



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

“Mat. Luis Manuel Rivera Gutiérrez”

EXCITACIÓN DE PLASMONES EN UNA GUÍA DE ONDAS DE
CRISTAL FOTÓNICO CON SUPERFICIES RUGOSAS QUE
CONTIENEN METAMATERIAL DISPERSIVO

TESIS

Para obtener el grado de

MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA FÍSICA

PRESENTA:

JOSÉ EDUARDO MEDINA MAGALLÓN

ASESOR DE TESIS:

Doctor en Ciencias en Óptica
HÉCTOR I. PÉREZ AGUILAR

CO-ASESOR DE TESIS:

Doctor en Ciencias Físico Matemáticas
PETR ZHEVANDROV BOLSHAKOVA

Morelia, Michoacán, Febrero de 2018

RESUMEN

En el presente trabajo hemos mostrado un estudio teórico y numérico de la estructura de bandas y de la respuesta electromagnética de una guía de ondas de cristal fotónico (PCW) que está formada por dos placas conductoras planas que contienen un arreglo de inclusiones con geometrías arbitrarias y de materiales diferentes. La técnica numérica que hemos aplicado es conocida como el “Método de la Ecuación Integral”, para calcular la estructura de bandas y la respuesta electromagnética de una PCW que contiene un arreglo de inclusiones con geometrías arbitrarias. Para el caso ideal consideramos una PCW perfectamente conductora de longitud infinita, que se modeló por medio de una celda unitaria cuadrada conteniendo la inclusión cilíndrica. En cambio, para el caso de una PCW real, consideramos una guía de ondas de longitud finita, que fue modelada con el método de la condición a la frontera de impedancia bajo el protocolo de la paralelización de MPI reduciendo el tiempo de cómputo considerablemente. Esto nos permitió llevar a cabo el cálculo de la respuesta electromagnética de este sistema, con el fin de comparar el comportamiento del sistema infinito por medio de las estructuras de bandas con el del sistema finito por medio de la reflectancia, teniendo una buena correspondencia de las zonas de máxima reflectancia con la posición de las bandas prohibidas en la estructura de bandas. De esta manera se puede tener un mayor control de la propagación electromagnética a través de la PCW, modelando solamente la estructura de bandas. Las estructuras de bandas calculadas para una PCW perfectamente conductora o de conductor real nos indica, que entre más grande sea la rugosidad o la fracción de llenado de la inclusión, la estructura de bandas presenta cambios importantes. Es decir, las bandas prohibidas se hacen cada vez más anchas y a frecuencias más altas aparecen nuevas bandas prohibidas. Similarmente, para la reflectancia vemos que si la rugosidad o la fracción de llenado de las inclusiones es cada vez más grande, las zonas de máxima reflectividad se hacen más anchas y a frecuencias más altas aparecen nuevas zonas donde la reflectancia es máxima. Además, todo este estudio nos condujo a uno de los resultados más importantes de este trabajo, que fue encontrar la presencia de un modo de un polaritón de plasmón de superficie, a la frecuencia $\omega_r = 0.7506$, en una PCW de longitud infinita que contiene inclusiones de metamaterial con geometrías y tamaños arbitrarios. En el caso de una PCW finita compuesta en su totalidad de LHM, el resultado muestra la presencia de un posible modo a $\omega_r = 0.7510$, para ambas polarizaciones. Observando que a un ángulo de incidencia de $\theta_0 = 25^\circ$, el mínimo de la reflectancia está a la frecuencia de $\omega_r = 0.7510$. Esto tiene una gran correspondencia con el modo encontrado en la guía de onda infinita. Sin embargo, aún no podemos asegurar que se trate precisamente de un SPP, pues hace falta hacer un análisis más detallado.

Palabras clave: Polaritón de plasmón superficial, guía de ondas de cristal fotónico rugosa, metamaterial dispersivo, método de la ecuación integral, método de la condición a la frontera de impedancia.

ABSTRACT

In the present work we have shown a theoretical and numerical study of the band structure and the electromagnetic response of a photonic crystal waveguide (PCW), which is formed by two flat conductive plates containing an array of inclusions with arbitrary geometries and different materials. The numerical technique applied is known as the “Integral Equation Method” to calculate the band structure and the electromagnetic response of a PCW containing an array of inclusions with arbitrary geometries. For ideal case, we consider a perfectly conducting PCW of infinite length, which was modeled using an square unit cell containing the cylindrical inclusion. However, in the case of a real PCW, we consider a waveguide of finite length, which was modeled with the impedance boundary condition method under the MPI parallelization protocol, reducing the computation time considerably. This allowed us to carry out the calculation of the electromagnetic response of this system, in order to compare the behavior of the infinite system using the band structures with finite system by means of reflectance, having a good correspondence of the zones of high reflectance to the position of bandgaps in the band structure. This way, it can have more control of electromagnetic propagation through the PCW, modeling only the band structure. Band structures calculated for a perfectly conducting or real conducting PCW indicate, that the bigger roughness or filling fraction of inclusion, the band structure has significant changes. That is, the bandgaps become ever wide and at higher frequencies, new bandgaps appear. Similarly, for the reflectance, we see that if roughness or filling fraction of inclusions is getting larger, the zones of the high reflectivity become wider and to higher frequencies appear new zones where the reflectance is maximum. In addition, this study led us to one of the most important results of this study, that is was found the presence of a surface plasmon polariton mode, at $\omega_r = 0.7506$, in a PCW of infinite length containing meta-material inclusions with arbitrary geometries and sizes. For a PCW of finite length that is composed entirely of LHM, the result of the reflectance shows the presence a possible mode at $\omega_r = 0.7510$, for both polarizations. We observe that at an angle of incidence of $\theta_0 = 25^\circ$, the minimum of the reflectance is $\omega_r = 0.7510$. This has a great correspondence with the mode found in the infinite waveguide. However, we still can not assure that it is precisely an SPP, because we need to make a more detailed analysis.

Keywords: Surface plasmon polariton, rough photonic crystal waveguide, dispersive metamaterial, integral equation method, impedance boundary condition method.

Este trabajo está dedicado:

En especial a mis padres Berenice Magallón de la Cruz y José Eduardo Medina Ramírez por estar conmigo de manera incondicional en los momentos más difíciles de mi vida.

A mis hermanos Erick Daniel Medina Magallón, Nacxit Itzel Medina Magallón y Estefany Medina Magallón; sin embargo, me es propicio distinguir de una forma especial a Itzel y a Erick que me han hecho fuerte en el andar de mi camino.

A mis sobrinos Yetzeli, Sebastian, Itzel y Meztli que los quiero mucho.

A mi Compañera (Bolita), que me ha brindado muchas alegrías.

Sinceramente:

José Eduardo Medina Magallón.

*Al nacimiento de una
nueva luz*

Agradecimientos

De manera especial agradezco al Dr. Héctor I. Pérez Aguilar, por su apoyo invaluable para llevar a cabo este trabajo.

Agradezco especialmente también al Dr. Petr Zhevandrov Bolshakova al aceptar participar co-asesorando mi trabajo de tesis.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico brindado durante mis estudios de posgrado.

Agradezco a los miembros que forman parte de mi comité tutorial: la Dra. Mary Carmen y Monserrat Peña Gomar, la Dra. Yesenia Arredondo León y al Dr. José Luis Rivera, por haber aceptado realizar la evaluación de este trabajo de tesis.

A la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas y a sus profesores quienes desinteresadamente compartieron conmigo sus conocimientos y experiencias para beneficio de mi persona.

A mis compañeros, casi hermanos Luis Eduardo Puente Díaz y Sergio Sánchez López, por hacer más ameno el tiempo de trabajo y darme consejos para la realización de esta tesis.

A mis Abuelos que con su ejemplo, aprendí principios y valores que me han servido para formarme como persona.

Por último, me es propicio agradecer a mis tíos Edmundo y Alberto Jesús Medina Ramírez, ya que gracias a su apoyo y consejos pude llegar a la meta.

Atentamente:

José Eduardo Medina Magallón.

Contenido

	Página
Resumen	i
Abstract	ii
Dedicatoria	iii
Agradecimientos	iv
Contenido	v
Lista de Figuras	vii
I. INTRODUCCIÓN	1
I.1. Estructura de la tesis	10
II. PLASMÓNICA	13
II.1. Nanociencia	13
II.1.1. Historia de la plasmónica	16
II.2. Propagación de la luz a través de la materia	19
II.2.1. Campos macroscópicos y ecuaciones de Maxwell	20
II.2.2. Modelo de Drude	21
II.3. Plasmones superficiales	27
II.3.1. Excitación de plasmones de superficie	30
II.3.2. Aplicaciones de la plasmónica	37
III. EL MÉTODO DE LA ECUACIÓN INTEGRAL	41
III.1. Descripción del método de la ecuación integral	42
III.1.1. Guía de cristal fotónico	43
III.1.2. Función de Green para la ecuación de Helmholtz	45
III.1.3. Representación integral de la ecuación de Helmholtz	46
III.1.4. Discretización de la ecuación integral	47
III.1.5. Guía de ondas finita	51
III.1.6. El Campo Incidente	54
III.1.7. El Campo Esparcido	55
III.1.8. Método de la Condición a la Frontera de Impedancia	58
III.1.9. Verificación del método	60
IV. RESPUESTA ELECTROMAGNÉTICA DE UNA GUÍA DE ONDAS DE CRISTAL FOTÓNICO	63

Contenido (continuación)

	Página
IV.1. Una descripción sencilla de MPI	64
IV.1.1. Arquitecturas de Memoria	67
IV.1.2. Rutinas básicas de la programación con MPI	68
IV.1.3. Rutinas básicas de envío y recepción de mensajes bloqueantes	70
IV.2. Estructura de bandas y reflectancia de una guía de ondas de cristal fotónico con perfil arbitrario	72
IV.2.1. PCW conductora	74
IV.2.2. PCW con inclusión de LHM	80
V. CONCLUSIONES	92
REFERENCIAS	97

Lista de Figuras

Figura		Página
1	Ejemplos de una estructura fotónica unidimensional (a), bidimensional (b) y tridimensional (c).	3
2	Las alas de la mariposa, los escarabajos, las plumas de los pavo reales y los opalos contienen microestructuras periódicas naturales que son responsables del color iridiscente, dichas estructuras representan un cristal fotónico natural. Tomada de Centeno 2014.	4
3	Microprocesador con cristal fotónico como guía de ondas.	4
4	Detalles que distingue una onda dependiendo de su longitud de onda. Si la estructura es mucho más pequeña que la longitud de onda, el medio se puede aproximar como continuo.	6
5	(a) Copa de Lycurgus, (b) Ventanas hechas por Marc Chagall para la Iglesia de San Esteban de Mainz.	15
6	Diagrama en el que se comparan las frecuencias de operación y los tamaños típicos de los dispositivos basados en las diferentes tecnologías mencionadas.	16
7	Las cargas y el campo electromagnético de SPs propagándose en la superficie.	29
8	Imagen obtenida de un microscopio electrónico, de una lámina de plata de 320 nm perforada con un conjunto periódico de agujeros dispuestos en una red cuadrada (17×17). El diámetro de los agujeros es de 280 nm y el periodo de la red, de 750 nm (tomada de García-Vidal et al., 2008)	32
9	Sistema de una interfaz plana que divide dos medios caracterizados por los parámetros constitutivos (ε_1, μ_1) y (ε_2, μ_2)	33
10	Regiones de existencia de SPPs sobre una superficie plana que separa un medio dieléctrico de parámetros ε_D y μ_D de un LHM caracterizado por ε_{LHM} y μ_{LHM} . Los ejes de coordenadas son los valores relativos $\varepsilon = \varepsilon_{LHM}/\varepsilon_D$ y $\mu = \mu_{LHM}/\mu_D$	34
11	Sistema de una placa de metamaterial rodeada por medios dieléctricos.	35
12	Reflectividad como función del ángulo de incidencia θ para diferentes valores de d/λ . Los parámetros constitutivos corresponden a SPPs con polarización TM y progresivos.	36

Lista de Figuras (continuación)

Figura		Página
13	Reflectancia como función de ω/ω_p	37
14	Sección transversal de una fibra óptica contenida en una celda cuadrada y cavidad cilíndrica de un conductor perfecto.	37
15	Imagen tomada con un microscopio electrónico, de una estructura de “ojo de buey”. Un agujero central (de 250 nm de diámetro) está rodeado por un conjunto de trincheras concéntricas de 250 nm de anchura y 60 nm de profundidad. La separación entre las trincheras es de 500 nm. El espesor de la lámina de plata es de 300 nm.	38
16	Esquema simple del funcionamiento de un dispositivo de resonancia de plasmones superficiales (un detector de moléculas). Está compuesta por una lámina metálica de oro (de espesor del orden de decenas de nanómetros). Por la superficie metálica expuesta al aire se hace circular un fluido compuesto por moléculas. Se manda luz, que pasa a través de un prisma e incide en la superficie metálica, que está en contacto con el vidrio. Este haz de luz genera un plasmón superficial, que se propaga por la superficie superior. Las propiedades de dicho plasmón superficial vienen determinadas por el tipo de moléculas absorbidas por el metal en la superficie.	39
17	Descripción gráfica de la PCW formada con dos superficies planas conductoras y un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas, los contornos Γ 's definen la celda unitaria del sistema con la periodicidad en la dirección x	43
18	Celda unitaria de un CF y una inclusión de forma arbitraria.	47
19	Esquema de una PCW perfectamente conductora de anchura l , longitud d y un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas (en rojo) de algún material dispersivo. La longitud del sistema en la dirección x es $L_y = 2l+b$. La mitad de la anchura $1/e$ del módulo del haz gaussiano incidente proyectada en el plano $x = d$ es g . También se muestran los ángulos de incidencia θ_0 y dispersión θ_s (para la transmisión y reflexión); se definen como positivo en el sentido indicado en la figura.	52

Lista de Figuras (continuación)

Figura		Página
20	(a) Estructuras de bandas de una PCW conductora que tiene una inclusión cilíndrica de fracción de llenado, $f = 0.002$, y separación entre las superficies planas de, $b = \pi$. La estructura con línea de color negro es de una PCW perfectamente conductora, la de línea roja es para una PCW plateada modelada con DM, y la de color azul cuando se modeló con IBCM y DM. Comparación de (b) las reflectancias y (c) las transmitancias correspondientes a las estructuras de bandas de (a), respectivamente. (d) Balance de la energía $R + T$, para todos los casos.	62
21	Tiempos de cómputo requeridos para calcular las estructuras de bandas y reflectancias para una PCW perfectamente conductora y de conductor real de tamaño infinito o finito, con $b = \pi$ y $f = 0.005$, en su forma secuencial y en su forma paralelizada.	72
22	(a) Perfil aleatoriamente rugoso que tiene una longitud de correlación $\delta = 0.1$ y desviación estandar de las alturas $\sigma = 0.1$. (b) Inclusión rugosa generada con el perfil aleatoriamente rugoso con una fracción de llenado $f = 0.05$	73
23	(a) Estructuras de bandas de una PCW conductora que tiene una inclusión cilíndrica de fracción de llenado, $f = 0.005$, y separación entre las superficies planas de $b = \pi$. La estructura de bandas con línea de color negro es de una PCW perfectamente conductora (PEC), la de línea roja es para una PCW plateada modelada con DM, y la de color azul cuando se modeló con IBCM y DM. (b) Reflectancias correspondientes a las estructuras de bandas de (a), respectivamente.	75
24	(a) Estructuras de bandas de una PCW conductora que tiene una inclusión cilíndrica de fracción de llenado, $f = 0.05$, y separación entre las superficies planas de $b = \pi$. La estructura de bandas con línea de color negro es de una PCW perfectamente conductora (PEC), la de línea roja es para una PCW plateada modelada con DM, y la de color azul cuando se modeló con IBCM y DM. (b) Reflectancias correspondientes a las estructuras de bandas de (a), respectivamente.	76

Lista de Figuras (continuación)

Figura		Página
25	Estructuras de bandas de PCWs plateadas con una celda unitaria cuadrada que tiene una inclusión cilíndrica con una superficie lisa (azul) y rugosa (rojo) con $b = \pi$, $f = 0.005$ y (a) $\delta = 0.005$ y $\sigma = 0.005$, y (c) $\delta = 0.15$ y $\sigma = 0.15$. El recuadro derecho corresponde a la primera zona de Brillouin en el espacio k , respectivamente. El recuadro izquierdo muestra el perfil de la inclusión utilizado, respectivamente. (b) y (d) Reflectancias correspondientes a las mismas PCWs de longitud finita $d = 22\pi$ que son iluminadas a incidencia normal con un haz Gaussiano de semi ancho $g = 11.2$. Las líneas sólidas (rojo) corresponden a superficies con rugosidad (CR) y las líneas punteadas (azul) a superficies sin rugosidad (SR).	77
26	(a) Estructuras de bandas de PCWs plateadas con una celda unitaria cuadrada que tiene una inclusión cilíndrica con una superficie lisa (en azul) y rugosa (en rojo) con $b = \pi$, $f = 0.05$, (a) $\sigma = 0.005$ y $\delta = 0.005$, y (c) $\sigma = 0.15$ y $\delta = 0.15$. El recuadro derecho corresponde a la primera zona de Brillouin en el espacio k , respectivamente. El recuadro izquierdo muestra el perfil de la inclusión utilizado, respectivamente. (b) y (d) Reflectancias correspondientes a las mismas PCWs de longitud finita $d = 22\pi$ que son iluminadas a incidencia normal con un haz Gaussiano con semi ancho $g = 11.2$. Las líneas sólidas (rojo) corresponden a superficies con rugosidad (CR) y las líneas punteadas (azul) a superficies sin rugosidad (SR).	79
27	Función dieléctrica y permeabilidad magnética de un metamaterial dispersivo como una función de la frecuencia.	81
28	(a) Función $D(0, \omega_r)$ para una guía de onda de cristal fotónico, formado con dos superficies planas perfectamente conductoras y un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas de LHM dispersivo. (b) Distribución de campo eléctrico a la frecuencia $\omega_r = 0.7519$	81
29	Funciones $D(0, \omega_r)$ para guías de ondas de cristal fotónico, formadas con dos superficies planas perfectamente conductoras y un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas de LHM dispersivo. Con los parámetros $b = 4\pi$, $P = 2\pi$ y $r = 0.01b$ ($f = 0.005$) de inclusiones (a) con superficies lisa y rugosa con (c) $\sigma = 0.005$ y $\delta = 0.005$, (e) $\sigma = 0.15$, $\delta = 0.15$. Con los parámetros $b = 4\pi$, $P = 2\pi$ y $r = 0.2b$ ($f = 0.1$) de inclusiones (b) con superficies lisa y rugosa (d) con $\sigma = 0.005$, $\delta = 0.005$ y (f) $\sigma = 0.15$, $\delta = 0.15$	83

Lista de Figuras (continuación)

Figura		Página
30	Reflectancia bajo polarización TE de las PCWs, correspondientes (a) a diferentes números de periodos (NP) de la guía de ondas, (b) de una guía de 6 periodos y distintas aberturas b , (c) para la PCW de abertura $b = \pi$ con distintos tamaños de f , y (d) para la PCW del caso anterior con inclusiones de fracción de llenado $f = 0.005$ a distintos ángulos de incidencia θ_0	85
31	Reflectancia R como función de θ_0 , calculada bajo polarización TE para la frecuencia $\omega_r = 0.7510050$	87
32	Reflectancia bajo polarización TM de las PCWs, correspondientes (a) a diferentes números de periodos (NP) de la guía de ondas, (b) de una guía de 6 periodos y distintas aberturas b , (c) para la PCW de abertura $b = \pi$ con distintos tamaños de f , y (d) para la PCW del caso anterior con inclusiones de fracción de llenado $f = 0.005$ a distintos ángulos de incidencia θ_0	88
33	Reflectancia R como función de θ_0 , calculada bajo polarización TM para la frecuencia $\omega_r = 0.7510140$	90
34	Comparación de las Reflectancias obtenidas bajo polarización TE y TM para la PCW de LHM con inclusiones de fracción de llenado, $f = 0.005$, a incidencia normal.	90

Capítulo I

INTRODUCCIÓN

El estudio del comportamiento de la luz al interactuar con la materia revela una serie de características y efectos, que nos permite desarrollar algunas teorías sobre su naturaleza. En los últimos años hemos presenciado un formidable desarrollo de nuevos dispositivos y materiales, ya que el gran desarrollo de la tecnología microelectrónica, ha permitido la fabricación de dispositivos electrónicos cada vez más eficientes, por ejemplo, la expansión de las computadoras personales (PC) cada vez más veloces, de los dispositivos de almacenamiento de información, de los láseres, etc (Bravo-Abad, 2006). Este progreso ha sido tan espectacular que actualmente los microprocesadores utilizan transistores cuyas dimensiones son del orden de 50 nm. Sin embargo, desde el principio de este siglo, este tipo de tecnología (basada en silicio) enfrenta a una serie de problemas fundamentales que requieren ser resueltos. Entre estos problemas cabe destacar el hecho de que las interconexiones metálicas que transportan información digital dentro de los chips, disminuyen su capacidad a medida que el sistema se hace más pequeño (Cadien *et al.*, 2005). Esta limitación se ha hecho patente en años recientes, en los que el ritmo de aumento de la velocidad de los microprocesadores ha disminuido en gran medida.

En las últimas décadas, muchos investigadores han hecho diversos estudios teóricos acerca de cómo controlar las propiedades electromagnéticas de los materiales y el comportamiento de la luz a través de estos; es decir, se tiene interés en diseñar materiales que sean capaces de controlar la propagación de ondas electromagnéticas con una longitud de onda específica; o bien, que permitan atrapar o localizar dichas ondas en una determinada región del espacio. Es por esto, que la tecnología nanofotónica se ha planteado como una seria candidata para resolver los problemas que acabamos de mencionar (Bravo-Abad, 2006).

Los dispositivos fotónicos ofrecen ciertas ventajas frente a los electrónicos. Principalmente, mayor velocidad de operación, derivada de la naturaleza intrínseca de los portadores (fotones frente a los electrones) y de los procesos involucrados en su funcionamiento (respuesta óptica frente a la electrónica de los materiales) que conllevan a una menor disipación. Es por ello, que se tiene interés en saber qué tipo de materiales nos permiten la manipulación de las propiedades ópticas y para esto se darán las características de algunos materiales cuyas propiedades ópticas como electromagnéticas se pueden controlar. Dentro de este tipo de materiales, tenemos a los cristales que se caracterizan por poseer una periodicidad perfecta en su estructura atómica, y debido a ésta, presentan un potencial periódico para la propagación de electrones a través de estos. Por esta característica también se determina la mayor parte de las propiedades conductivas de dichos materiales (Kittel, 1996).

En los cristales encontramos a los Cristales Fotónicos (CFs) que se propusieron inicialmente como materiales capaces de localizar la luz y de inhibir la emisión espontánea de una fuente de luz contenida en su interior. En general, los CFs se construyen con materiales semiconductores o dieléctricos, aunque en los últimos años los CFs metálicos o metal-dieléctrico han demostrado excepcionales propiedades ópticas (Miguez *et al.*,

2002). Estos sistemas constituyen arreglos periódicos de una, dos o tres dimensiones de diferentes materiales con una celda unitaria de la dimensión del orden de la longitud de onda, como se aprecia en la Fig. 1. Un CF es un material en el que existe una modu-

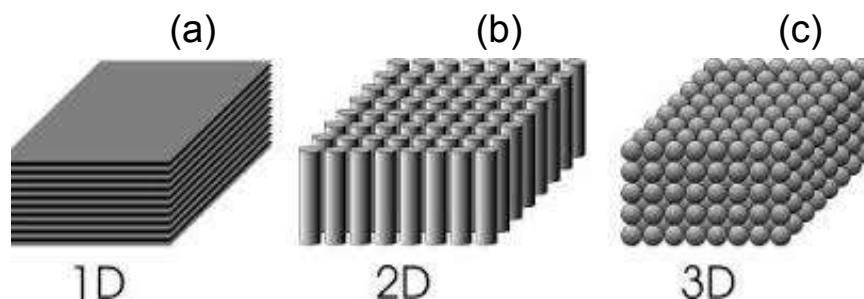


Figura 1. Ejemplos de una estructura fotónica unidimensional (a), bidimensional (b) y tridimensional (c).

lación periódica y ordenada de la constante dieléctrica (o índice de refracción), presenta bajas pérdidas por absorción. Esta característica les confiere interesantes propiedades en regiones concretas del espectro electromagnético delimitadas por la periodicidad de la estructura y origina la existencia de bandas fotónicas que definen sus propiedades para la propagación de la luz (Hernández-Juárez, 2005). Así cuando la radiación electromagnética incide sobre la superficie del CF o es emitida desde su interior, la interferencia entre las distintas ondas reflejadas en cada interfaz entre los medios de constante dieléctrica variable, da lugar a que ciertos rangos de frecuencias que no pueden transmitirse en el cristal, por lo que, para esas energías no hay estados disponibles en el interior del material y son, por lo tanto, prohibidas. De esta manera, el valor de las constantes dieléctricas y el periodo espacial de su variación del CF determinan la posición y anchura de las bandas prohibidas. Debido a que presentan estas características, los CFs han sido objeto de investigación recientemente y tienen el potencial de desarrollar una nueva tecnología de circuitos ópticos integrados (Teo *et al.*, 2006; Puente-Díaz, 2015). Cabe mencionar que en la naturaleza podemos apreciar cristales fotónicos naturales,

como es en los escarabajos, en las alas de las mariposas, en las plumas de los pavos reales o en los ópalos (ver Fig. 2). Entre las posibles aplicaciones se encuentra el uso



Figura 2. Las alas de la mariposa, los escarabajos, las plumas de los pavos reales y los opalos contienen microestructuras periódicas naturales que son responsables del color iridiscente, dichas estructuras representan un cristal fotónico natural. Tomada de Centeno 2014.

de cristales fotónicos como guías de onda (Li *et al.*, 2006), tal y como se muestra en la Fig. 3, en lugar de guías de onda dieléctricas como son las fibras ópticas que se utilizan hoy en día. De este modo, la pérdida de intensidad de la onda transmitida se reduce

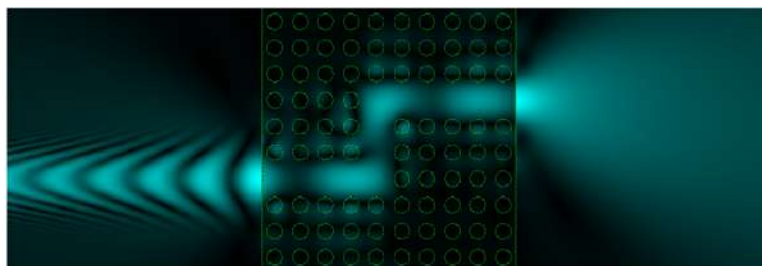


Figura 3. Microprocesador con cristal fotónico como guía de ondas.

considerablemente ya que las pérdidas por curvatura en las fibras ópticas desaparecen. Además, la selectividad de la frecuencia y la capacidad de confinamiento amplía el rango de posibilidades, pudiéndose alcanzar mayores velocidades de transmisión de datos. Por otro lado, haciendo uso de cristales fotónicos también se han desarrollado biosensores (Sánchez, 2007), dispositivos fotovoltaicos (Buencuerpo *et al.*, 2015), sistemas con el confinamiento de la luz (Mengens *et al.*, 1999), la refracción negativa (Yuntuan *et al.*,

2006), la conmutación de la señal mediante la inclusión de defectos de materiales no lineales (Soljacic *et al.*, 2005), microcavidades resonantes (Prieto-González *et al.*, 2014), etc. Éstas últimas confinan la luz en pequeños volúmenes con circulación resonante. El control de la frecuencia de emisión espontánea posibilita su utilización como cavidades láser y LED de alta eficiencia.

Otros materiales estructurados que presentan propiedades interesantes en el comportamiento de la luz al interactuar con estos, son los llamados “Metamateriales” o “Materiales Izquierdos” (LHMs¹) (Veselago, 1968). Los LHMs deben su nombre al hecho de que los vectores de campo eléctrico \mathbf{E} , del campo magnético \mathbf{H} y de la onda \mathbf{k} forman un sistema de vectores ortogonales con una orientación izquierda para una onda que se propaga a través de estos medios. Tales materiales artificiales poseen un índice de refracción negativo n debido a que tienen funciones de permitividad eléctrica ε y permeabilidad magnética μ simultáneamente negativas dentro de algún rango dado del espectro electromagnético. Estos materiales como no existen en la naturaleza, son fabricados artificialmente y, pueden ser diseñados para tener casi cualquier propiedad óptica que deseemos. Para esto se necesita que la unidad de estructura sea mucho más pequeña que el tamaño de la longitud de onda del modo, tal que al propagarse la luz no distinga los detalles de la estructura y “vea” un medio continuo como se muestra en la Fig. 4. Algunos de los fenómenos ópticos que los hacen potencialmente útiles para nuevas aplicaciones tecnológicas son por ejemplo: la refracción negativa, la invisibilidad y la transmisión de información (Cui *et al.*, 2010), por mencionar algunos. Como la disciplina de los LHMs aún se encuentra en desarrollo y no hay una definición universalmente aceptada para estos, tomaremos la definición de Vladimir Shalaev (Shalaev y Cai, 2010), la cual nos dice que:

¹Por sus siglas en inglés, Left Handed Material.

