
UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN
NICOLÁS DE HIDALGO

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL
MAESTRÍA EN ESTRUCTURAS

TEMA DE TESIS

**“RECOMENDACIONES PRÁCTICAS PARA EL DISEÑO
SÍSMICO DE TANQUES”**

Que para obtener el título de

MAESTRO EN INGENIERÍA
(Área de Estructuras)

PRESENTA

JUAN PABLO AGUIRRE LÓPEZ

ASESOR

DR. HUGO HERNÁNDEZ BARRIOS

ENERO 2006

ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS	I
ÍNDICE DE TABLAS	IV
I. GENERALIDADES	1
1.1 HIPÓTESIS	2
1.2 ALCANCES	3
1.3 CARACTERÍSTICAS DEL TANQUE	5
1.4 FALLAS PRESENTADAS EN TANQUES RECTANGULARES DEBIDAS A MOVIMIENTOS SÍSMICOS	5
1.5 ANÁLISIS SÍSMICO DE TANQUES RECTANGULARES	7
1.5.1 ANÁLISIS SÍSMICO LINEAL DE TANQUES RECTANGULARES –ESTADO DEL ARTE-	8
1.5.2 ANÁLISIS SÍSMICO NO-LINEAL DE TANQUES RECTANGULARES –ESTADO DEL ARTE-	12
1.6 RESUMEN Y CONCLUSIONES	16
II. TEORÍA LINEAL	18
2.1 CONDICIONES GEOMÉTRICAS	18
2.2 CONDICIONES DE FRONTERA	19
2.3 SOLUCIÓN ANALÍTICA LINEAL	21
2.3.1 SOLUCIÓN EN VIBRACION LIBRE	22
2.3.2 FRECUENCIAS DE VIBRAR DE LA SUPERFICIE LIBRE	25
2.3.3 SOLUCIÓN EN VIBRACION FORZADA	27
2.3.4 EFECTO DEL AMORTIGUAMIENTO	29
2.4 SOLUCIÓN ANALÍTICA CASI-LINEAL	32
2.4.1 ALTURA DE OLA	34
2.4.2 DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES	34
2.4.3 FUERZA CORTANTE	36
2.4.4 MOMENTO DE VOLTEO EN LAS PAREDES	37
2.4.5 PRESIÓN VERTICAL Y MOMENTO DE VOLTEO EN EL FONDO	38
2.5 RESUMEN Y CONCLUSIONES	40
III. SOLUCIÓN CASI-LINEAL	42
3.1 COMPARACIÓN ENTRE LA SOLUCIÓN NO-LINEAL Y CASI-LINEAL	43
3.1.1 EXCITACIONES SÍSMICAS	44
3.1.2 SOLUCIÓN EMPLEADA	46

3.1.3	RESULTADOS	47
3.2	COMPARACIÓN ENTRE LA SOLUCIÓN LINEAL Y NO-LINEAL	53
3.3	COMPARACIÓN ENTRE LA SOLUCION LINEAL Y CASI-LINEAL	54
3.4	RESUMEN Y CONCLUSIONES	58
IV.	ESPECTROS DE RESPUESTA EN SUELOS DEL DISTRITO FEDERAL	60
4.1	ESPECTRO DE RESPUESTA PARA $\frac{H}{2a} = 0.25$	62
4.2	ESPECTRO DE RESPUESTA PARA $\frac{H}{2a} = 1$	65
4.3	ESPECTRO DE RESPUESTA PARA $\frac{H}{2a} = 2$	69
4.4	RESUMEN Y CONCLUSIONES	72
V.	ESPECTROS DE DISEÑO EN SUELOS DEL DISTRITO FEDERAL	73
5.1	ESPECTRO DE DISEÑO PARA $\frac{H}{2a} = 0.25$	74
5.2	ESPECTRO DE DISEÑO PARA $\frac{H}{2a} = 1$	77
5.3	ESPECTRO DE PARA $\frac{H}{2a} = 2$	80
5.4	RESUMEN Y CONCLUSIONES	83
VI.	APLICACIÓN PRÁCTICA	84
VII.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES PRÁCTICAS	87
	REFERENCIAS	90

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura		Página
1.1	Tanque rectangular en estudio	1
1.2	Configuración de la distribución de presiones para las diferentes soluciones	2
1.3	Daños producidos en tanques rectangulares durante eventos sísmicos	6
2.1	Configuración del sistema estudiado	18
2.2	Configuración de la distribución de presiones para la solución lineal y casi-lineal	32
2.3	Discretización del dominio	33
2.4	Distribución de presiones solución lineal y casi-lineal	35
2.5	Obtención de la fuerza cortante en la pared del tanque	36
2.6	Obtención del Momento de volteo en la pared del tanque	37
2.7	Obtención de la presión vertical y del momento de volteo en el fondo del tanque	38
2.8	Esquema para la obtención de la fuerza cortante total	39
2.9	Esquema para la obtención del momento de volteo total	40
3.1	Tanque en estudio	43
3.2	Historia en el tiempo para la ecuación 3.1	44
3.3	Historia en el tiempo para la ecuación 3.2	45
3.4	Historia en el tiempo para la ecuación 3.3	45
3.5	Historia en el tiempo del registro Tacubaya	46
3.6	Historia de altura de ola	47
3.7	Historia de cortante	47
3.8	Historia de momentos	48
3.9	Historia de altura de ola	48
3.10	Historia de cortante	49
3.11	Historia de momentos	49
3.12	Historia de altura de ola	50
3.13	Historia de cortante	50
3.14	Historia de momentos	50

Figura	Página
3.15 Historia de altura de ola	51
3.16 Historia de cortante	51
3.17 Historia de momentos	52
3.18 Espectro de respuesta de altura de ola máxima (Central de Abastos)	55
3.19 Configuración de la superficie libre del líquido para un tanque de H=3m y 2a =	56
3.20 Configuración de la superficie libre del líquido para un tanque de H=5m y 2a = 20	57
4.1 Espectro de fuerza cortante para $\frac{H}{2a} = 0.25$	62
4.2 Espectro de momento de volteo para $\frac{H}{2a} = 0.25$	63
4.3 Espectro de altura de ola (suelos duros e intermedios) para $\frac{H}{2a} = 0.25$	64
4.4 Espectro de altura de ola (suelos blandos) para $\frac{H}{2a} = 0.25$	65
4.5 Espectro de fuerza cortante para $\frac{H}{2a} = 1$	66
4.6 Espectro de momento de volteo para $\frac{H}{2a} = 1$	67
4.7 Espectro de altura de ola (suelos duros e intermedios) para $\frac{H}{2a} = 1$	68
4.8 Espectro de altura de ola (suelos blandos) para $\frac{H}{2a} = 1$	68
4.9 Espectro de fuerza cortante para $\frac{H}{2a} = 2$	69
4.10 Espectro de momento de volteo para $\frac{H}{2a} = 2$	70
4.11 Espectro de altura de ola (suelos duros e intermedios) para $\frac{H}{2a} = 2$	71

Figura		Página
4.12	Espectro de altura de ola (suelos blandos) para $\frac{H}{2a} = 2$	71
5.1	Espectro de fuerza cortante para $\frac{H}{2a} = 0.25$	74
5.2	Espectro de momento de volteo para $\frac{H}{2a} = 0.25$	75
5.3	Espectro de altura de ola (suelo duro en intermedio) para $\frac{H}{2a} = 0.25$	76
5.4	Espectro de altura de ola (suelos blandos) para $\frac{H}{2a} = 0.25$	76
5.5	Espectro de fuerza cortante para $\frac{H}{2a} = 1$	77
5.6	Espectro de momento de volteo para $\frac{H}{2a} = 1$	78
5.7	Espectro de altura de ola (suelo duro e intermedio) para $\frac{H}{2a} = 1$	79
5.8	Espectro de altura de ola (suelo blando) para $\frac{H}{2a} = 1$	79
5.9	Espectro de fuerza cortante para $\frac{H}{2a} = 2$	80
5.10	Espectro de momento de volteo para $\frac{H}{2a} = 2$	81
5.11	Espectro de altura de ola (suelo duro e intermedio) para $\frac{H}{2a} = 2$	82
5.12	Espectro de altura de ola (suelo blando) para $\frac{H}{2a} = 2$	82
6.1	Tanque es estudio	85

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla		Página
3.1	Frecuencias de vibrar para el tanque en estudio	43
3.2	Elementos mecánicos máximos para la solución no-lineal y casi-lineal	52
3.3	Elementos mecánicos máximos para la solución no-lineal y lineal	53
3.4	Elementos mecánicos máximos para la solución casi-lineal (10 modos) y lineal (1 modo)	54
3.5	Elementos mecánicos máximos para la solución casi-lineal (10 modos) y lineal (10 modos)	54
4.1	Registros sísmicos empleados	60
6.1	Elementos mecánicos obtenidos	86
6.2	Elementos mecánicos en la dirección de análisis	86
6.3	Elementos mecánicos finales	86

CAPÍTULO I GENERALIDADES

El objetivo de este trabajo es estudiar la respuesta sísmica de tanques no elevados rectangulares para almacenamiento de líquidos, con la finalidad de obtener ayudas prácticas de diseño sísmico que permitan realizar un diseño racional de este tipo de estructuras. Se propone una metodología de análisis simplificada (solución casi-lineal) que permita comparar los elementos mecánicos de diseño con la solución numérica no-lineal.

En la **figura 1.1** se muestra un tanque rectangular con paredes rígidas y su base anclada a la cimentación, donde $2a$ es el ancho y H es la altura de la superficie media del líquido.

La respuesta sísmica se obtiene para tanques anchos ($H/2a=0.25$), tanques cuadrados ($H/2a=1$) y tanques esbeltos ($H/2a=2$), sometidos a una excitación sísmica en dirección horizontal. Se consideran tanques de paredes rígidas, anclados a la cimentación, esto último implica que se desprecia el efecto de la interacción suelo-estructura.

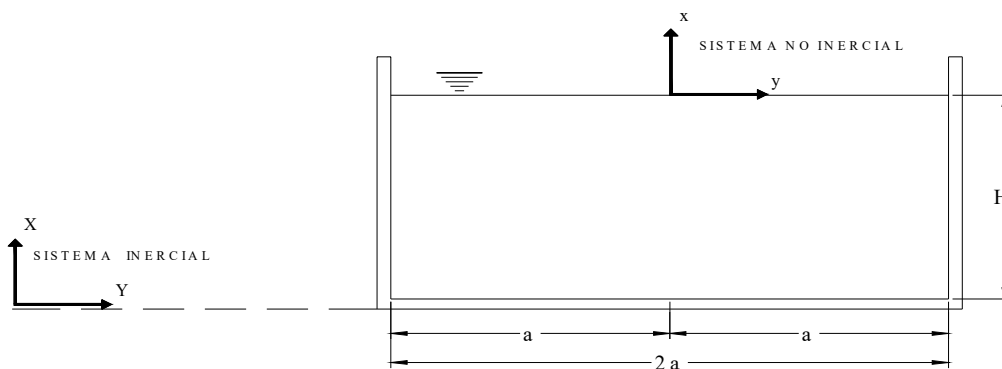


Figura 1.1. Tanque rectangular en estudio

Se establecen dos sistemas de referencia, un sistema inercial que estará ubicado fuera del dominio del tanque y un sistema no inercial que se ubicará en el centro del tanque a nivel de la superficie media del líquido (ver **figura 1.1**). El objetivo es estudiar la influencia de los modos superiores de vibrar y los efectos de resonancia en excitaciones de frecuencia dominante cercana a la frecuencia del modo fundamental del oleaje en la superficie media del líquido.

1.1 HIPÓTESIS DE ANÁLISIS

El líquido contenido en el tanque se supone como homogéneo, incompresible, no viscoso e irrotacional. La solución lineal se plantea partiendo del sistema no inercial considerando un potencial de velocidades relativo cuya posición dependerá del movimiento relativo del líquido con respecto a las paredes del tanque. Para la solución no-lineal se emplean los resultados y el procedimiento obtenidos por Hernández et al. (2005) en el que se realiza un cambio de variable que permite tomar en cuenta el efecto de los grandes desplazamientos y resolver el problema numéricamente aplicando diferencias finitas. Este cambio de variable permite mapear el dominio físico a un dominio computacional que no cambie con el tiempo.

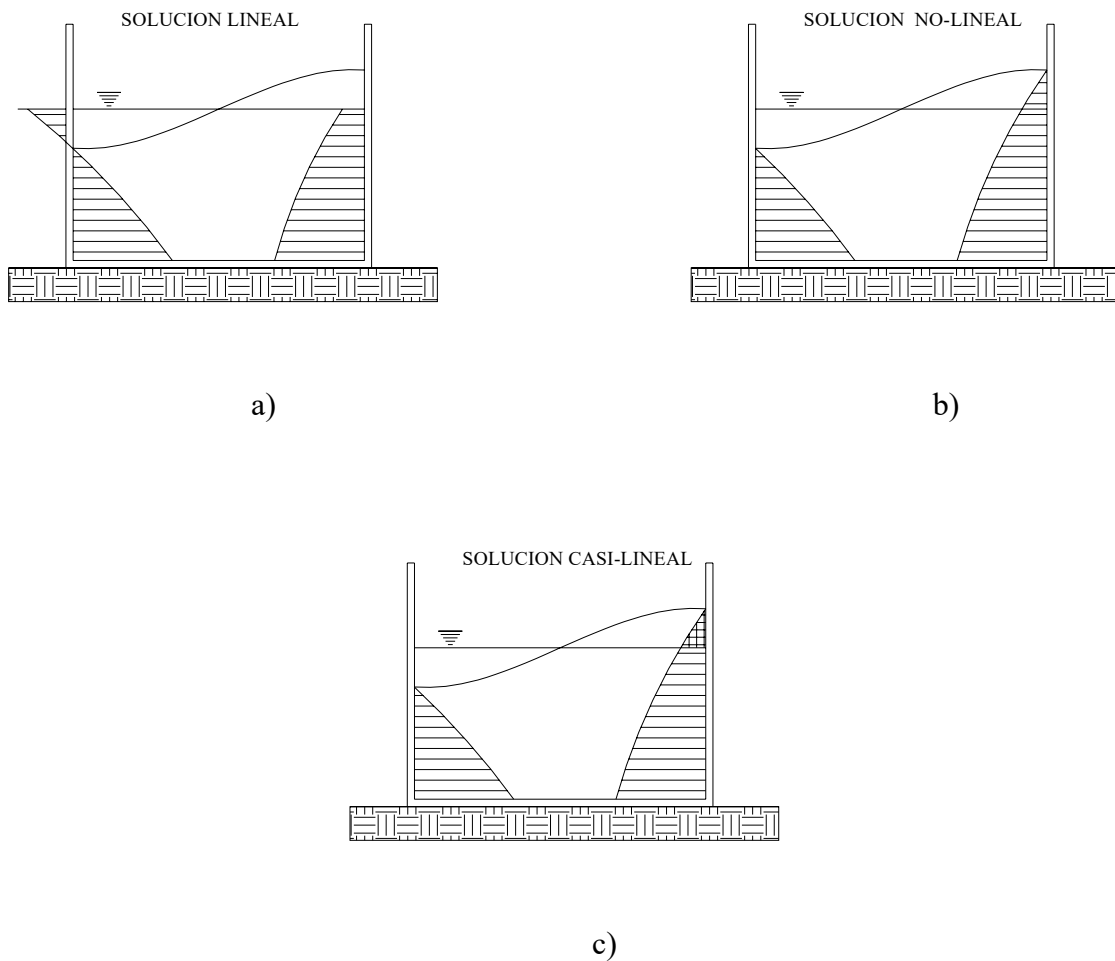


Figura 1.2. Configuración de la distribución de presiones para las diferentes soluciones.

En la **figura 1.2(a)** se observa la configuración de la distribución de presiones para la solución lineal. Esta solución es está limitada a pequeñas oscilaciones de la superficie media del líquido. Las ecuaciones analíticas sólo son válidas dentro del dominio físico del líquido, que está delimitado por las paredes laterales, el fondo y la superficie media del líquido. Debido a que la superficie libre se considera que permanece fija, en el tiempo donde se presenta una altura de ola negativa, la distribución de presiones en la pared contiene valores negativos de presión, los cuales no deben de ser considerados para obtener la fuerza cortante ni el momento de volteo en las paredes del tanque.

En la **figura 1.2(b)** se observa la distribución de presiones de la solución no-lineal. Esta solución no representa la configuración real tanto del oleaje como de las presiones hidrodinámicas en las paredes del tanque. En este caso como el dominio cambia para cada tiempo, t , no se presenta el problema de presiones negativas en las paredes como en la solución lineal.

En la **figura 1.2(c)** se observa que la configuración de la distribución de presiones en la solución que llamaremos casi-lineal, se puede obtener partiendo de la solución lineal, aumentándole la presión adicional producida por la altura de ola generada en la pared del tanque. Debido a que las ecuaciones para obtener la altura de ola y los elementos mecánicos a los que está expuesto el sistema, sólo son válidas dentro del dominio físico del líquido, el problema se solucionará realizando una extrapolación numérica de la presión en la pared a lo largo de la altura de ola producida por el movimiento del líquido.

1.2 ALCANCES DEL TRABAJO

La respuesta sísmica del tanque se evalúa en términos de altura de ola máxima, presiones hidrodinámicas, fuerzas cortantes y momentos de volteo generados en las paredes, evaluando también las presiones y momentos que se presentan en el fondo debidos a la presión vertical.

En la solución del problema se consideran ondas periódicas, progresivas y planas. Son ondas **Periódicas**, ya que presentan repetición de su forma. Son **Progresivas** ya que avanzan en una sola dirección y **Planas** ya que tienen la característica de ser uniformes en una de las direcciones horizontales.

Se realizan los análisis correspondientes a la solución lineal, casi-lineal y no-lineal, para realizar las comparaciones que nos permitan demostrar que la solución casi-lineal será lo suficientemente aproximada a la solución no-lineal, así como la importancia de tomar en cuenta los efectos hidrodinámicos no-lineales.

Después de realizar la justificación y calibración de la solución casi-lineal, se procede a obtener los espectros de respuesta, haciendo uso de dicha solución, para diferentes registros sísmicos con las relaciones **H/2a** mencionadas anteriormente. Partiendo de los espectros de respuesta se obtienen los espectros de diseño que estarán representados por la media más una desviación estándar de la respuesta máxima obtenida para cada uno de los registros sísmicos.

Haciendo uso de los espectros de diseño obtenidos se presenta un ejemplo práctico y el procedimiento a seguir para la obtención de los elementos mecánicos de diseño para un tanque de almacenamiento.

1.3 CARACTERÍSTICAS DE LOS TANQUES

Los tanques para almacenar líquidos, como ocurre en los sistemas de almacenamiento y regulación de agua potable, plantas de tratamiento de agua, plantas industriales y refinerías, pueden ser elevados o apoyados en la superficie del terreno. Los tanques apoyados sobre el terreno se clasifican dependiendo de su relación altura a ancho, **H/2a**, como tanques “anchos” o de gran diámetro cuando **H/2a** es menor o igual a 0.25; cuando **H/2a** es igual a 1.0 como tanques “cuadrados” y como tanques “esbeltos” cuando dicha relación es mayor a 1.0. Se ha observado en la práctica profesional que generalmente los tanques rectangulares son de concreto reforzado con alturas no mayores que 15 metros.

En un recipiente cerrado perfectamente rígido y completamente lleno, toda la masa del líquido junto con la del recipiente, se mueve como cuerpo rígido. Sin embargo, en un recipiente que almacena un poco menos de su capacidad, las presiones hidrodinámicas sobre las paredes y el fondo son prácticamente iguales a las de un recipiente con superficie libre.

1.4 FALLAS PRESENTADAS EN TANQUES RECTANGULARES DEBIDAS A MOVIMIENTOS SÍSMICOS

En las últimas décadas se han presentado daños severos en tanques rectangulares para almacenamiento de líquidos debido a movimientos sísmicos en su base. El sismo de Alaska de 1964 es el primer evento en el que se tienen registros de daños en tanques de almacenamiento anclados a la cimentación. En Greenville-Livermore California, el sismo de 1980 ocasionó pandeo en 100 tanques de almacenamiento cilíndricos (Niwa y Clough, 1982). En 1964, debido al sismo de Nigata, Japón, varios tanques que almacenaban aceite y que se encontraban anclados a la cimentación, sufrieron daños considerables en la cubierta debido al oleaje del fluido en la superficie (Sakar y Ogawa, 1984). En otros eventos sísmicos también se han presentado fallas considerables en tanques rectangulares, como las registradas en Landers en 1992 y en Northridge en 1994.

En las **figuras 1.3 a y b** se observa el efecto que tuvo en la cimentación la fuerza cortante excesiva en la pared, la cual origino un desplazamiento de la pared ocasionando la falla de la cimentación.

En las **figuras 1.3 c, d y e** se observa la falla del concreto en las paredes debido a las presiones que se generaron en la pared durante el evento sísmico.

En la **figura 1.3 f** se puede observar el desplazamiento de la pared del tanque, lo cual pudo ser ocasionado por la falta de continuidad en la losa superior y la de cimentación.



a)



b)



c)



d)



e)



f)

figura 1.3 Daños producidos en un tanque rectangular durante un evento sísmico.

1.5 ANÁLISIS SÍSMICO DE TANQUES RECTANGULARES

En las últimas décadas se han desarrollado varios estudios sobre el problema dinámico de líquidos almacenados en contenedores con superficie libre. La gran mayoría de estos estudios se han aplicado principalmente a la industria militar, aérea y espacial. Las fallas producidas por efectos sísmicos impulsaron el estudio dinámico de este tipo de estructuras.

Las ecuaciones hidrodinámicas de un fluido incompresible pueden determinarse por medio de las ecuaciones de Navier-Stokes o las de Euler, estas últimas junto con la hipótesis de fluido irrotacional, permiten suponer la existencia de un flujo con potencial.

La descripción del comportamiento del fluido se realiza desde dos tipos de enfoques: el Euleriano y el Lagrangiano. En la descripción Euleriana las coordenadas de la malla, en la que se discretiza el fluido, están fijas con respecto a un marco de referencia, tal que el fluido se mueve a través de la malla de elemento a elemento. La descripción Lagrangiana está caracterizada por un sistema coordenado o malla la cual se mueve con el fluido. Físicamente, la descripción Lagrangiana centra su atención en las partículas específicas del medio continuo, mientras que la descripción Euleriana se interesa por una región particular del espacio ocupada por el medio continuo.

Cuando un sistema coordenado está fijo en el espacio, también conocido como sistema coordenado Newtoniano o inercial, las ecuaciones de movimiento contienen una gran cantidad de términos, lo cual hace más difícil su evaluación, además, se limita la amplitud del movimiento del tanque (Bridges, 1981). Cuando se usa un sistema coordenado que se mueve, las condiciones de frontera del problema dinámico son homogéneas con referencia al origen del sistema coordenado, este último enfoque es considerado como válido para grandes movimientos del tanque (Elipse, Lou y Su, 1980) e incluso para la modelación de olas que rompen (Ortiz, Barhorst y Robinett, 1998), sin embargo, es necesario incluir las fuerzas de Coriolis y la centrífuga.

El efecto hidrodinámico en los tanques está asociado prácticamente a las olas superficiales. El fenómeno puede esquematizarse como lineal mientras las olas sean pequeñas; sin embargo, la formación de olas altas conduce a un comportamiento hidrodinámico no lineal. El problema dinámico es no lineal en dos aspectos: (1) la forma de la superficie del líquido no es conocida a priori, (2) existen términos de orden cuadrático en las condiciones de frontera de la superficie libre.

Lo anterior da lugar a dos tipos de planteamientos matemáticos del problema: (1) solución lineal, en la cual se desprecian los términos de orden superior en las condiciones de frontera, (2) solución no lineal, en la que se toman en cuenta las condiciones de frontera completas.

En el capítulo II presentamos un tercer planteamiento y solución del problema donde se propone un método simplificado de análisis sísmico basado en partir de las ecuaciones analíticas de la solución lineal y por medio de una extrapolación de la presión a lo largo de la altura de ola generada en la pared del tanque nos permitirá comparar los elementos mecánicos con los de un análisis no-lineal.

Dicho planteamiento nos permitirá generar espectros de respuesta y de diseño, de los cuales se obtendrán ayudas de diseño prácticas que faciliten el análisis y diseño racional de tanques de almacenamiento rectangulares.

1.5.1 ANÁLISIS SÍSMICO LINEAL DE TANQUES RECTANGULARES -ESTADO DEL CONOCIMIENTO-

El problema dinámico lineal de tanques rectangulares, excitados sísmicamente, se ha resuelto en forma analítica por medio de la teoría del potencial. La altura de ola, presiones hidráulicas, fuerzas cortantes y momentos de volteo se expresan en términos de un potencial de velocidades. En forma numérica se han aplicado métodos como: Elemento Finito (MEF), Elementos de Frontera (MEFR) y la combinación de ambos. La solución linealizada del problema es válida para pequeñas oscilaciones del fluido.

Los primeros intentos de considerar el efecto dinámico del fluido sobre un contenedor fueron aplicados a tanques de aeronaves y fueron realizados por Jacobson (1949) y por Graham y Rodríguez (1952). Abramson (1966) introdujo la teoría del potencial en el cálculo del oleaje en tanques cuadrados de vehículos espaciales y excitados armónicamente. Graham y Rodríguez (1952) suponen que las presiones dinámicas del líquido sobre las paredes del tanque pueden separarse en dos: una convectiva y otra impulsiva.

- Presiones impulsivas: Están asociadas con las fuerzas de inercia producidas por movimientos impulsivos de las paredes del tanque y son directamente proporcionales a la aceleración de las paredes del mismo.
- Presiones convectivas: Se producen por la oscilación del fluido en la superficie libre y son consecuencia de las presiones impulsivas.

Retomando la propuesta realizada por los autores anteriores, Housner (1957,1963) propone un procedimiento de análisis basado en un modelo simplificado masa-resorte y que posteriormente fue modificado por Veletsos y Yang (1977).

Los tanques rectangulares pueden ser rígidos o flexibles, dependiendo de las hipótesis sobre el comportamiento de sus paredes. Woźniak y Mitchell (1978) establecen que los efectos hidrodinámicos impulsivos en tanques con paredes rígidas son similares a los que se presentarían en tanques con paredes flexibles, hecho que ha sido corroborado por Gupta y Hutchinson (1991). Estudios sobre tanques con paredes flexibles (Veletsos y Kumar, 1984; Veletsos, 1984; Fischer, 1979; Tang, Veletsos y Tang, 1992) muestran que las fuerzas convectivas pueden ser estimadas razonablemente con base en las soluciones obtenidas para tanques de paredes rígidas reemplazando la máxima aceleración del terreno por el valor espectral de la pseudoaceleración correspondiente a la frecuencia fundamental del fluido. El método de Elemento Finito se ha usado para modelar un tanque con paredes flexibles. Cuando se aplica el Método del Elemento Finito, para modelar la interacción fluido-estructura, se puede realizar por medio de cuatro enfoques: Euleriano, Lagrangiano, Euleriano-Lagrangiano y por Masa Agregada. En el enfoque de Masa Agregada, la masa que generan las presiones hidrodinámicas es sumada o agregada a la masa de la estructura en la interfase del fluido con la estructura, este enfoque ignora las oscilaciones del fluido. En el enfoque Euleriano, los desplazamientos son las variables en la estructura y las presiones o los potenciales de velocidad son las variables en el fluido. Debido a que las incógnitas en la estructura son principalmente los desplazamientos y posteriormente los esfuerzos, una incompatibilidad ocurre en el dominio del fluido, el cual está descrito por las presiones nodales. Esta incompatibilidad requiere una formulación especial para determinar la respuesta dinámica del sistema (Greeves y Dumanoglu, 1989). En el enfoque Lagrangiano el comportamiento, tanto del fluido como de la estructura, se expresan en términos de desplazamientos nodales por lo que las condiciones de equilibrio y de compatibilidad son automáticamente satisfechas en los nodos de la interfase fluido-estructura. El elemento fluido generalmente es considerado como un elemento sólido elástico con módulo de rigidez al corte despreciable y con módulo de elasticidad volumétrico igual al módulo de compresibilidad del fluido (Dogangun, Durmus y Ayvaz, 1996). En la mayoría de los casos la pared se ha modelado por medio de elementos tipo "shell" (Balendra, et al., 1982; Barton y Parker, 1987; Liu, 1981). La

descripción Lagrangiana no es adecuada para fluidos que presentan grandes desplazamientos ya que la malla podría distorsionarse, por otro lado, la descripción Euleriana puede usarse para cualquier fluido pero no es compatible con los grandes desplazamientos de la estructura en la cual la geometría de las fronteras se altera; por lo anterior ha surgido un planteamiento llamado Euleriano-Lagrangiano (Hughes, Lui y Zimmermann, 1991; Liu y Ma, 1982; Liu, 1981; Bathe y Hahn, 1979) que toma en cuenta ventajas de ambos planteamientos. Para resolver problemas de fluidos viscosos con superficie libre, Ramaswamy y Kawahara (1987) desarrollaron una descripción cinemática Euleriano-Lagrangiano para el dominio del fluido en la que los puntos nodales pueden desplazarse independientemente del movimiento del fluido, lo que permite mayores distorsiones del movimiento del fluido que el método puramente Lagrangiano. La técnica se denomina Euleriano-Lagrangiano debido a que existen tres opciones para el movimiento de los vértices del contenedor: (1) se pueden mover con el fluido desde un punto de vista Lagrangiano, (2) pueden permanecer fijos, desde el punto de vista Euleriano y (3) se pueden mover en forma arbitraria, previamente establecida. Huerta y Liu (1988) también desarrollaron una técnica de Elemento Finito Lagrangiano-Euleriana, para el estudio del oleaje de flujos viscosos. Usan la descripción Lagrangiana en la dirección vertical de la malla para calcular las velocidades en el interior de los elementos, ya que consideran que varían linealmente con la profundidad y una descripción Euleriana en la dirección horizontal.

En el método de Elementos de Frontera, la frontera del líquido se discretiza por medio de ecuaciones integrales. Básicamente existen dos enfoques en la formulación del método: uno está basado en el uso de ecuaciones integrales y el otro hace uso del conjunto completo de soluciones, este último evita la introducción de singularidades en la solución fundamental (Funciones de Green) y ha sido utilizado en problemas de interacción fluido-estructura en presas y en estructuras costa afuera (Avilés y Li X, 1998 y 2001).

El método de Elementos de Frontera combinado con Elemento Finito ha sido usado por Haroum (1983) para modelar un tanque con paredes flexibles sometido a una excitación sísmica en su base.

Estudios recientes en tanques sin anclaje, apoyados sobre una losa rígida de cimentación, han demostrado que el levantamiento de la cimentación tiene influencia significativa en la respuesta dinámica, produciéndose esfuerzos de compresión en las paredes mucho mayores que los que se presentarían en el mismo sistema si estuviera

anclado a la cimentación (Peek y Jennings, 1988; Natsiavas, 1987; Haroum y Badawi, 1988; Lau y Clough, 1989; Malhotra y Veletsos, 1994, 1995). En algunos estudios (Malhotra, 1995, 1997) se usan elementos viga con una carga uniforme debida a la presión hidrostática en el fondo del tanque y un modelo masa-resorte para modelar los efectos hidrodinámicos.

La mayoría de los estudios considera que el tanque está perfectamente empotrado en una cimentación rígida y apoyada sobre suelo indeformable. Veletsos y Shivakumar (1995) estudian la interacción suelo-estructura en tanques rectangulares por el modelo del semiespacio, considerando que la base del tanque no se desliza ni se levanta. Sugieren que los efectos de cabeceo pueden ser importantes, principalmente para tanques esbeltos apoyados sobre suelos flexibles. Lo anterior también es reportado por Deylami y Sarrafzadeh (1996). La interacción suelo-estructura alarga el periodo de vibración del modo impulsivo y aumenta su amortiguamiento (Manual de Diseño Sísmico, CFE, 1993), sin embargo, son escasos los estudios experimentales o analíticos que tomen en cuenta la interacción suelo-estructura.

Resultados experimentales en tanques para almacenamiento, con superficie libre, muestran claramente que existe un comportamiento amortiguado en la respuesta del líquido (Case y Parkinson, 1957); la disipación de energía está relacionada con el amortiguamiento en el movimiento del fluido. En la teoría del potencial, no es posible tomar en cuenta la disipación de energía, por lo que en los trabajos en los que se toma en cuenta el amortiguamiento, éste se introduce en la ecuación de movimiento por analogía con la ecuación de un oscilador amortiguado. Para simular el efecto del amortiguamiento viscoso en la teoría del potencial, en tanques cuadrados, Faltinsen (1978) introdujo un término ficticio en la ecuación de movimiento para representar la viscosidad del fluido. En este planteamiento el término del amortiguamiento representa una fuerza de oposición al movimiento de una partícula de fluido.

Considerando la teoría del potencial para la solución linealizada del problema dinámico, han surgido varios procedimientos para el aislamiento de la base de tanques rectangulares ante movimientos sísmicos (Nam-Sik Kim, et al, 1995).

Los códigos API-STD-650-93, AWWA D100-88 y NENSEE-1986, proponen un procedimiento de análisis sísmico de tanques cilíndricos, basado en el modelo simplificado masa-resorte desarrollado por Housner (1957) y modificado por Veletsos (Veletsos y Yang, 1977). Dicho procedimiento considera dos modos de la respuesta del sistema fluido-tanque:

- 1) El del sistema cascarón-cubierta, junto con una porción del líquido que se mueve al unísono con éste, asociado a una fuerza impulsiva.
- 2) El fundamental del oleaje del líquido contenido en el tanque asociado a una fuerza convectiva. Las hipótesis básicas en el análisis son:
 - (a) La amplitud del oleaje es pequeña y se pueden despreciar los efectos hidrodinámicos no lineales.
 - (b) Las paredes del tanque son rígidas.

