



**UNIVERSIDAD MICHOACANA  
DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO**

---

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

FACULTAD DE INGENIERÍA QUÍMICA

**DISEÑO DE MODELOS DE OPTIMIZACIÓN PARA  
EL USO SUSTENTABLE DEL AGUA A NIVEL  
MACROSCÓPICO**

TESIS PRESENTADA POR:

**MA. GUADALUPE ROJAS TORRES**

PARA OBTENER EL GRADO DE DOCTOR EN CIENCIAS EN  
INGENIERÍA QUÍMICA

ASESOR:

**Doctor en Ciencias en Ingeniería Química**

**JOSÉ MARÍA PONCE ORTEGA**

Correo electrónico:

CO-ASESOR:

**Doctor en Ciencias en Ingeniería Química**

**FABRICIO NÁPOLES RIVERA**



Morelia, Michoacán, a Agosto de 2015

---

# ÍNDICE

NOMENCLATURA.....	vi
LISTA DE TABLAS.....	xvii
LISTA DE FIGURAS.....	xviii
CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1    Justificación.....	2
1.2    Objetivo General.....	3
1.3    Hipótesis.....	3
CAPÍTULO II. ANTECEDENTES.....	5
CAPÍTULO III. DISEÑO ÓPTIMO DE SISTEMAS SUSTENTABLES DE AGUA PARA CIUDADES Y SU PROYECCIÓN A FUTURO.....	10
3.1    Metodología.....	10
3.2    Modelo matemático.....	11
3.2.1    Balances para las fuentes naturales de agua.....	12
3.2.2    Balance para la precipitación en dispositivos artificiales de agua.....	14
3.2.3    Balance en los tanques de almacenamiento.....	16
3.2.4    Balance en los estanques artificiales.....	17
3.2.5    Balance en la unidad central de uso doméstico.....	17
3.2.6    Balance en la unidad central para uso agrícola.....	18
3.2.7    Balance en la unidad central para uso industrial.....	18
3.2.8    Balance en los usuarios domésticos.....	18
3.2.9    Balance en la planta de tratamiento doméstica.....	19
3.2.10    Balance en los usuarios agrícolas.....	20
3.2.11    Balance en los usuarios industriales.....	20

---

3.2.12	Balance en la planta de tratamiento industrial.....	21
3.2.13	Disyunciones para la selección de la instalación de tanques de almacenamiento o estanques artificiales para los diferentes usuarios.....	21
3.3	Función objetivo .....	25
3.4	Caso de estudio .....	27
3.5	Resultados .....	34
3.5.1	Escenario 1 .....	34
3.5.2	Escenario 2 .....	37
3.5.3	Escenario 3 .....	39
CAPÍTULO IV. DISEÑO ÓPTIMO DE REDES DE AGUA A NIVEL MACROSCÓPICO BAJO INCERTIDUMBRE PARAMÉTRICA.....		41
4.1	Descripción del capítulo .....	41
4.2	Modelo matemático .....	42
4.3	Función objetivo .....	43
4.4	Caso de estudio .....	44
4.5	Resultados .....	46
4.5.1	Escenario 1 .....	46
4.5.2	Escenario 2 .....	49
CAPÍTULO V. OPTIMIZACIÓN MULTI-OBJETIVO PARA EL DISEÑO Y OPERACIÓN DE SISTEMAS DE ADMINISTRACIÓN MÁS SUSTENTABLES DE AGUA A NIVEL MACROSCÓPICO.....		54
5.1	Metodología .....	54
5.2	Modelo matemático .....	55
5.2.1	Balance en usuarios domésticos .....	56
5.2.2	Balance en los usuarios agrícolas .....	57
5.2.3	Balance en los usuarios industriales .....	57

---

5.2.4	Linealización de las funciones de costo .....	58
5.2.5	Cálculo de uso de suelo .....	60
5.3	Definición de las funciones objetivo .....	61
5.3.1	Objetivo económico.....	61
5.3.2	Objetivo para el consumo de agua.....	62
5.3.3	Objetivo para el uso de suelo.....	62
5.4	Caso de estudio .....	62
5.5	Resultados .....	64
5.5.1	Solución A: maximizando la ganancia .....	65
5.5.2	Solución B: mínimo consumo de agua fresca .....	66
5.5.3	Solución C: minimizando el uso de suelo .....	69
5.5.4	Curva Pareto agua fresca versus uso de suelo .....	69
5.5.5	Curva Pareto uso de suelo versus ganancia .....	72
5.5.6	Curva Pareto ganancia versus consumo de agua fresca .....	73
5.5.7	Solución GOAL.....	73
CAPÍTULO VI. CONCLUSIONES.....		77
6.1	Conclusiones generales.....	77
6.2	Recomendaciones para trabajo futuro.....	79
CAPÍTULO VII. REFERENCIAS .....		80
APÉNDICE A. PUBLICACIONES.....		86

---

## RESUMEN

Para satisfacer las demandas de agua a nivel macroscópico se han propuesto diversas estrategias, entre las que se incluyen la desalinización del agua de mar, la captación del agua de lluvia en acuíferos artificiales, la captación residencial del agua de lluvia, el reúso del agua tratada, entre otros. Sin embargo, no se ha considerado una planeación óptima de la integración de las diferentes metodologías ni la calendarización óptima para el uso de las mismas. En el presente proyecto de Tesis se presentan modelos de programación matemática para un uso eficiente del agua a nivel macroscópico aplicando diferentes enfoques.

En el Capítulo I se presenta un panorama general sobre el enfoque de este trabajo de Tesis, se plantea la problemática de escasez de agua y el motivo por el cual es importante el desarrollo de estrategias de distribución de agua, además se describen los objetivos planteados en este trabajo de investigación.

Por otro lado, en el Capítulo II se analizan las estrategias planteadas en los últimos años sobre el uso y preservación del agua en diferentes sectores de la sociedad, de acuerdo con la bibliografía citada en dicho capítulo es importante considerar fuentes alternativas de agua para hacer una distribución sostenible del recurso. Por lo que en el Capítulo III, se plantea un modelo de programación matemática para la distribución óptima del agua a nivel macroscópico, en el cual se considera la captación de agua en periodos de lluvias, su almacenamiento, recuperación y distribución de manera sostenible, desde el punto de vista económico y ambiental.

Posteriormente, en el Capítulo IV, se considera la incertidumbre en el modelo propuesto para hacer una predicción más exacta de la precipitación y la distribución de agua, se analizan diferentes escenarios considerando la precipitación como un parámetro incierto. Además, en el Capítulo V se considera también la implementación de la estrategia multi-objetivo al modelo propuesto, maximizando la ganancia por las ventas de agua y minimizando simultáneamente el consumo de agua y el uso de suelo. La implementación de estas estrategias muestra excelentes resultados para la preservación del agua haciendo una distribución sistemática del recurso al considerar diferentes fuentes alternativas de agua.