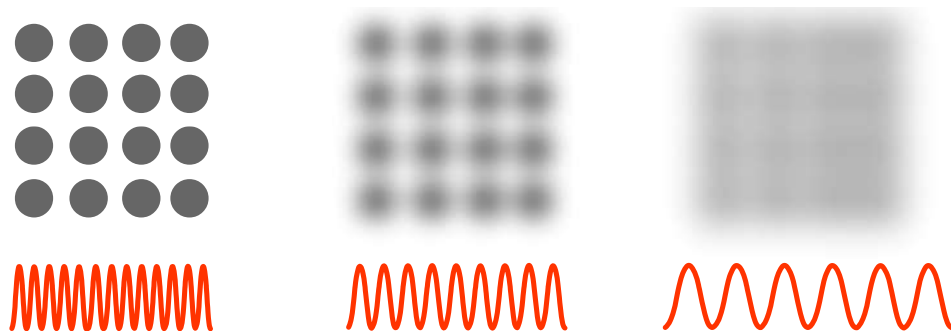


Figura 4. Detalles que distingue una onda dependiendo de su longitud de onda. Si la estructura es mucho más pequeña que la longitud de onda, el medio se puede aproximar como continuo.

“Un Metamaterial es un material estructurado artificialmente, que puede ser periódico o no periódico, que obtiene sus propiedades, no directamente de los materiales que lo constituyen (por ejemplo, la composición química del material), sino a partir de una unidad de estructura. Un Metamaterial tiene una escala mucho más pequeña que la longitud de onda de interés y su respuesta electromagnética se expresa en términos de parámetros de los materiales como por ejemplo: la permitividad, la permeabilidad y el índice de refracción”.

Resulta evidente que la luz desempeña un papel importante en nuestras vidas, es por ello que ha sido estudiada durante siglos. En consecuencia se tiene un importante bagaje de conocimientos y dispositivos ópticos que son útiles en nuestra vida diaria. Sin embargo, no han dejado de aparecer fenómenos relacionados con la luz que dan lugar a nuevos campos de investigación, como es la “plasmónica”, que surgió en los últimos años debido al avance de las nanotecnologías (García-Vidal, 2008). Forma parte de una área más extensa denominada “nanofotónica”, que se caracteriza por el confinamiento de campos electromagnéticos en volúmenes inferiores a la longitud de onda como resultado de la interacción de una onda electromagnética y los electrones

de conducción en interfaces metal-dieléctrico o en nanoestructuras metálicas (Santillán, 2013).

Los metales, además de reflejar la luz, poseen una propiedad óptica interesante, pues bajo ciertas condiciones la luz puede viajar por las superficies metálicas sin alejarse de ella. Esta propiedad es muy peculiar, ya que en condiciones normales la luz viaja por las tres dimensiones del espacio y no se le confina con facilidad. En principio, la plasmónica se ocupa de la generación, propagación y detección de esta “luz superficial” que es una onda más complicada que la luz normal, ya que no consiste sólo en un campo electromagnético, sino que involucra también los electrones libres presentes en los metales. Estas ondas son las llamadas “ondas plasmónicas”, que son excitaciones electrónicas colectivas generadas por un campo electromagnético que excita a una interfaz metal-dieléctrico. Como resultado de esta interacción entre la materia y la radiación, cuando los campos electromagnéticos están confinados a la superficie y se propagan a lo largo de la interfaz, se les llama polaritones de Polaritones de Plasmones de Superficie (SPP²). Debido a este confinamiento del campo y al perfeccionamiento de las interfaces metal-dieléctrico, los SPPs toman un papel importante en diversas áreas de la ciencia, como la óptica, la ciencia de los materiales, la biología y muy recientemente en la nanoelectrónica y la nanofotónica (Dragoman, 2007). Rufus Ritchie descubrió estas ondas, o SPP en los años cincuenta del siglo pasado (Ritchie, 1957).

Una de las propiedades más importantes del SPP, es que su longitud de onda, denotado por λ_{SPP} , es siempre menor que la longitud de onda λ_0 de excitación electromagnética. En el visible y en el espectro óptico de infrarrojos, los dispositivos plasmónicos tienen dimensiones en el rango de 300 – 1000 nm. Estos pequeños modos del SPP, comparables con los de los dispositivos de nanoelectrónica, abren el camino

²Por sus siglas en inglés, Surface Plasmon Polariton.

para la integración en el mismo chip de componentes ópticos y electrónicos en la nanoescala, proporcionando una velocidad sin precedentes y la flexibilidad de tales circuitos (Dragoman, 2007). Como los electrones al moverse generan energía en forma de calor, a los SPPs se les había tenido siempre como un sumidero de energía, por tanto, como un inconveniente para la utilización de metales como dispositivos ópticos que envíen energía (información) de un lugar a otro (García-Vidal, 2008). En efecto, tras haber recorrido un SPP sólo una décima de milímetro, más de la mitad de la intensidad de la luz que lleva se ha disipado ya en forma de calor; es decir, estos no son adecuados si pretendemos usarlos para transportar energía a distancias mayores que las décimas de milímetro. Pero en ciertas aplicaciones ese margen ya no es tan pequeño. La continua miniaturización de los componentes electrónicos ha creado la necesidad de transportar información a escalas de unas pocas micras (Lezec *et al.*, 2002; Weeber *et al.*, 2001; García-Vidal, 2008).

Investigadores de numerosos grupos repartidos alrededor del mundo persiguen generar eficientemente estos SPPs, moverlos sobre la superficie a nuestra voluntad (creando para ello los equivalentes a lentes, divisores de haz, guías de ondas, transistores y circuitos), y extraer la energía que llevan, probablemente en forma de luz o de señal eléctrica, para poder transportarla a mayores distancias.

En un campo emergente como la plasmónica, no es difícil saber donde apareceran las aplicaciones más interesantes; como por ejemplo, en la transmisión de la luz a través de agujeros pequeños, en los sensores moleculares basados en SPPs, en los circuitos plasmónicos, etc (Sergey *et al.*, 2006; García-Vidal, 2008).

El interés de este trabajo es la generación de SPPs en guías de ondas de cristal fotónico (PCWs³) con superficies planas con un arreglo periódico de inclusiones cilíndri-

³Por sus siglas en inglés, Photonic Crystal Waveguides.

cas suaves o aleatoriamente rugosas de distintos materiales, particularmente de LHM dispersivo. Cabe señalar que la guía de ondas tiene un tamaño finito; sin embargo, se puede modelar para un tamaño infinito. Para estudiar el comportamiento de la luz en este tipo de sistemas se requiere dominar no sólo los aspectos teóricos si no también los modelos numéricos. Así, el estudio de la propagación de la luz en PCWs se basa en métodos numéricos que ha desarrollado el grupo de cristales fotónicos de la FCFM de la UMSNH, para el estudio de estructuras de bandas en caso de tratarse de una guía de tamaño infinito y de la respuesta óptica (reflectancia R) en caso de ser una guía de tamaño finito con geometrías diferentes. Dentro de los trabajos que ha realizado este grupo se encuentra el de (Pérez-Aguilar y Mendoza-Suárez, 2015) en el que hacen el estudio de la respuesta electromagnética de una guía de ondas de tamaño infinito con superficies planas perfectamente conductoras y un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas de LHM dispersivo, donde encontraron un modo de SPP. Así, tomaremos como punto de partida el trabajo anteriormente mencionado, pero haremos una generalización del mismo, ya que consideraremos que el arreglo de inclusiones presente geometrías arbitrarias. Las técnicas numéricas están basadas en métodos integrales. El Método de la Ecuación Integral parte de la segunda identidad de Green para resolver la ecuación de Helmholtz que se está considerando en este trabajo (Maradudin *et al.*, 1990; Mendoza-Suárez *et al.*, 2006; Pérez-Aguilar, 2009). Este método presenta ventajas en la capacidad de estudiar diferentes aspectos de una guía de ondas que involucran geometrías complicadas (superficies aleatoriamente rugosas) y propiedades físicas muy novedosas, como las correspondientes de los LHMs dispersivos (Mendoza-Suárez *et al.*, 2006; Puente-Díaz, 2015).

I.1. Estructura de la tesis

Este trabajo de tesis está desarrollado de la siguiente manera.

En el capítulo II se presenta algunos aspectos relevantes de la plasmónica. Se muestra la teoría electromagnética básica de medios materiales con el Modelo de Drude para medios metálicos, lo que permite analizar los sistemas compuestos por guías de ondas con superficies planas con arreglos periódicos de inclusiones cilíndricas suaves o aleatoriamente rugosas de distintos materiales. Esto será usado para modelar numéricamente el comportamiento de estos sistemas con características particulares. Por último, se mencionan algunas aplicaciones.

En el capítulo III se da una descripción del método numérico, conocido como el Método de la Ecuación Integral (Mendoza-Suárez *et al.*, 2006), que se utiliza para obtener las estructuras de bandas de una guías de ondas de tamaño infinito con superficies planas y un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas suaves o aleatoriamente rugosas que contienen algún material en la celda unitaria. Dicho método hace uso del segundo teorema integral de Green, donde se obtiene un par de ecuaciones integrales con las cuales se pueden determinar las estructuras de bandas en términos de un par de funciones fuente. Las funciones fuente están definidas por el campo magnético y su derivada normal, para el caso de la polarización TM, y por el campo eléctrico y su derivada normal, para la polarización TE, evaluados en la superficie de la celda cuadrada con una inclusión que tiene superficies aleatoriamente rugosas. También se da la descripción de este método en el caso de tratarse de una guía de ondas de tamaño finito, permitiendo calcular la reflectancia de tal sistema. Además, presentamos una Condición a la Frontera de Impedancia, la cual nos simplifica el problema teórico considerablemente, ya que elimina la necesidad de tomar en consideración el campo dentro de la superficie esparcidora, reteniendo los aspectos físicos importantes del problema.

Todo esto con el fin de comparar el comportamiento de la luz en la guía de ondas de tamaño infinito con la de tamaño finito, así como del estudio de la excitación de SPPs en PCWs que contengan Metamaterial.

En el cuarto capítulo se aplica el método descrito en el capítulo III al problema de interés de esta tesis de investigación. En este capítulo se presentan los resultados numéricos de las estructuras de bandas para una PCW de tamaño infinito. También se muestran resultados de la reflectancia para una PCW de tamaño finito, con superficies suaves y aleatoriamente rugosas en la inclusión cilíndrica. Además, se presentan resultados correspondientes a la PCW que contiene LHM, tanto de tamaño infinito como finito, referentes al estudio de la excitación de SPPs en estos sistemas.

Finalmente, en el capítulo V se dan las conclusiones principales de esta tesis de investigación.

Capítulo II

PLASMÓNICA

Durante los últimos años, ha adquirido gran importancia el estudio de la interacción de radiación visible-materia (fotónica), en la que la primera queda confinada a volúmenes de dimensiones mucho menores que la longitud de onda de la luz. El conocimiento de los procesos físicos que ocurren en dicha interacción permiten, entre otras cosas, el desarrollo de innumerables aplicaciones en diversos campos de la ciencia y la tecnología que abarcan desde la biomedicina hasta las telecomunicaciones. En el presente capítulo se da una breve revisión de los fundamentos teóricos de la Plasmónica. Comenzando con una breve historia de la nanociencia, así como un enfoque de los conceptos principales de la plasmónica orientados hacia el problema de interés de esta tesis de investigación.

II.1. Nanociencia

La necesidad de crear nuevas tecnologías ha llevado al hombre a explorar diversos escenarios de la naturaleza para obtener beneficios en su vida diaria. Hoy en día la tecnología ha avanzado mucho y encontramos máquinas que a su vez construyen otras máquinas de menor tamaño, para lo cual es necesario estudiar técnicas que nos permitan trabajar la materia a escalas microscópicas. La materia en escala nanométrica presenta

propiedades ópticas, eléctricas, y magnéticas muy diferentes a las que posee en estado macroscópico. El estudio de las propiedades ópticas nanométricas constituye un área de gran importancia no totalmente resuelta para el posible desarrollo de nuevos materiales y aplicaciones.

La nanociencia es un rama de investigación que se ocupa del estudio de las propiedades físicas y químicas de materiales con dimensiones inferiores a los 100 nm. Dentro de esta área, la nanofónica, definida como la fusión de la nanotecnología y la fotónica, surge como un campo con nuevos desafíos tecnológicos en química, en electrónica, en ciencia de materiales, en la integración fotónica con dispositivos miniaturizados para su uso en nanosensores biológicos y en biomedicina (Santillán, 2013).

En 1959 cuando Richard Feynman en su conferencia titulada “There is plenty of room at the bottom” que presentó en Caltech, expresó por primera vez la posibilidad de la manipulación mecánica de átomos para realizar la síntesis de compuestos como alternativa a los métodos químicos tradicionales. Estas ideas motivaron el desarrollo de dispositivos de microscopía de alta resolución como el microscopio de fuerza atómica AFM¹ y el de efecto túnel STM².

Sin embargo, es conocido ya desde la época del imperio romano y pasando por la Edad Media, mucho antes de que los científicos hayan comenzado a investigar las propiedades ópticas de nanoestructuras metálicas, algunos alquimistas y artesanos utilizaban pequeñas partículas metálicas para generar los colores brillantes de artefactos y obras de arte de vidrio, que en la actualidad se atribuyen a efectos de interacción radiación-materia en escala nanométrica. Ejemplos famosos son la copa Lycurgus (imperio romano, del siglo IV d. C.), que tiene un color verde cuando se observa en el reflejo de la luz, mientras que brilla en rojo en la transmisión de la luz, y los vidrios de

¹Por sus siglas en inglés, Atomic Force Microscope.

²Por sus siglas en inglés, Scanning Tunneling Microscope.

las ventanas de la iglesia de San Esteban en Mainz como se ve en la Fig. 5.

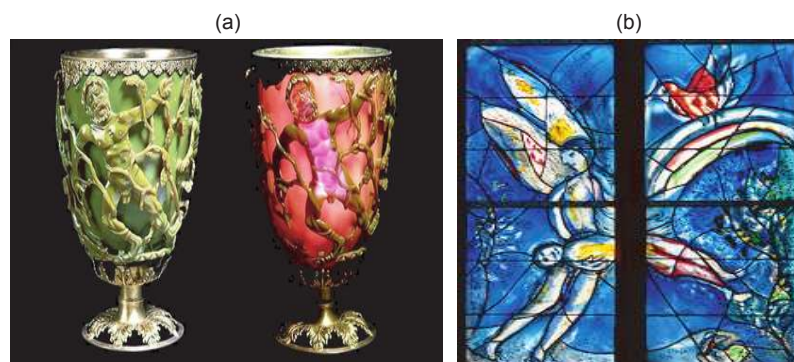


Figura 5. (a) Copa de Lycurgus, (b) Ventanas hechas por Marc Chagall para la Iglesia de San Esteban de Mainz.

El desarrollo de la tecnología microelectrónica en el último medio siglo ha permitido la fabricación de dispositivos electrónicos cada vez más eficientes. La ley de Moore, que predice que el número de dispositivos en un chip se dobla cada 18 meses, se ha cumplido desde los años 60. Este progreso ha llevado a que los microprocesadores actuales utilicen transistores cuyas dimensiones son de alrededor de 50 nm. Sin embargo, desde el principio de este siglo, este tipo de tecnología basada en el silicio se enfrenta a una serie de problemas fundamentales que requieren ser resueltos. Entre estos problemas cabe destacar el hecho de que las interconexiones metálicas que transportan información digital dentro de los chips, disminuyen su capacidad a medida que el sistema se hace más pequeño. Esta limitación se ha hecho presente en los últimos años, en los que el ritmo de aumento de la velocidad de los microprocesadores ha disminuido en gran medida (Bravo-Abad, 2006).

Durante los últimos años, la tecnología nanofotónica se ha convertido en una seria candidata para resolver los problemas que acabamos de mencionar. Sin embargo, los dispositivos fotónicos presentan un aspecto fundamental que limita su miniaturización: el límite de difracción, que establece que no es posible confinar un haz tridimensional de luz en un volumen cuya sección lateral sea menor que la mitad de la longitud de

onda. El valor de la longitud de onda usada en los circuitos fotónicos es de aproximadamente 1000 nm, lo que corresponde prácticamente al tamaño característico de los chips fabricados actualmente. Aunque la introducción de los cristales fotónicos ha aportado algunas soluciones en este aspecto, un cristal fotónico tiene un tamaño de varias longitudes de onda, ya que su periodicidad típica es del orden de la mitad de la longitud onda (ver Fig. 6). Así, la nanofotónica basada en plasmones de superficie

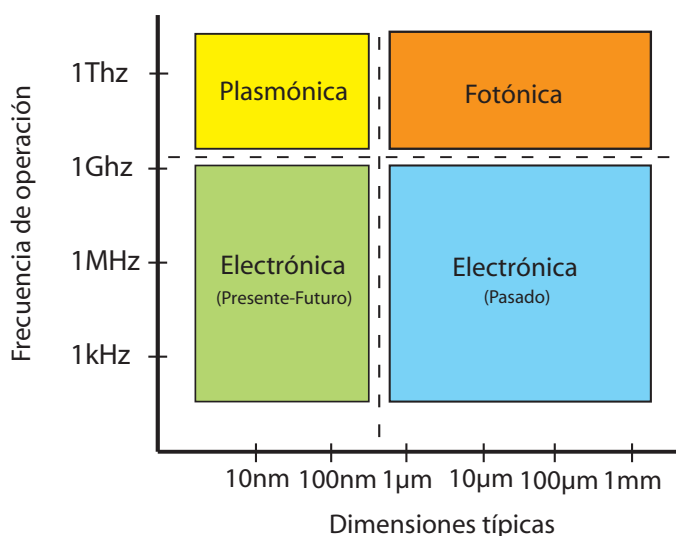


Figura 6. Diagrama en el que se comparan las frecuencias de operación y los tamaños típicos de los dispositivos basados en las diferentes tecnologías mencionadas.

(SPs), también denominada plasmónica, constituye uno de los caminos más prometedores para conseguir la miniaturización de circuitos fotónicos. Esto debido a que la plasmónica combina los dos ingredientes más importantes para el diseño de este tipo de circuitos: la rapidez de operación de la fotónica y la miniaturización de la electrónica (Atwate, 2007; Bravo-Abad, 2006).

II.1.1. Historia de la plasmónica

La plasmónica es un área de investigación dentro del campo de la nanofotónica y se caracteriza principalmente por el confinamiento de campos electromagnéticos en

volúmenes inferiores a la longitud de onda como resultado de la interacción de una onda electromagnética y los electrones de conducción en interfaces metal-dieléctrico o en nanoestructuras metálicas (Santillán, 2013). Se puede definir como el dominio de la óptica en la que la excitación y la propagación de plasmones de superficie tienen un papel clave.

La interacción de radiación electromagnética con nanoestructuras metálicas da origen a fenómenos ópticos característicos relacionados con la geometría de la nanoestructura, del tamaño y del medio circundante. En el caso de películas metálicas delgadas se generan ondas superficiales evanescentes acopladas a la oscilación de los electrones de conducción denominadas “polaritones de plasmones superficiales”, SPPs. En 1902 el astrónomo estadounidense Wood observó los espectros obtenidos usando una rejilla óptica de una fuente de luz continua producida por una lámpara incandescente (Wood, 1902). Se encontró con un fenómeno sorprendente: “Estaba asombrado al descubrir que bajo ciertas condiciones, la caída de la iluminación del máximo al mínimo (una caída desde luego de 10 a 1), se produjo dentro de un rango de longitudes de onda no mayores que la distancia entre las líneas de sodio”, observó líneas claras y oscuras estrechas en diversos espectros obtenidos para diferentes condiciones de incidencia e hizo una observación: estas líneas estaban presentes sólo para la luz con polarización TM. Es decir, cuando el campo magnético es paralelo a las ranuras de rejilla. En ese momento, la teoría electromagnética de rejillas estaba en fase embrionaria, por lo tanto fue incapaz de dar alguna explicación a estos fenómenos. Por esta limitación Wood les denomina “anomalías singulares”, concluyendo que este problema era “uno de los más interesantes con los que se ha encontrado”. Estas anomalías se observan en el espectro de la luz difractada por rejillas de difracción y se manifiestan por las rápidas variaciones en la intensidad de los órdenes espectrales difractados en bandas de frecuencia

estrechas. Las anomalías de Wood se han considerado en todo el siglo XX como uno de los fenómenos más fascinantes en la óptica.

Mucho tiempo después del descubrimiento de las anomalías de Wood, los estudios sobre SPP quedaron íntimamente relacionados con las rejillas de difracción. En el caso ideal de medios no absorbentes, estos modos superficiales se conocen con el nombre de modos de Fano (Maystre, 1982), quien fue el primero en introducirlos en la literatura para explicar las anomalías observadas por Wood en la respuesta óptica de una red de difracción metálica en el caso en que el campo magnético incidente es paralelo a los surcos de la red (polarización TM). Fano (Fano, 1941) propone la existencia de las ondas superficiales en la teoría de redes, hasta el momento desarrollada por Rayleigh, y muestra que en redes de surcos poco profundos la luz incidente podía excitar estos modos, dando lugar a las rápidas variaciones de intensidad observadas por Wood. Para Fano las ondas superficiales estaban asociadas al campo evanescente, que al no propagar energía en dirección perpendicular al plano medio de la superficie estaban condenadas a vivir en sus inmediaciones y su propagación era disipada por otros movimientos ávidos de energía, como las oscilaciones de plasma (Cuevas, 2011).

Hessel y Oliner haciendo uso de una superficie plana con una impedancia superficial periódica encuentran que, la respuesta electromagnética de estas estructuras es similar a la de las redes metálicas, permitiéndoles relacionar las anomalías de Wood con la excitación de las ondas superficiales propuestas por Fano. Dos años después de que Hessel y Oliner publicaran su trabajo, Teng y Stern presentaron un estudio experimental en el que se ponía en evidencia la existencia de plasmones superficiales, a los que ellos llamaron oscilaciones superficiales de plasma (SPO³). Estos eran excitados por un haz de electrones que impactaban sobre la red metálica, dicho experimento evidenció que la

³Por sus siglas en inglés, Surface Plasma Oscillations.

radiación emitida por la red tenía una distribución angular caracterizada por máximos bien definidos justamente en aquellas direcciones permitidas por el acoplamiento entre los SPOs y los fotones. Midiendo las posición de los mínimos del orden especularmente reflejado, obtienen la gráfica de dispersión de los plasmones superficiales, concluyendo que ésta no varía apreciablemente con respecto a la curva correspondiente a una única superficie plana. Tiempo después, Ritchie (Ritchie *et al.*, 1968) mostró que la gráfica de dispersión de los SPPs sufre cambios importantes para frecuencias en los límites de la zona de Brillouin, donde aparece un intervalo de frecuencias prohibidas para la propagación de SPPs.

En los años 70's, el estudio de SPPs sobre redes metálicas fue impulsado enormemente debido a la aparición de computadoras que permitían manejar y procesar a altas velocidades una gran cantidad de cálculos. Como consecuencia de esto, muchos científicos comenzaron a desarrollar una gran cantidad de métodos numéricos para poder calcular la respuesta electromagética de tales sistemas mediante una teoría que involucrara las ecuaciones de Maxwell, dando como resultado el surgimiento de los llamados métodos integrales. Estos métodos se basan en el teorema de Green que conllevan a un sistema de ecuaciones algebraico (Maradudin *et al.*, 2001, 2010). Además, es necesario estudiar adecuadamente la interacción de la luz y la materia.

II.2. Propagación de la luz a través de la materia

El estudio de la propagación de la luz a través de la materia, particularmente en estado sólido, comprende una de las ramas más importantes e interesantes de la óptica. Los fenómenos ópticos exhibidos por sólidos incluyen la absorción selectiva, la dispersión, la doble refracción, los efectos de polarización y los efectos electro-ópticos y magneto-ópticos. Muchas de las propiedades ópticas de los sólidos se puede entender sobre la

base de la teoría electromagnética clásica. En la presente sección se aplica la teoría de Maxwell macroscópica a la propagación de la luz a través de sólidos, en especial para metales.

II.2.1. Campos macroscópicos y ecuaciones de Maxwell

Todos los problemas sobre electromagnetismo, siempre que nos mantengamos en una situación macroscópica como es el caso de la propagación de la luz a través de sólidos, pueden tratarse a través de las ecuaciones macroscópicas de Maxwell

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \mu_0 \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + \mathbf{J}, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = -\frac{1}{\epsilon_0} \nabla \cdot \mathbf{P} + \frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = -\nabla \cdot \mathbf{M}. \quad (4)$$

Por otro lado, la respuesta de los electrones de conducción al campo eléctrico está dada por $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ (Ley de Ohm) siendo σ la conductividad. Además, las relaciones constitutivas reescritas como

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad \text{y} \quad \mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}), \quad (5)$$

describen la respuesta total de las cargas ligadas al campo electromagnético.

En nuestro estudio de la propagación de la luz a través de la materia nos ocuparemos únicamente en los medios no magnéticos y eléctricamente neutros. Por tanto, \mathbf{M} y ρ se toman igual a cero: Así, las ecuaciones de Maxwell, expresadas por las Ecs. (1) a (4),

se reducen a:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (6)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + \mathbf{J}, \quad (7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = -\frac{1}{\epsilon_0} \nabla \cdot \mathbf{P}, \quad (8)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0. \quad (9)$$

Tomando el rotacional de la Ec. (6) y la derivada respecto al tiempo de la Ec. (7) para eliminar \mathbf{H} , obtenemos la ecuación de onda para el campo eléctrico:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = -\mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t}. \quad (10)$$

Los términos del lado derecho de la ecuación anterior se llaman términos fuente. Se derivan de la presencia de las cargas de polarización y de conducción, respectivamente, dentro del medio. La manera en la que la propagación de la luz se ve afectada por los términos fuentes está incluida. En caso de tratarse de medios no conductores el término $-\mu_0 \partial^2 \mathbf{P} / \partial t^2$ es de importancia, ya que conduce a una explicación de muchos efectos ópticos como: la dispersión, la adsorción y la doble refracción, por mencionar algunos. En el caso de los metales, el término de conducción $-\mu_0 \partial \mathbf{J} / \partial t$ es el importante. Las soluciones resultantes de la ecuación de onda explican la gran opacidad y alta reflectancia de los metales. Es por esto que consideraremos el caso de interacción de la luz con los medios conductores metálicos utilizando el modelo de Drude.

II.2.2. Modelo de Drude

Las características esenciales de los metales se pueden describir teóricamente con el Modelo de Drude (Fowles, 1968). En este modelo, existe una frecuencia crítica llamada frecuencia de plasma, por debajo de la cual la permitividad eléctrica es negativa y

en consecuencia la propagación de ondas electromagnéticas está prohibida. Por este motivo, metales como el oro y la plata a frecuencias ópticas e infrarrojas, los campos sólo pueden penetrar una pequeña distancia. Por encima de la frecuencia de plasma la permitividad es positiva, el medio es transparente y permite la propagación de ondas electromagnéticas.

Para analizar los efectos del comportamiento de la luz a través de medios metálicos, nos interesa el término de conducción en la ecuación de onda sin el término de polarización. Debido a la inercia de los electrones de conducción, no podemos simplemente hacer uso de $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ (Ley de Ohm) para la densidad de corriente donde σ es la conductividad estática. Se debe considerar el movimiento real de los electrones bajo la acción del campo eléctrico alterno de la onda luminosa.

Puesto que los electrones de conducción no están ligados, no existe una fuerza restauradora. Por consiguiente, la ecuación diferencial del movimiento del electrón es de la forma:

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} + m\tau^{-1}\mathbf{v} = -e\mathbf{E}, \quad (11)$$

donde \mathbf{v} es la velocidad del electrón, $\tau = 1/\gamma \approx 10^{-4}$ s es el tiempo de relajación y m es la masa del electrón. Dado que la densidad de corriente es

$$\mathbf{J} = -Ne\mathbf{v}, \quad (12)$$

siendo N el número de electrones de conducción por unidad de volumen o densidad electrónica. Entonces la Ec. (11) se puede expresar en términos de \mathbf{J} como

$$\frac{d\mathbf{J}}{dt} + \gamma\mathbf{J} = \frac{Ne^2}{m}\mathbf{E}. \quad (13)$$

Suponiendo que el campo eléctrico aplicado y la densidad de corriente de conducción están dadas por

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{-i\omega t} \quad \text{y} \quad \mathbf{J} = \mathbf{J}_0 e^{-i\omega t}, \quad (14)$$

que sustituyendo en la ecuación de movimiento (Ec. 13) se obtiene

$$\frac{d[\mathbf{J}_0 e^{-i\omega t}]}{dt} + \gamma \mathbf{J}_0 e^{-i\omega t} = -i\omega \mathbf{J}_0 e^{-i\omega t} + \gamma \mathbf{J}_0 e^{-i\omega t} = \frac{Ne^2}{m} \mathbf{E}_0 e^{-i\omega t} \quad (15)$$

y multiplicando por $e^{i\omega t}$ tenemos

$$(-i\omega + \gamma)\mathbf{J} = \frac{Ne^2}{m}\mathbf{E}. \quad (16)$$

Para el caso de campos estáticos, $\omega = 0$, se tiene que

$$\mathbf{J} = \frac{Ne^2}{m\gamma}\mathbf{E} = \sigma\mathbf{E}, \quad (17)$$

por lo que,

$$\sigma = \frac{Ne^2}{m\gamma} \quad (18)$$

que es la conductividad estática.

