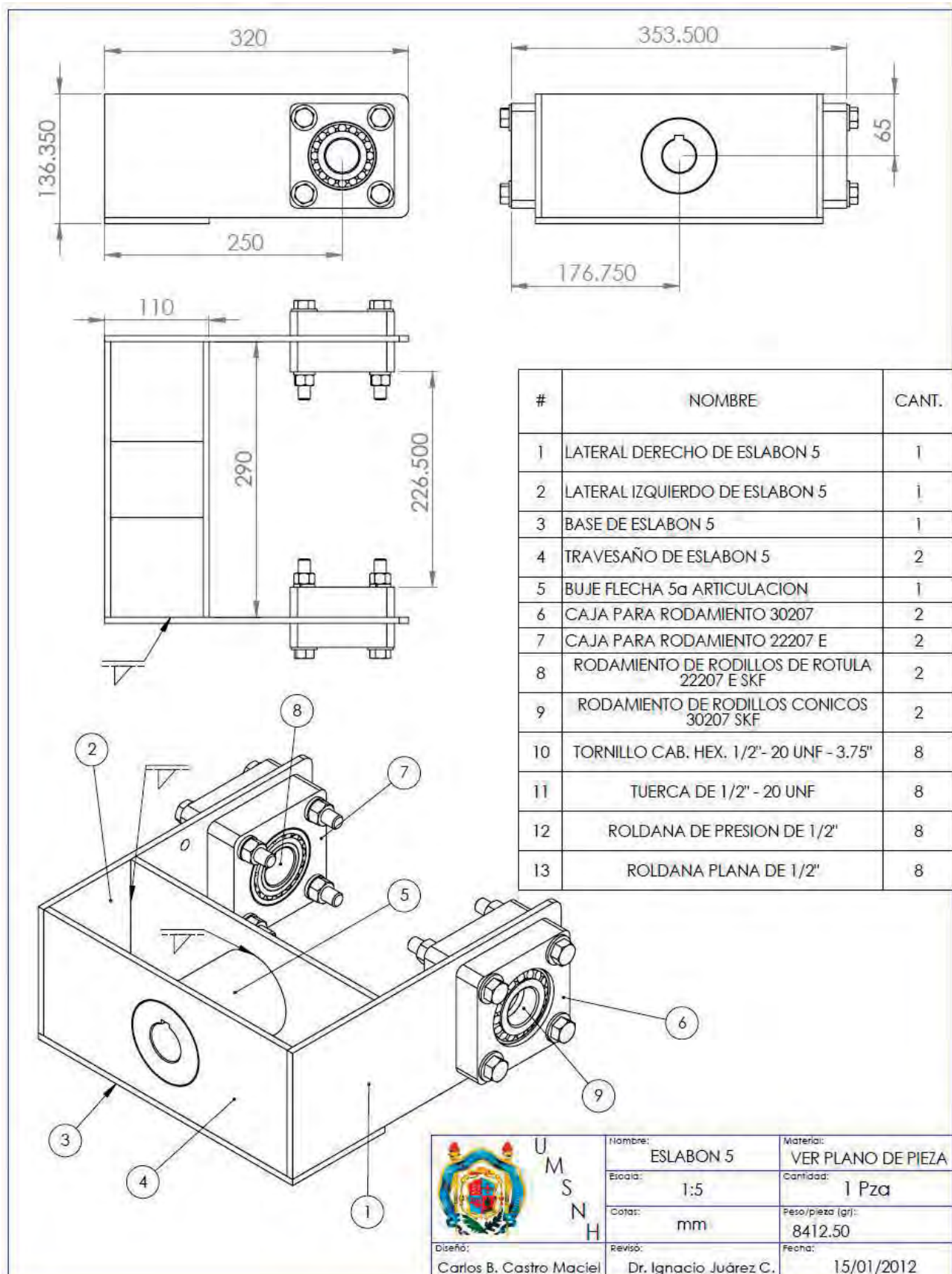


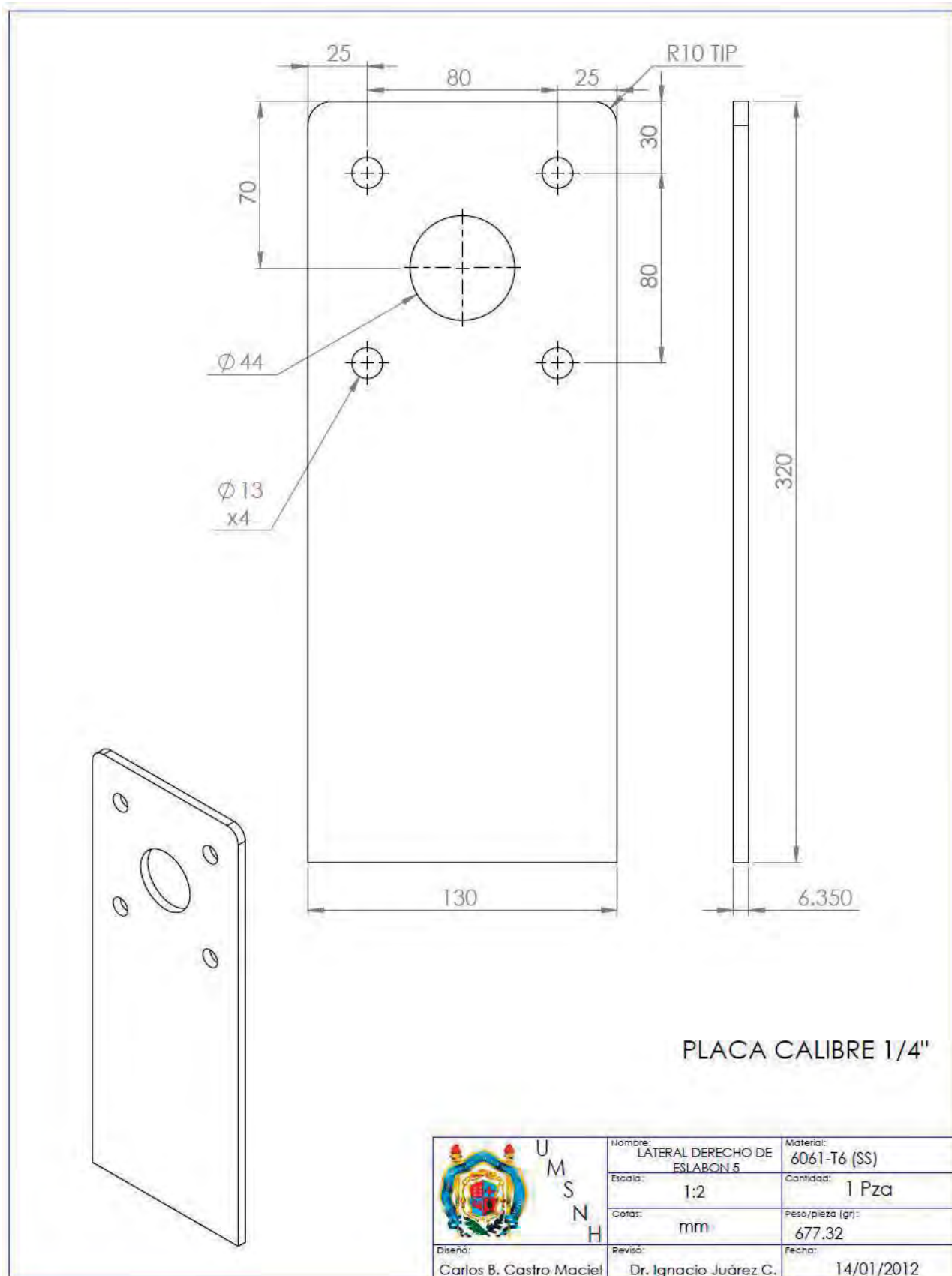


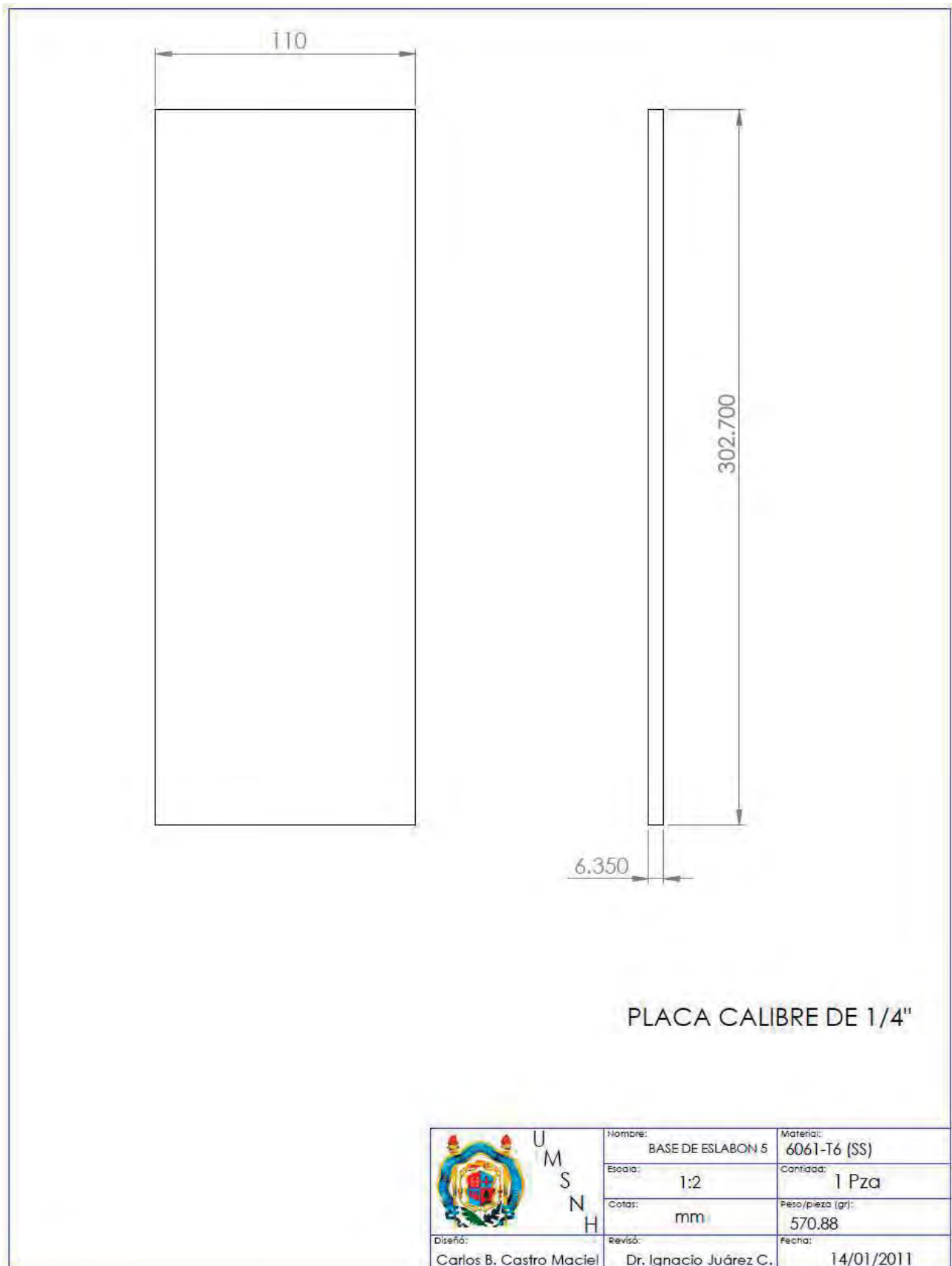


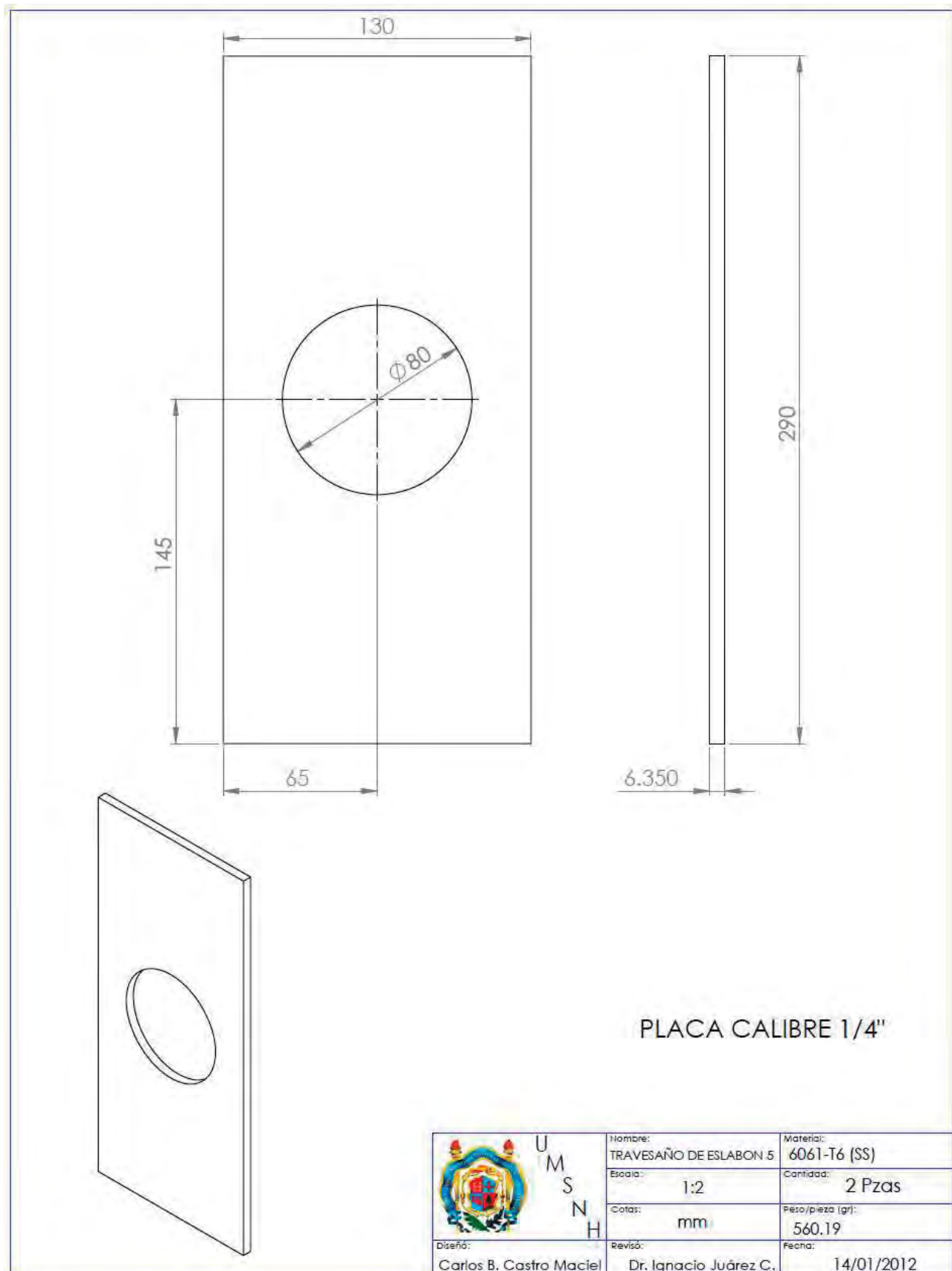


