



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO

Facultad de Ingeniería Eléctrica
División de Estudios de Posgrado

*Análisis modal generalizado para el
amortiguamiento de oscilaciones en sistemas
eléctricos con integración de energías renovables*

TESIS

Que para obtener el grado de
MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

presenta

Ing. Eddy Ivan Lara Hernández

Dr. Claudio Ruben Fuerte Esquivel

Director de Tesis

Dr. Alejandro Zamora Méndez

Co-Director de Tesis

Enero 2022

Morelia, Michoacán





ANÁLISIS MODAL GENERALIZADO PARA EL AMORTIGUAMIENTO DE OSCILACIONES EN SISTEMAS ELÉCTRICOS CON INTEGRACIÓN DE ENERGÍAS RENOVABLES

Los Miembros del Jurado de Examen de Grado aprueban la Tesis de Maestría en Ciencias
en Ingeniería Eléctrica de Eddy Ivan Lara Hernández.

Dr. Fernando Omelas Téllez
Presidente del Jurado

Dr. Claudio Rubén Fuerte Esquivel
Director de Tesis

Dr. Alejandro Zamora Méndez
Co-director

Dr. J. Aurelio Medina Ríos
Vocal

Dr. Jorge Guillermo Calderón Guizar
Revisor Externo

Dr. Roberto Tapia Sánchez
*Jefe de la División de Estudios de Posgrado
de la Facultad de Ingeniería Eléctrica. UMSNH
(Por reconocimiento de firmas)*

*Para aquellos que ya no están entre nosotros. Mamá Teo, tío Elmer, amigo
Mario, ¡Vivirán en nuestros corazones por siempre!.*

Agradecimientos

Agradezco primeramente a Dios, por darme vida, salud y el conocimiento suficiente para concluir esta etapa de mi vida.

A mis padres, José Víctor y Graciana, por estar siempre alentándome a seguir adelante a pesar de los momentos difíciles, a mi tía Juana, que como una madre me ha ayudado y aconsejado desde pequeño.

A mis hermanos, Ivette e Isai, por los buenos momentos que hemos compartido desde niños.

A Diana Laura, por su cariño, apoyo y comprensión que siempre ha tenido para conmigo.

A mis amigos.

A mis profesores en la DEP-FIE, por contribuir académicamente a mi desarrollo.

A mi co-asesor, el Dr. Alejandro Zamora Méndez, por su amabilidad, paciencia y sus contribuciones que ayudaron a mejorar este trabajo de tesis.

Un agradecimiento especial a mi asesor, el Dr. Claudio R. Fuerte Esquivel, quien me brindó un poco de su vasto conocimiento, y me mostró su calidad humana apoyándome en todo momento.

Al Dr. Reymundo Ramírez Betancour, quien me alentó a continuar mis estudios durante mis años de licenciatura.

A la UMSNH, por albergarme entre sus aulas y haberme permitido crecer tanto personal como académicamente.

Resumen

Cuando el sistema eléctrico de potencia (SEP) es sujeto a pequeñas perturbaciones, ocurre un desbalance entre la potencia generada y la potencia demandada, lo que se traduce en una desviación de frecuencia en el sistema debido al cambio en las velocidades de los generadores. Cuando los generadores tratan de alcanzar nuevamente el estado estable, la dinámica del sistema está dominada por la interacción energética entre ellos, lo que se manifiesta por medio de oscilaciones de potencia a través de las líneas de transmisión. Durante este proceso dinámico, las inercias de las máquinas rotatorias proporcionan un amortiguamiento a las oscilaciones de potencia resultantes gracias a la energía cinética almacenada en sus rotores. En este contexto, la amplitud de la oscilación depende de la severidad de la perturbación, mientras que la frecuencia de oscilación depende del amortiguamiento provisto por el sistema.

La identificación y amortiguamiento de oscilaciones de potencia es de suma importancia para evitar que el sistema de potencia pierda estabilidad, y sobre este tópico versa el presente trabajo de tesis. La identificación de modos oscilatorios se realiza por medio de un análisis de estabilidad de pequeña señal (AEPS), el cual permite la identificación particular de estos patrones de oscilación. Los factores de participación (FP) de variables algebraicas, los cuales brindan una medida de la participación de este tipo de variables en un modo de oscilación en particular, son usados para determinar la mejor ubicación de compensadores estáticos de VARs (CEVs). Estos dispositivos son equipados con un amortiguador de oscilaciones de potencia (POD por sus siglas en inglés), con el propósito de mejorar el amortiguamiento de las oscilaciones de potencia, para lograr esto, la variable de control se selecciona de un análisis de FPs de variables algebraicas.

Este trabajo de tesis también contempla el impacto de las plantas solares en la estabilidad del sistema, especialmente sobre los modos de oscilación críticos, y la manera de amortiguarlos usando controladores PODs instalados en el esquema de control del inversor, tanto para el control de potencia activa como potencia reactiva.

Finalmente, los resultados obtenidos son validados a través de simulaciones en el dominio del tiempo. En este caso, las respuestas transitorias del SEP son descompuestas usando el método de Prony para validar la aparición de modos de oscilación críticos obtenidos previamente por el estudio de estabilidad de pequeña señal.

Palabras clave: Factores de participación de variables algebraicas, análisis de estabilidad de pequeña señal, amortiguador de oscilaciones de potencia, oscilaciones de potencia, pequeñas perturbaciones.

Abstract

When the electrical power system (EPS) is subject to small disturbances, an imbalance occurs between the generated and demanded powers, producing a frequency deviation from its nominal value because of the change in generator's speeds. During this dynamic process, in which the generators try to reach a new steady-state operation, the system's dynamics are dominated by the energetic interaction between them, which gives place to power oscillations through the transmission lines. During this dynamic process, the inertia of rotating machines damping out the resulting power oscillations by using the kinetic energy stored in their rotors. Within this context, the oscillation amplitude depends on the severity of the disturbance, whereas the frequency oscillation depends on the damping provided by the system.

Identification and damping of power oscillations are of utmost importance to prevent the power system from losing stability, and this thesis is about this topic. Oscillation identification is carried out through a small-signal stability analysis (SSSA), which allows the particular identification of oscillation patterns. The participation factors (PF) of algebraic variables, which provide a measure of the participation of these types of variables in a particular oscillation mode, are used to determine the best location of static VAR compensators (SVCs). These devices are equipped with a power oscillation damping (POD), with the purpose of improving the damping of power oscillations, to achieve this, the control variable is selected from a PFs of algebraic variables analysis.

This thesis also considers the impact of solar plants on system stability, especially on critical oscillation modes, and how to damping them using POD controllers installed in the inverter control scheme, for both active and reactive power control.

Finally, the results obtained are validated through time-domain simulations. In this case, the electric power system's transient responses are decomposed using the Prony's method to validate the appearance of the critical modes of oscillation previously obtained by the small-signal stability study.

Keywords: Participation factors of algebraic variables, small-signal stability analysis, power oscillation damping, power oscillations, small disturbances.

Contenido

Dedicatoria	III
Agradecimientos	V
Resumen	VII
Abstract	IX
Contenido	XI
Lista de Figuras	XV
Lista de Tablas	XVII
Abreviaciones y Nomenclaturas	XIX
Lista de Símbolos	XXI
1. Introducción	1
1.1. Introducción	1
1.2. Estado del arte	3
1.3. Objetivos	6
1.3.1. Objetivo general	6
1.3.2. Objetivos específicos	6
1.4. Justificación	6
1.5. Metodología	7
1.6. Contenido de la tesis	8
2. Modelo linealizado de sistemas eléctricos	11
2.1. Introducción	11
2.2. Linealización de ecuaciones no lineales	12
2.3. Máquina síncrona	13
2.3.1. Modelo de 6to orden	13
2.3.2. Modelo de 4to Orden	16
2.4. Sistema de excitación	18
2.4.1. Excitador tipo DC1A	18
2.4.2. Excitador tipo ST1A	20
2.4.3. Excitador Estático	21
2.5. Gobernador de velocidad	22
2.6. Cargas estáticas, modelo exponencial	24
2.7. Modelo de la red eléctrica	25
2.8. Compensador estático de var's	30

2.9. Amortiguador de oscilaciones de potencia	32
2.10. Conclusiones	33
3. Análisis de estabilidad de pequeña señal	35
3.1. Introducción	35
3.2. Descripción física del fenómeno	36
3.3. Estabilidad del ángulo del rotor ante pequeños disturbios	38
3.4. Descripción matemática del problema de estabilidad de pequeña señal	40
3.4.1. Modelo del sistema de potencia	40
3.4.2. Puntos de equilibrio	41
3.4.3. Linealización del sistema eléctrico de potencia	41
3.4.4. Eigenvalores	45
3.4.5. Eigenvectores	45
3.4.6. Factores de participación	47
3.4.7. Dinámica libre del sistema	49
3.4.8. Eigenvalores y estabilidad	51
3.5. Factores de participación de variables algebraicas	52
3.6. Diseño del controlador POD basado en residuos	54
3.7. Conclusiones	59
4. Control de oscilaciones por medio de dispositivos FACTS	61
4.1. Introducción	61
4.2. Integración del CEV al sistema linealizado de ecuaciones	62
4.3. Casos de estudio	63
4.3.1. Sistema de dos áreas de Kundur	63
4.3.1.1. Compensador estático de var's conectado en el nodo 11	65
4.3.1.2. Simulación transitoria	68
4.3.2. Sistema de 10 máquinas, 39 nodos	71
4.3.2.1. Compensador estático de var's conectado en el nodo 9	74
4.3.2.2. Simulación transitoria	78
4.3.3. Sistema de 16 máquinas, 68 nodos	81
4.3.3.1. Compensadores estáticos de var's conectados en los nodos 55 y 66	84
4.3.3.2. Simulación transitoria	89
4.4. Conclusiones	91
5. Efecto de plantas solares en oscilaciones de potencia	93
5.1. Introducción	93
5.2. Modelado de plantas solares	94
5.2.1. Representación de plantas solares para estudios de flujos de potencia	94
5.2.2. Modelo dinámico de la planta solar	95
5.3. La importancia de la inercia en sistemas de potencia	101
5.4. Casos de estudios	102
5.4.1. Sistema de dos áreas de Kundur	102
5.4.2. Sistema de 10 máquinas, 39 nodos	109

5.4.3. Sistema de 16 máquinas, 68 nodos	115
5.5. Conclusiones	121
6. Conclusiones generales y trabajos futuros	123
6.1. Conclusiones generales	123
6.2. Trabajos futuros	125
A. Modelado de la máquina síncrona	127
A.1. Introducción	127
A.2. Modelo con tres devanados de amortiguamiento	127
A.2.1. Transformada de Park y sistema en por unidad	129
A.2.2. Circuito magnético lineal	134
B. Derivación de la ecuación (3.94)	141
C. Método de Prony	145
D. Respuesta de frecuencia de generadores para los sistemas de 39 y 68 nodos	149
E. Sistemas de prueba	155
E.1. Sistema de dos áreas de Kundur	155
E.2. Sistema de 39 nodos	158
E.3. Sistema de 68 nodos	162
Referencias	167

Lista de Figuras

2.1. Modelo general del sistema [Kundur, 1994]	12
2.2. Excitador tipo DC1A	19
2.3. Excitador tipo ST1A	21
2.4. Excitador estático	22
2.5. Diagrama de bloques del sistema gobernador/turbina	23
2.6. Representación de la red eléctrica en un sistema multimáquina	25
2.7. CEV, modelo de susceptancia equivalente	30
2.8. Rangos de operación para el CEV	31
2.9. Diagrama de control para el CEV	31
2.10. Estructura del POD	32
3.1. Naturaleza de la respuesta a pequeñas perturbaciones	39
3.2. Clasificación de los modos de oscilación [Villarreal-Martínez, 2008]	40
3.3. Diagrama de bloques de la representación del espacio de estados	44
3.4. Configuración del sistema en lazo cerrado	56
3.5. Respuesta en frecuencia para la compensación en adelanto	57
3.6. Estructura del POD	57
3.7. Movimiento de eigenvalores a causa de una acción de control retroalimentado	59
4.1. Sistema de dos áreas	64
4.2. FP de magnitudes de voltaje sobre el modo inter-área	65
4.3. FP de ángulos de voltaje sobre el modo inter-área	66
4.4. Forma del modo inter-área en el sistema de dos áreas	68
4.5. Comportamiento de la frecuencia en los generadores	69
4.6. Caso 2: Señales de frecuencia en los generadores	70
4.7. Sistema de 10 máquinas, 39 nodos	72
4.8. Forma del modo inter-área en el sistema de 39 nodos	73
4.9. FP de magnitudes de voltaje sobre el modo inter-área	73
4.10. FP de variables algebraicas	75
4.11. r-locus del controlador POD	76
4.12. Comportamiento de la frecuencia en G1	79
4.13. Sistema de 16 máquinas, 68 nodos	82
4.14. Formas de modo para los modos inter-área	83

4.15. FP de magnitudes de voltaje	84
4.16. FP de ángulos de voltaje sobre el modo inter-área 3	86
4.17. r-locus del controlador POD_1	86
4.18. FP de ángulos de voltaje sobre el modo inter-área 2	87
4.19. r-locus del controlador POD_2	88
4.20. Comportamiento de la frecuencia en G16	89
5.1. Modelo equivalente del sistema fotovoltaico a gran escala	95
5.2. Estructura general de sistemas fotovoltaicos a gran escala	95
5.3. Modulo del control eléctrico REEC_B	96
5.4. Sistema de dos áreas con penetración de energía solar	103
5.5. Comportamiento de la frecuencia en el escenario B de la Tabla 5.1	106
5.6. FP de ángulos de voltaje sobre el modo inter-área	106
5.7. r-locus del controlador POD_Q	107
5.8. Amortiguamiento de la oscilación de frecuencia en el caso B de la Tabla 5.1	109
5.9. Sistema de 39 nodos con penetración de energía solar	110
5.10. FP de la potencia activa en líneas de transmisión	111
5.11. r-locus del controlador POD_P	112
5.12. r-locus del controlador POD_Q	113
5.13. Amortiguamiento de la oscilación de frecuencia	114
5.14. Sistema de 16 máquinas, 68 nodos con penetración de energía solar	116
5.15. FP de ángulos de voltaje sobre el modo inter-área 3	117
5.16. r-locus del controlador POD_{1Q}	118
5.17. FP de ángulos de voltaje sobre el modo inter-área 2	119
5.18. r-locus del controlador POD_{2Q}	119
5.19. Amortiguamiento de la oscilación de frecuencia	120
A.1. Esquema de la máquina síncrona	128
B.1. Configuración del sistema en lazo cerrado	141
D.1. Capítulo 4. Frecuencia en generadores del sistema de 39 nodos	151
D.2. Capítulo 4. Frecuencia en generadores del sistema de 68 nodos	153

Lista de Tablas

4.1. Modos de interés en el sistema de dos áreas	64
4.2. Modos de interés cuando el CEV es conectado en el nodo 11.	65
4.3. Modos de interés cuando el POD es agregado al CEV.	67
4.4. Identificación del modo inter-área mediante el método de Prony	71
4.5. Modos de interés en el sistema de 39 nodos	72
4.6. Modos de interés cuando se conecta un CEV en el nodo 9	74
4.7. Modos de interés cuando el POD es agregado al CEV	78
4.8. Identificación del modo inter-área mediante el método de Prony	80
4.9. Modos inter-área en el sistema de 68 nodos	82
4.10. Efectos de los CEVs sobre los modos inter-área	85
4.11. Efecto de los PODs sobre los modos inter-área	88
4.12. Identificación de los modos inter-área mediante el método de Prony	90
5.1. Efecto del nivel de penetración solar sobre los modos de interés	103
5.2. Efecto del nivel de penetración solar sobre los modos de interés considerando la acción del controlador POD_Q en el escenario B	107
5.3. Identificación del modo inter-área mediante el método de Prony	109
5.4. Efecto de 2.4 % de generación fotovoltaica sobre los modos de interés	110
5.5. Efecto de los controladores PODs en plantas solares	113
5.6. Identificación del modo inter-área mediante el método de Prony	115
5.7. Efecto del nivel de penetración solar sobre los modos inter-área.	116
5.8. Efecto de los controladores $PODs$ en el sistema	120
5.9. Identificación de los modos inter-área mediante el método de Prony	121
E.1. Datos de las cargas del sistema de dos áreas	155
E.2. Elementos en derivación del sistema de dos áreas	155
E.3. Datos de generadores del sistema de dos áreas	155
E.4. Datos de líneas de transmisión del sistema de dos áreas	156
E.5. Datos dinámicos de generadores del sistema de dos áreas. $S_B = 900$ MVA.	156
E.6. Datos del sistema de excitación tipo DC1A en el sistema de dos áreas	157
E.7. Datos del sistema turbina-gobernador para el sistema de dos áreas	157
E.8. Datos para el CEV del sistema de dos áreas	157
E.9. Datos de la planta solar del sistema de dos áreas	157

E.10.Datos de LTs para la conexión de la planta solar en el sistema de dos áreas	158
E.11.Datos de líneas de transmisión del sistema de 39 nodos	158
E.12.Datos de transformadores del sistema de 39 nodos	159
E.13.Datos de las cargas del sistema de 39 nodos	159
E.14.Datos de generadores del sistema de 39 nodos	160
E.15.Datos dinámicos de generadores del sistema de 39 nodos	160
E.16.Datos del sistema de excitación tipo ST1A en el sistema de 39 nodos	160
E.17.Datos para el CEV del sistema de 39 nodos	161
E.18.Datos de la planta solar del sistema de 39 nodos	161
E.19.Datos de LTs para la conexión de la planta solar en el sistema de 39 nodos	161
E.20.Datos de Trans. para la conexión de la planta solar en el sistema de 39 nodos	161
E.21.Datos de líneas de transmisión del sistema de 68 nodos	162
E.22.Datos de transformadores del sistema de 68 nodos	164
E.23.Datos de generadores del sistema de 68 nodos	164
E.24.Datos de las cargas del sistema de 68 nodos	165
E.25.Datos dinámicos de generadores del sistema de 68 nodos	165
E.26.Datos del sistema de excitación estático en el sistema de 68 nodos	166
E.27.Datos para los CEVs del sistema de 68 nodos	166
E.28.Datos de plantas solares en el sistema de 68 nodos	166
E.29.Datos de LTs para la conexión de plantas solares en el sistema de 68 nodos	166
E.30.Datos de Trans. para la conexión de plantas solares en el sistema de 68 nodos	166

Abreviaciones y Nomenclaturas

SEP	Sistema eléctrico de potencia.
FACTS	Flexible Alternating Current Transmission System (Sistemas flexibles de transmisión de corriente alterna).
CEV	Compensador estático de var's.
POD	Power Oscillation Damping (Amortiguador de oscilaciones de potencia).
TSAT	Transient Security Assessment Tool (Herramienta de evaluación de seguridad transitoria).
MS	Máquina síncrona.
AEPS	Análisis de estabilidad de pequeña señal.
PSS	Power System Stabilizer (Estabilizador de Sistema de Potencia).
WECC	Western Electricity Coordinating Council (Consejo de coordinación de electricidad occidental).
PSSE	Power System Simulator For Engineering (Simulador de sistemas de potencia para ingeniería).
PSLF	Positive Sequence Load Flow (Software de flujo de carga de secuencia positiva).
DSATools	Dynamic Security Analysis Tools (Software de evaluación de seguridad dinámica).
FP	Factor de participación.
REGC	Renewable Energy Generator/Converter (Generador/Convertidor de energía renovable).
REPC	Renewable Energy Plant Controller (Controlador de planta de energía renovable).
REEC	Renewable Energy Electrical Controls. (Controles eléctricos de energía renovable).
PI	Control proporcional-integral.
GSFV	Generador solar fotovoltaico.

FV	Fotovoltaico.
CC	Corriente continua.
Hz	Hertz.
p.u.	Por unidad.
MW	Mega Watt.
MVAR	Mega Volt Ampere Reactivo.
LT	Línea de transmisión.
TGR	Transient Gain Reduction (Reducción de ganancia transitoria).

Lista de Símbolos

δ	Ángulo de rotor
ω	Velocidad angular del rotor.
ω_s	Velocidad angular síncrona del rotor.
H	Constante de inercia de la máquina síncrona.
T_M	Par mecánico.
ψ_d	Enlace de flujo en el eje de cuadratura d.
ψ_q	Enlace de flujo en el eje de cuadratura q.
I_d	Corriente en el eje de cuadratura d.
I_q	Corriente en el eje de cuadratura q.
D	Coefficiente de amortiguamiento de la máquina síncrona.
T'_{d0}	Constante de tiempo transitoria en circuito abierto del eje d.
T'_{q0}	Constante de tiempo transitoria en circuito abierto del eje q.
T''_{d0}	Constante de tiempo subtransitoria en circuito abierto del eje d.
T''_{q0}	Constante de tiempo subtransitoria en circuito abierto del eje q.
E'_q	Voltaje proporcional a los enlaces de flujo del devanado de campo.
E'_d	Voltaje proporcional a los enlaces de flujo del devanado de amortigua-
	miento 1q en el eje q.
X_d	Reactancia síncrona en el eje d.
X'_d	Reactancia transitoria en el eje d.
X''_d	Reactancia subtransitoria en el eje d.
X_q	Reactancia síncrona en el eje q.
X'_q	Reactancia transitoria en el eje q.
X''_q	Reactancia subtransitoria en el eje q.
$X_{\ell s}$	Reactancia de fuga del devanado del estátor.
R_s	Resistencia del estátor.
ψ_{1d}	Enlace de flujo en el devanado de amortiguamiento 1d en el eje d.
ψ_{2q}	Enlace de flujo en el devanado de amortiguamiento 2q en el eje q.
E_{fd}	Voltaje de campo.

V	Voltaje en terminales de la máquina síncrona.
θ	Ángulo del voltaje en terminales de la máquina.
m	Número de máquinas síncronas.
T_p	Constante de tiempo del regulador de corriente activa del inversor.
T_q	Constante de tiempo del regulador de corriente reactiva del inversor.
T_{pord}	Constante de tiempo de retardo del orden de potencia del inversor.
T_{iq}	Constante de tiempo de retardo del regulador de corriente reactiva.
T_{rv}	Constante de tiempo del filtro de voltaje en terminales del inversor.
K_{qv}	Ganancia proporcional del regulador local de voltaje.

Capítulo 1

Introducción

1.1. Introducción

Los sistemas eléctricos de potencia (SEPs) están compuestos de varios componentes eléctricos que interconectados forman un sistema dinámico capaz de generar, transmitir y distribuir energía eléctrica sobre una gran área geográfica. Como consecuencia de su gran tamaño, después de una pequeña perturbación, los generadores pueden intercambiar potencia eléctrica a través de las líneas de transmisión. Este intercambio de energía se manifiesta por medio de oscilaciones de potencia de baja frecuencia que son identificadas al determinar los modos de oscilación electromecánicos (“modo” es un término técnico para referirse a un patrón de oscilación específico y se usa a menudo para hacer referencia a la oscilación de una variable eléctrica a una frecuencia específica [Rogers, 2000]). La perturbación puede ser producida por una falla, la desconexión y/o reconexión de una línea de transmisión, cambios de carga, etc., la severidad de la perturbación depende en gran medida del tamaño de SEP, por ejemplo, una variación de carga de 10 MW puede no tener gran efecto para un sistema de grandes dimensiones, mientras que en un sistema pequeño puede producir oscilaciones de potencia que se mantienen durante periodos prolongados de tiempo.

Para evaluar la habilidad del sistema de potencia de mantener el sincronismo cuando está sujeto a pequeños disturbios se lleva a cabo el análisis de estabilidad de pequeña señal. En este contexto, un disturbio se considera pequeño si las ecuaciones que describen la respuesta resultante pueden ser linealizadas para propósitos de análisis [Kundur, 1994]. Esto permite utilizar métodos analíticos lineales para encontrar los modos de oscilación en un sistema de potencia y las correspondientes formas de modo, las cuales contienen información sobre la participación individual de una máquina o un grupo de máquinas en un modo particular [Zhou, 1995]. Uno de los elementos más importantes a incluir en el análisis de pequeña señal es el generador, cuyos modelos matemáticos determinan el comportamiento dinámico del sistema de potencia. Existen muchos modelos establecidos para este dispositivo, todo depende del tipo de generación que se este utilizando, por ejemplo; eólica, solar, hidráulica, térmica, etc. Los modelos del generador utilizados en la presente tesis son los desarrollados en [Sauer y Pai, 1998] para la máquina síncrona (MS), ya que se considera que el sistema mantiene el sincronismo.

A finales de la década de los 80's, los SEPs fueron equipados con dispositivos basados en electrónica de potencia, denominados dispositivos flexibles de transmisión en corriente alterna (FACTS por su nombre en inglés). El término FACTS fue presentado por primera vez en [Hingorani, 1988] y se define como una colección de controladores basados en dispositivos conmutados electrónicamente que permite controlar las variables del sistema tales como magnitudes del voltaje, reactancia en líneas de transmisión, ángulos de fase y flujos de potencia activa y reactiva. Ejerciendo el control antes mencionado, el SEP aumenta sus márgenes de estabilidad y las oscilaciones de potencia tienden a ser amortiguadas.

Por último, con el creciente interés en producir energía eléctrica basada en fuentes renovables, cada vez más parques de generación fotovoltaica son instalados en el sistema de potencia. La penetración de este tipo de energía renovable, que desplaza a la generación convencional, afecta la estabilidad del SEP dependiendo de sus características, es decir, demanda-generación, topología de la red, distribución de los flujos de potencia, etc. Por esta razón, se aborda esta problemática desde el punto de vista del análisis de pequeña señal.

1.2. Estado del arte

Las oscilaciones electromecánicas de baja frecuencia son inherentes al sistema eléctrico de potencia. Debido al inadecuado amortiguamiento de tales oscilaciones muchos problemas han sido encontrados a través de la historia. Los primeros de ellos, experimentados en la década de 1920, surgieron en forma de oscilaciones espontáneas denominadas “hunting”, las cuales fueron resueltas utilizando devanados de amortiguamiento en generadores que, aunque aumentaban la corriente de cortocircuito producida por el generador, eliminaban las oscilaciones entre máquinas de la misma planta. A medida que los sistemas de potencia evolucionaron, fueron operados más cerca de sus límites de estabilidad en estado estable, y algunas veces se volvían inestables cuando ocurría una falla o algún otro disturbio, [Concordia, 1985], [Pal y Chaudhuri, 2005].

Cuando el proceso de interconexión entre SEPs se aceleró en la década de 1960, aparecieron oscilaciones en el rango de 0.1 a 1 Hz con amortiguamientos negativos, producidos por el uso de reguladores de voltaje de rápida respuesta, en situaciones donde los generadores eran sujetos a grandes oscilaciones angulares [CIGRE, 1997]. No obstante, con el pasar de los años se utilizaron estos controles de excitación para mejorar en gran medida el amortiguamiento de las oscilaciones y la estabilidad del sistema usando estabilizadores de sistema de potencia (PSSs) en generadores de sistemas multi-máquinas [Larsen y Swann, 1981].

Con la introducción de los dispositivos FACTS [Hingorani, 1988], surgieron incontables estudios sobre la sintonización de estabilizadores con el propósito de amortiguar oscilaciones de potencia a bajas frecuencias. También se observó que la localización y el tipo de control de los dispositivos FACTS tenían un gran impacto en la mejora de la estabilidad del sistema. En este contexto, en [Martins y Lima, 1990] se propuso un algoritmo para determinar la mejor localización de compensadores estáticos de VARs (CEVs) en el sistema de potencia, con el fin de amortiguar los modos de oscilación críticos mediante el cálculo de residuos en funciones de transferencia.

A pesar de que los CEVs principalmente son instalados para propósitos de soporte de voltaje, también pueden ser utilizados para incrementar el amortiguamiento de las

oscilaciones. En [Hammad, 1986] se observó que por sí solos los CEVs no contribuyen significativamente al amortiguamiento del sistema; sin embargo, una contribución significativa puede darse cuando un CEV es controlado por una señal auxiliar seleccionada apropiadamente, superpuesta sobre el lazo de control de voltaje.

En [Aboul-Ela et al., 1996], el CEV fue equipado con un control suplementario que más adelante sería conocido como amortiguador de oscilaciones de potencia (POD por su nombre en inglés). Variables algebraicas de potencia en líneas de transmisión y variables de estado de diferencias de velocidad angular entre generadores, se usaron como señales de entrada. La compensación de fase fue calculada con base en los residuos entre las señales de entrada y el voltaje de referencia del CEV. Los resultados muestran que el uso de señales globales junto al control suplementario mejora el amortiguamiento de las oscilaciones. Estudios similares han sido reportados en [Pourbeik y Gibbard, 1995] y [Pourbeik y Gibbard, 1996].

Por otro lado, a finales de la década de los 90's, las fuentes de energías renovables adquirieron gran interés debido a la preocupación ocasionada por el calentamiento global. Numerosos artículos han sido publicados conforme aumentaba la capacidad instalada de la generación fotovoltaica, en ellos se aborda el impacto de este tipo de energía renovable en la estabilidad del sistema de potencia. En [Tan et al., 2004] se describe el primer modelo de generación fotovoltaica para estudiar sus interacciones con el sistema de potencia. El modelo desarrollado fue diseñado para integrarse en programas de simulación dinámica para análisis de estabilidad.

Estudios sobre el análisis de estabilidad de pequeña señal en sistemas con generación solar adquirieron más relevancia a partir de la última década. En [Du et al., 2009] se investiga el impacto de la penetración fotovoltaica en un sistema bus infinito. Se demuestra que los efectos de este tipo de energía renovable varían de acuerdo con las condiciones operativas del sistema. Cuando la generación convencional se ve desplazada por la fotovoltaica la oscilación se vuelve inestable, principalmente en escenarios donde la inercia del sistema se ve reducida, por la salida de operación de algún generador. Por otro lado, cuando la generación fotovoltaica es fija y se varía la generación convencional, la oscilación tiende a amortiguarse. El impacto de la generación fotovoltaica a gran escala se investiga en [Shah et al., 2010]

donde se comparan dos modelos, el simplificado y el detallado, en ambos casos se obtienen resultados similares en los eigenvalores del sistema. Se observó que la integración de generadores fotovoltaicos mejora la estabilidad oscilatoria añadiendo amortiguamiento sobre los modos de oscilación críticos. Un caso de estudio sobre un sistema real se reporta en [Tamimi et al., 2013] donde se evalúa el impacto de la penetración solar fotovoltaica en el sistema de potencia de Ontario, Canadá. Los resultados obtenidos muestran que en los puntos de operación estudiados no se tiene un efecto importante en los eigenvalores del sistema.

Para sistemas con alta penetración de generación fotovoltaica, los amortiguamientos de modos electromecánicos y otros modos ligeramente amortiguados pueden ser afectados negativamente. En [Shah et al., 2013] se menciona que un POD centralizado en una planta solar puede mejorar el rendimiento del sistema sin la necesidad de volver a sintonizar otros controladores como los PSSs. En dicho estudio se utilizó la controlabilidad/observabilidad modal para la selección de las señales. Los resultados muestran que las oscilaciones de potencia decaen gracias a la acción de control ejercida. Estudios similares han sido reportados en [Zhou et al., 2017] y [Abdulrahman et al., 2019].

Es por esto, que la señal de entrada para el controlador POD juega un papel importante en el amortiguamiento de las oscilaciones. Mientras que diferentes métodos, como la controlabilidad/observabilidad modal [Hamdan y Hamdan, 1987] o los residuos de una función de transferencia [Pagola et al., 1989], han sido presentados para elegir la señal de control, recientemente se ha propuesto una metodología para calcular factores de participación de variables algebraicas, los cuales son usados para seleccionar una señal que cumpla con lo anterior [Tzounas et al., 2020]. Una alta participación de una variable en un modo, indicará que éste es sensible a pequeñas variaciones de dicha variable. Por este motivo, el presente proyecto de tesis hace uso de los factores de participación de variables algebraicas para la selección de una señal estabilizadora, que en conjunto con el controlador POD aporte amortiguamiento al modo de oscilación inter-área en cuestión. La razón de usar como señal de control una variable algebraica en vez de una variable dinámica es que contiene información de alguna parte del sistema de potencia debido a su acoplamiento con otras variables algebraicas.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general

El objetivo general consiste en aplicar el análisis de estabilidad de pequeña señal, considerando variables de estado dinámicas y algebraicas, para identificar los modos de oscilación críticos y factores de participación de variables de estado con el propósito de evaluar la estabilidad del sistema.

1.3.2. Objetivos específicos

1. Incluir los modelos del CEV y las plantas solares dentro de la formulación del análisis de estabilidad de pequeña señal para evaluar sus efectos sobre los modos de oscilación críticos.
2. Amortiguar rápidamente las oscilaciones en el sistema de potencia. Esta acción se realizará mediante el diseño del controlador POD instalado para proveer amortiguamiento a los modos inter-área. La señal de control será elegida de acuerdo a factores de participación de variables algebraicas, pues estas tienen información sobre el estado del sistema de potencia.

1.4. Justificación

La estabilidad del sistema se ve comprometida por diversos factores, entre los que se encuentran las oscilaciones de potencia, las cuales aparecen después de ocurrido un disturbio cuando los generadores tratan de alcanzar un estado estable en el que los pares mecánicos y eléctricos sean iguales. Por lo general, el sistema de potencia siempre provee amortiguamiento positivo, con lo cual las oscilaciones reducen su amplitud y tienden a amortiguarse, sin embargo, debido a diversos factores como controles mal sintonizados, redistribución de los flujos de potencia, cambios en la demanda, entre otros, estas oscilaciones pueden crecer en magnitud, mantenerse durante un tiempo más prolongado e incluso volver inestable al sistema.

Es por esto que la identificación de patrones de oscilación de baja frecuencia,

mediante el análisis de estabilidad de pequeña señal, es necesario para evaluar la estabilidad del sistema ante pequeños disturbios. Cuando estos modos oscilatorios son identificados, surge la necesidad de desarrollar controles que ayuden en su amortiguamiento, y de esta manera determinar un punto de operación estable para el sistema de potencia. Físicamente, un mayor amortiguamiento de la oscilación de potencia ayudará a que los generadores no intercambien potencia electromecánica durante periodos más amplios de tiempo.

1.5. Metodología

La metodología adoptada en esta tesis se basa en lo descrito a continuación:

- Revisión bibliográfica para obtener los modelos de cada elemento del SEP.
- Revisión bibliográfica del análisis de estabilidad de pequeña señal.
- Linealización de los modelos matemáticos para formar el espacio de estados requerido en el análisis de estabilidad de pequeña señal. Para ello el punto de equilibrio seleccionado será la solución al problema de flujos de potencia, con lo cual son obtenidas las condiciones iniciales de las variables de estado.
- Se calculan los eigenvalores de la matriz de estado y los modos críticos son identificados para evaluar la estabilidad del sistema. Además, se forma la matriz de factores de participación de variables de estado que es utilizada para calcular los factores de participación de variables algebraicas.
- Se emplean los factores de participación de variables algebraicas para mostrar como esta metodología puede ser utilizada en determinar la ubicación del CEV, a diferencia de algunas referencias que emplean los residuos para realizar esta actividad, por ejemplo, [Sadiković, 2006].
- Se contempla la penetración de energía solar y se evalúa su efecto sobre la estabilidad del sistema.
- Las oscilaciones de potencia son amortiguadas incluyendo el controlador POD en el sistema. En el caso del CEV, este dispositivo es colocado en el esquema de control que tiene como salida la susceptancia en derivación; para el caso de la planta solar, el

POD es colocado en el esquema de control del inversor, tanto para control de potencia activa como potencia reactiva. Con base en los factores de participación de variables algebraicas se selecciona la señal que actúa como entrada en el esquema del controlador POD, mientras que los parámetros del controlador se obtienen al aplicar el método de los residuos. Por último, la ganancia del controlador se elige con ayuda de la función *root locus* del software Matlab, con el propósito de visualizar el desplazamiento de otros modos de oscilación.

- Los resultados obtenidos del análisis de estabilidad de pequeña señal son validados mediante una simulación transitoria realizada con ayuda del software TSAT.
- Finalmente, para validar los resultados tanto de la simulación dinámica como del análisis de estabilidad de pequeña señal, se procesan las señales obtenidas de TSAT por medio del método de Prony y se identifican las oscilaciones inter-área.

1.6. Contenido de la tesis

La presente tesis cuenta con los apartados resumidos brevemente a continuación.

- En el **Capítulo 2** se presentan las ecuaciones diferenciales-algebraicas y su linealización, pertenecientes al modelo de cada elemento que conforma el sistema de potencia: generadores, excitadores, gobernador de velocidad, cargas, red eléctrica, CEV y controlador POD.
- En el **Capítulo 3** se presenta la teoría relacionada al análisis de estabilidad de pequeña señal. Se describen las herramientas que nos brinda este estudio para evaluar la estabilidad del sistema. De igual manera se aborda una metodología para conocer la participación de variables algebraicas sobre los modos de oscilación. Finalmente se describe como utilizar el método de los residuos para el diseño del controlador POD.
- En el **Capítulo 4** se reportan los resultados del análisis de estabilidad de pequeña señal para el sistema de prueba Kundur de dos áreas, el sistema de prueba de 39 nodos de Nueva Inglaterra y el sistema de prueba de 68 nodos correspondiente al interconectado entre los sistemas de potencia de Nueva Inglaterra y Nueva York, de

igual manera se contempla la instalación del CEV para mejorar el amortiguamiento de las oscilaciones de potencia.

- En el **Capítulo 5** se analiza la inclusión de plantas solares en los sistemas presentados en el capítulo 4, se evalúa el impacto sobre los modos de oscilación críticos y se aborda la manera de amortiguar las oscilaciones inter-área presentes en cada uno de ellos.
- En el **Capítulo 6** se presentan las conclusiones generales y trabajos futuros.

Capítulo 2

Modelo linealizado de sistemas eléctricos

2.1. Introducción

Un sistema eléctrico de potencia está compuesto por numerosos dispositivos interconectados de forma que el sistema opere de manera segura para garantizar el suministro de energía a los usuarios. En estudios de estabilidad para sistemas de potencia, el grado de precisión de los resultados obtenidos depende del modelado matemático de sus componentes individuales, esto se debe a que modelos detallados capturan mejor el comportamiento dinámico del dispositivo en cuestión [Kundur, 1994].

Los elementos del SEP considerados en esta tesis se presentan en la Figura 2.1. Los modelos matemáticos de los generadores, sistemas de excitación, sistemas turbina/gobernador, CEVs y plantas solares se describen mediante ecuaciones diferenciales de primer orden porque el comportamiento dinámico de cada componente, que afecta la estabilidad del sistema, es de principal interés. Por otro lado, la red eléctrica se modela usando ecuaciones algebraicas no lineales dado que su modelo dinámico introduciría numerosas variables de estado asociadas a capacitores e inductores.

En este capítulo se abarca a detalle cada componente mencionado anteriormente, y se describe el proceso para formar el “espacio de estados” característico en el análisis de

pequeña señal. Con los resultados obtenidos de este análisis se pueden identificar los tipos de oscilaciones que se encuentran presentes en el SEP, y saber si estas oscilaciones serán amortiguadas, críticamente amortiguadas o inestables.

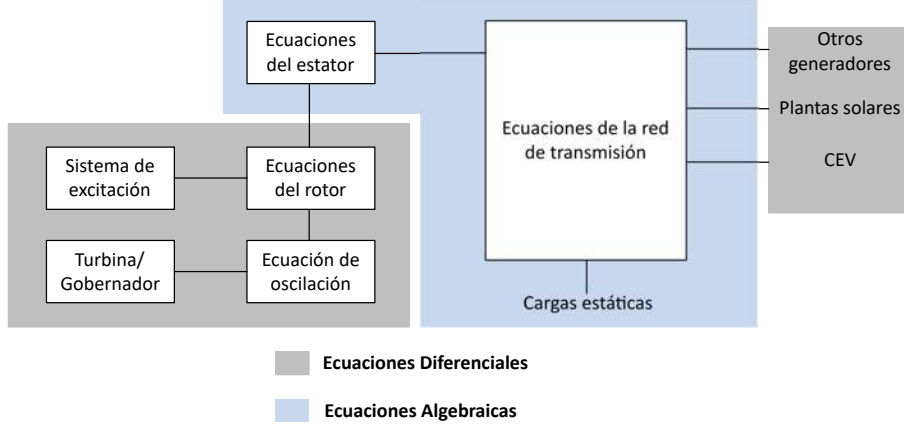


Figura 2.1: Modelo general del sistema [Kundur, 1994]

2.2. Linealización de ecuaciones no lineales

Las ecuaciones que describen la dinámica del sistema de potencia son no lineales, y están expresadas en términos de las variables del sistema, tales como la velocidad del generador, ángulo del rotor, voltajes nodales, etc. Una parte importante en el estudio de pequeña señal es obtener el modelo linealizado de este conjunto de ecuaciones no lineales en un punto de operación seleccionado, resultando un nuevo conjunto de ecuaciones y variables perturbadas ($\Delta \mathbf{x}$), alrededor de un punto de equilibrio ($\mathbf{x}_0$) [Gibbard et al., 2015].

Una función multivariable no lineal, de la forma [Simon et al., 1994],

$$F(x_1, \dots, x_n) = 0 \quad (2.1)$$

es linealizada en la vecindad $\mathbf{x}_0 = x_1^0, \dots, x_n^0$, lo que resulta en

$$F(x_1^0 + \Delta x_1, \dots, x_n^0 + \Delta x_n) \approx F(x_1^0, \dots, x_n^0) + \frac{\partial F}{\partial x_1}(\mathbf{x}_0) \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial F}{\partial x_n}(\mathbf{x}_0) \Delta x_n \quad (2.2)$$

de esta manera, la perturbación de la función linealizada puede ser aproximada por la diferencial total,

$$\Delta F = F(\mathbf{x}_0 + \Delta \mathbf{x}) - F(\mathbf{x}_0) = \frac{\partial F}{\partial x_1}(\mathbf{x}_0) \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial F}{\partial x_n}(\mathbf{x}_0) \Delta x_n \quad (2.3)$$

La evaluación de la estabilidad y el comportamiento dinámico del sistema linealizado es la misma que el sistema no lineal en la vecindad de la condición operativa de estado estable seleccionada, sin embargo, solo aplica si $\Delta x_n \rightarrow 0$, es decir, para propósitos prácticos, la perturbación debe ser pequeña (un pequeño porcentaje del valor en estado estable).

2.3. Máquina síncrona

La máquina síncrona, es una máquina eléctrica rotativa cuya velocidad de rotación del eje y la frecuencia eléctrica están sincronizadas y puede operar como motor o generador. Como motor síncrono convierte la energía eléctrica en energía mecánica y la velocidad de rotación del eje dependerá de la frecuencia de la red eléctrica que se le suministre. Como generador, transforma la energía mecánica que proviene de la turbina (hidráulica, gas, vapor o eólica) a energía eléctrica.

2.3.1. Modelo de 6to orden

El orden del modelo para la máquina síncrona depende del número de ecuaciones diferenciales que describen su comportamiento dinámico. El modelo de sexto orden presentado en esta sección corresponde al reportado en [Sauer y Pai, 1998]. Para el desarrollo de este modelo se consideran dos devanados de amortiguamiento en el eje q, uno en el eje d, un devanado de campo y la ecuación dinámica de equilibrio mecánico, mejor conocida como ecuación de oscilación. Los devanados de amortiguamiento considerados aumentan el orden del modelado e introducen parámetros transitorios y subtransitorios denotados por $(\cdot)'$ y $(\cdot)''$, respectivamente. El conjunto de ecuaciones para este modelo es derivado en el Apéndice A, lo que resulta en,

$$\frac{d\delta_i}{dt} = \omega_i - \omega_s \quad (2.4)$$

$$\frac{2H_i}{\omega_s} \frac{d\omega_i}{dt} = T_{Mi} - (\psi_{di}I_{qi} - \psi_{qi}I_{di}) - D_i(\omega_i - \omega_s) \quad (2.5)$$

$$T'_{d0i} \frac{dE'_{qi}}{dt} = -E'_{qi} - (X_{di} - X'_{di}) \left[I_{di} - \frac{X'_{di} - X''_{di}}{(X'_{di} - X_{\ell si})^2} (\psi_{1di} + (X'_{di} - X_{\ell si}) I_{di} - E'_{qi}) \right] + E_{fdi} \quad (2.6)$$

$$T'_{q0i} \frac{dE'_{di}}{dt} = -E'_{di} + (X_{qi} - X'_{qi}) \left[I_{qi} - \frac{X'_{qi} - X''_{qi}}{(X'_{qi} - X_{\ell si})^2} (\psi_{2qi} + (X'_{qi} - X_{\ell si}) I_{qi} + E'_{di}) \right] \quad (2.7)$$

$$T''_{d0i} \frac{d\psi_{1di}}{dt} = -\psi_{1di} + E'_{qi} - (X'_{di} - X_{\ell si}) I_{di} \quad (2.8)$$

$$T''_{q0i} \frac{d\psi_{2qi}}{dt} = -\psi_{2qi} - E'_{di} - (X'_{qi} - X_{\ell si}) I_{qi} \quad (2.9)$$

$$\psi_{di} = -X''_{di} I_{di} + \frac{(X''_{di} - X_{\ell si})}{(X'_{di} - X_{\ell si})} E'_{qi} + \frac{(X'_{di} - X''_{di})}{(X'_{di} - X_{\ell si})} \psi_{1di} \quad (2.10)$$

$$\psi_{qi} = -X''_{qi} I_{qi} - \frac{(X''_{qi} - X_{\ell si})}{(X'_{qi} - X_{\ell si})} E'_{di} + \frac{(X'_{qi} - X''_{qi})}{(X'_{qi} - X_{\ell si})} \psi_{2qi} \quad (2.11)$$

donde el par mecánico T_{Mi} y el voltaje de campo E_{fdi} son cantidades constantes, si no se cuenta con gobernador de velocidad y el sistema de excitación, respectivamente. La consideración de un par mecánico constante depende del tipo de análisis a realizar, por ejemplo, si las oscilaciones locales de baja frecuencia son de principal interés, su efecto es despreciado debido a su lenta respuesta [Rogers, 2000]. Así mismo, $i = 1, \dots, m$ siendo m el número de máquinas síncronas.

En cuanto al estátor, sus ecuaciones están en función tanto de variables dinámicas como algebraicas,

$$0 = R_{si} I_{di} - X''_{qi} I_{qi} - \frac{(X''_{qi} - X_{\ell si})}{(X'_{qi} - X_{\ell si})} E'_{di} + \frac{(X'_{qi} - X''_{qi})}{(X'_{qi} - X_{\ell si})} \psi_{2qi} + V_i \sin(\delta_i - \theta_i) \quad (2.12)$$

$$0 = R_{si} I_{qi} + X''_{di} I_{di} - \frac{(X''_{di} - X_{\ell si})}{(X'_{di} - X_{\ell si})} E'_{qi} - \frac{(X'_{di} - X''_{di})}{(X'_{di} - X_{\ell si})} \psi_{1di} + V_i \cos(\delta_i - \theta_i) \quad (2.13)$$

$$i = 1, \dots, m$$

Las ecuaciones anteriores se linealizan alrededor de un punto de equilibrio, definido por la solución del problema de flujos de potencia, respecto a las variables dinámicas del ro-

tor, $[\Delta\delta_i, \Delta\omega_i, \Delta E'_{qi}, \Delta E'_{di}, \Delta\psi_{1di}, \Delta\psi_{2qi}]$, las variables algebraicas del estator, $[\Delta I_{di}, \Delta I_{qi}]$, y las entradas externas a la máquina síncrona $[\Delta T_{Mi}, \Delta E_{fdi}]$, obteniéndose las siguientes expresiones ordenadas de forma matricial [Sauer y Pai, 1998],

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\delta}_i \\ \Delta\dot{\omega}_i \\ \Delta\dot{E}'_{qi} \\ \Delta\dot{E}'_{di} \\ \Delta\dot{\psi}_{1di} \\ \Delta\dot{\psi}_{2qi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & a_{112} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{122} & a_{123} & a_{124} & a_{125} & a_{126} \\ 0 & 0 & a_{133} & 0 & a_{135} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{144} & 0 & a_{146} \\ 0 & 0 & a_{153} & 0 & a_{155} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{164} & 0 & a_{166} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_i \\ \Delta\omega_i \\ \Delta E'_{qi} \\ \Delta E'_{di} \\ \Delta\psi_{1di} \\ \Delta\psi_{2qi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b_{121} & b_{122} \\ b_{131} & 0 \\ 0 & b_{142} \\ b_{151} & 0 \\ 0 & b_{162} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta I_{di} \\ \Delta I_{qi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{2H_i} & 0 \\ 0 & \frac{1}{T'_{d0i}} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta T_{Mi} \\ \Delta E_{fdi} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

donde,

$$\begin{aligned} a_{112} &= \omega_0 & a_{122} &= -\frac{D_i}{2H_i} \\ a_{123} &= -\frac{1}{2H_i} \frac{(X''_{di} - X_{\ell si})}{(X'_{di} - X_{\ell si})} I_{qi0} & a_{124} &= -\frac{1}{2H_i} \frac{(X''_{qi} - X_{\ell si})}{(X'_{qi} - X_{\ell si})} I_{di0} \\ a_{125} &= -\frac{1}{2H_i} \frac{(X'_{di} - X''_{di})}{(X'_{di} - X_{\ell si})} I_{qi0} & a_{126} &= \frac{1}{2H_i} \frac{(X'_{qi} - X''_{qi})}{(X'_{qi} - X_{\ell si})} I_{di0} \\ a_{133} &= -\frac{1}{T'_{d0i}} \left[1 + (X_{di} - X'_{di}) \frac{X'_{di} - X''_{di}}{(X'_{di} - X_{\ell si})^2} \right] & a_{135} &= \frac{1}{T'_{d0i}} (X_{di} - X'_{di}) \frac{X'_{di} - X''_{di}}{(X'_{di} - X_{\ell si})^2} \\ a_{144} &= -\frac{1}{T'_{q0i}} \left[1 + (X_{qi} - X'_{qi}) \frac{X'_{qi} - X''_{qi}}{(X'_{qi} - X_{\ell si})^2} \right] & a_{146} &= -\frac{1}{T'_{q0i}} (X_{qi} - X'_{qi}) \frac{X'_{qi} - X''_{qi}}{(X'_{qi} - X_{\ell si})^2} \\ a_{153} &= \frac{1}{T''_{d0i}} & a_{155} &= -\frac{1}{T''_{d0i}} \\ a_{164} &= -\frac{1}{T''_{q0i}} & a_{166} &= -\frac{1}{T''_{q0i}} \\ b_{121} &= -\frac{1}{2H_i} \left[\frac{(X''_{qi} - X_{\ell si})}{(X'_{qi} - X_{\ell si})} E'_{di0} - \frac{(X'_{qi} - X''_{qi})}{(X'_{qi} - X_{\ell si})} \psi_{2qi0} + (X''_{qi} - X''_{di}) I_{qi0} \right] \\ b_{122} &= -\frac{1}{2H_i} \left[\frac{(X''_{di} - X_{\ell si})}{(X'_{di} - X_{\ell si})} E'_{qi0} + \frac{(X'_{di} - X''_{di})}{(X'_{di} - X_{\ell si})} \psi_{1di0} + (X''_{qi} - X''_{di}) I_{di0} \right] \\ b_{131} &= \frac{1}{T'_{d0i}} (X_{di} - X'_{di}) \left[\frac{X'_{di} - X''_{di}}{X'_{di} - X_{\ell si}} - 1 \right] & b_{142} &= \frac{1}{T'_{q0i}} (X_{qi} - X'_{qi}) \left[1 - \frac{X'_{qi} - X''_{qi}}{X'_{qi} - X_{\ell si}} \right] \\ b_{151} &= -\frac{1}{T''_{d0i}} (X'_{di} - X_{\ell si}) & b_{162} &= -\frac{1}{T''_{q0i}} (X'_{qi} - X_{\ell si}) \end{aligned}$$

Las ecuaciones algebraicas del estator se linealizan respecto a las variables dinámicas del rotor, las variables algebraicas del estator y las variables algebraicas de magnitud y ángulo de voltaje en terminales de la máquina síncrona, $[\Delta\theta_i, \Delta V_i]$.

$$\begin{bmatrix} c_{111} & 0 & 0 & c_{114} & 0 & c_{116} \\ c_{121} & 0 & c_{123} & 0 & c_{125} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_i \\ \Delta\omega_i \\ \Delta E'_{qi} \\ \Delta E'_{di} \\ \Delta\psi_{1di} \\ \Delta\psi_{2qi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{111} & d_{112} \\ d_{121} & d_{122} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta I_{di} \\ \Delta I_{qi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{211} & d_{212} \\ d_{221} & d_{222} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta_i \\ \Delta V_i \end{bmatrix} = 0 \quad (2.15)$$

donde,

$$\begin{aligned} c_{111} &= -V_{i0}\cos(\delta_{i0} - \theta_{i0}) & c_{114} &= \frac{X''_q - X_{\ell s}}{X'_q - X_{\ell s}} & c_{116} &= -\frac{X'_q - X''_q}{X'_q - X_{\ell s}} \\ c_{121} &= V_{i0}\sin(\delta_{i0} - \theta_{i0}) & c_{123} &= \frac{X''_d - X_{\ell s}}{X'_d - X_{\ell s}} & c_{125} &= \frac{X'_d - X''_d}{X'_d - X_{\ell s}} \\ d_{111} &= -R_{si} & d_{112} &= X''_{qi} & d_{121} &= -X''_{di} \\ d_{122} &= -R_{si} & d_{211} &= V_{i0}\cos(\delta_{i0} - \theta_{i0}) & d_{212} &= -\sin(\delta_{i0} - \theta_{i0}) \\ d_{221} &= -V_{i0}\sin(\delta_{i0} - \theta_{i0}) & d_{222} &= -\cos(\delta_{i0} - \theta_{i0}) \end{aligned}$$

2.3.2. Modelo de 4to Orden

Este modelo solo toma en cuenta un devanado de amortiguamiento en el eje q, basándose en el hecho de que T''_{d0i} y T''_{q0i} son lo suficientemente pequeñas como para ser tomadas en cuenta, dicho de otro modo, se desprecian los efectos subtransitorios de la máquina síncrona [Sauer y Pai, 1998]. En comparación con el modelo de 6to orden, el modelo de 4to orden requiere menos parámetros para su representación y reduce el esfuerzo computacional gracias a que se reduce la dimensión de la matriz de estado $\mathbf{A}$. Una de las desventajas de este modelo radica en que no se captura el comportamiento subtransitorio de la máquina síncrona, por lo que los resultados obtenidos pierden precisión.

$$\frac{d\delta_i}{dt} = \omega_i - \omega_s \quad (2.16)$$

$$\frac{2H_i}{\omega_s} \frac{d\omega_i}{dt} = T_{Mi} - (E'_{di}I_{di} + E'_{qi}I_{qi} - (X'_{qi} - X'_{di})I_{di}I_{qi}) - D_i(\omega_i - \omega_s) \quad (2.17)$$

$$T'_{d0i} \frac{dE'_{qi}}{dt} = -E'_{qi} - (X_{di} - X'_{di}) I_{di} + E_{fdi} \quad (2.18)$$

$$T'_{q0i} \frac{dE'_{di}}{dt} = -E'_{di} + (X_{qi} - X'_{qi}) I_{qi} \quad (2.19)$$

$$i = 1, \dots, m$$

Las ecuaciones algebraicas del estátor en los ejes d-q se expresan como;

$$0 = E'_{di} - V_i \sin(\delta_i - \theta_i) - R_{si} I_{di} + X'_{qi} I_{qi} \quad (2.20)$$

$$0 = E'_{qi} - V_i \cos(\delta_i - \theta_i) - R_{si} I_{qi} - X'_{di} I_{di} \quad (2.21)$$

$$i = 1, \dots, m$$

La linealización de (2.16)-(2.19) alrededor del punto de equilibrio se compone por las siguientes ecuaciones diferenciales expresadas en forma matricial,

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\delta}_i \\ \Delta \dot{\omega}_i \\ \Delta \dot{E}'_{qi} \\ \Delta \dot{E}'_{di} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{D_i}{2H_i} & -\frac{I_{qi0}}{2H_i} & -\frac{I_{di0}}{2H_i} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T'_{d0i}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T'_{q0i}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_i \\ \Delta \omega_i \\ \Delta E'_{qi} \\ \Delta E'_{di} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b_{121} & b_{122} \\ b_{131} & 0 \\ 0 & b_{142} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta I_{di} \\ \Delta I_{qi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{2H_i} & 0 \\ 0 & \frac{1}{T'_{d0i}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta T_{Mi} \\ \Delta E_{fdi} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

donde,

$$\begin{aligned} b_{121} &= \frac{1}{2H_i} \left[-E'_{di0} + (X'_{di} - X'_{qi}) I_{qi0} \right] & b_{122} &= \frac{1}{2H_i} \left[-E'_{qi0} + (X'_{di} - X'_{qi}) I_{di0} \right] \\ b_{131} &= -\frac{1}{T'_{d0i}} (X_{di} - X'_{di}) & b_{142} &= \frac{1}{T'_{q0i}} (X_{qi} - X'_{qi}) \end{aligned}$$

y para las ecuaciones en el estátor se tiene,

$$\begin{bmatrix} c_{111} & 0 & 0 & c_{114} \\ c_{121} & 0 & c_{123} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_i \\ \Delta \omega_i \\ \Delta E'_{qi} \\ \Delta E'_{di} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{111} & d_{112} \\ d_{121} & d_{122} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta I_{di} \\ \Delta I_{qi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{211} & d_{212} \\ d_{221} & d_{222} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_i \\ \Delta V_i \end{bmatrix} = 0 \quad (2.23)$$

donde,

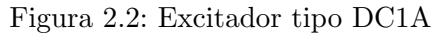
$$\begin{array}{lll}
 c_{111} = -V_i \cos(\delta_{i0} - \theta_{i0}) & c_{114} = 1 & c_{121} = V_i \sin(\delta_{i0} - \theta_{i0}) \\
 c_{123} = 1 & d_{111} = -R_{si} & d_{112} = X'_{qi} \\
 d_{121} = -X'_{di} & d_{122} = -R_{si} & d_{211} = V_{i0} \cos(\delta_{i0} - \theta_{i0}) \\
 d_{212} = -\sin(\delta_{i0} - \theta_{i0}) & d_{221} = -V_{i0} \sin(\delta_{i0} - \theta_{i0}) & d_{222} = -\cos(\delta_{i0} - \theta_{i0})
 \end{array}$$

2.4. Sistema de excitación

Los sistemas de excitación cumplen dos funciones básicas: la primera consiste en alimentar de corriente directa al devanado de campo de la máquina síncrona; mientras que la segunda es controlar al mismo tiempo el voltaje y la corriente de campo, logrando de esta manera cumplir el papel básico de mantener el voltaje en terminales del generador, aún durante cambios normales y lentos de la carga. [Kundur, 1994].