El Manual de Diseño de Obras Civiles (Diseño por Sismo, 1993) considera un modelo similar al anterior con la posibilidad de tomar en cuenta los efectos de la interacción suelo-estructura para los modos impulsivos.

Los resultados de los trabajos tanto analíticos como experimentales (Clough, 1977; Manos y Clough, 1982; Z-H Jia y Ketter, 1989) concluyen que la respuesta dinámica de tanques, excitados sísmicamente, puede calcularse satisfactoriamente considerando las paredes del tanque rígidas y que la aportación principal en la respuesta es debida al modo fundamental. Suponen que no existe evidencia de que una estructura civil con las características de un tanque de almacenamiento pueda entrar en resonancia.

1.5.2 ANÁLISIS SÍSMICO NO LINEAL DE TANQUES RECTANGULARES

-ESTADO DEL CONOCIMIENTO-

Al igual que para la solución linealizada del problema, el planteamiento dinámico no lineal se ha desarrollado tanto en forma analítica como numérica y en ocasiones por una combinación de ambas. Las soluciones analíticas existentes se basan en el Método de Perturbaciones y las numéricas, principalmente, en los métodos de Elementos de Frontera, Elementos Finitos y Diferencias Finitas, siendo en menor número los trabajos donde se aplica el Método del Elemento Finito.

La aplicación de los métodos numéricos anteriores, principalmente se ha realizado en tanques cuadrados y con una excitación horizontal en su base del tipo armónica, con pequeña amplitud y corta duración.

Los registros sísmicos normalmente presentan altos niveles de excitación (> 0.2g), tienen un periodo de duración de 20 a 60 segundos o mayor y el movimiento que presentan, estrictamente, no es armónico. Los movimientos registrados en el Valle de México presentan altos periodos dominantes y gran duración.

La naturaleza del oleaje es no lineal y en ocasiones la no linealidad está gobernada por el carácter del movimiento del líquido. Abramson (1966) dividió los efectos no lineales en tres clases:

- 1) Aquéllos que son consecuencia de la geometría del contenedor, es decir, dependen de la verticalidad de las paredes o de estructuras internas.
- 2) Aquéllos que son consecuencia de la alta amplitud de la excitación y de la respuesta.
- 3) Aquéllos que involucran diferentes formas en el comportamiento del líquido producidas por el acoplamiento o inestabilidad de varios modos laterales del oleaje.

La solución analítica no lineal, basada en la teoría del potencial y en el método de perturbaciones, se ha usado para predecir la respuesta no amortiguada del fluido en la zona cercana a la frecuencia de resonancia. Se ha aplicado a tanques rectangulares y cilíndricos (Rogger y Weiss, 1963) sometidos a una excitación horizontal o rotacional del tipo armónica. En general, la teoría de Moiseev (1958) es la base de los estudios de oleaje no lineal. Hutton (1963) usó la teoría de Moiseev para estudiar oscilaciones forzadas con pequeña amplitud, cercana a la primera frecuencia de resonancia en un contenedor vertical. Faltis en (1974) desarrolló una teoría no lineal para un tanque rectangular con paredes rígidas, forzado a vibrar armónicamente con pequeña amplitud y con una frecuencia cercana a la de resonancia. Las teorías de Moiseev (1958) y de Hutton (1963) son presentadas por Abramson (1966), junto con la teoría de Penny y Price (1952) para oscilaciones libres no amortiguadas en un tanque rectangular con profundidad finita.

El método de Diferencias Finitas ha sido ampliamente usado para la solución del problema de oleaje no lineal. En la literatura aparecen diferentes algoritmos de solución basados en el método llamado Marcador y Celda (MAC, Marker and Cell), propuesto por Harlow y Welch (1965, 1966) en el que se resuelven las ecuaciones de Navier-Stokes para un flujo laminar por el método de diferencias finitas. El método MAC divide el dominio computacional en celdas, en las que un sistema de marcadores de partículas de fluido son inicialmente colocadas en celdas y subsecuentemente son movidas con velocidad local. Una celda que no tiene un marcador de partícula se considera que no tiene fluido. Harlow y Welch describen el método de MAC para un fluido incompresible en un recipiente con paredes rígidas de forma plana. Hirt, Nichols y Romero (1975) proponen una versión simplificada del método MAC con los

algoritmos de SOLA (A Numerical Solution Algorithm for Transient Fluid Flows) y SOLA-SURF.

SOLA es una técnica de solución para flujos incompresibles, sin superficie libre, en un plano bidimensional o en coordenadas axisimétricas. SOLA-SURF es una extensión del algoritmo SOLA y permite flujos a superficie libre y recipientes con paredes curvas. Durante el período de 1975 a 1981 se desarrollaron varios algoritmos computacionales simplificados con el nombre genérico SOLA. En 1981, Flow Science, Inc. desarrolló una extensión tridimensional del algoritmo SOLA, el SOLA-VOF (Volumen de Fluido). SOLA-VOF es una combinación de SOLA, que resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes en diferencias finitas con el Volumen de Fluido, VOF, técnica utilizada para trazar la superficie libre de fluidos. Hirt (1986) describe diferentes versiones y aplicaciones de los códigos SOLA. Tozawa y Sueoka (1989) desarrollaron el programa de simulación MSLOSH (Mitsubishi SLOSHing simulation program), en el cual se introduce un método para determinar las presiones de impacto y un sistema de coordenadas que se mueven usando el algoritmo SOLA-VOF; el método es aplicable en tanques en dos dimensiones. Tozawa y Sueoka (1989) presentan varios resultados de modelos experimentales, pero no muestran ningún resultado entre las presiones medidas y las calculadas.

Vezić y Orlandi (1996) resuelven las ecuaciones de Navier-Stokes por medio de Diferencias Finitas en coordenadas cilíndricas para el problema de superficie libre en un anillo. Miyata y Nishimura (1986) utilizan el mismo procedimiento para la solución del oleaje sobre un barco. Hwang, Lee y Lee (1988) combinan el método del Volumen de Fluido (VOF) y el de Diferencias Finitas, para la solución del oleaje en un tanque rectangular. Ukeguchi, Sakata y Adachi (1980) proponen el método llamado FLIC (Fluido en Celda) en el que se combina el método de Elemento Finito con el método VOF para calcular el flujo alrededor de un cuerpo estanco.

Ikegawa (1974), Washizu e Ikegawa (1974) usan el método de Elemento Finito (MEF) para analizar el oleaje no lineal de un líquido en un contenedor rectangular bidimensional. El contenedor es forzado a vibrar armónicamente con pequeña amplitud en dirección horizontal, el fluido se supone no viscoso e irrotacional. El dominio del fluido se discretiza en elementos triángulo. Washizu, Ikegawa e Ikegawa (1978, 1980) extienden el método de Ikegawa para tanques que oscilan angular y verticalmente.

Faltinsen (1978) desarrolló un método numérico para el cálculo del oleaje en dos dimensiones de tanque rectangulares basado en la técnica de integrales en la frontera y

el método del panel. Nakayama y Washizu (1981) aplican el método de Elementos de Frontera para el análisis no lineal del oleaje en dos dimensiones de un contenedor rectangular sujeto a oscilaciones horizontales, verticales y angulares. Las fronteras se discretizan en elementos línea.

Shinkai, Yamaguchi y Fukuda (1983) combinan el método MEF, linealizando las condiciones de frontera por el método de perturbaciones, para el análisis de un tanque esférico usando coordenadas cartesianas y sometido a una excitación armónica en su base. Iseki y Nakatake (1989) aplican una combinación del MEF con un elemento "spline cúbico" para discretizar la superficie libre del fluido y el método de perturbaciones en la ecuación dinámica, a un tanque rectangular y a uno esférico en coordenadas rectangulares, excitados armónicamente y reportan inestabilidades numéricas debido a que es necesario un remallado en la superficie para obtener la solución transitoria del problema.

Abe y Sakuraba (1993) aplican el MEF en la solución hidrodinámica de un tanque con paletas generadoras de oleaje. Kasuga, Sugino y Tosaka (1993) y Zhen-Xin (1993) utilizan una formulación Lagrangiana-Euleriana con elementos de frontera para un tanque en coordenadas cartesianas. No es muy clara la formulación en el remallado de la superficie libre del líquido y debido a la sensibilidad del intervalo de tiempo en la solución, es necesario hacer un remallado cada instante, lo cual dificulta mantener la exactitud de la solución y aumenta el esfuerzo computacional. Específicamente, para la solución del problema del remallado de la superficie, han surgido algunos trabajos (Abe, 1996; Peraire y Peiró, 1992).

El método del Panel es utilizado para simular el movimiento armónico tridimensional de un tanque esférico (Hwang, Kim, Seol, Lee y Chon, 1992). Romate (1989) simula numéricamente el oleaje no lineal en estructuras costafuera en forma tridimensional, usando un método del panel de orden alto. Un método similar es utilizado por Broezer (1993).

Telste (1985) y Yeung y Wu (1989) establecen el movimiento de un cuerpo flotante en un contenedor realizando un mapeo de las condiciones de frontera en la superficie libre por medio de coordenadas curvilíneas a un dominio computacional fijo. El sistema de ecuaciones se discretizan por el método de Diferencias Finitas. Este procedimiento es utilizado por Chen (Chen, Haroun y Liu, 1996) para el cálculo de la respuesta sísmica no lineal de tanques rectangulares.

Basados en el trabajo de Zakharov (1968), Luke (1967), Miles (1976, 1977, 1984 y 1985), Brooke y Olver (1982), y Bridges y Dias (1990), han resuelto el problema de estabilidad del movimiento no lineal de oleaje en tanques circulares y rectangulares por medio de Métodos Variacionales.

Estrictamente hablando existen únicamente dos trabajos relacionados con el análisis sísmico no lineal de tanques de almacenamiento, en los cuales la excitación en la base del tanque puede ser un registro sísmico o una función armónica Chen, et al. (1996) y Hernández. H et al. (2005).

1.5 RESUMEN Y CONCLUSIONES

Como habíamos mencionado el objetivo de este trabajo es estudiar la respuesta sísmica de tanques no elevados rectangulares con la finalidad de obtener ayudas prácticas de diseño sísmico que permitan realizar un diseño racional de este tipo de estructuras proponiendo una metodología de análisis simplificada (solución casi-lineal).

La respuesta sísmica se obtiene para tanques anchos ($H/2a=0.25$), tanques cuadrados ($H/2a=1$) y tanques esbeltos ($H/2a=2$). El líquido contenido en el tanque se supone como homogéneo, incompresible, no viscoso e irrotacional.

Para la solución no-lineal se emplean los resultados y el procedimiento obtenidos por Hernández et al. (2005) en el que se realiza un cambio de variable que permite tomar en cuenta el efecto de los grandes desplazamientos y resolver el problema numéricamente aplicando diferencias finitas.

La respuesta sísmica del tanque se evalúa en términos de altura de ola máxima, presiones hidrodinámicas, fuerzas cortantes y momentos de volteo generados en las paredes, evaluando también las presiones y momentos que se presentan en el fondo debidos a la presión vertical.

Partiendo de los espectros de respuesta se obtienen los espectros de diseño que estarán representados por la media más una desviación estándar de la respuesta máxima obtenida para cada uno de los registros sísmicos.

Haciendo uso de los espectros de diseño obtenidos se presenta un ejemplo práctico y el procedimiento a seguir para la obtención de los elementos mecánicos de diseño para un tanque de almacenamiento.

Los tanques rectangulares para almacenar líquidos pueden construirse de concreto armado. Dependiendo de su relación altura a radio, $H/2a$, si $H/2a = 0.25$ se clasifican como anchos, si $H/2a = 1$ se clasifican como cuadrados y como esbeltos cuando dicha relación es $H/2a = 2$. Este tipo de tanques generalmente almacenan un poco menos de su capacidad total, por lo que las presiones hidrodinámicas sobre las paredes y el fondo son prácticamente iguales a las de un recipiente en superficie libre. Los tanques rectangulares pueden estar anclados o simplemente apoyados a la cimentación, la cual puede considerarse como flexible o rígida.

Los tanques rectangulares se utilizan en la industria para almacenar o procesar líquidos como: petróleo y sus derivados, gasavión y turbosina, entre otros. En las zonas metropolitanas e industriales se encuentran también en un gran número de plantas de tratamiento de aguas negras y en sistemas de abastecimiento de agua potable. La falla de alguna de estas estructuras durante un temblor afectaría el abastecimiento de combustible para tráfico aéreo, causaría gran daño ecológico, desabasto de agua potable y se pondría en riesgo la vida de un gran número de personas.

Daños severos han ocurrido en tanques para almacenamiento de líquidos durante temblores como los de Alaska, 1964, Nigata, 1964, California, 1980, Colinga, 1983 y Northridge, 1994. Se han observado daños en la cubierta por la magnitud del oleaje en la superficie libre del líquido, así como levantamiento de la cimentación. El sismo de Kocaeli en Turquía, 1999, produjo fallas en las conexiones de las tuberías de alimentación debidas a momentos de volteo excesivos.

Matemáticamente el problema hidrodinámico de un tanque rectangular se puede considerar como lineal, para un oleaje de pequeña amplitud, y no lineal cuando se presenta oleaje de gran magnitud. En varios trabajos la solución sísmica lineal del problema ha sido resuelta en forma analítica y numérica, concluyendo que la respuesta dinámica puede calcularse satisfactoriamente considerando las paredes del tanque rígidas.

En este trabajo se considerará el tanque rectangular anclado a la cimentación y que tanto las paredes como la cimentación son rígidas, esto último implica que se desprecia la interacción suelo-estructura en el análisis. El sistema se considera excitado en su base por una aceleración sísmica o de tipo armónico.

CAPÍTULO II TEORÍA LINEAL

2.1 CONDICIONES GEOMÉTRICAS

En la **figura 2.1** se observa un tanque rectangular con paredes rígidas y con la base anclada a la cimentación. El ancho de la base del tanque es “ $2a$ ” y la profundidad del líquido es H . La amplitud del oleaje en la superficie libre del líquido es δ y es medida a partir de la superficie media del líquido.

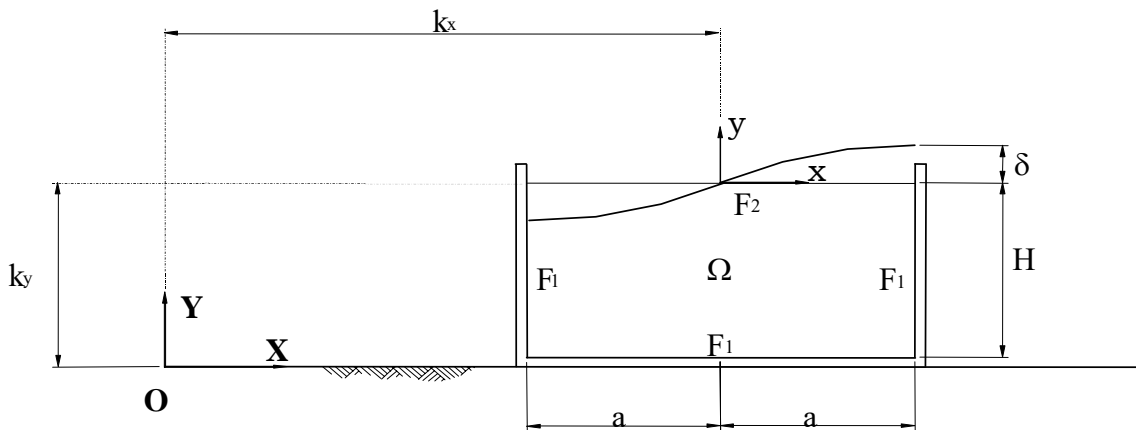


Figura. 2.1 Configuración del sistema estudiado

Existen tres fronteras en el dominio, Ω , del líquido:

las paredes rígidas, F_1

el fondo del tanque, F_1

la superficie libre del líquido, F_2

La velocidad absoluta de una partícula, \mathbf{P} , de un fluido es,

$$\mathbf{U} = \mathbf{u} + \hat{\mathbf{V}}(t) \quad (2.1)$$

donde \mathbf{U} y \mathbf{u} son la velocidad absoluta y relativa, respectivamente, de una partícula de fluido y el vector de la velocidad del terreno es: $\hat{\mathbf{V}}(t) = V_x(t)\mathbf{i} + V_y(t)\mathbf{j}$.

Suponiendo que el líquido contenido en el tanque es irrotacional y aceptando la existencia de una función potencial de velocidad, Φ , entonces la velocidad absoluta del líquido se puede expresar como:

$$\mathbf{U} = \nabla\Phi \quad (2.2)$$

La velocidad relativa del líquido se expresa como,

$$u = \nabla\varphi \quad (2.3)$$

donde φ es el potencial de velocidad relativo.

2.2 CONDICIONES DE FRONTERA

En el dominio, Ω , el movimiento del líquido está gobernado por la ecuación de continuidad. Para un líquido incompresible e irrotacional, esta ecuación se obtiene de sustituir la ecuación (2.2) en,

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho\nabla U \quad (2.4)$$

para un fluido incompresible $\frac{D\rho}{Dt} = 0$, por lo que se tiene la ecuación de Laplace para Φ ,

$$\nabla^2\Phi = 0 \quad \text{en } \Omega \quad (2.5)$$

Como fronteras rígidas del tanque se incluyen las dos paredes y el fondo del tanque; se considera que no existe flujo a través de las fronteras. El líquido se puede mover libremente entre las fronteras, por lo que la componente de la velocidad relativa perpendicular a las fronteras es cero.

La componente normal de la velocidad del líquido a la frontera debe de ser comparable al movimiento del terreno,

$$\frac{\partial\Phi}{\partial n} = \hat{V}_n \quad (2.6)$$

donde $\frac{\partial\Phi}{\partial n}$ es la componente de la velocidad absoluta del líquido que es perpendicular a la frontera húmeda y,

$$\hat{V}_n = \hat{V} \cdot \mathbf{n} \quad (2.7)$$

donde \mathbf{n} es vector unitario, positivo en dirección normal a la frontera.

Para las paredes del tanque la ecuación (2.6) es,

$$\frac{\partial\Phi}{\partial X} = V_x(t) \quad \text{en } X = \pm a + D_x(t) + K_x \quad (2.8)$$

donde $V_x(t)$ y $D_x(t)$ son las componentes en X de la velocidad y del desplazamiento del terreno, respectivamente. K_x es la distancia horizontal, que permanece constante, entre el origen del sistema $X-Y$ y el del sistema $x-y$.

Para el fondo del tanque, la condición de frontera es,

$$\frac{\partial \Phi}{\partial Y} = V_y(t) \text{ en } Y = -H + D_y(t) + K_y \quad (2.9)$$

donde K_y es la distancia vertical entre los dos sistemas de referencia, $V_y(t)$ y $D_y(t)$ son las componentes en Y de la velocidad y desplazamiento del terreno, respectivamente.

La condición cinemática en la superficie libre del líquido, F_2 , que relaciona la amplitud de ola, δ , y el potencial de velocidad, Φ , es,

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} - \frac{\partial \Phi}{\partial X} \frac{\partial \delta}{\partial X} = 0 \text{ en } Y = \delta + D_y(t) + K_y \quad (2.10)$$

La condición cinemática es responsable de la propagación del oleaje del líquido.

La segunda condición de frontera en F_2 , es la condición dinámica. Ésta se obtiene de aplicar la ecuación de Bernoulli en la superficie libre del líquido, la cual está sujeta a una presión atmosférica constante por lo que se considera igual a cero. Así, la condición dinámica en la frontera es,

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(\nabla \Phi)^2 + g\delta = 0 \text{ en } Y = \delta + D_y(t) + K_y \quad (2.11)$$

donde $\delta(X,t)$ es la elevación de la superficie libre del líquido medida a partir de la superficie media del líquido.

Las condiciones de frontera anteriormente establecidas están referidas a un sistema absoluto. Es ventajoso reemplazar X y Y por las coordenadas relativas x - y como variables independientes del problema. Sustituyendo la relación entre las coordenadas absolutas y relativas,

$$X = x + D_x(t) + K_x$$

$$Y = y + D_y(t) + K_y$$

y despreciando los términos de orden superior, tenemos,

$$\nabla^2 \Phi = 0 \text{ en } \Omega \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = V_x(t) \text{ en } x = \pm a \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = V_y(t) \text{ en } y = -H \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} - \frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0 \text{ en } y = \delta \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + g\delta = 0 \text{ en } y = \delta \quad (2.16)$$

donde $\Phi = \Phi(x, y, t)$, $\delta = \delta(x, t)$ y el vector de velocidad del terreno es:

$$\hat{V}(t) = V_x(t)_i + V_y(t)_j.$$

El conjunto de ecuaciones (2.12) a (2.16) define el problema dinámico linealizado del comportamiento del líquido contenido en el tanque. Las ecuaciones (2.15) y (2.16) pueden desacoplarse al ser evaluadas en $y=0$. Derivando (2.16) con respecto a t y sustituyéndola en (2.15), las dos ecuaciones anteriores se pueden escribir en una sola como,

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0 \text{ en } y=0 \quad (2.17)$$

Las condiciones iniciales del problema son tales que, Φ y δ son inicialmente estacionarias,

$$\Phi(x, y, 0) = 0$$

$$\delta(x, 0) = 0$$

2.3 SOLUCIÓN ANALÍTICA LINEAL

La solución del problema dinámico de un tanque rectangular sometido a una excitación sísmica en su base, se puede descomponer en dos partes: una debida a la solución general que satisface la versión homogénea del problema (en vibración libre) y otra debida a la solución particular de la versión no-homogénea del problema (vibración forzada).

El potencial de velocidad, Φ , en vibración forzada es,

$$\Phi(x, y, t) = \Phi_1(x, y, t) + \Phi_2(x, y, t) \quad (2.18)$$

donde,

$$\Phi_1 = \hat{r} \cdot \hat{V}(t)$$

$$\Phi_2 = \sum_{n=1}^{\infty} F_n(t) W_n(x) P_n(y)$$

En las expresiones anteriores, el vector de velocidad del terreno es:

$$\hat{V}(t) = V_x(t)_i + V_y(t)_j \text{ y } \mathbf{P} \text{ el vector de posición de una partícula de fluido, en el}$$

dominio del líquido es: $\hat{r} = x_i + y_j$. Si consideramos únicamente la existencia de velocidad del terreno en dirección horizontal, tenemos que: $\Phi_1 = x \cdot V_x(t)$.

El sistema tanque-fluido, en vibración libre queda determinado por,
 $\Phi(x, y, t) = \Phi_2(x, y, t)$.

2.3.1 SOLUCIÓN EN VIBRACIÓN LIBRE

La función potencial de velocidad en vibración libre queda definida por,

$$\Phi(x, y, t) = W(x)P(y)F(t) \quad (2.19)$$

sustituyendo en $\nabla^2\Phi = 0$, tenemos

$$W''(x)P(y) + P''(y)W(x) = 0 \quad (2.20)$$

que se puede escribir como:

$$\frac{P''(y)}{P(y)} = -\frac{W''(x)}{W(x)} = m^2 \quad (2.21)$$

donde m^2 es la constante de separación. Para que exista significado físico en el caso del oleaje, m se tomará como real, de tal manera que m^2 será siempre positiva.

Por el método de separación de variables tenemos que las ecuaciones diferenciales son,

$$P''(y) - m^2P(y) = 0 \quad (2.22)$$

$$W''(x) + m^2W(x) = 0 \quad (2.23)$$

la última expresión es la ecuación de Helmholtz o de onda.

La solución para la primera ecuación diferencial es del tipo:

$$P(y) = A_1 \exp(my) + A_2 \exp(-my) \quad (2.24)$$

donde A_1 y A_2 son constantes arbitrarias. La ecuación (2.23) es similar a la de un oscilador simple en vibración libre no amortiguada, cuya solución es del tipo,

$$W(x) = B_1 \sin(mx) + B_2 \cos(mx) \quad (2.25)$$

donde B_1 y B_2 son constantes arbitrarias.

La solución para la función potencial de velocidad se puede escribir,

$$\Phi(x, y, t) = [A_1 \exp(my) + A_2 \exp(-my)] [B_1 \sin(mx) + B_2 \cos(mx)] F(t) \quad (2.26)$$

donde las constantes A_1 , A_2 , B_1 y B_2 se obtendrán de las condiciones de frontera.

De la condición de frontera en el fondo del tanque, considerando que el sistema está en vibración libre,

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0 \text{ en } y = -H \quad (2.27)$$

derivando con respecto a y la ecuación (2.26) e igualándola a cero tenemos,

$$F(t) [B_1 \sin(mx) + B_2 \cos(mx)] [mA_1 \exp(my) - mA_2 \exp(-my)] = 0$$

evaluando en $y=-H$, tenemos,

$$mA_1 \exp(-mH) = mA_2 \exp(mH)$$

de donde,

$$A_1 = A_2 \exp(2mH)$$

sustituyendo en la ecuación (2.26),

$$\Phi(x, y, t) = F(t)[B_1 \sin(mx) + B_2 \cos(mx)]A_2 [\exp(2mH) \exp(my) + \exp(-my)]$$

El último término del lado derecho se puede escribir como,

$$A_2 \exp(mH) [\exp[m(y+H)] + \exp[-m(y+H)]]$$

ó bien,

$$2A_2 \exp(mH) \cosh[m(y+H)]$$

Sustituyendo en la ecuación (2.26),

$$\Phi(x, y, t) = F(t)[B_1 \sin(mx) + B_2 \cos(mx)]2A_2 \exp(mH) \cosh[m(y+H)] \quad (2.28)$$

De la condición dinámica en la frontera libre del líquido, considerando la condición en vibración libre, tenemos

$$\delta = -\frac{1}{g} \left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right] \text{ en } y=0$$

derivando la ecuación (2.28) con respecto a t , evaluándola en $y=0$ y sustituyéndola en la anterior, tenemos para la altura de ola,

$$\delta = -\frac{1}{g} [F'(t)[B_1 \sin(mx) + B_2 \cos(mx)]2A_2 \exp(mH) \cosh[mH]]$$

La máxima amplitud de ola puede ocurrir cuando,

$$-\frac{1}{g} [F'(t)B_2 \cos(mx)] = D$$

considerando esta opción, la máxima amplitud de ola, H_m , es

$$H_m = D2A_2 \exp(mH) \cosh[mH]$$

despejando,

$$2A_2 \exp(mH) = \frac{H_m}{D} \frac{1}{\cosh[mH]}$$

Sustituyendo la expresión anterior en la (2.28), tenemos

$$\Phi(x, y, t) = F(t)[C_1 \sin(mx) + C_2 \cos(mx)] \frac{\cosh[m(y+H)]}{\cosh[mH]} \quad (2.29)$$

donde C_1 y C_2 contienen a las constantes $B_1 H_m / D$ y $B_2 H_m / D$.

De las condiciones de frontera en las paredes, considerando el movimiento en vibración libre,

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0 \text{ en } x = \pm a$$

derivando la ecuación (2.29) con respecto a x , evaluada en $x = \pm a$ e igualándola a cero,

$$F(t)m[C_1 \cos(ma) \pm C_2 \sin(ma)] \frac{\cosh[m(y+H)]}{\cosh[mH]} = 0$$

la cual debe satisfacerse para todo valor de t y de y , así,

$$C_1 \cos(ma) = \pm C_2 \sin(ma) \quad (2.30)$$

La solución de la igualdad anterior se satisface para los siguientes casos:

- a) Si $C_1 = C_2 = 0$ se tiene la solución trivial.
- b) Para C_1 diferente de cero y $C_2 = 0$, entonces

$$\cos(ma) = 0$$

la cual se satisface para,

$$m_n a = \frac{(2n-1)}{2} \pi \text{ para } n=1,2,3,\dots$$

donde el subíndice n se ha asociado con m debido a que la ecuación trascendental anterior se satisface un número infinito de veces. Así, podemos tomar,

$$m_n = \frac{(2n-1)}{2} \frac{\pi}{a} \text{ para } n=1,2,3, \dots$$

donde a es el semi-ancho del tanque.

La función de potencial de velocidad en vibración libre, puede expresarse como:

$$\Phi(x, y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} F_n(t) \sin(m_n x) \frac{\cosh[m_n (y+H)]}{\cosh[m_n H]} \quad (2.31)$$

con $m_n = \frac{(2n-1)}{2} \frac{\pi}{a}$ para $n=1,2,3, \dots$

- c) Para $C_1 = 0$ y C_2 diferente de cero, la solución de la ecuación (2.30) es,

$$\sin(ma) = 0$$

lo cual se cumple para $ma = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$, es decir,

$$m_j a = \pi_j \text{ para } j=0,1,2,3,\dots$$

Por lo que la función de potencial de velocidad, también se puede escribir como:

$$\Phi(x, y, t) = \sum_{j=0}^{\infty} F_j(t) \cos(m_j x) \frac{\cosh[m_j(y+H)]}{\cosh[m_j H]} \quad (2.32)$$

con $m_j = \frac{\pi}{a} j$ para $j=0,1,2,3, \dots$

2.3.2 FRECUENCIAS DE VIBRAR DE LA SUPERFICIE LIBRE

De la condición de frontera en la superficie libre del líquido,

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0 \text{ en } y=0 \quad (2.33)$$

tomando como solución en vibración libre la ecuación (2.31) y considerando una excitación del tipo senoidal, $F(t) = \text{sen} \omega t$, es decir,

$$\Phi(x, y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \text{sen}(\omega t) \text{sen}(m_n x) \frac{\cosh[m_n(y+H)]}{\cosh[m_n H]}$$

sustituyendo en (2.33),

$$-\omega^2 \text{sen}(\omega t) \text{sen}(m_n x) \frac{\cosh[m_n(y+H)]}{\cosh[m_n H]} + g m_n \text{sen}(\omega t) \text{sen}(m_n x) \frac{\sinh[m_n(y+H)]}{\cosh[m_n H]} = 0$$

tomando términos comunes,

$$[\text{sen}(m_n x)] \text{sen}(\omega t) [m_n g \sinh[m_n H] - \omega^2 \cosh[m_n H]] = 0$$

esta ecuación debe de satisfacerse para todo x y todo t , por los que,

$$\omega^2 \cosh[m_n H] = m_n g \sinh[m_n H]$$

es decir,

$$\omega_n^2 = m_n g \tanh[m_n H] \quad (2.34)$$

donde ω_n es la frecuencia circular de vibrar de la superficie libre del líquido y

$m_n = \frac{(2n-1)\pi}{2a}$. Se puede establecer que las eigenfrecuencias son:

$$\omega_n^2 = \lambda_n g$$

donde los eigenvalores asociados son:

$$\lambda_n = m_n \tanh[m_n H]$$

Los periodos naturales de vibrar se pueden calcular con:

$$T_n = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{(2n-1)\pi}{2a} g \tanh\left[(2n-1)\pi \frac{H}{2a}\right]}} \quad (2.35)$$

donde $n=1,2,3, \dots$ y $\frac{H}{2a}$ se puede considerar como la longitud característica del tanque, ya que **H** es la altura del líquido y **2a** es la longitud del tanque. Por lo que los primeros cuatro periodos son los siguientes:

Tomando $g=9.809 \text{ m/s}^2$ y $\pi=3.1415927$

$$T_1 = \frac{1.6007}{\sqrt{\left(\frac{1}{a} \tanh 1.5708 \frac{H}{a}\right)}}$$

$$T_2 = \frac{0.92416}{\sqrt{\left(\frac{1}{a} \tanh 4.7124 \frac{H}{a}\right)}}$$

$$T_3 = \frac{0.71585}{\sqrt{\left(\frac{1}{a} \tanh 7.8540 \frac{H}{a}\right)}}$$

$$T_4 = \frac{0.60500}{\sqrt{\left(\frac{1}{a} \tanh 10.9960 \frac{H}{a}\right)}}$$

2.3.3 SOLUCIÓN EN VIBRACIÓN FORZADA

Si consideramos que la función de potencial de velocidad absoluta, está formada por,

$$\Phi(x, y, t) = x \cdot V_x(t) + \sum_{n=1}^{\infty} F_n(t) W_n(x) P_n(y) \quad (2.38)$$

donde,

$$W_n(x) = \text{sen}(m_n x)$$

$$P_n(y) = \frac{\cosh[m_n (y + H)]}{\cosh[m_n H]}$$

y evaluando la segunda derivada de la expresión (2.38) con respecto a t y en $y=0$, tenemos,

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = x \frac{d}{dt} [a_x(t)] + \sum_{n=1}^{\infty} F_n''(t) W_n(x) \quad (2.39)$$

donde $\mathbf{a}_x(t)$ es la aceleración del terreno en la dirección horizontal. El operador $\frac{d}{dt}$, también significa derivada con respecto a t . La segunda derivada de (2.38) con respecto a y , evaluada en $y=0$ es:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y}(x, 0, t) = \sum_{n=1}^{\infty} F_n(t) W_n(x) m_n \tanh[m_n H] \quad (2.40)$$

Como la frecuencia de vibrar en la superficie libre es: $m_n \tanh[m_n H] = \frac{\omega_n^2}{g}$ entonces la ecuación (2.40) se puede escribir como,

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y}(x, 0, t) = \sum_{n=1}^{\infty} F_n(t) W_n(x) \frac{\omega_n^2}{g} \quad (2.41)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.39) y (2.41) en la condición de frontera en la superficie libre del líquido, se tiene

$$\sum_{n=1}^{\infty} W_n(x) [F_n''(t) + F_n(t) \omega_n^2] = -x \frac{d}{dt} [a_x(t)]$$

Si llamamos a,

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \text{sen}(m_n x) [F_n''(t) + F_n(t) \omega_n^2] \quad (2.42)$$

por lo que

$$f(x) = -x \frac{d}{dt} [a_x(t)] \quad (2.43)$$

La ecuación (2.42) se puede expresar como una serie donde,

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n(t) \text{sen}(m_n x) \quad (2.44)$$

y donde $C_n(t) = [F_n''(t) + F_n(t)\omega_n^2]$ son los coeficientes de la serie. Para determinar los coeficientes de la serie, multiplicamos (2.44) por: $\int_{-a}^a \text{sen}(m_m x) dx$, teniendo,

$$\int_{-a}^a \text{sen}(m_m x) f(x) dx = \int_{-a}^a C_n(t) \text{sen}(m_n x) \text{sen}(m_m x) dx \quad (2.45)$$

Es importante notar que al aplicar el principio de ortogonalidad,

$$\langle W_n(x) \cdot W_m(x) \rangle = \int_{-a}^a W_{n(x)} W_m(x) dx = k \delta_{mn}$$

para $n, m=1, 2, 3$. Donde δ_{mn} es la función Delta de Kronecker,

$$\delta_{mn} = \begin{cases} 1 & m = n \\ 0 & n \neq n \end{cases}$$

en este caso $k=a$. Entonces la expresión (2.45) para $m = n$, es

$$\int_{-a}^a \text{sen}(m_n x) f(x) dx = C_n(t) a$$

despejando,

$$C_n(t) = \frac{1}{a} \int_{-a}^a \text{sen}(m_n x) f(x) dx$$

sustituyendo $f(x)$ de la expresión (2.43) en la anterior,

$$C_n(t) = -\frac{c}{a} \int_{-a}^a \text{sen}(m_n x) x dx$$

evaluando la integral,

$$C_n(t) = -\frac{c}{a} \left[\frac{2}{m_n^2} \right] (-1)^{n+1}$$

por tanto,

$$F_n''(t) + F_n(t)\omega_n^2 = -\frac{2}{am_n^2} (-1)^{n+1} \frac{d}{dt} [a_x(t)]$$

Si llamamos a: $\alpha_n = \frac{2}{am_n^2} (-1)^{n+1}$, donde a es el semi-ancho del tanque, entonces

$$F_n''(t) + F_n(t)\omega_n^2 = -\alpha_n \frac{d}{dt}[a_x(t)] \quad (2.46)$$

Esta expresión es similar a la ecuación de movimiento no amortiguado de un oscilador simple con frecuencia natural igual a la frecuencia natural de vibrar del líquido sometido a una excitación que depende de la derivada de la aceleración sísmica del terreno.

