



**UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN
NICOLÁS DE HIDALGO**

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

**CÁLCULO DE CAPACIDAD DE TRANSFERENCIA DE ENERGÍA
CON RESTRICCIONES DE ESTABILIDAD TRANSITORIA EN
SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**PRESENTA
ING. MIGUEL CHÁVEZ LUGO**

**DIRECTOR DE TESIS
DR. CLAUDIO RUBÉN FUERTE ESQUIVEL**

**CO-DIRECTOR DE TESIS
DR. ALEJANDRO PIZANO MARTÍNEZ**

MORELIA, MICHOACÁN

AGOSTO DEL 2010



Resumen

En esta Tesis se presenta un enfoque para formular un algoritmo global de flujos de potencia óptimos con restricciones de estabilidad transitoria que permite calcular puntos de equilibrio transitoriamente estables, los cuales proporcionan la capacidad de transferencia de un sistema eléctrico de potencia. El problema de flujos de potencia óptimos con restricciones de estabilidad transitoria es formulado en el espacio Euclidiano, donde el número de restricciones dinámicas y de estabilidad transitoria a ser considerado en el proceso de optimización es reducido a una sola restricción de estabilidad. Esta restricción es derivada del análisis de sensibilidad llevado a cabo mediante el método de máquina equivalente única y solamente es expresada en términos de variables de estado estacionario, lo que permite disminuir la longitud de la simulación en el dominio del tiempo que será incluida en el enfoque global de flujos de potencia óptimos con restricciones de estabilidad transitoria para un solo paso de tiempo (inicial), mejorando de esta manera su aplicación práctica. Cabe resaltar que en este trabajo se utiliza a la potencia mecánica de entrada de los generadores como índice de estabilidad transitoria.

Abstract

This Thesis presents an approach to formulate a global transient stability-constrained optimal power flow algorithm that allows the computation of transiently stable optimal equilibrium points, which provide the transfer capability of a power system. The transient stability-constrained optimal power flow problem is formulated in the Euclidian space, where the number of dynamic and transient constraints to be considered in the optimization process is reduced to a one single stability constraint. This constraint is derived from sensitivity analysis carried out from the single machine equivalent method and is only expressed in terms of the steady-state variables, which allow diminishing the length of time-domain simulation to be included into the global transient stability-constrained optimal power flow to a single (initial) time step, improving in this way its practical application. In this work the mechanical power of generators is used as transient stability index.

Contenido

| | |
|---|-----------|
| Resumen..... | i |
| Abstract..... | ii |
| Contenido..... | iii |
| Simbología y abreviaciones..... | ix |
| Lista de Figuras..... | xiii |
| Lista de Tablas..... | xvii |
| Capítulo 1..... | 1 |
| Introducción..... | 1 |
| 1.1 Introducción..... | 1 |
| 1.2 Estado del arte..... | 2 |
| 1.2.1 Optimización con restricciones de estabilidad transitoria en un enfoque secuencial..... | 2 |
| 1.2.2 Optimización con restricciones de estabilidad transitoria en un enfoque global.... | 3 |
| 1.2.3 Capacidad de Transferencia..... | 7 |
| 1.3 Objetivo..... | 10 |
| 1.4 Justificación..... | 10 |
| 1.5 Metodología..... | 11 |
| 1.6 Planteamiento del problema..... | 12 |
| 1.7 Estructura de la Tesis..... | 12 |
| Capítulo 2..... | 14 |
| Modelado y Análisis de Capacidad de Transferencia Estática..... | 14 |
| 2.1 Descripción del problema de optimización restringida..... | 14 |

| | | |
|-------|---|----|
| 2.1.1 | Conceptos y definiciones básicas..... | 15 |
| 2.2 | Condiciones de optimalidad para problemas restringidos..... | 19 |
| 2.3 | Flujos de potencia óptimos..... | 20 |
| 2.3.1 | Formulación matemática..... | 21 |
| 2.3.2 | Variables..... | 21 |
| 2.3.3 | Restricciones de igualdad..... | 22 |
| 2.3.4 | Restricciones de desigualdad..... | 22 |
| 2.3.5 | Formulación explícita del problema de OPF..... | 23 |
| 2.4 | Método de Newton para Optimización No Restringida..... | 24 |
| 2.4.1 | Aplicación del método de Newton al problema de OPF..... | 26 |
| 2.5 | Métodos de punto interior..... | 27 |
| 2.5.1 | Método de punto interior Primal-Dual..... | 27 |
| 2.6 | Capacidad de Transferencia (ATC)..... | 31 |
| 2.6.1 | Conceptos básicos en Capacidad de Transferencia..... | 31 |
| 2.6.2 | Evaluación de márgenes para el cálculo de ATC..... | 32 |
| 2.6.3 | Factores que limitan la Capacidad de Transferencia..... | 33 |
| 2.6.4 | Modelo matemático de la Capacidad de Transferencia..... | 34 |
| 2.6.5 | Modelo matemático de la Capacidad de Transferencia considerando el costo de producción de energía (FPO-CT-CPE)..... | 36 |
| 2.7 | Casos de estudio..... | 36 |
| 2.7.1 | Sistema IEEE de 9 nodos..... | 37 |
| 2.7.2 | Sistema de Nueva Inglaterra de 39 nodos..... | 41 |
| 2.7.3 | Sistema Mexicano de 190 nodos..... | 46 |
| 2.7.4 | Valor de ATC considerando márgenes de transferencia en el sistema de 9 nodos..... | 49 |
| 2.8 | Conclusiones..... | 51 |

| | |
|---|-----------|
| Capítulo 3..... | 52 |
| Estabilidad Transitoria y método de SIME..... | 52 |
| 3.1 Estabilidad Transitoria..... | 52 |
| 3.1.1 Formulación matemática de estabilidad transitoria..... | 53 |
| 3.2 Modelo clásico del generador..... | 54 |
| 3.3 Modelo de la carga..... | 56 |
| 3.4 Modelado de la red en estabilidad transitoria..... | 56 |
| 3.4.1 Modelo de la preservación de la estructura..... | 58 |
| 3.5 Aplicación de la Regla Trapezoidal Implícita..... | 58 |
| 3.5.1 Valores iniciales para el análisis de T-D..... | 60 |
| 3.6 El Método de SIME..... | 61 |
| 3.6.1 Determinación del OMIB..... | 61 |
| 3.6.2 Análisis de sensibilidad..... | 65 |
| 3.6.3 Control preventivo utilizando el método de SIME..... | 66 |
| 3.7 Casos de estudio..... | 70 |
| 3.7.1 Sistema IEEE de 9 nodos..... | 70 |
| 3.7.2 Sistema de Nueva Inglaterra de 39 nodos..... | 73 |
| 3.7.3 Sistema Mexicano de 190 nodos..... | 77 |
| 3.8 Conclusiones..... | 81 |
| Capítulo 4..... | 82 |
| Flujos de Potencia Óptimos con Restricciones de Estabilidad Transitoria (TSC-OPF)..... | 82 |
| 4.1 Formulación general de TSC-OPF..... | 82 |
| 4.1.1 Restricciones de estado estacionario..... | 83 |
| 4.1.2 Restricciones dinámicas..... | 84 |

| | |
|--|-----|
| 4.1.3 Restricción de estabilidad transitoria..... | 84 |
| 4.2 Descripción de TSC-OPF..... | 84 |
| 4.2.1 Formulación explícita de TSC-OPF..... | 85 |
| 4.2.2 Restricciones de estado estacionario..... | 85 |
| 4.2.3 Restricciones dinámicas..... | 87 |
| 4.2.4 Restricciones de estabilidad transitoria..... | 88 |
| 4.3 Flujos de Potencia Óptimos con Restricciones de Estabilidad Transitoria en un enfoque global..... | 89 |
| 4.3.1 Propuesta general..... | 89 |
| 4.3.2 Nueva restricción de estabilidad transitoria en función de variables de estado estacionario..... | 90 |
| 4.4 Formulación de TSC-OPF en función de potencias mecánicas..... | 91 |
| 4.5 Algoritmo para el control de estabilidad transitoria basado en el método de SIME y análisis de sensibilidad..... | 93 |
| 4.6 Cálculo de Capacidad de Transferencia (ATC) con restricciones de estabilidad transitoria..... | 95 |
| 4.6.1 Formulación de ATC basado en TSC-OPF..... | 95 |
| 4.7 Cálculo de Capacidad de Transferencia con Restricciones de Estabilidad Transitoria y considerando el Costo de Producción de Energía (CT-RET-CPE)..... | 96 |
| 4.8 Diagrama de flujo del proceso de control de estabilidad transitoria..... | 97 |
| 4.9 Análisis de Multi-Contingencias..... | 99 |
| 4.9.1 Formulación matemática de FPORET-MC..... | 99 |
| 4.9.2 Cálculo de Capacidad de Transferencia con Restricciones de Estabilidad Transitoria para Multi-Contingencias (CT-RET-MC)..... | 100 |
| 4.9.3 Cálculo de Capacidad de Transferencia con Restricciones de Estabilidad Transitoria para Multi-Contingencias y considerando el Costo de Producción de Energía (CTRET-MC-CPE)..... | 100 |

| | |
|---|------------|
| 4.9.4 Metodologías para la estabilización de múltiples contingencias considerando límites de potencia activa..... | 100 |
| 4.9.4.1 Metodología I..... | 101 |
| 4.9.4.2 Metodología II..... | 102 |
| 4.10 Conclusiones..... | 102 |
| Capítulo 5..... | 104 |
| Casos de Estudio..... | 104 |
| 5.1 Capacidad de Transferencia en el sistema IEEE de 9 nodos utilizando TSC-OPF..... | 104 |
| 5.2 Capacidad de Transferencia en el sistema IEEE de 9 nodos utilizando CT-FPO-RET..... | 109 |
| 5.3 Capacidad de Transferencia en el sistema IEEE de 9 nodos utilizando CT-RET-CPE..... | 114 |
| 5.4 Comparación de los niveles de ATC en el sistema de 9 nodos..... | 117 |
| 5.5 Capacidad de Transferencia en el sistema de 39 nodos utilizando TSC-OPF..... | 118 |
| 5.6 Capacidad de Transferencia en el sistema de 39 nodos utilizando CT-FPO-RET..... | 121 |
| 5.7 Capacidad de Transferencia en el sistema de 39 nodos utilizando CT-RET-CPE..... | 124 |
| 5.8 Comparación de los niveles de ATC en el sistema de 39 nodos..... | 127 |
| 5.9 Capacidad de Transferencia en el sistema Mexicano de 190 nodos utilizando TSC-OPF..... | 128 |
| 5.10 Capacidad de Transferencia en el sistema Mexicano de 190 nodos utilizando CT-FPO-RET..... | 130 |
| 5.11 Capacidad de Transferencia en el sistema Mexicano de 190 nodos utilizando CT-RET-CPE..... | 132 |
| 5.12 Comparación de los niveles de ATC en el sistema Mexicano de 190 nodos..... | 133 |
| 5.13 Estabilización de Multi-Contingencias para el cálculo de la Capacidad de Transferencia..... | 134 |
| 5.13.1 Estabilización de Multi-Contingencias utilizando el enfoque FPORET-MC..... | 135 |

| | |
|--|------------|
| 5.13.2 Estabilización de Multi-Contingencias utilizando el enfoque CT-RET-MC..... | 146 |
| 5.13.3 Estabilización de Multi-Contingencias utilizando el enfoque CTRET-MC-CPE..... | 156 |
| 5.14 Conclusiones..... | 162 |
| Capítulo 6..... | 163 |
| Conclusiones, aportaciones y trabajos futuros..... | 163 |
| 6.1 Conclusiones..... | 163 |
| 6.2 Aportaciones..... | 164 |
| 6.3 Trabajos futuros..... | 164 |
| Referencias..... | 165 |
| Apéndices | |
| Apéndice A Datos de Sistemas Eléctricos..... | 173 |
| Apéndice B Puntos de operación del sistema Mexicano..... | 183 |
| Apéndice C Formulación del problema de OPF..... | 189 |

Simbología y abreviaciones

Acrónimos:

| | |
|--------------|---|
| AMPL | A Mathematical Programming Language |
| ATC | Available Transfer Capability |
| CBI | Caso Base de Intercambio |
| COI | Center Of Inertia |
| CBM | Capacity Benefit Margin |
| CPF | Continuation Power Flow |
| EAC | Equal Area Criterion |
| FPO-CT | Flujos de Potencia Óptimos para Capacidad de Transferencia |
| FPO-CT-CPE | Flujos de Potencia Óptimos para Capacidad de Transferencia considerando el Costo de Producción de Energía |
| CT-FPO-RET | Capacidad de Transferencia basada en Flujos de Potencia Óptimos con Restricciones de Estabilidad Transitoria |
| CT-RET-CPE | Capacidad de Transferencia con Restricciones de Estabilidad Transitoria considerando el Costo de Producción de Energía |
| CTRET-MC-CPE | Capacidad de Transferencia con Restricciones de Estabilidad Transitoria para Multi-Contingencias y considerando el Costo de Producción de Energía |
| CT-RET-MC | Capacidad de Transferencia con Restricciones de Estabilidad Transitoria para Multi-Contingencias |
| CREEF | Comisión Reguladora de Energía de Estados Federales |
| DST | Despacho de Seguridad Transitoria |
| EDA | Ecuaciones Diferenciales-Algebraicas |
| KKT | Karush-Kuhn-Tucker |
| MC-TSCOPF | Flujos de Potencia Óptimos con Restricciones de Estabilidad Transitoria para Multi-Contingencias |
| MPI | Método de Punto Interior |

| | |
|---------|--|
| MPIPD | Método de Punto Interior Primal-Dual |
| MPER | Modelo de Preservación de la Estructura de la Red |
| MRR | Modelo Reducido de la Red |
| OMIB | One Machine Infinite Bus |
| OPF | Optimal Power Flow |
| OSTE | Operadores del Sistema de Transmisión Europeo |
| PNL | Programación no lineal |
| PVC | Parametrización de Variables de Control |
| RTI | Regla Trapezoidal Implícita |
| RPF | Repeated Power Flow |
| SEP | Sistema Eléctrico de Potencia |
| SIME | SIngle Machine Equivalent |
| TCL | Tiempo Crítico de Liberación |
| T-D | Time-Domain |
| TTC | Total Transfer Capability |
| TRM | Transmission Reliability Margin |
| TS | Transient Stability |
| TSC-OPF | Transient-Stability Constrained Optimal Power Flow |

Escalares:

| | |
|------------|--|
| ψ | Parámetro barrera |
| ω_s | Velocidad síncrona |
| Δt | Paso de integración |
| t_0 | Intervalo de integración inferior |
| t_{inst} | Tiempo de inestabilidad evaluado mediante SIME |

| | |
|------------|---|
| t_r | Tiempo de retorno evaluado mediante SIME |
| t_{cont} | Paso de tiempo de la dinámica del sistema al cual es impuesta la restricción de estabilidad |
| t_{lib} | Tiempo de liberación de la falla |
| t_{clib} | Tiempo crítico de liberación de la falla |
| t_{est} | Tiempo de estabilidad evaluado por medio de SIME |
| t_{fin} | Intervalo de integración superior |
| T | Periodo de tiempo de integración |

Conjuntos:

| | |
|----------|---|
| CUMC | Conjunto Universo de Máquinas Críticas |
| MC | Conjunto de Máquinas Críticas |
| NC | Conjunto de Máquinas No Críticas |
| N_g | Número de generadores |
| N_b | Número de nodos |
| P_g | Conjunto de potencias activas generadas |
| Q_g | Conjunto de potencias reactivas generadas |
| s | Conjunto de variables de holgura |
| V | Conjunto de magnitudes de voltajes nodales |
| x | Conjunto de variables de estado (dinámicas) |
| y | Conjunto de variables algebraicas |
| θ | Conjunto de ángulos de voltajes nodales |

Generadores:

| | |
|----------|---|
| D | Coeficiente de inercia de los generadores |
| M | Constante de inercia |
| δ | Ángulo de rotor de los generadores |
| E | Magnitud del voltaje del nodo interno del generador |
| P_m | Potencia mecánica de entrada |
| P_a | Potencia de aceleración |
| ω | Velocidad del rotor |
| x'_d | Reactancia transitoria de eje directo |

Matrices:

| | |
|-----|---------------------|
| J | Matriz Jacobiana |
| W | Matriz Hessiana |
| H | Sub-matriz Hessiana |

Lista de Figuras

| | |
|---|----|
| Figura 2.1 Funciones convexa estricta y convexa..... | 16 |
| Figura 2.2 Funciones cóncava estricta y cóncava..... | 17 |
| Figura 2.3 Mínimos relativos..... | 18 |
| Figura 2.4 Mínimos globales..... | 19 |
| Figura 2.5 Sistema interconectado y sus respectivas interfaces..... | 34 |
| Figura 2.6 Sistema de 9 nodos..... | 37 |
| Figura 2.7 Flujos de Potencia CBI_{opf} | 38 |
| Figura 2.8 Flujos de Potencia Caso ATC_{max} | 39 |
| Figura 2.9 Sistema de 39 nodos..... | 42 |
| Figura 2.10 Sistema Mexicano equivalente..... | 47 |
| Figura 2.11 Flujos de potencia en el sistema de 9 nodos operando con $ATC_{max}^{0.9}$ | 50 |
| Figura 2.12 Flujos de potencia en el sistema de 9 nodos operando con $ATC_{max}^{0.9}$ | 51 |
| Figura 3.1 Modelo clásico del generador síncrono..... | 54 |
| Figura 3.2 Nodo de una red eléctrica..... | 57 |
| Figura 3.3 Variación del margen de estabilidad con respecto a la potencia mecánica. Simulación efectuada en el sistema de 39 nodos..... | 66 |
| Figura 3.4 Variación del margen de estabilidad con respecto a la desviación angular. Simulación efectuada en el sistema de 39 nodos..... | 66 |
| Figura 3.5 Plano Desviación angular-Potencia del sistema mexicano para un caso inestable..... | 69 |
| Figura 3.6 Plano Desviación angular-Potencia del sistema mexicano para el caso estable..... | 69 |
| Figura 3.7 Plano Desviación angular-Potencia del sistema de 9 nodos..... | 71 |
| Figura 3.8 Desviaciones angulares individuales del sistema de 9 nodos..... | 71 |

| | |
|---|-----|
| Figura 3.9 Desviación Angular-Potencia del OMIB para el tiempo t_{clib} | 72 |
| Figura 3.10 Desviación Angular-Potencia para caso ATC_{max} y ATC_{cg} | 72 |
| Figura 3.11 Plano Desviación angular-Potencia del sistema de 39 nodos..... | 74 |
| Figura 3.12 Desviaciones angulares individuales del sistema de 39 nodos..... | 75 |
| Figura 3.13 Desviación Angular-Potencia del OMIB para el tiempo t_{clib} | 75 |
| Figura 3.14 Plano Desviación Angular-Potencia para caso ATC_{max} | 76 |
| Figura 3.15 Desviación Angular-Potencia para caso ATC_{cg} | 77 |
| Figura 3.16 Plano Desviación Angular-Potencia para caso CBI_{opf} | 76 |
| Figura 3.17 Desviaciones angulares individuales del sistema Mexicano..... | 78 |
| Figura 3.18 Desviación Angular-Potencia del OMIB para el tiempo t_{clib} | 79 |
| Figura 3.19 Plano Desviación Angular-Potencia para caso ATC_{max} | 80 |
| Figura 3.20 Plano Desviación Angular-Potencia para caso ATC_{cg} | 80 |
| Figura 4.1 Diagrama de flujo para el control de estabilidad transitoria..... | 98 |
| Figura 5.1 Plano $\delta - P$ para el sexto punto de operación..... | 107 |
| Figura 5.2 Trayectorias de ángulos de rotor para el sexto punto de operación..... | 108 |
| Figura 5.3 Flujos de potencia para el sexto punto de operación..... | 108 |
| Figura 5.4 Flujos de potencia para el cuarto punto de operación..... | 112 |
| Figura 5.5 Plano $\delta - P$ para el cuarto punto de operación..... | 113 |
| Figura 5.6 Trayectorias de ángulos de rotor para el cuarto punto de operación..... | 113 |
| Figura 5.7 Flujos de potencia para el cuarto punto de operación..... | 116 |
| Figura 5.8 Plano $\delta - P$ para el cuarto punto de operación..... | 116 |
| Figura 5.9 Trayectorias de ángulos de rotor para el cuarto punto de operación..... | 117 |
| Figura 5.10 Plano $\delta - P$ para el segundo punto de operación..... | 120 |

| | | |
|--------------------|--|-----|
| Figura 5.11 | Trayectorias de ángulos de rotor para el segundo punto de operación..... | 121 |
| Figura 5.12 | Plano $\delta - P$ para el tercer punto de operación..... | 123 |
| Figura 5.13 | Plano $\delta - P$ para el quinto punto de operación..... | 126 |
| Figura 5.14 | Trayectorias de ángulos de rotor para el cuarto punto de operación..... | 130 |
| Figura 5.15 | Trayectorias de ángulos de rotor para el cuarto punto de operación..... | 131 |
| Figura 5.16 | Trayectorias de ángulos de rotor para el quinto punto de operación..... | 133 |
| Figura 5.17 | Flujos de potencia del punto PI_{fpo}^{MC} | 139 |
| Figura 5.18 | Plano $\delta - P$ del OMIB ante contingencia CTG1..... | 139 |
| Figura 5.19 | Plano $\delta - P$ del OMIB ante contingencia CTG2..... | 140 |
| Figura 5.20 | Plano $\delta - P$ del OMIB ante contingencia CTG3..... | 140 |
| Figura 5.21 | Flujos de potencia del punto PI_{fpo}^{MC} | 144 |
| Figura 5.22 | Plano $\delta - P$ del OMIB ante contingencia CTG1..... | 144 |
| Figura 5.23 | Plano $\delta - P$ del OMIB ante contingencia CTG2..... | 145 |
| Figura 5.24 | Plano $\delta - P$ del OMIB ante contingencia CTG3..... | 145 |
| Figura 5.25 | Flujos de potencia del punto PI_{max}^{MC} | 149 |
| Figura 5.26 | Plano $\delta - P$ del OMIB ante contingencia CTG1..... | 149 |
| Figura 5.27 | Plano $\delta - P$ del OMIB ante contingencia CTG2..... | 150 |
| Figura 5.28 | Plano $\delta - P$ del OMIB ante contingencia CTG3..... | 150 |
| Figura 5.29 | Flujos de potencia del punto PI_{max}^{MC} | 153 |
| Figura 5.30 | Plano $\delta - P$ del OMIB ante contingencia CTG1..... | 154 |
| Figura 5.31 | Plano $\delta - P$ del OMIB ante contingencia CTG2..... | 154 |
| Figura 5.32 | Plano $\delta - P$ del OMIB ante contingencia CTG3..... | 155 |
| Figura 5.33 | Flujos de potencia del punto PI_{cg}^{MC} | 158 |

Figura 5.34 Flujos de potencia del punto PI_{eg}^{MC} 161

Lista de Tablas

| | |
|---|-----|
| Tabla 2.1 Propiedades de la matriz Hessiana..... | 18 |
| Tabla 2.2 Datos de generadores del Sistema de 9 nodos..... | 37 |
| Tabla 2.3 Punto de Operación del Sistema de 9 nodos CBI_{opf} | 38 |
| Tabla 2.4 Punto de Operación del Sistema de 9 nodos Caso ATC_{max} | 39 |
| Tabla 2.5 Punto de Operación del Sistema de 9 nodos Caso ATC_{max} | 40 |
| Tabla 2.6 Niveles de ATC Sistema 9 nodos..... | 41 |
| Tabla 2.7 Datos de generadores del Sistema de 39 nodos..... | 42 |
| Tabla 2.8 Punto de Operación del Sistema de 39 nodos CBI_{opf} | 43 |
| Tabla 2.9 Punto de Operación del Sistema de 39 nodos Caso ATC_{max} | 44 |
| Tabla 2.10 Punto de Operación del Sistema de 39 nodos Caso ATC_{cg} | 45 |
| Tabla 2.11 Niveles de ATC del Sistema de 39 nodos..... | 45 |
| Tabla 2.12 Niveles de ATC del Sistema Mexicano..... | 48 |
| Tabla 2.13 Punto de operación de estado estacionario asociado a $ATC_{max}^{0.9}$ | 49 |
| Tabla 2.14 Punto de operación de estado estacionario asociado a $ATC_{cg}^{0.9}$ | 50 |
| Tabla 4.1 Comparación de dimensiones entre el enfoque presentado y otros enfoques..... | 93 |
| Tabla 5.1 Despachos de potencia activa y costos de generación para el control de estabilidad transitoria en la primera oscilación..... | 104 |
| Tabla 5.2 Resumen del proceso de estabilización del sistema de 9 nodos utilizando TSC-OPF..... | 105 |
| Tabla 5.3 Despachos de potencia activa y costos de generación del fenómeno de oscilación múltiple..... | 107 |

| | |
|---|-----|
| Tabla 5.4 Despachos de potencia activa y costos de generación para el control de estabilidad transitoria..... | 109 |
| Tabla 5.5 Resumen del proceso de estabilización del sistema de 9 nodos utilizando CT-FPO-RET..... | 110 |
| Tabla 5.6 Despachos de potencia activa y costos de generación para el control de estabilidad transitoria en la primera oscilación..... | 114 |
| Tabla 5.7 Resumen del proceso de estabilización del sistema de 9 nodos utilizando CT-RET-CPE..... | 115 |
| Tabla 5.8 Valores de ATC para el sistema de 9 nodos..... | 117 |
| Tabla 5.9 Punto inicial de operación PI^0 de estado estacionario..... | 119 |
| Tabla 5.10 Resumen del proceso de estabilización del sistema de 39 nodos..... | 119 |
| Tabla 5.11 Segundo punto de operación PI^2 de estado estacionario..... | 120 |
| Tabla 5.12 Punto inicial de operación PI^0 de estado estacionario..... | 122 |
| Tabla 5.13 Resumen del proceso de estabilización del sistema de 39 nodos..... | 122 |
| Tabla 5.14 Tercer punto de operación PI^3 de estado estacionario..... | 123 |
| Tabla 5.15 Comparación de ATC en estado estacionario y dinámico..... | 124 |
| Tabla 5.16 Punto inicial de operación PI^0 de estado estacionario..... | 125 |
| Tabla 5.17 Resumen del proceso de estabilización del sistema de 39 nodos..... | 125 |
| Tabla 5.18 Tercer punto de operación PI^3 de estado estacionario..... | 126 |
| Tabla 5.19 Comparación de ATC en estado estacionario y dinámico..... | 127 |
| Tabla 5.20 Valores de ATC para el sistema de 39 nodos | 127 |
| Tabla 5.21 Resumen del proceso de estabilización del sistema Mexicano..... | 129 |
| Tabla 5.22 Resumen del proceso de estabilización del sistema Mexicano..... | 131 |
| Tabla 5.23 Resumen del proceso de estabilización del sistema Mexicano..... | 132 |
| Tabla 5.24 Valores de ATC para el sistema Mexicano de 190 | 133 |
| Tabla 5.25 Coeficientes de Curvas de costo del sistema de 9 nodos | 135 |
| Tabla 5.26 Límites de voltaje para el sistema de 9 | 135 |

| | |
|--|-----|
| Tabla 5.27 Ordenamiento de contingencias..... | 135 |
| Tabla 5.28 Proceso de estabilización de CTG1..... | 136 |
| Tabla 5.29 Proceso de estabilización de CTG2..... | 137 |
| Tabla 5.30 Proceso de estabilización de CTG3..... | 137 |
| Tabla 5.31 Despacho de Máquinas Críticas | 138 |
| Tabla 5.32 Punto de operación PI_{fpo}^{MC} considerando límites de potencia activa | 138 |
| Tabla 5.33 Proceso de estabilización de CTG1..... | 141 |
| Tabla 5.34 Proceso de estabilización de CTG2..... | 142 |
| Tabla 5.35 Proceso de estabilización de CTG3..... | 142 |
| Tabla 5.36 Despacho Final de Metodología I..... | 142 |
| Tabla 5.37 Punto de operación PI_{fpo}^{MC} considerando límites de potencia activa..... | 143 |
| Tabla 5.38 Niveles de CBI en las metodologías I y II | 146 |
| Tabla 5.39 Proceso de estabilización de CTG1..... | 146 |
| Tabla 5.40 Proceso de estabilización de CTG2..... | 147 |
| Tabla 5.41 Proceso de estabilización de CTG3..... | 147 |
| Tabla 5.42 Despacho de máquinas críticas..... | 148 |
| Tabla 5.43 Punto de operación PI_{max}^{MC} considerando límites de potencia activa..... | 148 |
| Tabla 5.44 Proceso de estabilización de CTG1..... | 151 |
| Tabla 5.45 Proceso de estabilización de CTG2..... | 152 |
| Tabla 5.46 Proceso de estabilización de CTG3..... | 152 |
| Tabla 5.47 Punto de operación PI_{max}^{MC} considerando límites de potencia activa..... | 153 |
| Tabla 5.48 Niveles de ATC_{max}^{MC} en las metodologías I y II | 155 |
| Tabla 5.49 Proceso de estabilización de CTG1..... | 156 |
| Tabla 5.50 Proceso de estabilización de CTG2..... | 156 |
| Tabla 5.51 Proceso de estabilización de CTG3..... | 157 |

| | |
|--|-----|
| Tabla 5.52 Despacho de máquinas críticas..... | 157 |
| Tabla 5.53 Punto de operación PI_{cg}^{MC} considerando límites de potencia activa..... | 158 |
| Tabla 5.54 Proceso de estabilización de CTG1..... | 159 |
| Tabla 5.55 Proceso de estabilización de CTG2..... | 159 |
| Tabla 5.56 Proceso de estabilización de CTG3..... | 160 |
| Tabla 5.57 Punto de operación PI_{cg}^{MC} considerando límites de potencia activa..... | 160 |
| Tabla 5.58 Valores de ATC en multi-contingencias..... | 161 |
| Tabla A.1 Número de nodos y componentes del sistema de 9 nodos..... | 173 |
| Tabla A.2 Datos de Líneas de Transmisión del sistema de 9 nodos..... | 173 |
| Tabla A.3 Datos de Transformadores del sistema de 9 nodos..... | 173 |
| Tabla A.4 Datos de las cargas del sistema de 9 nodos..... | 173 |
| Tabla A.5 Datos dinámicos de los generadores del sistema de 9 nodos..... | 173 |
| Tabla A.6 Número de nodos y componentes del sistema de 39 nodos..... | 174 |
| Tabla A.7 Datos de generadores del sistema de 39 nodos..... | 174 |
| Tabla A.8 Datos dinámicos de generadores del sistema de 39 nodos..... | 174 |
| Tabla A.9 Datos de Líneas de Transmisión del sistema de 39 nodos..... | 174 |
| Tabla A.10 Datos de Líneas de Transmisión del sistema de 39 nodos..... | 175 |
| Tabla A.11 Datos de cargas del sistema de 39 nodos..... | 175 |
| Tabla A.12 Datos de Transformadores del sistema de 39 nodos..... | 175 |
| Tabla A.13 Número de nodos y componentes del sistema Mexicano de 190 nodos..... | 176 |
| Tabla A.14 Datos de generadores del sistema Mexicano..... | 176 |
| Tabla A.15 Datos de generadores del sistema Mexicano..... | 177 |
| Tabla A.16 Datos dinámicos de los generadores del sistema Mexicano..... | 177 |
| Tabla A.17 Datos de líneas de transmisión del sistema Mexicano..... | 178 |
| Tabla A.18 Datos de líneas de transmisión del sistema Mexicano..... | 179 |
| Tabla A.19 Datos de transformadores del sistema Mexicano..... | 180 |

| | |
|---|-----|
| Tabla A.20 Datos de cargas del sistema Mexicano..... | 181 |
| Tabla A.21 Datos de compensadores en derivación del sistema Mexicano..... | 182 |
| Tabla B.22 Punto de Operación inicial del Sistema Mexicano para el caso $C \square I_{\square\square}$ | 183 |
| Tabla B.23 Punto de Operación inicial del Sistema Mexicano para el caso $\square\square C_{\max}$ | 184 |
| Tabla B.24 Punto de Operación inicial del Sistema Mexicano para el caso $\square\square C_{cg}$ | 185 |
| Tabla B.25 Punto de Operación PI^4 del Sistema Mexicano para el caso $C \square I_{\square\square}$ | 186 |
| Tabla B.26 Punto de Operación PI^4 del Sistema Mexicano para el caso $\square\square C_{\max}$ | 187 |
| Tabla B.27 Punto de Operación PI^3 del Sistema Mexicano para el caso $\square\square C_{cg}$ | 188 |

Capítulo 1

Introducción

1.1 Introducción

Los sistemas eléctricos de potencia modernos son sistemas grandes y complejos cuyo funcionamiento debe ser confiable, seguro, y económico. La confiabilidad y la seguridad son los primeros y más importantes aspectos que deben ser considerados, tal que la evaluación de la estabilidad transitoria (TS¹) y las medidas de control preventivo deben ser utilizadas para mejorar la seguridad del sistema eléctrico [Vittal00]. Entre las diversas medidas de control preventivo, el re-despacho de generación ha sido considerado como uno de los esquemas de control más efectivos para llevar un sistema vulnerable a un estado seguro en términos de estabilidad transitoria [Kuo95]. Por otra parte, los factores económicos también son muy importantes en la operación óptima de los sistemas de potencia [Momoh97]. Un punto de equilibrio óptimo se consigue mediante el ajuste de los controles disponibles, con el fin de satisfacer la demanda de energía eléctrica de la manera más económica, manteniendo todas las variables dentro los límites de todas las restricciones de estado estacionario impuestas por el sistema [Momoh97]. Sin embargo, las restricciones de estado estacionario no garantizan que el punto óptimo determinado asegure la estabilidad transitoria, ó en general la seguridad del sistema.

Debido a las grandes distancias geográficas que pueden existir entre los centros de generación y consumo de energía eléctrica, es necesario transferir grandes volúmenes de energía eléctrica sobre grandes distancias para el suministro de energía. Sin embargo, el sistema de transmisión tiene una capacidad limitada para transferir energía, tal que la potencia máxima que puede ser transferida es llamada capacidad de transferencia (ATC²). De esta forma, para transferir grandes volúmenes de energía de una manera segura, es necesario determinar las capacidades de transferencia del sistema eléctrico en su etapa de planeación, tal que su operación de transferencia de energía no exceda la capacidad de transferencia [ETSO01].

La capacidad de transferencia de un sistema de transmisión, es una medida establecida por la Comisión Reguladora de Energía de Estados Federales (CREEF), y definida como la cantidad de capacidad de transferencia de energía que está disponible a un tiempo dado, para la compra o venta en el mercado de energía eléctrica bajo diferentes condiciones

¹ por sus siglas en Inglés Transient Stability

² por sus siglas en Inglés Available Transfer Capability

operativas del sistema eléctrico. La capacidad de transferencia puede ser utilizada como reserva para servicios de transmisión, transacciones de energía programadas y no programadas, y para transferencias de emergencia entre áreas de un sistema de potencia interconectado. Cuando se transfiere potencia eléctrica de una localidad (ó área) hacia otra, la red de transmisión entera responde a la transacción. Es decir, los flujos de potencia sobre los elementos de transmisión e interfaces de transacción dependen de la topología de la red, despachos de generación, niveles de demanda de los clientes, y otras transacciones en la red. El ATC de una red de transmisión es por lo tanto una función de todos estos factores.

En base a lo descrito anteriormente, existe la necesidad de determinar estados operativos del sistema eléctrico que sean seguros, desde el punto de vista de estabilidad transitoria y capacidad de transferencia de los enlaces de transmisión, pero preservando el balance energético al menor costo de producción de energía eléctrica. Esta Tesis versa sobre el desarrollo de una metodología matemática, que permita lograr lo anterior mediante la obtención de un punto de equilibrio óptimo transitoriamente estable.

1.2 Estado del arte

1.2.1 Optimización con restricciones de estabilidad transitoria en un enfoque secuencial

Muchas investigaciones han sido desarrolladas para encontrar la manera más eficiente y precisa de integrar las restricciones de estabilidad transitoria dentro del problema de flujos de potencia óptimos (OPF³) convencional. En base a la manera en que son manejadas las restricciones de estabilidad en el problema de optimización, los enfoques de flujos de potencia óptimos con restricciones de estabilidad transitoria (TSC-OPF⁴) son clasificados generalmente en enfoques secuenciales y globales [Ruiz-Vega03], [Sun04].

En un enfoque secuencial, las restricciones de estabilidad transitoria son expresadas indirectamente en términos de restricciones tradicionales de OPF, y el modelo de TSC-OPF puede ser implementado usando un OPF convencional, y en general los dos pasos principales de los enfoques TSC-OPF pueden ser implementados secuencialmente usando programas de OPF convencional y de estabilidad transitoria [Bettio199], [Ruiz-Vega03]. Debido a que los enfoques secuenciales utilizan una formulación de OPF convencional, estos son computacionalmente eficientes y pueden garantizar la transparencia acerca de los parámetros más sobresalientes y responsables de la pérdida de sincronismo del sistema, pero el principal inconveniente es que estos enfoques no garantizan la búsqueda de una solución óptima global [Ruiz-Vega03]. Esta sub-optimalidad esta principalmente asociada

³ por sus siglas en Inglés Optimal Power Flow

⁴ por sus siglas en Inglés Transient Stability-Constrained Optimal Power Flow

al hecho de que los enfoques secuenciales no consideran explícitamente la restricción de estabilidad explícita dentro del problema de optimización [Pizano-Martínez10b].

1.2.2 Optimización con restricciones de estabilidad transitoria en un enfoque global

Es posible conciliar los requerimientos económicos, y los de seguridad de estabilidad transitoria mediante la formulación de los problemas de TS, y de despacho de generación como un problema matemático de optimización integrado, al cual se le refiere como el enfoque global de flujos de potencia óptimos con restricciones de estabilidad transitoria (TSC-OPF) [Gan00]. Este enfoque consiste de dos pasos [Gan00]: i) Las expresiones analíticas del problema de TS son formuladas en términos de restricciones dinámicas, y de estabilidad transitoria, que permitan asegurar que los generadores síncronos mantienen la estabilidad en respuesta a una contingencia especificada. ii) Estas restricciones se incluyen en forma discretizada dentro de la formulación de OPF, y el despacho óptimo de generación se determina mediante la solución del problema de optimización por medio de métodos de programación convencionales. El punto óptimo de equilibrio calculado mediante esta solución, es transitoriamente estable; por lo tanto, el sistema de potencia operando en este punto es capaz de soportar la contingencia especificada.

Las restricciones dinámicas de igualdad del modelo TSC-OPF son formuladas mediante un conjunto de ecuaciones diferencial-algebraico (EDA), las cuales representan en su forma más simple a las llamadas ecuaciones de oscilación, y a las ecuaciones de balance de potencia nodal. Este conjunto de restricciones debe ser modelado algebraicamente, para que pueda ser resuelto por algoritmos de optimización convencionales, de tal manera que las ecuaciones dinámicas, son transformadas a ecuaciones de diferencia numéricamente equivalentes, mediante la aplicación de la regla trapezoidal implícita [Gan00]. Debido a que el conjunto de restricciones de diferencias que representa al conjunto EDA, se debe satisfacer para cada paso de tiempo Δt del intervalo de integración \square , el número de conjuntos de restricciones de diferencia, a ser considerado dentro del modelo de programación es igual al número de pasos de integración considerados en el proceso de optimización [Gan00], [Yuan03], y deben ser satisfechas en todo el periodo transitorio.

Las restricciones de estabilidad transitoria, son impuestas a la dinámica del sistema para asegurar que los generadores mantienen la estabilidad, en respuesta a una contingencia especificada. El número de restricciones que se incluirán, son una función directa del índice de estabilidad transitoria adoptado en la formulación. El índice del producto punto es propuesto en [La Scala98], tal que la restricción transitoria está dada, por el producto punto del vector de potencia acelerante de los generadores, y el vector de diferencias entre las desviaciones de ángulos de rotor evaluadas, en cada paso de tiempo del periodo dinámico de post-disturbio, y sus correspondientes ángulos de rotores medidos en el punto de equilibrio

estable. Siempre y cuando la evaluación del producto punto es menor que cero, en cada paso de tiempo de la trayectoria discretizada, el sistema es estable [La Scala98]. Éste índice requiere solamente una restricción para cada paso de tiempo del periodo de integración, de tal manera que el número de restricciones depende del valor superior Δt del intervalo de integración, el cual es seleccionado arbitrariamente [La Scala98].

Teniendo en mente que el índice basado en el límite del ángulo del rotor, ha sido ampliamente adoptado por ingenieros por su utilidad para determinar la estabilidad transitoria, las restricciones de estabilidad transitoria, son formuladas de tal manera que la desviación de las trayectorias de ángulo de rotor, con respecto al Centro de Inercia (COI⁵) deben estar dentro de cierto límite, para cada paso de tiempo de todo el periodo de integración Δt [Gan00], cabe mencionar que el COI es simplemente un ángulo de referencia elegido. Éste límite corresponde al índice para identificar la inestabilidad transitoria, y es heurísticamente establecido en un valor fijo durante todo el proceso de optimización [Gan00]. El número de restricciones de estabilidad transitoria es igual, al número de veces de generadores, por el número de pasos del periodo de integración, los cuales son también seleccionados heurísticamente [Gan00]. Una reducción importante del número de restricciones, a ser consideradas en el modelo global de TSC-OPF se propone en [Zárate-Miñano10], [Pizano-Martínez10b], mediante la reducción de las trayectorias angulares del sistema multi-máquina, a una trayectoria angular equivalente de un Sistema Máquina Bus Infinito (OMIB⁶), aplicando el método de Máquina Equivalente Única (SIME⁷) [Pavella00]. Por lo tanto, solo es necesario estabilizar la trayectoria angular equivalente resultante del OMIB, que representa todo el sistema, en lugar de estabilizar la trayectoria angular del rotor de cada máquina del sistema. La restricción de estabilidad es formulada en [Zárate-Miñano10], para obligar que la trayectoria angular equivalente del OMIB, esté por debajo de un límite de desviación angular determinado por el método de SIME. De manera similar a lo propuesto en [La Scala98], ésta restricción, se debe satisfacer para cada paso de tiempo de todo el periodo de integración seleccionado heurísticamente, reduciendo de esta manera el número de restricciones de estabilidad, al número de pasos del tiempo de integración. En [Pizano-Martínez10b], la restricción de estabilidad, consiste en decrementar la desviación entre la trayectoria angular críticamente estable y la trayectoria inestable del OMIB, calculadas en el tiempo original de liberación de la falla, y en el tiempo crítico de liberación, respectivamente. La restricción es impuesta en el paso de integración definido por el tiempo de inestabilidad determinado mediante SIME, con lo cual evita definir heurísticamente Δt .

Puesto que la mejora de la estabilidad transitoria, puede ser considerada como el problema de controlar las trayectorias transitorias, las cuales están completamente definidas por el

⁵ por sus siglas en Inglés Center Of Inertia

⁶ por sus siglas en Inglés One Machine Infinite Bus

⁷ por sus sigla en Inglés SIngle Machine Equivalent

punto de operación inicial, una técnica de transformación ha sido propuesta en [Chen01]. Ésta técnica transforma el conjunto de restricciones dinámicas, y de estabilidad transitoria, asociadas a cada generador en el espacio del dominio del tiempo, a una sola restricción de desigualdad funcional en el espacio Euclidiano. Debido a que el límite del ángulo de rotor se adopta en [Chen01], ésta restricción funcional, es representada matemáticamente como la integración de los intervalos de tiempo Δt , correspondientes a las curvas de oscilación de los generadores, más allá del límite del ángulo del rotor es cero, p. e. ésta restricción fuerza a la región total para que $\delta(\cdot) > \delta_{\max}$ sea cero. Basado en el hecho de que el cálculo de la curva de oscilación, es un problema de valor inicial, el teorema de la función implícita, se utiliza para expresar el integrando como una función de únicamente variables de estado estable δ y ω . Por lo tanto, el problema transformado tiene las mismas variables, que el enfoque de OPF convencional, y los métodos estándar de programación pueden ser usados para resolver el problema de optimización.

Aunque éste enfoque, puede reducir el número de restricciones mediante la transformación, a una sola restricción por cada generador, la dificultad de esta formulación se encuentra en el cálculo de los términos gradientes (Jacobiano y Hessiano), cuando las restricciones funcionales son violadas sobre regiones del espacio del tiempo Δt . Éstos gradientes corresponden a la integral de las derivadas parciales del integrando, que implican la linealización alrededor de la trayectoria, de la curva de oscilación en lugar de alrededor de un punto de equilibrio [Chen01]. Consecuentemente, un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias variantes en el tiempo tienen, que ser primeramente resueltas de manera numérica para calcular las derivadas parciales, y entonces los términos Jacobiano y Hessiano, son obtenidos mediante métodos de integración numérica, tales como regla trapezoidal implícita. Detalles de estos cálculos se dan en [Chen01].

La eficiencia computacional de las técnicas de transformación reportadas en [Chen01], han sido importantemente mejoradas, para determinar los gradientes de restricciones de desigualdades funcionales [Sun04], [Xia06], [Xia05] y [Tong08]. En [Sun04], éstas restricciones son tratadas mediante métodos de funciones de penalización, dentro de un problema de optimización transformado, y el método de ecuación adjunta, es aplicado para evaluar el gradiente de términos de penalización asociados, con aquellas restricciones violadas. La ecuación adjunta del sistema, es un conjunto de ecuaciones diferenciales-algebraicas variantes en el tiempo, cuya solución corresponde a la evaluación simultánea, de gradientes de términos de penalización con respecto a todas las variables de optimización, mejorando de ésta manera la velocidad de cálculo para evaluar gradientes. La integración de la curva de oscilación, sobre el intervalo de tiempo relacionado a la inestabilidad, es redefinida en [Xia06], como “la sección más efectiva de las restricciones de estabilidad transitoria”, de tal manera que el dominio de la integración de la curva de oscilación, es más pequeño que todo su espacio funcional Δt . La complicada derivación de

los términos Jacobiano y Hessiano, es reducida en [Xia05] y [Tong08], mediante el uso de métodos cuasi-Newton para resolver el problema de programación.

Tradicionalmente, los métodos de TSC-OPF consideran solo una contingencia. Sin embargo, éstas formulaciones pueden ser extendidas para incluir multi-contingencias. En éste caso, lo que se pretende, es encontrar un nivel de despacho de energía eléctrica, tal que el sistema eléctrico presente un comportamiento estable para el conjunto de contingencias consideradas como críticas.

En [Kita91], los autores proponen una técnica de control preventivo de estabilidad transitoria con la cual consideran diversas contingencias, previamente especificadas, y utilizan un índice de seguridad, que representa la capacidad de absorción, de la energía cinética de post-falla, basado en el método de función de energía. El análisis comienza con la obtención de un punto de equilibrio transitoriamente estable, considerando la contingencia más severa. A partir de este punto de equilibrio, se verifica la seguridad del sistema, para las contingencias restantes. Si todas las contingencias resultan estables, el procedimiento se detiene; de lo contrario, se lleva a cabo la selección de la contingencia más crítica, se calcula un nuevo punto de equilibrio transitoriamente estable, y por último, se verifica la seguridad del sistema eléctrico, para el resto de las contingencias. Mediante éste proceso iterativo, se calcula un re-despacho de generación de potencia activa, en el que todas las contingencias especificadas resulten estables.

En [Bettio199], se propone un método para la asignación de generación, a fin de maximizar la transferencia de potencia, entre áreas de un sistema de potencia interconectado, bajo restricciones de estabilidad transitoria. En éste método, todas las contingencias dañinas, son consideradas simultáneamente, y se evalúa un re-despacho de generación, para cada una de ellas. Subsecuentemente, la disminución de generación máxima de las máquinas críticas, entre contingencias inestables es aplicada a todo el proceso de re-despacho. Todas las contingencias inestables, son procesadas individualmente, y la regla de coordinación, para el re-despacho, se basa en elegir la corrección máxima para las máquinas críticas

En [Bruno02], se propone un despacho de seguridad transitoria (DST), el cual optimiza el comportamiento transitorio, de un conjunto de contingencias, procesando a todas ellas al mismo tiempo. En éste enfoque, la regla para la coordinación del re-despacho, se deriva de un proceso de optimización dinámico. La estabilidad es impuesta mediante restricciones de desigualdad, las cuales actúan simultáneamente sobre las trayectorias del sistema evaluadas, para todas las contingencias. La minimización, de una función objetivo, asegura el costo mínimo de re-despacho, de acuerdo a los requerimientos específicos de un entorno de mercado competitivo. Éste algoritmo, es implementado en un clúster de estaciones de trabajo.

En [Yuan03], se formula el problema de flujos de potencia con restricciones de estabilidad transitoria para multi-contingencias (MC-TSCOPF⁸), donde se propone un método de punto interior para resolverlo. Es obvio, que el problema de TSC-OPF, contiene un gran número de variables y restricciones. Por lo que MC-TSCOPF, es aún de mayores dimensiones. El éxito de la solución depende de la rapidez del algoritmo junto con la explotación de técnicas eficientes de dispersidad [Yuan03]. El enfoque MC-TSCOPF, contiene un gran número de restricciones. Para un sistema de g -generadores, si se consideran c -contingencias, y se asume que todas las contingencias poseen el mismo número de intervalos del tiempo de integración Δt , el número de restricciones de desigualdad impuestas por la consideración de estabilidad transitoria, es alrededor de $c \times g \times \Delta t$, y el número de restricciones de igualdad impuestas, es aproximadamente el doble de estas.

En ésta Tesis, se presenta un enfoque, para formular y resolver el problema de TSC-OPF, en el espacio Euclidiano, basado en el método de SIME [Pavella00]. Éste método transforma las trayectorias de ángulo de rotor, de un sistema multi-máquina al espacio de ángulo de una sola trayectoria de ángulo de rotor de un OMIB equivalente, cuyas propiedades de estabilidad, se infieren del Criterio de Áreas Iguales (EAC⁹). Por lo tanto, la estabilidad transitoria del sistema multi-máquina, es controlada mediante la restricción de la máxima excursión, del ángulo de rotor del OMIB a un valor que asegure que el comportamiento dinámico sea transitoriamente estable [Zárate-Miñano10], [Pizano-Martínez10b]. Ésta restricción, es derivada de un análisis de sensibilidad, llevado a cabo a partir de la información de SIME, y es formulada como un problema de valor inicial en términos de las variables, que caracterizan el punto de operación inicial, de estado estacionario del sistema de potencia multi-máquina. Por consiguiente, el número de restricciones dinámicas y transitorias a ser consideradas en la formulación de TSC-OPF, es reducido a una sola restricción de estabilidad, que es independiente del tiempo, de modo que la dimensión del problema de optimización, se reduce a un tamaño muy similar al de la formulación de OPF convencional. Opuesto al esfuerzo computacional, que se origina al formar las matrices Jacobianas y Hessianas, asociadas a la restricción transitoria transformada que se presenta en [Chen01], [Tong08] y [Xia06], la restricción estática de estabilidad, que se utiliza en esta Tesis, permite obtener e incorporar éstas matrices dentro del problema de OPF convencional sin dificultad alguna.

1.2.3 Capacidad de transferencia

Debido al rápido crecimiento de la demanda de energía eléctrica, con respecto a la expansión del sistema eléctrico de transmisión, es de gran interés para las compañías eléctricas, la cuantificación de las capacidades de transmisión de sus principales enlaces, así

⁸ por sus siglas en Inglés Multi-Contingency Transient-Stability Constrained Optimal Power Flow

⁹ por sus siglas en Inglés Equal Area Criterion

como saber la manera en que debe despacharse la energía eléctrica, para obtener la máxima transferencia de potencia, a través de esos enlaces, sin violar los límites de seguridad de la red. Varios métodos para determinar la capacidad de transferencia, han sido propuestos por diversos grupos de investigación, como se reporta en [PRSEC01]. En general, el problema del cálculo de ATC, puede separarse en dos subproblemas: i) El problema estático, en el que se consideran los límites térmicos de líneas de transmisión, bajo o alto voltaje en los nodos del sistema eléctrico, y posibles escenarios de colapso de voltaje [PRSEC01]; ii) El problema dinámico donde aunado a lo considerado en el problema estático, se toman en cuenta aspectos de seguridad dinámica, así como el problema de estabilidad transitoria [PERSEC01]. Ambas maneras de abordar el problema, son consideradas en esta Tesis para calcular la capacidad de transferencia, de enlaces críticos en un sistema eléctrico de potencia, mediante la aplicación del método de flujos óptimos de potencia.

Un modelo detallado de un sistema de potencia de ca, puede ser usado en todos los cálculos de ATC, mediante cálculos sucesivos de flujos de carga de ca, o métodos de continuación. Las formulaciones en [Gravener99] y [Wu93], muestran la estrecha relación entre optimización y cálculos de continuación para la determinación de ATC. En [Shah91] y [ABB98], se define un enfoque denominado TRACE, que utiliza flujos de potencia óptimos (OPF), donde la optimización se alcanza mediante el ajuste de taps, y variables de conmutación, para maximizar la transferencia especificada, sujeta a ecuaciones de balance de potencia y restricciones limitantes.

En [Hamoud00], se describe un método probabilístico no iterativo, para determinar la ATC en estado estacionario, entre cualesquiera dos lugares en un sistema de transmisión (una sola área o multi-área), bajo un conjunto dado de condiciones de operación del sistema.

Gabriel Ejebe, y otros, han propuesto un modelo completo de OPF, para calcular el ATC, mediante el uso de esquemas seriales y paralelos [Ejebe98]. G. Sombuttwilailert y B. Eua-Arpon, han utilizado un modelo completo de OPF, con el enfoque de vector tangente, para estimar la Capacidad de Transferencia Total (TTC¹⁰) [Sombuttwilailert01].

Debido a que la determinación de ATC, involucra dos procesos mayores que son: i) la solución de flujos de carga y ii) el análisis de contingencias en un enfoque de descomposición, que ha despertado gran atención. Mohamed Shaaban, ha implementado un Algoritmo de Descomposición de Bender, para separar las condiciones de operación de estado estacionario, como un problema maestro, y un escenario de contingencia, como un problema esclavo [Shaaban01]. Primero el problema esclavo, es resuelto independientemente para cada caso de contingencia, y entonces, los multiplicadores de Lagrange, son asociados con variables acopladas, para resolver el problema maestro, con lo cual se maximiza el ATC.

¹⁰ por sus siglas en Inglés Total Transfer Capability

OPF, no sólo es usado para cálculos de ATC, también ha sido utilizado en otros aspectos tales como: i) manejo de congestión, ii) facilitación de la competencia, iii) despacho de incremento de volatilidad, y iv) condiciones de operación [Singh98]. Desde 1999, existe una intensa actividad en el desarrollo y ampliación de la herramienta OPF, a éstos problemas como se presenta en trabajos tales como [Corniere00] y [Rosales00].

Un enfoque iterativo para calcular el ATC, con restricciones dinámicas fué propuesto primero por Hiskens [Corniere00]. El método utiliza el concepto de sensibilidades de trayectoria y es propenso a la representación completa del sistema de potencia modelado, como un conjunto de ecuaciones diferenciales-algebraicas discretizadas. La aplicación del método está limitada, sin embargo, la evaluación de un solo parámetro, puede ser utilizada para producir trayectorias marginalmente estables. La complejidad computacional para aplicaciones de grandes sistemas, no ha sido plenamente evaluada.

Más tarde, una literatura práctica en la que se incluyen restricciones dinámicas, en el cálculo de ATC, fue publicado por De Tuglie y otros (2000) [Luenberger84]. La característica principal de este enfoque, es la capacidad para tratar de manera unificada restricciones de seguridad estáticas y dinámicas, en un software integrado. Sin embargo, los autores han experimentado algunas dificultades de convergencia oscilatoria alrededor de la solución.

En años recientes, más trabajos han sido desarrollados para evaluar el ATC, con consideraciones de estabilidad transitoria de ángulo. Entre ellos, varias metodologías para la optimización de EDAs (Ecuaciones Diferenciales-Algebraicas), han sido aplicadas para tratar el problema eficientemente [Zhang04] y han usado el producto punto como criterio para la estabilidad del ángulo de rotor, y un algoritmo basado en parametrización de variables de control (PVC), es implementado para resolver el problema optimización, formulado con restricciones de ángulo para estabilidad transitoria.

En [Zhang04], se presenta un método para evaluar la ATC mediante la consideración de restricciones dinámicas. Éste enfoque adopta las ecuaciones de equilibrio, para describir las restricciones de estado estacionario antes y después del disturbio. El producto punto es usado como un criterio para determinar la estabilidad del ángulo de rotor, y se emplea un algoritmo basado en la parametrización de la variable de control PVC, para resolver el problema de optimización formulado con restricciones dinámicas. Mientras que en [Hakim09a] y [Hakim09b], se utiliza el COI como marco de referencia para describir el comportamiento transitorio del sistema de potencia. La maximización del TTC, es obtenida mediante la aplicación del análisis de TSC-OPF.

Con la finalidad de calcular el nivel de ATC en estado transitorio de un sistema de potencia, en ésta Tesis se utiliza el enfoque TSC-OPF global presentado en [Pizano-Martínez10b], debido a la gran simplificación que se obtiene del modelo de optimización,

aquí se utiliza como índice de estabilidad la potencia mecánica del OMIB, con la finalidad de reducir aún más las dimensiones del problema.

Además, en esta Tesis se considera el método basado en la formulación de flujos de potencia óptimos, por ser una excelente opción debido a la naturaleza del proceso de optimización, el cual está inherentemente incluido en OPF, abordando apropiadamente el problema de maximización de la capacidad de transferencia.

Debido a las grandes dimensiones, la gran complejidad que presenta el problema de MC-TSCOPF, aunado a que actualmente no existen trabajos en los que se considere el cálculo de ATC, para multi-contingencias, en éste trabajo se propone una nueva metodología, para calcular el ATC considerando la estabilización de multi-contingencias utilizando, el enfoque global de TSC-OPF propuesto en [Pizano-Martínez10b], tomando como índice de estabilidad la potencia mecánica.

1.3 Objetivo

El objetivo de ésta Tesis es calcular el ATC en estado estacionario, y en estado transitorio entre áreas de control de un sistema eléctrico de potencia, utilizando el enfoque global TSC-OPF. También se pretende realizar un estudio para calcular un valor de ATC, que sea transitoriamente estable ante la ocurrencia de multi-contingencias.

1.4 Justificación

Dado que el ATC, de un sistema de potencia indica cuanto se puede incrementar la transferencia de energía entre áreas, sin comprometer la seguridad del sistema, la identificación precisa de ésta capacidad, proporciona información muy útil para la planeación y operación del mercado eléctrico. Los planificadores de un sistema eléctrico necesitan saber los posibles escenarios operativos, que provoquen la congestión del sistema, y los operadores del sistema deben evitar transferencias energéticas, que excedan la capacidad de transferencia de los enlaces críticos de la red de transmisión. Estimaciones de las capacidades de transferencia, son necesarias para asegurar que los efectos combinados de transferencias de energía, no causen un riesgo indebido como sobrecarga del sistema, daños en el equipo, ó apagones. Sin embargo, una estimación demasiado conservadora de la capacidad de transferencia, limita innecesariamente la transferencia de energía de una manera muy costosa como es el uso ineficiente de la red [Zhang04].

1.5 Metodología

Los problemas de OPF y ATC son primeramente formulados como un problema general de programación no lineal, sujeto a restricciones de igualdad y desigualdad. Con la finalidad de resolver éstos problemas, se utilizan los paquetes computacionales AMPL-KNITRO, que utilizan el concepto de función Lagrangiana para convertir a ambos en problemas de optimización no lineal no restringida. Las condiciones de optimalidad de primer orden de Karush-Kuhn-Tucker (KKT), son aplicadas a las funciones Lagrangianas, resultando un conjunto de ecuaciones algebraicas no lineales.

Para investigar la estabilidad transitoria de un sistema de potencia, se utiliza el análisis en el dominio del tiempo (T-D¹¹), empleando un programa elaborado por [Pizano-Martínez10a] el cual está formulado en base al modelo Implícito Simultaneo. La dinámica transitoria del sistema es, modelada matemáticamente mediante el modelo clásico del generador y el modelo de preservación de la estructura de la red, el cual está descrito por un conjunto de EDA. La regla trapezoidal implícita (RTI), es aplicada al conjunto de EDA para transformarlas a ecuaciones algebraicas de diferencia, de esta manera resolver este nuevo conjunto de ecuaciones algebraicas no lineales, mediante el método de Newton. Adicionalmente, el programa de [Pizano-Martínez10a] utiliza el método de SIME para reducir las trayectorias de un sistema multi-máquina, a una sola trayectoria equivalente sistema máquina bus infinito (OMIB).

En el enfoque TSC-OPF, se considera una sola restricción de estabilidad que es únicamente función de variables de estado estacionario, por lo que no es necesario introducir las ecuaciones dinámicas del sistema en la formulación de TSC-OPF. Por lo general, el índice de estabilidad más usado es el ángulo del rotor de la máquina, esto hace que sea necesario introducir en la formulación de TSC-OPF, las ecuaciones que representan las condiciones iniciales de las variables E_i y δ_i esto ocasiona un incremento en las dimensiones del problema de optimización. Lo anterior, fué el motivo que llevó a proponer un nuevo índice de estabilidad transitoria; tomando en cuenta, que en estado estacionario la potencia mecánica de entrada del generador síncrono, es igual a su potencia eléctrica de salida, se decidió adoptar como nuevo índice de estabilidad a la potencia mecánica P_{m_i} del OMIB. Al utilizarse la potencia mecánica como índice de estabilidad, no se requiere incluir las condiciones iniciales de E_i y δ_i , por lo que las dimensiones del problema de TSC-OPF, se reducen considerablemente. Teniendo en mente lo anterior, se presenta la formulación para el cálculo de ATC en estado transitorio. La reducción del sistema multi-máquina a un OMIB, permite fácilmente llevar a cabo el control preventivo de estabilidad transitoria, ya que solamente es necesario estabilizar una sola trayectoria, que representa al sistema entero,

¹¹ por sus siglas en Inglés Time-Domain

en lugar de estabilizar la trayectoria dinámica de cada una de las máquinas del sistema eléctrico.

1.6 Planteamiento del problema

Básicamente, el cálculo de ATC, implica la determinación de los flujos de potencia existentes, los cuales son sensibles a las transacciones de energía entre el comprador y el vendedor [Ghawghawe07]. Los OSTE (Operadores del Sistema de Transmisión Europeo), han especificado el procedimiento para el cálculo de la capacidad de transferencia, entre un par de áreas de control vecinas A y B. Comenzando de un caso base de intercambio (CBI) de energía, por medio del incremento de generación en el área A, y un decremento en el área B, los flujos de potencia se elevan hasta que se alcanza la inseguridad. El valor de ATC del área A, hacia el área B, es igual a la suma del CBI y el incremento máximo [ETSO01].

El cálculo de ATC, puede ser considerado como un problema OPF, con restricciones de estabilidad y seguridad [ETSO01]. Dado que el costo de la pérdida del control, asociado con la inestabilidad transitoria es muy alto, es necesario considerar las restricciones de estabilidad transitoria dentro del cálculo de ATC.

Las implicaciones de OPF, basadas en cálculos de ATC, con restricciones de estabilidad transitoria son mucho más que un problema de OPF convencional. La principal dificultad se encuentra en cómo resolver un problema de flujos de potencia óptimos, considerando las ecuaciones diferenciales asociadas al problema de estabilidad transitoria en el proceso de optimización.

1.7 Estructura de la Tesis

La organización de esta Tesis es la siguiente,

En el Capítulo 1, se da una breve introducción de esta Tesis. Posteriormente se hace una breve descripción del estado del arte en cuanto al problema de TSC-OPF, cálculo de ATC en estado estacionario y estado transitorio, y estabilización de multi-contingencias. Por último se describe el objetivo, justificación y planteamiento del problema analizado en esta Tesis.

En el Capítulo 2, se presentan las bases teóricas del análisis convencional de OPF, así como los conceptos básicos, y la formulación de ATC. El sistema IEEE de 9 nodos y 3 generadores, el sistema de Nueva Inglaterra de 39 nodos y 10 generadores, y el sistema

Mexicano de 190 nodos y 46 generadores, son divididos en dos áreas para calcular su valor de ATC en estado estacionario.

En el Capítulo 3, se presentan las bases teóricas para llevar a cabo la evaluación de la TS. También es presentado el método de máquina equivalente única (SIME), el cual se basa en la suposición que el mecanismo de pérdida de sincronismo en un sistema de potencia se origina de la separación irrevocable de sus máquinas en dos grupos. Además, se presentan resultados numéricos en los que se muestra la pérdida de estabilidad que sufren los sistemas de 9 nodos, 39 nodos y mexicano ante la ocurrencia de una contingencia dañina.

En el Capítulo 4, se presenta la formulación general de flujos de potencia óptimos con restricciones de estabilidad transitoria (TSC-OPF) en un enfoque global [Pizano-Martínez10b]. Además, se presentan dos metodologías para la estabilización de múltiples contingencias, utilizando el algoritmo de control preventivo que se presenta en [Pizano-Martínez10b].

En el Capítulo 5, se presentan los casos de estudio, donde nuevamente se utilizan los sistemas IEEE de 9 nodos y 3 generadores, sistema de Nueva Inglaterra de 39 nodos y 10 generadores, y el sistema Mexicano de 190 nodos y 46 generadores, para calcular el valor de ATC de dichos sistemas en estado transitorio. Además, el sistema IEEE de 9 nodos y 3 generadores también es utilizado para calcular su valor de ATC, bajo la consideración de múltiples contingencias.

Finalmente, en el Capítulo 6 se presentan las conclusiones generales a las que se llegaron, las aportaciones que se han hecho y los posibles trabajos futuros que ésta Tesis puede originar.

Capítulo 2

Modelado y Análisis de Capacidad de Transferencia Estática

El propósito principal de un análisis de OPF, es determinar el estado de operación óptimo de un sistema de potencia, mediante la optimización de un objetivo particular, mientras se satisfacen ciertas restricciones físicas y operativas específicas, asociadas al sistema eléctrico bajo estudio. La capacidad de transferencia de energía a través de un enlace de transmisión, la cual puede ser interpretada como la diferencia entre su límite máximo de transferencia de potencia y el flujo de potencia existente, ha sido uno de los objetivos principales a optimizar en aquellos sistemas que operan cerca de sus límites de estabilidad. En éste Capítulo, se describe la teoría general asociada a la formulación del problema de flujos de potencia óptimos, su aplicación para la optimización de la operación de los sistemas eléctricos de potencia, en los cuales se tiene interés en incrementar su capacidad de transferencia de energía eléctrica, a través de enlaces pre-especificados.

2.1 Descripción del problema de optimización restringida

El problema general de optimización restringida, trata de la búsqueda de los valores de n variables reales $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ (donde \mathbb{R}^n representa un espacio vectorial real de dimensión n), que optimizan (minimizan o maximizan) una función objetivo $f(\mathbf{x})$, sujeta a un conjunto de restricciones de igualdad ($g_i(\mathbf{x}) = 0, i = 1, \dots, m$), un conjunto de restricciones de desigualdad ($h_i(\mathbf{x}) \leq 0, i = 1, \dots, p$) y un conjunto de restricciones de dominio ($x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max}, i = 1, \dots, n$) [Leite-Torres98].