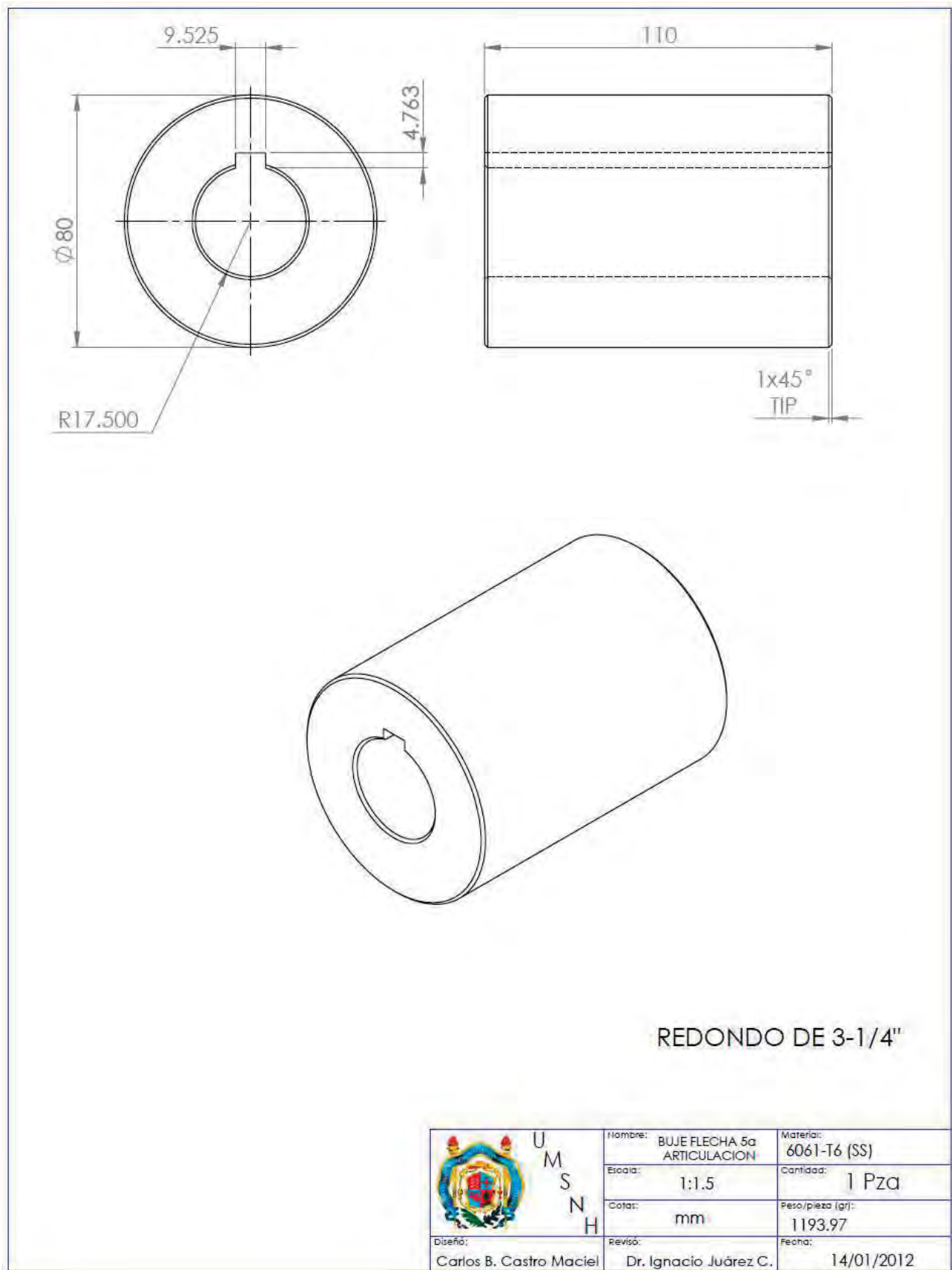


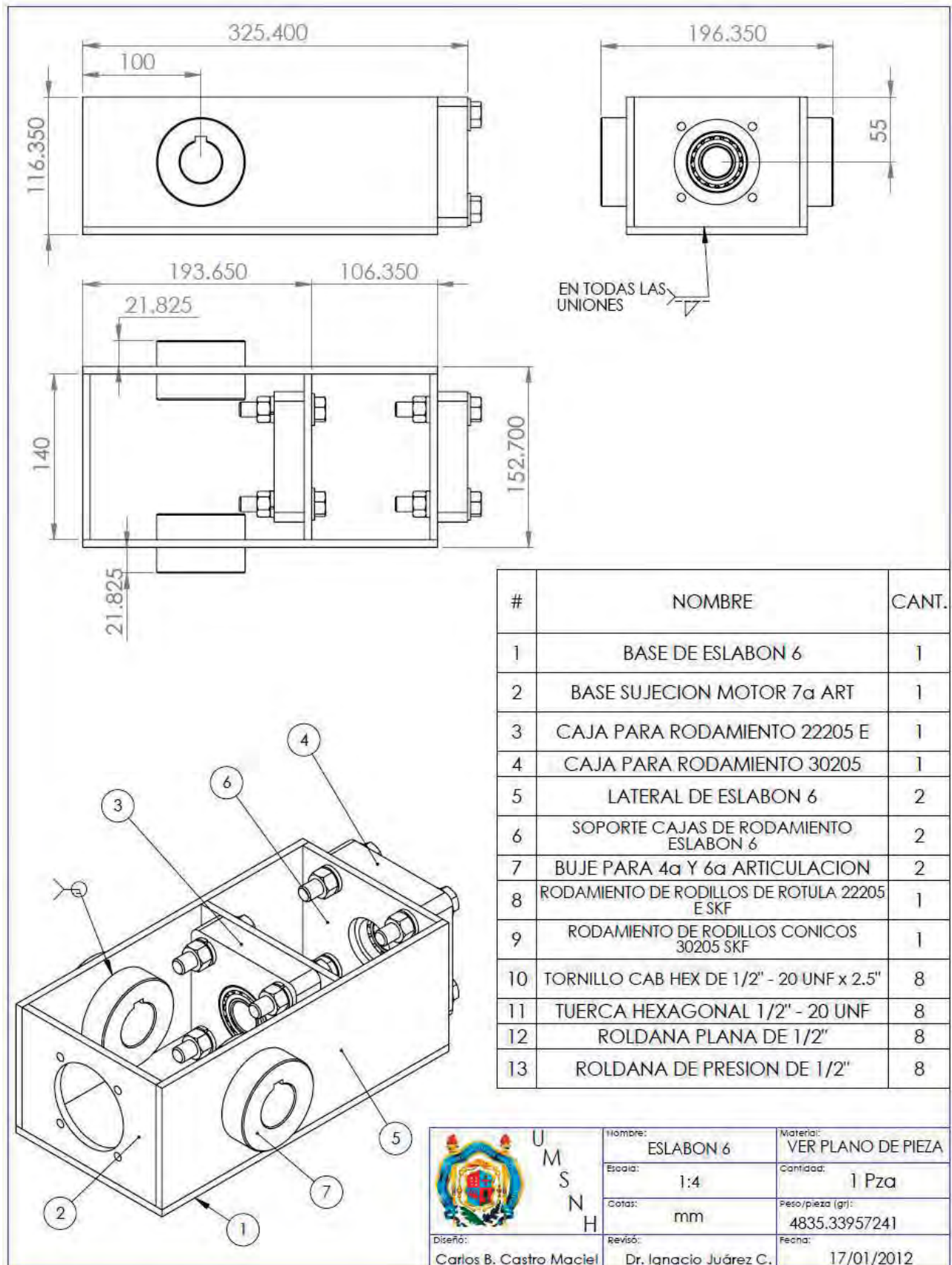


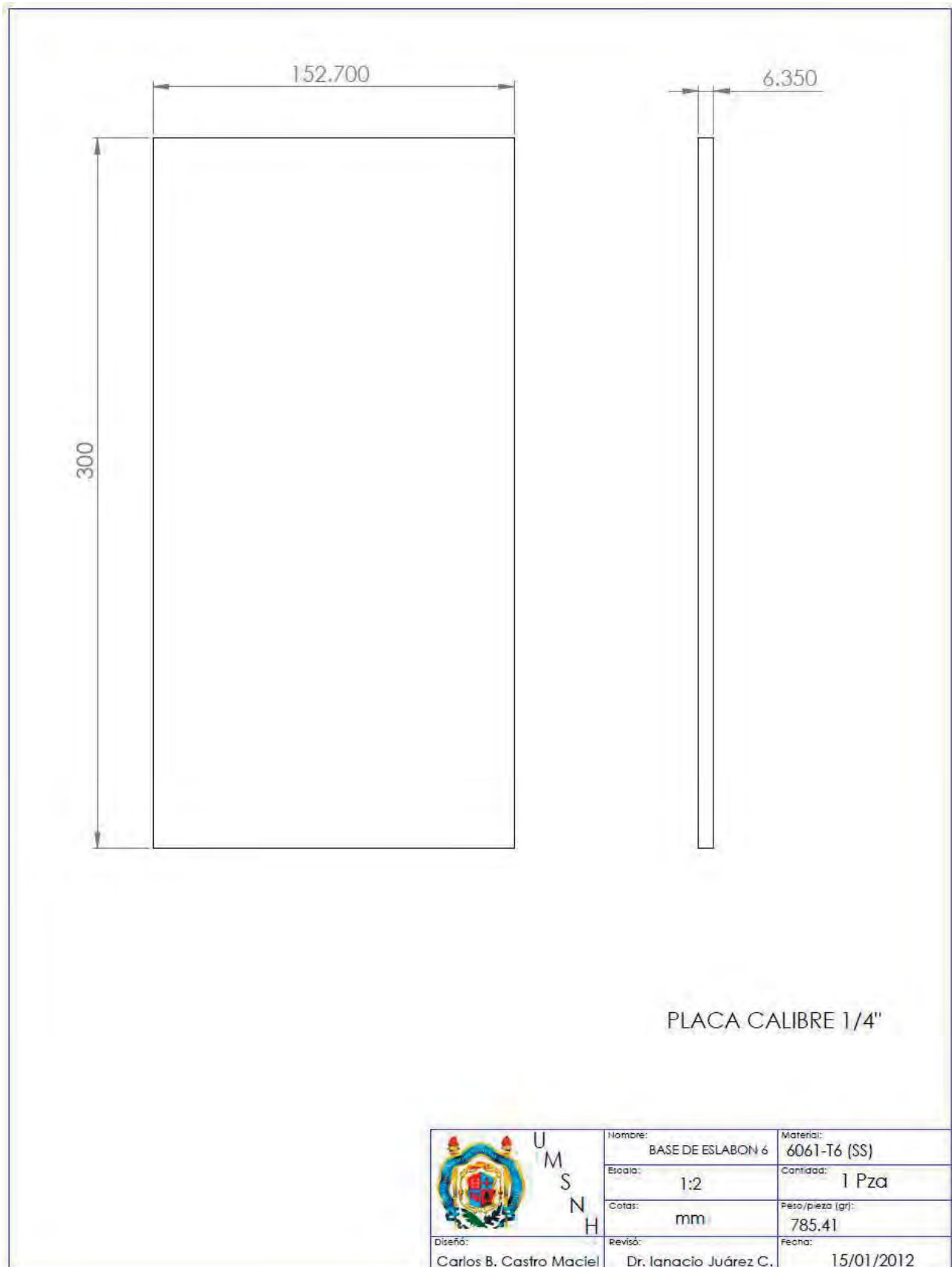