2.4.1. Excitador tipo DC1A

El voltaje en terminales de la máquina síncrona es censado y usualmente reducido a una cantidad de CC. Mientras el filtrado asociado con el transductor de voltaje puede ser complejo (proveniente de la compensación de carga), usualmente se representa, para propósitos de simulación, mediante una constante de tiempo equivalente T_R mostrada en la Figura 2.2. El voltaje en terminales del transductor, V_C , es comparado con una señal de referencia, V_{ref} , que es calculada para satisfacer las condiciones de operación inicial. Una señal estabilizadora, V_S , de la salida del PSS es añadida junto a la señal retroalimentada V_F para producir un error de voltaje. V_{OEL} y V_{UEL} son señales provenientes de los limitadores de sobre-excitación y sub-excitación, respectivamente. Cabe mencionar que, en estado estable estas señales (V_F , V_S , V_{OEL} y V_{UEL}) son cero. T_C y T_B pueden ser usadas para modelar constantes de tiempo equivalentes inherentes en el regulador de voltaje. Sin embargo, estas constantes de tiempo son frecuentemente pequeñas y usualmente despreciadas.



En el estudio realizado a lo largo de esta tesis no se toman en cuenta los limitadores, la compensación de carga ($R_C = X_C = 0$), el bloque TGR, V_{UEL} , V_{OEL} y la señal estabilizadora V_S . Basado en lo anterior, el sistema de ecuaciones para el diagrama de bloques de la Figura 2.2 es,

$$\frac{dE_{fdi}}{dt} = \frac{1}{T_{Ei}} [V_{Ri} - (K_{Ei}E_{fdi} + E_{fdi} \cdot S_{Ei}(E_{fdi}))] \quad (2.24)$$

$$\frac{dV_{Ri}}{dt} = \frac{1}{T_{Ai}} [-K_{Ai}V_{Ci} - K_{Ai}V_{Fi} + K_{Ai}V_{Si} + K_{Ai}V_{ref_i} - V_{Ri}] \quad (2.25)$$

$$\frac{dv_{1i}}{dt} = -\frac{1}{T_{Fi}}v_{1i} + \frac{K_{Fi}}{T_{Fi}^2}E_{fdi} \quad (2.26)$$

$$\frac{dV_{Ci}}{dt} = -\frac{1}{T_{Ri}}V_{Ci} + \frac{1}{T_{Ri}}V_{cli} \quad (2.27)$$

donde $i = 1, \dots, m$; $V_{Fi} = -v_{1i} + \frac{K_{Fi}}{T_{Fi}}E_{fdi}$, siendo v_{1i} una variable auxiliar y la función de saturación del sistema de excitación se expresa en la ecuación 2.28. $A_{i,sat}$ y $B_{i,sat}$ son constantes asociadas al modelo exponencial de la saturación.

$$S_{Ei}(E_{fdi}) = \frac{A_{i,sat}e^{(B_{i,sat}E_{fdi})}}{E_{fdi}} \quad (2.28)$$

El modelo linealizado del sistema de excitación puede ser expresado en forma matricial como,

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{E}_{fdi} \\ \Delta \dot{V}_{Ri} \\ \Delta \dot{v}_{1i} \\ \Delta \dot{V}_{Ci} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{K_{Ei}+f_{si}}{T_{Ei}}\right) & \frac{1}{T_{Ei}} & 0 & 0 \\ -\frac{K_{Ai}K_{Fi}}{T_{Ai}T_{Fi}} & -\frac{1}{T_{Ai}} & \frac{K_{Ai}}{T_{Ai}} & -\frac{K_{Ai}}{T_{Ai}} \\ \frac{K_{Fi}}{T_{Fi}^2} & 0 & -\frac{1}{T_{Fi}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{Ri}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E_{fdi} \\ \Delta V_{Ri} \\ \Delta v_{1i} \\ \Delta V_{Ci} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{K_{Ai}}{T_{Ai}} & \frac{K_{Ai}}{T_{Ai}} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{ref_i} \\ \Delta V_{Si} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{T_{Ri}} \end{bmatrix} \Delta V_{ti} \quad (2.29)$$

donde V_{ti} es el voltaje en terminales de la máquina, y

$$f_{si} = B_{i,sat}A_{i,sat}e^{(B_{i,sat}E_{fdi0})} \quad (2.30)$$

2.4.2. Excitador tipo ST1A

La Figura 2.3 ilustra el modelo del excitador estático tipo IEEE-ST1A. Como se puede observar consiste de un transductor de voltaje con constante de tiempo T_R , un amplificador de ganancia K_A con constante de tiempo T_A y un bloque de reducción de ganancia transitoria (TGR por sus siglas en inglés). La señal de voltaje V_t representa una medición continua del voltaje en terminales del estátor, mientras que V_{ref} es un voltaje de referencia, el cual se desea mantener en terminales de la máquina síncrona y es usado para producir un error que es procesado a fin de generar un voltaje de campo E_{fd} y con ello una corriente de excitación. La señal suplementaria V_S representa una señal estabilizadora suministrada por el PSS [Hadjikypris, 2015].

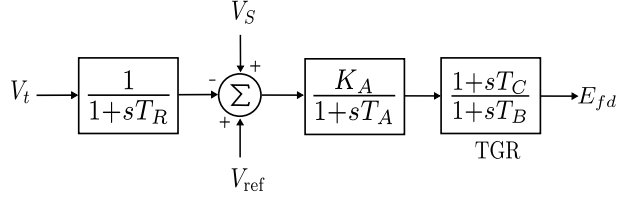


Figura 2.3: Excitador tipo ST1A

El sistema de ecuaciones diferencial-algebraico que rige el comportamiento del excitador es el siguiente,

$$\frac{dv_{1i}}{dt} = -\frac{1}{T_{Ri}}v_{1i} + \frac{1}{T_{Ri}}V_{ti} \quad (2.31)$$

$$\frac{dv_{2i}}{dt} = -\frac{1}{T_{Ai}}v_{2i} + \frac{K_{Ai}}{T_{Ai}}(-v_{1i} + V_{Si} + V_{refi}) \quad (2.32)$$

$$\frac{dv_{3i}}{dt} = -\frac{1}{T_{Bi}}v_{3i} + \frac{\left(1 - \frac{T_{Ci}}{T_{Bi}}\right)}{T_{Bi}}v_{2i} \quad (2.33)$$

$$E_{fdi} = v_{3i} + \frac{T_{Ci}}{T_{Bi}}v_{2i} \quad (2.34)$$

El sistema de ecuaciones es linealizado alrededor de un punto de equilibrio y se representa en forma matricial de la siguiente manera,

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{v}_{1i} \\ \Delta \dot{v}_{2i} \\ \Delta \dot{v}_{3i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_{Ri}} & 0 & 0 \\ -\frac{K_{Ai}}{T_{Ai}} & -\frac{1}{T_{Ai}} & 0 \\ 0 & \frac{\left(1 - \frac{T_{Ci}}{T_{Bi}}\right)}{T_{Bi}} & -\frac{1}{T_{Bi}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_{1i} \\ \Delta v_{2i} \\ \Delta v_{3i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{K_{Ai}}{T_{Ai}} & \frac{K_{Ai}}{T_{Ai}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{refi} \\ \Delta V_{Si} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{Ri}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta V_{ti} \quad (2.35)$$

$$\Delta E_{fdi} = \Delta v_{3i} + \frac{T_{Ci}}{T_{Bi}}\Delta v_{2i} \quad (2.36)$$

El voltaje de campo no es un estado del sistema, sino que queda en términos de las variables auxiliares usadas en el diagrama de bloques.

2.4.3. Excitador Estático

Este tipo de excitador, representado en el diagrama de la Figura 2.4, se caracteriza por tener una alta ganancia [Mondal et al., 2020].

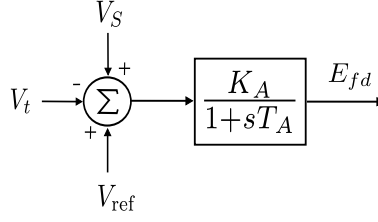


Figura 2.4: Excitador estático

El comportamiento del excitador estático es descrito por la siguiente ecuación diferencial,

$$\frac{dE_{fdi}}{dt} = -\frac{1}{T_{Ai}}E_{fdi} - \frac{K_{Ai}}{T_{Ai}}V_{ti} + \frac{K_{Ai}}{T_{Ai}}V_{Si} + \frac{K_{Ai}}{T_{Ai}}V_{refi} \quad (2.37)$$

$$i = 1, \dots, m$$

donde V_t es el voltaje en terminales de la máquina y la señal suplementaria V_S corresponde a una señal adicional proveniente del PSS, la cual es introducida para amortiguar oscilaciones del rotor en la máquina síncrona.

La linealización de este modelo, para el estudio de pequeña señal, está dado por,

$$\Delta \dot{E}_{fdi} = -\frac{1}{T_{Ai}}\Delta E_{fdi} - \frac{K_{Ai}}{T_{Ai}}\Delta V_{ti} + \frac{K_{Ai}}{T_{Ai}}\Delta V_{Si} + \frac{K_{Ai}}{T_{Ai}}\Delta V_{refi} \quad (2.38)$$

2.5. Gobernador de velocidad

El principal propósito del gobernador de velocidad es mantener la frecuencia del sistema dentro de un rango operativo cambiando el par mecánico del generador. En la práctica, la respuesta del gobernador es lenta ya que las constantes de tiempo asociadas con la turbina, tanto hidráulicas como de vapor, son bastante grandes, [Rogers, 2000].

Un modelo típico de un sistema gobernador/turbina de vapor se muestra en la Figura 2.5, el control del gobernador involucra la señal retroalimentada ω , que es comparada con una referencia ω^{ref} . La señal de error resultante indica la desviación de velocidad hacia el gobernador que sirve para ajustar la posición de la válvula de la turbina, suministrando energía cinética al eje del generador en forma de par mecánico, esta es multiplicada por un control proporcional con ganancia $\frac{1}{R}$. La parte de la turbina consiste de: constante de

tiempo del servomotor, T_s , constante de tiempo de ganancia transitoria, T_3 , constante de tiempo de alta presión (AP) de la turbina, T_c , constante de tiempo para fijar la relación AP, T_4 , y constante de tiempo de recalentamiento, T_5 . La salida T_M corresponde al par mecánico provisto por la turbina de vapor hacia la máquina síncrona, [Hadjikypris, 2015]. El estatismo permanente, llamado también característica de regulación en estado estable (R), es un coeficiente de sensibilidad que relaciona los cambios de potencia en el generador con la variación de frecuencia, se define como el porcentaje de cambio en la frecuencia que provoca el 100 % de cambio en la potencia de la máquina, [Kundur, 1994].

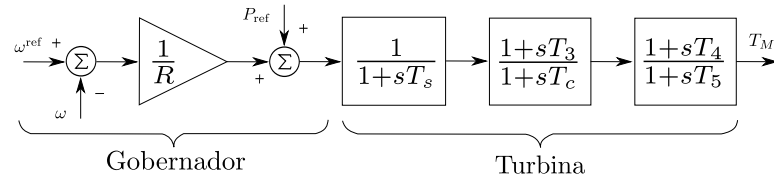


Figura 2.5: Diagrama de bloques del sistema gobernador/turbina

Las ecuaciones que describen el modelo del sistema gobernador/turbina son,

$$\frac{dx_{g1i}}{dt} = \frac{1}{T_{si}} \left(P_{refi} + \frac{1}{R_i} (\omega^{refi} - \omega_i) - x_{g1i} \right) \quad (2.39)$$

$$\frac{dx_{g2i}}{dt} = \frac{\left(1 - \frac{T_{3i}}{T_{ci}}\right)}{T_{ci}} x_{g1i} - \frac{1}{T_{ci}} x_{g2i} \quad (2.40)$$

$$\frac{dx_{g3i}}{dt} = \frac{\left(1 - \frac{T_{4i}}{T_{5i}}\right) \frac{T_{3i}}{T_{ci}}}{T_{5i}} x_{g1i} + \frac{\left(1 - \frac{T_{4i}}{T_{5i}}\right)}{T_{5i}} x_{g2i} - \frac{1}{T_{5i}} x_{g3i} \quad (2.41)$$

$$i = 1, \dots, m$$

Con el par mecánico representado por la ecuación algebraica,

$$T_{Mi} = x_{g3i} + \frac{T_{4i}}{T_{5i}} \left(x_{g2i} + \frac{T_{3i}}{T_{ci}} x_{g1i} \right) \quad (2.42)$$

La linealización de las ecuaciones (2.39)-(2.41), expresada en forma matricial es como sigue,

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x}_{g1i} \\ \Delta \dot{x}_{g2i} \\ \Delta \dot{x}_{g3i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_{si}} & 0 & 0 \\ \frac{\left(1 - \frac{T_{3i}}{T_{ci}}\right)}{T_{ci}} & -\frac{1}{T_{ci}} & 0 \\ \frac{\left(1 - \frac{T_{4i}}{T_{5i}}\right) \frac{T_{3i}}{T_{ci}}}{T_{5i}} & \frac{\left(1 - \frac{T_{4i}}{T_{5i}}\right)}{T_{5i}} & -\frac{1}{T_{5i}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_{g1i} \\ \Delta x_{g2i} \\ \Delta x_{g3i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{R_i T_{si}} & -\frac{1}{R_i T_{si}} & \frac{1}{T_{si}} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \omega^{refi} \\ \Delta \omega_i \\ \Delta P_{refi} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Y para el par mecánico,

$$\Delta T_{Mi} = \Delta x_{g3i} + \frac{T_{4i}}{T_{5i}} \Delta x_{g2i} + \frac{T_{4i}}{T_{5i}} \frac{T_{3i}}{T_{ci}} \Delta x_{g1i} \quad (2.44)$$

En el caso de las turbinas hidráulicas, el gobernador de velocidad puede modelarse al igual que para las turbinas de vapor, dado que involucra el error entre la velocidad angular de referencia y la velocidad angular de la máquina para controlar la posición de la compuerta. El gobernador de velocidad es equipado de igual manera con una característica de regulación en estado estable [Kundur, 1994].

2.6. Cargas estáticas, modelo exponencial

Los modelos de las cargas en sistemas de potencia generalmente se clasifican en estáticas y dinámicas. En el primer caso, un modelo estático puede ser expresado como una función algebraica de la magnitud de voltaje del nodo al cual está conectada. Por otra parte, las cargas dinámicas pueden ser representadas por medio de ecuaciones diferenciales, [Hadjikypris, 2015].

Un modelo de carga estática que representa la relación potencia-voltaje como una función exponencial, usualmente tiene la siguiente forma [IEEE, 1993],

$$P_{Li}(V_i) = P_{Li0} \left(\frac{V_i}{V_{i0}} \right)^{n_p} \quad (2.45)$$

$$Q_{Li}(V_i) = Q_{Li0} \left(\frac{V_i}{V_{i0}} \right)^{n_q} \quad (2.46)$$

donde $i = 1, \dots, n$; siendo n el número de nodos en el sistema.

Los parámetros en este modelo son la potencia activa y reactiva de la carga, y los exponentes n_p , n_q se ajustan a valores de 0, 1 o 2, para representar la carga como potencia constante, corriente constante e impedancia constante respectivamente.

Linealizando las ecuaciones (2.45)-(2.46) se tiene,

$$\begin{bmatrix} \Delta P_{Li}(V_i) \\ \Delta Q_{Li}(V_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_p \frac{P_{Li0}}{V_{i0}} \\ n_q \frac{Q_{Li0}}{V_{i0}} \end{bmatrix} \Delta V_i \quad (2.47)$$

Las ecuaciones anteriores son incorporadas en las ecuaciones linealizadas de la red en el modelo de un sistema de potencia multimáquina, como se muestra en la siguiente sección.

2.7. Modelo de la red eléctrica

Toda la red eléctrica consiste de líneas de transmisión y transformadores interconectados modelados por un circuito π equivalente. Esos modelos son combinados para formar la ecuación de admitancia nodal [Machowski et al., 2020],

$$\mathbf{I} = \mathbf{Y}_{\text{bus}} \mathbf{V} \quad (2.48)$$

donde $\mathbf{I}$ es el vector de corrientes nodales, $\mathbf{Y}_{\text{bus}}$ es la matriz de admitancia nodal y $\mathbf{V}$ es el vector de voltajes nodales.

La Figura 2.6 es una representación de la red para un sistema multimáquina, donde m es el número de máquinas síncronas y n el número total de nodos en el sistema.

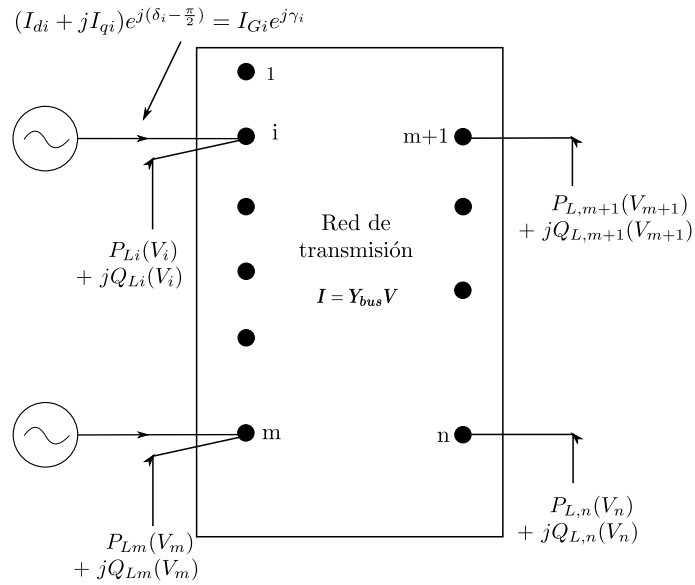


Figura 2.6: Representación de la red eléctrica en un sistema multimáquina

Para obtener una expresión de las ecuaciones de red, las admitancias y voltajes complejos son expresados en forma fasorial usando $\vec{Y}_{ik} = Y_{ik} \angle \alpha_{ik}$ y $\vec{V}_i = V_i \angle \theta_i$, sustitui-

yendo esas expresiones en la ecuación (2.48), la inyección de potencia activa y reactiva, correspondiente a cada nodo de carga (PQ), puede ser definida como [Sauer y Pai, 1998],

$$0 = P_{Li}(V_i) - \sum_{k=1}^n V_i V_k Y_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik}) \quad (2.49)$$

$$0 = Q_{Li}(V_i) - \sum_{k=1}^n V_i V_k Y_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik}) \quad (2.50)$$

$$i = m + 1, \dots, n$$

En el caso de los nodos generadores (PV), se añade la potencia inyectada por la máquina síncrona en las ecuaciones de red, quedando de la siguiente manera,

$$0 = I_{di} V_i \sin(\delta_i - \theta_i) + I_{qi} V_i \cos(\delta_i - \theta_i) - P_{Li}(V_i) - \sum_{k=1}^n V_i V_k Y_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik}) \quad (2.51)$$

$$0 = I_{di} V_i \cos(\delta_i - \theta_i) - I_{qi} V_i \sin(\delta_i - \theta_i) - Q_{Li}(V_i) - \sum_{k=1}^n V_i V_k Y_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik}) \quad (2.52)$$

$$i = i = 1, \dots, m$$

Las ecuaciones de la red previamente definidas están expresadas en forma de balance de potencia nodal y dependen de muchas variables, tanto dinámicas como algebraicas. Las ecuaciones (2.51)-(2.52), pertenecientes a los nodos PV, son linealizadas respecto a cada variable del sistema y almacenadas en la forma matricial de la ecuación (2.53), donde cada elemento de la matriz se define a continuación [Sauer y Pai, 1998].

$$\begin{aligned}
0 = & \begin{bmatrix} c_{21} & & \\ & \ddots & \\ & & c_{2m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \vdots \\ \Delta x_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{31} & & \\ & \ddots & \\ & & d_{3m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta I_{g1} \\ \vdots \\ \Delta I_{gm} \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} d_{41(1,1)} & d_{41(1,2)} & \cdots & d_{41(1,m)} \\ d_{41(2,1)} & d_{41(2,2)} & \cdots & d_{41(2,m)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{4i(m,1)} & d_{4i(m,2)} & \cdots & d_{4i(m,m)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{g1} \\ \Delta V_{g2} \\ \vdots \\ \Delta V_{gm} \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} d_{51(1,m+1)} & d_{51(1,m+2)} & \cdots & d_{51(1,n)} \\ d_{51(2,m+1)} & d_{51(2,m+2)} & \cdots & d_{51(2,n)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{5i(m,m+1)} & d_{5i(m,m+2)} & \cdots & d_{5i(m,n)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{lm+1} \\ \Delta V_{lm+2} \\ \vdots \\ \Delta V_{ln} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.53}$$

$[C_2]_{2m \times n_{estados}m}$ y $[D_3]_{2m \times 2m}$ son matrices formadas por bloques diagonales, cuyos elementos son,

$$\begin{aligned}
c_{2i(1,1)} &= [I_{di0}V_{i0}\cos(\delta_{i0} - \theta_{i0}) - I_{qi0}V_{i0}\sen(\delta_{i0} - \theta_{i0})] \Delta x_i \\
c_{2i(2,1)} &= [-I_{di0}V_{i0}\sen(\delta_{i0} - \theta_{i0}) - I_{qi0}V_{i0}\cos(\delta_{i0} - \theta_{i0})] \Delta x_i \\
d_{3i(1,1)} &= V_{i0}\sen(\delta_{i0} - \theta_{i0})\Delta I_{di} \quad d_{3i(1,2)} = V_{i0}\cos(\delta_{i0} - \theta_{i0})\Delta I_{qi} \\
d_{3i(2,1)} &= V_{i0}\cos(\delta_{i0} - \theta_{i0})\Delta I_{di} \quad d_{3i(2,2)} = -V_{i0}\sen(\delta_{i0} - \theta_{i0})\Delta I_{qi}
\end{aligned}$$

Por otro lado $[D_4]_{2m,2m}$ y $[D_5]_{2m,2n}$ son matrices llenas, y sus elementos son calculados como sigue; primero para D_4 con $k = i = 1, \dots, m$

$$\begin{aligned}
d_{4i(1,2k-1)} &= \left[-I_{di0}V_{i0}\cos(\delta_{i0} - \theta_{i0}) + I_{qi0}V_{i0}\sen(\delta_{i0} - \theta_{i0}) \right. \\
&\quad \left. + V_{i0} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n V_{k0}Y_{ik}\sen(\theta_{i0} - \theta_{k0} - \alpha_{ik0}) \right] \Delta \theta_k \\
d_{4i(1,2k)} &= \left[I_{di0}\sen(\delta_{i0} - \theta_{i0}) + I_{qi0}\cos(\delta_{i0} - \theta_{i0}) \right. \\
&\quad \left. - n_p \frac{P_{Li0}}{V_{i0}} - \sum_{k=1}^n V_{k0}Y_{ik}\cos(\theta_{i0} - \theta_{k0} - \alpha_{ik0}) \right] \Delta V_k
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d_{4i(2,2k-1)} &= \left[I_{di0} V_{i0} \text{sen}(\delta_{i0} - \theta_{i0}) + I_{qi0} V_{i0} \cos(\delta_{i0} - \theta_{i0}) \right. \\
&\quad \left. - V_{i0} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n V_{k0} Y_{ik} \cos(\theta_{i0} - \theta_{k0} - \alpha_{ik0}) \right] \Delta \theta_k \\
d_{4i(2,2k)} &= \left[I_{di0} \cos(\delta_{i0} - \theta_{i0}) - I_{qi0} \text{sen}(\delta_{i0} - \theta_{i0}) \right. \\
&\quad \left. - n_q \frac{Q_{Li0}}{V_{i0}} - \sum_{k=1}^n V_{k0} Y_{ik} \text{sen}(\theta_{i0} - \theta_{k0} - \alpha_{ik0}) \right] \Delta \theta_k \\
d_{4i(1,2k-1)} &= -V_{i0} V_{k0} Y_{ik} \text{sen}(\theta_{i0} - \theta_{k0} - \alpha_{ik0}) \Delta \theta_k \\
d_{4i(1,2k)} &= -V_{i0} Y_{ik} \cos(\theta_{i0} - \theta_{k0} - \alpha_{ik0}) \Delta V_k \\
d_{4i(2,2k-1)} &= V_{i0} V_{k0} Y_{ik} \cos(\theta_{i0} - \theta_{k0} - \alpha_{ik0}) \Delta \theta_k \\
d_{4i(2,2k)} &= -V_{i0} Y_{ik} \text{sen}(\theta_{i0} - \theta_{k0} - \alpha_{ik0}) \Delta V_k
\end{aligned}$$

Y para la matriz D_5 , con $k = 1, \dots, (n-m)$ e $i = 1, \dots, m$, se tiene,

$$\begin{aligned}
d_{5i(1,2(k-1))} &= -V_{i0} \sum_{k=m+1}^n V_{k0} Y_{ik} \text{sen}(\theta_{i0} - \theta_{k0} - \alpha_{ik0}) \Delta \theta_k \\
d_{5i(1,2k)} &= -V_{i0} \sum_{k=m+1}^n Y_{ik} \cos(\theta_{i0} - \theta_{k0} - \alpha_{ik0}) \Delta V_k \\
d_{5i(2,2(k-1))} &= V_{i0} \sum_{k=m+1}^n V_{k0} Y_{ik} \cos(\theta_{i0} - \theta_{k0} - \alpha_{ik0}) \Delta \theta_k \\
d_{5i(2,2k)} &= -V_{i0} \sum_{k=m+1}^n Y_{ik} \text{sen}(\theta_{i0} - \theta_{k0} - \alpha_{ik0}) \Delta V_k
\end{aligned}$$

Linealizando las ecuaciones de red (2.49)-(2.50), pertenecientes a los nodos PQ,

$$\begin{aligned}
0 &= \begin{bmatrix} d_{61(m+1,1)} & d_{61(m+1,2)} & \cdots & d_{61(m+1,m)} \\ d_{61(m+2,1)} & d_{61(m+2,2)} & \cdots & d_{61(m+2,m)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{6i(n,1)} & d_{6i(n,2)} & \cdots & d_{6i(n,m)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{g1} \\ \Delta V_{g2} \\ \vdots \\ \Delta V_{gm} \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} d_{71(m+1,m+1)} & d_{71(m+1,m+2)} & \cdots & d_{71(m+1,n)} \\ d_{71(m+2,m+1)} & d_{71(m+2,m+2)} & \cdots & d_{71(m+2,n)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{7i(n,m+1)} & d_{7i(n,m+2)} & \cdots & d_{7i(n,n)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{\ell m+1} \\ \Delta V_{\ell m+2} \\ \vdots \\ \Delta V_{\ell n} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.54}$$

Los elementos de las matrices $[D_6]_{2n \times 2m}$ y $[D_7]_{2n \times 2n}$, con $k = 1, \dots, m$ e $i =$

$1, \dots, (n - m)$ se calculan como,

$$d_{6i(1,2k-1)} = -V_{i0}V_{k0}Y_{ik}\text{sen}(\theta_{i0} - \theta_{k0} - \alpha_{ik0})\Delta\theta_k$$

$$d_{6i(1,2k)} = -V_{i0}Y_{ik}\cos(\theta_{i0} - \theta_{k0} - \alpha_{ik0})\Delta V_k$$

$$d_{6i(2,2k-1)} = V_{i0}V_{k0}Y_{ik}\cos(\theta_{i0} - \theta_{k0} - \alpha_{ik0})\Delta\theta_k$$

$$d_{6i(2,2k)} = -V_{i0}Y_{ik}\text{sen}(\theta_{i0} - \theta_{k0} - \alpha_{ik0})\Delta V_k$$

$$d_{7i(1,2k-1)} = V_{i0} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n V_{k0}Y_{ik}\text{sen}(\theta_{i0} - \theta_{k0} - \alpha_{ik0})\Delta\theta_k$$

$$d_{7i(1,2k)} = \left[- \sum_{k=1}^n V_{k0}Y_{ik}\cos(\theta_{i0} - \theta_{k0} - \alpha_{ik0}) - n_p \frac{P_{Li0}}{V_{i0}} \right] \Delta V_k$$

$$d_{7i(2,2k-1)} = -V_{i0} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n V_{k0}Y_{ik}\cos(\theta_{i0} - \theta_{k0} - \alpha_{ik0})\Delta\theta_k$$

$$d_{7i(2,2k)} = \left[- \sum_{k=1}^n V_{k0}Y_{ik}\text{sen}(\theta_{i0} - \theta_{k0} - \alpha_{ik0}) - n_q \frac{Q_{Li0}}{V_{i0}} \right] \Delta V_k$$

$$d_{7i(1,2k-1)} = -V_{i0}V_{k0}Y_{ik}\text{sen}(\theta_{i0} - \theta_{k0} - \alpha_{ik0})\Delta\theta_k$$

$$d_{7i(1,2k)} = -V_{i0}Y_{ik}\cos(\theta_{i0} - \theta_{k0} - \alpha_{ik0})\Delta V_k$$

$$d_{7i(2,2k-1)} = V_{i0}V_{k0}Y_{ik}\cos(\theta_{i0} - \theta_{k0} - \alpha_{ik0})\Delta\theta_k$$

$$d_{7i(2,2k)} = -V_{i0}Y_{ik}\text{sen}(\theta_{i0} - \theta_{k0} - \alpha_{ik0})\Delta V_k$$

Las ecuaciones (2.53) y (2.54) pueden reescribirse en notación matricial de la siguiente manera,

$$\mathbf{0} = \mathbf{C}_2\Delta\mathbf{x} + \mathbf{D}_3\Delta\mathbf{I}_g + \mathbf{D}_4\Delta\mathbf{V}_g + \mathbf{D}_5\Delta\mathbf{V}_\ell \quad (2.55)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{D}_6\Delta\mathbf{V}_g + \mathbf{D}_7\Delta\mathbf{V}_\ell \quad (2.56)$$

donde,

$\Delta\mathbf{x}$ es el vector de variables de estado de la máquina síncrona y sus controles.

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{I}_g &= \begin{bmatrix} \Delta I_{d1} & \Delta I_{q1} & \cdots & \Delta I_{dm} & \Delta I_{qm} \end{bmatrix}^T \\ \Delta\mathbf{V}_g &= \begin{bmatrix} \Delta\theta_1 & \Delta V_1 & \cdots & \Delta\theta_m & \Delta V_m \end{bmatrix}^T \\ \Delta\mathbf{V}_\ell &= \begin{bmatrix} \Delta\theta_{m+1} & \Delta V_{m+1} & \cdots & \Delta\theta_n & \Delta V_n \end{bmatrix}^T \end{aligned}$$

2.8. Compensador estático de var's

Un compensador estático de var's (CEV) es un dispositivo conectado en derivación, originalmente diseñado para mantener la magnitud de voltaje nodal cerca de un valor de referencia. El término “estático” se refiere al hecho de que no hay componentes rotacionales asociados, contrario a la máquina síncrona. Los beneficios de equipar la red con un CEV son, el incremento de los límites de estabilidad y perfiles controlables de voltaje, lo que resulta en una red más robusta.

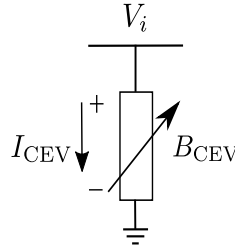


Figura 2.7: CEV, modelo de susceptancia equivalente

De la Figura 2.7, se tiene que la potencia reactiva inyectada al nodo i es [Milano, 2010],

$$Q_{CEV} = V_i^2 B_{CEV} \quad (2.57)$$

Y la corriente está dada por,

$$I_{CEV} = jB_{CEV}V_i \quad (2.58)$$

La dirección de la corriente es proporcionada por el comportamiento del dispositivo. Si el voltaje V_i es menor que la referencia, entonces el CEV aporta reactivos a la red para compensar la caída de voltaje, por lo que trabaja sobre la región capacitiva. En el caso contrario, el CEV absorbe reactivos para disminuir el nivel de voltaje, operando así en la región inductiva. Ambos casos operativos son representados esquemáticamente en la Figura 2.8 [Laufenberg, 1997].

El bloque de control del regulador automático de voltaje (AVR por sus siglas en inglés) es una parte importante del modelo del CEV. Dicho control opera con una señal de error de voltaje y está definido por la función de transferencia mostrada en la Figura 2.9,

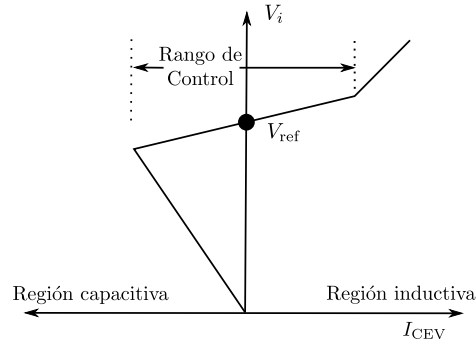


Figura 2.8: Rangos de operación para el CEV

donde K_r y T_r denotan la ganancia y la constante de tiempo del regulador, respectivamente. V_i es el voltaje del nodo al cual se conecta el CEV, V_{ref} es el voltaje de referencia y V_{POD} es la señal proveniente del amortiguador de oscilaciones de potencia [Milano, 2010]. La variable de salida es la susceptancia del CEV, que es utilizada para definir la potencia reactiva inyectada/absorbida hacia/desde la red eléctrica, de acuerdo a la región donde el CEV se encuentre operando.

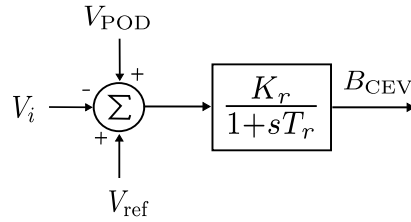


Figura 2.9: Diagrama de control para el CEV

La ecuación diferencial que describe el diagrama de bloques para el control del CEV es la siguiente,

$$\frac{dB_{CEV}}{dt} = \frac{1}{T_r} [K_r (V_{ref} - V_i + V_{POD}) - B_{CEV}] \quad (2.59)$$

La forma linealizada de (2.57) y (2.59) está dada por,

$$\Delta \dot{B}_{CEV} = -\frac{1}{T_r} \Delta B_{CEV} + \frac{K_r}{T_r} \Delta V_{ref} - \frac{K_r}{T_r} \Delta V_i + \frac{K_r}{T_r} \Delta V_{POD} \quad (2.60)$$

$$\Delta Q_{CEV} = V_i^2 \Delta B_{CEV} + 2V_i B_{CEV} \Delta V_i \quad (2.61)$$

2.9. Amortiguador de oscilaciones de potencia

La acción de control suplementaria aplicada a los dispositivos FACTS para incrementar el amortiguamiento de las oscilaciones en el sistema es llamado amortiguador de oscilaciones de potencia (POD por sus siglas en inglés).

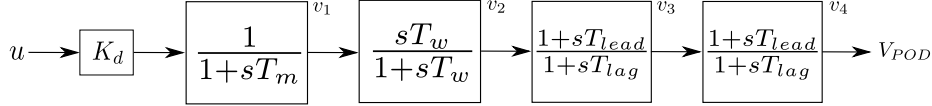


Figura 2.10: Estructura del POD

La estructura del POD, como se observa en la Figura 2.10, consiste (de izquierda a derecha) de [Sadiković, 2006]:

1. Una señal estabilizadora u , también llamada señal de control, que en general depende de alguna de las variables del sistema para ser retroalimentada e incidir sobre un modo de oscilación específico.
2. Una ganancia estabilizadora K_d , que será elegida para obtener el mayor amortiguamiento posible.
3. Un filtro pasa-bajas, diseñado para filtrar la variación a altas frecuencias en la señal de entrada. El rango de frecuencia de interés para el problema de estabilidad de pequeña señal es de 0.1 Hz a 2.0 Hz, pues están asociadas a oscilaciones de potencia de baja frecuencia. Debido a lo anterior un valor constante $T_m = 0.1$ es usado en los casos de estudio [Hadjikypris, 2015].
4. Un bloque washout, incorporado para eliminar o reducir el impacto de cualquier cambio en el estado estable de la señal de salida del POD. Para este objetivo, primero encontramos la frecuencia de oscilación en Hertz del modo electromecánico, llamado $f_{0,min}$. Entonces, se elige T_w aproximadamente diez veces más lento, es decir [Milano et al., 2020]

$$T_w \approx 10 \frac{1}{f_{0,min}} \quad (2.62)$$

5. Bloques de adelanto-atraso, usados para proveer la compensación de fase sobre un rango deseado de frecuencias. En el próximo capítulo se aborda como obtener los parámetros T_{lead} y T_{lag} .

El modelo del POD mostrado en la Figura 2.10 es descrito por el siguiente sistema de ecuaciones diferencial-algebraico,

$$\frac{dv_1}{dt} = -\frac{1}{T_m}v_1 + \frac{K_d}{T_m}u \quad (2.63)$$

$$\frac{dv_2}{dt} = \frac{1}{T_w}v_1 - \frac{1}{T_w}v_2 \quad (2.64)$$

$$\frac{dv_3}{dt} = \frac{1 - \frac{T_{lead}}{T_{lag}}}{T_{lag}}v_1 - \frac{1 - \frac{T_{lead}}{T_{lag}}}{T_{lag}}v_2 - \frac{1}{T_{lag}}v_3 \quad (2.65)$$

$$\frac{dv_4}{dt} = \frac{\left(1 - \frac{T_{lead}}{T_{lag}}\right) \frac{T_{lead}}{T_{lag}}}{T_{lag}}v_1 - \frac{\left(1 - \frac{T_{lead}}{T_{lag}}\right) \frac{T_{lead}}{T_{lag}}}{T_{lag}}v_2 + \frac{1 - \frac{T_{lead}}{T_{lag}}}{T_{lag}}v_3 - \frac{1}{T_{lag}}v_4 \quad (2.66)$$

$$V_{POD} = \left(\frac{T_{lead}}{T_{lag}}\right)^2 v_1 - \left(\frac{T_{lead}}{T_{lag}}\right)^2 v_2 + \frac{T_{lead}}{T_{lag}}v_3 + v_4 \quad (2.67)$$

donde se observa que la señal de salida V_{POD} está representada por una ecuación algebraica en términos de los estados del modelo.

Linealizando el sistema de ecuaciones, y expresándolo en forma matricial se obtiene la siguiente representación,

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{v}_1 \\ \Delta \dot{v}_2 \\ \Delta \dot{v}_3 \\ \Delta \dot{v}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_m} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{T_w} & -\frac{1}{T_w} & 0 & 0 \\ \frac{1 - \frac{T_{lead}}{T_{lag}}}{T_{lag}} & -\frac{1 - \frac{T_{lead}}{T_{lag}}}{T_{lag}} & -\frac{1}{T_{lag}} & 0 \\ \frac{\left(1 - \frac{T_{lead}}{T_{lag}}\right) \frac{T_{lead}}{T_{lag}}}{T_{lag}} & -\frac{\left(1 - \frac{T_{lead}}{T_{lag}}\right) \frac{T_{lead}}{T_{lag}}}{T_{lag}} & \frac{1 - \frac{T_{lead}}{T_{lag}}}{T_{lag}} & -\frac{1}{T_{lag}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_1 \\ \Delta v_2 \\ \Delta v_3 \\ \Delta v_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{K_d}{T_m} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [\Delta u] \quad (2.68)$$

$$\Delta V_{POD} = \left(\frac{T_{lead}}{T_{lag}}\right)^2 \Delta v_1 - \left(\frac{T_{lead}}{T_{lag}}\right)^2 \Delta v_2 + \frac{T_{lead}}{T_{lag}} \Delta v_3 + \Delta v_4 \quad (2.69)$$

2.10. Conclusiones

En este capítulo se presentaron los modelos matemáticos de la máquina síncrona, sistema de excitación, gobernador de velocidad, red eléctrica, cargas estáticas, CEV y POD, que son la base del estudio de pequeña señal presentado en apartados posteriores. De igual

manera, se abordó la linealización de las ecuaciones diferenciales-algebraicas que describen a cada dispositivo, y se expresó en forma matricial para tener una mejor interpretación y observar como se relacionan entre sí. Un ejemplo de esta relación está asociado con el voltaje de campo E_{fd} y el par mecánico T_M de la máquina síncrona que son obtenidos en términos de los estados que describen al sistema de excitación y el gobernador de velocidad, respectivamente.

El modelo matemático de cada dispositivo es muy importante en el análisis de estabilidad de pequeña señal, porque la precisión de los resultados obtenidos depende mucho de ello. El caso típico es el de la máquina síncrona, cuyos modelos más detallados capturan mejor su comportamiento dinámico.

Capítulo 3

Análisis de estabilidad de pequeña señal

3.1. Introducción

La estabilidad del SEP ha sido una constante preocupación para los ingenieros desde 1920. Sin embargo, apagones causados por inestabilidades aún siguen ocurriendo a pesar de los avances tecnológicos en las áreas de protección y control, es por esto que la estabilidad de voltaje, estabilidad de frecuencia y estabilidad del ángulo del rotor tienen mayor interés que en el pasado [Mircea y Mohammad, 2013].

Las oscilaciones en el sistema se observaron tan pronto como las máquinas síncronas fueron interconectadas para proveer más capacidad de potencia. Originalmente, las máquinas estaban conectadas bastante cerca unas de otras y las oscilaciones de ángulo de rotor se presentaron en orden de 1 a 2 Hz. Los generadores dentro de un SEP interconectado producen corrientes alternas, y están sincronizados para operar a la misma frecuencia. Si una máquina se desvía de su velocidad síncrona, la potencia es transferida desde otro generador en el sistema de tal manera que se reduzca la desviación de velocidad [Rogers, 2000].

Para determinar las oscilaciones de potencia en un sistema eléctrico, es necesario el análisis de estabilidad de pequeña señal para conocer los modos de oscilación presentes en el sistema, y qué modos son excitados cuando ocurre una perturbación.

En este capítulo se aborda una descripción más detallada del fenómeno de estabilidad, se presenta el desarrollo matemático para el análisis de pequeña señal en sistemas no lineales, se explican teóricamente los resultados que pueden obtenerse, y se detalla como están ligados a la estabilidad del sistema.

3.2. Descripción física del fenómeno

El problema de interés es aquel en el que un sistema de potencia, que opera bajo una condición de carga constante, se ve perturbado causando el reajuste del ángulo del rotor en las máquinas síncronas debido al desequilibrio entre la generación del sistema y la carga, lo que resulta en una nueva condición de operación en estado estable. El tiempo de ajuste hacia la nueva condición de operación es llamado período transitorio y al comportamiento del sistema durante este lapso de tiempo se le denomina “comportamiento dinámico”.

El principal criterio para la estabilidad es que las máquinas síncronas se mantengan en sincronismo al final del período transitorio. Cualquier desbalance entre generación y carga causa que las máquinas síncronas “oscilen” porque se ejercen pares de aceleración (o desaceleración) netos sobre sus rotores, acción que puede desencadenar en la pérdida de sincronismo. Para asegurar la estabilidad, un nuevo punto de equilibrio debe ser alcanzado antes de que cualquier máquina experimente pérdida de sincronismo. Cuando una máquina pierde el sincronismo su rotor gira a velocidades más bajas o altas que las requeridas para generar voltajes con frecuencia igual a la del sistema. La pérdida de sincronismo puede ocurrir entre una máquina y el resto del sistema, o entre grupos de máquinas. En este último caso, el sincronismo puede mantenerse dentro de cada grupo después de su separación [Mircea y Mohammad, 2013].

La estabilidad del ángulo del rotor se refiere a la habilidad de las máquinas síncronas, en un sistema de potencia, de mantenerse en sincronismo después de ser sujetas a una perturbación. Cuando los generadores están conectados a la red, corrientes trifásicas de frecuencia igual a la del sistema fluyen en el estátor generando un campo magnético giratorio que produce un par electromagnético opuesto a la rotación del rotor. Sin embargo, se requiere de un par mecánico para mantener al rotor girando a una velocidad deseada. En

estado estable, estos pares opuestos están en equilibrio.

Las oscilaciones del ángulo del rotor pueden aparecer en el sistema de potencia en cualquier instante debido a una débil conexión eléctrica entre generadores, a largas distancias eléctricas entre generadores y cargas, o a causa de controles no coordinados. En grandes sistemas interconectados, los generadores locales tienden a oscilar en contra de otros grupos de generadores, oscilaciones que si no son rápidamente amortiguadas pueden causar daños en las plantas de generación y en otros equipos del sistema de potencia. El cambio en el par electromagnético de la máquina síncrona después de una perturbación se divide en dos componentes [Kundur, 1994],

$$\Delta T_e = T_S \Delta \delta + T_D \Delta \omega \quad (3.1)$$

donde,

$T_S \Delta \delta$ es la componente del par de sincronización, que está en fase con la perturbación del ángulo del rotor $\Delta \delta$, y T_S es el coeficiente de sincronización.

$T_D \Delta \omega$ es la componente del par de amortiguamiento, el cual está en fase con la desviación de velocidad $\Delta \omega$, y T_D es el coeficiente de amortiguamiento.

La estabilidad del sistema está condicionada por la existencia de ambos componentes de par electromagnético en cada máquina síncrona. Un insuficiente par de sincronización conduce a una condición de inestabilidad aperiódica o no oscilatoria, mientras que un insuficiente par de amortiguamiento resulta en inestabilidad oscilatoria. El par de sincronización es el par que actúa sobre el eje de la máquina síncrona cuando la velocidad angular del rotor se desvía de su velocidad síncrona, lo que mantiene a la máquina en sincronismo. Este par puede controlarse por medio de gobernadores de velocidad, sistemas de excitación y otros lazos de control internos en el generador. Acciones externas, de los dispositivos FACTS por ejemplo, también contribuyen a la mejora del par de sincronización.

El sistema de potencia está caracterizado por un par de amortiguamiento relativamente pequeño, que es principalmente proporcionado por los devanados de amortiguamiento de la máquina síncrona. Sin embargo, en el intento por mejorar el par de sincronización, los sistemas de excitación de rápida respuesta pueden debilitar significativamente el par de

amortiguamiento, causando una inestabilidad oscilatoria. La capacidad de amortiguamiento es aproximada por el término $T_D \Delta\omega = D(\omega - \omega_s)$, el cual es incluido en la ecuación de oscilación y es proporcional a la desviación de velocidad [Mircea y Mohammad, 2013].

3.3. Estabilidad del ángulo del rotor ante pequeños disturbios

Se refiere a la habilidad del sistema de potencia para mantener el sincronismo ante pequeños disturbios, como pequeñas variaciones de carga y generación, para las cuales el ángulo del rotor presenta una variación casi lineal, permitiendo la linealización del sistema de ecuaciones alrededor de un punto de equilibrio. El período que sigue al disturbio depende de un número de factores, incluyendo las condiciones de operación iniciales, la robustez del sistema de transmisión, y el comportamiento del sistema de excitación.

Cuando un pequeño disturbio ocurre en el sistema de potencia, la inestabilidad puede resultar en las dos formas que se visualizan en la Figura 3.1.

- Incremento en el ángulo del rotor debido al insuficiente par de sincronización: Pueden resultar inestabilidades no oscilatorias cuando los reguladores automáticos de voltaje de las máquinas síncronas mantienen voltaje de campo constante.
- Oscilaciones del rotor de magnitud creciente debido al insuficiente par de amortiguamiento: Pueden resultar inestabilidades oscilatorias de magnitud creciente cuando los reguladores automáticos de voltaje actúan continuamente cambiando los voltajes de campo.

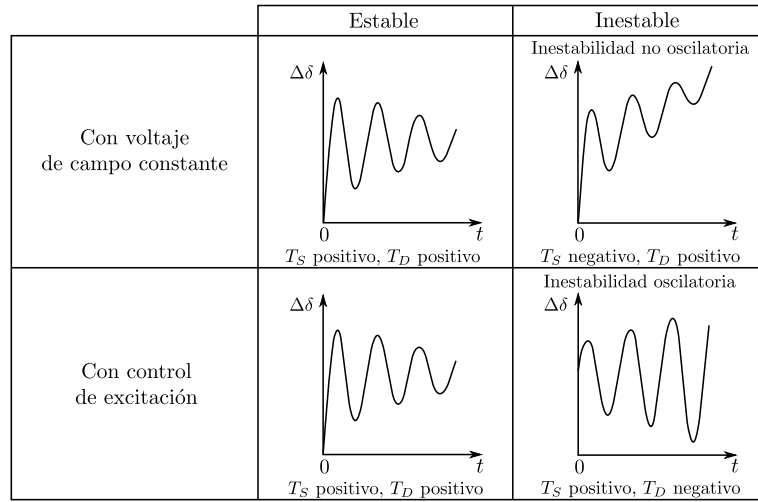


Figura 3.1: Naturaleza de la respuesta a pequeñas perturbaciones

Dependiendo de los generadores y los estados involucrados, los modos de oscilación presentes en el sistema de potencia se clasifican en (ver Figura 3.2) [Kundur, 1994] y [EPRI, 2009],

- Modos locales; están asociados con la oscilación de un generador contra el resto del sistema de potencia. La frecuencia de oscilación de este modo se encuentra en el rango de 1 a 2 Hz, dependiendo de las características de la máquina y las condiciones operativas del sistema de potencia.
- Modos intra-planta; se producen cuando en una estación generadora multimáquina, los generadores oscilan respecto a unidades vecinas. Generalmente el rango de frecuencia para este modo va desde 1.5 a 3 Hz.
- Modos inter-área; están asociados con la oscilación de un grupo de máquinas síncronas, aisladas geográficamente, contra otras máquinas del sistema de potencia. Si la oscilación inter-área se vuelve inestable, los grupos de generadores pueden perder el sincronismo y una parte del sistema de potencia puede quedar aislada al activarse las protecciones en el sistema de transmisión. El rango de frecuencias de este modo de oscilación va desde 0.1 a 1 Hz.