Ahora, para el caso general de un campo oscilante aplicado

$$\mathbf{J} = \left[\frac{\sigma}{1 - \frac{i\omega}{\gamma}} \right] \mathbf{E} = \sigma_\omega \mathbf{E}, \quad (19)$$

obtenemos

$$\sigma = \frac{\sigma}{1 - \frac{i\omega}{\gamma}}, \quad (20)$$

que es la conductividad dinámica.

A frecuencias muy bajas ($\omega/\gamma \ll 1$), la conductividad dinámica es puramente real y los electrones siguen el campo eléctrico. Conforme el campo aplicado va incrementando, la inercia de electrones introduce un retardo de fase en la respuesta de electrones en el campo y la conductividad dinámica es compleja.

Para frecuencias muy altas ($\omega/\gamma \gg 1$), $\mathbf{J} \approx i\sigma\mathbf{E} = (e^{i\frac{\pi}{2}})\sigma\mathbf{E}$ y la conductividad dinámica σ_ω es puramente imaginaria y las oscilaciones de los electrones tienen un desfase de $\pi/2$ con el campo aplicado.

Ahora abordemos, la propagación de ondas electromagnéticas en medios metálicos. Haciendo uso de la expresión dada en la Ec. (19) y que $c^2 = 1/\epsilon_0\mu_0$ en la Ec.(10) se encuentra la ecuación de onda para metales,

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \left[\frac{\sigma}{1 - \frac{i\omega}{\gamma}} \right] \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \quad (21)$$

Para resolver la ecuación anterior, se propone un campo eléctrico oscilante, $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)}$, que representa una onda. Sustituyendo directamente la Ec. (21) se puede mostrar que ésta es una solución, siempre que

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} + i \left[\frac{\omega \mu_0 \sigma}{1 - \frac{i\omega}{\gamma}} \right], \quad (22)$$

donde $c^2 = 1/\epsilon_0\mu_0$. Además por la forma de la ecuación anterior se puede considerar a $k = k(\omega)$ como una función de la frecuencia ω . Expresemos k en términos de la parte real e imaginaria como $k(\omega) = k_R(\omega) + ik_I(\omega)$. Esto es equivalente a introducir un índice de refracción complejo $n(\omega) = n_R(\omega) + in_I(\omega)$, en términos de la relación de dispersión:

$$k(\omega) = \frac{\omega}{c} n(\omega). \quad (23)$$

En este capítulo para las expresiones siguientes ya no se escribirá explícitamente la dependencia de ω que tienen k y n .

Índice de refracción en un metal

Considerando nuevamente el caso general descrito por la Ec. (22), obtenemos

$$n^2 = \frac{c^2}{\omega^2} k^2 = 1 + i \left[\frac{c^2 \mu_0 \sigma}{\omega \left(1 - \frac{i\omega}{\gamma}\right)} \right] = 1 + i \frac{i\gamma}{i\gamma} \left[\frac{c^2 \mu_0 \sigma}{\omega \left(1 - \frac{i\omega}{\gamma}\right)} \right] \quad (24)$$

$$\Rightarrow n^2 = 1 - \frac{c^2 \mu_0 \sigma \gamma}{\omega^2 + i\omega\gamma}, \quad (25)$$

de donde se define la “frecuencia de plasma” como:

$$\omega_p^2 = c^2 \mu_0 \sigma \gamma = \gamma \left(\frac{Ne^2}{m\gamma} \right) c^2 \mu_0 = \frac{Ne^2}{m\epsilon_0}. \quad (26)$$

Así, el índice de refracción del medio conductor está dado por

$$n^2 = 1 - \left[\frac{\omega_p}{\omega^2 + i\omega\gamma} \right], \quad (27)$$

donde $\omega_p = \sqrt{\frac{Ne^2}{m\epsilon_0}}$ es la frecuencia de plasma.

Si los electrones en un plasma son desplazados de un fondo uniforme de iones, los campos eléctricos serán construidos en una dirección para restaurar la neutralidad del plasma regresando de vuelta a los electrones a sus posiciones originales. Debido a su inercia, los electrones sobrepasan la oscilación alrededor de sus posiciones de equilibrio con una frecuencia característica conocida por la frecuencia de plasma. Además, existe una longitud de onda llamada crítica λ_c (o longitud de onda de oscilación de plasma) y es aquella en la que por debajo de ella los metales alcalinos se vuelven transparentes, y por encima de la cual son opacos y altamente reflectantes. Esta longitud de onda está dada por

$$\lambda_c = \lambda_p = \frac{2\pi c}{\omega_p}. \quad (28)$$

Analizando la expresión del índice de refracción para frecuencias altas ($\omega \gg \gamma$), se tiene que

$$n^2 \approx 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad (29)$$

donde hemos despreciado el término de γ .

Función dieléctrica de los metales

Considerando que $\varepsilon(\omega) = n(\omega)^2$ y haciendo uso de la Ec. (35), tenemos que

$$\begin{aligned} \varepsilon(\omega) &= \varepsilon_R(\omega) + i\varepsilon_I(\omega) = n(\omega)^2 \\ &= (n_R + in_I)^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\omega\gamma} \\ &= (n_R^2 - n_I^2) + i2n_Rn_I \\ &= \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2} \right) + i \left(\frac{\omega_p^2\gamma}{\omega^3 + \omega\gamma^2} \right), \end{aligned} \quad (30)$$

es la *función dieléctrica* para materiales metálicos. Observamos que ya no es constante ya que depende de la frecuencia de la radiación que se utilice para iluminar el material.

- Para un caso particular, la función dieléctrica para $\omega \approx \omega_{visible}$, esto es cuando $\omega \gg \gamma$, es

$$\varepsilon(\omega) = \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right) + i \left(\frac{\omega_p^2}{\omega^2/\gamma}\right). \quad (31)$$

Profundidad de piel (Skin Depth) a bajas frecuencias

Consideremos el caso en el que k^2 es suficientemente pequeño, es decir, dado por

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} + i \left[\frac{\omega\mu_0\sigma}{1 - i\frac{\omega}{\gamma}} \right] \cong i\omega\mu_0\sigma = \exp\left(i\frac{\pi}{2}\right) \omega\mu_0\sigma. \quad (32)$$

Entonces,

$$\begin{aligned} k &\cong \sqrt{\exp\left(i\frac{\pi}{2}\right) \omega\mu_0\sigma} = \exp\left(i\frac{\pi}{4}\right) \sqrt{\omega\mu_0\sigma} \\ &= \left[\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \right] \sqrt{\omega\mu_0\sigma} = (1 + i) \sqrt{\frac{\omega\mu_0\sigma}{2}}. \end{aligned} \quad (33)$$

Por lo tanto, la parte real e imaginaria de k son iguales,

$$k_R = k_I = \sqrt{\frac{\omega\mu_0\sigma}{2}}, \quad (34)$$

implicando que

$$n_R = n_I = \left[\frac{c}{\omega} \right] k_{R,I} = \sqrt{\frac{c^2\mu_0\sigma}{2\omega}} = \sqrt{\frac{\sigma}{2\omega\epsilon_0}}. \quad (35)$$

En un metal, para una onda que se propaga en la dirección z ,

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_0 \exp(ikz) = \mathbf{E}_0 \exp(-k_I z) \exp[i(k_R z - \omega t)] \\ &= \mathbf{E}_0 \exp\left(-\frac{z}{d}\right) \exp[i(k_R z - \omega t)], \end{aligned} \quad (36)$$

se tiene que la profundidad de piel (Skin Depth) está dada por

$$d = \frac{1}{k_I} = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_0\sigma}} = \sqrt{\frac{2\epsilon_0 c^2}{\omega\sigma}}. \quad (37)$$

Por ejemplo, la profundidad de piel para la Plata que tiene una conductividad estática $\sigma = 1.586 \times 10^{-8} \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$ es $d_{copper} = 63.3835 \mu\text{m}$.

II.3. Plasmones superficiales

Muchas de las propiedades fundamentales del estado sólido pueden ser descritas con una analogía de un sólo electrón moviéndose en un arreglo periódico de átomos a los que se les asocia una carga positiva. En otras palabras utilizando el concepto de Plasma que, desde el punto de vista teórico los *plasmones superficiales* (SPs) se interpretarán como la representación de ondas electromagnéticas de superficie, cuyo máximo de intensidad se da en la superficie y con un decaimiento exponencial perpendicular a la superficie. Los SPs pueden ser generados por luz, los cuales producen un campo eléctrico mejorado en la superficie. Este campo producido en la superficie puede ser utilizado en muchas aplicaciones que se mencionarán más adelante.

De esta manera el *plasmón*, se define como un cuanto de energía asociado con ondas propagándose en la materia a través del movimiento colectivo de un gran número de electrones. Esto refleja el porqué un metal se considera como un plasma de alta densidad con un cierto número de electrones móviles. La dimensión de la energía de un plasmón es característica tanto del tipo de material como de la geometría del sistema. Si un campo eléctrico (invariante en el tiempo) actúa sobre una partícula u otra muestra delimitada, el campo polariza la muestra con una densidad de carga eléctrica (variante en el tiempo). Las cargas inducidas en la superficie actúan una sobre otra eléctricamente de una manera colectiva para regresar al equilibrio. Si dicho campo es suspendido, un regreso muy rápido hacia el equilibrio le da a las cargas más energía cinética, la cual les produce un equilibrio sobresaturado. El proceso es reversible y entonces, las oscilaciones colectivas de carga superficial son establecidas y se les denomina Plasmones de Superficie.

Bajo la aplicación continua de un campo eléctrico, como el dado en la Ec. (14),

los SPs aparecen como resonantes en la energía esparcida de la fuente. Desde una perspectiva cuántica, a los SPs se les asocia además de energía, ondas electromagnéticas. Estas ondas, viajando a lo largo de la interfaz de dos medios diferentes se les conoce como “Ondas de Plasma Superficiales” (SPWs⁴).

La frecuencia natural de oscilación de los plasmones en un medio puede ser obtenida en función del número de electrones libres y su masa. A esta se le llama frecuencia de plasma que está dada por la Ec. (26). Usando el modelo de Drude podemos obtener la expresión de la función dieléctrica del gas de electrones libres (caso ideal en metales), en donde no hay decaimiento (tiempo de relajación infinito, $\tau \rightarrow \infty$ y $\gamma \rightarrow 0$) y no hay transiciones interbanda en términos de la frecuencia de plasma:

$$\varepsilon(\omega) \rightarrow \varepsilon(\omega) = \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right). \quad (38)$$

Vemos en este caso que la función dieléctrica del gas de electrones libres tiene la misma función dieléctrica que un conductor perfecto (Hecth y Zajac, 1974). De la ecuación anterior se deduce que la frecuencia de plasma ω_p sirve como parámetro que delimita si el índice de refracción del metal es real o complejo. Para la mayoría de los metales en frecuencias del espectro UV-visible ($\omega < \omega_p$), la parte real de la función dieléctrica es predominantemente negativa y en consecuencia el índice de refracción dado en la Ec. (27) será puramente imaginario. Por esta razón, la radiación es atenuada; es decir, la absorción es pequeña y el conductor será altamente reflejante. Para frecuencias mayores a la frecuencia de plasma ($\omega > \omega_p$), el índice de refracción es netamente real y la radiación es no atenuada. Así, la absorción será grande y el conductor será transparente a dicha luz. Es decir, las ondas electromagnéticas con frecuencias más altas se pueden propagar a través de los metales.

Los SPs son modos electromagnéticos que aparecen en una interfaz entre un dieléctri-

⁴Por sus siglas en inglés, Surface Plasma Waves.

co $\varepsilon_D(\omega)$ y un metal $\varepsilon_M(\omega) = \varepsilon_{MR}(\omega) + i\varepsilon_{MI}(\omega)$, como consecuencia de la interacción entre la luz y los electrones de conducción de una superficie metálica. Estos modos se localizan por ejemplo, en la dirección z y son acompañados de campos electromagnéticos tanto longitudinales como transversales que desaparecen cuando $|z| \rightarrow \infty$ teniendo su máximo en la superficie $z = 0$ como se ve en la Fig. 7. Esto explica su sensibilidad a las propiedades de la superficie. Haciendo un análisis con la teoría de Maxwell descrita

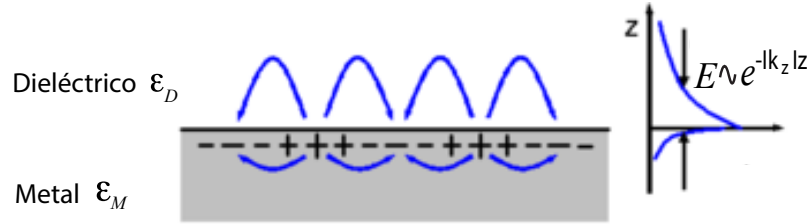


Figura 7. Las cargas y el campo electromagnético de SPs propagándose en la superficie.

anteriormente, podemos considerar el campo eléctrico como:

$$E_x^+ = E_x^{0+} \exp \{ i [\omega t - (k_x x + k_z^+ z)] \}, \quad (39)$$

$$E_z^- = E_z^{0+} \exp \{ i [\omega t - (k_x x - k_z^+ z)] \}, \quad (40)$$

donde el signo (+) es para $z \geq 0$ y (-) para $z \leq 0$. Con k_z imaginario causa el decaimiento exponencial de los componentes z del campo E_z . Si los modos aparecen en la interfaz, entonces el vector de onda en x (k_x) es paralelo al eje x y el valor de $k_x = 2\pi/\lambda_p$, en donde λ_p es la longitud de onda de oscilación de plasma. Finalmente llegamos a la ecuación de dispersión de los modos SPs dada por

$$k_x = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_M \varepsilon_D}{\varepsilon_M + \varepsilon_D}}. \quad (41)$$

Renombrando a k_x como k_{SP} y $k_0 = \omega/c$ que es el vector de onda de la luz incidente en el vacío, tenemos que la relación de dispersión de los SPs toma la forma de

$$k_{SP} = k_0 \sqrt{\frac{\varepsilon_M \varepsilon_D}{\varepsilon_M + \varepsilon_D}}. \quad (42)$$

Esto muestra que el vector de onda k_{SP} es mayor que el vector de onda de la luz k_0 . Por ello los plasmones superficiales no pueden ser excitados directamente por una onda incidente en la interfaz metal-dieléctrico. Para lograr excitar SPs existen algunos métodos, como por ejemplo, en guías de ondas ópticas (Weeber *et al.*, 2001), en rejillas de acoplamiento (Ritchie *et al.*, 1968), y reflexión total atenuada (Kretschmann y Raether, 1968; Sprokel *et al.*, 1981), entre otros. Para fines de esta tesis se considera el modelo de excitación de un SP en una guía de ondas óptica formada por dos placas paralelas y un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas de metamateriales.

II.3.1. Excitación de plasmones de superficie

La forma de excitar plasmones está restringida, principalmente por la condición de dispersión dada por la Ec. (42), en la cual la constante de propagación k_{SP} del plasmón es mayor que la constante de la onda en el dieléctrico (Ec. (42)). Es decir, si se envía luz con frecuencia ω y una constante de propagación paralela a la interfaz en el lado dieléctrico, entonces debe incrementarse dicha constante en una cantidad Δk_{SP} , de manera tal que pueda lograrse el acoplamiento de las constantes de onda de la radiación electromagnética y las oscilaciones de carga. Existen distintas formas para la excitación de un plasmón superficial, como se mencionaron en la subsección anterior. A manera de ilustración didáctica, a continuación se dará una descripción de los diferentes tipos de excitación de los modos plasmónicos, que nos permitirá mostrar que nuestro método es novedoso.

Otto Andreas en 1968 publica su trabajo: “Excitation of nonradiative surface plasma waves in silver by the method of frustrated total reflection”, describiendo un método de excitación de ondas de plasma superficial (SPW) no radiantes sobre superficies lisas, causando también un fenómeno en la reflexión total (Otto, 1968). Puesto que la ve-

locidad de fase de la SPW en una superficie de metal-vacío es menor que la velocidad de la luz en el vacío, estas ondas no pueden ser excitadas por luz que incide sobre la superficie que es perfectamente lisa. Sin embargo, si un prisma se pone cerca de la interfaz metal-vacío, la SPW puede ser excitada ópticamente por la onda evanescente presente en la reflexión total. La excitación es vista como una fuerte disminución en la reflexión de la luz para un ángulo de incidencia especial.

Otra forma de excitación de los SPPs es en una película metálica delgada que es extremadamente sensible al del entorno dieléctrico (Bouhelier y Wiederrecht, 2005). A. Bouhelier y G. P. Wiederrecht, presentaron un método de campo lejano para observar directamente la propagación de SPPs que se basa en la detección de los modos con pérdidas intrínsecas asociadas con la propagación de plasmones en películas delgadas.

El grupo de B. Hecht en 1996, mediante el uso de una sonda óptica de un microscopio óptico de escaneado de campo cercano mostró como actúa una fuente puntual de SPPs sobre películas de oro y de plata (Hecht *et al.*, 1996). La excitación plasmónica se manifiesta por la emisión de luz en la dirección del ángulo de resonancia, procedente de un área con la forma de un diagrama de radiación de dipolo cuya extensión está dada por la longitud de decaimiento. La interacción con selección de heterogeneidades superficiales individuales dan lugar a modificaciones características de la radiación emitida, que proporcionan información detallada acerca de la dispersión del SPP, la reflexión y el fenómeno de interferencia.

Todos tenemos experiencia de como se comporta la luz al pasar por agujeros. Por lo común, se trata de perforaciones mayores que la longitud de onda de la luz. Pero cuando las dimensiones de los agujeros son menores que la longitud de onda de la luz, nuestra intuición falla y aparecen fenómenos de otra naturaleza. Hans Bethe, en los años 40's, encontró teóricamente que el porcentaje de la luz de longitud de onda λ que atraviesa

un agujero circular de diámetro d en una lámina metálica es proporcional a (d/λ) (Bethe, 1944). Es decir, si el diámetro del agujero es mucho menor que la longitud de onda, la eficiencia en el proceso de transmisión resulta ser pequeñísima. Un gran avance en la superación de la baja transmisión a través de agujeros con diámetro mucho menor que la longitud de onda de la luz se produjo en 1998, cuando el grupo experimental dirigido por Thomas Ebbesen (Ebbesen *et al.*, 1998) descubrió que una colección ordenada de agujeros pequeños perforados en una lámina metálica (ver Fig. 8), no sólo dejaba pasar

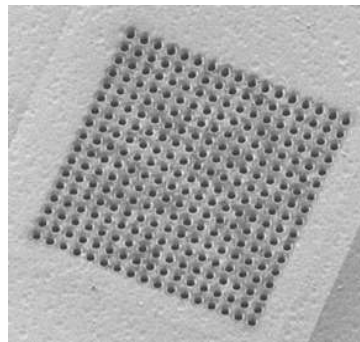


Figura 8. Imagen obtenida de un microscopio electrónico, de una lámina de plata de 320 nm perforada con un conjunto periódico de agujeros dispuestos en una red cuadrada (17×17). El diámetro de los agujeros es de 280 nm y el periodo de la red, de 750 nm (tomada de García-Vidal *et al.*, 2008)

toda la luz que incidía sobre ellos, sino más de la que correspondería a su área. Es decir, los agujeros colectan también gran parte de la luz que incidía sobre la lámina metálica, que prácticamente se volvía transparente. Este resultado sorprendente se conoce como “transmisión extraordinaria de la luz” y ocurre para ciertos valores de λ (es decir, para ciertos colores) relacionados directamente con el periodo del conjunto de los agujeros. De esta relación se dedujo que el fenómeno de transmisión extraordinaria de la luz está relacionado a la presencia del SPP.

Como podemos observar en los ejemplos anteriores, la forma para excitar un SPP, es por medio de un material altamente conductor. Sin embargo, ya es posible hacerlo con otro tipo de materiales, como es el metamaterial, que es el objeto de nuestro estudio.

Enseguida se describen algunos ejemplos con este sistema de una placa de metamaterial rodeada por medios dieléctricos.

SPPs en superficies planas

La superficie plana es un ejemplo de muchas estructuras cilíndricas (con simetría de traslación a lo largo de un eje) que permiten la propagación de ondas superficiales. Técnicamente estas ondas son los modos propios de la estructura. Para poner en evidencia estos modos como Mauro Cuevas (Cuevas, 2011) estudia el problema homogéneo de la superficie plana; es decir, investiga que forma adoptan las soluciones de las ecuaciones de Maxwell. Para esto considera el espacio dividido en dos regiones como se ve en la Fig. 9. Encontrando que el confinamiento de la onda superficial decrezca en la dirección perpendicular a la superficie y que la condición necesaria para la existencia de ondas superficiales es que los medios a ambos lados de la superficie tengan constantes constitutivas de signo opuesto; esto es que $\sigma < 0$ donde $\sigma = \varepsilon_2/\varepsilon_1$ o $\sigma = \mu_2/\mu_1$ para los modos de polarización Transversal Eléctrica (TE) y Transversal Magnética (TM), respectivamente.

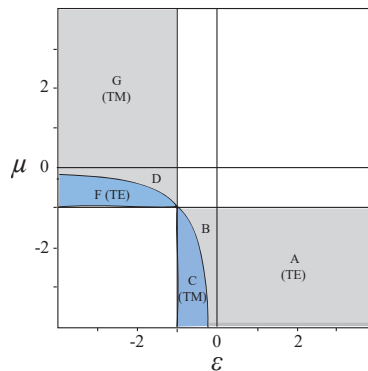


Figura 9. Sistema de una interfaz plana que divide dos medios caracterizados por los parámetros constitutivos (ε_1, μ_1) y (ε_2, μ_2) .

Además, considerando en términos de los parámetros constitutivos relativos $\varepsilon =$

$\varepsilon_2/\varepsilon_1$ y $\mu = \mu_2/\mu_1$, la constante de propagación es

$$\alpha^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_1 \mu_1 = \begin{cases} \frac{\mu(\mu-\varepsilon)}{\mu^2-1} & \text{para pol. TE} \\ \frac{\varepsilon(\varepsilon-\mu)}{\varepsilon^2-1} & \text{para pol. TM} \end{cases}. \quad (43)$$

Así, para determinar las regiones de existencia de los SPPs en el espacio de parámetros $\varepsilon - \mu$ se tiene que cumplir la Ec. (43) y que $\Im m \{ \beta^{(i)} \} > 0$ ($i = 1, 2$) donde $\beta^{(i)} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_i \mu_i - \alpha^2}$ es un número imaginario y la condición se satisface si $\alpha > \max \{ \varepsilon_1 \mu_1 \frac{\omega}{c}, \varepsilon_1 \mu_1 \frac{\omega}{c} \}$; además de la condición de que el SPP sea propagante ($\alpha^2 > 0$).

De acuerdo con la Ref. (Cuevas, 2011) se distinguen seis regímenes para los SPPs que se pueden propagar por una superficie plana que separa un medio dieléctrico convencional de parámetros ε_D y μ_D de un LHM cuyos parámetros constitutivos son ε_{LHM} y μ_{LHM} . Estos regímenes corresponden a diferentes regiones del espacio $\varepsilon - \mu$ que se muestra en la Fig. 10, donde $\varepsilon = \varepsilon_{LHM}/\varepsilon_D$ y $\mu = \mu_{LHM}/\mu_D$.

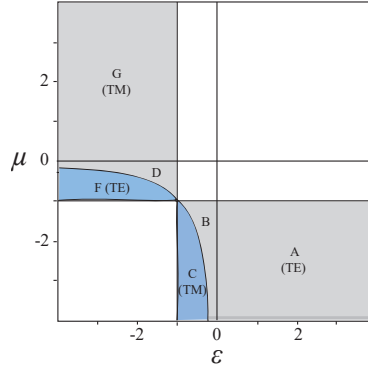


Figura 10. Regiones de existencia de SPPs sobre una superficie plana que separa un medio dieléctrico de parámetros ε_D y μ_D de un LHM caracterizado por ε_{LHM} y μ_{LHM} . Los ejes de coordenadas son los valores relativos $\varepsilon = \varepsilon_{LHM}/\varepsilon_D$ y $\mu = \mu_{LHM}/\mu_D$.

Las regiones B, C, D y F corresponden a LHMs transparentes. Las regiones B y F soportan SPPs con polarización TE, mientras que C y D soportan SPPs con polarización TM. En las regiones B y D los SPPs son progresivos, es decir, el sentido del del flujo neto de energía coincide con el sentido de propagación. En cambio, en las regiones C y F los SPPs son regresivos, es decir, el flujo neto de potencia es opuesto al sentido de

propagación. La región G (pol. TM) incluye el caso de conductores eléctricos mientras que la región C (pol. TE) corresponde a su análogo magnético. Estas condiciones serán tomadas en cuenta para abordar nuestro problema de estudio.

Utilizando la teoría anteriormente mencionada, el grupo de Ricardo A. Depine (Depine, 2011), en su trabajo del 2011 mostraron las características de la propagación de los polaritones de plasmones superficiales (modos propios superficiales) en sistemas ATR⁵ (configuración de Kretschmann) con metamateriales como se muestra en la Fig. 11. A

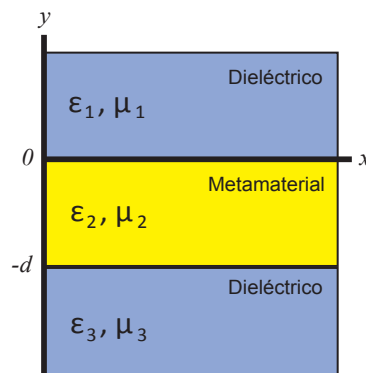


Figura 11. Sistema de una placa de metamaterial rodeada por medios dieléctricos.

diferencia del caso convencional, donde los polaritones superficiales tienen velocidad de fase positiva y aparecen en una de las superficies de una guía metálica, en este caso los polaritones superficiales se propagan a lo largo de una de las superficies de una guía de metamaterial transparente con índice de refracción negativo. Dependiendo de la elección de los parámetros constitutivos del metamaterial, pueden tener velocidades de fase tanto positivas (progresivas) como negativas (regresivas). En la Fig. 12, se muestran las curvas de reflectividad como función del ángulo de incidencia θ para diferentes valores de d/λ . Los parámetros constitutivos corresponden a SPPs con polarización TM y progresivos. Con este análisis el grupo de Depine identifican la existencia de SPPs en el sistema ATR, notando que tanto la posición angular del mínimo como el

⁵Por sus siglas en inglés, Atenued Total Reflection.

ancho angular de las resonancias dependen de d/λ .

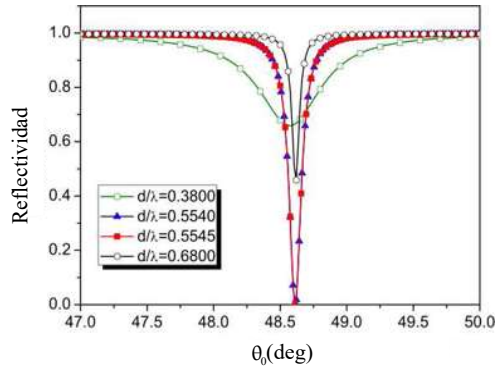


Figura 12. Reflectividad como función del ángulo de incidencia θ para diferentes valores de d/λ . Los parámetros constitutivos corresponden a SPPs con polarización TM y progresivos.

En el 2014 (Pérez-Rodríguez, 2014) plantea una metodología para generar las condiciones óptimas para excitar en general los modos de superficie en las polarizaciones TE y TM en un sistema vidrio-metamaterial-aire (configuración de Kretschmann). Para ello calculan las relaciones de dispersión electromagnética que derivan de resolver las ecuaciones de Maxwell para una interfaz metamaterial-aire para ambas polarizaciones, lo cual les indica las regiones de excitación de los modos de superficie y plasmones de superficie, identificándolos a través de un análisis de la reflectancia R como función del ángulo de incidencia θ_0 , o bien de la frecuencia $\omega_r = \omega/\omega_p$ cuando el LHM se considera como medio dispersivo. En la Fig. 13, se aprecian los valores mínimos de ω_r correspondientes al valor de la solución para polarización TE. Este tipo de análisis permite obtener los modos de superficie partiendo de la solución de la interfaz metamaterial-aire. Para esto solo basta calcular el espectro de reflexión para asegurar la optimización del modo superficial.

Por otro lado, Mendoza-Suárez y colaboradores (Mendoza-Suárez *et al.*, 2008) determinaron la presencia de modos de superficie plasmónicos para polarización TE en una fibra óptica formada de un metamaterial (ver Fig. 14), por medio de un método integral. Este trabajo de investigación fue la motivación de esta tesis de investigación.

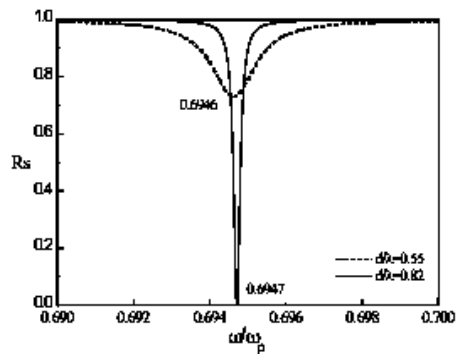


Figura 13. Reflectancia como función de ω/ω_p .

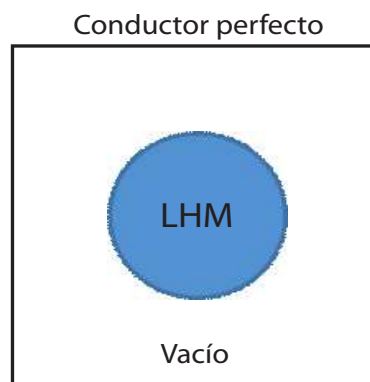


Figura 14. Sección transversal de una fibra óptica contenida en una celda cuadrada y cavidad cilíndrica de un conductor perfecto.