Esencialmente, no hay diferencia entre la maximización y la minimización de un problema, ya que el máximo de $f(\mathbf{x})$ y el mínimo de $-f(\mathbf{x})$ ocurren en el mismo punto [Cedeño-Maldonado02]. En general el problema de optimización restringida, se puede formular matemáticamente de la siguiente manera [Zhang06]:

$$\begin{aligned}
 & \min_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}) \\
 & \text{s.t.} \quad g_i(\mathbf{x}) = 0 \\
 & \quad \quad h_i(\mathbf{x}) \leq 0 \\
 & \quad \quad x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max}
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

donde $f(\mathbf{x})$ es una función real en \mathbb{R}^n ($f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$), $\mathbf{g}(\mathbf{x})$, es un vector columna de m funciones reales en \mathbb{R}^n ($\mathbf{g}: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$), $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ es un vector columna de p funciones

reales en \mathfrak{R}^n ($\square: \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^q$), y $\mathbf{x} \in M \subseteq \mathfrak{R}^n$, M es el espacio de búsqueda en \mathfrak{R}^n . Sin perder generalidad, las restricciones de dominio de (2.1) pueden ser consideradas como parte de las restricciones de desigualdad.

En general, las funciones $\square(\mathbf{x})$, $\square_i(\mathbf{x}) \subset \square(\mathbf{x})$ y $\square_{\perp}(\mathbf{x}) \subset \square(\mathbf{x})$, pueden tener cualquier forma no lineal. Además, se asume que estas funciones satisfacen los requerimientos de continuidad y diferenciabilidad. Cuando todas estas funciones son lineales en \mathbf{x} , la formulación (2.1), es conocida como un problema de programación lineal. De lo contrario, el problema es denominado como un problema de programación no lineal.

2.1.1 Conceptos y definiciones básicas

Un punto $\mathbf{x} \in S$, que satisface el conjunto de restricciones de igualdad y desigualdad se le conoce como punto factible. Para un problema que tiene solución, existe un conjunto no vacío de puntos factibles.

El conjunto de todos los puntos factibles, es referido como una región factible F . Así,

$$F = \{\mathbf{x} \in S \subseteq \mathfrak{R}^n : \square(\mathbf{x}) = 0, \square(\mathbf{x}) \leq 0\} \quad (2.2)$$

Se dice que una restricción de desigualdad $\square_{\perp}(\mathbf{x}) \leq 0$, está activa en un punto factible $\bar{\mathbf{x}}$, si $\square_{\perp}(\bar{\mathbf{x}}) = 0$, y está inactiva en \mathbf{x} si $\square_{\perp}(\bar{\mathbf{x}}) < 0$. Por convención, se refiere a cualquier restricción de igualdad $\square_i(\bar{\mathbf{x}}) = 0$, como activa en cualquier punto factible. El conjunto activo en el punto factible, es definido como el conjunto de todas las restricciones que están activas en el punto factible, y se denota por $A(\bar{\mathbf{x}}) = \{i : \square_i(\bar{\mathbf{x}}) = 0, \square_{\perp}(\bar{\mathbf{x}}) = 0\}$. Las restricciones activas en un punto factible $\bar{\mathbf{x}}$, restringen el dominio factible en la vecindad de \mathbf{x} , mientras las otras restricciones inactivas, no tienen influencia en la vecindad de \mathbf{x} . Por lo tanto, al estudiar las propiedades de un mínimo local, es claro que solo se toman en cuenta las restricciones activas.

Un punto factible $\bar{\mathbf{x}}$, que satisface las restricciones activas $\square(\bar{\mathbf{x}}) = 0$, se dice que es un punto regular de las restricciones, si y solo si los vectores gradientes $\nabla \square_1(\bar{\mathbf{x}}), \nabla \square_2(\bar{\mathbf{x}}), \dots, \nabla \square_r(\bar{\mathbf{x}})$ y el gradiente de las restricciones de desigualdad activas $\nabla \square_{\perp}(\bar{\mathbf{x}})$, $\square \in A(\bar{\mathbf{x}})$, son linealmente independientes [Cedeño-Maldonado02].

Adicionalmente un punto factible $\bar{\mathbf{x}}$, es también regular en el caso excepcional, donde no hay restricciones de igualdad, y todas las restricciones de desigualdad están inactivas en $\bar{\mathbf{x}}$.

Sea $S \subseteq \mathfrak{R}^n$, un conjunto convexo y no vacío, y sea $\square: S \rightarrow \mathfrak{R}$; entonces \square es una función convexa en S , si y solo si [Nocedal99]:

$$\begin{aligned}
f(\sigma x_1 + (1-\sigma)x_2) &\leq \sigma f(x_1) + (1-\sigma)f(x_2) \\
\forall x_1, x_2 \in C \\
\forall \sigma \in [0,1]
\end{aligned}
\tag{2.3}$$

donde σ , es un valor real en el rango $0 < \sigma < 1$. En otras palabras, una función es convexa, si la línea recta que une cualesquiera dos puntos sobre ella, siempre cae sobre la función.

Si se considera que $S \subseteq \mathfrak{R}^n$, es un conjunto convexo y no vacío, y además $f: S \rightarrow \mathfrak{R}$, entonces f es una función estrictamente convexa en S , si [Antoniou07]:

$$\begin{aligned}
f(\sigma x_1 + (1-\sigma)x_2) &< \sigma f(x_1) + (1-\sigma)f(x_2) \\
\forall x_1, x_2 \in S: x_1 \neq x_2 \\
\forall \sigma \in [0,1]
\end{aligned}
\tag{2.4}$$

En la Figura 2.1a y 2.1b se muestra gráficamente una función convexa estricta y una convexa, respectivamente.

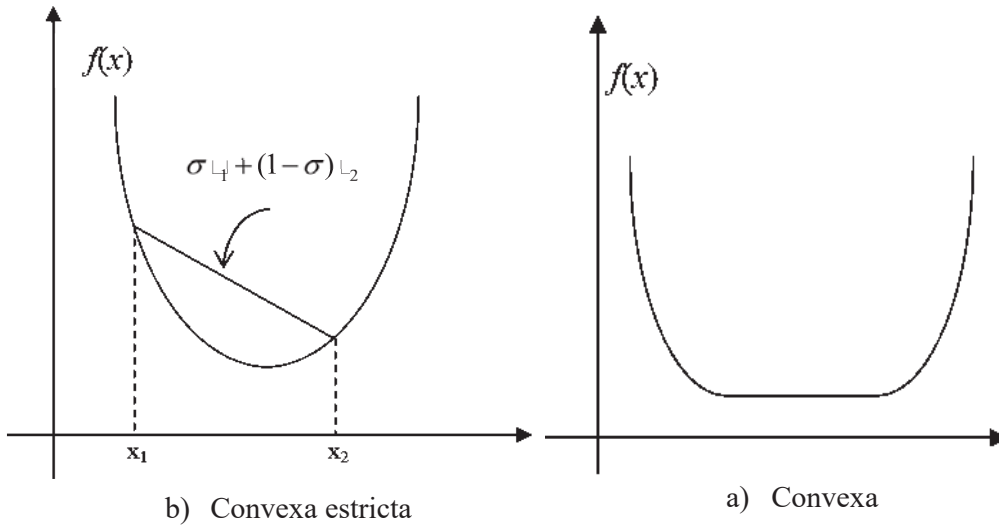


Figura 2.1 Funciones convexa estricta y convexa.

Ahora, sea $S \subseteq \mathfrak{R}^n$, un conjunto convexo y no vacío, y sea $f: S \rightarrow \mathfrak{R}$; entonces f es una función cóncava en S sí y solo si [Cedeño-Maldonado02]:

$$\begin{aligned}
f(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) &\geq \lambda f(x_1) + (1-\lambda)f(x_2) \\
\forall x_1, x_2 \in S \\
\forall \lambda \in [0,1]
\end{aligned}
\tag{2.5}$$

O sea, una función es cóncava, si la línea recta que une cualesquiera dos puntos sobre ella, siempre cae por debajo de la función.

Una función, es estrictamente cóncava, si la desigualdad de (2.5) se verifica en sentido estricto, es decir:

$$\begin{aligned} f(\sigma x_1 + (1-\sigma)x_2) &> \sigma f(x_1) + (1-\sigma)f(x_2) \\ \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}: x_1 &\neq x_2 \\ \forall \sigma \in [0,1] \end{aligned} \tag{2.6}$$

En la Figura 2.2a y 2.2b se muestra una función cóncava estricta y una cóncava, respectivamente.

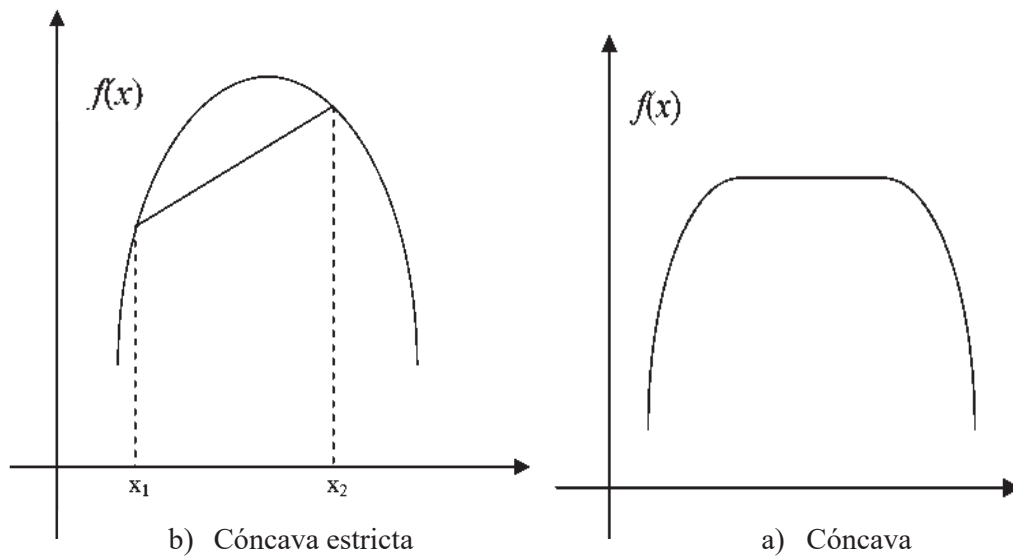


Figura 2.2 Funciones cóncava estricta y cóncava.

Una función cóncava o convexa, se puede conocer a partir de los signos de los eigenvalores asociados a la matriz Hessiana evaluada en el punto óptimo, denotada como H . El gradiente de una función $f(x)$, está dado por sus primeras derivadas parciales con respecto a x :

$$\nabla_x f(x) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial f}{\partial x_n} \end{pmatrix} \tag{2.7}$$

El Hessiano está dado por las segundas derivadas parciales de f con respecto a x :

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_j \partial x_1} & \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_j \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_j \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_n \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_n^2} \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

El Hessiano posee las propiedades que se resúmen en la Tabla 2.1 [Antoniou07]:

Tabla 2.1 Propiedades de la matriz Hessiana.

| $\varphi(\mathbf{x})$ | $\mathbf{H}(\mathbf{x})$ | $\sigma' \varphi \mathbf{E} \mathbf{i} \varphi \mathbf{H}$ |
|----------------------------|--------------------------|--|
| Convexa estricta | Positiva definida | > 0 |
| Convexa | Positiva semidefinida | ≥ 0 |
| Cóncava estricta | Negativa definida | < 0 |
| Cóncava | Negativa semidefinida | ≤ 0 |
| Punto de inflexión (silla) | Indefinida | Positivos y negativos |

Si se considera una función $\varphi(\mathbf{x})$, definida en la región $\mathbf{x} \in \Omega$, un punto $\mathbf{x}^* \in \Omega$, es un punto mínimo relativo (también llamado local) de φ en Ω si existe un $\varepsilon > 0$ tal que $\varphi(\mathbf{x}) \geq \varphi(\mathbf{x}^*)$, para todo $\mathbf{x} \in \Omega$ a una distancia de \mathbf{x}^* menor que ε [Nocedal99].

Si $\varphi(\mathbf{x}) > \varphi(\mathbf{x}^*)$ para toda $\mathbf{x} \in \Omega$ $\mathbf{x} \neq \mathbf{x}^*$, entonces \mathbf{x}^* , es un punto mínimo relativo estricto.

La Figura 2.3 muestra gráficamente los conceptos de un punto mínimo relativo y un punto mínimo relativo estricto.

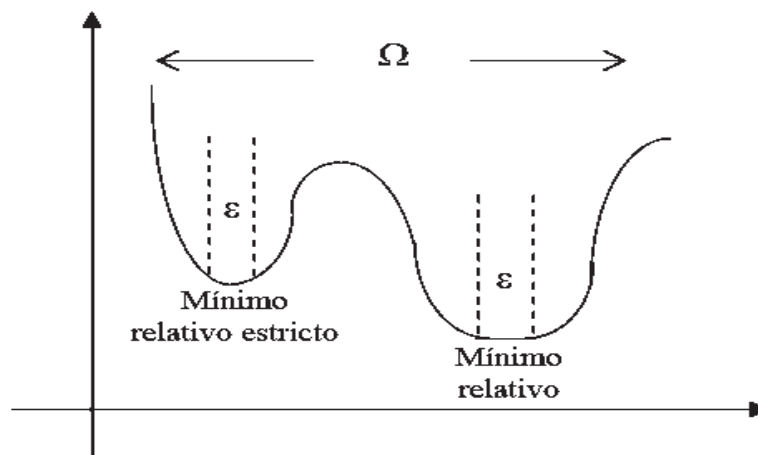


Figura 2.3 Mínimos relativos.

Un punto x^* , es un mínimo global de φ en Ω , si $\varphi(x) \geq \varphi(x^*)$ para toda $x \in \Omega$. Si $\varphi(x) > \varphi(x^*)$ para toda $x \in \Omega$, donde $x \neq x^*$, entonces x^* es un punto mínimo global estricto de $\varphi(x)$ en Ω . En la Figura 2.4, se muestra un punto mínimo global estricto y un punto mínimo global relativo.

Por último, un punto x^* , es un punto estacionario ó de equilibrio de φ en Ω , si $\nabla_{\perp} \varphi(x^*) = 0$. Esto es,

$$\nabla_{\perp} \varphi(x^*) = \begin{pmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial L_1} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial L_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial \varphi}{\partial L_n} \end{pmatrix} = 0 \quad (2.9)$$

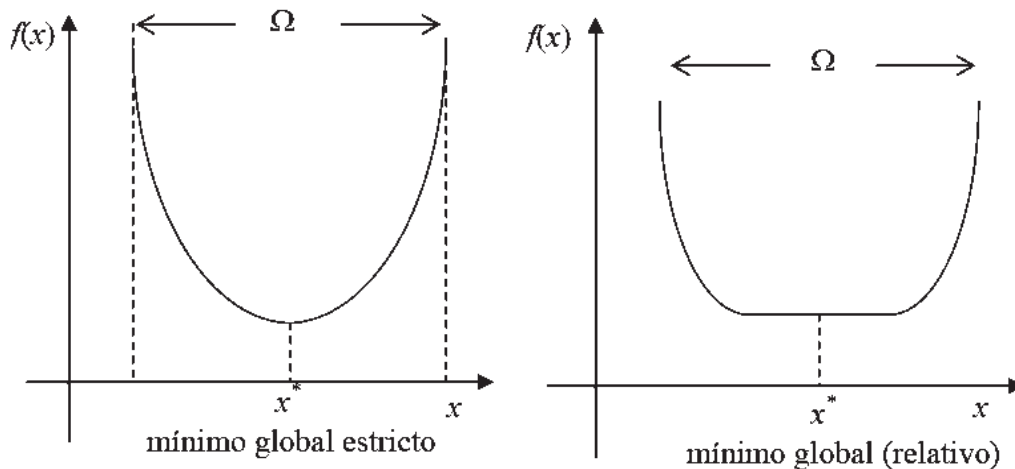


Figura 2.4 Mínimos globales.

2.2 Condiciones de optimalidad para problemas restringidos

Es de importancia práctica y de interés teórico describir las condiciones de optimalidad, para un mínimo local de un problema de optimización restringido, como el que se define en (2.1). Con la introducción de una función auxiliar, conocida como función Lagrangiana, es posible expresar las condiciones de optimalidad de una manera muy concisa. La función Lagrangiana, es definida como:

$$\mathcal{L}(x, \lambda, \mu) \equiv \varphi(x) + \lambda \varphi_1(x) + \mu \varphi_2(x) \quad (2.10)$$

donde $\lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_m] \in \mathbb{R}^p$ y $\mu = [\mu_1, \dots, \mu_l] \in \mathbb{R}^q$, son vectores de los multiplicadores de Lagrange (también son conocidas como variables auxiliares) asociados, con las restricciones de igualdad y desigualdad, respectivamente. Los multiplicadores de Lagrange λ , asociados con las restricciones de igualdad, pueden ser positivos o negativos, mientras que los multiplicadores de Lagrange μ , asociados a las restricciones de desigualdad deben ser no negativos.

Las condiciones de optimalidad necesarias de Karush-Kuhn-Tucker (KKT), se pueden establecer de la siguiente manera [Nocedal99]: si un punto \mathbf{x}^* , es un mínimo local de (2.1), las funciones f y g_i , son continuamente diferenciables, y \mathbf{x}^* es un punto regular, entonces debe existir un vector único de multiplicadores de Lagrange λ^* y μ^* tal que:

$$\nabla_{\mathbf{x}} \mathcal{L}(\mathbf{x}^*) = \nabla f(\mathbf{x}^*) + \sum_{i=1}^m \lambda_i^* \nabla g_i(\mathbf{x}^*) + \sum_{i=1}^l \mu_i^* \nabla h_i(\mathbf{x}^*) = 0 \quad (2.11)$$

$$g_i(\mathbf{x}^*) = 0, \quad i = 1, \dots, m \quad (2.12)$$

$$h_i(\mathbf{x}^*) \leq 0, \quad i = 1, \dots, l \quad (2.13)$$

$$\mu_i^* h_i(\mathbf{x}^*) = 0, \quad i = 1, \dots, l \quad (2.14)$$

$$\mu_i^* \geq 0, \quad i = 1, \dots, l \quad (2.15)$$

Si se considera que el problema de optimización es un problema de programación convexa, entonces las condiciones necesarias de KKT también son suficientes para garantizar que \mathbf{x}^* es un mínimo global. Si además, f es una función convexa estricta, entonces \mathbf{x}^* es el único mínimo global.

La condición que corresponde a la Ecuación (2.14), es llamada condición complementaria. Esta dice que si \mathbf{x}^* ocurre sobre la frontera de la i -ésima restricción de desigualdad, entonces $h_i(\mathbf{x}^*) = 0$. En éste caso la condición (2.14) permite que μ_i no sea cero. Una vez que se sabe que la i -ésima restricción esta activada, ésta restricción puede ser incluida en el vector de restricciones de igualdad. Por otra parte, si la solución de \mathbf{x}^* , no ocurre sobre la frontera de la i -ésima restricción de desigualdad, entonces $h_i(\mathbf{x}^*) < 0$. En éste caso, la condición complementaria (2.14) requiere que $\mu_i = 0$ y que la i -ésima restricción no sea incluida en la función Lagrangiana.

2.3 Flujos de potencia óptimos

El problema de OPF, ha sido uno de los temas más ampliamente estudiados en los sistemas de potencia. A lo largo de los años, los investigadores han examinado varias técnicas algorítmicas, que tratan de acelerar el cálculo de OPF. La mayoría de estos

trabajos fueron hechos entre los años setentas y ochentas [Kubokawa07], un momento en que varias técnicas de optimización restringida, tales como el método de multiplicadores de Lagrange, métodos de funciones de penalización, y programación cuadrática secuencial, junto con el método de gradiente y método de Newton para optimización restringida, surgieron como líderes de los algoritmos de programación no lineal (PNL), para resolver OPF. En años recientes, algoritmos basados en el método de punto interior han ganado popularidad, debido a que éstos logran la optimización del problema, buscando a través del punto medio del poliedro que define el problema, en vez de recorrer la frontera de su superficie, proporcionando con esto mejoras en velocidad, precisión y convergencia en la solución de problemas de optimización multi-objetivo y multi-restringidos.

2.3.1 Formulación matemática

Flujos de Potencia Óptimos (OPF), es un análisis que se considera como un problema de programación no lineal multivariable con restricciones. La solución del análisis de OPF, determina el estado óptimo de operación de un sistema eléctrico sujeto a restricciones físicas y operativas. La formulación general de este análisis es descrita por la Ecuación (2.1), cuya composición se describe enseguida.

En la formulación general de OPF, se tiene una sola función objetivo $f(x)$. La función objetivo a ser optimizada, puede implicar distintos aspectos, tales como: económicos, seguridad o aspectos ambientales [Acha04]. En ésta Tesis, se utilizaran dos tipos de función objetivo distintas, las cuales son: la minimización del costo total de generación y la maximización de la capacidad de transferencia, sobre alguna interface específica de redes eléctricas interconectadas.

El conjunto de restricciones, se divide en restricciones de igualdad $g(x)$ y restricciones de desigualdad $h(x)$. El conjunto de restricciones de igualdad $g(x)$, típicamente se compone por las ecuaciones de balance de potencia (activa y reactiva), para cada uno de los nodos de la red, mientras que el conjunto de restricciones de desigualdad $h(x)$ usualmente, se debe a límites físicos y operativos de los elementos que componen al sistema. Un conjunto común de restricciones de desigualdad consiste en [Acha04]:

- Restricciones de generación de potencia activa y reactiva (P y Q)
- Restricciones de flujo de potencia en las líneas (P)
- Magnitudes de voltajes, relación de taps, y restricciones de ángulo de desfaseamiento

2.3.2 Variables

Las variables que pueden ser ajustadas en la búsqueda de la solución óptima, son llamadas variables de control. Por ejemplo: generación de potencia activa, taps de transformadores, magnitudes de voltaje en los nodos de las unidades de generación, así

como generación de potencia reactiva, producida por compensadores síncronos y compensadores estáticos de VAR's.

Las variables dependientes, son aquellas variables que dependen de las variables de control. Éstas pueden tomar cualquier valor dentro de los límites establecidos, por las políticas de operación del sistema eléctrico bajo estudio. Ejemplos de variables dependientes son: ángulo de fase de los voltajes en todos los nodos del sistema, excepto en el nodo compensador, magnitudes de voltaje en todos los nodos de carga, potencia reactiva en todos los nodos de generación, costo de generación de potencia activa, flujos de potencia (pérdidas en la red) activa y reactiva en las líneas de transmisión, transformadores y dispositivos FACTS [Acha04].

2.3.3 Restricciones de igualdad

Las restricciones de igualdad, representan el balance energético que debe existir en la red, de modo que la potencia (activa y reactiva) neta inyectada en cada nodo sea cero.

Las ecuaciones de balance de flujo de potencia, representan el enlace entre las variables de control y las variables dependientes, esto es [Pizano-Martínez04]:

$$P_i(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}) + P_{\square_i} - P_{\square_i} = 0 \quad (2.16)$$

$$Q_i(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}) + Q_{\square_i} - Q_{\square_i} = 0 \quad (2.17)$$

donde i , es el nodo en el cual se establecen las ecuaciones de balance de potencia; $P_i(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta})$ y $Q_i(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta})$, representan la inyección total de potencia activa y reactiva, que se distribuye en cada uno de los elementos de transmisión conectados al nodo i . P_{\square_i} y Q_{\square_i} , son las demandas de potencia activa y reactiva por la carga conectada en el nodo i . P_{\square_i} y Q_{\square_i} , son la potencia activa y reactiva generadas por el generador conectado en el nodo i . Finalmente \mathbf{V} y $\boldsymbol{\theta}$, son las magnitudes y ángulos de voltaje nodal. Las restricciones (2.16) y (2.17) se deben satisfacer incondicionalmente para la solución factible de OPF. Si alguna de estas restricciones no se cumple la solución de OPF no es factible.

2.3.4 Restricciones de desigualdad

En el análisis de OPF, todas las variables de control y gran parte de las variables de estado poseen límites inferiores y superiores, los cuales reflejan: i) límites sobre los dispositivos físicos del sistema de potencia, y ii) límites especificados para asegurar la correcta operación y seguridad del sistema. Los límites antes mencionados se modelan por medio de restricciones de desigualdad.

Los límites de generación de potencia activa y reactiva en todos los nodos de generación son;

$$P_{\square_i}^{\min} \leq P_{\square_i} \leq P_{\square_i}^{\max} \quad i = 1, \dots, \square_{\square} \quad (2.18)$$

$$V_i^{\min} \leq V_i \leq V_i^{\max} \quad i = 1, \dots, N_c \quad (2.19)$$

Los límites en la magnitud de voltaje en todos los nodos del sistema de potencia son;

$$V_i^{\min} \leq V_i \leq V_i^{\max} \quad i = 1, \dots, N_c \quad (2.20)$$

donde N_c , representa el número total de nodos que cuentan con unidades de generación, N_n representa el número total de nodos por el que está formado el sistema.

2.3.5 Formulación explícita del problema de OPF

En base a lo descrito en las secciones anteriores, la formulación matemática explícita del problema de flujos de potencia óptimos, puede ser escrita de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \quad & f(\mathbf{x}) \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \begin{cases} P_i(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}) - P_{ci} - P_{li} \\ P_{ci}^{\min} \leq P_{ci} \leq P_{ci}^{\max} \\ V_i^{\min} \leq V_i \leq V_i^{\max} \\ V_i^{\min} \leq V_i \leq V_i^{\max} \end{cases} = 0 \\ & \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \begin{cases} P_{ci}^{\min} \leq P_{ci} \leq P_{ci}^{\max} \\ V_i^{\min} \leq V_i \leq V_i^{\max} \\ V_i^{\min} \leq V_i \leq V_i^{\max} \end{cases} \leq 0 \end{aligned} \quad (2.21)$$

Con la finalidad de minimizar o maximizar la función objetivo $f(\mathbf{x})$, sujeta a un conjunto de restricciones de igualdad, y un conjunto de restricciones de desigualdad, se debe encontrar el vector de variables \mathbf{x} , que soluciona el problema, y que define el punto óptimo de operación del sistema de potencia. Este vector solución \mathbf{x} proporciona la siguiente información:

- Magnitud de voltaje en cada nodo del sistema.
- Ángulo de fase de los voltajes nodales.
- Generación óptima de potencia activa y reactiva.
- Flujos de potencia óptimos en las líneas de transmisión.

Una de las funciones objetivo más comunes, es la minimización del costo de generación, la cual será la función objetivo en la formulación del problema de flujos de potencia óptimos con restricciones de estabilidad transitoria (TSC-OPF), presentada en ésta Tesis.

La función objetivo que representa el costo mínimo de generación, es la suma de los costos de los generadores que participan en el despacho de energía. Una parte crítica de ésta formulación, es la de obtener las curvas de costo de los generadores. En ésta Tesis, solo se consideran unidades térmicas, debido a que sus curvas de costo se aproximan con funciones polinomiales de segundo grado.

La ecuación siguiente, se emplea como función objetivo en el problema de despacho de energía,

$$C_{\text{total}}(P_{\text{gen}}) = \sum_{i \in \Omega_G} C_i(P_i) \quad (2.22)$$

donde $C_{\text{total}}(P_{\text{gen}})$, es el costo total de generación en función de la potencia generada P_{gen} , y $C_i(P_i)$, es la curva de costo del generador i .

Ésta curva se representa por medio de la siguiente ecuación cuadrática,

$$C_i = a_i + b_i P_{i\text{gen}} + c_i P_{i\text{gen}}^2 \quad (2.23)$$

donde a_i , b_i y c_i , son los coeficientes que corresponden al término constante, lineal y cuadrático, del polinomio que aproxima la curva de costo del generador i .

2.4 Método de Newton para Optimización No Restringida

Para encontrar los puntos mínimos o máximos de una función multivariable de grado n , se deben encontrar las raíces de la primera derivada o gradiente de la función igualada a cero. Existen diversos métodos numéricos, que pueden utilizarse para encontrar las raíces de una ecuación algebraica no lineal [Pizano-Martínez04]. El método de Newton, se utiliza comúnmente debido a que es un algoritmo de rápida convergencia cerca de la solución. Ésta propiedad es especialmente benéfica, para aplicaciones en sistemas de potencia, ya que es factible obtener una estimación inicial cerca de la solución deseada.

En el método de Newton, las funciones a optimizarse, deben cumplir con el requisito de que éstas deben tener segundas derivadas diferentes de cero, ya que el método emplea matrices de segundas derivadas. Las restricciones de desigualdad, se consideran inactivas al inicio del proceso de solución, pero debido a la violación de sus límites, éstas pueden activarse durante dicho proceso convirtiéndose en restricciones de igualdad, ó ser desactivadas una vez que se encuentran dentro de sus límites.

Suponiendo que la función no lineal multivariable a minimizar está descrita en forma general por la siguiente ecuación,

$$C(\mathbf{x}) = C(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2.24)$$

donde \mathbf{x} , es el vector de variables independientes x_1, x_2, \dots, x_n ; se obtiene el gradiente de la función multivariable (2.24) como [Pizano-Martínez04],

$$\nabla C(\mathbf{x}) = \left[\frac{\partial}{\partial x_1} C(\mathbf{x}) \quad \frac{\partial}{\partial x_2} C(\mathbf{x}) \quad \dots \quad \frac{\partial}{\partial x_n} C(\mathbf{x}) \right]^T \quad (2.25)$$

Un punto mínimo de la Ecuación (2.25), satisface la primera condición de optimalidad; es decir, $\nabla C(\mathbf{x})$ es nulo cuando se evalúa en este punto.

$$\nabla \varphi(\mathbf{x}) = 0 \quad (2.26)$$

La Ecuación (2.26), es no lineal tal que puede solucionarse por el método de Newton, deducido a partir de la expansión en series de Taylor.

$$\varphi(\mathbf{x}) = \nabla \varphi(\mathbf{x}) = 0 \quad (2.27)$$

Asumiendo su expansión en series de Taylor alrededor de la vecindad del punto de operación \mathbf{x}^k y despreciando los términos de orden superior, se tiene,

$$\varphi(\varphi^k + \Delta \varphi) = \varphi(\varphi^k) + \frac{\partial \varphi(\varphi^k)}{\partial \varphi_1} \Delta \varphi_1 + \frac{\partial \varphi(\varphi^k)}{\partial \varphi_2} \Delta \varphi_2 + \dots + \frac{\partial \varphi(\varphi^k)}{\partial \varphi_{L_\varphi}} \Delta \varphi_{L_\varphi} = 0 \quad (2.28)$$

La Ecuación (2.28) también se puede escribir como,

$$-\varphi(\varphi^k) = \left[\frac{\partial}{\partial \varphi_1} \varphi(\varphi) \quad \frac{\partial}{\partial \varphi_2} \varphi(\varphi) \quad \dots \quad \frac{\partial}{\partial \varphi_{L_\varphi}} \varphi(\varphi) \right] \begin{bmatrix} \Delta \varphi_1 \\ \Delta \varphi_2 \\ \vdots \\ \Delta \varphi_{L_\varphi} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Ahora, desarrollando la Ecuación (2.29),

$$-\begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi(\varphi)}{\partial \varphi_1} \\ \frac{\partial \varphi(\varphi)}{\partial \varphi_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial \varphi(\varphi)}{\partial \varphi_{L_\varphi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \varphi(\varphi)}{\partial \varphi_1^2} & \frac{\partial^2 \varphi(\varphi)}{\partial \varphi_1 \varphi_2} & \dots & \frac{\partial^2 \varphi(\varphi)}{\partial \varphi_1 \varphi_{L_\varphi}} \\ \frac{\partial^2 \varphi(\varphi)}{\partial \varphi_2 \varphi_1} & \frac{\partial^2 \varphi(\varphi)}{\partial \varphi_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 \varphi(\varphi)}{\partial \varphi_2 \varphi_{L_\varphi}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \varphi(\varphi)}{\partial \varphi_{L_\varphi} \varphi_1} & \frac{\partial^2 \varphi(\varphi)}{\partial \varphi_{L_\varphi} \varphi_2} & \dots & \frac{\partial^2 \varphi(\varphi)}{\partial \varphi_{L_\varphi}^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \varphi_1 \\ \Delta \varphi_2 \\ \vdots \\ \Delta \varphi_{L_\varphi} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

La Ecuación (2.30), se puede escribir en forma compacta de la siguiente manera:

$$-\mathbf{G}(\varphi^k) = \mathbf{W}^k \Delta \mathbf{x} \quad (2.31)$$

donde φ representa el paso en el proceso iterativo en el método de Newton. $\mathbf{G}(\varphi^k)$, representa el vector gradiente de la función. \mathbf{W}^k representa la matriz de segundas derivadas parciales de la función objetivo. $\Delta \mathbf{x}$ es el vector de incrementos de las variables de estado.

Resolviendo iterativamente la Ecuación (2.31), se obtienen las actualizaciones de las variables $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{L_\varphi}$ mediante la Ecuación (2.32),

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + \Delta \mathbf{x} \quad (2.32)$$

Cuando se cumple el criterio de convergencia establecido para el método, se habrá encontrado una de las raíces de la Ecuación (2.26), y por lo tanto se ha encontrado el punto mínimo de la Ecuación (2.24).

2.4.1 Aplicación del método de Newton al problema de OPF

El primer paso para resolver el problema de optimización mediante el método de Newton, es convertir el problema de optimización restringido a un problema de optimización no restringido. Para conseguir lo anterior, se construye una función Lagrangiana que en general integra la función objetivo $f(x)$ y restricciones de igualdad $g(x)$ y desigualdad $h(x)$. Por simplicidad, en esta Sección se considera que no existen restricciones de desigualdad activas, tal que \mathcal{L} está compuesta únicamente por las funciones $f(x)$ y restricciones $g(x)$, como se muestra en la Ecuación (2.33),

$$\mathcal{L}(x, \lambda) = f(x) + \sum_{i=1}^{n_g} \lambda_i (P_i(V, \theta) + P_{\text{mi}} - P_{\text{li}}) + \sum_{i=1}^{n_g} \lambda_i (g_i(V, \theta) + g_{\text{mi}} - g_{\text{li}}) \quad (2.33)$$

El conjunto de restricciones de desigualdad, que se incluirán al conjunto activo no se conoce a priori, puesto que no se sabe en qué momento de la solución una restricción de desigualdad violará sus límites.

De tal manera la función Lagrangiana, que está compuesta por el conjunto activo de restricciones, no posee una composición constante durante el proceso de solución del problema de OPF.

Una vez que se tiene la función Lagrangiana (2.33), su optimización es obtenida mediante la solución de la Ecuación (2.31), la cual se puede expresar como [Ambriz-Pérez98],

$$W \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_x \mathcal{L} \\ \nabla_\lambda \mathcal{L} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

En el Apéndice C se presenta una explicación más detallada de la Ecuación (2.34), que en forma expandida se define como,

$$W = \begin{bmatrix} H & J \\ J & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

$$\nabla_x \mathcal{L} = \begin{bmatrix} \nabla P_{\text{mi}} & \nabla \theta & \nabla V \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

$$\nabla_\lambda \mathcal{L} = \begin{bmatrix} \nabla \lambda_{\text{mi}} & \nabla \lambda_{\text{li}} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

$$\Delta x = \begin{bmatrix} \Delta P_{\text{mi}} & \Delta \theta & \Delta V \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

$$\Delta \lambda = \begin{bmatrix} \Delta \lambda_{\square} & \Delta \lambda_{\lambda} \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

donde la matriz W , contiene las segundas derivadas parciales de la función Lagrangiana $\mathcal{L}(x, \lambda)$, con respecto a las variables de estado x , y los multiplicadores de Lagrange λ asociados a las restricciones activas. La matriz W , es simétrica y posee una submatriz nula debido a que las segundas derivadas parciales de la forma $\partial^2 \mathcal{L}(x, \lambda) / \partial \lambda_{\square} \partial \lambda_{\lambda}$ no existen. $\nabla_{\square} \mathcal{L}$ y $\nabla_{\lambda} \mathcal{L}$ están compuestos por las primeras derivadas parciales de la función Lagrangiana, con respecto a las variables de estado y multiplicadores de Lagrange, respectivamente; Δx y $\Delta \lambda$ son los incrementos de las variables de estado y de los multiplicadores de Lagrange, respectivamente; $\square, \theta, P_{\square}$, son las variables de estado; mientras que λ_{\square} y λ_{λ} , son los multiplicadores de Lagrange de las ecuaciones de balance nodal de potencia activa y reactiva, respectivamente.

2.5 Métodos de punto interior

El algoritmo generalmente empleado para solucionar problemas de programación lineal, es el método simplex. Éste método busca el mejor valor de la función objetivo, que satisfaga el problema de optimización formulado sobre los vértices de la región factible de solución. Un método de punto interior, implica que la búsqueda de la solución, se hace a través del interior de la región factible en lugar de sobre sus vértices. Karmarkar descubrió cómo trazar esta trayectoria rápidamente [Wei96].

Desde que Karmarkar publicó su propuesta [Karmarkar84], se han propuesto varios métodos de punto interior (MPI) para programación lineal (PL), programación cuadrática (PC) y programación no lineal (PNL), han sido propuestos.

Hay tres versiones del algoritmo del método de punto interior para solucionar problemas de optimización no lineal: el primal (MPIP), el dual (MPID), y el primal-dual (MPIP-D). Se ha encontrado que el algoritmo primal-dual, es muy robusto [Granville94] y es el método que se describe en ésta Tesis.

2.5.1 Método de punto interior Primal-Dual

Una de las desventajas del método de Newton, es la identificación del conjunto de restricciones de desigualdad, que deben ser parte del conjunto activo. Entre los varios métodos utilizados para evitar la dificultad asociada con determinar el conjunto activo correcto, se ha reconocido que el método de punto interior primal-dual (MPIP-D), es uno de los más exitosos [Jabr02].

El MPIP-D, parte de un punto inicial y obtiene las direcciones de búsqueda en el interior del poliedro convexo, que representa la región factible de solución, con la finalidad de

encontrar un óptimo local \mathbf{x}^* . Sin perder generalidad, un problema de optimización restringida también se puede expresar como sigue [Wu94]:

$$\min_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}) \quad (2.40)$$

$$h(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (2.41)$$

$$\mathbf{g}^{\min} \leq \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{g}^{\max} \quad (2.42)$$

$$\mathbf{x}^{\min} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^{\max} \quad (2.43)$$

donde los vectores \mathbf{g}^{\min} y \mathbf{g}^{\max} , son los límites inferior y superior de las restricciones de desigualdad. Los vectores \mathbf{x}^{\min} y \mathbf{x}^{\max} , representan el límite inferior y superior de las variables de estado.

Inicialmente los dos conjuntos de restricciones de desigualdad (2.43) y (2.44), son redefinidos equivalentemente como sigue:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) - \mathbf{g}^{\min} \geq \mathbf{0} \quad (2.44)$$

$$\mathbf{g}^{\max} - \mathbf{g}(\mathbf{x}) \geq \mathbf{0} \quad (2.45)$$

$$\mathbf{x} - \mathbf{x}^{\min} \geq \mathbf{0} \quad (2.46)$$

$$\mathbf{x}^{\max} - \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \quad (2.47)$$

Después, los vectores de las variables de holgura s_1 , s_2 , s_3 , y s_4 , se añaden para crear una serie de restricciones de igualdad de la manera siguiente:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) - \mathbf{g}^{\min} - s_1 = \mathbf{0} \quad (2.48)$$

$$\mathbf{g}^{\max} - \mathbf{g}(\mathbf{x}) - s_2 = \mathbf{0} \quad (2.49)$$

$$\mathbf{x} - \mathbf{x}^{\min} - s_3 = \mathbf{0} \quad (2.50)$$

$$\mathbf{x}^{\max} - \mathbf{x} - s_4 = \mathbf{0} \quad (2.51)$$

$$s_1, s_2, s_3, s_4 \geq \mathbf{0} \quad (2.52)$$

En las ecuaciones anteriores, las variables de holgura s_i , representan físicamente una cantidad excedente que no está siendo utilizada, y al representar un excedente deben ser estrictamente positivas. Por ejemplo, las Ecuaciones (2.44) y (2.48), son equivalentes debido a que la variable s_1 es positiva, ahora si se considera en la Ecuación (2.48) que

Si s_i es negativa, se tiene que: $(\mathbf{x}) - \mathbf{g}^{\min} - (-s_1) = \mathbf{0} \Rightarrow (\mathbf{x}) - \mathbf{g}^{\min} + s_1 = \mathbf{0}$; debido a lo anterior, se observa que $(\mathbf{x}) - \mathbf{g}^{\min} \geq \mathbf{0}$ no es equivalente a $(\mathbf{x}) - \mathbf{g}^{\min} + s_1 = \mathbf{0}$, por consecuencia se concluye que, las variables de holgura s_i deben ser estrictamente positivas.

Las desigualdades de la Ecuación (2.52), representan las condiciones de no negatividad de las variables de holgura, éstas pueden ser eliminadas mediante su integración, en términos de barrera logarítmica que se agregan a la función objetivo [Cedeño-Maldonado02]. Una función de barrera logarítmica, es un tipo de función de penalización que sirve para evitar la violación de los límites, que son establecidos mediante las condiciones de no negatividad. El problema resultante, entonces, puede ser expresado como sigue:

$$\mathcal{L}_\psi(\mathbf{x}) = (\mathbf{x}) - \psi \sum_{j=1}^m \ln s_{1_j} + \ln s_{2_j} - \psi \sum_{i=1}^n \ln s_{3_i} + \ln s_{4_i} \quad (2.53)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (2.54)$$

$$\mathbf{g}^{\max} - \mathbf{g}^{\min} - s_1 - s_2 = \mathbf{0} \quad (2.55)$$

$$\mathbf{g}^{\max} - \mathbf{g}(\mathbf{x}) - s_2 = \mathbf{0} \quad (2.56)$$

$$\mathbf{x}^{\max} - \mathbf{x}^{\min} - s_3 - s_4 = \mathbf{0} \quad (2.57)$$

$$\mathbf{x}^{\max} - \mathbf{x} - s_4 = \mathbf{0} \quad (2.58)$$

donde ψ , es llamado el parámetro barrera, el cual, es un número positivo pequeño que es forzado a ir a cero, conforme el algoritmo converge al punto óptimo.

Una vez que se han convertido todas las restricciones de desigualdad, a restricciones de igualdad, se procede a formar la función Lagrangiana, con las Ecuaciones (2.53)-(2.58), obteniéndose:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\psi = & (\mathbf{x}) - \psi \sum_{j=1}^m (\ln s_{1_j} + \ln s_{2_j}) - \psi \sum_{i=1}^n (\ln s_{3_i} + \ln s_{4_i}) - \lambda_5 \mathbf{h}(\mathbf{x}) \\ & - \lambda_1 (\mathbf{g}^{\max} - \mathbf{g}^{\min} - s_1 - s_2) - \lambda_2 (\mathbf{g}^{\max} - \mathbf{g}(\mathbf{x}) - s_2) \\ & - \lambda_3 (\mathbf{x}^{\max} - \mathbf{x}^{\min} - s_3 - s_4) - \lambda_4 (\mathbf{x}^{\max} - \mathbf{x} - s_4) \end{aligned} \quad (2.59)$$

donde λ_1 , λ_2 , λ_3 , λ_4 , y λ_5 son los vectores correspondientes a los multiplicadores de Lagrange.

La solución del problema (2.53)-(2.58), está caracterizada por un punto estacionario de la función Lagrangiana (2.59), el cual debe satisfacer las siguientes condiciones necesarias de optimalidad de primer orden de KKT [Cedeño-Maldonado02]:

$$\nabla_{\mathbf{x}} \mathcal{L}_{\psi}^{\infty} = \nabla_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}) - \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{h}(\mathbf{x})^{\top} \boldsymbol{\lambda}_5 + \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{g}(\mathbf{x})^{\top} \boldsymbol{\lambda}_2 + \boldsymbol{\lambda}_4 = \mathbf{0} \quad (2.60)$$

$$\nabla_{\lambda_1} \mathcal{L}_{\psi}^{\infty} = \lambda_1 - \psi^{\square} \mathbf{S}_1^{-1} \mathbf{e} = \mathbf{0} \quad (2.61)$$

$$\nabla_{\lambda_2} \mathcal{L}_{\psi}^{\infty} = \lambda_1 + \lambda_2 - \psi^{\square} \mathbf{S}_2^{-1} \mathbf{e} = \mathbf{0} \quad (2.62)$$

$$\nabla_{\lambda_3} \mathcal{L}_{\psi}^{\infty} = \lambda_3 - \psi^{\square} \mathbf{S}_3^{-1} \mathbf{e} = \mathbf{0} \quad (2.63)$$

$$\nabla_{\lambda_4} \mathcal{L}_{\psi}^{\infty} = \lambda_3 + \lambda_4 - \psi^{\square} \mathbf{S}_4^{-1} \mathbf{e} = \mathbf{0} \quad (2.64)$$

$$\nabla_{s_1} \mathcal{L}_{\psi}^{\infty} = s_1 + s_2 - \mathbf{g}^{\max} + \mathbf{g}^{\min} = \mathbf{0} \quad (2.65)$$

$$\nabla_{s_2} \mathcal{L}_{\psi}^{\infty} = \mathbf{g}(\mathbf{x}) + s_2 - \mathbf{g}^{\max} = \mathbf{0} \quad (2.66)$$

$$\nabla_{s_3} \mathcal{L}_{\psi}^{\infty} = s_3 + s_4 - \mathbf{x}^{\max} + \mathbf{x}^{\min} = \mathbf{0} \quad (2.67)$$

$$\nabla_{s_4} \mathcal{L}_{\psi}^{\infty} = \mathbf{x} + s_4 - \mathbf{x}^{\max} = \mathbf{0} \quad (2.68)$$

$$\nabla_{\lambda_5} \mathcal{L}_{\psi}^{\infty} = -\mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (2.69)$$

donde $\mathbf{S}_1 = \text{diag}(s_1)$, $\mathbf{S}_2 = \text{diag}(s_2)$, $\mathbf{S}_3 = \text{diag}(s_3)$, $\mathbf{S}_4 = \text{diag}(s_4)$, y \mathbf{e} , son vectores columna de dimensiones apropiadas, cuyos elementos son todos igual a uno. Una interpretación de las Ecuaciones de KKT (2.60)-(2.69), es la siguiente [Leite-Torres98]: las Ecuaciones (2.65)-(2.69), junto con las condiciones implícitas (s_1, s_2, s_3, s_4) , aseguran la factibilidad primal. La Ecuación (2.60), junto con las condiciones implícitas $(\lambda_1, \lambda_1 + \lambda_2, \lambda_3, \lambda_3 + \lambda_4)$, se refieren a la factibilidad dual. Las Ecuaciones (2.61)-(2.64), son usualmente llamadas condiciones de complementariedad del problema (2.44)-(2.52).

Las Ecuaciones no lineales (2-60)-(2.69), pueden ser solucionadas iterativamente mediante el método de Newton, conforme el valor de ψ^{\square} , es ajustado hacia cero. Una vez que se obtiene el vector de incrementos de las variables primal y dual $\Delta \mathbf{z}$, dado por (2.70) mediante el método de Newton:

$$\Delta \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{s} \\ \Delta \boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

el valor nuevo de las variables primal y dual se determina como:

$$\mathbf{x}^{\square+1} = \mathbf{x}^{\square} + \alpha^{\square} \Delta \mathbf{x} \quad (2.71)$$

$$\mathbf{s}_1^{\square+1} = \mathbf{s}_1^{\square} + \alpha^{\square} \Delta \mathbf{s}_1 \quad (2.72)$$

$$s_2^{\square+1} = s_2^{\square} + \alpha_{\square}^{\square} \Delta s_2 \quad (2.73)$$

$$s_3^{\square+1} = s_3^{\square} + \alpha_{\square}^{\square} \Delta s_3 \quad (2.74)$$

$$s_4^{\square+1} = s_4^{\square} + \alpha_{\square}^{\square} \Delta s_4 \quad (2.75)$$

$$\lambda_1^{\square+1} = \lambda_1^{\square} + \alpha_{\square}^{\square} \Delta \lambda_1 \quad (2.76)$$

$$\lambda_2^{\square+1} = \lambda_2^{\square} + \alpha_{\square}^{\square} \Delta \lambda_2 \quad (2.77)$$

$$\lambda_3^{\square+1} = \lambda_3^{\square} + \alpha_{\square}^{\square} \Delta \lambda_3 \quad (2.78)$$

$$\lambda_4^{\square+1} = \lambda_4^{\square} + \alpha_{\square}^{\square} \Delta \lambda_4 \quad (2.79)$$

$$\lambda_5^{\square+1} = \lambda_5^{\square} + \alpha_{\square}^{\square} \Delta \lambda_5 \quad (2.80)$$

donde $\alpha_{\square}^{\square}$ y $\alpha_{\square}^{\square}$, son escalares que representan la longitud del paso de las variables primal y dual, respectivamente.

2.6 Capacidad de Transferencia (ATC)

A través de los años, ha existido un gran interés en cuantificar las capacidades de transferencia de la red de transmisión de un sistema de potencia. La Capacidad de Transferencia para una línea de transmisión dada, y a un tiempo dado puede ser interpretada, como la diferencia entre su límite máximo de transferencia de potencia y el flujo de potencia existente [Adrián-Correa07].

En el contexto del mercado energético, el ATC de un sistema de potencia, se define como, “la capacidad de transferencia restante en la red de transmisión, para realizar actividades comerciales adicionales a las ya comprometidas” [NERC96]. En éste caso, se requiere que las compañías eléctricas publiquen su información acerca del ATC, de sus sistemas de transmisión de modo que ésta información pueda ayudar en la planeación, operación y reserva de los servicios de transmisión a los comercializadores, vendedores y compradores de energía. Además, el ATC proporciona una información muy útil, para que los operadores del sistema eléctrico determinen que tan cerca se encuentra el punto de operación de los límites de estabilidad, y para que también puedan indicar qué tanto se puede incrementar la capacidad de transferencia, sin comprometer la seguridad y estabilidad del sistema.

2.6.1 Conceptos básicos en Capacidad de Transferencia

En la evaluación de la Capacidad de Transferencia (ATC), se deben tomar en cuenta todas las restricciones de seguridad del sistema, tales como límites térmicos, límites de estabilidad de estado estacionario (por ejemplo, límites de potencia activa y reactiva de

los generadores, límites de voltaje en los nodos), límites de estabilidad transitoria, así como límites de estabilidad dinámica de voltaje [Yu03].

Matemáticamente, el ATC se define como [NERC96]:

$$ATC = TTC - TRM - CBM \quad (2.81)$$

donde:

- La Capacidad de Transferencia Total (TTC¹²), es definida como “la cantidad máxima de potencia eléctrica que puede ser transmitida por la red interconectada de transmisión de una manera fiable”.
- Margen de Confiabilidad (TRM¹³), se define como “una porción de la TTC que no puede ser usada como reserva de transmisión de energía, entre áreas debido a la posible ocurrencia de contingencias en la propia área de control”.
- Margen de Beneficio (CBM¹⁴), éste es un margen de reserva que permite el intercambio de energía entre áreas, mediante sus enlaces de unión en el caso de que se tengan contingencias inesperadas. Por ejemplo, cuando un generador sale de servicio en un área de control, y la compañía de energía no puede suministrar toda la demanda de potencia, la potencia será suministrada por las compañías adyacentes a través de las líneas de enlace. Consecuentemente, se evitará la deficiencia de potencia en esta área.

De las investigaciones que se han realizado para calcular el ATC, los algoritmos adoptados pueden ser clasificados principalmente en dos categorías: probabilísticos y determinísticos [Yun05]. Aunque existen varios métodos determinísticos que se han desarrollado para calcular el TTC, en la actualidad los métodos más usados son los siguientes [Ou02]: 1) Método de Flujos de Potencia de Continuación (CPF¹⁵), 2) Método de Flujos de Potencia Repetidos (RPF¹⁶) y 3) Método de Flujos de Potencia Óptimos (OPF). Entre éstos métodos, OPF permite la solución de problemas de sistemas eléctricos con varias restricciones de seguridad, por lo cual, es el método matemático elegido en esta Tesis para la evaluación del ATC.

2.6.2 Evaluación de márgenes para el cálculo de ATC

Existen varios enfoques para determinar el TRM [Ou02], por ejemplo el cálculo repetitivo del TTC, usando variaciones en los datos del caso base (la diferencia entre el valor más grande y el más pequeño del TTC, es el TRM), reducción del TTC en un porcentaje fijo recomendado (p. e., 5%), método de sensibilidad de primer orden para tomar en cuenta el efecto de cambios en la carga y transferencia simultanea de ATC, y un enfoque probabilístico usando conceptos estáticos, u otros conceptos de

¹² por sus siglas en Inglés Total Transfer Capability

¹³ por sus siglas en Inglés Transmission Reliability Margin

¹⁴ por sus siglas en Inglés Capacity Benefit Margin

¹⁵ por sus siglas en Inglés Continuation Power Flow

¹⁶ por sus siglas en Inglés Repeated Power Flow

confiabilidad. Para sistemas eléctricos con características topológicas especiales, y con reglamentos de mercado pre-establecidos, las reglas para determinar su TRM son diferentes [Yun05].

La situación para calcular el CBI, es similar al TRM. En general, éste también puede ser tomado en cuenta como un porcentaje fijo del TTC.

Dado que el TRM y el CBI son muy dependientes del sistema que se esté tratando, estos se pueden considerar como un porcentaje fijo del TTC. Por lo tanto, el ATC se puede obtener como [Yun05],

$$\text{CBI} = \tau \% * \text{TTC} \quad (2.82)$$

donde τ , es un número que se considera fijo (el valor de τ varía entre los diversos sistemas, y tiene usualmente un valor entre 90 y 98 [Yun05]) durante el estudio.

En ésta Tesis sólo se aborda el cálculo del TTC, la cual es la componente clave para efectuar el cálculo del ATC, por tanto se considera que $\tau = 1$, es decir, $\text{CBI} = \text{TTC}$. Por simplicidad en las secciones siguientes, se referirá al cálculo del TTC como el cálculo del ATC.

2.6.3 Factores que limitan la Capacidad de Transferencia

La determinación del TTC, es la componente clave para calcular el valor de ATC. El objetivo del problema del ATC, es determinar la máxima transferencia de potencia activa, desde las áreas de envío hacia las áreas de recepción a través de sus enlaces de transmisión. Para el cálculo del ATC entre dos áreas cualesquiera, se debe especificar una dirección de flujo de potencia eléctrica, que sea consistente y que esté bien definida [Yan06].

Las características físicas y eléctricas de un sistema, limitan la capacidad de transferencia, entre éstas características se encuentran [Hakim09a]:

- Límites de Generación: La generación no debe ser mayor de la potencia nominal de cada unidad de generación.
- Límites de Voltaje: Los voltajes de todo el sistema de transmisión deben estar dentro de rangos de operación aceptables.
- Límites Térmicos: Restringir la cantidad de transferencia que la línea de transmisión puede manejar sin sobrecargarse.
- Límites de Estabilidad: La estabilidad de voltaje y la estabilidad de ángulo se debe mantener.

De acuerdo con [Kubokawa07], la TTC está dada por,

$$TTC = \sum_{i=1}^N \left\{ \begin{array}{l} P_{mi} \\ P_{mi} \\ P_{mi} \\ P_{mi} E_{ij} \end{array} \right\}$$

2.6.4 Modelo matemático de la Capacidad de Transferencia

El objetivo del ATC, es cuantificar la capacidad del sistema eléctrico interconectado, para transferir potencia de una manera segura, de un área a otra, a través de enlaces de transmisión; tal como se muestra en la Figura 2.5, bajo condiciones específicas de operación del sistema. Las unidades de la capacidad de transferencia en términos de potencia eléctrica, se expresa generalmente en (MW). En éste contexto, se entiende por área un sistema eléctrico individual, un área de control, una subregión, o una simple porción de éste.

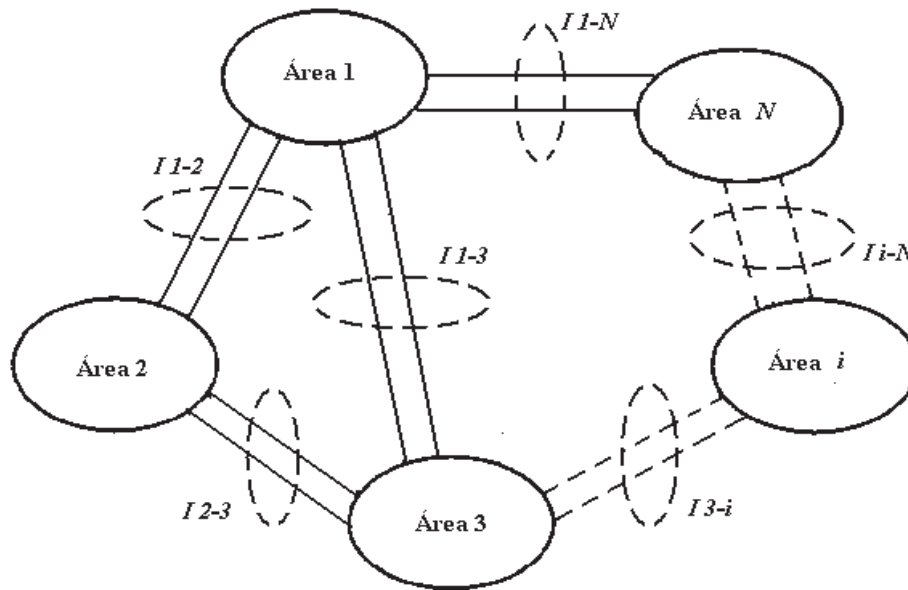


Figura 2.5 Sistema interconectado y sus respectivas interfaces.

Como se menciona anteriormente, el cálculo del ATC depende de la determinación del TTC de la red, de modo que todas las restricciones de operación y seguridad se satisfagan. Para el cálculo del TTC desde un punto de vista de seguridad estática, se asume que el sistema tiene suficiente margen de estabilidad transitoria y dinámica.

La transferencia de potencia, puede ser formulada como la suma de flujos de potencia entre dos áreas [Kubokawa07]:

$$P_{ij} = \sum_{i \in E_{env}, j \in E_{rec}} P_{ij} \quad (2.83)$$

$$P_{ij} = V_i V_j^2 - V_i V_j (\cos \theta_{ij} + G_{ij} \sin \theta_{ij})$$

donde, P_{ij} es la potencia de transferencia entre dos áreas; P_{ij} es el flujo de potencia entre los nodos i y j ; E_{env} y E_{rec} corresponde al área de envío y el área de recepción. V_i y V_j es la magnitud de voltaje en el nodo i y j . G_{ij} y B_{ij} es la conductancia y susceptancia de la línea de transmisión.

Así, el cálculo de ATC, es modelado como un problema de OPF, donde la función objetivo $f(V)$ a maximizar está dada por la Ecuación (2.83). El modelo general asociado a este problema es el siguiente,

$$\begin{aligned} \text{maximize} \quad & P_{ij} = \sum_{i \in E_{env}, j \in E_{rec}} P_{ij} \\ \text{subject to} \quad & P_i(V, \theta) + P_{ij} - P_{ji} = 0 \\ & P_{ij}^{\min} \leq P_{ij} \leq P_{ij}^{\max} \\ & V_i^{\min} \leq V_i \leq V_i^{\max} \\ & \theta_i^{\min} \leq \theta_i \leq \theta_i^{\max} \end{aligned} \quad (2.84)$$

El problema representado por (2.84), es denominado flujos de potencia óptimos para capacidad de transferencia (FPO-CT), su solución corresponde al nivel máximo de capacidad de transferencia a P_{ij}^{\max} . El modelo de optimización (2.84), es codificado en la plataforma del software A Mathematical Programming Language (AMPL) [AMPL], y es resuelto mediante el método de punto interior Primal-Dual, disponible en el paquete AMPL a través de la rutina de optimización no lineal denominada KNITRO [KNITRO].

AMPL, es un lenguaje de modelado matemático, que emplea la notación matemática tradicional, para describir funciones objetivo y restricciones. Éste lenguaje algebraico, proporciona notaciones equivalentes que son legibles para computadoras, tales como $V_i + V_j$, $\sum_{i=1}^n V_i$, $V_i \geq 0$, y $V_i \in \mathbb{R}$ que pueden ser familiares para cualquiera que ha estudiado algebra o cálculo. La notación algebraica y el entorno de comando interactivo de AMPL están diseñados para ayudar a formular modelos, comunicarse con una gran variedad de rutinas de solución de problemas de optimización (KNITRO, MINOS, etc), y para examinar las soluciones obtenidas.

Para estudios de OPF, generalmente, se pretende minimizar la función objetivo. En este contexto, la función objetivo del problema (2.84), puede formularse como el negativo del ATC sobre alguna interface específica entre dos áreas conectadas.

Entonces el modelo (2.84) es reescrito como,

$$\begin{aligned}
\text{Objetivo 1} \quad & -P_{\square} = - \sum_{i \in E_{\square E}, i \in \square_{\square}} P_{i\text{t}} \\
\text{Restricción 1} \quad & P_i(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}) + P_{\square i} - P_{\square} = 0 \\
& P_{\square i}^{\min} \leq P_{\square i} \leq P_{\square i}^{\max} \\
& \square_{\square i}^{\min} \leq \square_{\square i} \leq \square_{\square i}^{\max} \\
& \square_i^{\min} \leq \square_i \leq \square_i^{\max}
\end{aligned} \tag{2.85}$$

2.6.5 Modelo matemático de la Capacidad de Transferencia considerando el costo de producción de energía FPO-CT-CPE

En la siguiente formulación, se presenta una alternativa más para calcular el ATC de un sistema de potencia, atendiendo a la vez la minimización del costo de producción de energía. Ésta formulación, es entonces un problema de optimización no lineal multi-objetivo, debido a que presenta dos funciones objetivo a optimizar. La primer función, maximiza la transferencia de potencia activa entre el área de envío y el área de recepción. La segunda función objetivo representa la minimización del costo de generación de energía. Enseguida se presenta la formulación matemática de FPO-CT-CPE [Goh05]:

$$\begin{aligned}
\text{Objetivo 1} \quad & \square_1 : -P_{\square} = - \sum_{i \in E_{\square E}, i \in \square_{\square}} P_{i\text{t}} \\
\text{Objetivo 2} \quad & \square_2 : \square_{\square}(P_{\square}) = \sum_{i \in \square_{\square}} \square_i(P_{\square i}) \\
\text{Restricción 1} \quad & P_i(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}) + P_{\square i} - P_{\square} = 0 \\
& P_{\square i}^{\min} \leq P_{\square i} \leq P_{\square i}^{\max} \\
& \square_{\square i}^{\min} \leq \square_{\square i} \leq \square_{\square i}^{\max} \\
& \square_i^{\min} \leq \square_i \leq \square_i^{\max}
\end{aligned} \tag{2.86}$$

En la formulación (2.86) las funciones objetivo \square_1 y \square_2 representan la transferencia de energía entre dos áreas y el costo de producción de energía, respectivamente. Cabe mencionar, que en esta formulación ambas funciones son ponderadas de igual manera, es decir, ambas tienen el mismo peso específico.

2.7 Casos de estudio

Con la finalidad de ilustrar numéricamente el cálculo del ATC, con las formulaciones 2.6.4 y 2.6.5 presentadas anteriormente, se considera el sistema del IEEE de 9 nodos y 3 máquinas [Sauer98], el sistema de Nueva Inglaterra de 39 nodos y 10 máquinas [Pai89] y el sistema equivalente de la red mexicana de 190 nodos y 46 generadores.

2.7.1 Sistema IEEE de 9 nodos

Los parámetros completos del sistema de 9 nodos, se detallan en el Apéndice A. Éste sistema está compuesto de 3 generadores, 9 nodos, 3 cargas, 3 transformadores y 6 líneas de transmisión. El nodo 1, es utilizado como el nodo de referencia para medir el ángulo del rotor de las máquinas, la base del sistema es de 100 MVA, los límites de magnitud de voltaje en estado estacionario para todos los nodos del sistema son de $0.95 \leq V \leq 1.05$, mientras que los datos de los generadores se presentan en la Tabla 2.2.

Tabla 2.2 Datos de generadores del Sistema de 9 nodos.

| Nodo | Coeficientes de curvas de costo | | | Límites de potencia activa | | Límites de potencia reactiva | |
|------|---------------------------------|----------------|------------------------------|----------------------------|--------------|------------------------------|----------------|
| | a (\$/hr) | b (\$/MWhr) | c (\$/MW ² hr) | Min. (MW) | Max. (MW) | Min. (MVAR) | Max. (MVAR) |
| 1 | 140 | 0.2 | 0.0060 | 10 | 200 | -500 | 500 |
| 2 | 120 | 0.15 | 0.0075 | 10 | 150 | -300 | 300 |
| 3 | 80 | 0.18 | 0.0070 | 10 | 100 | -300 | 300 |

Para propósitos de evaluación del caso base de intercambio de energía (CBI), el sistema de 9 nodos, es dividido en dos subsistemas A y B, tal y como se muestra en la Figura 2.6, siendo los enlaces de conexión entre las dos áreas las líneas de transmisión que conectan los nodos 7-5 y 9-6; mientras que la dirección de transferencia de energía, es la que se muestra en la Figura 2.6. De tal manera, se pretende calcular el CBI de energía que el subsistema A, puede transmitir de manera segura al subsistema B, a través de las líneas de transmisión que los conectan.

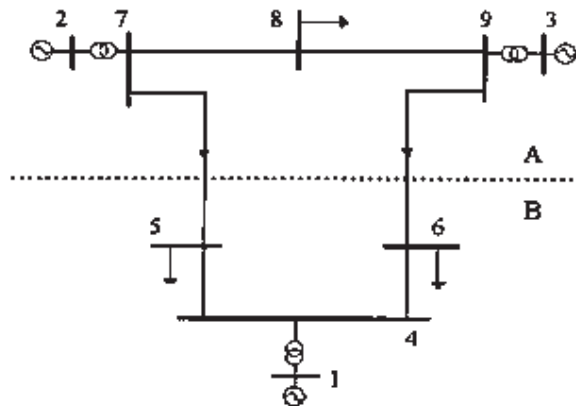


Figura 2.6 Sistema de 9 nodos.

En primera instancia, se simula el CBI, con el fin de obtener el flujo de energía en las líneas de transmisión que conectan las áreas A-B, ésto mediante el análisis de OPF convencional, considerando como función objetivo la minimización del costo de producción de energía eléctrica, utilizando los programas AMPL-KNITRO.

El punto de equilibrio óptimo obtenido por este estudio se muestra en la Tabla 2.3. En las columnas 2 y 3 se muestra la magnitud y ángulo de voltaje de todos los nodos de la red, respectivamente, en las columnas 4 y 5 se muestra el despacho de potencia activa y reactiva, respectivamente; mientras que en la última fila se muestra el costo asociado a éste punto de operación. En la Figura 2.7 se muestran las potencias generadas por las máquinas y los flujos de potencia en las líneas de transmisión que conectan las áreas A y B. En éste caso se tiene que el flujo de energía entre las áreas A y B, es de 111.78 MW, que se obtiene de la suma del flujo de potencia activa de las líneas 7-5 y 9-6. Es importante mencionar que éste valor no proporciona realmente la capacidad de transferencia de energía que existe entre las dos sub-áreas, por lo que es necesario realizar un análisis de FPO-CT, como se describe a continuación.

Tabla 2.3 Punto de Operación del Sistema de 9 nodos para P_{A-B} .

| Nodo | V (pu) | θ (Grad) | P_g (MW) | Q_g (MVAR) |
|---------------------------|----------|-----------------|---------------|--------------|
| 1 | 1.050 | 0.000 | 105.95 | 17.29 |
| 2 | 1.050 | 2.611 | 113.05 | 4.77 |
| 3 | 1.040 | 2.534 | 99.22 | -15.55 |
| 4 | 1.042 | -3.197 | 0 | 0 |
| 5 | 1.018 | -6.106 | 0 | 0 |
| 6 | 1.031 | -5.099 | 0 | 0 |
| 7 | 1.049 | -1.066 | 0 | 0 |
| 8 | 1.038 | -3.007 | 0 | 0 |
| 9 | 1.050 | -0.519 | 0 | 0 |
| Costo Total de Generación | | | 1132.18(\$/h) | |

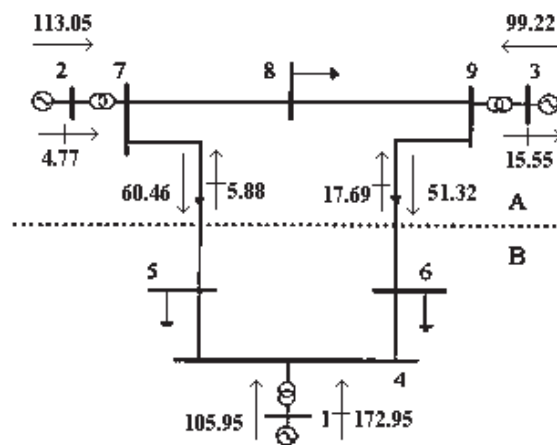


Figura 2.7 Flujos de Potencia para P_{A-B} .