- Modos de control; pueden deberse a sistemas de control mal sintonizados conectados a excitadores de campo, gobernadores de velocidad, CEV, etc.
- Modos torsionales; están asociados con los componentes mecánicos rotacionales de la turbina-generator debido a cambios esporádicos tanto en el lado de la turbina como de la red eléctrica.

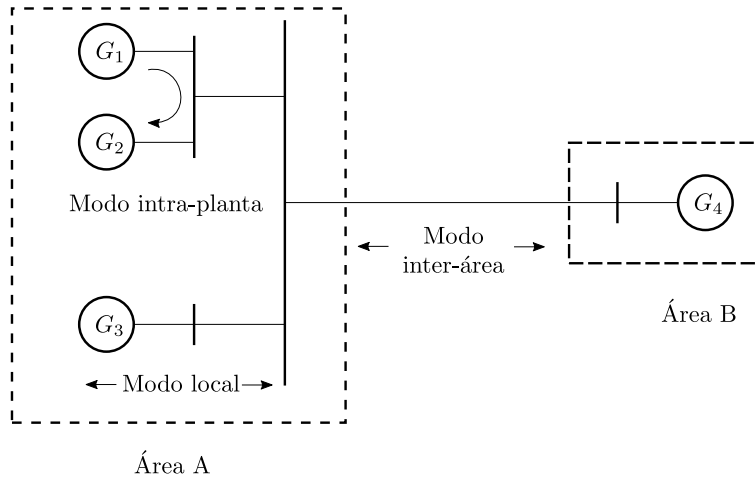


Figura 3.2: Clasificación de los modos de oscilación [Villarreal-Martínez, 2008]

3.4. Descripción matemática del problema de estabilidad de pequeña señal

3.4.1. Modelo del sistema de potencia

Un sistema eléctrico de potencia puede ser representado mediante el siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales-algebraicas no lineales [Zhang et al., 2006],

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{u}) \quad (3.2)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{u}) \quad (3.3)$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{u}) \quad (3.4)$$

donde, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, es el vector que contiene las variables de estados, su dimensión depende del modelado de cada elemento del sistema mediante ecuaciones diferenciales de primer orden,

$\mathbf{y} \in \mathbb{R}^r$, es el vector de variables algebraicas, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^z$, son señales externas que influyen en el comportamiento del sistema. Por otro lado, $\dot{\mathbf{x}}$ representa el conjunto $\mathbf{f}$ de ecuaciones diferenciales, $\mathbf{g}$ el conjunto de ecuaciones algebraicas y $\mathbf{w}$ el conjunto $\mathbf{h}$ de ecuaciones de salida, es decir, las variables que se desean monitorear.

3.4.2. Puntos de equilibrio

Los puntos de equilibrio son aquellos donde las derivadas respecto a las n variables de estado $\dot{\mathbf{x}}_1, \dot{\mathbf{x}}_2, \dots, \dot{\mathbf{x}}_n$ son simultáneamente cero, por lo tanto, el sistema está en reposo ya que todas las variables de estado son constantes e invariantes con el tiempo [Kundur, 1994]. El punto singular o de equilibrio debe satisfacer la ecuación,

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_0) = \mathbf{0} \quad (3.5)$$

donde $\mathbf{x}_0$ es el vector de estado $\mathbf{x}$ en el punto de equilibrio.

Si las funciones $f_i (i = 1, 2, \dots, n)$ en la ecuación (3.2) son lineales entonces el sistema es lineal. Un sistema lineal tiene solo un estado de equilibrio (si la matriz del sistema es no singular).

3.4.3. Linealización del sistema eléctrico de potencia

Para disturbios suficientemente pequeños, las ecuaciones (3.2) - (3.4) pueden ser linealizadas alrededor de un punto estacionario $(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{u}_0)$, de manera que,

$$\dot{\mathbf{x}}_0 = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{u}_0) \quad (3.6)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{u}_0) \quad (3.7)$$

$$\mathbf{w}_0 = \mathbf{h}(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{u}_0) \quad (3.8)$$

Cuando el sistema es perturbado alrededor de un punto estacionario $(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{u}_0)$, se tienen pequeñas desviaciones denotadas por la letra griega Δ .

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + \Delta \mathbf{x} \quad (3.9)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{y}_0 + \Delta \mathbf{y} \quad (3.10)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \Delta \mathbf{u} \quad (3.11)$$

El nuevo estado debe satisfacer las ecuaciones (3.2), (3.3) y (3.4). Por lo tanto,

$$\dot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{x}}_0 + \Delta\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}[(\mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}), (\mathbf{y}_0 + \Delta\mathbf{y}), (\mathbf{u}_0 + \Delta\mathbf{u})] \quad (3.12)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{g}[(\mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}), (\mathbf{y}_0 + \Delta\mathbf{y}), (\mathbf{u}_0 + \Delta\mathbf{u})] \quad (3.13)$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{w}_0 + \Delta\mathbf{w} = \mathbf{h}[(\mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}), (\mathbf{y}_0 + \Delta\mathbf{y}), (\mathbf{u}_0 + \Delta\mathbf{u})] \quad (3.14)$$

Como las perturbaciones en las variables son pequeñas, las funciones no lineales pueden ser expresadas mediante la expansión en series de Taylor, despreciando los términos a partir de las segundas derivadas, es decir, los de orden superior,

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= \dot{x}_{i0} + \Delta\dot{x}_i \\ &= f_i(x_0, y_0, u_0) + \frac{\partial f_i}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial x_n} \Delta x_n + \frac{\partial f_i}{\partial y_1} \Delta y_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial y_r} \Delta y_r \\ &\quad + \frac{\partial f_i}{\partial u_1} \Delta u_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial u_z} \Delta u_z \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} 0 &= g_j(x_0, y_0, u_0) + \frac{\partial g_j}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial g_j}{\partial x_n} \Delta x_n + \frac{\partial g_j}{\partial y_1} \Delta y_1 + \dots + \frac{\partial g_j}{\partial y_r} \Delta y_r \\ &\quad + \frac{\partial g_j}{\partial u_1} \Delta u_1 + \dots + \frac{\partial g_j}{\partial u_z} \Delta u_z \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} w_k &= w_{k0} + \Delta w_k \\ &= h_k(x_0, y_0, u_0) + \frac{\partial h_k}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial h_k}{\partial x_n} \Delta x_n + \frac{\partial h_k}{\partial y_1} \Delta y_1 + \dots + \frac{\partial h_k}{\partial y_r} \Delta y_r \\ &\quad + \frac{\partial h_k}{\partial u_1} \Delta u_1 + \dots + \frac{\partial h_k}{\partial u_z} \Delta u_z \end{aligned} \quad (3.17)$$

o bien,

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= \dot{x}_{i0} + \Delta\dot{x}_i \\ &= f_i(x_0, y_0, u_0) + \sum_{m=1}^n \frac{\partial f_i}{\partial x_m} \Delta x_m + \sum_{m=1}^r \frac{\partial f_i}{\partial y_m} \Delta y_m + \sum_{m=1}^z \frac{\partial f_i}{\partial u_m} \Delta u_m \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$0 = g_j(x_0, y_0, u_0) + \sum_{m=1}^n \frac{\partial g_j}{\partial x_m} \Delta x_m + \sum_{m=1}^r \frac{\partial g_j}{\partial y_m} \Delta y_m + \sum_{m=1}^z \frac{\partial g_j}{\partial u_m} \Delta u_m \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} w_k &= w_{k0} + \Delta w_k \\ &= h_k(x_0, y_0, u_0) + \sum_{m=1}^n \frac{\partial h_k}{\partial x_m} \Delta x_m + \sum_{m=1}^r \frac{\partial h_k}{\partial y_m} \Delta y_m + \sum_{m=1}^z \frac{\partial h_k}{\partial u_m} \Delta u_m \end{aligned} \quad (3.20)$$

donde n , r y z representan el número de variables de estado, algebraicas y de entradas al sistema, respectivamente.

Ya que $\dot{x}_{i0} = f_i(x_0, y_0, u_0)$, $0 = g_j(x_0, y_0, u_0)$ y $w_{k0} = h_k(x_0, y_0, u_0)$, los incrementos en el sistema de ecuaciones pueden escribirse como [Zhang et al., 2006],

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \Delta \mathbf{x} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{y}} \Delta \mathbf{y} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \Delta \mathbf{u} \quad (3.21)$$

$$\mathbf{0} = \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \Delta \mathbf{x} + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{y}} \Delta \mathbf{y} + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}} \Delta \mathbf{u} \quad (3.22)$$

$$\Delta \mathbf{w} = \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}} \Delta \mathbf{x} + \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{y}} \Delta \mathbf{y} + \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{u}} \Delta \mathbf{u} \quad (3.23)$$

Despejando $\Delta \mathbf{y}$ de (3.22) y sustituyendo en (3.21) y (3.23), se obtiene la representación en espacio de estados del sistema de potencia, en la que la parte algebraica queda implícitamente integrada.

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{B} \Delta \mathbf{u} \quad (3.24)$$

$$\Delta \mathbf{w} = \mathbf{C} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{D} \Delta \mathbf{u} \quad (3.25)$$

$\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{D}$ son las matrices de derivadas parciales evaluadas en el punto de equilibrio $(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{u}_0)$,

$$\mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} - \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{y}} \left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{y}} \right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \quad (3.26)$$

$$\mathbf{B} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} - \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{y}} \left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{y}} \right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}} \quad (3.27)$$

$$\mathbf{C} = \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}} - \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{y}} \left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{y}} \right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \quad (3.28)$$

$$\mathbf{D} = \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{u}} - \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{y}} \left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{y}} \right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}} \quad (3.29)$$

Del capítulo 2, el modelo linealizado para el sistema multimáquina, sin contar el CEV, ni el POD, es el siguiente [Sauer y Pai, 1998]:

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_1 \Delta \mathbf{x} + \mathbf{B}_1 \Delta \mathbf{I}_g + \mathbf{B}_2 \Delta \mathbf{V}_g + \mathbf{E}_1 \Delta \mathbf{U} \quad (3.30)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{C}_1 \Delta \mathbf{x} + \mathbf{D}_1 \Delta \mathbf{I}_g + \mathbf{D}_2 \Delta \mathbf{V}_g \quad (3.31)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{C}_2 \Delta \mathbf{x} + \mathbf{D}_3 \Delta \mathbf{I}_g + \mathbf{D}_4 \Delta \mathbf{V}_g + \mathbf{D}_5 \Delta \mathbf{V}_\ell \quad (3.32)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{D}_6 \Delta \mathbf{V}_g + \mathbf{D}_7 \Delta \mathbf{V}_\ell \quad (3.33)$$

donde los modelos linealizados de las máquinas síncronas y sus controles están incluidos en las ecuaciones (3.30)-(3.31); en $\mathbf{A}_1$ y $\mathbf{C}_1$ se almacenan las derivadas respecto a las variables de estado; en $\mathbf{B}_1$ y $\mathbf{D}_1$ se contienen las derivadas respecto a las corrientes en los ejes de cuadratura $\mathbf{I}_d$ e $\mathbf{I}_q$; $\mathbf{B}_2$ y $\mathbf{D}_2$ almacenan las derivadas respecto a la magnitud y ángulo de voltaje en terminales de la máquina síncrona; finalmente, en $\mathbf{E}_1$ se encuentran las derivadas respecto a las entradas del sistema. Por otro lado, las ecuaciones (3.32)-(3.33) representan el modelo linealizado de la red eléctrica deducido en la Sección 2.7. Eliminando $\Delta \mathbf{I}_g$ de (3.30)-(3.33) se obtiene la representación en espacio de estados del sistema de potencia.

Tomando la transformada de Laplace de las ecuaciones (3.24) y (3.25), se obtienen las ecuaciones de estado en el dominio de la frecuencia:

$$s\Delta \mathbf{x}(s) - \Delta \mathbf{x}(0) = \mathbf{A}\Delta \mathbf{x}(s) + \mathbf{B}\Delta \mathbf{u}(s) \quad (3.34)$$

$$\Delta \mathbf{w}(s) = \mathbf{C}\Delta \mathbf{x}(s) + \mathbf{D}\Delta \mathbf{u}(s) \quad (3.35)$$

La Figura 3.3 muestra el diagrama de bloques de la representación en espacio de estados, asumiendo condiciones iniciales $\Delta \mathbf{x}(0) = 0$.

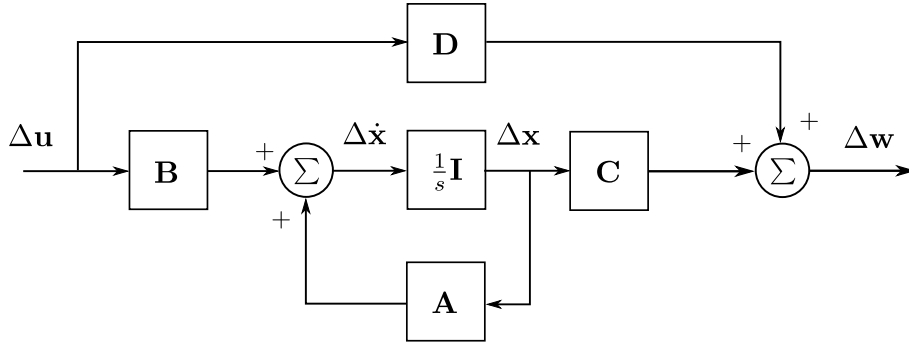


Figura 3.3: Diagrama de bloques de la representación del espacio de estados

Una solución formal de las ecuaciones de estado se encuentra resolviendo la ecuación (3.34) para obtener $\Delta \mathbf{x}(s)$, y posteriormente sustituyendo la expresión resultante en

(3.35), tal como se muestra a continuación,

$$\begin{aligned}(s\mathbf{I} - \mathbf{A}) \Delta \mathbf{x}(s) &= \Delta \mathbf{x}(0) + \mathbf{B} \Delta \mathbf{u}(s) \\ \Delta \mathbf{x}(s) &= (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} [\Delta \mathbf{x}(0) + \mathbf{B} \Delta \mathbf{u}(s)] \\ &= \frac{\text{adj}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})}{\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A})} [\Delta \mathbf{x}(0) + \mathbf{B} \Delta \mathbf{u}(s)]\end{aligned}\quad (3.36)$$

$$\Delta \mathbf{w}(s) = \mathbf{C} \frac{\text{adj}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})}{\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A})} [\Delta \mathbf{x}(0) + \mathbf{B} \Delta \mathbf{u}(s)] + \mathbf{D} \Delta \mathbf{u}(s) \quad (3.37)$$

Las transformadas de Laplace de $\Delta \mathbf{x}$ y $\Delta \mathbf{w}$ tienen dos componentes, una depende de las condiciones iniciales y la otra de las entradas al sistema. Los polos de $\Delta \mathbf{x}(s)$ y $\Delta \mathbf{w}(s)$ son las raíces de la ecuación,

$$\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}) = 0 \quad (3.38)$$

Los valores de s que satisfacen lo anterior son conocidos como eigenvalores de la matriz $\mathbf{A}$, los cuales nos brindan información sobre la estabilidad del sistema ante pequeños disturbios, y la ecuación (3.38) es referida como la ecuación característica de la matriz $\mathbf{A}$.

3.4.4. Eigenvalores

Los eigenvalores de una matriz son dados por los valores del parámetro escalar λ , para la cual existen soluciones no triviales (por ejemplo, $\Phi = \mathbf{0}$) de la ecuación,

$$\mathbf{A}\Phi = \lambda\Phi \quad (3.39)$$

donde, $\mathbf{A}$ es una matriz $n \times n$ y Φ es un vector $n \times 1$.

Para encontrar los eigenvalores, la ecuación (3.39) puede reescribirse como,

$$\det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}) = 0 \quad (3.40)$$

Las n soluciones de $\lambda = \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ son los eigenvalores de $\mathbf{A}$. Los eigenvalores pueden ser reales o pares complejos conjugados.

3.4.5. Eigenvectores

Para cualquier eigenvalor λ_i , el i -ésimo vector columna Φ_i que satisface la ecuación (3.39) es llamado eigenvector derecho de $\mathbf{A}$, asociado con el eigenvalor λ_i .

$$\mathbf{A}\Phi_i = \lambda_i\Phi_i \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, n \quad (3.41)$$

Las componentes del eigenvector derecho indican la actividad relativa de cada variable de estado en el i -ésimo modo. Similarmente, para el i -ésimo vector fila Ψ_i se satisface,

$$\Psi_i \mathbf{A} = \lambda_i \Psi_i \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, n \quad (3.42)$$

donde Ψ_i es llamado eigenvector izquierdo, asociado al eigenvalor λ_i . Las componentes del eigenvector izquierdo ponderan el efecto de las condiciones iniciales en la excitación del i -ésimo modo.

Los eigenvectores derecho e izquierdo correspondientes a eigenvalores diferentes son ortogonales. En otras palabras, si λ_i no es igual a λ_j ,

$$\Psi_j \Phi_i = 0 \quad (3.43)$$

Sin embargo, en el caso de eigenvectores correspondientes al mismo eigenvalor se tiene,

$$\Psi_i \Phi_i = C_i \quad (3.44)$$

donde C_i es una constante diferente de cero.

Los eigenvectores derecho e izquierdo usualmente son normalizados tal que la suma de los factores de participación pertenecientes a un mismo modo sea igual a 1 [Pérez-Arriaga et al., 1982],

$$\Psi_i \Phi_i = 1 \quad (3.45)$$

Los eigenvectores calculados son almacenados en forma de matrices conocidas como matrices modales,

$$\Phi = [\Phi_1 \ \Phi_2 \ \dots \ \Phi_n] \quad (3.46)$$

$$\Psi = [\Psi_1 \ \Psi_2 \ \dots \ \Psi_n]^T \quad (3.47)$$

Las matrices modales presentan las siguientes eigenpropiedades,

$$\mathbf{A}\Phi = \Phi\Lambda \quad (3.48)$$

$$\Psi\Phi = \mathbf{I} \quad (3.49)$$

$$\Psi = \Phi^{-1} \quad (3.50)$$

3.4.6. Factores de participación

Es natural sugerir que las variables de estado significativas para un eigenvalor λ_i son aquellas a las que le corresponde un gran valor en el correspondiente eigenvector Φ_i , pero los elementos del eigenvector son dependientes de las dimensiones de las variables de estado (por ejemplo, ángulos de rotores, velocidades de las máquinas, flujos, etc). Como solución a este problema, se hace uso de una matriz denominada matriz de participación P , que combina los eigenvectores derechos e izquierdos como medida de la asociación entre las variables de estado y los modos [Kundur, 1994].

$$P = [P_1 \ P_2 \ \dots \ P_n] \quad (3.51)$$

donde

$$P_i = \begin{bmatrix} P_{1i} \\ P_{2i} \\ \vdots \\ P_{ni} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{1i}\Psi_{i1} \\ \Phi_{2i}\Psi_{i2} \\ \vdots \\ \Phi_{ni}\Psi_{in} \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

En este caso, Φ_{ki} es el elemento de la k -ésima fila y la i -ésima columna de la matriz modal Φ , mientras que Ψ_{ik} es el elemento de la i -ésima fila y la k -ésima columna de la matriz modal Ψ .

Los factores de participación también pueden ser vistos como una medida de la sensibilidad de un eigenvalor ante una variación de un elemento diagonal de la matriz A del sistema, es decir [Sauer y Pai, 1998],

$$p_{ki} = \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{kk}} \quad (3.53)$$

donde p_{ki} es el factor de participación que relaciona la k -ésima variable de estado con el i -ésimo eigenvalor.

De la ecuación (3.41), asumiendo que los eigenvalores y eigenvectores varían continuamente con respecto a los elementos de la matriz A , se puede escribir la ecuación de perturbación como,

$$(A + \Delta A)(\Phi_i + \Delta \Phi_i) = (\lambda_i + \Delta \lambda_i)(\Phi_i + \Delta \Phi_i) \quad (3.54)$$

realizando las operaciones pertinentes, se tiene,

$$[\mathbf{A}\Phi_i] + [\Delta\mathbf{A}\Phi_i + \mathbf{A}\Delta\Phi_i] + [\Delta\mathbf{A}\Delta\Phi_i] = [\lambda_i\Phi_i] + [\Delta\lambda_i\Phi_i + \lambda_i\Delta\Phi_i] + [\Delta\lambda_i\Delta\Phi_i] \quad (3.55)$$

puesto que $[\mathbf{A}\Phi_i] = [\lambda_i\Phi_i]$, la ecuación de perturbaciones se escribe como,

$$[\Delta\mathbf{A}\Phi_i + \mathbf{A}\Delta\Phi_i] + [\Delta\mathbf{A}\Delta\Phi_i] = [\Delta\lambda_i\Phi_i + \lambda_i\Delta\Phi_i] + [\Delta\lambda_i\Delta\Phi_i] \quad (3.56)$$

Dado que las perturbaciones son pequeñas, los términos asociados a la multiplicación de variables perturbadas pueden ser despreciados, esto se debe a que dicha operación dará como resultado un valor aún más pequeño.

$$\begin{aligned} [\Delta\mathbf{A}\Phi_i + \mathbf{A}\Delta\Phi_i] &= [\Delta\lambda_i\Phi_i + \lambda_i\Delta\Phi_i] \\ \Delta\mathbf{A}\Phi_i + [\mathbf{A} - \lambda_i\mathbf{I}]\Delta\Phi_i &= \Delta\lambda_i\Phi_i \end{aligned} \quad (3.57)$$

Multiplicando ambos lados de la ecuación anterior por Ψ_i se llega a,

$$\Psi_i\Delta\mathbf{A}\Phi_i + \Psi_i[\mathbf{A} - \lambda_i\mathbf{I}]\Delta\Phi_i = \Psi_i\Delta\lambda_i\Phi_i \quad (3.58)$$

en donde se observa que el término $\Psi_i[\mathbf{A} - \lambda_i\mathbf{I}] = 0$, tal como lo muestra la ecuación (3.42).

Tomando en consideración esto último, se obtiene,

$$\Psi_i\Delta\mathbf{A}\Phi_i = \Psi_i\Delta\lambda_i\Phi_i \quad (3.59)$$

Del análisis anterior, la sensibilidad de λ_i con respecto a una entrada diagonal de $\mathbf{A}$ se puede relacionar con los factores de participación como sigue. Se asume siempre que solo una k -ésima entrada diagonal de $\mathbf{A}$ es perturbada tal que,

$$\Delta\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \Delta a_{kk} & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

De la ecuación (3.59), el lado izquierdo puede ser simplificado de la siguiente manera,

$$\Psi_i\Delta\mathbf{A}\Phi_i = \Psi_{ik}\Delta a_{kk}\Phi_{ki} \quad (3.61)$$

Reescribiendo la ecuación (3.59) se obtiene una expresión para los factores de participación desde el punto de vista de sensibilidades,

$$\begin{aligned}\Psi_{ik}\Delta a_{kk}\Phi_{ki} &= \Psi_i\Delta\lambda_i\Phi_i \\ \frac{\Psi_{ik}\Phi_{ki}}{\Psi_i\Phi_i} &= \frac{\Delta\lambda_i}{\Delta a_{kk}} = p_{ki}\end{aligned}\tag{3.62}$$

La ecuación anterior es equivalente a la ecuación (3.53), demostrando que los factores de participación pueden ser vistos como la sensibilidad del i -ésimo eigenvalor ante un cambio en un elemento diagonal de la matriz $\mathbf{A}$.

Ya que $\sum_{k=1}^n \Psi_{ik}\Phi_{ki} = \Psi_i\Phi_i$, los factores de participación obtenidos en (3.62) están normalizados tal que [Sauer y Pai, 1998],

$$\sum_{k=1}^n p_{ki} = 1\tag{3.63}$$

Esta propiedad es útil puesto que todos los factores de participación son normalizados y se encuentran en una escala de 0 a 1, lo que hace mas fácil identificar el peso de la variable de estado sobre el i -ésimo modo.

Los eigenvectores correspondientes a un eigenvalor complejo tendrán elementos complejos, entonces, para manejar factores de participación correspondientes a eigenvalores complejos se emplea la siguiente expresión [Milano, 2010],

$$p_{ki} = \frac{|\Psi_{ik}||\Phi_{ki}|}{\sum_{k=1}^n |\Psi_{ik}||\Phi_{ki}|}\tag{3.64}$$

3.4.7. Dinámica libre del sistema

La dinámica libre del sistema (con cero entradas) se obtiene a través de la siguiente expresión,

$$\Delta\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\Delta\mathbf{x}\tag{3.65}$$

donde la matriz $\mathbf{A}$ representa el acoplamiento existente entre variables de estado; es decir, la dinámica de cada una de las variables de estado es una combinación lineal de todas las demás [Kundur, 1994]. Como resultado de este acoplamiento, es muy difícil aislar aquellos parámetros que influyen de manera significativa en la dinámica del sistema. A manera de

eliminar este acoplamiento entre las variables de estado, se considera un nuevo vector $\mathbf{z}$ relacionado con el vector de estado original de la siguiente manera,

$$\Delta \mathbf{x} = \Phi \mathbf{z} \quad (3.66)$$

donde Φ es la matriz modal de eigenvectores derechos, definida por la ecuación (3.46).

Sustituyendo la ecuación anterior en (3.65) se obtiene,

$$\Phi \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A} \Phi \mathbf{z} \quad (3.67)$$

Despejando para las nuevas ecuaciones de estado se tiene,

$$\dot{\mathbf{z}} = \Phi^{-1} \mathbf{A} \Phi \mathbf{z} \quad (3.68)$$

Utilizando la eigenpropiedad de la ecuación (3.48) en la expresión anterior,

$$\dot{\mathbf{z}} = \Lambda \mathbf{z} \quad (3.69)$$

La principal diferencia entre las ecuaciones (3.65) y (3.69) es que Λ es una matriz diagonal cuyos elementos son los valores propios del sistema, mientras que $\mathbf{A}$ generalmente es no diagonal, lo que significa un desacoplamiento entre estados del sistema.

La ecuación (3.69) puede reescribirse de forma escalar como,

$$\dot{z}_i = \lambda_i z_i \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, n \text{ (no. de estados)} \quad (3.70)$$

y su solución respecto al tiempo está dada por,

$$z_i(t) = z_i(0) e^{\lambda_i t} \quad (3.71)$$

donde $z_i(0)$ es el valor inicial de z_i .

Para regresar nuevamente al vector de estado original, se sustituye la ecuación anterior en (3.66) y se obtiene la respuesta en el tiempo del sistema en términos del vector $\mathbf{z}$ como:

$$\Delta \mathbf{x}(t) = \Phi \mathbf{z}(t) = [\Phi_1 \quad \Phi_2 \quad \dots \quad \Phi_n] \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ \vdots \\ z_n(t) \end{bmatrix} \quad (3.72)$$

Con la finalidad de encontrar las condiciones iniciales se despeja el vector $\mathbf{z}$ de la ecuación (3.72),

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{\Psi}^T \mathbf{\Delta x}(t) = [\Psi_1 \ \Psi_2 \ \dots \ \Psi_n]^T \begin{bmatrix} \Delta x_1(t) \\ \Delta x_2(t) \\ \vdots \\ \Delta x_n(t) \end{bmatrix} \quad (3.73)$$

Con $t = 0$, la ecuación anterior se reescribe como,

$$\mathbf{z}(\mathbf{0}) = \mathbf{\Psi} \mathbf{\Delta x}(\mathbf{0}) \quad (3.74)$$

Finalmente, la respuesta en el tiempo de la i -ésima variable de estado se obtiene al sustituir la ecuación (3.71) en (3.72), y en la ecuación resultante se sustituye $\mathbf{z}(\mathbf{0})$ usando (3.74) [Kundur, 1994],

$$\Delta x_i(t) = \phi_{i1} \psi_{1i} x_i(0) e^{\lambda_1 t} + \phi_{i2} \psi_{2i} x_i(0) e^{\lambda_2 t} + \dots + \phi_{in} \psi_{ni} x_i(0) e^{\lambda_n t} \quad (3.75)$$

donde $x_i(0)$ son las condiciones iniciales de la i -ésima variable de estado.

3.4.8. Eigenvalores y estabilidad

La dependencia en el tiempo del i -ésimo modo correspondiente al eigenvalor λ_i está dada por $e^{\lambda_i t}$. Por lo tanto, la estabilidad del sistema puede ser determinada con base a lo siguiente [Kundur, 1994],

- Un eigenvalor real corresponde a un modo no oscilatorio. Un eigenvalor real negativo representa un modo amortiguado, entre más grande sea el valor negativo, más rápido decae la respuesta transitoria. Por otro lado, un eigenvalor real positivo representa inestabilidad aperiódica o no oscilatoria.
- Eigenvalores complejos ocurren en pares conjugados, y cada par corresponde a un modo oscilatorio.

La parte real de un eigenvalor complejo provee información sobre el amortiguamiento, y la parte imaginaria sobre la frecuencia de oscilación.

De esta manera, para un par complejo de eigenvalores se tiene,

$$\lambda = \sigma \pm j\omega \quad (3.76)$$

donde σ es dada en Neper/segundo (Np/s) y ω en radianes/segundo (rad/s). La frecuencia de oscilación (en Hz) se calcula usando la siguiente expresión,

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (3.77)$$

La razón de amortiguamiento de un modo está dada por la siguiente ecuación [Kundur, 1994],

$$\zeta = \frac{-\sigma}{\sqrt{\sigma^2 + \omega^2}} \quad (3.78)$$

La razón de amortiguamiento determina el grado de decaimiento en la amplitud de la oscilación. La constante de tiempo de este decaimiento es $1/|\sigma|$. En otras palabras, la amplitud decae $1/e$ o 37% de su valor inicial en $1/|\sigma|$ segundos o en $1/(2\pi\zeta)$ ciclos de oscilación. Un amortiguamiento $\zeta = 5\%$ significa que en tres periodos de oscilación la amplitud decaerá alrededor del 32% de su valor inicial.

3.5. Factores de participación de variables algebraicas

Si se considera el análisis modal generalizado del sistema representado por las ecuaciones (3.21)-(3.23), se encuentra que los FPs de las variables algebraicas en los modos finitos del sistema son nulos. Esto es consecuencia de que los coeficientes de las primeras derivadas de las variables algebraicas son cero, implicando que solo introducen modos infinitos al sistema. Sin embargo, las variables algebraicas restringen la dinámica del sistema y por lo tanto tienen participación en los modos finitos [Milano et al., 2020].

En el análisis de pequeña señal, las variables algebraicas son incluidas dentro del conjunto de ecuaciones (3.24)-(3.25). Esto implica que la contribución de las variables algebraicas en los modos del sistema no pueda ser medida porque están contenidas implícitamente dentro de la matriz de estado $\mathbf{A}$.

No obstante, en [Tzounas et al., 2020] se presenta una metodología para determinar la participación de variables algebraicas en los modos del sistema. En ella se provee

de una herramienta para estudiar como las variables algebraicas están acopladas con los modos del sistema, para ello se propone una matriz de factores de participación que tiene la siguiente forma,

$$\mathbf{\Pi}_{(w)} = \mathbf{C}\mathbf{P} \quad (3.79)$$

donde, $\mathbf{C}$ es la matriz de salida definida por la ecuación (3.28) y $\mathbf{P}$ es la matriz de factores de participación dada por la ecuación (3.51).

Lo anterior parte de que, dado el conjunto de ecuaciones de salida,

$$\Delta \mathbf{w} = \mathbf{C} \Delta \mathbf{x} \quad (3.80)$$

se tiene, para la μ -ésima fila de $\mathbf{C}$, $\mathbf{c}_\mu = [c_{\mu,1} \ c_{\mu,2} \ \dots \ c_{\mu,n}]$,

$$\Delta w_\mu = \mathbf{c}_\mu \Delta \mathbf{x} = c_{\mu,1} \Delta x_1 + c_{\mu,2} \Delta x_2 + \dots + c_{\mu,n} \Delta x_n \quad (3.81)$$

derivando parcialmente respecto a $e^{\lambda_i t}$,

$$\frac{\partial \Delta w_\mu}{\partial e^{\lambda_i t}} = c_{\mu,1} \frac{\partial \Delta x_1}{\partial e^{\lambda_i t}} + c_{\mu,2} \frac{\partial \Delta x_2}{\partial e^{\lambda_i t}} + \dots + c_{\mu,n} \frac{\partial \Delta x_n}{\partial e^{\lambda_i t}} \quad (3.82)$$

donde $\frac{\partial c_{\mu,1}}{\partial e^{\lambda_i t}} = \frac{\partial c_{\mu,2}}{\partial e^{\lambda_i t}} = \dots = \frac{\partial c_{\mu,n}}{\partial e^{\lambda_i t}} = 0$, dado que los elementos de $\mathbf{C}$ no dependen del tiempo.

En [Tzounas et al., 2020] se obtiene una expresión para los factores de participación de la k -ésima ecuación de estado en un modo finito λ_i , la cual es dada por la sensibilidad $p_{ki} = \frac{\partial x_k(t)}{\partial e^{\lambda_i t}}$, por lo tanto,

$$\pi_{\mu,i} = \frac{\partial \Delta w_\mu}{\partial e^{\lambda_i t}} = c_{\mu,1} p_{1,i} + c_{\mu,2} p_{2,i} + \dots + c_{\mu,n} p_{n,i} \quad (3.83)$$

Aplicando los pasos usados en las ecuaciones (3.81)-(3.83) para todas las salidas, y representándolas en forma matricial, se llega a la forma propuesta en la ecuación (3.79).

La principal característica de $\mathbf{\Pi}_{(w)}$ es que permite definir la matriz de participación, no solo de variables algebraicas en el sistema diferencial-algebraico, sino también, de cualquier otro vector de salida que sea una función de los estados del sistema y de las variables algebraicas. Uno solo tiene que especificar los gradientes $\frac{\partial h}{\partial x}$ y $\frac{\partial h}{\partial y}$ en el punto de operación $(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{u}_0)$, y después calcular la matriz de salida $\mathbf{C}$.

Casos especiales para la matriz $\mathbf{\Pi}_{(w)}$:

- Variables de estado: Para conocer la participación que tienen las variables de estado sobre los modos del sistema, el vector de salida debe ser $\mathbf{w} = \mathbf{x}$. Por lo tanto, de la ecuación (3.28), $\frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{I}_n$, $\frac{\partial h}{\partial \mathbf{y}} = \mathbf{0}$ y la matriz de salida $\mathbf{C}$ es igual a una matriz identidad de dimensiones $n \times n$ (donde n es el número de estados). De esta manera, como se esperaría, los factores de participación de las variables de estado están dados por,

$$\mathbf{\Pi}_{(\mathbf{w})} = \mathbf{P} \quad (3.84)$$

- Variables algebraicas: Si se desea conocer la participación de variables algebraicas sobre los modos del sistema, la salida debe ser en este caso $\mathbf{w} = \mathbf{y}$, así de la ecuación (3.28), $\frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{0}$, $\frac{\partial h}{\partial \mathbf{y}} = \mathbf{I}_n$, y por ende,

$$\mathbf{\Pi}_{(\mathbf{w})} = - \left[\left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{y}} \right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \right] \mathbf{P} \quad (3.85)$$

Una alta participación de una variable en un modo, indicará que éste es sensible a pequeñas variaciones de la variable en cuestión.

3.6. Diseño del controlador POD basado en residuos

En este apartado se describe el diseño del controlador POD, buscando obtener la compensación de fase requerida para desplazar al modo de oscilación crítico en dirección del semiplano complejo izquierdo, utilizando la señal de control seleccionada en base a la metodología descrita en la sección anterior.

La dinámica del sistema de potencia alrededor de un punto de equilibrio puede ser adecuadamente representada por el modelo de espacio de estados de las ecuaciones (3.24) y (3.25). La ecuación (3.37) determina la respuesta del sistema en el dominio de la frecuencia, se compone de dos partes, una asociada con las condiciones iniciales, llamada respuesta natural, y la otra denominada respuesta forzada,

$$\Delta \mathbf{w}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \Delta \mathbf{x}(0) + \left[\mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} + \mathbf{D} \right] \Delta \mathbf{u}(s) \quad (3.86)$$

Asumiendo todas las condiciones iniciales cero, se obtiene la función de transferencia del sistema en lazo abierto,

$$\frac{\Delta \mathbf{w}(s)}{\Delta \mathbf{u}(s)} = \mathbf{G}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} + \mathbf{D} \quad (3.87)$$

Haciendo uso de la relación ortogonal entre Φ y Ψ , es decir, $\Phi\Psi = \mathbf{I}$, y despreciando el término de transmisión directa $\mathbf{D}$, se reescribe la ecuación anterior como [Pal y Chaudhuri, 2005],

$$\begin{aligned} \mathbf{G}(s) &= \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} \\ &= \mathbf{C}\Phi\Psi(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \Phi\Psi\mathbf{B} \\ &= \mathbf{C}\Phi[\Phi^{-1}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})\Psi^{-1}]^{-1}\Psi\mathbf{B} \\ &= \mathbf{C}\Phi[s\mathbf{I} - \mathbf{\Lambda}]^{-1}\Psi\mathbf{B} \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{c_k \phi_i \psi_i b_j}{s - \lambda_i} \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{R_i}{s - \lambda_i} \end{aligned} \quad (3.88)$$

donde el término $\mathbf{\Lambda}$ es la matriz diagonal que contiene los eigenvalores del sistema, R_i es conocido como el residuo de la función de transferencia $\frac{\Delta \mathbf{w}(s)}{\Delta \mathbf{u}(s)}$, siendo el producto de la observabilidad de la k -ésima fila de $\mathbf{C}$, $(c_k \phi_i)$, y la controlabilidad modal de la j -ésima columna de $\mathbf{B}$, $(\psi_i b_j)$. Cabe mencionar que la observabilidad modal depende de la señal de control seleccionada, mientras que la controlabilidad modal depende de la ubicación del dispositivo donde se coloca el controlador POD.

El residuo de un modo en particular λ_i representa la medida de la sensibilidad del modo a una acción de control retroalimentado entre la salida w y la entrada u . En la Figura 3.4, $G(s)$ representa la función de transferencia del sistema de potencia dada por la ecuación (3.87), y $H(s)$ la función de transferencia del controlador POD [Cai, 2004].

La estructura del POD, así como la descripción de sus parámetros, fue presentada en el capítulo anterior. Para lograr que el eigenvalor se mueva hacia la izquierda del plano complejo es necesario proveer el ángulo de fase ϕ_m empleando bloques de adelanto-atraso, cuya función de transferencia tiene la siguiente forma [Gibbard et al., 2015],

$$C_p(s) = \frac{1 + sT_{lead}}{1 + sT_{lag}} = \frac{1 + sT_{lead}}{1 + s(\alpha T_{lead})} \quad (3.89)$$

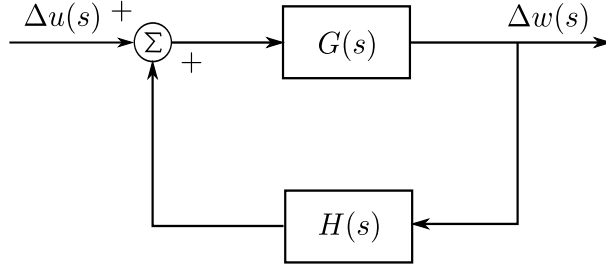


Figura 3.4: Configuración del sistema en lazo cerrado

donde α se denomina factor de atenuación, el cual varía entre $0.1 \leq \alpha \leq 1$, y

$$T_{lag} = \alpha T_{lead} \quad (3.90)$$

La respuesta en frecuencia del compensador en adelanto se muestra en la Figura 3.5, la característica más importante de esta respuesta es el adelanto de fase introducido mediante el compensador. El ángulo máximo de fase en adelanto, ϕ_m , ocurre en la media geométrica, ω_m , de las frecuencias esquina $\frac{1}{T_{lead}}$ y $\frac{1}{\alpha T_{lead}}$, por lo tanto [Gibbard et al., 2015],

$$\begin{aligned}
 \log(\omega_m) &= \frac{1}{2} \left[\log\left(\frac{1}{T_{lead}}\right) + \log\left(\frac{1}{\alpha T_{lead}}\right) \right] \\
 \log(\omega_m) &= \log\left(\frac{1}{T_{lead}} \frac{1}{\alpha T_{lead}}\right)^{\frac{1}{2}} \\
 \omega_m &= \left(\frac{1}{\alpha T_{lead}^2}\right)^{\frac{1}{2}} \\
 \omega_m &= \frac{1}{T_{lead}\sqrt{\alpha}} \\
 T_{lead} &= \frac{1}{\omega_m\sqrt{\alpha}}
 \end{aligned} \quad (3.91)$$

Note que en la Figura 3.5, la magnitud logarítmica (ML) es medida en decibeles (dB) al estar dada por una relación logarítmica, para el caso de ω_m , $ML = 10 \log\left(\frac{1}{\alpha}\right)$.

El parámetro α se calcula usando la siguiente ecuación, donde ϕ_m es el ángulo de fase a compensar.

$$\alpha = \frac{1 - \sin\left(\frac{\phi_m}{m_c}\right)}{1 + \sin\left(\frac{\phi_m}{m_c}\right)} \quad (3.92)$$

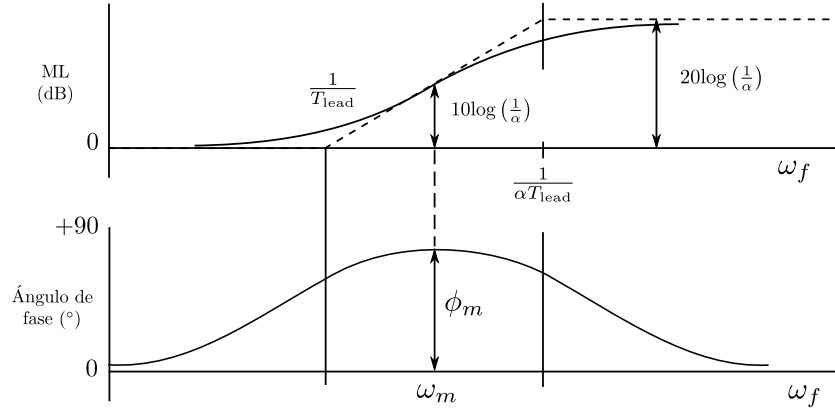


Figura 3.5: Respuesta en frecuencia para la compensación en adelanto

Con $\alpha = 0.1$ y $m_c = 1$, la máxima compensación de fase en adelanto provista por la etapa de compensación es $\phi_m = 56^\circ$, para valores mayores de ϕ_m un nuevo bloque de adelanto-atraso es necesario para alcanzar la compensación requerida [Gibbard et al., 2015].

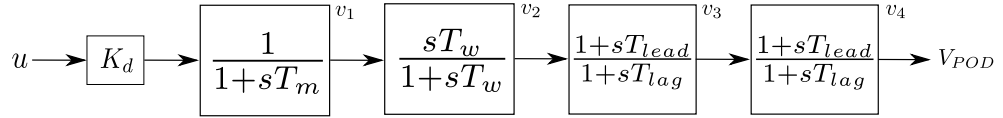


Figura 3.6: Estructura del POD

De la Figura 3.6, la función de transferencia del controlador es,

$$H(s) = K_d \left[\frac{1}{1+sT_m} \right] \left[\frac{sT_w}{1+sT_w} \right] \left[\frac{1+sT_{lead}}{1+sT_{lag}} \right]^2 = K_d H_1(s) \quad (3.93)$$

Para un sistema en lazo cerrado con retroalimentación $H(s)$, la sensibilidad del eigenvalor a una variación en la ganancia K_d , está dada por la siguiente ecuación (ver Apéndice B) [Pagola et al., 1989],

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial K_d} = R_i \frac{\partial H(\lambda_i)}{\partial K_d} = R_i \frac{\partial [K_d H_1(\lambda_i)]}{\partial K_d} = R_i H_1(\lambda_i) \quad (3.94)$$

En un punto de operación inicial, cuando el sistema de la Figura 3.4 se encuentra en lazo abierto, pequeños cambios del eigenvalor λ_i pueden ser descritos como,

$$\Delta \lambda_i = R_i \Delta K_d H_1(\lambda_i) \quad (3.95)$$

El objetivo del POD es aportar amortiguamiento al modo de oscilación seleccionado. Por ende, $\Delta\lambda_i$ debe ser un valor real negativo, para mover la parte real del eigenvalor λ_i directamente a la región negativa, sin cambiar su frecuencia. De la ecuación (3.95) se puede deducir que el desplazamiento del eigenvalor λ_i , desde su posición inicial ($\lambda_i^{(0)}$) a su posición final ($\lambda_i^{(1)}$), causada por la acción del controlador retroalimentado, es directamente proporcional a la magnitud del correspondiente residuo R_i y la ganancia del controlador. La dirección del movimiento del eigenvalor λ_i es dependiente del ángulo asociado al residuo y de la compensación de fase a través del controlador [Cai, 2004]. No obstante, antes de calcular el ángulo de fase a compensar se debe considerar, como se menciona en [Chow, 2013], que las funciones de transferencia del filtro pasa bajas y el washout afectan a ϕ_m cuando $s \rightarrow \lambda_i$, efecto que es incluido de la siguiente manera,

$$\phi_m = \begin{cases} 180^\circ - \angle[R_i H_1(T_{lead}, T_{lag} = 0)] & \text{si } \angle R_i \geq 0 \\ -180^\circ - \angle[R_i H_1(T_{lead}, T_{lag} = 0)] & \text{si } \angle R_i < 0 \end{cases} \quad (3.96)$$

El movimiento del eigenvalor en dirección de la región negativa se observa en la Figura 3.7, con $K_d = 0$ el eigenvalor se mantiene en su posición inicial $\lambda_i^{(0)}$, conforme la ganancia incrementa un ΔK_d el eigenvalor se mueve hasta alcanzar el valor final $\lambda_i^{(1)}$. La dirección en que se mueve el eigenvalor depende del ángulo proporcionado por el residuo, $\angle R_i$, y la compensación de fase provista por los bloques de adelanto-atraso, ϕ_m .

Una vez que la compensación de fase del controlador ha sido diseñada, la ganancia se calcula para dar el movimiento deseado al eigenvalor, por lo tanto, de la ecuación (3.95) se obtiene,

$$\Delta K_d = \frac{Re[\lambda_i^d - \lambda_i]}{Re[R_i H_1(\lambda_i)]} \quad (3.97)$$

donde λ_i^d es el eigenvalor que se desea alcanzar con ayuda del controlador, este se elige seleccionando una parte real, sin modificar la parte imaginaria del modo, que nos proporcione el amortiguamiento requerido. Para ello, despejamos σ de la ecuación (3.78),

$$\sigma_i^d = \sqrt{\frac{\omega_i^2 (\zeta_i^d)^2}{1 - (\zeta_i^d)^2}} \quad (3.98)$$

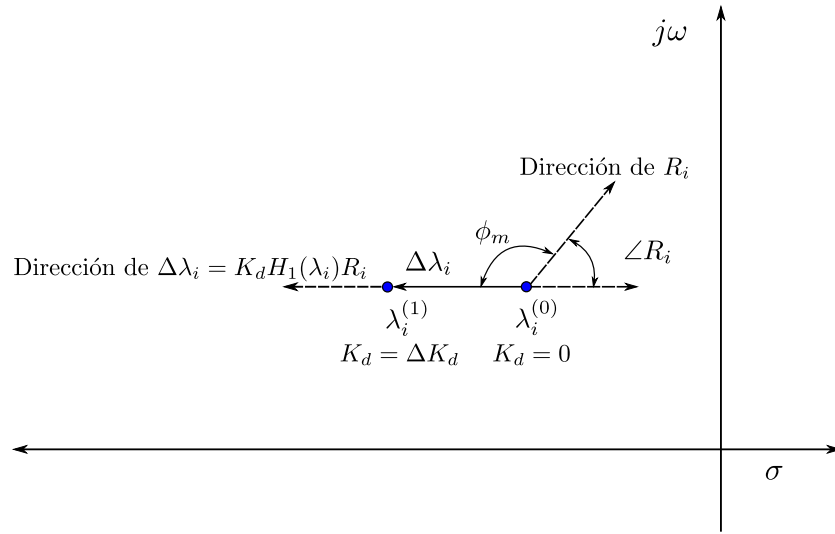


Figura 3.7: Movimiento de eigenvalores a causa de una acción de control retroalimentado

Al usar la ecuación (3.97) debe considerarse que, con una variación de la ganancia K_d , algunos modos de oscilación serán influenciados, tomando en cuenta lo anterior, un valor adecuado para la ganancia puede determinarse utilizando la función *root locus* del software MATLAB.

3.7. Conclusiones

En este capítulo se abordaron los fundamentos teóricos para entender el problema de estabilidad. De igual manera, se presentó el desarrollo matemático del análisis de estabilidad de pequeña señal, que consiste en unificar los modelos linealizados de todos los componentes del sistema para formar un espacio de estados. Los resultados que pueden obtenerse son una serie de eigenvalores reales o complejos, eigenvectores derechos e izquierdos y factores de participación de las variables de estados en los modos de oscilación, con los cuales la estabilidad de pequeña señal del sistema es evaluada.

Posteriormente, se abordó una metodología que a través de los factores de participación de los estados mide la participación que tienen las variables algebraicas sobre los modos de oscilación. Este factor de participación indica que el modo oscilatorio será sensible a pequeñas variaciones de la variable algebraica en cuestión.

El diseño del controlador POD para el amortiguamiento de oscilaciones se abarca al final de este capítulo, pues primeramente se necesita conocer la señal de control que actuará sobre el modo oscilatorio, esta señal se selecciona en base a la metodología de factores de participación de variables algebraicas. La manera de sintonizar los parámetros del controlador POD es mediante el método de los residuos, con lo cual se obtiene el ángulo de fase a ser compensado para alejar al modo oscilatorio de la región inestable en el plano complejo.

Capítulo 4

Control de oscilaciones por medio de dispositivos FACTS

4.1. Introducción

Los sistemas flexibles de transmisión de corriente alterna (FACTS), es una tecnología que tiene como base la electrónica de potencia y es usada para mejorar los límites de estabilidad del SEP gracias a que controlan las variables que gobiernan la operación del sistema de transmisión. Los dispositivos FACTS proporcionan ventajas sobre los dispositivos de conmutación electromecánicos, tales como, la capacidad de conmutar más rápido y poder direccionar los flujos de potencia en fracciones de ciclos, además de que pueden conmutar muchas veces sin desgastarse [Hingorani y Gyugyi, 2000].

El dispositivo utilizado para los estudios en este capítulo es el CEV, que usa el error de voltaje como entrada para modular la inyección de reactivos al sistema dependiendo de la región donde se encuentre operando. El CEV es conectado en derivación y actúa como una fuente de corriente reactiva que permite controlar el voltaje nodal, así como amortiguar oscilaciones gracias a la acción de control suplementaria provista por el amortiguador de oscilaciones de potencia.

4.2. Integración del CEV al sistema linealizado de ecuaciones

Los modelos matemáticos del CEV y el controlador POD pueden ser fácilmente incluidos en el sistema de ecuaciones linealizadas (3.30)-(3.33). En este nuevo conjunto de ecuaciones, la matriz $\mathbf{A}_1$, que contiene el modelo linealizado de los generadores, excitadores y gobernadores, incrementará sus dimensiones por la integración de nuevos estados.

$$\mathbf{A}_{1,CEV} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_{CEV} \end{bmatrix}_{n_{\text{estados}} \times n_{\text{estados}}} \quad (4.1)$$

En la ecuación anterior, la matriz $\mathbf{A}_{CEV}$ contiene solo un elemento debido a que el modelo linealizado del CEV, definido en la ecuación (2.60), tiene solo una variable de estado, B_{CEV} . La matriz resultante, $\mathbf{A}_{1,CEV}$, incluye los efectos de CEV en el sistema, los elementos cero presentes fuera de la diagonal principal aparecen porque las ecuaciones que describen el modelo del CEV no dependen de las variables de estado de la máquina síncrona ni de sus controles, y viceversa. Al tomar en cuenta el controlador POD para el amortiguamiento de oscilaciones, se combinan los modelos (2.60), (2.68) y (2.69), como consecuencia $\mathbf{A}_{CEV}$ aumenta sus dimensiones. En la ecuación (2.68) aparece la señal de entrada Δu , que es utilizada para amortiguar el modo de oscilación seleccionado, esta debe ser expresada en términos de las variables de estado y/o variables algebraicas del sistema para poder ser incluida en el conjunto de ecuaciones linealizadas.

Una matriz $[\mathbf{B}_3]_{n_{\text{estados}} \times 2(n-m)}$ debe ser añadida para tomar en cuenta el término $-\frac{K_r}{T_r} \Delta V_i$ en (2.60), dado que la magnitud de voltaje a ser controlada pertenece a un nodo PQ. La potencia reactiva entregada/absorbida por el CEV hacia/desde la red, definida en (2.61), es agregada en las ecuaciones linealizadas de la red eléctrica; sin embargo, como estas ecuaciones no dependen de las variables de estado dinámicas es necesario incluir una matriz $[\mathbf{C}_3]_{2(n-m) \times n_{\text{estados}}}$ que contenga el término $V_i^2 \Delta B_{CEV}$.