**Palabras clave:** Optimización, multi-objetivo, sustentabilidad, distribución, agua.

---

## ABSTRACT

In order to meet water demands at the macroscopic level, there have been proposed different strategies, including desalination of seawater, rainwater harvesting in artificial aquifers, residential rainwater collection, reuse of treated water, among others. However, there has not been considered the optimal planning and scheduling for using water in a macroscopic system. In this Thesis, there are proposed mathematical programming models for the efficient use of water use at the macroscopic level using different approaches.

In Chapter I, an overview of the addressed problem is presented, there is highlighted the importance of considering the optimal distribution of water for places with water scarcity and also the objectives for this research are presented.

On the other hand, in Chapter II there are described the strategies proposed in recent years for the use and preservation of water in different sectors of society, according to the literature cited in this chapter it is important to consider alternative sources of water to implement a sustainable distribution. So, in Chapter III is proposed a mathematical programming model for the optimal distribution of water at the macroscopic level, which involves rainwater harvesting, as well as collecting, storing and distributing reclaimed wastewater, from economic and environmental points of view.

Subsequently, in Chapter IV is proposed the evaluation of uncertainty in the model to make a more accurate prediction of rainfall and water distribution. Different scenarios are analyzed considering the precipitation as an uncertain parameter, which shows a bigger picture on the proposed strategy. Furthermore, in Chapter V there is implemented a multi-objective framework to solve the addressed problem, maximizing the profit from the sale of water and simultaneously minimizing the fresh water consumption and land use. It is also considered an analysis of the environmental impact caused for the fresh water consumption and the use of alternative water sources. The implementation of these strategies showed excellent results for the preservation of water making a systematic allocation of the resource to consider different alternative water sources.

---

## NOMENCLATURA

### Parámetros

$A_n^a$	Área de colección en la localización $n$ para estanques artificiales $a$
$A_w^{ai}$	Área de colección en la localización $w$ para estanques artificiales $ai$
$A_n^{\max}$	Máxima capacidad de estanques artificiales $A$ en la localización $n$
$A_l^s$	Área de colección en la localización $l$ para tanques de almacenamiento $s$
$A_b^{si}$	Área de colección en la localización $b$ para tanques de almacenamiento $si$
$A_k^{ROW}$	Área de colección por escurrimiento de agua para fuentes naturales $k$
$A_k^{DPW}$	Área de colección por precipitación directa para fuentes naturales $k$
$AI_w^{\max}$	Máxima capacidad de estanques artificiales industriales $AI$ en la localización $w$
$ASC$	Costo de agua para uso agrícola
$ATN_n$	Profundidad de estanques artificiales en la localización $n$
$ATNI_w$	Profundidad de estanques artificiales en la localización $w$
$ATS_l$	Altura de los tanques de almacenamiento en la localización $l$
$ATSI_b$	Altura de los tanques de almacenamiento industriales en la localización $b$
$Ce^a$	Coficiente de escurrimiento para estanques artificiales $a$
$Ce^{ai}$	Coficiente de escurrimiento para estanques artificiales industriales $ai$
$Ce^s$	Coficiente de escurrimiento para tanques de almacenamiento $s$
$Ce^{si}$	Coficiente de escurrimiento para estanques artificiales industriales $si$

---

<i>CTAA</i>	Costo de tratamiento de agua de lluvia para uso agrícola
<i>CTAI</i>	Costo de tratamiento de agua de lluvia para uso industrial
<i>CTFP</i>	Costo de tratamiento de agua comprada para uso doméstico
<i>CTND</i>	Costo de tratamiento de fuentes naturales para uso doméstico
<i>CTNA</i>	Costo de tratamiento de fuentes naturales para uso agrícola
<i>CTNI</i>	Costo de tratamiento de fuentes naturales para uso industrial
<i>CTAD</i>	Costo de tratamiento de agua de lluvia para uso doméstico
<i>CTP</i>	Costo de tratamiento de regeneración de agua residual para uso agrícola
<i>CTPE</i>	Costo de tratamiento de regeneración de agua residual para disposición final
<i>CTRP</i>	Costo de tratamiento de agua comprada para uso agrícola
<i>CTQP</i>	Costo de tratamiento de agua comprada para uso industrial
$D_{h,t}^{as}$	Demandas de usuarios agrícolas $h$ en el tiempo $t$
$D_{u,t}^{di}$	Demandas de usuarios industriales $u$ en el tiempo $t$
$D_{j,t}^{ds}$	Demandas de usuarios domésticos $j$ en el tiempo $t$
$DPWV_{k,t}$	Agua colectada por precipitación directa in fuentes naturales $k$ en el tiempo $t$
<i>DSC</i>	Costo de venta de agua para uso doméstico
<i>ISC</i>	Costo de venta de agua para uso industrial
<i>K</i>	Parámetro función del tipo y uso de suelo
$K_{Fl,t}$	Factor que toma en cuenta el índice de inversión anualizado para tanques de almacenamiento en la localización $l$ en el tiempo $t$
$K_{Fn,t}$	Factor que toma en cuenta el índice de inversión anualizado para estanques artificiales en la localización $n$ en el tiempo $t$

---

$K_{Fb,t}$	Factor que toma en cuenta el índice de inversión anualizado para tanques de almacenamiento industriales en la localización $b$ en el tiempo $t$
$K_{Fw,t}$	Factor que toma en cuenta el índice de inversión anualizado para estanques artificiales industriales en la localización $w$ en el tiempo $t$
$ML_{l,t}$	Factor relacionado al volumen de tanques de almacenamiento en localización $l$ en el tiempo $t$
$MN_{n,t}$	Factor relacionado al volumen de estanques artificiales en localización $n$ en el tiempo $t$
$MB_{b,t}$	Factor relacionado al volumen de tanques de almacenamiento industriales en localización $b$ en el tiempo $t$
$MW_{w,t}$	Factor relacionado al volumen de estanques de artificiales en localización $w$ en el tiempo $t$
$P_t$	Precipitación en el periodo de tiempo $t$
$P^{total}$	Precipitación anual
$PCSTD$	Costo unitario de tubería y bombeo desde el tanque de almacenamiento $l$ al usuario doméstico $j$
$PCASD$	Costo unitario de tubería y bombeo desde el estanque artificial $n$ al usuario doméstico $j$
$PCSTA$	Costo unitario de tubería y bombeo desde el tanque de almacenamiento en la localización $l$ al usuario agrícola $h$
$PCASA$	Costo unitario de tubería y bombeo desde el estanque artificial en la localización $n$ al usuario agrícola $h$
$PCSTI$	Costo unitario de tubería y bombeo desde el tanque de almacenamiento en la localización $b$ al usuario industrial $u$