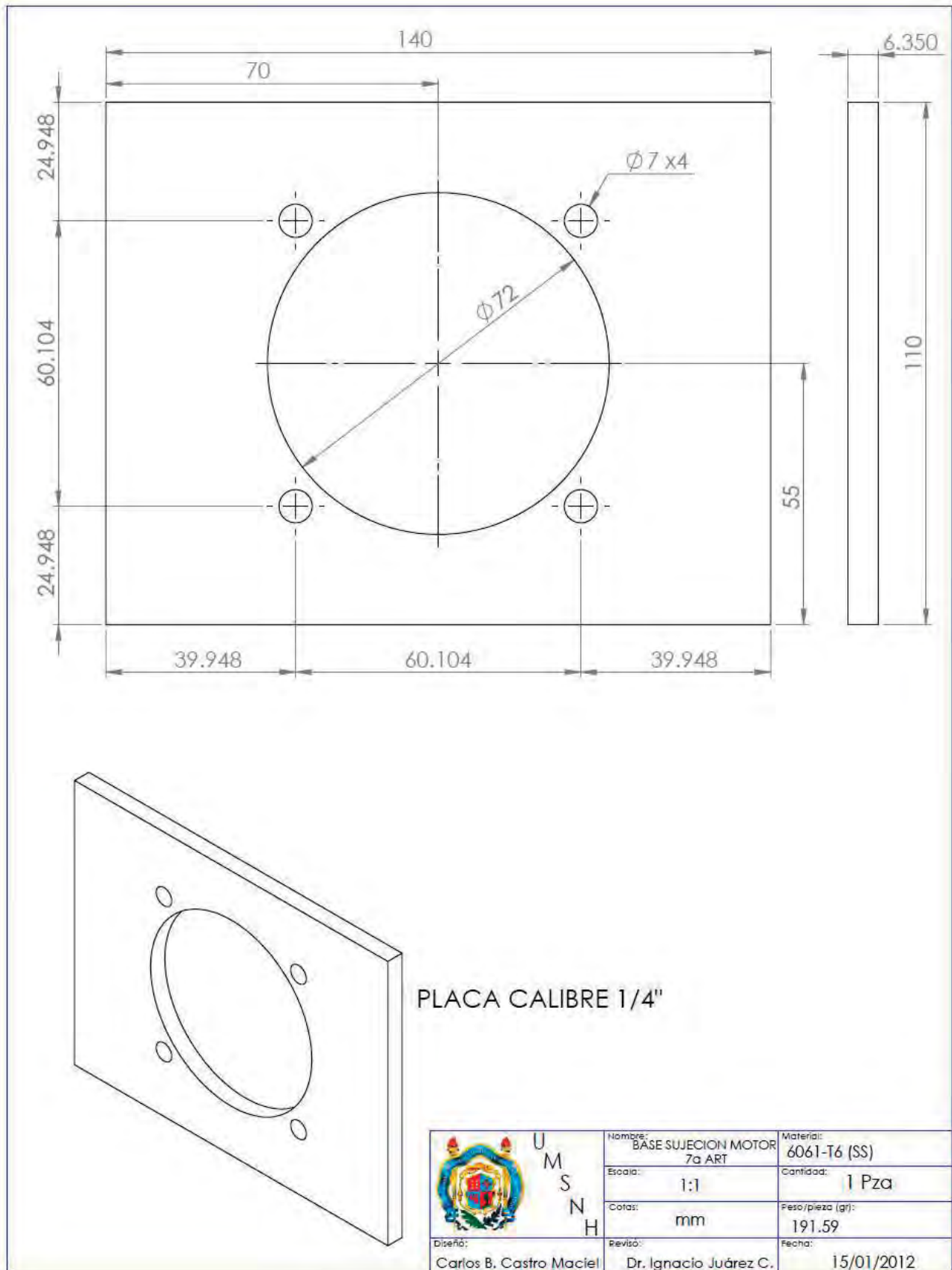


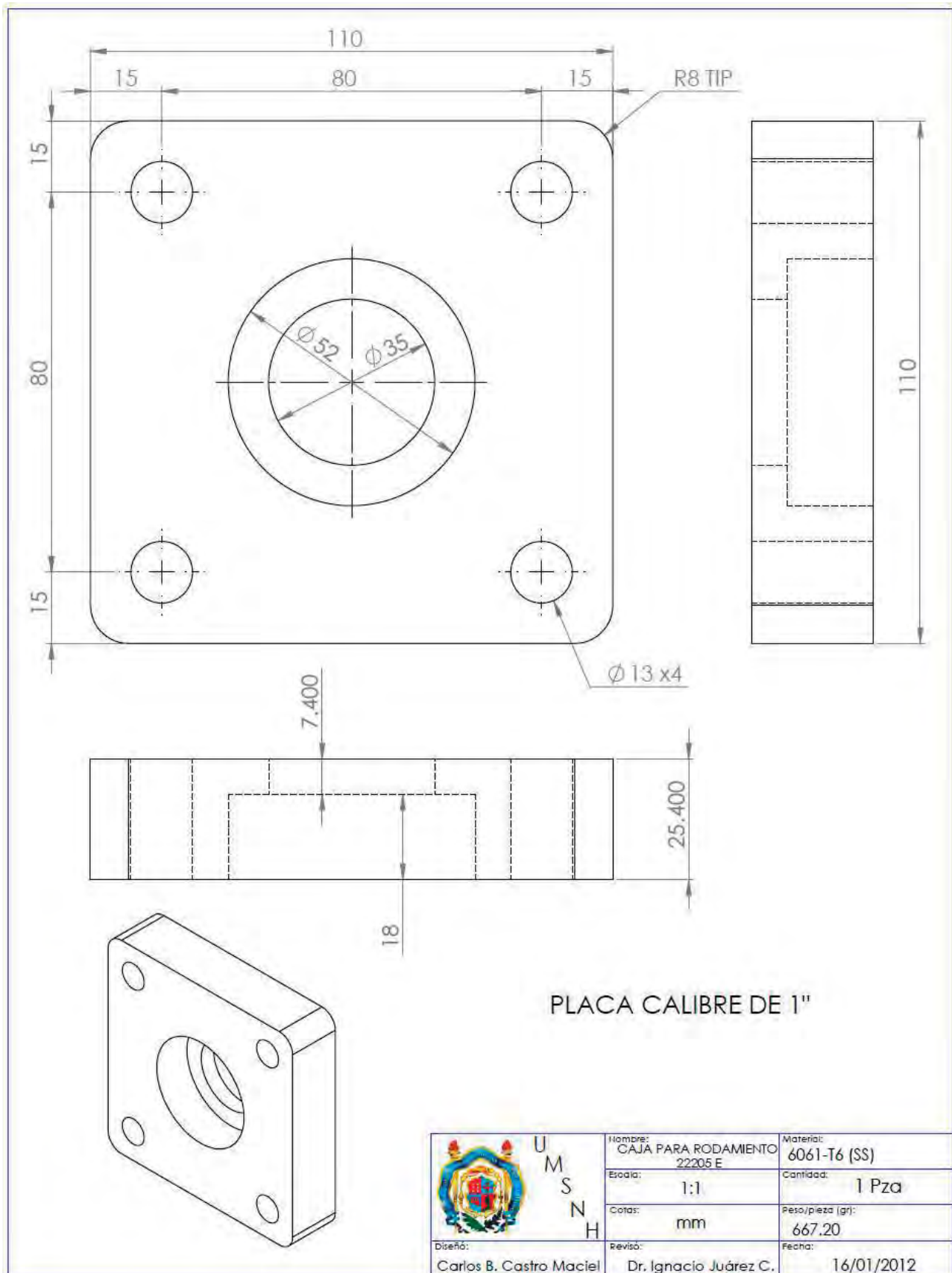


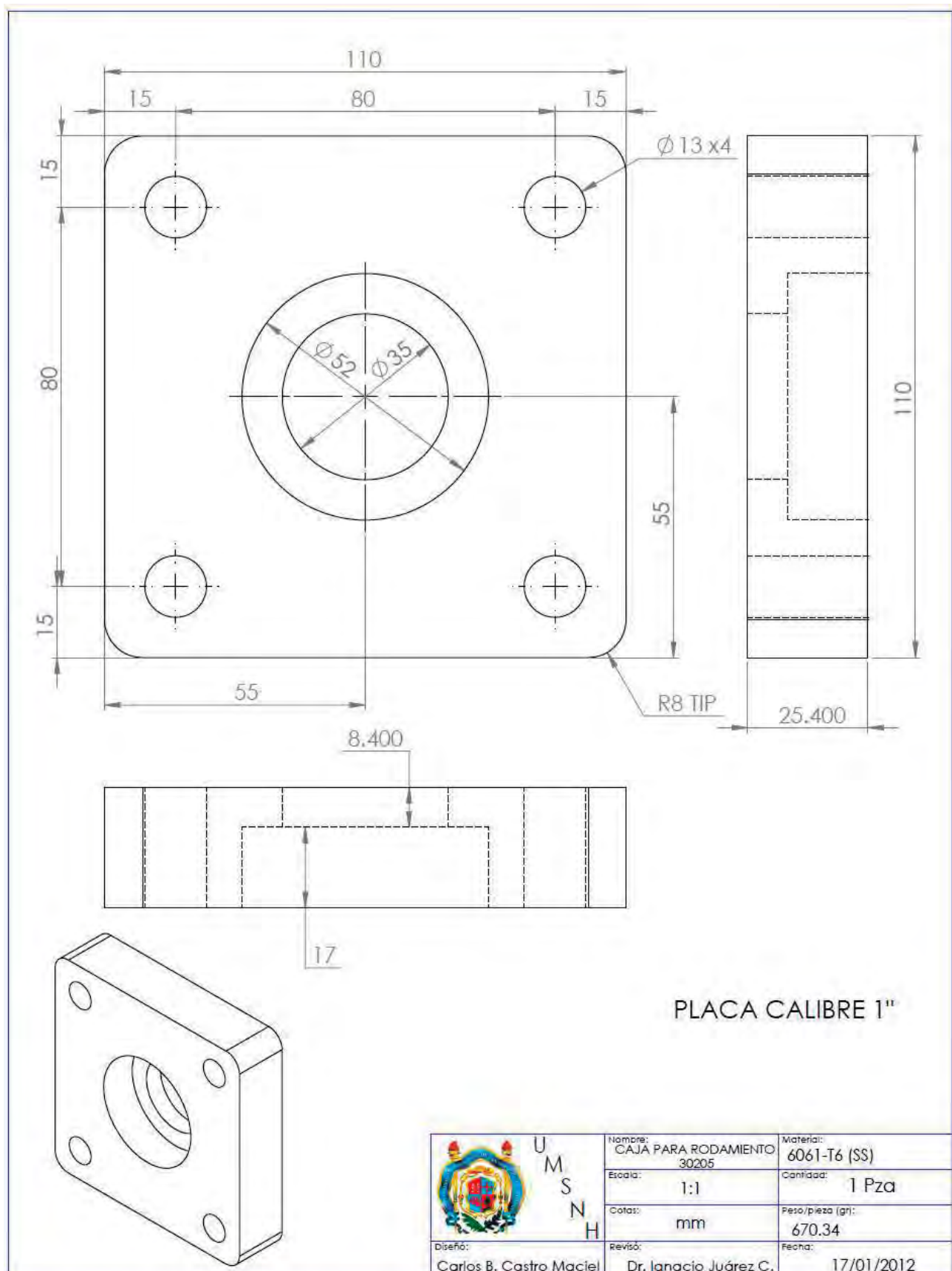


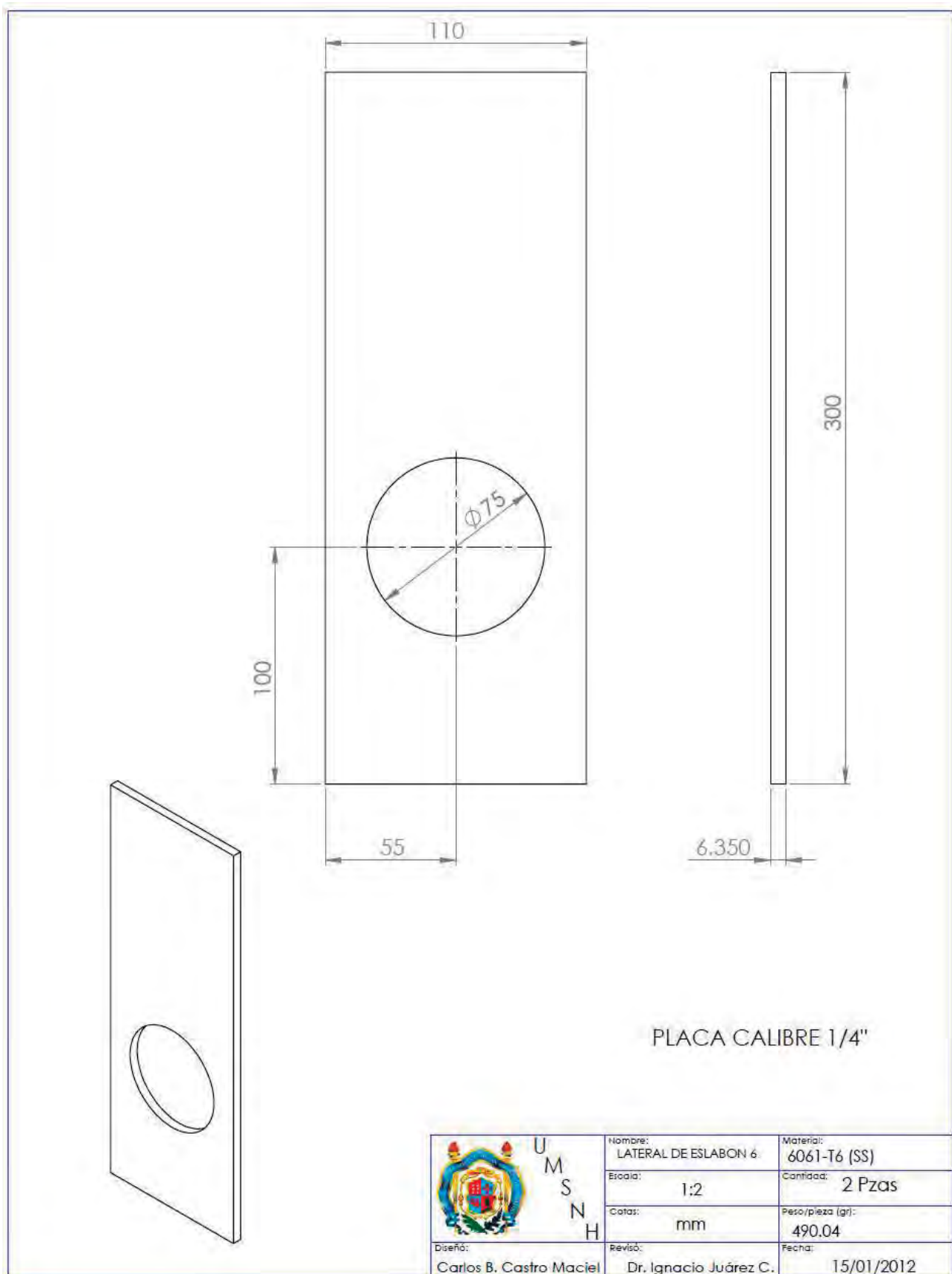