El sistema de ecuaciones resultante tiene la siguiente forma,

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_{1,CEV} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{B}_1 \Delta \mathbf{I}_g + \mathbf{B}_2 \Delta \mathbf{V}_g + \mathbf{B}_3 \Delta \mathbf{V}_\ell + \mathbf{E}_1 \Delta \mathbf{U} \quad (4.2)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{C}_1 \Delta \mathbf{x} + \mathbf{D}_1 \Delta \mathbf{I}_g + \mathbf{D}_2 \Delta \mathbf{V}_g \quad (4.3)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{C}_2 \Delta \mathbf{x} + \mathbf{D}_3 \Delta \mathbf{I}_g + \mathbf{D}_4 \Delta \mathbf{V}_g + \mathbf{D}_5 \Delta \mathbf{V}_\ell \quad (4.4)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{C}_3 \Delta \mathbf{x} + \mathbf{D}_6 \Delta \mathbf{V}_g + \mathbf{D}_7 \Delta \mathbf{V}_\ell \quad (4.5)$$

donde los modelos linealizados de las máquinas síncronas y sus controles, así como el CEV, están incluidos en las ecuaciones (4.2)-(4.3); en $\mathbf{A}_{1,CEV}$ y $\mathbf{C}_1$ se almacenan las derivadas respecto a las variables de estado del sistema; en $\mathbf{B}_1$ y $\mathbf{D}_1$ se contienen las derivadas respecto a las corrientes en los ejes de cuadratura $\mathbf{I}_d$ e $\mathbf{I}_q$; $\mathbf{B}_2$ y $\mathbf{D}_2$ almacenan las derivadas respecto a la magnitud y ángulo de voltaje en terminales de la máquina síncrona; $\mathbf{B}_3$ contiene las derivadas respecto a la magnitud y ángulo de voltaje en el nodo PQ donde se conecta el CEV; finalmente, en $\mathbf{E}_1$ se encuentran las derivadas respecto a las entradas del sistema. Por otro lado, las ecuaciones (4.4)-(4.5) representan el modelo linealizado de la red eléctrica deducido en la Sección 2.7, a la cual se agrega la matriz $\mathbf{C}_3$ para incluir el efecto del CEV conectado en un nodo PQ. Despejando $\Delta \mathbf{I}_g$ de (4.3) y sustituyéndola en las ecuaciones restantes obtenemos la representación en espacio de estados del sistema, incluyendo los efectos del CEV, y en determinado caso, el controlador POD.

4.3. Casos de estudio

4.3.1. Sistema de dos áreas de Kundur

El sistema mostrado en la Figura 4.1 está compuesto por dos áreas interconectadas mediante una doble línea de enlace, 11 nodos, 4 máquinas síncronas equipadas con sistema de excitación tipo DC1A y sistema gobernador/turbina, así como cargas conectadas en los nodos 7 y 9, las cuales son modeladas como impedancia constante. El comportamiento dinámico de las máquinas síncronas es descrito mediante el modelo de 6to orden. Los parámetros del sistema se encuentran en el Apéndice E y fueron tomados de [Kundur, 1994], mientras que el punto de equilibrio para el análisis de pequeña señal corresponde a la solución del problema de flujos de potencia.

El análisis de pequeña señal revela que el sistema es estable porque todos los modos tienen parte real negativa, es decir, se encuentran del lado izquierdo del plano complejo. No obstante, se tiene la presencia de dos modos locales y un modo inter-área, presentados en la

Tabla 4.1. Las oscilaciones de baja frecuencia requieren tener un valor mínimo de amortiguamiento positivo para asegurar que desaparezcan sin causar mayores problemas en el sistema de potencia. En muchas referencias como [Gibbard et al., 2015] y [Wang et al., 2016], indican que este valor debe ser de al menos 5 %, con lo cual se considera que el modo de oscilación está bien amortiguado. Con base en lo anterior, los modos locales de la Tabla 4.1 no representan problema alguno para la estabilidad del sistema de potencia al ser ζ_1 y ζ_2 mayor a 5 %; sin embargo, el modo inter-área se encuentra pobremente amortiguado.

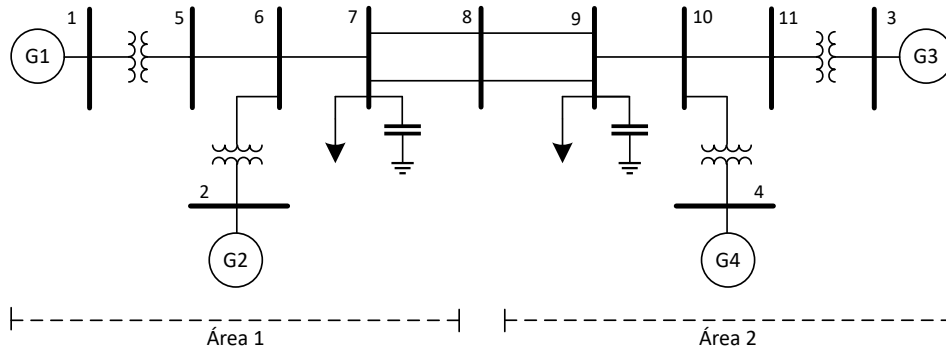


Figura 4.1: Sistema de dos áreas

Tabla 4.1: Modos de interés en el sistema de dos áreas

Modo	Eigenvalor (λ_i)	Frec. (Hz)	ζ_i (%)	FPs	Edos. Dominantes
Inter-área	$-0.0647 \pm j3.5499$	0.5649	1.82	0.1706, 0.1613	ω_{G3}, δ_{G3}
Local 1	$-0.5205 \pm j6.9984$	1.1138	7.41	0.2891, 0.2855	ω_{G4}, δ_{G4}
Local 2	$-0.6205 \pm j6.8123$	1.0842	9.07	0.2509, 0.2476	ω_{G2}, δ_{G2}

El CEV es un dispositivo que regula la magnitud de voltaje en el nodo al cual se conecta, por esta razón, su ubicación en el sistema se determina con base en los FP de las magnitudes de voltajes nodales, obtenidas empleando la ecuación (3.85). De los resultados mostrados en el gráfico de barras de la Figura 4.2, se observa que V_{11} tiene el mayor FP entre todas las magnitudes de voltaje, lo que significa que el modo inter-área es sensible a cambios en esta variable, motivo por el cual se elige el nodo 11 para colocar el CEV.

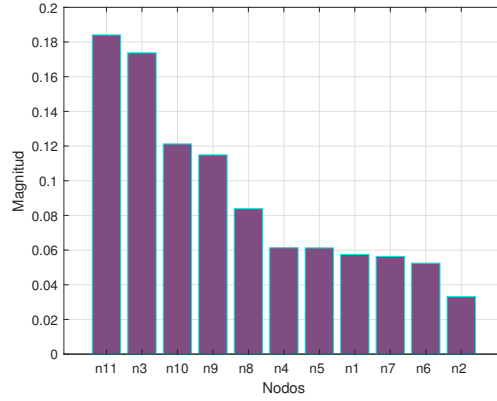


Figura 4.2: FP de magnitudes de voltaje sobre el modo inter-área

4.3.1.1. Compensador estático de var's conectado en el nodo 11

El CEV es incluido al sistema de potencia para mantener el voltaje del nodo en 1.015 pu, buscando aumentar la transferencia de potencia eléctrica y evitar la transmisión de la potencia reactiva a través de largas distancias. Dado que inicialmente $V_{11} = 1.0014$ pu, se tendrá que elevar la magnitud de voltaje, y por ende el dispositivo trabajará sobre la región capacitiva aportando reactivos a la red. Los resultados reportados en la Tabla 4.2 indican que los modos de interés fueron afectados al colocar el CEV, donde el modo inter-área presenta una ligera mejora en su factor de amortiguamiento a diferencia de los modos locales. Una de las causas principales de esta afectación es la redistribución de los flujos de potencia en el sistema.

Tabla 4.2: Modos de interés cuando el CEV es conectado en el nodo 11.

Modo	Eigenvalor (λ_i)	Frec. (Hz)	ζ_i (%)	FPs	Edos. Dominantes
Inter-área	$-0.0679 \pm j3.5671$	0.5677	1.90	0.1709, 0.1617	ω_{G3}, δ_{G3}
Local 1	$-0.5083 \pm j7.0230$	1.1177	7.21	0.2893, 0.2856	ω_{G4}, δ_{G4}
Local 2	$-0.6194 \pm j6.8144$	1.0845	9.05	0.2519, 0.2487	ω_{G2}, δ_{G2}

Si bien la ubicación y los parámetros del CEV tienen un impacto en el modo inter-área, no es suficiente para considerarlo “bien amortiguado”. En este nuevo estado operativo, se selecciona una señal de control que será utilizada en conjunto con el controlador POD

para amortiguar la oscilación inter-área. Las variables algebraicas inherentes al espacio de estado, provenientes del análisis de estabilidad de pequeña señal, son las magnitudes y ángulos de voltajes nodales. De entre estos tipos de variables algebraicas, los ángulos de voltaje presentan mejores resultados en el amortiguamiento de las oscilaciones. Es por esto que se obtienen los factores de participación de ángulos de voltaje presentados gráficamente en la Figura 4.3, los cuales son normalizados de tal forma que su suma sea igual a 1. Se observa que θ_3 tiene la mayor participación sobre el modo inter-área y por lo tanto se elige como señal de control.

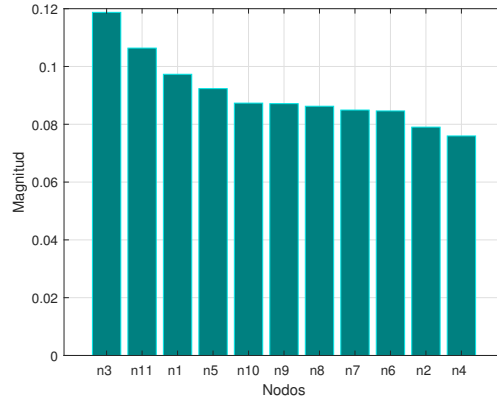


Figura 4.3: FP de ángulos de voltaje sobre el modo inter-área

El diseño del controlador POD se hace con base al residuo asociado a la función de transferencia $\frac{\Delta\theta_3}{\Delta V_{POD}}$, que es calculado empleando la ecuación $R_i = \mathbf{c}_k \Phi_i \Psi_i \mathbf{b}_j$. En este caso, $\mathbf{c}_k$ es el vector fila de la matriz de salida que define a $\Delta\theta_3$, Φ_i y Ψ_i son los eigenvectores derecho e izquierdo asociados al modo inter-área y $\mathbf{b}_j$ es el vector columna definido por la entrada ΔV_{POD} .

Tomando en cuenta lo anterior, se tiene que $R_i = 0.0876 \angle 81.8745^\circ$ y $\phi_m = 180^\circ - 81.8745^\circ = 98.1255^\circ$. Considerando el ángulo de fase aportado por el washout y el filtro pasa bajas, la compensación de fase requerida está dada por $\phi_m = 63.0304^\circ$. Este nuevo valor de ϕ_m señala que es importante incluir los efectos de la función de transferencia del POD exceptuando los bloques compensadores, de lo contrario la frecuencia de oscilación del modo aumentará o disminuirá a medida que la ganancia K_d se incremente. Puesto que

ϕ_m es mayor a 56° , dos bloques de adelanto-atraso son requeridos ($m_c = 2$), quedando la siguiente función de transferencia,

$$H(s) = K_d \left[\frac{1}{1 + 0.1s} \right] \left[\frac{17.6142s}{1 + 17.6142s} \right] \left[\frac{1 + 0.9935s}{1 + 0.0791s} \right]^2 \quad (4.6)$$

Para elegir la ganancia se hace uso de la expresión (3.97). El eigenvalor deseado se selecciona para que tenga un amortiguamiento $\zeta_i^d = 10\%$, sin modificar la frecuencia ω_i y así evitar cambiar el patrón de oscilación, es decir, la naturaleza del modo inter-área. Para ello se emplea la ecuación (3.98), tomando en cuenta lo anterior, el valor de K_d se calcula mediante,

$$\Delta K_d = \frac{\text{Re} [(-0.3585 + 3.5671i) - (-0.0679 + 3.5671i)]}{\text{Re} [(0.0124 + 0.0867i)(-2.0666 + 11.7262i)]} = 0.2787 \quad (4.7)$$

Con la adición del controlador POD al CEV, los modos de interés adquieren los valores mostrados en la Tabla 4.3. El modo inter-área ahora posee un amortiguamiento del 10%, la parte real es muy cercana a la esperada, aunque la frecuencia natural del modo ha decaído un poco, lo que puede deberse a que el modo no se mueve exactamente 180° en dirección del semiplano izquierdo, sino que lo hace con un ángulo de -178.1305° . A pesar de que el POD fue diseñado específicamente para el modo inter-área, tiene un impacto sobre los modos locales mejorando su amortiguamiento, siendo el modo local 1 el más beneficiado.

Tabla 4.3: Modos de interés cuando el POD es agregado al CEV.

Modo	Eigenvalor (λ_i)	Frec. (Hz)	ζ_i (%)	FPs	Edos. Dominantes
Inter-área	$-0.3566 \pm j3.4639$	0.5513	10.24	0.1351, 0.1268	ω_{G3}, δ_{G3}
Local 1	$-0.5826 \pm j7.0443$	1.1211	8.24	0.2631, 0.2599	ω_{G4}, δ_{G4}
Local 2	$-0.6203 \pm j6.8136$	1.0844	9.06	0.2510, 0.2478	ω_{G2}, δ_{G2}

En el análisis dinámico de sistemas de potencia multimáquina, es una práctica común usar los eigenvectores derechos normalizados para evaluar las “formas de modo” de los modos electromecánicos, las cuales proveen información importante sobre la participación individual de una máquina o un grupo de máquinas en un modo particular de oscilación [Pal y Chaudhuri, 2005]. En la Figura 4.4 se grafica la forma del modo inter-área considerando las velocidades angulares en cada máquina síncrona, observándose que los

generadores del sistema oscilan eléctricamente en dos grupos, G1-G2 contra G3-G4, lo que era de esperarse porque el sistema está dividido en dos áreas separadas mediante una doble línea de enlace.

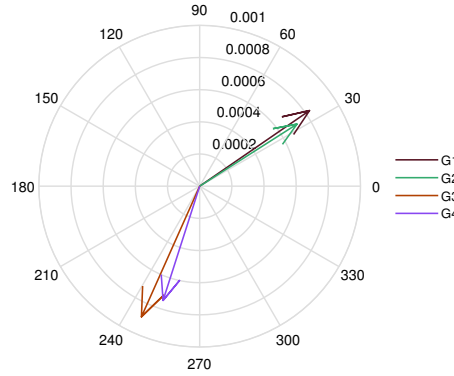


Figura 4.4: Forma del modo inter-área en el sistema de dos áreas

4.3.1.2. Simulación transitoria

El desempeño transitorio del sistema es evaluado con la finalidad de validar los resultados obtenidos del análisis de pequeña señal, y corroborar el buen funcionamiento del POD retroalimentado con variables algebraicas en el amortiguamiento de las oscilaciones de potencia. Para ello se realiza una simulación transitoria con ayuda del programa “Transient Security Assessment Tool (TSAT)” perteneciente al software DSATools. Para este análisis se asume una falla trifásica en el nodo 8 en $t = 5$ s, la cual es liberada 3 ciclos después sin cambiar la topología de la red. Esta contingencia es aplicada a los casos descritos anteriormente:

- Caso 1: Sin considerar el CEV en el sistema.
- Caso 2: CEV con POD incluido.

La Figura 4.5 muestra el período transitorio después de ocurrida la perturbación. En el caso 1 se observa como la frecuencia en cada máquina síncrona oscila sin llegar a estabilizarse en los primeros 30 segundos, aunque la oscilación va reduciéndose por lo que

eventualmente llegará al valor de estado estable que tenía previo al disturbio, ya que el sistema inicialmente es estable. Por el contrario, en el caso 2 se hace evidente la ventaja de utilizar el controlador POD, el cual ayuda a que el decaimiento de la oscilación de frecuencia sea mucho más rápido, alcanzado el estado estable en un tiempo menor en comparación con el caso 1. Físicamente, una de las ventajas de amortiguar la oscilación inter-área es que, en los rotores de las máquinas síncronas participantes en el proceso oscilatorio se reduce el estrés mecánico provocado por la oscilación electromecánica.

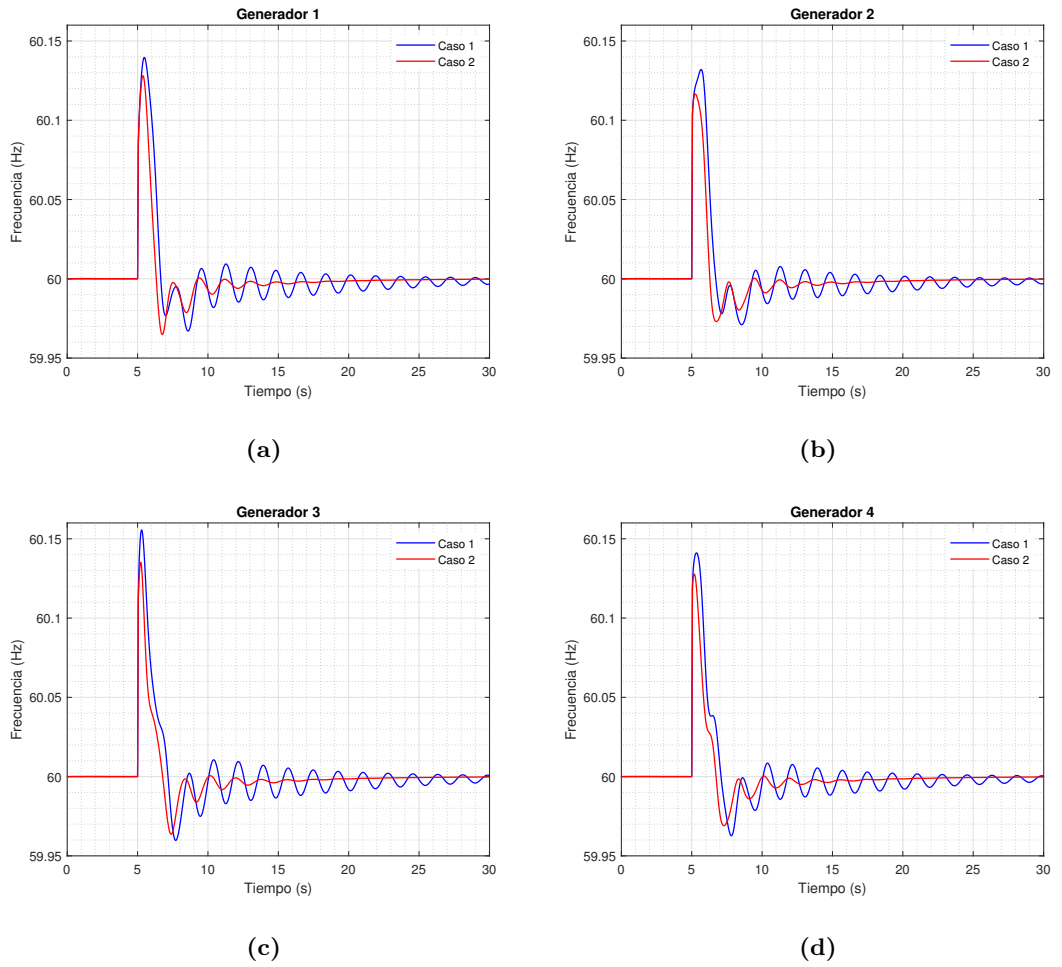


Figura 4.5: Comportamiento de la frecuencia en los generadores

En los grandes SEPs, muchas veces no se cuenta con los modelos matemáticos precisos de sus componentes individuales, por lo que es difícil llevar a cabo el análisis de

estabilidad de pequeña señal, sin embargo se conoce la respuesta transitoria de sus variables gracias a los equipos de medición. El procesamiento de estas señales mediante el método de Prony, descrito en el Apéndice C, se hace para corroborar que efectivamente los modos identificados corresponden a los del análisis de pequeña señal. Los resultados obtenidos corresponden a una serie de eigenvalores que componen la señal analizada, lo que permite la identificación de las oscilaciones de baja frecuencia en el sistema. Con la finalidad de ejemplificar este procedimiento, las señales de frecuencia obtenidas en los casos anteriores son procesadas mediante el método de Prony con una ventana de tiempo de 5.05 s a 20 s, evitando incluir el tiempo previo al disturbio pues esto afecta los resultados y la señal no puede ser aproximada por el modelo de predicción lineal, a esto se le conoce como análisis “ringdown” [Hauer et al., 1990].

El paso de integración en la simulación transitoria fue de 0.0083 s, por lo que en el período de tiempo seleccionado el número de muestras corresponden a $N = 2,995$ y el número de exponenciales $L = 998$. En la Figura 4.6 se observa que las señales reconstruidas mediante los resultados del método de Prony son casi idénticas a las obtenidas en TSAT para el caso 2.

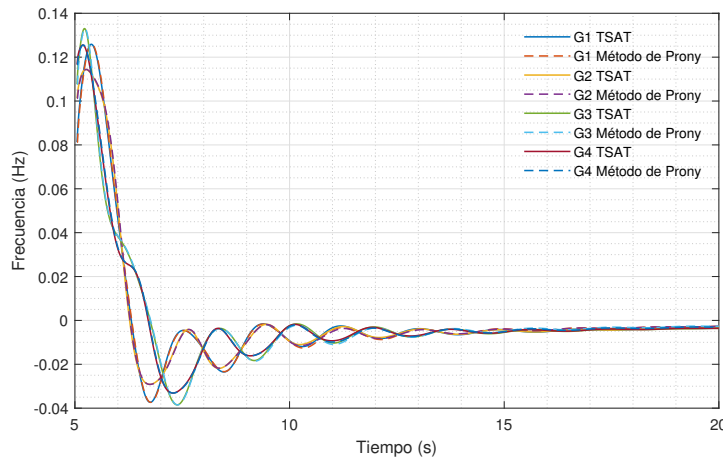


Figura 4.6: Caso 2: Señales de frecuencia en los generadores

El modo inter-área pudo ser identificado en este sistema, como lo muestran los resultados reportados en la Tabla 4.4, dado que está presente en la señal de frecuencia de

cada generador. En el caso 1, referido como C1, como era de esperarse, se cuenta con un pobre amortiguamiento que es mejorado en el caso 2, C2, gracias a la presencia del POD.

Tabla 4.4: Identificación del modo inter-área mediante el método de Prony

Fuente de la señal		Eigenvalor (λ_i)	Frec. (Hz)	ζ_i (%)
Resultados obtenidos del AEPS	C1	$-0.0679 \pm j3.5671$	0.5677	1.90
	C2	$-0.3566 \pm j3.4639$	0.5513	10.24
Generador 1	C1	$-0.0962 \pm j3.5484$	0.5647	2.71
	C2	$-0.3865 \pm j3.4540$	0.5497	11.12
Generador 2	C1	$-0.0962 \pm j3.5485$	0.5647	2.71
	C2	$-0.3864 \pm j3.4530$	0.5495	11.12
Generador 3	C1	$-0.0964 \pm j3.5482$	0.5647	2.71
	C2	$-0.3869 \pm j3.4527$	0.5495	11.13
Generador 4	C1	$-0.0964 \pm j3.5482$	0.5647	2.71
	C2	$-0.3874 \pm j3.4534$	0.5496	11.15

4.3.2. Sistema de 10 máquinas, 39 nodos

El sistema de prueba de Nueva Inglaterra, ilustrado en la Figura 4.7, está compuesto por 39 nodos, 34 líneas, 12 transformadores y 10 generadores, además de 19 cargas que son modeladas como impedancia constante. Cada máquina síncrona está equipada con un sistema de excitación tipo ST1A y es representada matemáticamente usando el modelo de 4to orden. Los parámetros del sistema fueron tomados de [Ramos et al., 2015] y se reportan en el Apéndice E.

Este sistema de potencia contiene un modo inter-área, $\lambda_i = -0.0885 \pm j4.2564$, con una frecuencia de 0.6774 Hz y un bajo factor de amortiguamiento de 2.07%. Contrario al sistema de dos áreas, se tiene la presencia de varios modos locales, los cuales están resumidos en la Tabla 4.5, donde se puede observar que de igual manera se encuentran pobremente amortiguados. Esto implica que las oscilaciones surgidas después de una perturbación se mantendrán durante periodos más amplios de tiempo, a pesar de lo anterior, el sistema de potencia es estable dado que todos los modos tienen parte real negativa. A pesar de que los modos inter-área son el principal objeto de estudio en esta tesis, es importante mencionar

que los modos locales pueden llevar al SEP a una condición de inestabilidad si presentan parte real positiva. En este contexto, la mejor manera de proveer amortiguamiento a estos modos es colocando estabilizadores de potencia (PSS por sus siglas en inglés), dado que estos impactan directamente en el comportamiento de la máquina síncrona.

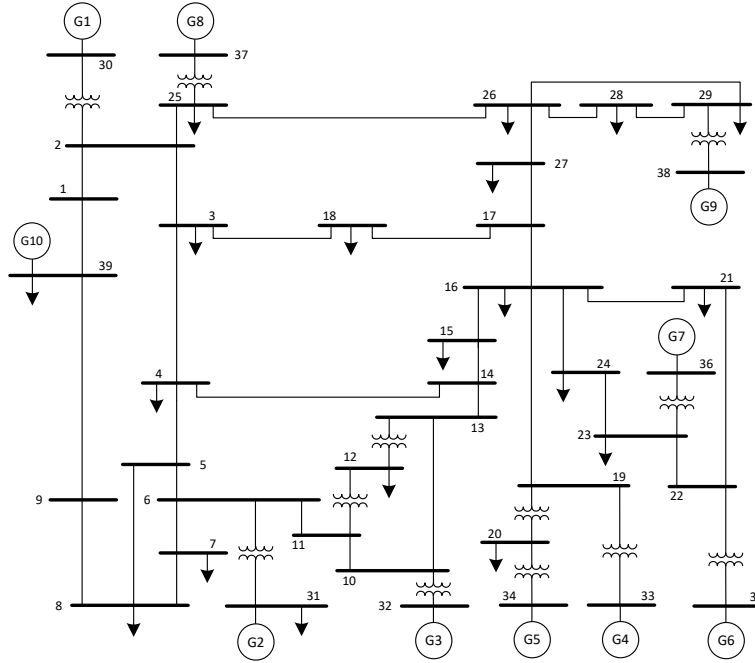


Figura 4.7: Sistema de 10 máquinas, 39 nodos

Tabla 4.5: Modos de interés en el sistema de 39 nodos

Modo	Eigenvalor (λ_i)	Frec. (Hz)	ζ_i (%)	FPs	Edos. Dominantes
Inter-área	$-0.0885 \pm j4.2564$	0.6774	2.07	0.1880, 0.0528	$[\omega_{G1}, \delta_{G1}], [\omega_{G5}, \delta_{G5}]$
Local 1	$-0.0851 \pm j6.3754$	1.0146	1.33	0.3261, 0.0832	$[\omega_{G9}, \delta_{G9}], [\omega_{G5}, \delta_{G5}]$
Local 2	$-0.0830 \pm j6.2857$	1.0004	1.32	0.1764, 0.1044	$[\omega_{G2}, \delta_{G2}], [\omega_{G3}, \delta_{G3}]$
Local 3	$-0.2075 \pm j7.1448$	1.1371	2.90	0.1903, 0.1663	$[\omega_{G5}, \delta_{G5}], [\omega_{G6}, \delta_{G6}]$
Local 4	$-0.1493 \pm j7.4362$	1.1835	2.00	0.2334, 0.1829	$[\omega_{G3}, \delta_{G3}], [\omega_{G2}, \delta_{G2}]$
Local 5	$-0.0876 \pm j7.4515$	1.1859	1.17	0.3418, 0.0854	$[\omega_{G10}, \delta_{G10}], [\omega_{G3}, \delta_{G3}]$
Local 6	$-0.3654 \pm j8.8280$	1.4050	4.13	0.2796, 0.1764	$[\omega_{G7}, \delta_{G7}], [\omega_{G6}, \delta_{G6}]$
Local 7	$-0.3208 \pm j8.7767$	1.3968	3.65	0.2626, 0.1627	$[\omega_{G8}, \delta_{G8}], [\omega_{G4}, \delta_{G4}]$
Local 8	$-0.3172 \pm j8.7031$	1.3851	3.64	0.2151, 0.1618	$[\omega_{G4}, \delta_{G4}], [\omega_{G5}, \delta_{G5}]$

En la Tabla anterior observamos que la velocidad angular del generador G1 tiene mayor factor de participación sobre el modo inter-área, mientras que la forma de modo reportada en la Figura 4.8 demuestra que oscila en contra del resto de máquinas. Esto se debe a que G1 es un generador equivalente que representa al sistema de Nueva York, el cual se encuentra interconectado al sistema de Nueva Inglaterra (G2-G10) en la Figura 4.7.

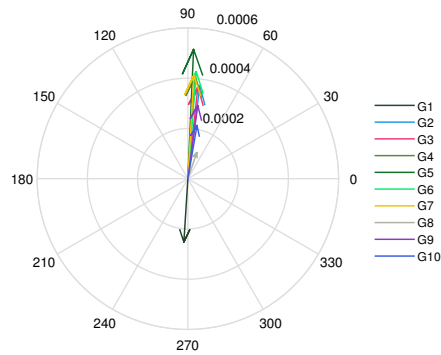


Figura 4.8: Forma del modo inter-área en el sistema de 39 nodos

Con la finalidad de reducir el impacto del modo inter-área en la estabilidad del sistema, se instalará un CEV. Dado que la actividad principal de este dispositivo es mantener la magnitud de voltaje en un valor especificado, se calculan los FP de magnitudes de voltajes nodales para cumplir con este cometido. Los resultados son resumidos en la Figura 4.9.

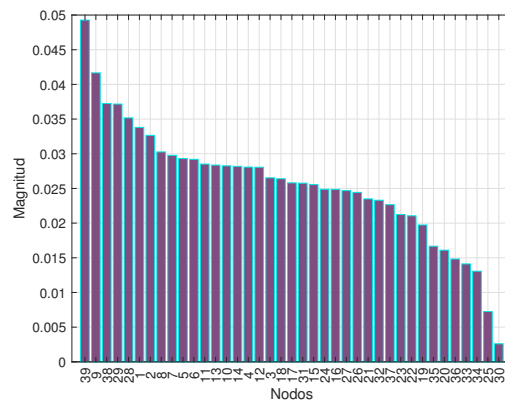


Figura 4.9: FP de magnitudes de voltaje sobre el modo inter-área

Con base a estos resultados se tiene que la mejor ubicación para el CEV es el nodo 39, pero al ser un nodo de generación no tiene sentido instalar el dispositivo allí, por tal motivo, se elije el nodo 9 como la mejor opción ya que es el siguiente con mayor FP sobre el modo inter-área.

4.3.2.1. Compensador estático de var's conectado en el nodo 9

El CEV es colocado en el nodo 9 con la consigna de trabajar sobre la región capacitiva para mantener el voltaje en un valor especificado de 1.03 pu. Con solo colocar este dispositivo se mejora, aunque muy poco, el factor de amortiguamiento del modo inter-área, como se puede ver en la Tabla 4.6; sin embargo, sigue siendo mucho menor al valor mínimo requerido que es de 5 %. Algo importante a considerar en este sistema es que, debido a la presencia de modos locales pobremente amortiguados, se debe tener especial cuidado al diseñar el controlador POD, eligiendo una señal de control que no tenga un efecto negativo en ellos y evitando desplazarlos en dirección de la región inestable.

Tabla 4.6: Modos de interés cuando se conecta un CEV en el nodo 9

Modo	Eigenvalor (λ_i)	Frec. (Hz)	ζ_i (%)	FPs	Edos. Dominantes
Inter-área	$-0.0907 \pm j4.2663$	0.6790	2.12	0.1869, 0.0532	$[\omega_{G1}, \delta_{G1}], [\omega_{G5}, \delta_{G5}]$
Local 1	$-0.0852 \pm j6.3762$	1.0148	1.33	0.3228, 0.0848	$[\omega_{G9}, \delta_{G9}], [\omega_{G5}, \delta_{G5}]$
Local 2	$-0.0821 \pm j6.2865$	1.0005	1.30	0.1758, 0.1037	$[\omega_{G2}, \delta_{G2}], [\omega_{G3}, \delta_{G3}]$
Local 3	$-0.2074 \pm j7.1449$	1.1371	2.90	0.1901, 0.1662	$[\omega_{G5}, \delta_{G5}], [\omega_{G6}, \delta_{G6}]$
Local 4	$-0.1494 \pm j7.4388$	1.1839	2.00	0.2462, 0.1710	$[\omega_{G3}, \delta_{G3}], [\omega_{G2}, \delta_{G2}]$
Local 5	$-0.0871 \pm j7.4387$	1.1839	1.17	0.3413, 0.0734	$[\omega_{G10}, \delta_{G10}], [\omega_{G3}, \delta_{G3}]$
Local 6	$-0.3654 \pm j8.8281$	1.4050	4.13	0.2795, 0.1763	$[\omega_{G7}, \delta_{G7}], [\omega_{G6}, \delta_{G6}]$
Local 7	$-0.3209 \pm j8.7768$	1.3968	3.65	0.2621, 0.1631	$[\omega_{G8}, \delta_{G8}], [\omega_{G4}, \delta_{G4}]$
Local 8	$-0.3172 \pm j8.7031$	1.3851	3.64	0.2147, 0.1623	$[\omega_{G4}, \delta_{G4}], [\omega_{G8}, \delta_{G8}]$

Con el propósito de comparar como actúan diferentes tipos de señales de control en el amortiguamiento de oscilaciones, se evalúan en primer lugar los FP de los ángulos de voltaje en cada nodo del sistema, obteniéndose los resultados de la Figura 4.10(a). En segundo lugar se evalúan los FP de la potencia activa en líneas de transmisión, cuyos valores

son mostrados en la Figura 4.10(b). En ambos casos, la señal con el mayor FP es elegida como señal de control.

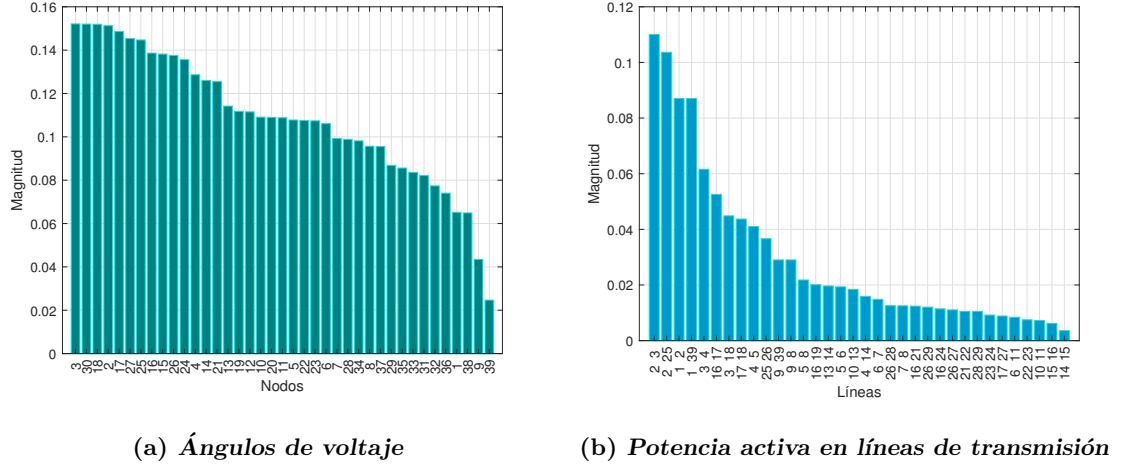


Figura 4.10: FP de variables algebraicas

- Usando θ_3 como señal de control, el residuo asociado a la función de transferencia $\frac{\Delta\theta_3}{\Delta V_{POD}}$ está dado por $R_i = 0.0802 \angle 88.5647^\circ$. Para calcular la compensación de fase, se incluye el efecto del washout y el filtro pasa bajas con $T_m = 0.1$ y $T_w = 14.7273$, respectivamente. De esta manera, $\phi_m = 113.8176^\circ$ y por lo tanto, la función de transferencia es expresada de la siguiente forma,

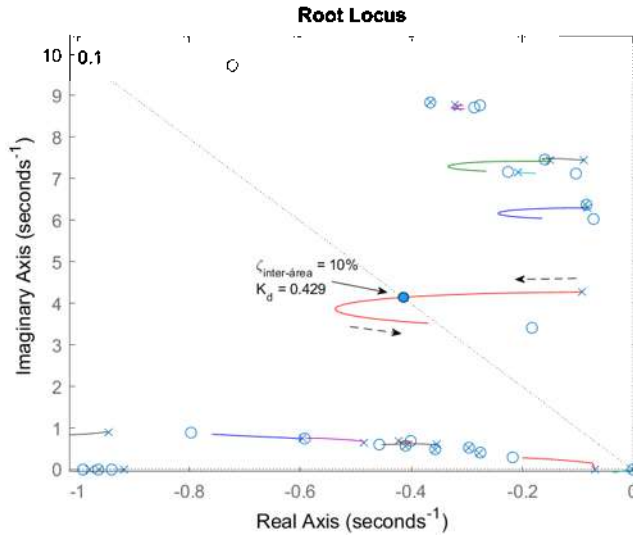
$$H(s) = K_d \left[\frac{1}{1 + 0.1s} \right] \left[\frac{14.7273s}{1 + 14.7273s} \right] \left[\frac{1 + 0.7890s}{1 + 0.0696s} \right]^2 \quad (4.8)$$

- Para el caso de la señal de control $P_{L(2-3)}$, el residuo asociado a la función de transferencia $\frac{\Delta P_{L(2-3)}}{\Delta V_{POD}}$ está dado por $R_i = 3.7148 \angle -81.3900^\circ$. Incluyendo los efectos del washout y el filtro pasa bajas el ángulo de fase requerido es $\phi_m = -76.2276^\circ$, donde el valor negativo indica compensación en adelanto. Con base a lo anterior, la función de transferencia del controlador POD queda de la siguiente manera,

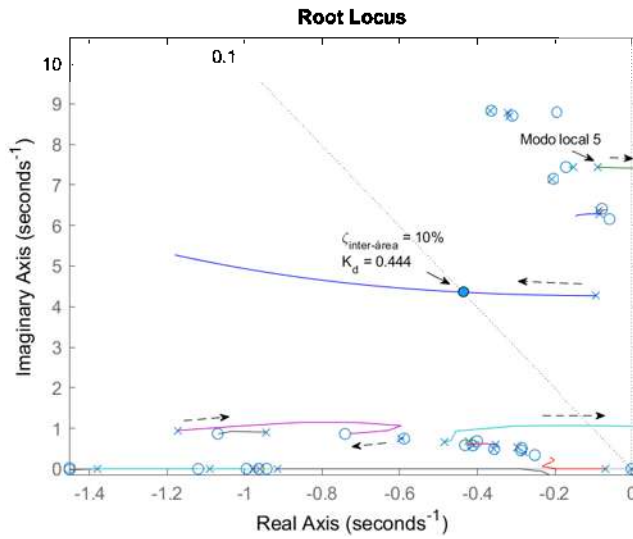
$$H(s) = K_d \left[\frac{1}{1 + 0.1s} \right] \left[\frac{14.7273s}{1 + 14.7273s} \right] \left[\frac{1 + 0.1140s}{1 + 0.4818s} \right]^2 \quad (4.9)$$

Una vez diseñados los PODs, solo resta elegir la ganancia K_d para mover el modo inter-área hacia la izquierda del plano complejo. Esta vez se está interesado en ver el des-

plazamiento de los eigenvalores cuando se varía la ganancia del controlador, por ese motivo, se hace uso de la herramienta r-locus del software MATLAB en lugar de la expresión (3.97). Los resultados se muestran gráficamente en la Figura 4.11 para ambas señales de control, en donde se varió la ganancia desde $K_d = 0$ hasta $K_d = 3$.



(a) *POD con θ_3 como señal de control*



(b) *POD con $P_{L(2-3)}$ como señal de control*

Figura 4.11: r-locus del controlador POD

En la Figura 4.11(a) se observa que el modo inter-área adquiere un factor de amortiguamiento de 10 % cuando $K_d = 0.429$, más allá de ese valor se forma una pendiente, que significa que la frecuencia de oscilación del modo inter-área decae, y llega un punto en que el eigenvalor se mueve en dirección de la región inestable, este movimiento está asociado al tipo de señal utilizada. Algunos otros modos de oscilación fueron influenciados, pero ninguno de ellos se volvió inestable, por lo que el sistema mostrará una mejora desde el punto de vista del análisis de pequeña señal. Ahora bien, en la Figura 4.11(b) se muestra que también con la señal de potencia activa de la línea 2-3 se obtienen los resultados deseados, puesto que se alcanza un factor de amortiguamiento de 10 % cuando $K_d = 0.444$. Sin embargo, algunos eigenvalores tienden a desplazarse a la derecha del plano complejo, siendo el modo local 5 el de mayor importancia. A medida que la ganancia aumenta, la frecuencia de oscilación del modo inter-área cambia e incrementa su factor de amortiguamiento, pero esto genera que algunos modos se vuelvan inestables y por ende también el sistema. En ambas figuras la línea punteada indica la posición en el plano complejo donde el amortiguamiento es del 10 %.

Es importante recalcar en este punto que las variables de control juegan un papel fundamental en el amortiguamiento de oscilaciones y los FPs de variables algebraicas nos permiten elegir la señal adecuada. Con los valores de K_d seleccionados anteriormente, se obtienen los resultados resumidos en la Tabla 4.7, donde se observa que el modo inter-área se encuentra bien amortiguado en ambos casos. La diferencia radica en que los modos locales muestran mejor amortiguamiento cuando se utiliza θ_3 como señal de control, siendo más evidente para los modos locales 2 y 5, los cuales han aumentado su factor de amortiguamiento en comparación que cuando se usa la señal de control $P_{L(2-3)}$, la cual tiene un efecto negativo en dichos modos locales. También se puede notar un cambio de los estados dominantes en algunos modos como consecuencia de la acción de control, tal como se observa en el caso A, donde el modo inter-área se ve influenciado por el estado v_4 del POD. Que el modo inter-área posea un amortiguamiento superior al 10 % decrementa el tiempo en que las oscilaciones están presentes en el sistema de potencia, alcanzando un estado estable mucho antes que en el caso donde el modo inter-área se encuentra pobremente amortiguado.

Tabla 4.7: Modos de interés cuando el POD es agregado al CEV

Tipo		Eigenvalor (λ_i)	Frec. (Hz)	ζ_i (%)	Edos. Dominantes
Inter-área	A	$-0.4173 \pm j4.1388$	0.6587	10.03	$\omega_{G1}, \delta_{G1}, v_{4,POD}$
	B	$-0.4391 \pm j4.3543$	0.6930	10.03	$\omega_{G1}, \delta_{G1}, \omega_{G5}, \delta_{G5}$
Local 1	A	$-0.0883 \pm j6.3694$	1.0137	1.38	$\omega_{G9}, \delta_{G9}, \omega_{G5}, \delta_{G5}$
	B	$-0.0791 \pm j6.3755$	1.0147	1.24	
Local 2	A	$-0.1689 \pm j6.2736$	0.9984	2.69	$\omega_{G2}, \delta_{G2}, \omega_{G3}, \delta_{G3}$
	B	$-0.0962 \pm j6.2853$	1.0003	1.53	
Local 3	A	$-0.2049 \pm j7.1425$	1.1367	2.86	$\omega_{G5}, \delta_{G5}, \omega_{G6}, \delta_{G6}$
	B	$-0.2071 \pm j7.1446$	1.1371	2.90	
Local 4	A	$-0.1861 \pm j7.4136$	1.1799	2.51	$\omega_{G2}, \delta_{G2}, \omega_{G10}, \delta_{G10}$
	B	$-0.1539 \pm j7.4404$	1.1842	2.07	$\omega_{G3}, \delta_{G3}, \omega_{G2}, \delta_{G2}$
Local 5	A	$-0.1513 \pm j7.4797$	1.1904	2.02	$\omega_{G10}, \delta_{G10}, \omega_{G3}, \delta_{G3}$
	B	$-0.0635 \pm j7.4300$	1.1825	0.86	$\omega_{G10}, \delta_{G10}, \omega_{G2}, \delta_{G2}$
Local 6	A	$-0.3659 \pm j8.8281$	1.4050	4.14	$\omega_{G7}, \delta_{G7}, \omega_{G6}, \delta_{G6}$
	B	$-0.3654 \pm j8.8282$	1.4051	4.14	
Local 7	A	$-0.3221 \pm j8.7699$	1.3957	3.67	$\omega_{G8}, \delta_{G8}, \omega_{G4}, \delta_{G4}$
	B	$-0.3202 \pm j8.7782$	1.3971	3.65	
Local 8	A	$-0.3210 \pm j8.7000$	1.3846	3.68	$\omega_{G4}, \delta_{G4}, \omega_{G8}, \delta_{G8}$
	B	$-0.3171 \pm j8.7032$	1.3852	3.64	

A: Resultados obtenidos usando θ_3 como señal de control

B: Resultados obtenidos usando $P_{L(2-3)}$ como señal de control

4.3.2.2. Simulación transitoria

Los resultados obtenidos en la sección anterior son validados mediante una simulación transitoria. Los modos de oscilación son excitados cuando una falla trifásica en el nodo 3 tiene lugar en $t = 5$ s y se mantiene durante 3 ciclos, instante en que es liberada sin cambiar la topología de la red. En la Figura 4.12 se muestra el comportamiento de la frecuencia en G1 para los siguientes casos:

- Caso 1: Sin considerar el CEV en el sistema.
- Caso 2: CEV + POD con θ_3 como señal de control.

- Caso 3: CEV + POD con $P_{L(2-3)}$ como señal de control.

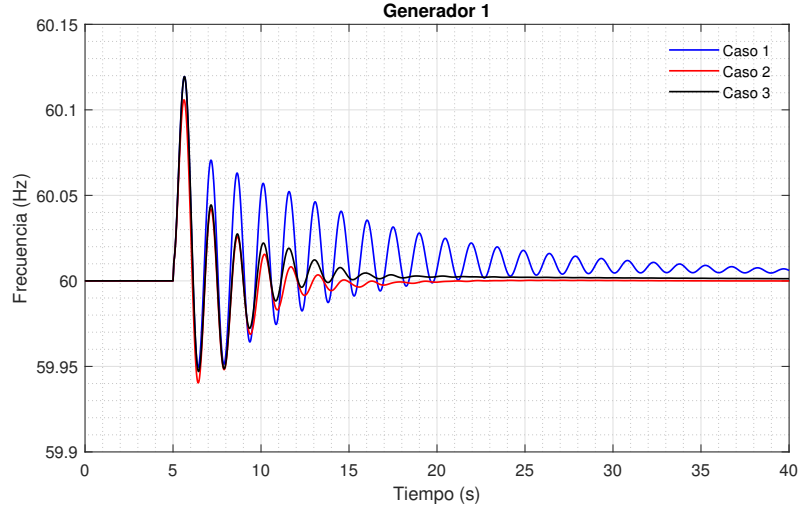


Figura 4.12: Comportamiento de la frecuencia en G1

Se observa que en el caso 1, la oscilación de frecuencia no desaparece, aunque eventualmente lo hará en un tiempo mayor a 40 s debido al pobre amortiguamiento. Para los siguientes casos, como era de esperarse, la oscilación desaparece y la frecuencia alcanza un estado estable igual al que tenía previo al disturbio. Puede parecer imperceptible a simple vista, pero el caso 2 presenta mejores resultados para amortiguar las oscilaciones de potencia, esto se debe a que los modos locales no fueron afectados negativamente a diferencia del caso 3; es decir, no se desplazaron en dirección de la región inestable según los resultados de la Tabla 4.7. El comportamiento de la frecuencia en los demás generadores del sistema son reportados en la Figura D.1 del Apéndice D.

Ahora, se busca obtener el valor del modo inter-área empleando el método de Prony. Es difícil elegir una ventana de tiempo que nos brinde buenos resultados; sin embargo, se debe evitar incluir el lapso de tiempo donde ocurre el disturbio dado que se presentan altas no linealidades que afectan el desarrollo de la metodología [Villarreal-Martínez, 2008]. De tal manera, se elige una ventana de tiempo de 5.05 s a 40 s, buscando abarcar el instante en que la señal alcanza el estado estable. Para evitar problemas de convergencia con el paquete TSAT, el paso de integración usado para la simulación transitoria fue de 0.0083 s,

por lo que el número de muestras $N = 4,196$ y el número de exponenciales $L = 1,399$. La identificación del modo inter-área se hizo usando las señales de frecuencia de la Figura D.1. Los resultados son resumidos en la Tabla 4.8 para cada uno de los casos: C1, C2 y C3. Se observa que en C2 y C3 el factor de amortiguamiento es aproximadamente 10 % debido a la presencia del controlador POD.

Tabla 4.8: Identificación del modo inter-área mediante el método de Prony

Fuente de la señal		Eigenvalor (λ_i)	Frec. (Hz)	ζ_i (%)
Resultados obtenidos del AEPS	C1	$-0.0907 \pm j4.2663$	0.6790	2.12
	C2	$-0.4173 \pm j4.1388$	0.6587	10.03
	C3	$-0.4391 \pm j4.3543$	0.6930	10.03
Generador 1	C1	$-0.1178 \pm j4.2408$	0.6749	2.77
	C2	$-0.4402 \pm j4.1167$	0.6552	10.63
	C3	$-0.4697 \pm j4.3490$	0.6921	10.73
Generador 2	C1	$-0.1161 \pm j4.2426$	0.6752	2.73
	C2	$-0.4406 \pm j4.1162$	0.6551	10.64
	C3	$-0.4688 \pm j4.3565$	0.6933	10.70
Generador 3	C1	$-0.1176 \pm j4.2412$	0.6750	2.77
	C2	$-0.4400 \pm j4.1171$	0.6552	10.62
	C3	$-0.4701 \pm j4.3533$	0.6928	10.73
Generador 4	C1	$-0.1148 \pm j4.2403$	0.6748	2.70
	C2	$-0.4402 \pm j4.1159$	0.6550	10.63
	C3	$-0.4739 \pm j4.3540$	0.6929	10.82
Generador 5	C1	$-0.1183 \pm j4.2410$	0.6749	2.78
	C2	$-0.4403 \pm j4.1157$	0.6550	10.63
	C3	$-0.4761 \pm j4.3526$	0.6927	10.87
Generador 6	C1	$-0.1183 \pm j4.2398$	0.6747	2.79
	C2	$-0.4401 \pm j4.1160$	0.6550	10.63
	C3	$-0.4728 \pm j4.3532$	0.6928	10.79

Continúa en la siguiente página.

Fuente de la señal		Eigenvalor (λ_i)	Frec. (Hz)	ζ_i (%)
Generador 7	C1	$-0.1182 \pm j4.2392$	0.6746	2.78
	C2	$-0.4407 \pm j4.1163$	0.6551	10.64
	C3	$-0.4768 \pm j4.3572$	0.6934	10.87
Generador 8	C1	$-0.1211 \pm j4.2404$	0.6748	2.85
	C2	$-0.4400 \pm j4.1162$	0.6551	10.63
	C3	$-0.4679 \pm j4.3650$	0.6947	10.66
Generador 9	C1	$-0.1163 \pm j4.2300$	0.6732	2.75
	C2	$-0.4405 \pm j4.1155$	0.6550	10.64
	C3	$-0.4740 \pm j4.3511$	0.6925	10.83
Generador 10	C1	$-0.1174 \pm j4.2415$	0.6750	2.76
	C2	$-0.4387 \pm j4.1166$	0.6551	10.59
	C3	$-0.4595 \pm j4.3533$	0.6928	10.49

4.3.3. Sistema de 16 máquinas, 68 nodos

El sistema de 68 nodos mostrado en la Figura 4.13 corresponde a un modelo equivalente de orden reducido del sistema eléctrico interconectado entre el sistema de prueba de Nueva Inglaterra y el sistema de potencia de Nueva York [Ramos et al., 2015]. Este sistema cuenta con 68 nodos, 70 líneas, 16 transformadores, 16 máquinas y 35 cargas. Los parámetros de la red se reportan en la Apéndice E. Cada máquina síncrona es representada matemáticamente usando el modelo de 4to orden y está equipada con un sistema de excitación estático, mientras que las cargas son modeladas como impedancia constante.

A diferencia de los sistemas anteriores, este sistema de potencia tiene la presencia de cuatro modos inter-área resumidos en la Tabla 4.9, siendo el más crítico el modo inter-área 3 con un factor de amortiguamiento de 0.47 % a frecuencia de 0.5245 Hz. Por otro lado, el modo inter-área 4 no representa ningún peligro para la estabilidad del sistema al tener un factor de amortiguamiento mayor a 5 %. El sistema es estable desde el punto de vista del estudio de estabilidad de pequeña señal, no obstante, ante una perturbación pequeña, las oscilaciones de potencia tardarán en desaparecer por causa de los modos pobremente amortiguados.