II.3.2. Aplicaciones de la plasmónica

Como consecuencia del descubrimiento de la transmisión extraordinaria de la luz se pueden diseñar metales con propiedades superficiales desconocidas en la naturaleza, extendió la posibilidad de que aparezca la transmisión extraordinaria a metales perforados con agujeros, en el rango de microondas o en el visible. Lo anterior ha dado lugar a la colimación de luz mediante plasmones creando, una estructura de “ojo de buey” en la superficie de salida de la lámina metálica como se ilustra en la Fig. 15, consiguiendo que la luz transmitida forme un finísimo haz (Lezec *et al.*, 2002). De modo que se supera la limitación asociada a la radiación isótropa de agujeros pequeños. El origen físico de este efecto de colimación reside en plasmones superficiales.

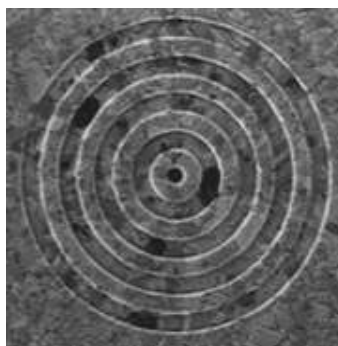


Figura 15. Imagen tomada con un microscopio electrónico, de una estructura de “ojo de buey”. Un agujero central (de 250 nm de diámetro) está rodeado por un conjunto de trincheras concéntricas de 250 nm de anchura y 60 nm de profundidad. La separación entre las trincheras es de 500 nm. El espesor de la lámina de plata es de 300 nm.

Al librarse la plasmónica de las limitaciones debidas a la baja transmisión y la radiación isotrópica, resultan posibles nuevas aplicaciones. Entre ellas figura la escritura en regiones menores que la longitud de onda, ya sea para un almacenamiento óptico de más alta densidad (más información en menos espacio), o para miniaturizar circuitos integrados mediante litografía óptica de mayor resolución (García-Vidal, 2008; Lezec *et al.*, 2002). Esto puede dirigir luz de diferentes colores en distintas direcciones usando láminas metálicas de reducidas dimensiones que sería de gran ayuda en el diseño de nuevos dispositivos ópticos. Todas estas aplicaciones quizá aparezcan en un futuro no muy lejano.

Sin duda alguna, la aplicación principal está en el campo de los sensores moleculares (Lezec *et al.*, 2002). Existen ya comercialmente sensores basados en la “resonancia de los plasmones superficiales”, ya que, debido a su fuerte confinamiento en la superficie del metal, los plasmones superficiales se encuentran muy sensibles a las moléculas absorbidas por la superficie. Su objetivo es poder detectar una molécula para poder estudiar sus propiedades; ya que analizando la razón de dependencia de la intensidad de la luz reflejada respecto del ángulo de incidencia y de la longitud de onda utilizada, se puede determinar el tipo de moléculas que fluyen a través del sensor como se muestra

en la Fig. 16. Esto tiene un gran impacto en el área de las Ciencias Naturales, en particular, en el área de las Ciencias de la Salud, pues estos pueden servir para detectar enfermedades más rápidamente y así, poder dar tratamientos médicos mas eficientes.

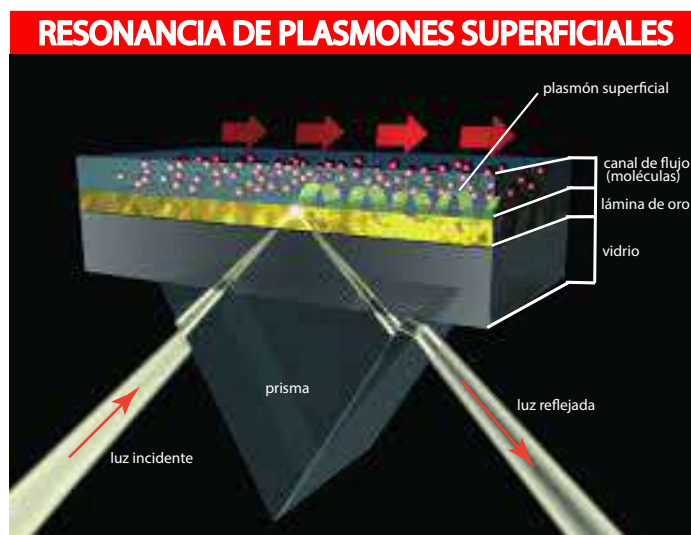


Figura 16. Esquema simple del funcionamiento de un dispositivo de resonancia de plasmones superficiales (un detector de moléculas). Está compuesta por una lámina metálica de oro (de espesor del orden de decenas de nanómetros). Por la superficie metálica expuesta al aire se hace circular un fluido compuesto por moléculas. Se manda luz, que pasa a través de un prisma e incide en la superficie metálica, que está en contacto con el vidrio. Este haz de luz genera un plasmón superficial, que se propaga por la superficie superior. Las propiedades de dicho plasmón superficial vienen determinadas por el tipo de moléculas absorbidas por el metal en la superficie.

La aplicación técnica que genera más expectativas son los circuitos ópticos plasmónicos (Sergey *et al.*, 2006). Los SPs viajan en una superficie plana a velocidades cercanas a la de la luz. Por tanto, los circuitos ópticos miniaturizados serían mucho más rápidos que los circuitos electrónicos ordinarios. Podrían transportar señales ópticas, eléctricas o ambas según conviniera, ya que por la superficie de un metal pueden fluir también corrientes eléctricas.

Se ha hecho mención de sólo algunas de las aplicaciones más interesantes de la plásmonica; sin embargo, no parece aventurado predecir que, en un futuro cercano, aparecerán nuevas aplicaciones basadas en las especiales propiedades que presentan los plasmones superficiales, como son en sistemas con metamateriales.

Capítulo III

EL MÉTODO DE LA ECUACIÓN INTEGRAL

En este capítulo se presenta una descripción del método de la ecuación integral, el cual nos permite calcular las estructuras de bandas y respuesta óptica (reflectancia R) correspondiente a una guía de ondas de cristal fotónico, tanto de tamaño infinito como finito. Además, se deriva una condición a la frontera de impedancia, la cual es aplicable al problema de esparcimiento que permite el estudio de guías de ondas. Se presentan los primeros cinco términos de la serie de potencias en términos de la profundidad de piel de un metal de la denominada *función de impedancia*. Consideraremos que la guía de ondas está compuesta por superficies planas paralelas con un arreglo periódico de inclusiones con geometrías arbitrarias; en las que, tanto las superficies planas e inclusiones pueden ser de distintos materiales como de conductor perfecto o real, o bien, de metamaterial.

III.1. Descripción del método de la ecuación integral

En esta sección vamos a describir un método numérico para calcular las estructuras de bandas y la reflectancia correspondiente a una guía de ondas unidimensional (es decir, sólo hay periodicidad en una dirección), que puede ser de tamaño infinito o finito. Consideraremos que la guía de ondas está compuesta por superficies planas paralelas con un arreglo periódico de inclusiones con geometrías arbitrarias de distintos materiales. Esta técnica basada en la solución numérica de la ecuación de Helmholtz usando ecuaciones integrales (Mendoza-Suárez *et al.*, 2006). El método parte del segundo teorema integral de Green permitiendo obtener un par de ecuaciones integrales acopladas que involucran, como incógnitas el modo del campo y su derivada normal evaluados en las fronteras o superficies involucradas. La discretización del sistema resulta en una ecuación matricial homogénea cuya solución determina las funciones fuente, con las que se puede calcular las estructuras de bandas. Para sistemas con geometrías bidimensionales sólo toma en cuenta un número finito de puntos de muestreo a lo largo de los contornos que definen la superficie del sistema bajo estudio, lo que permite ahorrar recursos computacionales. Una vez calculadas las funciones nos permite modelar la propagación de ondas electromagnéticas a través de sistemas “periódicos finitos”, calculando la reflectancia de una guía de cristal fotónico.

Como la guía de ondas puede ser infinita o finita, daremos la descripción correspondiente del método para cada caso.

III.1.1. Guía de cristal fotónico

Como uno de los objetivos de esta tesis es estudiar la guía de cristal fotónico (PCW), compuesta por superficies planas paralelas con un arreglo periódico de inclusiones con geometrías arbitrarias de distintos materiales, vamos a describir el método bajo esta consideración. Para más detalles sobre el método integral aplicado a sistemas infinitos pueden encontrarse en la Ref. (Centeno, 2014). Debido a que el sistema bajo estudio es unidimensionalmente periódico; es decir, sólo tiene periodicidad en una dirección del espacio, podemos considerar solamente una celda unitaria. En la Fig. 17, se muestra una guía de ondas con superficies planas y un arreglo periódico de inclusiones con geometría arbitraria. P es el periodo del sistema en la dirección x , b es la distancia entre las superficies planas y la región encerrada por las curvas Γ_1 , Γ_2 , Γ_3 , Γ_4 y Γ_5 se puede considerar como la celda unitaria del sistema. El conjunto de un número infinito de celdas unitarias constituye una guía de ondas de longitud infinita.

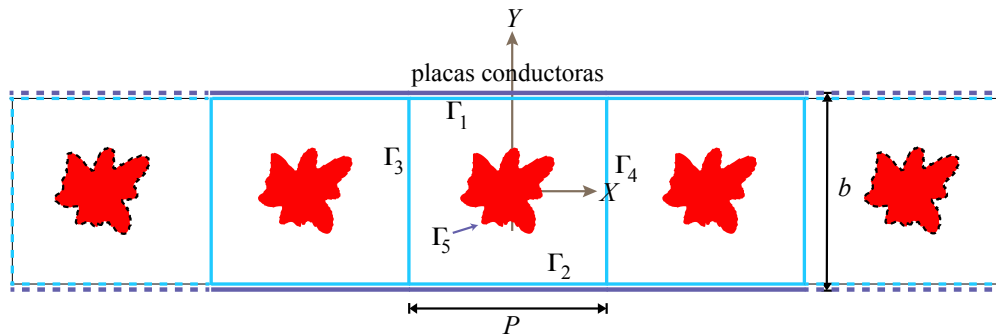


Figura 17. Descripción gráfica de la PCW formada con dos superficies planas conductoras y un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas, los contornos Γ 's definen la celda unitaria del sistema con la periodicidad en la dirección x .

Para iniciar con el método integral vamos a obtener la ecuación de onda para nuestro sistema propuesto. Consideremos medios sin cargas ni corrientes ($\rho = 0$ y $\mathbf{J} = 0$), cuyas propiedades del material dadas por la permitividad eléctrica $\varepsilon(\omega)$ y permeabilidad magnética $\mu(\omega)$ dependerán de la frecuencia ω . Asumiremos además, que la amplitud

de los campos es lo suficientemente baja como para no exceder el régimen lineal.

Así, de las ecuaciones de Maxwell (Ecs. (1) a (4)), tenemos que las ecuaciones de onda para los campos eléctrico y magnético respectivamente son:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu(\omega)\varepsilon(\omega)\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0, \quad (44)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \mu(\omega)\varepsilon(\omega)\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0, \quad (45)$$

siendo el $\mu(\omega)\varepsilon(\omega) = 1/(v(\omega))^2$, donde $v(\omega)$ es la velocidad de la onda en el medio que depende de la frecuencia ω .

Como las ecuaciones de Maxwell son lineales, podemos separar la dependencia temporal de la dependencia espacial de los campos electromagnéticos, considerándolas independientes. Para esto, supondremos que los campos tienen una dependencia armónica del tiempo, por lo que los campos los podemos expresar como

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = [0, \Psi(\mathbf{r}), 0] \exp(-i\omega t). \quad (46)$$

En esta expresión $\mathbf{r} = (x, y)$ es el vector de posición del punto de observación en el plano XY y $\Psi(\mathbf{r})$ una función escalar que representa a $E_z(x, y)$ (la tercer componente del campo eléctrico) para el caso de la polarización s o Transversal Eléctrica (TE), en la que el campo eléctrico es perpendicular al plano de incidencia y a $H_z(x, y)$ (la tercer componente del campo magnético) para el caso de la polarización p o Transversal Magnética (TM), en la que el campo magnético es perpendicular al plano de incidencia. Esto permite transformar a las ecuaciones de onda de los campos eléctrico y magnético como la ecuación de Helmholtz

$$\nabla^2 \Psi(\mathbf{r}) + k^2 \Psi(\mathbf{r}) = 0, \quad (47)$$

donde se ha definido $k^2 = \mu(\omega)\varepsilon(\omega)\omega^2$ como la magnitud del vector de onda y $\Psi(\mathbf{r})$ representa el campo eléctrico E_z y el campo magnético H_z . Al tomar en cuenta que

la velocidad en el vacío está dada por $c = (\mu_0 \varepsilon_0)^{-1/2}$ y que el índice de refracción está dado por $n(\omega) = c/v(\omega)$, se tiene que la relación de dispersión será $k_j = n_j(\omega) \frac{\omega}{c}$ para $j = 1$ y 0 . La región 0 caracterizada por el índice de refracción real $n_0(\omega) = \sqrt{\varepsilon_0(\omega)}$ y la región de la inclusión por $n_j(\omega) = \pm \sqrt{\mu_j(\omega) \varepsilon_j(\omega)}$, el índice de refracción que involucra las propiedades de los materiales que se dan en términos de la permeabilidad magnética $\mu(\omega)$ y de la permitividad eléctrica $\varepsilon(\omega)$ o, alternativamente, por las constantes dieléctricas $\varepsilon(\omega)$. El signo que aparece en la expresión del índice de refracción debe ser tomado como negativo cuando se considere un LHM y positivo para un medio dieléctrico.

III.1.2. Función de Green para la ecuación de Helmholtz

Para resolver la Ec. (47) consideramos una función de Green $G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$; como la solución de la ecuación,

$$\nabla^2 G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + k_j^2 G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = 4\pi \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (48)$$

donde $G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ representa el propagador del campo debido a una fuente de luz puntual que emite a la frecuencia ω en la posición \mathbf{r}' y correspondiente a cada medio. La $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ es la delta de Dirac. Una función de Green que es solución de la Ec. (48) está dada por

$$G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = i\pi H_0^{(1)}(k_j |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|), \quad (49)$$

siendo $H_0^{(1)}(z)$ la función de Hankel de primera clase y de orden cero. Esta función de Green para el vacío satisface una condición de radiación, mientras que para el interior del j -ésimo cuerpo satisface una condición de absorción.

III.1.3. Representación integral de la ecuación de Helmholtz

Aplicaremos el segundo teorema integral de Green (Jackson, 1999), que establece que

$$\int_V d^3x (u \nabla^2 v - v \nabla^2 u) = \int_S d^2x \left(u \frac{\partial v}{\partial n} - v \frac{\partial u}{\partial n} \right), \quad (50)$$

donde $u(x)$ y $v(x)$ son campos escalares arbitrarios definidos en un volumen V rodeado por una superficie cerrada S , y $\partial/\partial n$ es la derivada a lo largo de la normal a la superficie dirigida hacia afuera del volumen V . Así, haciendo uso de la Ec. (50) para las funciones $\Psi_j(\mathbf{r})$ y $G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ en cada región correspondiente al j -ésimo medio. Además multiplicando la Ec. (47) por $G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ y la Ec. (48) por $-\psi_j(\mathbf{r})$ y sumando ambas ecuaciones que al integrarlas sobre una superficie cerrada S_j que está limitada por un contorno cerrado C_j , se obtiene:

$$\frac{1}{4\pi} \oint_{C_j} [G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \nabla \Psi_j(\mathbf{r}) - \Psi_j(\mathbf{r}) \nabla G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')] \cdot \hat{\mathbf{n}} ds = \oint_{S_j} \Psi_j(\mathbf{r}) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') da, \quad (51)$$

siendo ds el diferencial de la longitud de arco y da el diferencial de área. Como la derivada normal está dada como $\partial u/\partial n = \hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla u$, para función u que es diferenciable, entonces la Ec. (51) toma la forma

$$\frac{1}{4\pi} \oint_{C_j} \left[G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \Psi_j(\mathbf{r})}{\partial n} - \Psi_j(\mathbf{r}) \frac{\partial G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} \right] ds = \Psi_j(\mathbf{r}') \theta(\mathbf{r}'), \quad (52)$$

donde $\theta(\mathbf{r}')$ es la función escalón,

$$\theta(\mathbf{r}') = \begin{cases} 1 & \text{si } \mathbf{r}' \in S \\ 0 & \text{si } \mathbf{r}' \notin S \end{cases}. \quad (53)$$

Intercambiando \mathbf{r} y \mathbf{r}' para conservar la convención de que \mathbf{r} representa la posición del observador (donde se mide el campo), y que \mathbf{r}' los puntos de integración o de contorno, se obtiene la siguiente ecuación integral

$$\frac{1}{4\pi} \oint_{\Gamma_j} \left[G_j(\mathbf{r}', \mathbf{r}) \frac{\partial \Psi_j(\mathbf{r}')}{\partial n'} - \Psi_j(\mathbf{r}') \frac{\partial G_j(\mathbf{r}', \mathbf{r})}{\partial n'} \right] ds' = \Psi_j(\mathbf{r}) \theta(\mathbf{r}). \quad (54)$$

III.1.4. Discretización de la ecuación integral

Como el objetivo es calcular las estructuras de bandas para una guía de ondas que tiene un arreglo periódico de inclusiones de algún material dispersivo, consideramos una celda unitaria cuadrada y una inclusión con geometría arbitraria como se muestra en la Fig. 18. La celda está formada por la región 0 que está limitada por los contornos $C_1 = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \Gamma_4 + \Gamma_5$ y por la región interior de la inclusión. Los vectores normales correspondientes a los contornos Γ_j son $\hat{\mathbf{n}}_1, \hat{\mathbf{n}}_2, \hat{\mathbf{n}}_3, \hat{\mathbf{n}}_4$ y $\hat{\mathbf{n}}_5$ hacia afuera de cada región, respectivamente.

De la Ec. (54) vamos a llamar

$$I_G(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \oint_{C_j} G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \Psi_j(\mathbf{r}')}{\partial n'} ds', \quad (55)$$

$$I_\Psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \oint_{C_j} \Psi_j(\mathbf{r}') \frac{\partial G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n'} ds'. \quad (56)$$

Correspondientemente a cada una de las regiones de la celda unitaria. Dividimos los contornos (C_1 y C_2) en pequeños segmentos de longitud de arco Δs suficientemente pequeños para poder realizar un muestreo fino. Así, podemos considerar que el campo y

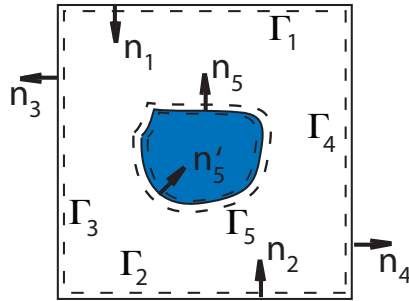


Figura 18. Celda unitaria de un CF y una inclusión de forma arbitraria.

su derivada normal son aproximadamente constantes y los podemos sacar de la integral

de la siguiente manera

$$I_G(\mathbf{r}) \approx \frac{1}{4\pi} \sum_n \Phi_n^j \oint_{s_n-\Delta s/2}^{s_n+\Delta s/2} G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') ds', \quad (57)$$

$$I_\Psi(\mathbf{r}) \approx \frac{1}{4\pi} \sum_n \Psi_n^j \oint_{s_n-\Delta s/2}^{s_n+\Delta s/2} \frac{\partial G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n'} ds'. \quad (58)$$

En las Ecs. (57) y (58) hemos definido las funciones

$$\Phi_n^j = \left. \frac{\partial \Psi_j(\mathbf{r}')}{\partial n'} \right|_{\mathbf{r}'=\mathbf{r}'_n}, \quad (59)$$

$$\Psi_n^j = \Psi_j(\mathbf{r}')|_{\mathbf{r}'=\mathbf{r}'_n}. \quad (60)$$

Evaluando las integrales de las Ecs. (57) y (58) en el punto de observación $\mathbf{r} = \mathbf{r}_m$, podemos definir los elementos de matriz como:

$$L_{mn} = \frac{1}{4\pi} \oint_{s_n-\Delta s/2}^{s_n+\Delta s/2} G_j(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}') ds', \quad (61)$$

$$N_{mn} = \frac{1}{4\pi} \oint_{s_n-\Delta s/2}^{s_n+\Delta s/2} \frac{\partial G_j(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}')}{\partial n'} ds', \quad (62)$$

donde el subíndice m indica el punto de observación y el subíndice n el punto de integración. Estos elementos de matriz (para más detalles de su deducción ver la Ref. (Centeno, 2014)), están dados por las expresiones:

$$\begin{aligned} L_{mn}^{(j)} &= \frac{i\Delta s}{4} H_0^{(1)}(k_j R_{mn})(1 - \delta_{mn}) + \left[\frac{i\Delta s}{4} H_0^{(1)} \left(k_j \frac{\Delta s}{2e} \right) \right] \delta_{mn}, \\ N_{mn}^{(j)} &= \frac{i\Delta s}{4} k_j H_1^{(1)}(k_j R_{mn}) \hat{\mathbf{n}}_n \cdot \frac{\mathbf{R}_{mn}}{R_{mn}} (1 - \delta_{mn}) + \left[\frac{1}{2} + \frac{\Delta s}{4\pi} \hat{\mathbf{n}}_n \cdot \hat{\mathbf{t}}'_n \right] \delta_{mn}, \end{aligned} \quad (63)$$

siendo

$$\hat{\mathbf{n}}_n \cdot \mathbf{R}_{mn} = -y'(s)(x_m - x_n) + x'(s)(y_m - y_n),$$

$$\hat{\mathbf{n}}_n \cdot \hat{\mathbf{t}}'_n = x'(s)y''(s) - y'(s)x''(s),$$

$$R_{mn} = \sqrt{(x_m - x_n)^2 + (y_m - y_n)^2}.$$

Así, haciendo uso de las Ecs. (61) y (62) podemos reescribir las Ecs. (57) y (58)

como:

$$\frac{1}{4\pi} \sum_n \Phi_n^j \oint_{s_n-\Delta s/2}^{s_n+\Delta s/2} G_j(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}') ds' \approx \sum_{n=-\infty}^{\infty} L_{mn}^j \Phi_n^j, \quad (64)$$

$$\frac{1}{4\pi} \sum_n \Psi_n^j \oint_{s_n-\Delta s/2}^{s_n+\Delta s/2} \frac{\partial G_j(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}')}{\partial n'} ds' \approx \sum_{n=-\infty}^{\infty} N_{mn}^j \Psi_n^j. \quad (65)$$

Sustituyendo las Ecs. (64) y (65) en las Ecs. (57) y (58) tenemos que

$$I_{G(\mathbf{r})} \approx \sum_{n=-\infty}^{\infty} L_{mn}^j \Phi_n^j, \quad (66)$$

$$I_{\Psi(\mathbf{r})} \approx \sum_{n=-\infty}^{\infty} N_{mn}^j \Psi_n^j, \quad (67)$$

y sustituyendo estas expresiones en la Ec. (54) para ambos contornos (C_1 y C_2) obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} & \left[\sum_{n=1}^{N_1} L_{mn(1)}^1 \Phi_{n(1)}^{(1)} - \sum_{n=1}^{N_1} N_{mn(1)}^1 \Psi_{n(1)}^{(1)} \right] + \left[\sum_{n=1}^{N_2} L_{mn(2)}^1 \Phi_{n(2)}^{(1)} - \sum_{n=1}^{N_2} N_{mn(2)}^1 \Psi_{n(2)}^{(1)} \right] \\ & + \left[\sum_{n=1}^{N_3} L_{mn(3)}^1 \Phi_{n(3)}^{(1)} - \sum_{n=1}^{N_3} N_{mn(3)}^1 \Psi_{n(3)}^{(1)} \right] + \left[\sum_{n=1}^{N_4} L_{mn(4)}^1 \Phi_{n(4)}^{(1)} - \sum_{n=1}^{N_4} N_{mn(4)}^1 \Psi_{n(4)}^{(1)} \right] \\ & + \left[\sum_{n=1}^{N_5} L_{mn(5)}^1 \Phi_{n(5)}^{(1)} - \sum_{n=1}^{N_5} N_{mn(5)}^1 \Psi_{n(5)}^{(1)} \right] = 0, \end{aligned} \quad (68)$$

$$\left[\sum_{n=1}^{N_5} L_{mn(5)}^2 \Phi_{n(5)}^{(2)} - \sum_{n=1}^{N_5} N_{mn(5)}^2 \Psi_{n(5)}^{(2)} \right] = 0. \quad (69)$$

La periodicidad que tiene el sistema en la dirección x es una condición de simetría que es especialmente considerada. Debido a esta propiedad y a la forma de la Ec. (47), el teorema de Bloch, establece una condición de periodicidad $\widehat{T}_{\mathbf{R}}\Psi(\mathbf{r}) = \Psi(\mathbf{r} + \mathbf{R}) = e^{i\mathbf{K}\cdot\mathbf{R}}\Psi(\mathbf{r})$, que se puede aplicar. Es decir, $\Psi(x - P, y) = \exp(-ikP)\Psi(x, y)$ por lo que la condiciones de periodicidad del campo en los contornos Γ_3 y Γ_4 son

$$\Psi_n^4 = \exp(-ikP)\Psi_n^3 \quad \text{y} \quad \Phi_n^4 = -\exp(-ikP)\Phi_n^3, \quad (70)$$

donde el signo menos está presente debido a que los vectores normales a los perfiles Γ_3 y Γ_4 son opuestos (ver Fig. 17). Además P y k son el periodo del sistema y el vector de Bloch, respectivamente. Por otro lado, tenemos que las condiciones de frontera para el contorno Γ'_5 que son:

$$\Psi_5^{(1)} = \Psi_5^{(2)} \quad \text{y} \quad \Phi_5^{(1)} = \frac{f_1}{f_2} \Phi_5^{(2)} \quad (71)$$

donde

$$f_j = \begin{cases} \mu_j(\omega) & \text{para pol. TE} \\ \epsilon_j(\omega) & \text{para pol. TM} \end{cases} \quad (72)$$

En caso de tratarse de medios dieléctricos o metálicos $\mu_1 \approx \mu_2 \approx \mu_0$, pero de tratarse de metamaterial la condición anterior no se cumple, es decir, $\mu_1 \neq \mu_2$. Para cuerpos perfectamente conductores el problema se simplifica considerablemente, debido a que una de las condiciones de frontera es cero. Es decir, para la polarización s la función $\Psi_n(s) = 0$ y para la polarización p la función $\partial\Psi_n(s)/\partial n = 0$.

Ahora aplicando las Ecs. (70), (71) y (72) en las Ecs. (68) y (69), obtenemos

$$\begin{aligned} & \left[\sum_{n=1}^{N_1} L_{mn(1)}^1 \Phi_{n(1)} - \sum_{n=1}^{N_1} N_{mn(1)}^1 \Psi_{n(1)} \right] + \left[\sum_{n=1}^{N_2} L_{mn(2)}^1 \Phi_{n(2)} - \sum_{n=1}^{N_2} N_{mn(2)}^1 \Psi_{n(2)} \right] \\ & + \left[\sum_{n=1}^{N_3} [L_{mn(3)}^1 + e^{-ikP} L_{mn(4)}^1] \Phi_{n(3)} - \sum_{n=1}^{N_3} [N_{mn(3)}^1 - e^{-ikP} N_{mn(4)}^1] \Psi_{n(3)} \right] \\ & + \left[\sum_{n=1}^{N_5} L_{mn(5)}^1 \Phi_{n(5)} - \sum_{n=1}^{N_5} N_{mn(5)}^1 \Psi_{n(5)} \right] = 0, \end{aligned} \quad (73)$$

$$\left[\sum_{n=1}^{N_5} \frac{f_1}{f_2} L_{mn(5)}^2 \Phi_{n(5)} - \sum_{n=1}^{N_5} N_{mn(5)}^2 \Psi_{n(5)} \right] = 0, \quad (74)$$

para $m = 1, 2, \dots, N - N_5$ en la Ec. (73) y $m = N - N_5 + 1, \dots, N$ en la Ec. (74). Los subíndices $n(j)$, $j = 1, 2, 3, 4, 5$ denotan el n -ésimo punto a lo largo del contorno C_j , y las expresiones $f_{1,2}$ están dadas por las condiciones de frontera (71) y (72), dependiendo de la polarización y de los medios f_1 y f_2 .

Estas ecuaciones constituyen un sistema lineal $M(\omega)F(\omega) = 0$ que tiene una matriz representativa M , que depende de la frecuencia ω y el vector de Bloch k . Dado que el sistema es homogéneo, una solución no trivial puede obtenerse si el determinante de tal matriz es cero. Para determinar la frecuencia ω , definimos la función

$$D(k, \omega) = \ln |\det(M)|, \quad (75)$$

que numéricamente presenta puntos mínimos locales que nos darán la relación de dispersión numérica $\omega = \omega(k)$ que determina la estructura de bandas.

III.1.5. Guía de ondas finita

El método desarrollado anteriormente puede calcular la estructura de bandas asociada a una PCW infinita. Sin embargo, en la realidad, una PCW tiene una longitud finita, por lo que vamos a verificar la existencia de bandas prohibidas mediante el cálculo de la reflectancia con el método integral.