2.3.4 EFECTO DEL AMORTIGUAMIENTO

En la teoría del potencial anteriormente descrita, no es posible tomar en cuenta la disipación de energía. Resultados experimentales en tanques para almacenamiento con superficie libre, muestran claramente que existe un comportamiento amortiguado en la respuesta del líquido (Case y Parkinson, 1957). La cantidad de energía disipada depende de la forma del tanque, de la rugosidad de las paredes, de la viscosidad del líquido y de la amplitud de las oscilaciones.

La relación de amortiguamiento correspondiente al enésimo modo del oleaje, ξ_n , se puede estimar por medio de la teoría de la capa límite (Fujino, Pacheco y Chaiser, 1990) como:

$$\xi_n = \left[\frac{1 + \frac{H}{2a}}{2H} \right] \sqrt{\frac{2\nu}{\omega_n}} \quad (2.47)$$

donde ν es la viscosidad cinemática del líquido y ω_n es la frecuencia del enésimo modo de vibrar del líquido. La ecuación (2.47) puede usarse para fluidos altamente viscosos o bien en tanques de gran altura. Estudios realizados en tanques con pantallas amortiguadoras se recomienda una relación del porcentaje de amortiguamiento de,

$$\xi_n = 0.5\sqrt{\mu} \quad (2.48)$$

donde μ es la relación entre la masa del líquido con respecto a la de la estructura. Considerando μ del orden de 0.01 (Sagar, Baumgarten, 1982), el porcentaje de amortiguamiento es de $\xi_n=0.5\%$. Los códigos de diseño para tanques cuadrados proponen un valor de $\xi_n=0\%$ (API-650, 1980). Con el fin de tomar en cuenta el efecto de disipación de energía, en este estudio se incluyó un amortiguamiento, $2\xi_n$, en la ecuación (2.46) de manera análoga al caso de la ecuación de movimiento de un oscilador con amortiguamiento viscoso (Veletsos y Yang, 1977),

$$F_n''(t) + 2\xi_n \omega_n F_n'(t) + F_n(t) \omega_n^2 = -\alpha_n \frac{d}{dt} [a_x(t)] \quad (2.49)$$

Para hacer uso de la aceleración del terreno $\mathbf{a}_x(t)$ digitizada en un registro sísmico se recurrirá a la siguiente transformación (Hildebrand, 1976),

$$A_n(t) = \int_0^t F_n(\tau) d\tau$$

es decir,

$$\frac{d}{dt} [A_n(t)] = \frac{d}{dt} \left[\int_0^t F_n(\tau) d\tau \right] = F_n(t)$$

ó

$$A_n'(t) = F_n(t) = \int_0^t F_n'(\tau) d\tau$$

$$A_n''(t) = F_n'(t) = \int_0^t F_n''(\tau) d\tau$$

que se pueden utilizar para reducir el orden de la derivada del lado izquierdo de la ecuación de movimiento (2.49). Así, integrando en τ ambos lados de la ecuación (2.49), entre 0 y t , se tiene,

$$\int_0^t F_n''(\tau) d\tau + 2\xi_n \omega_n \int_0^t F_n'(\tau) d\tau + \omega_n^2 \int_0^t F_n(\tau) d\tau = -\alpha_n \int_0^t \frac{d}{dt} [a_x(t)] d\tau$$

es decir,

$$A_n''(t) + 2\xi_n \omega_n A_n'(t) + \omega_n^2 A_n(t) = -\alpha_n a_x(t) \quad (2.50)$$

con las condiciones iniciales,

$$A_n(0) = \left[\int_0^t F_n(\tau) d\tau \right]_{t=0} = 0$$

$$A_n'(0) = F_n(0) = 0$$

De tal manera que la altura de ola en la superficie libre del líquido se calcula con,

$$\delta = -\frac{1}{g} \left[\sum_{n=1}^{\infty} A_n''(t) W_n(x) \right] \quad (2.51)$$

El potencial de velocidad absoluto, Φ , se calcula de la ecuación (2.38),

$$\Phi(x, y, t) = x \cdot V_x(t) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n'(t) W_n(x) P_n(y) \quad (2.52)$$

donde el movimiento del sistema como cuerpo rígido es: $x \cdot V_x(t)$ y el potencial de velocidad relativo, Φ_2 , en vibración forzada es,

$$\Phi_2(x, y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n'(t) \text{sen}(m_n x) \frac{\cosh[m_n(y+H)]}{\cosh[m_n H]} \quad (2.53)$$

con $m_n = \frac{(2n-1)\pi}{2a}$ para $n=1,2,3, \dots$

Por lo tanto, de la ecuación (2.53) y sustituyéndola en (2.51) tenemos que la altura de ola estaría dada por:

$$\delta = -\frac{1}{g} \left[\sum_{n=1}^{\infty} A_n''(t) \operatorname{sen}(m_n x) \frac{\cosh[m_n(y+H)]}{\cosh[m_n H]} \right]$$

El oleaje debe ser evaluado en la superficie media del líquido, por lo que el valor correspondiente de y deberá ser igual a cero, $y=0$. Sustituyéndolo en la ecuación anterior tenemos que:

$$\delta = -\frac{1}{g} \left[\sum_{n=1}^{\infty} A_n''(t) \operatorname{sen}(m_n x) \right] \quad (2.54)$$

La presión hidráulica sobre las paredes del tanque, se obtiene para $x=a$ y $x=-a$,

$$P_h(a, y, t) = -\rho \left[gy + a a_x(t) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n''(t) (-1)^{n+1} \frac{\cosh[m_n(y+H)]}{\cosh[m_n H]} \right] \quad (2.55)$$

donde $-\rho gy$ representa la presión hidrostática, $-\rho a a_x(t)$ representa el movimiento de cuerpo rígido del tanque y $-\rho \left[\sum_{n=1}^{\infty} A_n''(t) (-1)^{n+1} \frac{\cosh[m_n(y+H)]}{\cosh[m_n H]} \right]$ representa la presión hidrodinámica.

La fuerza cortante en la pared del tanque se obtiene integrando la presión hidrodinámica en la altura (Heredia y Hernández, 2001),

$$F_p(t) = -2a^2 \rho \left[a_x(t) H + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} A_n''(t) \frac{\tanh[m_n H]}{m_n} \right] \quad (2.57)$$

El momento de volteo en la base de la pared del tanque se obtiene de (Heredia y Hernández, 2001):

$$M_p(t) = -2aH\rho \left[\frac{a^2 H}{2} a_x(t) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n''(t) (-1)^{n+1} \left[\frac{H}{m_n} \tanh[m_n H] + \frac{1}{m_n} [\operatorname{sech}(m_n H) - 1] \right] \right] \quad (2.58)$$

Aunque podríamos utilizar las ecuaciones (2.57) y (2.58) para obtener la fuerza cortante y el momento de volteo, respectivamente, en este trabajo se obtendrán de forma numérica, ya que esto nos permite hacerlo de forma más rápida y práctica.

2.4 SOLUCIÓN ANALÍTICA CASI-LINEAL

Cuando se realiza un análisis lineal de un tanque de almacenamiento se desprecia el incremento de los elementos mecánicos producidos por el oleaje generado en la superficie libre, así como el efecto de los modos superiores de vibrar, ya que por lo general se realiza tomando sólo el modo fundamental de vibración. Heredia y Hernández (2001) recomiendan tomar al menos los diez primeros modos de vibrar de la estructura, ya que estos tienden a incrementar las alturas de ola, y por consecuencia los elementos mecánicos.

En las **figuras 2.2 (a) y 2.2 (b)** se observa la distribución de presiones en las paredes del tanque para la solución lineal y casi-lineal, respectivamente. La solución lineal nos permite definir la altura de ola y la configuración de presiones en la pared para cada tiempo, t , desde el fondo hasta la superficie media del líquido.

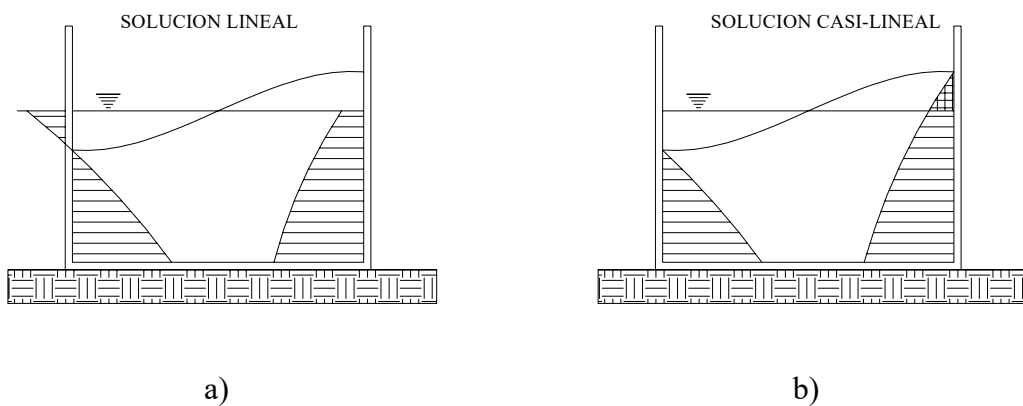


Figura 2.2. Configuración de la distribución de presiones para la solución lineal y casi-lineal.

En la solución casi-lineal se utilizan las ecuaciones de la solución lineal pero como estas sólo son válidas dentro del dominio físico del líquido, Ω , se procede a realizar una extrapolación de la presión producida en las paredes del tanque, siempre y cuando la altura de ola generada sea positiva [$\delta(+)$] (**Figura 2.2.b**). Cuando se tiene el caso de altura de ola negativa [$\delta(-)$], en cualquiera de las dos paredes, los valores de

los elementos mecánicos corresponderán a los obtenidos en un análisis lineal sin sumar las presiones negativas obtenidas en las paredes del tanque.

En la **figura 2.3** se muestra un tanque de ancho, **2a**, y altura de la superficie media del líquido, **H**. Se muestra la configuración del oleaje de forma esquemática para un tiempo, **t**, en donde $\delta(+)$ representa la altura de ola positiva, $\delta(-)$ representa la altura de ola negativa en la pared del tanque, **dy** y **dx** representan los diferenciales en las direcciones **x** y **y**.

El dominio será discretizado de la siguiente forma: Se fija un valor para el número de puntos, en dirección “**x**” (**nx**) y en dirección “**y**” (**ny**) (**Figura 2.3**), para poder definir los diferenciales entre cada punto [**ecs. (2.59 y 2.60)**]. En la figura mencionada podemos observar que al tomar el sistema coordenado (**x,y**), que se encuentra situado sobre la superficie media del líquido, las ordenadas sobre el eje “**y**”, por debajo de dicho eje, serían negativas y solamente las ordenadas para la altura de ola serían positivas, esto podría ocasionar problemas, ya que si en las ecuaciones analíticas (presiones) introducimos valores positivos de “**y**” los resultados de las presiones serían negativos en la parte correspondiente a la altura de ola, lo cual no es correcto, es por ello que se recomienda, que después de evaluar las presiones en las paredes, mover el eje coordenado al nuevo eje (**u,v**) que estará ubicado en la base del tanque para que así todos los valores de “**v**” sean positivos.

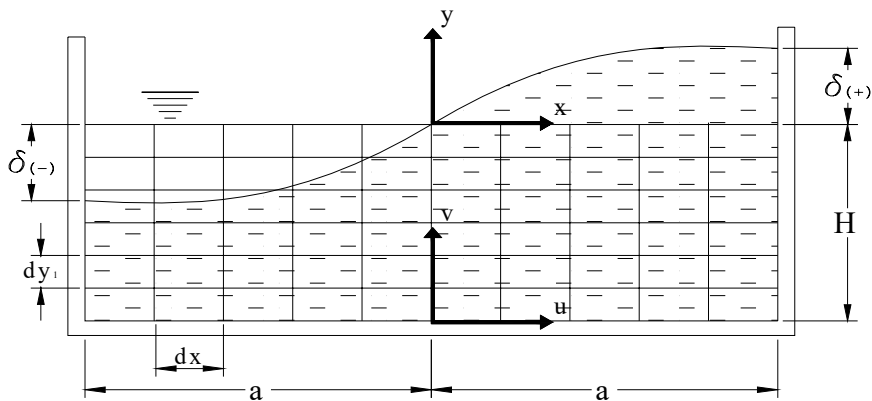


Figura 2.3 Discretización del dominio

Los incrementos diferenciales están dados por las siguientes expresiones:

$$dy = \frac{H}{ny + 1} \quad (2.59)$$

$$dx = \frac{2a}{nx + 1} \quad (2.60)$$

2.4.1 ALTURA DE OLA

El cálculo de la altura de ola se hace partiendo de la ecuación (2.54) evaluada en toda la superficie libre para cada instante de la solución. Con los valores de la altura de ola se define el incremento de la presión en la pared y por consiguiente el incremento en todos los elementos mecánicos restantes.

El oleaje puede ser evaluado prácticamente en toda la superficie libre del líquido, ya que solo bastará con introducir, para un tiempo, t , la coordenada en x en la que se desee conocer su valor correspondiente en la ecuación (2.54). Esto permite definir la configuración que tendría la superficie libre en cualquier tiempo, t .

Para las paredes se evalúa en la ecuación mencionada anteriormente para $\delta(t, -a)$ y $\delta(t, a)$. Sabemos que la altura de ola generada es antisimétrica, lo que significa que ambos valores serían los mismos pero con signo contrario (**Figura 2.3**). Esto nos lleva a que en cualquier tiempo, t , sólo se hará la extrapolación de la presión en una sola pared.

2.4.2 DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES

Las presiones se evalúan por medio de la ecuación;

$$P_h(a, y, t) = -\rho \left[gy + aa_x(t) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n''(t) (-1)^{n+1} \frac{\cosh[m_n(y+H)]}{\cosh[m_n H]} \right] \quad [2.55], \text{ e valuada en}$$

$P_h(a, y, t)$ y $P_h(-a, y, t)$.

donde P_h es la presión hidrodinámica, a es el semiancho, t es el tiempo y y es la profundidad a la que será evaluada la presión.

En la **figura 2.4a** se observa la distribución de presiones de la solución lineal, donde a es el semiancho, H representa la altura de la superficie media del líquido, que en dicha solución permanece fija. En la **figura 2.4b** se observa la distribución de presiones para la solución casi-lineal, donde $\delta(+)$ es la altura de ola positiva generada en la pared, P_1 es la presión obtenida por medio de la ecuación analítica (2.55) evaluada en la coordenada $y'=H$ y P_2 es la presión en la pared en la coordenada $y'=H+\delta$, que se fija con un valor igual a cero.

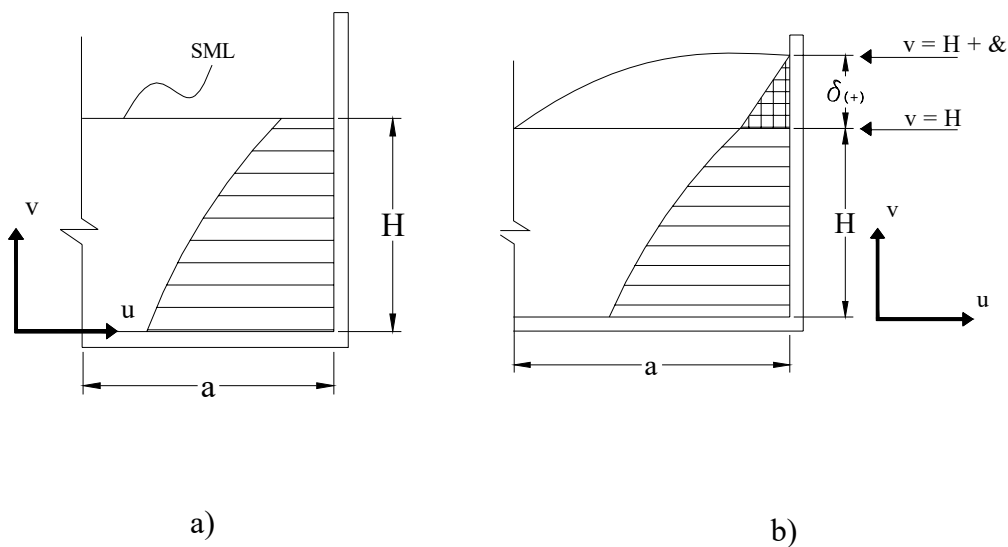


Figura 2.4. Distribución de presiones solución lineal y casi-lineal

La ecuación (2.55) sólo es válida dentro del dominio físico (**Figura 2.4a**), manteniendo fija la superficie media del líquido, **SML**. Para incluir la presión producida por dicho oleaje se realiza una extrapolación a lo largo de la pared hasta llegar al valor de la altura de ola como se describe a continuación:

- 1) Se fija la ordenada $v = H + \delta$ con un valor de presión igual a cero, $P_h = 0$.
- 2) Teniendo conocido el valor de la presión en las coordenadas $v = H$ y $v = H + \delta$ (**Figura 2.4b**), se calcula la pendiente entre dichos puntos y se evalúa la presión en cada dy , dentro del intervalo de las ordenadas ($v = H$, $v = H + \delta$).

Teniendo en cuenta que si la relación $\frac{\delta}{dy}$ no es un número entero, será

necesario reevaluar las presiones para cada dy_2 que resulte de la siguiente relación:

$$dy_2 = \frac{H + \delta}{ny + 1} \quad (2.61)$$

ya que los algoritmos para obtener la integración de la presión en toda la pared, están limitados a que se tenga el mismo diferencial (dy) entre cada valor de la presión.

Se debe de tener cuidado cuando se presenta una altura de ola negativa en la pared, esto debido a que dentro de la zona del oleaje los valores de presiones obtenidas con la ecuación de la solución lineal son negativas, ya que la ecuación es válida en todo el dominio físico del tanque, esto puede traer problemas al evaluar la fuerza cortante y principalmente los momentos de volteo, ya que dichas presiones no deben de ser tomadas en cuenta, ya que físicamente no se presentan.

2.4.3 FUERZA CORTANTE

En la **figura 2.5** se observa la distribución de presiones en la pared del tanque, donde P_1, P_2, P_3, \dots por debajo de la superficie media del líquido son los valores de presión obtenidos por medio de la ecuación (2.55) y los valores de presión restantes son los obtenidos de la extrapolación numérica; $\delta(+)$ es la altura de ola positiva en la pared y dy es el incremento diferencial de la profundidad.

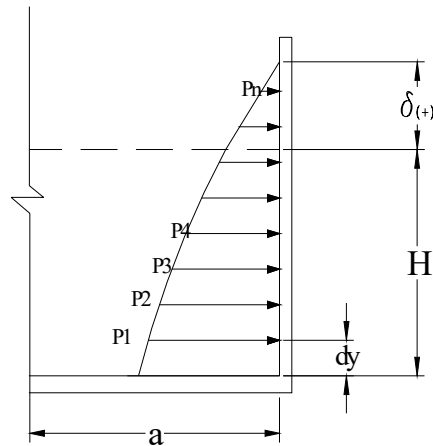


Figura 2.5 Obtención de la fuerza cortante en la pared del tanque

La fuerza cortante se obtiene realizando una integración numérica de la presión (**Figura 2.5**) a lo largo de la pared haciendo uso del algoritmo de La Regla del Trapecio, cuya ecuación se muestra a continuación:

$$F_p = \frac{dy}{2} \left[P_1 + 2 \sum_{i=2}^{n-1} P_i + P_n \right] \quad (2.62)$$

donde, F_p es la fuerza cortante y P representa la presión.

2.4.4 MOMENTO DE VOLTEO CON RESPECTO A UN PUNTO EN LA BASE DE LAS PAREDES

En la **figura 2.6** se observa la distribución de presiones en la pared del tanque, donde $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ por debajo de la superficie media del líquido son los valores de presión obtenidos por medio de la ecuación (2.55) y los valores de presión restantes son los obtenidos de la extrapolación numérica, $\delta(+)$ es la altura de ola positiva en la pared y $dy/2, dy, 3dy/2 \dots$ son los brazos de palanca respectivos a cada valor de presión.

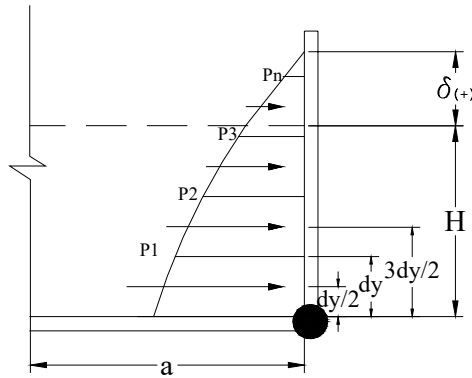


Figura 2.6 Obtención del momento de volteo en la pared del tanque

El momento de volteo (**Figura 2.6**), debido a la presión en la pared del tanque, se obtiene usando la regla del trapecio y multiplicando por su brazo de palanca respectivo. Los momentos se evalúan en el punto situado en la base de la pared y el fondo del tanque, como se muestra en el siguiente algoritmo:

$$M_p = \sum_{i=1}^n \frac{dy}{2} (P_i + P_{i+1}) \left(H - (i-1)dy - \frac{dy}{2} \right) \quad (2.63)$$

2.4.5 PRESION VERTICAL Y MOMENTO DE VOLTEO EN EL FONDO

En la **figura 2.7** se observa el esquema de obtención de la presión vertical y del momento de volteo producido por dicha presión. **dx** representa el incremento diferencial del ancho del tanque; $\delta_1, \delta_2 \dots \delta_n$ representan las alturas de ola generadas para cada **dx**; **P1, P2 ... Pn** representan las presiones verticales obtenidas con la ecuación (2.64)

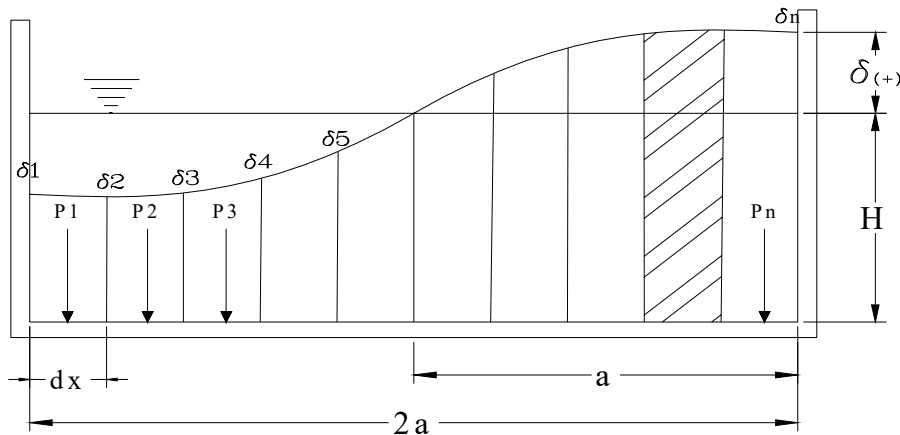


Figura 2.7 Obtención de la presión vertical y del momento de volteo en el fondo del tanque

Para el momento de volteo, generado por la presión vertical en la base del tanque (**Figura 2.7**), se hará el cálculo de las presiones en el fondo y su integración, haciendo uso del siguiente algoritmo:

$$Presión = \left(\frac{\delta(i+1) + \delta(i)}{2} + H \right) dx \rho g \quad (2.64)$$

$$Brazo = 2a - (i-1)dx + \frac{dx}{2} \quad (2.65)$$

$$M_F = \sum_{i=1}^n Area(i) brazo(i) \quad (2.66)$$

Si observamos la ecuación (2.64), en ella está definida la presión vertical actuante en la base del tanque. Dicha presión nos permite obtener las presiones de diseño que nos servirán para realizar el diseño de la cimentación de nuestro tanque.

La zona achurada representa el área para cada uno de los **dx**.

En la **figura 2.8** se observa el esquema para la obtención de la fuerza cortante total donde, **F_p(t,-a)** representa la fuerza cortante que resulta de integrar numéricamente la presión en la pared izquierda del tanque, **F_p(t,a)** representa la fuerza cortante que resulta de integrar numéricamente la presión en la pared derecha del tanque.

Los elementos mecánicos finales, o de diseño, en los espectros de respuesta estarán dados de la siguiente forma:

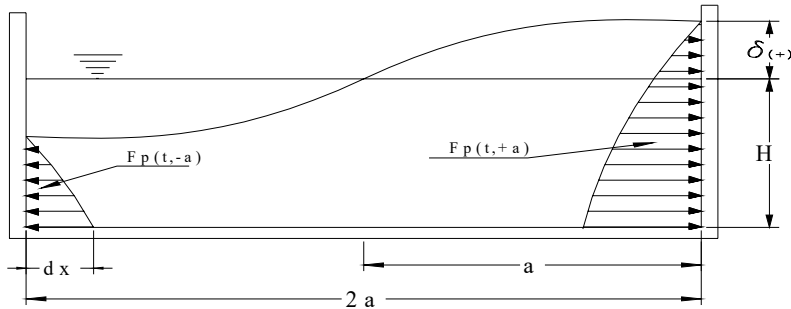


Figura 2.8 Esquema para la obtención de la fuerza cortante total

- 1) La fuerza cortante total (F_T), estará dada por la diferencia de cortantes en las paredes del tanque en un mismo tiempo, t :

$$F_T = F_p(t,-a) - F_p(t,a) \quad (2.67)$$

En la **figura 2.9** se observa el esquema para obtener el momento de volteo total donde, $M_p(t,-a)$ representa el momento producido por la presión en la pared izquierda del tanque, $M_p(t,a)$ representa el momento de volteo producido por la presión en la pared derecha del tanque, $M_f(t)$ representa el momento de volteo producido en el fondo debido a la presión vertical,

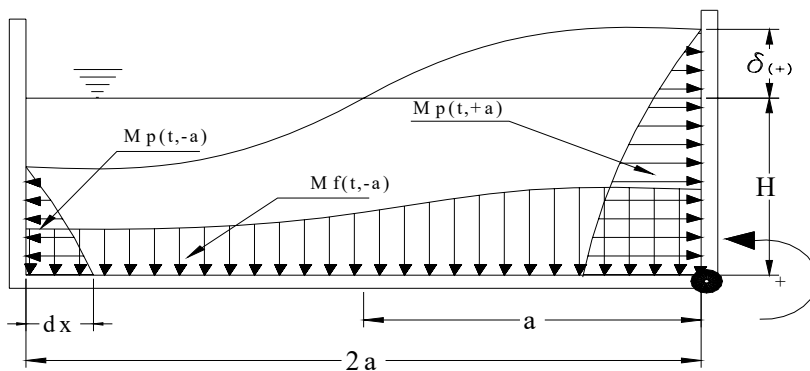


Figura 2.9 Esquema para la obtención del momento de volteo total.

- 2) El momento de volteo total (M_T), estará dado por la suma de momentos de volteo, en las paredes y el fondo, en cada tiempo t , tomando como referencia el punto

situado en la base de la pared derecha de l tanque y asignándole com o valor positivo de giro el sentido contrario a la s manecillas del reloj. Lo anterior queda de scrito por la siguiente expresión:

$$M_T = M_p(t, -a) + M_F(t) - M_p(t, a) \quad (2.68)$$

2.5 RESUMEN Y CONCLUSIONES

En la teoría lineal se m uestra el planteamiento matemático para un tanque rectangular con paredes rígidas y con la base anclada a la cimentación. En dicho tanque existen tres fronteras en el dominio del líquido, las cuales son las paredes rígidas, el fondo del tanque y la superficie media del líquido. Se supone que el líquido contenido en el tanque es irrotacional y se acepta la existencia de un potencial de velocidad.

El movimiento del líquido, en el dominio, esta gobernado por la ecuación de continuidad. El problema contempla dos condiciones: la condición cinemática y la condición dinámica. La condición cinemática es la responsable de la propagación del oleaje del líquido, la condición dinámica se obtiene de aplicar la ecuación de bernoulli en la superficie libre del líquido.

La solución del problema dinámico de un tanque rectangular sometido a una excitación en la base se descompone en dos soluciones: La primera solución satisface la versión homogénea del problema (solución en vibración libre) y la segunda debida a la solución particular de la versión no homogénea del problema (solución en vibración forzada).

En la teoría del potencial no es posible tomar en consideración la disipación de energía. Sin embargo, resultados experimentales en tanques para almacenamiento, con superficie libre, muestran claramente que existe un comportamiento amortiguado en la respuesta del líquido (Case y Parkinson, 1957).

Los códigos de diseño actuales para tanques cuadrados proponen un valor de amortiguamiento de $\xi = 0\%$ (API-650, 1980). Con el fin de tomar en cuenta el efecto de la disipación de energía, en este trabajo se incluyo un amortiguamiento de manera análoga al caso de la ecuación de movimiento de un oscilador con amortiguamiento viscoso de $\xi = 0.5\%$.

En el planteamiento matemático del método simplificado de análisis (solución casi-lineal) se parte de las ecuaciones obtenidas para la altura de ola y presiones en las paredes del tanque (ecuaciones [2.54] y [2.55], respectivamente) de la solución analítica lineal, pero como estas sólo son válidas dentro del dominio físico del líquido se procede a realizar una extrapolación de la presión producida en las paredes del tanque. Dichas ecuaciones de la solución lineal nos permiten definir la altura de ola y la configuración de presiones en la pared del tanque desde el fondo hasta la superficie media del líquido.

CAPÍTULO III SOLUCIÓN CASI-LINEAL

En la actualidad algunos códigos de diseño, como AWWA D100-88 y NENSEE-1986, especifican que para realizar el diseño de un tanque de almacenamiento se debe de realizar un análisis lineal, tomando sólo el modo fundamental de vibración y calcular el espesor de la pared del tanque considerando únicamente la presión hidrostática. Estudios anteriores (Heredia y Hernández; 2001 y 2002) recomiendan considerar las presiones hidrodinámicas para realizar el diseño del espesor de las paredes del tanque y además, incluir la contribución de los modos superiores de vibrar en la respuesta, ya que se ha demostrado que el incremento en los elementos mecánicos puede ser considerable.

Una forma más exacta de obtener la respuesta de un tanque de almacenamiento, es realizando un análisis no-lineal. La no-linealidad está dada por el movimiento de la superficie libre y por los términos de orden superior que se encuentran en las ecuaciones que gobiernan el movimiento del líquido.

La principal ventaja de obtener los elementos mecánicos de diseño utilizando la solución no-lineal, es que dicha solución representa los elementos mecánicos de diseño “reales”, ya que se incluyen los términos de orden superior; y en efectos de resonancia los elementos mecánicos no tienden a hacerse infinitamente grandes, como es el caso de la solución lineal.

El llevar a cabo un análisis no-lineal tiene la desventaja que los métodos numéricos de solución requieren un mallado denso, (entre más refinada sea la malla, más exactos serán los resultados de dicha solución), lo que lleva a solucionar sistemas de ecuaciones relativamente grandes y por consecuencia el tiempo de cómputo empleado para realizar los diferentes análisis puede ser alto, lo que hace impráctica dicha solución.

Otro factor importante, es la inestabilidad numérica que se puede presentar al realizar un análisis no-lineal. Por lo general, esto es debido a que pueden presentarse errores de redondeo o que el sistema de ecuaciones generado pueda no tener una solución numérica única.