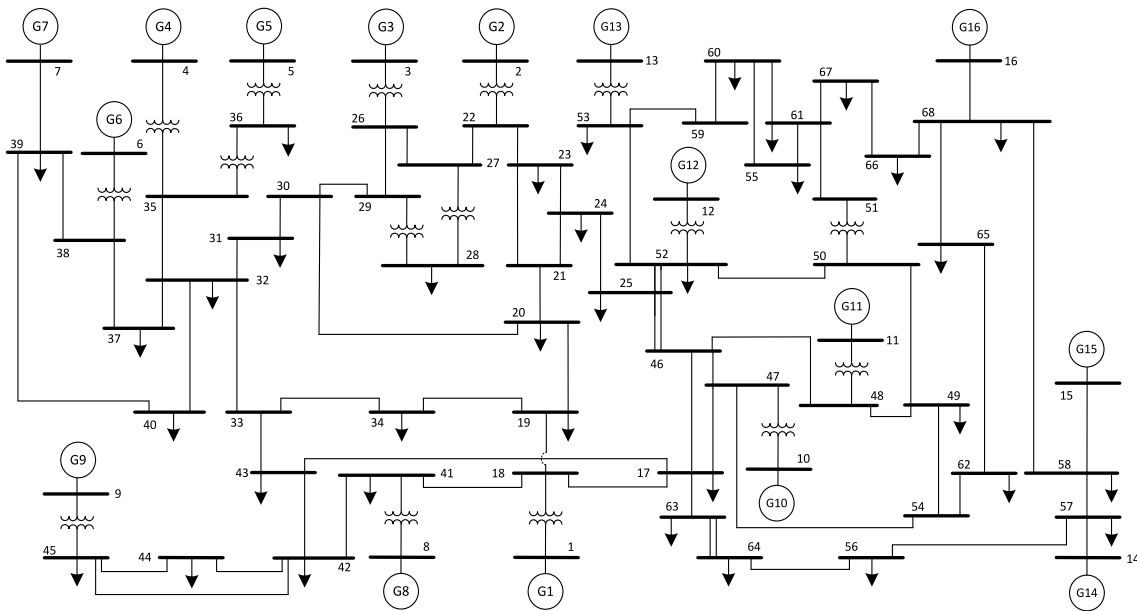
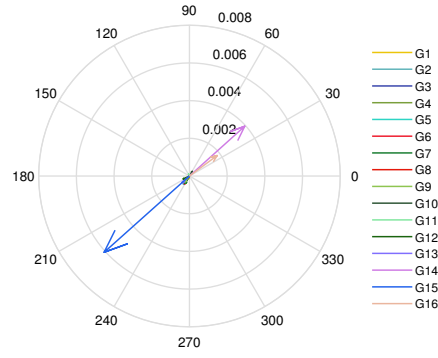


Figura 4.13: Sistema de 16 máquinas, 68 nodos

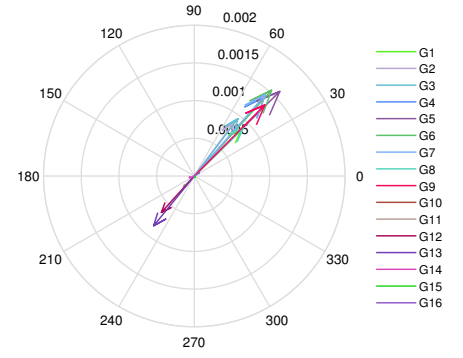
Tabla 4.9: Modos inter-área en el sistema de 68 nodos

Modo	Eigenvalor (λ_i)	Frec. (Hz)	ζ_i (%)	FPs	Edos. Dominantes
Inter-área 1	$-0.1899 \pm j4.9828$	0.7930	3.80	0.3046, 0.1284	$[\omega_{G15}, \delta_{G15}]$, $[\omega_{G14}, \delta_{G14}]$
Inter-área 2	$-0.1196 \pm j4.3397$	0.6906	2.75	0.1702, 0.0501	$[\omega_{G13}, \delta_{G13}]$, $[\omega_{G6}, \delta_{G6}]$
Inter-área 3	$-0.0156 \pm j3.2959$	0.5245	0.47	0.2605, 0.1961	$[\omega_{G16}, \delta_{G16}]$, $[\omega_{G14}, \delta_{G14}]$
Inter-área 4	$-0.1577 \pm j2.5020$	0.3982	6.29	0.1437, 0.0811	$[\omega_{G13}, \delta_{G13}]$, $[\omega_{G15}, \delta_{G15}]$

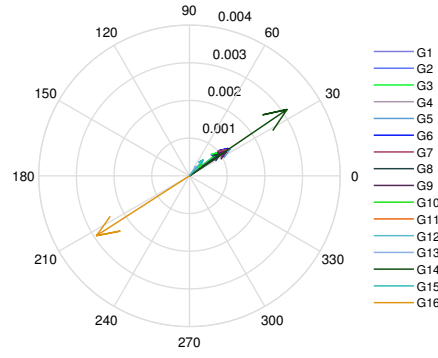
Si los modos de la Tabla 4.9 no son amortiguados, causarán que las máquinas síncronas intercambien potencia de manera cíclica a bajas frecuencias, dependiendo cual de ellos sea excitado, produciendo estrés mecánico en los rotores de los generadores. Dicha interacción se presenta de acuerdo con las formas de modo mostradas en la Figura 4.14, revelando los grupos de generadores que dan lugar a la oscilaciones inter-área.



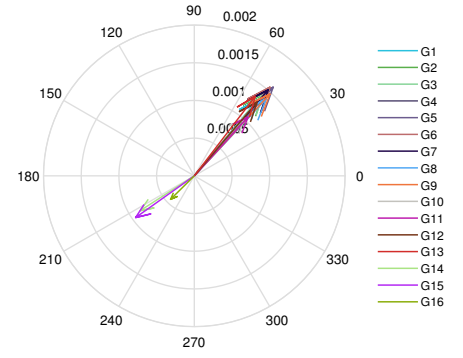
(a) 0.7930 Hz



(b) 0.6906 Hz



(c) 0.5245 Hz

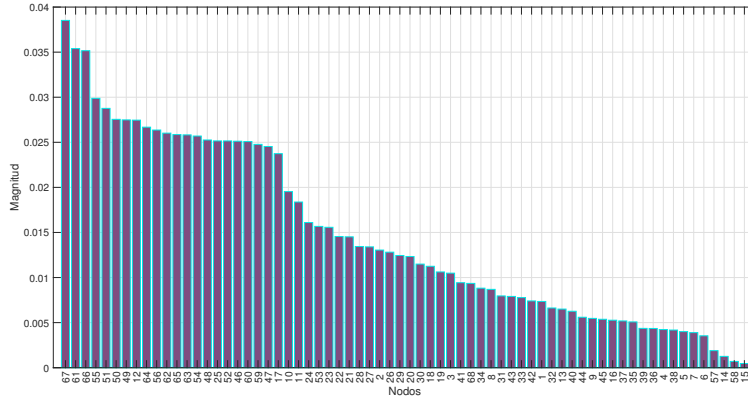


(d) 0.3982 Hz

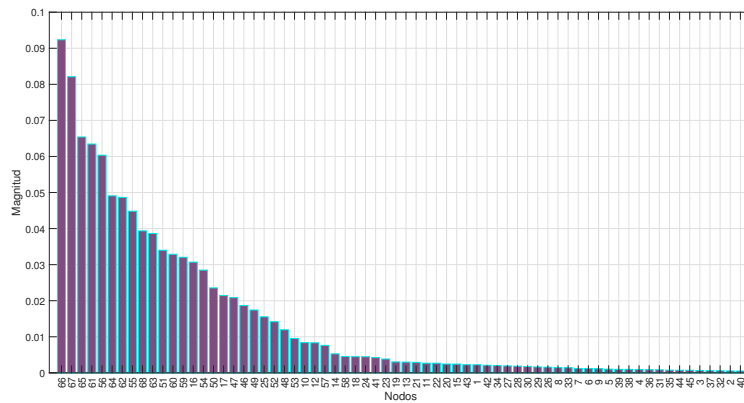
Figura 4.14: Formas de modo para los modos inter-área

Dado que el sistema tiene tres modos inter-área pobremente amortiguados, se colocarán dos CEVs equipados con PODs para mejorar la estabilidad del sistema. La localización de estos dispositivos está determinada por los FP de magnitudes de voltaje sobre los modos inter-área 2 y 3, pues estos presentan los amortiguamientos más bajos. Con base a los resultados mostrados en la Figura 4.15(b), para amortiguar la oscilación inter-área 3, el CEV_1 estará ubicado en el nodo 66.

Por otro lado, de acuerdo con los FP de la Figura 4.15(a) para amortiguar la oscilación inter-área 2, se colocará el CEV₂ en el nodo 55. La razón de colocarlo en este nodo es para que los dispositivos no se encuentren en nodos adyacentes y así evitar interacciones entre los controladores PODs.



(a) *Modo inter-área 2*



(b) *Modo inter-área 3*

Figura 4.15: FP de magnitudes de voltaje

4.3.3.1. Compensadores estáticos de var's conectados en los nodos 55 y 66

Las magnitudes de voltaje en los nodos de conexión inicialmente son $V_{55} = 1.0056$ pu y $V_{66} = 1.0119$ pu. En ambos casos los CEVs serán utilizados para elevar el voltaje nodal

a 1.015 pu. El impacto sobre los modos inter-área al colocar estos dispositivos, se observa en los valores de la Tabla 4.10, donde los modos inter-área 1 y 3 han mejorado ligeramente su factor de amortiguamiento, a diferencia de los modos 2 y 4 que se han visto afectados negativamente. El movimiento de los eigenvalores está estrechamente ligado al reajuste de los flujos de potencia por la presencia de los CEVs, así como los parámetros de los bloques de control.

Tabla 4.10: Efectos de los CEVs sobre los modos inter-área

Modo	Eigenvalor (λ_i)	Frec. (Hz)	ζ_i (%)	FPs	Edos. Dominantes
Inter-área 1	$-0.1906 \pm j4.9857$	0.7935	3.82	0.3037, 0.1275	$[\omega_{G15}, \delta_{G15}], [\omega_{G14}, \delta_{G14}]$
Inter-área 2	$-0.1188 \pm j4.3395$	0.6906	2.73	0.1693, 0.0501	$[\omega_{G13}, \delta_{G13}], [\omega_{G6}, \delta_{G6}]$
Inter-área 3	$-0.0218 \pm j3.3235$	0.5289	0.65	0.2668, 0.1895	$[\omega_{G16}, \delta_{G16}], [\omega_{G14}, \delta_{G14}]$
Inter-área 4	$-0.1528 \pm j2.5079$	0.3991	6.08	0.1395, 0.0860	$[\omega_{G13}, \delta_{G13}], [\omega_{G15}, \delta_{G15}]$

La sintonización de los controladores PODs se realiza en dos etapas; primeramente el POD_1 que se instala en el CEV_1 es usado para amortiguar la oscilación inter-área 3; por otro lado el POD_2 instalado en el CEV_2 será utilizado a fin de amortiguar la oscilación inter-área 2. Para el diseño de los controladores PODs, el método de los residuos descrito en la sección 3.6 juega un rol importante. La controlabilidad modal es fijada por la localización del dispositivo mediante el voltaje de referencia de los CEVs y la observabilidad modal depende de la señal de control seleccionada.

- Diseño del controlador POD_1 : Según los resultados presentados en la Figura 4.16, θ_{16} tiene una mayor participación sobre el modo inter-área 3. De esta manera, el residuo asociado a la función de transferencia $\frac{\Delta\theta_{16}}{\Delta V_{\text{POD}_1}}$ es definido por $R_i = 0.0979 \angle 98.0617^\circ$, e incluyendo los efectos del filtro pasa bajas y el washout, se tiene que el ángulo de fase requerido es $\phi_m = 99.4485^\circ$. Con base a la información anterior, la función de transferencia del controlador es dada por,

$$H(s) = K_d \left[\frac{1}{1 + 0.1s} \right] \left[\frac{18.9050s}{1 + 18.9050s} \right] \left[\frac{1 + 0.8205s}{1 + 0.1103s} \right]^2 \quad (4.10)$$

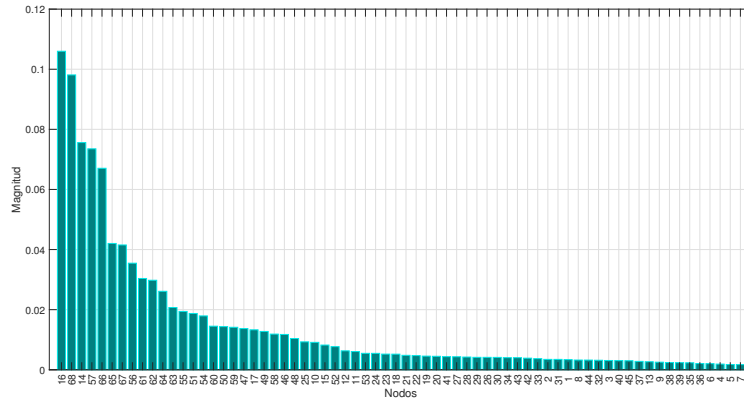


Figura 4.16: FP de ángulos de voltaje sobre el modo inter-área 3

La ganancia se elige para obtener 10% de amortiguamiento en el modo inter-área 3, tomando como base el r-locus de la Figura 4.17 que muestra el desplazamiento de los eigenvalores cuando $0 < K_d < 3$. A medida que la ganancia aumenta, la frecuencia de oscilación disminuye, no obstante con $K_d = 0.455$ se logra el objetivo. Se observa que los modos inter-área 1 y 4 también son desplazados hacia la izquierda del plano complejo como resultado de la acción de control.

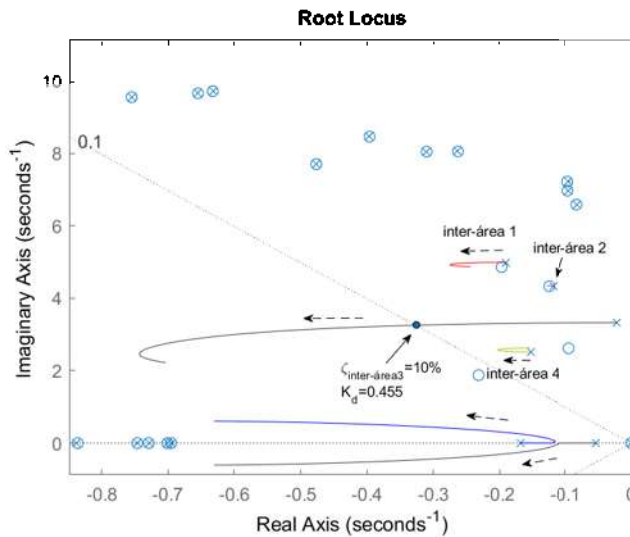


Figura 4.17: r-locus del controlador POD_1

- Diseño del controlador POD_2 : Este controlador es usado para amortiguar la oscilación inter-área 2 después de haber incluido el POD_1 al sistema. De los FP de ángulos de voltaje de la Figura 4.18 se observa que θ_{13} tiene la mayor participación sobre el modo de oscilación; sin embargo, se encontró que el sistema se vuelve inestable a medida que la ganancia aumenta. Para evitar lo anterior se elige θ_{53} como señal de control. El residuo de la función de transferencia $\frac{\Delta\theta_{53}}{\Delta V_{POD_2}}$ está dado por $R_i = 0.0198 \angle 100.6511^\circ$, e incluyendo los efectos del filtro pasa bajas junto al washout, se obtiene el valor del ángulo de fase que necesita ser compensado; $\phi_m = 77.8379^\circ$. Por lo tanto, la función de transferencia del controlador POD_2 toma la siguiente forma,

$$H(s) = K_d \left[\frac{1}{1 + 0.1s} \right] \left[\frac{14.4759s}{1 + 14.4759s} \right] \left[\frac{1 + 0.6521s}{1 + 0.0814s} \right]^2 \quad (4.11)$$

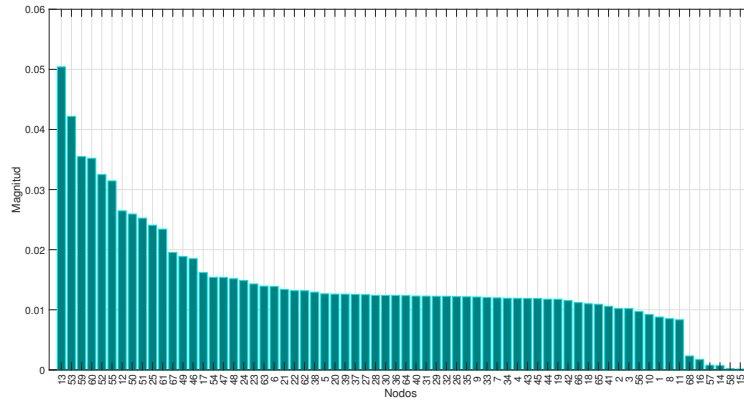
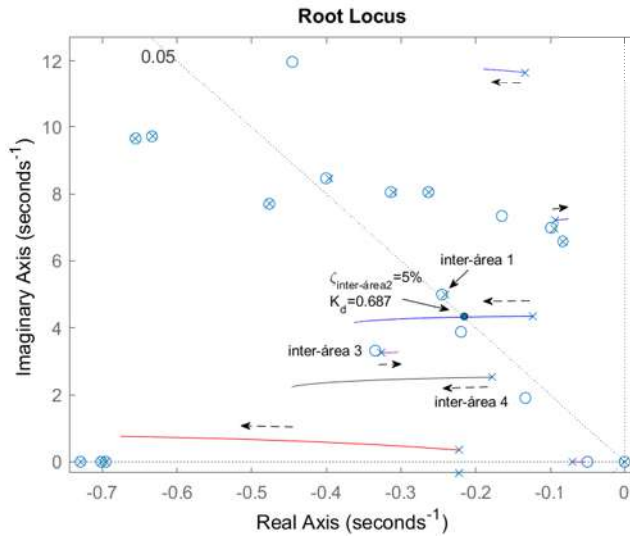


Figura 4.18: FP de ángulos de voltaje sobre el modo inter-área 2

Con base a los desplazamientos de los eigenvalores para $0 < K_d < 3$ mostrados en la Figura 4.19 se selecciona la ganancia del controlador. En este caso, el modo inter-área 2 alcanza un factor de amortiguamiento de 5% con un valor de $K_d = 0.687$. Si bien puede aumentarse la ganancia para seguir moviendo el eigenvalor a la izquierda del plano complejo, esta acción modificaría su frecuencia de oscilación y el modo inter-área 3 perdería amortiguamiento.

Figura 4.19: r-locus del controlador POD_2

Los nuevos valores de los modos inter-área cuando se agrega el efecto de los PODs al sistema se presentan en la Tabla 4.11. Para el caso A, se observa que al incluir el controlador POD_1 mejora drásticamente el amortiguamiento del modo inter-área 3, lo que era de esperarse porque sus parámetros fueron elegidos precisamente para obtener este resultado. En el caso B se parte del nuevo punto de equilibrio definido en el caso A, tal que el modo inter-área 2 alcanza el amortiguamiento deseado del 5 % gracias a la presencia del controlador POD_2 .

Tabla 4.11: Efecto de los PODs sobre los modos inter-área

Tipo		Eigenvalor	Frec. (Hz)	ζ_i (%)	Edos. Dominantes
Inter-área 1	A	$-0.2410 \pm j4.9786$	0.7923	4.83	$\omega_{G15}, \delta_{G15}, \omega_{G14}, \delta_{G14}$
	B	$-0.2384 \pm j4.9809$	0.7927	4.78	
Inter-área 2	A	$-0.1237 \pm j4.3404$	0.6908	2.85	$\omega_{G13}, \delta_{G13}, \omega_{G6}, \delta_{G6}$
	B	$-0.2164 \pm j4.3198$	0.6875	5.00	
Inter-área 3	A	$-0.3269 \pm j3.2514$	0.5174	10.00	$\omega_{G16}, \delta_{G16}, \omega_{G14}, \delta_{G14}$
	B	$-0.3151 \pm j3.2574$	0.5184	9.62	
Inter-área 4	A	$-0.1778 \pm j2.5231$	0.4015	7.03	$\omega_{G13}, \delta_{G13}, \omega_{G15}, \delta_{G15}$
	B	$-0.2830 \pm j2.4763$	0.3941	11.35	

4.3.3.2. Simulación transitoria

Los resultados obtenidos del análisis de pequeña señal son validados mediante una simulación transitoria. Una falla trifásica es aplicada en el nodo 68 en $t = 5$ s. La falla es liberada 3 ciclos después manteniendo la topología de la red. Los casos para los cuales el período transitorio es evaluado son los siguientes:

- Caso 1: Sin la presencia de CEVs.
- Caso 2: Tomando en cuenta ambos CEVs y solo el controlador POD_1 .
- Caso 3: Considerando ambos CEVs con sus controladores PODs.

En la Figura 4.20 se muestra el comportamiento oscilatorio de la frecuencia en el generador 16, a partir de un período de estado estable que es perturbado. En el caso 1 se puede distinguir rápidamente que la oscilación continúa más allá del tiempo de simulación sin alcanzar el estado estable a pesar de que va decayendo. En el caso 2 se observa que la oscilación de frecuencia se ha amortiguado debido a que el modo inter-área más crítico, ahora tiene un factor de amortiguamiento de 10 %, no obstante, aún quedan dos modos inter-área pobremente amortiguados. Este problema es resuelto en el caso 3 donde los modos críticos tienen un factor de amortiguamiento superior o cercano al 5 %, tal que la frecuencia se estabiliza en el valor que tenía previo al disturbio mucho más rápido que los casos anteriores.

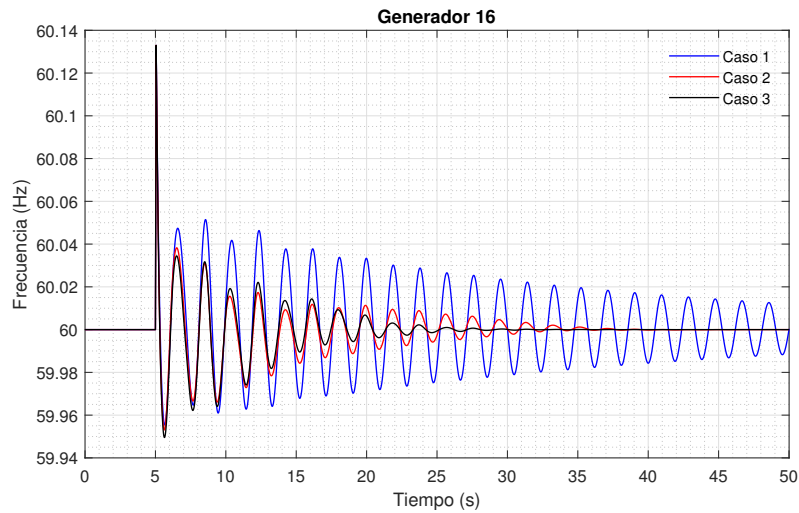


Figura 4.20: Comportamiento de la frecuencia en G16

El comportamiento de la frecuencia en los demás generadores se reporta en la Figura D.2 del Apéndice D. Estas señales corroboran los resultados obtenidos en esta sección para el sistema de 68 nodos, puesto que en el caso 3 todos los modos inter-área están lo suficientemente amortiguados y las oscilaciones decaen más rápido al transcurrir el tiempo. Es importante mencionar en este punto, que dependiendo de la falla ocurrida en el SEP se excitan diferentes componentes modales. Es por esto, que al sintonizar los controladores PODs se debe evitar afectar negativamente el factor de amortiguamiento de otros modos de oscilación, por ejemplo, los modos locales.

Por último, se utiliza el método de Prony para identificar los modos inter-área a través del procesamiento de las señales de frecuencia de la Figura 4.20 asociadas al generador 16. El procesamiento se realiza usando una ventana de tiempo de 5.05 s a 50 s, con un número de muestras $N = 5,395$ y un número de exponenciales $L = 1,798$. Los eigenvalores encontrados se resumen en la Tabla 4.12. Comparando estos resultados con los reportados en las Tablas 4.10 y 4.11, se observa que difieren de los resultados obtenidos con el AEPS. Con esto queda de manifiesto una de las debilidades del método de Prony, la cual se refiere a su dependencia del tipo y ubicación del disturbio que se este analizando, dado que estos excitan diferentes componentes modales en el sistema [Hauer et al., 1990].

Tabla 4.12: Identificación de los modos inter-área mediante el método de Prony

Modo	Eigenvalor (λ_i)	Frec. (Hz)	ζ_i (%)
Inter-área 1	C1 $-0.1971 \pm j4.9842$	0.7932	3.95
	C2 $-0.2173 \pm j4.9889$	0.7940	4.35
	C3 $-0.2232 \pm j4.9982$	0.7954	4.46
Inter-área 2	C1 $-0.1523 \pm j4.3390$	0.6905	3.50
	C2 $-0.1255 \pm j4.3174$	0.6871	2.90
	C3 $-0.1953 \pm j4.3136$	0.6865	4.52
Inter-área 3	C1 $-0.0317 \pm j3.2976$	0.5248	0.96
	C2 $-0.1269 \pm j3.2988$	0.5250	3.84
	C3 $-0.2988 \pm j3.2636$	0.5194	9.12
Inter-área 4	C1 $-0.1798 \pm j2.4977$	0.3975	7.18
	C2 $-0.1770 \pm j2.5182$	0.4007	7.01
	C3 $-0.2874 \pm j2.4493$	0.3898	11.65

4.4. Conclusiones

En este capítulo se presentaron los resultados obtenidos del análisis de estabilidad de pequeña señal para identificar modos oscilatorios en cada caso de estudio. Utilizando los FPs de magnitudes de voltaje se eligió la ubicación de los CEVs con el propósito de amortiguar las oscilaciones inter-área. Si bien, la ubicación del dispositivo mejora el factor de amortiguamiento de un eigenvalor, aún es necesaria la acción de control suplementaria provista por el controlador POD. A lo largo de este capítulo se emplearon los FPs de variables algebraicas para elegir la señal de control y se demostró la importancia que esta tiene para el amortiguamiento de las oscilaciones. También se observó que aunque se amortigüe muy bien el modo seleccionado, se puede afectar otros modos haciendo que el sistema se vuelva inestable. En la sección donde el sistema de dos áreas fue analizado, la ganancia del controlador se seleccionó tomando como base el eigenvalor deseado, pero en secciones posteriores se demostró que la mejor manera de elegir un valor de K_d es con el comando *root locus* de MATLAB. La ventaja que ofrece es la identificación visual del movimiento de otros eigenvalores a medida que la ganancia aumenta.

Finalmente, el método de Prony fue utilizado para identificar las oscilaciones inter-área por medio del procesamiento de las señales de frecuencia obtenidas de las simulaciones en TSAT. Los resultados fueron satisfactorios para el sistema de dos áreas y el sistema de 39 nodos, en parte debido a que la falla aplicada excitó al correspondiente modo inter-área y pudo ser identificado. Sin embargo, en el sistema de 68 nodos, el método de Prony no pudo identificar correctamente los modos inter-área dado al poco peso que tuvieron en la señal utilizada.

Capítulo 5

Efecto de plantas solares en oscilaciones de potencia

5.1. Introducción

El incremento de la penetración de energías renovables en el SEP se da principalmente para reemplazar las energías basadas en combustibles fósiles, medida adoptada para combatir el cambio climático. Este desplazamiento de generación origina que el sistema de potencia pierda inercia y cuando sea sujeto a una perturbación las oscilaciones se mantendrán durante mucho más tiempo, e incluso pueden crecer en amplitud, llevando al sistema de potencia a una condición de inestabilidad. En este capítulo, se analiza el impacto que tiene la generación solar fotovoltaica en la estabilidad de pequeña señal del sistema a medida que se incrementa su nivel de penetración. El efecto de las plantas solares sobre el comportamiento dinámico del SEP, está determinado por los controles de los convertidores de potencia utilizados para integrar las plantas solares a la red de transmisión. En este contexto, los modelos genéricos de plantas solares de gran escala reportados en [WECC, 2014] son utilizados en este trabajo para realizar los estudios de estabilidad de pequeña señal. El término “gran escala” hace referencia a grandes parques solares con potencia nominal mayor a 50 MW [Lammert, 2019]. Por último, se estudia el efecto de incluir el controlador POD en la planta solar para el control de potencia activa o reactiva, con el fin de amor-

tiguar las oscilaciones inter-área. Las señales de control son seleccionadas con base a los FP de variables algebraicas, presentados en la Sección 3.5, que nos brindan una medida del impacto que tienen este tipo de variables sobre los modos de oscilación.

5.2. Modelado de plantas solares

Para tecnologías tradicionales como máquinas síncronas o de inducción, existen modelos dinámicos bien establecidos para estudios de estabilidad en sistemas de potencia. Sin embargo, para la generación basada en inversores, como sistemas fotovoltaicos, los modelos se encuentran en desarrollo y no han sido estandarizados. No obstante, los modelos genéricos desarrollados y aprobados por el WECC han sido ampliamente utilizados e incorporados a softwares comerciales como PSSE, PSLF y DSATools.

5.2.1. Representación de plantas solares para estudios de flujos de potencia

La irradiancia solar que experimentan los paneles solares depende de su ubicación geográfica dentro de una planta fotovoltaica. Sin embargo, la interacción energética entre la planta fotovoltaica y la red de transmisión está determinada por el comportamiento colectivo de la planta en general. Con base a esta última afirmación, el WECC propone el modelo equivalente mostrado en la Figura 5.1 para representar una planta solar en estudios de flujos de potencia. En este modelo, el generador solar fotovoltaico (GSFV) equivalente representa la generación total de la planta solar en terminales de los inversores, el transformador elevador equivalente representa el efecto de todos los transformadores elevadores, y el sistema colector equivalente representa el efecto del sistema colector en la planta fotovoltaica [WECC, 2014]. Si no se cuenta con los parámetros del sistema colector ni del transformador elevador equivalente, el modelo puede reducirse al no tomarlos en cuenta, tal como se hizo en [Shah et al., 2013] y [Abdulrahman et al., 2019].

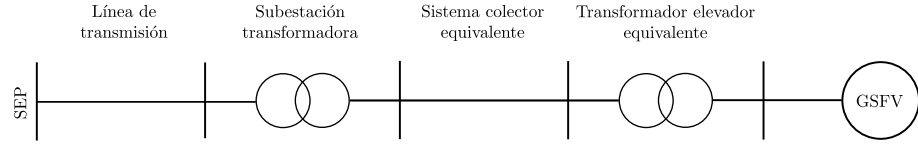


Figura 5.1: Modelo equivalente del sistema fotovoltaico a gran escala

El GSFV se representa como un generador estándar, cuya potencia de salida corresponde a un nivel de penetración obtenido de la siguiente expresión [Eftekharijad et al., 2013],

$$\text{Nivel de penetración (\%)} = \frac{\text{Generación FV total (MW)}}{\text{Generación total del SEP (MW)}} \times 100 \quad (5.1)$$

Durante eventos transitorios provocados por un disturbio, los modelos genéricos implementados por WECC asumen que la potencia activa generada por el GSFV es fija, en otras palabras, no se toma en cuenta la variabilidad de la irradiancia solar. En cuanto a la potencia reactiva, los inversores tienen la capacidad de proveer soporte reactivo de acuerdo al control implementado.

5.2.2. Modelo dinámico de la planta solar

La representación dinámica de plantas solares a gran escala requiere el uso de los módulos de energía renovable mostrados en la Figura 5.2, donde las dinámicas relacionadas al lado de corriente continua (CC) del inversor (dinámicas de los arreglos fotovoltaicos, enlaces de CC del inversor y regulador de voltaje) son ignoradas [WECC, 2012].

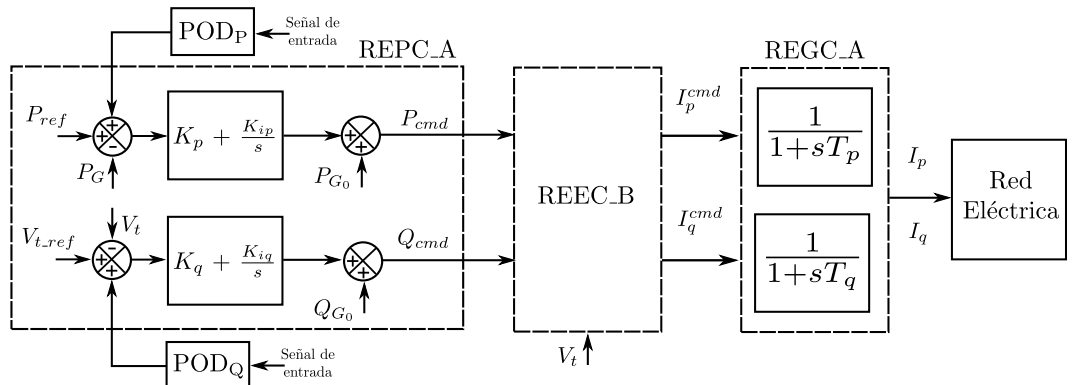


Figura 5.2: Estructura general de sistemas fotovoltaicos a gran escala

- Módulo REGC_A: Este módulo es usado para representar la interfaz del generador/convertidor (inversor) con la red de transmisión y su función es procesar los comandos de corriente activa y reactiva para calcular la inyección de corriente activa y reactiva a la red eléctrica. De acuerdo con [Fernandez-Bernal et al., 2002], una función de transferencia de primer orden con ganancia unitaria es una buena aproximación del complejo y rápido sistema de control electrónico de los inversores.
- Módulo REEC_B: Este módulo se muestra en la Figura 5.3 y es usado para representar los controles eléctricos de los inversores. I_p^{cmd} se deriva del comando de potencia activa y el voltaje en terminales del inversor. Si el control de la planta (REPC_A) no está disponible, P_{cmd} es tomado como el valor inicial de la potencia activa obtenida de la solución de flujos de potencia. Por otro lado, I_q^{cmd} se obtiene del comando de potencia reactiva, el voltaje en terminales del inversor y el control proporcional de la corriente reactiva inyectada durante eventos de caída de voltaje.

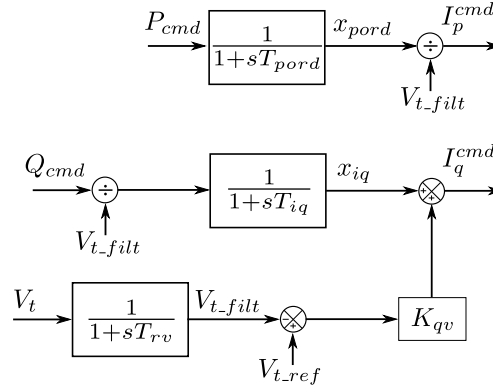


Figura 5.3: Modulo del control eléctrico REEC_B

- Módulo REPC_A: Este módulo es utilizado para representar el controlador de la planta y posee lazos de control para modular de manera simultánea la potencia activa y reactiva a través de su correspondiente controlador PI. Estos controles dan como resultado los comandos de potencia P_{cmd} y Q_{cmd} . La entrada a los controles es el error dado por la diferencia entre la señal de referencia y la potencia activa del generador o la magnitud de voltaje en terminales del inversor. Con este sistema de control, la planta fotovoltaica opera en modo PV, donde la potencia reactiva es generada a fin

de mantener la magnitud de voltaje en terminales del inversor a un valor especificado. Con la finalidad de amortiguar las oscilaciones de baja frecuencia, se considera un amortiguador de oscilaciones de potencia en el lazo de control de potencia activa (POD_P) de manera similar a como se reporta en [Abdulrahman et al., 2019], donde se hace uso de señales de ángulos de voltaje, provenientes de unidades de medición fasorial (PMUs por sus siglas en inglés), para amortiguar oscilaciones de potencia. También se considera colocar el controlador POD en el lazo de control de potencia reactiva (POD_Q), de manera similar que en [Shah et al., 2013], donde la señal de control se selecciona con base a la controlabilidad/observabilidad modal.

Las ecuaciones descritas a continuación, forman el sistema diferencial-algebraico que describe el comportamiento dinámico de la planta solar. Las ecuaciones (5.2)-(5.3) están asociadas al generador/convertidor, (5.4)-(5.6) representan la dinámica del esquema de control de la Figura 5.3, (5.7)-(5.8) representan la dinámica del controlador de la planta y (5.9)-(5.10) son ecuaciones algebraicas que representan la interacción con la red eléctrica.

$$\frac{dI_p}{dt} = -\frac{1}{T_p}I_p + \frac{1}{T_p}\frac{x_{pord}}{V_{t_filt}} \quad (5.2)$$

$$\frac{dI_q}{dt} = -\frac{1}{T_q}I_q - \frac{K_{qv}}{T_q}V_{t_filt} + \frac{1}{T_q}x_{iq} + \frac{K_{qv}}{T_q}V_{t_ref} \quad (5.3)$$

$$\frac{dV_{t_filt}}{dt} = -\frac{1}{T_{rv}}V_{t_filt} + \frac{1}{T_{rv}}V_t \quad (5.4)$$

$$\frac{dx_{pord}}{dt} = -\frac{1}{T_{pord}}x_{pord} + \frac{1}{T_{pord}}[x_{k_{ip}} - K_p(V_t I_p) + K_p V_{POD_P} + K_p P_{ref} + P_{G_0}] \quad (5.5)$$

$$\frac{dx_{iq}}{dt} = -\frac{1}{T_{iq}}x_{iq} + \frac{1}{T_{iq}V_{t_filt}}[x_{k_{iq}} + K_q(V_{t_ref} - V_t + V_{POD_Q}) + Q_{G_0}] \quad (5.6)$$

$$\frac{dx_{k_{ip}}}{dt} = -K_{ip}V_t I_p + K_{ip}P_{ref} + K_{ip}V_{POD_P} \quad (5.7)$$

$$\frac{dx_{k_{iq}}}{dt} = -K_{iq}V_t + K_{iq}V_{t_ref} + K_{iq}V_{POD_Q} \quad (5.8)$$

$$P_G = V_t I_p \quad (5.9)$$

$$Q_G = V_t I_q \quad (5.10)$$

Linealizando el sistema de ecuaciones alrededor de un punto de equilibrio, se obtienen las expresiones matriciales (5.11)-(5.12), donde el superíndice “0” representa valores iniciales de las variables. Los elementos cero que aparecen en las matrices indican que no

existen derivadas parciales respecto a las variables, pero son necesarios para formar el sistema de ecuaciones y evitar problemas de dimensionamiento.

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \Delta \dot{I}_p \\ \Delta \dot{I}_q \\ \Delta \dot{V}_{t_filt} \\ \Delta \dot{x}_{pord} \\ \Delta \dot{x}_{iq} \\ \Delta \dot{x}_{kip} \\ \Delta \dot{x}_{k iq} \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{1}{T_p} & 0 & -\frac{P_{cmd}}{T_p(V_{t_filt}^0)^2} & \frac{1}{T_p V_{t_filt}^0} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_q} & -\frac{K_{qv}}{T_q} & 0 & \frac{1}{T_q} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_{rv}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_p V_t^0}{T_{pord}} & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{pord}} & 0 & \frac{1}{T_{pord}} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{Q_{cmd}}{T_{iq}(V_{t_filt}^0)^2} & 0 & -\frac{1}{T_{iq}} & 0 & \frac{1}{T_{iq} V_{t_filt}^0} \\ -K_{ip} V_t^0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{A_{GSFV}} \begin{bmatrix} \Delta I_p \\ \Delta I_q \\ \Delta V_{t_filt} \\ \Delta x_{pord} \\ \Delta x_{iq} \\ \Delta x_{kip} \\ \Delta x_{k iq} \end{bmatrix} \\
 &+ \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{T_{rv}} \\ -\frac{K_p I_p^0}{T_{pord}} \\ -\frac{K_q}{T_{iq} V_{t_filt}^0} \\ -K_{ip} I_p^0 \\ -K_{iq} \end{bmatrix}}_{B_2} [\Delta V_t] + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{K_p}{T_{pord}} & 0 \\ 0 & \frac{K_q}{T_{iq} V_{t_filt}^0} \\ K_{ip} & 0 \\ 0 & K_{iq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{POD_P} \\ \Delta V_{POD_Q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{K_{qv}}{T_q} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_p}{T_{pord}} \\ 0 & 0 \\ 0 & K_{ip} \\ K_{iq} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{t_ref} \\ \Delta P_{ref} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{5.11}$$

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \Delta P_G \\ \Delta Q_G \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} V_t^0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_t^0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{C_3} \begin{bmatrix} \Delta I_p \\ \Delta I_q \\ \Delta V_{t_filt} \\ \Delta x_{pord} \\ \Delta x_{iq} \\ \Delta x_{kip} \\ \Delta x_{k iq} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} I_p^0 \\ I_q^0 \end{bmatrix}}_{D_6} [\Delta V_t]
 \end{aligned} \tag{5.12}$$

Es importante notar que el modelo de la planta solar tiene 7 variables de estado, que incrementarán a 11 al tomar en cuenta el controlador POD en los lazos de control de potencia activa o reactiva, tal como se muestra en las ecuaciones (5.13)-(5.14).

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \Delta \dot{I}_p \\ \Delta \dot{I}_q \\ \Delta \dot{V}_{t-filt} \\ \Delta \dot{x}_{pord} \\ \Delta \dot{x}_{iq} \\ \Delta \dot{x}_{kip} \\ \Delta \dot{x}_{k_{iq}} \\ \Delta \dot{v}_{1,PODP} \\ \Delta \dot{v}_{2,PODP} \\ \Delta \dot{v}_{3,PODP} \\ \Delta \dot{v}_{4,PODP} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_p} & 0 & -\frac{P_{cmd}}{T_p(V_{t-filt}^0)^2} & \frac{1}{T_p V_{t-filt}^0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_q} & -\frac{K_{qv}}{T_q} & 0 & \frac{1}{T_q} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_{rv}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_p V_t^0}{T_{pord}} & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{pord}} & 0 & \frac{1}{T_{pord}} & \frac{K_p}{T_{pord}} \left(\frac{T_{lead}}{T_{lag}} \right)^2 & -\frac{K_p}{T_{pord}} \left(\frac{T_{lead}}{T_{lag}} \right) & \frac{K_p}{T_{pord}} \frac{T_{lead}}{T_{lag}} & \frac{K_p}{T_{pord}} \frac{T_{lead}}{T_{lag}} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{Q_{cmd}}{T_{iq}(V_{t-filt}^0)^2} & 0 & -\frac{1}{T_{iq}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K_{ip} V_t^0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{ip} \left(\frac{T_{lead}}{T_{lag}} \right)^2 & -K_{ip} \left(\frac{T_{lead}}{T_{lag}} \right) & K_{ip} \frac{T_{lead}}{T_{lag}} & K_{ip} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_m} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{T_w} & -\frac{1}{T_w} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{T_{lead}}{1 - \frac{T_{lead}}{T_{lag}}} & -\frac{T_{lead}}{1 - \frac{T_{lead}}{T_{lag}}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{T_{laq}}{1 - \frac{T_{lead}}{T_{lag}}} & -\frac{T_{laq}}{1 - \frac{T_{lead}}{T_{lag}}} & -\frac{1}{1 - \frac{T_{lead}}{T_{lag}}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \left(1 - \frac{T_{lead}}{T_{lag}} \right) \frac{T_{lead}}{T_{lag}} & -\left(1 - \frac{T_{lead}}{T_{lag}} \right) \frac{T_{lead}}{T_{lag}} & \frac{1 - \frac{T_{lead}}{T_{lag}}}{T_{lag}} & -\frac{1}{T_{lag}} & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta u \end{bmatrix}}_{A_{GSFV}} \\
& + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T [\Delta u]
\end{aligned} \tag{5.13}$$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \Delta \dot{I}_p \\ \Delta \dot{I}_q \\ \Delta \dot{V}_{t_filt} \\ \Delta \dot{x}_{pord} \\ \Delta \dot{x}_{iq} \\ \Delta \dot{x}_{kip} \\ \Delta \dot{x}_{k_{iq}} \\ \Delta \dot{v}_{1,PODQ} \\ \Delta \dot{v}_{2,PODQ} \\ \Delta \dot{v}_{3,PODQ} \\ \Delta \dot{v}_{4,PODQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_p} & 0 & -\frac{P_{cmd}}{T_p(V_{t_filt}^0)^2} & \frac{1}{T_p V_{t_filt}^0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_q} & -\frac{K_{qv}}{T_q} & 0 & \frac{1}{T_q} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_{rv}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_p V_t^0}{T_{pord}} & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{pord}} & 0 & \frac{1}{T_{pord}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{Q_{cmd}}{T_{iq}(V_{t_filt}^0)^2} & 0 & -\frac{1}{T_{iq}} & 0 & \frac{1}{T_{iq} V_{t_filt}^0} & \frac{K_q}{T_{iq} V_{t_filt}^0} \left(\frac{T_{lead}}{T_{lag}} \right)^2 & -\frac{K_q}{T_{iq} V_{t_filt}^0} \left(\frac{T_{lead}}{T_{lag}} \right)^2 & \frac{K_q}{T_{iq} V_{t_filt}^0} \frac{T_{lead}}{T_{lag}} & \frac{K_q}{T_{iq} V_{t_filt}^0} \frac{T_{lead}}{T_{lag}} \\ -K_{ip} V_t^0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{iq} \left(\frac{T_{lead}}{T_{lag}} \right)^2 & -K_{iq} \left(\frac{T_{lead}}{T_{lag}} \right)^2 & K_{iq} \frac{T_{lead}}{T_{lag}} & K_{iq} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{T_m} & -\frac{1}{T_m} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{1 - \frac{T_{lead}}{T_{lag}}} & \frac{1}{1 - \frac{T_{lead}}{T_{lag}}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{T_{lag}}{1 - \frac{T_{lead}}{T_{lag}}} & -\frac{T_{lag}}{1 - \frac{T_{lead}}{T_{lag}}} & -\frac{1}{1 - \frac{T_{lead}}{T_{lag}}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \left(1 - \frac{T_{lead}}{T_{lag}} \right) \frac{T_{lead}}{T_{lag}} & \left(1 - \frac{T_{lead}}{T_{lag}} \right) \frac{T_{lead}}{T_{lag}} & 1 - \frac{T_{lead}}{T_{lag}} & -\frac{1}{T_{lag}} \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta u \end{bmatrix}}_{AGSFV} \\
& + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K_d}{T_m} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T [\Delta u]
\end{aligned} \tag{5.14}$$

La manera de incluir el modelo linealizado de la planta solar en el sistema multimáquina se describe a continuación. Primeramente, la matriz $\mathbf{A}_{GSFV}$ que contiene las ecuaciones linealizadas respecto a las variables de estado de la planta solar puede añadirse diagonalmente a la matriz $\mathbf{A}_1$, la matriz resultante, $\mathbf{A}_{1,GSFV}$, contiene entonces los modelos de todos los elementos que conforman el SEP, linealizados respecto a las variables de estado del sistema, se puede notar que fuera de la diagonal los elementos son ceros porque el modelo de la planta solar no depende de las variables de la máquina síncrona ni de sus controles, y viceversa.

$$\mathbf{A}_{1,GSFV} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_{GSFV} \end{bmatrix}_{n_{\text{estados}} \times n_{\text{estados}}} \quad (5.15)$$

En la matriz $\mathbf{B}_2$ se incluyen las derivadas respecto a la magnitud de voltaje en terminales del inversor, ΔV_t . Finalmente, $\mathbf{C}_3$ y $\mathbf{D}_6$ son modificadas para incluir los efectos de la interacción de la planta solar con la red eléctrica. De esta manera, el sistema de ecuaciones linealizadas se reescribe como,

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_{1,GSFV} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{B}_1 \Delta I_g + \mathbf{B}_2 \Delta V_g + \mathbf{B}_3 \Delta V_\ell + \mathbf{E}_1 \Delta U \quad (5.16)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{C}_1 \Delta \mathbf{x} + \mathbf{D}_1 \Delta I_g + \mathbf{D}_2 \Delta V_g \quad (5.17)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{C}_2 \Delta \mathbf{x} + \mathbf{D}_3 \Delta I_g + \mathbf{D}_4 \Delta V_g + \mathbf{D}_5 \Delta V_\ell \quad (5.18)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{C}_3 \Delta \mathbf{x} + \mathbf{D}_6 \Delta V_g + \mathbf{D}_7 \Delta V_\ell \quad (5.19)$$

Para obtener el modelo en espacio de estados, ΔI_g es eliminada de este conjunto de ecuaciones despejándola de (5.17), para después ser sustituida en las ecuaciones restantes.

5.3. La importancia de la inercia en sistemas de potencia

La inercia de las masas rotatorias en turbinas y generadores síncronos determina la respuesta inmediata de la frecuencia ante desigualdades en el balance general de potencia, este parámetro afecta directamente la ecuación de oscilación, por lo que tienen un impacto directo en las oscilaciones locales e inter-áreas. Cuando ocurre un cambio en la frecuencia,

las masas rotatorias inyectan o absorben energía cinética desde o hacia la red para contrarrestar la desviación de frecuencia. A menor inercia, menor amortiguamiento le es provisto al sistema, lo que resulta en un aumento de las excursiones de frecuencia ante cambios abruptos en el balance carga-generación. La inercia de grandes generadores convencionales es medida en segundos, típicamente en el rango de 2-9 s, dependiendo del tamaño, velocidad y tipo de máquina [Tielens y Van Hertem, 2016].

Por el contrario, las plantas solares no poseen energía cinética almacenada, ya que no contienen masas rotatorias, por lo que no contribuyen a la inercia del sistema. Lo anterior ha motivado la realización de estudios que cuantifiquen los efectos de la alta penetración de sistemas fotovoltaicos sobre la estabilidad del sistema de potencia [Eftekharnejad et al., 2013]. Estos estudios concluyen que la integración de plantas solares puede dar origen a problemas de oscilaciones de potencia pobremente amortiguadas en casos donde la generación convencional se ve desplazada, provocando decrementos en la inercia del sistema, y por ende en los factores de amortiguamiento de los modos de oscilación críticos.

5.4. Casos de estudios

Los sistemas de prueba utilizados para realizar los estudios son los descritos en el capítulo anterior, sin tomar en cuenta la presencia de CEVs. Los parámetros usados para el esquema de control de la planta solar en cada uno de los casos de estudio se encuentran en el Apéndice E.

5.4.1. Sistema de dos áreas de Kundur

Para estudiar el impacto de la penetración de energía solar en el sistema de dos áreas, se agrega una planta solar a 25 km del nodo 6 como muestra la Figura 5.4, [Abdulrahman et al., 2019].

La estabilidad de pequeña señal del sistema se evalúa considerando dos escenarios a diferentes niveles de generación fotovoltaica, y los resultados obtenidos son reportados en la Tabla 5.1. En el primer escenario, denominado caso A, el generador G1 reduce su potencia en la misma proporción en que la planta solar aumenta su generación. La cantidad

de potencia activa generada se calcula utilizando la ecuación (5.1) de acuerdo al porcentaje del nivel de penetración requerido, y la potencia reactiva es proporcionada por la planta solar para mantener en 1.01 p.u. la magnitud de voltaje en terminales del inversor. El segundo escenario, referido como caso B, se aborda de manera similar, pero ahora desplazando la generación en G2. La reducción de la potencia generada en ambos escenarios, se realiza de una manera que se mantenga un balance de potencia similar al caso base (cuando no hay plantas solares).

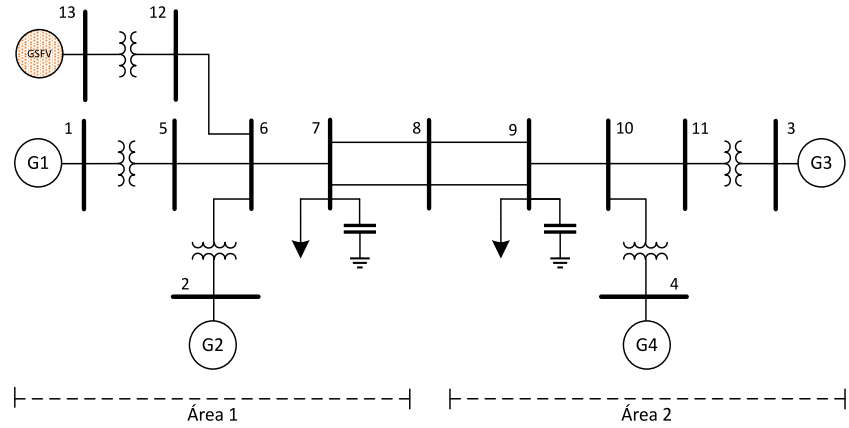


Figura 5.4: Sistema de dos áreas con penetración de energía solar

Tabla 5.1: Efecto del nivel de penetración solar sobre los modos de interés

NP	Tipo	Eigenvalor (λ_i)	Frec. (Hz)	ζ_i (%)	Edos. Dominantes
0 %	Inter-área	$-0.0647 \pm j3.5499$	0.5649	1.82	$\omega_{G3}, \delta_{G3}, \omega_{G1}, \delta_{G1}$
	Local 1	$-0.5205 \pm j6.9984$	1.1138	7.41	$\omega_{G4}, \delta_{G4}, \omega_{G3}, \delta_{G3}$
	Local 2	$-0.6205 \pm j6.8123$	1.0842	9.07	$\omega_{G2}, \delta_{G2}, \omega_{G1}, \delta_{G1}$
5 %	Inter-área	A $-0.0509 \pm j3.6719$	0.5844	1.38	$\omega_{G3}, \delta_{G3}, \omega_{G1}, \delta_{G1}$
		B $-0.0437 \pm j3.6582$	0.5822	1.20	$\omega_{G3}, \omega_{G1}, \delta_{G3}, \delta_{G1}$
	Local 1	A $-0.5167 \pm j7.0058$	1.1150	7.35	$\omega_{G4}, \delta_{G4}, \omega_{G3}, \delta_{G3}$
		B $-0.5178 \pm j7.0027$	1.1145	7.37	
	Local 2	A $-0.6955 \pm j6.7774$	1.0786	10.20	$\omega_{G2}, \delta_{G2}, \omega_{G1}, \delta_{G1}$
		B $-0.7378 \pm j6.7090$	1.0677	10.93	

Continúa en la siguiente página.