Para esto consideraremos el problema de una PCW finita que se ilumina con un campo incidente. El sistema está formado por dos placas paralelas y un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas o con geometría arbitraria que se considera como un sistema de M cuerpos como se ve en la figura 19 . La región 0 se caracteriza por un índice de refracción $n_0(\omega) = \sqrt{\varepsilon_0(\omega)}$ y las regiones desde 1 a M están definidas por las curvas C_j y se caracterizan por los correspondientes índices de refracción $n_j(\omega) = \pm \sqrt{\mu_j(\omega)\varepsilon_j(\omega)}$ que involucran las propiedades de los materiales que se dan en términos de la permeabilidad magnética $\mu_j(\omega)$ y de la permitividad eléctrica $\varepsilon_j(\omega)$ o, alternativamente por las constantes dieléctricas $\varepsilon_j(\omega)$.

Es importante mencionar que el método integral para esta parte será descrito muy brevemente, pero si el lector desea conocer el desarrollo detalladamente puede consultar la Ref. (Pérez-Aguilar, 2009).

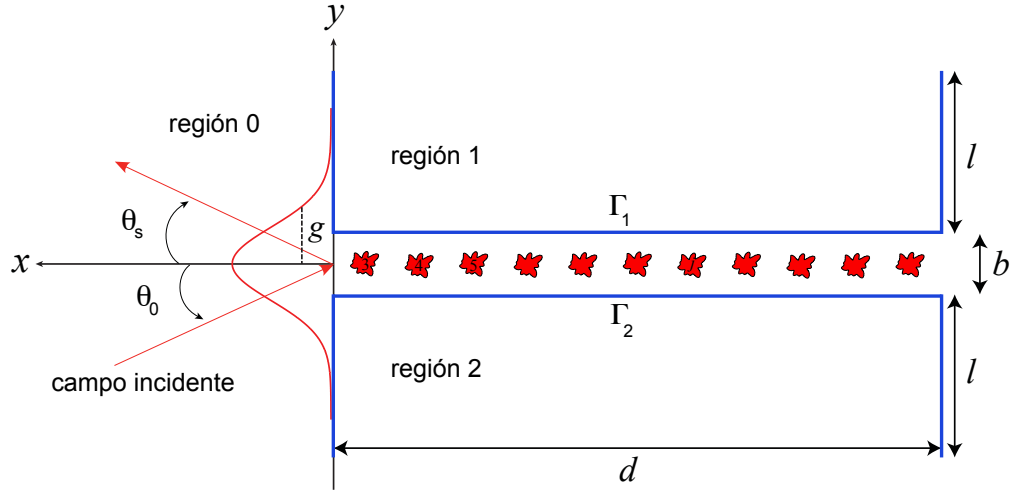


Figura 19. Esquema de una PCW perfectamente conductora de anchura l , longitud d y un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas (en rojo) de algún material dispersivo. La longitud del sistema en la dirección x es $L_y = 2l + b$. La mitad de la anchura $1/e$ del módulo del haz gaussiano incidente proyectada en el plano $x = d$ es g . También se muestran los ángulos de incidencia θ_0 y dispersión θ_s (para la transmisión y reflexión); se definen como positivo en el sentido indicado en la figura.

De manera análoga al caso de una guía de ondas infinita, empleando las Ecs. (47), (48) y (50), el campo en la región 0 se expresa como

$$\Psi^{(0)}(\mathbf{r}) = \Psi_{inc}^{(0)}(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^M \int_{\Gamma_j} \left[G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \Psi_j(\mathbf{r})}{\partial n} - \Psi_j(\mathbf{r}) \frac{\partial G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} \right] ds. \quad (76)$$

En esta expresión, $\Psi_{inc}^{(0)}(\mathbf{r})$ representa el campo incidente y la suma de las integrales representa el campo esparcido.

Siguiendo los mismos pasos, para la j -ésima región (placas e inclusiones), el campo $\Psi^{(j)}(\mathbf{r})$ puede expresarse como

$$\Psi^{(j)}(\mathbf{r}) \theta_j(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \oint_{\Gamma_j} \left[G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \Psi_j(\mathbf{r})}{\partial n} - \Psi_j(\mathbf{r}) \frac{\partial G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} \right] ds, \quad (77)$$

donde $\theta_j(\mathbf{r})$ es la función escalón, es uno para puntos dentro del medio j y cero en otro caso. Las Ecs. (76) y (77) forman un sistema de ecuaciones integrales con las que se puede obtener el campo total en el medio de incidencia y de esparcimiento.

Para encontrar el campo esparcido usando el segundo término del lado derecho de la Ec. (76), es necesario encontrar una forma de obtener las funciones fuente a partir de las ecuaciones integrales. Para esto, se hace una aproximación del punto de observación en la región 0 a la superficie de la región j . Por tanto, se obtienen las siguientes ecuaciones integrales acopladas

$$\Psi^{(0)}(\mathbf{r}) = \Psi_{inc}^{(0)}(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^M \int_{\Gamma_j} \left[G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \Psi_j(\mathbf{r})}{\partial n} - \Psi_j(\mathbf{r}) \frac{\partial G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} \right] ds, \quad (78)$$

$$0 = \frac{1}{4\pi} \oint_{\Gamma_j} \left[\frac{f_j}{f_0} G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \Psi_j(\mathbf{r})}{\partial n} - \Psi_j(\mathbf{r}) \frac{\partial G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} \right] \delta_{ij} ds, \quad (79)$$

donde δ_{ij} es la delta de Kroneker y $G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ está dada por la Ec. (49), con $i = 1$ hasta M y las expresiones $f_{0,j} = \varepsilon_{0,j}(\omega)$ para polarización TE y $f_{0,j} = 1, \mu_{0,j}(\omega)$ para polarización TM, dependiendo de que material sea el j -ésimo medio.

Las Ecs. (78) y (79) constituyen un conjunto de $2M$ ecuaciones integrales inhomogéneas acopladas que pueden resolverse numéricamente para obtener los valores límite del campo y su derivada normal sobre la superficie de los cuerpos esparcidores. Esto hace necesario discretizar las ecuaciones integrales (78) y (79) para obtener los elementos de matriz. Haciendo un procedimiento análogo al caso de la guía de ondas infinita; resulta que, los elementos de matriz del sistema formado por las Ecs. (78) y (79) también están dados por las expresiones (63).

Cabe mencionar que, para cuerpos perfectamente conductores el problema se simplifica considerablemente, debido a que una de las condiciones de frontera es cero. Es decir, para la polarización TE la función $\Psi_0(s) = 0$ y para la polarización TM la función $\partial \Psi_0(s)/\partial n = 0$, y en este caso se tiene un sistema de N ecuaciones integrales acopladas.

III.1.6. El Campo Incidente

Dado que el tamaño del sistema es finito, para evitar efectos de borde se ilumina con un haz gaussiano angosto cuya intersección con el plano de la guía de ondas tiene anchura media g . Este parámetro debe ser menor que la longitud total del sistema $L_y = 2l + b$, pero mucho más grande que la anchura de la abertura b (ver Fig. 19). Con estas consideraciones, el campo incidente se puede expresar en términos de su espectro angular

$$\Psi_{inc}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-n_0(\omega/c)}^{n_0(\omega/c)} A(q, k) \exp [iqx - \alpha_0(q)y] dq,$$

donde $\alpha_0(q) = [(n_0(\omega/c))^2 - q^2]^{1/2}$, con $\Re\{\alpha_0(q)\} > 0$ y $\Im\{\alpha_0(q)\} > 0$. En nuestro caso elegimos

$$A(q, k) = \Psi_0 \sqrt{\pi} \exp \left[-g^2 (q - k)^2 / 4 + i\alpha_0(q)d \right],$$

siendo Ψ_0 una constante con unidades apropiadas.

Con este campo incidente podemos encontrar la *potencia incidente* total a través del plano $L_y L_z$, donde L_z es la longitud en la dirección z . Para esto, se emplea el vector de Poynting \mathbf{S} , que proporciona la dirección y la magnitud del flujo de energía por unidad de tiempo, que está dado por

$$\mathbf{S} = \frac{c}{8\pi} \mathbf{E} \times \mathbf{H}^*.$$

La parte real de esta expresión proporciona una medida de la irradiancia, o flujo de energía promedio por unidad de tiempo. Para el caso de polarización TE, de la ecuación anterior se tiene que la componente del vector de Poynting a lo largo del eje y es

$$S_y = \frac{c}{8\pi} \Re \{ H_x^* E_z \},$$

o bien, en términos del campo eléctrico,

$$S_y = \frac{c^2}{8\pi\omega} \Re \left\{ -i E_z \frac{\partial E_z}{\partial y} \right\}. \quad (80)$$

Para el caso de la polarización TM, la componente del vector de Poynting es

$$S_y = \frac{c^2}{8\pi\omega\varepsilon(\omega)} \Re \left\{ -iH_z^* \frac{\partial H_z}{\partial y} \right\}. \quad (81)$$

Por consiguiente, la potencia incidente total es

$$P_{inc}(k) = L_z \sqrt{\frac{\pi}{2}} g\alpha_0(k) \frac{c^2}{8\pi\varepsilon\omega} |\Psi_0|^2 = L_z \sqrt{\frac{\pi}{2}} g\alpha_0(k) \frac{c^2}{8\pi\omega}, \quad (82)$$

donde se ha supuesto que $(\omega/c) \gg 1$.

III.1.7. El Campo Esparcido

El campo esparcido está representado por el segundo término del lado derecho de la Ec. (78). Partiendo de esta ecuación se puede obtener una expresión para los campos reflejado y transmitido en términos del espectro angular. Para esto, se usa una expansión en términos de ondas planas para la función de Green (Maradudin et al., 1990) definida como

$$G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq}{2\pi} \frac{2\pi i}{\alpha_0(q)} \exp \{iq(x - x') + i\alpha_0(q) |y - y'| \}, \quad (83)$$

que nos permite encontrar el campo esparcido de la forma

$$\begin{aligned} \Psi_{sc}^{(0)}(\mathbf{r}) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq}{2\pi} \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^M \int_{\Gamma_j} \left[\frac{2\pi i}{\alpha_0(q)} [-i\mathbf{n} \cdot \mathbf{Q}] \Psi^{(0)}(s) - \frac{2\pi i}{\alpha_0(q)} \frac{\partial \Psi^{(0)}(s)}{\partial n} \right] \\ &\quad \times \exp \{iq(x - x'(s)) + i\alpha_0(q) |y - y'(s)| \} ds, \end{aligned} \quad (84)$$

donde se ha definido como $\mathbf{Q} = (q, \pm\alpha_0(q))$.

Considerando nuestra geometría y la Ec. (84), para el espacio $x > d$ (ver Fig. 19), se tiene que el campo reflejado es

$$\Psi_{sc}^{(0)+}(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq}{2\pi} S^+(q, k) \exp \{iqx + i\alpha_0(q)y \}, \quad (85)$$

donde

$$S^+(q, k) = \frac{-i}{2\alpha_0(q)} \sum_{j=1}^M \int_{\Gamma_j} \left[i\mathbf{n} \cdot \mathbf{Q}\Psi_0(s) + \frac{\partial\Psi_0(s)}{\partial n} \right] \exp \{ -i [qy'(s) - \alpha_0(q)x'(s)] \} ds$$

y para el espacio $x < 0$, el campo transmitido tiene la forma

$$\Psi_{sc}^{(0)-}(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq}{2\pi} S^-(q, k) \exp \{ iqx - i\alpha_0(q)y \} \quad (86)$$

con

$$S^-(q, k) = \frac{-i}{2\alpha_0(q)} \sum_{j=1}^M \int_{\Gamma_j} \left[i\mathbf{n} \cdot \mathbf{Q}\Psi_0(s) + \frac{\partial\Psi_0(s)}{\partial n} \right] \exp \{ -i [qy'(s) - \alpha_0(q)x'(s)] \} ds.$$

De aquí que el campo total, para la región $x < 0$ sea

$$\Psi_{tot}^{(0)-}(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq}{2\pi} [A(q, k) + S^-(q, k)] \exp \{ iqx - i\alpha_0(q)y \} \quad (87)$$

y para la región $x > d$ de la forma

$$\Psi_{tot}^{(0)+}(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq}{2\pi} S^+(q, k) \exp \{ iqx - i\alpha_0(q)y \}, \quad (88)$$

donde

$$S^\pm(q, k) = \frac{i}{2\alpha_0(q)} \sum_{j=1}^M \int_{\Gamma_j} \left\{ i [qx'(s) \mp \alpha_0(q)y'(s)] \Psi_0(s) - \frac{\partial\Psi_0(s)}{\partial n} \right\} \\ \times \exp \{ -i [qy'(s) \pm \alpha_0(q)x'(s)] \} ds$$

representa el espectro angular del campo esparcido.

Para el caso de transmisión, $S^-(q, k)$ y $q < n_0(\omega/c)$, las componentes del vector de onda son $q = n_0(\omega/c) \sin \theta_t$ y $\alpha_0(q) = n_0(\omega/c) \cos \theta_t$, mientras que para el caso de reflexión $S^+(q, k)$ y $q < n_0(\omega/c)$, $q = n_0(\omega/c) \sin \theta_r$ y $\alpha_0(q) = n_0(\omega/c) \cos \theta_r$ (ver figura 19).

Haciendo uso de las Ecs. (80), (81), (85) y (86), se obtiene la expresión para la *potencia esparcida*, en términos del espectro angular,

$$\begin{aligned}
P_{sc}^{\pm}(k) &= \pm L_2 \frac{c^2}{8\pi\omega\varepsilon} \int dx_1 \Re e \int_{-n_0(\omega/c)}^{n_0(\omega/c)} \frac{dq}{2\pi} \int_{-n_0(\omega/c)}^{n_0(\omega/c)} \frac{dq'}{2\pi} \alpha_0(q) S^{\pm}(q, k) S^{\pm*}(q', k) \\
&\quad \times \exp\{i(q - q')x_1 \pm i(\alpha_0(q) - \alpha_0^*(q'))x_3\} \\
&= \pm L_2 \frac{c^2}{8\pi\omega\varepsilon} \int_{-n_0(\omega/c)}^{n_0(\omega/c)} \frac{dq}{2\pi} \alpha_0(q) |S^{\pm}(q, k)|^2.
\end{aligned} \tag{89}$$

Ahora, utilizando las ecuaciones (82) y (89), el coeficiente de reflexión diferencial (DRC¹) puede ser expresado como

$$\left(\frac{\partial R}{\partial k}\right) = \frac{P_{sc}^{\pm}(k)}{P_{inc}(k_y)} = \pm \frac{1}{F(k)} \int_{-n_0(\omega/c)}^{n_0(\omega/c)} \frac{dq}{2\pi} \alpha_0(q) |S^{\pm}(q, k)|^2 \tag{90}$$

donde

$$F(k) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} g \alpha_0(k) |\Psi_0|^2.$$

Finalmente utilizando las Ecs. (82) y (89), se obtiene la Reflectancia R y la Transmancia T respectivamente, como:

$$R(k) = \frac{P_{sc}^+(k)}{P_{inc}(k)} = \frac{1}{F(k)} \int_{-n_0(\omega/c)}^{n_0(\omega/c)} \frac{dq}{2\pi} \alpha_0(q) |S^+(q, k)|^2, \tag{91}$$

$$T(k) = \frac{P_{sc}^-(k)}{P_{inc}(k)} = \frac{1}{F(k)} \int_{-n_0(\omega/c)}^{n_0(\omega/c)} \frac{dq}{2\pi} \alpha_0(q) |A(q, k) + S^-(q, k)|^2. \tag{92}$$

Es importante mencionar, que el campo incidente aparece en la Ec. (92) porque el campo total en la región 0 es el resultado de la interferencia de los campos incidente y esparcido. Para el balance de la energía se debe tener que $R(k) + T(k) \leq 1$, donde la igualdad se debe de cumplir para el caso de conductores perfectos.

¹Por sus siglas en inglés, Differential Reflection Coefficient.

III.1.8. Método de la Condición a la Frontera de Impedancia

Se presenta una condición a la frontera de impedancia (IBCM²) para superficies unidimensionales, la cual permite el estudio de la difracción y esparcimiento de ondas electromagnéticas por una superficie conductora. El problema teórico es simplificado notablemente si la superficie puede ser considerada como un material perfectamente conductor. En este caso, los campos no pueden penetrar a la superficie, y solamente el campo electromagnético en el medio incidente necesita ser tomado en consideración. Detalles adicionales sobre algunos aspectos del método pueden encontrarse en (Mendoza-Suárez, 1996).

El uso de una condición a la frontera de impedancia elimina la necesidad de tomar en consideración el campo dentro de la superficie esparcidora, y retiene algunos de los aspectos físicos importantes del problema. En el contexto de cálculos de esparcimiento, es conocido que la condición a la frontera de impedancia representa una buena aproximación, para el caso de metales altamente reflejantes (Mendoza-Suárez, 1996). Otra motivación importante para obtener una expresión para la condición a la frontera de impedancia, es que puede ser utilizada para resolver problemas que se presentan en simulaciones numéricas de esparcimiento de luz por superficies rugosas, cuando la frecuencia de la luz incidente está en el infrarrojo (Depine y Simon, 1983). La explicación de esos problemas, supone que algunos argumentos de las funciones de Hankel involucradas en el uso del Método Integral, son suficientemente grandes como para provocar problemas en la implementación numérica utilizada. Se puede tratar de resolver este problema aumentando el número de puntos de muestreo, para así tener una mayor precisión en los resultados numéricos. De todas formas, este tipo de solución aumenta significativamente el tiempo de cómputo. El uso de una condición a la frontera de

²Por sus siglas en inglés, Impedance Boundary Condition Method.

impedancia puede eliminar algunas dificultades, porque precisamente esas funciones de Hankel problemáticas, no intervienen en los cálculos que emplean esta aproximación (Mendoza-Suárez, 1996).

Aunado a lo anterior, tenemos que para realizar simulaciones numéricas con el Método Integral requerimos tener una alta capacidad computacional, debido a que se tiene un número muy grande de ecuaciones a resolver. Es por esto que la condición a la frontera de impedancia nos da algunas ventajas. En primera instancia, el uso de esta condición en el rango de infrarrojo nos puede dar un resultado con mejor aproximación que usando exclusivamente el método de Drude en el Método Integral. En segunda instancia y el por qué de la utilización de esta condición en nuestro problema de estudio se debe a que, el número de ecuaciones a resolver disminuye en forma importante (hasta en un 50%), en donde es aplicable esta condición (Mendoza-Suárez, 1996).

La función de impedancia local, $Z(\mathbf{r})$, está definida por la relación (Jackson, 1999)

$$H_t^{(v)}(\mathbf{r}) = \frac{E_t^{(v)}(\mathbf{r})}{Z(\mathbf{r})}, \quad (93)$$

donde $E_t^{(v)}(\mathbf{r})$ y $H_t^{(v)}(\mathbf{r})$ son las componentes tangenciales de los campos eléctrico y magnético, respectivamente. Aplicando las ecuaciones de Maxwell, las condiciones de frontera y debido a la geometría bidimensional del sistema, obtenemos

$$\Phi^{(v)}(\mathbf{r}) = K(\mathbf{r})\Psi^{(v)}(\mathbf{r}), \quad (94)$$

donde Ψ y Φ son el campo y su derivada normal, respectivamente. Con la finalidad de encontrar a la denominada función $K(\mathbf{R})$, como una serie de potencias en términos de la profundidad de piel d de un metal, se define la siguiente transformación de coordenadas:

$$x_1 = \xi(s) - ud\eta'(s), \quad y \quad x_3 = \eta(s) - ud\xi'(s), \quad (95)$$

entre las variables (s, u) y (x_1, x_3) . Observamos de las dos ecuaciones anteriores que el parámetro d es importante en la transformación. La transformación anterior proviene

de representar el punto de observación \mathbf{r} como una suma del vector \mathbf{R} que localiza al punto P del perfil con el vector $ud\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{R})$, que es proporcional al vector unitario $\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{R})$.

Esto es

$$\mathbf{r} = \mathbf{R} + ud\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{R}). \quad (96)$$

De la ecuación anterior observamos que ud mide el grado de alejamiento entre el punto de observación y la superficie. Con estas consideraciones, damos los primeros cinco términos de la serie de potencias que representa la función de impedancia:

$$\begin{aligned} K(S) = & (d)^{-1} + \frac{1}{2\xi'} [\eta''] (d)^0 + \frac{1}{8(\xi')^2} [(\eta'')^2] (d)^1 \\ & + \frac{1}{8(\xi')^3} [(\xi')^2 \eta'''' + 3\eta' \eta'' \eta'''' + 2(\eta''')^3 + 3(\xi'')^2 \eta''] (d)^2 \\ & - \frac{1}{8(\xi')^4} \left[\frac{7}{2} (\xi')^2 \eta'' \eta'''' + 3(\xi')^2 (\eta''')^2 + \frac{33}{2} \eta' (\eta'')^2 \eta'''' + \frac{81}{16} (\eta'')^4 + \frac{27}{2} (\xi'')^2 (\eta'')^2 \right] (d)^2 + \dots \end{aligned} \quad (97)$$

la cual es utilizada, en puntos en donde $\xi(s) \neq 0$. En aquellos puntos en los que $\xi(s) = 0$ (lo que implica $\eta(s) \neq 0$) se tiene la expresión

$$\begin{aligned} K(S) = & (d)^{-1} + \frac{1}{2\eta'} [\xi''] (d)^0 + \frac{1}{8(\eta')^2} [(\xi'')^2] (d)^1 \\ & + \frac{1}{8(\eta')^3} [(\eta')^2 \xi'''' + 3\xi' \xi'' \xi'''' + 2(\xi''')^3 + 3(\eta'')^2 \xi''] (d)^2 \\ & - \frac{1}{8(\eta')^4} \left[\frac{7}{2} (\eta')^2 \xi'' \xi'''' + 3(\eta')^2 (\xi''')^2 + \frac{33}{2} \xi' (\xi'')^2 \xi'''' + \frac{81}{16} (\xi'')^4 + \frac{27}{2} (\eta'')^2 (\xi'')^2 \right] (d)^2 + \dots \end{aligned} \quad (98)$$

Las dos expresiones anteriores, pueden servir igualmente en puntos donde $\xi(s) \neq 0$ y $\eta(s) \neq 0$. Así, esta condición del IBCM nos permite sustituir el campo por su derivada (o viceversa) para una u otra polarización, ya que podemos modelar el esparcimiento de ondas electromagnéticas por una superficie conductora con una matriz resultante ya no de rango $2M \times 2M$ sino de $M \times M$.

III.1.9. Verificación del método

Consideramos una guía de ondas de cristal fotónico (PCW) conductora de tamaño infinito (ver Fig. 17). Además, haciendo uso del sistema de ecuaciones dado por (73) y (74) y de las condiciones de frontera (71) y (72) para el caso de polarización TE,

tenemos que la función que representa el campo es $\Psi_n(s) = 0$. Por tanto, el sistema de ecuaciones se reduce a una sola ecuación, que es

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{N_1} L_{mn(1)}^1 \Phi_{n(1)} + \sum_{n=1}^{N_2} L_{mn(2)}^1 \Phi_{n(2)} + \sum_{n=1}^{N_3} [L_{mn(3)}^1 + e^{-ikP} L_{mn(4)}^1] \Phi_{n(3)} \\ - \sum_{n=1}^{N_3} [N_{mn(3)}^1 - e^{-ikP} N_{mn(4)}^1] \Psi_{n(3)} + \sum_{n=1}^{N_5} L_{mn(5)}^1 \Phi_{n(5)} = 0. \end{aligned} \quad (99)$$

Para calcular la estructura de bandas, hacemos uso de la Ec. (75) para modelar numéricamente este sistema.

En este ejemplo hemos considerado PCWs conductoras con la distancia entre las superficies planas $b = \pi$ y fracción de llenado $f = 0.002$, para la polarización TE. En la Fig. 20(a) se muestra la comparación de las estructuras de bandas en términos de la frecuencia reducida $\omega_r = (P/2\pi)(\omega/c)$ y k dentro de la primera zona de Brillouin $-\pi/P \leq k \leq \pi/P$ con $P = 2\pi$. La estructura con línea de color negro corresponde a una PCW perfectamente conductora, la de línea de color rojo es para una PCW plateada modelada con DM, y la de color azul cuando se modeló con IBCM y DM.

Consideraremos ahora PCWs conductoras de tamaño finito (ver Fig. 19). Así, haciendo uso del sistema de ecuaciones dado por (78) y (79) y teniendo en cuenta condiciones de frontera, tenemos que para los M cuerpos la función que representa el campo es $\Psi_n(s) = 0$ para la polarización TE y $\partial\Psi_n(s)/\partial n = 0$ para la polarización TM. En las Figs. 20(b) y (c), mostramos la comparación de la reflectancia R y la transmitancia T correspondientes a las estructuras de bandas de la Fig. 20(a), respectivamente, y la Fig. 20(d) el balance de la energía $R + T$, para todos los casos.

Observando la Fig. 20(d) vemos que el balance de la energía se cumple, pues tenemos un error numérico menor al 1%. Esto nos asegura la validez del método integral utilizado.

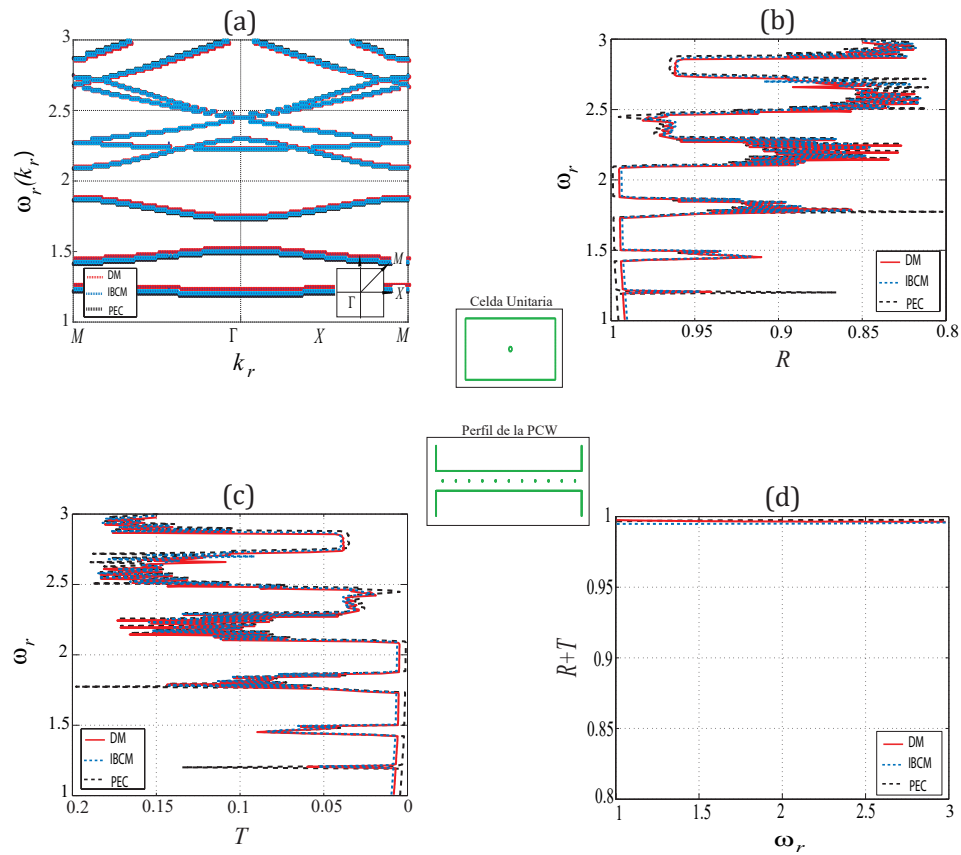


Figura 20. (a) Estructuras de bandas de una PCW conductora que tiene una inclusión cilíndrica de fracción de llenado, $f = 0.002$, y separación entre las superficies planas de, $b = \pi$. La estructura con línea de color negro es de una PCW perfectamente conductora, la de línea roja es para una PCW plateada modelada con DM, y la de color azul cuando se modeló con IBCM y DM. Comparación de (b) las reflectancias y (c) las transmitancias correspondientes a las estructuras de bandas de (a), respectivamente. (d) Balance de la energía $R + T$, para todos los casos.

Capítulo IV

RESPUESTA ELECTROMAGNÉTICA DE UNA GUÍA DE ONDAS DE CRISTAL FOTÓNICO

En este capítulo presentamos el análisis numérico de la respuesta óptica de una guía de ondas de cristal fotónico, de tamaño infinito o finito, que está compuesta por dos superficies planas y un arreglo de inclusiones con geometrías arbitrarias de distintos materiales; mediante el cálculo de la estructura de bandas para el caso de una guía de ondas infinita, y para el caso de una guía finita, con el cálculo de la respuesta óptica, a través de la reflectancia de tal sistema. Debido a las características que consideramos para la PCW, requerimos una discretización mayor para poder modelar el sistema propuesto. Esto implica un tiempo mayor de cómputo para obtener la respuesta óptica del sistema en forma secuencial, por lo que tenemos la necesidad de utilizar la computación en paralelo, de la que daremos una breve descripción. Posteriormente, mostramos la comparación numérica de ambos sistemas, tanto finito como infinito, cuando la guía de ondas es perfectamente conductora; o bien, de conductor real (Ag). Por último, presentamos los resultados numéricos obtenidos cuando la guía de ondas contiene LHM dispersivo.