---

$PCASI$	Costo unitario de tubería y bombeo desde el estanque artificial en la localización $w$ al usuario industrial $u$
$PCND$	Costo unitario de tubería y bombeo desde las fuentes naturales $k$ a la unidad central domestica
$PCNA$	Costo unitario de tubería y bombeo desde las fuentes naturales $k$ a la unidad central agrícola
$PCNI$	Costo unitario de tubería y bombeo desde las fuentes naturales $k$ a la unidad central industrial
$PCTW$	Costo unitario de tubería y bombeo desde la planta de tratamiento a los usuarios agrícolas $h$
$PCTI$	Costo unitario de tubería y bombeo desde la planta de tratamiento industrial a los usuarios agrícolas $h$
$PFPP$	Costo unitario de tubería y bombeo desde el lugar de compra de agua a usuarios domésticos $j$
$PQP$	Costo unitario de tubería y bombeo desde el lugar de compra de agua a usuario industriales $u$
$PRP$	Costo unitario de tubería y bombeo desde el lugar de compra de agua a usuarios agrícolas $h$
$PSC$	Costo de venta de agua comprada enviada a usuarios
$P_{k,t}^g$	Agua colectada de precipitación directa y escurrimiento de agua en las fuentes naturales $k$ al tiempo $t$
$r_{m,k,t}$	Flujo segregado de los afluentes $m$ a las fuentes naturales $k$ en el tiempo $t$
$ROWV_{k,t}$	Recolección de agua de escurrimiento en fuentes naturales $k$ en el tiempo $t$
$S_l^{\max}$	Máxima capacidad de almacenamiento en los tanques $S$ en la localización $l$

---

$SI_b^{\max}$	Máxima capacidad de almacenamiento en los tanques industriales $SI$ en la localización $b$
$VP_{l,t}$	Factor de valor presente de la inversión para tanques de almacenamiento en la localización $l$ en el tiempo $t$
$VP_{n,t}$	Factor de valor presente de la inversión para estanques artificiales en la localización $n$ en el tiempo $t$
$VP_{b,t}$	Factor de valor presente de la inversión para tanques de almacenamiento industriales en la localización $b$ en el tiempo $t$
$VP_{w,t}$	Factor de valor presente de la inversión para estanques artificiales en la localización $w$ en el tiempo $t$

### **Variables binarias**

$z_{n,t}^a$	Variable binaria para seleccionar la instalación de estanques artificiales $a$ en la localización $n$ en el tiempo $t$
$z_{w,t}^{ai}$	Variable binaria para seleccionar la instalación de estanques artificiales industriales $ai$ en la localización $w$ en el tiempo $t$
$z_{l,t}^s$	Variable binaria para seleccionar la instalación de tanques de almacenamiento $s$ en la localización $l$ en el tiempo $t$
$z_{b,t}^{si}$	Variable binaria para seleccionar la instalación de tanques de almacenamiento industriales $si$ en la localización $b$ en el tiempo $t$

### **Variables**

$A_{n,t}$	Agua almacenada en el estanque artificial $a$ en la localización $n$ en el tiempo $t$
$A_{n,t-1}$	Agua almacenada en el estanque artificial $a$ en la localización $n$ en el periodo de tiempo previo $t-1$

---

$a_{n,t}^{in}$	Agua obtenida de lluvia enviada a estanques artificiales $a$ en la localización $n$ en el tiempo $t$
$a_{n,j,t}^{out,d}$	Flujo segregado de estanques artificiales $a$ in la localización $n$ enviado a usuarios domésticos $j$ en el tiempo $t$
$a_{n,h,t}^{out,a}$	Flujo segregado de estanques artificiales $a$ in la localización $n$ enviado a usuarios agrícolas $h$ en el tiempo $t$
$AI_{w,t}$	Agua almacenada en el estanque artificial industrial $ai$ en la localización $w$ en el tiempo $t$
$AI_{w,t-1}$	Agua almacenada en el estanque artificial industrial $ai$ en la localización $w$ en el periodo de tiempo previo $t-1$
$ai_{w,t}^{in}$	Agua obtenida de lluvia enviada a estanques artificiales industriales $ai$ en la localización $w$ en el tiempo $t$
$ai_{w,u,t}^{out,i}$	Flujo segregado de estanques artificiales industriales $ai$ in la localización $w$ enviado a usuarios industriales $u$ en el tiempo $t$
$APA_n$	Área total ocupada por los estanques artificiales en la localización $n$
$API_w$	Área total ocupada por los estanques artificiales industriales en la localización $w$
$ARL_n$	Área ocupada por los estanques artificiales en la localización $n$
$ARI_w$	Área ocupada por los estanques artificiales industriales en la localización $w$
$ARS_l$	Área ocupada por los tanques de almacenamiento en la localización $l$
$ARSI_b$	Área ocupada por los tanques de almacenamiento industriales en la localización $b$
$Ce$	Coefficiente de escurrimiento
$Ce_y$	Coefficiente de escurrimiento anual

---

$Cost_n^a$	Costo de instalación del estanque artificial $a$ en la localización $n$
$Cost_w^{ai}$	Costo de instalación del estanque artificial industrial $ai$ en la localización $w$
$Cost_l^s$	Costo de instalación del tanque de almacenamiento $s$ en la localización $l$
$Cost_b^{si}$	Costo de instalación del tanque de almacenamiento industrial $si$ en la localización $b$
$cw_{j,t}^d$	Agua consumida y pérdidas en usuarios domésticos $j$ en el tiempo $t$
$cw_{u,t}^{di}$	Agua consumida y pérdidas en usuarios industriales $u$ en el tiempo $t$
$cw_t^{tp}$	Agua recuperada en la planta de tratamiento y enviada a su disposición final en el tiempo $t$
$cw_t^{tpi}$	Agua recuperada en la planta de tratamiento industrial y enviada a su disposición final en el tiempo $t$
$Drop_{k,t}^g$	Agua descargada por exceder la capacidad máxima en las fuentes naturales $k$ en el tiempo $t$
$f_{j,t}$	Flujo segregado enviado desde la unidad central doméstica a usuarios domésticos $j$ en el tiempo $t$
$fpch_{j,t}$	Flujo segregado de agua comprada enviado a usuarios $j$ en el tiempo $t$
$G_{k,t}$	Agua existente en las fuentes naturales $k$ en el tiempo $t$
$G_{k,t-1}$	Agua existente en las fuentes naturales $k$ en el periodo de tiempo previo $t-1$
$g_{k,t}^a$	Flujo segregado enviado desde las fuentes naturales $k$ a la unidad central agrícola en el tiempo $t$
$g_{k,t}^d$	Flujo segregado enviado desde las fuentes naturales $k$ a la unidad central doméstica en el tiempo $t$