Para obtener el nivel de capacidad de transferencia (P_{max}), que realmente existe entre las redes A y B, sin comprometer la seguridad y los límites operativos del sistema, se aplica el análisis de FPO-CT de la Sección 2.6.4.

En la Tabla 2.4, se muestra el punto de operación obtenido con el análisis de FPO-CT, para el caso P_{max} , donde en la columna 2 y 3 se muestra la magnitud y ángulo de voltaje de los nodos del sistema; en las columnas 4 y 5 se muestra la generación de potencia activa y reactiva, asociada a éste punto de operación.

Tabla 2.4 Punto de Operación del Sistema de 9 nodos Caso P_{max} .

| Nodo | V (pu) | θ (Grad) | P (MW) | Q (MVAR) |
|---------------------------|----------|-----------------|-----------------|------------|
| 1 | 1.050 | 0 | 69.45 | 19.90 |
| 2 | 1.050 | 8.085 | 150.00 | 8.76 |
| 3 | 1.040 | 5.610 | 100 | -14.35 |
| 4 | 1.039 | -2.100 | 0 | 0 |
| 5 | 1.014 | -3.943 | 0 | 0 |
| 6 | 1.028 | -3.326 | 0 | 0 |
| 7 | 1.049 | 3.200 | 0 | 0 |
| 8 | 1.037 | 0.752 | 0 | 0 |
| 9 | 1.050 | 2.535 | 0 | 0 |
| Costo Total de Generación | | | 1151.59(\$/MWh) | |

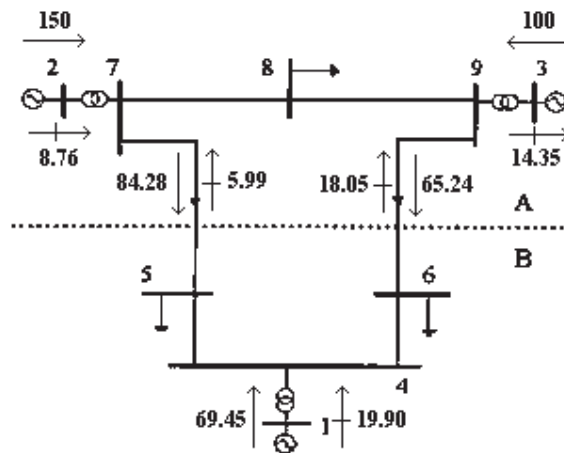


Figura 2.8 Flujos de Potencia Caso P_{max} .

En la Figura 2.8, se muestran los flujos de potencia asociados al punto de operación del caso P_{max} . La suma de los flujos de potencia activa de las líneas que conectan las dos sub-áreas (líneas 7-5 y 9-6), proporcionan el valor de transferencia de energía $P_{max} = 149.52$ MW. Éste valor de ATC, es mayor que el de P_{ATC} , debido a que en éste otro caso se origina un incremento en el flujo de potencia activa entre las áreas A y B.

Comparando la columna 4 de las Tablas 2.3 y 2.4, fácilmente se puede notar cómo cambia el despacho de potencias de generación, con respecto al P_{ATC} , en ésta última Tabla es importante notar cómo los generadores 2 y 3 incrementan su generación de potencia activa, hasta el máximo de sus capacidades, mientras que el generador 1 se ve obligado a decrementar su generación, lo anterior, es lógico ya que el algoritmo maximiza la generación en las áreas de envío, para ocasionar un exceso de energía, y éste excedente enviarlo hacia las áreas de recepción, para de ésta manera obtener el P_{max} en las líneas de transmisión que conectan las dos áreas.

Lo único que resta es calcular la capacidad de transferencia (P_{ATC}), de este sistema utilizando la formulación de la Sección 2.6.5, en la cual se considera la maximización de transferencia de energía y la minimización del costo de generación. En la Tabla 2.5 se muestran los resultados que conciernen al punto de operación determinado en éste análisis.

Tabla 2.5 Punto de Operación del Sistema de 9 nodos Caso P_{ATC} .

| Nodo | V (pu) | θ (Grad) | P_g (MW) | Q_g (MVAR) |
|---------------------------|----------|-----------------|----------------|--------------|
| 1 | 1.050 | 0 | 69.45 | 19.90 |
| 2 | 1.050 | 8.085 | 150.00 | 8.76 |
| 3 | 1.040 | 5.610 | 100 | -14.35 |
| 4 | 1.039 | -2.100 | 0 | 0 |
| 5 | 1.014 | -3.943 | 0 | 0 |
| 6 | 1.028 | -3.326 | 0 | 0 |
| 7 | 1.049 | 3.200 | 0 | 0 |
| 8 | 1.037 | 0.752 | 0 | 0 |
| 9 | 1.050 | 2.535 | 0 | 0 |
| Costo Total de Generación | | | 1151.59(\$/hr) | |

Comparando los puntos de operación presentados en la Tabla 2.4 y 2.5 correspondientes a P_{max} y P_{ATC} , respectivamente, se observa que éstos son idénticos, por tanto su valor de capacidad de transferencia también es el mismo, esto es, $P_{ATC} = 149.52$ MW.

Los puntos de operación reportados en las Tablas 2.4 y 2.5, presentan el mismo despacho de potencia, y por consecuencia tienen el mismo costo de producción, el cual es igual a 1151.59 \$/hr, además, estos puntos de operación proporcionan el mismo valor

de ATC, esto se debe a que en ambos casos los límites de generación limitan la capacidad de transferencia.

Tabla 2.6 Niveles de ATC Sistema 9 nodos.

| Caso | Valor de ATC (pu) |
|-----------|----------------------|
| P_{max} | 1.1178 |
| P_{max} | 1.4952 |
| P_{max} | 1.4952 |

En la Tabla 2.6, se muestran los niveles de P_{max} , P_{max} y P_{max} desde un punto de vista de seguridad estática para el sistema de 9 nodos. El análisis de FPO-CT y el de FPO-CT-CPE, demuestran que la capacidad de transferencia de energía de los enlaces de conexión entre las áreas A y B, se puede incrementar en un 34% con respecto al CBI.

Para éste sistema el máximo nivel de ATC encontrado fue de 149.52 MW, existiendo una diferencia de 37.74 MW, con respecto al valor de P_{max} calculado en el caso base. Ésta diferencia, es un indicativo de la potencia extra que el área A puede transferir hacia el área B, satisfaciendo a la vez sus niveles de carga, sin comprometer sus límites operativos y de seguridad. Aunado a lo anterior, se tiene que el costo de generación para P_{max} y P_{max} es mayor con respecto al costo del P_{max} , porque los dos primeros análisis maximizan la generación de potencia en el área de envío A, tal que el exceso de la energía generada sea transferida al área de recepción B, produciéndose una inminente disminución de generación en el área receptora.

En la Tabla 2.6, se tiene que el valor de P_{max} es igual a P_{max} , esto es porque ambos puntos de operación son iguales. En las Tablas 2.4 y 2.5 se muestra que los generadores 2 y 3 violan sus límites de generación, limitando de esta manera el valor de ATC, y debido a que no se puede incrementar más la generación en el área de envío, los algoritmos de la Sección 2.6.4 y 2.6.5 obtienen el mismo valor de ATC.

2.7.2 Sistema de Nueva Inglaterra de 39 nodos

El sistema de Nueva Inglaterra está formado por 39 nodos, 10 generadores, 34 líneas de transmisión, 12 transformadores y 19 cargas. Los datos completos de éste sistema se encuentran en el Apéndice A de ésta Tesis. En éste sistema se considera al nodo 39 como nodo de referencia, la base del sistema es de 100 MVA; los límites de magnitud de voltaje en estado estacionario para los nodos de carga y de generación son de

$0.95 \leq V_L \leq 1.07$ y $0.95 \leq V_L \leq 1.09$, respectivamente. Mientras que los datos de los generadores se presentan en la Tabla 2.7.

Tabla 2.7 Datos de generadores del Sistema de 39 nodos.

| Nodo | Coeficientes de curvas de costo | | | Límites de Potencia activa | | Límites de Potencia reactiva | |
|------|---------------------------------|----------------|------------------------------|----------------------------|------|------------------------------|------|
| | a (\$/hr) | b (\$/MWhr) | c (\$/MW ² hr) | Min. | Max. | Min. | Max. |
| 30 | 0 | 6.9 | 0.0193 | 10 | 350 | -200 | 300 |
| 31 | 0 | 3.7 | 0.0111 | 10 | 650 | -300 | 300 |
| 32 | 0 | 2.8 | 0.0104 | 10 | 800 | -300 | 300 |
| 33 | 0 | 4.7 | 0.0088 | 10 | 750 | -200 | 300 |
| 34 | 0 | 2.8 | 0.0128 | 10 | 650 | -200 | 300 |
| 35 | 0 | 3.7 | 0.0094 | 10 | 750 | -250 | 350 |
| 36 | 0 | 4.8 | 0.0099 | 10 | 750 | -150 | 250 |
| 37 | 0 | 3.6 | 0.0113 | 10 | 700 | -250 | 350 |
| 38 | 0 | 3.7 | 0.0071 | 10 | 900 | -400 | 400 |
| 39 | 0 | 3.9 | 0.0064 | 10 | 1200 | -500 | 500 |

Para determinar el nivel de ATC en el sistema de 39 nodos, éste es separado en dos áreas C y D tal y como se muestra en la Figura 2.9, con una dirección de transferencia de potencia que va del área C a la D. La interface de conexión entre las dos áreas se compone por las líneas de transmisión que unen los nodos 2-1, 2-3 y 26-27.

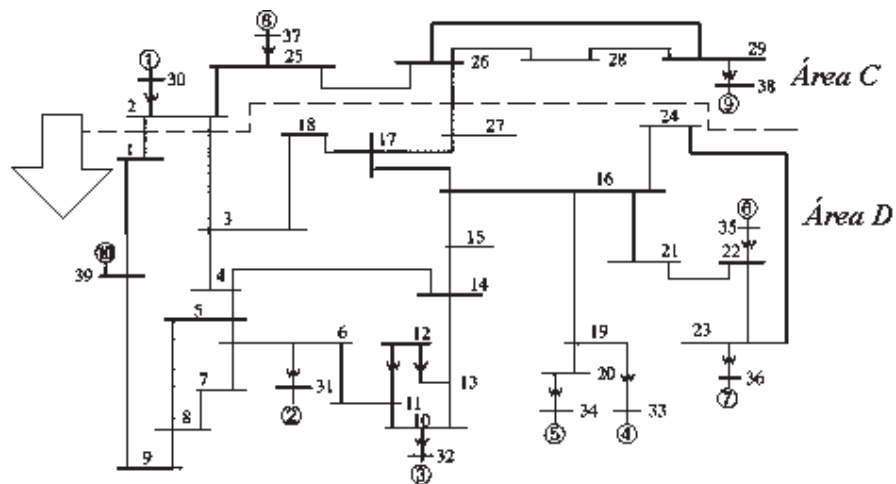


Figura 2.9 Sistema de 39 nodos.

Al igual que para el caso de estudio anterior, en éste sistema primero se realiza un análisis de OPF, para obtener el CBI en las líneas de transmisión que conectan las áreas C y D.

En la Tabla 2.8, se presenta un resumen del punto de operación correspondiente al CBI del sistema de 39 nodos, así como el costo total de generación asociado a dicho punto de operación.

Tabla 2.8 Punto de Operación del Sistema de 39 nodos para α_{max} .

| Nodo | V (pu) | θ (Grad) | P_g (MW) | Q_g (MVAR) |
|---------------------------|----------|-----------------|---------------|--------------|
| 30 | 1.081 | 6.692 | 245.04 | 98.40 |
| 31 | 1.090 | 9.691 | 570.94 | 179.97 |
| 32 | 1.090 | 11.582 | 646.26 | 163.97 |
| 33 | 1.090 | 13.392 | 636.51 | 54.62 |
| 34 | 1.090 | 12.344 | 512.96 | 93.84 |
| 35 | 1.090 | 15.565 | 655.52 | 186.18 |
| 36 | 1.090 | 18.406 | 563.07 | 212.37 |
| 37 | 1.090 | 11.760 | 539.71 | 60.29 |
| 38 | 1.090 | 17.204 | 836.08 | 47.79 |
| 39 | 1.025 | 0 | 985.63 | 119.26 |
| Costo Total de Generación | | | 61753.3(\$/h) | |

En base al análisis de OPF se determina que los flujos de potencia entre las áreas C y D quedan de la siguiente manera:

$$P_{2-1} = 127.91 - 47.88 \text{ pu}$$

$$P_{2-3} = 361.22 + 118.72 \text{ pu}$$

$$P_{26-27} = 264.52 + 104.02 \text{ pu}$$

Los flujos anteriores proporcionan un valor de CBI igual a $\alpha_{max} = 753.65 \text{ pu}$. Como se mencionó antes, el valor de CBI no representa realmente la energía que el subsistema C, puede transferir hacia el subsistema D, siendo necesario realizar un análisis de FPO-CT, para obtener el valor de ATC real del sistema.

A continuación se realiza el análisis de FPO-CT, y se obtiene el punto de operación para el caso α_{max} , que se muestra en la Tabla 2.9.

Tabla 2.9 Punto de Operación del Sistema de 39 nodos para V_{max} .

| Nodo | V (pu) | θ (Grad) | P_i (MW) | Q_i (MVAR) |
|---------------------------|----------|-----------------|---------------|--------------|
| 30 | 1.090 | 3.707 | 350.00 | 181.23 |
| 31 | 1.090 | 6.500 | 650.00 | 221.88 |
| 32 | 1.090 | 8.627 | 800.00 | 214.59 |
| 33 | 1.090 | -4.274 | 260.96 | 37.01 |
| 34 | 1.090 | -1.784 | 572.78 | 90.44 |
| 35 | 1.090 | -1.214 | 484.09 | 144.85 |
| 36 | 1.090 | -1.544 | 276.94 | 170.80 |
| 37 | 1.090 | 9.867 | 700.00 | 89.58 |
| 38 | 1.090 | 12.84 | 900.00 | 75.36 |
| 39 | 0.992 | 0 | 1200.00 | 33.44 |
| Costo Total de Generación | | | 65515.5(\$/h) | |

En ésta Tabla 2.9, nuevamente se observa que en el análisis FPO-CT, los generadores que pertenecen al área C (envío), producen potencia activa a su máxima capacidad, para que éste exceso de energía sea enviado hacia el área D (recepción), originando una inminente reducción en la generación de energía de ésta área, y así, determinar realmente el ATC que existe del área C, a la D. Los flujos de potencia en las líneas de transmisión que conectan los subsistemas C y D, quedan de la siguiente manera:

$$P_{2-1} = 19.39 + 0.28 V$$

$$P_{2-3} = 602.91 + 0.25.28 V$$

$$P_{26-27} = 455.41 + 0.91.17 V$$

Los flujos de potencia activa anteriores, proporcionan el valor real de ATC, que existe entre ambas áreas. Éste valor es $ATC_{max} = 1077.71$, y proporciona a los operadores del sistema, un indicativo de que tanto se puede incrementar el flujo de potencia activa, en los enlaces del área C y D, con respecto al CBI. En éste caso los operadores pueden incrementar el flujo de energía entre las dos sub-áreas, en un 43% sin atentar contra la seguridad del sistema.

Ahora, es necesario realizar un análisis de FPO-CT-CPE, para determinar el valor de ATC_{CPE} , que toma en consideración la reducción del costo de generación. El punto de operación que arroja este análisis se muestra en la Tabla 2.10.

Tabla 2.10 Punto de Operación del Sistema de 39 nodos para λ_{opt} .

| Nodo | V (pu) | θ (Grad) | P_i (MW) | Q_i (MVAR) |
|---------------------------|----------|-----------------|----------------|--------------|
| 30 | 1.079 | 9.610 | 350.00 | 129.48 |
| 31 | 1.090 | 8.552 | 537.27 | 181.41 |
| 32 | 1.090 | 10.341 | 608.67 | 163.29 |
| 33 | 1.090 | 10.629 | 575.60 | 46.96 |
| 34 | 1.090 | 9.350 | 471.31 | 89.03 |
| 35 | 1.090 | 12.903 | 596.55 | 171.27 |
| 36 | 1.090 | 15.354 | 507.76 | 200.08 |
| 37 | 1.090 | 16.119 | 700.00 | 80.44 |
| 38 | 1.090 | 20.437 | 900.00 | 69.15 |
| 39 | 1.015 | 0 | 950.66 | 112.37 |
| Costo Total de Generación | | | 62484.2 (\$/h) | |

Los flujos de potencia referentes a éste punto de operación se muestran enseguida:

$$P_{2-1} = 180.79 - 40.18 \text{ pu}$$

$$P_{2-3} = 517.62 + 102.42 \text{ pu}$$

$$P_{26-27} = 376.84 + 95.29 \text{ pu}$$

Con los flujos de potencia activa anteriores se obtiene el valor de λ_{opt} de éste sistema, el valor encontrado fué de $\lambda_{opt} = 1075.25 \text{ pu}$.

En la Tabla 2.11 se presentan los valores de estado estacionario de λ_{opt} , λ_{max} y λ_{min} , se destaca que para el OPF convencional se tiene un nivel de tan solo $\lambda_{opt} = 753.65 \text{ MW}$, mientras que el máximo nivel de ATC obtenido, fué el que proporcionó el análisis de FPO-CT el cual fué de $\lambda_{max} = 1077.71 \text{ MW}$.

Tabla 2.11 Niveles de ATC del Sistema de 39 nodos.

| Caso | Valor de ATC (pu) |
|-----------------|-------------------|
| λ_{opt} | 7.5365 |
| λ_{max} | 10.7771 |
| λ_{min} | 10.7525 |

Con la Tabla 2.11, se puede observar que el nivel de ATC, que proporcionan los dos últimos análisis, son numéricamente muy parecidos, ya que su diferencia es de tan solo 2.46 MW. Sin embargo, el análisis realizado mediante la metodología FPO-CT-CPE, obtiene un costo de producción de energía igual a 62484.2(\$/□), mientras que el realizado considerando la metodología FPO-CT calcula un costo de 65515.5(\$/□). Lo anterior implica, que puede obtenerse un nivel adecuado de transferencia de energía, con un despacho de generación económico. Por último, los niveles de \square_{\max} y \square_{\square} , proporcionan la contribución de energía extra que el área C puede proporcionar al área D, sin atentar contra la seguridad del sistema. La contribución de energía del área C hacia la D, puede ser aprovechada por el área de recepción, en el caso que se presente alguna contingencia, o en la situación que se tenga un incremento de carga que exceda los niveles de generación de ésta área.

2.7.3 Sistema Mexicano de 190 nodos

Los parámetros completos del sistema mexicano, se detallan en el Apéndice A. Éste sistema está compuesto de 46 generadores, 190 nodos, 91 cargas, 83 transformadores y 180 líneas de transmisión. El nodo 36 es utilizado como el nodo de referencia, para medir el ángulo del rotor de las máquinas, la base del sistema es de 100 MVA, los límites de magnitud de voltaje en estado estacionario para todos los nodos del sistema, son de $0.94 \leq V \leq 1.07$.

Con la finalidad de determinar el nivel de ATC, en el sistema mexicano de 190 nodos, éste es separado en dos áreas E y F, como se muestra en la Figura 2.10, con una dirección de transferencia de potencia activa, que va del área izquierda hacia la derecha (E→F). La interface de conexión entre las dos áreas, se encuentra compuesta por dos líneas de transmisión paralelas, que unen los nodos 182-86.

Como punto de partida, se simula el CBI con el fin de obtener el flujo de energía (\square_{\square}), en las líneas de transmisión que conectan las áreas E-F, ésto mediante el análisis de OPF convencional, el cual utiliza como función objetivo la minimización del costo de producción de energía eléctrica.

El punto de equilibrio óptimo obtenido por éste estudio se muestra en la Tabla B.22 del Apéndice B. En las columnas 2 y 3, se muestra la magnitud y ángulo de voltaje de todos los nodos de la red, que cuentan con generación, mientras que en las columnas 4 y 5, se muestra el despacho de potencia activa y reactiva; mientras que en la última fila se muestra el costo asociado a éste punto de operación. El flujo de potencia total en las líneas de transmisión que unen el área E, con la F, es $\square_{182-86} = 641.24 - 99.68 \square V \square$.

El flujo entre el área E y F, indica el CBI del sistema mexicano equivalente, el cual es de $\square_{\square} = 641.24 \square$.

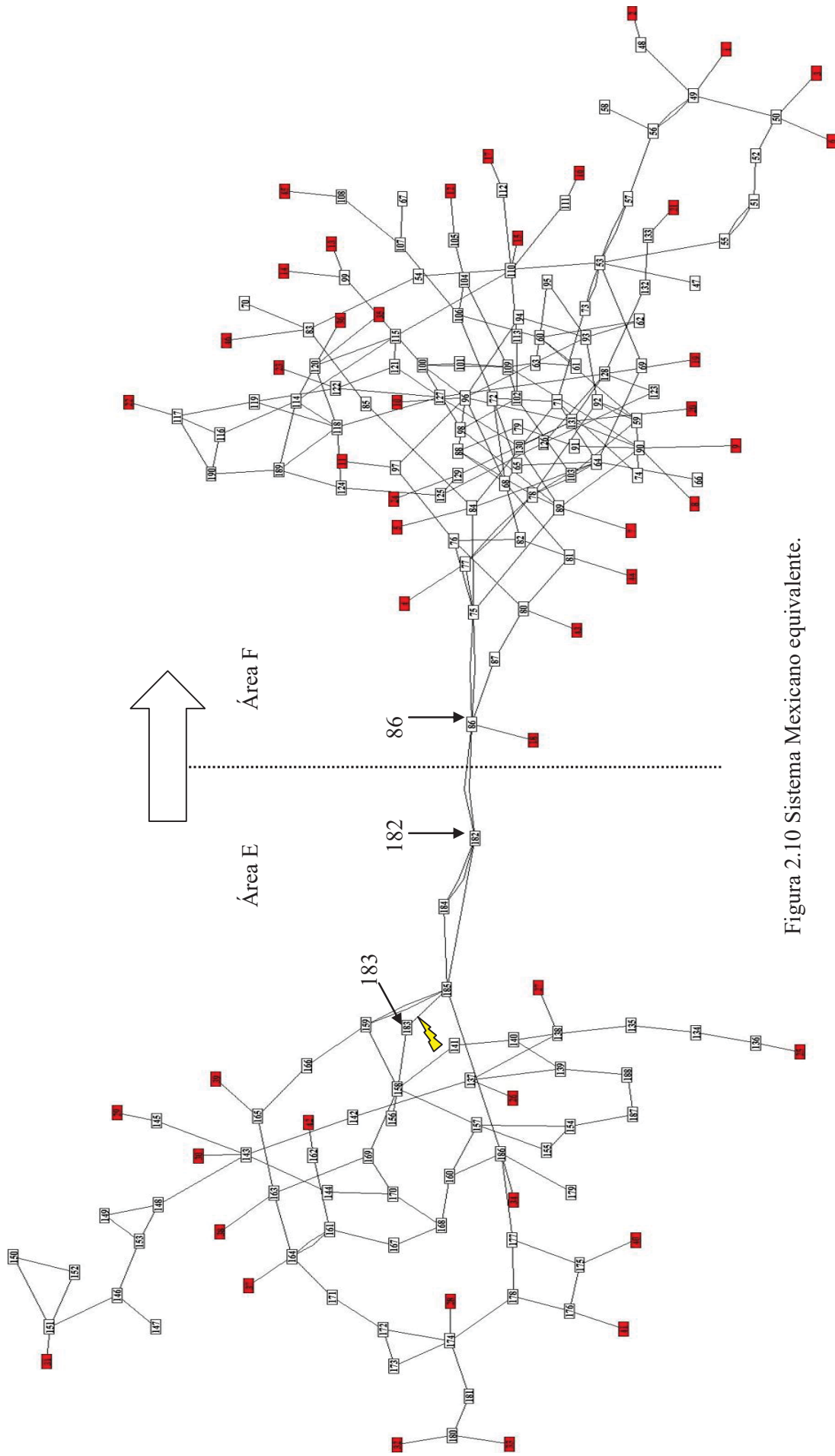


Figura 2.10 Sistema Mexicano equivalente.

Para tener una idea clara acerca del nivel de ATC, que posee este sistema, es necesario calcular P_{max} , la cual representa realmente la cantidad de energía que el área E puede transferir hacia el área F. El punto de equilibrio obtenido mediante el análisis de FPO-CT, se muestra en la Tabla B.23 del Apéndice B, mientras que el flujo de potencia entre las áreas E y F es $P_{82-86} = 1249.30 - 220.32 \text{ pu}$.

Con el flujo anterior, se obtiene que el valor de ATC de éste sistema es de $P_{max} = 1249.30 \text{ pu}$, éste valor de ATC indica la cantidad real de energía que se puede enviar del área E a la F.

Ahora se le aplica el análisis de FPO-CT-CPE al sistema mexicano, para determinar su máximo nivel de P_{CT} , al menor costo de generación. El punto de equilibrio obtenido se muestra en la Tabla B.24 del Apéndice B. El flujo de potencia que se transfiere entre ambas áreas es de $P_{82-86} = 1244.16 - 219.02 \text{ pu}$.

Con lo anterior se determina que el nivel máximo de transferencia de energía, al más bajo costo de producción es de $P_{CT} = 1244.16 \text{ pu}$.

En la Tabla siguiente se muestran los niveles de ATC, así como sus costos de producción, asociados a los tres análisis efectuados en el sistema mexicano.

Tabla 2.12 Niveles de ATC del Sistema Mexicano.

| Caso | Valor de ATC (pu) | Costo \$/hr |
|-----------|-------------------|-------------|
| P_{CT} | 6.4124 | 21,106.4 |
| P_{max} | 12.4930 | 40,851.0 |
| P_{CT} | 12.4416 | 22,220.6 |

En la columna 2 y 3, de la Tabla 2.12, se muestra el valor de ATC, y su costo de producción asociado, respectivamente, de cada uno de los análisis realizados. Comparando el nivel de P_{max} y P_{CT} , se tiene que entre ellos existe una diferencia de 0.0514 pu, ésta pequeña diferencia, hace que el costo de producción asociado al análisis de FPO-CT, se eleve considerablemente, con respecto al análisis de FPO-CT-CPE. Con el resultado obtenido de P_{max} , se determina que el área E del sistema mexicano puede transmitir un 48.7% más de energía, con respecto al caso de P_{CT} , dicho valor de P_{max} , indica la máxima transferencia de energía que el área de envío, puede transmitir hacia el área de recepción, sin atentar en contra de la seguridad del sistema.

2.7.4 Valor de ATC considerando márgenes de transferencia en el sistema de 9 nodos

En éste último caso de estudio, se utiliza nuevamente al sistema de 9 nodos para determinar su valor de ATC considerando los márgenes TRM y CBM.

En la Sección 2.7.1, se determinaron los valores de ATC considerando $\tau=1$. Los valores obtenidos fueron $\text{ATC}_{\max} = \text{ATC}_{\min} = 1.4952$ pu, pero ésta cantidad no toma en cuenta los márgenes de transferencia asociados al problema de ATC. Por lo tanto, con el fin de considerar dichos márgenes en el cálculo de ATC, en la Ecuación (2.82) se le asigna el valor de $\tau=0.9$ y $\text{ATC} = 1.4952$, para de ésta manera, considerar los márgenes como un porcentaje fijo del TTC.

Primero se utiliza el enfoque de FPO-CT de la Sección 2.6.4, para determinar el punto de operación de estado estacionario asociado a un valor de $\text{ATC}_{\max}^{0.9} = 1.3457$ pu.

En la Tabla 2.13 se muestra el punto de operación del sistema asociado al valor de $\text{ATC}_{\max}^{0.9}$, éste nuevo punto de operación es distinto al presentado en la Tabla 2.4, a pesar de que fueron calculados con el mismo enfoque, lo anterior es debido a que ambos valores de ATC difieren en un porcentaje fijo del 10%.

Tabla 2.13 Punto de operación de estado estacionario asociado a $\text{ATC}_{\max}^{0.9}$.

| Nodo | V (pu) | θ (Grad) | P_i (MW) | Q_i (MVAR) |
|---------------------------|----------|-----------------|-----------------|--------------|
| 1 | 1.018 | 0.000 | 84.16 | 27.27 |
| 2 | 1.008 | 7.352 | 147.13 | 9.31 |
| 3 | 1.003 | 3.958 | 87.98 | -10.19 |
| 4 | 1.004 | -2.718 | 0 | 0 |
| 5 | 0.974 | -5.009 | 0 | 0 |
| 6 | 0.990 | -4.462 | 0 | 0 |
| 7 | 1.006 | 2.150 | 0 | 0 |
| 8 | 0.995 | -0.665 | 0 | 0 |
| 9 | 1.010 | 1.041 | 0 | 0 |
| Costo Total de Generación | | | 1146.41(\$/ pu) | |

En la Figura 2.11 se muestran los flujos de potencia en el sistema asociados al valor de

$\text{ATC}_{\max}^{0.9}$.

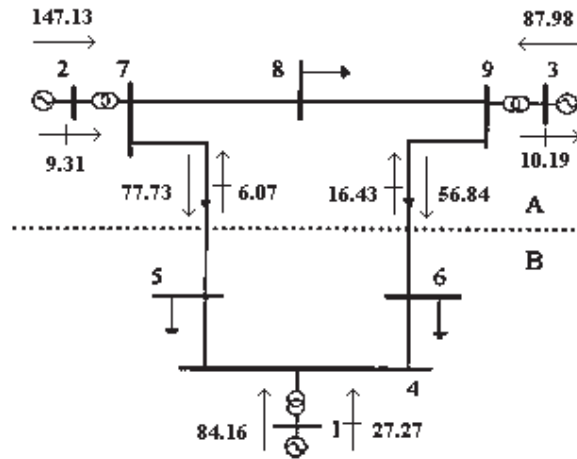


Figura 2.11 Flujos de potencia en el sistema de 9 nodos operando con $\lambda_{\max}^{0.9}$.

Enseguida, se utiliza el enfoque FPO-CT-CPE de la Sección 2.6.5, para determinar el punto de operación del sistema cuando éste opera a un nivel de transferencia de energía igual a $\lambda_{\max}^{0.9} = 1.3457$ pu.

Tabla 2.14 Punto de operación de estado estacionario asociado a $\lambda_{\max}^{0.9}$.

| Nodo | V (pu) | θ (Grad) | P_i (MW) | Q_i (MVAR) |
|---------------------------|----------|-----------------|----------------|--------------|
| 1 | 1.050 | 0.000 | 83.83 | 18.52 |
| 2 | 1.050 | 5.896 | 135.04 | 6.83 |
| 3 | 1.040 | 4.415 | 100.00 | -15.04 |
| 4 | 1.041 | -2.532 | 0 | 0 |
| 5 | 1.016 | -4.799 | 0 | 0 |
| 6 | 1.030 | -4.022 | 0 | 0 |
| 7 | 1.049 | 1.501 | 0 | 0 |
| 8 | 1.038 | -0.736 | 0 | 0 |
| 9 | 1.050 | 1.339 | 0 | 0 |
| Costo Total de Generación | | | 1139.17(\$/pu) | |

En la Tabla 2.14 se presenta el punto de operación referente al valor de $\lambda_{\max}^{0.9}$. Mientras que en la Figura 2.12, se muestran los flujos de potencia asociados a dicho punto de operación.

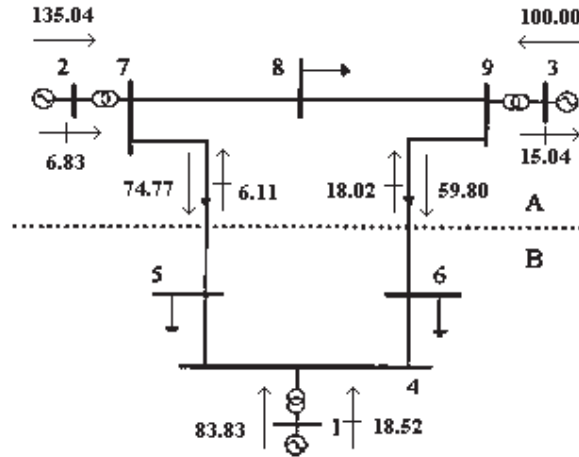


Figura 2.12 Flujos de potencia en el sistema de 9 nodos operando con $\lambda_{\text{max}}^{0.9}$.

A diferencia del caso de estudio presentado en la Sección 2.7.1, donde los generadores 2 y 3 proporcionan potencia al máximo de sus capacidades, violando sus límites de generación de potencia activa, en este caso de estudio se tiene que los valores de $\lambda_{\text{max}}^{0.9}$ y $\lambda_{\text{min}}^{0.9}$ son iguales, pero sus puntos de operación son distintos. Lo anterior es debido a que no se requirió de la máxima generación de potencia activa en el área de envío para satisfacer el nivel de ATC establecido,

Comparando las Tablas 2.13 y 2.14, se tiene que ambos puntos de operación proporcionan un mismo valor de ATC, pero el punto asociado a $\lambda_{\text{min}}^{0.9}$ es el más óptimo debido a que presenta el menor costo de generación.

2.8 Conclusiones

En el presente Capítulo, se mostró la formulación general del problema de OPF, así como también se presentaron dos formulaciones distintas de Capacidad de Transferencia basadas en OPF, siendo que en la formulación de FPO-CT sólo se considera como función objetivo, la maximización de transferencia de energía, mientras que FPO-CT-CPE, es un problema multi-objetivo que considera la maximización de la transferencia de potencia, y la minimización del costo de generación de energía. Además, se utilizaron tres distintos sistemas eléctricos de potencia, para calcular su respectivo valor de ATC en un enfoque de seguridad estática, utilizando los modelos antes mencionados. Se mostró que con el esquema de FPO-CT, se obtiene el valor máximo de ATC de energía, que un área de control puede enviar hacia otra, sin comprometer la seguridad de la misma. Por otro lado, se mostró también que la solución del problema de FPO-CT-CPE proporciona un valor de ATC, que indica que tanta energía extra se puede transmitir de un punto a otro, con respecto al caso base (OPF) de la manera más económica y segura. El valor de ATC, es un índice extremadamente útil que se utiliza para la correcta planeación y operación de los sistemas eléctricos.

Capítulo 3

Estabilidad Transitoria y método de SIME

El término de estabilidad en un sistema de potencia puede ser definida, como la propiedad de un sistema de potencia que le permite permanecer en un estado de operación de equilibrio, bajo condiciones normales de operación, y volver a un estado aceptable de equilibrio después de estar sujeto a un disturbio [Kundur94].

La estabilidad de un sistema de potencia puede ser clasificada en tres distintas categorías [Kundur94]: i) estabilidad de voltaje, ii) estabilidad de frecuencia y iii) estabilidad de ángulo de rotor. La estabilidad de voltaje, se refiere a la capacidad de un sistema de potencia para mantener voltajes estables, en todos sus nodos bajo condiciones normales de operación, y después de ser sujeto a un disturbio. La estabilidad de frecuencia se refiere a la capacidad del sistema de potencia, para mantener la frecuencia de operación dentro de un rango normal de valores después de una perturbación. En ésta Tesis, la estabilidad de voltaje y la estabilidad de frecuencia de un sistema de potencia no se analizan.

La estabilidad de ángulo de rotor de un sistema eléctrico de potencia, se refiere a la capacidad de las máquinas síncronas para moverse de un punto de operación estacionario, a otro punto de operación de estado estable sin perder el sincronismo, después de acontecer un disturbio. No es necesario que el sistema regrese al mismo punto de operación de estado estacionario, que tenía antes de la perturbación. Sin embargo, el punto de operación de estado estacionario posterior a la perturbación, no debe violar los límites de operación del sistema eléctrico.

En los sistemas de potencia, hay dos tipos de estabilidad de ángulo de rotor; estabilidad de pequeña señal y estabilidad transitoria. La estabilidad de pequeña señal, está asociada con disturbios pequeños, tales como cambios de carga normales y maniobras en la red. La estabilidad transitoria, involucra un mayor número de disturbios tales como; pérdida de una línea de transmisión o unidad de generación, fallas eléctricas y cambios repentinos de gran cantidad de carga. Éste último tipo de estabilidad se analizará en ésta Tesis.

3.1 Estabilidad Transitoria

La estabilidad transitoria, es la capacidad de un sistema de potencia para mantener el sincronismo, después de ser sujeto a un disturbio transitorio severo [Kundur94]. Por el contrario, la inestabilidad denota una condición de pérdida de sincronismo. La pérdida de sincronismo puede ocurrir entre una máquina y el resto del sistema, o entre grupos de

máquinas. En éste último caso, el sincronismo puede mantenerse dentro de cada grupo, después de su separación de los demás grupos de máquinas que conforman el sistema.

Los estudios de estabilidad transitoria, tienen como objetivo analizar el sincronismo de los generadores del sistema eléctrico de potencia (SEP) para periodos de tiempo pequeño (generalmente entre 1.5 y 20 segundos), y el criterio de estabilidad consiste en verificar, si el desplazamiento angular relativo de los rotores de los generadores no crece indefinidamente. La inestabilidad transitoria se manifiesta en la primera oscilación de la repuesta dinámica. Sin embargo, existen casos en los que la inestabilidad ocurre después de la primera oscilación, lo cual se debe a que la condición de estado estacionario de post-falla en sí misma es inestable, desde el punto de vista de estabilidad angular de pequeña señal [Kundur94].

Los disturbios que originan problemas de estabilidad transitoria, varían ampliamente en grado de severidad y probabilidad de ocurrencia en el sistema. Las contingencias que usualmente se consideran son: cortos circuitos en líneas de transmisión, nodos, y ocasionalmente en transformadores [Kundur94]. Esta consideración, es debida a que la falla por corto circuito, es la más crítica en un sistema eléctrico. Con la finalidad de evitar que el sistema eléctrico no pierda estabilidad, la acción de control inmediata, es la liberación de la falla mediante la apertura de los interruptores apropiados, que aíslan al elemento fallado. En algunos casos, se asumen recierres de alta velocidad.

Las propiedades de estabilidad transitoria de un sistema de potencia, dependen principalmente del estado de operación inicial del sistema, y de la severidad del disturbio. Éstas propiedades de estabilidad pueden ser determinadas mediante un análisis transitorio en el T-D, el cual es aplicable para modelos matemáticos sofisticados de los componentes eléctricos, y es factible para el análisis de sistemas eléctricos de potencia de gran escala [Pai89]. De tal manera, el método de T-D es considerado en ésta Tesis.

3.1.1 Formulación matemática de estabilidad transitoria

Matemáticamente, el problema de estabilidad transitoria se formula mediante un conjunto de ecuaciones diferenciales de primer orden, y un conjunto de ecuaciones algebraicas [Pai89]:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{u}) \quad (3.1)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{u}) = \mathbf{0} \quad (3.2)$$

donde \mathbf{x} , es un vector de variables de estado, \mathbf{y} es un vector de variables algebraicas, y \mathbf{u} , es un conjunto de parámetros del sistema invariantes con el tiempo. El conjunto de ecuaciones diferenciales (3.1), representan el comportamiento dinámico de los diferentes

componentes del sistema, mientras que el conjunto de ecuaciones algebraicas (3.2), está formado por las ecuaciones de balance de potencia de cada nodo de la red.

3.2 Modelo clásico del generador

En ésta Tesis, se considera el modelo clásico del generador para estudios de estabilidad transitoria. Éste modelo es adecuado para el análisis de primera oscilación, ya que en ese periodo de tiempo la respuesta del generador está regida principalmente por sus características inerciales, además este modelo introduce únicamente dos ecuaciones diferenciales, por lo que es extensamente utilizado en el análisis de estabilidad transitoria de primera oscilación. El modelo de circuito eléctrico, está compuesto por una fuente de voltaje de magnitud constante, detrás de una reactancia síncrona transitoria y una resistencia de armadura, que por ser tan pequeña se puede considerar como cero, como se muestra en la Figura 3.1,

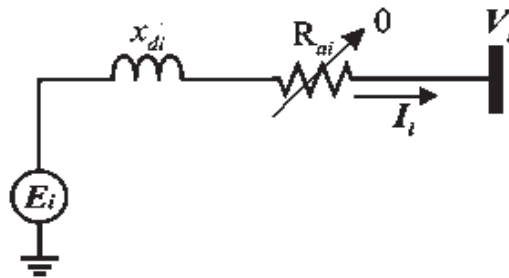


Figura 3.1 Modelo clásico del generador síncrono

El voltaje en terminales del generador conectado al nodo \square se expresa por la siguiente Ecuación [Sauer98],

$$V_{\square} = E_{\square} - I_{\square} x'_{\square} \quad (3.3)$$

donde E_{\square} , es el voltaje interno de la máquina en pu, y se considera constante durante el transitorio debido a que se desprecia el efecto del lazo de regulación de voltaje. x'_{\square} es la magnitud de la reactancia transitoria de eje directo de la máquina en pu. V_{\square} , es el voltaje en terminales del generador en pu.

El modelo dinámico que gobierna el movimiento de una máquina síncrona, está compuesto por una ecuación dinámica llamada ecuación de balance electromecánico o, simplemente, ecuación de “oscilación”, la cual es la base para estudios de estabilidad transitoria. La ecuación de oscilación para el \square generador está dada por (3.4):

$$\left[\frac{2J_{\text{tr}}}{\omega_s} \right] \frac{d^2 \delta_{\text{tr}}}{dt^2} = P_{\text{me}}^{\text{tr}} - P_{\text{ac}}^{\text{tr}} - J_{\text{tr}} (\omega_{\text{tr}} - \omega_s) = P_{\text{ac}}^{\text{tr}} \quad (3.4)$$

donde los superíndices tr y st , indican estado estacionario y transitorio, respectivamente, J_{tr} es la constante de inercia en segundos (seg), J_{st} es la constante de amortiguamiento (seg), δ_{tr} es el ángulo del rotor en radianes (rad), ω_{tr} y ω_s , es la velocidad del rotor y la velocidad síncrona en rpm/rpm . $P_{\text{me}}^{\text{tr}}$, representa la potencia mecánica de entrada de la máquina (en pu), y se considera constante durante el período transitorio, debido a que la que acción de control de la turbina, es muy lenta durante el transitorio. $P_{\text{ac}}^{\text{tr}}$, es la potencia de aceleración (en pu). Por último, $P_{\text{ac}}^{\text{st}}$, es la potencia activa de salida del generador, la cual está dada por la Ecuación (3.5),

$$P_{\text{ac}}^{\text{st}} = \frac{V_{\text{tr}}}{X'_{\text{tr}}} \sin(\delta_{\text{tr}} - \theta_{\text{tr}}) \quad (3.5)$$

donde δ_{tr} y θ_{tr} , es el ángulo del voltaje interno (en rad) y el ángulo del voltaje (en rad) en terminales de la máquina, respectivamente.

Por motivos prácticos, la Ecuación de oscilación (3.4), se descompone en dos ecuaciones de estado de primer orden para su implementación, y solución en programas digitales. Dado que δ_{tr} , es la posición angular del rotor con respecto a una referencia rotatoria síncrona y δ_{st}^0 , es la posición para el tiempo $t=0$, el ángulo del voltaje interno se puede expresar como,

$$\delta_{\text{tr}} = (\omega_{\text{tr}} - \omega_s) t + \delta_{\text{st}}^0 \quad (3.6)$$

La primer derivada de la Ecuación (3.6), con respecto del tiempo es la diferencia entre la velocidad angular del rotor, y la velocidad síncrona, la cual está dada por,

$$\frac{d\delta_{\text{tr}}}{dt} = \omega_{\text{tr}} - \omega_s \quad (3.7)$$

Derivando la Ecuación (3.7), con respecto del tiempo se obtiene la aceleración angular del rotor, la cual está dada por,

$$\frac{d\omega_{\text{tr}}}{dt} = \frac{d^2 \delta_{\text{tr}}}{dt^2} \quad (3.8)$$

Debe observarse que la velocidad síncrona ω_s , es constante, por lo que su derivada es cero.

Si se sustituye la Ecuación (3.8) en la Ecuación (3.4) se obtiene lo siguiente,

$$\left[\frac{2\omega_c}{\omega_c} \right] \frac{\omega_c}{\omega_c} = \omega_c^0 - \omega_c - \omega_c(\omega_c^1 - \omega_c) = \omega_c^0 \quad (3.9)$$

De tal manera, la ecuación de oscilación de segundo orden (3.4), se puede representar por dos ecuaciones de primer orden (3.7) y (3.9), y la solución de éstas ecuaciones permite conocer el comportamiento de los generadores operando en condiciones transitorias.

3.3 Modelo de la carga

Los modelos de carga comúnmente utilizados en el análisis de estabilidad transitoria son [Sauer98]: i) impedancia constante, ii) corriente constante y iii) potencia constante; éstos se definen de manera general por la Ecuación (3.10) y (3.11) [Sauer98],

$$P_{\alpha}^{\alpha}(V_{\alpha}^{\alpha}) = P_{\alpha}^{\alpha} \left(\frac{V_{\alpha}^{\alpha}}{V_{\alpha}^{\alpha}} \right)^{\alpha} \quad (3.10)$$

$$Q_{\alpha}^{\alpha}(V_{\alpha}^{\alpha}) = Q_{\alpha}^{\alpha} \left(\frac{V_{\alpha}^{\alpha}}{V_{\alpha}^{\alpha}} \right)^{\beta} \quad (3.11)$$

donde α , es el nodo al cual se conecta la carga. $P_{\alpha}^{\alpha}(V_{\alpha}^{\alpha})$ y $Q_{\alpha}^{\alpha}(V_{\alpha}^{\alpha})$ son la potencia activa y reactiva consumida por la carga en el nodo α , en cada instante de tiempo α . P_{α}^{α} y Q_{α}^{α} son la potencia activa y reactiva nominal que demanda la carga a magnitud de voltaje nominal V_{α}^{α} . V_{α}^{α} , es la magnitud de voltaje en terminales de la carga. Finalmente, los superíndices α y β se utilizan para seleccionar el modelo de carga a considerar. Si se selecciona $\alpha = \beta = 0$, el modelo de carga es el de potencia constante; si $\alpha = \beta = 1$ se tiene el modelo de corriente constante; si $\alpha = \beta = 2$ se tiene el modelo de impedancia constante, éste último es el que se emplea en la presente Tesis.

3.4 Modelado de la red en estabilidad transitoria

El modelo de la red eléctrica que se utiliza para describir el estado transitorio del sistema, se encuentra compuesto por las ecuaciones de flujo de potencia en todos los nodos.

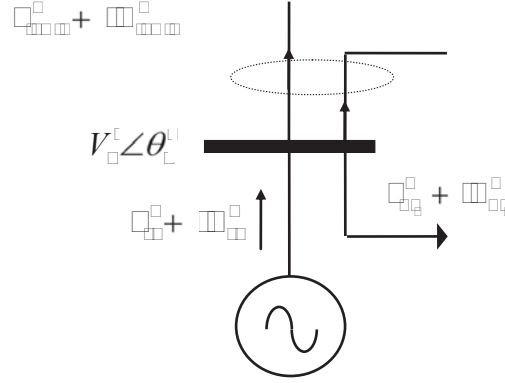


Figura 3.2 Nodo de una red eléctrica.

De la Figura 3.2, se pueden establecer las ecuaciones de balance de potencia activa y reactiva, en todos los nodos de la red, de la siguiente manera [Saadat99]:

$$P_{ij}^e - P_{ji}^e - \sum_{l \in I} P_{l,ij}^e = 0 \quad (3.12)$$

$$Q_{ij}^e - Q_{ji}^e - \sum_{l \in I} Q_{l,ij}^e = 0 \quad (3.13)$$

$$P_{ij}^e = -\frac{V_i^e{}^2}{L'_{ij}} + \frac{V_i^e V_j^e \cos(\theta_j^e - \delta_i^e)}{L'_{ij}} \quad (3.14)$$

donde $i \in I$ e $j = 1, 2, \dots, N$. Δt , es el intervalo del tiempo de integración que se considera en el análisis de T-D. P_{ij}^e y Q_{ij}^e , representan la potencia activa y reactiva generadas, respectivamente. P_{ji}^e y Q_{ji}^e son la potencia activa y reactiva demandadas por las cargas activa y reactiva. $P_{l,ij}^e$ y $Q_{l,ij}^e$, son el flujo de potencia activa y reactiva inyectada en el nodo i en el instante t del periodo transitorio, que se calculan con las ecuaciones siguientes [Sauer98],

$$P_{l,ij}^e = G_{ij} (V_i^e)^2 + V_i^e V_j^e [G_{ij} \cos(\theta_j^e - \theta_i^e) + B_{ij} \sin(\theta_j^e - \theta_i^e)] \quad (3.15)$$

$$Q_{l,ij}^e = -B_{ij} (V_i^e)^2 + V_i^e V_j^e [G_{ij} \cos(\theta_j^e - \theta_i^e) - B_{ij} \sin(\theta_j^e - \theta_i^e)] \quad (3.16)$$

donde G_{ij} y B_{ij} , es la conductancia y susceptancia nodal de la línea de transmisión que conecta a los nodos i y j , mientras que G_{ij} y B_{ij} son la conductancia y susceptancia serie de esta línea de transmisión.

3.4.1 Modelo de la preservación de la estructura

En el análisis transitorio de un SEP, generalmente se ha utilizado un Modelo donde la Red es Reducida (MRR), a sus nodos de generación, esto permite obtener un equivalente del sistema más pequeño que el original. Sin embargo, las desventajas que presenta este modelo, es la pérdida de la topología de la red, además de que su aplicación requiere que los modelos de carga sean representados en forma de impedancia constante. Por otro lado, el Modelo de Preservación de la Estructura de la Red (MPER), es usado en esta Tesis debido a que permite un análisis más preciso y detallado del comportamiento dinámico del SEP. Además, con este modelo no se pierde la topología de la red, por tanto, se pueden emplear modelos de carga estáticos o dinámicos.

El modelo de preservación de la estructura, está compuesto por las ecuaciones de oscilación (3.7) y (3.9), mientras que las ecuaciones algebraicas para los n nodos del sistema se componen por (3.12) y (3.13) [Sauer98]. De tal manera, las ecuaciones del MPER son:

$$\delta_{\ell}^i = \omega_{\ell}^i - \omega_{\ell} \quad \ell \in \Omega, \quad i = 1, \dots, n_{\ell} \quad (3.17)$$

$$\omega_{\ell}^i = \left[\frac{\omega_{\ell}}{2} \right] \left[\frac{d_{\ell}^i}{\omega_{\ell}^i} - \frac{d_{\ell}^i}{\omega_{\ell}} - \frac{d_{\ell}^i}{\omega_{\ell}^i} (\omega_{\ell}^i - \omega_{\ell}) \right] \quad \ell \in \Omega, \quad i = 1, \dots, n_{\ell} \quad (3.18)$$

$$\Delta \omega_{\ell}^i = \frac{d_{\ell}^i}{\omega_{\ell}^i} - \frac{d_{\ell}^i}{\omega_{\ell}} - \sum_{j \in \mathcal{I}^i} \frac{d_{\ell}^j}{\omega_{\ell}^j} = 0 \quad \ell \in \Omega, \quad i = 1, \dots, n_{\ell} \quad (3.19)$$

$$\Delta \omega_{\ell}^i = \frac{d_{\ell}^i}{\omega_{\ell}^i} - \frac{d_{\ell}^i}{\omega_{\ell}} - \sum_{j \in \mathcal{I}^i} \frac{d_{\ell}^j}{\omega_{\ell}^j} = 0 \quad \ell \in \Omega, \quad i = 1, \dots, n_{\ell} \quad (3.20)$$

Las ecuaciones diferenciales (3.17) y (3.18), requieren ser discretizadas, para posteriormente resolver el conjunto de ecuaciones formado por (3.17)-(3.20) mediante el método Implícito Simultáneo.

3.5 Aplicación de la Regla Trapezoidal Implícita

El algoritmo de la Regla Trapezoidal Implícita (RTI), es un método de integración implícita que se aplica a las ecuaciones diferenciales, para transformarlas a ecuaciones algebraicas. Una vez transformadas, se combinan con el resto de las ecuaciones algebraicas y se resuelven de manera unificada.

La RTI, establece que una ecuación diferencial ordinaria de la forma de (3.1), se puede representar en un solo paso de integración Δt del intervalo de integración t , por la siguiente función algebraica discretizada $\phi(\cdot)$ [Rafian87],

$$\phi(x, y, z) = \left(x - \frac{\Delta t}{2} f(x, y, z) \right) - \left(x + \Delta t + \frac{\Delta t}{2} f(x + \Delta t, y + \Delta t, z) \right), \quad x \in \Omega \quad (3.21)$$

donde Δt , es el paso de integración. Aplicando la Ecuación (3.21), a las ecuaciones de oscilación del generador (3.17) y (3.18), y considerando como marco de referencia para la medición de la velocidad del rotor, a un eje rotando a velocidad síncrona (marco de referencia síncrono), se obtiene lo siguiente:

$$\phi_\delta(x, y, z) = \left(\delta - \frac{\Delta t}{2} (\Delta \omega) \right) - \left(\delta + \Delta t + \frac{\Delta t}{2} (\Delta \omega^{i+\Delta t}) \right) \quad x \in \Omega \quad (3.22)$$

$i = 1, \dots, n_g$

$$\phi_\omega(x, y, z) = \left(\omega - \frac{\Delta t}{2 J} (x^0 - x - J (\Delta \omega)) \right) \quad x \in \Omega \quad (3.23)$$

$$- \left(\omega^{i+\Delta t} + \frac{\Delta t}{2 J} (x^0 - x^{i+\Delta t} - J (\Delta \omega^{i+\Delta t})) \right) \quad i = 1, \dots, n_g$$

donde $\phi_\delta(\cdot)$ y $\phi_\omega(\cdot)$, representan el conjunto de ecuaciones de diferencia de las expresiones (3.17) y (3.18). $J = 2J_g / \omega_s$, es el coeficiente de inercia (en $\text{kg m}^2 / \text{s}^2$) para el i -ésimo generador, $\Delta \omega = (\omega - \omega_s)$, es la desviación en la velocidad del rotor con respecto a la velocidad síncrona ω_s .

Las Ecuaciones (3.19), (3.20), (3.22) y (3.23) son no lineales, tal que para solucionarlas es necesario expandirlas en la serie de Taylor alrededor de la vecindad del punto (x, y, z) , y considerar solo la parte lineal de la serie al truncar los términos de orden superior.

Se debe resaltar que el modelo de preservación de la estructura está solamente compuesto por el conjunto de ecuaciones algebraicas no lineales, (3.19), (3.20), (3.22) y (3.23). La solución de éste conjunto de ecuaciones puede ser obtenida fácilmente mediante el uso del método de Newton, donde el sistema linealizado correspondiente, es el que se formula en la Ecuación (3.24) [Pizano-Martínez10a].

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta^{\square} \\ \Delta V^{\square} \\ \Delta\delta^{\square} \\ \Delta\omega^{\square} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\square\Delta\square^{\square}}{\square\theta^{\square}} & V^{\square} \frac{\square\Delta\square^{\square}}{\square\delta^{\square}} & \frac{\square\Delta\square^{\square}}{\square\delta^{\square}} & 0 \\ \frac{\square\Delta\square^{\square}}{\square\theta^{\square}} & V^{\square} \frac{\square\Delta\square^{\square}}{\square V^{\square}} & \frac{\square\Delta\square^{\square}}{\square\delta^{\square}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\square\phi_{\delta}(\cdot)}{\square\delta^{\square}} & \frac{\square\phi_{\delta}(\cdot)}{\square\omega^{\square}} \\ \frac{\square\phi_{\omega}(\cdot)}{\square\theta^{\square}} & V^{\square} \frac{\square\phi_{\omega}(\cdot)}{\square V^{\square}} & \frac{\square\phi_{\omega}(\cdot)}{\square\delta^{\square}} & \frac{\square\phi_{\omega}(\cdot)}{\square\omega^{\square}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta^{\square} \\ \Delta V^{\square} \\ \Delta\delta^{\square} \\ \Delta\omega^{\square} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

donde \square , indica el número de iteración del proceso iterativo.

Una vez resuelto el sistema de la Ecuación (3.24), la actualización de las variables del sistema se efectúa mediante la ecuación siguiente:

$$\begin{bmatrix} \theta^{\square} \\ V^{\square} \\ \delta^{\square} \\ \omega^{\square} \end{bmatrix}^{\square+1} = \begin{bmatrix} \theta^{\square} \\ V^{\square} \\ \delta^{\square} \\ \omega^{\square} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta\theta^{\square} \\ \Delta V^{\square} \\ \Delta\delta^{\square} \\ \Delta\omega^{\square} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

3.5.1 Valores iniciales para el análisis de T-D

Los valores iniciales del ángulo δ_{\square}^0 , y el voltaje interno \square_{\square} del rotor, son obtenidos de las condiciones de estado estacionario del sistema, operación en el período de pre-falla, de la siguiente manera [Gan00],

$$\frac{\square V_{\square}^{\square} \sin \delta_{\square}^{\square} - \theta_{\square}^{\square}}{\square_{\square}^{\square}} - \square_{\square}^{\square} = 0, \quad \forall \square \in \square_{\square} \quad (3.26)$$

$$\frac{\square V_{\square}^{\square} \cos \delta_{\square}^{\square} - \theta_{\square}^{\square} - V_{\square}^{\square 2}}{\square_{\square}^{\square}} - \square_{\square}^{\square} = 0, \quad \forall \square \in \square_{\square} \quad (3.27)$$

donde δ_{\square}^0 , es el valor de estado estacionario de $\delta_{\square}^{\square}$. V_{\square}^{\square} y $\theta_{\square}^{\square}$, son la magnitud y ángulo de voltaje en las terminales del \square ésimo generador, respectivamente.

La velocidad ω_{\square}^{\perp} se inicializa como,

$$\omega_{\square}^0 = \omega_{\square}^{\perp} \quad (3.28)$$

donde ω_{\square}^0 , es el valor de estado estacionario de ω_{\square}^{\perp} . Con el grupo de Ecuaciones (3.26)-(3.28), se determinan las condiciones iniciales necesarias para solucionar el conjunto de Ecuaciones (3.19), (3.20), (3.22) y (3.23), mediante un análisis de PF¹⁷ u OPF.

3.6 El Método de SIME

El método de SIME, transforma las trayectorias angulares de un sistema multi-máquina a una trayectoria angular equivalente, asociada a un OMIB, cuyas propiedades de estabilidad definen la estabilidad del sistema multi-máquina. El proceso de transformación, está basado en la observación, de que la pérdida de sincronismo de un sistema multi-máquina, se origina al separarse las máquinas que lo conforman en dos grupos: Uno compuesto por las Máquinas Críticas (MC), que son responsables de la pérdida de sincronismo, y el otro por las máquinas No Críticas (NC) [Pavella00]. El OMIB, y su estabilidad transitoria se calculan en cada paso de tiempo del período de post-falla mediante una simulación de estabilidad transitoria, en el T-D, siguiendo las cuatro etapas siguientes: i) Descomposición de las máquinas del sistema en dos grupos de máquinas: máquinas críticas y no críticas, ii) Representación de cada grupo de máquinas por una sola máquina equivalente, iii) Representación del sistema de dos máquinas equivalentes por un OMIB, iv) Finalmente, la evaluación de la condición de estabilidad transitoria del sistema multi-máquina, mediante la aplicación del EAC al OMIB que lo representa.

3.6.1 Determinación del OMIB

Con el fin de determinar la estructura del OMIB, que representa al sistema multi-máquina, el primer paso es determinar diferentes patrones de separación de los generadores del sistema, definidos por grupos candidatos de máquinas críticas y no críticas, basándose en las distancias del ángulo de rotor entre máquinas adyacentes [Pavella00]. Por definición, las máquinas críticas, son aquellas que causan la pérdida de sincronismo en un sistema de potencia. Para identificar estas máquinas, el método SIME, utiliza los resultados obtenidos por un programa de estabilidad transitoria, en el dominio del tiempo durante los períodos de falla y de post-falla del sistema eléctrico. En cada paso de tiempo de la simulación de post-falla, SIME encuentra patrones de separación de generadores, mediante los siguientes tres

¹⁷ Por sus siglas en Inglés Power Flow

pasos: i) Clasifica las máquinas de acuerdo a sus valores de ángulos de rotor, ii) Identifica las distancias angulares de rotor entre máquinas adyacentes, iii) Finalmente, considera como un grupo candidato de máquinas críticas, a todas aquellas máquinas, cuyo valor de ángulo de rotor, es mayor que la distancia angular de rotor existente entre dos máquinas adyacentes seleccionadas. El conjunto restante de máquinas corresponden al grupo de máquinas no críticas. El número de patrones de separación de los generadores del sistema, es igual al número de pares de máquinas adyacentes seleccionadas en el paso iii).

Para ejemplificar el proceso descrito en el párrafo anterior, se considera un sistema eléctrico con tres generadores, y valores de ángulo de rotor medidos en un tiempo t del periodo de post-falla iguales a $\delta_1(t) = 82.4^\circ$, $\delta_2(t) = 227.0^\circ$, y $\delta_3(t) = 207.0^\circ$, respectivamente. En éste caso, se identifican dos pares de máquinas adyacentes, definidos por las máquinas 2 y 3, y las máquinas 3 y 1, con distancias angulares de rotor $\delta_{23}(t) = \delta_2(t) - \delta_3(t) = 20^\circ$ y $\delta_{31}(t) = \delta_3(t) - \delta_1(t) = 124.6^\circ$, respectivamente. Para la primera distancia angular δ_{23}^i , se encuentra un patrón de separación conformado solo por un grupo de máquinas críticas; es decir, las tres máquinas del sistema son críticas ya que δ_1^i , δ_2^i , y $\delta_3^i > 20^\circ$. El patrón de separación, para la segunda distancia angular δ_{31}^i , si está conformado por grupos de maquinas críticas y no críticas. Las máquinas 2 y 3 se consideran críticas ya que δ_2^i y $\delta_3^i > 124.6^\circ$, mientras que la máquina 1 es no crítica, $\delta_1^i < 124.6^\circ$. De lo anterior se observa que se han obtenido dos patrones de separación de generadores, con sus respectivos grupos candidatos de máquinas críticas y no críticas. Además, éstos patrones de separación, están asociados a las distancias angulares de máquinas adyacentes δ_{23}^i y δ_{31}^i , respectivamente.

El segundo paso, para obtener el modelo equivalente del sistema multi-máquina, consiste en reemplazar a cada grupo candidato de máquinas críticas y no críticas asociados a un patrón de separación, por una máquina equivalente con parámetros de ángulo y velocidad dados por:

$$\delta_{\square}(t) = \square_{\square}^{-1} \sum_{i \in \square} \delta_i(t) \square_{\square} \quad (3.29)$$

$$\omega_{\square}(t) = \square_{\square}^{-1} \sum_{i \in \square} \omega_i(t) \square_{\square} \quad (3.30)$$

$$\delta_{\square}(t) = \square_{\square}^{-1} \sum_{i \in \square} \delta_i(t) \square_{\square} \quad (3.31)$$

$$\omega_{\square}(t) = \square_{\square}^{-1} \sum_{i \in \square} \omega_i(t) \square_{\square} \quad (3.32)$$

donde los subíndices α y β , se refieren al grupo de máquinas críticas y no críticas, respectivamente. El coeficiente de inercia de cada grupo de máquinas es:

$$J_{\alpha} = \sum_{i \in \alpha} J_i \quad (3.33)$$

$$J_{\beta} = \sum_{i \in \beta} J_i \quad (3.34)$$

donde $\alpha \in \alpha$ y $\beta \in \beta$, define las máquinas críticas y no críticas de cada grupo candidato, y J_i ($i \in \alpha, \beta$), es el coeficiente de inercia para cada generador.

Una vez encontrados diversos sistemas de dos máquinas equivalentes, es necesario transformar cada uno de ellos a un OMIB candidato, a representar al sistema multi-máquinas utilizando el concepto de centro de ángulo parcial. Los parámetros de cada OMIB candidato se calculan con las siguientes ecuaciones [Pavella00]:

$$\delta(\bar{t}) = \delta_{\alpha}(\bar{t}) - \delta_{\beta}(\bar{t}) \quad (3.35)$$

$$\omega(\bar{t}) = \omega_{\alpha}(\bar{t}) - \omega_{\beta}(\bar{t}) \quad (3.36)$$

$$J = \frac{J_{\alpha} J_{\beta}}{J_{\alpha} + J_{\beta}} \quad (3.37)$$

$$P_{\alpha}(\bar{t}) = J \left[\omega_{\alpha}^{-1} \sum_{i \in \alpha} P_{\alpha i}(\bar{t}) - \omega_{\beta}^{-1} \sum_{i \in \beta} P_{\beta i}(\bar{t}) \right] \quad (3.38)$$

$$P_{\beta}(\bar{t}) = J \left[\omega_{\beta}^{-1} \sum_{i \in \beta} P_{\beta i}(\bar{t}) - \omega_{\alpha}^{-1} \sum_{i \in \alpha} P_{\alpha i}(\bar{t}) \right] \quad (3.39)$$

donde $\delta(\bar{t})$, es la desviación angular, $\omega(\bar{t})$ es la velocidad de rotor, J es el coeficiente de inercia, $P_{\alpha}(\bar{t})$ es la potencia eléctrica. En la Ecuación (3.39), se tiene que la potencia mecánica $P_{\beta}(\bar{t})$ del OMIB es dependiente del tiempo \bar{t} , esto es debido a que SIME construye varios candidatos OMIB, para cada paso de tiempo de la simulación de post-falla, con la finalidad de determinar el OMIB crítico y sus propiedades de estabilidad. Durante el desarrollo de esta Tesis se considera que J es constante, debido a que se utiliza el modelo clásico del generador, por consecuencia este modelo no presenta influencia significativa sobre la Ecuación (3.39), a menos que se utilice algún otro modelo más detallado del generador en el que se considere el efecto del gobernador de velocidad.

El primer candidato OMIB, que satisface la condición de inestabilidad, es declarado como OMIB equivalente crítico, o simplemente OMIB equivalente, y corresponde al sistema equivalente que representa al sistema multi-máquinas. La condición de inestabilidad se

cumple en el tiempo de inestabilidad t_{in} , donde la curva de la potencia eléctrica $P_e(\delta)$, y la curva de la potencia mecánica $P_m(\delta)$ se cruzan entre sí. Ésta condición se formula matemáticamente mediante la Ecuación (3.40) y, una vez que se satisface, el margen de inestabilidad se calcula con (3.41), donde $\omega(t_{in})$ es la velocidad del rotor al tiempo t_{in} .

$$P_e(t_{in}) = P_m(t_{in}) - P_a(t_{in}) = 0 ; \dot{\delta}(t_{in}) > 0 \quad (3.40)$$

$$\eta_{in} = -\frac{1}{2} (\omega(t_{in}))^2 \quad (3.41)$$

Ya que el OMIB equivalente, se obtiene del grupo de máquinas críticas, esté sólo se puede derivar para casos inestables. Sin embargo, la condición de estabilidad ($\eta > 0$) del OMIB, puede ser establecida mediante la continuación de los OMIB equivalentes menos inestables [Pavella00]. En este caso, el OMIB equivalente es estable si la curva $P_e(\delta)$, regresa antes de cruzar la curva $P_m(\delta)$, al tiempo de estabilidad t_e y ángulo de retorno $\delta(t_e)$, donde la velocidad del rotor del OMIB es $\omega(t_e) = 0$, como se establece en (3.42)

$$\omega(t_e) = 0 ; P_e(t_e) = P_m(t_e) - P_a(t_e) < 0 \quad (3.42)$$

Una vez que las condiciones de (3.42) se cumplen, el margen de estabilidad se calcula mediante (3.43), donde $\delta(t_{in})$ es el ángulo del rotor en t_{in} obtenido del caso menos inestable, y $P_e(t_e)$ es la potencia acelerante en t_e

$$\eta_{in} = \frac{1}{2} |P_e(t_e)| (\delta(t_{in}) - \delta(t_e)) \quad (3.43)$$

Debido al hecho de que las condiciones de estabilidad se prueban en cada paso de la simulación en el T-D, la simulación transitoria se puede detener cuando las condiciones (3.40) ó (3.42) se cumplen, a menos que el fenómeno de inestabilidad multi-oscilatoria sea de interés. En éste último caso, solo las condiciones (3.40) son verificadas para todo el período del tiempo de estudio, que normalmente se establece en un tiempo de entre 10 y 20 segundos [Pavella00].