IV.1. Una descripción sencilla de MPI

Nuestro objetivo es analizar las estructuras de bandas y la respuesta óptica de una PCW de cristal fotónico con un arreglo periódico de inclusiones con geometrías arbitrarias de distintos materiales, de tamaño infinito o finito, respectivamente. Encontramos que para modelar una guía de ondas con las características mencionadas anteriormente, requerimos una discretización mayor para poder modelar el sistema propuesto cuando las inclusiones presentan rugosidad aleatoria y también cuando la guía contiene metamaterial dispersivo. Esto implica un mayor tiempo de cómputo para obtener las estructuras de bandas y/o respuesta óptica en forma secuencial, por lo que además de usar la condición IBCM tenemos la necesidad de utilizar la programación en paralelo bajo el protocolo de MPI (Message Passing Interface) de la que daremos una breve descripción. Mas detalles de la programación en paralelo usando MPI se puede consultar en las Refs. (Pérez, 2015; Puente-Díaz, 2015).

La computación en paralelo es una técnica de programación en la que muchas instrucciones se ejecutan simultáneamente. Se basa en el principio de que los problemas grandes se pueden dividir en partes más pequeñas que se pueden resolverse de forma concurrente. Para poder paralelizar un problema, es necesario conocer algunos conceptos fundamentales sobre paralelización.

La programación en paralelo consiste en enlazar y hacer llamadas dentro del programa por medio de bibliotecas que manejarán el intercambio de datos entre los procesadores. En este trabajo hacemos uso del paso de mensajes bajo el protocolo de MPI que es un modelo de comunicación ampliamente usado en programación en paralelo.

Uno de los principales esquemas que se emplean en MPI para la comunicación y generación de los procesos es el modelo Maestro-Esclavo. Un proceso maestro divide y distribuye el trabajo en sub-tareas, las cuales las asigna a cada nodo conocido como

“trabajador” o “esclavo”. Al terminar cada trabajador su parte, envían los resultados al maestro para que éste recopile la información y la presente. Por lo que MPI es un estándar para la implementación de sistemas de paso de mensajes diseñado para funcionar en una amplia variedad de computadoras en paralelo y de tal forma que los códigos sean portables. MPI proporciona una librería para C, C++ o Fortran. Ahora presentamos algunos de los conceptos utilizados en la programación en paralelo.

- **Tarea:** Sección lógica discreta de trabajo computacional. Suele ser un programa o un conjunto de instrucciones que es ejecutable por un procesador.
- **Tarea en paralelo:** Tarea que puede ser ejecutada de forma segura (produciendo resultados correctos) por múltiples procesadores simultáneamente.
- **Ejecución en paralelo:** Ejecución de un programa por más de una tarea, siendo cada tarea capaz de ejecutar la misma expresión o una diferente, y todas en un mismo instante de tiempo.
- **Algoritmos paralelos:** Son métodos para resolver problemas computacionales en máquinas paralelas.
- **Memoria compartida:** Desde el punto de vista del hardware, la memoria compartida describe una arquitectura de ordenador, donde todos los procesadores tienen acceso directo a una memoria física común. Desde el punto de vista del software, describe un modelo donde todas las tareas paralelas tienen la misma representación de la memoria, que pueden direccionar y acceder directamente a las mismas localizaciones de una memoria lógica, sin preocuparse donde se encuentra la memoria física.
- **Memoria distribuida:** En el sentido del hardware, la memoria distribuida se

refiere a un acceso a memoria basado en red para una memoria física que no es común. Como modelo de programación, las tareas sólo pueden ver lógicamente la memoria de la máquina local y deben utilizar comunicaciones para acceder a la memoria de otras máquinas donde se ejecutan el resto de las tareas.

- **Comunicaciones:** Típicamente, las tareas paralelas necesitan intercambiar datos. Hay varios caminos para realizar esto, tales como tener una memoria compartida en bus o sobre una red. Sin embargo, en la actualidad, el hecho de intercambiar datos se le denomina comunicaciones, independientemente del método empleado.
- **Sincronización:** Es la coordinación de tareas paralelas en tiempo real, a menudo asociado a las comunicaciones. La forma en que se implementa la sincronización entre tareas es poniendo un punto de sincronismo dentro del código de una aplicación, de modo que las tareas no continuarán con su trabajo hasta que todas las tareas hayan llegado al mismo punto de sincronismo. La sincronización implica la espera de, al menos una tarea y, por lo tanto, puede causar el incremento del tiempo de ejecución de la aplicación paralela. El tema del sincronismo es muy importante y es uno de los temas más delicados a tratar a la hora de escribir aplicaciones en paralelo.
- **Granularidad:** En la computación en paralelo, la granularidad es una medida cualitativa de la tasa de tiempo de computación entre tiempo de comunicaciones. En el límite, granularidad gruesa (fina) es cuando grandes (pequeñas) cantidades de trabajo computacional son realizadas en medio de eventos de comunicaciones.
- **Concurrencia:** Define la ejecución simultánea de dos o más procesos en uno o más procesadores.
- **Escalabilidad:** Capacidad de un sistema paralelo (hardware o software) para

demostrar un incremento proporcional en la velocidad de ejecución en paralelo con el aumento del número de procesadores. Un factor importante que influye en la escalabilidad es la forma en que se ha diseñado el código de la aplicación paralela a ejecutar.

IV.1.1. Arquitecturas de Memoria

Existen diferentes arquitecturas de memoria en los ordenadores utilizados para la programación en paralelo. En este trabajo estamos interesados en la arquitectura de Memoria compartida. En esta arquitectura, una máquina paralela con memoria compartida (una computadora con muchos CPUs o núcleos que acceden al mismo espacio de memoria), los mensajes pueden ser enviados depositando sus contenidos sobre un área de memoria compartida.

Una de las ventajas del método de memoria compartida es que el espacio de direccionamiento global presenta un fácil manejo desde el punto de vista del programador a la hora de acceder a memoria. Además, la compartición de datos entre tareas es rápido y uniforme, debido a la proximidad de la memoria a las CPUs. Por el contrario, una gran desventaja que presenta este sistema es que al añadir más CPUs incrementa de forma geométrica el tráfico asociado con la gestión de la memoria.

El modelo básico de paralelismo que implementa MPI es SPMD (Single Program Multiple Data) donde todos los procesadores trabajan con el mismo programa, pero los datos pueden ser diferentes. También se puede trabajar con un modelo MPMD (Multiple Program Multiple Data) que ejecutan programas diferentes en los distintos nodos.

Por último, debemos tener en cuenta que, sólo se podrán paralelizar aquellos problemas cuya estructura lógica subyacente sea de naturaleza paralela; es decir, que nuestro

problema puede ser analizado a partir de la descomposición de sus partes, y estas partes tengan cierto grado de independencia.

IV.1.2. Rutinas básicas de la programación con MPI

Como se mencionó anteriormente, MPI es una librería de rutinas y funciones, la cual está disponible en los lenguajes C, C++ y Fortran. En este trabajo se hará uso del lenguaje Fortran. Para el desarrollo de programas en paralelo con MPI se debe conocer dichas rutinas (en Fortran). Debemos mencionar que todas las rutinas comienzan con el prefijo `MPI_`.

Todos los programas escritos en MPI deben contener la directiva de preprocesador `include 'mpi.h'` para Fortran. El archivo `mpi.h` contiene las definiciones macros y prototipos de función necesarios para compilar los programas MPI.

Antes de mencionar las principales rutinas de MPI, es importante conocer las siguientes definiciones:

Grupos:

En MPI se considera a un grupo como un conjunto ordenado de procesos, y cada proceso se identifica por medio de un número entero denominado rango (*rank*).

Comunicador:

La definición del comunicador es esencial ya que, es éste el que permite enviar mensajes de una computadora a otra. El intercambio de información (comunicaciones) entre grupos se hace a través del elemento fundamental de MPI. Un comunicador especifica un dominio de comunicación; es decir, idéntica a un grupo de procesos y el contexto en el cual se llevará a cabo una operación. Proporciona también mecanismos para identificar subconjuntos de procesos para el desarrollo de programas modulares, garantizando que los mensajes concebidos para diferentes propósitos no sean confundidos.

Cada proceso tiene una identidad (*rank*) dentro del comunicador, que va de 0 a $N - 1$, donde hay N procesos. Actualmente se puede disponer de dos tipos de comunicadores, un intracomunicador para comunicaciones dentro de un grupo o un intercomunicador para comunicaciones entre grupos. Para programas simples sólo se usan intracomunicadores pues no suele ser necesario más que un grupo y generalmente se usa el comunicador por defecto **MPI_COMM_WORLD** que engloba a todos los procesos dentro de una aplicación.

Identificadores:

En un programa paralelo es importante conocer en todo momento, ¿Cuántos procesos hay? y ¿Qué procesos están ejecutándose? Algunas veces el *rank* es llamado process ID. Los *ranks* son contiguos y empiezan desde cero. Es usado por el programador para identificar la fuente y destino de los mensajes y con frecuencia se utiliza con un condicional.

Ahora, mencionaremos las principales rutinas de MPI. Antes de que podamos llamar a cualquier otra rutina de MPI debemos hacer una llamada a **call MPI_INIT(ierr)**. Esta rutina sólo debe ser llamada una vez, ya que inicializa el proceso en MPI y bloquea la ejecución hasta que todos los procesos hayan sido inicializados. Después de que el programa haya acabado de utilizar la librería MPI debemos hacer una llamada a **call MPI_FINALIZE(ierr)**. Esta rutina termina la conexión MPI y bloquea la ejecución hasta que todos los procesos terminen; además, limpia todos los trabajos no finalizados por MPI (por ejemplo, envíos pendientes que no hayan sido completados, etc.).

Otras de las preguntas importantes en todo programa paralelo son: ¿Cuántos procesos hay?, ¿Quién soy yo? y ¿En dónde estoy corriendo? El valor para el número de procesos ejecutados en el grupo **MPI_COMM_WORLD** se obtiene con la rutina **call MPI_COMM_SIZE(MPI_COMM_WORLD, nproces, ierr)**, para “quién soy

yo” (número de rango del proceso actual) con `call MPI_COMM_RANK(MPI_COMM_WORLD,rank,ierr)` y para “en dónde estoy corriendo” con `MPI_GET_PROCESSOR_NAME(hostname,resultlength,ierr)`. El identificador o rango es un número entre cero (0) y el total de procesos menos uno (`procesos-1`).

MPI maneja un sistema de memoria para almacenamiento de mensajes y representaciones de objetos por medio de grupos, comunicadores y tipos de datos. El usuario no puede acceder directamente a esta memoria y los objetos ahí almacenados.

IV.1.3. Rutinas básicas de envío y recepción de mensajes bloqueantes

El mecanismo de comunicación básico de MPI es la transferencia de mensajes entre un par de procesadores, de un lado el emisor (el que envía) y del otro lado el receptor (el que recibe). Es decir, la transmisión de datos se realiza mediante una comunicación uno a uno, comúnmente llamado Punto a Punto. En la comunicación Punto a Punto es posible transmitir valores escalares y arreglos continuos de valores para tipos definidos por MPI.

El envío y recepción de un mensaje involucra el intercambio de información entre procesos. La operación de envío en el emisor de un procesador origen a otro es realizada por la rutina `MPI_SEND(buf1,count1,datatype1,dest1,tag1,comm1,ierr)`. El procesador origen espera a que el procesador destinatario haya recibido el mensaje antes de continuar trabajando. Al ser bloqueante significa que hasta que el mensaje no haya sido enviado (que salga del búfer de salida) no se continúa la ejecución.

La operación de recepción de mensajes de un procesador a otro es realizada mediante la función `MPI_RECV(buf2,count2,datatype2,source2,tag2,comm2,status2,ierr)`. Esta función bloquea el proceso hasta que se reciba un mensaje con las caracte-

terísticas especificadas, lo cual significa que el procesador destinatario no puede continuar su trabajo hasta haber recibido dicho mensaje.

Los nombres predefinidos para los tipos de datos más comunes son:

Tipo de datos en MPI	Tipo de dato en Fortran
MPI_INTEGER	INTEGER
MPI_REAL	REAL
MPI_DOUBLE_PRECISION	DOUBLE_PRECISION
MPI_COMPLEX	COMPLEX
MPI_LOGICAL	LOGICAL
MPI_CHARACTER	CHARACTER

En la tabla 1 se muestran los tiempos de cómputo requeridos, en su forma secuencial y en su forma paralelizada, para calcular las estructuras de bandas y la reflectancia de una PCW con inclusión cilíndrica lisa de tamaño infinito o finito, respectivamente. En la forma secuencial hemos utilizado cuatro diferentes compiladores los cuales son: PGIFortran, GFortran, Intel con LAPACK e Intel con MKL. En su forma paralelizada empleamos MPI (usando procesadores (CPU)) con librerías de LAPACK y librerías internas de MKL utilizando comunicación no bloqueante con 16 y/o 32 procesadores.

Al hacer una comparación de los diferentes tiempos de cómputo respecto a la versión secuencial en el que se utilizó el compilador PGIFortran se obtiene que, el compilador GFortran y el compilador de Intel (usando librerías de LAPACK) son casi iguales; en cambio, con el compilador de Intel (usando librerías internas de MKL) es 2 veces más rápido. Haciendo la comparación con las versiones paralelizadas se tiene que al usar MPI se obtiene una rapidez de 10, 20 y 30 veces más rápido que la versión secuen-

Tiempo de cómputo (hrs)	Material	CASO INFINITO							
		SECUENCIAL				PARALELIZADO			
		PGIFortran	Gfortran	Intel LAPACK	Intel MKL	MPI(16) LAPACK	MPI(16) MKL	MPI(32) LAPACK	MPI(32) MKL
	PEC	0.513	0.545	0.312	0.308	0.038	0.025	0.022	0.03
	MD	2.566	2.723	1.534	1.509	0.158	0.123	0.106	0.071
	IBCM	0.689	0.726	0.446	0.428	0.051	0.036	0.031	0.016
		CASO FINITO							
	PEC	5.441	12.423	0.963	0.918	0.684	0.473	0.492	0.363
	MD	296.292	674.258	49.481	48.929	28.801	25.302	24.241	20.69
	IBCM	27.248	62.009	4.568	4.446	0.774	0.525	0.451	0.303

Tabla 1. Tiempos de cómputo requeridos para calcular las estructuras de bandas y reflectancias para una PCW perfectamente conductora y de conductor real de tamaño infinito o finito, con $b = \pi$ y $f = 0.005$, en su forma secuencial y en su forma paralelizada.

cial usando 16 procesadores (usando librerías de LAPACK), 16 procesadores (usando librerías internas de MKL) y 32 procesadores (usando librerías internas de MKL), respectivamente.

Con esta descripción de la programación en paralelo con MPI la usaremos para cumplir los objetivos de este trabajo de tesis.

IV.2. Estructura de bandas y reflectancia de una guía de ondas de cristal fotónico con perfil arbitrario

A pesar de la existencia de una tecnología bien desarrollada se tienen defectos en la fabricación de superficies para los CFs. Por esta razón, estamos interesados en estudiar la influencia de la rugosidad en las paredes de un CF real. Para estudiar los efectos de la rugosidad, consideramos un perfil de superficie aleatorio sobre la inclusión cilíndrica de la celda unitaria. Este perfil está definido por una realización de un proceso aleatorio de

correlación Gaussiana que obedece una función de densidad de probabilidad exponencial negativa como se ve en la Fig. 22 (para más detalles ver la Ref. Maradudin *et al.* (1990)).

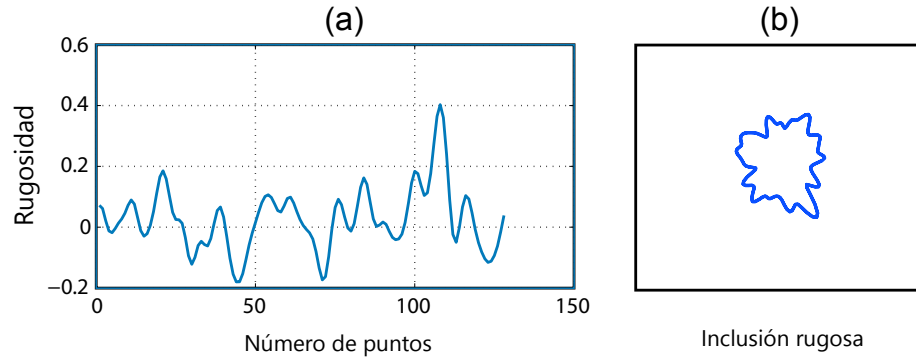


Figura 22. (a) Perfil aleatoriamente rugoso que tiene una longitud de correlación $\delta = 0.1$ y desviación estandar de las alturas $\sigma = 0.1$. (b) Inclusión rugosa generada con el perfil aleatoriamente rugoso con una fracción de llenado $f = 0.05$.

Para el cálculo de la estructura de bandas de una PCW de tamaño infinito, se considera el sistema propuesto mostrado en la Fig. 17. Además, hacemos uso del sistema de Ecs. (73) y (74), tomando en cuenta las condiciones de frontera (Ecs. (71) y (72)) para cada tipo de polarización.

Para estudiar la respuesta electromagnética de una PCW de tamaño finito, lo haremos mediante el cálculo de la reflectancia del sistema. Para esto consideramos el sistema mostrado en la Fig. 19, el cual modelaremos haciendo uso del sistema de ecuaciones integrales dadas por las Ecs. (78) y (79). Considerando las condiciones de frontera (Ecs. (71) y (72)) y tomando en cuenta la polarización y los M cuerpos que componen la guía de ondas de longitud finita, se tiene que la reflectancia del sistema la podremos calcular con la Ec. (91).

Tomando en cuenta las consideraciones anteriores, es importante mencionar que se hicieron algunas pruebas para las polarizaciones TE y TM. Sin embargo, en este trabajo

los resultados que presentaremos enseguida son exclusivamente para la polarización TE de una PCW perfectamente o de conductor real. Para una PCW que contiene LHM, presentamos los resultados obtenidos para ambas polarizaciones. En el caso de la polarización TE se muestran los resultados, tanto para la guía de tamaño infinito como finito. En el caso de la polarización TM, sólo presentamos el análisis para la PCW de LHM finita, esto porque las propiedades que adquiere la luz que es transmitida por la guía tiene diferentes características (Cuevas, 2011), que es lo que motivó a hacer este análisis.

IV.2.1. PCW conductora

Consideramos una PCW perfectamente conductora o de conductor real de tamaño infinito (ver Fig. 17), con una celda unitaria cuadrada que contiene una inclusión con perfil arbitrario. Para el caso de una PCW conductora finita (ver Fig. 19), consideramos que el sistema es iluminado con un haz Gaussiano de ancho finito para evitar los efectos de borde. Para este análisis, la longitud de la guía de ondas finita, se consideró con el valor de $d = 22\pi$ (sólo 11 periodos). En este trabajo consideramos la PCW de un material real; es decir, de un buen conductor como es la plata (Ag), por lo que utilizamos los parámetros de frecuencia de plasma reducida, $\omega_p = 45.65781$, y el parámetro de amortiguación $\gamma = 0.09116$ que se utilizaron para calcular la función dieléctrica de acuerdo al DM.

En la Fig. 23(a) mostramos la comparación de las estructuras de bandas de una PCW plateada con las de la PCW perfectamente conductora, en términos de la frecuencia reducida $\omega_r = (P/2\pi)(\omega/c)$ y k dentro de la primera zona de Brillouin $-\pi/P \leq k \leq \pi/P$ con $P = 2\pi$ (unidades arbitrarias). Los parámetros considerados son: $b = \pi$ y $f = 0.005$. La estructura con línea de color negro corresponde a la PCW perfectamente

conductora (PEC), la de línea de color rojo es para una PCW plateada modelada con DM, y la de color azul cuando se modeló con IBCM y DM. Posteriormente, en la Fig. 23(b), mostramos la comparación de la reflectancias R correspondientes a las estructuras de bandas de la Fig. 23(a).

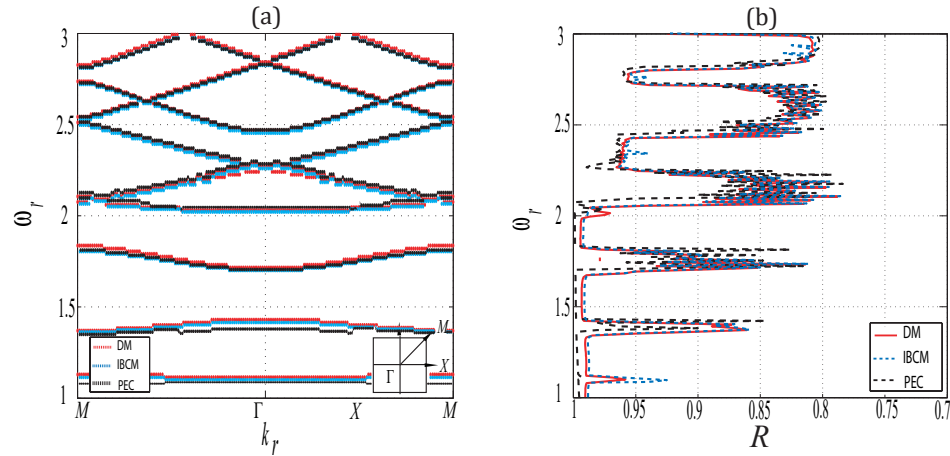


Figura 23. (a) Estructuras de bandas de una PCW conductora que tiene una inclusión cilíndrica de fracción de llenado, $f = 0.005$, y separación entre las superficies planas de $b = \pi$. La estructura de bandas con línea de color negro es de una PCW perfectamente conductora (PEC), la de línea roja es para una PCW plateada modelada con DM, y la de color azul cuando se modeló con IBCM y DM. (b) Reflectancias correspondientes a las estructuras de bandas de (a), respectivamente.

Ahora, considerando una PCW con distancia entre las superficies planas de $b = \pi$ y la fracción de llenado $f = 0.05$. Similarmente, en la Fig. 24(a) mostramos la comparación de las estructuras de bandas de una PCW plateada con las de la PCW perfectamente conductora. Posteriormente, en la Fig. 24(b), mostramos la comparación de la reflectancias R correspondientes a las estructuras de bandas de la Fig. 24(a).

Haciendo una comparación de resultados mostrados en las Figs. 23 y 24, observamos que tanto las estructuras de bandas como las reflectancias calculadas usando solamente el MD y las obtenidas a través del uso de IBCM con MD tienen una buena correspondencia. Es por esto que elegimos utilizar la paralelización con MPI y la condición IBCM con MD, pues nos reducen sustancialmente el tiempo de cómputo, lo que será

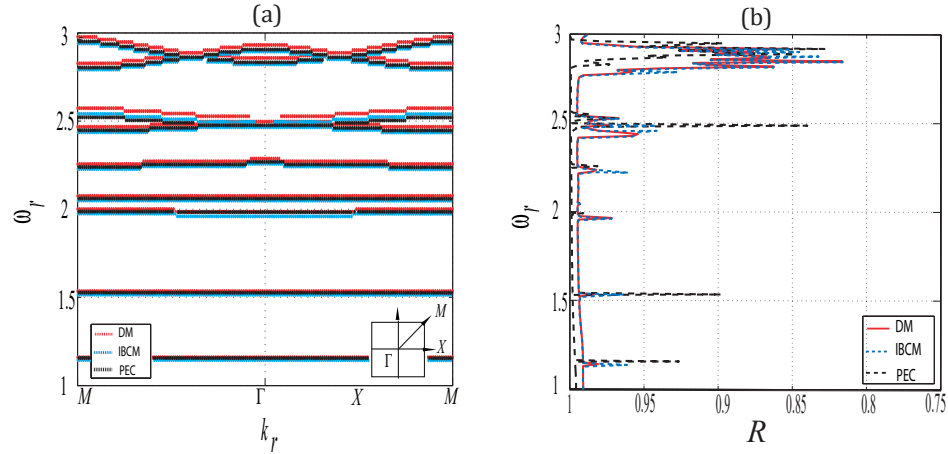


Figura 24. (a) Estructuras de bandas de una PCW conductora que tiene una inclusión cilíndrica de fracción de llenado, $f = 0.05$, y separación entre las superficies planas de $b = \pi$. La estructura de bandas con línea de color negro es de una PCW perfectamente conductora (PEC), la de línea roja es para una PCW plateada modelada con DM, y la de color azul cuando se modeló con IBCM y DM. (b) Reflectancias correspondientes a las estructuras de bandas de (a), respectivamente.

muy importante en el caso del modelado de una PCW que contiene inclusiones con superficies aleatoriamente rugosas.

En las Figs. 25(a) y (c) mostramos las estructuras de bandas de una PCW plateada con ancho $b = \pi$ y fracción de llenado de $f = 0.005$. Las curvas de la estructura de bandas en color azul corresponden a una inclusión cilíndrica lisa, y las curvas que están en color rojo son para una inclusión con superficies aleatoriamente rugosas con desviación estándar de las alturas $\delta = 0.005$ (Fig. 25(a)) y $\delta = 0.15$ (Fig. 25(c)), y longitudes de correlación $\sigma = 0.005$ (Fig. 25(a)) y $\sigma = 0.15$ (Fig. 25(c)). En las Figs. 25(b) y (d) mostramos la intensidad reflejada (reflectancia) del sistema, R , cuando un haz Gaussiano de anchura media $g = 11.2$ ilumina la guía de ondas a incidencia normal $\theta_0 = 0^\circ$.

Para este caso que consideramos una fracción de llenado pequeña ($f = 0.005$), hacemos una comparación de la estructura de bandas para una inclusión cilíndrica lisa con la de una de inclusión cilíndrica que tiene rugosidad aleatoria pequeña (Fig.

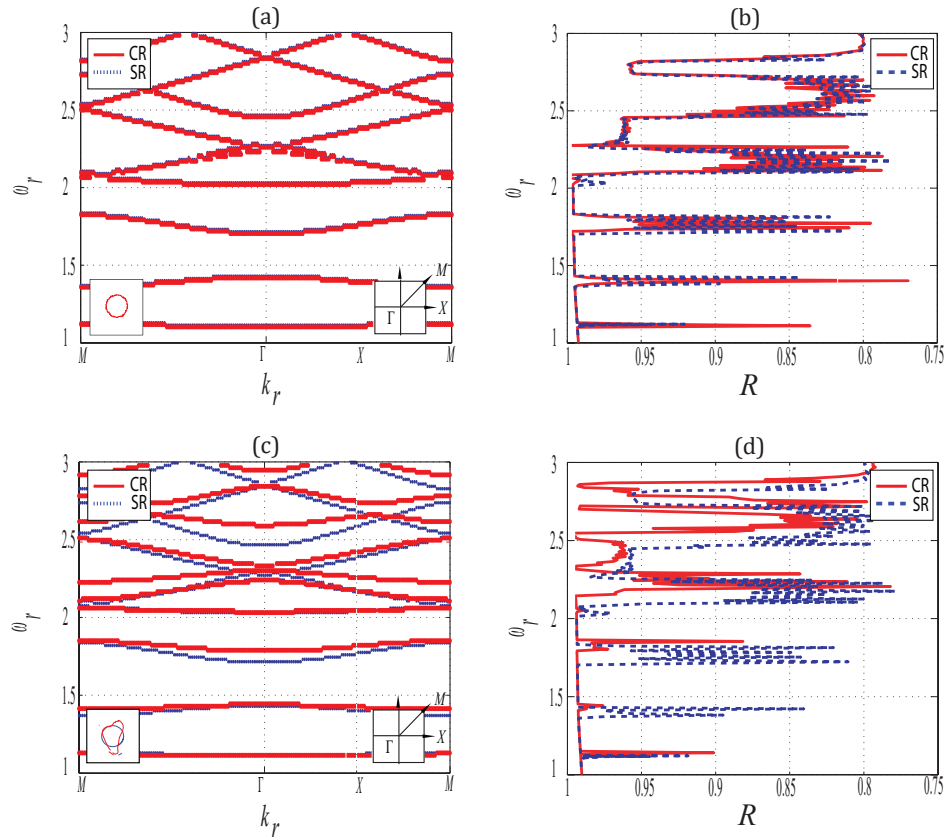


Figura 25. Estructuras de bandas de PCWs plateadas con una celda unitaria cuadrada que tiene una inclusión cilíndrica con una superficie lisa (azul) y rugosa (rojo) con $b = \pi$, $f = 0.005$ y (a) $\delta = 0.005$ y $\sigma = 0.005$, y (c) $\delta = 0.15$ y $\sigma = 0.15$. El recuadro derecho corresponde a la primera zona de Brillouin en el espacio k , respectivamente. El recuadro izquierdo muestra el perfil de la inclusión utilizado, respectivamente. (b) y (d) Reflectancias correspondientes a las mismas PCWs de longitud finita $d = 22\pi$ que son iluminadas a incidencia normal con un haz Gaussiano de semi ancho $g = 11.2$. Las líneas sólidas (rojo) corresponden a superficies con rugosidad (CR) y las líneas punteadas (azul) a superficies sin rugosidad (SR).