La solución casi-lineal tiene la ventaja de que como se parte de las ecuaciones analíticas de la solución lineal, el tiempo de cómputo es mínimo, lo que hace que el proceso de análisis sea mucho más rápido y práctico, además de que no se tienen los problemas de inestabilidad numérica que se presentan en la solución no-lineal.

3.1 COMPARACIÓN ENTRE LA SOLUCIÓN NO-LINEAL Y CASI-LINEAL

Se considera un tanque rectangular de altura, $H=3\text{m}$ y un ancho, $a=3\text{m}$ (Figura 3.1) cuyas primeras diez frecuencias de vibrar, w , se muestran en la tabla 3.1. Para ambas soluciones se considero un valor de amortiguamiento crítico del líquido contenido en el tanque de 0.5%.

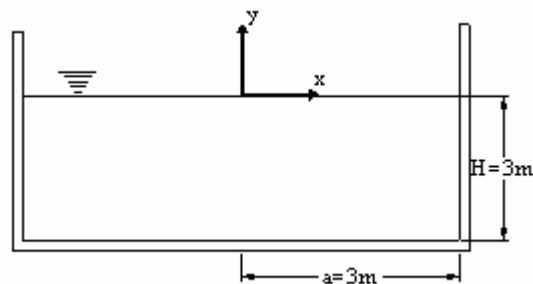


Figura 3.1 Tanque en estudio

Tabla 3.1 Frecuencias de vibrar de la superficie libre del tanque

Modo	Frecuencia, w (rad/s)
1	2.1705
2	3.9252
3	4.2278
4	5.9963
5	6.7992
6	7.5168
7	8.1716
8	8.7777
9	9.3445
10	9.8789

3.1.1 EXCITACIÓN EN LA BASE

Para validar la solución casi-lineal, se emplearán cuatro tipos de excitaciones en la base del tanque. Primeramente se considera una excitación del tipo:

$$F(t) = A_{x\max} \text{Sen}(wt)$$

donde: $A_{x\max}$ es la aceleración máxima del terreno, m/s^2
 w es la frecuencia de la excitación, rad/s
 t es el tiempo, s

tomando los valores de $A_{x\max}=1.2 \text{ m/s}^2$ y $w = 5.0611 \text{ rad}$, de modo que la frecuencia de la excitación sea lejana de la frecuencia del modo fundamental de vibración, tendremos que:

$$F(t) = 1.2\text{Sen}(5.0611t) \quad (3.1)$$

En la **figura 3.2** se muestra la historia en el tiempo de la ecuación (3.1) donde en las ordenadas se encuentra el tiempo, t y en las abscisas su aceleración en m/s^2 .

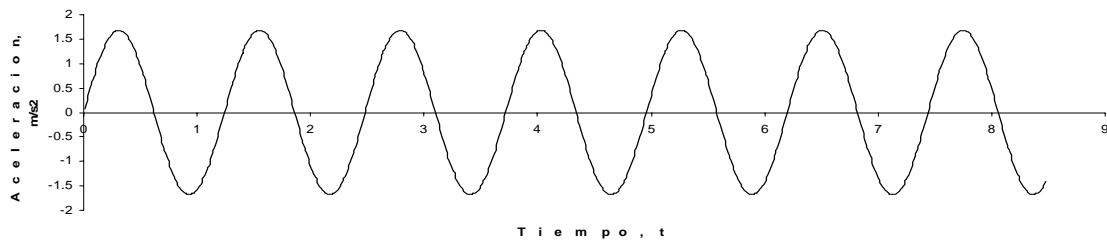


Figura3.2 Historia en el tiempo para la ecuación 3.1

Para verificar el comportamiento de ambas soluciones bajo el efecto de resonancia, se utilizará la siguiente excitación:

tomando los valores de $A_{x\max}=0.3 \text{ m/s}^2$ y $w = 2.1805 \text{ rad}$., tendremos que:

$$F(t) = 0.3\text{Sen}(2.1805t) \quad (3.2)$$

En la **Tabla 3.1** se observa que la frecuencia de 1 primer modo de vibración es $w=2.1705 \text{ rad/s}$ y la frecuencia de la excitación es $w=2.1805 \text{ rad/s}$. Como la frecuencia de la excitación es muy cercana a la frecuencia del modo fundamental de vibración del líquido, esto favorece la presencia de dicho fenómeno.

En la **figura 3.3** se muestra la historia en el tiempo de la ecuación (3.2), donde en las ordenadas se encuentra el tiempo, **t** y en las abscisas su aceleración respectiva.

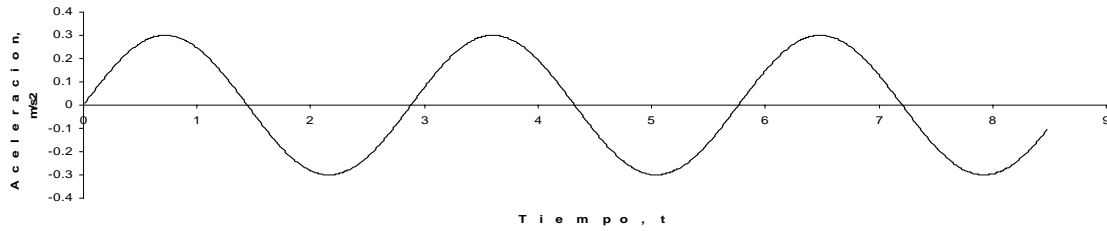


Figura 3.3 Historia en el tiempo para la ecuación 3.2

El reglamento de construcción del Distrito Federal (RCDF/2004), en sus Normas Técnicas, recomienda utilizar para suelos blandos, la excitación siguiente:

$$F(t) = A_{x \max} \text{Seno} \left(\frac{2\pi t}{T_s} \right) \text{Seno} \left(\frac{2\pi t}{5T_s} \right)$$

donde: $A_{x \max}$ es la aceleración máxima del terreno, m/s^2

t es el tiempo, s

T_s es el periodo, s

Tomando:

$$A_{x \max} = 0.7 \text{ m/s}^2 \text{ y } T_s = 2 \text{ s}$$

$$F(t) = 0.7 \text{ Seno} \left(\frac{2\pi t}{2} \right) \text{ Seno} \left(\frac{2\pi t}{5(2)} \right) \quad (3.3)$$

Cuya gráfica se muestra en la **figura 3.4**.

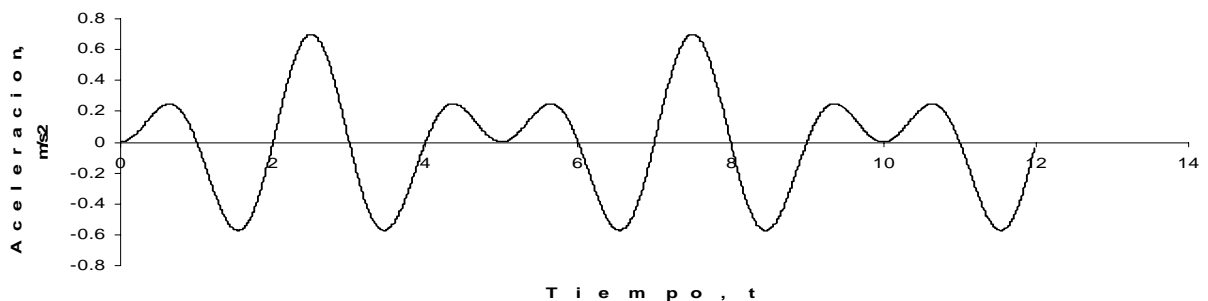


Figura 3.4 Historia en el tiempo para la ecuación 3.3

Para tomar en cuenta una excitación sísmica en la base del tanque, se tomó el registro sísmico de Tacubaya (19/Sep/1985), cuya gráfica se muestra en la **figura 3.5**

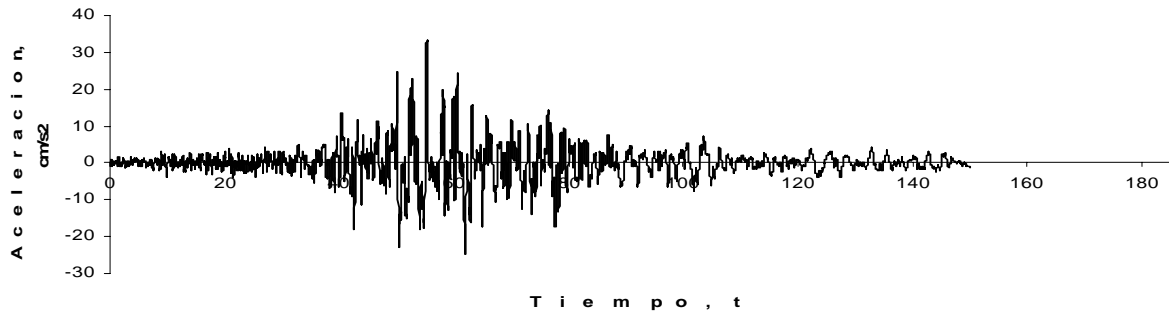


Figura 3.5 Historia en el tiempo del registro Tacubaya

3.1.2 SOLUCIÓN EMPLEADA

Se utilizó la solución no-lineal desarrollada por A. Hernández y H. Hernández (2002), realizándole las modificaciones siguientes:

- 1) Se le incluyó un amortiguamiento del líquido de $\xi_n=0.5\%$.
- 2) Se eliminó el término correspondiente al movimiento de cuerpo rígido, ya que la forma correcta de realizar dicho análisis es tomando el oleaje relativo.
- 3) Se corrigió la subrutina para la obtención de los momentos de volteo en las paredes.

Para la solución no-lineal se utilizaron mallas de 40x21, 60x31 y 80x41. Se emplearon mallas diferentes, debido a que por las características de las excitaciones sísmicas se presentaban problemas de inestabilidad numérica.

Para la solución casi-lineal se realizó la programación de las ecuaciones obtenidas en el capítulo II, las cuales corresponden al método simplificado de análisis propuesto en este trabajo.

En la solución casi-lineal se tomó solamente la contribución del modo fundamental de vibración de la superficie libre, ya que en los códigos de diseño es como se propone actualmente.

Los elementos mecánicos mostrados en los resultados son los correspondientes a los valores de fuerza cortante y momento de volteo generados en la pared izquierda del tanque, tanto para la solución no-lineal como la casi-lineal.

3.1.3 RESULTADOS

En las **figuras 3.6, 3.7 y 3.8** se observan las respuestas en el tiempo de los elementos mecánicos producidos al aplicar como aceleración en la base la ecuación 3.1. Se observa que la máxima respuesta para la altura de ola es de 0.930 m para la solución no-lineal y de 0.836 m para la solución casi-lineal, lo que representa un incremento del 10.1%. La respuesta máxima para la fuerza cortante es de 5.557 t/m para la solución no-lineal y de 5.388 t/m para la solución casi-lineal de lo que se obtiene un incremento del 3.0%. Los elementos mecánicos máximos para el momento de volteo son de 5.912 t.m/m para la solución no-lineal y de 5.691 t.m/m , obteniendo así un incremento de 3.7%.

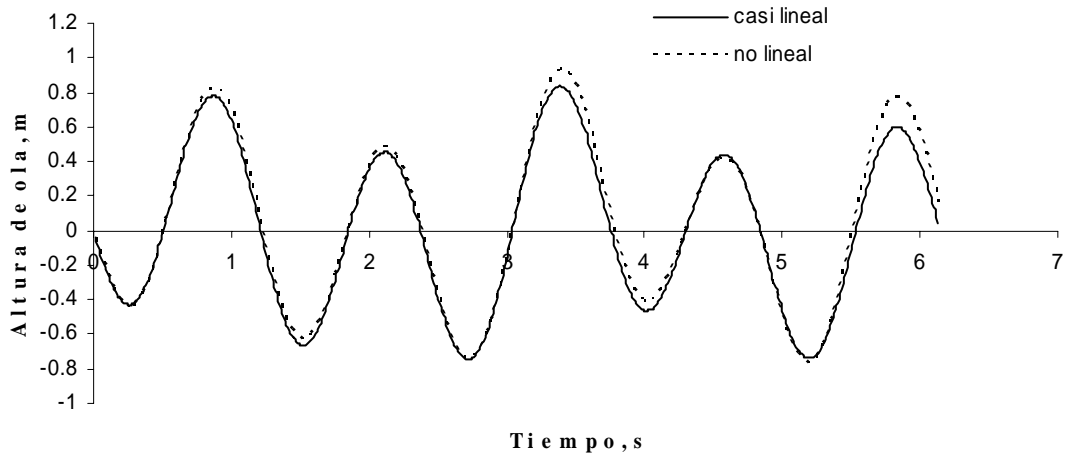


Fig. 3.6 Historia de Altura de Ola

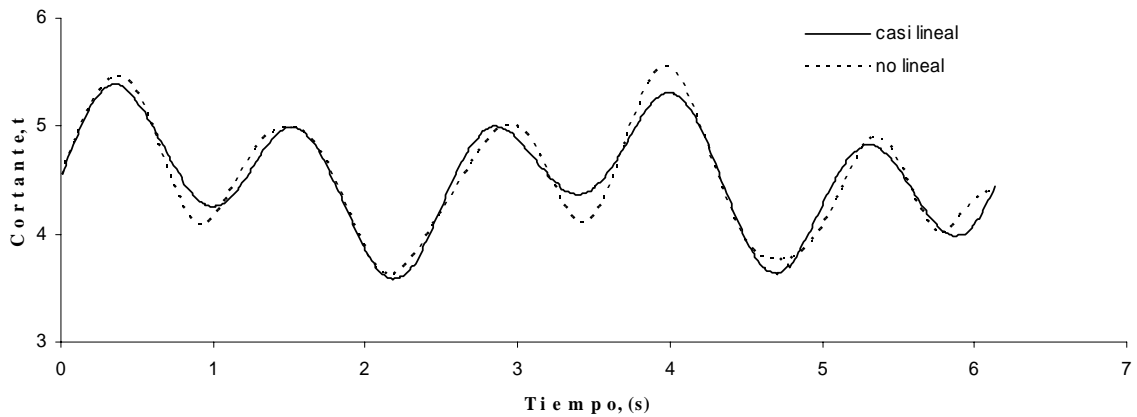


Fig. 3.7 Historia de Cortante

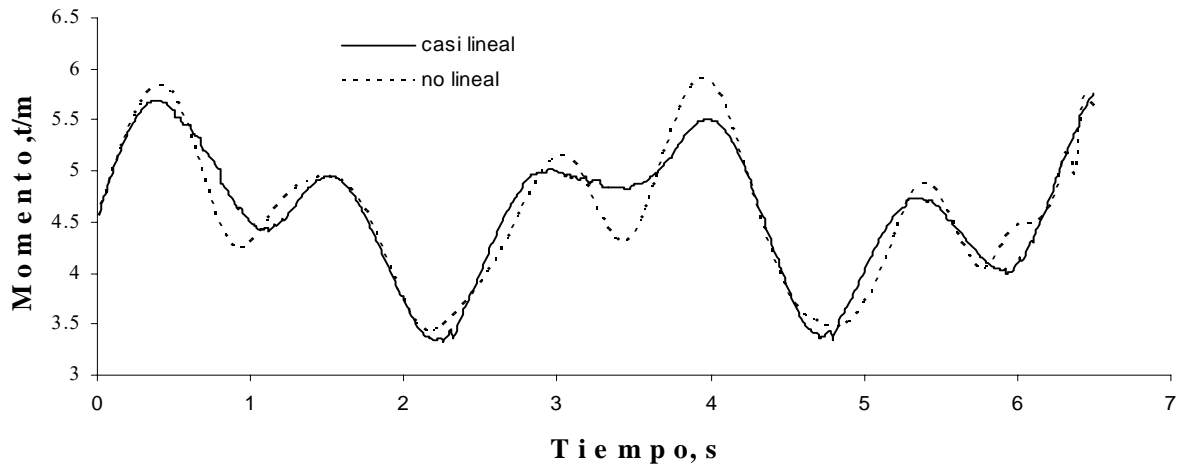


Fig. 3.8 Historia de Momentos

En las **figuras 3.9, 3.10 y 3.11** se observan las respuestas en el tiempo de los elementos mecánicos producidos al aplicar como aceleración en la base la ecuación 3.2. Se observa que la máxima respuesta para la altura de ola es de 0.700 m para la solución no-lineal y de 0.602 m para la solución casi-lineal, lo que representa un incremento del 14.0%. La fuerza cortante máxima es de 5.430 t/m para la solución no-lineal y de 5.597 t/m para la solución casi-lineal de lo que se obtiene un incremento del 3.0%. Los elementos mecánicos máximos para el momento de volteo son de 6.338 t.m /m para la solución no-lineal y de 6.557 t.m/m, obteniendo así un incremento del 3.3%.

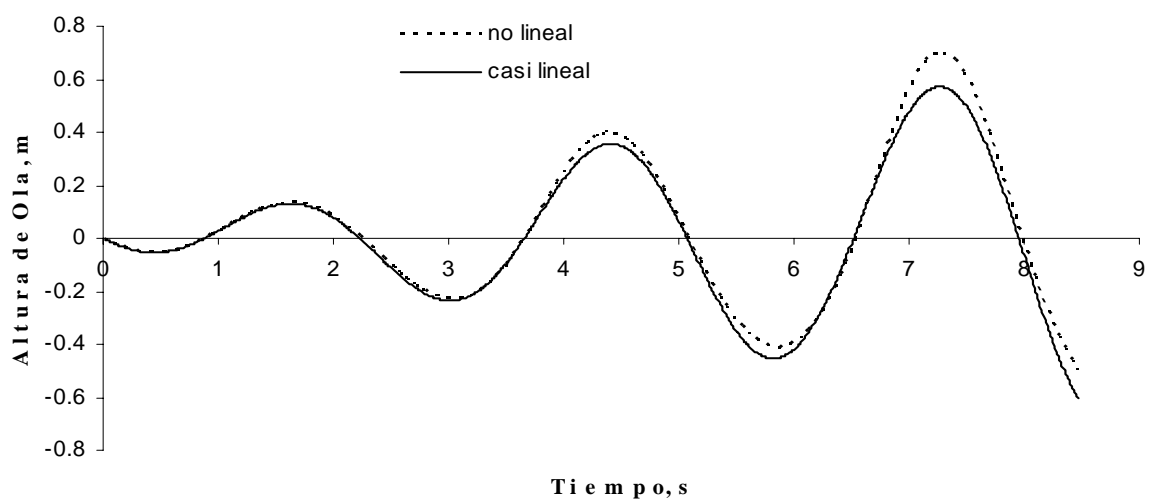


Fig. 3.9 Historia de Altura de Ola

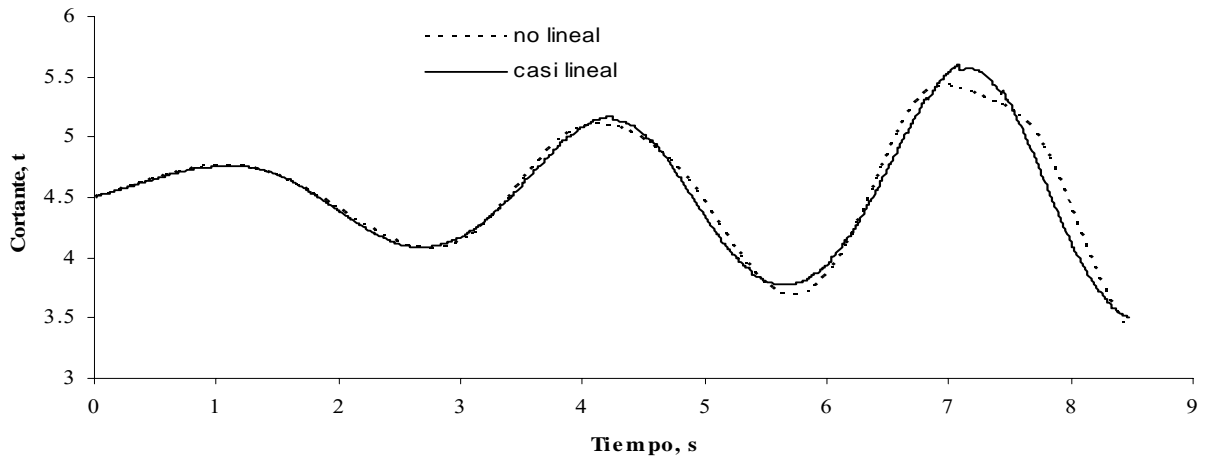


Fig. 3.10 Historia de Cortante

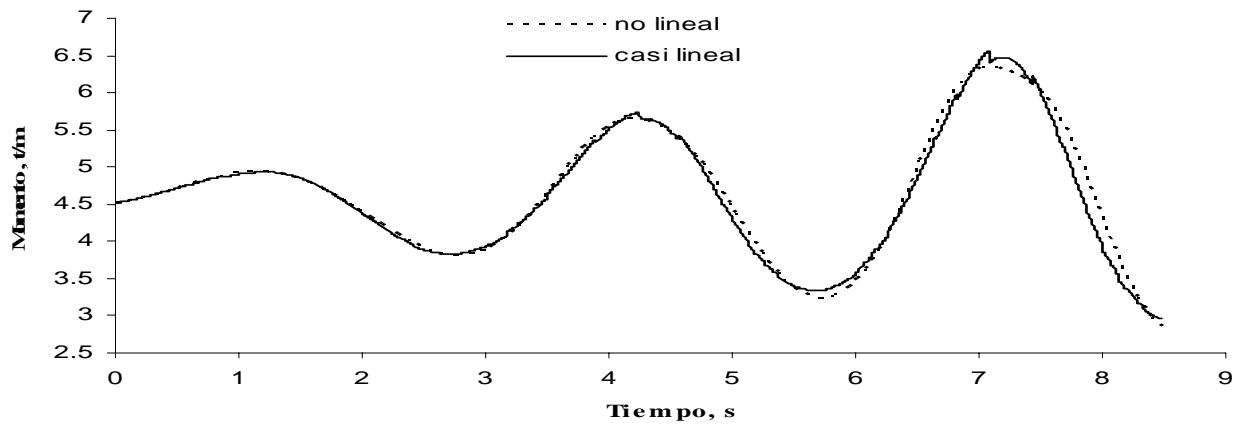


Fig. 3.11 Historia de Momentos

En las **figuras 3.12, 3.13 y 3.14** se observan las respuestas en el tiempo de los elementos mecánicos que resultan de aplicar la ecuación 3.3 con o aceleración en la base del tanque. Se observa que la máxima respuesta para la altura de ola es de 0.687 m para la solución no-lineal y de 0.640 m para la solución casi-lineal, lo que nos da un incremento del 6.8%. La respuesta máxima para la fuerza cortante es de 5.169 t/m para la solución no-lineal y de 5.193 t/m para la solución casi-lineal de lo que se obtiene un incremento del 0.5%. Los elementos mecánicos máximos para el momento de volteo son de 5.757 t.m /m para la solución no-lineal y de 5.913 t.m /m , obteniendo así un incremento de 2.6%.

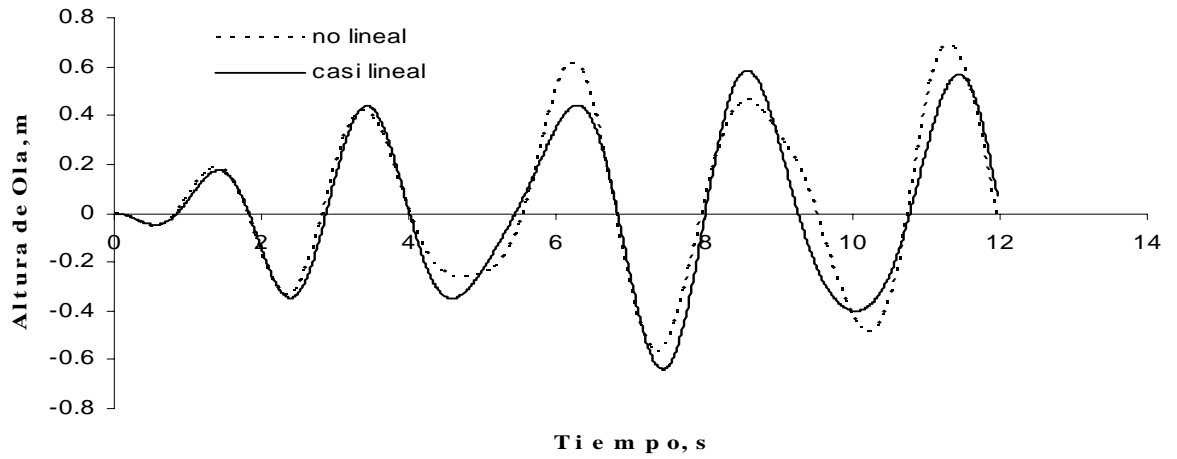


Fig. 3.12 Historia de Altura de Ola

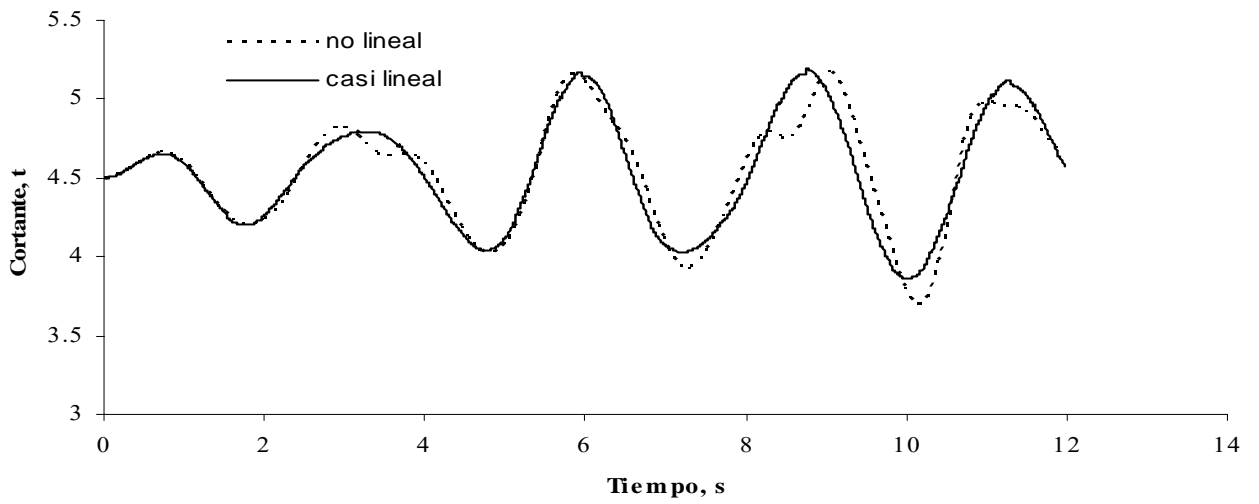


Fig. 3.13 Historia de Cortante

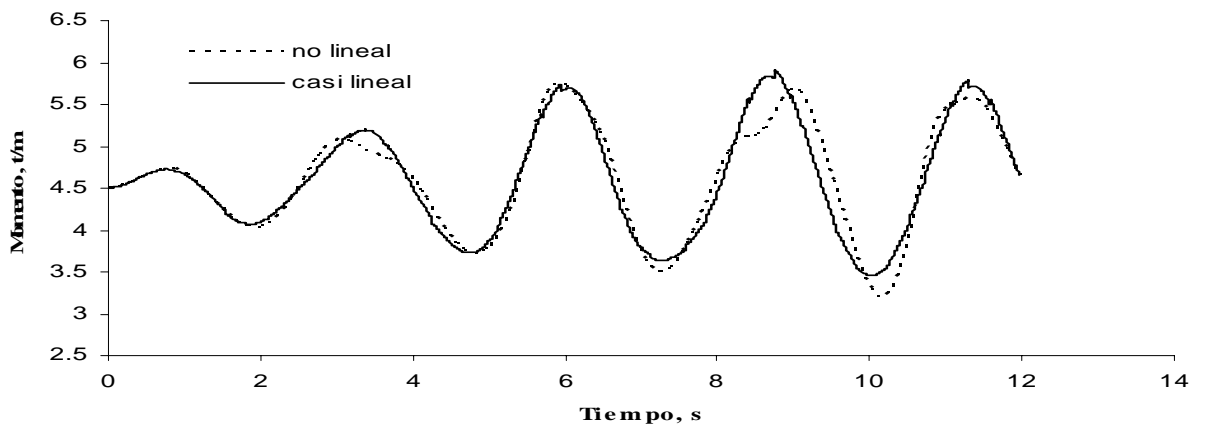


Fig. 3.14 Historia de Momentos

En las **figuras 3.15, 3.16 y 3.17** se observan las respuestas en el tiempo de los elementos mecánicos producidos al aplicar como aceleración en la base el registro sísmico obtenido en la estación de Tacubaya. Se observa que la máxima respuesta para la altura de ola es de 0.360 m para la solución no-lineal y de 0.307 m para la solución casi-lineal, lo que representa un incremento del 14.8%. La respuesta máxima para la fuerza cortante es de 5.073 t/m para la solución no-lineal y de 5.042 t/m para la solución casi-lineal, de lo que se obtiene un incremento del 0.6%. Los elementos mecánicos máximos para el momento de volteo son de 5.574 t.m/m para la solución no-lineal y de 5.493 t.m/m, obteniendo así un incremento de 1.4%.

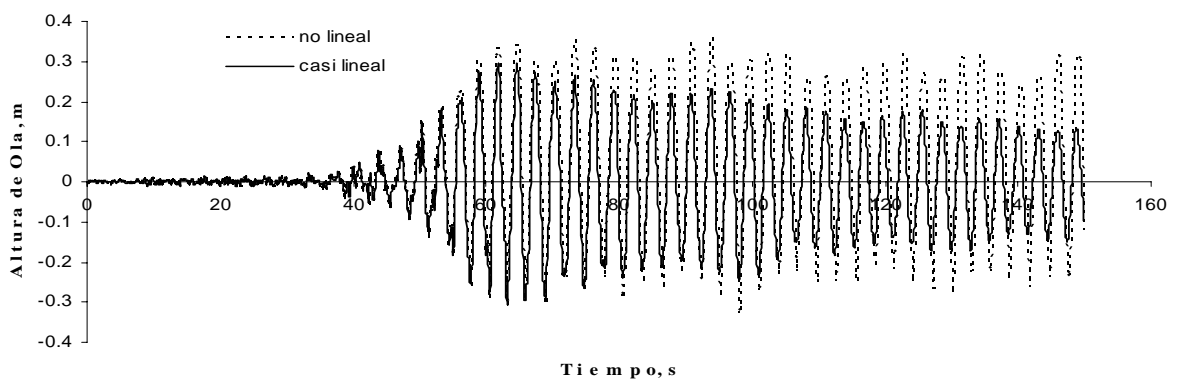


Fig. 3.15 Historia de Altura de Ola

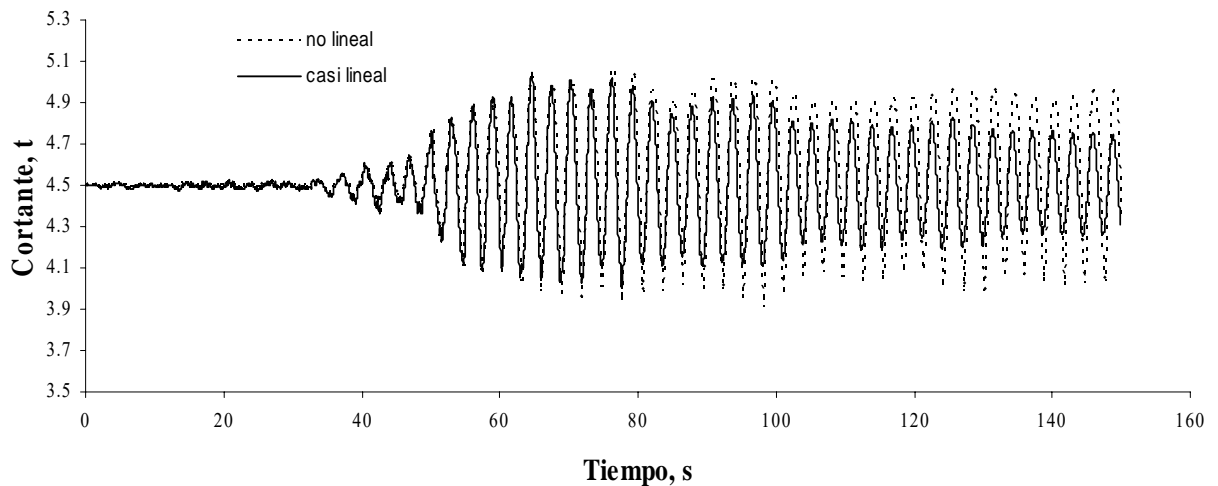


Fig. 3.16 Historia de Cortante

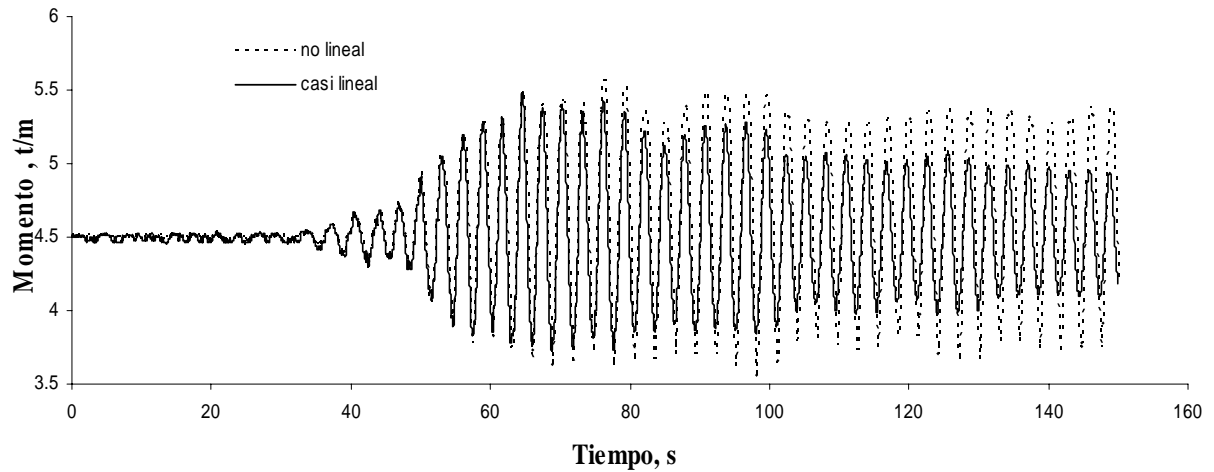


Fig. 3.17 Historia de Momentos

Al observar los resultados de la **tabla 3.2** podemos ver que la solución casi-lineal predice adecuadamente la fuerza cortante y los momentos de volteo obtenidos al realizar un análisis no-lineal. Para las alturas de ola obtenidas en ambas soluciones, podemos observar que aunque las diferencias entre ellas podrían ser considerables, cercanas al 15% para las excitaciones 2 y 4, esto no genera un incremento significativo en la fuerza cortante y momento de volteo. Por ejemplo, las diferencias máximas para la ecuación **3.1** son, para la fuerza cortante en las paredes 3% y para el momento de volteo 3.7%. Para la ecuación **3.2** tenemos que para la fuerza cortante es de 3% y el momento de volteo de 3.3%, la ecuación **3.3** arroja un 0.5% para cortante y 2.6% para momento de volteo y finalmente para el registro de Tacubaya tenemos 0.6% para cortante y 1.4% para momento de volteo.