---

$g_{k,t}^i$	Flujo segregado enviado desde las fuentes naturales $k$ a la unidad central industrial en el tiempo $t$
$int_{j,t}^{in}$	Agua residual generada en los usuarios domésticos $j$ en el tiempo $t$
$int_{u,t}^{in}$	Agua residual generada en los usuarios industriales $u$ en el tiempo $t$
$int_t^{out}$	Agua residual enviada a la planta de tratamiento doméstica en el tiempo $t$
$int_{h,t}^{out,ag}$	Agua regenerada en la planta de tratamiento doméstica y enviada a usuarios agrícolas $h$ en el tiempo $t$
$int_{h,t}^{out,i}$	Agua regenerada en la planta de tratamiento industrial y enviada a usuarios agrícolas $h$ en el tiempo $t$
$P_{n,t}^a$	Precipitación disponible en la localización $n$ para estanques artificiales $a$ en el tiempo $t$
$P_{w,t}^{ai}$	Precipitación disponible en la localización $w$ para estanques artificiales industriales $ai$ en el tiempo $t$
$P_{l,t}^s$	Precipitación disponible en la localización $l$ para tanques de almacenamiento $s$ en el tiempo $t$
$P_{b,t}^{si}$	Precipitación disponible en la localización $b$ para tanques de almacenamiento industriales $si$ en el tiempo $t$
$q_{u,t}$	Flujo segregado enviado desde la unidad central industrial a usuarios industriales $u$ en el tiempo $t$
$qpch_{u,t}$	Flujo segregado de agua comprada enviado a usuarios industriales $u$ en el tiempo $t$
$r_{h,t}$	Flujo segregado enviado desde la unidad central agrícola a usuarios agrícolas $h$ en el tiempo $t$

---

$rpch_{h,t}$	Flujo segregado de agua comprada enviado a usuarios agrícolas $h$ en el tiempo $t$
$S_{l,t}$	Agua almacenada en los tanques $s$ en la localización $l$ en el tiempo $t$
$S_{l,t-1}$	Agua almacenada en los tanques $s$ en la localización $l$ en el periodo de tiempo previo $t-1$
$s_{l,t}^{in}$	Agua de lluvia obtenida enviada a tanques de almacenamiento $s$ en la localización $l$ en el tiempo $t$
$si_{b,t}^{in}$	Agua de lluvia obtenida enviada a tanques de almacenamiento industriales $si$ en la localización $b$ en el tiempo $t$
$s_{l,h,t}^{out,a}$	Flujo segregado enviado desde los tanques de almacenamiento $s$ en la localización $l$ enviado a los usuarios agrícolas $h$ en el tiempo $t$
$s_{l,j,t}^{out,d}$	Flujo segregado enviado desde los tanques de almacenamiento $s$ en la localización $l$ enviado a los usuarios domésticos $j$ en el tiempo $t$
$SI_{b,t}$	Agua almacenada en los tanques industriales $SI$ en la localización $b$ en el tiempo $t$
$SI_{b,t-1}$	Agua almacenada en los tanques industriales $SI$ en la localización $b$ en el periodo de tiempo previo $t-1$
$si_{b,u,t}^{out,i}$	Flujo segregado enviado desde los tanques de almacenamiento industriales $si$ en la localización $b$ enviado a los usuarios industriales $u$ en el tiempo $t$
$v_{n,t}^a$	Pérdidas de agua en estanques artificiales de la localización $n$ en el tiempo $t$
$v_{w,t}^{ai}$	Pérdidas de agua en estanques artificiales industriales de la localización $w$ en el tiempo $t$
$v_{k,t}^g$	Pérdidas de agua en las fuentes naturales $k$ en el tiempo $t$
$v_{l,t}^s$	Pérdidas de agua en tanques de almacenamiento de la localización $l$ en el tiempo $t$

---

$v_{b,t}^{si}$	Pérdidas de agua en tanques de almacenamiento industriales de la localización $b$ en el tiempo $t$
$Zag_{l,t}^s$	Variable para la instalación de tanques de almacenamiento en la localización $l$ en el tiempo $t$
$Zag_{n,t}^a$	Variable para la instalación de estanques artificiales en la localización $n$ en el tiempo $t$
$Zag_{b,t}^{si}$	Variable para la instalación de tanques de almacenamiento industrial en la localización $b$ en el tiempo
$Zag_{w,t}^{ai}$	Variable para la instalación de estanques artificiales industriales en la localización $w$ en el tiempo $t$

### Letras Griegas

$\alpha$	Exponente que toma en cuenta las economías de escala
$\delta_n^{a,max}$	Flujo máximo enviado a estanques artificiales en la localización $n$
$\delta_w^{ai,max}$	Flujo máximo enviado a estanques artificiales industriales en la localización $w$
$\delta_l^{s,max}$	Flujo máximo enviado a tanques de almacenamiento en la localización $l$
$\delta_b^{si,max}$	Flujo máximo enviado a tanques de almacenamiento industrial $b$

### Conjuntos

$B$	Conjunto de localización de tanques de almacenamiento industrial ( $b   b = 1, \dots, B$ )
$H$	Conjunto de usuarios agrícolas ( $h   h = 1, \dots, H$ )
$J$	Conjunto de usuarios domésticos ( $j   j = 1, \dots, J$ )
$K$	Conjunto de fuentes naturales ( $k   k = 1, \dots, K$ )
$L$	Conjunto de localización de tanques de almacenamiento ( $l   l = 1, \dots, L$ )

---

$M$	Conjunto de afluentes ( $m   m = 1, \dots, M$ )
$N$	Conjunto de localización de estanques artificiales ( $n   n = 1, \dots, N$ )
$T$	Conjunto de periodo de tiempo ( $t   t = 1, \dots, T$ )
$U$	Conjunto de usuarios industriales ( $u   u = 1, \dots, U$ )
$W$	Conjunto de localización de estanques artificiales industriales ( $w   w = 1, \dots, W$ )

---

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Precipitación esperada por mes en Morelia, México (mmH <sub>2</sub> O).....	29
Tabla 2. Datos de costo de tubería y bombeo de los tanques desde los tanques de almacenamiento a los usuarios domésticos y agrícolas (\$x10 <sup>2</sup> /m <sup>3</sup> ). .....	30
Tabla 3. Datos de costo de tubería y bombeo desde los tanques almacenamiento a los usuarios agrícolas (\$x10 <sup>2</sup> /m <sup>3</sup> ). .....	31
Tabla 4. Datos de costo de tubería y bombeo desde los estanques artificiales a los usuarios domésticos e industriales (\$x10 <sup>2</sup> /m <sup>3</sup> ). .....	32
Tabla 5. Datos de costo de tubería y bombeo desde los estanques artificiales a los usuarios agrícolas (\$x10 <sup>2</sup> /m <sup>3</sup> ). .....	32
Tabla 6. Precipitación promedio 1951-2010 (SMN, 2010).....	44
Tabla 7. Funciones de costo de los dispositivos de almacenamiento .....	44
Tabla 8. Agua enviada desde los dispositivos de almacenamiento a los usuarios industriales. ....	51
Tabla 9. Comparación entre los escenarios. ....	52
Tabla 10. Ganancia, consumo de agua y uso de suelo en las soluciones: A, B y C. ....	63
Tabla 11. Resultados obtenidos de ganancia, consumo de agua y uso de suelo en las soluciones: D, E, F y G en el tiempo del proyecto. ....	63