25(a)) y grande (Fig. 25(c)). Podemos observar que si la rugosidad de la inclusión contenida en la celda unitaria es pequeña, la estructura de bandas presenta ligeros cambios que son prácticamente imperceptibles con respecto a una inclusión lisa. En cambio si hacemos cada vez más grande la rugosidad de la inclusión contenida en la celda unitaria observamos que, las bandas prohibidas se hacen cada vez más anchas para frecuencias bajas. Por otro lado, a frecuencias más altas comienzan a aparecer

nuevas bandas prohibidas. Esto nos permite concluir, que al hacer una comparación de la estructura de bandas con la reflectancia, correspondientes a los mismos parámetros de la PCW, observamos que las zonas de máxima reflectancia corresponden a la posición de las bandas prohibidas en la estructura de bandas. De acuerdo a estos resultados observamos que, para esta fracción de llenado, las gráficas de la reflectancia para la inclusión lisa y rugosa cambian drásticamente. Primeramente, tenemos que aún para la inclusión lisa, las zonas de la reflectancia que corresponden a las bandas prohibidas no están próximas al valor máximo de 1. Esto se debe a la profundidad de piel del medio conductor considerado, que en nuestro caso es (Ag) . Por otro lado, para el caso de inclusiones con rugosidades difiere considerablemente del caso liso, ocurriendo un fenómeno similar al caso de la guía de tamaño infinito. Esto es debido a que el requerimiento computacional es muy grande, porque el tamaño de la matriz es el doble que para el caso de un material perfectamente conductor. Para estos cálculos utilizamos una discretización de $ds = \lambda/20$, usando también la técnica IBCM que reduce el tamaño de la matriz al equivalente de un conductor perfecto. Además utilizamos la programación en paralelo bajo el protocolo de MPI para reducir el tiempo de cómputo considerablemente.

Ahora consideraremos una PCW plateada con una fracción de llenado más grande que el caso anterior. En las Figs. 26(a) y (c) mostramos las estructuras de bandas con los mismos parámetros de las Figs. 25(a) y (c), salvo que ahora la fracción de llenado es $f = 0.05$. Las curvas azules corresponden a una inclusión lisa y las rojas a inclusiones con rugosidad como se indica en el pie de figura correspondiente. Similarmente, en las Figs. 26(b) y (d) mostramos la reflectancia R del sistema bajo las mismas consideraciones.

Análogamente, comparamos la estructura de bandas para una inclusión cilíndrica lisa con la de una de inclusión que tiene rugosidad aleatoria pequeña (Figs. 26(a)) y

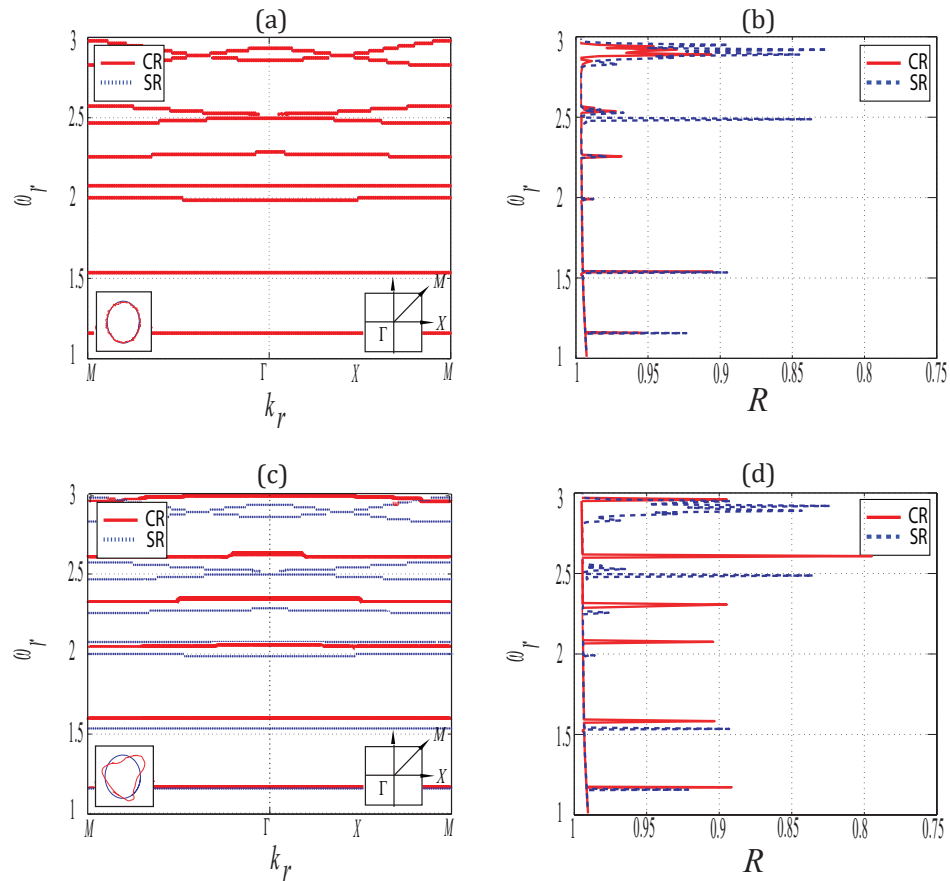


Figura 26. (a) Estructuras de bandas de PCWs plateadas con una celda unitaria cuadrada que tiene una inclusión cilíndrica con una superficie lisa (en azul) y rugosa (en rojo) con $b = \pi$, $f = 0.05$, (a) $\sigma = 0.005$ y $\delta = 0.005$, y (c) $\sigma = 0.15$ y $\delta = 0.15$. El recuadro derecho corresponde a la primera zona de Brillouin en el espacio k , respectivamente. El recuadro izquierdo muestra el perfil de la inclusión utilizado, respectivamente. (b) y (d) Reflectancias correspondientes a las mismas PCWs de longitud finita $d = 22\pi$ que son iluminadas a incidencia normal con un haz Gaussiano con semi ancho $g = 11.2$. Las líneas sólidas (rojo) corresponden a superficies con rugosidad (CR) y las líneas punteadas (azul) a superficies sin rugosidad (SR).

grande (Figs. 26(c)). Vemos que si la rugosidad de la inclusión contenida en la celda unitaria es pequeña, tampoco la estructura de bandas presenta cambios importantes. Sin embargo, al hacer cada vez más grande la rugosidad de la inclusión, las bandas prohibidas se hacen cada vez más anchas, se reduce el número de bandas permitidas en comparación con el caso de una superficie lisa. Similarmente, para la reflectancia

vemos que si la rugosidad del arreglo periódico de inclusiones es pequeña (Fig. 26(b)), las zonas de máxima reflectividad tampoco cambian y corresponden muy bien con la posición de las bandas prohibidas de la Fig. 26(a). Por otro lado, si hacemos que la rugosidad del arreglo periódico de inclusiones sea cada vez más grande, las zonas de máxima reflectividad se hacen más anchas, como se observa en el corrimiento de los picos invertidos en la Fig. 26(d). Además, podemos apreciar que con una fracción de llenado grande estamos obteniendo modos de transmisión localizados. Esto permite tener una aplicación de nuestro sistema como un filtro especial.

IV.2.2. PCW con inclusión de LHM

Como el objetivo de la tesis es estudiar el sistema propuesto por medio de materiales artificiales conocidos como metamateriales dispersivos (Mendoza-Suárez *et al.*, 2006), vamos a considerar ahora una PCW formada con dos superficies planas perfectamente conductoras y un arreglo periódico de inclusiones de LHM dispersivo. Recordando que las propiedades ópticas del metamaterial están dadas por (Ruppin, 2004)

$$\varepsilon(\omega) = \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right) \quad \text{y} \quad \mu(\omega) = 1 - \frac{F\omega^2}{\omega^2 - \omega_0^2}, \quad (100)$$

con la frecuencia de plasma ω_p y la frecuencia de resonancia ω_0 . Estas funciones se muestran en la Fig. 27 con los parámetros $\omega_p = 10/2\pi$, $\omega_0 = 4/2\pi$ y $F = 0.56$. La región donde el metamaterial presenta un índice de refracción negativo está dentro de la gama de frecuencias $\omega_0 < \omega < \omega_{LM}$ con $\omega_{LM} = \omega/\sqrt{1-F} = 0.9597$.

Tomamos como referencia los resultados obtenidos por (Pérez-Aguilar y Mendoza-Suárez, 2015), que muestran la presencia de un modo plasmónico (SPP) en una PCW de longitud infinita para posteriormente hacer una generalización. En la Fig. 28(a) se presentan los resultados de la función determinante D (Ec. (71)) como una función de la frecuencia. La posición del extremo mínimo identifica la frecuencia del modo con

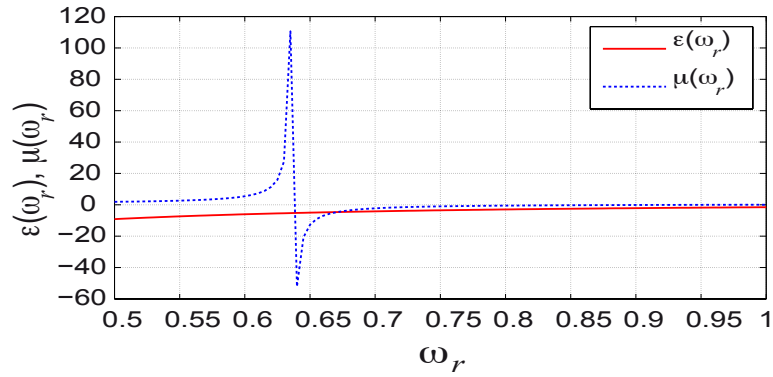


Figura 27. Función dieléctrica y permeabilidad magnética de un metamaterial dispersivo como una función de la frecuencia.

el valor $\omega_r = 0.7519$. Además, en la Fig. 28(b) se ilustra la intensidad del campo eléctrico dentro de la celda unitaria que contiene la inclusión de LHM dispersivo para esta frecuencia. Este modo particular que existe en la interfaz LHM-vacío, se le conoce como un modo de SPP con una frecuencia $\omega_r^{PSW} = \omega_0 \sqrt{2/(2-F)} = 0.7502$ (Ruppin, 2004). Esto muestra que los resultados están bien fundamentados y por esta razón se cree que existe un modo de SPP para el sistema considerado. Este resultado fue obtenido para el caso de una celda unitaria con los parámetros geométricos: $b = 4\pi$, $P = 2\pi$ y $r = 0.1b$ ($f = 0.05$) el radio de la inclusión cilíndrica lisa .

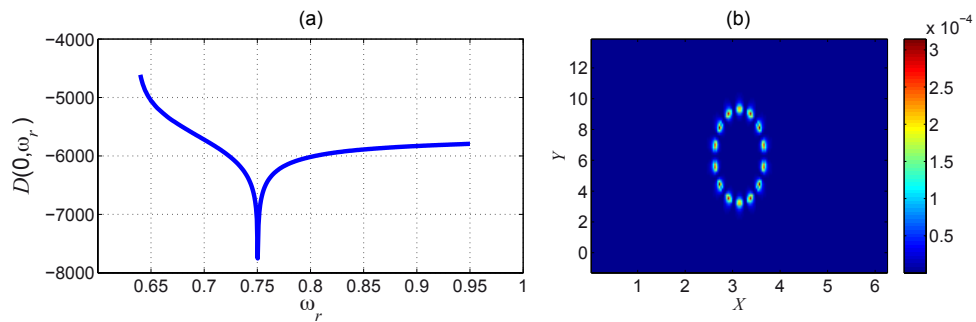


Figura 28. (a) Función $D(0, \omega_r)$ para una guía de onda de cristal fotónico, formado con dos superficies planas perfectamente conductoras y un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas de LHM dispersivo. (b) Distribución de campo eléctrico a la frecuencia $\omega_r = 0.7519$.

Prestando atención a los resultados obtenidos por (Pérez-Aguilar y Mendoza-Suárez, 2015), procedemos a considerar que la inclusión contenida en la celda unitaria del

sistema no sea únicamente cilíndrica de superficie totalmente lisa, sino que vamos a abordar el caso cuando la inclusión presente rugosidad aleatoria en su superficie; es decir, consideraremos la inclusión con una geometría arbitraria.

En la Fig. 29 mostramos las funciones del determinante D en términos de la frecuencia. Para las funciones determinante de la Figs. 29(a), (c) y (e) se han tomado en cuenta los parámetros geométricos: $b = 4\pi$, $P = 2\pi$ y $r = 0.01b$ ($f = 0.005$) de la celda unitaria. La posición del extremo mínimo identifica la frecuencia del modo con el valor $\omega_r = 0.7506$, para todos los casos. En cambio para las funciones determinante mostradas en la Figs. 29(b), (d) y (f) las hemos obtenido considerando los parámetros geométricos: $b = 4\pi$, $P = 2\pi$ y $r = 0.2b$ ($f = 0.1$) de la celda unitaria. De igual manera, la posición del extremo mínimo identifica la frecuencia del modo con el valor $\omega_r = 0.7506$, para todos los casos.

En la Fig. 29(a) mostramos la función determinante para el caso de una inclusión cilíndrica lisa de LHM que tiene fracción de llenado $f = 0.005$, y en las Figs. 29(c) y (e), las funciones determinante para la misma fracción de llenado pero, la inclusión de LHM presenta rugosidad aleatoria con: $\sigma = 0.005$ y $\delta = 0.005$, y $\sigma = 0.15$ y $\delta = 0.15$, respectivamente. Comparando los resultados mostrados en estas figuras vemos que, la rugosidad no afecta la posición del modo, pues no importa que tan grande sea ésta. Se encuentra un modo muy cerca de ω_r^{PSW} y por esta razón creemos que existe un modo de SPP para el sistema considerado, aún con una inclusión que tiene una geometría arbitraria. De manera similar, en la Fig. 29(b) presentamos la función determinante para el caso de una inclusión cilíndrica lisa de LHM que tiene fracción de llenado más grande de $f = 0.1$, y en las Figs. 29(d) y (f) mostramos las funciones determinante para la inclusión de LHM que tiene rugosidad aleatoria con: $\sigma = 0.005$ y $\delta = 0.005$, y $\sigma = 0.15$ y $\delta = 0.15$, respectivamente. De igual manera, comparando vemos que,

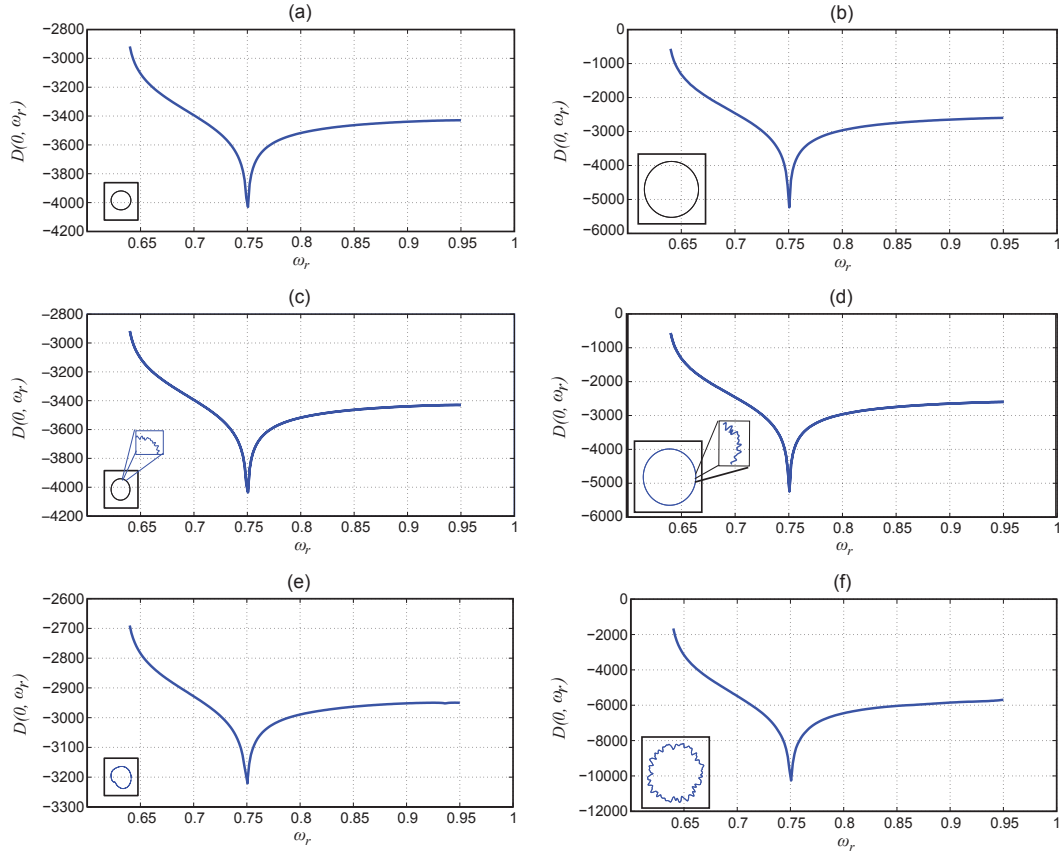


Figura 29. Funciones $D(0, \omega_r)$ para guías de ondas de cristal fotónico, formadas con dos superficies planas perfectamente conductoras y un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas de LHM dispersivo. Con los parámetros $b = 4\pi$, $P = 2\pi$ y $r = 0.01b$ ($f = 0.005$) de inclusiones (a) con superficies lisa y rugosa con (c) $\sigma = 0.005$ y $\delta = 0.005$, (e) $\sigma = 0.15$, $\delta = 0.15$. Con los parámetros $b = 4\pi$, $P = 2\pi$ y $r = 0.2b$ ($f = 0.1$) de inclusiones (b) con superficies lisa y rugosa (d) con $\sigma = 0.005$, $\delta = 0.005$ y (f) $\sigma = 0.15$, $\delta = 0.15$.

tampoco la rugosidad afecta la posición del modo de SPP, aún variando el tamaño y la forma de la inclusión de LHM.

Dado que nuestro objetivo también se centra en estudiar la excitación de SPPs en guías de onda de cristal fotónico de tamaño finito que contengan metamaterial dispersivo, vamos a considerar una PCW truncada que está formada con dos superficies planas y un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas de LHM dispersivo en la dirección x (ver Fig. 19).

Para abordar este caso vamos a considerar primero la teoría usada por el grupo de

Ricardo A. Depine en su trabajo del 2011 donde mostraron las características de la propagación de los polaritones de plasmones superficiales (modos propios superficiales) en sistemas ATR (configuración de Kretschmann) con metamateriales que a diferencia del caso convencional, donde los polaritones superficiales tienen velocidad de fase positiva y aparecen en una de las superficies de una guía metálica. En este caso los polaritones superficiales se propagan a lo largo de una de las superficies de una guía de metamaterial con índice de refracción negativo. Dependiendo de la elección de los parámetros constitutivos del metamaterial, pueden tener velocidades de fase tanto positivas (progresivas) como negativas (regresivas) (Depine, 2011). Además consideraremos el tipo de análisis hecho en el 2014 por Pérez-Rodríguez que plantea una metodología para generar las condiciones óptimas para excitar en general los modos de superficie en las polarizaciones TM y TE en un sistema ATR. Para ello calculan las relaciones de dispersión electromagnética que derivan de resolver las ecuaciones de Maxwell para una interfaz metamaterial-aire para ambas polarizaciones, lo cual les indica las regiones de excitación de plasmones de superficie identificándolos a través de un análisis de la reflectancia R como función del ángulo de incidencia θ_0 , o bien de la frecuencia $\omega_r = \omega/\omega_p$ (Pérez-Rodríguez, 2014).

En las Figs. 30(a), (b), (c) y (d) se muestran las Reflectancias R como función de la frecuencia ω_r bajo polarización TE de las PCWs de tamaño finito con inclusiones de superficie lisa. La PCW tiene una separación entre las placas de $b = \pi$ para todos los casos. En la Fig. 30(a) mostramos los resultados que bajo incidencia normal ($\theta_0 = 0^\circ$) hemos obtenido para R variando el número de periodos (NP) de la guía de ondas con una fracción de llenado, $f = 0.005$, para todos los casos. Tomando en consideración los resultados mostrados en la Fig. 30(a), elegimos que el número de periodos de la PCW sea 6, ya que el mínimo que presenta está más cerca de $\omega_r^{PSW} = 0.7502$, que es

el valor de frecuencia que nos interesa; además de que ahorramos tiempo de cómputo. En la Fig. 30(b) mostramos los resultados de R obtenidos de la PCW de 6 periodos para distintos anchos de la abertura b . Posteriormente, de los resultados mostrados en la Fig. 30(b) elegimos a el ancho de la abertura de $b = \pi$, ya que para este tenemos mejor definición en el mínimo que aparece en la reflectancia, y procedemos a hacer el cálculo de R con diferentes fracciones de llenado para la PCW de 6 periodos. En la Fig. 30(c) se presentan estos resultados. Por último, al considerar los resultados de la Fig. 30(c) elegimos a la fracción de llenado $f = 0.005$ y hacemos el cálculo de R a diferentes ángulos de incidencia (θ_0) para la PCW de 6 periodos. Estos son mostrados en la Fig. 30(d) .

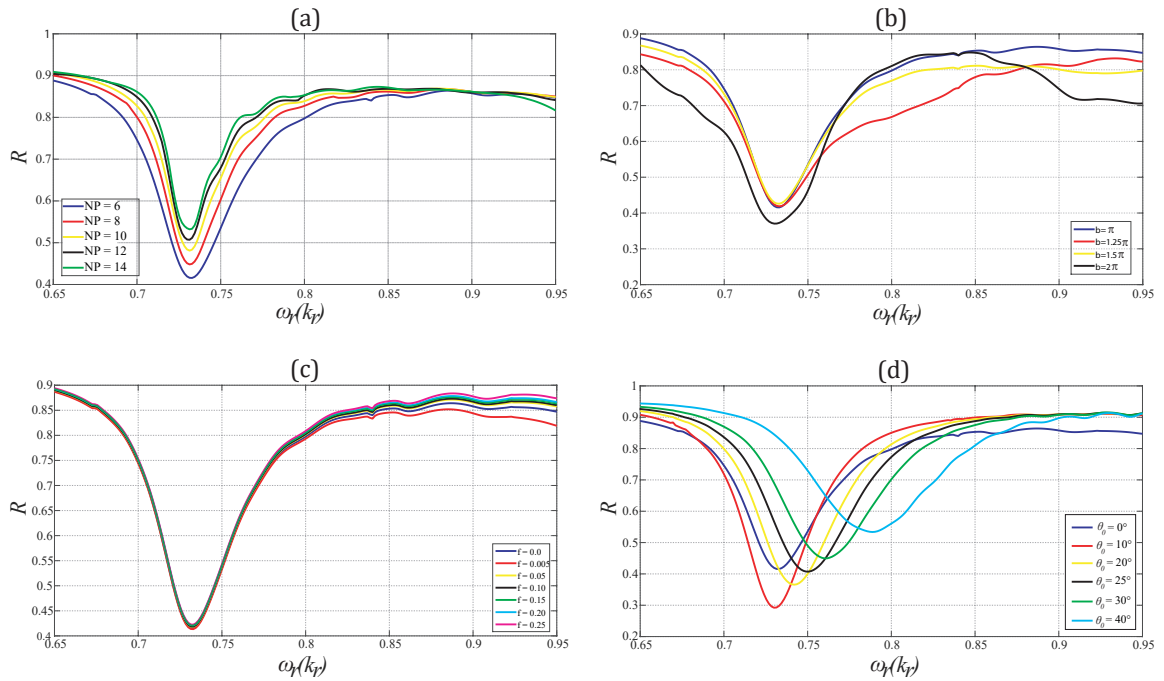


Figura 30. Reflectancia bajo polarización TE de las PCWs, correspondientes (a) a diferentes números de periodos (NP) de la guía de ondas, (b) de una guía de 6 periodos y distintas aberturas b , (c) para la PCW de abertura $b = \pi$ con distintos tamaños de f , y (d) para la PCW del caso anterior con inclusiones de fracción de llenado $f = 0.005$ a distintos ángulos de incidencia θ_0 .

De los resultados mostrados en la Fig. 30(a) observamos la presencia de un mínimo

en la frecuencia $\omega_r = 0.729781$, que es muy marcado en la reflectancia. La profundidad del valle donde se encuentra el mínimo se hace más o menos pronunciada, dependiendo del número de periodos de la PCW, teniendo que para la guía de 6 periodos el mínimo se encuentra a una reflectancia más baja. Ahora, de un análisis de los resultados mostrados en la Fig. 30(c), podemos observar que la posición del mínimo no se ve afectada al considerar distintos tamaños de la inclusión cilíndrica; es decir, la reflectancia es prácticamente igual de baja para las distintas fracciones de llenado de la inclusión. Por último, de los resultados mostrados en la Fig. 30(d) notamos que tal mínimo cambia de posición dependiendo del ángulo de incidencia θ_0 , encontrando que para un ángulo de $\theta_0 = 10^\circ$ tenemos mayor transmisión de la luz que interactúa con la PCW. Más aún, para un ángulo de alrededor de $\theta_0 = 25^\circ$ obtuvimos que el mínimo en la reflectancia se da a la frecuencia de $\omega_r = 0.7510050$, haciéndonos pensar que se trate de la posible existencia de un modo SPP en la PCW bajo estudio; ya que esta frecuencia tiene buena correspondencia a la encontrada para el modo SPP que se excita en la PCW infinita que contiene LHM.

Teniendo en mente los resultados de la Fig. 30(d) procedemos a encontrar la reflectancia R como función del ángulo de incidencia θ_0 . Para hacer el cálculo de R para distintos ángulos de incidencia θ_0 , procedemos a considerar la frecuencia como una constante, $\omega_r = 0.75100$. Esto es porque es el valor encontrado para la misma que tiene mejor aproximación a la frecuencia de interés $\omega_r = 0.7506$. En la Fig. 31, mostramos el comportamiento encontrado para R como función del ángulo de incidencia θ_0 para $\omega_r = 0.7510050$.

En consecuencia de los resultados obtenidos para la polarización TE (Fig. 31), observamos que hay una posibilidad de que exista la presencia de un posible modo SPP en el sistema bajo estudio. En caso de que se trate de un SPP, este se caracterizaría

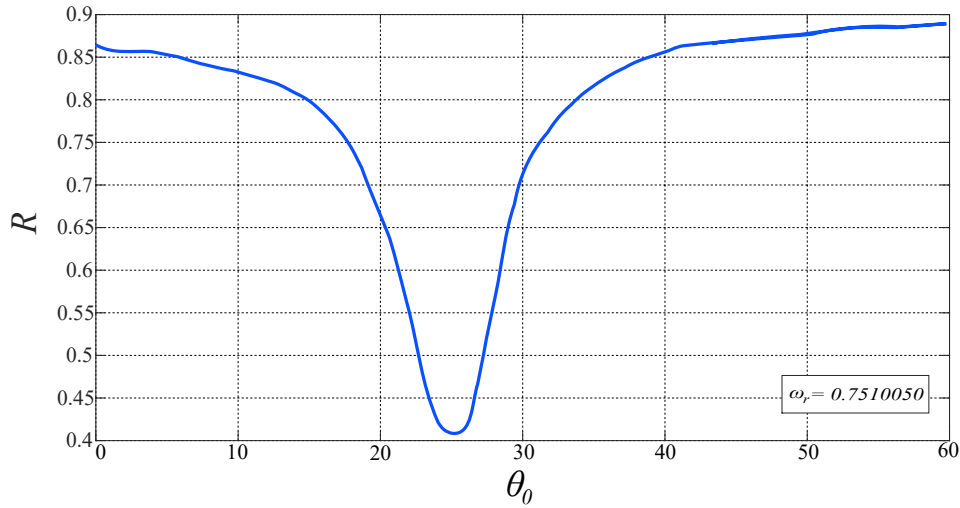


Figura 31. Reflectancia R como función de θ_0 , calculada bajo polarización TE para la frecuencia $\omega_r = 0.7510050$.

por tener que el flujo de la energía es antiparalelo al vector de onda, derivando en una velocidad de fase negativa; es decir, se trataría de un SPP de tipo regresivo. Además, aunque se tiene que el comportamiento de la reflectancia, en una primera aproximación el esperado, no podemos asegurar que efectivamente se trate de un modo SPP, ya que sólo es una condición necesaria, más no suficiente, por lo que se tienen que cumplir más condiciones que debemos analizar. Sin embargo, aunque no se tratase de un SPP, el flujo de la energía de la luz transmitida por la PCW presentará estas características.

De manera similar, consideramos iluminación bajo polarización TM. En las Figs. 32(a), (b), (c) y (d) se muestran las Reflectancias R como función de la frecuencia ω_r de las PCWs de tamaño finito con inclusiones de superficie lisa. La PCW tiene una separación entre las placas de $b = \pi$ para todos los casos. En la Fig. 32(a) mostramos los resultados que bajo incidencia normal ($\theta_0 = 0^\circ$) hemos obtenido para R variando el número de periodos (NP) de la guía de ondas con una fracción de llenado, $f = 0.005$, para todos los casos. Tomando en consideración los resultados mostrados en la Fig. 32(a), y de manera análoga al caso de la polarización TE, elegimos que el número de

periodos de la PCW sea 6. En la Fig. 32(b) mostramos los resultados de R obtenidos de la PCW de 6 periodos para distintos valores de b . Posteriormente, elegimos el ancho de la apertura de $b = \pi$, y procedemos a hacer el cálculo de R con diferentes fracciones de llenado para la PCW de 6 periodos. En la Fig. 32(c) se presentan los resultados. Por último, elegimos a la fracción de llenado $f = 0.005$ y hacemos el cálculo de R a diferentes ángulos de incidencia (θ_0) para la PCW de 6 periodos. Estos son mostrados en la Fig. 32(d) .