Tabla 3.2 Elementos mecánicos máximos para la solución no-lineal y casi-lineal

	Altura de Ola, m			Fuerza Cortante, t/m			Momento de Volteo, t.m/m		
	no-lineal	casi-lineal	Inc. %	no-lineal	casi-lineal	Inc. %	no-lineal	casi-lineal	Inc. %
ec. 3.1	0.836	0.930	10.1	5.557	5.388	3.0	5.912	5.691	3.7
ec. 3.2	0.700	0.602	14.0	5.430	5.597	3.0	6.338	6.557	3.3
ec. 3.3	0.687	0.640	6.8	5.169	5.193	0.5	5.757	5.913	2.6
Tacubaya	0.360	0.307	14.8	5.073	5.042	0.6	5.574	5.493	1.4

De lo anterior podemos concluir, que si no importan las características de la excitación sísmica, ambas soluciones se mantienen en un intervalo estable en cuanto a las diferencias en los elementos mecánicos. Dichas diferencias, fuerza cortante y momento de volteo, se antojan lógicas debido a que las alturas de ola predichas no son las mismas.

3.2 COMPARACIÓN ENTRE LA SOLUCIÓN LINEAL Y NO-LINEAL

Para realizar la comparación entre la solución no-lineal y lineal se utilizarán las excitaciones descritas anteriormente, esto con la finalidad de comprobar las diferencias en los elementos mecánicos máximos obtenidos en ambas soluciones y justificar el por qué es necesario realizar un análisis no-lineal.

Para la obtención de los elementos mecánicos máximos en la solución lineal sólo se consideró el modo fundamental de vibración, ya que es como actualmente se especifica en los códigos de diseño.

Tabla 3.3 Elementos mecánicos máximos para la solución no-lineal y lineal

	Altura de Ola, m			Fuerza Cortante, t/m			Momento de Volteo, t.m/m		
	no-lineal	lineal	Inc. %	no-lineal	lineal	Inc. %	no-lineal	lineal	Inc. %
Exc. 1	0.836	0.705	15.7	5.557	5.405	2.7	5.912	5.716	3.3
Exc. 2	0.700	0.570	18.6	5.430	5.497	-1.2	6.338	6.250	1.4
Exc. 3	0.687	0.494	28.1	5.169	5.127	0.8	5.757	5.648	1.9
Tacubaya	0.360	0.294	18.4	5.073	5.002	1.4	5.574	5.374	3.6

Como podemos observar en la **tabla 3.3** los incrementos obtenidos para la altura de ola son considerables, que van desde el 15.7 % para la ecuación **3.1** y del 28.1% para la ecuación **3.3**. Sin embargo, los incrementos para la fuerza cortante y momento de volteo en las paredes no representan una gran diferencia, ya que el incremento máximo para la fuerza cortante es de 2.7% para la ecuación **3.1** y del 3.6 % para momento de volteo con la excitación sísmica Tacubaya.

A simple vista, estos resultados nos dicen que no sería necesario realizar un análisis no-lineal para obtener los elementos mecánicos de diseño y que bastaría con realizar un análisis lineal. No obstante, estas diferencias mínimas se deben a que el oleaje generado en las paredes es pequeño.

3.3 COMPARACIÓN ENTRE LA SOLUCIÓN LINEAL Y CASI-LINEAL

Ya teniendo demostrado que los elementos mecánicos máximos obtenidos con la solución casi-lineal son aproximados a los obtenidos con solución no-lineal, se optó por realizar la comparación entre la solución casi-lineal y lineal.

Para dicha comparación se utilizaron registros sísmicos del DF, obtenidos en las siguientes estaciones: Secretaria de Comunicaciones y Transportes (sct) en al dirección este-oeste, Central de Abastos (ca) en al dirección este-oeste, Central de abastos (frigorífico) en la dirección N90E y Ciudad Universitaria (cu) en la dirección este-oeste, obteniendo los siguientes resultados mostrados en las **tablas 3.4 y 3.5**:

Tabla 3.4 Elementos mecánicos máximos para la solución casi-lineal (10 modos) y lineal (1 modo).

	Altura de Ola, m			Fuerza Cortante, t			Momento de Volteo, t.m		
	casi-lineal	lineal	Inc. %	casi-lineal	lineal	Inc. %	casi-lineal	lineal	Inc. %
sct	2.414	2.377	1.5	8.513	7.348	13.7	11.986	9.818	18.1
ca	1.108	1.076	2.9	6.962	6.658	4.4	9.206	8.246	10.4
cu	0.299	0.271	9.4	4.825	4.819	0.1	5.076	5.027	1.0
frigorífico	1.896	1.897	-0.1	8.660	7.888	8.9	13.047	10.257	21.4

Tabla 3.5 Elementos mecánicos máximos para la solución casi-lineal (10 modos) y lineal (10 modos).

	Altura de Ola, m			Fuerza Cortante, t			Momento de Volteo, t.m		
	casi-lineal	lineal	Inc. %	casi-lineal	lineal	Inc. %	casi-lineal	lineal	Inc. %
sct	2.414	2.414	0.0	8.513	7.352	13.6	11.986	9.850	17.8
ca	1.108	1.108	0.0	6.962	6.662	4.3	9.206	8.302	9.8
cu	0.299	0.299	0.0	4.825	4.822	0.1	5.076	5.035	0.8
frigorífico	1.896	1.896	0.0	8.660	7.890	8.9	13.047	10.264	21.3

En las tablas anteriores se muestran los resultados para los elementos mecánicos obtenidos con la solución lineal y casi-lineal para los registros sísmicos mencionados anteriormente. Se presentan resultados para la solución lineal tomando sólo el modo fundamental de vibración (**tabla 3.4**) y con la contribución de los 10 primeros modos de vibración (**tabla 3.5**), de donde podemos mencionar lo siguiente:

Primeramente podemos observar que las alturas de ola máximas obtenidas son mucho mayores a las que se generaron con las excitaciones sísmicas presentadas anteriormente, ya que para el registro sísmico de sct se presentó una altura de ola máxima de 2.414 m. Podemos observar que para los registros sísmicos, sct y frigorífico, los incrementos en las fuerza cortante son de 13.7% y 8.9%, respectivamente. Los incrementos para el momento de volteo son del orden de 18.1% para sct y de 21.4% para frigorífico. Estos incrementos son debidos a que, al aumentar la altura de ola se deben de incrementar las fuerzas cortantes y sobre todo, los momentos de volteo en las paredes, debido al incremento en los brazos de palanca.

Otro punto que se debe de tomar en cuenta es que no necesariamente cuando se presenta la altura de ola máxima se deben de presentar los máximos para la fuerza cortante y los momentos de volteo. Por ejemplo, para el registro sísmico sct, se presenta una altura de ola máxima de 2.414 m y para frigorífico de 1.896 m, sin embargo, las fuerzas cortantes y los momentos de volteo mayores se dan para la altura de ola de menor magnitud.

Si comparamos las tablas anteriores, podemos observar que el incremento en los elementos mecánicos debidos a la contribución de los modos superiores de vibrar de la superficie libre es mínimo, esto es lógico al observar la **figura 3.18** donde se muestra el espectro de respuesta de la altura de ola para el registro sísmico de la central de abastos (ca), teniendo en las abscisas el semiancho y en las ordenadas el valor de la altura de ola, como el tanque tiene semiancho $a=3$ m, observamos que para semianchos aproximadamente menores a 7 m, la contribución de los modos superiores en la respuesta prácticamente es nula.

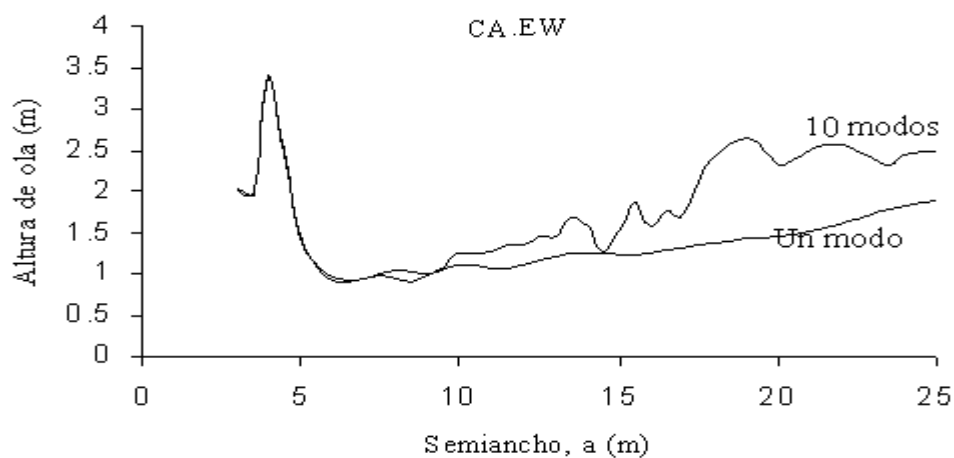


Figura. 3.18 Espectro de respuesta de altura de ola máxima (Central de Abastos)

En las **figuras 4.19 y 4.20** se muestra la configuración del oleaje para la solución lineal, que sería la misma que para la solución casi-lineal (se parte de las ecuaciones analíticas de la solución lineal), en diferentes tiempos para el registro de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes.

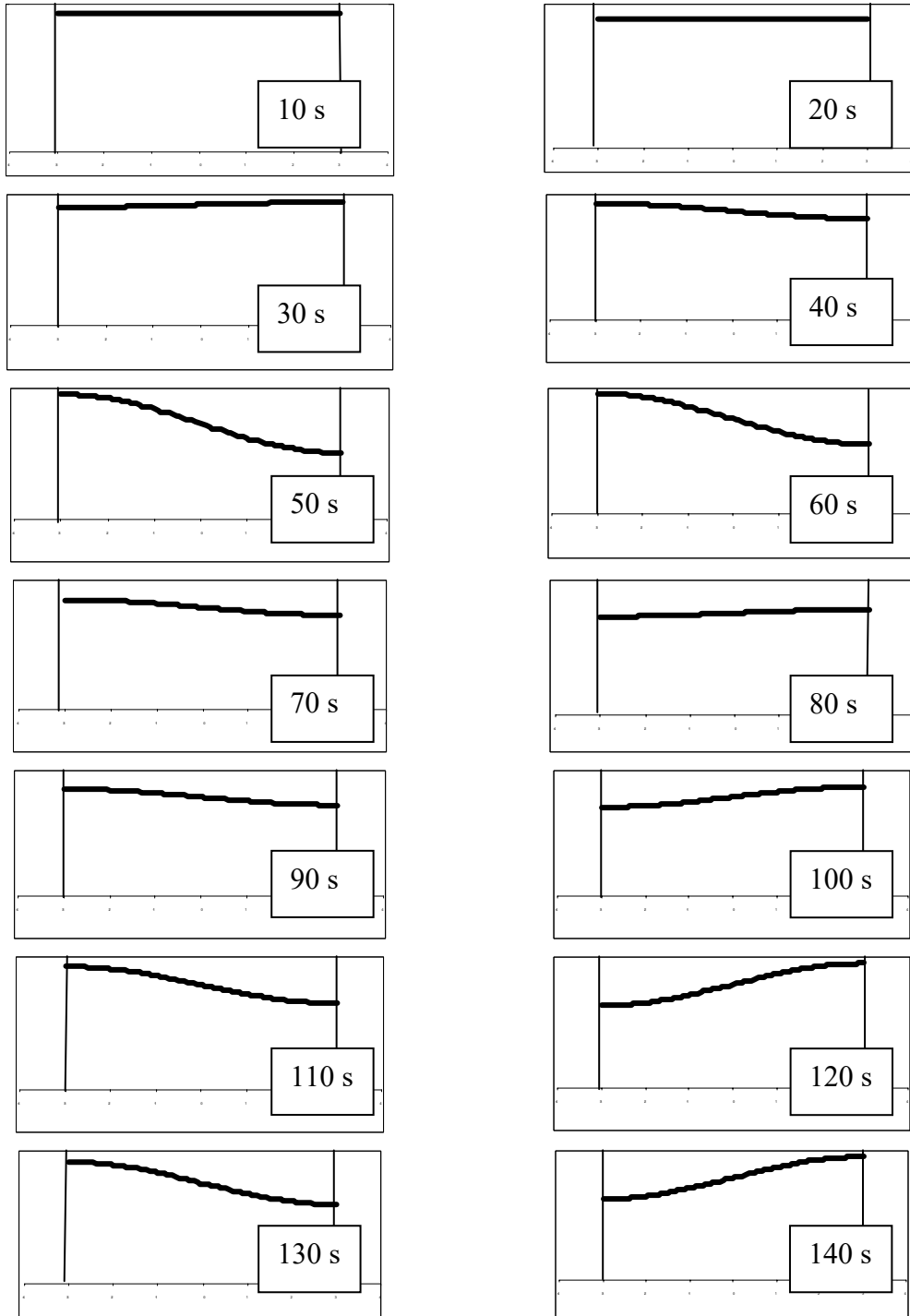


Figura 4.19 Configuración de la superficie libre del líquido para un tanque de $H=3\text{m}$ y

$$2a = 6$$

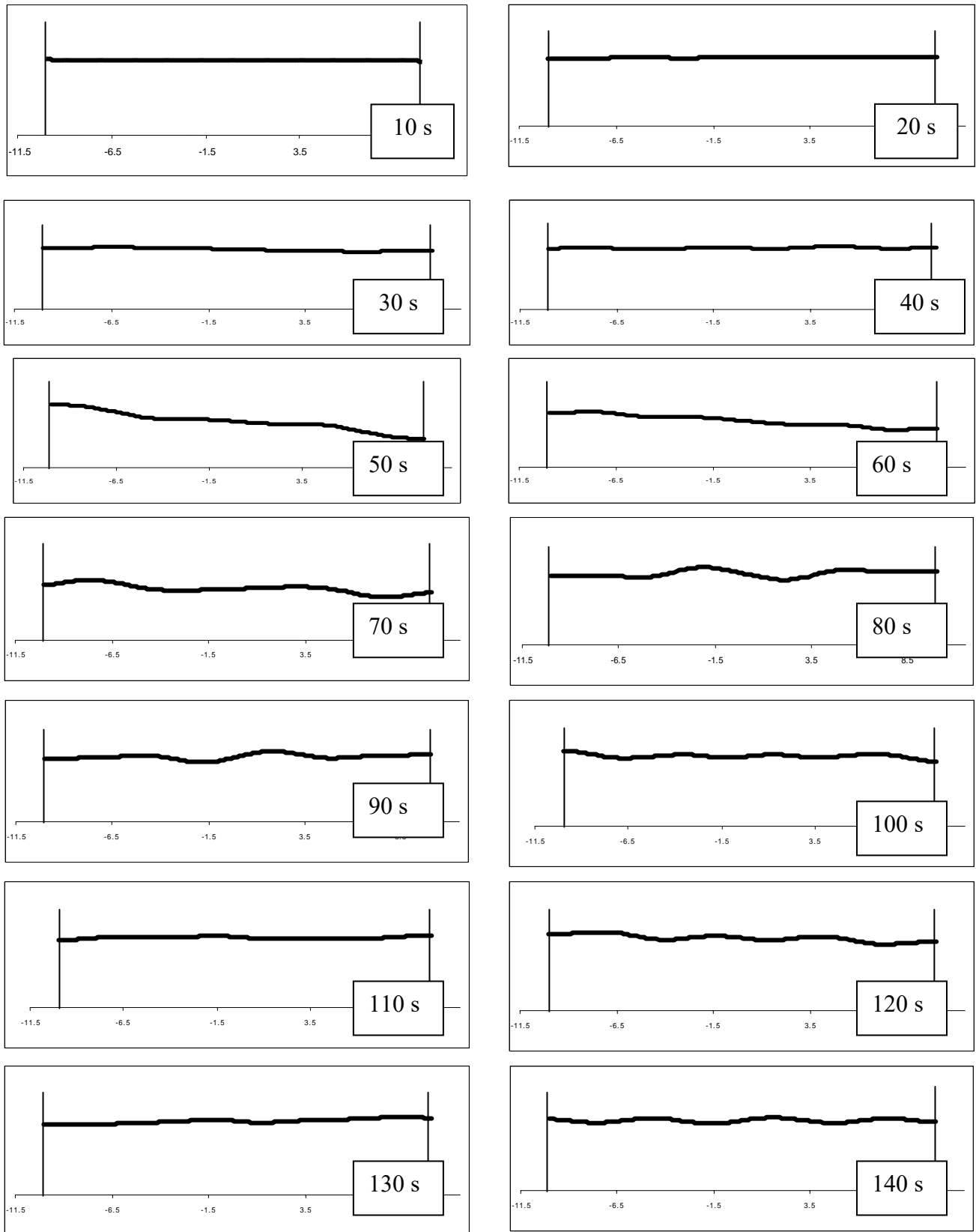


Figura 4.20 Configuración de la superficie libre del líquido para un tanque de $H=5\text{m}$ y

$$2a = 20$$

3.4 RESUMEN Y CONCLUSIONES

Como habíamos mencionado, en la actualidad algunos códigos de diseño, como AWWA D100-88 y NENSEE-1986, especifican que para realizar el diseño de un tanque de almacenamiento se debe de realizar un análisis lineal, tomando sólo el modo fundamental de vibración y calcular el espesor de la pared del tanque considerando únicamente la presión hidrostática. Sin embargo, el problema muestra un comportamiento hidrodinámico no-lineal, el cual está dado por el movimiento de la superficie libre y por los términos de orden superior que se encuentran en las ecuaciones que gobiernan el movimiento del líquido.

La forma más exacta de obtener la respuesta de un tanque de almacenamiento, es realizando un análisis no-lineal, ya que dicha solución está representada por las ecuaciones cerradas o solución exacta, ya que en ella se incluyen los términos de orden superior que son ignorados en la solución lineal.

En la solución no-lineal existen ciertas desventajas importantes que hacen impracticable dicha solución. Como sabemos la solución no-lineal por lo general está plantada en diferencia finitas, dichos métodos requieren un mallado denso, lo que lleva a solucionar sistemas de ecuaciones relativamente grandes, otro factor es la inestabilidad numérica que se presenta, ya que cierto problema no puede tener solución con una malla específica.

El método simplificado de análisis propuesto (solución casi-lineal) resulta ser adecuado para la obtención de los elementos mecánicos máximos producidos por movimientos sísmicos en un tanque de almacenamiento de líquidos. La solución propuesta resulta mucha más rápida y práctica en cuanto a los tiempos de cómputo requeridos para realizar el análisis, ya que la solución no-lineal requiere días completos de proceso, mientras que la solución casi-lineal requiere solo minutos. Además, que los elementos mecánicos obtenidos tienen una aproximación adecuada a los obtenidos con la solución no-lineal, cuya diferencia máxima representa el 3.0% para fuerza cortante y de 3.7% para momento de volteo.

La rapidez con que se obtienen los resultados con la solución casi-lineal nos permitirá procesar una gran cantidad de registros sísmicos, con lo cual se podrán generar espectros de respuesta y de diseño que se traduzcan en ayudas prácticas de análisis y diseño que faciliten el diseño racional de este tipo de estructuras.

Como sabemos, en la actualidad no existe software computacional que permita realizar un análisis dinámico de tanques, ya que por lo general están limitados a análisis que sólo contemplan la presión hidrostática.

De la comparación entre la solución casi-lineal y lineal, podemos ver la importancia de considerar o no los efectos hidrodinámicos no lineales para obtener los elementos mecánicos, que en la solución casi-lineal están representados por los elementos mecánicos generados por el oleaje producido en la superficie libre, ya que puede haber incrementos de alrededor del 10% para fuerza cortante y del 20% para momentos de volteo con respecto a los obtenidos en un análisis hidrodinámico lineal.

La importancia de considerar la contribución de los modos superiores de vibrar en la respuesta se observa en la **figura 3.18**, donde se muestra el espectro de respuesta de altura de ola para el registro sísmico de la central de abastos, ya que vemos que para tanques con semianchos mayores a los 7 metros la contribución de los modos superiores llega a ser considerable, por ejemplo para un tanque con un semiancho de 19 metros la altura de ola para un sólo modo sería de aproximadamente de 1.4 metros, mientras para 10 modos la altura de ola sería de aproximadamente 2.7 metros, lo cual representa un incremento respecto al máximo del 48.15% para ese registro sísmico.

CAPÍTULO IV ESPECTROS DE RESPUESTA EN SUELOS DEL DISTRITO FEDERAL

Empleando el método simplificado de análisis propuesto en el capítulo II (solución casi-lineal) se obtuvieron los espectros de respuesta para registros sísmicos del 19 de Septiembre de 1985 y del 30 de septiembre de 1999 en las estaciones de Ciudad Universitaria, Secretaria de Comunicaciones y Transportes, Central de Abastos, Viveros y Tacubaya, para los cuales se cuenta con los registros en las componentes este-oeste y norte-sur. Para los registros sísmicos de Mesa Vibradora, Central de Abastos “Frigorífico”, Edificio Jalapa “Azotea” se cuenta sólo con una dirección de ocurrencia que es S90W, N90E y S15E, respectivamente.

La totalidad de los registros sísmicos empleados se muestran en la **tabla 4.1** donde se incluyen los datos de nombre del registro, aceleración máxima presentada, dirección de ocurrencia del sismo, clave de identificación y finalmente la fecha de ocurrencia.

Tabla 4.1 Registros sísmicos empleados

Nombre del Registro	Aceleración Máxima (m/s ²)	Direc.	CLAVE	Fecha
Mesa Vibradora	0.380	S 90 W	mesa	19-Sep-85
Central de Abastos “frigorífico”	1.170	N 90 E	fri	19-Sep-85
Edificio Jalapa Base	2.600	S 15 E	jal	30-Sep-99
Viveros	0.424	E - W	viveros	19-Sep-85
Viveros	0.441	N - S	viveros ns	19-Sep-85
Ciudad Universitaria	0.334	E - W	cu	19-Sep-85
Ciudad Universitaria	0.690	N - S	cu	19-Sep-85
Tacubaya	0.332	E - W	tacy	19-Sep-85
Tacubaya	0.344	N - S	tacy ns	19-Sep-85
Central de Abastos	0.800	E - W	ca	19-Sep-85
Central de Abastos	0.690	N - S	ca ns	19-Sep-85
Secretaria de Comunicaciones y Transp.	1.680	E - W	sct	19-Sep-85
Secretaria de Comunicaciones y Transp.	0.976	N - S	sct ns	19-Sep-85

Se usaron registros obtenidos en estaciones sísmicas ubicadas dentro del área del Distrito Federal, ya que es donde existe mayor cantidad de registros en las bases de datos disponibles. El criterio de selección estuvo basado en obtener el espectro de pseudoaceleración para cada uno de los registros sísmicos propuestos, cuyo valor máximo de pseudoaceleración debería de ser del orden de 1 segundo o superiores.

La respuesta sísmica del tanque se evalúa en términos de altura de ola, fuerzas cortantes y momentos de volteo totales máximos empleando las ecuaciones obtenidas del planteamiento matemático del método simplificado de análisis sísmico, para lo cual se realizó la programación de las mismas para llevar a cabo un análisis paso a paso de la respuesta.

En las figuras siguientes se muestran los espectros de fuerza cortante, momento de volteo y altura de ola máxima para cada una de las direcciones de los movimientos sísmicos mencionados anteriormente.

En las abscisas se encuentra el ancho, $2a$, del tanque y en las ordenadas los valores máximos para cada uno de los elementos mecánicos mencionados. El peso volumétrico del líquido contenido es de $\gamma=1 \text{ t/m}^3$ y densidad $\rho=0.1019 \text{ ts}^2/\text{m}^4$. El porcentaje de amortiguamiento del líquido con respecto al crítico se consideró del $\xi_n=0.5\%$. Se consideraron relaciones altura a ancho de $\frac{H}{2a}=0.25, 1$ y 2 , por ser las más usadas en la práctica profesional. Además, se consideró la contribución de 10 modos de vibrar en la respuesta.

La altura de ola estará dada por la ecuación (2.54), evaluada en las paredes del tanque.

La fuerza cortante en los espectros está dada por la ecuación (2.67), que nos representa la diferencia de fuerza cortante en las paredes del tanque para un mismo tiempo, t .

Con respecto al valor del momento de volteo, recordaremos que está representado por la ecuación (2.68) y está dado por la suma de los momentos producidos en las paredes y el fondo del tanque para un mismo tiempo, t , tomando el sentido de las manecillas del reloj como giro positivo.

4.1 ESPECTRO DE RESPUESTA PARA $\frac{H}{2a} = 0.25$

En la **figura 4.1** se muestran los espectros de respuesta para fuerza cortante para una relación de $H/2a=0.25$ (tanques anchos), donde podemos observar que la mayoría de los registros sísmicos tienden a permanecer en un intervalo cerrado de valores, con excepción de los registros sísmicos de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (**sct** y **sct ns**) y de la Central de Abastos (**ca** y **ca ns**), donde las respuestas sobresalen de los demás registros debido a que la frecuencia de la excitación es cercana a la frecuencia del modo fundamental de vibración de la superficie libre, lo que favorece la presencia del fenómeno de resonancia.

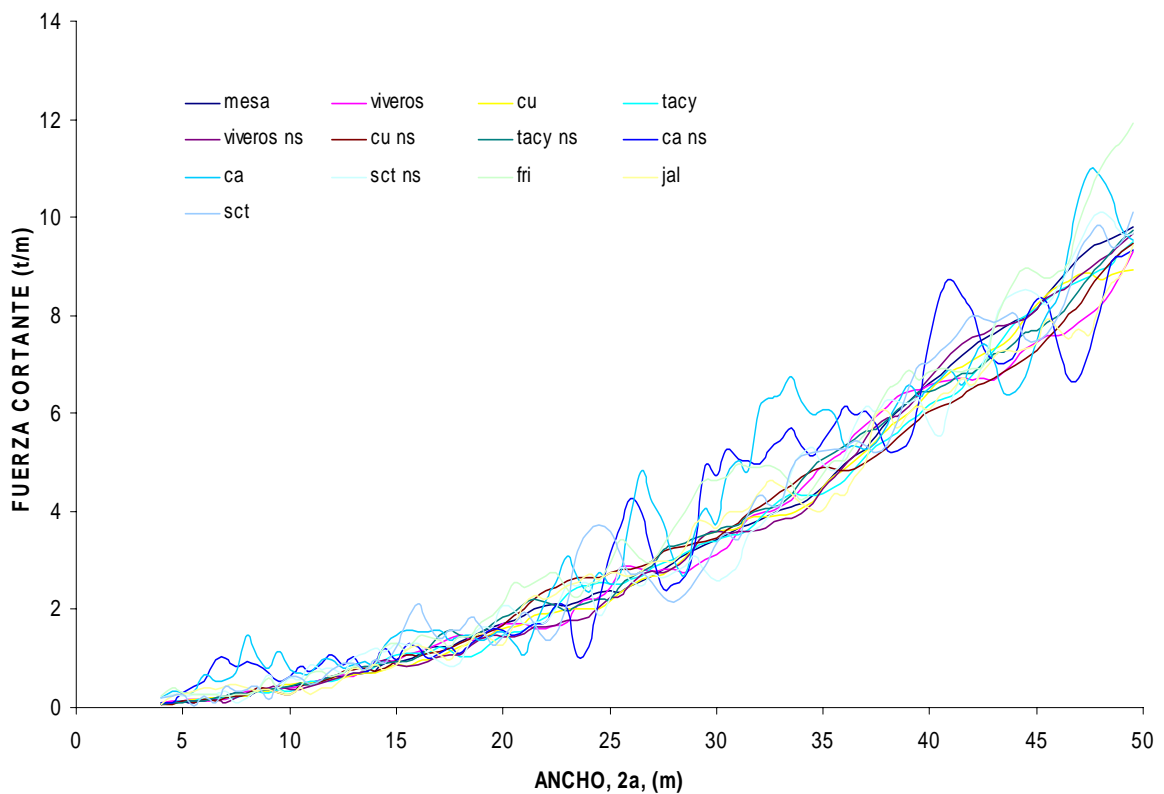


Figura 4.1 Espectro de fuerza cortante para $\frac{H}{2a} = 0.25$

En la **figura 4.2** se muestran los espectros de respuesta para momento de volteo para una relación de $H/2a=0.25$ (tanques anchos), donde podemos observar que la totalidad de los registros sísmicos permanecen en valores muy cercanos, por lo que no se notan diferencias significativas entre ellos.

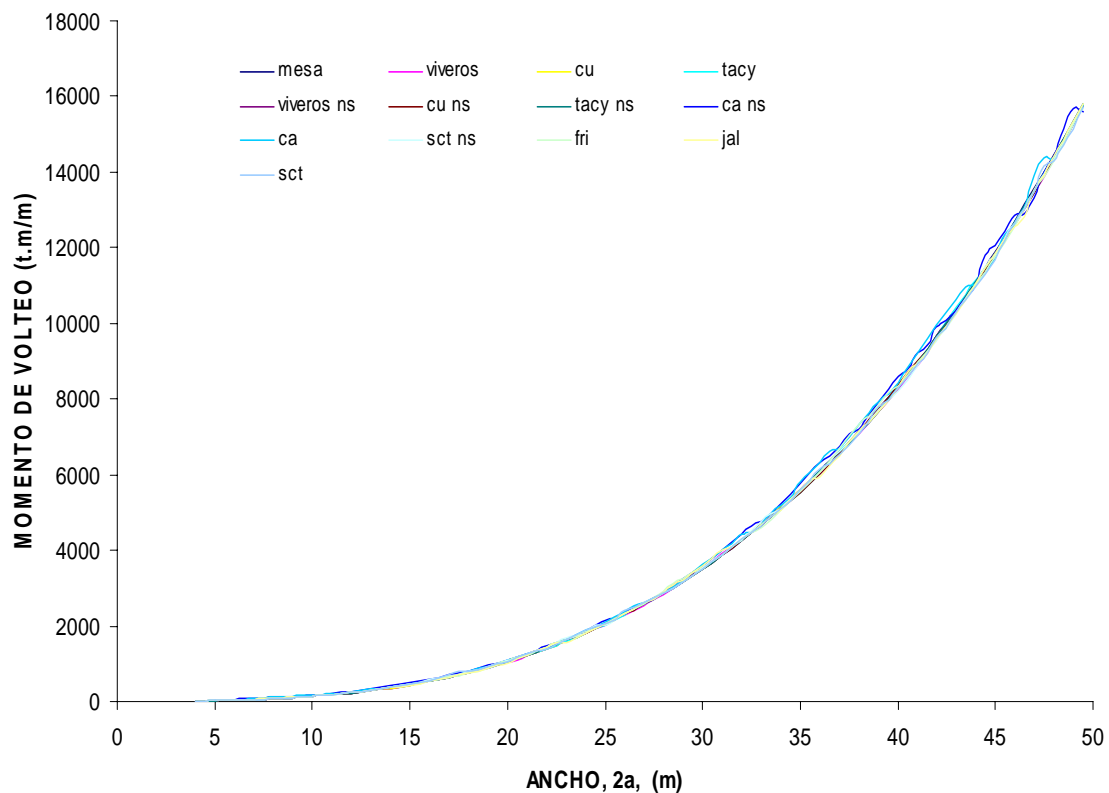


Figura 4.2 Espectro de momento de volteo para $\frac{H}{2a} = 0.25$

De observar los espectros de respuesta para la altura de ola máxima nos permitió percatarnos de que las respuestas varían mucho dependiendo en que zona este ubicada la estación sísmica, ya que las respuestas de los registros sísmicos ubicados en zonas de suelos blandos tendían a incrementarse considerablemente con respecto a las respuestas obtenidas con registros sísmicos obtenidos en zonas de suelos intermedios y duros. Debido a esto, se decidió dividir los espectros de respuesta en dos, por lo que tomaremos una zona que estará comprendida por los espectros de respuesta de registros sísmicos de estaciones ubicadas en zonas de suelos blandos y otro espectro de respuesta para registros sísmicos que se encuentren ubicados en zonas de suelos intermedios y duros.