---

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Superestructura para la distribución de agua a nivel macroscópico.....	13
Figura 2. Ciudad de Morelia, división geográfica propuesta.....	32
Figura 3. Resultados de la distribución de agua en la ciudad de Morelia, Escenario 1.....	35
Figura 4. Resultados de la distribución de agua en la ciudad de Morelia, Escenario 2.....	37
Figura 5. Resultados de la distribución de agua en la ciudad de Morelia, Escenario 3.....	39
Figura 6. Ejemplo del Escenario 1a de distribución de agua en el último año en la ciudad. .....	48
Figura 7. Ejemplo del Escenario 2a de distribución de agua en el último año en la ciudad. .....	50
Figura 8. Superestructura para la distribución de agua a nivel macroscópico, modelo multi-objetivo.....	54
Figura 9. Configuración para la máxima ganancia-Solución A.....	66
Figura 10. Configuración para el mínimo consumo de agua fresca- Solución B. ....	67
Figura 11. Configuración para el mínimo uso de suelo-Solución C.....	69
Figura 12. Curva Pareto de uso de suelo vs. consumo de agua fresca.....	70
Figura 13. Relación entre los tres objetivos minimizando el consumo de agua fresca y el uso de suelo.....	70
Figura 14. Curva Pareto uso de suelo vs. ganancia. ....	71
Figura 15. Relación entre los tres objetivos minimizando el consumo de agua fresca y	

---

el uso de tierra.....	71
Figura 16. Curva Pareto para ganancia vs. consumo de agua.....	73
Figura 17. Relación entre los tres objetivos minimizando el consumo de agua fresca y maximizando la ganancia. ....	74
Figura 18. Configuración para la Solución G.....	75

## CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN

Actualmente el uso eficiente del agua a nivel mundial es de primordial importancia, ya que cada vez este recurso es más escaso, no sólo en zonas áridas y propensas a la sequía sino también en regiones donde la lluvia era abundante. Esto es debido principalmente al crecimiento poblacional así como a los problemas asociados con el cambio climático. México es una región que no escapa a esta problemática, ya que regiones donde anteriormente había suficiente agua para satisfacer las diversas demandas ahora presentan considerables periodos de escases; más aún, en las áreas desérticas donde este problema es constante. Para satisfacer las demandas de agua a nivel macroscópico se han propuesto diversas estrategias, entre las que se incluyen la desalinización del agua de mar, la captación de agua de lluvia en acuíferos artificiales, la captación residencial de agua de lluvia, el reúso del agua tratada, entre otros. Sin embargo, no se ha considerado una planeación óptima de la integración de las diferentes metodologías, ni la calendarización óptima para el uso de las mismas; ya que, al considerar como alternativa el sistema de captación de agua de lluvia, hasta ahora no se han propuesto modelos de optimización formales que permitan resolver el problema de manera eficiente, así como considerar la proyección adecuada para los años venideros. Es decir, por ejemplo para satisfacer las diferentes demandas de agua de una ciudad en los próximos 20 años, ¿Cuánta agua se debe captar?, ¿Dónde se debe captar esa agua?, ¿Cómo considerar desde ahora la proyección de la disponibilidad y demandas?, ¿Qué impacto tiene en los cuerpos naturales de agua la captación de agua de lluvia?, etc. Para dar respuesta a estas interrogantes, en el presente proyecto se plantean alternativas para hacer un uso eficiente del recurso disponible, así como implementar estrategias que satisfagan las demandas de agua en los años venideros, lo cual implica planear el racionamiento óptimo del recurso, almacenamiento adecuado, y su impacto en el ambiente. Es así que en el presente trabajo de Tesis se presentan modelos de optimización para resolver de manera sistemática dicho problema, haciendo una planeación óptima del agua, considerando el impacto ambiental y la preservación del recurso para generaciones futuras.

## 1.1 Justificación

El agua es una sustancia vital para el desarrollo de todos los seres vivos en la tierra, ésta participa en todos los procesos vitales, constituye aproximadamente el 70% del peso total del cuerpo humano; las reacciones químicas de las células tienen lugar en medio acuoso, y aunque el agua suele considerarse un líquido inerte destinado simplemente a llenar el espacio en los organismos vivos, es una sustancia muy reactiva, con propiedades físicas y químicas que la diferencian de la mayoría de los líquidos (Tejón, 2006). Además, aproximadamente el 72% de la superficie de la tierra es agua y de este porcentaje casi un 97% se encuentra en los océanos, lo cual indica que el 3% restante es agua dulce, que está distribuida en su mayor parte en los casquetes polares, y una mínima cantidad distribuida en ríos, lagos y en el subsuelo, por lo que el agua dulce disponible es relativamente escasa. El agua es de vital importancia en la naturaleza, ya que, modera de manera eficaz el clima de las zonas circundantes, únicamente con pequeños cambios en la temperatura del agua, de modo que hace propicio el desarrollo de las diferentes especies de plantas y animales en la tierra (Chang, 2002).

Por otro lado, en la vida cotidiana, los suministros públicos de agua normalmente dan servicio a las necesidades de consumo humano, consumo animal y vegetal, viviendas domésticas, lucha contra incendios, agricultura, industria y comercio. El consumo medio diario per cápita de agua en los Estados Unidos de América varía de un mínimo de 130 a un máximo de 200 litros. El promedio europeo es aproximadamente de 225 litros, mientras que en algunos países del norte de Europa (Dinamarca y Alemania) consumen menos de 200 litros (Kiely, 1999). En el caso de México, a nivel nacional se suministran en promedio 264 litros diarios por habitante, y debido al uso desmedido del recurso se llegan a consumir hasta 350 litros por persona en algunas zonas del país (CNA-Estadística del agua en México, 2005), lo cual es de gran preocupación ya que con el crecimiento demográfico y el cambio climático el suministro de agua disminuye año con año.