Los posibles escenarios de contingencia de un sistema de potencia, pueden variar desde muy estables hasta muy inestables. Una contingencia inestable posee un margen negativo, y cuanto menor sea este margen, el sistema será más inestable. Una contingencia con margen cero es críticamente estable, y una contingencia con margen positivo es estable. De acuerdo al criterio de áreas iguales, el margen de estabilidad es el exceso del área desacelerante A_{decel} , sobre el área acelerante A_{acel} en el plano $\delta - \omega$ del OMIB [Pavella00]:

$$\eta = A_{decel} - A_{acel} \quad (3.44)$$

En la Ecuación (3.44), el área acelerante representa la energía cinética almacenada durante el período de falla, mientras que el área desacelerante, representa la máxima energía potencial que el sistema de potencia puede disipar en la configuración de post-falla.

3.6.2 Análisis de sensibilidad

El análisis de sensibilidad del método SIME, proporciona una medida cuantitativa de cómo el margen de estabilidad η del OMIB cambia, con respecto a las variaciones de un parámetro seleccionado α . Se ha observado a través de numerosos ejemplos que hay una relación cuasi-lineal, entre los cambios del margen de inestabilidad η_{α} del OMIB, y las variaciones del tiempo de liberación de la falla $\alpha = t_{\alpha}$, ó con la potencia mecánica $\alpha = P(\theta)$ del OMIB [Pavella00]. Relaciones similares entre los márgenes de estabilidad transitoria, y los parámetros seleccionados han sido reportados en [Vital89], [Nguyen02]. Tomando ventaja de ésta propiedad, es posible hacer una predicción del valor que α , debe tener para lograr que el OMIB tenga un margen estable $\eta > 0$, mediante la realización de extra- (inter-) polaciones sucesivas.

En las Figuras 3.3 y 3.4, se presenta el comportamiento del margen de estabilidad η del OMIB, para un tiempo fijo de liberación de la falla t_{α} , con respecto a los cambios de la potencia mecánica $P(t_{\alpha})$ y la desviación angular $\delta_{t_{\alpha}}$ del OMIB en un tiempo especificado de control t_{α} , respectivamente. Debe señalarse que t_{α} es un tiempo fijo al cual $P(t_{\alpha})$ y $\delta_{t_{\alpha}}$ son medidos, y puede ser seleccionado dentro del período de tiempo de estudio $\alpha = [t_0, t_{\alpha}]$. Los comportamientos de $\eta_{\alpha} = \eta(t_{\alpha})$ y de $\eta_{\alpha} = \eta(\delta_{t_{\alpha}})$, se destacan por ser cuasi-lineales como ha sido reportado en [Pavella00] y [Pizano-Martínez10b]. Ésta relación sugiere que el límite de estabilidad transitoria, se puede calcular como una función de $\alpha = \alpha(t_{\alpha})$, mediante el uso de la sensibilidad

$$\alpha(t_{\alpha}) = \frac{\Delta \eta}{\Delta \alpha} \Bigg|_{t_{\alpha}} \quad \text{dentro de un proceso de extra-(inter-) polación lineal.}$$

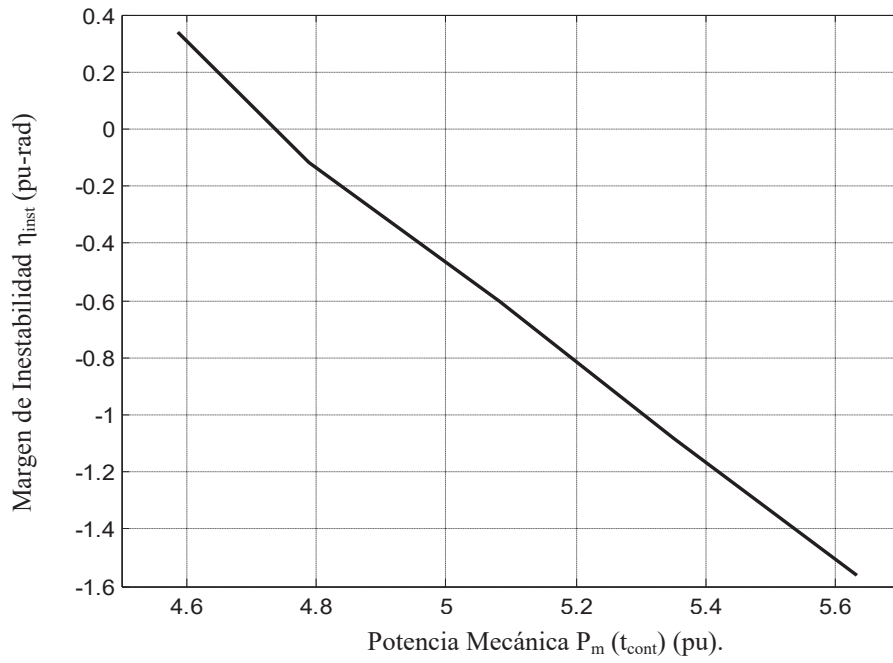


Figura 3.3 Variación del margen de estabilidad con respecto a la potencia mecánica. Simulación efectuada en el sistema de 39 nodos.

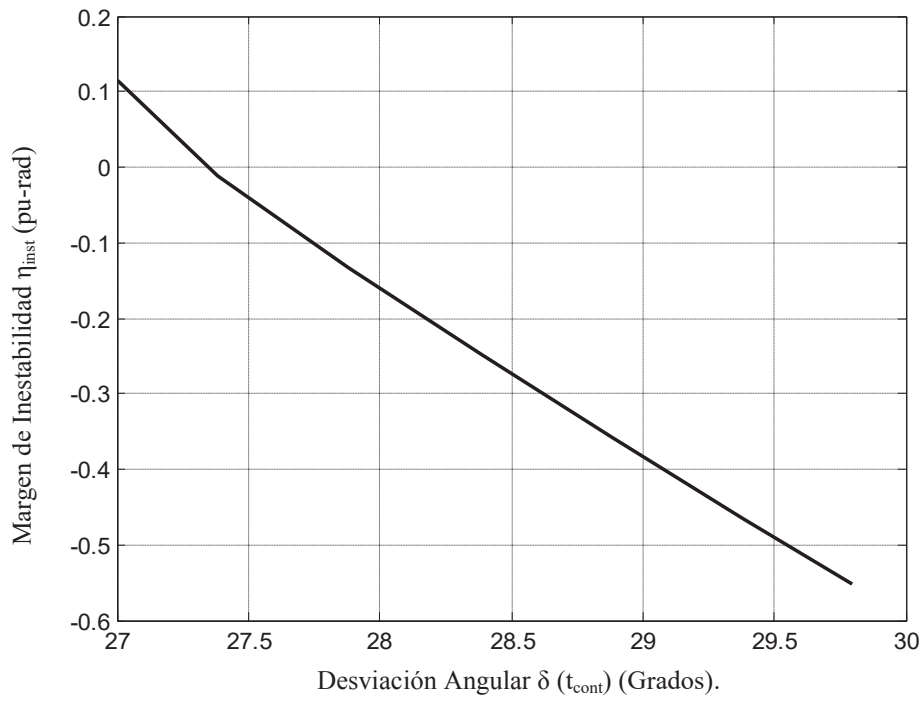


Figura 3.4 Variación del margen de estabilidad con respecto a la desviación angular. Simulación efectuada en el sistema de 39 nodos.

La sensibilidad del margen de estabilidad $\eta_{\square}(\square_{\square\square\square})$, se representa analíticamente por la pendiente de la función lineal, que une dos puntos sucesivos $(\eta_{\square-1}, \square_{\square(\square-1)}(\square_{\square\square\square}))$, y $(\eta_{\square-2}, \square_{\square(\square-2)}(\square_{\square\square\square}))$ calculados por dos análisis sucesivos del método SIME. Se debe señalar que las dos condiciones siguientes, deben tomarse en cuenta en el cálculo de éstos puntos, para asegurar que el análisis de sensibilidad es válido: i) Las dos potencias mecánicas $\square_{\square(\square-1)}(\square_{\square\square\square})$ y $\square_{\square(\square-2)}(\square_{\square\square\square})$, son medidas en su respectivo OMIB equivalente $\square_{\square(\square-1)}$ y $\square_{\square(\square-2)}$ en el mismo tiempo $\square_{\square\square\square}$, y ii) Las potencias mecánicas equivalentes $\square_{\square(\square-1)}$ y $\square_{\square(\square-2)}$, deben corresponder a la misma estructura de la \square -oscilación del OMIB: las cuales están compuestas por el mismo grupo de máquinas críticas y no críticas, y satisfacen la condición de inestabilidad en la misma \square -oscilación inestable.

La segunda condición significa que el OMIB evaluado, en $(\square-1)$ y $(\square-2)$ en las simulaciones del método SIME, tienen el mismo valor del coeficiente de inercia equivalente \square , $\square_{\square(\square-1)} = \square_{\square(\square-2)}$. Sin embargo, debido a que las potencias mecánicas equivalentes $\square_{\square(\square-1)}$ y $\square_{\square(\square-2)}$, están únicamente definidas por su respectivo punto de operación inicial $\square\square^{\square-1}$ y $\square\square^{\square-2}$, que caracteriza al estado de pre-disturbio del sistema multi-máquina al cual representan, los parámetros del OMIB que varían con el tiempo $\delta(\square_{\square\square\square})$, $\omega(\square_{\square\square\square})$, $\square_{\square}(\square_{\square\square\square})$, $\square_{\square}(\square_{\square\square\square})$ y el margen de estabilidad η tienen distintos valores entre sí.

El valor del margen de sensibilidad $\square_{\square}(\square_{\square\square\square})$ en la \square -ésima extra-(inter-) polación lineal sucesiva es entonces calculado como [Pavella00]:

$$\square_{\square}(\square_{\square\square\square}) = \frac{\Delta\eta}{\Delta\square_{\square}} \Bigg|_{\square_{\square\square\square}} = \frac{\eta_{\square-2} - \eta_{\square-1}}{\square_{\square(\square-2)}(\square_{\square\square\square}) - \square_{\square(\square-1)}(\square_{\square\square\square})} \quad (3.45)$$

Basado en la ecuación (3.45), el valor deseado de la potencia mecánica del OMIB, que podría producir un margen de estabilidad nulo $\eta_{\square} = 0$ es [Pavella00]:

$$\square_{\square \square\square\square(\square)}(\square_{\square\square\square}) = \square_{\square(\square-1)}(\square_{\square\square\square}) - \frac{\eta_{\square-1}(\square_{\square(\square-1)}(\square_{\square\square\square}))}{\square_{\square}(\square_{\square\square\square})} \quad (3.46)$$

3.6.3 Control preventivo utilizando el método de SIME

El control preventivo de estabilidad transitoria tiene por objetivo la estabilización de contingencias previstas, cuya ocurrencia podría causar que el sistema perdiera sincronismo [Pavella00]. Mediante la aplicación de estrategias adecuadas, es posible mejorar el nivel de seguridad del sistema de potencia, y garantizar que los generadores mantengan el sincronismo para una posible falla.

El control preventivo mediante el método de SIME, utiliza la detección de las máquinas críticas que causan la inestabilidad del sistema, así como el margen de estabilidad del OMIB, para la estabilización de una contingencia. Los márgenes de estabilidad indican “que tan cerca” se encuentra un sistema de potencia de la inestabilidad [Layden05]. Tal que una contingencia inestable tiene margen negativo, una contingencia con margen cero es críticamente estable, y una contingencia que posee un margen positivo es estable.

En el método de control de estabilidad basado en el método de SIME, solo las contingencias inestables son analizadas. La contingencia inestable seleccionada (cuyo margen es negativo), es estabilizada mediante la búsqueda de una condición de operación de pre-falla, del sistema de potencia en que la contingencia tenga un margen de estabilidad cero; es decir, se busca un punto de equilibrio transitoriamente estable para la contingencia seleccionada.

De acuerdo al criterio de áreas iguales, esto implica incrementar el área desacelerante, y/o decrementar el área acelerante del plano ángulo-potencia del OMIB, lo cual puede realizarse mediante un re-despacho de potencia activa.

En las Figuras 3.5 y 3.6, se muestran las curvas de Desviación angular-Potencia del OMIB, para una misma falla trifásica sólida aplicada en un tiempo $t=0$ s, y liberada en un tiempo $t=150$ s, al desconectar el elemento de transmisión fallado. En éstas figuras A_{acc} y A_{des} se definen como el área de aceleración y desaceleración, respectivamente.

En la Figura 3.5, se muestra que el sistema es inestable para la contingencia dada, con una potencia mecánica del OMIB de $P_m = 225$ MW, una desviación angular de $\delta_{OMIB}(t_{crit}) = 122.89^\circ$ y un margen de inestabilidad de $\eta_{crit} = -0.6049$.

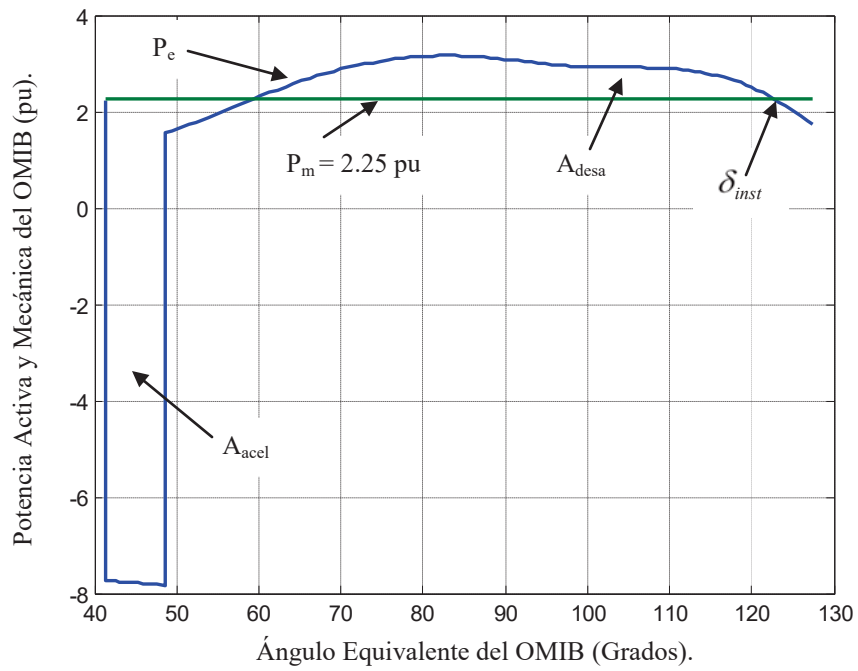


Figura 3.5 Plano Desviación angular-Potencia del sistema mexicano para un caso inestable.

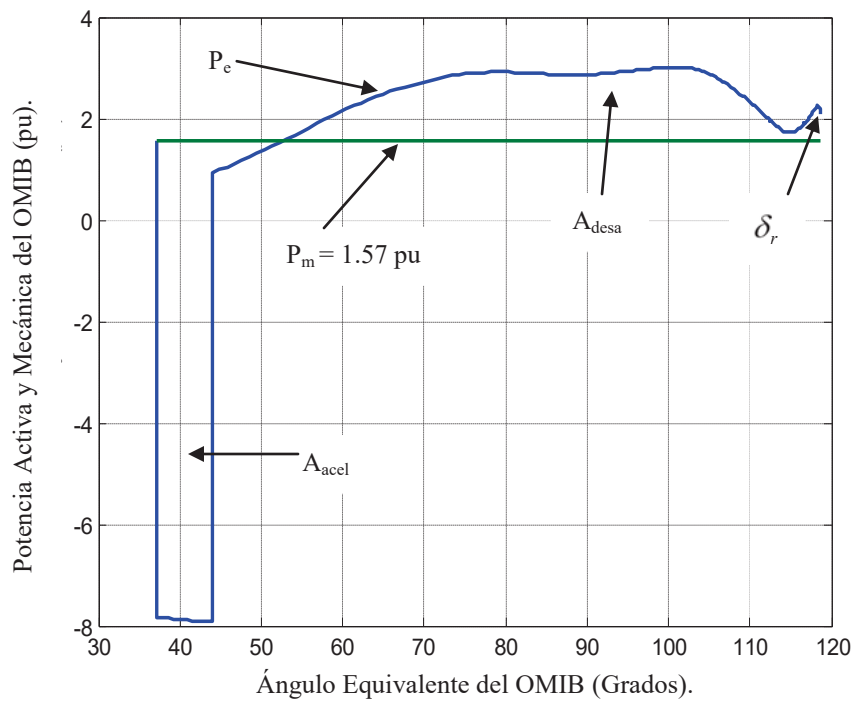


Figura 3.6 Plano Desviación angular-Potencia del sistema mexicano para el caso estable.

En la Figura 3.6 la potencia mecánica del OMIB, es reducida a $P_m = 157$ MW y el sistema ahora es estable con un margen de estabilidad de $\eta_{st} = +0.0057$ pu-rad, y un ángulo de retorno de $\delta_r t_{st} = 118.68^\circ$. La Figura sugiere que para ésta contingencia en particular, el margen de estabilidad puede hacerse cero, decrementando la potencia mecánica del OMIB. Ésta característica es importante en la formulación del método de control preventivo de estabilidad por el método SIME.

3.7 Casos de estudio

En los casos de estudio siguientes, se pretende mostrar que la aplicación del análisis de SIME a un sistema de potencia, permite conocer sus características de estabilidad. Para lograr lo anterior, en esta Tesis se utilizan los programas de TS y SIME elaborados en [Pizano-Martínez10a].

3.7.1 Sistema IEEE de 9 nodos

En éste sistema se considera el escenario de falla siguiente: La ocurrencia de una falla trifásica sólida a tierra que ocurre cerca del nodo 7, y su liberación después de 350 ms, mediante la salida de operación de la línea 7-5. El análisis de SIME, se aplica considerando como estado de pre-disturbio, al punto de equilibrio ω_{eq} obtenido con OPF (capítulo anterior), considerando como función objetivo la minimización del costo de producción de energía eléctrica. Ante el escenario de contingencia especificado, se determina que el sistema es inestable, perdiendo sincronismo en $t_{inst} = 530$ ms, con un ángulo de inestabilidad de $\delta_{inst} t_{inst} = 161.40^\circ$, tal como se muestra Figura 3.7.

En la Figura 3.7 se muestra el plano de la Desviación Angular-Potencia del OMIB, donde se observa cómo el rotor del OMIB se acelera durante el tiempo de aplicación de la falla, y este se comienza a desacelerar una vez que se libera la falla; sin embargo, el OMIB no alcanza a desacelerarse lo suficiente, por lo que la potencia eléctrica cruza la curva de la potencia mecánica, originándose la pérdida de sincronismo debido a que la desviación angular del OMIB, se sigue incrementando indefinidamente, ó dicho de otra manera, el área acelerante es mayor que el área desacelerante produciéndose la pérdida de sincronismo.

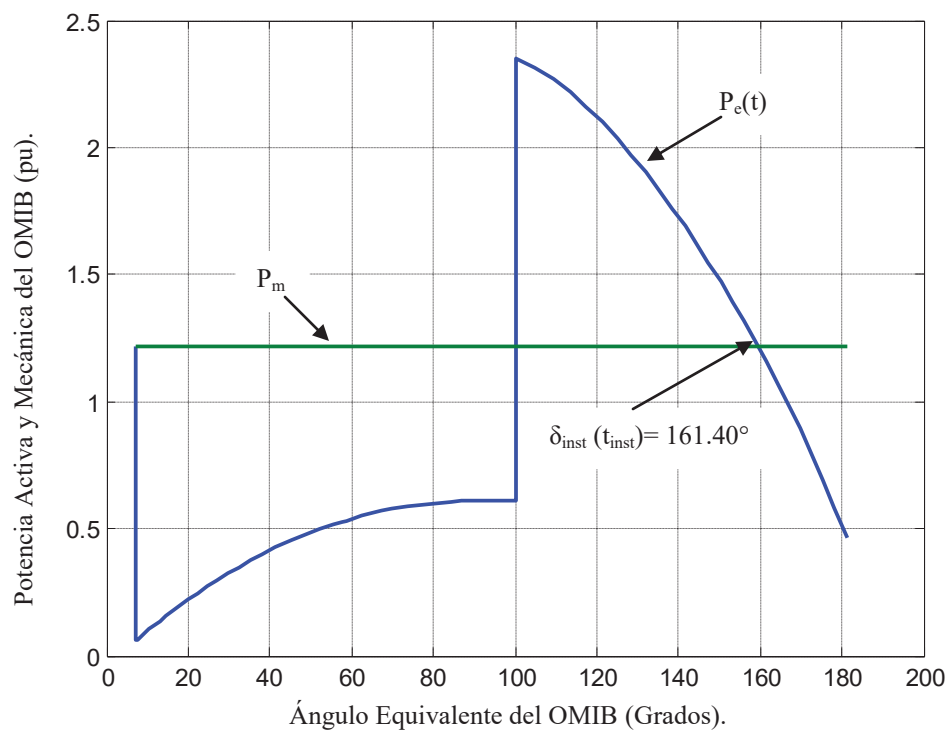


Figura 3.7 Plano Desviación angular-Potencia del sistema de 9 nodos.

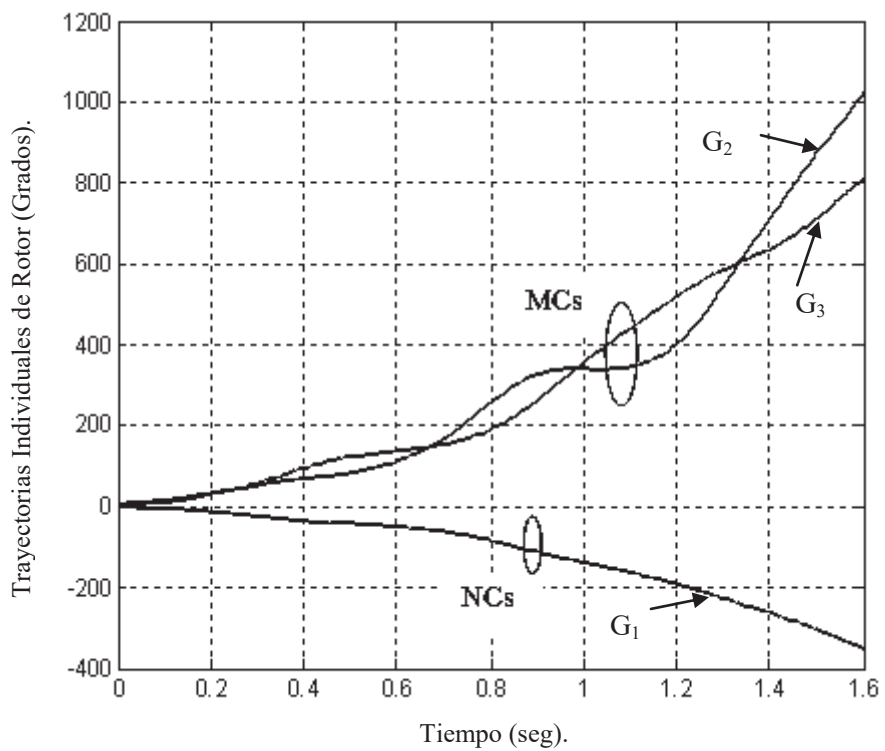


Figura 3.8 Desviaciones angulares individuales del sistema de 9 nodos.

En la Figura 3.8, se muestran las desviaciones de rotor individuales, observándose la separación de las máquinas del sistema en dos grupos: las máquinas 2 y 3 son críticas debido a que su apertura angular se incrementa indefinidamente, perdiendo así el sincronismo, mientras que la máquina no crítica es la 1.

Éste sistema posee un tiempo crítico de liberación de la falla de $t_{cr} = 316.1$ ms, por lo tanto el sistema es capaz de mantener el sincronismo si la contingencia especificada, es eliminada en un tiempo menor o igual a t_{cr} . Lo anterior se muestra en la Figura 3.9, donde se observa que la potencia eléctrica del OMIB, no vuelve a cruzar la potencia mecánica una vez que se libera la falla en t_{cr} , ya que la desviación angular del OMIB comienza a disminuir una vez que alcanza el ángulo de retorno $\delta_r(t_{cr}) = 138.35^\circ$.

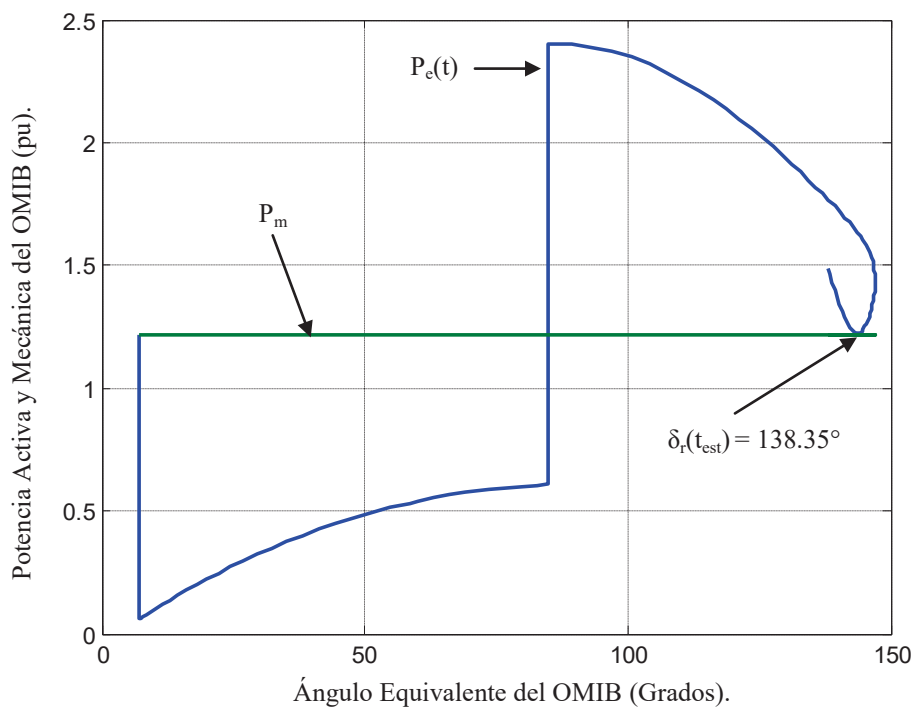


Figura 3.9 Desviación Angular-Potencia del OMIB para el tiempo t_{cr} .

El análisis de SIME, ha sido aplicado nuevamente, pero ahora considerando como condición de pre-disturbio, a los puntos de equilibrio δ_{max} y δ_{min} calculados por medio de las metodologías presentadas en las Secciones 2.6.4 y 2.6.5 (en este caso se obtuvo el mismo punto de equilibrio con ambas metodologías). El sistema eléctrico, es también inestable, tal y como se muestra en la Figura 3.10. De ésta figura se observa que el efecto de la contingencia, para este punto de equilibrio es mucho más severo, con respecto

al punto de equilibrio obtenido con OPF, ya que el área de desaceleración, es muy menor con respecto al área de aceleración, esto es debido a que el sistema se encuentra más estresado operando en los puntos δ_{max} y δ_{eq} , por lo que el sistema pierde sincronismo, en $t_{inst} = 360$ ms con un ángulo de inestabilidad igual a $\delta_{inst}(t_{inst}) = 146.20^\circ$.

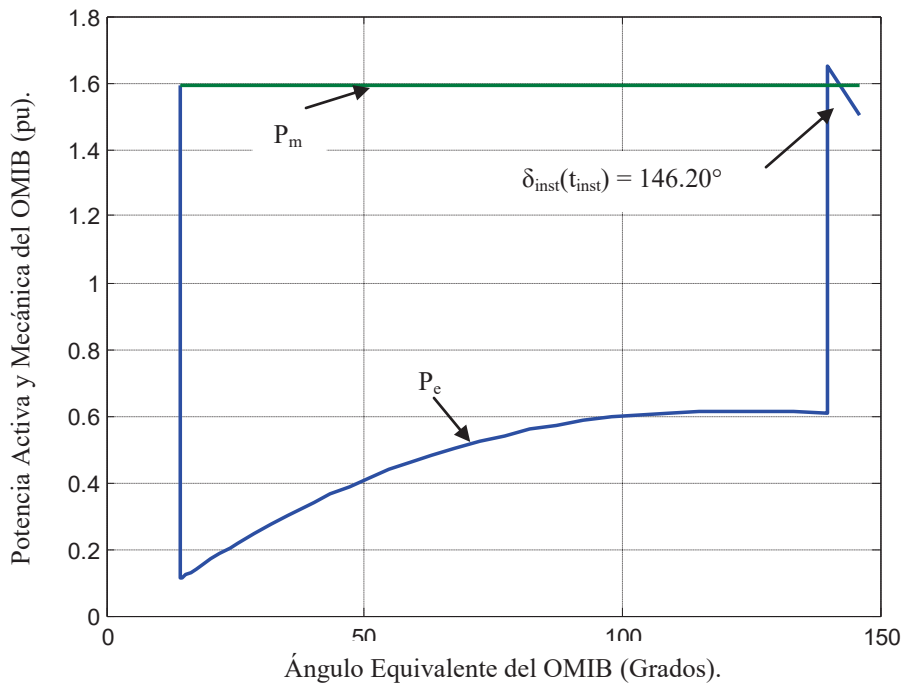


Figura 3.10 Desviación Angular-Potencia para caso δ_{max} y δ_{eq} .

3.7.2 Sistema de Nueva Inglaterra de 39 nodos

Para los puntos de equilibrio obtenidos en la Sección 2.7.2 del Capítulo anterior, se considera una contingencia producida por una falla trifásica sólida a tierra cerca del nodo 29, liberada después de 100 ms mediante la salida de operación de la línea 28-29.

El método SIME, es aplicado para determinar la estabilidad transitoria del punto de equilibrio δ_{eq} , considerando la contingencia descrita, obteniéndose el plano Desviación Angular-Potencia del OMIB de la Figura 3.11. En éste caso, el OMIB pierde sincronismo cuando el ángulo de su rotor alcanza los 125.66° , en el tiempo $t_{inst} = 520$ ms, que es el

momento en que la potencia eléctrica del OMIB cruza la potencia mecánica. En la Figura 3.12, se presentan las trayectorias individuales de rotor de las máquinas del sistema, donde se muestra que el generador 38, es la máquina crítica debido a que su desviación angular crece indefinidamente, mientras que las máquinas restantes son no críticas.

Para este punto de equilibrio, se tiene que el tiempo crítico de liberación de la falla es de $t_{\text{lib}} = 86.4$ ms. Repitiendo el estudio anterior, pero con un tiempo de liberación de falla igual, a t_{lib} se logra mantener la estabilidad del sistema, tal y como se muestra en la Figura 3.13. En éste caso, la potencia eléctrica del OMIB no alcanza a cruzar la potencia mecánica, ya que la apertura angular del OMIB, comienza a disminuir una vez que alcanza el ángulo de retorno δ_r , $t_{\text{lib}} = 115.19^\circ$, tal que la energía desacelerante del rotor del OMIB evita que el sistema pierda el sincronismo.

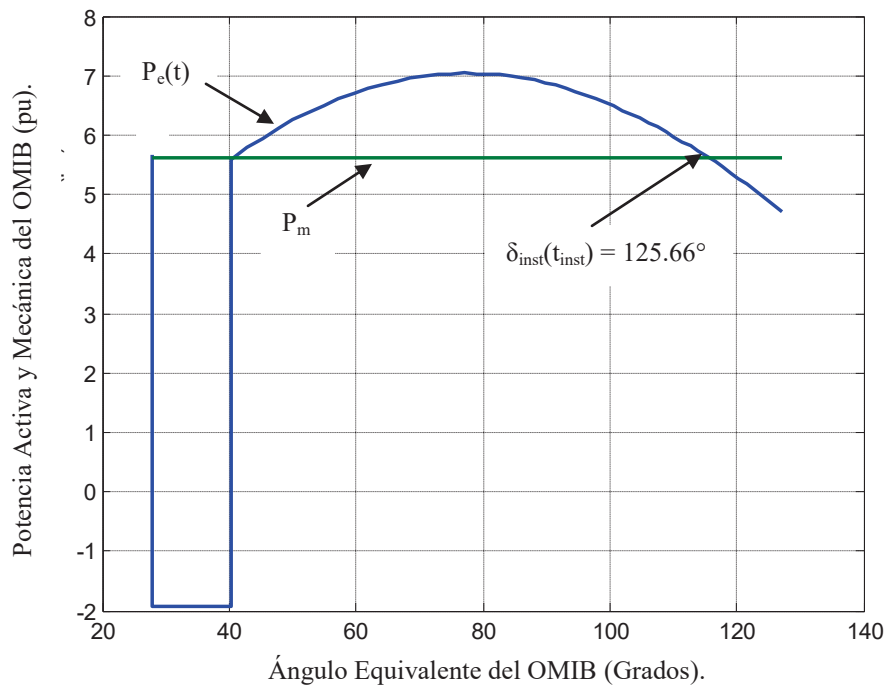


Figura 3.11 Plano Desviación angular-Potencia del sistema de 39 nodos.

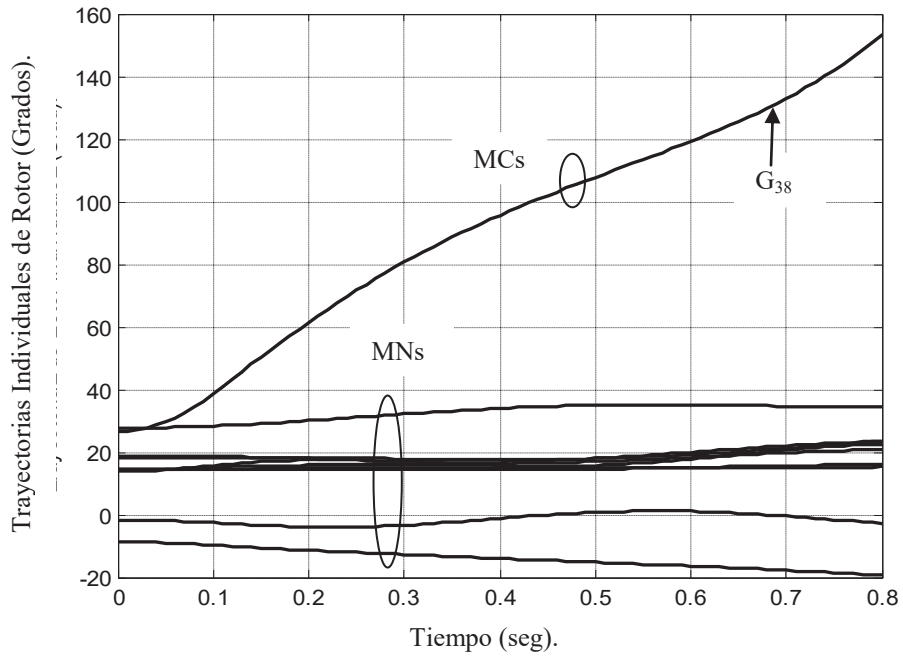


Figura 3.12 Desviaciones angulares individuales del sistema de 39 nodos.

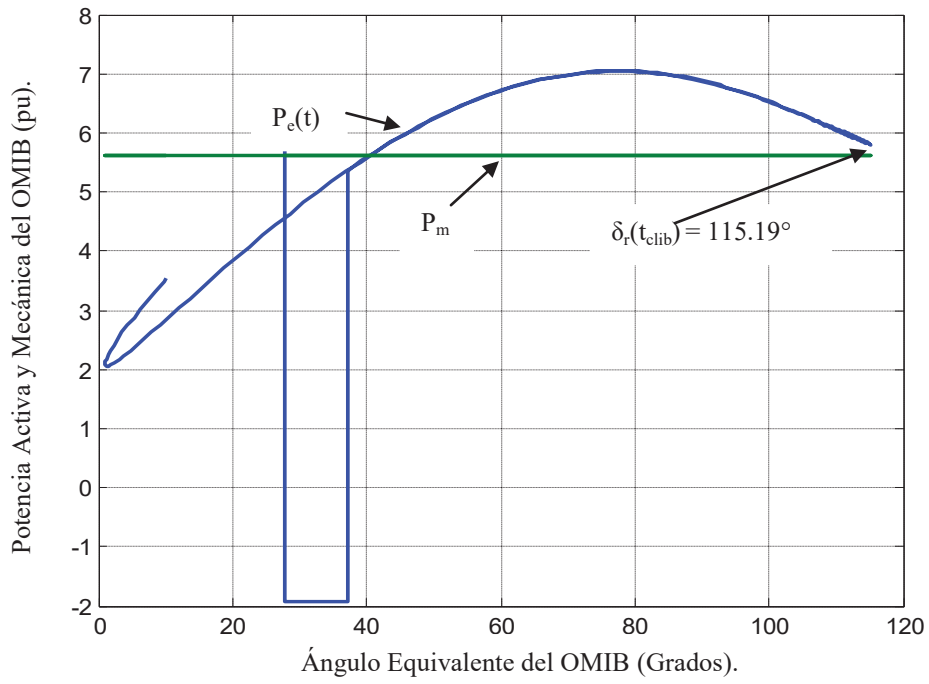


Figura 3.13 Desviación Angular-Potencia del OMIB para el tiempo t_{clib} .

En la Figura 3.14, se presenta el plano Desviación Angular-Potencia del OMIB, cuando se considera la contingencia antes mencionada, con el tiempo de liberación de 100 ms y el punto de equilibrio δ_{max} . En éste caso el OMIB, también pierde el sincronismo a los 360 ms, con un ángulo de inestabilidad igual a $\delta_{inst}(t_{inst}) = 103.96^\circ$. Si se analiza la Figura 3.14, se nota que la inestabilidad es inminente, ya que el área de aceleración es mayor que el área de desaceleración. Por último si se considera la misma contingencia, y el punto de equilibrio δ_{eq} , se tiene que el OMIB equivalente del sistema multi-máquina también es inestable con un ángulo de inestabilidad $\delta_{inst}(t_{inst}) = 109.35^\circ$, en un tiempo igual a 360 ms, como se muestra gráficamente en la Figura 3.15.

Si se comparan los ángulos de inestabilidad, mostrados en las Figuras 3.11, 3.14 y 3.15, se tiene que el escenario de contingencia del OMIB, es más severo para el punto de equilibrio δ_{max} , seguido en grado de severidad por punto de operación δ_{op} , y finalmente el caso menos inestable corresponde al punto de equilibrio δ_{eq} .

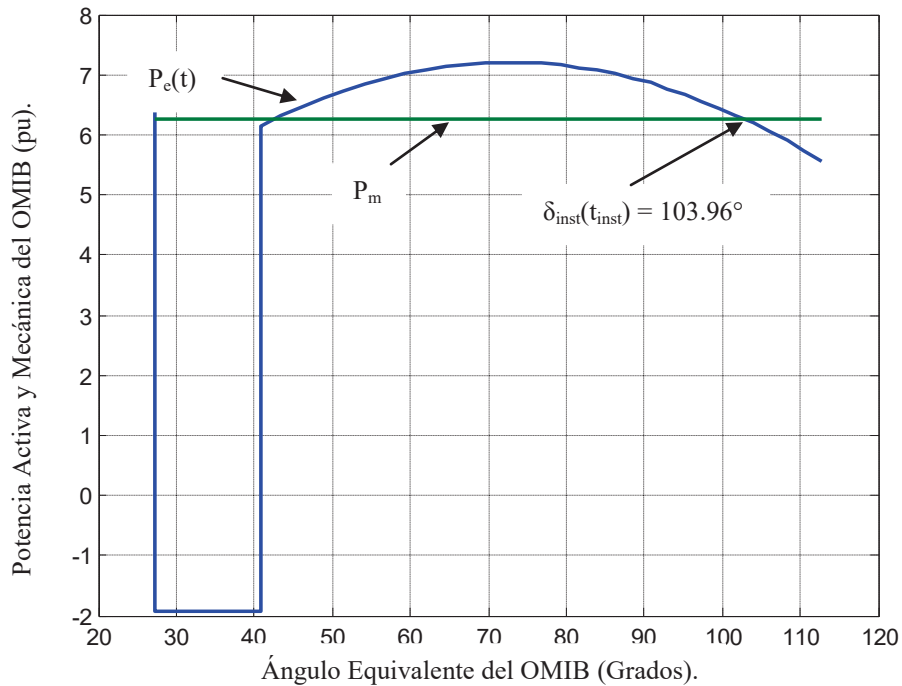


Figura 3.14 Plano Desviación Angular-Potencia para caso δ_{max} .

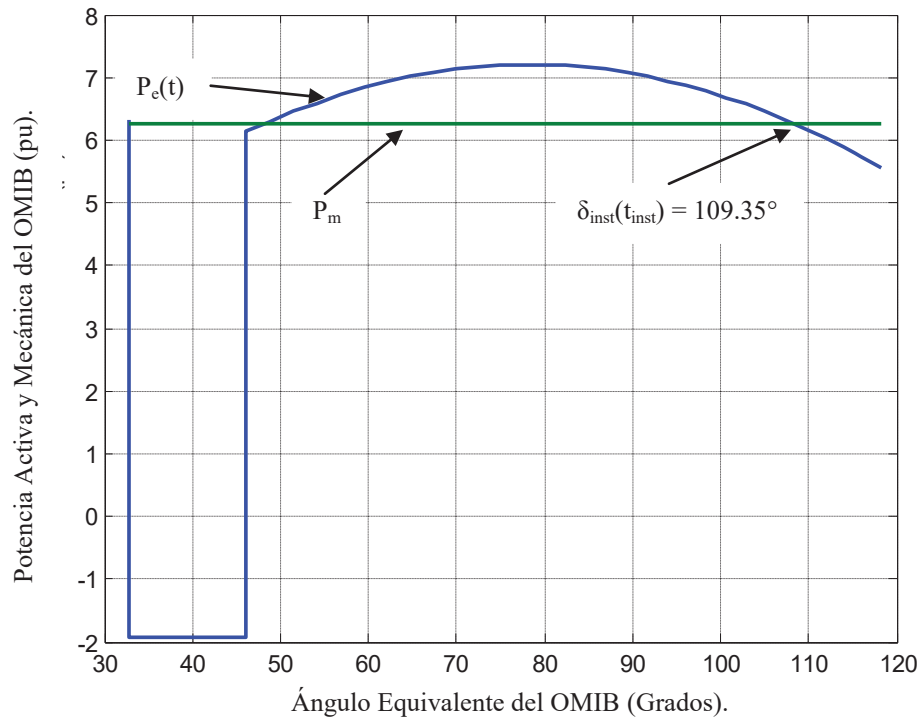


Figura 3.15 Desviación Angular-Potencia para caso $\square\square\square_{\square}$.

3.7.3 Sistema Mexicano de 190 nodos

Para el análisis de éste sistema, se supone que ocurre una falla trifásica sólida a tierra cerca del nodo 183, y que es liberada después de 150 ms, mediante la salida de operación de la línea 185-183. Se consideran tres diferentes condiciones de pre-disturbio, definidas cada una de ellas por los puntos de equilibrio $\square\square\square_{\square}$, $\square\square\square_{max}$ y $\square\square\square_{\square}$ obtenidos en la sección 2.7.3 del Capítulo 2.

Para el punto de operación definido por $\square\square\square_{\square}$, se tiene que el sistema OMIB es inestable, tal como se muestra en la Figura 3.16, donde se observa como el sistema OMIB, pierde sincronismo cuando su apertura angular alcanza los 123.35° .

En la Figura 3.17, se muestra la separación de las máquinas del sistema en dos grupos, el grupo de máquinas críticas consiste de 16 generadores, mientras que el grupo de máquinas no críticas está integrado por 30 generadores.

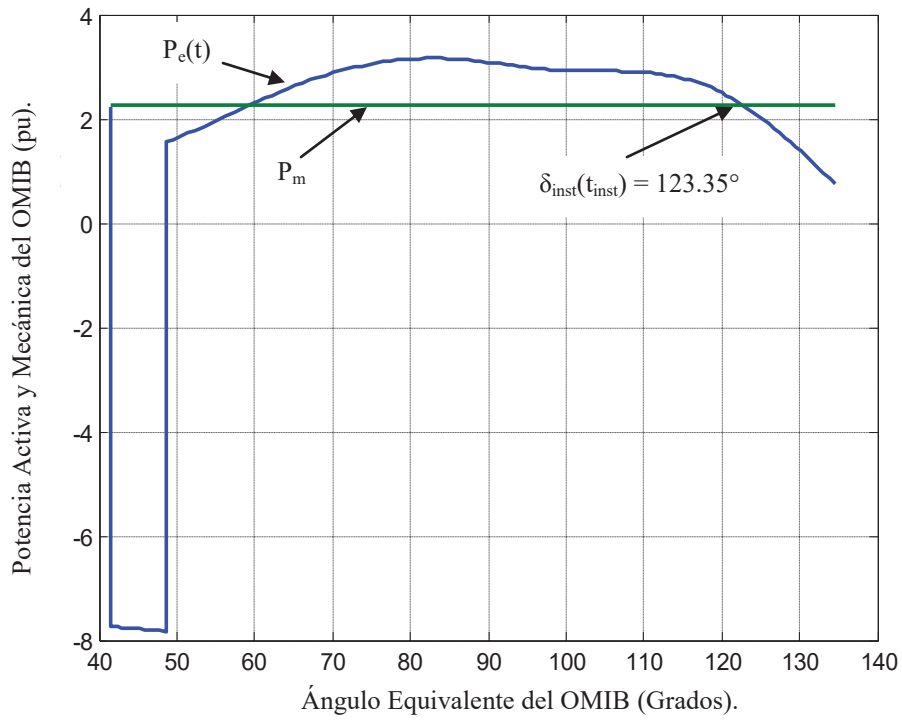


Figura 3.16 Plano Desviación Angular-Potencia para caso □□□□.

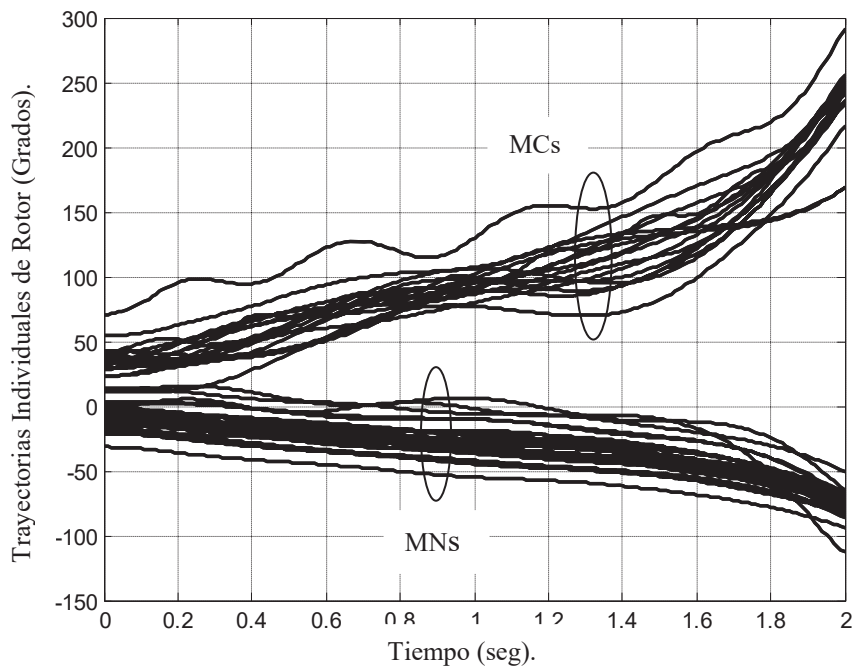


Figura 3.17 Desviaciones angulares individuales del sistema Mexicano.

Éste sistema posee un tiempo crítico de liberación de la falla igual $t_{lib} = 105$ ms, y un ángulo de retorno igual a $\delta_r = 113.74^\circ$, como se muestra en la Figura 3.18.

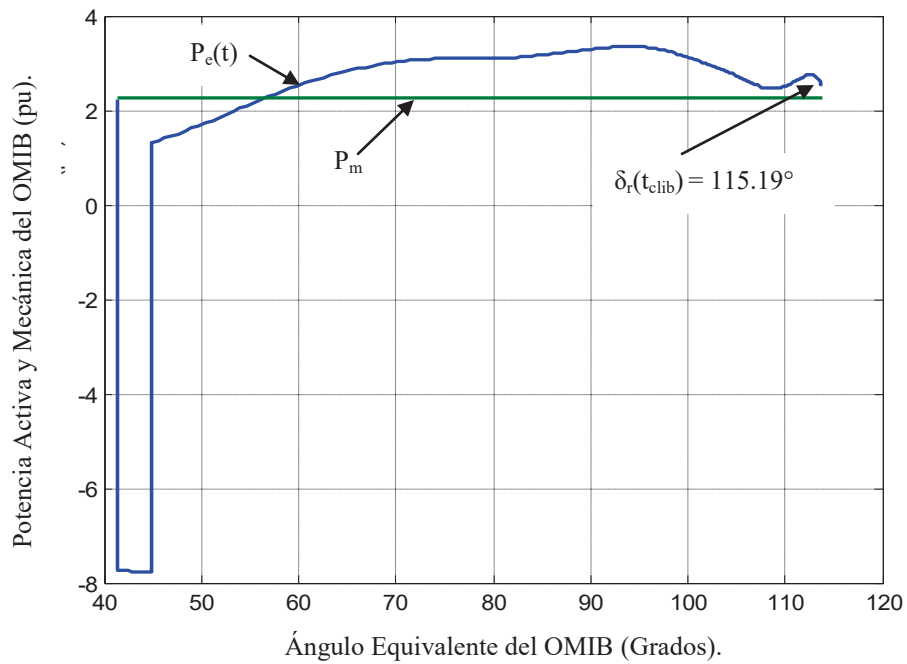


Figura 3.18 Desviación Angular-Potencia del OMIB para el tiempo t_{lib} .

Finalmente los puntos de equilibrio δ_{max} y δ_{min} , también son inestables para la contingencia originalmente definida, como se muestra en las Figuras 3.19 y 3.20.

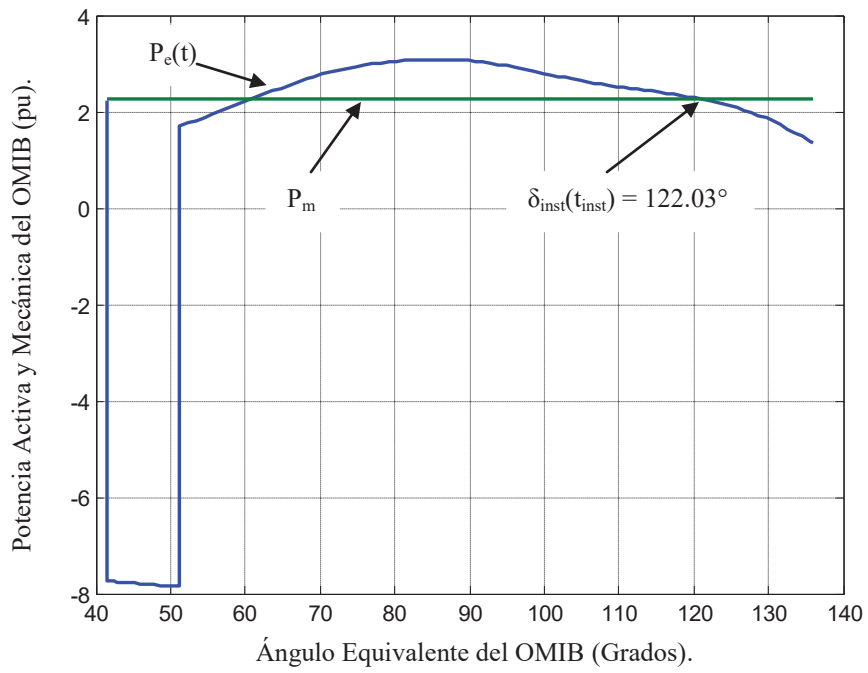


Figura 3.19 Plano Desviación Angular-Potencia para caso □□□_{max}.

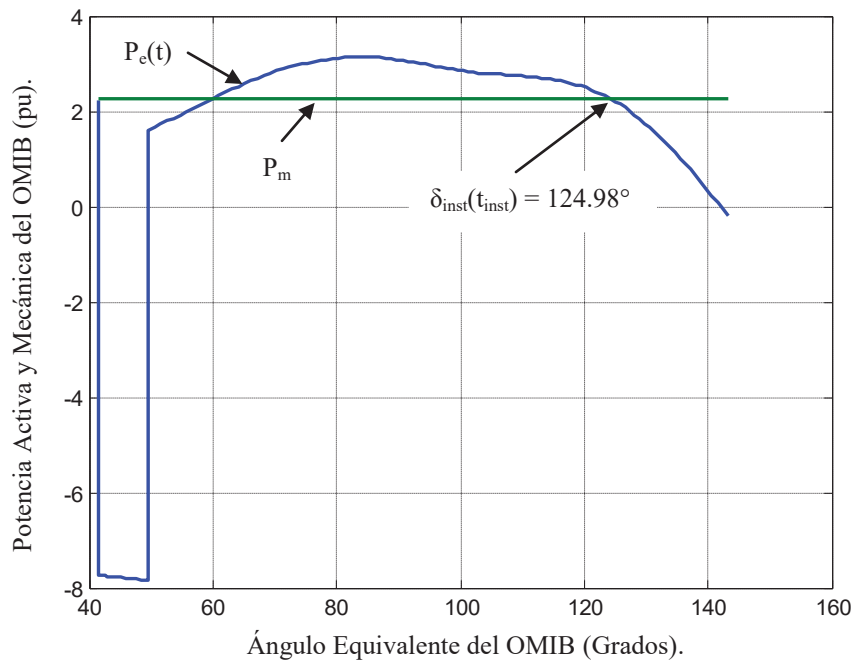


Figura 3.20 Plano Desviación Angular-Potencia para caso □□□_□.

3.8 Conclusiones

En éste Capítulo se presentaron las bases teóricas para evaluar la estabilidad transitoria, y el control preventivo de un sistema eléctrico. El modelo de T-D fué expresado de acuerdo al modelo Implícito Simultaneo, el cual considera el Modelo de Preservación de la Estructura de la Red (MPER). Así como también, se presentaron las bases teóricas del método de SIME, el cual se basa en la suposición, de que el mecanismo de pérdida de sincronismo en un sistema de potencia, se origina de la separación irrevocable de sus máquinas en dos grupos, el método de SIME, reduce las trayectorias de un sistema multi-máquina, a una sola trayectoria equivalente OMIB. Utilizando el método de SIME, se mostró que los puntos de operación de estado estacionario δ_{est} , δ_{max} y δ_{cr} obtenidos en el Capítulo anterior, son transitoriamente inestables para una misma contingencia considerada, originándose con ésto la necesidad de adoptar una técnica de control preventivo, que sea capaz de proporcionar un valor de ATC transitoriamente estable.

Capítulo 4

Flujos de Potencia Óptimos con Restricciones de Estabilidad Transitoria (TSC-OPF)

El problema de Flujos de Potencia Óptimos con Restricciones de Estabilidad Transitoria (TSC-OPF), se puede definir como un problema de optimización no lineal restringida, que obtiene como solución un punto de equilibrio óptimo transitoriamente estable, que le permite al sistema de potencia mantener su sincronismo, ante un conjunto de contingencias previamente seleccionadas. En éste Capítulo se describe la formulación matemática general de TSC-OPF, y su aplicación para el control preventivo de estabilidad transitoria, considerando tanto aspectos económicos como de transferencia energética en la operación del sistema eléctrico.

4.1 Formulación general de TSC-OPF

La formulación de TSC-OPF, puede ser definida como un problema de optimización no lineal, en el espacio funcional del tiempo con restricciones algebraicas y diferenciales. Considerando por simplicidad de notación un solo escenario de contingencia, el modelo matemático general para TSC-OPF, desde el tiempo de inicio del disturbio t_0 , hasta el tiempo de liberación de la falla t_{in} , y desde este tiempo hasta el tiempo t_{im} seleccionado heurísticamente como el fin del período del tiempo de estudio, $\Omega = (t_0, t_{in}] \cup (t_{in}, t_{im}]$, se formula como [Gan00], [Pizano-Martínez10b]:

$$\min_{\mathbf{x}, \mathbf{y}} J(\mathbf{x}(t), \mathbf{y}(t), \Omega) \quad (4.1)$$

Sujeta a

- i) Restricciones de estado estacionario:

$$\mathbf{x}^{t_0}, \mathbf{y}^{t_0}, \Omega = 0 \quad (4.2)$$

$$\mathbf{x}^{t_0}, \mathbf{y}^{t_0}, \mathbf{u} \leq 0 \quad (4.3)$$

$$\mathbf{u}^{\min} \leq \mathbf{u} \leq \mathbf{u}^{\max} \quad (4.4)$$

$$\mathbf{f}_0(\mathbf{x}^{t_0}, \mathbf{y}^{t_0}) = 0 \quad (4.5)$$

ii) Restricciones dinámicas:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{y}(t), \mathbf{u}), \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}^{t_0}, \quad \mathbf{y}(t_0) = \mathbf{y}^{t_0}, \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (4.6)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{y}(t), \mathbf{u}) = 0, \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (4.7)$$

iii) Restricciones de estabilidad transitoria:

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}(t), \mathbf{y}(t), \mathbf{u}) \leq 0, \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (4.8)$$

donde $\mathbf{u} \in \mathcal{R}^{n_u}$, es un vector de variables de control con límite superior e inferior \mathbf{u}^{\max} , y \mathbf{u}^{\min} . Los valores de las variables de estado y algebraicas, durante el período transitorio del sistema de potencia, están dadas por $\mathbf{x}(t) \in \mathcal{R}^{n_x}$ y $\mathbf{y}(t) \in \mathcal{R}^{n_y}$, respectivamente, con sus valores de estado estacionario (o condiciones iniciales) representados por un vector de variables $\mathbf{x}^{t_0} \in \mathcal{R}^{n_x}$ y $\mathbf{y}^{t_0} \in \mathcal{R}^{n_y}$. La solución del modelo de programación descrito por (4.1)-(4.8), proporciona un punto de equilibrio óptimo en estado estacionario, que minimiza la función objetivo $\mathbf{f}_0(\cdot) : \mathcal{R}^{(n_x+n_y+n_u)} \rightarrow \mathcal{R}$, dentro de la región factible que está limitada por los tres conjuntos de restricciones i), ii) y iii).

4.1.1 Restricciones de estado estacionario

El conjunto de restricciones de estado estacionario (4.2)-(4.5), están relacionadas con las ecuaciones de balance de potencia $\mathbf{f}_0(\cdot) : \mathcal{R}^{n_x+n_y} \rightarrow \mathcal{R}^{n_x}$, límites físicos y de operación del sistema $\mathbf{g}(\cdot) : \mathcal{R}^{n_x+n_y} \rightarrow \mathcal{R}^{n_g}$, límites de las variables de control $\mathbf{h}(\cdot)$, y las ecuaciones de las condiciones iniciales para las variables de estado $\mathbf{f}_0(\cdot) : \mathcal{R}^{n_x+n_y} \rightarrow \mathcal{R}^{n_x}$.

4.1.2 Restricciones dinámicas

Las restricciones de igualdad dinámicas (4.6) y (4.7), son formuladas mediante un conjunto de ecuaciones diferencial-algebraico (EDA), las cuales representan en su forma más simple a las llamadas ecuaciones de oscilación, y a las ecuaciones de balance de potencia nodal a través de las funciones $\mathbf{f} : \mathbb{R}^{n_\omega+n_\omega+n_\omega} \mathbf{x} \rightarrow \mathbb{R}^{n_\omega}$ y $\mathbf{g} : \mathbb{R}^{n_\omega+n_\omega+n_\omega} \mathbf{x} \rightarrow \mathbb{R}^{n_\omega}$, respectivamente. El conjunto de restricciones (4.6), debe ser modelado algebraicamente para que pueda ser considerado en la formulación de OPF, de tal manera que es transformado a un conjunto de ecuaciones de diferencia (algebraico), mediante la aplicación de la regla trapezoidal implícita [La Scala98]. Dado que el conjunto de restricciones de las ecuaciones diferencio-algebraicas, se debe satisfacer para cada paso de tiempo Δt del intervalo del tiempo de integración \mathbf{t} , el número de restricciones a ser considerado, es igual al número de intervalos discretizados que se considera en el proceso de optimización [Gan00].

4.1.3 Restricción de estabilidad transitoria

Las restricciones $\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}) : \mathbb{R}^{n_\omega+n_\omega+n_\omega} \mathbf{x} \rightarrow \mathbb{R}^{n_\omega}$, son impuestas a la dinámica del sistema obtenida de (4.6) y (4.7), para asegurar que los generadores síncronos mantengan la estabilidad en respuesta a una contingencia especificada. El número de restricciones n_ω que será incluida en (4.8), es una función directa del índice de estabilidad transitoria que se adopte en la formulación [Pizano-Martínez10b].

4.2 Descripción de TSC-OPF

Una vez definida la formulación general de TSC-OPF, es conveniente describir explícitamente las Ecuaciones (4.1)-(4.8), que serán consideradas en el algoritmo desarrollado en ésta Tesis.

4.2.1 Formulación explícita de TSC-OPF

La función objetivo, que representa la minimización del costo total de generación de potencia activa, y se expresa como:

$$C(\cdot) = \sum_{i=1}^{n_g} (C_i^{t_0}) = \sum_{i=1}^{n_g} \left[C_i + C_i^l t_i + C_i^q t_i^2 \right] \quad (4.9)$$

Como se mencionó en la Sección 2.3.5, los coeficientes C_i , C_i^l y C_i^q corresponden al término constante, lineal y cuadrático del polinomio que aproxima a la curva de costo del generador i , respectivamente; t_i es la potencia activa generada por la unidad i .

4.2.2 Restricciones de estado estacionario

El conjunto de restricciones de estado estacionario, se compone por las ecuaciones de balance de potencia activa y reactiva para cada nodo del sistema, límites operativos de los componentes del sistema y condiciones iniciales de los generadores.

El conjunto de Ecuaciones (4.10), representan el balance energético de todos los nodos de la red eléctrica, el cual se debe cumplir incondicionalmente.

$$P_i^{t_0} = \begin{cases} P_i^{t_0} - P_i^{t_0} - \sum_{j \in i} P_{ij}^{t_0} \\ Q_i^{t_0} - Q_i^{t_0} - \sum_{j \in i} Q_{ij}^{t_0} \end{cases} = 0 \quad \forall i = 1, \dots, n_b \quad (4.10)$$

donde,

$$P_{ij}^{t_0} = P_{ii} t_i^2 + P_{ij} t_i t_j \left[P_{ij} \cos \theta_i^{t_0} - \theta_{ij}^{t_0} + P_{ij} \sin \theta_i^{t_0} - \theta_{ij}^{t_0} \right] \quad (4.11)$$

$$Q_{ij}^{t_0} = -P_{ii} t_i^2 + P_{ij} t_i t_j \left[P_{ij} \cos \theta_i^{t_0} - \theta_{ij}^{t_0} - P_{ij} \sin \theta_i^{t_0} - \theta_{ij}^{t_0} \right] \quad (4.12)$$

donde $P_i^{t_0}$ y $Q_i^{t_0}$, son la potencia activa y reactiva producida por el generador i , respectivamente; $P_{ij}^{t_0}$ y $Q_{ij}^{t_0}$, es el flujo de potencia activa y reactiva inyectada al nodo i del elemento de transmisión conectado entre los nodos i - j ; $P_{ij}^{t_0}$ y $Q_{ij}^{t_0}$, es la potencia

activa y reactiva demandada por la carga conectada al nodo i ; $\square_i^{t_0}$ y $\square_{\square}^{t_0}$, es la magnitud de voltaje en el nodo i y \square . Mientras que, $\square_{i\square} + \square_{i\square}$ es la admitancia nodal para $\square=i, \square$; $\square=i, \square$.

Las Ecuaciones (4.13)-(4.15), representan los límites físicos y operativos de cada uno de los elementos del sistema de potencia, éstos garantizan su seguridad y su correcta operación.

$$\square_i^{t_0} \leq \square_i^{t_0 \min} \leq \square_i^{t_0} \leq \square_i^{t_0 \max}, \quad i = 1, \dots, \square_{\square} \quad (4.13)$$

$$\square_{\square}^{t_0} \leq \square_{\square}^{t_0 \min} \leq \square_{\square}^{t_0} \leq \square_{\square}^{t_0 \max}, \quad i = 1, \dots, \square_{\square} \quad (4.14)$$

$$\square_i^{t_0 \min} \leq \square_i^{t_0} \leq \square_i^{t_0 \max}, \quad i = 1, \dots, \square_{\square} \quad (4.15)$$

donde $\square_i^{t_0 \min}$ y $\square_{\square}^{t_0 \min}$, es el límite inferior de generación de potencia activa y reactiva del generador i ; $\square_i^{t_0 \max}$ y $\square_{\square}^{t_0 \max}$, son el límite superior de generación de potencia activa y reactiva del generador i . $\square_i^{t_0 \min}$ y $\square_i^{t_0 \max}$, es el límite inferior y superior de la magnitud de voltaje del nodo i .

Para obtener los valores iniciales del ángulo de rotor $\delta_i^{t_0}$, velocidad $\omega_i^{t_0}$ y el voltaje constante \square_i en las ecuaciones dinámicas, se emplean las Ecuaciones (4.16)-(4.18):

$$\square_i^{t_0} \cdot \begin{cases} \frac{\square_i \square_{\square}^{t_0} \sin \delta_i^{t_0} - \theta_i^{t_0}}{\square_{\square}'} - \square_{\square}^{t_0} = 0, & i = 1, \dots, \square_{\square} \quad (4.16) \\ \frac{\square_i \square_{\square}^{t_0} \cos \delta_i^{t_0} - \theta_i^{t_0}}{\square_{\square}'} - \square_{\square}^{t_0} = 0, & i = 1, \dots, \square_{\square} \quad (4.17) \\ \omega_i^{t_0} = \omega_s, & i = 1, \dots, \square_{\square} \quad (4.18) \end{cases}$$

donde $\square_i^{t_0}$ y $\theta_i^{t_0}$, es la magnitud y ángulo de voltaje del nodo i , respectivamente. \square_{\square}' es la reactancia transitoria de eje directo, y ω_s es la velocidad síncrona.