NP	Tipo		Eigenvalor (λ_i)	Frec. (Hz)	ζ_i (%)	Edos. Dominantes
10 %	Inter-área	A	$-0.0866 \pm j3.6975$	0.5884	2.34	$\omega_{G1}, \omega_{G3}, \delta_{G1}, \delta_{G3}$
		B	$-0.0686 \pm j3.6778$	0.5853	1.86	$\omega_{G3}, \omega_{G1}, \delta_{G3}, \delta_{G1}$
	Local 1	A	$-0.5151 \pm j7.0094$	1.1155	7.32	$\omega_{G4}, \delta_{G4}, \omega_{G3}, \delta_{G3}$
		B	$-0.5169 \pm j7.0033$	1.1146	7.36	
	Local 2	A	$-0.8288 \pm j6.6785$	1.0629	12.31	$\omega_{G2}, \delta_{G2}, \omega_{G1}, \delta_{G1}$
		B	$-0.9229 \pm j6.5559$	1.0434	13.93	
15 %	Inter-área	A	$-0.1363 \pm j3.7017$	0.5891	3.68	$\omega_{G1}, \delta_{G1}, \omega_{G3}, \delta_{G3}$
		B	$-0.1063 \pm j3.6793$	0.5855	2.88	$\omega_{G3}, \omega_{G1}, \delta_{G3}, \delta_{G1}$
	Local 1	A	$-0.5145 \pm j7.0111$	1.1158	7.32	$\omega_{G4}, \delta_{G4}, \omega_{G3}, \delta_{G3}$
		B	$-0.5167 \pm j7.0027$	1.1145	7.36	
	Local 2	A	$-0.9789 \pm j6.5626$	1.0444	14.75	$\omega_{G2}, \delta_{G2}, \omega_{G1}, \delta_{G1}$
		B	$-1.1290 \pm j6.4036$	1.0191	17.36	
20 %	Inter-área	A	$-0.1789 \pm j3.6887$	0.5870	4.84	$\omega_{G1}, \delta_{G1}, \omega_{G3}, \delta_{G3}$
		B	$-0.1439 \pm j3.6609$	0.5826	3.93	$\omega_{G3}, \delta_{G3}, \omega_{G1}, \delta_{G1}$
	Local 1	A	$-0.5147 \pm j7.0107$	1.1157	7.32	$\omega_{G4}, \delta_{G4}, \omega_{G3}, \delta_{G3}$
		B	$-0.5176 \pm j7.0009$	1.1142	7.37	
	Local 2	A	$-1.0336 \pm j6.4987$	1.0343	15.70	$\omega_{G2}, \delta_{G2}, \omega_{G1}, \delta_{G1}$
		B	$-1.2090 \pm j6.3258$	1.0067	18.77	
25 %	Inter-área	A	$-0.0563 \pm j4.4306$	0.7051	1.27	$\omega_{G2}, \delta_{G2}, \omega_{G3}, \delta_{G3}$
		B	$0.0203 \pm j4.0986$	0.6523	-0.49	$\omega_{G1}, \delta_{G1}, \omega_{G3}, \delta_{G3}$
	Local 1	A	$-0.5171 \pm j7.0073$	1.1152	7.36	$\omega_{G4}, \delta_{G4}, \omega_{G3}, \delta_{G3}$
		B	$-0.5206 \pm j7.0017$	1.1143	7.41	

En la sección 4.3.1 se presentó el análisis del caso base, en el cual se identificaron los modos oscilatorios críticos para este sistema. Con la conexión de la planta solar, se observa que en ambos escenarios los factores de amortiguamiento del modo local 1 y el modo inter-área disminuyen cuando se tiene un nivel de penetración de 5 %. Por el contrario, el modo local 2 se amortigua significativamente. El aumento de la penetración de energía solar desplaza los modos inter-área y local 2 en dirección del semiplano izquierdo, a diferencia del modo local 1 que se mueve ligeramente hacia la región inestable.

Es interesante observar como se incrementa la estabilidad del sistema a medida que el nivel de penetración aumenta, pero cuando se tiene un nivel de penetración de 25 %, los generadores G1 y G2 son completamente desplazados, es decir, desconectados, para el escenario A y B, respectivamente, debido a que la generación fotovoltaica reemplaza completamente a la de estos generadores. Se observa como en ambos puntos de equilibrio el modo local 2 desaparece, dado que este surge debido a la interacción entre G1 y G2, ubicados en el área 1.

La salida de un generador viene acompañado de la pérdida de inercia en el sistema eléctrico, por lo que las oscilaciones de potencia incrementan. En el escenario A el sistema permanece estable, pero en el escenario B la estabilidad se ve comprometida dado que el factor de amortiguamiento del modo inter-área es negativo, por lo que ocurrirán oscilaciones de magnitud incremental cuando el sistema sea perturbado. Con base a los resultados de la Tabla 5.1 se puede decir que la ubicación del generador desplazado afecta considerablemente la estabilidad del sistema. Esto es debido a la manera en que se redistribuyen los flujos de potencia, lo cual determina el punto de equilibrio del sistema en función del generador desplazado.

Con la finalidad de validar los resultados reportados en la Tabla 5.1, los modos del sistema en el escenario B son excitados, para los diferentes niveles de penetración de generación fotovoltaica, mediante una falla trifásica, dado que es la más severa y excita un mayor número de componentes modales, aplicada en el nodo 8 durante 3 ciclos. La Figura 5.5 muestra como en $t=5$ s la frecuencia en G4 comienza a oscilar y conforme se incrementa la generación en la planta solar, las oscilaciones tienden a amortiguarse. Este comportamiento se debe a que la inercia y la demanda del sistema permanecen constantes, sin embargo, cuando el nivel de penetración llega a 25 % la salida de operación de G2 trae consigo una condición de inestabilidad como consecuencia de la pérdida de inercia en el sistema. Para mejorar la estabilidad del sistema en el escenario B, la acción de control suplementaria de potencia reactiva provista por el controlador POD_Q es añadida a la planta fotovoltaica. El diseño se hace usando el punto de equilibrio obtenido con 25 % de penetración solar. La señal de control es elegida con base a los FP de ángulos de voltaje mostrados en el gráfico de barras de la Figura 5.6, donde θ_1 es la señal con más participación sobre el modo inter-área.

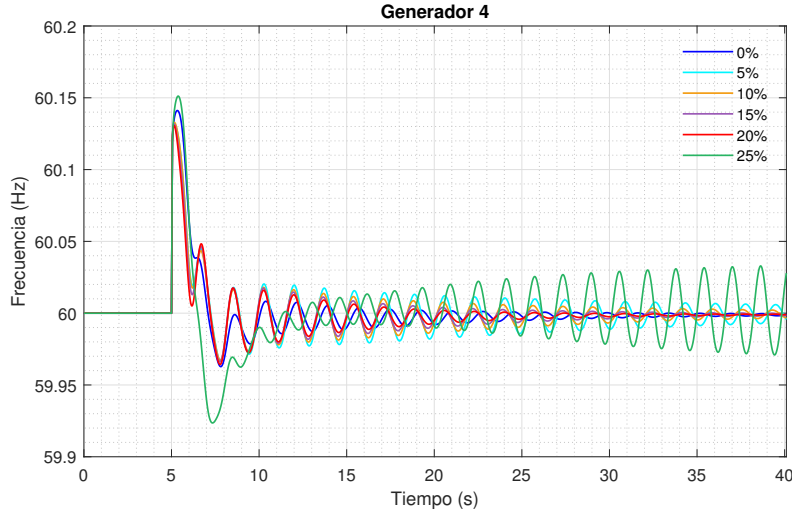


Figura 5.5: Comportamiento de la frecuencia en el escenario B de la Tabla 5.1

La función de transferencia $\frac{\Delta\theta_1}{\Delta V_{POD_Q}}$ tiene un residuo asociado de $1.2522 \angle 58.3622^\circ$ y el ángulo de fase a compensar después de incluir los efectos del filtro pasa bajas junto al washout es obtenido usando la ecuación (3.96). Lo anterior da como resultado un ángulo de $\phi_m = 142.9721^\circ$, con lo que la función de transferencia del controlador POD_Q queda de la siguiente manera,

$$H(s) = K_d \left[\frac{1}{1 + 0.1s} \right] \left[\frac{15.3301s}{1 + 15.3301s} \right] \left[\frac{1 + 1.4970s}{1 + 0.0398s} \right]^2 \quad (5.20)$$

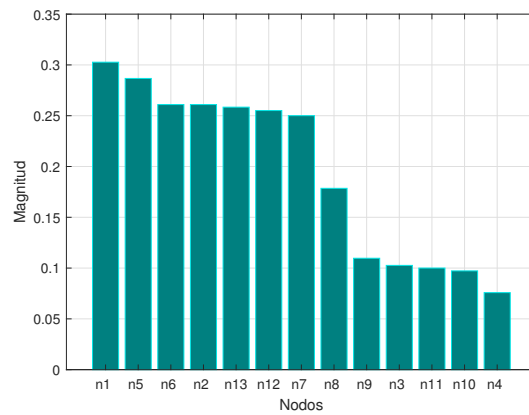


Figura 5.6: FP de ángulos de voltaje sobre el modo inter-área

K_d se selecciona del estudio r-locus mostrado en la Figura 5.7, en la cual se observa el desplazamiento de los eigenvalores para $0 < K_d < 0.02$. El modo inter-área cruza a la región estable al aumentar la ganancia y para un valor de $K_d = 0.0102$ adquiere un factor de amortiguamiento de 10 %. Los demás eigenvalores no se ven afectados negativamente por la acción de control y el sistema se considera estable.

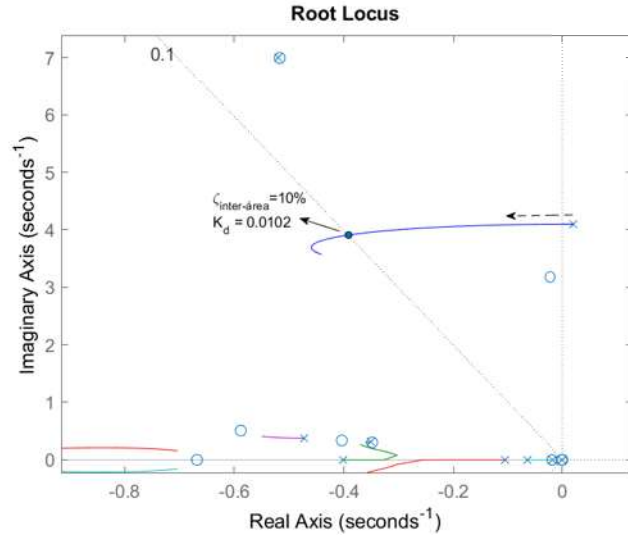


Figura 5.7: r-locus del controlador POD_Q

Como era de esperarse, el controlador POD_Q incrementa el margen de estabilidad en cada nivel de penetración a pesar de haber sido diseñado tomando como base el caso crítico, una penetración del 25 % de generación solar. Lo anterior se demuestra numéricamente en los eigenvalores reportados en la Tabla 5.2. Al aumentar el nivel de penetración, el modo inter-área se aleja de la región inestable mejorando su factor de amortiguamiento.

Tabla 5.2: Efecto del nivel de penetración solar sobre los modos de interés considerando la acción del controlador POD_Q en el escenario B

NP	Tipo	Eigenvalor (λ_i)	Frec. (Hz)	ζ_i (%)	Edos. Dominantes
0 %	Inter-área	$-0.0647 \pm j3.5499$	0.5649	1.82	$\omega_{G3}, \delta_{G3}, \omega_{G1}, \delta_{G1}$
	Local 1	$-0.5205 \pm j6.9984$	1.1138	7.41	$\omega_{G4}, \delta_{G4}, \omega_{G3}, \delta_{G3}$
	Local 2	$-0.6205 \pm j6.8123$	1.0842	9.07	$\omega_{G2}, \delta_{G2}, \omega_{G1}, \delta_{G1}$

Continúa en la siguiente página.

NP	Tipo	Eigenvalor (λ_i)	Frec. (Hz)	ζ_i (%)	Edos. Dominantes
5 %	Inter-área	$-0.1711 \pm j3.6479$	0.5805	4.68	$\omega_{G1}, \omega_{G3}, \delta_{G1}, \delta_{G3}$
	Local 1	$-0.5180 \pm j7.0026$	1.1145	7.37	$\omega_{G4}, \delta_{G4}, \omega_{G3}, \delta_{G3}$
	Local 2	$-0.7152 \pm j6.7173$	1.0690	10.58	$\omega_{G2}, \delta_{G2}, \omega_{G1}, \delta_{G1}$
10 %	Inter-área	$-0.1901 \pm j3.6562$	0.5819	5.19	$\omega_{G1}, \delta_{G1}, \omega_{G3}, \delta_{G3}$
	Local 1	$-0.5170 \pm j7.0032$	1.1145	7.36	$\omega_{G4}, \delta_{G4}, \omega_{G3}, \delta_{G3}$
	Local 2	$-0.8933 \pm j6.5860$	1.0481	13.44	$\omega_{G2}, \delta_{G2}, \omega_{G1}, \delta_{G1}$
15 %	Inter-área	$-0.2184 \pm j3.6403$	0.5793	5.98	$\omega_{G1}, \omega_{G3}, \delta_{G1}, \delta_{G3}$
	Local 1	$-0.5168 \pm j7.0025$	1.1144	7.36	$\omega_{G4}, \delta_{G4}, \omega_{G3}, \delta_{G3}$
	Local 2	$-1.0872 \pm j6.4537$	1.0271	16.61	$\omega_{G2}, \delta_{G2}, \omega_{G1}, \delta_{G1}$
20 %	Inter-área	$-0.2434 \pm j3.6079$	0.5742	6.73	$\omega_{G3}, \delta_{G3}, \omega_{G1}, \delta_{G1}$
	Local 1	$-0.5176 \pm j7.0006$	1.1141	7.37	$\omega_{G4}, \delta_{G4}, \omega_{G3}, \delta_{G3}$
	Local 2	$-1.1690 \pm j6.3833$	1.0159	18.01	$\omega_{G2}, \delta_{G2}, \omega_{G1}, \delta_{G1}$
25 %	Inter-área	$-0.3942 \pm j3.9062$	0.6217	10.04	$\omega_{G1}, \delta_{G1}, \omega_{G3}, \delta_{G3}$
	Local 1	$-0.5213 \pm j7.0009$	1.1142	7.42	$\omega_{G4}, \delta_{G4}, \omega_{G3}, \delta_{G3}$

La simulación transitoria descrita en secciones anteriores es realizada nuevamente para validar los resultados mostrados en la Tabla (5.2). Los resultados del perfil de frecuencia de G4 para diferentes niveles de penetración de generación fotovoltaica son mostrados en la Figura 5.8. Estos resultados confirman que las oscilaciones de frecuencia se estabilizan mucho más rápido mientras aumenta el nivel de penetración de la planta solar, alcanzando el factor de amortiguamiento máximo cuando G2 sale de operación. Esto último es debido a que el diseño del POD fue realizado para este punto operativo.

Por último, las señales de frecuencia de G4 mostradas en la Figura 5.8 son procesadas mediante el método de Prony con el fin de identificar el modo inter-área. Para ello se considera un número de muestras $N = 5,985$ y un número de funciones exponenciales amortiguadas $L = 1,995$. En este caso, el modo inter-área ha sido identificado y reportado en la Tabla 5.3 para cada nivel de penetración. Al comparar estos resultados con los reportados en la Tabla 5.2 se concluye que los valores de frecuencia y nivel de amortiguamiento obtenidos por el método de Prony y el AEPS son muy parecidos. Así mismo, también se valida que conforme el nivel de penetración es mayor, la oscilación se amortigua más rápido por la acción del controlador POD_Q instalado.

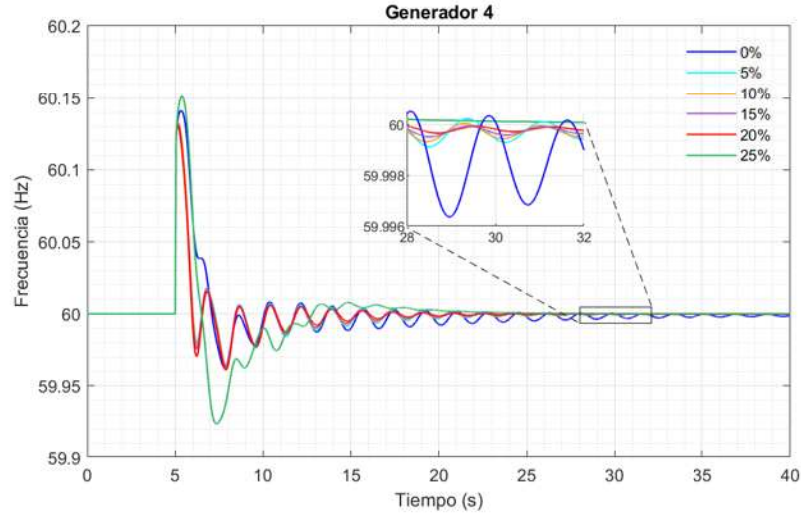


Figura 5.8: Amortiguamiento de la oscilación de frecuencia en el caso B de la Tabla 5.1

Tabla 5.3: Identificación del modo inter-área mediante el método de Prony

Fuente de la señal		Eigenvalor (λ_i)	Frec. (Hz)	ζ_i (%)
NP	0 %	$-0.0970 \pm j3.5508$	0.5651	2.73
	5 %	$-0.1718 \pm j3.6486$	0.5806	4.70
	10 %	$-0.1906 \pm j3.6570$	0.5820	5.20
	15 %	$-0.2187 \pm j3.6409$	0.5794	5.99
	20 %	$-0.2445 \pm j3.6088$	0.5743	6.75
	25 %	$-0.4069 \pm j3.6571$	0.5820	11.06

5.4.2. Sistema de 10 máquinas, 39 nodos

Como se ilustra en la Figura 5.9, una planta solar de 147 MW correspondiente al 2.4% de la generación total del sistema, se conecta en el nodo 29 de manera similar a lo reportado en [Soni, 2014]. Este sistema de potencia, descrito en la sección 4.3.2, contiene los modos locales e inter-área reportados en la Tabla 4.5.

La planta solar entra en operación manteniendo una magnitud de voltaje de 1 p.u. en terminales del inversor, mientras que el generador G9 reduce su generación de potencia activa en 147 MW. Como consecuencia, el modo inter-área aumenta su frecuencia de oscilación, pero el modo local 1 se ve claramente afectado moviéndose en dirección de

la región inestable. En este nuevo punto de equilibrio se obtienen los modos de oscilación reportados en la Tabla 5.4, donde se observa que el sistema continúa siendo estable desde el punto de vista del análisis de pequeña señal.

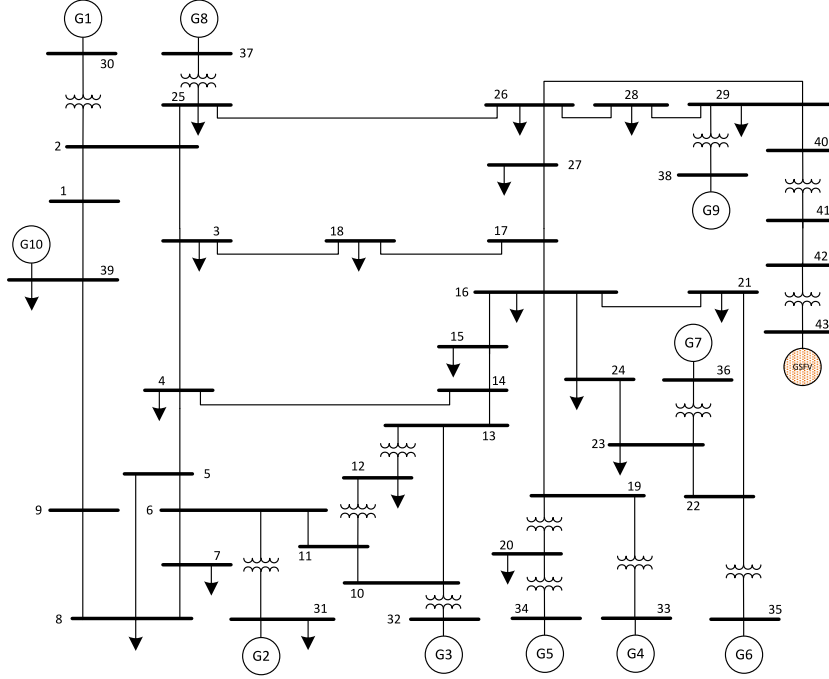


Figura 5.9: Sistema de 39 nodos con penetración de energía solar

Tabla 5.4: Efecto de 2.4 % de generación fotovoltaica sobre los modos de interés

Modo	Eigenvalor (λ_i)	Frec. (Hz)	ζ_i (%)	FPs	Edos. Dominantes
Inter-área	$-0.0894 \pm j4.2865$	0.6822	2.08	0.1841, 0.0552	$[\omega_{G1}, \delta_{G1}], [\omega_{G5}, \delta_{G5}]$
Local 1	$-0.0444 \pm j6.5465$	1.0419	0.67	0.3949, 0.0432	$[\omega_{G9}, \delta_{G9}], [\omega_{G5}, \delta_{G5}]$
Local 2	$-0.0885 \pm j6.2905$	1.0011	1.40	0.1830, 0.0958	$[\omega_{G2}, \delta_{G2}], [\omega_{G3}, \delta_{G3}]$
Local 3	$-0.2058 \pm j7.1459$	1.1373	2.87	0.1874, 0.1650	$[\omega_{G5}, \delta_{G5}], [\omega_{G6}, \delta_{G6}]$
Local 4	$-0.1460 \pm j7.3909$	1.1763	1.97	0.2014, 0.1954	$[\omega_{G2}, \delta_{G2}], [\omega_{G3}, \delta_{G3}]$
Local 5	$-0.0894 \pm j7.4615$	1.1875	1.19	0.3278, 0.1275	$[\omega_{G10}, \delta_{G10}], [\omega_{G3}, \delta_{G3}]$
Local 6	$-0.3657 \pm j8.8269$	1.4048	4.14	0.2795, 0.1767	$[\omega_{G7}, \delta_{G7}], [\omega_{G6}, \delta_{G6}]$
Local 7	$-0.3224 \pm j8.7764$	1.3968	3.67	0.2758, 0.1509	$[\omega_{G8}, \delta_{G8}], [\omega_{G4}, \delta_{G4}]$
Local 8	$-0.3158 \pm j8.7052$	1.3854	3.62	0.2259, 0.1482	$[\omega_{G4}, \delta_{G4}], [\omega_{G8}, \delta_{G8}]$

En este caso de estudio y con el propósito de comparar el desempeño en el amortiguamiento de oscilaciones de potencia, se contempla colocar el controlador POD para el

control de potencia activa y potencia reactiva. Por lo tanto, ambos controladores son diseñados tomando la misma señal de control, que para este caso será la potencia activa en líneas de transmisión. Basándose en los FP presentados en la Figura 5.10, $P_{L(2,3)}$ tiene el mayor FP; sin embargo, la selección de esta potencia se descarta porque el sistema se vuelve inestable antes de proveer al modo inter-área del factor de amortiguamiento requerido. De tal manera, en lugar de utilizar la potencia $P_{L(2,3)}$ se utiliza como señal de control la potencia $P_{L(2,25)}$.

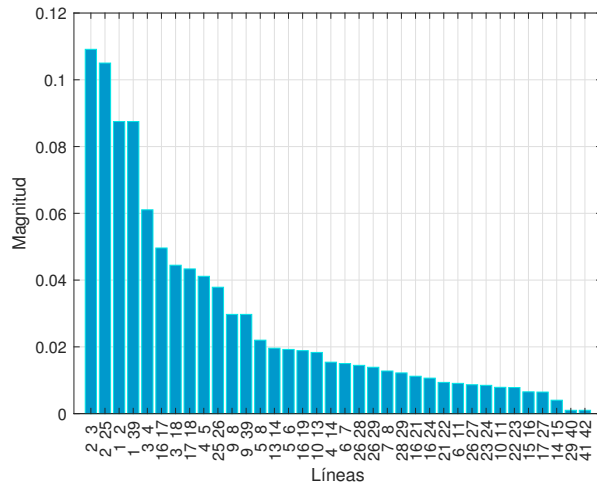


Figura 5.10: FP de la potencia activa en líneas de transmisión

- Para el diseño del controlador POD_P , se toma en cuenta el residuo de la función de transferencia $\frac{\Delta P_{L(2,25)}}{\Delta POD_P}$ que está dado por $R_i = 0.2950 \angle 99.58^\circ$. Considerando los efectos del washout y el filtro pasa bajas se obtiene el ángulo de fase $\phi_m = 102.8925^\circ$ que será proporcionado por los bloques de adelanto-atraso. El análisis anterior da como resultado la siguiente función de transferencia,

$$H(s) = K_d \left[\frac{1}{1 + 0.1s} \right] \left[\frac{14.6579s}{1 + 14.6579s} \right] \left[\frac{1 + 0.6670s}{1 + 0.0816s} \right]^2 \quad (5.21)$$

La ganancia del controlador es seleccionada del análisis r-locus mostrado en la Figura 5.11 para el movimiento de los eigenvalores cuando K_d varía desde 0 hasta 0.3. El máximo factor de amortiguamiento para el modo inter-área se obtiene con $K_d = 0.18$.

Debe de observarse que para un valor de ganancia mayor el eigenvalor asociado al modo inter-área cambia la dirección de su movimiento, y al igual que el modo local 8 se dirige a la región inestable.

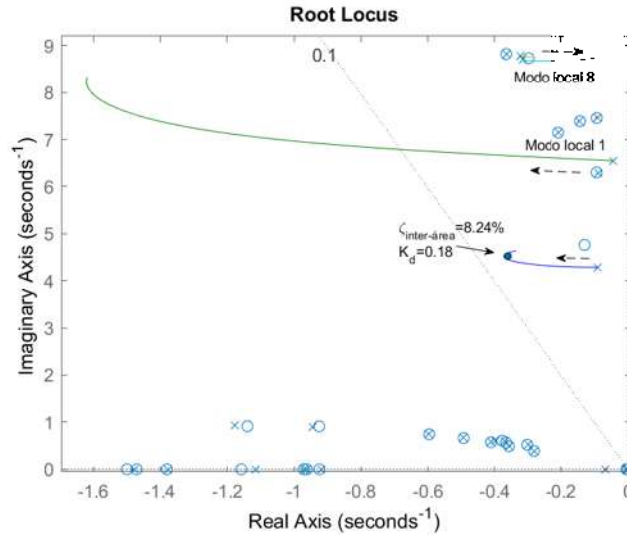
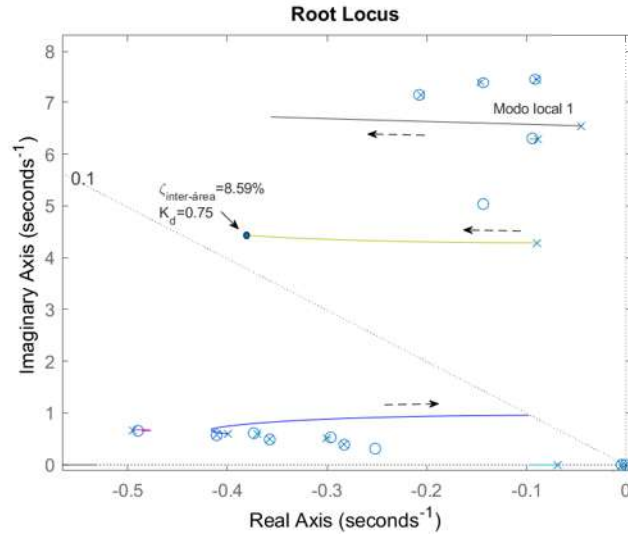


Figura 5.11: r-locus del controlador POD_P

- En el caso del diseño del controlador POD_Q se hace uso del residuo $R_i = 1.4852 \angle -99.99^\circ$ correspondiente a la función de transferencia $\frac{\Delta P_{L(2,25)}}{\Delta POD_Q}$ para calcular el ángulo de fase a compensar. Después de incluir los efectos del washout y el filtro pasa baja, el ángulo de fase es dado por $\phi_m = -57.5223^\circ$, con lo que la función de transferencia queda de la siguiente manera,

$$H(s) = K_d \left[\frac{1}{1 + 0.1s} \right] \left[\frac{14.6579s}{1 + 14.6579s} \right] \left[\frac{1 + 0.1381s}{1 + 0.3942s} \right]^2 \quad (5.22)$$

La ganancia se elige con base al r-locus de la Figura 5.12, la cual muestra el desplazamiento de los eigenvalores al variar K_d desde 0 hasta 0.75, valor con el cual el modo inter-área adquiere un amortiguamiento de 8.59 %, teniendo un efecto positivo en el modo local 1. No obstante, si la ganancia aumenta, el sistema se volvería inestable porque un modo de oscilación cruzaría al semiplano derecho.

Figura 5.12: r-locus del controlador POD_Q

En la Tabla 5.5 se resumen los valores de los modos de oscilación locales e inter-área para dos escenarios operativos. En el escenario A se considera el controlador POD_P , mientras que en el escenario B se considera el controlador POD_Q . En ambos escenarios el modo inter-área se encuentra bien amortiguado y no representa problema alguno para la estabilidad del sistema de potencia. El modo local 1 también resulto beneficiado por la acción de los controladores, mejorando su factor de amortiguamiento, siendo mayor a 5 % en ambos escenarios. Lo anterior se debe a que la planta solar y el generador desplazado G9, que tiene un alto factor de participación sobre el modo local 1, están inyectando potencia al mismo nodo de conexión, es decir, al nodo 29.

Tabla 5.5: Efecto de los controladores PODs en plantas solares

Modo		Eigenvalor (λ_i)	Frec. (Hz)	ζ_i (%)	FPs	Edos. Dominantes
Inter-área	A	$-0.3722 \pm j4.5032$	0.7167	8.24	0.1254, 0.0571	$[\omega_{G1}, \delta_{G1}], [\omega_{G5}, \delta_{G5}]$
	B	$-0.3822 \pm j4.4339$	0.7056	8.58	0.1380, 0.0535	
Local 1	A	$-1.5337 \pm j7.6790$	1.2221	19.58	0.2504, 0.0955	$[\omega_{G9}, \delta_{G9}], [\omega_{G8}, \delta_{G8}]$
	B	$-0.3564 \pm j6.7186$	1.0693	5.29	0.3592, 0.0285	$[\omega_{G9}, \delta_{G9}], [x_{k_{iq}}]$
Local 2	A	$-0.0945 \pm j6.2992$	1.0025	1.50	0.1611, 0.1179	$[\omega_{G2}, \delta_{G2}], [\omega_{G5}, \delta_{G5}]$
	B	$-0.0972 \pm j6.2969$	1.0021	1.54	0.1674, 0.1105	

Continúa en la siguiente página.

Modo		Eigenvalor (λ_i)	Frec. (Hz)	ζ_i (%)	FPs	Edos. Dominantes
Local 3	A	$-0.2088 \pm j7.1449$	1.1371	2.92	0.1891, 0.1638	$[\omega_{G5}, \delta_{G5}], [\omega_{G6}, \delta_{G6}]$
	B	$-0.2065 \pm j7.1476$	1.1375	2.88	0.1834, 0.1653	
Local 4	A	$-0.1443 \pm j7.3858$	1.1754	1.95	0.2037, 0.1714	$[\omega_{G2}, \delta_{G2}], [\omega_{G3}, \delta_{G3}]$
	B	$-0.1472 \pm j7.3901$	1.1761	1.99	0.2040, 0.1918	
Local 5	A	$-0.0971 \pm j7.4566$	1.1867	1.30	0.3081, 0.1474	$[\omega_{G10}, \delta_{G10}], [\omega_{G3}, \delta_{G3}]$
	B	$-0.0922 \pm j7.4632$	1.1878	1.23	0.3255, 0.1297	
Local 6	A	$-0.3657 \pm j8.8266$	1.4047	4.14	0.2796, 0.1774	$[\omega_{G7}, \delta_{G7}], [\omega_{G6}, \delta_{G6}]$
	B	$-0.3661 \pm j8.8268$	1.4048	4.14	0.2782, 0.1775	
Local 7	A	$-0.1703 \pm j8.6944$	1.3837	1.95	0.2887, 0.1238	$[\omega_{G8}, \delta_{G8}], [\omega_{G9}, \delta_{G9}]$
	B	$-0.3111 \pm j8.6910$	1.3832	3.57	0.2003, 0.1820	$[\omega_{G8}, \delta_{G8}], [\omega_{G4}, \delta_{G4}]$
Local 8	A	$-0.2895 \pm j8.7449$	1.3917	3.30	0.3218, 0.0634	$[\omega_{G4}, \delta_{G4}], [\omega_{G5}, \delta_{G5}]$
	B	$-0.3190 \pm j8.7702$	1.3958	3.63	0.2258, 0.1899	$[\omega_{G8}, \delta_{G8}], [\omega_{G4}, \delta_{G4}]$

Los resultados anteriores son validados mediante un estudio de estabilidad transitoria, en el que se aplica una falla trifásica en el nodo 1 en $t=5$ s, que se libera después de tres ciclos. En la Figura 5.13 se observa que, el incluir generación solar en el sistema de potencia mejora ligeramente el amortiguamiento de la oscilación de frecuencia, en el caso del generador 1, en comparación con el escenario donde solo se tiene generación convencional.

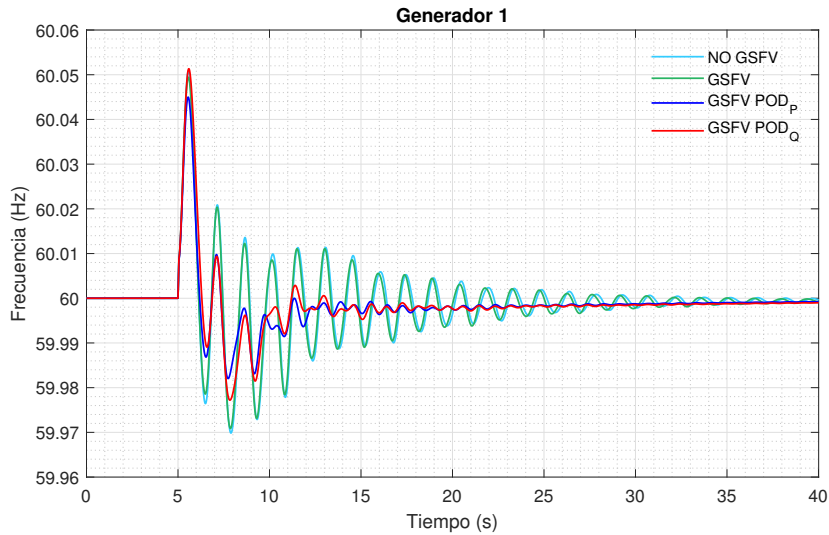


Figura 5.13: Amortiguamiento de la oscilación de frecuencia

Una mejora evidente puede observarse al instalar el controlador POD, ya sea para el control de potencia activa o potencia reactiva, tal como se describe en la sección 5.2.2, en estos escenarios, la oscilación se amortigua y su amplitud se reduce considerablemente a medida que transcurre el tiempo de simulación. A simple vista, no puede distinguirse con cual de ambos esquemas de control se obtienen los mejores resultados, dado que con cualquiera de ellos se cumple el propósito de mejorar la estabilidad del sistema de potencia. Sin embargo, en la literatura es más común observar que la acción de control para el amortiguamiento de oscilaciones se implemente para el control de potencia reactiva en lugar del control de potencia activa, lo cual se debe a que este último requiere que la planta solar cuente con dispositivos de almacenamiento, tales como baterías, lo que resulta costoso desde el punto de vista económico [Hoke y Maksimović, 2013]. A manera de comprobación del tipo de oscilaciones presentes en el sistema bajo estudio, se procesan las señales de frecuencia mostradas en la Figura 5.13 para identificar la oscilación inter-área en cada escenario operativo. En este caso, el número de muestras seleccionado es $N = 5,985$ y el número de funciones exponenciales amortiguadas es $L = 1,995$. Los resultados de este análisis, mostrados en la Tabla 5.6, revelan que en cada escenario el modo inter-área es excitado y forma parte de la señal de frecuencia, por lo que pudo ser identificado. Como era de esperarse, la presencia del controlador POD incrementa el factor de amortiguamiento del modo inter-área, mejorando la estabilidad del sistema de potencia.

Tabla 5.6: Identificación del modo inter-área mediante el método de Prony

Fuente de la señal		Eigenvalor (λ_i)	Frec. (Hz)	ζ_i (%)
Escenarios	NO GSFV	$-0.1252 \pm j4.2560$	0.6773	2.94
	GSFV	$-0.1234 \pm j4.2861$	0.6821	2.87
	GSFV POD_P	$-0.4127 \pm j4.5010$	0.7163	9.13
	GSFV POD_Q	$-0.3622 \pm j4.3745$	0.6962	8.25

5.4.3. Sistema de 16 máquinas, 68 nodos

En este sistema de potencia se conectan dos plantas solares como se muestra en la Figura 5.14, cada una con capacidad de generación de 300 MW, correspondiente al 1.63 % de la generación total del sistema, y con una magnitud de voltaje regulado en 1.0 p.u. en

terminales de los inversores. El sistema contiene los modos inter-área reportados en la Tabla 4.9 cuando no hay conexión de plantas solares.

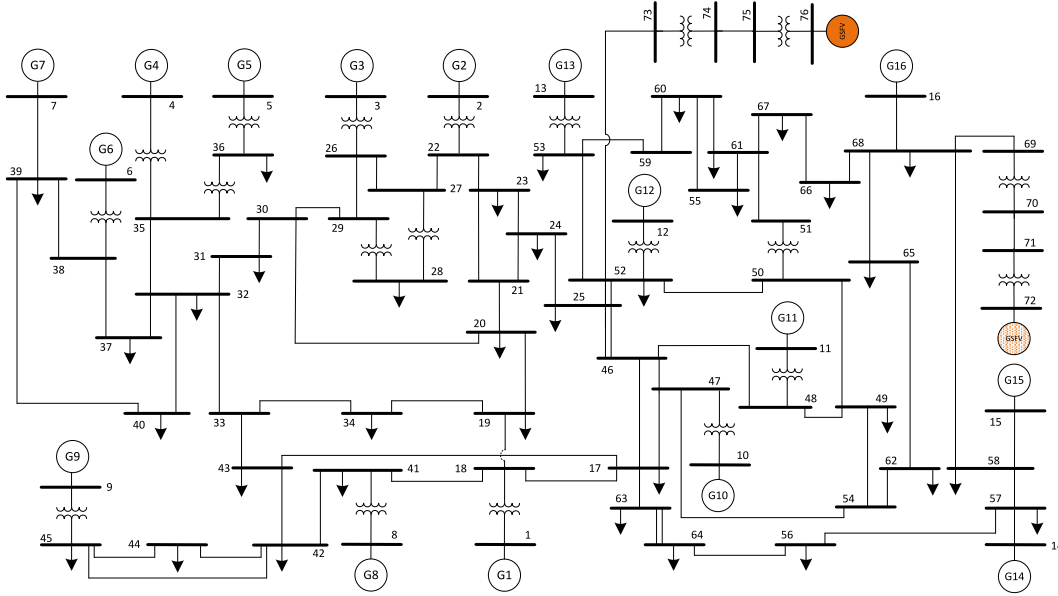


Figura 5.14: Sistema de 16 máquinas, 68 nodos con penetración de energía solar

Al entrar en operación la primera planta solar, en el nodo 68, el generador G16 disminuye en la misma proporción su generación de potencia activa, con lo cual se nota una ligera mejora en el factor de amortiguamiento de los modos inter-área 1 y 3, tal como se muestra en la Tabla 5.7. Sin embargo, al conectarse la segunda planta solar, en el nodo 52, G12 ve desplazada su generación en 300 MW y el modo inter-área 2 se ve afectado al haber un cambio en su frecuencia de oscilación.

Tabla 5.7: Efecto del nivel de penetración solar sobre los modos inter-área.

Pot.	Tipo	Eigenvalor (λ_i)	Frec. (Hz)	ζ_i (%)	FPS	Edos. Dominantes
300 MW	Inter-área 1	$-0.1929 \pm j4.9842$	0.7932	3.86	0.3038, 0.1282	$[\omega_{G15}, \delta_{G15}], [\omega_{G14}, \delta_{G14}]$
	Inter-área 2	$-0.1171 \pm j4.3379$	0.6903	2.70	0.1709, 0.0498	$[\omega_{G13}, \delta_{G13}], [\omega_{G6}, \delta_{G6}]$
	Inter-área 3	$-0.0255 \pm j3.3078$	0.5264	0.77	0.2628, 0.1943	$[\omega_{G16}, \delta_{G16}], [\omega_{G14}, \delta_{G14}]$
	Inter-área 4	$-0.1576 \pm j2.5107$	0.3995	6.26	0.1422, 0.0828	$[\omega_{G13}, \delta_{G13}], [\omega_{G15}, \delta_{G15}]$
600 MW	Inter-área 1	$-0.1929 \pm j4.9837$	0.7931	3.86	0.3040, 0.1282	$[\omega_{G15}, \delta_{G15}], [\omega_{G14}, \delta_{G14}]$
	Inter-área 2	$-0.1150 \pm j4.3297$	0.6890	2.65	0.1724, 0.0495	$[\omega_{G13}, \delta_{G13}], [\omega_{G6}, \delta_{G6}]$
	Inter-área 3	$-0.0255 \pm j3.3053$	0.5260	0.77	0.2624, 0.1948	$[\omega_{G16}, \delta_{G16}], [\omega_{G14}, \delta_{G14}]$
	Inter-área 4	$-0.1575 \pm j2.5074$	0.3990	6.27	0.1426, 0.0826	$[\omega_{G13}, \delta_{G13}], [\omega_{G15}, \delta_{G15}]$

En la Tabla 5.7 se observa que existen al menos tres modos inter-área pobremente amortiguados, por lo que se procede a diseñar los controladores PODs para el control de potencia reactiva en ambas plantas solares, usando los ángulos de voltaje como señal estabilizadora.

- El primer controlador, referido como $POD1_Q$, es instalado en la planta solar del nodo 68 y se diseña para amortiguar el modo inter-área 3 que presenta el factor de amortiguamiento más bajo. De los FP mostrados en la Figura 5.15, se elige θ_{16} como señal de control. El residuo obtenido al emplear esta señal es $R_i = 0.0389 \angle 105.2971^\circ$, con el cual se obtiene el ángulo de fase a compensar $\phi_m = 92.1256^\circ$ después de haber incluido los efectos de washout y el filtro pasa bajas. La función de transferencia del controlador queda entonces de la siguiente manera,

$$H(s) = K_d \left[\frac{1}{1 + 0.1s} \right] \left[\frac{19.0089s}{1 + 19.0089s} \right] \left[\frac{1 + 0.7500s}{1 + 0.1220s} \right]^2 \quad (5.23)$$

Para seleccionar el valor de ganancia que nos proporcione un factor de amortiguamiento de 10 % se utiliza la herramienta r-locus, con la que se puede observar el movimiento de los eigenvalores mostrado en la Figura 5.16 al variar la ganancia desde 0 hasta 2.

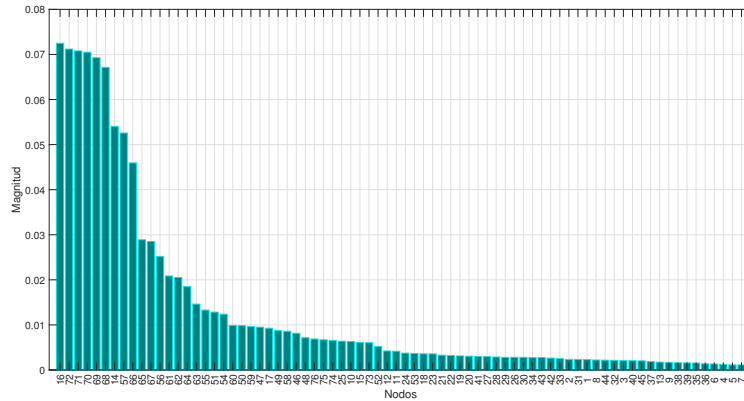


Figura 5.15: FP de ángulos de voltaje sobre el modo inter-área 3

De este análisis se concluye que la utilización de un valor de ganancia $K_d = 1.38$ logra proveer el factor de amortiguamiento deseado al modo inter-área 3, pero también

se tienen desplazamientos de los demás modos inter-área, lo que resulta beneficioso porque se han alejado de la región inestable. Lo anterior se reporta en la Tabla 5.8, donde se observa que ahora tres modos inter-área se encuentran bien amortiguados, no obstante, el modo inter-área 2 aún posee un bajo factor de amortiguamiento, por lo que un segundo controlador POD es requerido.

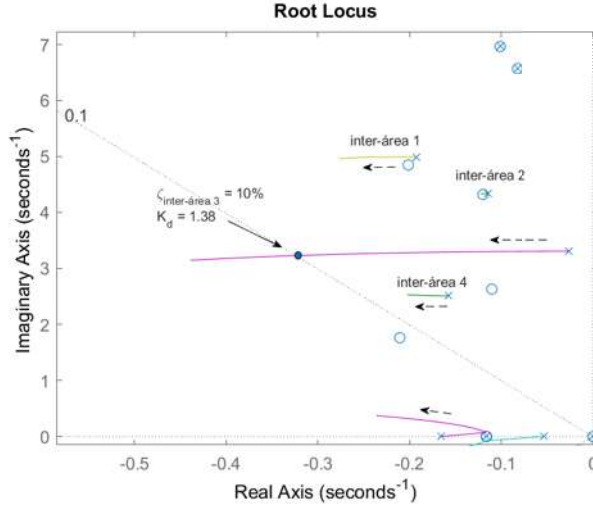


Figura 5.16: r-locus del controlador $POD1_Q$

- Con la finalidad de incrementar el factor de amortiguamiento del modo inter-área 2, se conecta un amortiguador de oscilaciones de potencia, denominado $POD2_Q$, en la planta solar conectada al nodo 52. El punto de equilibrio en el cual se realiza el análisis está definido por la presencia de ambas plantas solares con el controlador $POD1_Q$ integrado al sistema. La señal de entrada se obtiene de los FP mostrados en la Figura 5.17, descartando el uso de θ_{13} , pues el sistema se vuelve inestable conforme aumenta la ganancia del controlador. Por este motivo, el residuo $R_i = 0.005 \angle 107.2532^\circ$, usado para sintonizar los parámetros del controlador, fue obtenido de la función de transferencia $\frac{\Delta\theta_{53}}{\Delta POD2_Q}$.

Haciendo uso de la expresión (3.96) encontramos el ángulo de fase a compensar, cuyo valor es $\phi_m = 95.5031^\circ$. De esta manera, la función de transferencia del controlador es como sigue,

$$H(s) = K_d \left[\frac{1}{1 + 0.1s} \right] \left[\frac{14.5105s}{1 + 14.5105s} \right] \left[\frac{1 + 0.6001s}{1 + 0.0889s} \right]^2 \quad (5.24)$$

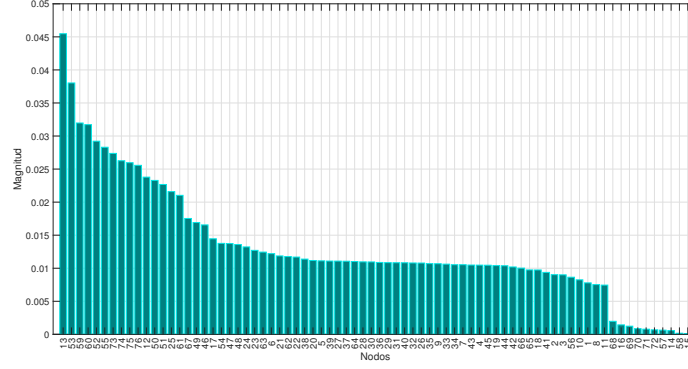


Figura 5.17: FP de ángulos de voltaje sobre el modo inter-área 2

En el r-locus de la Figura 5.18 se observa el desplazamiento de los modos cuando K_d varía desde 0 hasta 10, seleccionándose la ganancia en un valor de 3.44, para proveer un factor de amortiguamiento de 5 % al modo inter-área 2. Como consecuencia de esta acción de control, el modo inter-área 4 se aleja mucho más de la región inestable, y los demás modos inter-área adquieren los valores resumidos en la Tabla 5.8.

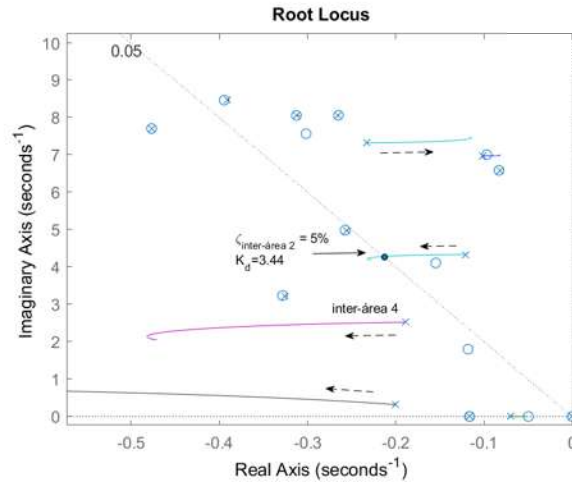


Figura 5.18: r-locus del controlador POD2_Q

En la Tabla 5.8 se observa que ahora todos los modos inter-área están bien amortiguados al ser $\zeta_i \geq 5\%$, $i = 1, 2, 3, 4$. Con esto, el sistema es capaz de amortiguar las oscilaciones de potencia rápidamente después de haberse presentado una pequeña perturbación.

Tabla 5.8: Efecto de los controladores *PODs* en el sistema

Ctrls.	Tipo	Eigenvalor (λ_i)	Frec. (Hz)	ζ_i (%)	FPs	Edos. Dominantes
$POD1_Q$	Inter-área 1	$-0.2563 \pm j4.9755$	0.7918	5.14	0.2888, 0.1226	$[\omega_{G15}, \delta_{G15}]$, $[\omega_{G14}, \delta_{G14}]$
	Inter-área 2	$-0.1206 \pm j4.3301$	0.6891	2.78	0.1721, 0.0493	$[\omega_{G13}, \delta_{G13}]$, $[\omega_{G6}, \delta_{G6}]$
	Inter-área 3	$-0.3259 \pm j3.2264$	0.5135	10.05	0.2187, 0.1472	$[\omega_{G16}, \delta_{G16}]$, $[\omega_{G14}, \delta_{G14}]$
	Inter-área 4	$-0.1890 \pm j2.5193$	0.4009	7.48	0.1358, 0.0816	$[\omega_{G13}, \delta_{G13}]$, $[\omega_{G15}, \delta_{G15}]$
$PODs$	Inter-área 1	$-0.2540 \pm j4.9779$	0.7922	5.09	0.2874, 0.1218	$[\omega_{G15}, \delta_{G15}]$, $[\omega_{G14}, \delta_{G14}]$
	Inter-área 2	$-0.2142 \pm j4.2776$	0.6808	5.00	0.1280, 0.0502	$[\omega_{G13}, \delta_{G13}]$, $[\omega_{G6}, \delta_{G6}]$
	Inter-área 3	$-0.3249 \pm j3.2291$	0.5139	10.01	0.2182, 0.1476	$[\omega_{G16}, \delta_{G16}]$, $[\omega_{G14}, \delta_{G14}]$
	Inter-área 4	$-0.4063 \pm j2.3633$	0.3761	16.94	0.0996, 0.0734	$[\omega_{G13}, \delta_{G13}]$, $[\omega_{G15}, \delta_{G15}]$

Para comprobar los resultados obtenidos del análisis de pequeña señal, el sistema es perturbado por una falla trifásica que tiene lugar en el nodo 65 en $t=5$ s y es liberada después de tres ciclos. El comportamiento dinámico de la frecuencia en G16, obtenido del análisis de estabilidad transitoria, se muestra en la Figura 5.19, donde se observan mejores resultados cuando todos los modos inter-área se encuentran bien amortiguados.

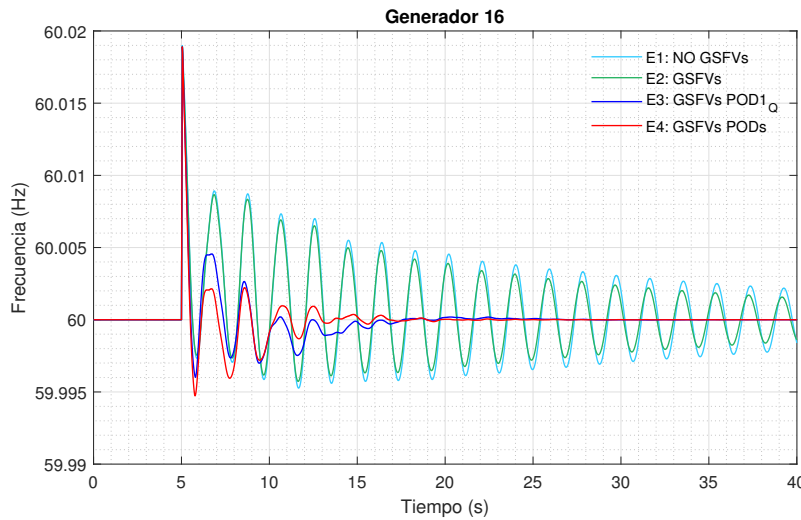


Figura 5.19: Amortiguamiento de la oscilación de frecuencia

Por último y tal como se ha realizado en casos anteriores, se aplica el análisis de Prony para identificar los modos inter-área en las señales mostradas en la Figura 5.19, considerando un número de muestras $N = 5,985$ y un número de funciones exponenciales amortiguadas $L = 1,995$. La identificación del modo inter-área fue posible en cada escenario y los resultados obtenidos se resumen en la Tabla 5.9. En los escenarios 1 y 2 solo el modo inter-área 4 se encuentra bien amortiguado. Para el escenario 3 solo el modo inter-área 2 tiene bajo factor de amortiguamiento. Finalmente, en el escenario 4 todos los modos inter-área presentan factores de amortiguamiento mayores a 5 %, lo que concuerda con los resultados de la Tabla 5.8.