En la **figura 4.3** se muestran los espectros de respuesta para suelos duros e intermedios con una relación de $H/2a=0.25$ (tanques anchos), de donde se observa que la respuesta máxima del oleaje no sobrepasa de 1.2 m. de altura para el registro sísmico obtenido en la estación de Ciudad Universitaria en dirección N-S (**cu ns**).

SUELOS DUROS E INTERMEDIOS

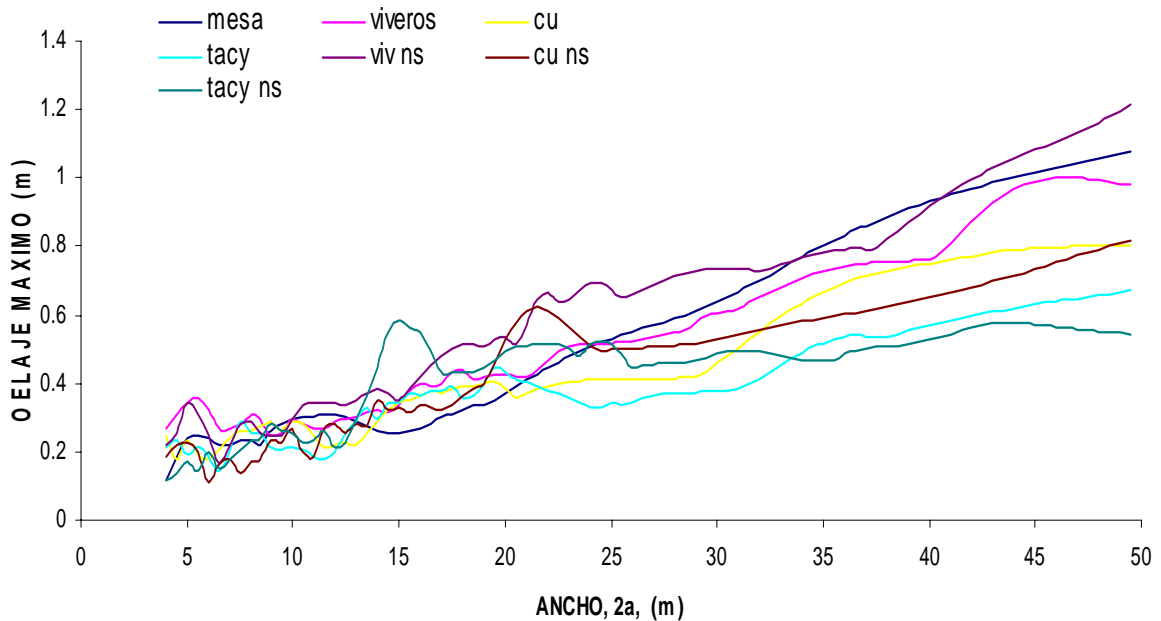


Figura 4.3 Espectro de altura de ola (suelos duros e intermedios) para $\frac{H}{2a} = 0.25$

En la **figura 4.4** se muestran los espectros de respuesta del oleaje para zonas de suelos blandos. Podemos observar que para las respuestas del registro sísmicos de la Central de Abastos en las direcciones E-W y N-S (**ca** y **ca ns**) se presenta el fenómeno de resonancia, debido a que el oleaje obtenido para anchos que se encuentran en 5 y 10 m la respuesta sobrepasa la respuesta máxima, que sería el valor de la altura de la superficie media del líquido, **H**. Esto lo podemos explicar de la siguiente forma, por ejemplo si tomamos un valor de ancho, **2a**, igual a 7 metros, de la gráfica de la respuesta obtendríamos un valor de aproximadamente 3.5m, y la altura de ola máxima permitida para la relación $\mathbf{H}/2\mathbf{a}=0.25$ sería de $\mathbf{H}=1.75$, si analizamos los valores esto sería ilógico ya que físicamente no es posible que se genere una altura de ola de 3.5 m donde se tiene un tirante de 1.75 m, por lo que el valor de la altura de ola deberá ser igual al valor de la superficie media del líquido, **H**, que para este caso le correspondería $\delta=1.75$ m, ya que es la máxima posible que se podría presentar para que físicamente fuera lógico.

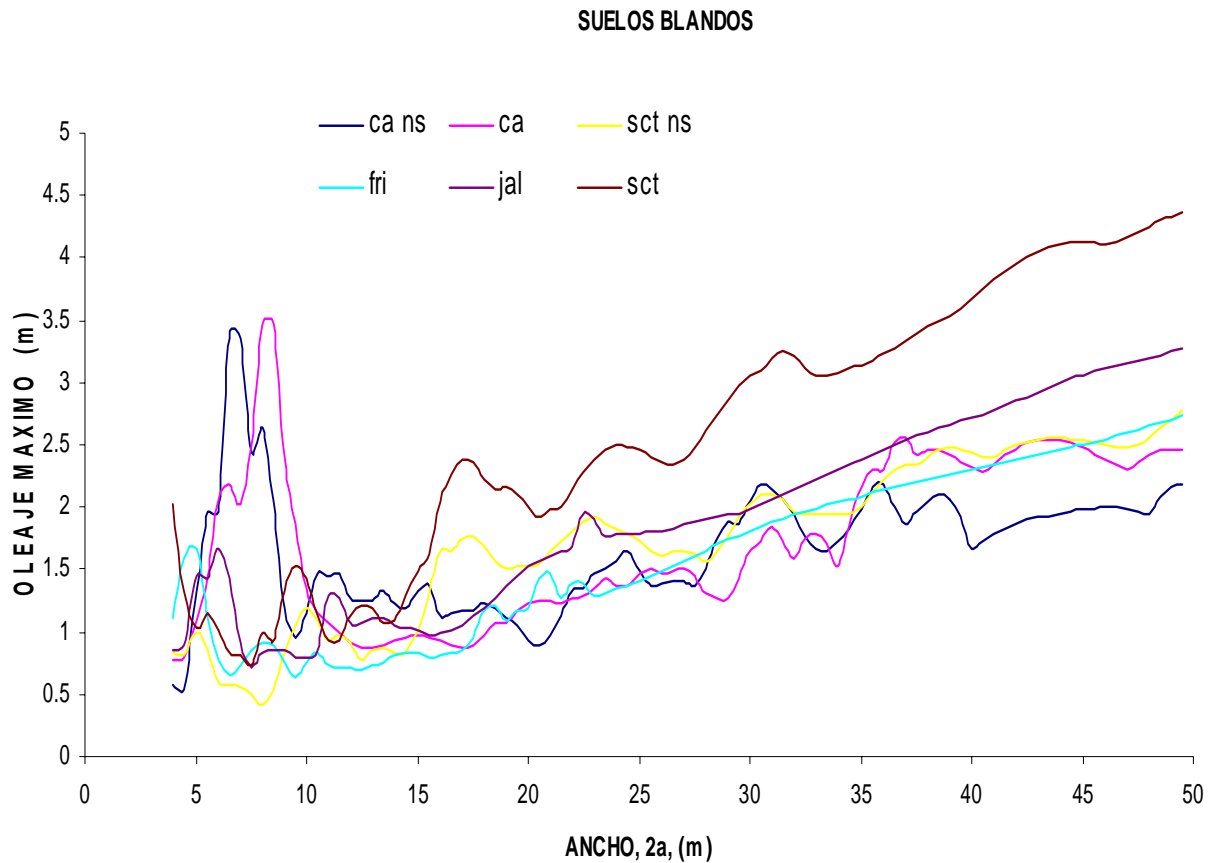


Figura 4.4 Espectro de altura de ola (suelos blandos) para $\frac{H}{2a} = 0.25$

4.2 ESPECTRO DE RESPUESTA PARA $\frac{H}{2a} = 1$

Los espectros de respuesta de fuerza cortante para una relación de $H/2a=1$ (tanques cuadrados) se muestran en la **figura 4.5** donde se puede observar que las repuestas tienden a ser cercanas con excepción de las repuestas para los registros sísmicos de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (**sct**) y de la Central de Abastos (**ca**), debido al fenómeno de resonancia descrito anteriormente.

Podemos observar que para la relación $H/2a=1$ los contenidos de anchos en las figuras correspondientes a dicha relación está reducido a 20m, esto es debido a que la altura máxima constructiva para los tanques rectangulares, que por lo regular son de concreto, está limitada a aproximadamente 15 m de altura.

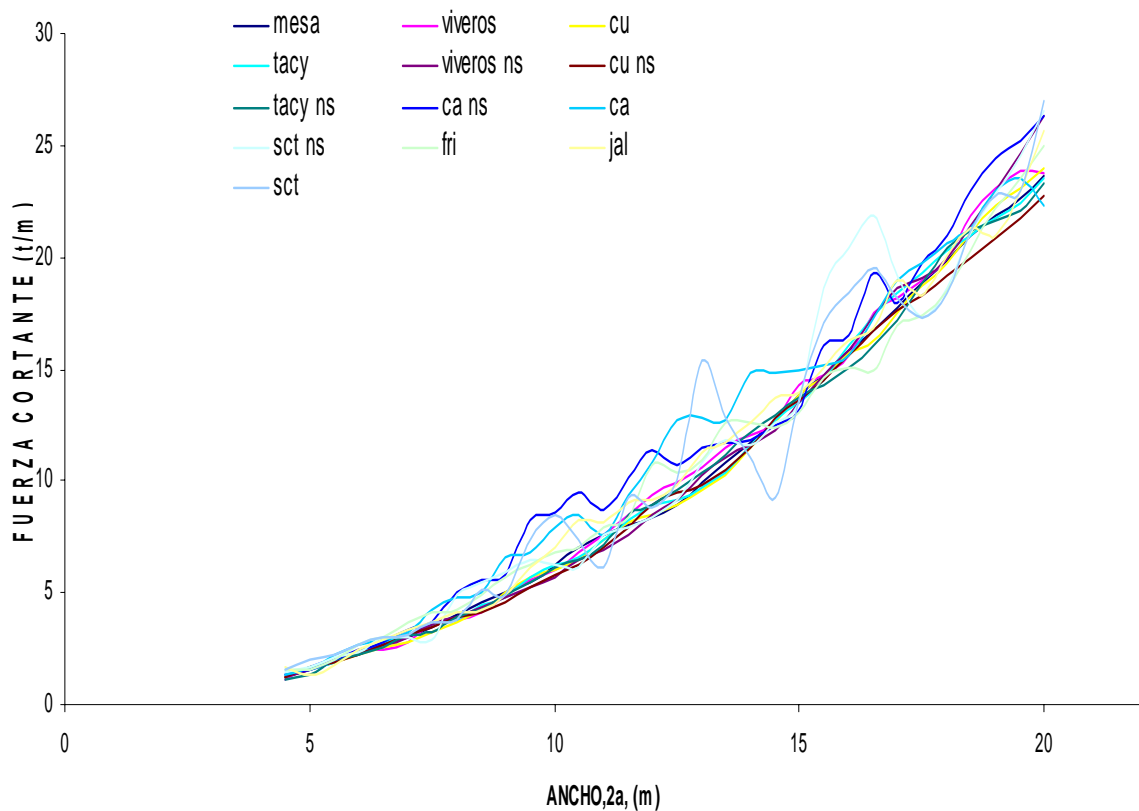


Figura 4.5 Espectro de fuerza cortante para $\frac{H}{2a} = 1$

En la **figura 4.6** se muestran los espectros de respuesta para momento de volteo para una relación de $H/2a=1$ (tanques cuadrados), donde podemos observar que la mayoría de los registros sísmicos permanecen en valores muy cercanos, con la excepción del registro sísmico de la Central de Abastos, en el que la respuesta resulta ser un poco mayor a la respuesta de los demás registros sísmicos, nuevamente debido al fenómeno de resonancia.

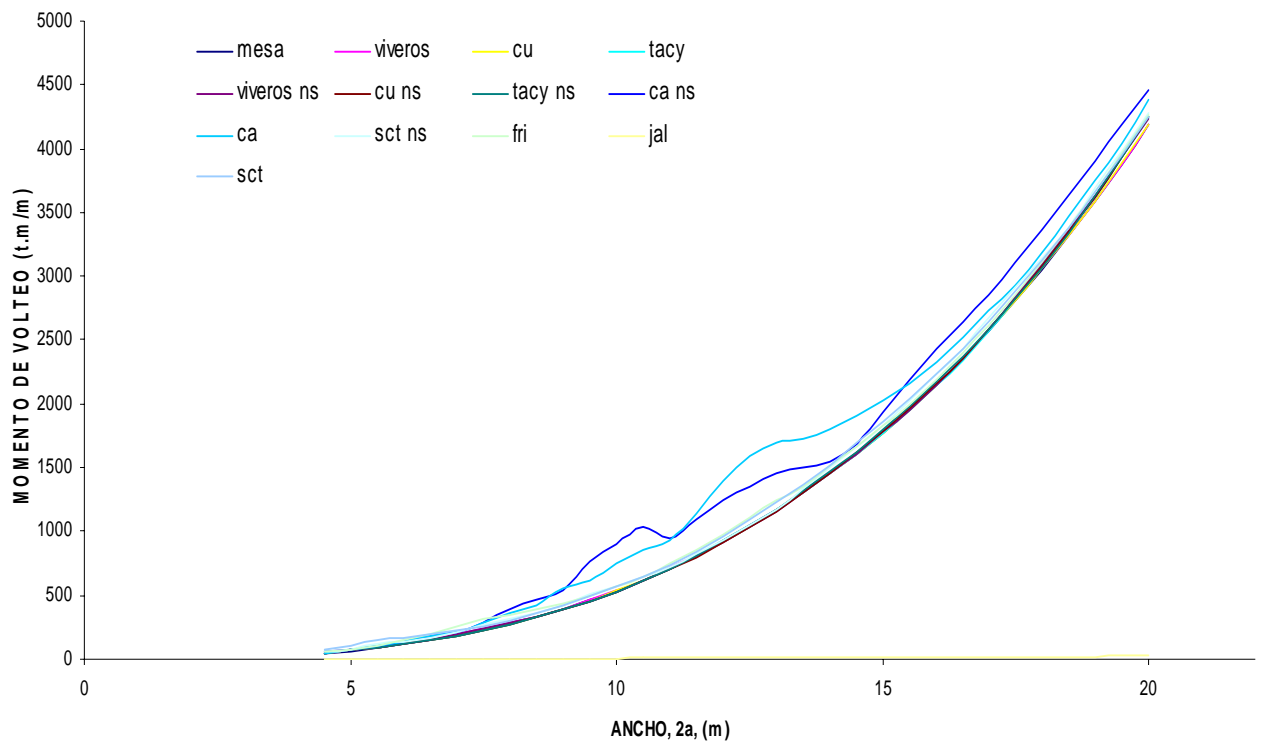


Figura 4.6 Espectro de momento de volteo para $\frac{H}{2a} = 1$

En las **figuras 4.7 y 4.8** se observan los espectros de respuesta para la altura de ola máxima de la relación $H/2a=1$, podemos observar que para esta relación el fenómeno de resonancia no está presente, por ejemplo, tomando el ancho que generaría la altura de ola crítica en sus elos blandos, que en este caso se daría para un ancho de 10 metros, la altura de ola máxima generada sería de aproximadamente 6 metros para los registros sísmicos de la central de abastos (**ca**), mientras que la máxima permitida para la relación $H/2a=1$ sería de 10 m.

SUELOS DUROS E INTERMEDIOS

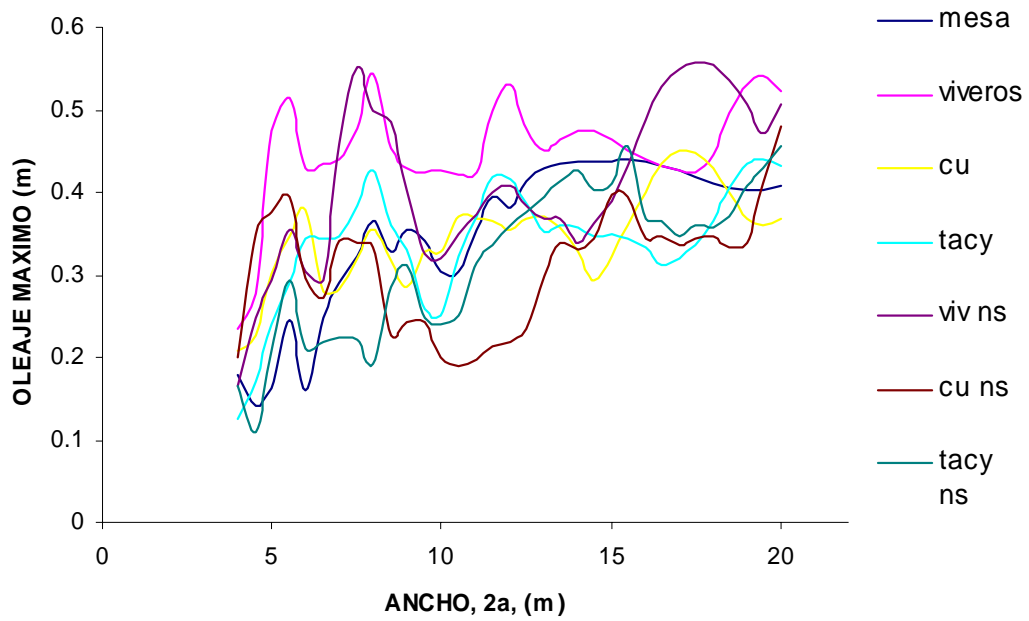


Figura 4.7 Espectro de altura de ola (suelos duros e intermedios) para $\frac{H}{2a} = 1$

SUELOS BLANDOS

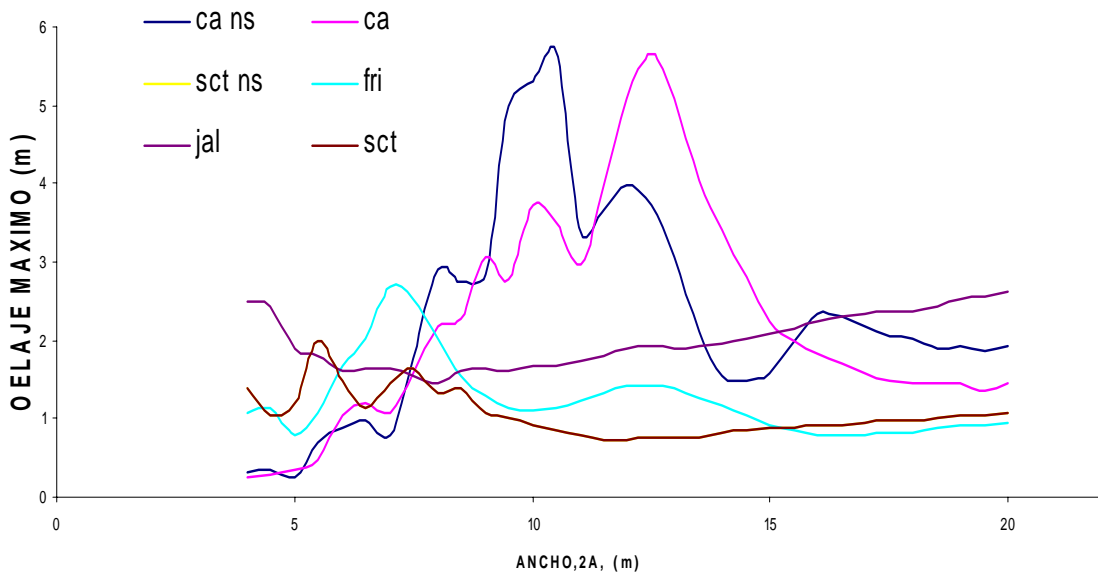


Figura 4.8 Espectro de altura de ola (suelos blandos) para $\frac{H}{2a} = 1$

4.3 ESPECTRO DE RESPUESTA PARA $\frac{H}{2a} = 2$

En la **figura 4.9** se muestran los espectros de respuesta de fuerza cortante para la relación $H/2a=2$, donde nuevamente las respuestas máximas son obtenidas para el registro sísmico de la Central de Abastos en las dos direcciones de ocurrencia, esto puede ser debido a que las frecuencias de la excitación sísmica pueden ser muy cercanas a las frecuencias de vibración de la superficie libre.

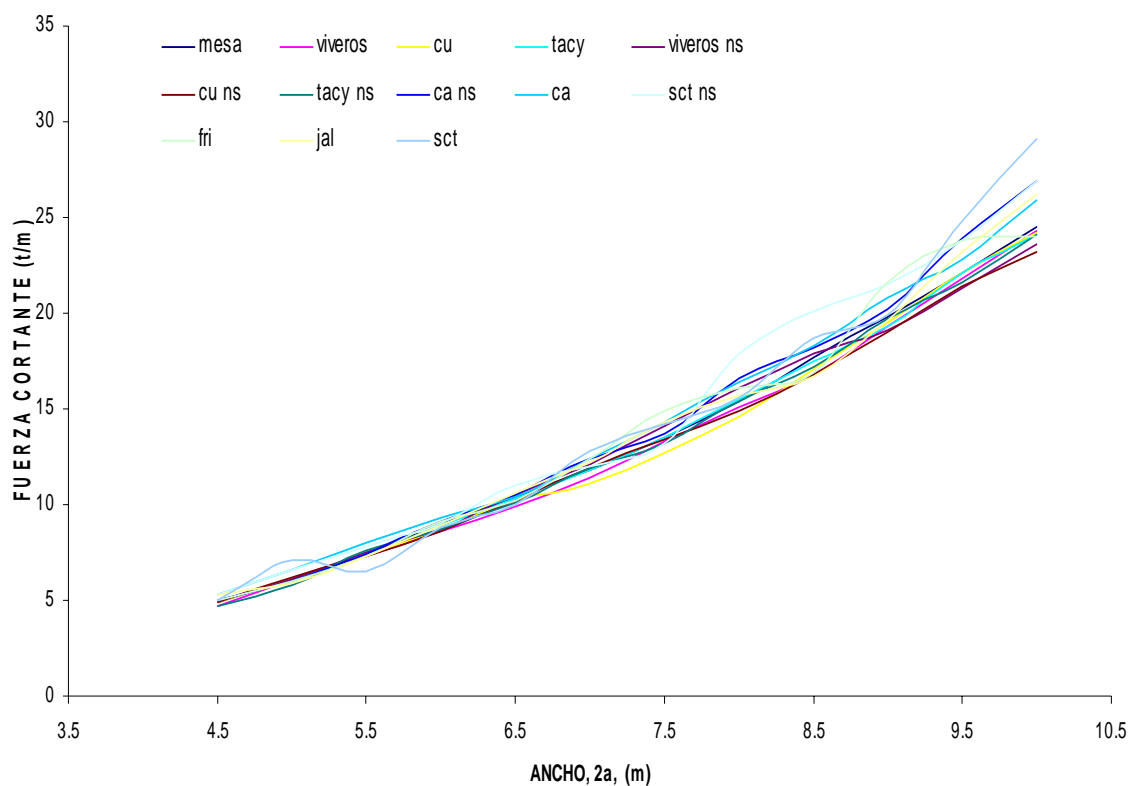


Figura 4.9 Espectro de fuerza cortante para $\frac{H}{2a} = 2$

Los espectros de respuesta del momento de volteo para una relación de $H/2a=2$ (tanques esbeltos) se muestran en la **figura 4.10** donde se puede observar que las repuestas tienden a ser cercanas.

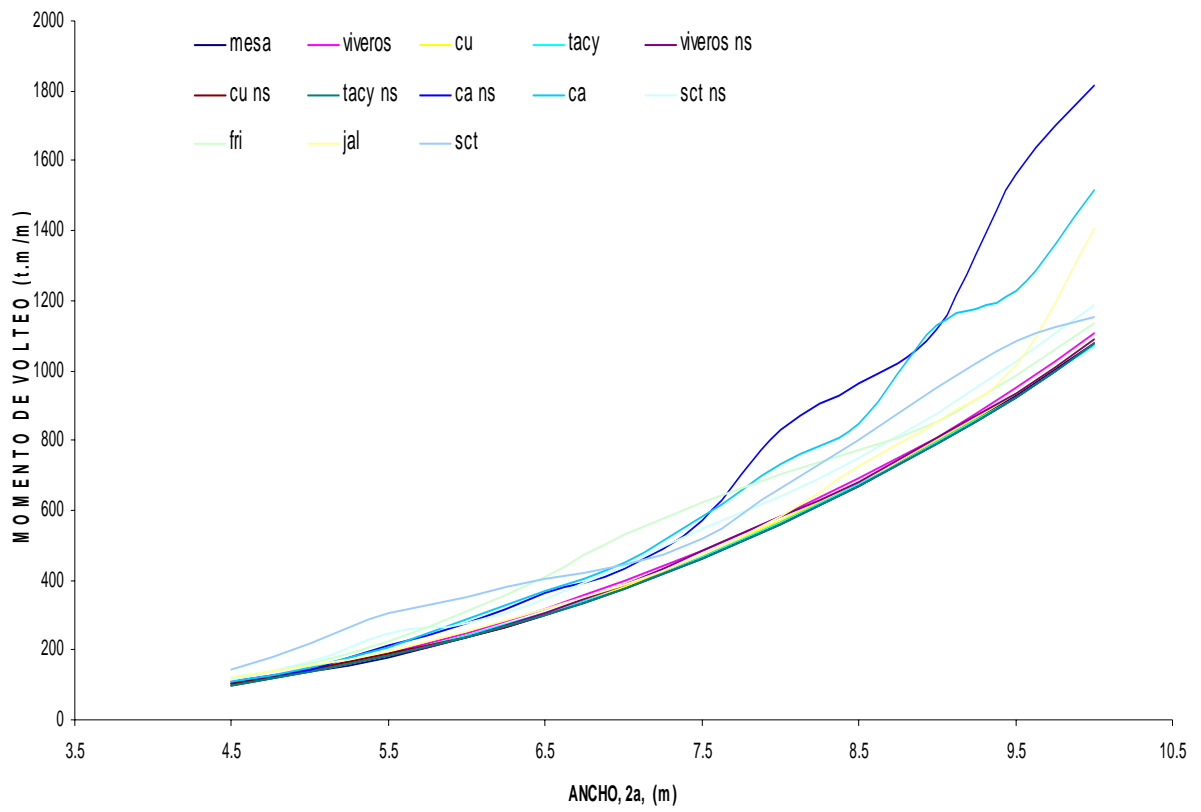


Figura 4.10 Espectro de momento de volteo para $\frac{H}{2a} = 2$

En las **figuras 4.11 y 4.12** se observan los espectros de respuesta para la altura de ola máxima de la relación $H/2a=2$, podemos observar que para esta relación el fenómeno de resonancia no se presenta como en el caso de la relación $H/2a=1$. Podemos concluir que mientras la relación $H/2a$ sea mayor a 1.0, las posibilidades de que se de la presencia del fenómeno de resonancia disminuyen considerablemente, ya que si la relación aumenta, por consecuencia aumenta la altura de la superficie media del líquido, H , y por consiguiente la altura de ola máxima permitida, que como habíamos mencionado anteriormente dicha altura de ola estaría limitada al valor de la superficie media del líquido.

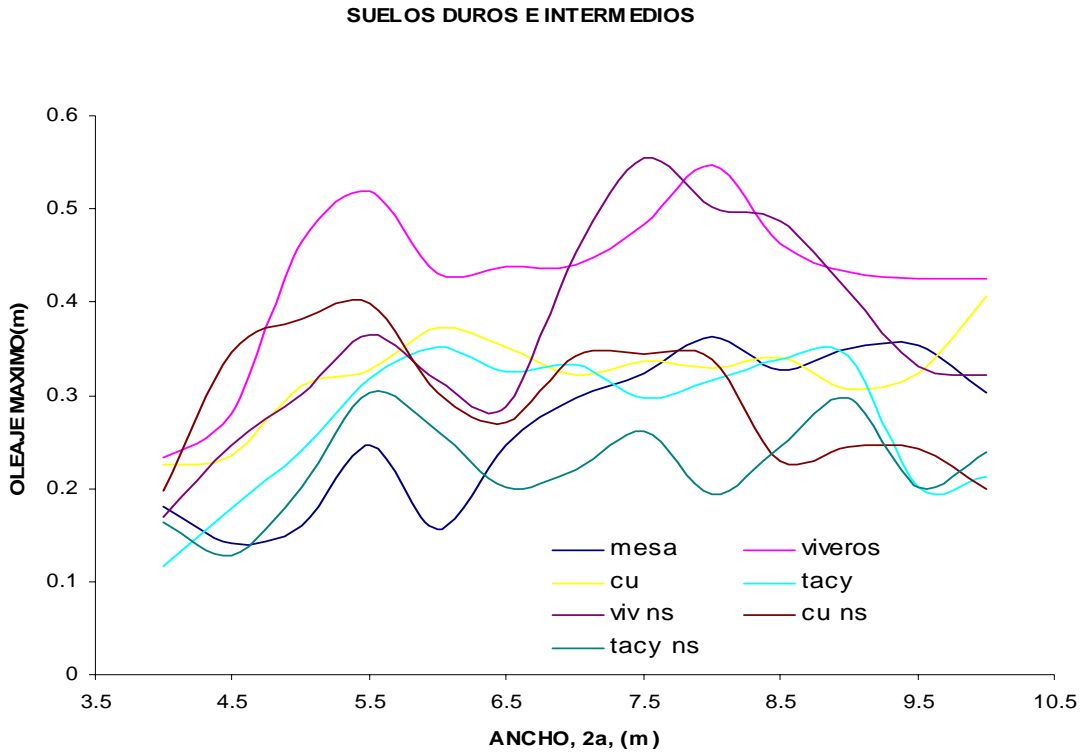


Figura 4.11 Espectro de altura de ola (suelos duros e intermedios) para $\frac{H}{2a} = 2$

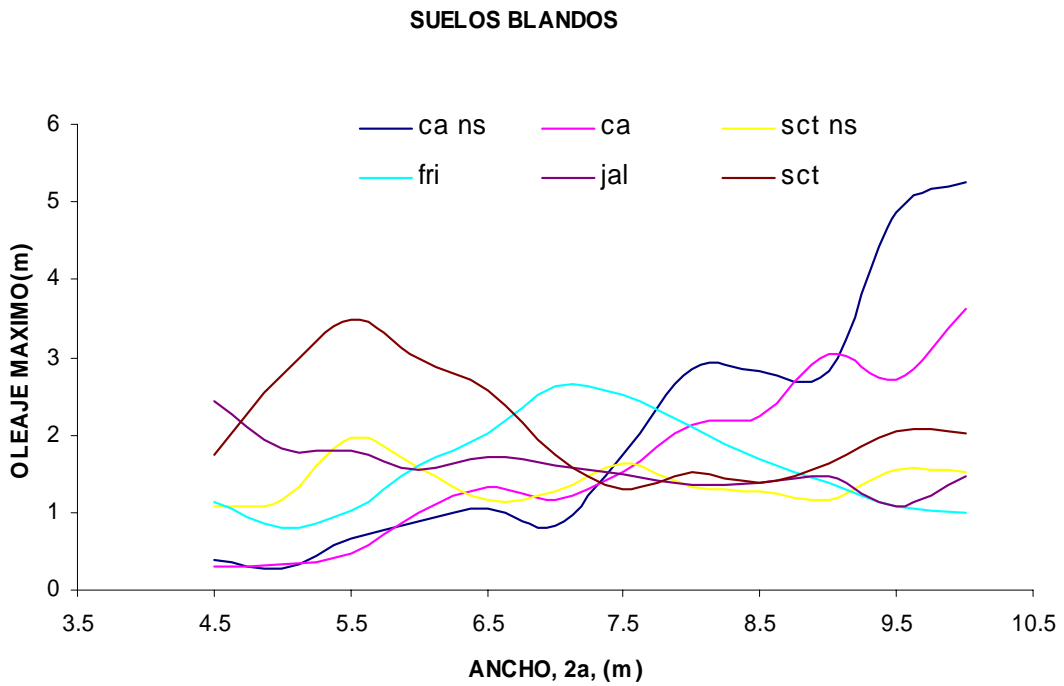


Figura 4.12 Espectro de altura de ola (suelos blandos) para $\frac{H}{2a} = 2$

4.4 RESUMEN Y CONCLUSIONES

Se obtuvieron los espectros de respuesta para registros sísmicos del 19 de Septiembre de 1985 y del 30 de septiembre de 1999 en las estaciones de Ciudad Universitaria, Secretaría de Comunicaciones y Transportes, Central de Abastos, Viveros y Tacubaya, empleando el método simplificado de análisis propuesto en el capítulo II (solución casi-lineal)

La respuesta sísmica del tanque se evaluó en términos de altura de ola, fuerzas cortantes y momentos de volteo totales máximos llevando a cabo un análisis paso a paso de la respuesta.

La frecuencia de excitación de los registros sísmicos de la Central de Abastos y de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes, en sus componentes EW y NS, resulta ser muy cercana a la frecuencia del modo fundamental de vibración de la superficie libre del líquido, lo que favorece la presencia del fenómeno de resonancia, lo cual hace que para ciertos valores de anchos, $2a$, los elementos mecánicos obtenidos escapen del contexto físico, ya que se producen alturas de ola superiores al valor de la superficie media del líquido. Por ello, se verificará la presencia de dicho fenómeno en los espectros de respuesta y se limitará como valor máximo de altura de ola a el valor de la superficie media del líquido, H , este problema se presenta sobre todo para los valores de la altura de ola de la relación $H/2a = 1$ (Figura 4.4).