4.2.3 Restricciones dinámicas

Este complejo grupo de restricciones, se encuentra formado por las ecuaciones de balance de potencia (algebraicas), que deben cumplirse en todo tiempo durante el estado transitorio de la red eléctrica, y por las ecuaciones dinámicas (diferenciales) de las unidades de generación, representadas por las ecuaciones de oscilación. El primer conjunto de ecuaciones está dado por:

$$P_i^t - P_{G_i}^t - \sum_{j \in i} P_{m_{ij}}^t = 0, \quad i = 1, \dots, n_g \quad (4.19)$$

$$Q_i^t - Q_{G_i}^t - \sum_{j \in i} Q_{m_{ij}}^t = 0, \quad i = 1, \dots, n_g \quad (4.20)$$

donde,

$$P_i^t = \frac{V_i^t V_j^t}{L_{ij}'} \sin \delta_i^t - \theta_j^t \quad (4.21)$$

$$Q_i^t = -\frac{V_i^t{}^2}{L_{ii}'} + \frac{V_i^t V_j^t}{L_{ij}'} \cos \delta_i^t - \theta_j^t \quad (4.22)$$

$$P_{G_i}^t(V_i) = P_{G_i}^{t_0} \left(\frac{V_i^t}{V_i^{t_0}} \right)^2 \quad (4.23)$$

$$Q_{G_i}^t(V_i) = Q_{G_i}^{t_0} \left(\frac{V_i^t}{V_i^{t_0}} \right)^2 \quad (4.24)$$

$$P_{m_{ij}}^t = P_{ii}^t V_i^t{}^2 + P_{ij}^t V_i^t V_j^t \left[P_{ij}^t \cos \theta_i^t - \theta_j^t + Q_{ij}^t \sin \theta_i^t - \theta_j^t \right] \quad (4.25)$$

$$Q_{m_{ij}}^t = -P_{ii}^t V_i^t{}^2 + P_{ij}^t V_i^t V_j^t \left[P_{ij}^t \cos \theta_i^t - \theta_j^t - Q_{ij}^t \sin \theta_i^t - \theta_j^t \right] \quad (4.26)$$

y donde para un tiempo específico t , del estado transitorio se tiene que P_i^t y Q_i^t , es la potencia activa y reactiva generada en el nodo i ; $P_{G_i}^t$ y $Q_{G_i}^t$, es la potencia activa y reactiva demandada por la carga conectada al nodo i ; $P_{m_{ij}}^t$ y $Q_{m_{ij}}^t$, es el flujo potencia activa y reactiva inyectada al nodo i , del elemento de transmisión conectado entre los nodos i y j ; y δ_i^t es la variable de estado que representa la posición del rotor del generador.

Además de las ecuaciones no lineales (4.19) y (4.20), que representan el balance de potencia en cada nodo de la red, las ecuaciones diferenciales que representan la dinámica del sistema se deben convertir a ecuaciones de diferencias, como se propone en la Sección 4.1.2. De tal manera, que el conjunto discretizado de ecuaciones es:

$$\begin{cases} \phi_{\delta}(\cdot) = \left(\delta_i^t - \frac{\Delta t}{2} \Delta \omega_i^t \right) - \left(\delta_i^{t-\Delta t} + \frac{\Delta t}{2} \Delta \omega_i^{t-\Delta t} \right) \\ t \in \square, i = 1, \dots, \square_{\square} \end{cases} \quad (4.27)$$

$$\begin{cases} \phi_{\omega}(\cdot) = \left(\omega_i^t - \frac{\Delta t}{2 \square_i} (\square_{\square}^{t_0} - \square_{\square}^t - \square_i \Delta \omega_i^t) \right) \\ - \left(\omega_i^{t-\Delta t} + \frac{\Delta t}{2 \square_i} (\square_{\square}^{t_0} - \square_{\square}^{t-\Delta t} - \square_i \Delta \omega_i^{t-\Delta t}) \right) \\ t \in \square, i = 1, \dots, \square_{\square} \end{cases} \quad (4.28)$$

donde los elementos de las Ecuaciones (4.27) y (4.28) se describen en la Sección 3.5 de ésta Tesis.

4.2.4 Restricciones de estabilidad transitoria

Las restricciones de estabilidad transitoria, aseguran que los generadores síncronos mantengan la estabilidad en respuesta a una contingencia específica.

Unos de los índices de estabilidad transitoria más usado, es el Centro de Inercia (COI), éste índice describe el comportamiento transitorio de un SEP, usando el COI como marco de referencia. Para un sistema de \square_{\square} generadores con ángulo de rotor δ_i^t , y una constante de inercia \square_{\square} , la posición del COI se define como [Yuan03],

$$\delta_{\square_{\square}}^t = \frac{\sum_{\square=1}^{\square_{\square}} \square_{\square} \delta_{\square}^t}{\sum_{\square=1}^{\square_{\square}} \square_{\square}} \quad (4.29)$$

El ángulo de los generadores con respecto al COI, es usado para indicar si el sistema es estable o inestable utilizando la desigualdad siguiente [Gan00]:

$$\delta_i^t - \delta_{\text{COI}}^t \leq 100^\circ, \quad t \in \Omega, \quad i = 1, \dots, n_g \quad (4.30)$$

Se ha comprobado que los límites del ángulo del rotor, con respecto al COI en la primera oscilación tienen buena precisión, y son consistentes en un período grande de simulación (hasta 5 seg) en el T-D [Yuan03].

4.3 Flujos de Potencia Óptimos con Restricciones de Estabilidad Transitoria en un enfoque global

En ésta Sección, se describe un enfoque recientemente propuesto en [Pizano-Martínez10b], para el control de estabilidad transitoria, donde el número de restricciones dinámicas y transitorias, que se considera en la formulación del TSC-OPF, es remplazado por una sola restricción de estabilidad expresada únicamente, en función de las variables de estado estacionario. A partir de este enfoque se plantea la propuesta investigada en esta Tesis.

4.3.1 Propuesta general

Ésta nueva propuesta general, se formula con la finalidad de reducir considerablemente el tiempo y esfuerzo computacional, con respecto a los enfoques convencionales de TSC-OPF. Para cumplir con éste objetivo, en ésta propuesta no se consideran las restricciones dinámicas, ni las de estabilidad, de manera tal que el TSC-OPF, se formula solamente en términos de las restricciones de estado estacionario, junto con una única restricción de estabilidad explícita, como se describe a continuación,

$$\min_{\mathbf{z}} \quad (4.31)$$

Sujeta a

- Restricciones de estado estacionario:

$$\mathbf{x}^{t_0}, \mathbf{y}^{t_0}, \mathbf{u} = 0 \quad (4.32)$$

$$\mathbf{f}^0(\mathbf{x}^{t_0}, \mathbf{y}^{t_0}, \mathbf{u}) \leq 0 \quad (4.33)$$

$$\mathbf{u}^{\min} \leq \mathbf{u} \leq \mathbf{u}^{\max} \quad (4.34)$$

$$\mathbf{f}^0(\mathbf{x}^{t_0}, \mathbf{y}^{t_0}) = 0 \quad (4.35)$$

- Restricciones de estabilidad transitoria:

$$\mathbf{f}^0(\mathbf{x}^{t_0}, \mathbf{y}^{t_0}, \mathbf{u}) \leq 0 \quad (4.36)$$

Es importante resaltar que en esta formulación, las Ecuaciones (4.31)-(4.35), poseen el mismo significado que el de la estructura convencional de TSC-OPF, presentado en la Sección 4.1. Sin embargo, ésta nueva estructura no considera al conjunto de restricciones (4.6) y (4.7), asociadas al comportamiento dinámico del sistema, esto evita que se incluya en el modelo de optimización, la principal fuente causante del esfuerzo computacional.

La Ecuación (4.36), es formulada explícitamente sólo en términos de variables de estado estacionario. Debido a que en el modelo general (4.31)-(4.35), sólo se consideran variables de estado estacionario, cualquier enfoque convencional de OPF, puede ser fácilmente modificado para implementar éste nuevo modelo.

4.3.2 Nueva restricción de estabilidad transitoria en función de variables de estado estacionario

El método de SIME, lleva a cabo la reducción del modelo multi-máquina, considerando al punto de equilibrio de pre-disturbio, como la condición inicial para la simulación de estabilidad transitoria, tal que el OMIB equivalente crítico, corresponde a la solución de un problema de valor inicial [Pizano-Martínez10b]. En éste contexto, las siguientes observaciones pueden ser enunciadas de la aplicación del teorema de existencia y unicidad, para ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden [Xia06]: i) La trayectoria dinámica del OMIB, está definida únicamente por un punto de operación inicial dado por $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}^c$, ii) Por cada punto del espacio de estado extendido $\mathcal{R}^{n_x+n_y+n_u}$, pasa una y solo una trayectoria dinámica del OMIB; es decir, dos o más trayectorias asociadas a dos o más OMIB, no se cruzan entre sí. Éstas observaciones implican, que una trayectoria estable del OMIB equivalente, limita en todo momento otras trayectorias inestables del OMIB, y para un tiempo de control dado t_{ctrl} , dentro del intervalo de integración Δt , la estabilidad del sistema multi-máquina, se garantizará siempre y cuando la trayectoria angular equivalente del OMIB, permanezca limitada por la desviación angular del OMIB

$\delta_{s_{\text{OMIB}}}(t_{\text{OMIB}})$, de una simulación con margen de estabilidad positivo $\eta > 0$ [Gan00], [Pizano-Martínez10b]. Por lo tanto, la aplicación de éste teorema, es útil en el sentido de que proporciona las condiciones suficientes, para llevar a cabo el control de estabilidad transitoria, mediante el análisis de sensibilidad y el cálculo del índice de estabilidad en cualquier tiempo de control seleccionado $t_{\text{OMIB}} \in [0, t_{\text{inst}}]$, a lo largo de las trayectorias de ángulo del OMIB consideradas en el cálculo. Si el cálculo de sensibilidad se lleva a cabo en $t_{\text{OMIB}} = t_0$, la restricción de estabilidad transitoria, se formula de tal manera que la diferencia entre las potencias mecánicas del OMIB inestable $P_{\text{OMIB inst}}(t_0)$, y el OMIB estable $P_{\text{OMIB s}}(t_0)$ sea reducida a un umbral de potencia mecánica deseado P_{lim}^m (por ejemplo 1×10^{-4}) en el tiempo $t_{\text{OMIB}} = t_0$ [Pizano-Martínez10b],

$$P_{\text{OMIB s}}(t_0) - P_{\text{OMIB inst}}(t_0) - P_{\text{lim}}^m \leq 0 \quad (4.37)$$

La imposición de la restricción de estabilidad transitoria en el tiempo $t_{\text{OMIB}} = t_0$, permite que no sea necesario incluir en la formulación de TSC-OPF, al conjunto de restricciones dinámicas relacionadas con la simulación en el dominio del tiempo. Además, la restricción de estabilidad transitoria, se formula solamente en función de variables de estado estacionario asociadas al período de pre-disturbio.

El método de SIME también ha sido usado para el control de estabilidad transitoria en enfoques secuenciales, donde una contingencia dañina es estabilizada por medio del re-despacho de potencia mecánica de las máquinas críticas, hacia las no críticas. En lugar de considerar la restricción de estabilidad transitoria, dentro de la formulación general de TSC-OPF, el re-despacho se lleva a cabo mediante la modificación de los límites de potencia de salida de las máquinas críticas en el análisis de OPF convencional, para obtener una solución cercana a la óptima [Ruiz-Vega03].

4.4 Formulación de TSC-OPF en función de potencias mecánicas

La formulación propuesta, se basa en el modelo clásico del generador, ignorándose las pérdidas internas de potencia, tal que en estado estacionario la potencia mecánica P_m , de entrada de los generadores, es igual a la potencia eléctrica P_e de salida. Debido a lo anterior y a la relación cuasi-lineal que existe entre η y P_m , la potencia mecánica se utiliza como índice de estabilidad transitoria en la formulación de TSC-OPF dada por,

$$\min_{\mathbf{t}_0} \|\mathbf{r}\|_2 = \sum_{i=1}^n \left(\mathbf{t}_{0i}^2 + \mathbf{t}_{0i}^2 \right)^2 \quad (4.38)$$

Sujeta a

$$\mathbf{t}_{0i} - \mathbf{t}_{0i} - \sum_{i \in \mathcal{I}} \mathbf{t}_{0i} = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (4.39)$$

$$\mathbf{t}_{0i} - \mathbf{t}_{0i} - \sum_{i \in \mathcal{I}} \mathbf{t}_{0i} = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (4.40)$$

$$\mathbf{t}_{0i}^{\min} \leq \mathbf{t}_{0i} \leq \mathbf{t}_{0i}^{\max}, \quad i = 1, \dots, n \quad (4.41)$$

$$\mathbf{t}_{0i}^{\min} \leq \mathbf{t}_{0i} \leq \mathbf{t}_{0i}^{\max}, \quad i = 1, \dots, n \quad (4.42)$$

$$\mathbf{t}_{0i}^{\min} \leq \mathbf{t}_{0i} \leq \mathbf{t}_{0i}^{\max}, \quad i = 1, \dots, n \quad (4.43)$$

$$\mathbf{S} - \mathbf{inst}(t_0) - \mathbf{S}(t_0) - \mathbf{I} \leq 0 \quad (4.44)$$

Debe observarse que en la formulación (4.38)-(4.44), no se incluyen restricciones dinámicas, debido a que la restricción de estabilidad (4.44), es únicamente función de variables de estado estacionario. Otra ventaja que se observa en esta formulación, es que al utilizarse la potencia mecánica como índice de estabilidad, no se requiere incluir las condiciones iniciales (4.16)-(4.18), de las variables de estado que relacionan las variables eléctricas del generador.

Las ventajas del enfoque [Pizano-Martínez10b] presentado en esta Tesis, son la reducción en tamaño y complejidad del problema de optimización, con respecto a otros enfoques presentados en [Gan00], [La Scala98], [Zarate-Miñano10], las cuales son mostradas explícitamente en la Tabla 4.1. En ésta tabla, se muestra una comparación directa entre los modelos de TSC-OPF asociados con diferentes enfoques.

Tabla 4.1 Comparación de dimensiones entre el enfoque presentado y otros enfoques.

| | [Gan00] | [La Scala98] | [Zarate-Miñano10] | [Pizano-Martínez10b] |
|--|---|---|---|----------------------|
| Número de pasos de integración | Arbitrario $N_{np} = (t_{fin} - t_0) / \Delta t$ | Arbitrario $N_{np} = (t_{fin} - t_0) / \Delta t$ | Arbitrario $N_{np} = (t_{fin} - t_0) / \Delta t$ | No arbitrario 0 |
| Número de restricciones de estabilidad | $N_g * N_{np}$ | N_{np} | N_{np} | 1 |
| Número de restricciones dinámicas | $(2N_b + 2N_g) * N_{np}$ | $(2N_b + 2N_g) * N_{np}$ | $(2N_b + 2N_g) * N_{np}$ | 0 |

4.5 Algoritmo para el control de estabilidad transitoria basado en el método de SIME y análisis de sensibilidad

El algoritmo propuesto en [Pizano-Martínez10b], es adoptado en ésta Tesis para lograr el control de estabilidad transitoria, utilizando como parámetro de sensibilidad la P_m . El algoritmo es como sigue,

Paso 1. Punto de operación Inicial base PI^0 , mediante una simulación convencional de OPF.

Paso 2. Para el punto de operación PI^0 de la iteración actual, y un escenario de falla dado, se realiza un análisis de estabilidad transitoria del sistema multi-máquina, mediante el método SIME. Éste análisis permite calcular la estructura del OMIB, y determinar el grado de estabilidad del sistema multi-máquina. Si el OMIB, satisface la condición de estabilidad, ir al paso 8; de lo contrario, se determina el margen de inestabilidad η_{inst} , y se obtiene la potencia mecánica inicial $P_m^{t_0}$ en t_0 del OMIB del sistema multi-máquina. Se procede al paso 3.

Paso 3. Se determina un valor inicial de la potencia mecánica $P_{m \text{ [sp]}}$ del OMIB, que podría satisfacer la condición de estabilidad usando la siguiente Ecuación:

$$P_{m \text{ [sp]}} = P_{m \text{ inst}}^{t_0} - \lambda P_{m \text{ inst}}^{t_0} \quad (4.45)$$

donde λ , representa un decremento usualmente pequeño de $P_{m \text{ inst}}^{t_0}$ en t_0 . λ tiene un valor normalmente de 0.1 y, si es necesario, se cambia como se indica en los pasos 5 ó 6. Se establece el número de iteración n del proceso de estabilización como $n = 1$.

Paso 4. En base a la estructura del último OMIB identificado, y el valor calculado del límite de estabilidad de potencia mecánica $P_{m \text{ [sp]}}$ del OMIB, se formula la restricción de estabilidad (4.44), y se resuelve el modelo TSC-OPF descrito por (4.38)-(4.44), para obtener un nuevo punto de operación inicial PI^n .

Paso 5. Comenzando con el nuevo punto de operación PI^n , calculado en el paso 4, se ejecuta una simulación del método SIME, para identificar su correspondiente OMIB, y determinar su condición de estabilidad. En éste paso se pueden encontrar los siguientes dos casos:

5.1 Si la condición de estabilidad (3.42) se cumple, se calcula el margen de estabilidad $\eta_{\text{st } n}$, y la potencia mecánica inicial del OMIB $P_{m \text{ [st } n]}^{t_0}$ en t_0 . Si $\eta_{\text{st } n} < 0.1$ pu-rad (tolerancia de estabilidad establecida), ir al paso 8 o, si el margen de estabilidad es demasiado conservador, los siguientes dos casos tienen que ser considerados;

- a) Si el algoritmo está en el comienzo de la primera iteración, $n = 1$: se establece $\lambda = 0.5\lambda$ e ir al paso 3.
- b) Si el algoritmo está al comienzo de la segunda iteración o iteración mayor: se establece $\eta_n = \eta_{\text{st } n}$ y $P_m^{t_0} = P_{m \text{ [st } n]}^{t_0}$, entonces se procede al paso 6.

5.2 Si la condición de inestabilidad (3.40) se cumple, se calcula la potencia mecánica inicial $P_{m \text{ [inst } n]}^{t_0}$ del OMIB, y el margen de inestabilidad $\eta_{\text{inst } n}$; se establece $\eta_n = \eta_{\text{inst } n}$ y $P_m^{t_0} = P_{m \text{ [inst } n]}^{t_0}$, entonces se procede al paso 6.

Paso 6. Si y solo si los pares calculados anteriormente $(P_{m \text{ [inst } n]}^{t_0}, \eta_{\text{inst } n})$ y $(P_{m \text{ [st } n]}^{t_0}, \eta_n)$, corresponden a la misma estructura del OMIB, con pérdida de estabilidad en la m -ésima oscilación, se calcula el nuevo valor de $P_{m \text{ [sp]}}$, que puede hacer al sistema marginalmente

estable mediante (4.45); entonces se procede al paso 7. De lo contrario, se establece $\lambda = 0.05$ y si la condición de inestabilidad (3.40) se cumple en el paso 5, se actualiza $P_{m\ inst}^{t_0} = P_{m\ n}^{t_0}$ y $\eta_{inst} = \eta_n$. Regresar al paso 3.

Paso 7. Si la condición de inestabilidad se satisface en el paso 5, se actualiza $P_{m\ inst}^{t_0} = P_{m\ n}^{t_0}$ y $\eta_{inst} = \eta_n$, y se incrementa el contador de iteraciones como $n = n + 1$, de lo contrario, solo se incrementa $n = n + 1$. Entonces ir al paso 4.

Paso 8. El punto de operación inicial, es transitoriamente estable, tal que el control de estabilidad transitoria se ha llevado a cabo. FIN.

4.6 Cálculo de Capacidad de Transferencia (ATC) con restricciones de estabilidad transitoria

La determinación del ATC, puede ser considerado como un problema de flujos de potencia óptimos, con restricciones de seguridad estática y dinámica. Actualmente, se tienen muchos enfoques disponibles para el cálculo del ATC considerando aspectos de seguridad estática, pero debido a que el costo y la pérdida de control asociada a la inestabilidad transitoria es muy costosa, es necesario considerar éste aspecto dinámico en el cálculo de ATC.

4.6.1 Formulación de ATC basado en TSC-OPF

En ésta formulación, se utiliza el enfoque planteado en la Sección 4.4, para establecer el problema del cálculo de capacidad de transferencia, basado en flujos de potencia óptimos con restricciones de estabilidad transitoria (CT-FPO-RET), y de ésta manera evitar incluir en el modelo matemático las ecuaciones de diferencias, correspondientes a las restricciones dinámicas, las cuales son la principal causa de la complejidad.

Para formular el problema de optimización de CT-FPO-RET, en base a las ecuaciones (4.38)-(4.44), únicamente se cambia la función objetivo (4.38), correspondiente al costo de generación, por la Ecuación (2.83) (presentada en el Capítulo 2), correspondiente a la transferencia de potencia. De tal manera, que el problema CT-FPO-RET se formula como,

$$P_{mi} - P_{ci} = - \sum_{i \in \Omega_{ij}, i \in \Omega_{ci}} P_{inij}^2 - P_{ij} (\cos \theta_{ij} + \sin \theta_{ij}) \quad (4.46)$$

Sujeta a

$$P_{mi} - P_{ci} - \sum_{i \in \Omega_{ij}} P_{inij}^2 = 0, \quad i = 1, \dots, N_b \quad (4.47)$$

$$t_{ij} - t_{ci} - \sum_{i \in \Omega_{ij}} t_{inij}^2 = 0, \quad i = 1, \dots, N_b \quad (4.48)$$

$$P_{mi}^{\min} \leq P_{mi} \leq P_{mi}^{\max}, \quad i = 1, \dots, N_g \quad (4.49)$$

$$t_{ij}^{\min} \leq t_{ij} \leq t_{ij}^{\max}, \quad i = 1, \dots, N_g \quad (4.50)$$

$$t_{ij}^{\min} \leq t_{ij} \leq t_{ij}^{\max}, \quad i = 1, \dots, N_b \quad (4.51)$$

$$P_{minst}(t_0) - P_{msp}(t_0) - P_{if} \leq 0 \quad (4.52)$$

donde la función objetivo (4.46), es la interfaz de conexión entre el área de envío y recepción; (4.47) y (4.48) son las ecuaciones de balance de flujo de potencia; mientras que las ecuaciones (4.49)-(4.51), son los límites de operación del sistema en estado estacionario, incluyendo límites superiores e inferiores de la potencia de salida del generador, y magnitudes de voltaje en los nodos. Finalmente, la Ecuación (4.52), es la restricción de estabilidad transitoria en función de variables de estado estacionario, descrita en la Sección 4.3.2.

4.7 Cálculo de Capacidad de Transferencia con Restricciones de Estabilidad Transitoria y considerando el Costo de Producción de Energía (CT-RET-CPE)

El nivel de ATC, que proporciona la solución del modelo CT-FPO-RET, es el más alto pero no el más óptimo, desde el punto de vista económico, por lo anterior es necesario incluir en dicho modelo, otra función objetivo que represente el costo de producción de energía eléctrica, para que su solución arroje un punto de operación transitoriamente estable, y que además sea de máxima transferencia de energía, y económicamente óptimo. Las ecuaciones

(4.53)-(4.60), representan al modelo capacidad de transferencia con restricciones de estabilidad transitoria y costo de producción de energía (CT-RET-CPE),

$$\sum_{i \in N_g} P_i = P_{\text{total}} \quad (4.53)$$

$$\sum_{i \in N_g} (P_{mi}^{t_0}) = P_m \quad (4.54)$$

Sujeta a

$$P_{mi}^{t_0} - P_{ci}^{t_0} - \sum_{i \in I} P_{in\ i}^{t_0} = 0, \quad i = 1, \dots, N_b \quad (4.55)$$

$$t_{ci}^{t_0} - t_{ci}^{t_0} - \sum_{i \in I} t_{in\ i}^{t_0} = 0, \quad i = 1, \dots, N_b \quad (4.56)$$

$$P_{mi}^{t_0 \min} \leq P_{mi}^{t_0} \leq P_{mi}^{t_0 \max}, \quad i = 1, \dots, N_g \quad (4.57)$$

$$t_{ci}^{t_0 \min} \leq t_{ci}^{t_0} \leq t_{ci}^{t_0 \max}, \quad i = 1, \dots, N_g \quad (4.58)$$

$$t_{ci}^{t_0 \min} \leq t_{ci}^{t_0} \leq t_{ci}^{t_0 \max}, \quad i = 1, \dots, N_b \quad (4.59)$$

$$P_{m \text{ inst}}(t_0) - P_{m \text{ sp}}(t_0) - P_{if} \leq 0 \quad (4.60)$$

En ésta Tesis se emplean las formulaciones CT-FPO-RET y CT-RET-CPE, para calcular el nivel de ATC de un sistema de potencia en estado transitorio, y el problema de optimización asociado es resuelto utilizando $\square \square P \square \square \square NI \square \square \square \square$

4.8 Diagrama de flujo del proceso de control de estabilidad transitoria

En el diagrama de flujo de la Figura 4.1, se muestra el proceso que se sigue, para llevar a cabo el control de estabilidad transitoria, utilizando los diferentes enfoques presentados en las Secciones 4.4, 4.6 y 4.7.

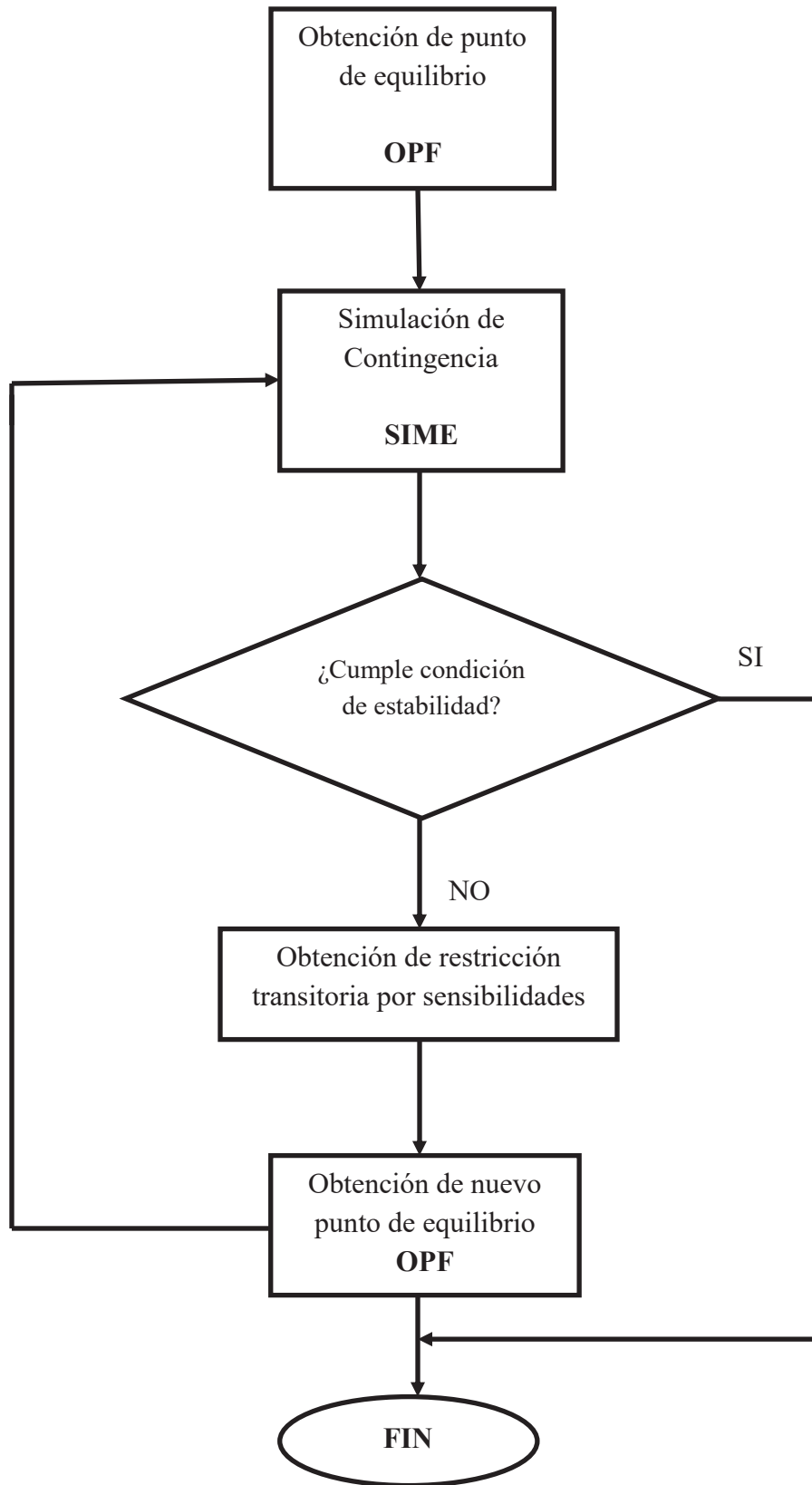


Figura 4.1 Diagrama de flujo para el control de estabilidad transitoria.

4.9 Análisis de Multi-Contingencias

En la Sección 2.7 de ésta Tesis, se obtuvo el valor de ATC, de un sistema considerando seguridad estática, este valor obtenido de ATC no garantiza que el sistema es estable, ante la ocurrencia de distintas contingencias, por lo tanto en éste Capítulo, se aborda el problema de calcular el valor de capacidad de transferencia de un sistema, operando en un punto PI^n transitoriamente estable para un conjunto de contingencias especificado.

Debe mencionarse que hasta ahora la gran mayoría de las investigaciones, están limitadas al análisis de una sola contingencia. De hecho, con la finalidad de obtener un punto de operación óptimo, y transitoriamente seguro para todo el sistema ante un conjunto de contingencias, es indispensable un análisis de flujos de potencia óptimos, con restricciones de estabilidad transitoria para multi-contingencias (FPORET-MC).

4.9.1 Formulación matemática de FPORET-MC

La formulación matemática de FPORET-MC en ésta Tesis, es casi igual a la formulación de TSC-OPF presentada en la Sección 4.4, la única diferencia radica en los límites de generación de potencia activa, como a continuación se muestra:

$$\min_{P_m^t} (P_m^t) = \sum_{i=1}^{N_g} a_i P_{mi}^t + b P_{mi}^t{}^2 \quad (4.61)$$

Sujeto a

$$P_{mi}^t - P_{ci}^t - \sum_{i \in i} P_{in \ i}^t = 0, \quad i = 1, \dots, N_b \quad (4.62)$$

$$t_{ci}^t - t_{ci}^t - \sum_{i \in i} t_{in \ i}^t = 0, \quad i = 1, \dots, N_b \quad (4.63)$$

$$P_{mi}^{\min} \leq P_{mi}^t \leq P_{mi}^{\max}, \quad i = 1, \dots, N_b \quad (4.64)$$

$$P_{mi}^{\min} \leq P_{mi}^t \leq P_{mi}^{\max}, \quad i = 1, \dots, N_b \quad (4.65)$$

$$t_{ci}^{\min} \leq t_{ci}^t \leq t_{ci}^{\max}, \quad i = 1, \dots, N_g \quad (4.66)$$

$$t_{ci}^{\min} \leq t_{ci}^t \leq t_{ci}^{\max}, \quad i = 1, \dots, N_b \quad (4.67)$$

$$P_{m \ i}(t_0) - P_{m \ sp \ i}(t_0) - P_{if} \leq 0 \quad (4.68)$$

donde (4.61), es la función objetivo que representa el costo de generación; (4.62) y (4.63) son las ecuaciones de balance de potencia activa y reactiva; las restricciones (4.64) y (4.65), representan los límites de generación de potencia activa de las máquinas no críticas (NC), y las máquinas críticas (MC); la restricción (4.66) establece los límites de generación de potencia reactiva; la Ecuación (4.67) establece los límites de voltajes nodales; finalmente la Ecuación (4.68) corresponde a la restricción de estabilidad transitoria.

En la desigualdad (4.65), la variable P_{mi}^{lo} , representa el límite superior de potencia activa de las máquinas críticas. Éste límite se establece de acuerdo a la metodología de estabilización que se esté utilizando, en esta Tesis se describen dos y se presentan más adelante.

4.9.2 Cálculo de Capacidad de Transferencia con Restricciones de Estabilidad Transitoria para Multi-Contingencias (CT-RET-MC)

Para obtener un punto de equilibrio, que proporcione la máxima transferencia de energía entre dos áreas conectadas, ante la ocurrencia de un conjunto de contingencias, lo único que se requiere hacer, es intercambiar en la formulación de la Sección. 4.6.1 la Ecuación (4.49), por las Ecuaciones (4.64) y (4.65).

4.9.3 Cálculo de Capacidad de Transferencia con Restricciones de Estabilidad Transitoria para Multi-Contingencias y considerando el Costo de Producción de Energía (CTRET-MC-CPE)

Si se requiere encontrar un punto de equilibrio, que proporcione la máxima transferencia de energía al costo más bajo, ante la ocurrencia de un conjunto de contingencias, únicamente se necesario cambiar la Ecuación (4.57), de la formulación de Sección 4.7, por las Ecuaciones (4.64) y (4.65).

4.9.4 Metodologías para la estabilización de múltiples contingencias considerando límites de potencia activa

El objetivo de ésta Sección, es presentar dos metodologías, que permiten lograr la estabilización de múltiples contingencias, utilizando el algoritmo de control de la Sección 4.5, para posteriormente calcular el valor de ATC del sistema, lo anterior, debido a que la estabilización de una sola contingencia, no garantiza la seguridad del sistema, ante un conjunto de contingencias. Por lo antes mencionado, se requiere de una metodología con la que se pueda lograr la estabilización, de un conjunto completo de contingencias. En esta Tesis se analizan dos posibles metodologías, para la estabilización de multi-contingencias.

Las metodologías que a continuación se presentan, pueden ser consideradas como híbridas, debido a que se emplea un enfoque global, para estabilizar contingencias individuales, y un enfoque secuencial en el que se lleva a cabo la interacción entre el enfoque global para el control de estabilidad, cuyos resultados son utilizados por las metodologías para la estabilización de contingencias múltiples.

Las ventajas más importantes que presentan éstas metodologías de estabilización son las siguientes:

- El proceso de estabilización de contingencias múltiples se resuelve separadamente del problema de estabilidad transitoria, con lo que se logra una disminución en la dimensión y complejidad del problema.
- La estabilización de una contingencia individual puede originar que una o más de las contingencias restantes sean también estables, reduciendo con esto el número de contingencias por estabilizar.
- No es necesario estabilizar todas las contingencias al mismo tiempo, por lo que la dimensión de problema de multi-contingencias posee la misma dimensión que el problema global de TSC-OPF presentado en ésta Tesis.

4.9.4.1 Metodología I

Paso 1. Ordenar las contingencias en forma ascendente, de acuerdo a su tiempo crítico de liberación (TCL), para un punto de operación inicial PI^0 transitoriamente inestable.

Paso 2. Para el PI^0 ; estabilizar la contingencia más severa de la lista, para obtener el despacho de potencia mecánica de las máquinas críticas (MC), y el correspondiente punto de operación inicial transitoriamente estable PI^n . Eliminar la contingencia previamente estabilizada de la lista.

Paso 3. De no existir más contingencias se procede al paso 6. De lo contrario ir al paso 4.

Paso 4. A partir del PI^n , seleccionar la contingencia más severa de la lista remanente y pasar al paso 5.

Paso 5. Modificar los límites de generación de las MC de acuerdo a sus despachos obtenidos en el PI^n previo (paso 2); es decir, los límites máximos de generación, se igualan a los despachos obtenidos en el proceso de estabilización. Hecho lo anterior, obtener el nuevo IP^0 y regresar a paso 2.

Paso 6. Se da por terminado el proceso de estabilización.

4.9.4.2 Metodología II

Paso 1. Utilizando el algoritmo de control de la Sección 4.5, estabilizar individualmente las n contingencias, que forman la lista de eventos dañinos, para el PI^0 obtenido con OPF convencional.

Paso 2. Determinar las máquinas críticas (MCs), y sus respectivos despachos de potencia activa, para cada contingencia estabilizada individualmente en el paso 1.

Paso 3. De la lista de MCs, seleccionar todas las máquinas críticas con el menor despacho de potencia mecánica. Con dicha selección se forma un conjunto universo de máquinas críticas (CUMC), para todo el conjunto de contingencias que se consideran en la lista de contingencias.

Paso 4. Considerar los despachos de potencia mecánica del conjunto CUMC, como límites de generación en un análisis de OPF convencional, y con esto se obtiene el punto PI^{CUMC} .

Paso 5. Verificar que para el punto PI^{CUMC} , el sistema sujeto al conjunto de contingencias es transitoriamente estable. De ser así, se da por terminado el proceso de estabilización. De lo contrario, se procede al paso 6.

Paso 6. Actualizar la lista de contingencias, eliminando todas aquellas que han sido estabilizadas y se considerara al punto PI^{CUMC} como el nuevo PI^0 y entonces se procede al paso 1.

4.10 Conclusiones

En el presente Capítulo, se proporcionó la información teórica del problema de flujos de potencia óptimos, con restricciones de estabilidad transitoria (TSC-OPF), así como también

se mostraron formulaciones basadas en TSC-OPF, para calcular la capacidad de transferencia de energía, considerando aspectos de seguridad dinámica. Además, se presentó una restricción de estabilidad transitoria, que se formula en [Pizano-Martínez10b], que es solamente función de variables de estado estacionario, asociadas al periodo de pre-disturbio, lo cual permite que se evite la inclusión de las ecuaciones de diferencia, asociadas a las ecuaciones dinámicas del sistema. Adicionalmente, en ésta restricción, se propuso utilizar como índice de estabilidad transitoria la potencia mecánica, en lugar del ángulo de rotor de la máquina, obteniéndose así un decremento considerable, en la dimensión del problema de TSC-OPF, debido a que no es necesario calcular dentro de la formulación las condiciones iniciales del ángulo de rotor del generador. Se presentó un algoritmo de control preventivo basado en el método de SIME y sensibilidades [Pizano-Martínez10b], con el fin de obtener un punto de operación transitoriamente estable, ante una contingencia establecida. Por último, se presentaron dos metodologías para resolver el problema de estabilización de múltiples contingencias, cuya solución proporciona un valor de ATC transitoriamente estable.

Capítulo 5

Casos de Estudio

Con la finalidad de ilustrar numéricamente, el cálculo de la capacidad de transferencia de energía de un sistema de potencia, utilizando los enfoques TSC-OPF, CT-FPO-RET y CT-RET-CPE, el sistema del IEEE de 9 nodos y 3 máquinas (Figura 2.6), el sistema de Nueva Inglaterra de 39 nodos y 10 máquinas (Figura 2.9), y el sistema de potencia Mexicano de 190 nodos y 46 generadores (Figura 2.10), son considerados en los ejemplos numéricos mostrados en este Capítulo.

5.1 Capacidad de transferencia en el sistema IEEE de 9 nodos utilizando TSC-OPF

En la Tabla 2.3 del Capítulo 2, se presenta el primer punto de operación de estado estacionario PI^0 , del sistema de 9 nodos obtenido mediante el análisis de OPF, mientras que en la Sección 3.7.1, se muestra que el sistema, operando en este punto de equilibrio es inestable, ante una falla trifásica sólida a tierra, que ocurre cerca del nodo 7 y se libera después de 350 ms, mediante la salida de operación de la línea 7-5. Por tanto, el objetivo de éste primer ejemplo, es determinar un valor de ATC transitoriamente estable mediante el uso del enfoque TSC-OPF.

En la columna 2 de la Tabla 5.1, se reporta nuevamente el despacho de potencia activa, y el costo de generación asociado al primer punto de operación de estado estacionario PI^0 , obtenido mediante el análisis de OPF (paso 1).

Tabla 5.1 Despachos de potencia activa y costos de generación para el control de estabilidad transitoria en la primera oscilación.

| Nodo | Despacho de Potencia Activa (MW) | | | | |
|---------------|----------------------------------|---------|---------|---------|---------|
| | PI^0 | PI^1 | PI^2 | PI^3 | PI^4 |
| 1 | 105.95 | 111.93 | 114.68 | 115.09 | 115.31 |
| 2 | 113.05 | 110.06 | 108.70 | 108.50 | 108.38 |
| 3 | 99.22 | 96.08 | 94.64 | 94.43 | 94.31 |
| Costo (\$/hr) | 1132.18 | 1133.70 | 1132.99 | 1133.06 | 1133.11 |

Tabla 5.2 Resumen del proceso de estabilización del sistema de 9 nodos utilizando TSC-OPF.

| Iteración | Cálculo de PI's | Parámetros del OMIB | | Evaluación de $P_{m \text{ [sp]}}$ | $P_{m \text{ [sp]}}$ (pu) | CBI (pu) | Costo (\$/hr) |
|-----------|---------------------------|---------------------|--------------|------------------------------------|---------------------------|----------|---------------|
| | | η (pu-rad) | P_m^0 (pu) | | | | |
| 1 | PI ⁰ (FPO) | -0.4070 | 1.2166 | Ec. (4.45) | 1.1558 | 1.1179 | 1132.18 |
| | PI ¹ (TSC-OPF) | -0.1279 | 1.1558 | Ec. (3.46) | 1.1279 | 1.0567 | 1132.75 |
| 2 | PI ² (TSC-OPF) | -0.0164 | 1.1279 | Ec. (3.46) | 1.1238 | 1.0286 | 1132.99 |
| 3 | PI ³ (TSC-OPF) | -0.0059 | 1.1238 | Ec. (3.46) | 1.1215 | 1.0245 | 1133.06 |
| 4 | PI ⁴ (TSC-OPF) | -0.0018 | 1.1215 | Ec. (3.46) | 1.1190 | 1.0222 | 1133.11 |
| 5 | PI ⁵ (TSC-OPF) | -2.9320 | 1.1190 | Ec. (4.45) | 1.1180 | 1.0196 | 1133.16 |
| | PI ⁶ (TSC-OPF) | +0.0007 | 1.1180 | FIN | | 1.0186 | 1133.18 |

Para el escenario de falla propuesto, y el punto inicial PI⁰, una simulación del método SIME, determina que la estructura del OMIB equivalente, es inestable en la primera oscilación (paso 2), siendo las máquinas críticas las conectadas a los nodos 2 y 3, y la máquina no crítica, es la conectada al nodo 1. El margen de inestabilidad, y la condición inicial de la potencia mecánica del OMIB equivalente son $\eta_{inst} = -0.4070$ p[] y $P_{m \text{ [sp]}}^0 = 1.2166$ p[], respectivamente, el valor de ATC asociado a PI⁰ inestable es $ATC = 1.1179$ p[].

Con la finalidad de calcular un punto de equilibrio transitoriamente estable, $P_{m \text{ [sp]}}^0$ se reduce en un 5% (paso 3), lo cual proporciona el valor especificado de $P_{m \text{ [sp]}} = 1.1558$ p[]. Los resultados obtenidos en los pasos 2 y 3, se resumen en el renglón 1 de la Tabla 5.2.

El valor calculado de $P_{m \text{ [sp]}}$ junto con la estructura OMIB inestable, asociada al punto PI⁰, son entonces consideradas para formular la restricción de estabilidad (4.44), la cual es incluida en el modelo de TSC-OPF (paso 4). La solución de éste modelo de optimización, proporciona el nuevo punto de operación PI¹, cuya información representativa se presenta en la columna 3 de la Tabla 5.1.

El método de SIME, se aplica una vez más para evaluar la estabilidad del sistema, cuando está operando en PI¹ (paso 5), resultando que la estructura OMIB previa, permanece inestable en la primera oscilación, pero ahora con un valor de margen de inestabilidad de $\eta_1 = -0.1279$ p[], y una condición inicial de la potencia mecánica de $P_{m1}^0 = 1.1558$ p[], la cual es forzada por la restricción (4.44). A pesar de que el sistema permanece inestable, las

diadas calculadas $(P_{m\ inst}^{t_0}, \eta_{inst})$ y $(P_{m1}^{t_0}, \eta_1)$, corresponden a una inestabilidad de primera oscilación de la estructura OMIB, tal que son usadas para calcular el margen de sensibilidad (3.45), y entonces extrapolar por medio de (3.46), al primer valor especificado de $P_{m\ sp} = 1.1279 p$, que puede estar asociado a un margen estable (paso 6), como se reporta en la fila 2 de la Tabla 5.2. Después de actualizar la diada $(P_{m\ inst}^{t_0}, \eta_{inst})$ con los valores de $(P_{m1}^{t_0}, \eta_1)$ (paso 7), el algoritmo procede a la segunda iteración, comenzando en el paso 4 como se indica en la Sección 4.5.

El despacho de potencia activa, y el costo de generación del sistema correspondiente a PI^2 , calculado mediante TSC-OPF en esta segunda iteración, así como aquellos PIs calculados en la tercera y cuarta iteración, son reportados en las columnas 4, 5 y 6 de la Tabla 5.1, respectivamente. En todas las iteraciones, la estructura OMIB inestable, es obtenida en la primera oscilación mediante el uso del método de SIME. Similarmente, las propiedades de estabilidad del OMIB, y los parámetros de margen de extrapolación para la segunda, tercera y cuarta iteración, son reportados en los renglones 3, 4 y 5 de la Tabla 5.2, respectivamente, al igual que el valor de ATC asociado a cada uno de los PIs.

En la quinta iteración, el último valor especificado de $P_{m\ sp} = 1.1190 p$, es incluido en la restricción (4.44) del modelo TSC-OPF, para calcular el punto de operación PI^5 , cuyo despacho de potencia y costo de generación, se presentan en la columna 2 de la Tabla 5.3. El método de SIME, es nuevamente aplicado al punto PI^5 , para evaluar la estabilidad del sistema, el cual determina que el sistema equivalente OMIB posee la misma estructura considerada en las cuatro iteraciones previas, pero ahora el OMIB satisface la condición de inestabilidad, en la segunda oscilación en lugar de la primera oscilación, como se reporta en [Vital89].

El margen inestable en ésta segunda oscilación de inestabilidad es $\eta_4 = -2.9320 p$ y la condición inicial de la potencia mecánica es: $P_{m5}^{t_0} = 1.1190 p$. Claramente, las diadas $(P_{m4}^{t_0}, \eta_4)$ y $(P_{m5}^{t_0}, \eta_5)$ no corresponden a la misma m -oscilación inestable, y no pueden ser comparadas para ser extrapoladas y calcular el siguiente valor especificado $P_{m\ sp}$. Por consecuencia, el proceso de estabilización se debe reiniciar en el paso 3, mediante la consideración de la última estructura OMIB calculada, y ajustando la diada $(P_{m\ inst}^{t_0}, \eta_{inst})$ como $(P_{m5}^{t_0}, \eta_5)$ en la quinta iteración. En éste paso, el nuevo valor especificado es calculado como $P_{m\ sp} = P_{m5}^{t_0} - (0.001)(P_{m5}^{t_0}) = 1.1180 p$, como se reporta en la fila 6 de la Tabla 5.2. De aquí en adelante, el procedimiento continúa como se ha explicado en la primera iteración del algoritmo, hasta alcanzar el nuevo punto de equilibrio PI^6 , cuyos parámetros representativos se presentan en la columna 3 de la Tabla 5.3. Finalmente, se

aplica el método de SIME, para calcular el margen de estabilidad transitoria del sistema, operando en el punto PI^6 , el cual resulta en un comportamiento estable con un margen de $\eta_6 = +0.0007$ p.u., como se reporta en la fila 7 de la Tabla 5.2. Por consiguiente, el sistema operando en el punto PI^6 , es ahora seguro desde el punto de vista de estabilidad transitoria para el escenario de contingencia definido.

Tabla 5.3 Despachos de potencia activa y costos de generación del fenómeno de oscilación múltiple.

| Nodo | Despacho Potencia Activa (MW) | |
|--------------|-------------------------------|---------|
| | PI^5 | PI^6 |
| 1 | 115.56 | 115.66 |
| 2 | 108.26 | 108.21 |
| 3 | 94.18 | 94.13 |
| Costo (p.u.) | 1133.16 | 1133.18 |

En la Figura 5.1 se muestra que el punto de operación PI^6 satisface la condición (3.41), y por lo tanto el proceso de estabilización termina, después de cinco iteraciones.

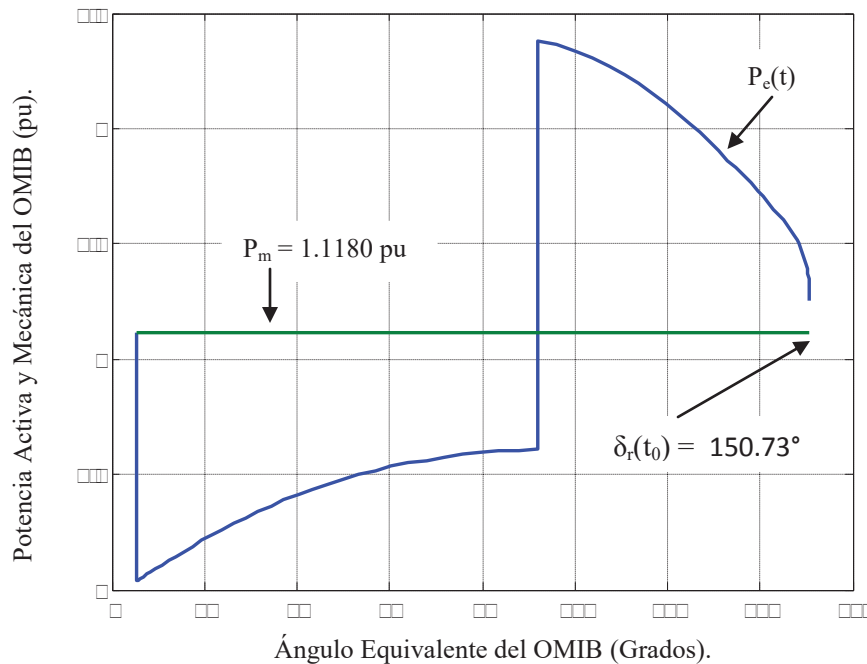


Figura 5.1 Plano $\delta - P$ para el sexto punto de operación.

Las curvas de oscilación del sistema multi-máquina, son estables para la contingencia dada, debido a que el punto PI^6 , es transitoriamente estable, y satisface las restricciones de seguridad estáticas y dinámicas, como se muestra en la Figura 5.2.

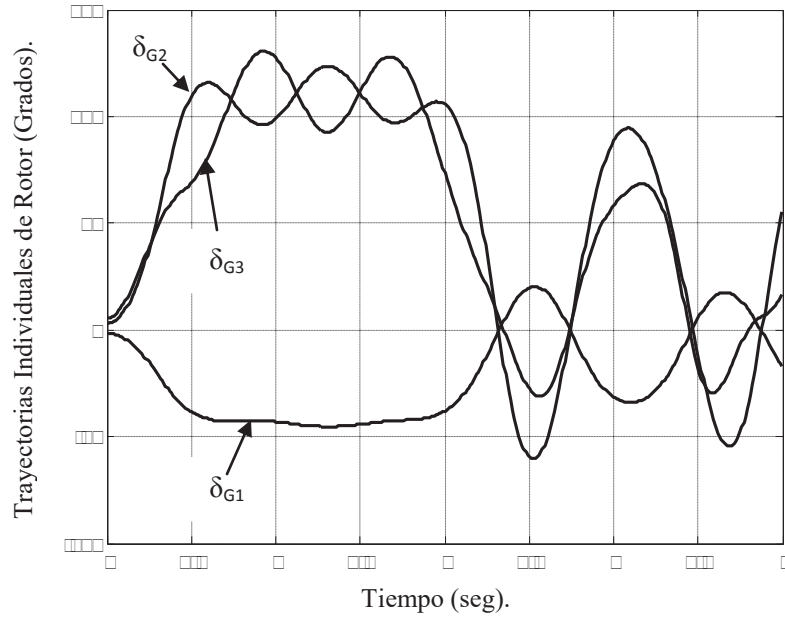


Figura 5.2 Trayectorias de ángulos de rotor para el sexto punto de operación.

Finalmente, en la Figura 5.3 se muestran los flujos de potencia asociados al punto PI^6 , donde la suma de flujos de potencia activa en las líneas 7-5 y 9-6, indican que el valor del caso base de intercambio de energía es igual a $P_{pf} = 101.86$ MW, esto es el área A puede transmitir como máximo 101.86 MW, hacia el área B, sin comprometer las estabilidad del sistema cuando éste es sujeto a la falla antes considerada.

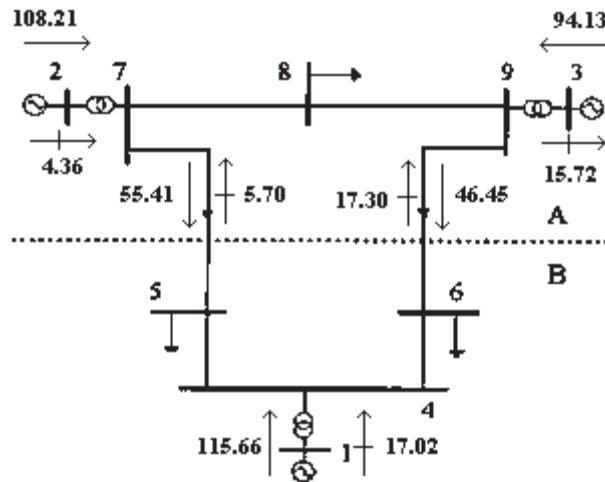


Figura 5.3 Flujos de potencia para el sexto punto de operación.

5.2 Capacidad de transferencia en el sistema IEEE de 9 nodos utilizando CT-FPO-RET

En la Sección 2.7.1 del Capítulo 2, se calculó el valor de α_{max} de estado estacionario, relacionado al punto PI^0 , además se demostró en la Sección 3.7.1 del Capítulo 3, que tal punto es inestable para el mismo escenario de contingencia analizado en la sección anterior, por lo tanto es necesario aplicar el enfoque CT-FPO-RET, para obtener un punto PI que proporcione un valor de α_{max} que sea capaz de soportar la falla.

Nuevamente, en la columna 2 de la Tabla 5.4, se presenta el despacho de potencia activa, y el costo de generación asociado al primer punto de operación de estado estacionario PI^0 , obtenido mediante el análisis de FPO-CT (paso 1).

Tabla 5.4 Despachos de potencia activa y costos de generación para el control de estabilidad transitoria.

| Nodo | Despacho de Potencia Activa (MW) | | | | |
|---------------|----------------------------------|---------|---------|---------|---------|
| | PI^0 | PI^1 | PI^2 | PI^3 | PI^4 |
| 1 | 69.45 | 85.73 | 164.48 | 134.19 | 120.40 |
| 2 | 150.00 | 134.25 | 95.09 | 108.98 | 115.38 |
| 3 | 100.00 | 99.99 | 59.24 | 75.57 | 83.10 |
| Costo (\$/hr) | 1151.59 | 1142.07 | 1172.94 | 1144.99 | 1138.61 |

Para el mismo escenario de falla, propuesto en este sistema y el punto inicial PI^0 , se lleva a cabo una simulación del método SIME, con la finalidad de determinar la estructura equivalente OMIB inestable (paso 2), en la simulación se detecta que las máquinas críticas son las conectadas a los nodos 2 y 3, y la máquina no crítica, corresponde a la conectada al nodo 1. La estructura OMIB crítica, posee un margen de inestabilidad y una condición inicial de potencia mecánica igual a $\eta_{inst} = -2.2770$ pu-rad y $P_{m\ inst}^0 = 1.5905$ pu, respectivamente, con un valor de ATC asociado igual a $ATC = 1.4952$ pu.

Tabla 5.5 Resumen del proceso de estabilización del sistema de 9 nodos utilizando CT-FPO-RET.

| Iteración | Cálculo de PI's | Parámetros del OMIB | | Evaluación de $P_{m \text{ [sp]}}$ | $P_{m \text{ [sp]}}$ (pu) | ATC (pu) | Costo (\$/hr) |
|-----------|------------------------------|---------------------|--------------|------------------------------------|---------------------------|----------|---------------|
| | | η (pu-rad) | P_m^0 (pu) | | | | |
| 1 | PI ⁰ (FPO-CT) | -2.2770 | 1.5905 | Ec. (4.45) | 1.4314 | 1.4952 | 1151.59 |
| | PI ¹ (CT-FPO-RET) | -1.8976 | 1.4314 | Ec. (3.46) | 0.6356 | 1.3367 | 1142.07 |
| 2 | PI ² (CT-FPO-RET) | +1.1633 | 0.6356 | Ec. (3.46) | 0.9380 | 0.5384 | 1172.94 |
| 3 | PI ³ (CT-FPO-RET) | +0.4135 | 0.9380 | Ec. (3.46) | 1.0769 | 0.8407 | 1144.99 |
| 4 | PI ⁴ (CT-FPO-RET) | +2.71e-5 | 1.0769 | FIN | | 1.0302 | 1138.61 |

A fin de determinar un punto de equilibrio, que sea transitoriamente estable, $P_{m \text{ inst}}^0$ se reduce en un 10% (paso 3), con lo que se obtiene el valor especificado de $P_{m \text{ [sp]}} = 1.4314$ pu. Los resultados obtenidos en los pasos 2 y 3, se resumen en el renglón 1 y 2 de la Tabla 5.5.

El valor estimado de $P_{m \text{ [sp]}}$, y la estructura OMIB inestable asociada al punto PI⁰, se consideran para formular la restricción de estabilidad (4.44), la cual se incluye en el modelo de CT-FPO-RET (paso 4). La solución de éste modelo de optimización, proporciona el nuevo punto de operación PI¹, cuya información relevante se presenta en la columna 3 de la Tabla 5.4.

Una vez más, se aplica el análisis de SIME, para determinar la estabilidad del sistema, cuando éste opera en el punto PI¹ (paso 5), el análisis demuestra que la estructura OMIB previa, continua siendo inestable en la primera oscilación, pero ahora ésta se caracteriza por tener un margen de inestabilidad igual a $\eta_1 = -1.8976$ pu-rad, y una condición inicial de potencia mecánica igual a $P_{m1}^0 = 1.4314$ pu, la cual es forzada mediante la restricción (4.44).

A pesar de que el sistema sigue siendo inestable, las diadas calculadas $(P_{m \text{ inst}}^0, \eta_{\text{inst}})$ y (P_{m1}^0, η_1) , corresponden a la misma oscilación (primera oscilación), de la estructura OMIB crítica, las diadas anteriores se utilizan para determinar el margen de sensibilidad (3.45), para obtener el primer valor especificado de $P_{m \text{ [sp]}} = 0.6356$ pu por medio de la Ecuación (3.46), tal valor puede estar asociado a un margen estable (paso 6), como se reporta en la fila 2 de la Tabla 5.5. Después de actualizar la diada $(P_{m \text{ inst}}^0, \eta_{\text{inst}})$, con los valores de

$(P_{m1}^{t_0}, \eta_1)$ (paso 7), el algoritmo de control procede a la segunda iteración, iniciando en el paso 4 como se indica en la Sección 4.5.

El despacho de potencia activa, y el costo de generación del sistema correspondiente a PI^2 calculado mediante CT-FPO-RET, en esta segunda iteración se muestran en la columna 4 de la Tabla 5.4. Para evaluar la estabilidad del sistema, se aplica una vez más el método de SIME cuando éste opera en PI^2 (paso 5), dicha evaluación determina que la estructura OMIB es ahora estable, con un valor de margen de estabilidad de $\eta_2 = +1.1633$ pu-rad, y una condición inicial de potencia mecánica de $P_{m2}^{t_0} = 0.6356$ pu, la cual fue forzada por medio de la restricción (4.44). Debido a que el margen de estabilidad η_2 es mayor que 0.1, y las diadas calculadas anteriormente $(P_{m1}^{t_0}, \eta_1)$ y $(P_{m2}^{t_0}, \eta_2)$, corresponden a la misma estructura OMIB, éstas son utilizadas para estimar el margen de sensibilidad (3.45), y entonces realizar la interpolación con la Ecuación (3.46), obteniéndose un segundo valor especificado igual a $P_{m \text{ [sp]}} = 0.9380$ pu, que puede lograr que el sistema sea marginalmente estable (ó dicho de otra manera $\eta_{n \text{ [st]}} < 0.1$) (paso 6), como se reporta en la fila 3 de la Tabla 5.5. Ya que se ha actualizado la diada $(P_{m1}^{t_0}, \eta_1)$, con los valores de $(P_{m2}^{t_0}, \eta_2)$ (paso 7), el algoritmo procede a la tercera iteración, comenzando en el paso 4 como se indica en la Sección 4.5.

El despacho de potencia activa, y el costo de generación asociados al punto PI^3 , que se obtuvo por medio del análisis CT-FPO-RET, en esta tercera iteración, se muestran en la columna 5 de la Tabla 5.4. El análisis de SIME, es aplicado una vez más, para determinar la estabilidad del sistema cuando éste se encuentra operando en PI^3 (paso 5), de lo anterior resulta que la estructura OMIB permanece estable, con un valor de margen de estabilidad de $\eta_3 = +0.4135$ pu-rad, y una condición inicial de potencia mecánica de $P_{m3}^{t_0} = 0.6356$ pu. De éste último análisis, se tiene que el margen de estabilidad η_3 continua siendo mayor que 0.1, por lo tanto se actualiza la diada $(P_{m2}^{t_0}, \eta_2)$, con los valores de $(P_{m3}^{t_0}, \eta_3)$ (paso 5.1b), y enseguida el algoritmo procede al paso 6.

Las diadas calculadas $(P_{m2}^{t_0}, \eta_2)$ y $(P_{m3}^{t_0}, \eta_3)$ corresponden a la misma estructura OMIB, por consiguiente son utilizadas para calcular el tercer valor especificado $P_{m \text{ [sp]}} = 1.0769$ pu, que puede hacer que el margen de estabilidad sea $\eta_{n \text{ [st]}} < 0.1$ (paso 6), como se reporta en la fila 4 de la Tabla 5.5. Enseguida, el algoritmo pasa a la cuarta iteración comenzando en el paso 4.

El último valor calculado de $P_{m_{sp}}$, junto con la estructura OMIB estable asociada al punto PI^3 , son consideradas para formular nuevamente la restricción de estabilidad (4.44), la cual es incluida en el modelo de CT-FPO-RET (paso 4). La solución del modelo, proporciona el nuevo punto de operación PI^4 , cuya información representativa se presenta en la columna 6 de la Tabla 5.4.

Finalmente, se aplica el método de SIME, para calcular el margen de estabilidad transitoria del sistema, cuando éste se encuentra operando en el punto PI^4 , el análisis de SIME determina un comportamiento estable, con un margen de $\eta_4 = +2.71e-5$ pu-rad, como se presenta en la fila 5 de la Tabla 5.5. Por consiguiente, el sistema operando en el punto PI^4 , es ahora seguro desde el punto de vista de estabilidad transitoria, para el escenario de contingencia definido. El valor de ATC reportado en la fila 5 de la Tabla 5.5, corresponde al valor real de $P_{max} = 103.02$ MW, que el subsistema A, puede enviar hacia el subsistema B, sin que el sistema de potencia pierda sincronismo por la ocurrencia de la falla. En la Figura 5.4, se muestran los flujos de potencia referentes al punto de operación PI^4 .

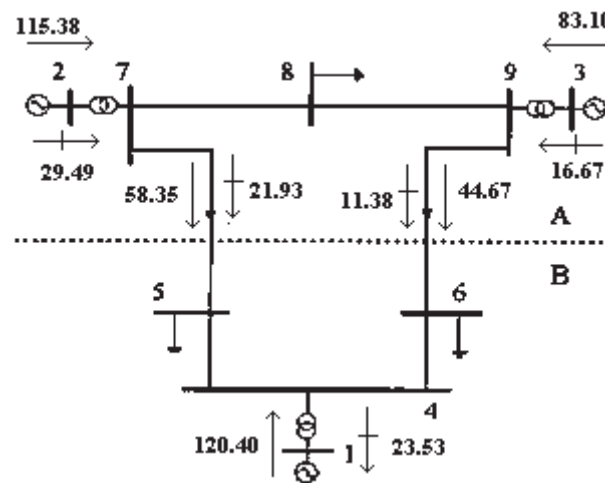


Figura 5.4 Flujos de potencia para el cuarto punto de operación.

La estructura OMIB operando en el punto PI^4 , es transitoriamente estable para la contingencia establecida, como se muestra en la Figura 5.5.

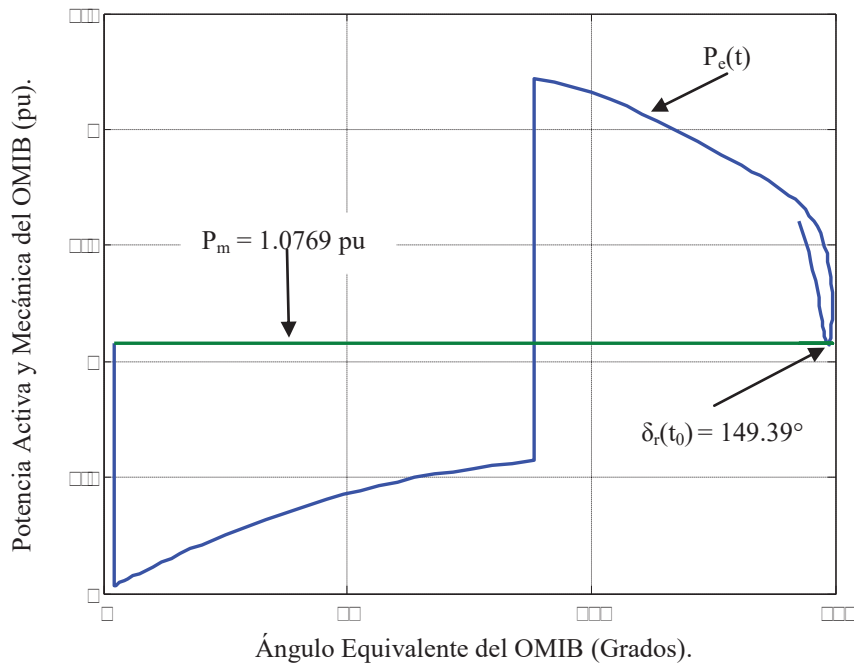
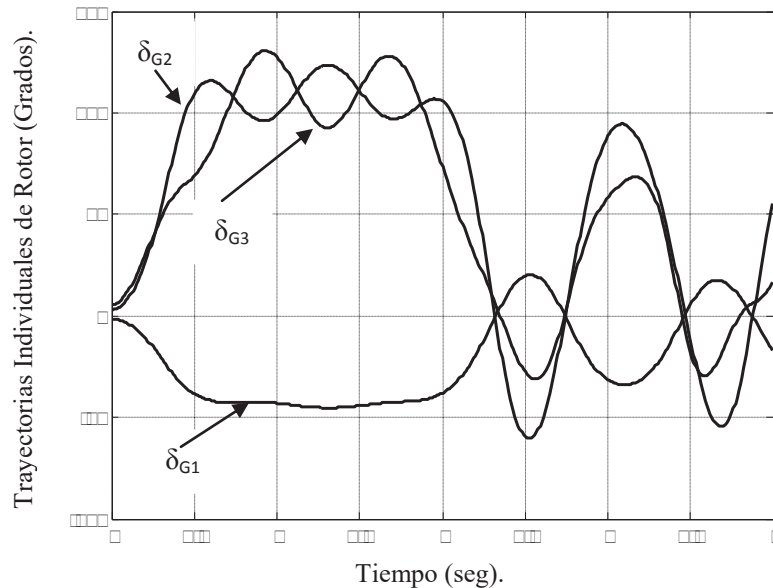


Figura 5.5 Plano $\delta - P$ para el cuarto punto de operación.

Finalmente, en la Figura 5.6 se muestran las trayectorias individuales de rotor, asociadas al punto de operación transitoriamente estable PI^4 .



5.6 Trayectorias de ángulos de rotor para el cuarto punto de operación.

Una observación final se hace en la Tabla 5.4, donde se tiene que el costo de generación del punto PI^4 , es menor con respecto al punto PI^0 , lo anterior se debe al decremento de

generación de potencia en el área A, dado que la capacidad de transferencia se ve afectada por la restricción de estabilidad transitoria, ya que las máquinas críticas del sistema se encuentran localizadas en el área A.

5.3 Capacidad de transferencia en el sistema IEEE de 9 nodos utilizando CT-RET-CPE

En la Sección 2.7.1 del Capítulo 2, se determino el valor de α_{g} , relacionado al punto de operación de estado estacionario PI^0 , mientras que en la Sección 3.7.1 del Capítulo 3, se determinó que este punto también es vulnerable a la falla estudiada en las dos secciones anteriores, teniéndose como máquinas críticas las conectadas a los nodos 2 y 3, y la máquina no crítica, la conectada al nodo 1. Con la finalidad de encontrar un punto de operación α_{g} , que sea seguro desde el punto de vista dinámico, y que además, éste sea económicamente óptimo, y que proporcione la máxima transferencia de energía, se utiliza el enfoque CT-RET-CPE.