Tabla 5.9: Identificación de los modos inter-área mediante el método de Prony

Fuente de la señal		Eigenvalor (λ_i)	Frec. (Hz)	ζ_i (%)
Inter-área 1	E1	$-0.2024 \pm j4.9861$	0.7935	4.05
	E2	$-0.2049 \pm j4.9867$	0.7936	4.10
	E3	$-0.2688 \pm j4.9660$	0.7903	5.40
	E4	$-0.2633 \pm j4.9766$	0.7920	5.28
Inter-área 2	E1	$-0.1523 \pm j4.3481$	0.6920	3.50
	E2	$-0.1471 \pm j4.3361$	0.6901	3.39
	E3	$-0.1553 \pm j4.2898$	0.6827	3.61
	E4	$-0.2426 \pm j4.2896$	0.6827	5.64
Inter-área 3	E1	$-0.0344 \pm j3.2973$	0.5247	1.04
	E2	$-0.0436 \pm j3.3067$	0.5262	1.32
	E3	$-0.3586 \pm j3.2266$	0.5135	11.04
	E4	$-0.3438 \pm j3.2241$	0.5131	10.60
Inter-área 4	E1	$-0.1830 \pm j2.4998$	0.3978	7.30
	E2	$-0.1824 \pm j2.5055$	0.3987	7.26
	E3	$-0.2147 \pm j2.5121$	0.3998	8.51
	E4	$-0.4209 \pm j2.3452$	0.3732	17.66

5.5. Conclusiones

De acuerdo con los casos de estudio realizados en este capítulo, el incremento de la generación solar afecta la estabilidad de pequeña señal del sistema de potencia. Una de las principales razones es el desplazamiento de la generación convencional, que trae consigo el reajuste de los flujos de potencia. Si un generador convencional sale de operación, la inercia del sistema disminuye e incrementan las oscilaciones de potencia, como fue el caso del sistema de dos áreas, esto se debe a que las plantas solares usan tecnología basada

en inversores y no contienen componentes rotacionales, por lo que no almacenan energía cinética que ayude en la regulación de frecuencia. Los casos de estudio para los sistemas de 39 y 68 nodos revelaron que, si los generadores convencionales se mantienen operando la penetración de energía solar mejora la estabilidad del sistema. Esto es debido a que la inercia y la demanda del sistema permanecen constantes, como consecuencia los modos inter-área aumentan su factor de amortiguamiento; si la inercia del sistema se ve reducida sucede lo contrario, es decir, las oscilaciones incrementan y se puede caer en una condición de inestabilidad, como fue el caso del sistema de dos áreas. Una solución a este problema sería reemplazar la generación convencional con alguna otra que posea masa giratoria, ya que ayudaría a conservar la energía cinética que es liberada o almacenada dependiendo de la demanda en el sistema de potencia.

En cada caso de estudio, la solución al problema de estabilidad se abordó considerando una señal estabilizadora proveniente del controlador POD para el amortiguamiento de los modos de oscilación inter-área. En el sistema de 39 nodos, se observó que el controlador POD puede ser usado tanto para el control de potencia activa como potencia reactiva, en ambos casos, se cumple el objetivo de amortiguar las oscilaciones de potencia. La elección correcta de la señal de control juega un papel importante. Aunque la señal utilizada presente buenos resultados para el modo de oscilación seleccionado, se debe tener en cuenta que el desplazamiento de otros modos puede volver inestable al sistema. Es por esto que la ganancia se selecciona asegurando la estabilidad del sistema en el nuevo punto de equilibrio.

Capítulo 6

Conclusiones generales y trabajos futuros

6.1. Conclusiones generales

Esta tesis versa sobre técnicas matemáticas para el modelado, análisis y control del problema de estabilidad de pequeña señal en sistemas eléctricos de potencia. Este problema surge por las oscilaciones electromecánicas entre generadores conectados al sistema eléctrico y se manifiesta mediante oscilaciones de la potencia eléctrica que fluye a través de líneas de transmisión. El tiempo de duración, la amplitud y la frecuencia de estas oscilaciones depende del tipo de perturbación que ocurre en el sistema y las diferentes componentes modales que son excitadas.

La detección del problema de estabilidad de señal pequeña se realizó a través del análisis modal del modelo linealizado del SEP, el cual permitió la identificación de diferentes modos de oscilaciones electromecánicas. En este contexto, se prestó principal interés en los modos inter-área, pues estos originan que grupos de generadores localizados en diferentes áreas geográficas oscilen entre sí, lo que produce estrés mecánico en sus rotores. Lo anterior también da lugar a oscilaciones de flujo de potencia a través de líneas de transmisión y enlaces entre áreas de control, las cuales deben ser amortiguadas tan pronto como sea posible, ya que son peligrosas para la estabilidad del sistema e inclusive pueden llevarlo al

colapso.

Con la finalidad de mejorar la estabilidad del sistema ante pequeños disturbios, se consideró el uso de las variables algebraicas tales como voltajes nodales y flujos de potencia activa. Esta metodología fue aplicada para la ubicación de un CEV, llegando a la conclusión de que este dispositivo aumenta el margen de estabilidad ante pequeños disturbios si se encuentra bien posicionado en el sistema de potencia. Una de las principales razones por la que esto sucede, es la redistribución de los flujos de potencia. Si bien se mejoran ligeramente los factores de participación de los modos inter-área, no es suficiente para considerarlos bien amortiguados. Este problema fue resuelto incluyendo un controlador POD en el esquema de control del CEV.

De igual manera, se llevaron a cabo estudios considerando plantas solares para evaluar su impacto sobre la estabilidad de pequeña señal del SEP. De los resultados obtenidos para los casos de estudio analizados, se observó que la penetración de este tipo de energía renovable ayuda a mejorar esta estabilidad siempre que no se desplace en su totalidad la generación convencional. Si este escenario se presenta, los modos locales asociados al generador desplazado desaparecen, pero las oscilaciones tienden a incrementar porque la inercia equivalente del sistema se ve reducida. Para amortiguar las oscilaciones de potencia en sistemas que incluyen plantas solares, se contempló el controlador POD para el control de potencia activa y reactiva, logrando en ambos casos mejorar el amortiguamiento de los modos inter-área.

De acuerdo a los casos de estudios presentados, se observó que la señal de entrada para el controlador POD debe elegirse con sumo cuidado, principalmente porque en ocasiones afecta a otros modos de oscilación conforme la ganancia del controlador aumenta. Existen varias maneras de evaluar el desempeño de las señales para el amortiguamiento de oscilaciones, en esta tesis se hizo uso de los factores de participación de variables algebraicas, con los cuales fue posible elegir la señal de control.

Ya con los modos inter-área bien amortiguados, se validaron los resultados obtenidos del análisis de pequeña señal mediante simulaciones transitorias en TSAT, donde se observó como la oscilación de frecuencia se estabiliza rápidamente, evitando que las máquinas oscilen durante periodos más amplios de tiempo. Finalmente, en cada caso de estudio,

las señales de frecuencia en los generadores obtenidas en TSAT fueron procesadas usando el método de Prony, con lo cual se lograron identificar los modos inter-área, así como sus respectivos factores de amortiguamiento. Este algoritmo es utilizado con regularidad en los centros de control de energía, ya que en ocasiones no se cuenta con los modelos linealizados de los componentes del sistema y por ende, el análisis de pequeña señal no puede llevarse a cabo.

6.2. Trabajos futuros

Diversos estudios pueden ser desarrollados con base al trabajo presentado en esta tesis, algunos de los cuales se describen a continuación.

- Incluir plantas de generación eólicas en la formulación del problema de estabilidad de pequeña señal para evaluar su efecto en la aparición y control de oscilaciones de potencia pobremente amortiguadas.
- Incluir la operación de esquemas de protección para coordinar su operación con el control de las oscilaciones inter-área.
- Realizar estudios de estabilidad de pequeña señal incluyendo otros dispositivos FACTS, por ejemplo, Compensador Serie Controlado Por Tiristores (CSCT), Controlador Universal de Flujos de Potencia (CUFP), etc, y comparar su desempeño en el amortiguamiento de oscilaciones.
- Incluir límites de las variables de estado dinámicas y algebraicas del SEP dentro de la formulación del análisis de pequeña señal.
- Desarrollar una metodología para la selección de señales suplementarias para el amortiguamiento de oscilaciones desde un contexto de control de área amplia.
- Cálculo de reserva inercial en el SEP.

Apéndice A

Modelado de la máquina síncrona

A.1. Introducción

Los problemas de estabilidad electromecánica en sistemas de potencia están asociados a la imposibilidad de mantener en sincronismo las máquinas síncronas interconectadas. Por ello, el entendimiento de sus características y un modelado preciso de su comportamiento dinámico son de fundamental importancia para estudios de estabilidad. Los principales componentes de la máquina síncrona son [Mircea y Mohammad, 2013],

- La parte estacionaria: El estátor, construida en forma cilíndrica. Provista en la superficie interior con ranuras equidistantes incrustadas por bobinas en las fases a, b y c, las cuales están desplazadas unas de otras por 120° eléctricos.
- La parte móvil: El rotor, que gira dentro del estátor, contiene un devanado de campo y devanados de amortiguamiento, los cuales consisten de barras conectadas al final de los anillos. La corriente directa en el devanado de campo produce un campo magnético, estacionario relativo al rotor, pero giratorio relativo al estátor.

A.2. Modelo con tres devanados de amortiguamiento

A continuación, se presentan las ecuaciones básicas para una máquina síncrona simétrica, equipada con un devanado de campo y tres devanados de amortiguamiento en el rotor. El esquema simplificado de la Figura A.1 muestra la orientación de la bobina, las

polaridades asumidas y la posición de referencia del rotor. Los devanados del estátor tienen ejes separados 120° eléctricos, los círculos con x's y puntos representan los devanados, con el flujo de corriente entrando por la "x" y saliendo por el "punto". Los circuitos del estátor consisten en devanados trifásicos que portan corrientes alternas. El devanado de campo está conectado a una fuente de corriente directa mientras que el número de devanados de amortiguamiento considerados denota el grado de precisión o detalle del modelo matemático. Como el rotor gira con respecto al estátor, el ángulo θ_{rotor} crece continuamente respecto al eje de referencia de la fase a [Sauer y Pai, 1998].

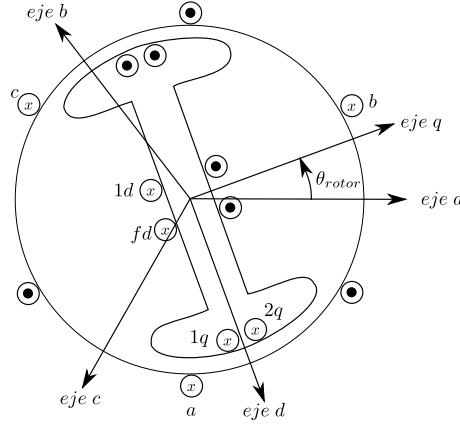


Figura A.1: Esquema de la máquina síncrona

Debido a que la máquina síncrona generalmente es operada como generador, es conveniente asumir que la dirección de las corrientes positivas del estátor es hacia fuera de las terminales. Aplicando las leyes fundamentales de Kirchhoff, Faraday y Newton a la Figura A.1 se obtiene:

$$v_a = -i_a r_s + \frac{d\lambda_a}{dt} \quad (\text{A.1})$$

$$v_b = -i_b r_s + \frac{d\lambda_b}{dt} \quad (\text{A.2})$$

$$v_c = -i_c r_s + \frac{d\lambda_c}{dt} \quad (\text{A.3})$$

$$v_{fd} = i_{fd} r_{fd} + \frac{d\lambda_{fd}}{dt} \quad (\text{A.4})$$

$$v_{1d} = i_{1d} r_{1d} + \frac{d\lambda_{1d}}{dt} \quad (\text{A.5})$$

$$v_{1q} = i_{1q}r_{1q} + \frac{d\lambda_{1q}}{dt} \quad (\text{A.6})$$

$$v_{2q} = i_{2q}r_{2q} + \frac{d\lambda_{2q}}{dt} \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{d\theta_{\text{rotor}}}{dt} = \frac{2}{P}\omega \quad (\text{A.8})$$

$$J\frac{2}{P}\frac{d\omega}{dt} = T_m - T_e - T_{fw} \quad (\text{A.9})$$

donde, λ representa los enlaces de flujos, r_s la resistencia en el estátor, r_{fd} , r_{1d} , r_{1q} y r_{2q} son las resistencias en cada devanado de la MS, J la constante de inercia, P es el número de polos magnéticos por fase, T_m es el par mecánico aplicado al eje, T_e es el par eléctrico y T_{fw} el par de resistencia por fricción al viento.

A.2.1. Transformada de Park y sistema en por unidad

La transformación de Park convierte las componentes ‘abc’ del sistema trifásico a otro sistema de referencia ‘dq0’. Esta transformación consiste en convertir los valores trifásicos ‘abc’, variables senoidales en el tiempo, a valores ‘dq0’ para producir estados constantes. La forma general de la transformación es:

$$\mathbf{v}_{dq0} = \mathbf{T}_{dq0}\mathbf{v}_{abc}, \quad \mathbf{i}_{dq0} = \mathbf{T}_{dq0}\mathbf{i}_{abc}, \quad \boldsymbol{\lambda}_{dq0} = \mathbf{T}_{dq0}\boldsymbol{\lambda}_{abc} \quad (\text{A.10})$$

donde,

$$\mathbf{v}_{abc} = [v_a \ v_b \ v_c]^T, \quad \mathbf{i}_{abc} = [i_a \ i_b \ i_c]^T, \quad \boldsymbol{\lambda}_{abc} = [\lambda_a \ \lambda_b \ \lambda_c]^T \quad (\text{A.11})$$

$$\mathbf{v}_{dq0} = [v_d \ v_q \ v_0]^T, \quad \mathbf{i}_{dq0} = [i_d \ i_q \ i_0]^T, \quad \boldsymbol{\lambda}_{dq0} = [\lambda_d \ \lambda_q \ \lambda_0]^T \quad (\text{A.12})$$

$$\mathbf{T}_{dq0} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \text{sen}\left(\frac{P}{2}\theta_{\text{rotor}}\right) & \text{sen}\left(\frac{P}{2}\theta_{\text{rotor}} - \frac{2\pi}{3}\right) & \text{sen}\left(\frac{P}{2}\theta_{\text{rotor}} + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \text{cos}\left(\frac{P}{2}\theta_{\text{rotor}}\right) & \text{cos}\left(\frac{P}{2}\theta_{\text{rotor}} - \frac{2\pi}{3}\right) & \text{cos}\left(\frac{P}{2}\theta_{\text{rotor}} + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{A.13})$$

$$\mathbf{T}_{dq0}^{-1} = \begin{bmatrix} \text{sen}\left(\frac{P}{2}\theta_{\text{rotor}}\right) & \text{cos}\left(\frac{P}{2}\theta_{\text{rotor}}\right) & 1 \\ \text{sen}\left(\frac{P}{2}\theta_{\text{rotor}} - \frac{2\pi}{3}\right) & \text{cos}\left(\frac{P}{2}\theta_{\text{rotor}} - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \text{sen}\left(\frac{P}{2}\theta_{\text{rotor}} + \frac{2\pi}{3}\right) & \text{cos}\left(\frac{P}{2}\theta_{\text{rotor}} + \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.14})$$

De las ecuaciones (A.1)-(A.3) se tiene que,

$$\mathbf{v}_{abc} = -\mathbf{r}_s \mathbf{i}_{abc} + \frac{d}{dt} (\boldsymbol{\lambda}_{abc}) \quad (\text{A.15})$$

Las cuales son transformadas al sistema de coordenadas dq0 usando (A.10) - (A.14),

$$\mathbf{T}_{dq0}^{-1} \mathbf{v}_{dq0} = -\mathbf{r}_s \mathbf{T}_{dq0}^{-1} \mathbf{i}_{dq0} + \frac{d}{dt} \left(\mathbf{T}_{dq0}^{-1} \boldsymbol{\lambda}_{dq0} \right) \quad (\text{A.16})$$

De esta manera se tiene,

$$v_d = -r_s i_d - \omega \lambda_q + \frac{d\lambda_d}{dt} \quad (\text{A.17})$$

$$v_q = -r_s i_q + \omega \lambda_d + \frac{d\lambda_q}{dt} \quad (\text{A.18})$$

$$v_0 = -r_s i_0 + \frac{d\lambda_0}{dt} \quad (\text{A.19})$$

El par eléctrico se obtiene analizando el sistema electromecánico de la máquina, dividido en sistema eléctrico, sistema mecánico y campo de acoplamiento. En términos de enlaces de flujos, T_e esta dado por,

$$T_e = - \left(\frac{3}{2} \right) \left(\frac{P}{2} \right) (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) \quad (\text{A.20})$$

Para completar el modelo dinámico en variables transformadas, es deseable definir un ángulo que es constante para una velocidad constante del eje,

$$\delta = \frac{P}{2} \theta_{\text{rotor}} - \omega_s t \quad (\text{A.21})$$

donde ω_s es una constante normalmente llamada ‘velocidad síncrona nominal’ y está dada en radianes eléctricos por segundo.

El modelo final, sin escalar, es obtenido agrupando (A.17)-(A.19), (A.4)-(A.7), y combinando (A.21) en (A.8) y (A.20) en (A.9), respectivamente.

$$\frac{d\lambda_d}{dt} = r_s i_d + \omega \lambda_q + v_d \quad (\text{A.22})$$

$$\frac{d\lambda_q}{dt} = r_s i_q - \omega \lambda_d + v_q \quad (\text{A.23})$$

$$\frac{d\lambda_0}{dt} = r_s i_0 + v_0 \quad (\text{A.24})$$

$$\frac{d\lambda_{fd}}{dt} = -r_{fd}i_{fd} + v_{fd} \quad (\text{A.25})$$

$$\frac{d\lambda_{1d}}{dt} = -r_{1d}i_{1d} + v_{1d} \quad (\text{A.26})$$

$$\frac{d\lambda_{1q}}{dt} = -r_{1q}i_{1q} + v_{1q} \quad (\text{A.27})$$

$$\frac{d\lambda_{2q}}{dt} = -r_{2q}i_{2q} + v_{2q} \quad (\text{A.28})$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_s \quad (\text{A.29})$$

$$J \frac{2}{P} \frac{d\omega}{dt} = T_m + \left(\frac{3}{2}\right) \left(\frac{P}{2}\right) (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) - T_{fw} \quad (\text{A.30})$$

En el análisis de sistemas de potencia, es conveniente usar valores en por unidad para normalizar las variables. Comparado con el uso de unidades físicas (amperes, volts, ohms, webers, henrys, etc.) el sistema en por unidad ofrece simplicidad computacional mediante la eliminación de unidades, expresando las cantidades del sistema como una relación adimensional [Kundur, 1994].

$$X_{pu} = \frac{X_{\text{actual}}}{X_{\text{base}}} \quad (\text{A.31})$$

En el caso de la máquina síncrona, el voltaje base es generalmente seleccionado como el valor rms del voltaje de fase nominal para las variables abc, y el valor pico en el caso de las variables dq0. Cuando se consideran máquinas por separado, la potencia base (S_B) es seleccionada como el valor nominal en volt-ampere de la potencia de la máquina. Por otro lado, la potencia base en un sistema de potencia puede ser diferente de la potencia base de la máquina.

El par base se calcula de la siguiente manera, donde ω_b corresponde a la frecuencia base o nominal. [Krause et al., 2002].

$$T_B = \frac{S_B}{\left(\frac{2}{P}\omega_b\right)} \quad (\text{A.32})$$

Ahora, el modelo de la máquina síncrona puede ser expresado en el marco de referencia dq0, usando los siguientes valores en por unidad, donde $V_{B_{dq0}}$ es el voltaje pico medido respecto al neutro,

$$\begin{aligned}
V_d &= \frac{v_d}{V_{Bdq0}} & V_q &= \frac{v_q}{V_{Bdq0}} & V_0 &= \frac{v_0}{V_{Bdq0}} \\
I_d &= \frac{i_d}{I_{Bdq0}} & I_q &= \frac{i_q}{I_{Bdq0}} & I_0 &= \frac{i_0}{I_{Bdq0}} \\
\psi_d &= \frac{\lambda_d}{\Lambda_{Bdq0}} & \psi_q &= \frac{\lambda_q}{\Lambda_{Bdq0}} & \psi_0 &= \frac{\lambda_0}{\Lambda_{Bdq0}} \\
I_{Bdq0} &= \frac{2S_B}{3V_{Bdq0}} & \Lambda_{Bdq0} &= \frac{V_{Bdq0}}{\omega_B}
\end{aligned} \tag{A.33}$$

Para las variables del rotor se tiene,

$$\begin{aligned}
V_{fd} &= \frac{v_{fd}}{V_{Bfd}} & V_{1d} &= \frac{v_{1d}}{V_{B1d}} & V_{1q} &= \frac{v_{1q}}{V_{B1q}} & V_{2q} &= \frac{v_{2q}}{V_{B2q}} \\
I_{fd} &= \frac{i_{fd}}{I_{Bfd}} & I_{1d} &= \frac{i_{1d}}{I_{B1d}} & I_{1q} &= \frac{i_{1q}}{I_{B1q}} & I_{2q} &= \frac{i_{2q}}{I_{B2q}} \\
\psi_{fd} &= \frac{\lambda_{fd}}{\Lambda_{Bfd}} & \psi_{1d} &= \frac{\lambda_{1d}}{\Lambda_{B1d}} & \psi_{1q} &= \frac{\lambda_{1q}}{\Lambda_{B1q}} & \psi_{2q} &= \frac{\lambda_{2q}}{\Lambda_{B2q}} \\
V_{Bfd} &= \frac{S_B}{I_{Bfd}} & V_{B1d} &= \frac{S_B}{I_{B1d}} & V_{B1q} &= \frac{S_B}{I_{B1q}} & V_{B2q} &= \frac{S_B}{I_{B2q}} \\
\Lambda_{Bfd} &= \frac{V_{Bfd}}{\omega_B} & \Lambda_{B1d} &= \frac{V_{B1d}}{\omega_B} & \Lambda_{B1q} &= \frac{V_{B1q}}{\omega_B} & \Lambda_{B2q} &= \frac{V_{B2q}}{\omega_B}
\end{aligned} \tag{A.34}$$

Por último, se definen las resistencias en por unidad,

$$R_s = \frac{r_s}{Z_{Bdq0}} \quad R_{fd} = \frac{r_{fd}}{Z_{Bfd}} \quad R_{1d} = \frac{r_{1d}}{Z_{B1d}} \quad R_{1q} = \frac{r_{1q}}{Z_{B1q}} \quad R_{2q} = \frac{r_{2q}}{Z_{B2q}} \tag{A.35}$$

donde,

$$Z_{Bdq0} = \frac{V_{Bdq0}}{I_{Bdq0}} \quad Z_{Bfd} = \frac{V_{Bfd}}{I_{Bfd}} \quad Z_{B1d} = \frac{V_{B1d}}{I_{B1d}} \quad Z_{B1q} = \frac{V_{B1q}}{I_{B1q}} \quad Z_{B2q} = \frac{V_{B2q}}{I_{B2q}} \tag{A.36}$$

Empleando las expresiones anteriores en (A.22)-(A.30) obtenemos el siguiente sistema normalizado de ecuaciones,

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\psi_d}{dt} = R_s I_d + \frac{\omega}{\omega_s} \psi_q + V_d \tag{A.37}$$

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\psi_q}{dt} = R_s I_q - \frac{\omega}{\omega_s} \psi_d + V_q \tag{A.38}$$

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\psi_0}{dt} = R_s I_0 + V_0 \tag{A.39}$$

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\psi_{fd}}{dt} = -R_{fd} I_{fd} + V_{fd} \tag{A.40}$$

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\psi_{1d}}{dt} = -R_{1d} I_{1d} + V_{1d} \tag{A.41}$$

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\psi_{1q}}{dt} = -R_{1q}I_{1q} + V_{1q} \quad (\text{A.42})$$

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\psi_{2q}}{dt} = -R_{2q}I_{2q} + V_{2q} \quad (\text{A.43})$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_s \quad (\text{A.44})$$

$$\frac{2H}{\omega_s} \frac{d\omega}{dt} = T_M - (\psi_d I_q - \psi_q I_d) - T_{FW} \quad (\text{A.45})$$

donde H se denomina constante de inercia, está dada en segundos y su valor en por unidad es definido por,

$$H = \frac{\frac{1}{2} J \left(\omega_B \frac{2}{P} \right)^2}{S_B} \quad (\text{A.46})$$

Los valores de voltajes y corrientes en el estátor se derivan del siguiente conjunto trifásico balanceado,

$$V_a = \sqrt{2} V_s \cos(\omega_s t + \theta_s) \quad (\text{A.47})$$

$$V_b = \sqrt{2} V_s \cos\left(\omega_s t + \theta_s - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (\text{A.48})$$

$$V_c = \sqrt{2} V_s \cos\left(\omega_s t + \theta_s + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (\text{A.49})$$

$$I_a = \sqrt{2} I_s \cos(\omega_s t + \phi_s) \quad (\text{A.50})$$

$$I_b = \sqrt{2} I_s \cos\left(\omega_s t + \phi_s - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (\text{A.51})$$

$$I_c = \sqrt{2} I_s \cos\left(\omega_s t + \phi_s + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (\text{A.52})$$

Para condiciones balanceadas, haciendo uso de la transformación de Park definida en (A.13)-(A.14), las cantidades V_0 e I_0 son cero. De tal manera, las variables eléctricas en dq son,

$$V_d = V_s \sin(\delta - \theta_s) \quad (\text{A.53})$$

$$V_q = V_s \cos(\delta - \theta_s) \quad (\text{A.54})$$

$$I_d = I_s \sin(\delta - \phi_s) \quad (\text{A.55})$$

$$I_q = I_s \cos(\delta - \phi_s) \quad (\text{A.56})$$

Las ecuaciones algebraicas anteriores pueden ser reescritas como ecuaciones complejas, conocidas como fasores rms en por unidad,

$$(V_d + jV_q) e^{j(\delta - \frac{\pi}{2})} = V_s e^{j\theta_s} \quad (\text{A.57})$$

$$(I_d + jI_q) e^{j(\delta - \frac{\pi}{2})} = I_s e^{j\theta_s} \quad (\text{A.58})$$

Es importante notar que el modelo descrito por las ecuaciones (A.37)-(A.45) fue derivado usando las siguientes suposiciones,

- El estátor tiene tres bobinas, colocadas simétricamente 120° eléctricos una de otra.
- El rotor tiene cuatro bobinas, colocadas simétricamente 90° eléctricos una de otra.
- La relación entre enlaces de flujos y corrientes debe ser independiente de θ_{rotor} cuando son expresadas en el sistema de coordenadas dq0.

A.2.2. Circuito magnético lineal

Los enlaces de flujos en el estátor y el rotor de la máquina síncrona son funciones lineales de las corrientes, mientras que las inductancias propias y mutuas de los circuitos del estátor varían con la posición del rotor. La descripción matemática de los enlaces de flujo e inductancias para P polos de la maquina síncrona es la siguiente [Sauer y Pai, 1998].

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{bmatrix}}_{\lambda_{abc}} = \underbrace{\begin{bmatrix} L_{asas} & L_{asbs} & L_{ascs} \\ L_{bsas} & L_{bsbs} & L_{bscs} \\ L_{csas} & L_{csbs} & L_{cscs} \end{bmatrix}}_{L_{ss}} \underbrace{\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}}_{i_{abc}} + \underbrace{\begin{bmatrix} L_{asfd} & L_{as1d} & L_{as1q} & L_{as2q} \\ L_{bsfd} & L_{bs1d} & L_{bs1q} & L_{bs2q} \\ L_{csfd} & L_{cs1d} & L_{cs1q} & L_{cs2q} \end{bmatrix}}_{L_{sr}} \underbrace{\begin{bmatrix} i_{fd} \\ i_{1d} \\ i_{1q} \\ i_{2q} \end{bmatrix}}_{i_{\text{rotor}}} \quad (\text{A.59})$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \lambda_{fd} \\ \lambda_{1d} \\ \lambda_{1q} \\ \lambda_{2q} \end{bmatrix}}_{\lambda_{\text{rotor}}} = (L_{sr})^T i_{abc} + \underbrace{\begin{bmatrix} L_{fdfd} & L_{fd1d} & 0 & 0 \\ L_{fd1d} & L_{1d1d} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{1q1q} & L_{1q2q} \\ 0 & 0 & L_{1q2q} & L_{2q2q} \end{bmatrix}}_{L_{rr}} i_{\text{rotor}} \quad (\text{A.60})$$

I Inductancias propias del estátor:

$$L_{asas} = L_{\ell s} + L_A - L_B \cos P\theta_{\text{rotor}} \quad (\text{A.61})$$

$$L_{bsbs} = L_{\ell s} + L_A - L_B \cos \left(P\theta_{\text{rotor}} + \frac{2\pi}{3} \right) \quad (\text{A.62})$$

$$L_{cscs} = L_{\ell s} + L_A - L_B \cos \left(P\theta_{\text{rotor}} - \frac{2\pi}{3} \right) \quad (\text{A.63})$$

II Inductancias mutuas del estátor:

$$L_{asbs} = L_{bsas} = -\frac{1}{2}L_A - L_B \cos \left(P\theta_{\text{rotor}} - \frac{2\pi}{3} \right) \quad (\text{A.64})$$

$$L_{ascs} = L_{csas} = -\frac{1}{2}L_A - L_B \cos \left(P\theta_{\text{rotor}} + \frac{2\pi}{3} \right) \quad (\text{A.65})$$

$$L_{bscs} = L_{csbs} = -\frac{1}{2}L_A - L_B \cos P\theta_{\text{rotor}} \quad (\text{A.66})$$

III Inductancias mutuas entre estátor y rotor:

$$L_{asfd} = L_{sfd} \sin \frac{P}{2} \theta_{\text{rotor}} \quad (\text{A.67})$$

$$L_{bsfd} = L_{sfd} \sin \left(\frac{P}{2} \theta_{\text{rotor}} - \frac{2\pi}{3} \right) \quad (\text{A.68})$$

$$L_{csfd} = L_{sfd} \sin \left(\frac{P}{2} \theta_{\text{rotor}} + \frac{2\pi}{3} \right) \quad (\text{A.69})$$

$$L_{as1d} = L_{s1d} \sin \frac{P}{2} \theta_{\text{rotor}} \quad (\text{A.70})$$

$$L_{bs1d} = L_{s1d} \sin \left(\frac{P}{2} \theta_{\text{rotor}} - \frac{2\pi}{3} \right) \quad (\text{A.71})$$

$$L_{cs1d} = L_{s1d} \sin \left(\frac{P}{2} \theta_{\text{rotor}} + \frac{2\pi}{3} \right) \quad (\text{A.72})$$

$$L_{as1q} = L_{s1q} \cos \frac{P}{2} \theta_{\text{rotor}} \quad (\text{A.73})$$

$$L_{bs1q} = L_{s1q} \cos \left(\frac{P}{2} \theta_{\text{rotor}} - \frac{2\pi}{3} \right) \quad (\text{A.74})$$

$$L_{cs1q} = L_{s1q} \cos \left(\frac{P}{2} \theta_{\text{rotor}} + \frac{2\pi}{3} \right) \quad (\text{A.75})$$

$$L_{as2q} = L_{s2q} \cos \frac{P}{2} \theta_{\text{rotor}} \quad (\text{A.76})$$

$$L_{bs2q} = L_{s2q} \cos \left(\frac{P}{2} \theta_{\text{rotor}} - \frac{2\pi}{3} \right) \quad (\text{A.77})$$

$$L_{cs2q} = L_{s2q} \cos \left(\frac{P}{2} \theta_{\text{rotor}} + \frac{2\pi}{3} \right) \quad (\text{A.78})$$

IV Inductancias del rotor ($\mathbf{L}_{rr}$): Todas las inductancias propias del rotor son independientes de θ_{rotor} , también se les considera constantes ya que se desprecian los efectos de las ranuras del estátor y la saturación.

Usando las expresiones (A.10)-(A.14), las ecuaciones (A.59)-(A.60) son reescritas en el marco de referencia del rotor,

$$\lambda_d = (L_{\ell s} + L_{md}) i_d + L_{sfd} i_{fd} + L_{s1d} i_{1d} \quad (\text{A.79})$$

$$\lambda_{fd} = \frac{3}{2} L_{sfd} i_d + L_{fd} i_{fd} + L_{fd1d} i_{1d} \quad (\text{A.80})$$

$$\lambda_{1d} = \frac{3}{2} L_{s1d} i_d + L_{fd1d} i_{fd} + L_{1d1d} i_{1d} \quad (\text{A.81})$$

$$\lambda_q = (L_{\ell s} + L_{mq}) i_q + L_{s1q} i_{1q} + L_{s2q} i_{2q} \quad (\text{A.82})$$

$$\lambda_{1q} = \frac{3}{2} L_{s1q} i_q + L_{1q1q} i_{1q} + L_{1q2q} i_{2q} \quad (\text{A.83})$$

$$\lambda_{2q} = \frac{3}{2} L_{s2q} i_q + L_{1q2q} i_{1q} + L_{2q2q} i_{2q} \quad (\text{A.84})$$

$$\lambda_0 = L_{\ell s} i_0 \quad (\text{A.85})$$

donde,

$$L_{md} = \frac{3}{2} (L_A + L_B), \quad L_{mq} = \frac{3}{2} (L_A - L_B) \quad (\text{A.86})$$

Las ecuaciones (A.79)-(A.85) son expresadas en términos de reactancias de fuga, en vez de inductancias, usando los valores en por unidad definidos en (A.33)-(A.34) y las siguientes relaciones,

$$\begin{aligned} I_{Bfd} &= \frac{L_{md}}{L_{sfd}} I_{Bdq0} & I_{B1d} &= \frac{L_{md}}{L_{s1d}} I_{Bdq0} \\ I_{B1q} &= \frac{L_{mq}}{L_{s1q}} I_{Bdq0} & I_{B2q} &= \frac{L_{mq}}{L_{s2q}} I_{Bdq0} \end{aligned} \quad (\text{A.87})$$

$$\begin{aligned} X_{\ell s} &= \frac{\omega_s L_{\ell s}}{Z_{Bdq0}} & X_{md} &= \frac{\omega_s L_{md}}{Z_{Bdq0}} & X_{mq} &= \frac{\omega_s L_{mq}}{Z_{Bdq0}} \\ X_{fd} &= \frac{\omega_s L_{fd}}{Z_{Bfd}} & X_{1d} &= \frac{\omega_s L_{1d}}{Z_{B1d}} & X_{fd1d} &= \frac{\omega_s L_{fd1d} L_{sfd}}{Z_{Bfd} L_{s1d}} \\ X_{1q} &= \frac{\omega_s L_{1q}}{Z_{B1q}} & X_{2q} &= \frac{\omega_s L_{2q}}{Z_{B2q}} & X_{1q2q} &= \frac{\omega_s L_{1q2q} L_{s1q}}{Z_{B1q} L_{s2q}} \end{aligned} \quad (\text{A.88})$$

Aplicando lo anteriormente descrito se llega a,

$$\psi_d = X_d(-I_d) + X_{md}I_{fd} + X_{md}I_{1d} \quad (\text{A.89})$$

$$\psi_{fd} = X_{md}(-I_d) + X_{fd}I_{fd} + c_d X_{md}I_{1d} \quad (\text{A.90})$$

$$\psi_{1d} = X_{mq}(-I_d) + c_d X_{md}I_{fd} + X_{1d}I_{1d} \quad (\text{A.91})$$

$$\psi_q = X_q(-I_q) + X_{mq}I_{1q} + X_{mq}I_{2q} \quad (\text{A.92})$$

$$\psi_{1q} = X_{mq}(-I_q) + X_{1q}I_{1q} + c_q X_{mq}I_{2q} \quad (\text{A.93})$$

$$\psi_{2q} = X_{mq}(-I_q) + c_q X_{mq}I_{1q} + X_{2q}I_{2q} \quad (\text{A.94})$$

$$\psi_0 = X_{\ell s}(-I_0) \quad (\text{A.95})$$

donde las reactancias de fuga en los devanados del rotor están dadas por,

$$X_{lfd} = X_{fd} - X_{md}, \quad X_{l1d} = X_{1d} - X_{md} \quad (\text{A.96})$$

$$X_{l1q} = X_{1q} - X_{mq}, \quad X_{l2q} = X_{2q} - X_{mq} \quad (\text{A.97})$$

Similarmente, para los ejes d-q se tiene,

$$X_d = X_{\ell s} + X_{md}, \quad X_q = X_{\ell s} + X_{mq} \quad (\text{A.98})$$

$$c_d = \frac{X_{fd1d}}{X_{md}}, \quad c_q = \frac{X_{1q2q}}{X_{mq}} \quad (\text{A.99})$$

A pesar de que muchos ejemplos han mostrado que los términos c_d y c_q son importantes en algunas simulaciones, se acostumbra a hacer la siguiente simplificación, con la cual las entradas fuera de la diagonal de la matriz formada por las ecuaciones (A.89) - (A.94) son iguales [Sauer y Pai, 1998].

$$c_d \approx 1, \quad c_q \approx 1 \quad (\text{A.100})$$

En las ecuaciones desarrolladas anteriormente, las inductancias y resistencias del estátor y rotor están expresadas en términos de parámetros fundamentales. Estos parámetros describen completamente las características eléctricas de la máquina pero no pueden ser determinados directamente a partir de mediciones en terminales del generador. Para resolver

este inconveniente, es común expresarlas utilizando los parámetros estándar descritos a continuación, donde $(\cdot)'$ y $(\cdot)''$ se usan para denotar cantidades transitorias y subtransitorias, respectivamente [Sauer y Pai, 1998].

$$X_d' = X_{\ell s} + \frac{1}{\frac{1}{X_{md}} + \frac{1}{X_{lfd}}} \quad (\text{A.101})$$

$$X_q' = X_{\ell s} + \frac{1}{\frac{1}{X_{mq}} + \frac{1}{X_{l1q}}} \quad (\text{A.102})$$

$$X_d'' = X_{\ell s} + \frac{1}{\frac{1}{X_{md}} + \frac{1}{X_{lfd}} + \frac{1}{X_{l1d}}} \quad (\text{A.103})$$

$$X_q'' = X_{\ell s} + \frac{1}{\frac{1}{X_{mq}} + \frac{1}{X_{l1q}} + \frac{1}{X_{l2q}}} \quad (\text{A.104})$$

$$T_{d0}' = \frac{X_{fd}}{\omega_s R_{fd}} \quad (\text{A.105})$$

$$T_{q0}' = \frac{X_{1q}}{\omega_s R_{1q}} \quad (\text{A.106})$$

$$T_{d0}'' = \frac{1}{\omega_s R_{1d}} \left(X_{l1d} + \frac{1}{\frac{1}{X_{md}} + \frac{1}{X_{lfd}}} \right) \quad (\text{A.107})$$

$$T_{q0}'' = \frac{1}{\omega_s R_{2q}} \left(X_{l2q} + \frac{1}{\frac{1}{X_{mq}} + \frac{1}{X_{l1q}}} \right) \quad (\text{A.108})$$

Los enlaces de flujos en por unidad del devanado de campo y el eje 1q son expresados en términos de voltajes transitorios de la siguiente manera,

$$E_q' = \frac{X_{md}}{X_{fd}} \psi_{fd} \quad (\text{A.109})$$

$$E_{fd} = \frac{X_{md}}{R_{fd}} V_{fd} \quad (\text{A.110})$$

$$E_d' = -\frac{X_{mq}}{X_{1q}} \psi_{1q} \quad (\text{A.111})$$

Despejando las corrientes $I_{fd}, I_{1d}, I_{1q}, I_{2q}$ de las ecuaciones (A.89)-(A.95) e incluyendo los parámetros estándar previamente definidos se obtiene,

$$\psi_d = -X_d'' I_d + \frac{(X_d'' - X_{\ell s})}{(X_d' - X_{\ell s})} E_q' + \frac{(X_d' - X_d'')}{(X_d' - X_{\ell s})} \psi_{1d} \quad (\text{A.112})$$

$$I_{fd} = \frac{1}{X_{md}} [E_q' + (X_d - X_d') (I_d - I_{1d})] \quad (\text{A.113})$$

$$I_{1d} = \frac{(X_d' - X_d'')}{(X_d' - X_{\ell s})^2} [\psi_{1d} + (X_d' - X_{\ell s}) I_d - E_q'] \quad (\text{A.114})$$

$$\psi_q = -X_q'' I_q - \frac{(X_q'' - X_{\ell s})}{(X_q' - X_{\ell s})} E_d' + \frac{(X_q' - X_q'')}{(X_q' - X_{\ell s})} \psi_{2q} \quad (\text{A.115})$$

$$I_{1q} = \frac{1}{X_{mq}} [-E_d' + (X_q - X_q') (I_q - I_{2q})] \quad (\text{A.116})$$

$$I_{2q} = \frac{(X_q' - X_q'')}{(X_q' - X_{\ell s})^2} [\psi_{2q} + (X_q' - X_{\ell s}) I_q + E_d'] \quad (\text{A.117})$$

$$\psi_0 = -X_{\ell s} I_0 \quad (\text{A.118})$$

La sustitución de las ecuaciones (A.112)-(A.118) en (A.37)-(A.45), proporciona el modelo dinámico para un circuito magnético lineal, donde E_{fd} y T_M son entradas constantes, mientras que $T_{FW} = D(\omega_i - \omega_s)$, llamado par de amortiguamiento, que puede ser positivo o negativo dependiendo de la velocidad de la máquina. Dado que los devanados de amortiguamiento están en cortocircuito, los voltajes V_{1d} , V_{1q} y V_{2q} son cero. Teniendo en cuenta lo anterior, el modelo de la MS es representado de la siguiente forma,

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\psi_d}{dt} = R_s I_d + \frac{\omega}{\omega_s} \psi_q + V_d \quad (\text{A.119})$$

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\psi_q}{dt} = R_s I_q - \frac{\omega}{\omega_s} \psi_d + V_q \quad (\text{A.120})$$

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\psi_0}{dt} = R_s I_0 + V_0 \quad (\text{A.121})$$

$$T_{d0}' \frac{dE_q'}{dt} = -E_q' - (X_d - X_d') \left[I_d - \frac{X_d' - X_d''}{(X_d' - X_{\ell s})^2} (\psi_{1d} + (X_d' - X_{\ell s}) I_d - E_q') \right] + E_{fd} \quad (\text{A.122})$$

$$T_{d0}'' \frac{d\psi_{1d}}{dt} = -\psi_{1d} + E_q' - (X_d' - X_{\ell s}) I_d \quad (\text{A.123})$$

$$T'_{q0} \frac{dE'_d}{dt} = -E'_d + (X_q - X'_q) \left[I_q - \frac{X'_q - X''_q}{(X'_q - X_{\ell s})^2} (\psi_{2q} + (X'_q - X_{\ell s}) I_q + E'_d) \right] \quad (\text{A.124})$$

$$T''_{q0} \frac{d\psi_{2q}}{dt} = -\psi_{2q} - E'_d - (X'_q - X_{\ell s}) I_q \quad (\text{A.125})$$

$$\frac{\delta}{dt} = \omega - \omega_s \quad (\text{A.126})$$

$$\frac{2H}{\omega_s} \frac{d\omega}{dt} = T_M - (\psi_d I_q - \psi_q I_d) - D(\omega_i - \omega_s) \quad (\text{A.127})$$

$$\psi_d = -X''_d I_d + \frac{(X''_d - X_{\ell s})}{(X'_d - X_{\ell s})} E'_q + \frac{(X'_d - X''_d)}{(X'_d - X_{\ell s})} \psi_{1d} \quad (\text{A.128})$$

$$\psi_q = -X''_q I_q - \frac{(X''_q - X_{\ell s})}{(X'_q - X_{\ell s})} E'_d + \frac{(X'_q - X''_q)}{(X'_q - X_{\ell s})} \psi_{2q} \quad (\text{A.129})$$

$$\psi_0 = -X_{\ell s} I_0 \quad (\text{A.130})$$

Para reducir el modelo dinámico de la máquina síncrona a uno de 6to orden, se eliminan las ecuaciones del estátor, (A.119)-(A.121), dejando dos ecuaciones algebraicas a ser resueltas para I_d e I_q como funciones de los estados δ , E'_q , E'_d , ψ_{1d} y ψ_{2q} [Sauer y Pai, 1998].

$$0 = R_s I_d - X''_q I_q - \frac{(X''_q - X_{\ell s})}{(X'_q - X_{\ell s})} E'_d + \frac{(X'_q - X''_q)}{(X'_q - X_{\ell s})} \psi_{2q} + V_s \sin(\delta - \theta_s) \quad (\text{A.131})$$

$$0 = R_s I_q + X''_d I_d - \frac{(X''_d - X_{\ell s})}{(X'_d - X_{\ell s})} E'_q - \frac{(X'_d - X''_d)}{(X'_d - X_{\ell s})} \psi_{1d} + V_s \cos(\delta - \theta_s) \quad (\text{A.132})$$

Apéndice B

Derivación de la ecuación (3.94)

A continuación, se presenta la derivación de la ecuación (3.94), que muestra la sensibilidad de un eigenvalor en particular a una acción de control retroalimentado. El sistema de la Figura 3.4 puede ser representado en la forma híbrida de la Figura B.1, particionado en dos subsistemas [Pagola et al., 1989].

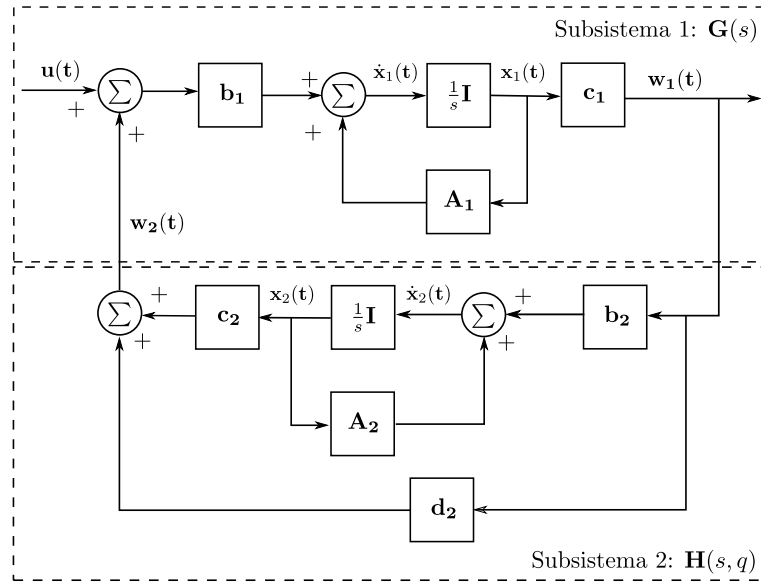


Figura B.1: Configuración del sistema en lazo cerrado

Para el subsistema 1, donde no hay enlace directo entre la salida y la entrada, se tiene la siguiente representación en espacio de estados,

$$\dot{\mathbf{x}}_1(t) = \mathbf{A}_1 \mathbf{x}_1(t) + \mathbf{b}_1 \mathbf{w}_2(t) \quad (\text{B.1})$$

$$\mathbf{w}_1(t) = \mathbf{c}_1 \mathbf{x}_1(t) \quad (\text{B.2})$$

Y para el subsistema 2 se tiene,

$$\dot{\mathbf{x}}_2(t) = \mathbf{A}_2 \mathbf{x}_2(t) + \mathbf{b}_2 \mathbf{w}_1(t) \quad (\text{B.3})$$

$$\mathbf{w}_2(t) = \mathbf{c}_2 \mathbf{x}_2(t) + \mathbf{d}_2 \mathbf{w}_1(t) \quad (\text{B.4})$$

Tomando la transformada de Laplace de las ecuaciones (B.3) y (B.4),

$$s\mathbf{x}_2(s) - \mathbf{x}_2(0) = \mathbf{A}_2 \mathbf{x}_2(s) + \mathbf{b}_2 \mathbf{w}_1(s) \quad (\text{B.5})$$

$$\mathbf{w}_2(s) = \mathbf{c}_2 \mathbf{x}_2(s) + \mathbf{d}_2 \mathbf{w}_1(s) \quad (\text{B.6})$$

Despejando $\mathbf{x}_2(s)$ de (B.5),

$$\begin{aligned} (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_2) \mathbf{x}_2(s) &= \mathbf{x}_2(0) + \mathbf{b}_2 \mathbf{w}_1(s) \\ \mathbf{x}_2(s) &= \mathbf{M}_2(s) [\mathbf{x}_2(0) + \mathbf{b}_2 \mathbf{w}_1(s)] \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

donde $\mathbf{M}_2(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_2)^{-1}$.

Sustituyendo en (B.6) la expresión obtenida anteriormente,

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_2(s) &= \mathbf{c}_2 [\mathbf{M}_2(s) (\mathbf{x}_2(0) + \mathbf{b}_2 \mathbf{w}_1(s))] + \mathbf{d}_2 \mathbf{w}_1(s) \\ \mathbf{w}_2(s) &= \mathbf{c}_2 \mathbf{M}_2(s) \mathbf{x}_2(0) + \mathbf{c}_2 \mathbf{M}_2(s) \mathbf{b}_2 \mathbf{w}_1(s) + \mathbf{d}_2 \mathbf{w}_1(s) \\ \mathbf{w}_2(s) &= \mathbf{c}_2 \mathbf{M}_2(s) \mathbf{x}_2(0) + [\mathbf{c}_2 \mathbf{M}_2(s) \mathbf{b}_2 + \mathbf{d}_2] \mathbf{w}_1(s) \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

Asumiendo condiciones iniciales cero, la ecuación anterior se reduce a,

$$\mathbf{H}(s) = \frac{\mathbf{w}_2(s)}{\mathbf{w}_1(s)} = \mathbf{c}_2 \mathbf{M}_2(s) \mathbf{b}_2 + \mathbf{d}_2 \quad (\text{B.9})$$

La matriz $\mathbf{A}$ del sistema completo, que abarca las ecuaciones (B.1) - (B.4), tiene la forma,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 + \mathbf{b}_1 \mathbf{d}_2 \mathbf{c}_1 & \mathbf{b}_1 \mathbf{c}_2 \\ \mathbf{b}_2 \mathbf{c}_1 & \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} \quad (\text{B.10})$$

Teniendo en cuenta que solo las variables del subsistema 2 pueden depender de q , se obtienen de (B.9) y (B.10) las derivadas con respecto a q , operación denotada por $(\cdot)'$,

$$\mathbf{H}'(s) = \mathbf{c}'_2 \mathbf{M}_2(s) \mathbf{b}_2 + \mathbf{c}_2 \mathbf{M}_2(s) \mathbf{A}'_2 \mathbf{M}_2(s) \mathbf{b}_2 + \mathbf{c}_2 \mathbf{M}_2(s) \mathbf{b}'_2 + \mathbf{d}'_2 \quad (\text{B.11})$$

donde

$$\mathbf{A}' = \begin{bmatrix} b_1 d'_2 c_1 & b_1 c'_2 \\ b'_2 c_1 & A'_2 \end{bmatrix} \quad (\text{B.12})$$

Combinando las ecuaciones (3.41), (3.42) y (B.10), se obtienen los eigenvectores de $\mathbf{H}(s)$,

$$\Phi_2 = \mathbf{M}_2(\lambda_i) \mathbf{b}_2 \mathbf{c}_1 \Phi_1 \quad (\text{B.13})$$

$$\Psi_2 = \Psi_1 \mathbf{b}_1 \mathbf{c}_2 \mathbf{M}_2(\lambda_i) \quad (\text{B.14})$$

Se asume ahora que el modelo del sistema depende del parámetro q ($q = K_d$), y se está interesado en los efectos de pequeñas variaciones de este parámetro sobre un eigenvalor específico,

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial K_d} = \Psi_2 \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial K_d} \Phi_2 \quad (\text{B.15})$$

Sustituyendo las ecuaciones (B.12)-(B.14) en (B.15) se obtiene,

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial K_d} = \Psi_1 [\mathbf{I} : \mathbf{b}_1 \mathbf{c}_2 \mathbf{M}_2(\lambda_i)] \begin{bmatrix} b_1 d'_2 c_1 & b_1 c'_2 \\ b'_2 c_1 & A'_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \dots \\ \mathbf{M}_2(\lambda_i) \mathbf{b}_2 \mathbf{c}_1 \end{bmatrix} \Phi_1 \quad (\text{B.16})$$

Con la multiplicación matricial en la ecuación anterior, y la sustitución de (B.11) con $s = \lambda_i$, se llega a la siguiente expresión,

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial K_d} = \Psi_1 \mathbf{b}_1 \frac{\partial \mathbf{H}(\lambda_i)}{\partial K_d} \mathbf{c}_1 \Phi_1 \quad (\text{B.17})$$

o bien,

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial K_d} = R_i \frac{\partial \mathbf{H}(\lambda_i)}{\partial K_d} \quad (\text{B.18})$$

Apéndice C

Método de Prony

El análisis de Prony es una metodología que extiende el análisis de Fourier mediante la estimación directa de frecuencia, amortiguamiento, magnitud y fase de las componentes modales en una señal. Matemáticamente, la señal estimada está dada por [Hauer et al., 1990],

$$\hat{y}(t) = \sum_{i=1}^L A_i e^{\sigma_i t} \cos(2\pi f_i t + \varphi_i) \quad (\text{C.1})$$

donde L es el número de modos a ser determinados; A_i es la amplitud de la componente modal i ; σ_i es la parte real de la componente modal i ; f_i es la frecuencia de oscilación en Hz de la componente modal i ; φ_i es el ángulo de fase de la componente modal i ; y $\hat{y}(t)$ es el valor estimado de las N muestras $y(t)$.

Usando la identidad de Euler, el término $\cos(2\pi f_i t + \varphi_i)$ de la ecuación (C.1) puede ser expresada como [Singh, 2003],

$$\cos(2\pi f_i t + \theta_i) = \frac{1}{2} \left(e^{j(2\pi f_i t + \varphi_i)} + e^{-j(2\pi f_i t + \varphi_i)} \right) \quad (\text{C.2})$$

Sustituyendo la expresión anterior en (C.1) y discretizando el tiempo en $t = kT$, donde T es el periodo de muestreo, la muestra k -ésima de $\hat{y}(t)$ es,

$$y[k] = \sum_{i=1}^L B_i z_i^k \quad (\text{C.3})$$

donde,

$$z_i = e^{\lambda_i T} \quad (\text{C.4})$$

$$B_i = \frac{A_i}{2} e^{j\varphi_i} \quad (\text{C.5})$$

El proceso para la obtención de las incógnitas requiere de tres pasos básicos [Hauer et al., 1990]:

- Paso 1: Construir un modelo de predicción lineal que ajuste las N muestras $y(t)$. La ecuación (C.3) se escribe como un modelo de predicción lineal de la señal discreta en función de los coeficientes del polinomio característico:

$$y[k] = \sum_{j=1}^L a_j y[k-j] = a_1 y[k-1] + a_2 y[k-2] + \cdots + a_L y[k-L] \quad (\text{C.6})$$

La estimación de los coeficientes a_j , $j = 1, \dots, L$, es crucial para la derivación de las componentes modales. Para estimar esos coeficientes, (C.6) se expande para $k = L, L+1, \dots, N-1$. Siendo N el número total del muestras.

$$\begin{bmatrix} y[L] \\ y[L+1] \\ \vdots \\ y[N-1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y[L-1] & y[L-2] & \cdots & y[0] \\ y[L] & y[L-1] & \cdots & y[1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y[N-2] & y[N-3] & \cdots & y[N-L-1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_L \end{bmatrix} \quad (\text{C.7})$$

Debido a que el sistema definido por la ecuación anterior se considera sobredeterminado, es decir, el número de muestras es mayor que dos veces el número de componentes exponenciales amortiguadas, $N > 2L$, el vector de coeficientes de la predicción lineal $\mathbf{a}_{L \times 1}$ se calcula mediante mínimos cuadrados [Singh, 2003],

$$\mathbf{a} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{y} = \mathbf{A}^\dagger \mathbf{y} \quad (\text{C.8})$$

donde, $\mathbf{A}_{(N-L) \times L}$ es la matriz de predicción lineal, también conocida como matriz Toeplitz, formada por las muestras de la señal $y(k)$ en (C.7), mientras que $\mathbf{A}^T$ y $\mathbf{A}^\dagger$ son matrices transpuesta y pseudoinversa, respectivamente.