Además, es sabido que el agua en la naturaleza nunca es pura, excepto posiblemente en su estado vapor, ya que siempre contiene impurezas, que son los constituyentes de origen natural como materia orgánica, hojas, etc. Con frecuencia, el agua contiene contaminantes, que son constituyentes de origen antropogénico, por lo que para su consumo se requiere que el agua sea sometida a cierto tratamiento, lo que implica costos asociados al mismo (Kiely, 1999). Sin embargo, aún con la implementación del tratamiento adecuado, tanto el agua superficial como

subterránea disponible es insuficiente debido al aumento de la población, lo que se ha traducido en un consumo excesivo de las reservas de agua y escases de la misma, ya que existen áreas en donde se carece del recurso y en ciertas épocas del año el problema se agrava. De este modo, en el presente trabajo de investigación se desarrollan modelos de programación matemática para un uso eficiente del agua, en los cuales se considera la captación de agua en periodos de lluvias, su almacenamiento, recuperación y distribución de manera sostenible, desde el punto de vista económico y ambiental, para que esta agua sea usada en épocas del año en las que la disposición del recurso es limitada y además disminuir el consumo de las fuentes naturales de agua disponibles.

## **1.2 Objetivo General**

Proponer modelos de optimización eficientes para el uso sustentable del agua a nivel macroscópico y satisfacer las demandas actuales, considerando simultáneamente una proyección a futuro, evaluando su impacto económico y ambiental.

### **Objetivos Particulares**

1. Determinar la distribución óptima del agua disponible en una ciudad.
2. Considerar la captación de precipitación como fuente alternativa de agua y determinar la factibilidad de implementar los sistemas de colección (sitios de captación de agua, tanques de almacenamiento o acuíferos artificiales, tubería y equipo de bombeo).
3. Analizar el crecimiento poblacional y su proyección a futuro dentro de una estrategia de optimización considerando el abastecimiento de agua.
4. Considerar el impacto que pueda generar la captación de agua de lluvia desde el punto de vista económico y ambiental.
5. Evaluar la incertidumbre asociada a la captación de agua de lluvia dentro del modelo de optimización propuesto.

## **1.3 Hipótesis**

Modelos de optimización que consideren la distribución de agua a nivel macroscópico dentro de un esquema multi-periodo, que tomen en cuenta además de las fuentes naturales de agua, fuentes alternativas (captación de agua de lluvia, reutilización de agua residual tratada), haciendo una proyección a futuro de la distribución del recurso, harán más eficiente la distribución de agua

en ciudades, así como garantizarán la preservación del recurso para generaciones futuras disminuyendo el impacto ambiental inherente al uso de fuentes naturales de agua.

## CAPÍTULO II. ANTECEDENTES

Los problemas de escasez de agua que se han reportado recientemente en diferentes partes del mundo debido a la sobre-explotación de las fuentes naturales y al cambio climático, han generado una gran preocupación a nivel mundial, es por ello que recientemente la investigación sobre cómo mejorar la administración del agua a nivel mundial ha incrementado considerablemente. Como resultado, se han reportado varios enfoques para el ahorro y preservación del agua, los cuales se han concentrado en el incremento de las reservas del agua por medio de acciones específicas tales como regeneración, reúso y reciclaje de agua. Estas estrategias se han implementado exitosamente por algunos autores en el sector industrial. De esta manera, Foo et al. (2009) presentaron una extensa revisión bibliográfica de técnicas basadas en el punto de pliegue (*pinch point* su denominación en inglés) para la síntesis de redes de agua en procesos continuos, las cuales han hecho importantes ahorros de agua en dichos procesos. Aunque las técnicas del punto de pliegue han demostrado ser útiles, tienen algunas de las siguientes limitaciones: son adecuadas sólo para problemas de tamaño pequeño o mediano, se encuentran generalmente limitadas al caso de un sólo contaminante, no consideran regeneración de corrientes y/o no pueden incluir múltiples servicios de agua fresca; de este modo, varios autores han propuesto enfoques de programación matemática para superar estas limitaciones. En este contexto, Gouws et al. (2010) presentaron una revisión bibliográfica sobre técnicas para la minimización del consumo de agua en procesos por lotes en la industria de procesos. Además, Jeżowski (2010) presentan otra revisión bibliográfica sobre técnicas gráficas y de programación matemática para la síntesis de redes de agua industriales.

Más recientemente, la síntesis de redes de agua se ha extendido para el caso de complejos industriales (es decir parques eco-industriales). En este sentido, Chen et al. (2010) consideraron el problema de la integración entre diversas plantas con unidades de tratamiento de agua, centralizadas y descentralizadas; ellos consideraron dos funciones objetivo por separado: reducir el consumo de agua y la reducción del costo total anual de la red. Posteriormente, Rubio-Castro et al. (2011) presentaron un modelo de optimización para la síntesis de redes de agua con múltiples contaminantes en un parque eco-industrial. También, Tudor y Lavric (2011) propusieron un enfoque para minimizar simultáneamente el consumo de agua y el costo de operación. Estos trabajos de investigación han sido exitosamente extendidos por varios autores; por ejemplo, el

referente a Burgara-Montero et al. (2012), quienes propusieron un enfoque de programación matemática que toma en cuenta el efecto de las descargas de agua residual industrial sobre el ambiente circundante durante la síntesis de redes de agua industriales; y posteriormente, Burgara-Montero et al. (2013) incorporan la variación estacionaria en este modelo. Además, Lira-Barragán et al. (2011) reportaron un enfoque que determina el impacto ambiental para las descargas residuales industriales, y después Lira-Barragán et al. (2012) implementaron restricciones basadas en propiedades e incluyeron diferentes opciones para el tratamiento de aguas residuales. Adicionalmente, Martínez-Gómez et al. (2013) incorporaron aspectos de seguridad a las descargas de aguas residuales durante la síntesis de redes agua industrial. Algunas investigaciones se han concentrado en el problema de la reconfiguración óptima de las redes de agua existentes, tal es el caso de Sotelo-Pichardo et al. (2011) y Rubio-Castro et al. (2012), quienes desarrollaron investigaciones en este sentido.

Más recientemente, Verdaguer et al. (2012) presentaron un procedimiento de programación combinatorio con múltiples restricciones para tratar los efluentes industriales. Otros estudios se han enfocado en desarrollar metodologías para el uso óptimo de agua considerando el efecto del agua residual descargada proveniente de las industrias. En este contexto, Boix et al. (2012) propusieron una estrategia de optimización multi-objetivo formulada como un problema mixto entero lineal (MILP por sus siglas en inglés *-Mixed Integer Linear Problem*), para el diseño de redes de agua industrial que minimiza la cantidad de agua fresca (regenerando agua), y el número de conexiones en la red de parques eco-industriales. Además, Alnouri et al. (2014) presentaron un enfoque de optimización para el diseño de redes de agua entre plantas involucrando el diseño de las tuberías. Más recientemente, Ibrić et al. (2014) implementaron un estudio de las redes de agua para diferentes complejidades, que van desde simples redes de agua hasta combinaciones, tratamiento de aguas residuales y redes de intercambio de calor. La mayoría de los modelos reportados son representaciones simplificadas, o en el caso donde son considerados modelos más rigurosos usualmente la optimalidad global no es garantizada. Para eliminar estas limitaciones, algunas investigaciones abordan técnicas de búsqueda de soluciones óptimas globales para la síntesis de las redes de agua como por ejemplo los trabajos reportado por Nápoles-Rivera et al. (2010), Khor et al. (2012), Teles et al. (2012); también Castro y Teles (2013) mostraron una comparación entre las técnicas de optimización global implementadas en el diseño de redes de

agua. Barrington et al. (2013) hicieron hincapié en la importancia del uso de fuentes alternativas de agua como un área de oportunidad para la conservación del recurso en el sector industrial.