En la Tabla 5.6, se muestran los despachos de potencia activa, así como su costo asociado, para cada uno de los puntos de operación involucrados, durante el proceso de estabilización.

Tabla 5.6 Despachos de potencia activa y costos de generación para el control de estabilidad transitoria en la primera oscilación.

| Nodo | Despacho de Potencia Activa (MW) | | | | |
|------------------------|----------------------------------|---------|---------|---------|---------|
| | PI^0 | PI^1 | PI^2 | PI^3 | PI^4 |
| 1 | 69.45 | 85.73 | 164.47 | 132.43 | 115.69 |
| 2 | 150.00 | 134.25 | 87.92 | 103.23 | 111.33 |
| 3 | 10.00 | 99.99 | 66.41 | 83.09 | 91.92 |
| Costo (α_{g}) | 1151.59 | 1142.07 | 1171.49 | 1142.74 | 1136.25 |

El proceso completo de estabilización del sistema, para la falla dada, se reporta en la Tabla 5.7, recordando que el modelo de optimización utilizado en ésta Sección fue CT-RET-CPE:

Tabla 5.7 Resumen del proceso de estabilización del sistema de 9 nodos utilizando CT-RET-CPE.

| Iteración | Cálculo de PI's | Parámetros del OMIB | | Evaluación de $P_{m \text{ [sp]}}$ | $P_{m \text{ [sp]}}$ (pu) | ATC (pu) | Costo (\$/hr) |
|-----------|------------------------------|---------------------|--------------|------------------------------------|---------------------------|----------|---------------|
| | | η (pu-rad) | P_m^0 (pu) | | | | |
| 1 | PI ⁰ (FPO-CT-CPE) | -2.2770 | 1.5905 | Ec. (4.45) | 1.4314 | 1.4952 | 1151.59 |
| | PI ¹ (CT-RET-CPE) | -1.8976 | 1.4314 | Ec. (3.46) | 0.6356 | 1.3367 | 1142.07 |
| 2 | PI ² (CT-RET-CPE) | +1.2760 | 0.6356 | Ec. (3.46) | 0.9556 | 0.5384 | 1171.49 |
| 3 | PI ³ (CT-RET-CPE) | +0.5155 | 0.9556 | Ec. (3.46) | 1.1244 | 0.8583 | 1142.74 |
| 4 | PI ⁴ (CT-RET-CPE) | +0.0046 | 1.1244 | FIN | | 1.0276 | 1136.25 |

De la Tabla 5.7, se observa que el proceso de estabilización finaliza en la cuarta iteración, con parámetros de la estructura OMIB iguales a $\eta_4 = +0.0046$ pu-rad, y $P_m = 1.1244$ pu. Por consiguiente, el sistema operando en el punto PI⁴, es ahora seguro desde el punto de vista de seguridad dinámica, para el escenario de contingencia previamente definido. Dado que el sistema ha sido estabilizado, se ha encontrado el valor de ATC que se puede transmitir de manera segura, el nivel de ATC del punto PI⁴ es igual a $P_{m \text{ [sp]}} = 102.76$ MW, tal y como se reporta en la fila 5 de la Tabla 5.7.

El motivo por cual el punto de operación PI⁴ tiene un costo de producción menor que el punto PI⁰ (ver Tabla 5.6), es debido a que existe un decremento de generación en el área A, siendo ésta la zona donde se encuentran ubicadas las máquinas críticas, las cuales son obligadas a decrementar su generación por la imposición de la restricción de estabilidad, originándose con ello, un inminente decremento en el valor de ATC.

En la Figura 5.7, se muestran los flujos de potencia asociados al punto de operación PI⁴ obtenido con el enfoque CT-RET-CPE.

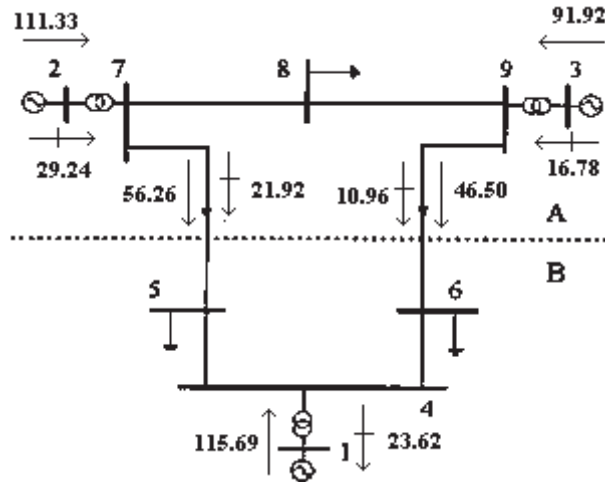


Figura 5.7 Flujos de potencia para el cuarto punto de operación.

La estructura OMIB estable, para el punto de operación PI^4 se muestra en la Figura 5.8, donde se observa que la curva de la potencia eléctrica nunca cruza la potencia mecánica una vez que se ha liberado la falla.

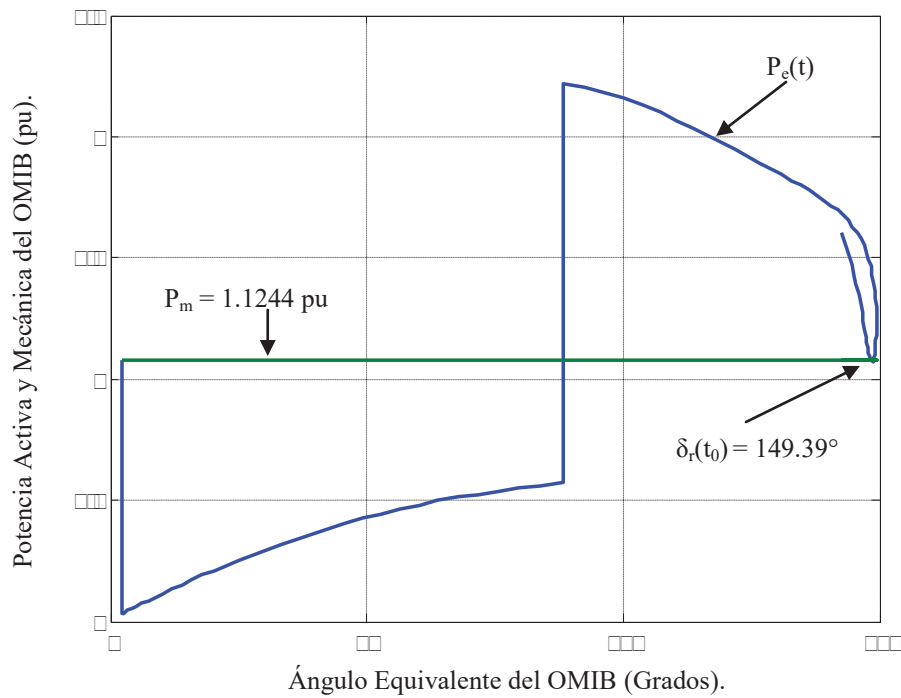
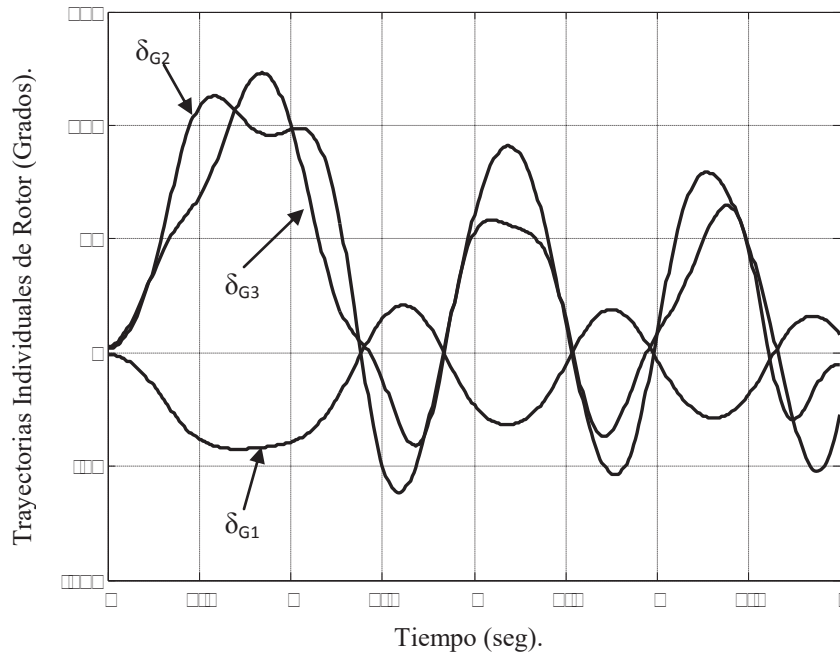


Figura 5.8 Plano $\delta - P$ para el cuarto punto de operación.

En la Figura 5.9, se presentan gráficamente las trayectorias estables individuales de rotor del sistema multi-máquina.



5.9 Trayectorias de ángulos de rotor para el cuarto punto de operación.

5.4 Comparación de los niveles de ATC en el sistema de 9 nodos

El objetivo de esta Sección, es realizar una comparación entre los tres distintos valores de ATC obtenidos con los enfoques TSC-OPF, CT-FPO-RET y CT-RET-CPE. En la columna 2 y 3 de la Tabla 5.8, se muestran los valores de capacidad de transferencia y su costo asociado, a cada uno de los diferentes análisis realizados.

Tabla 5.8 Valores de ATC para el sistema de 9 nodos.

| Análisis | ATC (MW) | Costo (\$/hr) |
|------------|----------|---------------|
| TSC-OPF | 101.86 | 1133.18 |
| CT-FPO-RET | 103.02 | 1138.61 |
| CT-RET-CPE | 102.76 | 1136.25 |

Cabe resaltar, que los tres valores distintos de ATC que se presentan en la tabla anterior, son transitoriamente estables, para la contingencia definida previamente en este sistema.

En la Tabla 5.8 se observa que el análisis que proporciono el valor mayor de ATC y que además, presenta el costo de generación más elevado fue el que se obtuvo con el enfoque CT-FPO-RET, lo anterior es debido a que el objetivo de este esquema es maximizar la transferencia de energía, sin atender la operación económica del sistema. El valor de ATC = 103.02 MW indica fielmente al operador del sistema de potencia, la cantidad de energía que se puede transferir del área A hacia el área B, de manera segura cuando el sistema es sujeto al escenario de contingencia definido.

El segundo valor mayor de ATC = 102.76 MW es el que se obtuvo mediante el enfoque de CT-RET-CPE, esto es porque aquí, además de considerarse la maximización de transferencia de energía, también se considera la minimización del costo de producción de energía.

Mientras que, con el enfoque de TSC-OPF se obtuvo únicamente el CBI del sistema, el cual es CBI = 101.86 MW, debido a que éste análisis solamente considera la minimización del costo de generación de energía y no se considera la transferencia de energía.

5.5 Capacidad de transferencia en el sistema de 39 nodos utilizando TSC-OPF

En la Sección 2.7.2, se calculó el punto de operación PI^0 de este sistema mediante el análisis de OPF, encontrándose adicionalmente el valor de $\square\square I_{opf}$ del punto en cuestión. Mientras que en la Sección 3.7.2, se propone un escenario de falla consistente en una falla trifásica sólida a tierra cerca del nodo 29, liberada después de 100 ms mediante la salida de operación de la línea 28-29, y se demuestra que el sistema operando en PI^0 es transitoriamente inestable. Por lo tanto, se requiere encontrar un punto PI que sea transitoriamente estable ante la contingencia, y al mismo tiempo determinar un valor de $\square\square I_{opf}$ dinámicamente seguro.

Considerando el primer punto de operación PI^0 de estado estacionario, que se muestra en la Tabla 5.9, y el escenario de falla especificado, la aplicación el método de SIME determina que el sistema es inestable. En este caso, la estructura inestable de primera oscilación del OMIB, está compuesta por una sola máquina crítica, que es la conectada al nodo 38, y 9 máquinas no críticas, como se ilustra en la Figura 3.12. Bajo este escenario de falla inestable, el sistema multi-máquina es representado mediante un OMIB inestable equivalente, que posee una condición inicial de potencia mecánica igual a $P_{m\ inst}^{t_0} = 5.6316$ pu, y un margen de inestabilidad de $\eta_{inst} = -0.3713$ pu-rad, tal que es necesario calcular el

primer valor especificado de $P_{m \text{ sp}} = 5.5753$ pu, como se muestra en la fila 1 de la Tabla 5.10, al comienzo del proceso de estabilización.

Tabla 5.9 Punto inicial de operación PI^0 de estado estacionario.

| Nodo | P_{m_p} (MW) | Q_{m_p} (MW) | Nodo | P_{m_p} (MW) | Q_{m_p} (MW) |
|---------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 30 | 245.04 | 98.40 | 35 | 655.52 | 186.18 |
| 31 | 570.94 | 179.97 | 36 | 563.07 | 212.37 |
| 32 | 646.26 | 163.97 | 37 | 539.71 | 60.29 |
| 33 | 636.51 | 54.62 | 38 | 836.08 | 47.79 |
| 34 | 512.96 | 93.84 | 39 | 985.63 | 119.26 |
| Costo Total de Generación | | | 61,753.3 (□□□) | | |

Los resultados obtenidos, mediante el proceso de estabilización se resumen en la Tabla 5.10. Para cada punto de operación calculado durante el proceso de estabilización, su correspondiente margen de estabilidad del OMIB, la condición inicial de la potencia mecánica del OMIB, la manera de calcular el valor especificado, y su valor numérico, el nivel de ATC, así como también el costo total de generación, son reportados en las columnas 3, 4, 5, 6, 7 y 8 de la Tabla 5.10. La estructura OMIB equivalente, permanece inestable en la primera oscilación durante todo el proceso de estabilización, y solo dos iteraciones fueron requeridas para calcular el punto de equilibrio transitoriamente estable.

En la segunda iteración, es calculado el punto de equilibrio transitoriamente estable PI^2 que se muestra en la Tabla 5.10, con un costo de generación de 61,759.5 \$/hr, y un margen de estabilidad de $\eta_{st} = +0.0261$ pu-rad, por lo tanto el proceso de estabilización finaliza.

Tabla 5.10 Resumen del proceso de estabilización del sistema de 39 nodos.

| Iteración | Cálculo de PI's | Parámetros del OMIB | | Evaluación de $P_{m \text{ sp}}$ | $P_{m \text{ sp}}$ (pu) | CBI (pu) | Costo (\$/hr) |
|-----------|------------------|---------------------|--------------|----------------------------------|-------------------------|----------|---------------|
| | | η (pu-rad) | P_m^0 (pu) | | | | |
| 1 | PI^0 (FPO) | -0.3713 | 5.6316 | Ec. (4.45) | 5.5753 | 7.5376 | 61,753.3 |
| | PI^1 (TSC-OPF) | -0.2913 | 5.5753 | Ec. (3.46) | 5.3703 | 7.4936 | 61,753.6 |
| 2 | PI^2 (TSC-OPF) | +0.0261 | 5.3703 | FIN | | 7.3330 | 61,759.5 |

Tabla 5.11 Segundo punto de operación PI^2 de estado estacionario.

| Nodo | P_{mP} (MW) | Q_{rP} (MW) | Nodo | P_{mP} (MW) | Q_{rP} (MW) |
|---------------------------|---------------|---------------|--------------|---------------|---------------|
| 30 | 246.55 | 97.80 | 35 | 658.55 | 186.78 |
| 31 | 573.46 | 179.89 | 36 | 565.92 | 212.93 |
| 32 | 648.94 | 163.97 | 37 | 542.92 | 60.01 |
| 33 | 639.65 | 54.87 | 38 | 809.91 | 41.31 |
| 34 | 515.11 | 94.03 | 39 | 989.88 | 118.82 |
| Costo Total de Generación | | | 61,759.5 (€) | | |

La trayectoria $\delta - P$ del OMIB estable, asociada al punto PI^2 se muestra en la Figura 5.10, mientras que las trayectorias estables del sistema multi-máquina, se presentan gráficamente en la Figura 5.11.

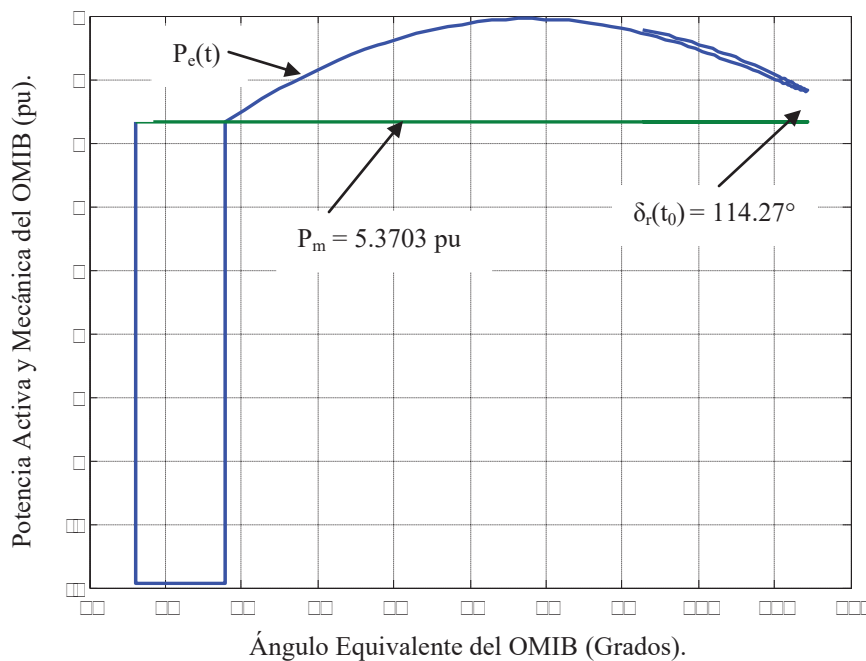
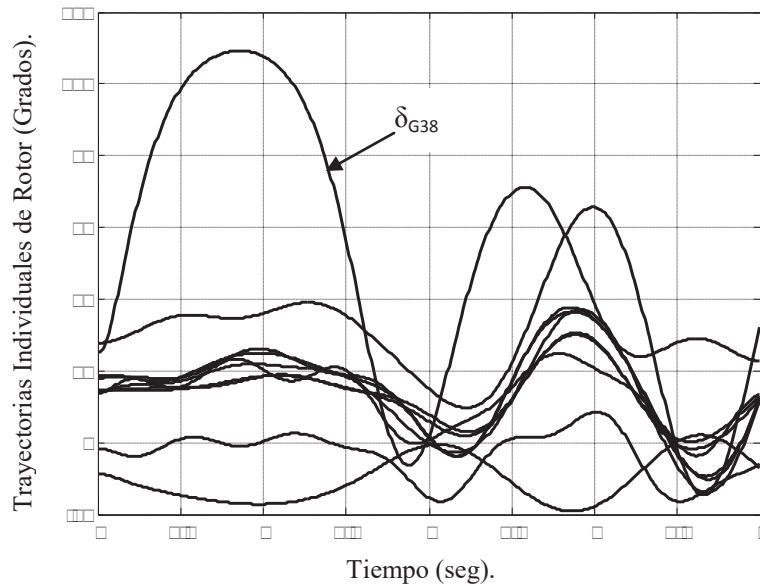


Figura 5.10 Plano $\delta - P$ para el segundo punto de operación.



5.11 Trayectorias de ángulos de rotor para el segundo punto de operación.

Los flujos de potencia en los enlaces de conexión entre las áreas C y D para este punto de operación se presentan enseguida:

$$P_{2-1} = 124.26 - j47.79 \text{ pu}$$

$$P_{2-3} = 358.49 + j120.00 \text{ pu}$$

$$P_{26-27} = 250.55 + j105.98 \text{ pu}$$

Finalmente, cabe resaltar que el valor base de intercambio de energía lo proporciona el punto PI^2 , el cual es igual a $P_{pf} = 733.30 \text{ MW}$, este valor de transferencia de energía es ahora seguro ante la contingencia establecida.

5.6 Capacidad de transferencia en el sistema de 39 nodos utilizando CT-FPO-RET

También en la Sección 2.7.2, se determinó el punto inicial PI^0 y su respectivo valor de ATC de este sistema, mediante el análisis de FPO-CT. En la Sección 3.7.2, se propone un escenario de falla descrito en la sección anterior, y se realiza un análisis de estabilidad transitoria cuando el sistema está operando en PI^0 , el resultado del análisis demuestra que el sistema operando en éste punto también es inestable, siendo la máquina crítica la conectada al nodo 38, y las 8 máquinas restantes son no críticas, por lo tanto, se requiere encontrar un

punto PI que sea transitoriamente estable, y al mismo tiempo proporcione un valor de δ_{max} seguro, desde el punto de vista dinámico.

En la Tabla 5.12, se muestra el punto de operación PI^0 de estado estacionario, obtenido con FPO-CT, el cual es considerado en ésta sección como condición inicial del sistema.

Tabla 5.12 Punto inicial de operación PI^0 de estado estacionario.

| Nodo | P_{mP} (MW) | δ_{IP} (MW) | Nodo | P_{mP} (MW) | δ_{IP} (MW) |
|---------------------------|---------------|--------------------|----------------|---------------|--------------------|
| 30 | 350.00 | 181.23 | 35 | 487.26 | 145.07 |
| 31 | 650.00 | 221.88 | 36 | 274.42 | 170.69 |
| 32 | 800.00 | 214.59 | 37 | 700.00 | 89.58 |
| 33 | 260.50 | 37.01 | 38 | 900.00 | 75.36 |
| 34 | 572.58 | 90.42 | 39 | 1200.00 | 33.46 |
| Costo Total de Generación | | | 65,522.6 (M\$) | | |

Los resultados obtenidos durante el proceso de estabilización, se resumen en la Tabla 5.13. En ésta misma tabla, se tiene que solo tres iteraciones fueron requeridas para calcular el punto de equilibrio transitoriamente estable.

En la última fila de la Tabla 5.13, se presenta la tercera iteración del proceso de estabilización, donde se muestran los parámetros del OMIB estable, los cuales son: $\eta_3 = +0.0002$ pu-rad, y $P_{m3} = 5.3215$ pu, dado que el margen de estabilidad cumple con la restricción de estabilidad, el proceso de estabilización finaliza.

Tabla 5.13 Resumen del proceso de estabilización del sistema de 39 nodos.

| Iteración | Cálculo de PI's | Parámetros del OMIB | | Evaluación de $P_{m \text{ sp}}$ | $P_{m \text{ sp}}$ (pu) | ATC (pu) | Costo (\$/hr) |
|-----------|---------------------|---------------------|--------------|----------------------------------|-------------------------|----------|---------------|
| | | η (pu-rad) | P_m^0 (pu) | | | | |
| 1 | PI^0 (FPO-CT) | -1.2727 | 6.2695 | Ec. (4.45) | 5.6426 | 10.7771 | 65,522.6 |
| | PI^1 (CT-FPO-RET) | -0.4722 | 5.6426 | Ec. (3.46) | 5.2728 | 10.1810 | 69,051.9 |
| 2 | PI^2 (CT-FPO-RET) | +0.0730 | 5.2728 | Ec. (3.46) | 5.3215 | 9.8240 | 68,753.7 |
| 3 | PI^3 (CT-FPO-RET) | +0.0002 | 5.3215 | FIN | | 9.8711 | 68,790.5 |

En la Tabla 5.14, se muestra el punto de equilibrio PI^3 obtenido en la tercera iteración, dicho punto es dinámicamente seguro para la contingencia considerada.

Tabla 5.14 Tercer punto de operación PI^3 de estado estacionario.

| Nodo | P_{mIP} (MW) | Q_{IP} (MW) | Nodo | P_{mIP} (MW) | Q_{IP} (MW) |
|---------------------------|----------------|---------------|----------------|----------------|---------------|
| 30 | 350.00 | 91.30 | 35 | 750.00 | 272.97 |
| 31 | 650.00 | 17.80 | 36 | 750.00 | 250.00 |
| 32 | 800.00 | 276.89 | 37 | 700.00 | 94.79 |
| 33 | 190.74 | 106.76 | 38 | 805.72 | 60.55 |
| 34 | 10.00 | 125.38 | 39 | 1200.00 | 282.20 |
| Costo Total de Generación | | | 68,790.5 (M\$) | | |

Finalmente, la suma de flujos de potencia activa (asociados a PI^3), en las líneas de transmisión que conectan las áreas C y D, proporcionan el valor de ATC de éste sistema $ATC_{max} = 987.11$ MW, la energía intercambiada entre el área C y D se muestra enseguida:

$$P_{2-1} = 17.83 - 124.22 \text{ MW}$$

$$P_{2-3} = 575.11 + 169.19 \text{ MW}$$

$$P_{26-27} = 394.17 + 116.15 \text{ MW}$$

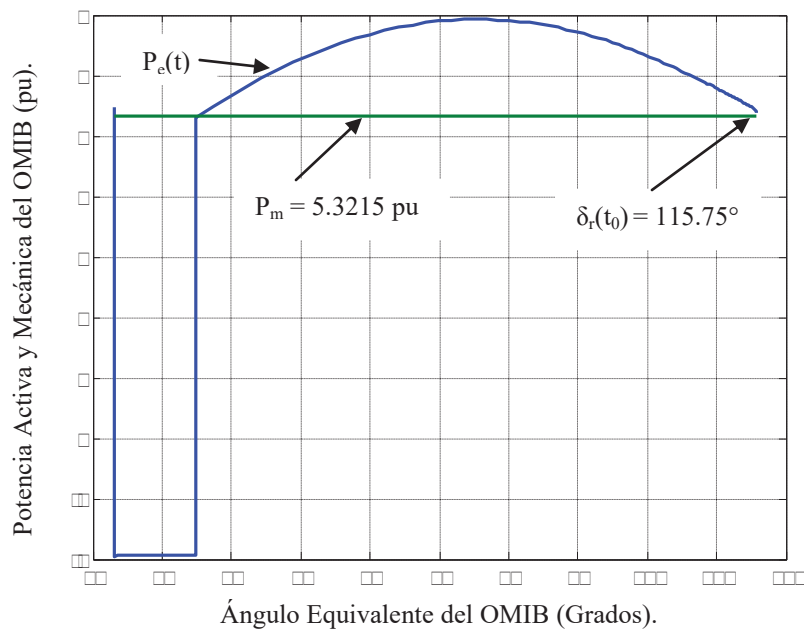


Figura 5.12 Plano $\delta - P$ para el tercer punto de operación.

La trayectoria $\delta - P$ de la estructura OMIB, asociada a PI^3 se muestra en la Figura 5.12, de ésta figura se puede determinar que la estructura OMIB es estable, ya que la curva de la P_g nunca alcanza a cruzar la curva de la P_m .

Tabla 5.15 Comparación de ATC en estado estacionario y dinámico.

| Punto de operación | ATC (MW) | Costo (\$/hr) |
|--------------------|----------|---------------|
| PI^0 | 1077.71 | 65, 522.6 |
| PI^3 | 987.11 | 68, 790.5 |

En la Tabla 5.15, se tiene que el valor de ATC para el punto de operación PI^3 es menor con respecto al del punto PI^0 , esto es debido a que la máquina crítica del área C (generador 38), es obligada a reducir su generación de potencia, por lo que esto se convierte en una limitante del valor de ATC. Además, se presenta en ésta misma tabla, que el costo de generación asociado a PI^3 , es mayor con respecto al costo de PI^0 , esto se origina porque existe una reducción de generación en el área de envío (área C), y para suplir ésta reducción se tienen que incrementar la generación en el área de recepción (área D), para lograr lo anterior se debe incrementar el despacho de generación en las máquinas del área D, y éstas al ser más costosas se eleva el costo de producción. Aunado a lo anterior, la mala distribución de los flujos de potencia sobre las líneas que conectan las dos áreas, influye directamente en el costo de generación.

5.7 Capacidad de transferencia en el sistema de 39 nodos utilizando CT-RET-CPE

En base al punto de estado estacionario PI^0 , que se determinó en la Sección 2.7.2 mediante el análisis de FPO-CT-CPE, se considero el mismo escenario de falla planteado en la Sección 3.7.2 y en las dos secciones anteriores; en la Sección 3.7.2 se realizo un análisis de estabilidad transitoria cuando el sistema está operando en PI^0 , el análisis demostró que el sistema es inestable, resultando una sola máquina crítica, que es la conectada al nodo 38, y las ocho máquinas restantes son no críticas; por lo tanto, es indispensable encontrar un punto PI que cumpla con los requisitos de seguridad dinámica, y de esta manera su valor asociado de $\lambda_{g_{min}}$ cumpla las mismas características.

En la Tabla 5.16, se reporta el punto de equilibrio obtenido mediante el análisis de FPO-CT-CPE en la Sección 2.7.2

Tabla 5.16 Punto inicial de operación PI^0 de estado estacionario.

| Nodo | $P_{m_{ip}}$ (MW) | Q_{ip} (MW) | Nodo | $P_{m_{ip}}$ (MW) | Q_{ip} (MW) |
|---------------------------|-------------------|---------------|-----------------|-------------------|---------------|
| 30 | 350.00 | 129.48 | 35 | 596.55 | 171.27 |
| 31 | 537.27 | 181.41 | 36 | 507.76 | 200.08 |
| 32 | 608.67 | 163.29 | 37 | 700.00 | 80.44 |
| 33 | 575.60 | 46.96 | 38 | 900.00 | 69.15 |
| 34 | 471.31 | 89.03 | 39 | 950.66 | 112.37 |
| Costo Total de Generación | | | 62,484.2 (□□□□) | | |

El resumen del proceso de estabilización, en el que se utiliza el enfoque de la Sección 4.7, se reporta en la Tabla 5.17.

Tabla 5.17 Resumen del proceso de estabilización del sistema de 39 nodos.

| Iteración | Cálculo de PI's | Parámetros del OMIB | | Evaluación de $P_{m_{isp}}$ | $P_{m_{isp}}$ (pu) | ATC (pu) | Costo (\$/hr) |
|-----------|---------------------|---------------------|--------------|-----------------------------|--------------------|----------|---------------|
| | | η (pu-rad) | P_m^0 (pu) | | | | |
| 1 | PI^0 (FPO-CT-CPE) | -1.2716 | 6.2681 | Ec. (4.45) | 5.6413 | 10.7525 | 62,484.2 |
| | PI^1 (CT-RET-CPE) | -0.4687 | 5.6413 | Ec. (3.46) | 5.2754 | 10.1540 | 62,386.3 |
| 2 | PI^2 (CT-RET-CPE) | +0.0858 | 5.2754 | Ec. (3.46) | 5.3294 | 9.8032 | 62,366.1 |
| 3 | PI^3 (CT-RET-CPE) | +0.0014 | 5.3294 | FIN | | 9.8551 | 62,367.5 |

En la Tabla 5.17, se muestra que en la tercera iteración, se determina que el punto de equilibrio PI^3 es transitoriamente estable, presentando un costo de generación de 62,367.5 \$/hr, y un margen de estabilidad de $\eta_{st} = +0.0014$ pu-rad, por lo tanto, el proceso de estabilización se da por finalizado.

El punto de equilibrio PI^3 , se presenta en la Tabla 5.18, éste punto posee la suficiente capacidad para soportar la contingencia considerada, por consecuencia, proporciona un valor de ATC que es seguro desde el punto de vista dinámico.

Tabla 5.18 Tercer punto de operación PI^3 de estado estacionario.

| Nodo | P_{mP} (MW) | Q_{mP} (MW) | Nodo | P_{mP} (MW) | Q_{mP} (MW) |
|---------------------------|---------------|---------------|--------------|---------------|---------------|
| 30 | 350.00 | 127.43 | 35 | 613.31 | 173.85 |
| 31 | 545.15 | 180.53 | 36 | 524.38 | 202.73 |
| 32 | 618.92 | 162.72 | 37 | 700.00 | 76.89 |
| 33 | 594.38 | 47.69 | 38 | 805.95 | 43.04 |
| 34 | 483.81 | 89.74 | 39 | 957.83 | 109.30 |
| Costo Total de Generación | | | 62,367.5 (€) | | |

En base al punto de equilibrio PI^3 , enseguida se muestran los flujos de potencia en las líneas de transmisión que conectan las áreas C y D, la suma de potencia activa de dichos flujos proporcionan el valor de $Q_{g} = 985.51$ MW,

$$Q_{2-1} = 170.49 - 38.86 \text{ pu}$$

$$Q_{2-3} = 495.35 + 107.23 \text{ pu}$$

$$Q_{26-27} = 319.67 + 101.49 \text{ pu}$$

La trayectoria estable $\delta - P$ de la estructura OMIB, se muestra en la Figura 5.13,

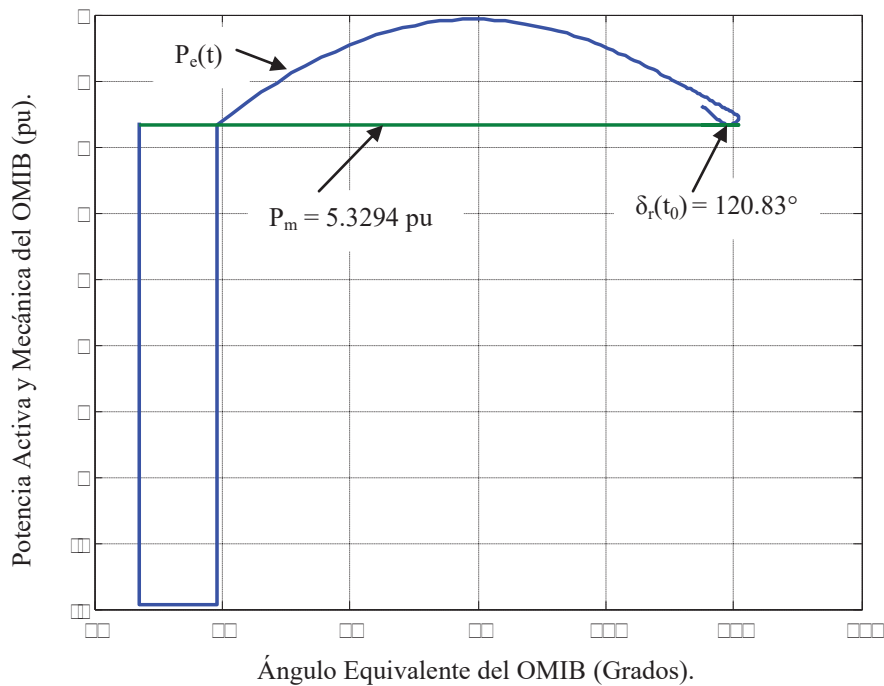


Figura 5.13 Plano $\delta - P$ para el quinto punto de operación.

En la Figura 5.13, se muestra que el ángulo de retorno ocurre a los 120.83° , para un valor especificado de la potencia mecánica igual a 5.3294 pu, el cual origina que la estructura OMIB sea estable.

Tabla 5.19 Comparación de ATC en estado estacionario y dinámico.

| Punto de operación | ATC (MW) | Costo (\$/hr) |
|--------------------|----------|---------------|
| PI^0 | 1075.25 | 62,484.2 |
| PI^3 | 985.51 | 62,367.5 |

De la Tabla 5.19, se observa que el costo de generación asociado a PI^3 , es menor en comparación al costo de PI^0 , a diferencia del caso presentado en la sección anterior, donde el costo de PI^3 es mayor al de PI^0 ; éste resultado se debe a que la formulación CT-RET-CPE considera implícitamente las pérdidas generales del sistema, por lo que se tiene una mejor distribución de los flujos de potencia sobre las líneas de transmisión, que conforman la interface de conexión.

5.8 Comparación de los niveles de ATC en el sistema de 39 nodos

En esta Sección, nuevamente se realiza un análisis de los tres distintos valores de ATC obtenidos con los enfoques TSC-OPF, CT-FPO-RET y CT-RET-CPE. En la columna 2 y 3 de la Tabla 5.20, se muestran los valores de capacidad de transferencia y su costo asociado, a cada uno de los diferentes análisis efectuados.

Tabla 5.20 Valores de ATC para el sistema de 39 nodos.

| Análisis | ATC (MW) | Costo (\$/hr) |
|------------|----------|---------------|
| TSC-OPF | 733.30 | 61,759.5 |
| CT-FPO-RET | 987.11 | 68,790.5 |
| CT-RET-CPE | 985.51 | 62,367.5 |

Una vez más, es conveniente resaltar que los tres valores distintos de ATC, que se presentan en la tabla anterior, son transitoriamente estables para la contingencia definida anteriormente en este sistema.

En la Tabla 5.18, se observa que el análisis que proporciono el valor mayor de ATC, y que además presenta el costo de generación más elevado, fue el que se obtuvo con el enfoque

CT-FPO-RET, lo anterior es debido a que el objetivo de este esquema es maximizar la transferencia de energía, sin atender la operación económica del sistema. El valor de ATC = 987.11 MW, indica fielmente al operador del sistema de potencia la cantidad de energía que se puede transferir del área A hacia el área B de manera segura, cuando el sistema es sujeto al escenario de contingencia definido.

El segundo valor mayor de ATC = 985.51 MW, es el que se obtuvo mediante el enfoque de CT-RET-CPE, esto es porque en éste además de considerarse la maximización de transferencia de energía, también se considera la minimización del costo de producción de energía.

Mientras que, con el enfoque de TSC-OPF se obtuvo el menor valor de transferencia de energía, la cual fue de CBI = 733.30 MW, debido a que en este análisis únicamente se considera la minimización del costo de generación de energía, y no se considera la optimización de la transferencia de energía. Este valor de CBI es demasiado conservador, y no representa de manera adecuada la capacidad de transferencia de energía del sistema.

El valor de ATC, obtenido con CT-FPO-RET es de 987.11 MW, mientras que el valor de ATC obtenido con CT-RET-CPE es de 985.51 MW, comparando los valores anteriores se tiene que su diferencia es de únicamente 1.6 MW, pero esta pequeña diferencia hace que el costo de generación del enfoque CT-FPO-RET se incremente en un 10.3 % en comparación con el costo de generación del esquema CT-RET-CPE.

5.9 Capacidad de transferencia en el sistema Mexicano de 190 nodos utilizando TSC-OPF

En la Sección 2.7.3, se determinó el punto inicial PI^0 y su respectivo valor de ATC para este sistema mediante el análisis de OPF, por otro lado en la Sección 3.7.3, se demostró que el sistema operando en PI^0 es inestable ante la ocurrencia de una falla trifásica sólida a tierra, que ocurre cerca del nodo 183, y es liberada después de 150 ms, mediante la salida de operación de la línea 185-183. Por tanto, el objetivo de este primer caso, es determinar un valor de $\square\square_{opf}$ donde el sistema sea transitoriamente estable, mediante el uso del enfoque TSC-OPF.

Tomando en consideración, el punto de equilibrio PI^0 obtenido por medio del análisis de OPF, el cual se presenta en la Tabla B.22 del Apéndice B, y el escenario de falla especificado, la aplicación del método de SIME determina que el sistema es inestable. En este caso, la estructura OMIB crítica, está compuesta por 16 máquinas críticas y 30

máquinas no críticas como se ilustra en la Figura 3.17. En este escenario de falla inestable, el sistema multi-máquina es representado por una estructura OMIB inestable, la cual posee una condición inicial de potencia mecánica igual a $P_m^{t_0} = 2.2477$ pu, y un margen de inestabilidad de $\eta_{inst} = -0.6046$ pu-rad, tal que es necesario, calcular el primer valor especificado de $P_m^{sp} = 2.1353$ pu, como se muestra en la fila 1 de la Tabla 5.21, al comienzo del proceso de estabilización.

Tabla 5.21 Resumen del proceso de estabilización del sistema Mexicano.

| Iteración | Cálculo de PI's | Parámetros del OMIB | | Evaluación de P_m^{sp} | P_m^{sp} (pu) | CBI (pu) | Costo (\$/hr) |
|-----------|---------------------------|---------------------|------------------|--------------------------|-----------------|----------|---------------|
| | | η (pu-rad) | $P_m^{t_0}$ (pu) | | | | |
| 1 | PI ⁰ (FPO) | -0.6046 | 2.2477 | Ec. (4.45) | 2.1353 | 6.4125 | 21,106.4 |
| | PI ¹ (TSC-OPF) | -0.4886 | 2.1353 | Ec. (3.46) | 1.6631 | 6.3052 | 21,106.4 |
| 2 | PI ² (TSC-OPF) | -0.0828 | 1.6631 | Ec. (3.46) | 1.5668 | 5.8540 | 21,107.8 |
| 3 | PI ³ (TSC-OPF) | -0.0017 | 1.5668 | Ec. (3.46) | 1.5528 | 5.7618 | 21,108.2 |
| 4 | PI ⁴ (TSC-OPF) | +0.0290 | 1.5528 | FIN | | 5.7484 | 21,108.3 |

El resumen del proceso de estabilización se presenta en la Tabla 5.21. Para cada uno de los puntos de operación calculados durante el proceso de estabilización, su correspondiente margen de estabilidad del OMIB, la condición inicial de la potencia mecánica del OMIB, la forma de calcular el valor especificado y su valor numérico, el nivel de ATC, así como también el costo total de generación, son presentados en las columnas 3, 4, 5, 6, 7 y 8 de la Tabla 5.21. En éste caso, solo cuatro iteraciones fueron requeridas para calcular el punto de equilibrio transitoriamente estable.

El punto de equilibrio PI⁴ es transitoriamente estable, y se muestra en la Tabla B.25 del Apéndice B, dicho punto de operación posee un costo de generación igual a 21,108.3 \$/hr, y un margen de estabilidad de $\eta_{st} = +0.0290$ pu-rad, por consecuencia el proceso de estabilización finaliza.

Las trayectorias estables del sistema multi-máquina se presentan gráficamente en la Figura 5.14.

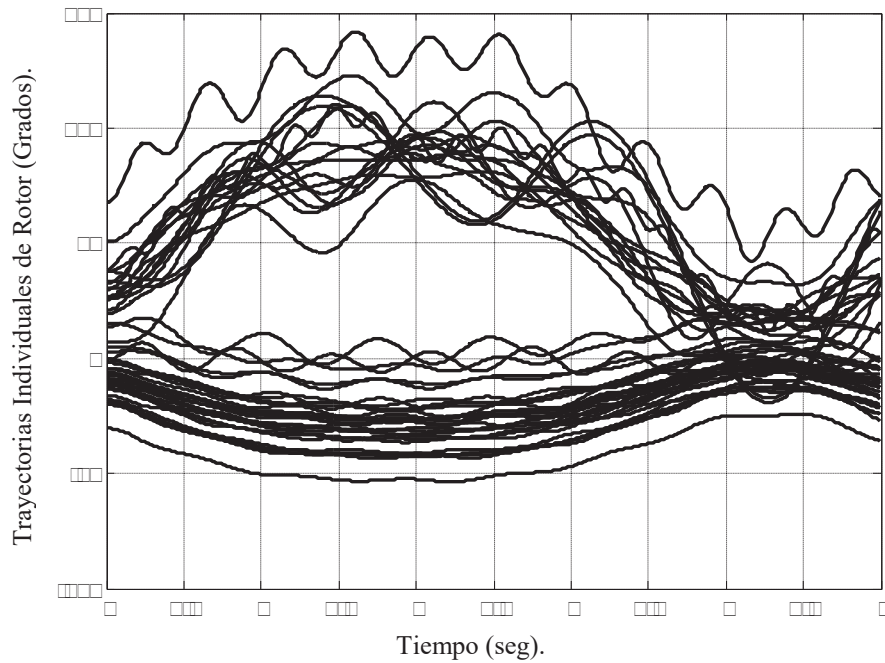


Figura 5.14 Trayectorias de ángulos de rotor para el cuarto punto de operación.

Por último, los flujos de potencia sobre las líneas de transmisión que conectan las áreas E y F, proporcionan un valor de $P_{pf} = 574.84 \text{ MW}$, como se reporta en la fila 5 de la Tabla 5.19.

5.10 Capacidad de transferencia en el sistema Mexicano de 190 nodos utilizando CT-FPO-RET

Considerando el punto de operación PI^0 de estado estacionario, que se obtuvo en la Sección 2.7.3 (y que se presenta en la Tabla B.23 del Apéndice B), y el escenario de falla especificado La aplicación del método de SIME, determina que el sistema también es inestable con 16 máquinas críticas y 30 máquinas no críticas.

En la Tabla 5.22, se presenta el resumen del proceso de estabilización del sistema Mexicano, utilizando el análisis de CT-RET-CPE.

5.22 Resumen del proceso de estabilización del sistema Mexicano.

| Iteración | Cálculo de PI's | Parámetros del OMIB | | Evaluación de $P_{m \text{ [sp]}}$ | $P_{m \text{ [sp]}}$ (pu) | ATC (pu) | Costo (\$/hr) |
|-----------|------------------------------|---------------------|--------------|------------------------------------|---------------------------|----------|---------------|
| | | η (pu-rad) | P_m^0 (pu) | | | | |
| 1 | PI ⁰ (CT-FPO) | -1.1050 | 2.3276 | Ec. (4.45) | 2.0948 | 12.2990 | 23,045.2 |
| | PI ¹ (CT-FPO-RET) | -0.8217 | 2.0948 | Ec. (3.46) | 1.4196 | 7.6230 | 23,814.7 |
| 2 | PI ² (CT-FPO-RET) | -0.1155 | 1.4196 | Ec. (3.46) | 1.3092 | 6.9575 | 23,804.7 |
| 3 | PI ³ (CT-FPO-RET) | -0.0435 | 1.3092 | Ec. (3.46) | 1.2425 | 6.8484 | 23,804.2 |
| 4 | PI ⁴ (CT-FPO-RET) | +0.0056 | 1.2425 | FIN | | 6.9123 | 23,804.1 |

En la cuarta iteración de la Tabla 5.22, se obtuvo el punto de equilibrio PI⁴, el cual es transitoriamente estable, y se muestra en la Tabla B.26 del Apéndice B. Éste punto de equilibrio tiene un costo de generación igual a 23,804.1 \$/hr, y un margen de estabilidad igual a $\eta_{\text{est}} = +0.0056$ pu-rad, tal y como se muestra en la última fila de la Tabla 5.22.

Las trayectorias estables del sistema multi-máquina, se presentan gráficamente en la Figura 5.15.

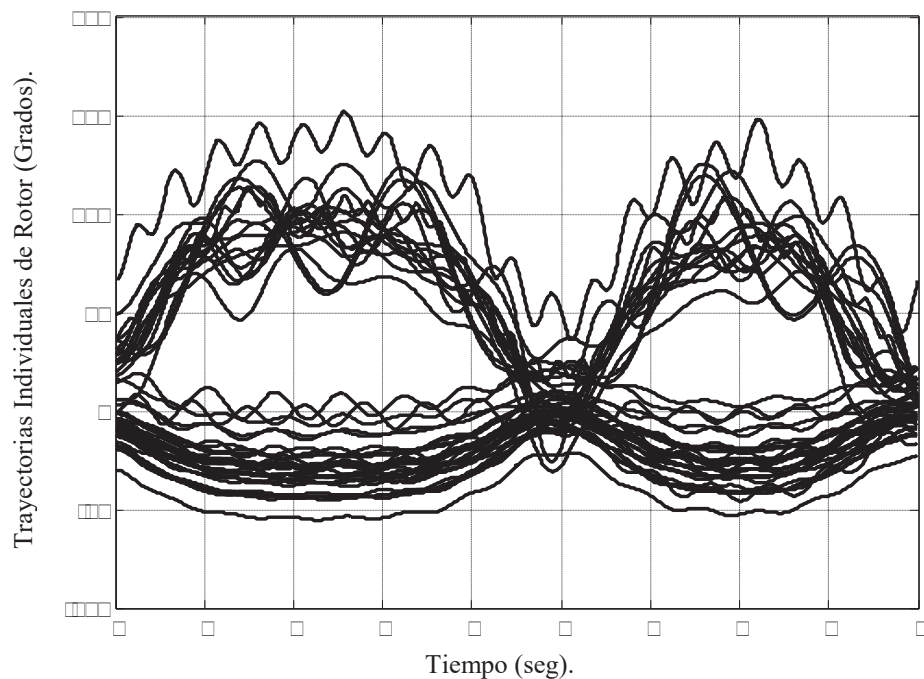


Figura 5.15 Trayectorias de ángulos de rotor para el cuarto punto de operación.

Por último, el punto de operación PI^4 es dinámicamente seguro, y este proporciona un valor de igual a $P_{m\max} = 690.23$ MW, dicho valor indica la máxima transferencia de energía que existe entre el área E y F, tal y como se reporta en la fila 5 de la Tabla 5.22.

5.11 Capacidad de transferencia en el sistema Mexicano de 190 nodos utilizando CT-RET-CPE

Ahora, se considera el punto de operación PI^0 que se reporta en la Tabla B.24 del Apéndice B, como condición inicial, y también el mismo escenario de falla que se especifica en las dos secciones anteriores. Para éste escenario, el método de SIME determina que el sistema es inestable, con una estructura que está compuesta por 16 máquinas críticas, y 30 máquinas no críticas, como se ilustra en la Figura 3.17.

5.23 Resumen del proceso de estabilización del sistema Mexicano.

| Iteración | Cálculo de PI's | Parámetros del OMIB | | Evaluación de $P_{m\text{sp}}$ | $P_{m\text{sp}}$ (pu) | ATC (pu) | Costo (\$/hr) |
|-----------|---------------------|---------------------|--------------|--------------------------------|-----------------------|----------|---------------|
| | | η (pu-rad) | P_m^0 (pu) | | | | |
| 1 | PI^0 (CT-FPO-CPE) | -0.7335 | 2.0826 | Ec. (4.45) | 1.8743 | 12.2705 | 22,113.2 |
| | PI^1 (CT-RET-CPE) | -0.4879 | 1.8743 | Ec. (3.46) | 1.4605 | 7.4014 | 23,670.8 |
| 2 | PI^2 (CT-RET-CPE) | -0.0909 | 1.4605 | Ec. (3.46) | 1.3658 | 6.9934 | 23,660.8 |
| 3 | PI^3 (CT-RET-CPE) | +0.0060 | 1.3658 | FIN | | 6.8997 | 23,657.4 |

Los resultados obtenidos durante el proceso de estabilización se reportan en la Tabla 5.23. En ésta última tabla, se observa que el algoritmo para control de estabilidad transitoria, solamente requiere de tres iteraciones para encontrar el punto de equilibrio PI^3 , dicho punto se presenta en la Tabla B.27 del Apéndice B. La estructura OMIB estable, posee un margen de estabilidad igual a $\eta_{st} = +0.0056$ pu-rad. El valor de capacidad de transferencia para éste punto de operación es igual a $P_{m\text{g}} = 689.97$ MW, como se reporta en la última fila de la Tabla 5.23.

Las trayectorias estables del sistema multi-máquina, se presentan gráficamente en la Figura 5.16.

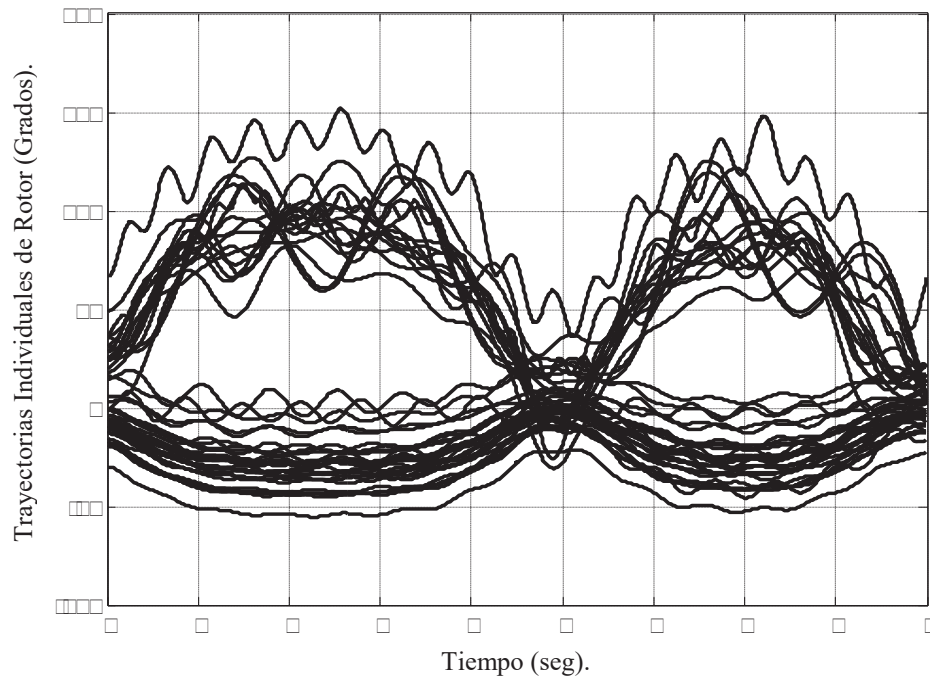


Figura 5.16 Trayectorias de ángulos de rotor para el quinto punto de operación.

5.12 Comparación de los niveles de ATC en el sistema Mexicano de 190 nodos

Los valores de ATC del sistema Mexicano, obtenidos con los enfoques TSC-OPF, CT-FPO-RET y CT-RET-CPE se muestran en la columna 2 de la Tabla 5.24, mientras que su costo asociado se muestra en la columna 3 de la misma tabla, resaltando nuevamente que estos valores de ATC son transitoriamente seguros para la contingencia considerada.

Tabla 5.24 Valores de ATC para el sistema Mexicano de 190 nodos.

| Análisis | CT (MW) | Costo (\$/hr) |
|------------|---------|---------------|
| TSC-OPF | 574.84 | 21,108.3 |
| CT-FPO-RET | 691.23 | 23,804.1 |
| CT-RET-CPE | 689.97 | 23,657.4 |

El valor de $\square\square I_{\square pf} = 574.84$ MW obtenido con el análisis de TSC-OPF es el más bajo de todos, debido a que en este análisis solo se considera la optimización del aspecto económico, este valor no es útil desde el punto de vista del mercado energético, ya que no refleja la capacidad de transferencia de energía real del sistema.

Los análisis de CT-FPO-RET y CT-RET-CPE, proporcionan los valores de ATC más altos de este sistema, estos dos valores son muy similares, por lo que ambos indican con mayor exactitud la capacidad de transacción de energía entre las áreas E y F, estos dos valores establecen el límite máximo de flujo de potencia, que se puede transmitir sobre la interfaz de conexión que existe entre ambas áreas de manera segura, bajo las condiciones de falla establecidas.

5.13 Estabilización de Multi-Contingencias para el cálculo de la capacidad de transferencia

En siguientes casos de estudio, se utiliza el sistema de 9 nodos (Figura 2.6), para comprobar que las metodologías I y II, que se presentaron en la sección 4.9.4.1 y 4.9.4.2, respectivamente, son efectivas para lograr la estabilización de contingencias múltiples empleando los enfoques FPORET-MC, CT-RET-MC y CTRET-MC-CPE, las curvas de costo de los generadores, y los límites de voltaje nodal para este caso especial, se muestran en la Tabla 5.25 y 5.26, respectivamente; además se considera que la lista de contingencias dañinas se compone por las siguientes contingencias,

- **CTG1:** Falla nodo 7, aplicada en $t = 0$ y liberada quitando la línea que conecta los nodos 5-7 en $t = 270$ ms.
- **CTG2:** Falla nodo 9, aplicada en $t = 0$ y liberada quitando la línea que conecta los nodos 6-9 en $t = 270$ ms.
- **CTG3:** Falla nodo 7, aplicada en $t = 0$ y liberada quitando la línea que conecta los nodos 7-8 en $t = 270$ ms.

Tabla 5.25 Coeficientes de Curvas de costo del sistema de 9 nodos.

| Nodo | Coeficientes curvas de costo | | |
|------|------------------------------|----------------|------------------------------|
| | a (\$/hr) | b (\$/MWhr) | c (\$/MW ² hr) |
| 1 | 100 | 30 | 2.0 |
| 2 | 100 | 20 | 0.8 |
| 3 | 100 | 30 | 0.9 |

Tabla 5.26 Límites de voltaje para el sistema de 9 nodos.

| Tipo de Nodo | Límites de Voltaje (pu) | |
|--------------|----------------------------|------|
| | Min. | Max. |
| Referencia | 1.0 | 1.06 |
| Generador | 1.0 | 1.06 |
| Carga | 0.97 | 1.05 |

Las contingencias previamente mencionadas, provocan que el sistema pierda sincronismo. Su grado de severidad, es determinado en base al Tiempo Crítico de Liberación (TCL) de la falla. La Tabla 5.27, presenta el ordenamiento de las contingencias de acuerdo a su grado de severidad.

Tabla 5.27 Ordenamiento de contingencias.

| Falla | TCL (ms) | Orden de la Contingencia |
|-------|-------------|-----------------------------|
| CTG1 | 193.0 | 1 |
| CTG2 | 205.1 | 2 |
| CTG3 | 224.1 | 3 |

5.13.1 Estabilización de Multi-Contingencias utilizando el enfoque FPORET-MC

Por conveniencia, primero se aplica la metodología II para estabilizar la lista de contingencias considerada.

De acuerdo a la metodología II, se procede a estabilizar cada una de las contingencias especificadas de manera independiente (Paso 1).

➤ **Proceso de Estabilización Utilizando Metodología II**

Contingencia 1

Falla en el nodo 7, aplicada en $t = 0$ y liberada quitando la línea que conecta los nodos 5-7 en un tiempo de 270 ms.

En la Tabla 5.28, se muestra el resumen de los resultados obtenidos durante el proceso de estabilización de la contingencia CTG1. Para cada punto de operación involucrado en el proceso de estabilización, sus correspondientes valores de potencia mecánica inicial, margen de estabilidad, grupo de MC, grupo de máquinas NC, nivel de CBI y costo de generación se muestran en las columnas 2, 3, 4, 5, 6 y 7 de la Tabla 5.28, respectivamente.

Tabla 5.28 Proceso de estabilización de CTG1.

| PI^n | P_m (MW) | η (pu-rad) | MC | NC | CBI (pu) | \$/hr |
|--------|---------------|--------------------|------|----|-------------|---------|
| PI^0 | 159.09 | -1.0820 | 2, 3 | 1 | 1.4952 | 12.0476 |
| PI^1 | 143.14 | -0.8258 | 2, 3 | 1 | 1.3343 | 12.2437 |
| PI^2 | 91.73 | +0.6503 | 2, 3 | 1 | 0.8169 | 13.8029 |
| PI^3 | 114.38 | +0.0465 | 2, 3 | 1 | 1.0444 | 12.9516 |
| PI^4 | 116.12 | +0.0019 | 2, 3 | 1 | 1.0630 | 12.8969 |

En la columna 4 de la Tabla 5.28, se observa que el conjunto de MC se encuentra formado por los generadores 2 y 3 (paso 2), y en consecuencia se procede al paso 7.

□

Contingencia 2

Falla en el nodo 9, aplicada en $t = 0$ y liberada quitando la línea que conecta los nodos 6-9, en un tiempo de 270 ms.

En la Tabla 5.29, se presenta el resumen de los resultados obtenidos en el proceso de estabilización de la contingencia CTG2

Tabla 5.29 Proceso de estabilización de CTG2.

| PI^n | P_m (MW) | η (pu-rad) | MC | NC | CBI (pu) | \$/hr |
|--------|---------------|--------------------|------|----|-------------|---------|
| PI^0 | 159.05 | -1.0890 | 2, 3 | 1 | 1.4952 | 12.0476 |
| PI^1 | 143.14 | -0.2900 | 2, 3 | 1 | 1.3343 | 12.2437 |
| PI^2 | 137.37 | +0.0279 | 2, 3 | 1 | 1.2760 | 12.3521 |
| PI^3 | 137.88 | +0.0128 | 2, 3 | 1 | 1.2811 | 12.3418 |
| PI^4 | 138.31 | +0.0015 | 2, 3 | 1 | 1.2855 | 12.3332 |

Para esta contingencia, el conjunto de MC se encuentra formado por las máquinas 2 y 3, tal y como se muestra en la columna 4 de la Tabla 5.27 (Paso 2).

□

□ *st* *bi* *i* *n* *nting* *n* *i* *□* *□* *□* *□*

Falla en el nodo 7, aplicada en $t = 0$ y liberada quitando la línea que conecta los nodos 7-8, en un tiempo de 270 ms.

El proceso de estabilización de la contingencia CTG3 se presenta en la Tabla 5.30, en ésta misma tabla, se tiene que el conjunto de MC únicamente se encuentra formado por la máquina 2 (Paso 2).

Tabla 5.30 Proceso de estabilización de CTG3.

| PI^n | P_m (MW) | η (pu-rad) | MC | NC | CBI (pu) | \$/hr |
|--------|---------------|--------------------|----|------|-------------|---------|
| PI^0 | 88.14 | -0.8962 | 2 | 1, 3 | 1.4952 | 12.0476 |
| PI^1 | 79.33 | -0.4282 | 2 | 1, 3 | 1.4065 | 12.1704 |
| PI^2 | 71.27 | -0.0053 | 2 | 1, 3 | 1.3253 | 12.3212 |
| PI^3 | 71.17 | -0.0020 | 2 | 1, 3 | 1.3243 | 12.3233 |
| PI^4 | 71.11 | +4.2e-5 | 2 | 1, 3 | 1.3237 | 12.3246 |

Por lo general, la estabilización individual de las contingencias CTG1, CTG2 y CTG3 no garantiza que el sistema operando en PI^4 -CTG1, PI^4 -CTG2 ó PI^4 -CTG3, sea estable para el conjunto de contingencias. Por lo tanto, de acuerdo con esta metodología se procede a formar la lista de MC (Paso 3), que se muestra en la columna 2 de la Tabla 5.31, y el vector

de despachos correspondientes a los generadores que componen a este conjunto se presenta en la columna 3 de la Tabla 5.31.

Tabla 5.31 Despacho de Máquinas Críticas.

| | MC | P_m (MW) | CUMC | Despacho P_m (MW) CUMC |
|------|----|---------------|------|--------------------------------|
| CTG1 | 2 | 137.48 | | |
| | 3 | 69.22 | 3 | 69.22 |
| CTG2 | 2 | 149.51 | | |
| | 3 | 79.55 | | |
| CTG3 | 2 | 132.84 | 2 | 132.84 |

La intersección de las máquinas críticas forma la lista del CUMC (Paso 4), que se presenta en la columna 4 de la Tabla 5.31. Mientras que el CUMC, se forma por las máquinas que poseen el menor despacho de potencia (Paso 5), como se muestra en la columna 5 de la Tabla 5.31.

Considerando como límites de generación, las potencias mecánicas correspondientes a las máquinas que componen el CUMC, se realiza un análisis convencional de OPF, obteniéndose el punto de operación de estado estacionario $PI_{opf}^{\square\square}$, que se muestra en la Tabla 5.30, el cual es transitoriamente estable para la lista de contingencias consideradas (Paso 6), por consiguiente se finaliza el proceso de estabilización de multi-contingencias.

Tabla 5.32 Punto de operación $PI_{opf}^{\square\square}$ considerando límites de potencia activa.

| Nodo | \square (pu) | θ (Grad) | P_m (MW) | Q_g (MVAR) |
|---------------------------|----------------|-----------------|----------------|--------------|
| 1 | 1.060 | 0 | 115.98 | 21.91 |
| 2 | 1.049 | 3.23 | 132.84 | 3.25 |
| 3 | 1.039 | -0.13 | 69.22 | -18.87 |
| 4 | 1.050 | -3.46 | 0 | 0 |
| 5 | 1.024 | -6.25 | 0 | 0 |
| 6 | 1.037 | -5.85 | 0 | 0 |
| 7 | 1.050 | -1.10 | 0 | 0 |
| 8 | 1.038 | -3.75 | 0 | 0 |
| 9 | 1.050 | -2.26 | 0 | 0 |
| Costo Total de Generación | | | 13.0459(\$/hr) | |

El punto PI_{opf}^{MC} es transitoriamente estable para las tres contingencias establecidas, y en la Figura 5.17 se muestran los flujos de potencia asociados a tal punto de operación, sumando

de flujo de potencia activa de las líneas 7-5 y 9-6, se tiene que el valor de $C\Box I_{opf} = 101.56$ MW es también transitoriamente seguro.

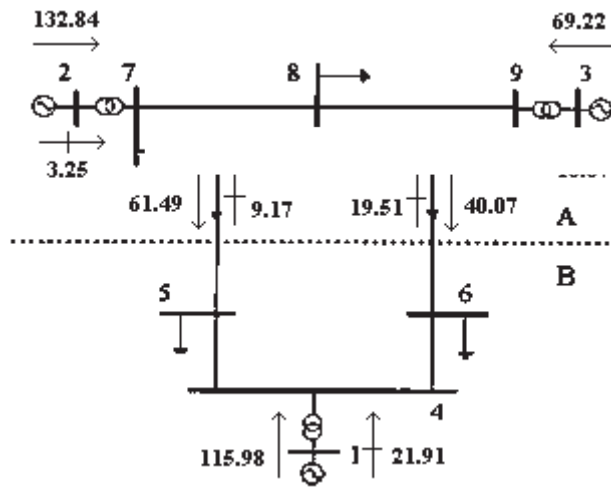


Figura 5.17 Flujos de potencia del punto PI_{fpo}^{MC} .

En la Figura 5.18, 5.19 y 5.20, se muestra el OMIB operando en el punto PI_{opf}^{MC} ante las contingencias CTG1, CTG2 y CTG3, respectivamente.

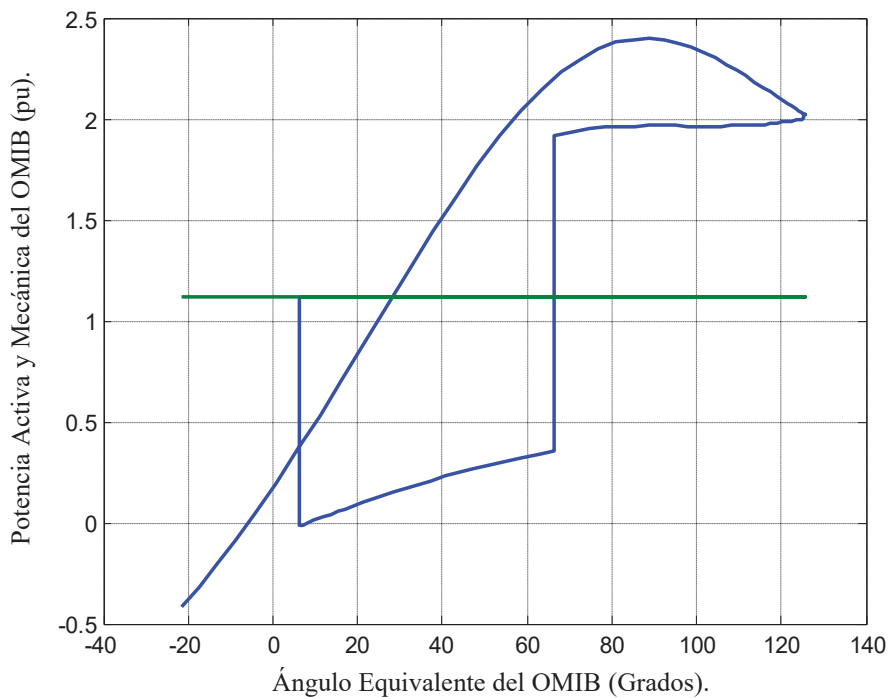


Figura 5.18 Plano $\delta - P$ del OMIB ante contingencia CTG1.