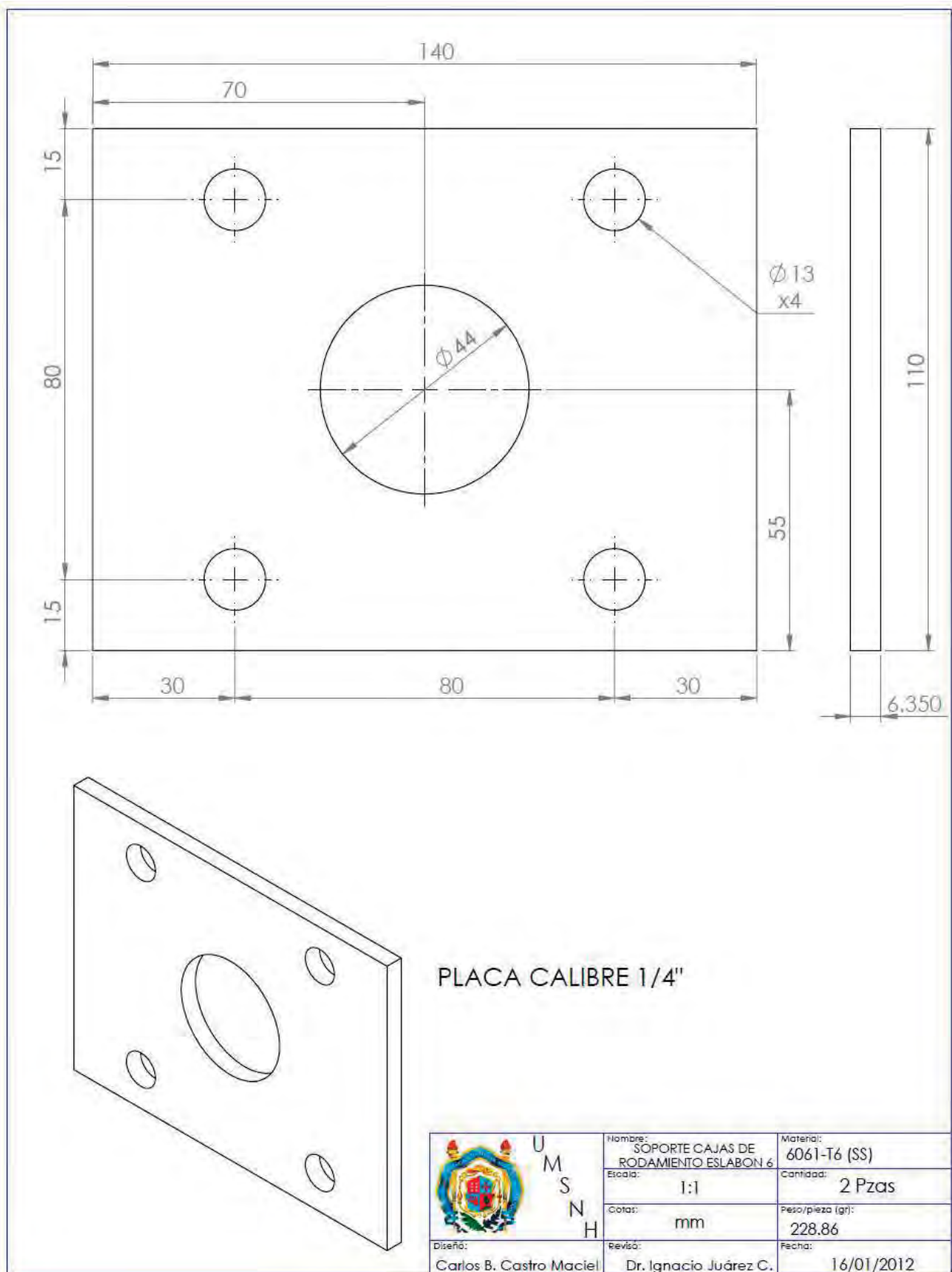


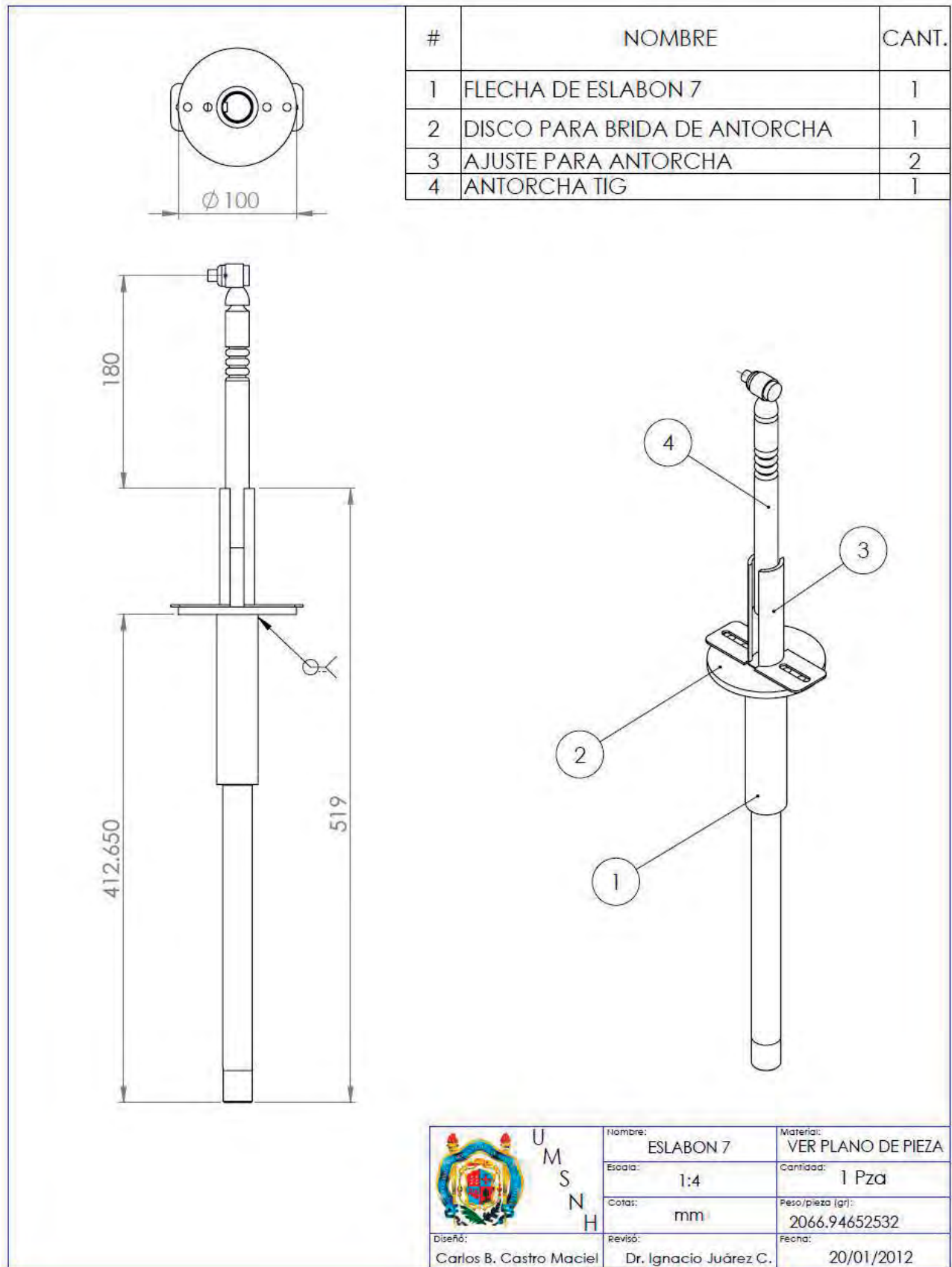


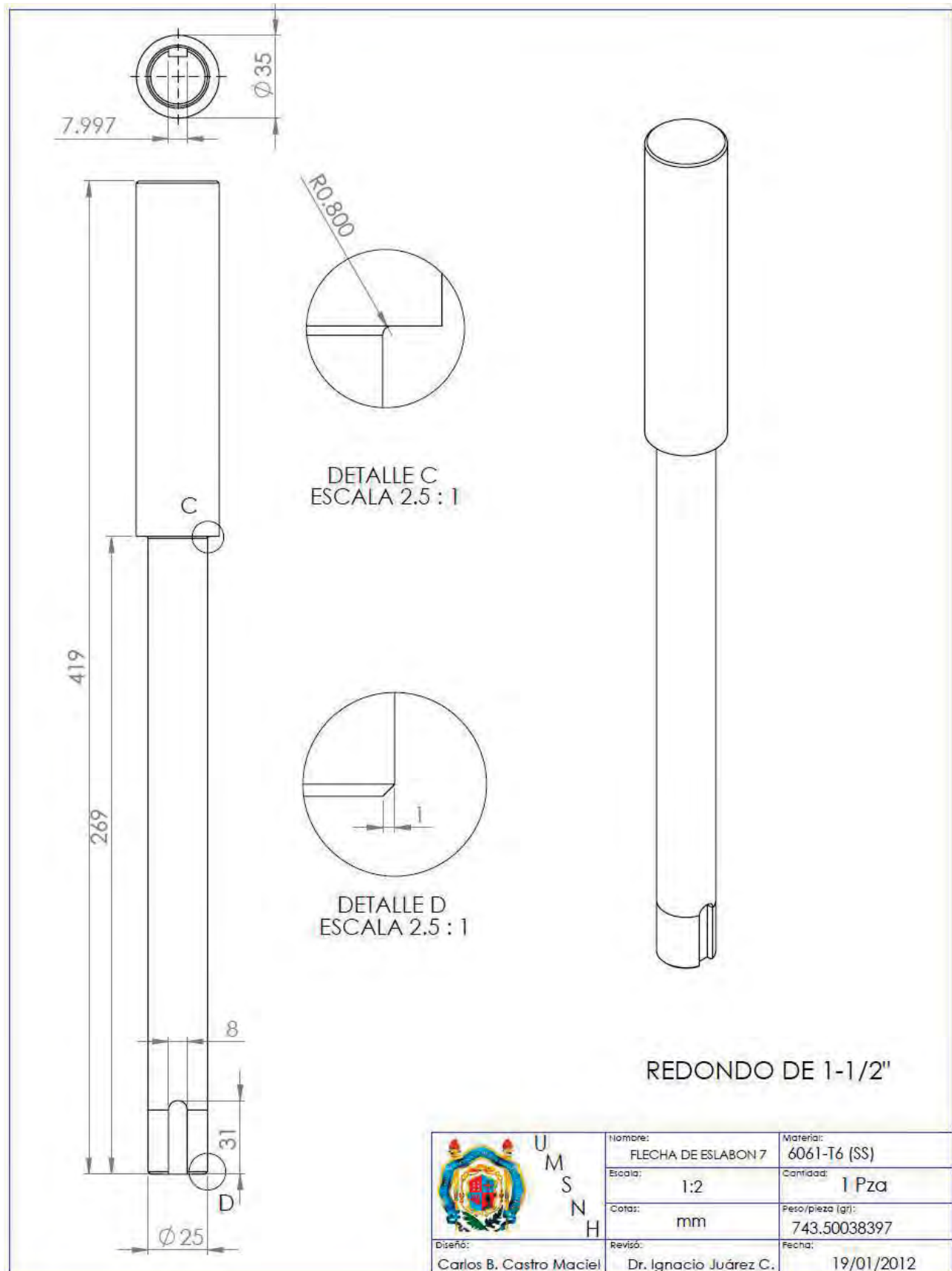