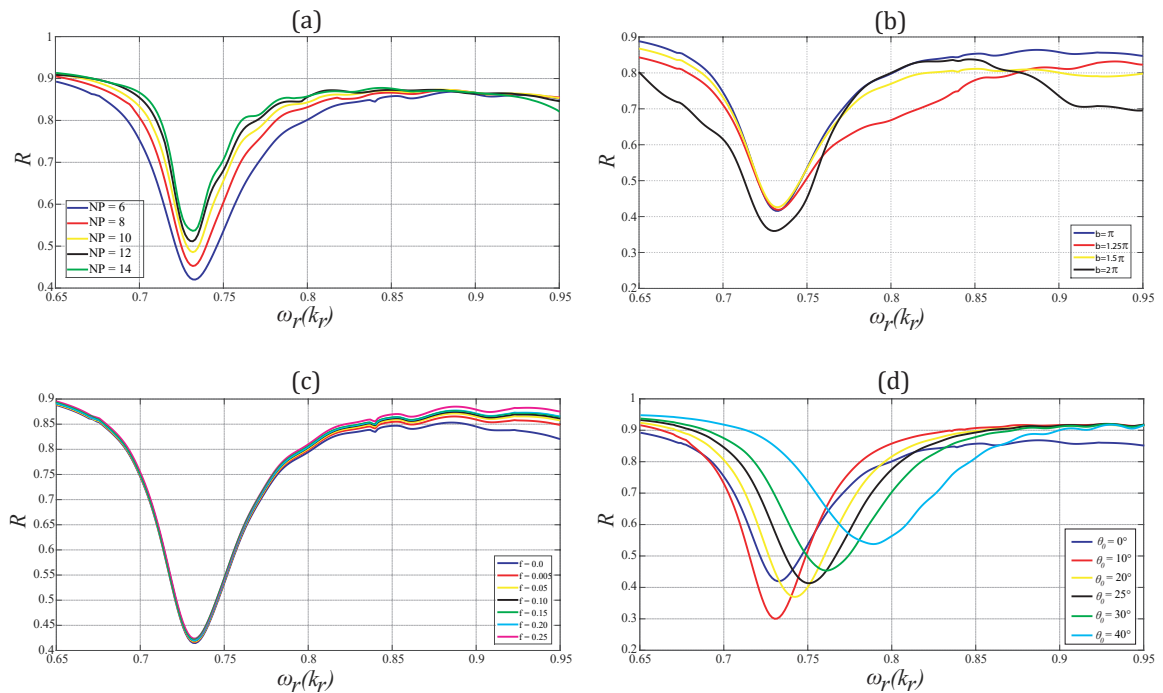


Figura 32. Reflectancia bajo polarización TM de las PCWs, correspondientes (a) a diferentes números de periodos (NP) de la guía de ondas, (b) de una guía de 6 periodos y distintas aberturas b , (c) para la PCW de apertura $b = \pi$ con distintos tamaños de f , y (d) para la PCW del caso anterior con inclusiones de fracción de llenado $f = 0.005$ a distintos ángulos de incidencia θ_0 .

Similarmente al caso de la polarización TE, encontramos que hay un mínimo para la frecuencia muy marcado en la reflectancia cuando consideramos iluminación a incidencia normal. De igual manera, la profundidad del valle donde se encuentra el mínimo se hace más o menos pronunciada, dependiendo del número de periodos de la PCW, teniendo

que para la guía de 6 periodos el mínimo se encuentra a una reflectancia más baja, para una frecuencia de $\omega_r = 0.731181$. De la Fig. 32(c), podemos observar que la posición del mínimo no se ve afectada al considerar distintos tamaños de la inclusión cilíndrica; es decir, la reflectancia es prácticamente igual de baja para las distintas fracciones de llenado de la inclusión. También notamos que el mínimo cambia de posición dependiendo del ángulo de incidencia θ_0 , encontrando que para un ángulo de $\theta_0 = 10^\circ$ tenemos mayor transmisión de la luz que interactúa con la PCW. Más aún, para un ángulo de alrededor de $\theta_0 = 25^\circ$ obtuvimos que el mínimo en la reflectancia se da a la frecuencia de $\omega_r = 0.7510140$. Esto nos hace pensar en que se trata de la posible existencia de un modo SPP en la PCW bajo estudio; ya que esta frecuencia tiene buena correspondencia a la encontrada para el modo SPP que se excita en la PCW infinita que contiene LHM.

Teniendo en mente los resultados de la Fig. 32(d) para la reflectancia, procedemos a encontrar R como función de θ_0 . Para hacer este cálculo, procedemos a dejar la frecuencia como una constante, que en este caso será: $\omega_r = 0.75101$. Esto es porque es el valor que tiene mejor aproximación a la frecuencia de interés $\omega_r = 0.7506$. En la Fig. 33, presentamos los resultados del comportamiento encontrado de R como función de θ_0 para $\omega_r = 0.7510140$.

Así mismo, igualmente al caso de TE, observamos gran posibilidad de la existencia de un modo SPP, que en caso de serlo tendría que el flujo de la energía es paralelo al vector de onda, derivando en una velocidad de fase positiva; es decir, se trataría de un SPP de tipo regresivo. Como se mencionó anteriormente, falta más análisis para poder garantizar que se traten de modos SPPs, por lo que no podemos decir a ciencia cierta que sea un SPP. Sin embargo, aunque no se tratase de un SPP, el flujo de la energía de la luz transmitida por la PCW tendrá estas características.

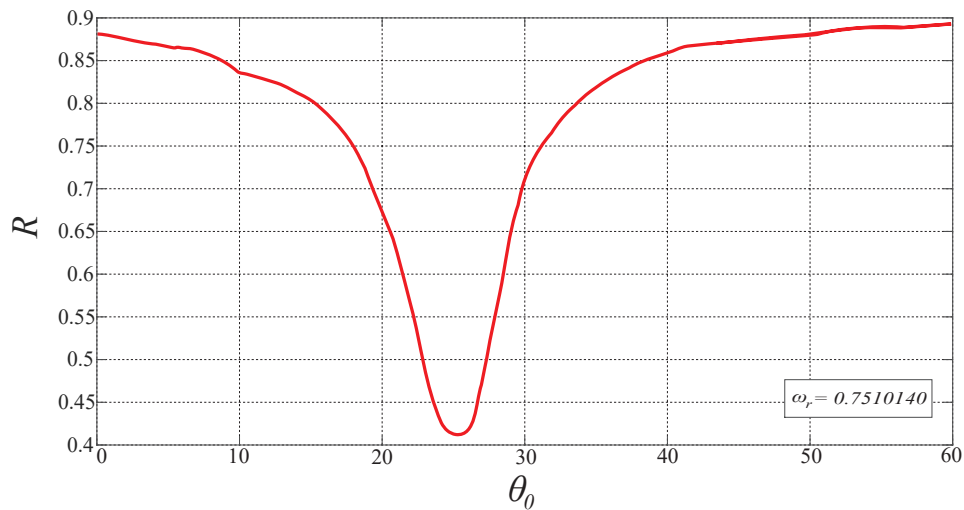


Figura 33. Reflectancia R como función de θ_0 , calculada bajo polarización TM para la frecuencia $\omega_r = 0.7510140$.

Finalmente, en la Fig. 34 mostramos una comparación de la reflectancia obtenida para una u otra polarización de una guía de ondas de 6 periodos con inclusiones de fracción de llenado de $f = 0.005$.

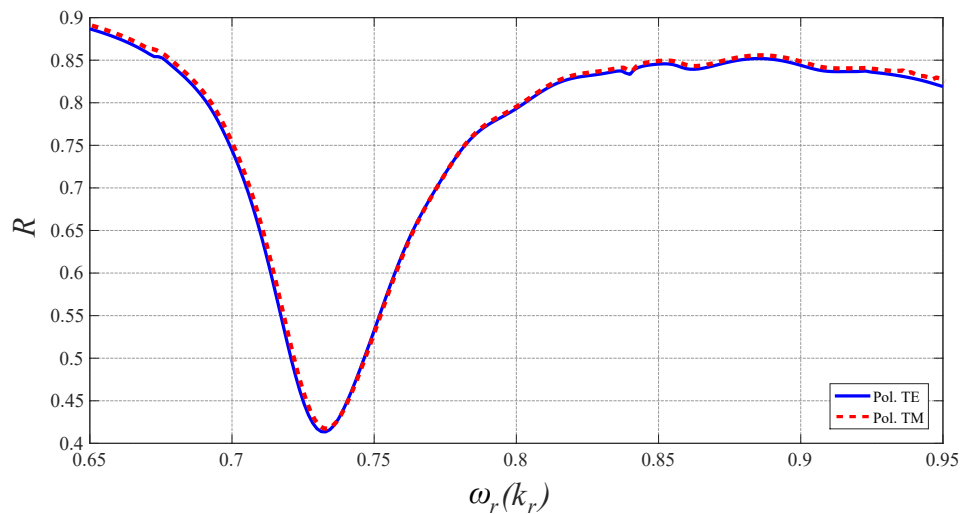


Figura 34. Comparación de las Reflectancias obtenidas bajo polarización TE y TM para la PCW de LHM con inclusiones de fracción de llenado, $f = 0.005$, a incidencia normal.

Se observa de los resultados obtenidos para la PCW de tamaño finito, que la respuesta óptica es prácticamente idéntica para ambas polarizaciones, en el caso de que la

guía esté constituida completamente de LHM, como se ve en la Fig. 34. Sin embargo, de acuerdo a la teoría utilizada, las características que adquiere la luz que se logra transmitir por la guía de ondas de LHM es diferente para ambas polarizaciones; es decir, las velocidades de fase son positivas (progresivas) para la polarización TM o negativas (regresivas), para cuando se trate de la polarización TE.

Comparando los resultados obtenidos para la PCW que contiene LHM, tanto cuando ésta tiene tamaño infinito, o bien finito, podemos observar que en el caso de la guía infinita, el modo SPP no se ve afectado; es decir, este no cambia de posición, ya que siempre se conserva a una frecuencia de $\omega_r = 0.7506$, sin importar la geometría de la inclusión. En el caso de la PCW de LHM de tamaño finito, al analizar los resultados que se obtuvieron en este trabajo, podemos decir que hay una posible existencia de un modo SPP en la guía de ondas estudiada, ya que a un ángulo de incidencia de $\theta_0 = 25^\circ$, obtuvimos que el mínimo de la reflectancia R se da una frecuencia de $\omega_r = 0.7510050$ para la polarización TE, y $\omega_r = 0.7510140$ para TM, que tienen una gran correspondencia con la frecuencia del modo encontrado en la guía infinita. Aunado a esto, comprobamos que la reflectancia tiene el comportamiento deseado en ambas polarizaciones cuando mantemos la frecuencia ω_r constante, cuyos valores considerados son los anteriormente mencionados. Sin embargo, aún no podemos asegurar que se trate precisamente de un SPP, ya que falta hacer el análisis del desenvolvimiento de la fase de la onda a esa frecuencia; o bien, mostrar la intensidad del campo eléctrico a esta frecuencia, y de acuerdo con ello podríamos asegurar o no si tal presencia del mínimo en la reflectancia de la guía indica la presencia de un SPP o no. Esto es, porque el comportamiento encontrado en la reflectancia, es sólo una condición necesaria más no suficiente.

Capítulo V

CONCLUSIONES

En este capítulo mencionamos un breve resumen y en base a los resultados obtenidos enunciamos las conclusiones más importantes del trabajo.

En el presente trabajo hemos mostrado un estudio teórico y numérico de las estructuras de bandas, de la función determinante y de la reflectancia de una PCW perfectamente conductora, de conductor real o de metamaterial dispersivo. La guía de ondas está formada por dos placas conductoras planas que contienen un arreglo periódico de inclusiones con geometrías arbitrarias y de materiales diferentes. Para el caso ideal en el que el tamaño de la PCW es de longitud infinita, se modeló por medio de una celda unitaria cuadrada conteniendo la inclusión cilíndrica. En cambio, para el caso de una PCW real, se consideró una guía de ondas de longitud finita de sólo de 11 periodos. Esto nos permitió llevar a cabo el cálculo de la reflectancia de este sistema, todo con el fin de comparar el comportamiento del sistema infinito por medio de las estructuras de bandas con el del sistema finito. Más aún, uno de los resultados más importantes de este trabajo, fue indicar la presencia de un modo de plasmón de superficie en una PCW que contiene inclusiones con geometrías arbitrarias de metamaterial dispersivo. El trabajo está motivado en gran parte por la necesidad de una nueva alternativa de

desarrollo en la tecnología de telecomunicaciones que sea puramente fotónico, así como del desarrollo de la tecnología fotónica para dispositivos ópticos que sirvan de apoyo en las investigaciones en el área de las ciencias naturales como: la biología, la química, la física y más importante aún en la medicina, ya que se pueden desarrollar dispositivos que permitan el tratamiento de enfermedades como el cáncer.

La técnica numérica que se utilizó en este trabajo se le conoce como el método de la ecuación integral, el cual parte del segundo teorema integral de Green permitiendo obtener un par de ecuaciones integrales acopladas que involucran, como incógnitas el modo del campo y su derivada normal evaluadas en las fronteras o superficies involucradas. La discretización del sistema resulta en una ecuación matricial cuya solución determina las funciones fuente, con las que se puede obtener las estructuras de bandas, las funciones determinante y la reflectancia del sistema. Primeramente, con este método calculamos las estructuras de bandas de una PCW formada por dos superficies planas de conductor perfecto o real y un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas que tienen una superficie lisa o aleatoriamente rugosa. Además, nos permitió calcular las funciones determinante de una PCW infinita con inclusiones de LHM dispersivo mostrando la presencia de un modo SPP. Con este mismo método integral, también nos ayudó a calcular la reflectancia de una PCW de tamaño finito. Los resultados fueron analizados para el caso de la polarización del campo eléctrico transversal (TE).

Comparando los resultados de las estructuras de bandas o de la respuesta electromagnética de la PCW perfectamente conductora con la PCW de conductor real, hemos observado que si consideramos el material conductor con la dependencia de la frecuencia (o longitud de onda), el comportamiento reflectivo se aproxima muy bien con el de un conductor perfecto. De hecho el pequeño cambio que se ve en la reflectancia con respecto a la PCW perfectamente conductora, se debe a la profundidad de piel

del metal, por lo que, concluimos que la forma correcta de modelar (en una primera aproximación) el comportamiento de un metal es a través del Modelo de Drude; es decir es necesario considerar el conductor como un medio dispersivo. Cabe señalar, que debido al incremento del rango de la matriz que genera el considerar al medio conductor real como medio dispersivo a través del Modelo de Drude, incrementa de manera considerable el tiempo de cómputo. Es por esto que se tuvo la necesidad de utilizar la técnica de la “Condición a la Frontera de Impedancia”, que permite el estudio de la difracción y esparcimiento de ondas electromagnéticas por una superficie conductora. El problema teórico es simplificado notablemente si la superficie puede ser considerada como un material perfectamente conductor. En este caso, solamente el campo electromagnético en el medio incidente necesita ser tomado en consideración. Así, la matriz que se necesita para modelar la PCW de conductor real, ya no es de tamaño $2M \times 2M$, sino que la condición IBCM nos permite reducir el tamaño de la matriz requerida a una de $M \times M$, permitiéndonos reducir el tiempo de cómputo en alrededor de un 80% respecto a la utilización del Modelo de Drude. Además, aún para optimizar más el tiempo de cómputo, recurrimos a la utilización de la programación en paralelo bajo el protocolo de MPI. Hemos encontrado que al hacer una comparación de resultados encontrados para la PCW finita perfectamente conductora con la de material real (Ag), observamos que tanto las estructuras de bandas como las reflectancias calculadas usando solamente el MD y las obtenidas a través del uso de IBCM con MD tienen una buena correspondencia. Además, al hacer una comparación de los diferentes tiempos de cómputo respecto a la versión secuencial en el que se utilizó el compilador PGIFortran se obtiene que, el compilador GFortran y el compilador de Intel (usando librerías de LAPACK) son casi iguales; en cambio, con el compilador de Intel (usando librerías internas de MKL) es 2 veces más rápido. Haciendo la comparación con las versiones

paralelizadas se tiene que al usar MPI se obtiene una rapidez de 10, 20 y 30 veces más rápido que la versión secuencial usando 16 procesadores (usando librerías de LAPACK), 16 procesadores (usando librerías internas de MKL) y 32 procesadores (usando librerías internas de MKL), respectivamente.

El cálculo de las estructuras de bandas para una PCW de conductor real nos permite concluir, que entre más grande sea la rugosidad o la fracción de llenado de la inclusión cilíndrica, la estructura de bandas presenta importantes cambios. Es decir, las bandas prohibidas se hacen cada vez más anchas y a frecuencias más altas comienzan a aparecer nuevas bandas prohibidas. De manera simultánea, para la reflectancia vemos que si la rugosidad o la fracción de llenado del arreglo periódico de inclusiones es cada vez más grande, las zonas de máxima reflectividad se hacen más anchas y a frecuencias más altas comienzan a aparecer nuevas zonas donde la reflectancia es máxima. Así, de una comparación de la estructura de bandas con la reflectancia correspondientes a los mismos parámetros de la PCW, se tiene que las zonas de máxima reflectancia corresponden a la posición de las bandas prohibidas en la estructura de bandas. Esto nos indica que se puede tener un mayor control de la propagación de la luz a través de la PCW, modelando solamente la estructura de bandas.

Otro de los resultados interesantes que obtuvimos de una PCW infinita con una inclusión de LHM dispersivo, fue que, la rugosidad y el tamaño de la inclusión no afecta la posición del modo, ya que no importa que tan grande sea, de todas formas corresponde al modo de un SPP a la frecuencia ω_r^{PSW} . Así, hemos encontrado un modo de SPP en la interfaz LHM-vacío del sistema propuesto sin importar la forma y el tamaño de la inclusión de LHM.

Para el caso de una PCW de longitud finita que está formada por dos placas planas y que contienen un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas de superficie lisa de

metamaterial, el resultado de la reflectancia muestra la presencia del posible modo alrededor de $\omega = 0.75$, para ambas polarizaciones. Observamos que, al analizar los resultados obtenidos en este trabajo, podemos decir que hay una posible existencia de un modo SPP en la guía de ondas estudiada, ya que a un ángulo de incidencia de alrededor, $\theta_0 = 25^\circ$, obtuvimos que el mínimo de la reflectancia R se da una frecuencia de $\omega_r = 0.7510$, para ambas polarizaciones. Esta tiene una gran correspondencia con la frecuencia del modo encontrado en la guía infinita. Sin embargo, aún no podemos asegurar que se trate precisamente de un SPP, ya que falta hacer el análisis del desenvolvimiento de la fase de la onda a esa frecuencia; o bien, mostrar la intensidad del campo eléctrico a esta frecuencia, y de acuerdo con ello podríamos asegurar o no si tal presencia del mínimo en la reflectancia de la guía indica la presencia de un SPP o no. Esto es, porque el comportamiento encontrado en la reflectancia, es sólo una condición necesaria más no suficiente.

De acuerdo a los resultados obtenidos, dejamos como trabajo futuro hacer el análisis que quedo pendiente, el cual corresponde al desenvolvimiento de la fase o al cálculo de la intensidad del campo eléctrico a esta frecuencia de interés. Esto permitirá asegurar la presencia de modos SPPs en PCWs de tamaño finito que contengan LHM.

Referencias

- Atwater, H. A. (2007). The promise of plasmonics. *Scientific American*, pages 39–45.
- Bethe, H. A. (1944). Theory of diffraction by small holes. *Phys. Rev.*, **66**: 163–182.
- Bouhelier, A. and Wiederrecht, G. P. (2005). Excitation of broadband surface plasmon polaritons: Plasmonics continuum spectroscopy. *Phys. Rev. B*, **71**(195406).
- Bravo-Abad, J. (2006). *Transmisión resonante de luz a través de láminas metálicas nanoestructuradas*. Departamento de Física Teórica de la Materia Condensada de la Universidad Autónoma de Madrid, España.
- Buencuerpo, J., Llorens, J. M., Dotor, M. L., and Ripalda, J. M. (2015). Broadband antireflective nanocones for tandem solar cells. *Opt. Soc. of Am.*, **23**: A322–A336.
- Cadien, K., Reshotko, M., Block, B. A., Bowen, A., Kencke, D., and Davis, P. (2005). Challenges for on-chip optical interconnects. *Proc. SPIE*, **5730**(133).
- Centeno, T. P. (2014). *Estructuras de bandas de cristales fotónicos en 2D con superficies rugosas usando un método integral*. Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la UMSNH.
- Cuevas, M. (2011). *Plasmones y modos electromagnéticos superficiales en metamateriales*. Tesis de Doctorado, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad de Buenos Aires, Argentina.
- Cui, T. J., Smith, D. R., and Liu, R. (2010). *Metamaterials Theory, Design and Applications*. 1st.
- Depine, R. A., Cuevas, M. y Zeller, M. A. (2011). Polaritones superficiales plasmónicos en sistemas atr con metamateriales: problema homogéneo. *Anales AFA*, **22**: 11–18.
- Depine, R. A. and Simon, J. M. (1983). Surface impedance boundary condition for a metallic diffraction gratings in the optical and infrared range. *Opt. Act.*, **30**: 313–322.
- Dragoman, M. (2007). *Plasmonics: Applications to nanoscales terahertz and optical devices*. 1st.
- Ebbesen, T. W., Lezec, H. I., Ghaemi, H. F., Thio, T., and Wolff, P. A. (1998). Extraordinary optical transmission through subwavelength hole arrays. *Nature*, **391**: 667–669.
- Fano, U. (1941). The theory of anomalous diffraction gratings and of quasi-stationary waves on metallic surfaces (sommerfeld's waves). *J. Opt. Soc. Am. B*, **31**: 213–222.
- Fowles, G. R. (1968). *Introduction to modern optics*. 2nd.

- García-Vidal, F. J. y Moreno, L. M. (2008). *Plasmones superficiales*. Universidad Autónoma de Madrid, Investigación y Ciencia, España.
- Hecht, B., Bielefeldt, H., Novotny, L., Inouye, Y., and Pohl, D. (1996). Local excitation, scattering, and interference of surface plasmon. *Physical Review Letters*, **77**(9).
- Hecht, E. and Zajac, A. (1974). *Optics*. Addison-Wesley, Michigan, 1st.
- Hernández-Juárez, B. (2005). *Síntesis de materiales de interés en el desarrollo de cristales fotónicos autoensamblados*. Tesis de Doctorado, Universidad Autónoma de Madrid, España.
- Jackson, J. D. (1999). *Classical Electrodynamics*. John Wiley and Sons, New York, 3th.
- Kittel, C. (1996). *Introduction to Solid State Physics*. John Wiley and Sons, Madrid, España, 7th.
- Kretschmann, E. and Raether, H. (1968). Radiative decay of nonradiative surface plasmons excited by light. *Z. Naturforsch.*, (23): 2135–2136.
- Lezec, H., Degiron, A., Devaux, E., Linke, R., Martín-Moreno, L., García-Vidal, F., and Ebbesen, T. (2002). Beaming light from a subwavelength aperture. *Science*, **297**(5582).
- Li, J., Huang, W., and Han, Y. (2006). Tunable photonic crystal by mixed liquids. *Colloids Surf.*, **279**: 213–217.
- Maradudin, A. A., Michel, T., McGurn, R. A., and Méndez, E. R. (1990). Enhanced backscattering of light from a random surface. *Ann. Phys. (N. Y.)*, **203**: 255–307.
- Maradudin, A. A., Méndez, E. R., Leskova, T. A., and Simonsen, I. (2001). Localization of surface plasmon polaritons on a random surface. *Physica B: Condensed Matter*, **296**: 85–97.
- Maradudin, A. A., Leskova, T. A., García-Guerrero, E. E., and Méndez, E. R. (2010). The scattering of surface plasmon polaritons by nanoscale surface defects. *Low Temp. Phys.*, **36**: 1022–1028.
- Maystre, D. (1982). *General study of grating anomalies electromagnetic surface modes*. John Wiley and Sons, New York.
- Mendoza-Suárez, A. (1996). *Métodos rigurosos para esparcimiento de luz por superficies y medios estratificados con perfiles arbitrarios*. Tesis de Doctorado, CICESE.
- Mendoza-Suárez, A., Villa-Villa, F., and Gaspar-Armenta, J. A. (2006). Numerical method based on the solution of integral equations for the calculation of the band structure and reflectance of one and two dimensional photonic crystal. *J. Opt. Soc. Am. B*, **23**(10): 2249–2256.

- Mendoza-Suárez, A., Villa-Villa, F., and Gaspar-Armenta, J. A. (2008). Plasmonic modes in a dispersive left handed material optical fiber. *Rev. Mex. Fis. S*, **54**(2): 82–86.
- Mengens, M., Wijnhoven, J., Lagendijk, A., and Vos, W. L. (1999). Light sources inside photonic crystal. *J. Opt. Soc. Am. B*, **16**: 1403–1408.
- Miguez, H., Yang, S. M., Tetrault, N., and Ozin, G. A. (2002). Oriented free-standing three-dimensional silicon inverted colloidal photonic crystal microfibers. *Advanced Materials*, **14**: 1805–1808.
- Otto, A. (1968). Excitation of nonradiative surface plasma waves in silver by the method of frustrated total reflection. *Zeitschrift fur Physik*, **216**: 398–401.
- Pérez, E. (2015). *Estudio numérico de la propagación de la luz en guías de ondas periódicas y onduladas usando la programación en paralelo*. Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la UMSNH.
- Pérez-Aguilar, H. and Mendoza-Suárez, A. (2015). Numerical study on a photonic crystal waveguide that include a dispersive metamaterial. *Mexican Optics and Photonics Meeting*, pages 1–8.
- Pérez-Aguilar, H. I. (2009). *Propagación y esparcimiento de la luz en sistemas con geometrías confinantes*. Tesis de Doctorado, CICESE.
- Pérez-Rodríguez, J. E. and Palomino-Ovando, M. A. (2014). Optimización para la generación de modos de superficie en la configuración de kretschmann empleando lhm. *Sup.v Vac.*, **27**(2) : 49–53.
- Prieto-González, I., Muñoz-Comunéz, L. E., González-Taboada, A., Robles-Urdiales, C., Ripalda-Cobián, J. M., and Postigo-Resa, P. (2014). Fabrication of high quality factor GaAs-InAsB photonic crystal microcavities by inductively coupled plasma etching and fast wet etching. *J. Vac. Sci. Technol. B*, **32**(011204).
- Puente-Díaz, L. E. (2015). *Estructuras de bandas de cristales fotónicos en 2D con superficies rugosas que contienen metamaterial dispersivo*. Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la UMSNH.
- Ritchie, R. H. (1957). Plasma losses by fast electrons in thin films. *Physical Review*, **106**(5).
- Ritchie, R. H., Arakawa, E. T., Cowan, J. J., and Hamm, R. N. (1968). Surface-plasmon resonance effect in grating diffraction. *Phys. Rev. Lett.*, **21**: 1530–1533.
- Ruppin, R. (2004). Surface polaritons and extinction properties of a left-handed material cylinder. *J. Phys. Condens. Matter*, **16**: 5991–5998.
- Sánchez, J. (2007). *Desarrollo de un biosensor fotónico de alta sensibilidad basado en interferómetros Mach-Zehnder integrados en tecnología microelectrónica de silicio*. Tesis de Doctorado, Facultad de Ciencias de la Universidad Autónoma de Madrid.

- Santillán, J. M. (2013). *Estudio de las propiedades ópticas de materiales nanoestructurados y aplicaciones*. Facultad de Ciencias Exactas, Universidad de la Plata, Buenos Aires, Argentina.
- Sergey, I., Bozhevolnyi, S., Volkov, V. S., Devaux, E., Laluet, J. Y., and Ebbesen, T. W. (2006). Channel plasmon subwavelength waveguide components including interferometers and ring resonators. *Nature*, **440**: 508–511.
- Shalaev, V. y Cai, W. (2010). *Optical Metamaterial*. Springer, USA.
- Soljacic, M., Luo, C., Joannopoulos, J. D., and Fan, S. (2005). Nonlinear photonic crystal microdevices for optical integrations. *Opt. Lett.*, **28**: 637–639.
- Sprokel, G. J., Santo, R., and Swalen, J. D. (1981). Determination of the surface tilt angle (in lc) by attenuated total reflection. *Mol. Cryst. Liq. Cryst.*, **68**: 29–38.
- Teo, S. H. G., Liu, A. Q., Yu, M. B., and Singh, J. (2006). Fabrication and demonstration of square lattice two-dimensional rodtype photonic ban gap crystal optical intersections. *Photonics Nanostruct. Fundam. Appl.*, **4**: 103–115.
- Veselago, V. (1968). The electrodynamics of substances with simultaneously negative values. *Sov. Phys. Rev. B*, **10**(4).
- Weeber, J. C., Kreen, J. R., Dereux, A., Lamprecht, B., Lacroute, Y., and Goudonnet, J. P. (2001). Near-field observation of surface plasmon polariton propagation on thin metal stripes. *Phys. Rev. B*, **64**(045411).
- Wood, R. W. (1902). On a remarkable case of uneven distribution of light in a diffraction grating spectrum. *Philos. Mag.*, **4**: 396–402.
- Yuntuan, F., Haijin, S., and Tinggen, S. (2006). New evidences of negative refraction in photonic crystals. *Opt. Matter*, **28**: 1156–1159.