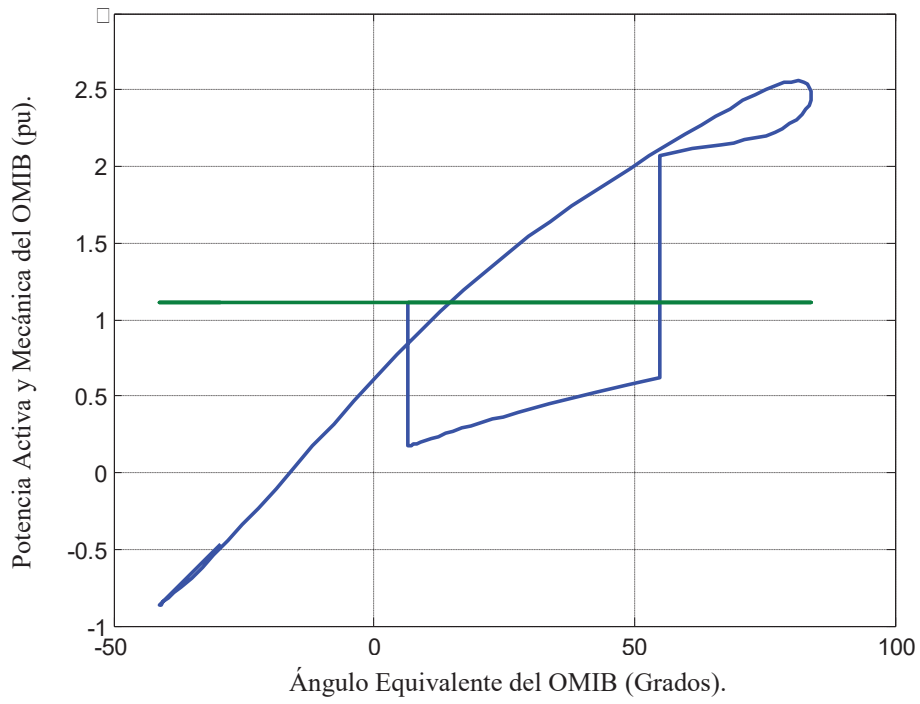


Figura 5.19 Plano $\delta-P$ del OMIB ante contingencia CTG2.

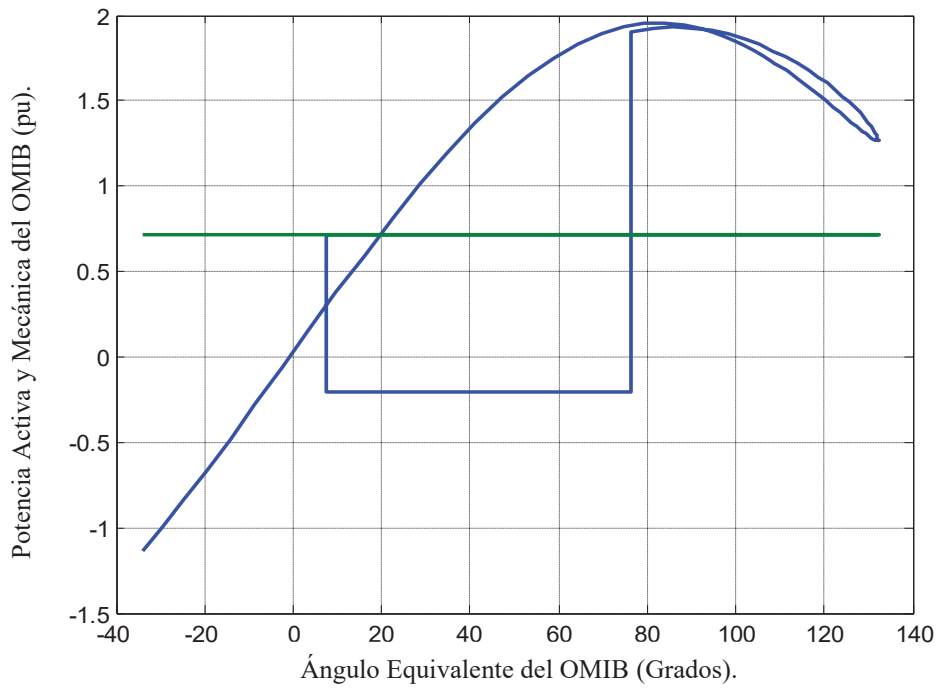


Figura 5.20 Plano $\delta-P$ del OMIB ante contingencia CTG3.

El punto de operación CTG3-PI³, es transitoriamente estable para CTG1 y CTG2, y para dicho punto las máquinas críticas están despachadas como sigue,

$$P_{m2} = 134.72 \text{ MW}$$

Los despachos anteriores, se utilizan para modificar los límites de generación de las MC (paso 5), por lo tanto finaliza el proceso de estabilización. De tal manera, los límites máximos de los generadores, correspondientes a máquinas críticas durante el proceso de estabilización son ahora: $P_{m2}^{\max} = 134.72 \text{ MW}$. El punto de equilibrio PI_{opf}^{MC} , que considera los límites de potencia activa se muestra en la Tabla 5.37, el cual es transitoriamente estable para la lista de contingencias consideradas.

Tabla 5.37 Punto de operación PI_{opf}^{MC} considerando límites de potencia activa.

| Nodo | V (pu) | θ (Grad) | P_m (MW) | Q_g (MVAR) |
|---------------------------|----------|-----------------|----------------|--------------|
| 1 | 1.060 | 0 | 114.15 | 21.94 |
| 2 | 1.049 | 3.50 | 134.72 | 3.46 |
| 3 | 1.039 | 0.02 | 69.22 | -18.87 |
| 4 | 1.050 | -3.39 | 0 | 0 |
| 5 | 1.023 | -6.14 | 0 | 0 |
| 6 | 1.037 | -5.76 | 0 | 0 |
| 7 | 1.050 | -0.88 | 0 | 0 |
| 8 | 1.038 | -3.56 | 0 | 0 |
| 9 | 1.050 | -2.11 | 0 | 0 |
| Costo Total de Generación | | | 12.9843(\$/hr) | |

En la Figura 5.21, se muestran los flujos de potencia asociados al punto de operación PI_{opf}^{MC} . La suma de flujos de potencia activa de las líneas que conectan las áreas A y B, proporciona el valor base de transferencia de energía, el cual es igual a $C_{opf} = 103.43 \text{ MW}$.

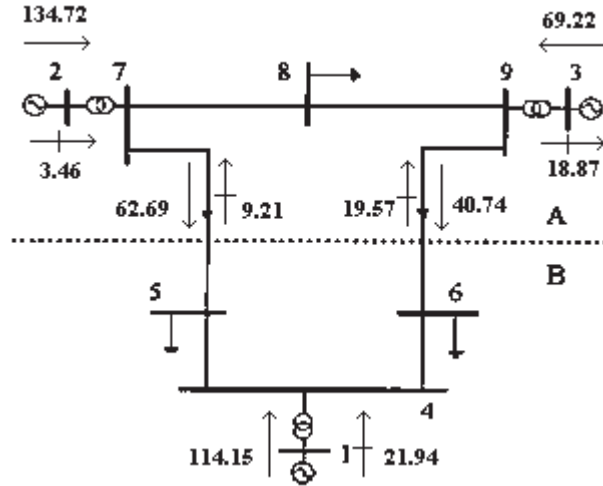


Figura 5.21 Flujos de potencia del punto PI_{opf}^{MC} .

En la Figura 5.22, 5.23 y 5.24 se muestra la estructura OMIB operando en el punto PI_{opf}^{MC} ante las contingencias CTG1, CTG2 y CTG3, respectivamente.

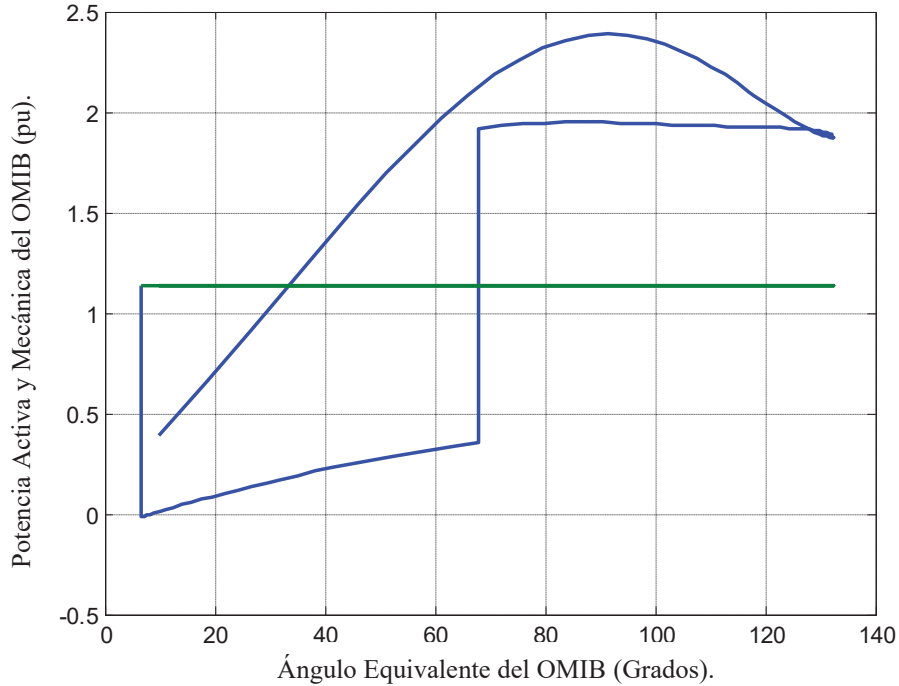


Figura 5.22 Plano $\delta-P$ del OMIB ante contingencia CTG1.

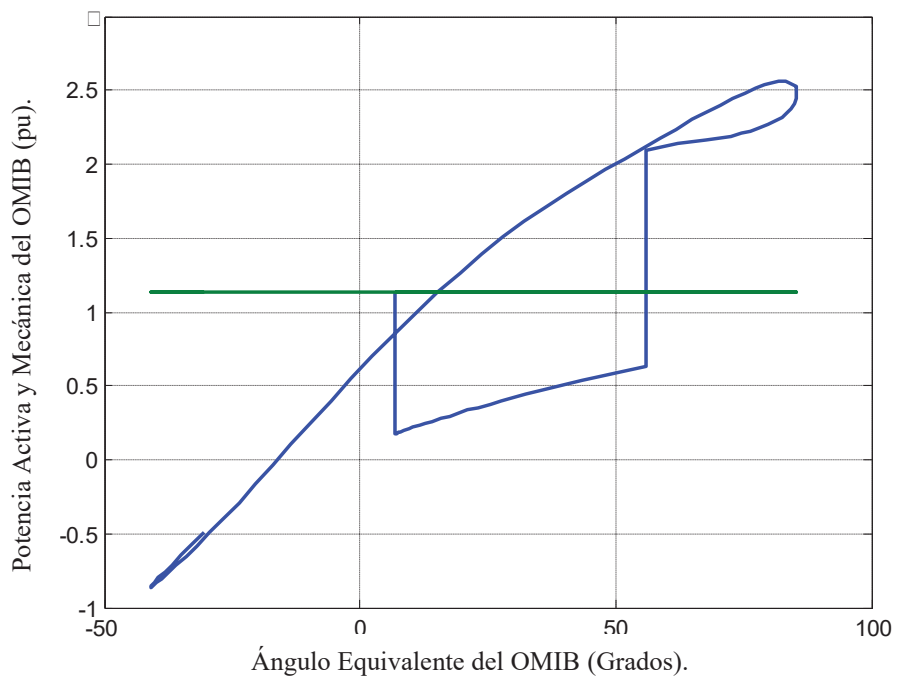


Figura 5.23 Plano $\delta - P$ del OMIB ante contingencia CTG2.

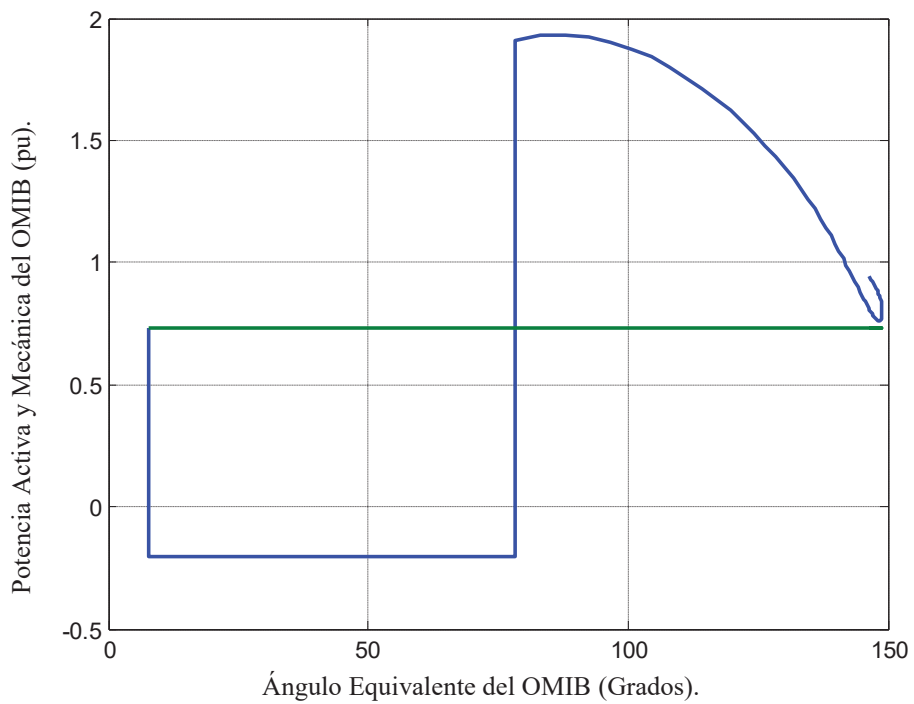


Figura 5.24 Plano $\delta - P$ del OMIB ante contingencia CTG3.

En base a las Figuras 5.22, 5.23 y 5.24 se puede afirmar que el punto de operación PI_{op}^{MC} es transitoriamente estable ante los tres escenarios de contingencia definidos.

Tabla 5.38 Niveles de CBI en las metodologías I y II.

| Metodología | G ₁ (MW) | G ₂ (MW) | G ₃ (MW) | CBI (MW) | Costo (\$/hr) |
|-------------|------------------------|------------------------|------------------------|-------------|------------------|
| I | 114.15 | 134.72 | 69.22 | 103.43 | 12.9843 |
| II | 115.98 | 132.84 | 69.22 | 101.56 | 13.0459 |

En la Tabla 5.38, se tiene que la metodología I presenta un valor mayor de CBI con respecto a la metodología II, esto se debe a que en la metodología I, se tiene una generación de potencia en el área de envío (área A) igual a 203.94 MW, mientras que con la metodología II, se tiene una generación en el área de envío igual a 202.06 MW; ésta diferencia en la generación, se debe a que el punto de equilibrio que proporcionó la metodología I, posee un margen de estabilidad menor en comparación con el proporciono la metodología II, lo anterior se puede comprender comparando las figuras 5.20 y 5.24; donde el ángulo de retorno en la Figura 5.24, es mayor que en el de la Figura 5.20.

5.13.2 Estabilización de Multi-Contingencias utilizando el enfoque CT-RET-MC

➤ Proceso de Estabilización Utilizando Metodología II

El proceso de estabilización de la contingencia CTG1, se reporta en la Tabla 5.39,

Tabla 5.39 Proceso de estabilización de CTG1.

| PI ⁿ | P _m (MW) | □ (pu-rad) | MC | NC | ATC (pu) | \$/hr |
|-----------------|------------------------|---------------|------|----|-------------|---------|
| PI ⁰ | 1.5905 | -1.0877 | 2, 3 | 1 | 1.4952 | 12.0477 |
| PI ¹ | 1.4314 | -0.5965 | 2, 3 | 1 | 1.3353 | 12.3284 |
| PI ² | 1.2382 | +0.2461 | 2, 3 | 1 | 1.1405 | 12.7495 |
| PI ³ | 1.2946 | +0.1070 | 2, 3 | 1 | 1.1973 | 12.6063 |
| PI ⁴ | 1.3360 | +0.0078 | 2, 3 | 1 | 1.2390 | 12.5114 |

En base a los resultados obtenidos en las tablas 5.39, 5.40 y 5.41, y a la metodología II, se forma la Tabla 5.42.

Tabla 5.42 Despacho de máquinas críticas.

| | MC | P_m (MW) | CUMC | Despacho P_m (MW) CUMC |
|------|----|---------------|------|--------------------------------|
| CTG1 | 2 | 128.37 | | |
| | 3 | 96.00 | | |
| CTG2 | 2 | 121.72 | 2 | 121.72 |
| | 3 | 88.16 | 3 | 88.16 |
| CTG3 | 2 | 128.76 | | |
| | 3 | 98.35 | | |

Considerando como límites de generación, las potencias mecánicas correspondientes a las máquinas que componen el CUMC, que se muestran en la Tabla 5.42, se realiza un análisis convencional de FPO-CT, obteniéndose el punto de operación de estado estacionario PI_{\max}^{MC} que se muestra en la Tabla 5.43.

Tabla 5.43 Punto de operación PI_{\max}^{MC} considerando límites de potencia activa.

| Nodo | \square (pu) | θ (Grad) | P_m (MW) | Q_g (MVAR) |
|---------------------------|----------------|-----------------|-------------------|--------------|
| 1 | 1.059 | 0 | 108.27 | 21.62 |
| 2 | 1.049 | 3.11 | 121.72 | 2.95 |
| 3 | 1.038 | 1.74 | 88.16 | -18.78 |
| 4 | 1.049 | -3.22 | 0 | 0 |
| 5 | 1.023 | -6.02 | 0 | 0 |
| 6 | 1.036 | -5.26 | 0 | 0 |
| 7 | 1.050 | -0.85 | 0 | 0 |
| 8 | 1.038 | -3.07 | 0 | 0 |
| 9 | 1.050 | -0.98 | 0 | 0 |
| Costo Total de Generación | | | 12.8562 (\$ / hr) | |

Los flujos de potencia asociados al punto PI_{\max}^{MC} se presentan en la Figura 5.25, la suma de flujos de potencia activa en las líneas 7-5 y 9-6, proporcionan el valor de ATC del sistema, el cual fue de $\square\square C_{\max} = 109.40$ MW.

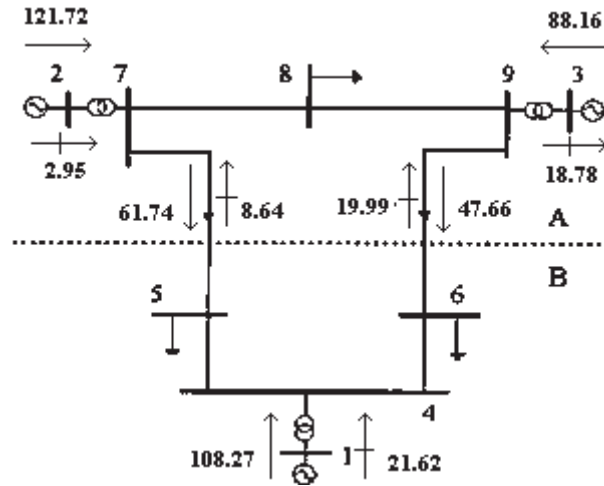


Figura 5.25 Flujos de potencia del punto PI_{\max}^{MC} .

En la Figura 5.26, 5.27 y 5.28, se muestra la estructura OMIB operando en el punto PI_{\max}^{MC} ante las contingencias CTG1, CTG2 y CTG3, respectivamente.

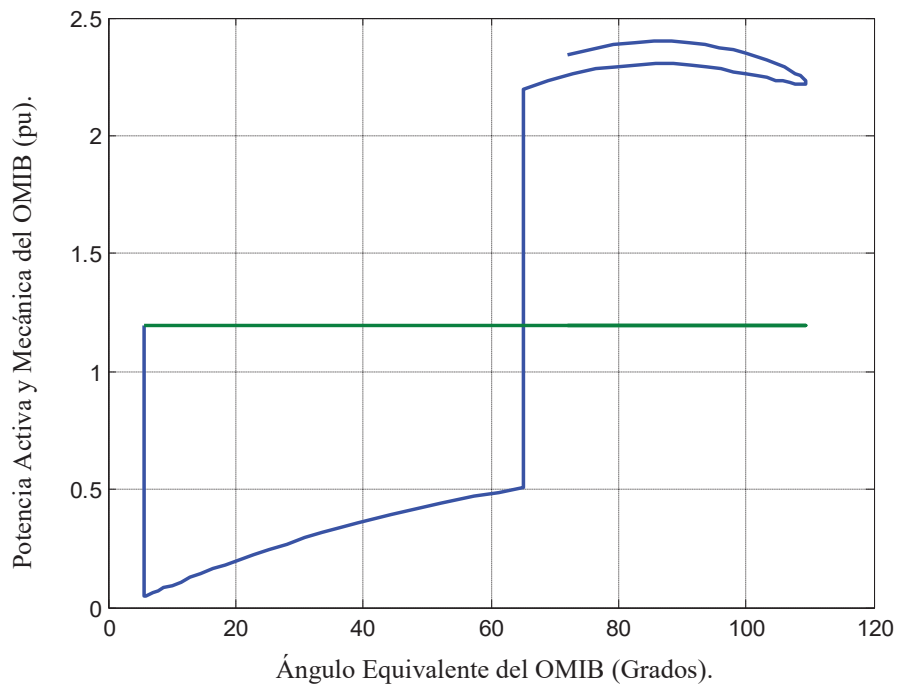


Figura 5.26 Plano $\delta - P$ del OMIB ante contingencia CTG1.

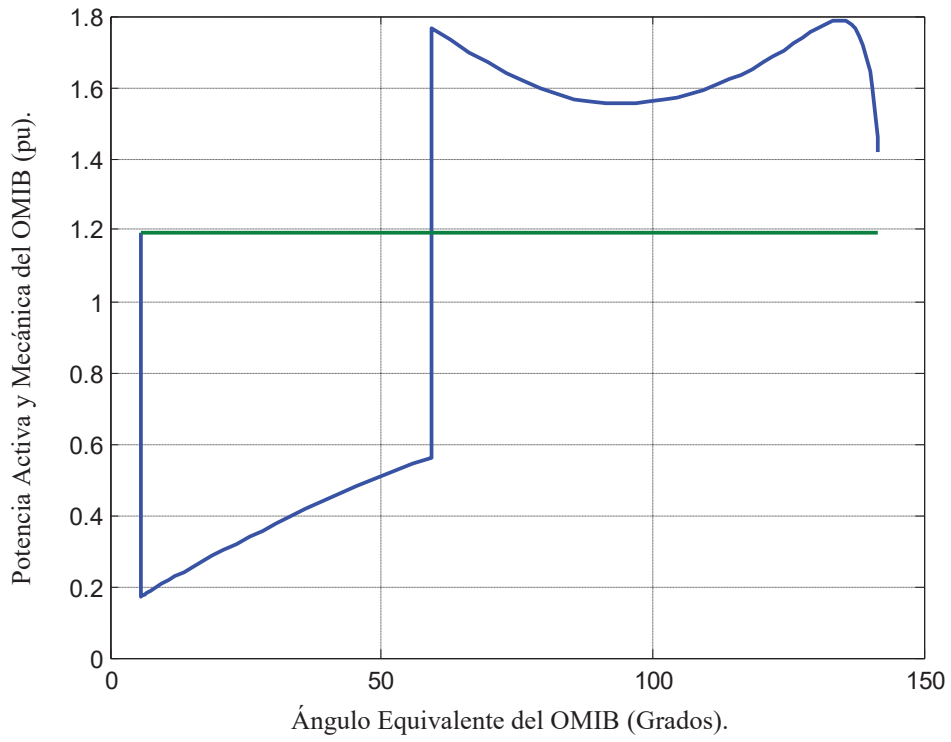


Figura 5.27 Plano $\delta - P$ del OMIB ante contingencia CTG2.

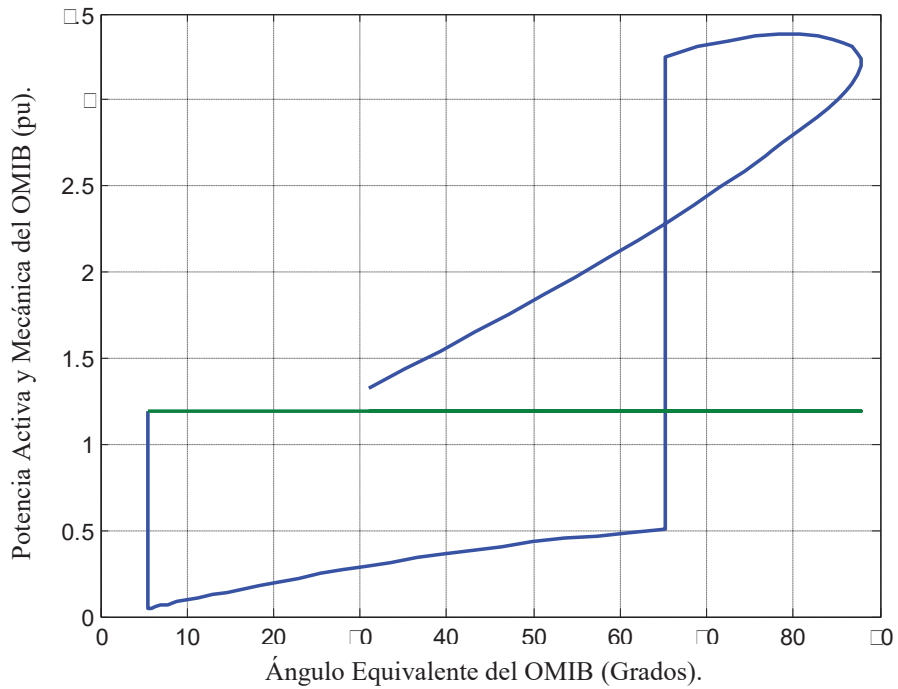


Figura 5.28 Plano $\delta - P$ del OMIB ante contingencia CTG3.

La siguiente contingencia más severa es CTG2. Los despachos anteriores de las máquinas críticas, se utilizan para modificar los límites de generación de las máquinas 2 y 3, para obtener PI^0 -CTG2.

Tabla 5.45 Proceso de estabilización de CTG2.

| PI^n | P_m (MW) | Δ (pu-rad) | MC | NC | ATC (pu) | \$/hr |
|--------|---------------|----------------------|----|------|-------------|---------|
| PI^0 | 0.6699 | -0.6700 | 3 | 1, 2 | 1.2390 | 12.4929 |
| PI^1 | 0.6029 | +0.4291 | 3 | 1, 2 | 1.1721 | 12.6496 |
| PI^2 | 0.6291 | +0.1150 | 3 | 1, 2 | 1.1983 | 12.5921 |
| PI^3 | 0.6370 | +0.0087 | 3 | 1, 2 | 1.2062 | 12.5756 |

En la Tabla 5.45, se presenta el resumen de estabilización de la contingencia CTG2. Para el punto PI^3 -CTG2 las máquinas críticas están despachadas en MW de la siguiente manera:

$$P_{\square 3} = 92.73 \text{ MW}$$

Co g C

□

El despacho anterior de máquinas críticas, se utiliza para modificar los límites de generación del generador 3. □

Al aplicar el primer análisis SIME del procedimiento de estabilización, éste detecta que para CTG3 el sistema es estable (por tanto el despacho de las MC queda igual al del punto - PI^3 -CTG2), con un margen de estabilidad de +0.0180 pu-rad, como se muestra en la Tabla 5.46;

Tabla 5.46 Proceso de estabilización de CTG3.

| PI^n | P_m (MW) | Δ (pu-rad) | ATC (pu) | \$/hr |
|--------------|---------------|----------------------|-------------|---------|
| PI^0 -CTG3 | 159.05 | +0.0180 | 1.0630 | 12.8970 |

El punto de operación PI_{\max}^{MC} que se muestra en la Tabla 5.47, considera los límites de potencia activa determinados por ésta metodología.

Tabla 5.47 Punto de operación PI_{\max}^{MC} considerando límites de potencia activa.

| Nodo | V (pu) | θ (Grad) | P_m (MW) | Q_g (MVAR) |
|---------------------------|----------|-----------------|-----------------|--------------|
| 1 | 1.059 | 0 | 97.33 | 22.37 |
| 2 | 1.049 | 4.44 | 128.37 | 3.60 |
| 3 | 1.038 | 2.94 | 92.73 | -18.79 |
| 4 | 1.049 | -2.89 | 0 | 0 |
| 5 | 1.022 | -5.43 | 0 | 0 |
| 6 | 1.035 | -4.68 | 0 | 0 |
| 7 | 1.050 | 0.27 | 0 | 0 |
| 8 | 1.038 | -1.98 | 0 | 0 |
| 9 | 1.050 | 0.08 | 0 | 0 |
| Costo Total de Generación | | | 12.8562 (\$/hr) | |

En la Figura 5.29, se muestran los flujos de potencia asociados al punto de operación PI_{\max}^{MC} , los flujos de potencia activa que transportan las líneas 7-5 y 9-6, proporcionan el ATC del sistema $\Delta C_{\max}^{MC} = 118.62$ MW.

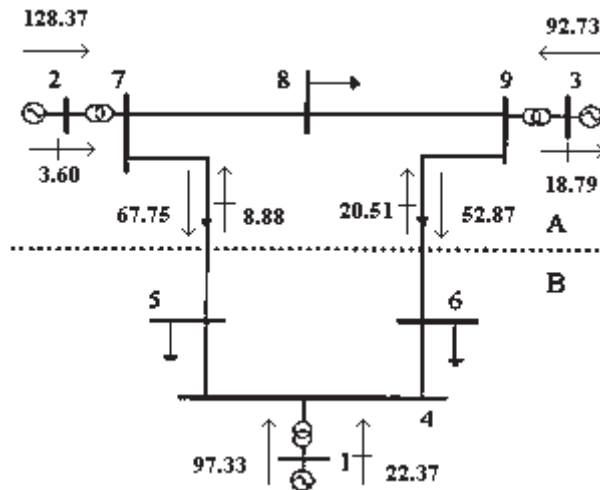


Figura 5.29 Flujos de potencia del punto PI_{\max}^{MC} .

Enseguida se muestra la estructura OMIB operando en el punto PI_{\max}^{MC} ante las contingencias CTG1, CTG2 y CTG3, como se muestra en las figuras 5.30, 5.31 y 5.32.

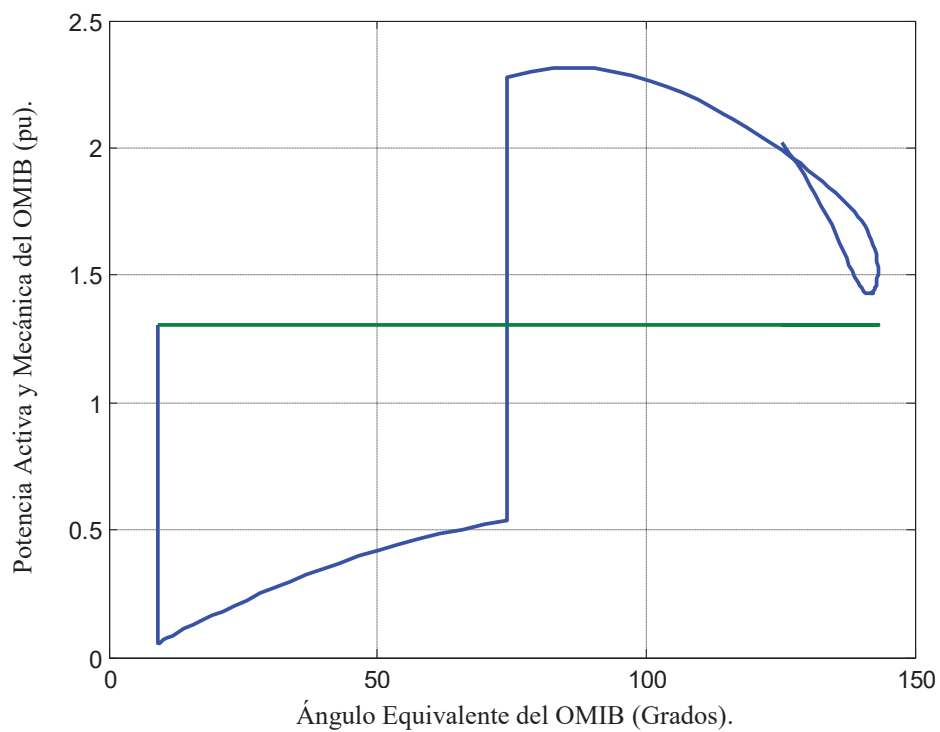


Figura 5.30 Plano $\delta - P$ del OMIB ante contingencia CTG1.

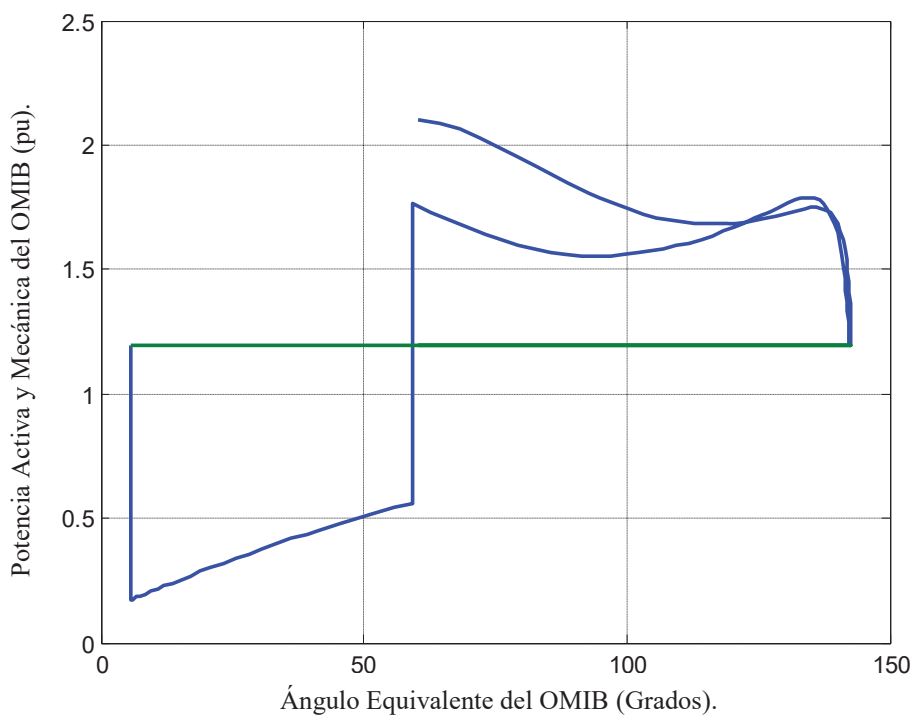


Figura 5.31 Plano $\delta - P$ del OMIB ante contingencia CTG2.

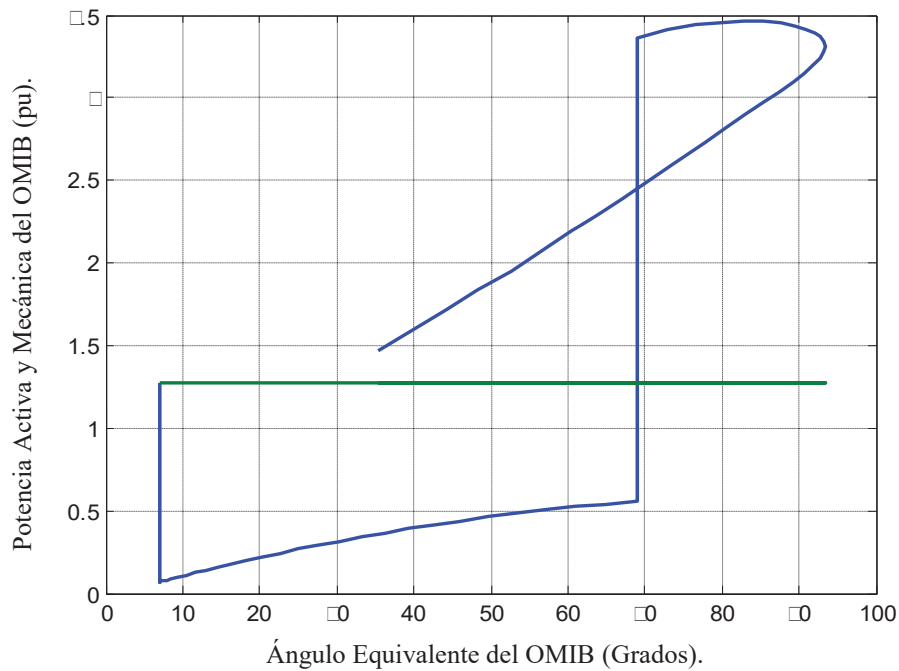


Figura 5.32 Plano $\delta - P$ del OMIB ante contingencia CTG3.

En las figuras 5.30, 5.31 y 5.32, se tiene que el punto de equilibrio PI_{\max}^{MC} es transitoriamente estable ante los tres escenarios de contingencia.

Tabla 5.48 Niveles de C_{\max}^{MC} en las metodologías I y II.

| Metodología | G_1 (MW) | G_2 (MW) | G_3 (MW) | ATC (MW) | Costo (\$/hr) |
|-------------|---------------|---------------|---------------|-------------|------------------|
| I | 97.33 | 128.37 | 92.73 | 118.62 | 12.8970 |
| II | 108.27 | 121.72 | 88.16 | 109.40 | 12.8562 |

En la Tabla 5.48, se muestran los despachos de generación, nivel de ATC y costo de generación, asociados a la metodología I y II. En éste caso de estudio, la metodología I fue la que proporcionó el nivel más alto de ATC, debido a que presenta la mayor generación de potencia en el área de envío 221.10 MW, contra 209.88 MW de la metodología II.

Para esta contingencia, se tiene únicamente una sola máquina crítica, la cual corresponde al generador 2. La evolución del proceso de estabilización de ésta contingencia, se muestra en la Tabla 5.51.

Tabla 5.51 Proceso de estabilización de CTG3.

| PI ⁿ | P_m (MW) | δ (pu-rad) | MC | NC | ATC (pu) | \$/hr |
|-----------------|---------------|----------------------|----|------|-------------|---------|
| PI ⁰ | 0.8814 | -0.8962 | 2 | 1, 3 | 1.4952 | 12.0476 |
| PI ¹ | 0.7933 | -0.4282 | 2 | 1,3 | 1.4065 | 12.1704 |
| PI ² | 0.7127 | -0.0053 | 2 | 1, 3 | 1.3253 | 12.3212 |
| PI ³ | 0.7117 | -0.0020 | 2 | 1, 3 | 1.3243 | 12.3233 |
| PI ⁴ | 0.7111 | +4e-5 | 2 | 1, 3 | 1.3237 | 12.3246 |

El despacho de máquinas críticas se muestra en la Tabla 5.54, donde se tiene que el CUMC se encuentra formado por las máquinas críticas que presentan el menor despacho de potencia mecánica.

Tabla 5.52 Despacho de máquinas críticas.

| | MC | P_m (MW) | CUMC | Despacho P_m (MW) CUMC |
|------|----|---------------|------|--------------------------------|
| CTG1 | 2 | 137.45 | | |
| | 3 | 69.30 | 3 | 69.30 |
| CTG2 | 2 | 149.42 | | |
| | 3 | 79.60 | | |
| CTG3 | 2 | 132.84 | 2 | 132.84 |

Los despachos de potencia mecánica del CUMC, se establecen como límites de generación para las máquinas 2 y 3. Una vez establecidos los límites de generación, el sistema es transitoriamente estable ante las tres contingencias establecidas. Realizando un análisis de FPO-CT-CPE, y considerando los límites de potencia mecánica, se obtiene el punto de operación de estado estacionario PI_{ig}^{MC} que se muestra en la Tabla 5.53.

Tabla 5.53 Punto de operación PI_{ig}^{MC} considerando límites de potencia activa.

| Nodo | \square (pu) | θ (Grad) | P_m (MW) | Q_g (MVAR) |
|---------------------------|----------------|-----------------|-----------------|--------------|
| 1 | 1.060 | 0 | 115.90 | 21.91 |
| 2 | 1.049 | 3.23 | 132.84 | 3.26 |
| 3 | 1.039 | -0.12 | 69.30 | -18.88 |
| 4 | 1.050 | -3.46 | 0 | 0 |
| 5 | 1.024 | -6.25 | 0 | 0 |
| 6 | 1.037 | -5.84 | 0 | 0 |
| 7 | 1.050 | -1.09 | 0 | 0 |
| 8 | 1.038 | -3.74 | 0 | 0 |
| 9 | 1.050 | -2.25 | 0 | 0 |
| Costo Total de Generación | | | 13.0433(\$/ hr) | |

El nivel de ATC de éste sistema es igual a $\square C_g^{MC} = 101.64$ MW, el cual ésta dado por la suma de flujos de potencia activa de las líneas 7-5 y 9-6, que se muestran en la Figura 5.33.

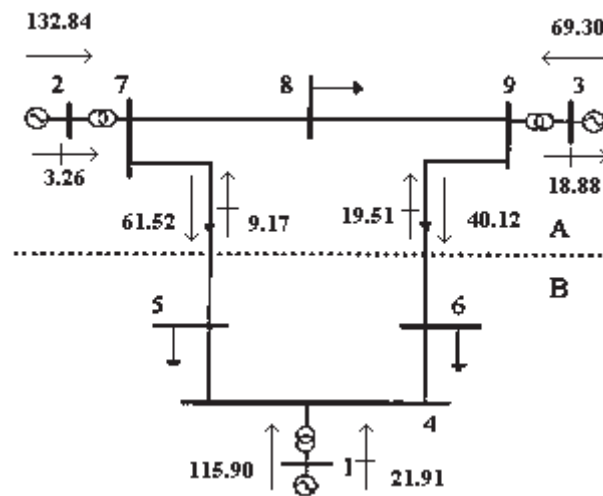


Figura 5.33 Flujos de potencia del punto PI_{ig}^{MC} .

Las estructuras OMIB, operando en el punto PI_{ig}^{MC} para la contingencia CTG1, CTG2 y CTG3, son las mismas que se presentan en las Figuras 5.18, 5.19 y 5.20, respectivamente, debido a que los puntos de operación que se presentan en las Tablas 5.32 y 5.53 son prácticamente iguales.

➤ **Proceso de Estabilización Utilizando Metodología I**

CoogC

□

La última contingencia restante de la lista es CTG3, la cual es la menos severa y por consecuencia la última por estabilizar, en la Tabla 5.56, se presenta el resumen del proceso de estabilización de ésta contingencia. Los despachos del punto de operación PI⁰-CTG2 se utilizan para modificar los límites de generación de las MC, y así obtener PI⁰-CTG3.

Tabla 5.56 Proceso de estabilización de CTG3.

| PI ⁿ | P_m (MW) | δ (pu-rad) | MC | NC | ATC (pu) | \$/hr |
|-----------------|---------------|----------------------|----|------|-------------|---------|
| PI ⁰ | 75.84 | -0.1306 | 2 | 1, 3 | 1.0624 | 12.8955 |
| PI ¹ | 68.26 | +0.2292 | 2 | 1, 3 | 0.9864 | 13.1464 |
| PI ² | 73.09 | +9e-4 | 2 | 1, 3 | 1.0348 | 12.9827 |

Los despachos de potencia mecánica de las máquinas críticas son los siguientes:

$$P_{m_2} = 134.69 \text{ MW}$$

El despacho anterior, se utiliza para modificar los límites de generación de las MC, para que el sistema sea estable ante cualquiera de las tres fallas consideradas.

El punto de equilibrio PI_{ig}^{MC} es dinámicamente seguro ante las contingencias CTG1, CTG2 y CTG3, dicho punto se muestra en la Tabla 5.57.

Tabla 5.57 Punto de operación PI_{ig}^{MC} considerando límites de potencia activa.

| Nodo | δ (pu) | θ (Grad) | P_m (MW) | Q_g (MVAR) |
|---------------------------|---------------|-----------------|----------------|--------------|
| 1 | 1.060 | 0 | 114.09 | 21.95 |
| 2 | 1.049 | 3.50 | 134.69 | 3.46 |
| 3 | 1.039 | 0.03 | 69.30 | -18.87 |
| 4 | 1.050 | -3.39 | 0 | 0 |
| 5 | 1.023 | -6.14 | 0 | 0 |
| 6 | 1.037 | -5.76 | 0 | 0 |
| 7 | 1.050 | -0.88 | 0 | 0 |
| 8 | 1.038 | -3.56 | 0 | 0 |
| 9 | 1.050 | -2.11 | 0 | 0 |
| Costo Total de Generación | | | 12.9825(\$/hr) | |

En la Figura 5.34, se muestran los flujos de potencia asociados al punto de operación anterior, la suma de flujos de las líneas que conectan A y B, proporcionan un valor de ATC de $\Delta C_{ig}^{MC} = 103.84$ MW.

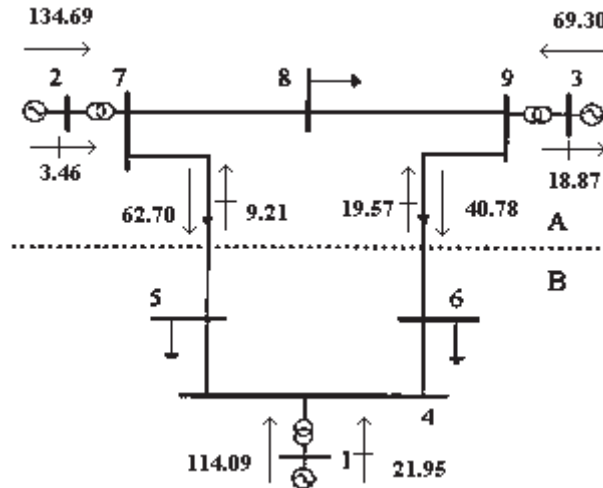


Figura 5.34 Flujos de potencia del punto PI_{ig}^{MC} .

Comparando los puntos de operación que se presentan en las Tablas 5.35 y 5.57, se tiene que ambos puntos de operación son prácticamente iguales, por lo que las estructuras OMIB operando en el punto PI_{ig}^{MC} , corresponden a las que se presentan en las Figuras 5.22, 5.23 y 5.24, para las contingencias CTG1, CTG2 y CTG3, respectivamente.

En la Tabla 5.58, se presentan todos los valores de ATC obtenidos con las metodologías I y II.

Tabla 5.58 Valores de ATC en multi-contingencias.

| Metodología | Análisis | ATC (MW) |
|-------------|--------------|----------|
| I | FPORET-MC | 103.43 |
| | CT-RET-MC | 118.62 |
| | CTRET-MC-CPE | 103.84 |
| II | FPORET-MC | 101.56 |
| | CT-RET-MC | 109.40 |
| | CTRET-MC-CPE | 101.64 |

De la Tabla 5.58, se tiene que la metodología I, fue la que proporcionó los valores mayores de ATC para cada uno de los análisis efectuados. Lo antes mencionado, indica que la metodología I es la más adecuada para calcular valores de ATC en multi-contingencias, dado que proporciona valores de ATC, que reflejan de manera más adecuada la capacidad de transferencia de energía de un sistema eléctrico.

5.14 Conclusiones

En este Capítulo, se emplearon los análisis de TSC-OPF, CT-FPO-RET y CT-RET-CPE para calcular la capacidad de transferencia en estado transitorio de tres sistemas eléctricos distintos. El resultado arrojado por cada uno de los análisis, proporcionó un valor de ATC transitoriamente estable ante el escenario de contingencia establecido. En base a los resultados obtenidos en los casos de estudio, se determinó que el análisis de CT-FPO-RET proporciona el valor máximo de ATC que posee un sistema eléctrico, este valor proporciona realmente la capacidad de transferencia de un sistema de potencia.

Los enfoques FPORET-MC, CT-RET-MC y CTRET-MC-CPE, se aplicaron al sistema de 9 nodos utilizando dos diferentes metodologías para encontrar un valor de ATC transitoriamente estable ante la ocurrencia de múltiples contingencias. Los resultados obtenidos, demostraron que los tres enfoques, así como las dos metodologías presentadas para la estabilización de multi-contingencias funcionan eficazmente.

Capítulo 6

Conclusiones, aportaciones y trabajos futuros

6.1 Conclusiones

En la presente Tesis se utilizaron diversos enfoques basados en flujos de potencia óptimos, para calcular la capacidad de transferencia de energía de un sistema eléctrico en estado estacionario y transitorio.

Algunas conclusiones a las que se ha llegado durante la realización de ésta Tesis son las siguientes:

- Es importante determinar de la manera más precisa la capacidad de transferencia de energía, ya que esta proporciona información muy útil para la planeación y operación del mercado eléctrico, y debido a que una estimación demasiada conservadora de la capacidad de transferencia limita innecesariamente la transferencia de energía, de una manera muy costosa como lo es el uso ineficiente de la red.
- La capacidad de transferencia de energía de un sistema de potencia, indica de manera muy precisa cuanto se puede incrementar la transferencia de energía entre áreas interconectadas sin comprometer la seguridad del sistema. Este índice de transferencia, proporciona a los planificadores la información necesaria para determinar las limitaciones del sistema, y a los operadores del mismo les indica las transferencias de energía que se pueden implementar sin exceder la capacidad de transferencia calculada.
- El uso unificado del método de SIME, la restricción de estabilidad transitoria en función de variables de estado estacionario, y el uso de la potencia mecánica como índice de estabilidad, permite reducir drásticamente la dimensión del problema asociado al cálculo de ATC en estado estacionario y transitorio.
- Es importante estimar un valor de capacidad de transferencia en estado transitorio, debido a que los sistemas eléctricos experimentan muy frecuentemente contingencias que ponen en peligro su estabilidad transitoria.

- La potencia mecánica de entrada del OMIB, presenta un comportamiento cuasi-lineal con respecto al margen de inestabilidad, por lo que ésta puede ser usada como índice de estabilidad transitoria.
- El empleo de la potencia mecánica como índice de estabilidad transitoria reduce considerablemente las dimensiones del problema de TSC-OPF.
- Las metodologías presentadas en ésta Tesis para la estabilización de múltiples contingencias están basadas en TSC-OPF, y son eficaces para determinar el valor de ATC que es transitoriamente estable, ante la ocurrencia de un conjunto de contingencias.

6.2 Aportaciones

La gran mayoría de los trabajos referentes al problema del cálculo de ATC en estado transitorio son demasiados complejos y de gran dimensión, debido a que dentro de sus formulaciones incluyen ecuaciones que describen la dinámica del sistema. Contrario a estos análisis, en ésta Tesis se presenta la formulación de ATC en un enfoque global de TSC-OPF, donde la aplicación del método de SIME y el uso de una sola restricción de estabilidad transitoria en función de variables de estado estacionario, evita que se tengan que incluir las ecuaciones dinámicas dentro de la formulación de ATC.

Por primera ocasión, en un problema global de TSC-OPF se ha utilizado como índice de estabilidad transitoria a la potencia mecánica de los generadores, en lugar de sus ángulos de rotor, con lo que se evita incluir en el modelo matemático de TSC-OPF las condiciones iniciales asociadas al ángulo de rotor, reduciendo con esto la dimensión del problema de TSC-OPF de manera muy significativa.

Se determinaron valores de ATC, capaces de soportar los efectos dañinos de un conjunto de contingencias.

6.3 Trabajos futuros

Utilizar en lugar del modelo clásico del generador, algún otro modelo matemático de la máquina síncrona en la formulación del problema de ATC.

Plantear un enfoque de ATC que permita considerar de manera unificada las restricciones de estabilidad transitoria y de voltaje

Considerar en el análisis de ATC, los límites de transferencia de energía de todas las líneas de transmisión que componen al sistema.

Referencias.

[ABB98]

ABB Information System, "The Power Source", Energy Market IT Bulletin No. 5, Marzo, 1998.

[Acha04]

Acha, E., Fuerte, Esquivel C. R., Ambriz, Pérez H., y Angeles, Camacho C., "FACTS; Modelling and Simulation in Power Networks", Primera, ed., John Wiley & Sons, 2004.

[Adrián-Correa07]

Adrián-Correa, C., Andrés-Bolaños, R., Garcés-Ruiz, A., "Métodos No-Lineales de Puntos Interiores Aplicados al Problema de Despacho Hidrotérmico", Scientia Et Technica, pp. 91-96, Mayo, 2007.

[Ahmad91]

Ahmad, A., "Tesis Doctoral; Optimal Power Flow Solution Using Second Order Newton Method", Universidad de Manchester Institute of Engineering and Electronics, 1991.

[Ambriz-Pérez98]

Ambriz-Pérez, H., "Tesis Doctoral; Flexible AC Transmission Systems Modelling in Optimal Power Flows Using Newton's Method", Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica de la Universidad de Glasgow, 1998.

[AMPL]

"AMPL." (En Línea). Disponible: <http://www.ampl.com>

[Antoniu07]

Antoniu, A., Lu, Wu-Sheng, Practical Optimization; Algorithms and Engineering Applications, Springer, 2007.

[Bettio199]

Bettio, A. L., Wehenkel L., Pavella, M., "Transient stability-constrained maximum allowable transfer", IEEE Transactions on Power Systems, pp. 654-659, Mayo, 1999.

[Bruno02]

Bruno, S., De Tuglie, E., La Scala, M., "Transient Security Dispatch for the Concurrent Optimization of Plural Postulated Contingencies", IEEE Transactions on Power Systems, pp. 707-714, Agosto, 2002,.

[Cedeño-Maldonado02]

Cedeño-Maldonado, José R., “Tesis Doctoral; Differential Evolution Based Optimal Power Flow Algorithm”, Universidad del Estado de Ohio, 2002.

[Chen01]

Chen, L., Tada, Y., Okamoto, H., Tanabe, R., Ono, A., “Optimal operation solutions of power systems with transient stability constraints”, IEEE Transactions on Circuits and Systems, pp. 327-339, Marzo, 2001.

[Corniere00]

Corniere, B., Martin, L., Vitet, S., Hadjsaid, N., Phadke, A. G., “Assessment of the Congestion costo and the risk of curtailment associated with Available Transfer Capability”, IEEE Power Engineering Society Winter Meeting 2000.

[Ejebe98]

Ejebe, G. C., Tong, J., Waight, J. G., Frame, J. G., Wang, X., Tinney, W. F., “Available Transfer Capability Calculations”, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 13, pp. 1521-1527, Noviembre, 1998.

[ETSO01]

ETSO- “Definitions of Transfer Capabilities in Liberalised Electricity Markets”, Reporte Final, Abril, 2001.

[Gan00]

D. Gan, R. J., Thomas, and R. D. Zimmerman, “Stability-Constrained Optimal Power Flow”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 15, No.2, pp. 535-540, Mayo, 2000.

[Ghawghawe07]

Ghawghawe, N. D., Thakre, K. L., “ATC Evaluation with Consideration of Load Changes and Participation Factors- A Sensitivity Analysis Approach”, Power Engineering Conference, pp. 124-129, 2007.

[Goh05]

Goh, S. H., Xu, Z., Dong, Z. Y., Saha, T. K., “Economic Constrained Transfer Capability Assessment”, Power Engineering Society General Meeting, vol. 1, pp. 251-258, 2005.

[González10]

González, J M., Cañizares, C. A., Ramirez, J. M., “Stability Modeling and Comparative Study of Series Vectorial Compensators”, IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 1093-1103, Abril, 2010.

[Granville94]

Granville, S., “Optimal reactive Dispatch Through Interior Point Methods”, IEEE Transactions on Power Systems, pp. 136-146, Febrero, 1994.

[Gravener99]

Gravener, M. H., Nwankpa, C., "ATC and First Order Sensitivity", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 14, pp. 512-518, Mayo, 1999.

[Hakim09a]

Hakim, L., Kubokawa, J., Yuan, Y., Mitani, T., Zoka, Y., Yorino N., Niwa, Y., Shimomura, K., y Takeuchi, A., "A Study on the Effect of Generation Shedding to Total Transfer Capability by Means of Transient Stability Constrained Optimal Power Flow", IEEE Transactions on Power Systems, pp. 347-355, Febrero, 2009.

[Hakim09b]

Hakim, L., Kubokawa, J., Yuan, Y., Yorino, N., Zoka, Y., Sasaki, H., "A Solution of Maximum Transfer Capability Using TSCOPF with Load Shedding Action", Transmission & Distribution Conference & Exposition: Asia and Pacific, 2009.

[Hamoud00]

Hamoud, G., "Assessment of Available Transfer Capability of Transmission Systems", IEEE Transactions on Power Systems, pp. 27-32, Febrero, 2000.

[Jabr02]

Jabr, R., Coonick, A., Cory, B., "A Primal-Dual Interior Point Method for Optimal Power Flow Dispatching", IEEE Transactions on Power Systems, pp. 654-662, Agosto, 2002.

[Karmarkar84]

Karmarkar, N., "A new polynomial-time algorithm for linear programming", Proceedings of the sixteenth annual ACM symposium on Theory of computing, 30, pp. 302-311, Abril-2 Mayo, 1984.

[Kita91]

Kita, H., Nishiya, K., Hasegawa, J., "Online preventive control for power systems based on the energy function method", Electrical Engineering in Japan, pp. 30-39, Marzo, 1991.

[KNITRO]

"KNITRO." (En Línea). Disponible: <http://www.ziena.com/knitro>

[Kubokawa07]

Kubokawa, J., Yuan, Y., Yorino, N., Zoka, Y., Sasaki, H., Hakim, L., "A Solution of Total Transfer Capability Using Transient Stability Constrained Optimal Power Flow", IEEE Power Tech, pp. 2018-2022, Julio, 2007.

[Kundur94]

P. Kundur: Power System Stability and Control. McGraw Hill, 1994.

[Kuo95]

Kuo, D. H., Bose, A., “A generation rescheduling method to increase dynamic security of power systems”, IEEE Transactions on Power Systems, pp. 68-76, Febrero, 1995.

[La Scala98]

La Sacala, M., Trovato, M., Antonelli, C., “On-line dynamic preventive control: an algorithm for transient security dispatch”, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 13, pp. 601-610, Mayo, 1998.”

[Layden05]

Layden, D., “Tesis de Maestría; Transient Stability Assessment And Preventive Control of Power Systems”, Facultad de Ingeniería y Ciencias Aplicadas de la Universidad Memorial de Newfoundland, 2005.

[Leite-Torres98]

Leite-Torres, Geraldo, “Tesis Doctoral; Nonlinear Optimal Power Flow by Interior and Non-Interior Point Methods”, Universidad de Waterloo, 1998.

[Luenberger84]

Luenberger, D. G., Linear and Nonlinear programming, Segunda Ed., Addison-Wesley Publishing Company, 1984.

[Momoh97]

Momoh, J. A., Koessler, R. J., Bond, M. S., Stott, B., Sun, D., Papalexopoulos, A., Ristanovic, P., “Challenges to optimal power flow”, IEEE Transactions on Power Systems, pp. 444-455, Febrero, 1997.

[NERC96]

North American Reliability Council, “Available Transfer Capability Definitions and Determination”, <http://www.westgov.org/wieb/wind/06-96NERCcatc.pdf>, Junio, 1996.

[Nguyen02]

Nguyen, T.B., Pai, M.A., Hiskens, I.A., “Sensitivity approaches for direct computation of critical parameters in a power system”, Int. J. Elec. Power & Energy Syst., vol. 24, no. 5, pp. 337-343, 2002.

[Nocedal99]

Nocedal, J., Wright, S., Numerical Optimization, Springer, 1999.

[Ou02]

Ou, Y., Singh, C., “Assessment of Available Transfer Capability and Margins”, IEEE Transactions on Power Systems, p.p. 463-468, Mayo, 2002.

[Pai89]

Pai, M. A., "Energy Function Analysis for Power System Stability", Primera Ed., Kluwer, 1989.

[Pavella00]

Pavella, M., Ernst, D., Ruiz-Vega, D., Transient Stability of Power Systems: A Unified Approach to Assessment and Control. Kluwer, 2000.

[Pizano-Martínez04]

Pizano-Martínez, Alejandro, "Tesis de Maestría; Modelado de Enlaces de Corriente Directa Basados en Fuentes de Voltaje Conmutadas Para el Análisis de Flujos de Potencia Óptimos", Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, 2004.

[Pizano-Martínez10a]

Pizano-Martínez, Alejandro, "Tesis Doctoral; Determination of Steady-State And Transiently Stable Optimal Equilibrium Points in Electric Power Systems", Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, 2010.

[Pizano-Martínez10b]

Pizano-Martínez, A., Fuerte-Esquivel, C. R., Ruiz-Vega, D., "Global Transient Stability-Constrained Optimal Power Flow Using an OMIB Reference Trajectory", IEEE Transactions on Power Systems, pp. 392-403, Febrero, 2010.

[PSERC01]

Power Systems Engineering Research Center, "Electric Power Transfer Capability: Concepts, Applications, Sensitivity and Uncertainty", Public. PSERC, No. 01-34, Noviembre, 2001.

[Rafian87]

Rafian, M., Sterling, M. J. H., Irving, M. R., "Real Time Power System Simulation", Proc. IEE Conf., vol, 134, pp. 206-223, 1987.

[Rosales00]

Rosales, R. A., Ruiz-Vega, D., Ernst, D., Pavella, M., Giri, J., "On-line transient stability constrained ATC calculations", Proceedings of IEEE Power Engineering Society Summer Meeting, vol. 2, pp. 1291-1296, Julio, 2000.

[Ruiz-Vega03]

Ruiz-Vega, D., Pavella, M., "A comprehensive approach to transient stability control. I. Near optimal preventive control", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 18, pp. 1446-1453, Noviembre, 2003.

[Saadat99]

Saadat, H., "Power System Analysis", McGraw-Hill, 1999.

[Sauer97]

Sauer-W., P., "Technical Challenges of Computing Available Transfer Capability (ATC) in Electric Power Systems", 30th Annual Hawaii International Conference on System Sciences, Enero, 1997.

[Sauer98]

Sauer, P., Pai, M., "Power System Dynamics and Stability", Primera Ed., Prentice Hall, 1998.

[Shaaban01]

Shaaban, M., Ni, Y., Wu, F. F., "Available transfer capability evaluation by decomposition", IEEE Proceedings Summer Meeting, Junio, 2001.

[Shah91]

Shah K. S., Whiteley D. A., Simultaneous Transfer Capability Project: Direction for Software Development, EPRI, Palo Alto, California, Enero, 1991.

[Singh98]

Singh, H., Hao, S., Papalexopoulos, A., "Transmission Congestion Management in Competitive Electricity Markets", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 13, pp. 672-680, Mayo, 1998.

[Sun04]

Sun, Y., Xinlin, Y., Wang, H. F., "Approach for optimal power flow with transient stability constraints", IEEE Proc.-Gener. Transm. Distrib., vol. 151, pp. 8-18, Enero, 2004.

[Sombuttwilailert01]

Sombuttwilailert, G., Eua-Arpon, B., "Iterative linear estimation for total transfer capability evaluation", IEEE Proceedings Summer Meeting, Junio, 2001.

[Tong08]

Tong, X., Ling, C., Qi, L., "A semi-infinite programming algorithm, for solving optimal power flow with transient stability constraints", Journal of Computational and Applied Mathematics, pp. 432-447, Agosto, 2008.

[Tuglie00]

Tuglie, E. D., Dicorato, M., Scala, M. L., Scarpellini, "Static Optimization Approach to Assess Dynamic Available Transfer Capability", IEEE Transactions of Power Systems, pp. 1069-1076, Agosto, 2000.

[Vital89]

Vital, V., Zhou, E-Z., Hwang, C., Fouad, A.A., "Derivation of stability limits using analytical sensitivity of the transient energy margin", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 24, no. 4, pp. 1363-1372, Octubre, 1989.

[Vittal00]

Vittal, V., “Consequence and impact of electric utility industry restructuring on transient stability and small signal stability analysis”, Proceedings of the IEEE, pp. 196-207, Febrero, 2000,.

[Wei96]

Wei, H., Sasaki, H., Yokoyama, R., “An Application of Interior Point Quadratic Algorithm to Power System Optimization Problems”, IEEE Transactions on Power Systems, pp. 260-266, Febrero, 1996.

[Wood96]

Wood, A. J., Wollenberg, B. F., “Power Generation, Operation, and Control”, Segunda Ed., John Wiley & Sons, 1996.

[Wu93]

Wu, T., Fischl, R., “An algorithm for detecting the contingencies which limit the inter-area Megawatt transfer”, Proceedings 1993 North American Power Symposium, Washington D. C., pp. 222-227, Octubre, 1993.

[Wu94]

Wu, Yu-Chi, Debs, Atif, Marsten, R., “A Direct Nonlinear Predictor-Corrector Primal-Dual Interior Point Algorithm for Optimal Power Flows”, IEEE Transactions on Power Systems, pp. 876-883, Mayo, 1994.

[Xia04]

Xia, Y., Wing-Chan, K., Liu, M., Wu, J., “Calculation of Available Transfer Capability with Transient Stability Constraints”, IEEE International Conference on Electric Utility Deregulation, Restructuring and Power Technologies, Abril, 2004.

[Xia05]

Xia, Y., Chan, K. W., Liu, M., “Improved BFGS method for optimal power flow calculation with transient stability constraints”, Proc. 2005 IEEE Power Eng. Soc. Gen. Meeting, pp. 434-439.

[Xia06]

Xia, Y., Chan, K. W., “Dynamic constrained optimal power flow using semi-infinite programming”, IEEE Transactions on Power Systems, pp. 1455-1457, Agosto, 2006.

[Yan06]

Yan, Xia, “Tesis Doctoral; Optimization of Power Flow With Transient Stability Constraints Using Semi-Infinite Programming”, Universidad Politécnica de Hong Kong, 2006.

[Yu03]

Yu, X., Singh, C., Jakovljevic, S., Ristanovic, D., Huang, G., “Total Transfer Capability Considering FACTS and Security Constrains”, Transmission and distribution Conference and Exposition, pp. 73-78, Septiembre, 2003.

[Yuan03]

Yuan, Y., Kubokawa, J., Sasaki, H., “A Solution of Optimal Power Flow With Multicontingency Transient Stability Constraints”, IEEE Transactions on Power Systems, pp. 1094-1102, Agosto, 2003.

[Yun05]

Yun, C., “Tesis Doctoral; Available Transfer Capability Evaluation Study in System Operation Under Electricity Market And Its Enhancement by FACTS Devices”, Universidad Politécnica de Hong Kong, Marzo, 2005.

[Zarate-Miñano10]

Zárate-Miñano, R., Van-Cutsem, T., Milano, F., Conejo, A.J., “Securing Transient Stability using Time-Domain Simulations within an Optimal Power Flow”, IEEE Transactions on Power Systems, pp. 243-253, Febrero, 2010.

[Zhang04]

Zhang, X., Song, Y. H., Lu, Q., Mei, S., “Dynamic Available Transfer Capability (ATC) Evaluation by Dynamic Constrained Optimization”, IEEE Transactions on Power Systems, pp. 1240-1242, Mayo, 2004.

[Zhang06]

Zhang, X.-P., Rehtanz, C., Pal, B., “Flexible AC Transmission Systems: Modelling and Control”, Springer, 2006.

Apéndice A Datos de Sistemas Eléctricos

En este Apéndice, se muestran los datos generales y configuración de los sistemas utilizados para realizar los casos de estudio que se incluyen en ésta Tesis. La potencia base considerada en todos los sistemas fue de 100 MVA.