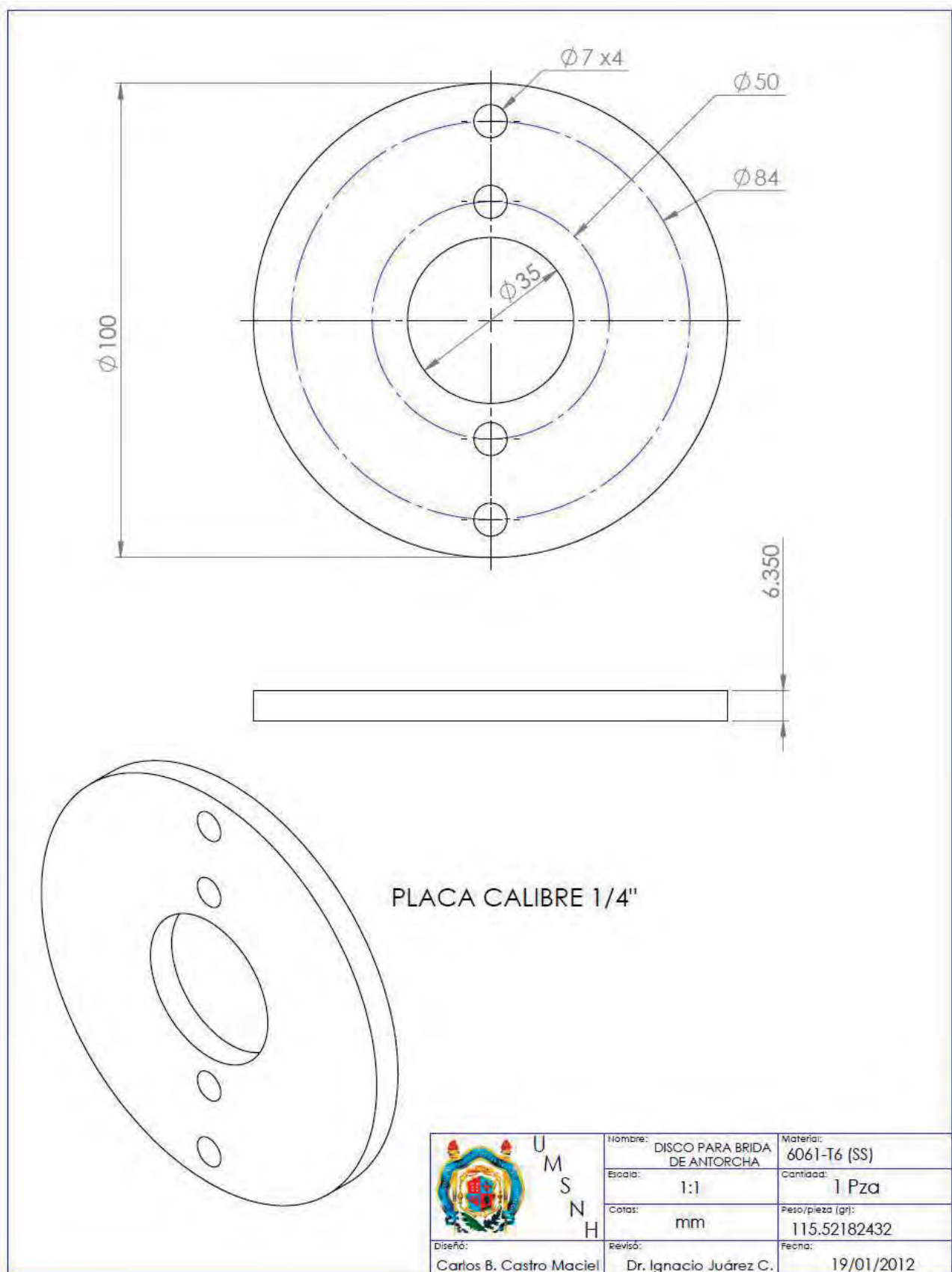


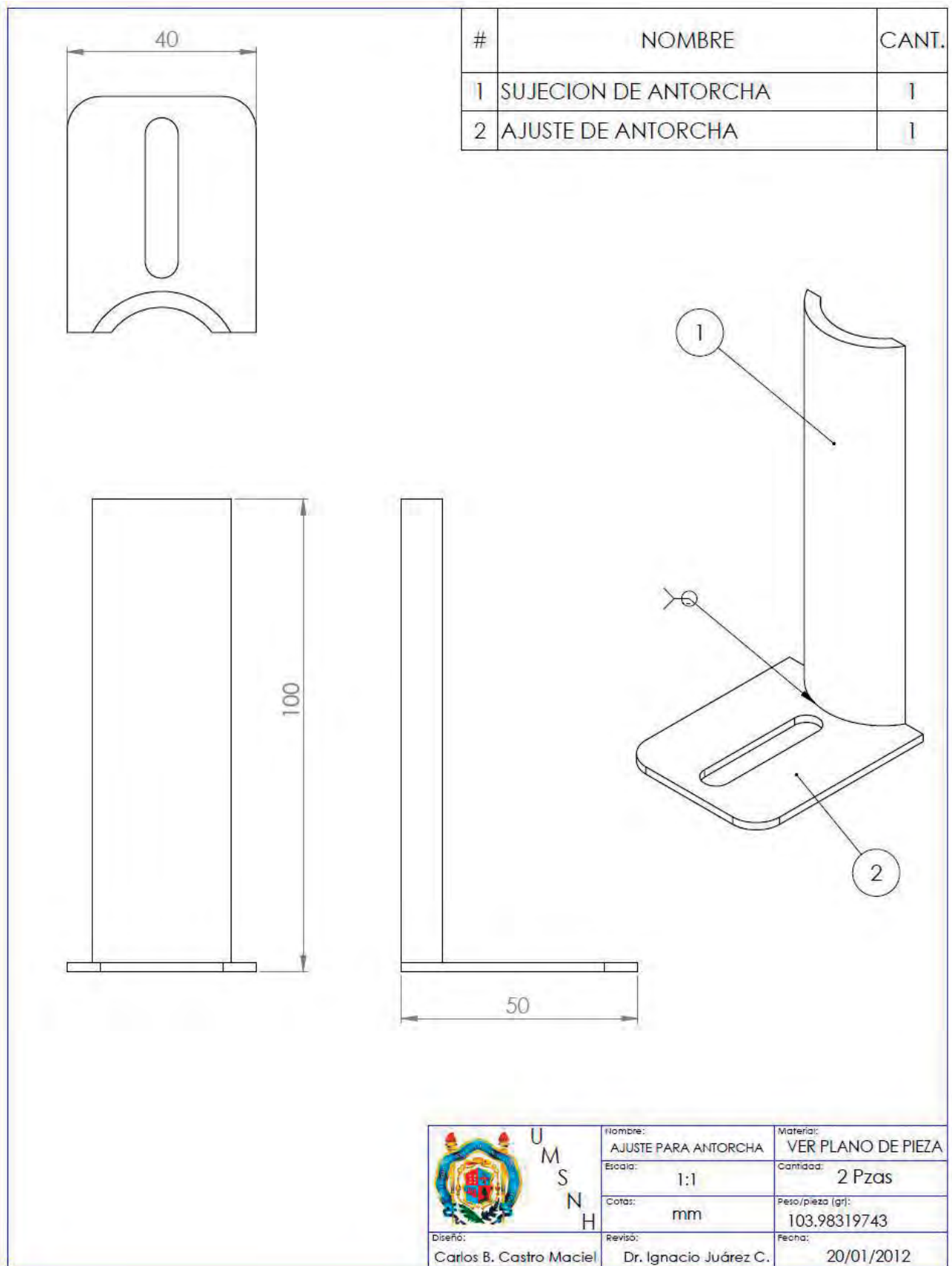


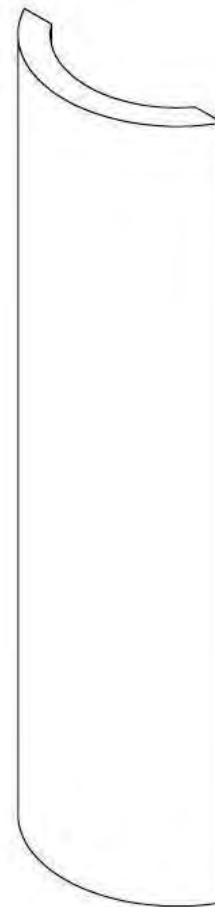
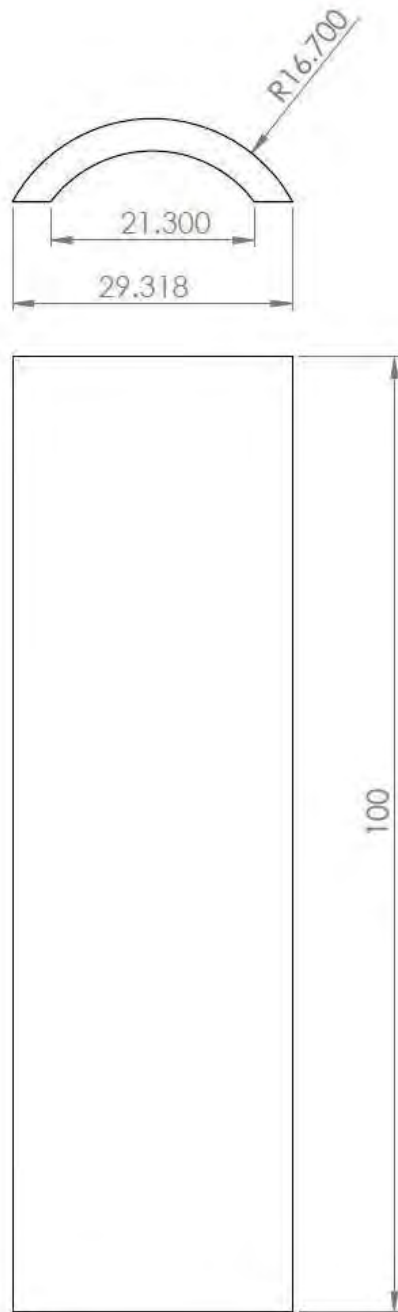