Además de las estrategias antes mencionadas, el uso de fuentes alternativas de agua ha sido también una opción para lograr la conservación del recurso; algunos autores han propuesto el uso de agua de mar, el agua de lluvia recolectada y el agua regenerada como fuente alternativa. En este sentido, Pereira et al. (2002) abordan algunos de los problemas relacionados con la gestión de riego agrícola en situaciones de escasez. Ellos estudiaron el uso de agua de baja calidad (agua tratada y agua salina) para satisfacer las demandas, y el impacto de esta práctica en la salud humana y en el ambiente, hicieron énfasis en la importancia de la implementación de nuevas y mejoradas tecnologías de riego para reducir el consumo de agua. Adicionalmente, varios autores, entre ellos Jhorar et al. (2009), Li et al. (2011), Agrafioti y Diamadopoulos (2012), han abordado el problema de desarrollo de alternativas para satisfacer las necesidades de riego agrícola.

Por otro lado, Liu et al. (2011) desarrollaron un modelo MILP para la administración óptima de los recursos hídricos, incluyendo la desalinización de agua de mar, agua residual y agua regenerada, para zonas con déficit de agua y geográficamente limitadas tales como las islas Griegas Syros y Paros-Antiparos, reportando la inversión requerida para la implementación de estas estrategias. También, Li et al. (2011) evaluaron la demanda de agua doméstica en Irlanda, la cual puede ser satisfecha con agua de lluvia recolectada y regeneración de aguas grises. En este sentido, Howari y Ghrefat (2011) desarrollaron una metodología para la evaluación ambiental de la calidad del agua, suelo y aire en Jordania, señalando que el impacto negativo de las actividades humanas en estos tres aspectos importantes, y en el caso del agua, destacaron la importancia de la utilización de fuentes alternativas de agua. Dichas alternativas incluyen las aguas residuales regeneradas, el agua de lluvia recolectada, la importación de agua a través de las fronteras, y la desalinización de agua salobre y marina como maneras efectivas para superar la escasez de agua. En el mismo sentido, Raul et al. (2011) propusieron un modelo de simulación para mitigar el déficit de agua de riego en un sistema de cultivo de arroz, considerando agua superficial como una fuente complementaria sin comprometer el recurso.

Los importantes beneficios económicos y ambientales observados con el uso de redes de agua industrial han motivado el desarrollo de enfoques similares para la síntesis de redes de agua a nivel macroscópico. Por ejemplo, algunos enfoques se han centrado en el uso de fuentes

alternativas de agua tales como agua regenerada y captación de agua de lluvia. Domènech y Saurí (2011) desarrollando un estudio comparativo del uso de agua de lluvia en edificios individuales y multifamiliares; ellos encontraron que un tanque de almacenamiento relativamente pequeño podría ser suficiente para satisfacer la demanda del inodoro. También, Domènech et al. (2012) estudiaron el uso de agua de lluvia captada en los países en desarrollo. Booker et al. (2012) discutieron las ventajas del modelado en las políticas de gestión de agua en los últimos 25 años. En este sentido, Atilhan et al. (2012) aplicaron un enfoque de integración para la administración óptima de agua desalinizada en Qatar, el cual satisface las demandas y minimiza el consumo de agua y el costo de distribución simultáneamente. Además, Nápoles-Rivera et al. (2012, 2013) propusieron el uso de agua de mar como fluido de enfriamiento en instalaciones industriales, encontrando la dosis óptima de biosida y la programación óptima del mantenimiento para lograr procesos sostenibles en el sentido técnico, económico y ambiental. Aunque el uso de agua de mar se ha convertido en una alternativa debido a las mejoras tecnológicas, el uso de fuentes renovables de energía (Compain, 2012; Shatat et al., 2013), y el estrés hídrico severo en algunos países, todavía se considera una opción costosa.

El agua de lluvia recolectada se ha explorado como una alternativa viable. En este contexto, Erokusz y Rahman (2010) propusieron el uso de agua de lluvia en edificios de unidades múltiples; ellos encontraron que una selección apropiada del tamaño de tanque puede dar soluciones económicamente atractivas durante los años de sequía. Rahman et al. (2012) también presentaron el uso de tanques para agua de lluvia en viviendas unifamiliares, encontrando que no se requieren incentivos gubernamentales para hacerlos económicamente atractivos. Recientemente, Nápoles-Rivera et al. (2013) desarrollaron un modelo matemático para la distribución óptima de agua en un sistema macroscópico considerando la recolección de agua de lluvia y el reúso de agua tratada como una opción para minimizar el agotamiento de los recursos, ellos encontraron que la calendarización óptima del almacenamiento y la distribución óptima ayudan a satisfacer los servicios públicos y demandas agrícolas en una ciudad, y que la ganancia total de las ventas de agua no incrementan significativamente, así la conservación de recursos y la prevención de la contaminación a través de la minimización de residuos se pueden lograr con eficacia; sin embargo, no considera la preservación del agua para un futuro.

Por otro lado, Wang et al. (2012) desarrollaron un enfoque de optimización multi-objetivo para la gestión de los recursos agrícolas y de suelo. También, Zhan et al. (2014) propusieron un modelo de optimización multi-objetivo para un diseño sustentable de la implementación de reúso de agua residual en China, que considera suministros de agua residual para satisfacer las demandas, desde el punto de vista económico y con respecto a la reducción de contaminantes. Además, Newman et al. (2014) reportaron un algoritmo multi-objetivo para la planificación y el diseño de las infraestructuras de agua teniendo en cuenta principios integrados de gestión de agua urbana aplicados a un campo rural.

A pesar de que se han hecho varios esfuerzos en el campo de la preservación de la gestión del agua y de la preservación del recurso, ninguna de las metodologías reportadas previamente (aplicadas en el contexto industrial o en los sistemas macroscópicos, basadas en la minimización de recursos o de fuentes alternativas de agua) han tomado en cuenta algunos factores importantes tales como: optimización multi-anual, el impacto de las crecientes demandas debido al crecimiento poblacional en el esquema de planeación óptima, el impacto del cambio climático en la disponibilidad de los recursos y las restricciones de sustentabilidad en las fuentes naturales de agua.