A.1 Sistema de 9 nodos

Tabla A.1 Número de nodos y componentes del sistema de 9 nodos.

| Nodos | Líneas de Transmisión | Transformadores | Generadores | Cargas | Compensadores en derivación | Nodo Ref. |
|-------|-----------------------|-----------------|-------------|--------|-----------------------------|-----------|
| 9 | 6 | 3 | 3 | 3 | 0 | 1 |

Tabla A.2 Datos de Líneas de Transmisión del sistema de 9 nodos.

| Nodo de envió | Nodo de recepción | R (pu) | X_L (pu) | B_{TOTAL} (pu) |
|---------------|-------------------|--------|------------|------------------|
| 4 | 5 | 0.01 | 0.085 | 0.176 |
| 7 | 5 | 0.032 | 0.161 | 0.306 |
| 7 | 8 | 0.0085 | 0.072 | 0.149 |
| 8 | 9 | 0.0119 | 0.1008 | 0.209 |
| 9 | 6 | 0.039 | 0.17 | 0.358 |
| 6 | 4 | 0.017 | 0.092 | 0.158 |

Tabla A.3 Datos de Transformadores del sistema de 9 nodos.

| Nodo de envió | Nodo de recepción | R (pu) | X_L (pu) | T_v | U_v |
|---------------|-------------------|--------|------------|-------|-------|
| 1 | 4 | 0 | 0.0576 | 1.0 | 1.0 |
| 2 | 7 | 0 | 0.0625 | 1.0 | 1.0 |
| 3 | 9 | 0 | 0.0586 | 1.0 | 1.0 |

Tabla A.4 Datos de las cargas del sistema de 9 nodos.

| Nodo | P_{carga} (MW) | Q_{carga} (MW) |
|------|------------------|------------------|
| 5 | 125 | 50 |
| 6 | 90 | 30 |
| 8 | 100 | 35 |

Tabla A.5 Datos dinámicos de los generadores del sistema de 9 nodos.

| Nodo | x'_d (pu) | H (seg.) | D (pu) |
|------|-------------|----------|--------|
| 1 | 0.0608 | 23.64 | 0.0125 |
| 2 | 0.1198 | 6.40 | 0.0068 |
| 3 | 0.1813 | 3.01 | 0.0048 |

A.2 Sistema de 39 nodos

Tabla A.6 Número de nodos y componentes del sistema de 39 nodos.

| Nodos | Líneas de Transmisión | Transformadores | Generadores | Cargas | Compensadores en derivación | Nodo Slack |
|-------|-----------------------|-----------------|-------------|--------|-----------------------------|------------|
| 39 | 34 | 12 | 10 | 19 | 0 | 39 |

Tabla A.7 Datos de generadores del sistema de 39 nodos.

| Nodo | Coeficientes de Curvas de costo | | | Límites de Potencia activa | | Límites de Potencia reactiva | |
|------|---------------------------------|-------------|---------------------------|----------------------------|------|------------------------------|------|
| | a (\$/hr) | b (\$/MWhr) | c (\$/MW ² hr) | Min. | Max. | Min. | Max. |
| 30 | 0 | 6.9 | 0.0193 | 10 | 350 | -200 | 300 |
| 31 | 0 | 3.7 | 0.0111 | 10 | 650 | -300 | 300 |
| 32 | 0 | 2.8 | 0.0104 | 10 | 800 | -300 | 300 |
| 33 | 0 | 4.7 | 0.0088 | 10 | 750 | -200 | 300 |
| 34 | 0 | 2.8 | 0.0128 | 10 | 650 | -200 | 300 |
| 35 | 0 | 3.7 | 0.0094 | 10 | 750 | -250 | 350 |
| 36 | 0 | 4.8 | 0.0099 | 10 | 750 | -150 | 250 |
| 37 | 0 | 3.6 | 0.0113 | 10 | 700 | -250 | 350 |
| 38 | 0 | 3.7 | 0.0071 | 10 | 900 | -400 | 400 |
| 39 | 0 | 3.9 | 0.0064 | 10 | 1200 | -500 | 500 |

Tabla A.8 Datos dinámicos de generadores del sistema de 39 nodos.

| Nodo | x'_d (pu) | H (seg.) | D (pu) |
|------|-------------|----------|--------|
| 30 | 0.0310 | 42.0 | 0 |
| 31 | 0.0697 | 30.3 | 0 |
| 32 | 0.0530 | 35.8 | 0 |
| 33 | 0.0440 | 28.6 | 0 |
| 34 | 0.1320 | 26.0 | 0 |
| 35 | 0.0500 | 34.8 | 0 |
| 36 | 0.0490 | 26.4 | 0 |
| 37 | 0.0570 | 24.3 | 0 |
| 38 | 0.0570 | 34.5 | 0 |
| 39 | 0.0060 | 500 | 0 |

Tabla A.9 Datos de Líneas de Transmisión del sistema de 39 nodos.

| Nodo de Envío | Nodo de recepción | R (pu) | X_L (pu) | B_{TOTAL} (pu) |
|---------------|-------------------|--------|------------|------------------|
| 2 | 1 | 0.0035 | 0.0411 | 0.6987 |
| 1 | 39 | 0.001 | 0.025 | 0.75 |
| 2 | 3 | 0.0013 | 0.0151 | 0.2572 |
| 2 | 25 | 0.007 | 0.0086 | 0.146 |
| 3 | 4 | 0.0013 | 0.0213 | 0.2214 |
| 3 | 18 | 0.0011 | 0.0133 | 0.2138 |
| 4 | 5 | 0.0008 | 0.0128 | 0.1342 |
| 4 | 14 | 0.0008 | 0.0129 | 0.1382 |
| 5 | 6 | 0.0002 | 0.0026 | 0.0434 |
| 5 | 8 | 0.0008 | 0.0112 | 0.1476 |
| 6 | 7 | 0.0006 | 0.0092 | 0.113 |
| 6 | 11 | 0.0007 | 0.0082 | 0.1389 |
| 7 | 8 | 0.0004 | 0.0046 | 0.078 |
| 8 | 9 | 0.0023 | 0.0363 | 0.3804 |
| 9 | 39 | 0.001 | 0.025 | 1.2 |
| 10 | 11 | 0.0004 | 0.0043 | 0.0729 |

Tabla A.10 Datos de Líneas de Transmisión del sistema de 39 nodos.

| Nodo de Envío | Nodo de recepción | R (pu) | X _L (pu) | B _{TOTAL} (pu) |
|---------------|-------------------|--------|---------------------|-------------------------|
| 13 | 14 | 0.0009 | 0.0101 | 0.1723 |
| 14 | 15 | 0.0018 | 0.0217 | 0.366 |
| 15 | 16 | 0.0009 | 0.0094 | 0.171 |
| 16 | 17 | 0.0007 | 0.0089 | 0.1342 |
| 16 | 19 | 0.0016 | 0.0195 | 0.304 |
| 16 | 21 | 0.0008 | 0.0135 | 0.2548 |
| 16 | 24 | 0.0003 | 0.0059 | 0.068 |
| 17 | 18 | 0.0007 | 0.0082 | 0.1319 |
| 17 | 27 | 0.0013 | 0.0173 | 0.3216 |
| 21 | 22 | 0.0008 | 0.014 | 0.2565 |
| 22 | 23 | 0.0006 | 0.0096 | 0.1846 |
| 23 | 24 | 0.0022 | 0.035 | 0.361 |
| 25 | 26 | 0.0032 | 0.0323 | 0.513 |
| 26 | 27 | 0.0014 | 0.0147 | 0.2396 |
| 26 | 28 | 0.0043 | 0.0474 | 0.7802 |
| 26 | 29 | 0.0057 | 0.0625 | 1.029 |

Tabla A.11 Datos de cargas del sistema de 39 nodos.

| Nodo | P _{carga} (MW) | Q _{carga} (MW) |
|------|-------------------------|-------------------------|
| 3 | 322 | 2.4 |
| 4 | 500 | 184 |
| 7 | 233.8 | 84 |
| 8 | 522 | 176 |
| 12 | 7.5 | 88 |
| 15 | 320 | 153 |
| 16 | 329 | 32.3 |
| 18 | 158 | 30 |
| 20 | 628 | 103 |
| 21 | 274 | 115 |
| 23 | 247.5 | 84.6 |
| 24 | 308.6 | -92.2 |
| 25 | 224 | 47.2 |
| 26 | 139 | 17 |
| 27 | 281 | 75.5 |
| 28 | 206 | 27.6 |
| 29 | 283.5 | 26.9 |
| 31 | 9.2 | 4.6 |
| 39 | 1104 | 250 |

Tabla A.12 Datos de Transformadores del sistema de 39 nodos.

| Nodo de Envío | Nodo de recepción | R _s (pu) | X _s (pu) | T _v | U _v |
|---------------|-------------------|---------------------|---------------------|----------------|----------------|
| 12 | 11 | 0.0016 | 0.0435 | 1.006 | 1.0 |
| 12 | 13 | 0.0016 | 0.0435 | 1.006 | 1.0 |
| 6 | 31 | 0 | 0.025 | 1.07 | 1.0 |
| 10 | 32 | 0 | 0.02 | 1.07 | 1.0 |
| 19 | 33 | 0.0007 | 0.0142 | 1.07 | 1.0 |
| 20 | 34 | 0.0009 | 0.018 | 1.009 | 1.0 |
| 22 | 35 | 0 | 0.0143 | 1.025 | 1.0 |
| 23 | 36 | 0.0005 | 0.0272 | 1 | 1.0 |
| 25 | 37 | 0.0006 | 0.0232 | 1.025 | 1.0 |
| 2 | 30 | 0 | 0.0181 | 1.025 | 1.0 |
| 29 | 38 | 0.0008 | 0.0156 | 1.025 | 1.0 |
| 19 | 20 | 0.0007 | 0.0138 | 1.06 | 1.0 |

A.3 Sistema Mexicano de 190 nodos

Tabla A.13 Número de nodos y componentes del sistema Mexicano de 190 nodos.

| Nodos | Líneas de Transmisión | Transformadores | Generadores | Cargas | Compensadores en derivación | Nodo Slack |
|-------|-----------------------|-----------------|-------------|--------|-----------------------------|------------|
| 190 | 180 | 83 | 46 | 91 | 26 | 36 |

Tabla A.14 Datos de generadores del sistema Mexicano.

| Nodo | Coeficientes de Curvas de costo | | | Límites de Potencia activa | | Límites de Potencia reactiva | |
|------|---------------------------------|-------------|---------------------------|----------------------------|------|------------------------------|------|
| | a (\$/hr) | b (\$/MWhr) | c (\$/MW ² hr) | Min. | Max. | Min. | Max. |
| 1 | 2e-5 | 0.003 | 0.0007 | 10 | 1200 | -1000 | 1000 |
| 2 | 2e-5 | 0.003 | 0.0011 | 10 | 800 | -1000 | 1000 |
| 3 | 2e-5 | 0.003 | 0.001 | 10 | 850 | -1000 | 1000 |
| 4 | 2e-5 | 0.003 | 0.0009 | 10 | 1000 | -1000 | 1000 |
| 5 | 2e-5 | 0.003 | 0.0014 | 10 | 650 | -1000 | 1000 |
| 6 | 2e-5 | 0.003 | 0.002 | 10 | 500 | -1000 | 1000 |
| 7 | 2e-5 | 0.003 | 0.0019 | 10 | 500 | -1000 | 1000 |
| 8 | 2e-5 | 0.003 | 0.0032 | 10 | 300 | -1000 | 1000 |
| 9 | 2e-5 | 0.003 | 0.0011 | 10 | 800 | -1000 | 1000 |
| 10 | 2e-5 | 0.003 | 0.002 | 10 | 500 | -1000 | 1000 |
| 11 | 2e-5 | 0.003 | 0.0044 | 10 | 250 | -1000 | 1000 |
| 12 | 2e-5 | 0.003 | 0.004 | 10 | 250 | -1000 | 1000 |
| 13 | 2e-5 | 0.003 | 0.0044 | 10 | 250 | -1000 | 1000 |
| 14 | 2e-5 | 0.003 | 0.0049 | 10 | 250 | -1000 | 1000 |
| 15 | 2e-5 | 0.003 | 0.0011 | 10 | 850 | -1000 | 1000 |
| 16 | 2e-5 | 0.003 | 0.0032 | 10 | 300 | -1000 | 1000 |
| 17 | 2e-5 | 0.003 | 0.0035 | 10 | 300 | -1000 | 1000 |
| 18 | 2e-5 | 0.003 | 0.0019 | 10 | 500 | -1000 | 1000 |
| 19 | 2e-5 | 0.003 | 0.002 | 10 | 500 | -1000 | 1000 |
| 20 | 2e-5 | 0.003 | 0.004 | 10 | 250 | -1000 | 1000 |
| 21 | 2e-5 | 0.003 | 0.0044 | 10 | 250 | -1000 | 1000 |
| 22 | 2e-5 | 0.003 | 0.0025 | 10 | 400 | -1000 | 1000 |
| 23 | 2e-5 | 0.003 | 0.0039 | 10 | 250 | -1000 | 1000 |
| 24 | 2e-5 | 0.003 | 0.0014 | 10 | 700 | -1000 | 1000 |
| 25 | 2e-5 | 0.003 | 0.0037 | 10 | 300 | -1000 | 1000 |
| 26 | 2e-5 | 0.003 | 0.0042 | 10 | 300 | -1000 | 1000 |
| 27 | 2e-5 | 0.003 | 0.0021 | 10 | 500 | -1000 | 1000 |
| 28 | 2e-5 | 0.003 | 0.005 | 10 | 300 | -1000 | 1000 |
| 29 | 2e-5 | 0.003 | 0.0046 | 10 | 300 | -1000 | 1000 |
| 30 | 2e-5 | 0.003 | 0.0025 | 10 | 450 | -1000 | 1000 |
| 31 | 2e-5 | 0.003 | 0.0021 | 10 | 500 | -1000 | 1000 |
| 32 | 2e-5 | 0.003 | 0.003 | 10 | 350 | -1000 | 1000 |
| 33 | 2e-5 | 0.003 | 0.003 | 10 | 350 | -1000 | 1000 |

Tabla A.15 Datos de generadores del sistema Mexicano.

| Nodo | Coeficientes de Curvas de costo | | | Límites de Potencia activa | | Límites de Potencia reactiva | |
|------|---------------------------------|------------------------------|------------------------------|----------------------------|------|------------------------------|------|
| | a (\$/hr) | b (\$/MW ² hr) | c (\$/MW ² hr) | Min. | Max. | Min. | Max. |
| 34 | 2e-5 | 0.003 | 0.0025 | 10 | 450 | -1000 | 1000 |
| 35 | 2e-5 | 0.003 | 0.0011 | 10 | 950 | -1000 | 1000 |
| 36 | 2e-5 | 0.003 | 0.0021 | 10 | 450 | -1000 | 1000 |
| 37 | 2e-5 | 0.003 | 0.0015 | 10 | 600 | -1000 | 1000 |
| 38 | 2e-5 | 0.003 | 0.0015 | 10 | 600 | -1000 | 1000 |
| 39 | 2e-5 | 0.003 | 0.001 | 10 | 400 | -1000 | 1000 |
| 40 | 2e-5 | 0.003 | 0.0025 | 10 | 300 | -1000 | 1000 |
| 41 | 2e-5 | 0.003 | 0.0048 | 10 | 300 | -1000 | 1000 |
| 42 | 2e-5 | 0.003 | 0.005 | 10 | 400 | -1000 | 1000 |
| 43 | 2e-5 | 0.003 | 0.0043 | 10 | 300 | -1000 | 1000 |
| 44 | 2e-5 | 0.003 | 0.0032 | 10 | 500 | -1000 | 1000 |
| 45 | 2e-5 | 0.003 | 0.0019 | 10 | 350 | -1000 | 1000 |
| 46 | 2e-5 | 0.003 | 0.003 | 10 | 350 | -1000 | 1000 |

Tabla A.16 Datos dinámicos de los generadores del sistema Mexicano.

| Nodo | x'_d (pu) | H (seg.) | D (pu) |
|------|-------------|----------|--------|
| 1 | 0.0158378 | 73.0845 | 0 |
| 2 | 0.0251309 | 41.065 | 0 |
| 3 | 0.0190826 | 52.974 | 0 |
| 4 | 0.0139386 | 53.958 | 0 |
| 5 | 0.0428 | 44.025 | 0 |
| 6 | 0.05 | 16.15 | 0 |
| 7 | 0.0382128 | 21.0924 | 0 |
| 8 | 0.09 | 12.6 | 0 |
| 9 | 0.0254556 | 31.6386 | 0 |
| 10 | 0.035877 | 16.6469 | 0 |
| 11 | 0.183 | 6.3 | 0 |
| 12 | 0.1947 | 4.8 | 0 |
| 13 | 0.08 | 7.5 | 0 |
| 14 | 0.3314 | 3.2 | 0 |
| 15 | 0.0227778 | 36.18 | 0 |
| 16 | 0.0578406 | 12.6036 | 0 |
| 17 | 0.0875 | 11.744 | 0 |
| 18 | 0.0406977 | 21.7408 | 0 |
| 19 | 0.0191 | 42.18 | 0 |
| 20 | 0.1706 | 4.14 | 0 |
| 21 | 0.035 | 4.17 | 0 |
| 22 | 0.066 | 11.06 | 0 |
| 23 | 0.09 | 12.6 | 0 |

| Nodo | x'_d (pu) | H (seg.) | D (pu) |
|------|-------------|----------|--------|
| 24 | 0.0338875 | 28.6994 | 0 |
| 25 | 0.0764256 | 10.5462 | 0 |
| 26 | 0.178723 | 12.7088 | 0 |
| 27 | 0.0660855 | 11.237 | 0 |
| 28 | 0.1704 | 1.17 | 0 |
| 29 | 0.1704 | 6.21 | 0 |
| 30 | 0.0825 | 5.6 | 0 |
| 31 | 0.0367312 | 12.3622 | 0 |
| 32 | 0.0654545 | 10.56 | 0 |
| 33 | 0.105263 | 14.9055 | 0 |
| 34 | 0.0618034 | 25.9778 | 0 |
| 35 | 0.0254556 | 31.6386 | 0 |
| 36 | 0.027635 | 25.2072 | 0 |
| 37 | 0.0302763 | 21.0924 | 0 |
| 38 | 0.0302763 | 21.0924 | 0 |
| 39 | 0.0139386 | 53.958 | 0 |
| 40 | 0.0763006 | 12.2138 | 0 |
| 41 | 0.289773 | 3.52 | 0 |
| 42 | 0.735294 | 1.0132 | 0 |
| 43 | 0.18 | 6.3 | 0 |
| 44 | 0.0741379 | 9.396 | 0 |
| 45 | 0.0343636 | 28.71 | 0 |
| 46 | 0.104449 | 19.1443 | 0 |

Tabla A.17 Datos de líneas de transmisión del sistema Mexicano.

| Nodo de Envío | Nodo de recepción | R (pu) | X _L (pu) | B _{TOTAL} (pu) | Nodo de Envío | Nodo de recepción | R (pu) | X _L (pu) | B _{TOTAL} (pu) |
|---------------|-------------------|---------|---------------------|-------------------------|---------------|-------------------|---------|---------------------|-------------------------|
| 48 | 49 | 0.00067 | 0.00859 | 0.9714 | 83 | 54 | 0.00805 | 0.04965 | 0.37512 |
| 49 | 50 | 0.00052 | 0.00633 | 0.7192 | 82 | 81 | 0.0049 | 0.03255 | 0.06136 |
| 50 | 52 | 0.00091 | 0.01127 | 2.96352 | 82 | 68 | 0.0154 | 0.10235 | 0.19296 |
| 52 | 51 | 1e-5 | -0.00338 | 0 | 84 | 64 | 0.00417 | 0.05129 | 1.4984 |
| 49 | 56 | 0.0043 | 0.0532 | 1.6678 | 84 | 71 | 0.00398 | 0.05084 | 1.4369 |
| 49 | 56 | 0.0043 | 0.0532 | 1.6678 | 182 | 86 | 0.0031 | 0.0467 | 1.2072 |
| 57 | 53 | 0.0029 | 0.0354 | 1.0954 | 182 | 86 | 0.0031 | 0.0467 | 1.2072 |
| 57 | 53 | 0.0029 | 0.0354 | 1.0954 | 182 | 185 | 0.00458 | 0.0584 | 1.6584 |
| 57 | 56 | 1e-05 | -0.00832 | 0 | 185 | 184 | 0.00198 | 0.02527 | 0.7175 |
| 51 | 55 | 0.0041 | 0.0552 | 1.444 | 184 | 182 | 0.0073 | 0.093 | 0.66 |
| 51 | 55 | 0.0041 | 0.0552 | 1.444 | 184 | 182 | 0.0073 | 0.093 | 0.66 |
| 53 | 55 | 1e-5 | -0.01297 | 0 | 78 | 92 | 0.00035 | 0.0044 | 0.5286 |
| 53 | 69 | 0.00209 | 0.0287 | 2.843 | 89 | 98 | 0.0005 | 0.00615 | 0.7374 |
| 70 | 83 | 0.00617 | 0.03805 | 0.28754 | 90 | 109 | 0.0105 | 0.06975 | 0.13154 |
| 69 | 64 | 1e-5 | -0.01349 | 0 | 90 | 131 | 0.0213 | 0.1263 | 0.2354 |
| 53 | 73 | 0.0076 | 0.1062 | 0.6574 | 88 | 96 | 0.00146 | 0.00878 | 0.0735 |
| 53 | 73 | 0.0076 | 0.1062 | 0.6574 | 88 | 79 | 0.0046 | 0.0347 | 0.0702 |
| 71 | 73 | 1e-5 | -0.0249 | 0 | 91 | 79 | 0.0022 | 0.0165 | 0.0334 |
| 71 | 74 | 1e-5 | -0.0124 | 0 | 91 | 90 | 0.0021 | 0.01345 | 0.10524 |
| 71 | 64 | 0.00075 | 0.092 | 0.2688 | 93 | 96 | 0.0043 | 0.0344 | 0.0691 |
| 74 | 59 | 0.00249 | 0.0317 | 0.90026 | 93 | 62 | 0.0015 | 0.012 | 0.027 |
| 59 | 92 | 0.00064 | 0.0078 | 0.2284 | 93 | 95 | 0.0037 | 0.0305 | 0.0735 |
| 59 | 92 | 0.00064 | 0.0078 | 0.2284 | 93 | 94 | 0.0013 | 0.0104 | 0.023 |
| 64 | 78 | 0.0017 | 0.023 | 0.591 | 94 | 96 | 0.003 | 0.0242 | 0.054 |
| 64 | 78 | 0.0017 | 0.023 | 0.591 | 96 | 131 | 0.0308 | 0.1771 | 0.3586 |
| 75 | 89 | 0.0041 | 0.053 | 1.5312 | 98 | 102 | 0.0002 | 0.00265 | 0.32 |
| 75 | 86 | 0.004 | 0.0526 | 1.5176 | 100 | 96 | 0.00125 | 0.0102 | 0.092 |
| 75 | 86 | 0.004 | 0.0526 | 1.5176 | 100 | 109 | 0.0025 | 0.0194 | 0.04 |
| 75 | 84 | 0.0028 | 0.0345 | 1.008 | 100 | 101 | 0.0196 | 0.01302 | 0.02456 |
| 75 | 77 | 0.00138 | 0.01764 | 0.5009 | 101 | 109 | 0.00154 | 0.01023 | 0.0193 |
| 77 | 78 | 0.0048 | 0.0577 | 1.596 | 67 | 107 | 0.00854 | 0.05673 | 0.42796 |
| 77 | 78 | 0.0048 | 0.0577 | 1.596 | 107 | 106 | 0.00854 | 0.05673 | 0.42796 |
| 89 | 78 | 0.00075 | 0.00905 | 1.0858 | 107 | 108 | 0.00147 | 0.01874 | 0.23272 |
| 80 | 81 | 0.00966 | 0.06417 | 0.12102 | 106 | 72 | 0.01805 | 0.11135 | 0.21034 |
| 81 | 68 | 0.0168 | 0.1116 | 0.21048 | 106 | 60 | 0.00374 | 0.02508 | 0.18988 |
| 68 | 65 | 0.007 | 0.0465 | 0.0967 | 62 | 60 | 0.0016 | 0.0123 | 0.0257 |
| 68 | 72 | 0.01758 | 0.11794 | 0.2233 | 61 | 60 | 0.0015 | 0.0114 | 0.02302 |
| 68 | 88 | 0.0126 | 0.0837 | 0.15786 | 95 | 60 | 0.0029 | 0.0219 | 0.045 |
| 68 | 96 | 0.01512 | 0.10044 | 0.18942 | 65 | 72 | 0.00226 | 0.01392 | 0.10516 |
| 97 | 96 | 0.0072 | 0.0567 | 0.4608 | 106 | 104 | 0.00917 | 0.05985 | 0.11306 |
| 97 | 76 | 0.00678 | 0.04551 | 0.34462 | 104 | 109 | 0.00364 | 0.02418 | 0.0456 |
| 82 | 76 | 0.01245 | 0.0836 | 0.15824 | 63 | 109 | 0.00194 | 0.01478 | 0.0298 |
| 85 | 83 | 0.0056 | 0.0372 | 0.28064 | 63 | 61 | 0.0008 | 0.0065 | 0.013 |

Tabla A.18 Datos de líneas de transmisión del sistema Mexicano.

| Nodo de Envío | Nodo de recepción | R (pu) | X _L (pu) | B _{TOTAL} (pu) |
|---------------|-------------------|---------|---------------------|-------------------------|
| 63 | 60 | 0.0043 | 0.033 | 0.0674 |
| 110 | 113 | 0.00229 | 0.02921 | 3.31676 |
| 110 | 111 | 0.00112 | 0.0143 | 0.40614 |
| 113 | 102 | 0.00089 | 0.01132 | 1.286 |
| 103 | 102 | 0.0004 | 0.0042 | 0.128 |
| 59 | 103 | 0.0006 | 0.0065 | 0.1993 |
| 110 | 115 | 0.00377 | 0.05243 | 1.48916 |
| 114 | 115 | 0.00168 | 0.02145 | 0.60924 |
| 118 | 114 | 0.00048 | 0.0062 | 0.17538 |
| 118 | 124 | 0.00393 | 0.05013 | 1.41666 |
| 118 | 189 | 0.00131 | 0.01688 | 0.47382 |
| 118 | 120 | 0.00392 | 0.05027 | 1.4166 |
| 114 | 120 | 0.0044 | 0.0569 | 1.5841 |
| 120 | 115 | 0.00344 | 0.04409 | 1.24548 |
| 121 | 115 | 0.00196 | 0.02502 | 0.71074 |
| 127 | 121 | 0.00234 | 0.02979 | 0.84612 |
| 116 | 117 | 0.0015 | 0.00965 | 0.313 |
| 116 | 190 | 0.00173 | 0.01161 | 0.35164 |
| 114 | 189 | 0.00094 | 0.01192 | 0.33844 |
| 189 | 124 | 0.00377 | 0.0429 | 1.21842 |
| 118 | 127 | 0.0043 | 0.0549 | 1.55158 |
| 119 | 117 | 0.00086 | 0.0058 | 0.1758 |
| 127 | 122 | 0.0173 | 0.11609 | 0.21978 |
| 119 | 122 | 0.02464 | 0.1653 | 0.31298 |
| 127 | 130 | 0.00153 | 0.02076 | 0.5869 |
| 130 | 89 | 0.00308 | 0.03938 | 1.11308 |
| 128 | 126 | 0.0056 | 0.0372 | 0.28064 |
| 128 | 123 | 0.0035 | 0.02325 | 0.04384 |
| 123 | 126 | 0.01092 | 0.07254 | 0.13682 |
| 126 | 125 | 0.00755 | 0.05022 | 0.37884 |
| 125 | 129 | 0.01036 | 0.06882 | 0.5192 |
| 128 | 131 | 0.0134 | 0.0785 | 0.1427 |
| 128 | 132 | 0.00699 | 0.0411 | 0.0747 |
| 131 | 129 | 0.1302 | 0.08646 | 0.65248 |
| 133 | 132 | 0.01315 | 0.08822 | 0.16704 |
| 117 | 190 | 0.00346 | 0.02322 | 0.17584 |
| 136 | 134 | 0.0298 | 0.2023 | 0.3888 |
| 134 | 135 | 1e-5 | -0.0668 | 0 |
| 135 | 138 | 0.0257 | 0.17354 | 0.33686 |
| 138 | 137 | 0.0018 | 0.01207 | 0.09144 |
| 158 | 141 | 0.00593 | 0.07556 | 2.14576 |
| 138 | 140 | 0.00161 | 0.01096 | 0.08508 |
| 139 | 140 | 0.00189 | 0.01279 | 0.02482 |
| 157 | 155 | 0.0032 | 0.05293 | 0.10022 |
| 137 | 139 | 0.0035 | 0.0233 | 0.0408 |
| 139 | 188 | 0.0146 | 0.0973 | 0.1834 |
| 188 | 187 | 1e-5 | -0.0668 | 0 |
| 137 | 142 | 0.02044 | 0.13578 | 1.02428 |
| 143 | 148 | 0.00276 | 0.01857 | 0.56264 |
| 143 | 144 | 0.02411 | 0.16065 | 0.3049 |
| 148 | 153 | 0.00401 | 0.02693 | 0.05098 |
| 142 | 143 | 0.00471 | 0.03158 | 0.2393 |
| 146 | 153 | 0.0063 | 0.04225 | 0.32 |
| 148 | 149 | 0.00235 | 0.01579 | 0.0299 |
| 149 | 153 | 0.00235 | 0.01579 | 0.0299 |
| 146 | 151 | 0.00498 | 0.03023 | 0.23068 |
| 151 | 150 | 0.00102 | 0.0068 | 0.05124 |
| 151 | 152 | 0.00789 | 0.05229 | 0.10422 |
| 152 | 150 | 0.00318 | 0.02136 | 0.04044 |
| 157 | 154 | 0.00899 | 0.06036 | 0.11428 |
| 154 | 155 | 0.0011 | 0.00743 | 0.01406 |
| 154 | 187 | 0.0146 | 0.0993 | 0.1925 |
| 157 | 160 | 0.00168 | 0.01116 | 0.0842 |
| 158 | 159 | 0.00045 | 0.00572 | 0.16244 |
| 185 | 183 | 0.00073 | 0.0093 | 0.26398 |
| 158 | 183 | 0.0056 | 0.00715 | 0.20306 |
| 169 | 158 | 0.00169 | 0.0207 | 2.4192 |
| 170 | 144 | 0.01324 | 0.16869 | 0.52368 |
| 170 | 168 | 0.00104 | 0.00697 | 0.05274 |
| 163 | 169 | 0.00186 | 0.02288 | 2.67456 |
| 164 | 161 | 0.0021 | 0.0189 | 0.1055 |
| 161 | 167 | 0.00518 | 0.03441 | 0.25956 |
| 167 | 168 | 0.01554 | 0.10323 | 0.1947 |
| 168 | 160 | 0.0259 | 0.17205 | 0.32448 |
| 164 | 171 | 0.0119 | 0.07905 | 0.59636 |
| 164 | 161 | 0.00291 | 0.0195 | 0.03692 |
| 172 | 173 | 0.0049 | 0.01792 | 0.0444 |
| 172 | 174 | 0.0785 | 0.28669 | 0.07122 |
| 173 | 174 | 0.0761 | 0.3091 | 0.076 |
| 181 | 174 | 0.01298 | 0.434 | 0.1116 |
| 178 | 176 | 0.005 | 0.02949 | 0.03182 |
| 177 | 175 | 0.00166 | 0.01114 | 0.0844 |
| 174 | 178 | 0.03655 | 0.14195 | 0.152 |
| 186 | 177 | 0.03192 | 0.21204 | 0.39992 |
| 185 | 159 | 0.00056 | 0.00715 | 0.20306 |
| 160 | 186 | 0.00335 | 0.00645 | 0.0144 |
| 165 | 166 | 0.00108 | 0.0139 | 3.5526 |
| 165 | 163 | 6e-5 | 0.00071 | 0.0203 |
| 159 | 166 | 0.0014 | 0.01779 | 2.0304 |
| 185 | 159 | 0.00301 | 0.03837 | 1.0898 |
| 179 | 186 | 0.0045 | 0.0085 | 0.194 |
| 53 | 47 | 1e-5 | 0.001 | 0 |

Tabla A.19 Datos de transformadores del sistema Mexicano.

| Nodo de Envío | Nodo de recepción | R_s (pu) | X_s (pu) | T_v | U_v |
|---------------|-------------------|------------|------------|-------|-------|
| 48 | 2 | 0.0001 | 0.0057 | 1 | 1.0 |
| 49 | 1 | 0.0001 | 0.0065 | 1 | 1.0 |
| 50 | 3 | 0.0001 | 0.0042 | 1 | 1.0 |
| 50 | 6 | 0.0001 | 0.0157 | 1 | 1.0 |
| 56 | 58 | 0.0001 | 0.0291 | 1 | 1.0 |
| 53 | 54 | 0.0001 | 0.0275 | 0.975 | 1.0 |
| 59 | 60 | 0.0001 | 0.0145 | 0.97 | 1.0 |
| 64 | 65 | 0.0001 | 0.0291 | 1.025 | 1.0 |
| 64 | 66 | 0.0001 | 0.017 | 0.97 | 1.0 |
| 75 | 76 | 0.0001 | 0.0095 | 1 | 1.0 |
| 77 | 4 | 0.0001 | 0.0082 | 1 | 1.0 |
| 84 | 85 | 0.0001 | 0.0275 | 0.96 | 1.0 |
| 86 | 87 | 0.0001 | 0.0137 | 0.98 | 1.0 |
| 80 | 43 | 0.0001 | 0.0726 | 1 | 1.0 |
| 81 | 44 | 0.0001 | 0.077 | 1 | 1.0 |
| 83 | 46 | 0.0001 | 0.0462 | 1 | 1.0 |
| 84 | 5 | 0.0001 | 0.016 | 1 | 1.0 |
| 86 | 18 | 0.0001 | 0.0164 | 1 | 1.0 |
| 78 | 88 | 0.0001 | 0.0275 | 0.97 | 1.0 |
| 89 | 90 | 0.0001 | 0.0065 | 0.98 | 1.0 |
| 89 | 7 | 0.0001 | 0.0164 | 1 | 1.0 |
| 90 | 8 | 0.0001 | 0.0331 | 1 | 1.0 |
| 90 | 9 | 0.0001 | 0.0098 | 1 | 1.0 |
| 92 | 93 | 0.0001 | 0.0111 | 0.97 | 1.0 |
| 96 | 10 | 0.0001 | 0.0131 | 1 | 1.0 |
| 97 | 11 | 0.0001 | 0.0505 | 1 | 1.0 |
| 105 | 12 | 0.0001 | 0.0426 | 1 | 1.0 |
| 104 | 105 | 0.0001 | 0.087 | 1 | 1.0 |
| 98 | 100 | 0.0001 | 0.0111 | 0.98 | 1.0 |
| 100 | 99 | 0.0001 | 0.0435 | 1 | 1.0 |
| 99 | 13 | 0.0001 | 0.0389 | 1 | 1.0 |
| 99 | 14 | 0.0001 | 0.0999 | 1 | 1.0 |
| 102 | 109 | 0.0001 | 0.0062 | 0.98 | 1.0 |
| 108 | 45 | 0.0001 | 0.0084 | 1 | 1.0 |
| 71 | 72 | 0.0001 | 0.0291 | 0.98 | 1.0 |
| 110 | 15 | 0.0001 | 0.011 | 1 | 1.0 |
| 111 | 16 | 0.0001 | 0.0326 | 1 | 1.0 |
| 110 | 112 | 0.0001 | 0.017 | 1 | 1.0 |
| 112 | 17 | 0.0001 | 0.0172 | 1 | 1.0 |
| 114 | 116 | 0.0001 | 0.011 | 1 | 1.0 |
| 121 | 122 | 0.0001 | 0.019 | 0.98 | 1.0 |
| 122 | 23 | 0.0001 | 0.062 | 1 | 1.0 |
| 118 | 119 | 0.0001 | 0.011 | 1 | 1.0 |
| 189 | 190 | 0.0001 | 0.019 | 1 | 1.0 |
| 127 | 128 | 0.0001 | 0.011 | 0.98 | 1.0 |

| Nodo de Envío | Nodo de recepción | R_s (pu) | X_s (pu) | T_v | U_v |
|---------------|-------------------|------------|------------|-------|-------|
| 130 | 131 | 0.0001 | 0.019 | 0.98 | 1.0 |
| 128 | 19 | 0.0001 | 0.0101 | 1 | 1.0 |
| 133 | 21 | 0.0001 | 0.0628 | 1 | 1.0 |
| 117 | 22 | 0.0001 | 0.0344 | 1 | 1.0 |
| 129 | 24 | 0.0001 | 0.0163 | 1 | 1.0 |
| 124 | 125 | 0.0001 | 0.011 | 1 | 1.0 |
| 131 | 20 | 0.0001 | 0.0661 | 1 | 1.0 |
| 136 | 25 | 0.0001 | 0.0325 | 1 | 1.0 |
| 141 | 140 | 0.0001 | 0.019 | 1 | 1.0 |
| 138 | 27 | 0.0001 | 0.0314 | 1 | 1.0 |
| 137 | 26 | 0.0001 | 0.052 | 1 | 1.0 |
| 151 | 31 | 0.0001 | 0.0314 | 1 | 1.0 |
| 146 | 147 | 0.0001 | 0.0173 | 0.98 | 1.0 |
| 143 | 145 | 0.0001 | 0.0385 | 1 | 1.0 |
| 145 | 29 | 0.0001 | 0.1089 | 1 | 1.0 |
| 143 | 30 | 0.0001 | 0.0314 | 1 | 1.0 |
| 158 | 156 | 0.0001 | 0.0339 | 0.98 | 1.0 |
| 169 | 170 | 0.0001 | 0.021 | 0.98 | 1.0 |
| 158 | 157 | 0.0001 | 0.021 | 0.97 | 1.0 |
| 181 | 180 | 0.0001 | 0.051 | 0.99 | 1.0 |
| 171 | 172 | 0.0001 | 0.0231 | 1 | 1.0 |
| 28 | 174 | 0.0001 | 0.041 | 1 | 1.0 |
| 177 | 178 | 0.0001 | 0.0268 | 0.98 | 1.0 |
| 176 | 41 | 0.0001 | 0.1145 | 1 | 1.0 |
| 162 | 42 | 0.0001 | 0.15 | 1 | 1.0 |
| 161 | 162 | 0.0001 | 0.0516 | 1 | 1.0 |
| 175 | 40 | 0.0001 | 0.0316 | 1 | 1.0 |
| 175 | 176 | 0.0001 | 0.046 | 1 | 1.0 |
| 164 | 37 | 0.0001 | 0.0198 | 1 | 1.0 |
| 163 | 38 | 0.0001 | 0.015 | 1 | 1.0 |
| 165 | 39 | 0.0001 | 0.0082 | 1 | 1.0 |
| 163 | 164 | 0.0001 | 0.021 | 1 | 1.0 |
| 180 | 32 | 0.0001 | 0.028 | 1 | 1.0 |
| 180 | 33 | 0.0001 | 0.028 | 1 | 1.0 |
| 185 | 186 | 0.0001 | 0.0104 | 0.97 | 1.0 |
| 186 | 34 | 0.0001 | 0.0282 | 1 | 1.0 |
| 120 | 35 | 0.0001 | 0.0108 | 1 | 1.0 |
| 120 | 36 | 0.0001 | 0.0163 | 1 | 1.0 |

Tabla A.20 Datos de cargas del sistema Mexicano.

| Nodo | P _{carga} (MW) | Q _{carga} (MW) | Nodo | P _{carga} (MW) | Q _{carga} (MW) |
|------|-------------------------|-------------------------|------|-------------------------|-------------------------|
| 47 | 0 | -96.63 | 128 | 167 | 49 |
| 48 | 133 | 43 | 129 | 465 | 155 |
| 49 | 128 | 42 | 131 | 527 | 154 |
| 50 | 381 | 125 | 132 | 251 | 73 |
| 51 | 624 | 205 | 135 | 155 | 51 |
| 58 | 265 | 87 | 137 | 223 | 74 |
| 61 | 85 | 28 | 138 | 58 | 19 |
| 62 | 105 | 34.4 | 139 | 98 | 32 |
| 63 | 169 | 56 | 140 | 59 | 19 |
| 65 | 89 | 29 | 142 | 171 | 54 |
| 66 | 400 | 131 | 143 | 39 | 13 |
| 67 | 265 | 87 | 145 | 80 | 26 |
| 68 | 100 | 33 | 147 | 100 | 34 |
| 70 | 234 | 77 | 148 | 125 | 41 |
| 71 | 162 | 55 | 149 | 50 | 17 |
| 72 | 158 | 52 | 150 | 181 | 64 |
| 77 | 80 | 27 | 151 | 18 | 6 |
| 79 | 81 | 27 | 152 | 166 | 55 |
| 80 | 180 | 59 | 153 | 75 | 25 |
| 81 | 142 | 47 | 154 | 97 | 32 |
| 83 | 504 | 166 | 155 | 72 | 24 |
| 84 | 60 | 20 | 156 | 158 | 53 |
| 86 | 190 | 62 | 160 | 152 | 51 |
| 87 | 455 | 149 | 162 | 139 | 46 |
| 89 | 30 | 10 | 163 | 50 | 17 |
| 91 | 202 | 67 | 164 | 50 | 17 |
| 93 | 562 | 185 | 165 | 68 | 32 |
| 94 | 167 | 55 | 167 | 65 | 21 |
| 95 | 71 | 23 | 168 | 147 | 48 |
| 96 | 741 | 270 | 170 | 57 | 19 |
| 100 | 392 | 129 | 172 | 25 | 8 |
| 101 | 80 | 26 | 173 | 91 | 30 |
| 103 | 620 | 204 | 174 | 25 | 8 |
| 105 | 290 | 95 | 175 | 140 | 46 |
| 106 | 217 | 72 | 176 | 38 | 13 |
| 108 | 38 | 13 | 178 | 112 | 37 |
| 109 | 584 | 192 | 179 | 110 | 37 |
| 111 | 556 | 74 | 180 | 455 | 152 |
| 112 | 207 | 60 | 182 | 66 | 22 |
| 113 | 268 | 88 | 183 | 212 | 71 |
| 116 | 296 | 86 | 184 | 62 | 20 |
| 117 | 296 | 86 | 186 | 80 | 26 |
| 119 | 296 | 86 | 190 | 296 | 86 |
| 120 | 297 | 87 | | | |
| 122 | 421 | 123 | | | |
| 123 | 197 | 57 | | | |
| 125 | 480 | 140 | | | |
| 126 | 285 | 83 | | | |

Tabla A.21 Datos de compensadores en derivación del sistema Mexicano.

| Nodo | G (pu) | B (pu) |
|------|--------|--------|
| 49 | 0 | -2 |
| 51 | 0 | -0.35 |
| 59 | 0 | -0.7 |
| 64 | 0 | -0.62 |
| 65 | 0 | 1.5 |
| 71 | 0 | -0.62 |
| 75 | 0 | -1 |
| 77 | 0 | -1.5 |
| 86 | 0 | -2.48 |
| 89 | 0 | -0.5 |
| 110 | 0 | -2.25 |
| 114 | 0 | -1.37 |
| 118 | 0 | -0.62 |
| 121 | 0 | -0.5 |
| 127 | 0 | -1 |
| 150 | 0 | 0.6 |
| 158 | 0 | -1.25 |
| 159 | 0 | -1 |
| 160 | 0 | 0.2 |
| 163 | 0 | -1.5 |
| 165 | 0 | -1.24 |
| 166 | 0 | -1 |
| 169 | 0 | -1.5 |
| 180 | 0 | 0.6 |
| 182 | 0 | -2 |
| 185 | 0 | -0.5 |

Apéndice B

Puntos de operación del sistema Mexicano

Tabla B.22 Punto de Operación inicial del Sistema Mexicano para el caso □□□□.

| Generador | □ (pu) | θ (Grad) | □ _□ (MW) | □ _□ (MVAR) |
|-----------|-----------|-------------|------------------------|--------------------------|
| 1 | 0.997 | 7.114 | 1194.3 | -66.79 |
| 2 | 0.994 | 12.502 | 752.56 | -100.08 |
| 3 | 1.012 | 8.576 | 835.28 | -41.56 |
| 4 | 1.041 | 13.073 | 934.55 | 51.07 |
| 5 | 1.050 | 8.818 | 612.38 | -29.12 |
| 6 | 1.005 | 10.310 | 418.04 | -42.74 |
| 7 | 0.988 | 3.949 | 457.74 | -189.83 |
| 8 | 1.007 | 6.505 | 270.45 | 33.51 |
| 9 | 1.004 | 5.800 | 785.80 | 69.77 |
| 10 | 1.000 | -0.449 | 440.17 | 161.79 |
| 11 | 1.012 | 10.213 | 192.84 | 4.30 |
| 12 | 1.039 | -2.406 | 221.24 | 131.15 |
| 13 | 1.067 | 10.335 | 199.49 | 121.03 |
| 14 | 1.070 | 15.661 | 179.14 | 61.63 |
| 15 | 1.047 | 4.782 | 795.65 | 49.42 |
| 16 | 1.063 | 2.733 | 275.67 | 80.58 |
| 17 | 1.045 | 2.856 | 250.33 | 38.06 |
| 18 | 1.070 | 16.456 | 436.09 | 230.98 |
| 19 | 1.055 | -10.681 | 456.70 | 247.15 |
| 20 | 1.070 | -2.540 | 226.29 | 111.34 |
| 21 | 1.070 | 1.404 | 197.32 | 50.37 |
| 22 | 1.056 | -8.094 | 368.14 | 55.17 |
| 23 | 1.067 | -5.629 | 234.46 | 75.33 |
| 24 | 1.037 | -5.656 | 649.91 | 152.66 |
| 25 | 1.070 | 52.402 | 178.88 | 20.05 |
| 26 | 1.043 | 38.978 | 182.27 | 14.42 |
| 27 | 1.034 | 41.081 | 362.06 | -13.90 |
| 28 | 1.070 | 55.786 | 136.89 | 10.61 |
| 29 | 1.046 | 41.072 | 171.45 | 40.54 |
| 30 | 1.025 | 34.462 | 315.44 | 10.05 |
| 31 | 1.054 | 29.220 | 390.59 | 118.10 |
| 32 | 1.069 | 56.450 | 228.05 | 53.10 |
| 33 | 1.069 | 56.450 | 228.05 | 53.10 |

| Generador | □ (pu) | θ (Grad) | □ _□ (MW) | □ _□ (MVAR) |
|-----------|-----------|-------------|------------------------|--------------------------|
| 34 | 1.044 | 38.282 | 309.33 | 51.70 |
| 35 | 1.069 | 0.903 | 810.39 | 11.82 |
| 36 | 1.065 | 0.0000 | 424.82 | -22.87 |
| 37 | 1.059 | 53.471 | 488.70 | 44.99 |
| 38 | 1.047 | 49.991 | 491.49 | -29.06 |
| 39 | 1.044 | 49.294 | 736.98 | -108.09 |
| 40 | 1.070 | 56.506 | 275.80 | 63.09 |
| 41 | 1.070 | 60.962 | 143.46 | 33.70 |
| 42 | 1.070 | 59.320 | 147.14 | 41.39 |
| 43 | 0.971 | 14.881 | 196.23 | -51.97 |
| 44 | 1.010 | 16.542 | 264.42 | 23.21 |
| 45 | 1.070 | 5.279 | 448.17 | 160.59 |
| 46 | 1.070 | 0.592 | 299.30 | 214.59 |

Tabla B.23 Punto de Operación inicial del Sistema Mexicano para el caso $\square\square\square_{\max}$.

| Generador | \square (pu) | θ (Grad) | \square_{\square} (MW) | \square_{\square} (MVAR) |
|-----------|-------------------|--------------------|-----------------------------|-------------------------------|
| 1 | 0.940 | -0.894 | 1200.0 | -470.65 |
| 2 | 0.940 | 5.631 | 800.00 | -116.69 |
| 3 | 0.970 | 0.867 | 850.00 | -27.17 |
| 4 | 1.070 | -6.192 | 338.17 | 76.33 |
| 5 | 1.064 | -3.237 | 600.32 | -21.25 |
| 6 | 0.966 | 3.493 | 500.00 | -8.81 |
| 7 | 1.070 | -5.791 | 500.00 | 121.47 |
| 8 | 1.070 | -3.025 | 300.00 | 100.92 |
| 9 | 1.070 | -4.113 | 800.00 | 318.58 |
| 10 | 1.031 | -9.951 | 500.00 | 255.94 |
| 11 | 1.070 | -6.118 | 115.20 | 43.41 |
| 12 | 0.974 | -8.876 | 249.99 | 92.30 |
| 13 | 1.070 | 5.212 | 249.99 | 138.66 |
| 14 | 1.070 | 13.304 | 249.99 | 78.53 |
| 15 | 0.941 | 2.867 | 850.00 | -146.95 |
| 16 | 0.972 | 0.706 | 300.00 | 64.92 |
| 17 | 0.942 | 1.252 | 300.00 | -14.58 |
| 18 | 1.070 | -4.030 | 204.02 | 463.70 |
| 19 | 1.070 | -13.184 | 500.00 | 269.90 |
| 20 | 1.070 | -6.806 | 250.00 | 85.57 |
| 21 | 1.070 | 4.218 | 250.00 | 56.95 |
| 22 | 1.070 | -8.966 | 400.00 | 89.09 |
| 23 | 1.070 | -7.375 | 250.00 | 78.29 |
| 24 | 1.070 | -6.953 | 700.00 | 152.51 |
| 25 | 1.070 | 71.099 | 152.26 | 9.11 |
| 26 | 1.070 | 66.114 | 300.00 | 54.75 |
| 27 | 1.070 | 66.519 | 500.00 | 82.01 |
| 28 | 1.070 | 71.687 | 174.54 | 10.90 |
| 29 | 1.070 | 78.208 | 195.18 | 38.01 |
| 30 | 1.070 | 72.174 | 450.00 | 60.06 |
| 31 | 1.070 | 73.402 | 450.00 | 108.59 |
| 32 | 1.069 | 73.654 | 232.19 | 53.48 |
| 33 | 1.069 | 73.654 | 232.19 | 53.48 |
| 34 | 1.070 | 51.252 | 450.00 | 289.47 |
| 35 | 1.070 | 1.467 | 950.00 | 33.98 |

| Generador | \square (pu) | θ (Grad) | \square_{\square} (MW) | \square_{\square} (MVAR) |
|-----------|-------------------|--------------------|-----------------------------|-------------------------------|
| 36 | 1.070 | 0.000 | 450.00 | 11.76 |
| 37 | 1.070 | 67.992 | 600.00 | 94.92 |
| 38 | 1.070 | 61.857 | 600.00 | 73.32 |
| 39 | 1.070 | 58.814 | 400.00 | 93.98 |
| 40 | 1.070 | 69.232 | 290.20 | 78.62 |
| 41 | 1.070 | 70.978 | 106.41 | 32.66 |
| 42 | 1.070 | 85.079 | 253.47 | 80.71 |
| 43 | 1.070 | -3.549 | 128.15 | 35.94 |
| 44 | 1.070 | -2.664 | 181.15 | 39.93 |
| 45 | 1.055 | -9.826 | 350.00 | 141.66 |
| 46 | 1.070 | -7.893 | 350.00 | 221.75 |

Tabla B.24 Punto de Operación inicial del Sistema Mexicano para el caso □□□□.

| Generador | □ (pu) | θ (Grad) | □ _□ (MW) | □ _□ (MVAR) |
|-----------|-----------|--------------------|------------------------|--------------------------|
| 1 | 0.940 | 5.843 | 1200.0 | -484.13 |
| 2 | 0.940 | 12.031 | 770.27 | -113.83 |
| 3 | 0.966 | 7.423 | 836.74 | -44.12 |
| 4 | 1.070 | 8.011 | 771.47 | 109.43 |
| 5 | 1.067 | 6.092 | 614.49 | 0.74 |
| 6 | 0.959 | 9.333 | 418.81 | -45.18 |
| 7 | 1.070 | 1.067 | 471.48 | 110.48 |
| 8 | 1.070 | 3.504 | 278.03 | 95.48 |
| 9 | 1.070 | 2.792 | 800.00 | 306.37 |
| 10 | 1.035 | -3.063 | 449.99 | 263.11 |
| 11 | 1.070 | 5.871 | 177.98 | 50.78 |
| 12 | 0.972 | -4.456 | 222.63 | 84.87 |
| 13 | 1.070 | 8.029 | 204.13 | 111.66 |
| 14 | 1.070 | 13.453 | 183.27 | 55.92 |
| 15 | 1.004 | 4.478 | 813.36 | -47.19 |
| 16 | 1.029 | 2.307 | 281.19 | 76.18 |
| 17 | 0.996 | 2.441 | 255.92 | -11.81 |
| 18 | 1.070 | 10.694 | 36.81 | 464.63 |
| 19 | 1.070 | -11.191 | 471.65 | 250.63 |
| 20 | 1.070 | -3.442 | 234.55 | 78.83 |
| 21 | 1.070 | 1.387 | 202.83 | 42.45 |
| 22 | 1.070 | -8.307 | 378.02 | 72.70 |
| 23 | 1.070 | -5.884 | 241.29 | 68.68 |
| 24 | 1.070 | -6.505 | 659.96 | 167.17 |
| 25 | 1.070 | 87.767 | 170.45 | 13.53 |
| 26 | 1.070 | 79.454 | 300.00 | 55.67 |
| 27 | 1.070 | 79.922 | 500.00 | 84.08 |
| 28 | 1.070 | 85.252 | 154.21 | 11.53 |
| 29 | 1.070 | 91.748 | 109.69 | 41.76 |
| 30 | 1.070 | 84.140 | 421.69 | 56.23 |
| 31 | 1.070 | 85.822 | 500.00 | 108.46 |
| 32 | 1.070 | 92.933 | 242.74 | 55.44 |
| 33 | 1.070 | 92.933 | 242.74 | 55.44 |
| 34 | 1.070 | 64.443 | 450.00 | 289.99 |
| 35 | 1.067 | 0.925 | 831.70 | 1.19 |

| Generador | □ (pu) | θ (Grad) | □ _□ (MW) | □ _□ (MVAR) |
|-----------|-----------|--------------------|------------------------|--------------------------|
| 36 | 1.063 | 0.000 | 436.00 | -36.25 |
| 37 | 1.070 | 80.812 | 600.00 | 90.64 |
| 38 | 1.070 | 74.827 | 600.00 | 71.03 |
| 39 | 1.070 | 71.788 | 400.00 | 89.97 |
| 40 | 1.070 | 83.554 | 278.90 | 76.86 |
| 41 | 1.070 | 87.595 | 136.10 | 37.23 |
| 42 | 1.070 | 94.969 | 228.98 | 68.46 |
| 43 | 1.070 | 9.053 | 161.16 | 42.59 |
| 44 | 1.070 | 10.640 | 237.42 | 51.73 |
| 45 | 1.054 | -2.563 | 350.00 | 138.43 |
| 46 | 1.070 | 0.522 | 350.00 | 221.75 |

Tabla B.25 Punto de Operación PI⁴ del Sistema Mexicano para el caso □□□□.

| Generador | □ (pu) | θ (Grad) | □ _□ (MW) | □ _□ (MVAR) |
|-----------|-----------|--------------------|------------------------|--------------------------|
| 1 | 0.998 | 6.265 | 1199.99 | -77.68 |
| 2 | 0.995 | 11.760 | 762.34 | -103.99 |
| 3 | 1.016 | 7.793 | 846.11 | -25.46 |
| 4 | 1.039 | 12.144 | 948.09 | 42.89 |
| 5 | 1.047 | 7.967 | 621.11 | -40.25 |
| 6 | 1.011 | 9.531 | 423.47 | -26.91 |
| 7 | 0.986 | 3.182 | 464.18 | -199.98 |
| 8 | 1.007 | 5.790 | 274.23 | 34.58 |
| 9 | 1.004 | 5.075 | 796.75 | 71.87 |
| 10 | 1.001 | -1.318 | 446.47 | 168.25 |
| 11 | 1.011 | 9.283 | 195.59 | 3.40 |
| 12 | 1.042 | -3.371 | 224.78 | 133.99 |
| 13 | 1.069 | 9.623 | 202.31 | 124.69 |
| 14 | 1.070 | 15.029 | 181.67 | 61.47 |
| 15 | 1.047 | 4.470 | 805.24 | 50.69 |
| 16 | 1.063 | 2.446 | 278.99 | 80.91 |
| 17 | 1.045 | 2.542 | 253.35 | 38.31 |
| 18 | 1.070 | 14.631 | 444.02 | 216.07 |
| 19 | 1.054 | -10.887 | 461.98 | 241.34 |
| 20 | 1.070 | -2.868 | 229.24 | 111.56 |
| 21 | 1.070 | 1.379 | 199.32 | 51.11 |
| 22 | 1.055 | -8.135 | 372.10 | 55.08 |
| 23 | 1.066 | -5.716 | 237.10 | 74.70 |
| 24 | 1.040 | -5.792 | 654.45 | 154.18 |
| 25 | 1.070 | 52.544 | 189.26 | 23.33 |
| 26 | 1.042 | 37.615 | 194.51 | 13.27 |
| 27 | 1.036 | 39.709 | 386.61 | -3.08 |
| 28 | 1.070 | 55.000 | 144.46 | 14.46 |
| 29 | 1.042 | 42.044 | 181.03 | 41.15 |
| 30 | 1.022 | 34.922 | 333.05 | 5.32 |
| 31 | 1.056 | 30.734 | 409.01 | 120.70 |
| 32 | 1.069 | 61.097 | 239.18 | 54.84 |
| 33 | 1.069 | 61.097 | 239.18 | 54.84 |
| 34 | 1.029 | 34.956 | 332.69 | 14.24 |
| 35 | 1.070 | 0.913 | 818.79 | 13.36 |

| Generador | □ (pu) | θ (Grad) | □ _□ (MW) | □ _□ (MVAR) |
|-----------|-----------|--------------------|------------------------|--------------------------|
| 36 | 1.065 | 0.000 | 429.23 | -21.98 |
| 37 | 1.056 | 49.017 | 530.43 | 54.79 |
| 38 | 1.042 | 44.456 | 533.34 | -41.70 |
| 39 | 1.038 | 41.889 | 400.00 | -146.26 |
| 40 | 1.070 | 55.870 | 291.28 | 70.61 |
| 41 | 1.070 | 60.624 | 151.49 | 36.74 |
| 42 | 1.070 | 55.871 | 159.61 | 46.94 |
| 43 | 0.967 | 13.882 | 199.14 | -57.57 |
| 44 | 1.014 | 15.588 | 268.19 | 27.60 |
| 45 | 1.057 | -1.143 | 350.00 | 142.40 |
| 46 | 1.070 | -0.148 | 303.13 | 215.09 |

Tabla B.26 Punto de Operación P_{I^4} del Sistema Mexicano para el caso α_{\max} .

| Generador | V (pu) | θ (Grad) | P (MW) | Q (MVAR) |
|-----------|-------------|--------------------|-------------|---------------|
| 1 | 0.940 | 23.503 | 1200.0 | -886.09 |
| 2 | 0.940 | 30.097 | 800.00 | -305.95 |
| 3 | 1.070 | 24.932 | 850.00 | 749.26 |
| 4 | 0.940 | 32.154 | 1000.0 | -322.49 |
| 5 | 1.070 | 26.079 | 650.00 | 89.03 |
| 6 | 1.046 | 27.265 | 500.00 | 55.38 |
| 7 | 1.070 | 17.478 | 500.00 | 198.89 |
| 8 | 1.070 | 19.762 | 300.00 | 122.43 |
| 9 | 1.070 | 18.664 | 800.00 | 391.08 |
| 10 | 1.070 | 14.516 | 500.00 | 559.65 |
| 11 | 1.070 | 29.081 | 250.00 | 105.33 |
| 12 | 1.070 | 14.073 | 250.00 | 157.82 |
| 13 | 1.070 | 29.038 | 250.00 | 137.14 |
| 14 | 1.070 | 37.125 | 250.00 | 77.94 |
| 15 | 1.070 | 14.952 | 850.00 | 164.45 |
| 16 | 1.070 | 13.309 | 300.00 | 72.12 |
| 17 | 1.070 | 13.633 | 300.00 | 83.72 |
| 18 | 1.070 | 36.919 | 500.00 | 328.18 |
| 19 | 1.070 | -10.277 | 500.00 | 483.75 |
| 20 | 1.070 | 0.171 | 250.00 | 102.13 |
| 21 | 1.070 | 7.3042 | 250.00 | 69.27 |
| 22 | 1.070 | -9.2394 | 400.00 | 189.33 |
| 23 | 1.070 | -4.1428 | 250.00 | 108.06 |
| 24 | 1.070 | -56.864 | 161.25 | 854.17 |
| 25 | 1.062 | 61.906 | 76.46 | 5.20 |
| 26 | 1.050 | 70.761 | 300.00 | 35.43 |
| 27 | 1.038 | 70.707 | 463.41 | 6.16 |
| 28 | 1.036 | 65.126 | 64.11 | -10.04 |
| 29 | 1.049 | 78.007 | 20.06 | 46.27 |
| 30 | 1.025 | 69.265 | 324.53 | -6.30 |
| 31 | 1.070 | 71.453 | 493.75 | 133.34 |
| 32 | 1.056 | 66.719 | 226.97 | 55.72 |
| 33 | 1.056 | 66.719 | 226.97 | 55.72 |
| 34 | 1.026 | 62.375 | 450.00 | 26.88 |
| 35 | 1.070 | 0.672 | 802.70 | 95.81 |

| Generador | V (pu) | θ (Grad) | P (MW) | Q (MVAR) |
|-----------|-------------|--------------------|-------------|---------------|
| 36 | 1.070 | 0.000 | 449.97 | 59.89 |
| 37 | 1.052 | 71.344 | 394.33 | 26.04 |
| 38 | 1.046 | 70.032 | 600.00 | -20.53 |
| 39 | 1.042 | 66.970 | 400.00 | -125.52 |
| 40 | 1.070 | 68.211 | 266.10 | 72.88 |
| 41 | 1.051 | 68.361 | 80.00 | 13.93 |
| 42 | 1.070 | 88.671 | 236.68 | 76.06 |
| 43 | 0.940 | 39.801 | 300.00 | -31.25 |
| 44 | 0.940 | 52.914 | 500.00 | 84.98 |
| 45 | 1.054 | 14.865 | 350.00 | 141.17 |
| 46 | 1.064 | 19.659 | 350.00 | 207.82 |

Tabla B.27 Punto de Operación PI^3 del Sistema Mexicano para el caso □□□□.

| Generador | □ (pu) | θ (Grad) | □ _□ (MW) | □ _□ (MVAR) |
|-----------|-----------|--------------------|------------------------|--------------------------|
| 1 | 0.940 | 23.983 | 1200.0 | -887.13 |
| 2 | 0.940 | 30.566 | 800.00 | -314.84 |
| 3 | 1.070 | 25.391 | 850.00 | 661.12 |
| 4 | 0.940 | 32.747 | 1000.0 | -312.12 |
| 5 | 1.059 | 26.753 | 650.00 | 55.69 |
| 6 | 1.070 | 27.613 | 500.00 | 193.09 |
| 7 | 1.070 | 17.964 | 500.00 | 209.35 |
| 8 | 1.070 | 20.245 | 300.00 | 125.76 |
| 9 | 1.070 | 19.146 | 800.00 | 402.30 |
| 10 | 1.070 | 14.999 | 500.00 | 572.77 |
| 11 | 1.070 | 29.652 | 250.00 | 107.95 |
| 12 | 0.975 | 15.491 | 250.00 | 94.04 |
| 13 | 1.070 | 29.562 | 250.00 | 139.90 |
| 14 | 1.070 | 37.658 | 250.00 | 79.04 |
| 15 | 1.070 | 15.318 | 850.00 | 169.19 |
| 16 | 1.070 | 13.673 | 300.00 | 73.24 |
| 17 | 1.070 | 13.999 | 300.00 | 85.24 |
| 18 | 1.070 | 37.710 | 500.00 | 336.06 |
| 19 | 1.070 | -9.999 | 500.00 | 487.12 |
| 20 | 1.070 | 0.523 | 250.00 | 103.72 |
| 21 | 1.070 | 7.585 | 250.00 | 69.46 |
| 22 | 1.070 | -9.205 | 393.06 | 189.02 |
| 23 | 1.070 | -3.897 | 250.00 | 108.69 |
| 24 | 1.070 | -56.538 | 159.20 | 853.47 |
| 25 | 1.070 | 64.799 | 92.11 | 7.01 |
| 26 | 1.046 | 69.619 | 256.16 | 22.98 |
| 27 | 1.037 | 70.743 | 455.08 | 2.01 |
| 28 | 1.044 | 68.644 | 95.53 | -6.95 |
| 29 | 1.043 | 77.894 | 190.23 | 40.24 |
| 30 | 1.024 | 70.318 | 348.72 | -2.96 |
| 31 | 1.070 | 71.230 | 482.56 | 132.62 |
| 32 | 1.063 | 64.605 | 217.40 | 54.71 |
| 33 | 1.063 | 64.605 | 217.40 | 54.71 |
| 34 | 1.031 | 63.529 | 450.00 | 37.99 |
| 35 | 1.070 | 0.924 | 818.40 | 97.65 |

| Generador | □ (pu) | θ (Grad) | □ _□ (MW) | □ _□ (MVAR) |
|-----------|-----------|--------------------|------------------------|--------------------------|
| 36 | 1.070 | 0.000 | 429.77 | 59.25 |
| 37 | 1.055 | 74.241 | 496.40 | 35.59 |
| 38 | 1.046 | 71.505 | 598.13 | -23.63 |
| 39 | 1.043 | 68.451 | 400.00 | -128.24 |
| 40 | 1.070 | 69.901 | 235.00 | 59.62 |
| 41 | 1.070 | 73.122 | 116.29 | 30.16 |
| 42 | 1.070 | 82.263 | 166.17 | 47.76 |
| 43 | 0.940 | 40.449 | 300.00 | -29.08 |
| 44 | 0.940 | 53.555 | 500.00 | 86.99 |
| 45 | 1.057 | 15.288 | 350.00 | 149.89 |
| 46 | 1.068 | 20.125 | 350.00 | 217.91 |

Apéndice C

Formulación del problema de OPF

En éste Apéndice, se presenta la composición del sistema linealizado que resulta de la formulación de OPF [Ahmad91].

Vector Gradiente

El vector gradiente que se representa por las Ecuaciones (2.36) y (2.37), se expresa de forma general por la siguiente ecuación,

$$[\nabla_x \nabla_\lambda] = \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} \dots \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_\square} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} \dots \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_\square} \right] \quad (C.1)$$

donde $x_1 x_2 \dots x_\square$ representan las variables de estado y control, $\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_\square$ representan los Multiplicadores de Lagrange asociados a las ecuaciones de balance de potencia activa y reactiva.

El vector gradiente (C.1), se evalúa en cada paso \square del proceso iterativo de solución, con los valores actualizados de las variables de estado, control y Multiplicadores de Lagrange, correspondientes a la iteración \square del proceso de solución.

Matriz W

La matriz \square representada por la Ecuación (2.35), se desarrolla en forma general de la manera siguiente

$$[\square] = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x_1 \partial x_\square} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x_1 \partial \lambda_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x_1 \partial \lambda_\square} \\ \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x_2 \partial x_\square} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x_2 \partial \lambda_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x_2 \partial \lambda_\square} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x_\square \partial x_1} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x_\square \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x_\square^2} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x_\square \partial \lambda_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x_\square \partial \lambda_\square} \\ \hline \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial \lambda_1 \partial x_1} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial \lambda_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial \lambda_1 \partial x_\square} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & 0 \\ \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial \lambda_\square \partial x_1} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial \lambda_\square \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial \lambda_\square \partial x_\square} & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (D.2)$$

Las Matrices \square , \square y \square , poseen la misma estructura dispersa que la matriz de admitancias del sistema. La matriz \square se evalúa en cada paso \square del proceso iterativo de solución con los valores actualizados de las variables de estado, control y Multiplicadores de Lagrange, correspondientes a la iteración \square del proceso de solución.

En la Ecuación (D.2), se observa que la matriz \square es simétrica. El bloque inferior derecho es nulo, debido a que las derivadas de la forma $\partial^2 \mathcal{L} / \partial \lambda_\square \partial \lambda_\square$ son iguales a cero. La dimensión de la matriz \square depende de la cantidad de restricciones de balance de potencia, así como de la cantidad de variables de estado y control consideradas en la función Lagrangiana.