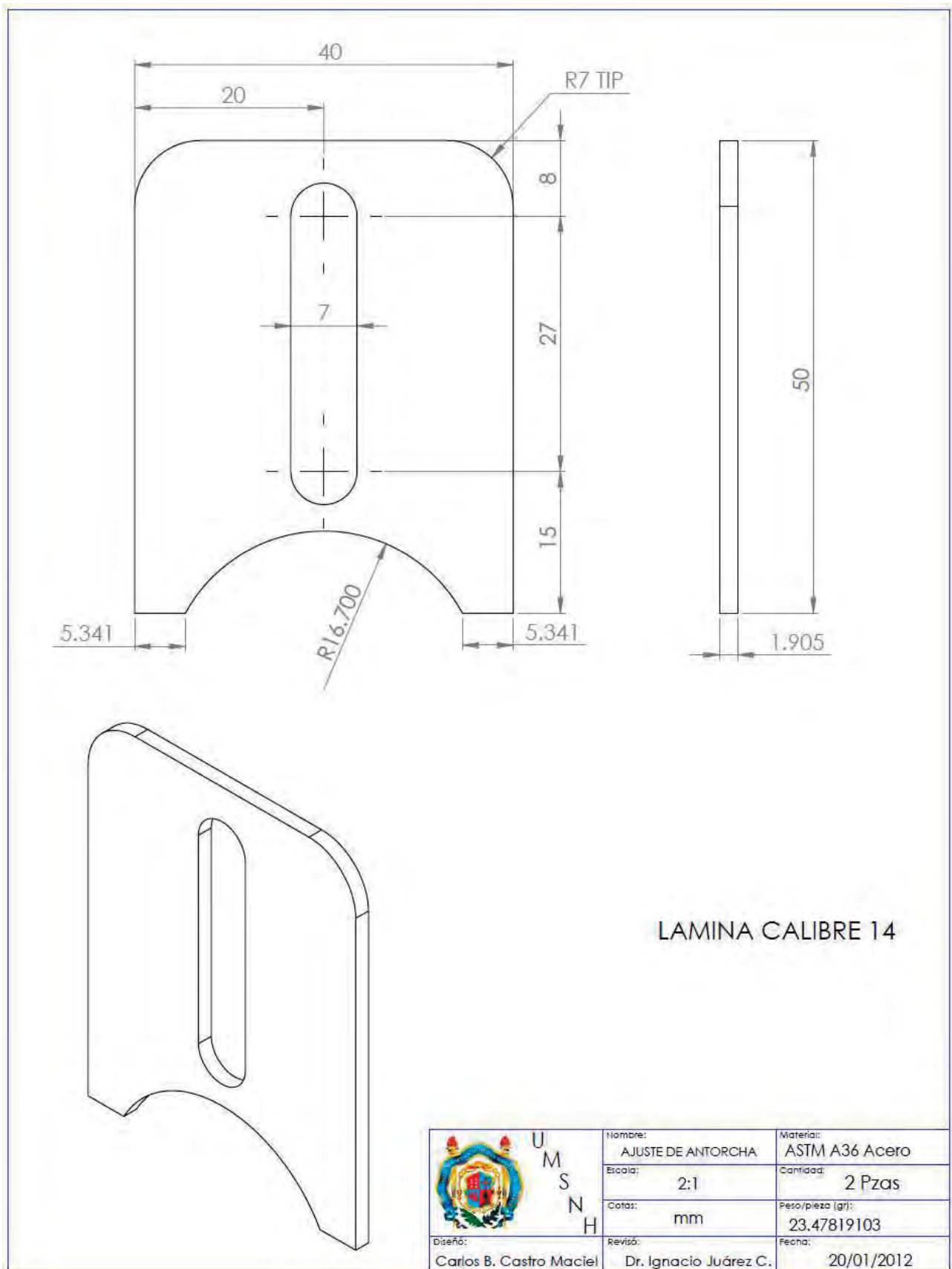


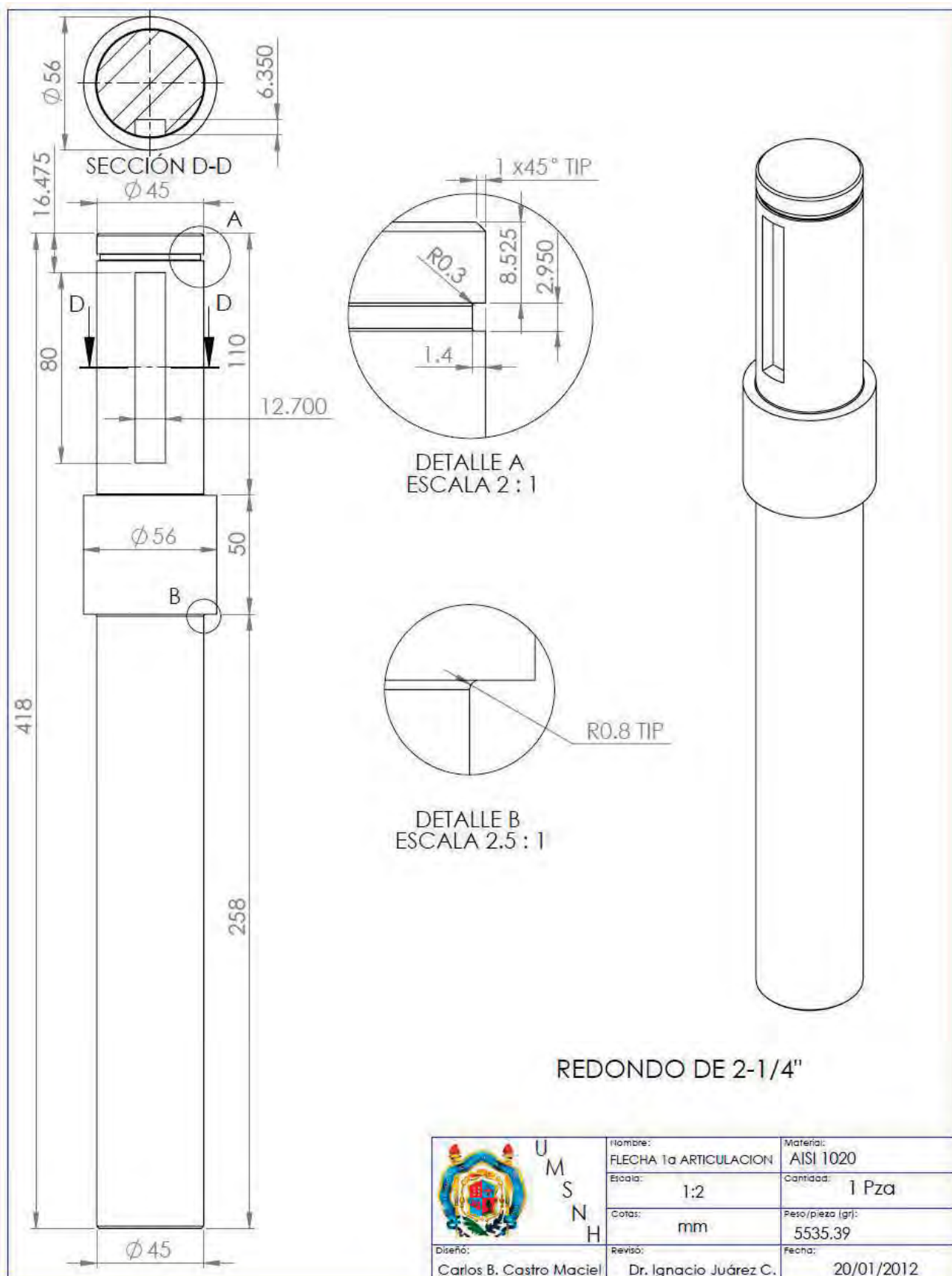


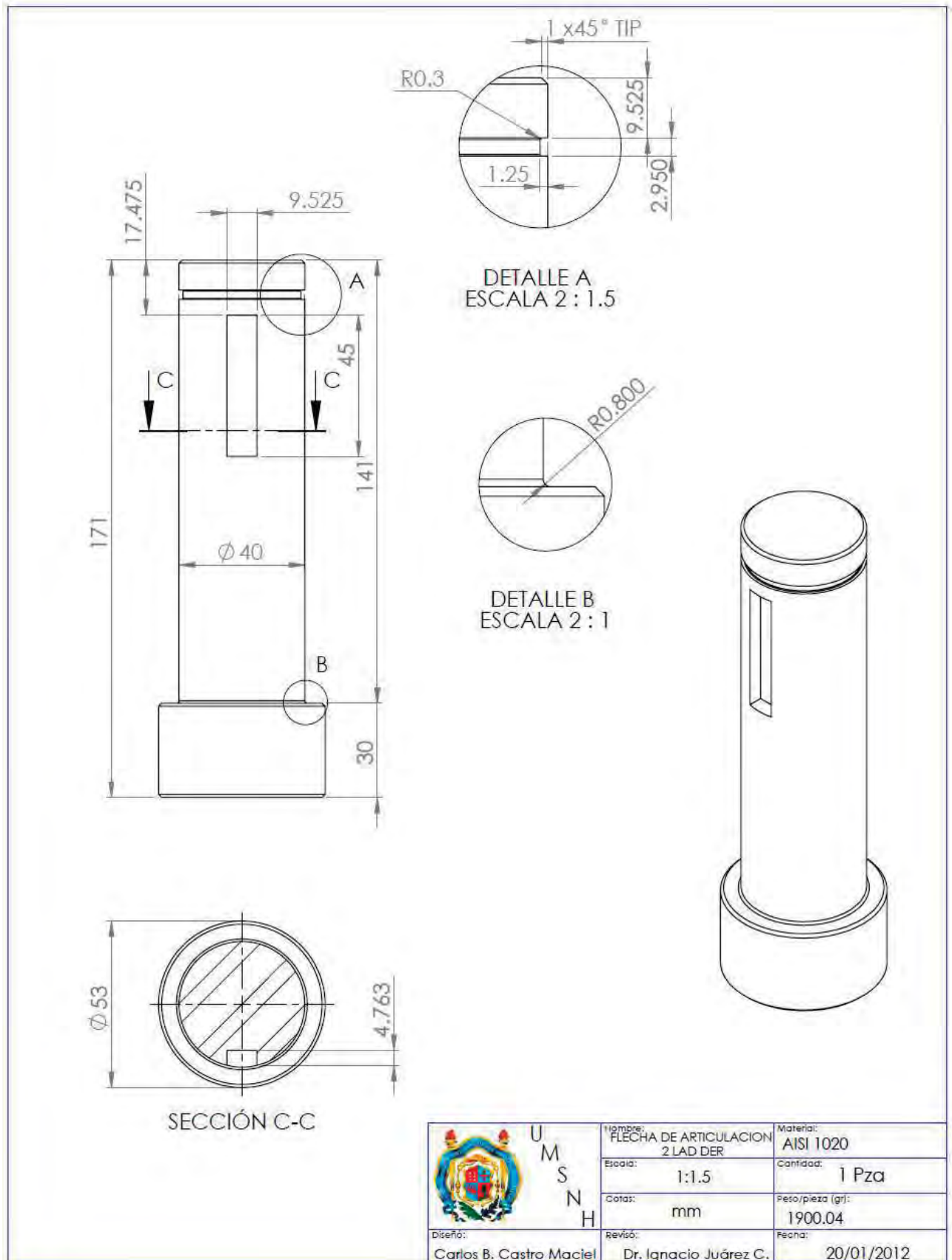


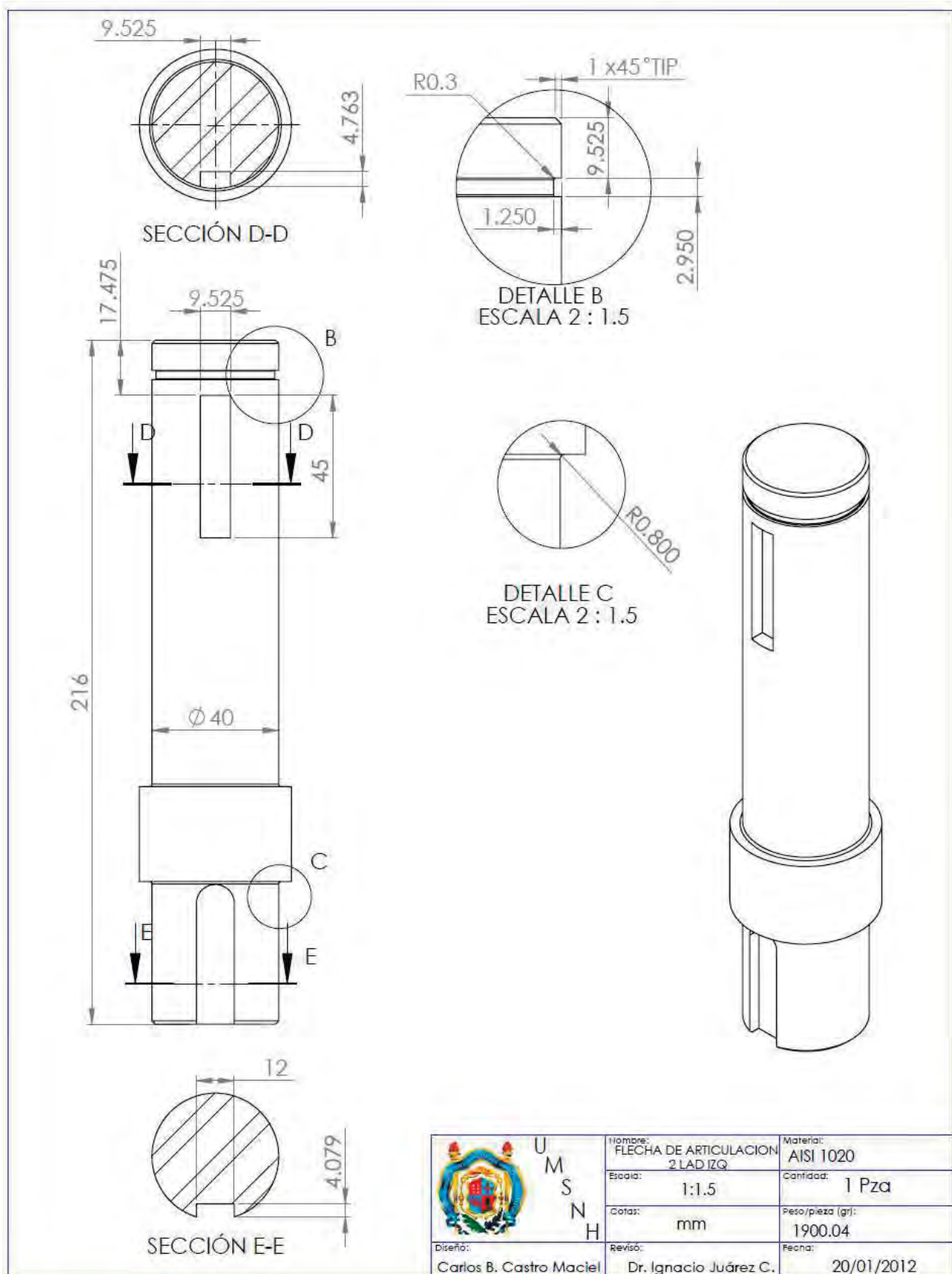
TUBO DE 1" CED 40

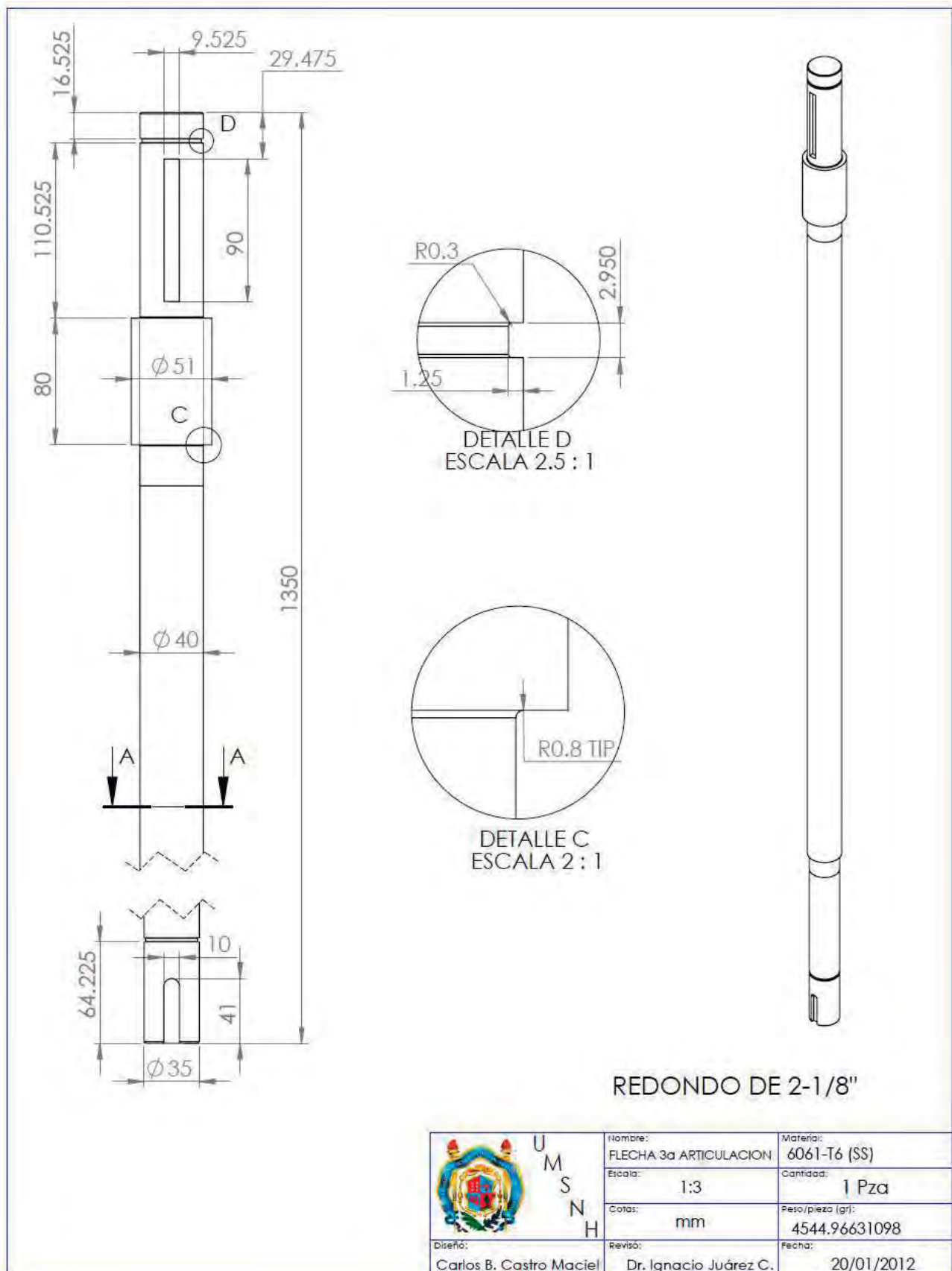
 U M S N H	Nombre:	SUJECION DE ANTORCHA	Material:	AlSi 1015
	Escala:	1.5:1	Cantidad:	2 Pzas
	Cotas:	mm	Peso/pieza (gr):	80.51
	Diseño:	Carlos B. Castro Maciel	Revisó:	Dr. Ignacio Juárez C.
			Fecha:	20/01/2012