CAPÍTULO V ESPECTROS DE DISEÑO EN SUELOS DEL DISTRITO FEDERAL

Los espectros de diseño se obtienen de un análisis estadístico de la respuesta y consiste de tres curvas que representan la media, la media más una desviación estándar y la media menos una desviación estándar de los datos obtenidos en los espectros de respuesta en suelos del distrito federal (capítulo IV).

Las curvas se obtuvieron por medio de un procedimiento que consistió en obtener la media y la desviación estándar de los datos obtenidos con el método simplificado de análisis (solución casi-lineal) para cada valor de ancho, **2a**, y su correspondiente altura de la superficie libre, **H**.

La curva de los elementos mecánicos de diseño estará representada por la curva definida por la media más una desviación estándar, que se aproxima al 84% de la respuesta.

En las figuras siguientes se muestran los espectros de diseño para fuerza cortante, momento de volteo y altura de ola máxima para cada una de las relaciones mencionadas anteriormente. En las abscisas se encuentra el ancho, **2a**, del tanque y en las ordenadas los valores obtenidos de tomar la media más una desviación estándar, para cada uno de los elementos mecánicos, así como la ecuación polinómica que se ajusta en un mayor grado a la curva.

5.1 ESPECTROS DE DISEÑO PARA $\frac{H}{2a} = 0.25$

En la **figura 5.1** se muestran las curvas que definen los espectros de diseño para la fuerza cortante con una relación de $H/2a=0.25$ (Tanques anchos). El espectro de diseño esta representado por la ecuación polinómica (5.1) de tercer grado siguiente:

$$\text{Fuerza. Cortante} = -3 \times 10^{-06}(2a)^3 + 0.0041(2a)^2 + 0.012(2a) + 0.1592, \text{ t/m} \quad (5.1)$$

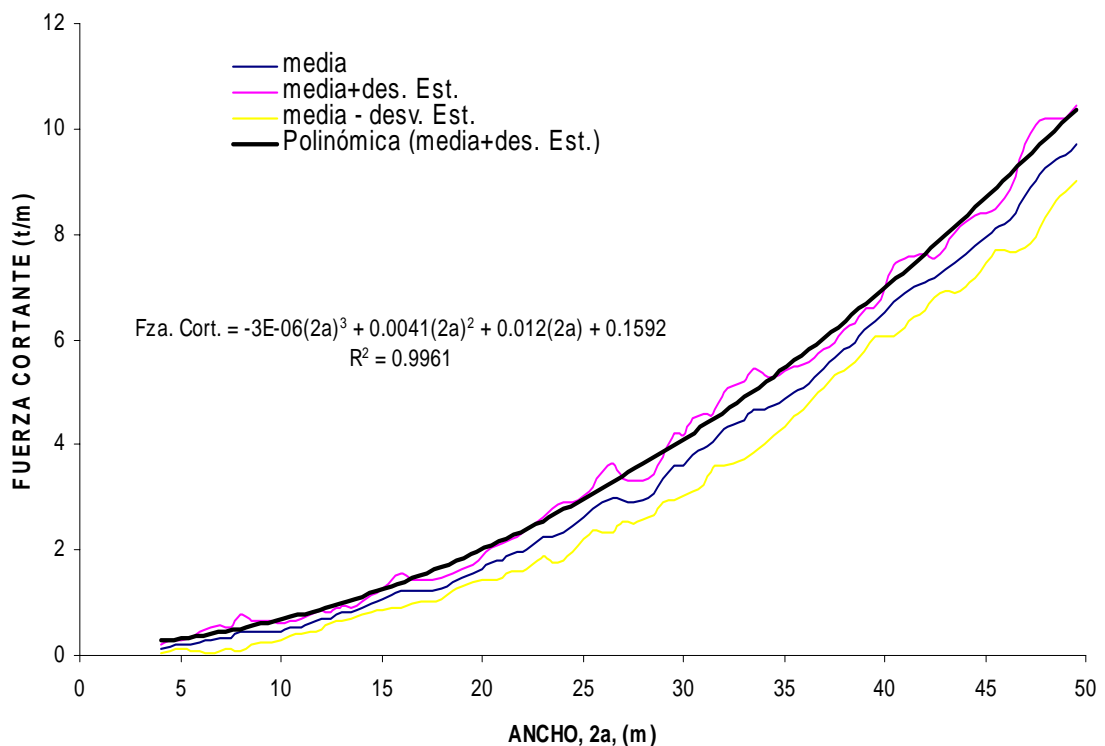


Fig. 5.1 Espectro de fuerza cortante para $\frac{H}{2a} = 0.25$

En la **figura 5.2** se muestran las curvas que definen los espectros de diseño para el momento de volteo con una relación de $H/2a=0.25$ (tanques anchos). La curva del espectro de diseño esta representado por la ecuación polinómica (5.2) siguiente:

$$\text{Momento de Volteo} = 0.1266(2a)^3 + 0.2503(2a)^2 - 2.5762(2a) + 24.071, \text{ t.m/m} \quad (5.2)$$

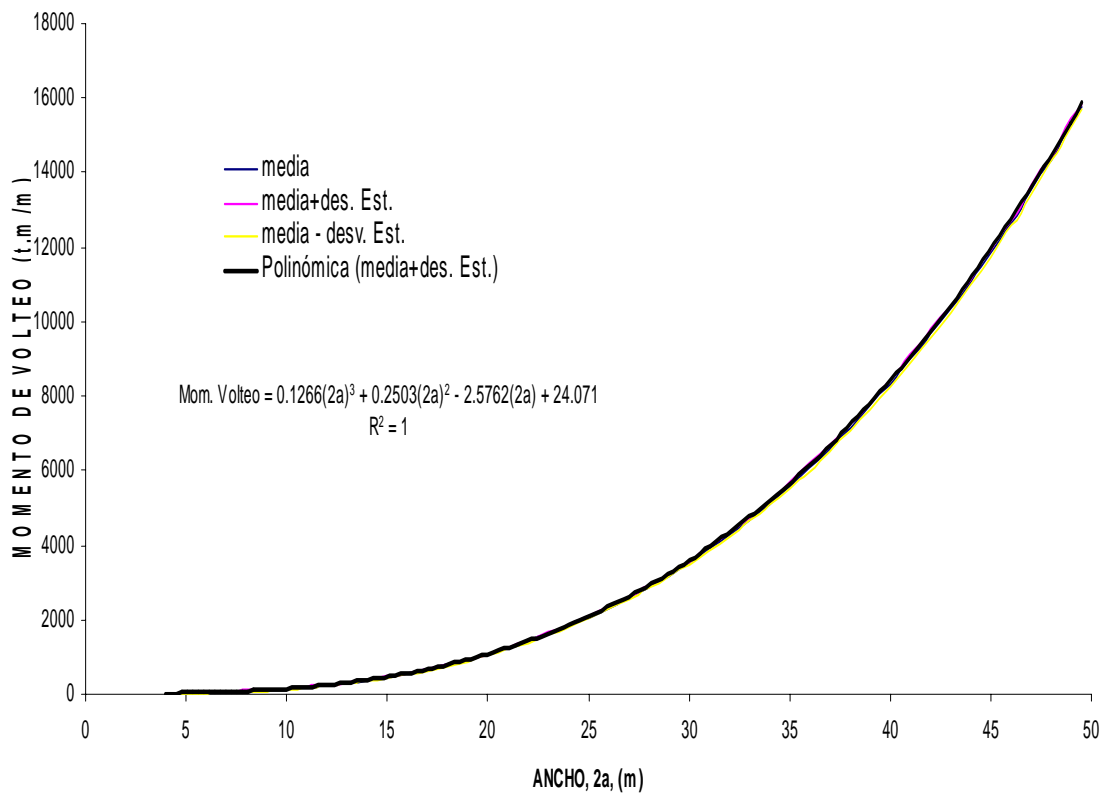


Fig. 5.2 Espectro de momento de volteo para $\frac{H}{2a} = 0.25$

En la **figuras 5.3 y 5.4** se muestran las curvas que definen los espectros de diseño para la altura de ola máxima para suelos intermedios y suelos blandos, respectivamente, con una relación de $H/2a=0.25$ (tanques anchos). La curva del espectro de diseño para las zonas de suelos intermedios y duros estará representada por la ecuación polinómica (5.3) de quinto grado siguiente:

$$\begin{aligned} \text{Altura de Ola máxima} = & -8 \times 10^{-08}(2a)^5 + 1 \times 10^{-05}(2a)^4 - 0.0005(2a)^3 + 0.0117(2a)^2 \\ & 0.0979(2a) + 0.5293, \text{ m} \end{aligned} \quad (5.3)$$

Mientras que la curva del espectro de diseño para las zonas de suelos blandos estará representada por la ecuación (5.4) que para este caso resulta ser de sexto grado:

$$\begin{aligned} \text{Altura de Ola Máxima} = & -2 \times 10^{-08}(2a)^6 + 3 \times 10^{-06}(2a)^5 - 0.0002(2a)^4 + 0.0066(2a)^3 - \\ & 0.1032(2a)^2 + 0.7625(2a) - 0.7215, \text{ m} \end{aligned} \quad (5.4)$$

SUELOS DUROS E INTERMEDIOS

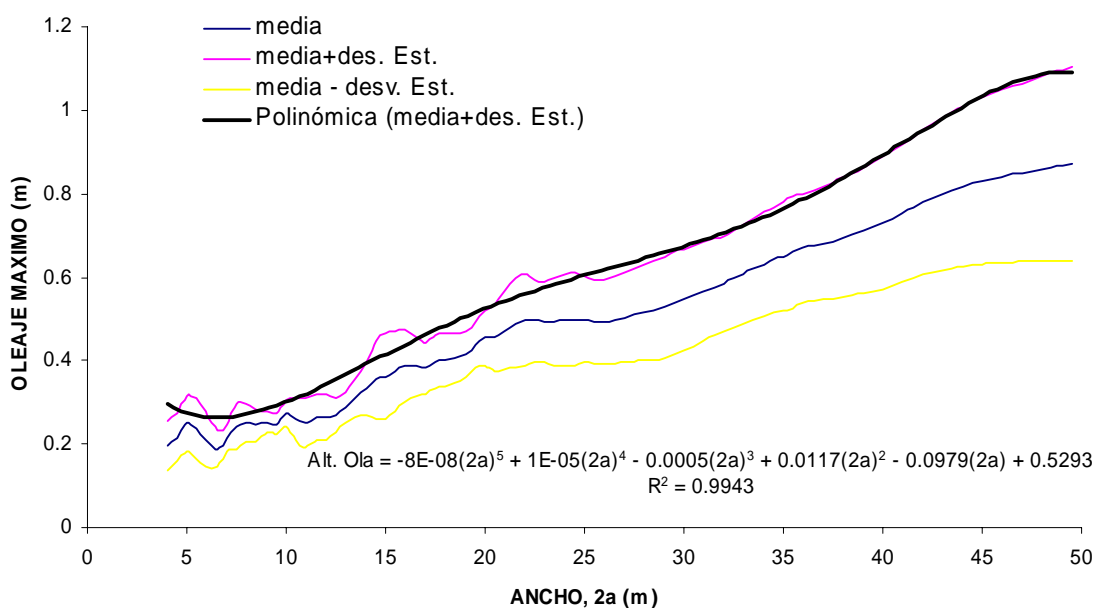


Fig. 5.3 Espectro de altura de ola (suelo duro en intermedio) para $\frac{H}{2a} = 0.25$

SUELOS BLANDOS

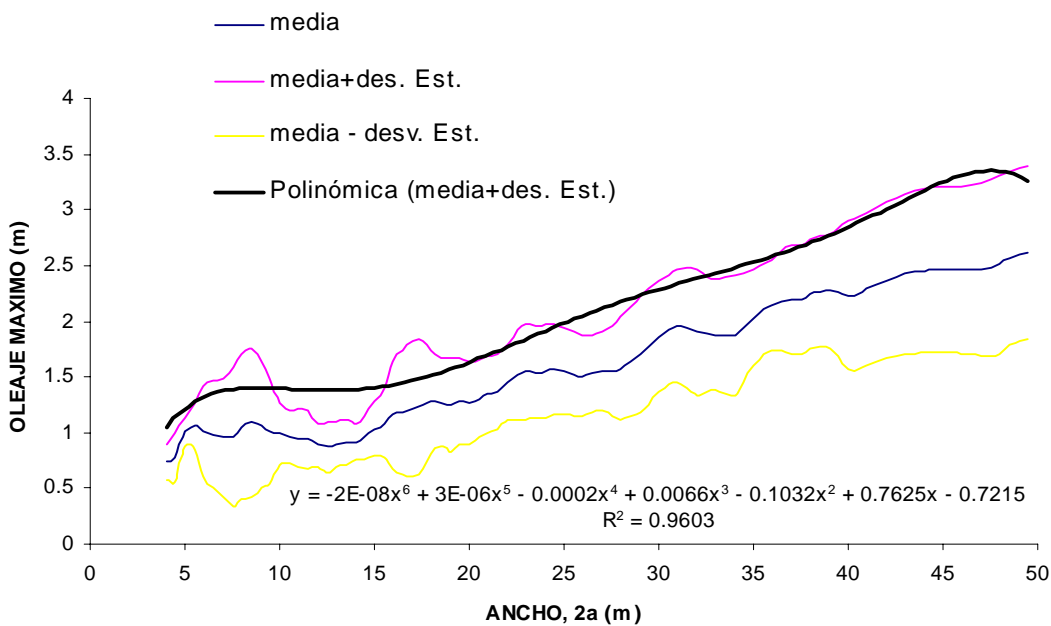


Fig. 5.4 Espectro de altura de ola (suelos blandos) para $\frac{H}{2a} = 0.25$

5.2 ESPECTROS DE DISEÑO PARA $\frac{H}{2a} = 1$

En la **figura 5.5** se muestran las curvas de los espectros de diseño para la fuerza cortante con una relación de $H/2a=1$ (tanques cuadrados). El espectro de diseño de la curva que representa la media más una desviación estándar esta representada a por la ecuación polinómica (5.5)

$$\text{Fuerza cortante} = 0.0002(2a)^3 + 0.0432(2a)^2 + 0.4292(2a) - 1.5572, \text{ t/m} \quad (5.5)$$

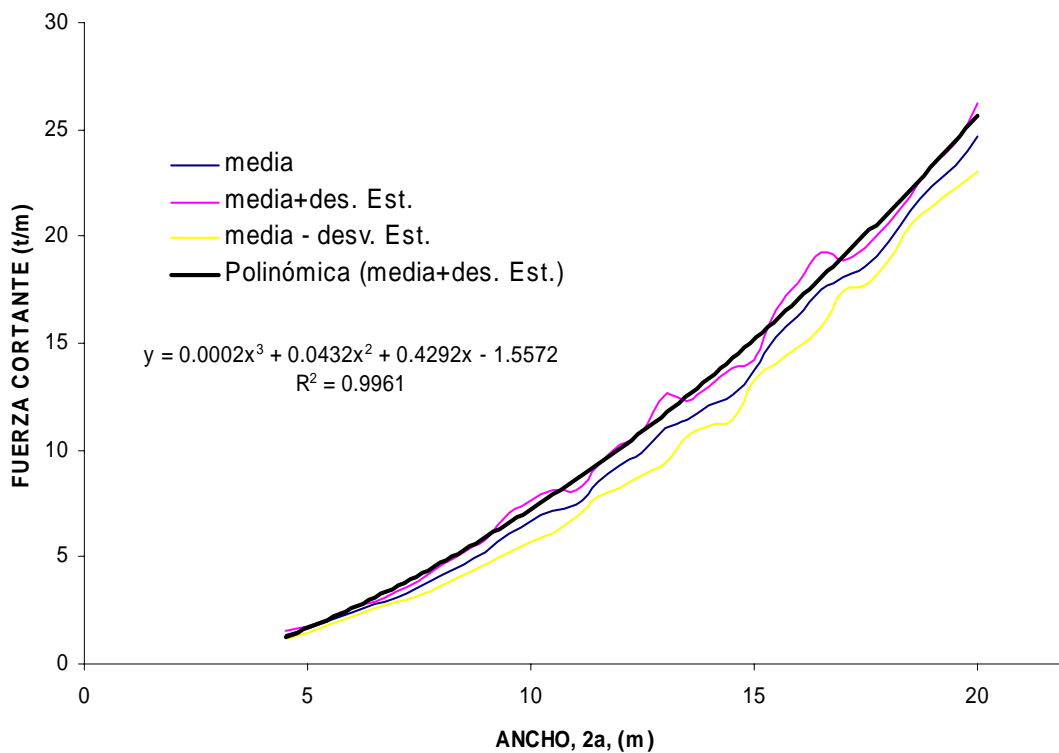


Fig. 5.5 Espectro de fuerza cortante para $\frac{H}{2a} = 1$

En la **figura 5.6** se muestran las curvas que definen los espectros de diseño para el momento de volteo con una relación de $H/2a=1$ (tanques cuadrados). La curva del espectro de diseño esta representado por la ecuación polinómica (5.6):

$$\text{Momento de volteo} = 0.7132(2a)^3 - 4.3703(2a)^2 + 69.779(2a) - 250.69, \text{ t.m/m} \quad (5.6)$$

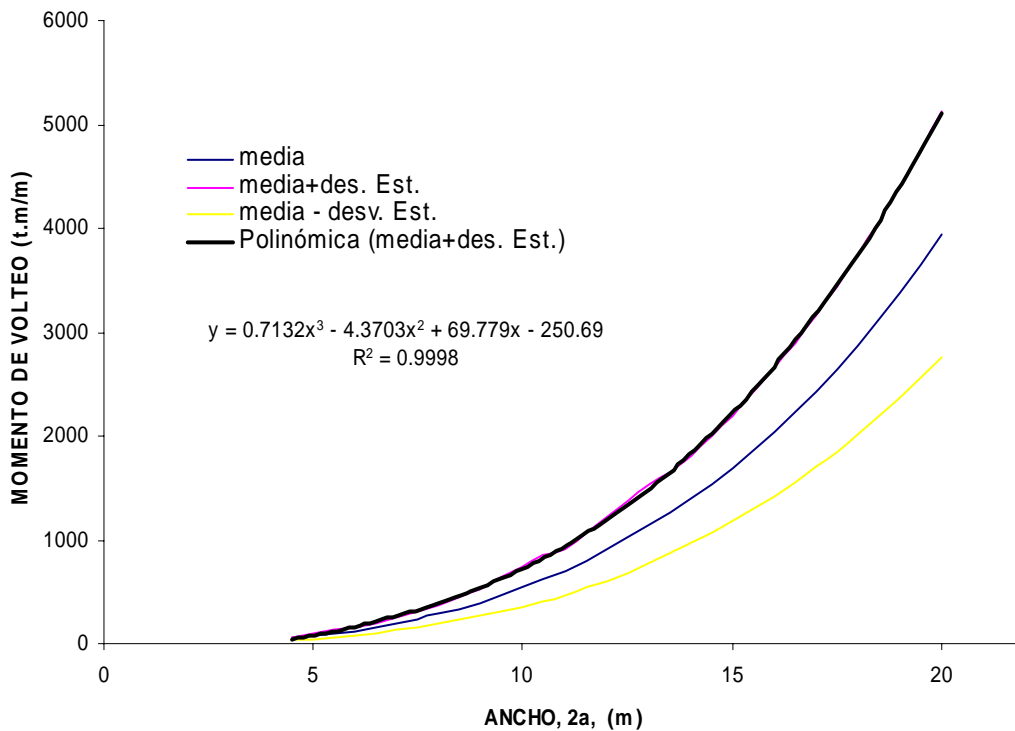


Fig. 5.6 Espectro de momento de volteo para $\frac{H}{2a} = 1$

Las curvas que definen los espectros de diseño para la altura de ola máxima para suelos intermedios se muestran en la **figura 5.7** mientras que las curvas para las zonas de suelos blandos se observan en la **figura 5.8**, ambas para una relación de $H/2a=1$ (tanques cuadrados).

La curva del espectro de diseño para las zonas de suelos intermedios y duros estará representada por la ecuación polinómica (5.7) de quinto grado siguiente:

$$\text{Altura de Ola Máxima} = -1 \times 10^{-06}(2a)^6 + 8 \times 10^{-05}(2a)^5 - 0.0028(2a)^4 + 0.0472(2a)^3 - 0.4342(2a)^2 + 2.0408(2a) - 3.3854, \text{ m} \quad (5.7)$$

Mientras que la curva del espectro de diseño para las zonas de suelos blandos estará representada por la ecuación (5.8) que para este caso resulta ser de sexto grado:

$$\text{Altura de Ola Máxima} = -5 \times 10^{-05}(2a)^6 + 0.0037(2a)^5 - 0.1045(2a)^4 + 1.4733(2a)^3 - 10.915(2a)^2 + 40.421(2a) - 56.592, \text{ m} \quad (5.8)$$

SUELOS DUROS E INTERMEDIOS

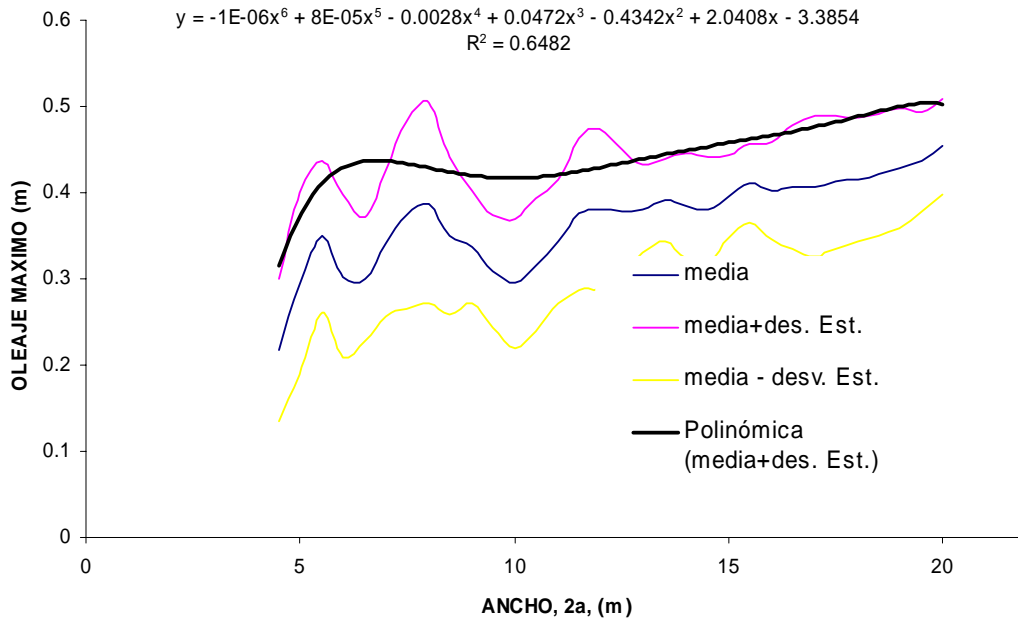


Fig. 5.7 Espectro de altura de ola (suelo duro e intermedio) para $\frac{H}{2a} = 1$

SUELOS BLANDOS

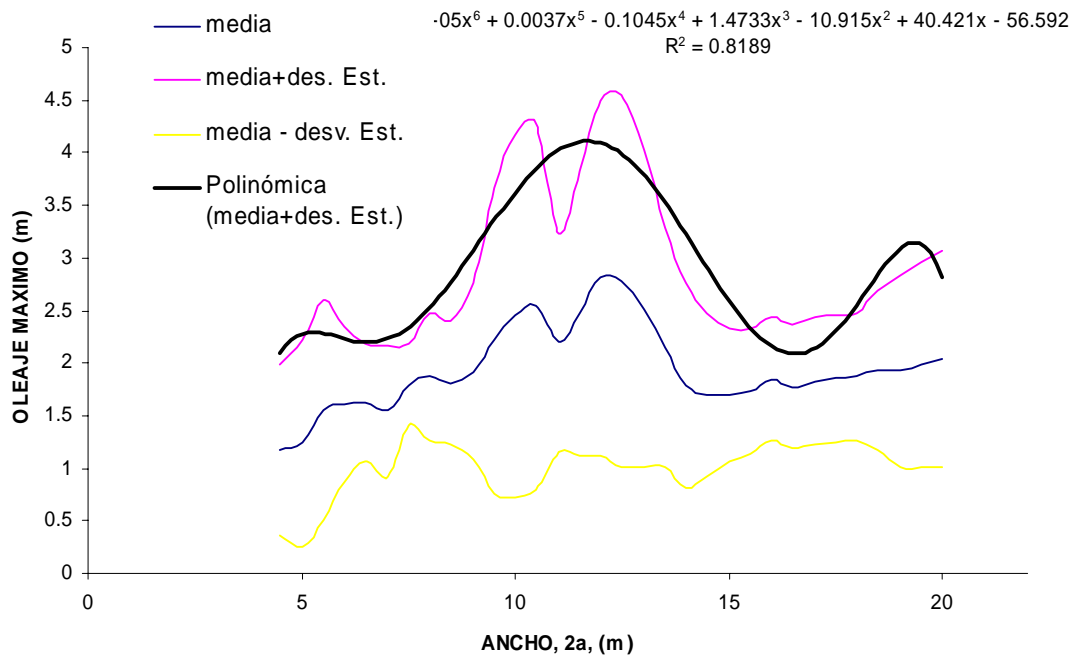


Fig. 5.8 Espectro de altura de ola (suelo blando) para $\frac{H}{2a} = 1$

5.3 ESPECTROS DE DISEÑO PARA $\frac{H}{2a} = 2$

En la **figura 5.9** se muestran las curvas de los espectros de diseño para la fuerza cortante para tanques con una relación de $H/2a=2$ (tanques esbeltos). El espectro de diseño de la curva q que representa la media más una desviación estándar esta representada por la ecuación polinómica (5.9)

$$\text{Fuerza Cortante} = 0.0134(2a)^3 + 0.0699(2a)^2 + 0.6537(2a) - 0.1962, \text{ t/m} \quad (5.9)$$

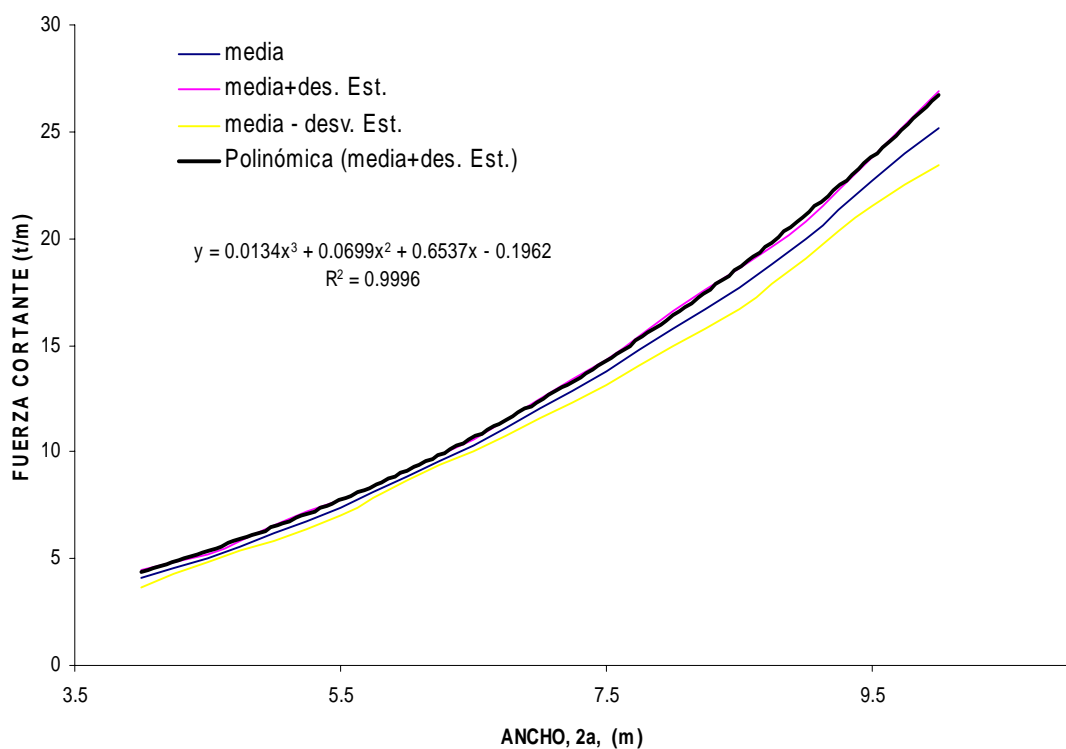


Fig. 5.9 Espectro de fuerza cortante para $\frac{H}{2a} = 2$

En la **figura 5.10** se muestran las curvas que definen los espectros de diseño para el momento de volteo para tanques con una relación de $H/2a=2$ (tanques esbeltos). La curva del espectro de diseño esta representado por la ecuación (5.10):

$$\text{Momento de Volteo} = 2.4487(2a)^3 - 15.664(2a)^2 + 56.039(2a) - 8.0154, \text{ t.m/m} \quad (5.10)$$

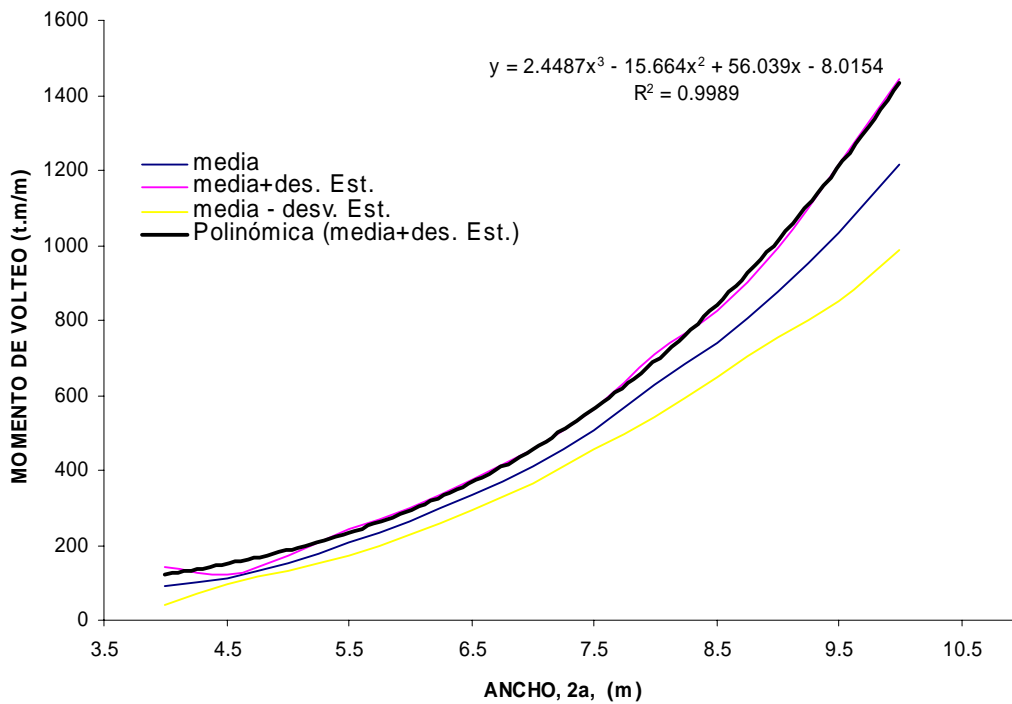


Fig. 5.10 Espectro de momento de volteo para $\frac{H}{2a} = 2$

En la **figuras 5.11 y 5.12** se muestran las curvas que definen los espectros de diseño para la altura de ola máxima para suelos intermedios y suelos blandos, respectivamente, para una relación altura a ancho de $H/2a=2$ (tanques anchos). La curva del espectro de diseño para las zonas de suelos intermedios y duros estará representada por la ecuación (5.11):

$$\text{Altura de Ola Máxima} = 0.0036(2a)^5 - 0.1307(2a)^4 + 1.8739(2a)^3 - 13.193(2a)^2 + 45.624(2a) - 61.63, \text{ m} \quad (5.11)$$

Mientras que la curva del espectro de diseño para las zonas de suelos blandos estará representada por la ecuación (5.12):

$$\text{Altura de Ola Máxima} = -0.0007(2a)^6 + 0.0311(2a)^5 - 0.5415(2a)^4 + 5.1263(2a)^3 - 28.045(2a)^2 + 84.056(2a) - 104.62, \text{ m} \quad (5.12)$$

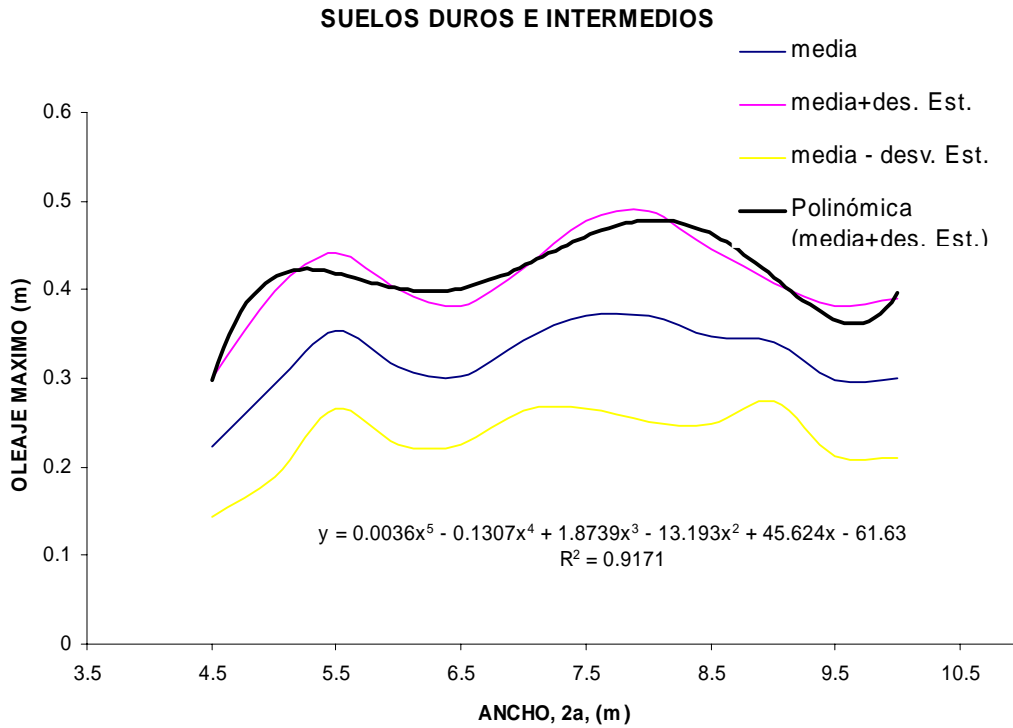


Fig. 5.11 Espectro de altura de ola (suelo duro e intermedio) para $\frac{H}{2a} = 2$

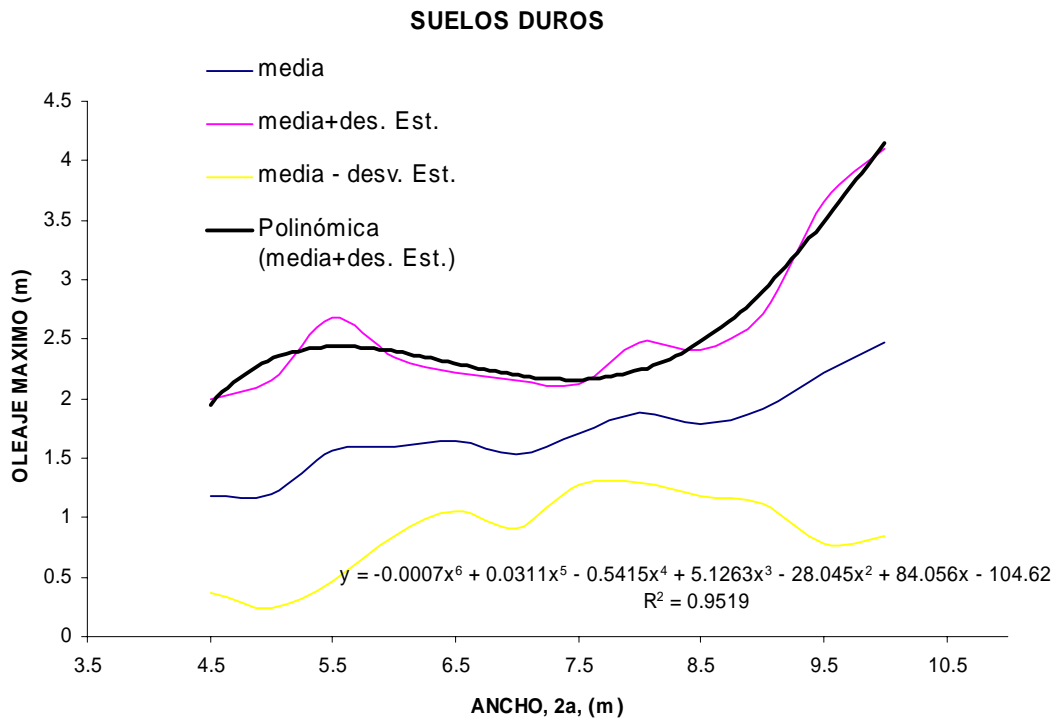


Fig. 5.12 Espectro de altura de ola (suelo blando) para $\frac{H}{2a} = 2$

5.4 RESUMEN Y CONCLUSIONES

Los espectros de diseño se obtuvieron del análisis estadístico de los datos obtenidos en los espectros de respuesta en suelos del Distrito Federal (capítulo IV).