- Paso 2: Una vez calculados los coeficientes, se procede a calcular las raíces del polinomio característico asociado al modelo de predicción lineal discreto de L -ésimo orden [Hauer et al., 1990].

$$z_L - (a_1 z_{L-1} + a_2 z_{L-2} + \cdots + a_L z_0) = 0 \quad (\text{C.9})$$

Con las raíces z_i , $i = 1, \dots, L$, previamente calculadas, los eigenvalores λ_i pueden ser obtenidos empleando la ecuación (C.4).

$$\lambda_i = \frac{\ln(z_i)}{T} \quad (\text{C.10})$$

- Paso 3: Usando las raíces del polinomio característico como frecuencias modales complejas de la señal, se determina la amplitud y la fase inicial de cada modo. Para esto, las raíces son sustituidas en la ecuación (C.3), la cual se expande y se reescribe en forma matricial como,

$$\begin{bmatrix} z_1^0 & z_2^0 & \cdots & z_L^0 \\ z_1^1 & z_2^1 & \cdots & z_L^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ z_1^{N-1} & z_2^{N-1} & \cdots & z_L^{N-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{[0]} \\ y_{[1]} \\ \vdots \\ y_{[N-1]} \end{bmatrix} \quad (\text{C.11})$$

Con los valores de B_i , $i = 1, \dots, L$, la amplitud y fase de la componente modal i es obtenida a partir de (C.5),

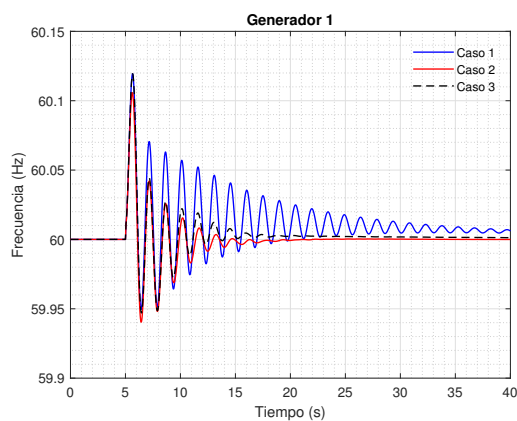
$$A_i = \|2B_i\| \quad (\text{C.12})$$

$$\varphi_i = \tan^{-1} \left[\frac{\text{imag}(B_i)}{\text{real}(B_i)} \right] \quad (\text{C.13})$$

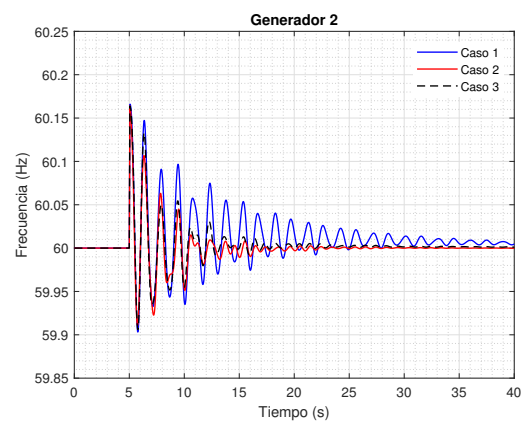
Dentro del conjunto de modos identificados con el análisis de Prony, se encontrarán una serie de “modos espurios”, mismos que no representan ninguna dinámica existente dentro del sistema, y cuya única función es la de ajustar el ruido inherente en la señal [Grund et al., 1993].

Apéndice D

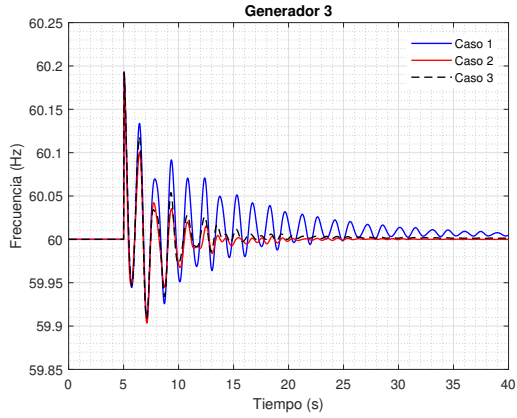
Respuesta de frecuencia de generadores para los sistemas de 39 y 68 nodos



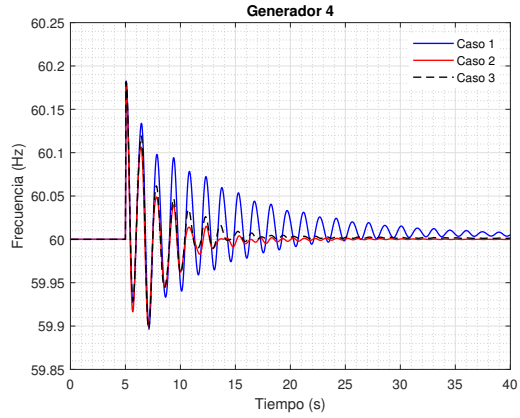
(a)



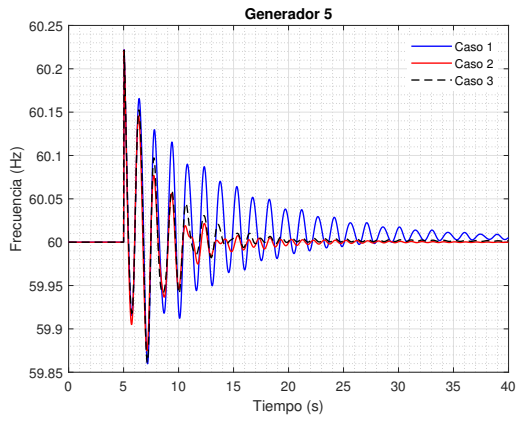
(b)



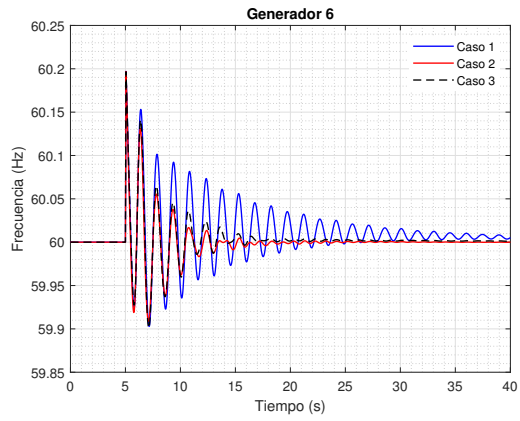
(c)



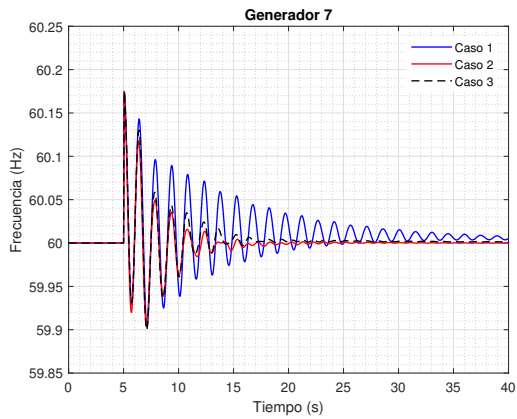
(d)



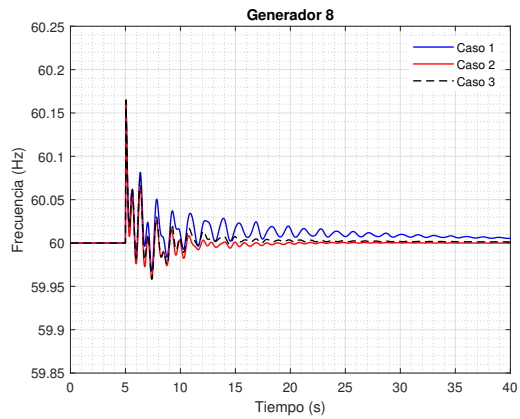
(e)



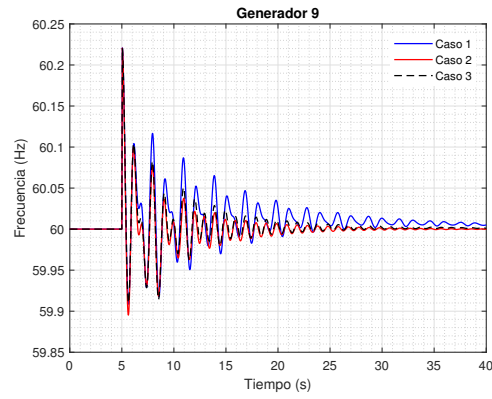
(f)



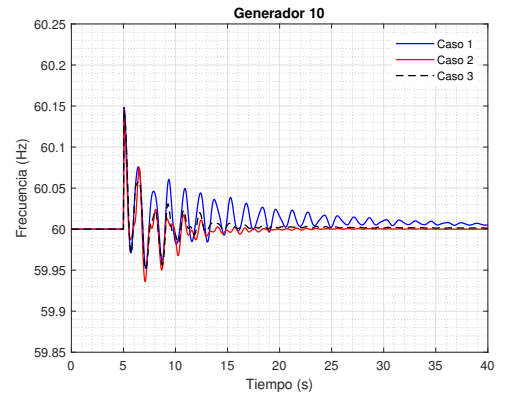
(g)



(h)

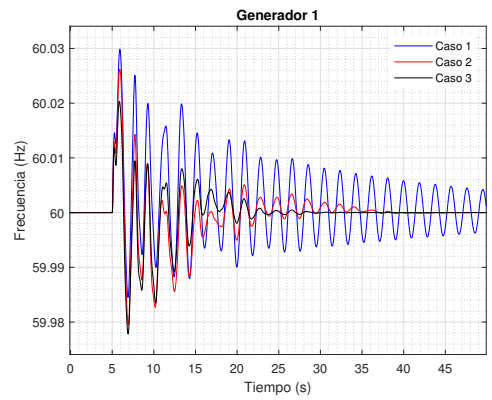


(i)

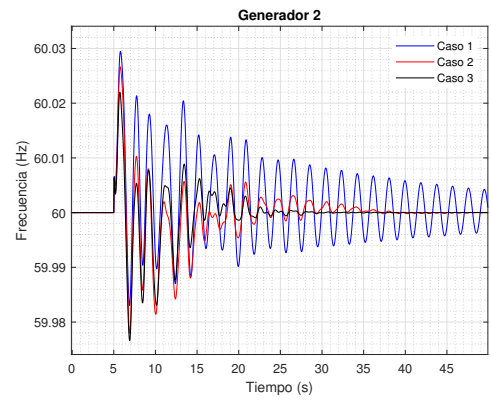


(j)

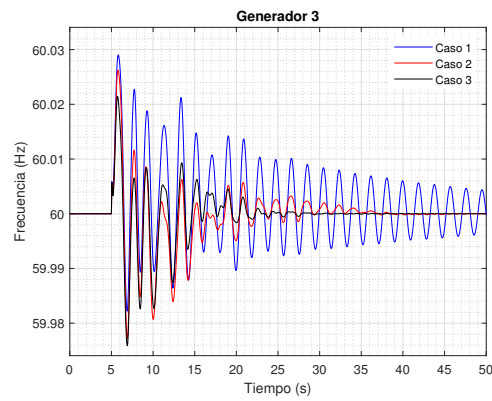
Figura D.1: Capítulo 4. Frecuencia en generadores del sistema de 39 nodos



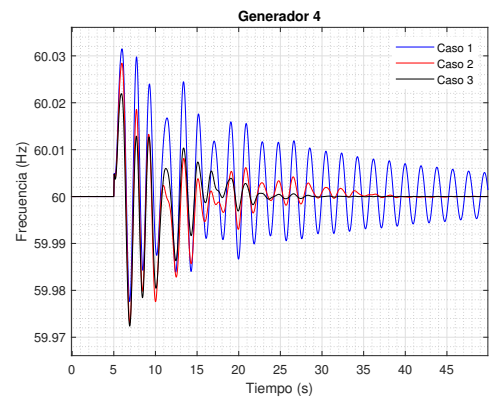
(a)



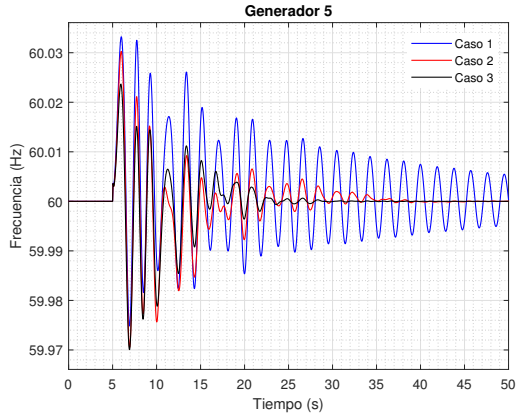
(b)



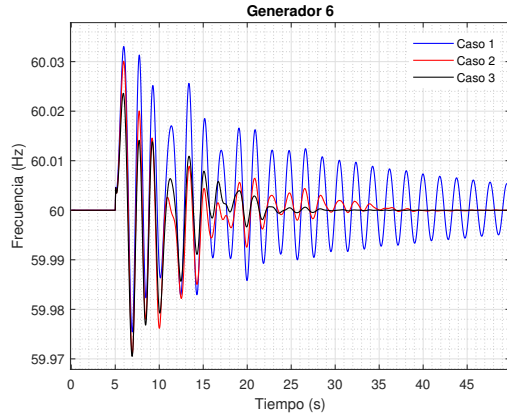
(c)



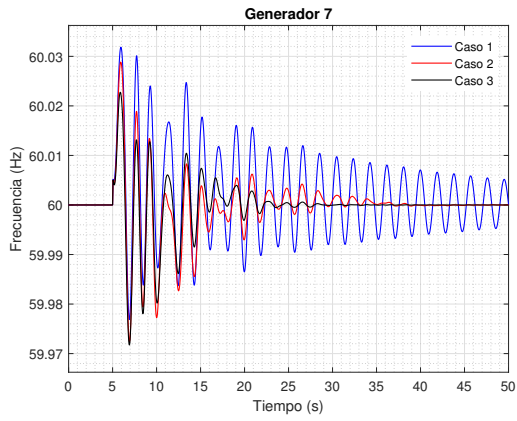
(d)



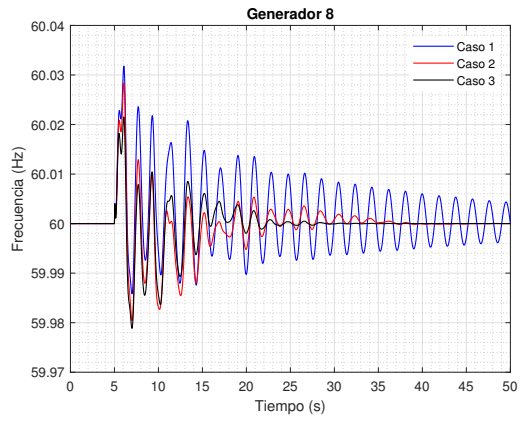
(e)



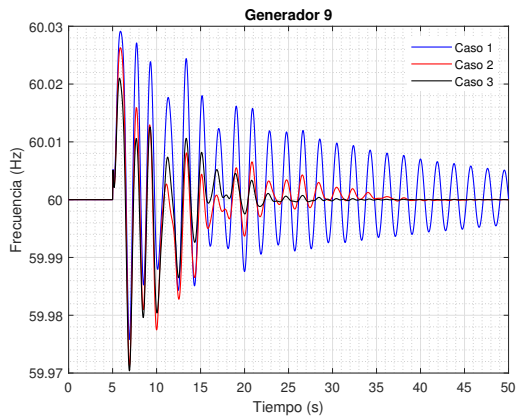
(f)



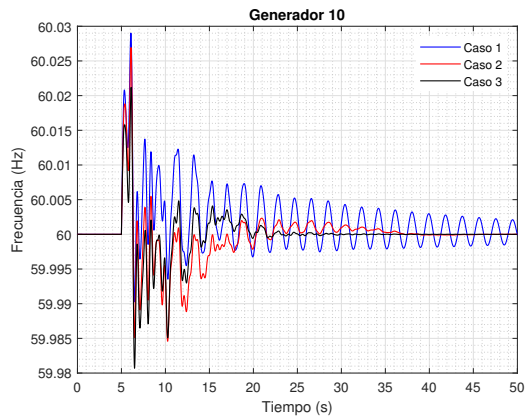
(g)



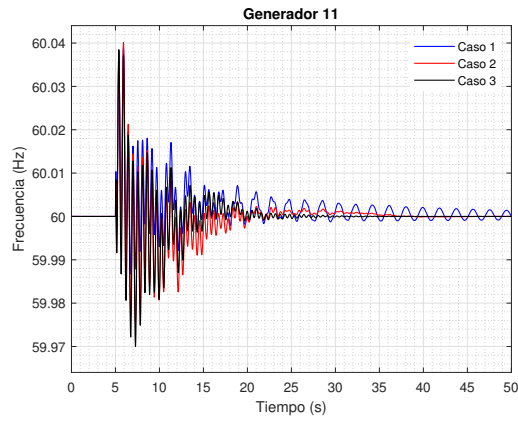
(h)



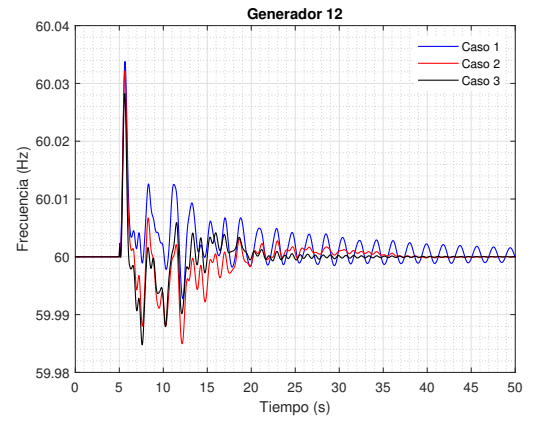
(i)



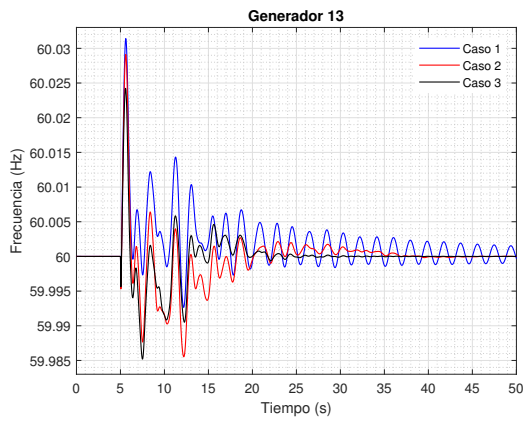
(j)



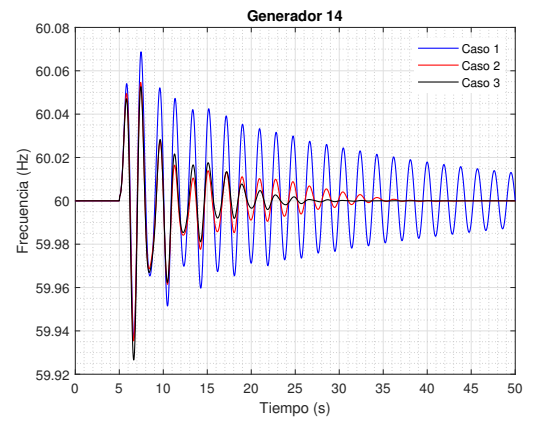
(k)



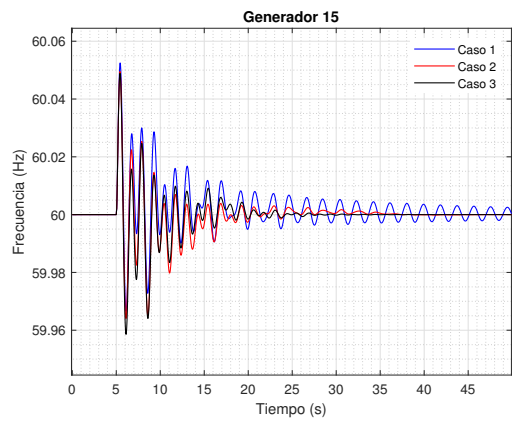
(l)



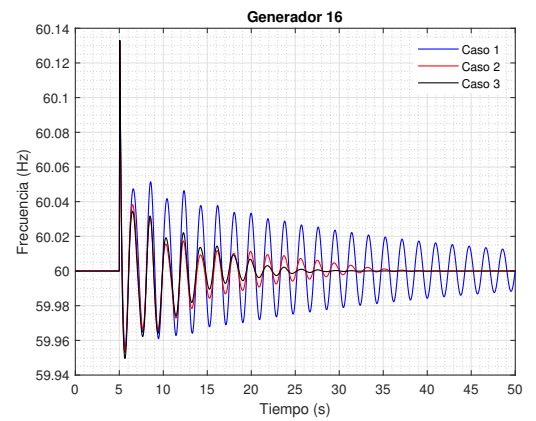
(m)



(n)



(ñ)



(o)

Figura D.2: Capítulo 4. Frecuencia en generadores del sistema de 68 nodos

Apéndice E

Sistemas de prueba

Los datos de los sistemas de prueba están dados sobre una potencia base de 100 MVA, a excepción de los datos dinámicos de los generadores en el sistema de dos áreas.

E.1. Sistema de dos áreas de Kundur

Tabla E.1: Datos de las cargas del sistema de dos áreas

Nodo	P_d (MW)	Q_d (MVAR)
n7	967	100
n9	1767	100

Tabla E.2: Elementos en derivación del sistema de dos áreas

Nodo	G_{shunt} (p.u.)	B_{shunt} (p.u.)
n7	0	2.169
n9	0	3.7094

Tabla E.3: Datos de generadores del sistema de dos áreas

Nodo	P_G (MW)	Q_G (MVAR)	Q_{min} (MVAR)	Q_{max} (MVAR)	$ V_i $ (p.u.)	Ángulo(°)
n1	588	185	-200	500	1.03	—
n2	588	235	-200	500	1.01	—
n3 (slack)	—	—	—	—	1.03	-6.8
n4	700	202	-200	500	1.01	—

Tabla E.4: Datos de líneas de transmisión del sistema de dos áreas

Nd. de envío	Nd. de recepción	R(p.u.)	X_L (p.u.)	$B_{shunt,total}$ (p.u.)
n1	n5	0	0.016667	0
n2	n6	0	0.016667	0
n4	n10	0	0.016667	0
n3	n11	0	0.016667	0
n5	n6	0.0025	0.025	0.04375
n6	n7	0.001	0.01	0.0175
n7	n8	0.011	0.11	0.09625
n7	n8	0.011	0.11	0.09625
n8	n9	0.011	0.11	0.09625
n8	n9	0.011	0.11	0.09625
n9	n10	0.001	0.01	0.0175
n10	n11	0.0025	0.025	0.04375

Tabla E.5: Datos dinámicos de generadores del sistema de dos áreas. $S_B = 900$ MVA.

Parámetros	Nodos de conexión del generador			
	n1	n2	n3	n4
H (s)	6.5	6.5	6.175	6.175
X_d (p.u.)	1.8	1.8	1.8	1.8
X'_d (p.u.)	0.3	0.3	0.3	0.3
X''_d (p.u.)	0.25	0.25	0.25	0.25
X_q (p.u.)	1.7	1.7	1.7	1.7
X'_q (p.u.)	0.55	0.55	0.55	0.55
X''_q (p.u.)	0.25	0.25	0.25	0.25
T'_{d0} (s)	8	8	8	8
T''_{d0} (s)	0.03	0.03	0.03	0.03
T'_{q0} (s)	0.4	0.4	0.4	0.4
T''_{q0} (s)	0.05	0.05	0.05	0.05
R (p.u.)	0.0025	0.0025	0.0025	0.0025
D (p.u.)	0	0	0	0
$X_{\ell s}$ (p.u.)	0.2	0.2	0.2	0.2

Tabla E.6: Datos del sistema de excitación tipo DC1A en el sistema de dos áreas

Parámetros	Nodos de conexión del generador			
	n1	n2	n3	n4
K_A	20	20	20	20
T_A (s)	0.055	0.055	0.055	0.055
K_E	1	1	1	1
T_E (s)	0.36	0.36	0.36	0.36
K_F	0.125	0.125	0.125	0.125
T_F (s)	1.8	1.8	1.8	1.8
T_R (s)	0.05	0.05	0.05	0.05
A_{sat}	0.0056	0.0056	0.0056	0.0056
B_{sat}	1.075	1.075	1.075	1.075

Tabla E.7: Datos del sistema turbina-gobernador para el sistema de dos áreas

Nodo	R(p.u.)	T_S (s)	T_3 (s)	T_C (s)	T_4 (s)	T_5 (s)
n1	0.05	0.1005	0	0.4501	12	50
n2	0.05	0.1004	0	0.4502	12	50.2
n3	0.05	0.1003	0	0.4503	12	50.4
n4	0.05	0.1001	0	0.4504	12	50.8

Tabla E.8: Datos para el CEV del sistema de dos áreas

Nodo	$ V_i $ (p.u.)	B_{CEV} (p.u.)	Kr	Tr(s)
n11	1.015	1.0339	1	0.01

Tabla E.9: Datos de la planta solar del sistema de dos áreas

Nodo	T_p (s)	T_q (s)	T_{pord} (s)	K_{qv}	T_{rv} (s)	T_{iq} (s)	K_p	K_{ip}	K_q	K_{iq}	V_{ref} (p.u.)
n13	0.015	0.015	0.02	1	0.02	0.02	11.5793	0.014	0.0865	50.9005	1.01

Tabla E.10: Datos de LTs para la conexión de la planta solar en el sistema de dos áreas

Nd. de envío	Nd. de recepción	R(p.u.)	X_L (p.u.)	$B_{shunt,total}$ (p.u.)
n7	n12	0.0025	0.025	0.04375
n12	n13	0	0.016667	0

E.2. Sistema de 39 nodos

Tabla E.11: Datos de líneas de transmisión del sistema de 39 nodos

Nd. de envío	Nd. de recepción	R(p.u.)	X_L (p.u.)	B_{shunt} (p.u.)
1	2	0.0035	0.0411	0.6987
1	39	0.001	0.025	0.75
2	25	0.007	0.0086	0.146
2	3	0.0013	0.0151	0.2572
3	4	0.0013	0.0213	0.2214
3	18	0.0011	0.0133	0.2138
4	5	0.0008	0.0128	0.1342
4	14	0.0008	0.0129	0.1382
5	8	0.0008	0.0112	0.1476
5	6	0.0002	0.0026	0.0434
6	7	0.0006	0.0092	0.113
6	11	0.0007	0.0082	0.1389
7	8	0.0004	0.0046	0.078
9	39	0.001	0.025	1.2
9	8	0.0023	0.0363	0.3804
10	11	0.0004	0.0043	0.0729
10	13	0.0004	0.0043	0.0729
13	14	0.0009	0.0101	0.1723
14	15	0.0018	0.0217	0.366
15	16	0.0009	0.0094	0.171
16	24	0.0003	0.0059	0.068
16	19	0.0016	0.0195	0.304
16	17	0.0007	0.0089	0.1342
16	21	0.0008	0.0135	0.2548
17	18	0.0007	0.0082	0.1319
17	27	0.0013	0.0173	0.3216
21	22	0.0008	0.014	0.2565

Continúa en la siguiente página.

Nd. de envío	Nd. de recepción	R(p.u.)	X_L (p.u.)	$B_{shunt,total}$ (p.u.)
22	23	0.0006	0.0096	0.1846
23	24	0.0022	0.035	0.361
25	26	0.0032	0.0323	0.531
26	27	0.0014	0.0147	0.2396
26	28	0.0043	0.0474	0.7802
26	29	0.0057	0.0625	1.029
28	29	0.0014	0.0151	0.249

Tabla E.12: Datos de transformadores del sistema de 39 nodos

Nd. de envío	Nd. de recepción	R_s (p.u.)	X_s (p.u.)	T_v (p.u.)	U_v (p.u.)
2	30	0	0.0181	1.025	1
6	31	0	0.025	1.07	1
10	32	0	0.02	1.07	1
12	13	0.0016	0.0435	1.006	1
12	11	0.0016	0.0435	1.006	1
19	20	0.0007	0.0138	1.06	1
19	33	0.0007	0.0142	1.07	1
20	34	0.0009	0.018	1.009	1
22	35	0	0.0143	1.025	1
23	36	0.0005	0.0272	1	1
25	37	0.0006	0.0232	1.025	1
29	38	0.0008	0.0156	1.025	1

Tabla E.13: Datos de las cargas del sistema de 39 nodos

Nodo	P_d (MW)	Q_d (MVAR)
3	322	2.4
4	500	184
7	233.8	84
8	522	176
12	7.5	88
15	320	153
16	329	32.3
18	158	30
20	628	103
21	274	115

Nodo	P_d (MW)	Q_d (MVAR)
23	247.5	84.6
24	308.6	-92.2
25	224	47.2
26	139	17
27	281	75.5
28	206	27.6
29	283.5	26.9
31	9.2	4.6
39	1104	250

Tabla E.14: Datos de generadores del sistema de 39 nodos

Nodo	P_G (MW)	Q_G (MVAR)	Q_{min} (MVAR)	Q_{max} (MVAR)	$ V_i $ (p.u.)	Ángulo(°)
30	250	0	-550	550	1.0475	—
31 (slack)	—	—	—	—	0.982	0
32	650	0	-550	550	0.9831	—
33	632	0	-550	550	0.9972	—
34	508	0	-550	550	1.0123	—
35	650	0	-550	550	1.0493	—
36	560	0	-550	550	1.0635	—
37	540	0	-550	550	1.0278	—
38	830	0	-550	550	1.0265	—
39	1000	0	-550	550	1.03	—

Tabla E.15: Datos dinámicos de generadores del sistema de 39 nodos

Parámetros	Nodos de conexión del generador									
	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
H (s)	500	30.3	35.8	28.6	20	34.8	26.4	24.3	30.5	42
X_d (p.u.)	0.02	0.295	0.2495	0.262	0.67	0.254	0.295	0.29	0.2106	0.1
X'_d (p.u.)	0.006	0.0697	0.0531	0.0436	0.132	0.05	0.049	0.057	0.057	0.031
X_q (p.u.)	0.019	0.282	0.237	0.258	0.62	0.241	0.292	0.28	0.205	0.069
X'_q (p.u.)	0.008	0.17	0.0876	0.166	0.166	0.0814	0.186	0.0911	0.0587	0.008
T'_{d0} (s)	7	6.56	5.7	5.69	5.4	7.3	5.66	6.7	4.79	10.2
T'_{q0} (s)	0.7	1.5	1.5	1.5	0.44	0.4	1.5	0.41	1.96	1.0e-03
R (p.u.)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D (p.u.)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$X_{\ell s}$ (p.u.)	0.003	0.035	0.0304	0.0295	0.054	0.0224	0.0322	0.028	0.0298	0.0125

Tabla E.16: Datos del sistema de excitación tipo ST1A en el sistema de 39 nodos

Nodo	Parámetros				
	T_R (s)	K_A	T_A (s)	T_B (s)	T_C (s)
30	0.01	150	0.015	10	1
31	0.01	50	0.015	10	1
32	0.01	100	0.015	10	1

Continúa en la siguiente página.

Nodo	Parámetros				
	$T_R(s)$	K_A	$T_A(s)$	$T_B(s)$	$T_C(s)$
33	0.01	100	0.015	10	1
34	0.01	150	0.015	10	1
35	0.01	150	0.015	10	1
36	0.01	150	0.015	10	1
37	0.01	100	0.015	10	1
38	0.01	50	0.015	10	1
39	0.01	100	0.015	10	1

Tabla E.17: Datos para el CEV del sistema de 39 nodos

Nodo	$ V_i (\text{p.u.})$	$B_{CEV}(\text{p.u.})$	Kr	Tr(s)
9	1.03	0.0981	10	0.02

Tabla E.18: Datos de la planta solar del sistema de 39 nodos

Nodo	$T_p(s)$	$T_q(s)$	$T_{pord}(s)$	K_{qv}	$T_{rv}(s)$	$T_{iq}(s)$	K_p	K_{ip}	K_q	K_{iq}	$V_{ref}(\text{p.u.})$
43	0.02	0.02	0.02	1	0.02	0.01	12.03	0.0536	0.0865	50.9005	1.03

Tabla E.19: Datos de LTs para la conexión de la planta solar en el sistema de 39 nodos

Nd. de envío	Nd. de recepción	R(p.u.)	$X_L(\text{p.u.})$	$B_{shunt,total}(\text{p.u.})$
29	40	0.0001856	0.0015	0.0382
41	42	0.00493	0.02681	0.03261

Tabla E.20: Datos de Trans. para la conexión de la planta solar en el sistema de 39 nodos

Nd. de envío	Nd. de recepción	$R_s(\text{p.u.})$	$X_s(\text{p.u.})$	$T_v(\text{p.u.})$	$U_v(\text{p.u.})$
40	41	0.002058	0.089976	1	1
42	43	0.009400	0.059200	1	1

E.3. Sistema de 68 nodos

Tabla E.21: Datos de líneas de transmisión del sistema de 68 nodos

Nd. de envío	Nd. de recepción	R(p.u.)	X_L (p.u.)	$B_{shunt,total}$ (p.u.)
17	18	0.0035	0.0411	0.6987
17	46	0.0008	0.0074	0.48
18	19	0.0013	0.0151	0.2572
18	41	0.007	0.0086	0.146
19	20	0.0013	0.0213	0.2214
19	34	0.0011	0.0133	0.2138
20	21	0.0008	0.0128	0.1342
20	30	0.0008	0.0129	0.1382
21	22	0.0002	0.0026	0.0434
21	24	0.0008	0.0112	0.1476
22	23	0.0006	0.0092	0.113
22	27	0.0007	0.0082	0.1389
23	24	0.0004	0.0046	0.078
24	25	0.0023	0.0363	0.3804
25	46	0.0019	0.0183	0.29
26	27	0.0004	0.0043	0.0729
26	29	0.0004	0.0043	0.0729
29	30	0.0009	0.0101	0.1723
30	31	0.0018	0.0217	0.366
31	32	0.0009	0.0094	0.171
32	33	0.0007	0.0089	0.1342
32	35	0.0016	0.0195	0.304
32	37	0.0008	0.0135	0.2548
32	40	0.0003	0.0059	0.068
33	34	0.0007	0.0082	0.1319
33	43	0.0013	0.0173	0.3216
37	38	0.0008	0.014	0.2565
38	39	0.0006	0.0096	0.1846
39	40	0.0022	0.035	0.361
39	7	0.0005	0.0272	0
41	42	0.0032	0.0323	0.531
42	43	0.0014	0.0147	0.2396
42	44	0.0043	0.0474	0.7802
42	45	0.0057	0.0625	1.029

Continúa en la siguiente página.

Nd. de envío	Nd. de recepción	R(p.u.)	X_L (p.u.)	$B_{shunt,total}$ (p.u.)
44	45	0.0014	0.0151	0.249
25	46	0.0019	0.0183	0.29
25	52	0.0022	0.0196	0.34
25	52	0.0022	0.0196	0.34
52	53	0.0005	0.0045	0.32
50	52	0.0033	0.0111	1.45
49	50	0.0011	0.0157	0.202
48	49	0.0008	0.0099	0.168
46	47	0.0013	0.0187	0.333
46	48	0.0024	0.0288	0.488
17	47	0.0016	0.0163	0.25
47	54	0.0011	0.0147	0.247
49	54	0.0036	0.0444	0.693
54	62	0.0022	0.0284	0.43
62	65	0.0018	0.0274	0.27
17	63	0.0013	0.0188	1.31
63	64	0.0025	0.0268	0.4
63	64	0.0025	0.0268	0.4
64	56	0.002	0.022	1.28
51	61	0.0007	0.0175	1.39
53	59	0.0005	0.0276	0
59	60	0.0001	0.0011	0
60	61	0.0025	0.073	0
55	60	0	0.0411	0
55	61	0	0.0839	0
61	67	0.0004	0.0105	0.72
66	68	0.0012	0.0288	2.06
66	67	0.0009	0.0221	1.62
65	68	0.0076	0.1141	1.16
68	58	0.004	0.06	2.25
58	57	0.004	0.06	2.25
57	56	0.006	0.084	3.15
57	14	0	0.0015	0
58	15	0	0.0015	0
68	16	0	0.003	0
17	43	0.032	0.32	0.41

Tabla E.22: Datos de transformadores del sistema de 68 nodos

Nd. de envío	Nd. de recepción	R_s (p.u.)	X_s (p.u.)	T_v (p.u.)	U_v (p.u.)
18	1	0	0.0181	1.025	1
22	2	0	0.025	1.07	1
26	3	0	0.02	1.07	1
28	27	0.0016	0.0435	1.06	1
28	29	0.0016	0.0435	1.06	1
35	36	0.0007	0.0138	1.06	1
35	4	0.0007	0.0142	1.07	1
36	5	0.0009	0.018	1.009	1
38	6	0	0.0143	1.025	1
41	8	0.0006	0.0232	1.025	1
45	9	0.0008	0.0156	1.025	1
51	50	0.0001	0.0074	0.946	1
47	10	0	0.026	1.04	1
48	11	0	0.013	1.04	1
52	12	0	0.0075	1.04	1
53	13	0	0.0033	1.04	1

Tabla E.23: Datos de generadores del sistema de 68 nodos

Nodo	P_G (MW)	Q_G (MVAR)	Q_{min} (MVAR)	Q_{max} (MVAR)	$ V_i $ (p.u.)	Ángulo(°)
1 (slack)	—	—	—	—	1.045	0
2	545	0	-999	999	0.98	—
3	650	0	-999	999	0.983	—
4	632	0	-999	999	0.997	—
5	505.2	0	-999	999	1.011	—
6	700	0	-999	999	1.05	—
7	560	0	-999	999	1.063	—
8	540	0	-999	999	1.03	—
9	800	0	-999	999	1.025	—
10	500	0	-999	999	1.01	—
11	1000	0	-999	999	1	—
12	1350	0	-999	999	1.0156	—
13	3591	0	-999	999	1.011	—
14	1785	0	-999	999	1	—
15	1000	0	-999	999	1	—
16	4000	0	-999	999	1	—

Tabla E.24: Datos de las cargas del sistema de 68 nodos

Nodo	P_d (MW)	Q_d (MVAR)	Nodo	P_d (MW)	Q_d (MVAR)
17	252.7	118.56	45	284	27
19	322	2	49	112	0
20	500	184	52	102	-19.46
23	234	84	53	6000	300
24	522	177	55	267	12.6
25	104	125	56	65.63	23.53
28	9	88	57	1000	250
31	320	153	58	1150	250
32	329	32	60	267.55	4.84
34	158	30	61	208	21
36	680	103	62	150.7	28.5
37	274	115	63	203.12	32.59
39	248	85	64	241.2	2.2
40	309	-92	65	164	29
41	224	47	66	100	-147
42	139	17	67	337	-122
43	281	76	68	2470	123
44	206	28			

Tabla E.25: Datos dinámicos de generadores del sistema de 68 nodos

Nd	Parámetros									
	H(s)	X_d (p.u.)	X'_d (p.u.)	X_q (p.u.)	X'_q (p.u.)	T'_d (s)	T'_q (s)	R(p.u.)	D(p.u.)	$X_{\ell s}$ (p.u.)
1	42	0.1	0.031	0.069	0.028	10.2	1.5	0	35	0
2	30.2	0.295	0.0697	0.282	0.06	6.56	1.5	0	35	0
3	35.8	0.2495	0.0531	0.237	0.05	5.7	1.5	0	35	0
4	28.6	0.262	0.0436	0.258	0.04	5.69	1.5	0	35	0
5	26	0.33	0.066	0.31	0.06	5.4	0.44	0	35	0
6	34.8	0.254	0.05	0.241	0.045	7.3	0.4	0	35	0
7	26.4	0.295	0.049	0.292	0.045	5.66	1.5	0	35	0
8	24.3	0.29	0.057	0.28	0.05	6.7	0.41	0	35	0
9	34.5	0.2106	0.057	0.205	0.05	4.79	1.96	0	120	0
10	31	0.169	0.0457	0.115	0.045	9.37	1.5	0	35	0
11	28.2	0.128	0.018	0.123	0.015	4.1	1.5	0	35	0
12	92.3	0.101	0.031	0.095	0.028	7.4	1.5	0	35	0
13	496	0.0148	0.00275	0.0143	0.0025	5.9	1.5	0	70	0
14	300	0.018	0.00285	0.0173	0.0025	4.1	1.5	0	35	0
15	300	0.018	0.00285	0.0173	0.0025	4.1	1.5	0	35	0
16	450	0.0178	0.00355	0.0167	0.003	7.8	1.5	0	70	0

Tabla E.26: Datos del sistema de excitación estático en el sistema de 68 nodos

Nodo	Parámetros	
	K_A	$T_A(\text{p.u.})$
1 al 16	50	0.02

Tabla E.27: Datos para los CEVs del sistema de 68 nodos

Nodo	$ V_i (\text{p.u.})$	$B_{CEV}(\text{p.u.})$	Kr	Tr(s)
55	1.015	0.0708	10	0.02
66	1.015	0.1955	10	0.02

Tabla E.28: Datos de plantas solares en el sistema de 68 nodos

Nodo	$T_p(\text{s})$	$T_q(\text{s})$	$T_{pord}(\text{s})$	K_{qv}	$T_{rv}(\text{s})$	$T_{iq}(\text{s})$	K_p	K_{ip}	K_q	K_{iq}	$V_{ref}(\text{p.u.})$
72	0.015	0.015	0.01	1	0.02	0.01	2.13	0.365	0.0868	50.9005	1.0
76	0.015	0.015	0.01	1	0.02	0.01	2.13	0.365	0.0868	50.9005	1.0

Tabla E.29: Datos de LTs para la conexión de plantas solares en el sistema de 68 nodos

Nd. de envío	Nd. de recepción	R(p.u.)	$X_L(\text{p.u.})$	$B_{shunt,total}(\text{p.u.})$
68	69	0.014	0.112	0.0143
70	71	0.016	0.013	0.032
52	73	0.014	0.112	0.0143
74	75	0.016	0.013	0.032

Tabla E.30: Datos de Trans. para la conexión de plantas solares en el sistema de 68 nodos

Nd. de envío	Nd. de recepción	$R_s(\text{p.u.})$	$X_s(\text{p.u.})$	$T_v(\text{p.u.})$	$U_v(\text{p.u.})$
69	70	0	0.05	1.05	1
71	72	0.0029	0.0198	1	1
73	74	0	0.05	1.05	1
75	76	0.0029	0.0198	1	1

Referencias

- [Abdulrahman et al., 2019] Abdulrahman, I., Belkacemi, R., y Radman, G. (2019). Power oscillations damping using wide-area-based solar plant considering adaptive time-delay compensation. *Energy Systems*, pages 1–31.
- [Aboul-Ela et al., 1996] Aboul-Ela, M., Sallam, A., McCalley, J., y Fouad, A. (1996). Damping controller design for power system oscillations using global signals. *IEEE Transactions on Power Systems*, 11(2):767–773.
- [Cai, 2004] Cai, L. (2004). Robust coordinated control of facts devices in large power systems.
- [Chow, 2013] Chow, J. H. (2013). *Power system coherency and model reduction*, volume 84. Springer.
- [CIGRE, 1997] CIGRE (1997). Analysis and control of power system oscillations. Technical report.
- [Concordia, 1985] Concordia, C. (1985). Power system stability. *IEEE Power Engineering Review*, PER-5(11):8–10.
- [Du et al., 2009] Du, W., Wang, H. F., y Dunn, R. (2009). Power system small-signal oscillation stability as affected by large-scale pv penetration. In *2009 International Conference on Sustainable Power Generation and Supply*, pages 1–6.
- [Eftekharnejad et al., 2013] Eftekharnejad, S., Vittal, V., Heydt, G. T., Keel, B., y Loehr, J. (2013). Small signal stability assessment of power systems with increased penetration

- of photovoltaic generation: A case study. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 4(4):960–967.
- [EPRI, 2009] EPRI (July 2009). Epr power systems dynamics tutorial. Technical report.
- [Fernandez-Bernal et al., 2002] Fernandez-Bernal, F., Rouco, L., Centeno, P., González, M., y Alonso, M. (2002). Modelling of photovoltaic plants for power system dynamic studies. volume 1, pages 341– 346.
- [Gibbard et al., 2015] Gibbard, M. J., Vowles, D. J., y Pourbeik, P. (2015). *Small-signal stability, control and dynamic performance of power systems*. University of Adelaide press.
- [Grund et al., 1993] Grund, C., Paserba, J., Hauer, J., y Nilsson, S. (1993). Comparison of prony and eigenanalysis for power system control design. *IEEE Transactions on Power Systems*, 8(3):964–971.
- [Hadjikypris, 2015] Hadjikypris, M. (2015). Supervisory Control Scheme for FACTS and HVDC Based Damping of Inter-Area Power Oscillations in Hybrid AC-DC Power Systems.
- [Hamdan y Hamdan, 1987] Hamdan, H. y Hamdan, A. (1987). On the coupling measures between modes and state variables and subsynchronous resonance. *Electric Power Systems Research*, 13(3):165–171.
- [Hammad, 1986] Hammad, A. E. (1986). Analysis of power system stability enhancement by static var compensators. *IEEE Transactions on Power Systems*, 1(4):222–227.
- [Hauer et al., 1990] Hauer, J., Demeure, C., y Scharf, L. (1990). Initial results in prony analysis of power system response signals. *IEEE Transactions on Power Systems*, 5(1):80–89.
- [Hingorani, 1988] Hingorani, N. (1988). High power electronics and flexible ac transmission system. *IEEE Power Engineering Review*, 8(7):3–4.

- [Hingorani y Gyugyi, 2000] Hingorani, N. G. y Gyugyi, L. (2000). *Understanding FACTS: concepts and technology of flexible AC transmission systems*. IEEE press.
- [Hoke y Maksimović, 2013] Hoke, A. y Maksimović, D. (2013). Active power control of photovoltaic power systems. In *2013 1st IEEE Conference on Technologies for Sustainability (SusTech)*, pages 70–77.
- [IEEE, 1993] IEEE (1993). Load representation for dynamic performance analysis of power systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 8(2):472–482.
- [IEEE, 2016] IEEE (2016). IEEE Recommended Practice for Excitation System Models for Power System Stability Studies. *IEEE Std 421.5-2016 (Revision of IEEE Std 421.5-2005)*, pages 1–207.
- [Krause et al., 2002] Krause, P. C., Wasynczuk, O., y Sudhoff, S. D. (2002). *Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*. Wiley-IEEE Press, 2nd edition.
- [Kundur, 1994] Kundur, P. (1994). *Power System Stability and Control*. McGraw-Hill, Inc., 1st edition.
- [Lammert, 2019] Lammert, G. (2019). *Modelling, control and stability analysis of photovoltaic systems in power system dynamic studies*, volume 9. kassel university press GmbH.
- [Larsen y Swann, 1981] Larsen, E. V. y Swann, D. A. (1981). Applying power system stabilizers part i: General concepts. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-100(6):3017–3024.
- [Laufenberg, 1997] Laufenberg, M. J. (1997). Dynamic Sensitivity Functions and the Stability of Power Systems with FACTS Controllers.
- [Machowski et al., 2020] Machowski, J., Lubosny, Z., Bialek, J. W., y Bumby, J. R. (2020). *Power system dynamics: stability and control*. John Wiley & Sons.
- [Martins y Lima, 1990] Martins, N. y Lima, L. (1990). Determination of suitable locations for power system stabilizers and static var compensators for damping electromechani-

- cal oscillations in large scale power systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 5(4):1455–1469.
- [Milano, 2010] Milano, F. (2010). *Power system modelling and scripting*. Springer Science & Business Media.
- [Milano et al., 2020] Milano, F., Dassios, I., Liu, M., y Tzounas, G. (2020). *Eigenvalue Problems in Power Systems*. CRC Press.
- [Mircea y Mohammad, 2013] Mircea, E. y Mohammad, S. (2013). *Handbook of Electrical Power System Dynamics: Modelling, Stability and Control*. Wiley-IEEE Press, 1st edition.
- [Mondal et al., 2020] Mondal, D., Chakrabarti, A., y Sengupta, A. (2020). *Power system small signal stability analysis and control*. Academic Press.
- [Pagola et al., 1989] Pagola, F. L., Pérez-Arriaga, I. J., y Verghese, G. C. (1989). On sensitivities, residues and participations: Applications to oscillatory stability analysis and control. *IEEE Transactions on Power Systems*, pages 278–285.
- [Pal y Chaudhuri, 2005] Pal, B. y Chaudhuri, B. (2005). *Robust Control in Power Systems*. Springer.
- [Pourbeik y Gibbard, 1995] Pourbeik, P. y Gibbard, M. (1995). Tuning of svc stabilisers for the damping of inter-area modes of rotor oscillation.
- [Pourbeik y Gibbard, 1996] Pourbeik, P. y Gibbard, M. (1996). Damping and synchronizing torques induced on generators by facts stabilizers in multimachine power systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 11(4):1920–1925.
- [Pérez-Arriaga et al., 1982] Pérez-Arriaga, I. J., Verghese, G. C., y Schweppe, F. C. (1982). Selective modal analysis with applications to electric power systems, part i: Heuristic introduction. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, pages 3117–3125.
- [Ramos et al., 2015] Ramos, R., Hiskens, I., Lima, L., Cañizares, C., Fernandes, T. C., Jr, E., Gein-Lajoie, L., Gibbard, M., Kersulis, J., Kuiava, R., De Marco, F., Martins, N., Pal, B., Bohnen Piardi, A., Santos, J., Silva, D., Singh, A. K., Tamimi, B., y Vowles,

- D. (2015). Benchmark systems for small-signal stability analysis and control. Technical report.
- [Rogers, 2000] Rogers, G. (2000). *Power System Oscillations*.
- [Sadiković, 2006] Sadiković, R. (2006). Use of FACTS Devices for Power Flow Control and Damping of Oscillations in Power Systems.
- [Sauer y Pai, 1998] Sauer, P. W. y Pai, M. A. (1998). *Power System Dynamics and Stability*. Prentice-Hall, Inc., 1st edition.
- [Shah et al., 2013] Shah, R., Mithulananthan, N., y Lee, K. Y. (2013). Large-scale pv plant with a robust controller considering power oscillation damping. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 28(1):106–116.
- [Shah et al., 2010] Shah, R., Mithulananthan, N., Sode-Yome, A., y Lee, K. (2010). Impact of large-scale pv penetration on power system oscillatory stability. In *IEEE PES General Meeting*, pages 1–7.
- [Simon et al., 1994] Simon, C. P., Blume, L., et al. (1994). *Mathematics for economists*, volume 7. Norton New York.
- [Singh, 2003] Singh, S. (2003). Application of prony analysis to characterize pulsed corona reactor measurements.
- [Soni, 2014] Soni, S. (2014). Solar PV Plant Model Validation for Grid Integration Studies.
- [Tamimi et al., 2013] Tamimi, B., Canizares, C., y Bhattacharya, K. (2013). System stability impact of large-scale and distributed solar photovoltaic generation: The case of ontario, canada. *Sustainable Energy, IEEE Transactions on*, 4:680–688.
- [Tan et al., 2004] Tan, Y. T., Kirschen, D., y Jenkins, N. (2004). A model of pv generation suitable for stability analysis. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 19(4):748–755.
- [Tielens y Van Hertem, 2016] Tielens, P. y Van Hertem, D. (2016). The relevance of inertia in power systems. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 55:999–1009.

- [Tzounas et al., 2020] Tzounas, G., Dassios, I., y Milano, F. (2020). Modal participation factors of algebraic variables. *IEEE Transactions on Power Systems*, 35(1):742–750.
- [Villarreal-Martínez, 2008] Villarreal-Martínez, D. (2008). Análisis modal de sistemas eléctricos de potencia.
- [Wang et al., 2016] Wang, H., Du, W., et al. (2016). *Analysis and damping control of power system low-frequency oscillations*. Springer.
- [WECC, 2014] WECC (April 2014). WECC PV Power Plant Dynamic Modeling Guidel. Technical report.
- [WECC, 2012] WECC (September 2012). WECC Solar PV Dynamic Model Specification. Technical report.
- [Zhang et al., 2006] Zhang, X.-P., Rehtanz, C., y Pal, B. (2006). *Flexible AC Transmission Systems: Modeling and Control*. Springer.
- [Zhou, 1995] Zhou, E. Z. (1995). Power oscillation flow study of electric power system. *Butterworth Heinemann*.
- [Zhou et al., 2017] Zhou, L., Yu, X., Li, B., Zheng, C., Liu, J., Liu, Q., y Guo, K. (2017). Damping inter-area oscillations with large-scale pv plant by modified multiple-model adaptive control strategy. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 8(4):1629–1636.