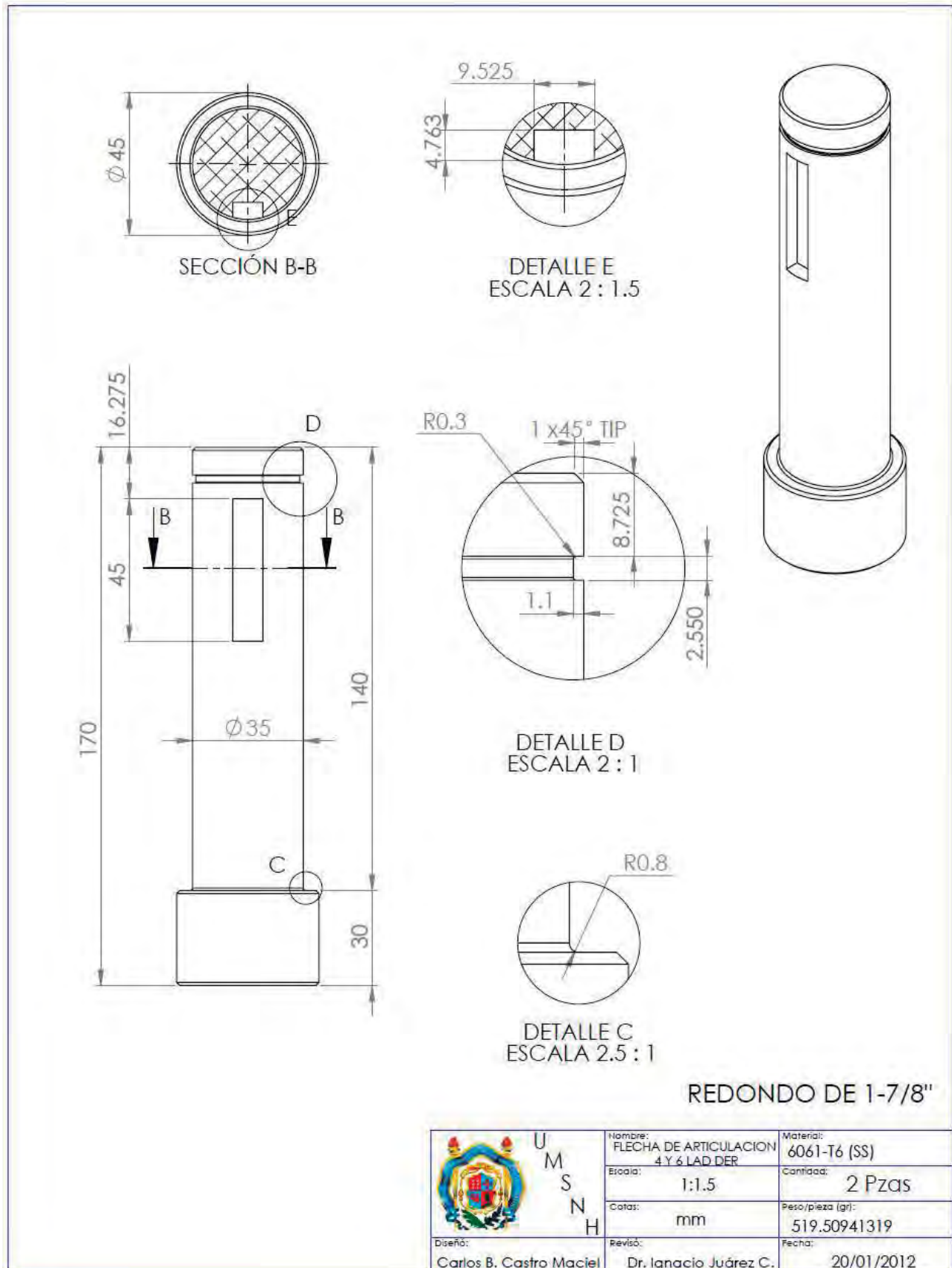


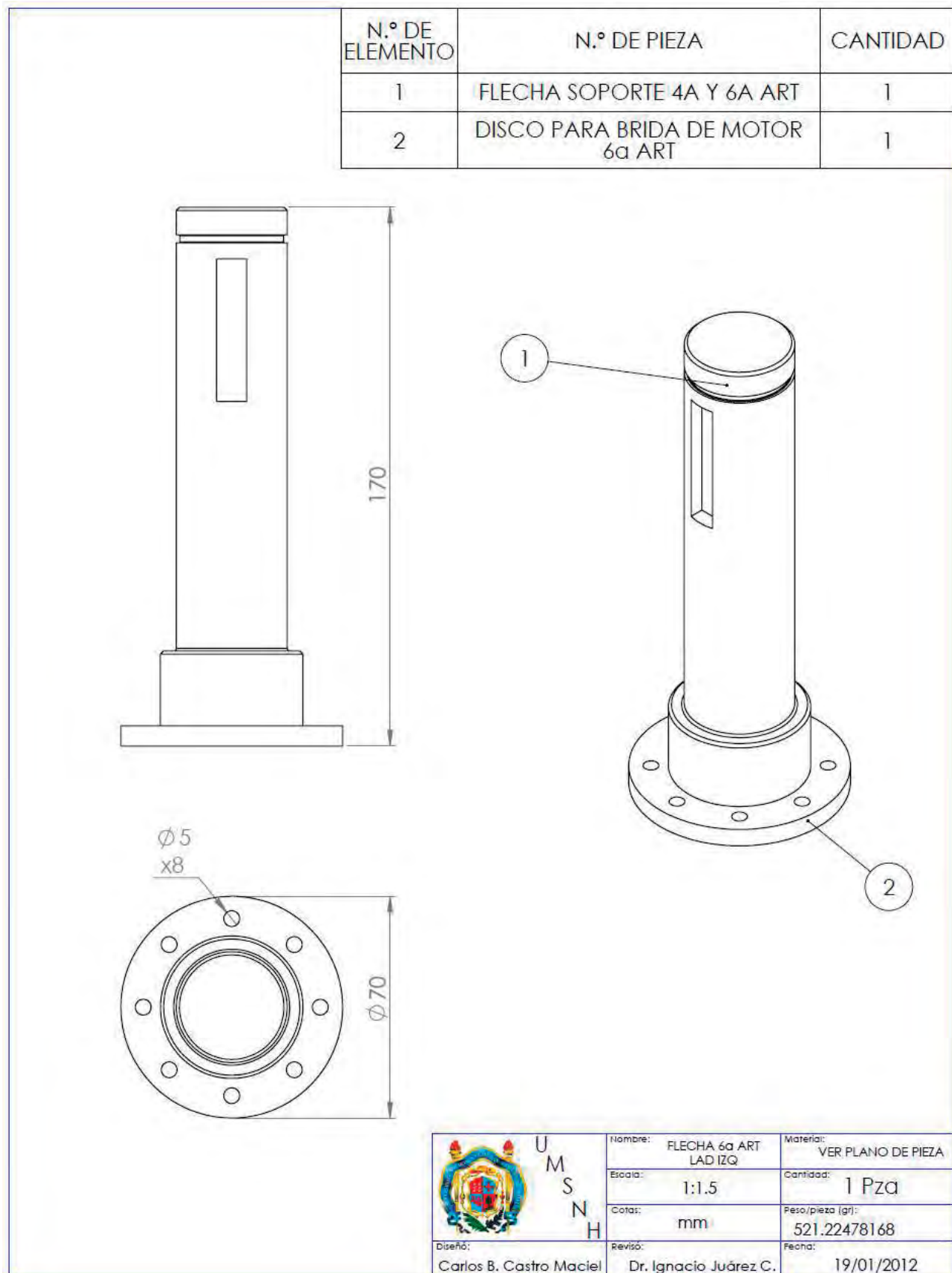


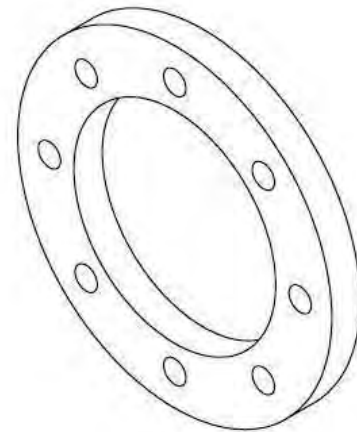
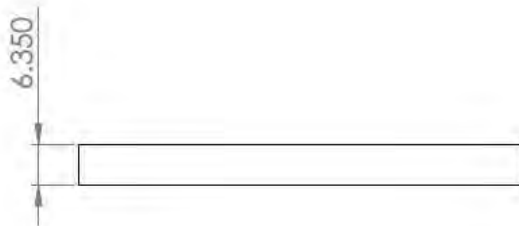
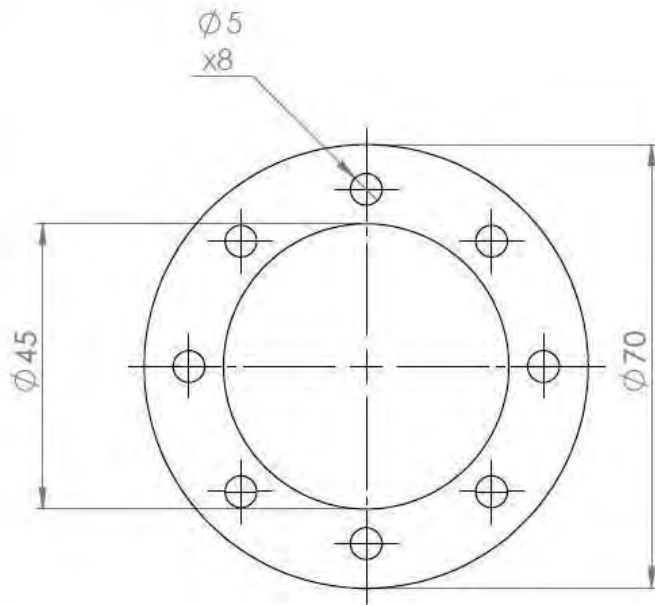












	Nombre:	DISCO PARA FLECHA 6a ART	Material:	6061-T6 (SS)
	Escala:	1:1	Cantidad:	1 Pza
	Cotas:	mm	Peso/pieza (gr):	36.02061779
	Diseño:	Carlos B. Castro Maciel	Revisó:	Dr. Ignacio Juárez C.
			Fecha:	06/02/2012