Las curvas se obtuvieron por medio de un procedimiento que consistió en obtener la media y la desviación estándar de los datos obtenidos con el método simplificado de análisis (solución casi-lineal) para cada valor de ancho, **2a**, y su correspondiente altura de la superficie libre, **H**.

La finalidad de los espectros de diseño es la de proporcionar ayudas prácticas de diseño sísmicas que permitan realizar un análisis de tanques de almacenamiento rectangulares de manera rápida y práctica. Ya que como se cuenta con la gráfica que define el espectro de diseño, sólo bastará con entrar con el valor del ancho del tanque, **2a** y leer su valor correspondiente del elemento mecánico correspondiente a la gráfica, o existe la opción de sustituir el valor del ancho en su ecuación correspondiente.

En el siguiente capítulo se muestra el procedimiento detallado para realizar la obtención de los elementos mecánicos por medio de los espectros de diseño obtenidos en este capítulo, así como un ejemplo práctico.

CAPITULO VI APLICACIÓN PRÁCTICA

El procedimiento para obtener los elementos mecánicos de diseño de un tanque rectangular de almacenamiento se describe a continuación:

1. Definir el ancho, $2a$, y la relación altura a ancho ($H/2a$) que corresponde al tanque en estudio.
2. De las gráficas que corresponden a dicha relación, se procede a entrar con el valor del ancho hasta interceptar la curva y leer en el eje de las ordenadas el valor correspondiente. Otra forma más sencilla es emplear la ecuación polinómica que representa la curva de diseño, ya que sólo bastará con sustituir el valor del ancho, $2a$, en la misma y se obtendrá el valor del elemento mecánico de diseño.
3. Se repite el paso anterior para obtener los elementos mecánicos restantes.
4. Los valores obtenidos para la fuerza cortante y el momento de volteo son por metro de ancho, por lo que será necesario multiplicar por el valor en metros del ancho del tanque en la dirección perpendicular a la de análisis.
5. Los pasos 2,3 y 4 se repiten en la dirección restante de análisis del tanque.
6. Teniendo los valores para ambas direcciones, se procede a obtener lo que serán los elementos mecánicos de diseño finales con la ayuda de la expresión siguiente:

$$EMD = \sqrt{(dir1)^2 + (dir2)^2} \quad (6.1)$$

donde EMD es el elemento mecánico de diseño final.

dir 1 es el elemento mecánico de diseño obtenido para la primera dirección de análisis.

dir 2 es el valor del elemento mecánico obtenido para la segunda dirección de análisis.

7. Los valores obtenidos de la aplicación de la expresión anterior son los que se deberán de utilizar para realizar el diseño del espesor de las paredes del tanque.

Como ejemplo de aplicación consideremos un tanque rectangular de 10 x10 m con una altura de 2.5 m (**figura 6.1**), apoyado en un suelo intermedio, por lo que la relación $\frac{H}{2a} = 0.25$. El peso volumétrico del líquido contenido es de $\gamma = 1 \text{ t/m}^3$ y densidad $\rho = 0.1019 \text{ ts}^2/\text{m}^4$, es decir, contiene agua.

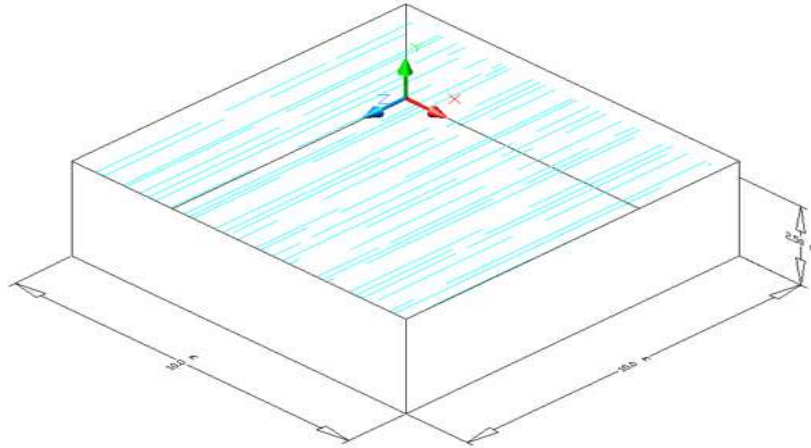


Figura 6.1 Tanque es estudio

Del espectro de diseño de fuerza cortante $H/2a=0.25$ (**Figura 5.1**)

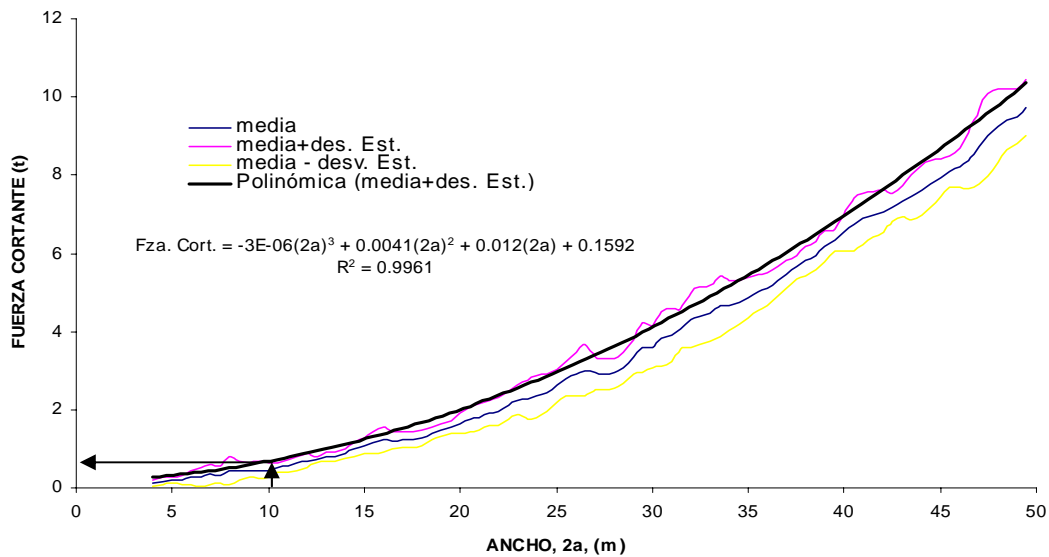


Figura 5.1 Espectro de Fuerza cortante para $\frac{H}{2a} = 0.25$

con un valor de ancho igual a 10 m, leemos que el valor correspondiente de fuerza cortante es 0.688 t/m. Para obtener los valores de los elementos mecánicos restantes se

realiza el mismo procedimiento descrito anteriormente en los espectros de diseño correspondiente, de lo cual obtenemos los valores de la **tabla 6.1**

Tabla 6.1 Elementos mecánicos obtenidos

ELEM. MECÁNICO	VALOR
Altura de Ola, m	0.310
Fuerza Cortante, t/m	0.688
Momento de Volteo, t.m/m	149.940

Los valores para la fuerza cortante y el momento de volteo son por metro de ancho, por lo que será necesario multiplicarlos por 10 m, de lo cual obtenemos los valores de la **tabla 6.2**

Tabla 6.2 Elementos mecánicos en la dirección de análisis

ELEM. MECÁNICO	VALOR
Altura de Ola, m	0.310
Fuerza Cortante, t	$0.688 \cdot 10 = 6.88$
Momento de Volteo, t.m	$149.940 \cdot 10 = 1499.40$

Para este caso las dimensiones del tanque son las mismas en ambas direcciones, los resultados serán los mismos para la dirección de análisis restante.

Para obtener los elementos mecánicos de diseño finales se sustituyen en la ecuación (6.1) quedando lo siguiente:

Tabla 6.3 Elementos mecánicos finales

ELEM. MECÁNICOS FINALES	VALOR
Altura de Ola, m	0.4384
Fuerza Cortante, t	9.7298
Momento de Volteo, t.m	2120.47

Los resultados mostrados en la **tabla 6.3**, son los elementos mecánicos que se deberán de utilizar para realizar el diseño del espesor de las paredes del tanque.

CAPÍTULO VII CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES PRÁCTICAS

En este trabajo se evaluó la respuesta sísmica de tanques rectangulares bajo una excitación sísmica horizontal. Se supuso que el fluido contenido es incompresible, homogéneo, no viscoso e irrotacional, lo que nos permite suponer que existe un potencial. En la solución analítica se considera que las ondas son periódicas, progresivas y planas.

La respuesta sísmica se obtiene para tanques anchos ($H/2a=0.25$), tanques cuadrados ($H/2a=1$) y tanques esbeltos ($H/2a=2$), sometidos a una excitación sísmica en dirección horizontal. Se consideran tanques de paredes rígidas, anclados a la cimentación, esto último implica que se desprecia la interacción suelo-estructura en el análisis.

La respuesta se calculó paso a paso en el tiempo y en la ecuación de movimiento se consideró un amortiguamiento del tipo viscoso. Se emplearon registros sísmicos del 19 de septiembre de 1985 y del 30 de septiembre de 1999, en la ciudad de México.

Se propuso un método simplificado de análisis (solución casi-lineal) que partiendo de las ecuaciones analíticas de la solución lineal y realizando una extrapolación de la presión a lo largo de la altura de ola registrada en la pared, nos permite comparar los elementos mecánicos con los obtenidos de considerar los efectos hidrodinámicos no lineales.

Los resultados mostraron que el método simplificado nos permite obtener elementos mecánicos aproximados a los obtenidos en un análisis no-lineal, ya que las diferencias máximas no son superiores al 3% para fuerza cortante y de 3.6% para el momento de volteo. Como habíamos mencionado anteriormente la solución no-lineal tiende a presentar problemas de inestabilidad numérica, lo que lleva a tiempos de solución inaceptables debido a que es necesario jugar con las dimensiones de la malla para poder encontrar una solución, lo que hace que dicha solución sea impráctica.

En la actualidad existen códigos de diseño que recomiendan diseñar un tanque realizando un análisis sísmico considerando sólo el modo fundamental de vibración y en algunos casos, diseñar las paredes del tanque tomando sólo el efecto de las presiones hidrostáticas.

Se pudo comprobar la necesidad de ello que es necesario realizar un análisis donde se incluyan los efectos hidrodinámicos no lineales, ya que para el registro sísmico de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes existe un incremento de 13.7% para la fuerza cortante y de 18.1% para momento de volteo. Asimismo para el registro de la Central de Abastos (frigorífico) presenta incrementos de 8.9% para fuerza cortante y de 21.4% para momento de volteo.

Se comprobó la contribución de los modos superiores de vibrar, ya que la altura de ola puede aumentar considerablemente, sobre todo si el tanque tiene un ancho superior a los 10 metros. La importancia de obtener la altura de ola máxima radica en que nos permite proporcionar el borde libre suficiente en el tanque, para así evitar daños en la cubierta o el derramamiento del líquido.

Se obtuvieron espectro de respuesta y de diseño, aplicando el método simplificado de análisis sísmico propuesto (solución casi-lineal), para contar con una herramienta que haga mucho más fácil y rápido la obtención de los elementos mecánicos de diseño para este tipo de tanques.

Se presentó un procedimiento de diseño mediante el cual se pueden obtener los elementos mecánicos de diseño para suelos del Distrito Federal, haciendo uso de los espectros de diseño generados por medio de la solución casi-lineal. Esto permite realizar el análisis y diseño de un tanque de almacenamiento de líquidos, sin la necesidad de contar con herramientas computacionales, ni de software avanzadas, que actualmente no existen en el mercado. Cabe señalar que los espectros de diseño presentados en el trabajo sólo pueden ser usados para realizar el diseño de tanques que se encuentren ubicados en zonas del Distrito Federal.

Por ello, se recomienda:

- Efectuar el análisis partiendo de las presiones hidrodinámicas, pues en estudios anteriores (Heredia y Hernández, 2001) se encontró que las presiones hidrodinámicas totales, para el registro sísmico de SCT, pueden ser del orden del 120% con respecto a la presión hidrostática ($H/2a=0.25$) y llega a ser del orden del 43% para una relación $H/2a=0.5$, recomendación que coincide con la propuesta en el Manual de Diseño de Obras Civiles (Manual de Diseño Sísmico, CFE, 1993).

- Realizar un análisis tomando en cuenta los efectos hidrodinámicos no lineales por medio del método simplificado de análisis (solución casi-lineal), pues de los resultados obtenidos, dicha solución resulta ser lo suficientemente aproximada a la de un análisis sísmico no-lineal, ya que el error máximo que se comete al obtener los elementos mecánicos de diseño no es superior a un 3% para la fuerza cortante y de 3.7% para el momento de volteo.
- Obtener los elementos mecánicos de diseño incluyendo la contribución de los modos superiores de vibrar, sobre todo si se trata de tanques muy anchos, pues mientras más ancho sea el tanque, mayor será la contribución de los modos. Deben considerarse por lo menos los primeros 10 modos, ya que a partir de dicha cantidad la respuesta ya no presenta incrementos significativos.
- Incluir un amortiguamiento del tipo viscoso del orden de $\xi_n=0.5\%$.

REFERENCIAS

1. Abe K. y Sakuraba S. (1993). "Boundary Element Optimization for Sloshing analysis", Boundary Element Methods, M. Tanaka, Q. Du and T. Honma (Editors), Elsevier Science Publishers B. V., 247-256.
2. Abe K. (1996). "R-Adaptive Boundary Element Method for Unsteady Free-Surface Flow Analysis", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 39, 2769-2787.
3. Abramson H. N. (1966). "The Dynamic behavior of liquids in moving containers, with applications to Space Vehicle Technology", NASA SP-106, San Diego.
4. American Petroleum Institute (1980). "Welded steel tanks for oil storage", API Standard 650, 7th edn, Washington, D.C.
5. American Water Works Association (1984). "AWWA standard for welded steel tanks for water storage", AWWA D-100, Denver, Colorado.
6. Anónimo. (1993). "Manual de Diseño de Obras Civiles, Diseño por Sismo", Comisión Federal de Electricidad, IIE, México.
7. Avilés J. y Li X. (1998). "Analytical-Numerical Solution for Hydrodynamic Pressures on Dams with sloping face considering compressibility and viscosity of water", Computers and Structures, Vol. 66, 481-488.
8. Avilés J. y Li X. (2001). "Hydrodynamic pressures on axisymmetric offshore structures considering seabed flexibility", Computers and Structures, Vol. 79, 2595-2606.
9. Balendra T., Ang K. K., Paramasivam P y Lee S. L. (1982). "Seismic Design of Flexible Cylindrical Liquid Storage Tanks", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 10, 477-496.
10. Bathe K. J. y Hahn W. F. (1979). "On transient Analysis of Fluid-Structure systems", Computer and Structures, Vol. 10, 383-391.
11. Barton D. C. y Parker J. V. (1987). "Finite Analysis of the Seismic Response of Anchored and Unanchored Liquid storage tanks", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 15, 299-322.
12. Bridges T. J. (1981). "A numerical simulation of large amplitude sloshing", Proceedings of the 3rd. International Conference on Numerical ship Hydrodynamics, 269-283.

13. Bridges T. J. y Dias F. (1990). "An analysis of two-dimensional water waves based on $O(2)$ symmetry", *Nonlinear Analysis, Theory, Methods and Applications*, Vol. 14, N° 9, 733-764.
14. Brooke B. T. y Olver P. J. (1982). "Hamiltonian structure, symmetries and conservation laws for water waves", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 125, 137-185.
15. Case K. M. y Parkinson W. C. (1957). "Damping of surface waves in an incompressible liquid", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 10, N° 1, 172-184.
16. Chen W., Haroun M. A. y Liu F. (1996). "Large Amplitude liquid sloshing in seismically excited tanks", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 25, 653-669.
17. Clough D. P. (1977). "Experimental Evaluation of Seismic Design Methods for Broad Cylindrical Tanks", Report No. UCB/EERC-77/10, Earthquake Engineering Research Center, Berkeley, California.
18. Deylami A. y Sarrafzadeh M. R. (1992). "Seismic Analysis of Cylindrical Liquid Storage Tanks", Faculty of Civil Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran-Iran.
19. Dogangun A., Durmus A. y Ayvaz Y. (1996). "Static and Dynamic Analysis of Rectangular Tanks by Using the Lagrangian Fluid Finite Element", *Computer and Structures*, Vol. 59, No. 3, 547-552.
20. Faltinsen O. M. (1974). "A nonlinear Theory of Sloshing in rectangular tanks", *Journal of Ship Research*, Vol. 18, N° 4, 224-241.
21. Faltinsen O. M. (1978). "A numerical nonlinear method of sloshing in tanks with two-dimensional flow", *Journal of Ship Research*, Vol. 22, N° 3, 193-202.
22. Fischer F. D. (1979). "Dynamic Fluid Effects in Liquid-Filled Flexible Cylindrical Tanks", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 7, 587-601.
23. Flipse J. E., Lou Y. K., Su T. C. (1980). "A Nonlinear Analysis of Liquid Sloshing in Rigid Containers", Report TAMU RE-4084, Ocean Engineering Program, Texas A&M University College Station, TX 77843.
24. Fujino Y., Pacheco B. M., Chaiser P, Sun L., y Koga K. (1990). "Understanding of TLM properties based on TMD analogy", *JSCE, Journal Struct. Engng.*, 36A, 557-590.
25. Graham E. W. y Rodríguez A. M. (1952). "Characteristics of Fuel Motion which affect Airplane Dynamics", *Journal Applied Mechanics*, Vol. 19, N° 3.

26. Greeves E. J. y Dumanoğlu A. A. (1989). "The implementation of an efficient computer analysis for fluid-structure interaction using the Eulerian approach with SAPIV", Report UCB-EE 89-10 Department of Civil Engineering University of Bristol.
27. Gupta R. K. y Hutchinson G. L. (1991). "Effects of wall flexibility on the dynamic response of liquid storage Tanks", Eng. Struct., Vol. 13, 253-267.
28. Harlow H. F. y Welch J. E. (1965). "Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface", Methods in Computational Physics, B. Alder, S. Fernbach, and M. Rotenberg (Editors). Academic Press, Vol. 3, 2182-2189.
29. Harlow H. F. y Welch J. E. (1966). "Numerical Study of Large-Amplitude Free-Surface Motions", The Physics of fluids, Vol. 9, N° 5, 842-851.
30. Haroun M. A. (1983). "Vibration studies and tests of liquid storage tanks", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 11, 179-206.
31. Hernández B. H. y Heredia Z. E. (2000). "Respuesta sísmica de Tanques cilíndricos para almacenamiento de líquidos", Revista de Ingeniería Sísmica, N° 62, 63-88.
32. Heredia Z. E. y Hernández B. H. (2001). "Análisis sísmico de tanques rectangulares para almacenamiento de líquidos", Memorias del congreso nacional de Ingeniería sísmica, Guadalajara, Jalisco.
33. Hernández B. H., Aldama A. A. y Aviles J. (2005) "Comportamiento hidrodinámico no lineal de tanques rectangulares de almacenamiento de agua y otros líquidos bajo excitación sísmica", Ingeniería Hidráulica en México, vol. XX, num. 4., 19-32 octubre -diciembre 2005.
34. Hildebrand F. B. (1976). "Advanced Calculus for Applications", Second Edition, Prentice-Hall.
35. Hirt C. W. y Nichols B. D. (1981). "Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries", Journal of Computational Physics, Vol. 39, 201-225.
36. Hirt C. W. (1986). "SOLA: A Basic Solution Algorithm for Flow Analysis", Applications of SOLA to Free Surface Flows, von Karman Institute for Fluid Dynamics, Lecture Series 1986-07, Introduction to Numerical Solution of Industrial Flows, 12-16 May.
37. Housner G. W. (1957). "Dynamic Pressures on Accelerated fluid containers", Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 47, 15-35.

38. Housner G. W. y Haroun M. A. (1980). "Dynamic analyses of liquid storage tanks", Turkish National Committee on Earthquake Engineering, Proceedings Seventh World Conference on Earthquake Engineering, Istanbul, Turkey, Vol. 8, 431-438.
39. Huerta A. y Liu W. K. (1988). "Viscous flow with large free surface motion", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 69, 227-324.
40. Hughes J. R., Liu W. K. y Zienkiewicz T. K. (1981). "Lagrangian-Eulerian Finite Element Formulation for Incompressible Viscous Flows", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 29, 329-349.
41. Hutton R. E. (1963). "An investigation of Resonant, Nonlinear Nonplanar Free Surface Oscillations of a Fluid", NASA TN D-1870.
42. Hwang J. H., Lee S. H. y Lee S. C. (1988). "Computation of Sloshing Loads by Finite Difference Methods", Report of the Research Institute of Industrial Science, Vol. 11, N° 1, 1-10.
43. Hwang J. H., Kim I. S., Seol Y. S., Lee S. C. y Chon Y. K. (1992). "Numerical Simulation of liquid sloshing in three-dimensional tanks", Computers and Structures, Vol. 44, N° 1-2, 339-342.
44. Ikegawa M. (1974). "Finite element analysis of fluid motion in a container", in Finite Element Methods in Flow Problems (Eds. J. T. Olsen, O. C. Zienkiewicz, R. H. Gallagher and C. Taylor), UAH Press, Huntsville, 737-738.
45. Iseki T. y Nakatake K. (1989). "Boundary Element Analysis of 3-Dimensional Sloshing Problems by Using Cubic Spline Element", Trans. West. Japan Soc. Naval Architects, N° 166, 355-362.
46. Jacobsen L. S. (1949). "Impulsive Hydrodynamics of Fluid Inside a Cylindrical Tank and of a Fluid Surrounding a Cylindrical Pier", Bull. S.S.A., Vol. 39.
47. Jennings P. C. (1971). "Damage of storage tanks, engineering features of the San Fernando Earthquake, Feb. 9, 1971", Earthquake Engineering Research Laboratory, Cal. Tech.
48. Kasuga I., Sugino R. y Tosaka N. (1993). "Sloshing motion in a cylindrical container by boundary element method", Boundary Element Methods, M. Tanaka, Q. Du and T. Honma (Editors), Elsevier Science Publishers B. V., 315-324.
49. Kawano K., Oda T., Yoshida S., Yamamoto T., Shibuya S. y Yamada S. (1980). "Damages of Oil Storage Tanks for off Miyagi Prefecture Earthquake of June 12, 1978", Proceedings of seventh World Conference on Earthquake Engineering, September 8-13, Istanbul, Turkey, Vol. 8, 507-510.

50. Lui W. K. (1981). "Finite Element Procedures for Fluid-Structure Interactions and Application to Liquid Storage Tanks", Nuclear Engineering and Design, No. 65, 221-238.
51. Liu W. K. y C. Ma D. (1982). "Computer Implementation Aspects for Fluid-Structure Interaction problems", Computers Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 31, 129-148.
52. Malhotra P. K. (1995). "Base Uplifting Analysis of Flexibly Supported Liquid-Storage Tanks", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 24, 1591-1607.
53. Malhotra P. K. (1997). "Seismic Response of Soil-Supported Unanchored Liquid-Storage Tanks", Journal of Structural Engineering, Vol. 123, 440-450.
54. Malhotra P. K. (1997). "New Method for Seismic Isolation of Liquid-Storage Tanks", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 26, 839-847.
55. Manos G. C. y Clough R. W. (1982). "Further Study of the Earthquake Response of a Broad Cylindrical Liquid-Storage Tanks Model", Report No. UCB/EERC-82/07, Earthquake Engineering Research Center, Berkeley, California.
56. Manos G. C. y Clough R. W. (1985). "Tank damage during the May 1983 Coalinga Earthquake", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 13, 449-466.
57. Mena E., Carmona C., Delgado R., Alántara L. y Domínguez O. (1986). "Catálogo de acelerogramas procesados del sismo del 19 de septiembre de 1985", Parte I: Ciudad de México, Series del I de I, N° 497, UNAM.
58. Miles J. (1976). "Nonlinear surface waves in closed basins", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 75, part 3, 419-448.
59. Miles J. (1977). "On Hamilton's principle for surface waves", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 83, 153-158.
60. Miles J. (1984). "Resonantly forced surface waves in a circular cylinder", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 149, 15-31.
61. Miles J. (1984). "Internally resonant surface waves in a circular cylinder", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 149, 1-14.
62. Miles J. (1985). "Surface waves in basins of variable depth", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 152, 379-389.
63. Miyata H. y Nishimura S. (1986). "Finite-difference simulation of nonlinear ship waves", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 157, 327-357.

64. Moissev N. N. (1958). "On the Theory of Nonlinear Vibrations of a Liquid of Finite Volume", Applied Mathematics and Mechanics (PMM), Vol. 22, No. 5, 612-621.
65. Nakayama T. y Washizu K. (1981). "The Boundary Element Method Applied to The Analysis of two-dimensional Nonlinear Sloshing Problems", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 17, 1631-1646.
66. Niwa A. y Clough R. W. (1982). "Buckling of cylindrical liquid-storage tanks under earthquake loading", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 10, 107-122.
67. Ortiz J. L. y Barhorst A. A. y Robinett J. (1998). "On modeling fluid-structure interaction", Proc. 35th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, paper AIAA 97-0785, Reno NV.
68. Peek R. y Jennings P. C. (1988). "Simplified Analysis of Unanchored Tanks", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 16, 1073-1085.
69. Penney W. G. y Price A. T. (1952). "Finite Periodic Stationary Gravity Waves in a Perfect Liquid", Philosophical Transactions of the Royal Society (London), Vol. A 244, 254-284.
70. Peraire J y Peiró J. (1992). "Adaptive Remeshing for three-dimensional Compressible Flow Computations", Journal of Computational Physics, N° 103, 269-285.
71. Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T. y Flannery B. P. (1992). "Numerical Recipes in Fortran, The Art of Scientific Computing", Second Edition, Cambridge University Press.
72. Priestley M. J. N. (Editor) (1986). "Seismic Design of Storage Tanks", New Zealand National Society of Earthquake Engineering (NZNSEE).
73. Ramaswamy B., Kawahara M., y Nakayama T. (1986). "Lagrangian finite element method for the analysis of two-dimensional sloshing problems", International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 6, 659-670.
74. Rogge T. R. y Weiss H. J. (1966). "A non approximate nonlinear analysis of the stability of sloshing modes under translational and rotational excitation", NASA CR-220, San Diego.
75. Rogge T. R. y Weiss H. J. (1966). "A nonlinear analysis for sloshing Forces and Moments on a Cylindrical tank", NASA CR-221, San Diego.
76. Sakar F. N. y Ogawa H. (1984). "Sloshing behavior of floating-roof oil storage tanks", Computer and Structures, Vol. 19, N° 1-2, 183-192.

77. Sagar B. A. y Baumgarten J. R. (1982). "Linear and nonlinear analysis of fluid slosh dampers", AIAA J., N° 20, 1534-1538.
78. Shinkai A., Yamaguchi K. y Fukuda J-I. (1983). "Numerical Analysis of three-dimensional Sloshing Problems", Trans. West. Japan Soc. Naval Architects, N° 66, 25-35.
79. Telste J. G. (1985). "Calculation of fluid motion resulting from large-amplitude forced heave motion of two-dimensional cylinder in a free surface", Naval Ship Research and Development Center, 20284, 81-93.
80. Thomas J. W. (1995). "Numerical Partial Differential Equations: Finite Difference Methods", Springer-Verlag New York, Inc.
81. Tozawa S. y Sueoka H. (1989). "Experimental and Numerical Studies on Sloshing in Partially Filled Tanks", The Proceedings of the Fourth International Symposium on Practical Design on Ships and Mobile Units, 57.1-57.8.
82. Ukeguchi N., Sakata H. y Adachi T. (1980). "On the Numerical Analysis of Compressible flow problems by the Modified Flic Method", Computers and Fluid, Vol. 8, 251-263.
83. Veletsos A. S. y Shivakumar P. (1993). "Sloshing response of layered liquids in rigid tanks", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 22, 801-821.
84. Veletsos A. S. y Shivakumar P. (1997). "Dynamic response of tanks containing liquids or solids", Rice University, Houston, Texas, USA.
85. Veletsos A. S. y Yang J. Y. (1977). "Earthquake response of liquid storage tanks", Advances in Civil Engineering through Engineering Mechanics, Proceedings Second Annual Engineering Mechanics Division Specialty Conference, ASCE, 1-24.
86. Veletsos A. S. y Kumar A. (1984). "Dynamic of vertically excited liquid storage tanks", Proceeding of the VII WCEE, San Francisco, CA, USA, 453-459.
87. Veletsos A. S. (1984). "Seismic response and design of liquid storage tanks", Guidelines for the Seismic Design of Oil and Gas Pipeline Systems, Technical Council on Lifeline Earthquake Engineering, ASCE, New York, 255-370 y 443-461.
88. Veletsos A. S., Tang Y. y Tang H. T. (1992). "Dynamic Response of Flexible Supported Liquid Storage Tanks", Journal of Structural Engineering Division, ASCE, 118, 264-283.
89. Verzicco R. y Orlandi P. (1996). "A Finite-Difference Scheme for three-dimensional Incompressible Flows in Cylindrical Coordinates", Journal of Computational Physics, N° 123, 402-414.

90. Washizu K., Nakayama T. y Ikegawa M. (1978). "Applications of the finite element methods to some free surface fluid problems", Finite Element in Water Resources (Eds. W. G. Gray, G. F. Pinder y C. A. Brebbia), Pentech Press, London, 4.247-4.266.
91. Wozniak R.S. y Mitchell (1978). "Basis of Seismic design Provision for Welded Steel Oil Storage Tanks", Proceedings – Refining Department, Vol. 57, 485-501.
92. Yeung W. R. y Wu C-F. (1989). "Nonlinear wave-body motion in a closed domain", Computers and Fluids, Vol. 17, 351-370.
93. Zakharov V. E. (1968). "Stability of periodic waves on finite amplitude on the surface of a deep fluid", J. Appl. Mech. Technol. Phys., 9, 190-194. (Transl. From Russian).
94. Zhen-xing F. (1993). "BEM modeling for 3-D transient sloshing", Boundary Element Methods, M. Tanaka, Q. Du and T. Honma (Editors), Elsevier Science Publishers B. V., 305-314.