Por otro lado, debe hacerse notar que las metodologías previas para la implementación de redes de agua tomadas en cuenta para la captación de agua de lluvia y regeneración de agua tratada en un sistema macroscópico se han enfocado en la optimización de sólo una función objetivo. Por lo que, para mejorar nuestro conocimiento en este contexto, la optimización simultánea de múltiples objetivos, tales como objetivos económicos y ambientales deben considerarse, ya que no han sido abordados hasta ahora en la literatura. Dichas cuestiones serán abordadas en los capítulos posteriores del presente trabajo de investigación.

## **CAPÍTULO III. DISEÑO ÓPTIMO DE SISTEMAS SUSTENTABLES DE AGUA PARA CIUDADES Y SU PROYECCIÓN A FUTURO**

Para hacer un uso eficiente de agua a nivel macroscópico en el presente capítulo se propone un nuevo enfoque, que considera la implementación de fuentes alternativas de agua, como la captación de agua de lluvia y la regeneración de agua residual, para hacer una distribución sistemática del recurso y disminuir el consumo de agua de las fuentes naturales, ya que tradicionalmente se satisfacen las demandas usando agua superficial y subterránea, lo cual compromete las reservas para generaciones futuras. A continuación se describe detalladamente la metodología propuesta.

### **3.1 Metodología**

Se presenta un modelo de programación matemática para el diseño sustentable de sistemas macroscópicos de agua, considerando la planeación óptima y programación de sistemas de almacenamiento y distribución en la ciudad, haciendo uso de fuentes naturales y alternativas de agua (recolección de agua de lluvia y regeneración de agua).

El modelo propuesto se basa en la superestructura de la **Figura 1**. Los principales componentes considerados en el sistema son fuentes naturales de agua (presas, manantiales y pozos profundos), diferentes usuarios (industriales, agrícolas y domésticos) y fuentes alternativas (captación de agua de lluvia y regeneración de agua residual). Las fuentes naturales pueden ser recargadas por precipitación directa, por agua de escurrimiento y afluentes naturales. Estas fuentes pueden ser usadas para satisfacer las demandas de los diferentes usuarios en la ciudad, primeramente tienen que ser tratados en instalaciones centralizadas, las cuales distribuyen el agua a los diferentes usuarios. De este modo, se considera que el agua residual industrial y doméstica se puede tratar en unidades centrales de tratamiento; parte del agua tratada puede ser recuperada para propósitos agrícolas, mientras que el resto es enviado al ambiente como residuo. Además del agua de las fuentes naturales y el agua regenerada, se pueden instalar dispositivos de almacenamiento en diferentes periodos de tiempo para coleccionar agua de lluvia. Estos almacenamientos pueden

guardar agua durante los periodos de lluvia y se puede usar para satisfacer las diferentes demandas de agua según se necesite en los periodos de escasez.

El problema consiste en encontrar el mejor esquema para la administración de los recursos que satisfaga las exigencias de un sistema macroscópico como el representado en la **Figura 1**, para mantener niveles sostenibles de los recursos naturales y aumentar al máximo los ingresos de la venta de agua, menos los costos de capital y operativos debido a la distribución y almacenamiento. Las soluciones obtenidas también determinarán la localización y el tiempo de instalación óptimos de los tanques de almacenamiento y estanques artificiales. Debido al hecho de que el modelo es un problema de programación múlti-periodo, se supone la tasa de crecimiento de la población y su relación con la demanda de agua, el valor del dinero a través del tiempo y el cambio en los patrones de precipitación debido al cambio climático de una manera determinista, y de este modo predecirlo sobre la base de los datos históricos. Se proponen balances de masa en las fuentes naturales, así como en los diferentes sectores de distribución de agua del sistema (unidades centrales de los usuarios domésticos, agrícolas e industriales); también se considera la precipitación y los balances de masa en los sistemas de captación de agua de lluvia en caso de que sea necesaria su instalación. Finalmente, se considera el reúso de agua residual tratada para satisfacer las demandas agrícolas.

### 3.2 Modelo Matemático

Los índices que serán usados en el modelo son:  $k$  representa las fuentes naturales,  $m$  es usado para representar el número de afluentes que recargan las fuentes naturales y  $t$  es el periodo de tiempo en el cual se lleva a cabo el balance (en este trabajo, el periodo de tiempo es un mes), además se considera la proyección a varios años dividiendo los años en meses, para determinar cuándo se deben instalar los tanques de almacenamiento o estanques artificiales.  $l$  y  $n$  representan la posible localización de tanques de almacenamiento y estanques artificiales respectivamente, para las unidades domésticas y agrícolas;  $b$  y  $w$  representan la posible localización de tanques de almacenamiento y estanques artificiales respectivamente, para las unidades industriales. Finalmente,  $j$  representa las unidades domésticas,  $h$  representa las unidades agrícolas y  $u$  representa las unidades industriales.

## 3.2.1 Balances para las fuentes naturales de agua

Se propone el balance de masa para las fuentes naturales, el cual consiste en que la acumulación depende del inventario inicial de las fuentes naturales  $k$  ( $r_{m,k,t}$ ) más la contribución de la precipitación directa y escurrimiento ( $p_{k,t}^g$ ), menos el agua de distribución domestica ( $g_{k,t}^d$ ), agrícola ( $g_{k,t}^a$ ) e industrial ( $g_{k,t}^i$ ) y las pérdidas de agua ( $v_{k,t}^g$ ) por evaporación y filtración. Si la suma de las entradas menos las salidas durante un tiempo dado excede la capacidad de los reservorios naturales, entonces la variable ( $Drop_{k,t}^g$ ) se activa y representa el exceso de agua en la fuente natural.

$$G_{k,t} - G_{k,t-1} = \sum_{m \in M} r_{m,k,t} + p_{k,t}^g - g_{k,t}^d - g_{k,t}^a - g_{k,t}^i - v_{k,t}^g - Drop_{k,t}^g, \quad \forall k \in K, \forall t \in T \quad (1)$$

El término  $p_{k,t}^g$  puede ser calculado como la suma del agua colectada por escurrimiento más la precipitación directa.

$$p_{k,t}^g = ROWV_{k,t} + DPWV_{k,t}, \quad \forall k \in K, \forall t \in T \quad (2)$$

El agua de escurrimiento ( $ROWV_{k,t}$ ) puede ser calculado como una función de la precipitación, el coeficiente y el área de colección, como sigue:

$$ROWV_{k,t} = P_t \cdot A_k^{ROW} \cdot Ce, \quad \forall k \in K, \forall t \in T \quad (3)$$

Este coeficiente depende de la precipitación, tipo y uso de suelo:

$$Ce = \frac{K(P^{Total} - 250)}{2000}, \quad K \leq 0.15 \quad (4)$$

$$Ce = \frac{K(P^{Total} - 250)}{2000} + \frac{K - 0.15}{1.5}, \quad K > 0.15 \quad (5)$$

Este parámetro  $K$  es el factor que toma en cuenta el tipo y uso de suelo y  $P^{Total}$  es el total de precipitación anual en mm de  $H_2O$ .

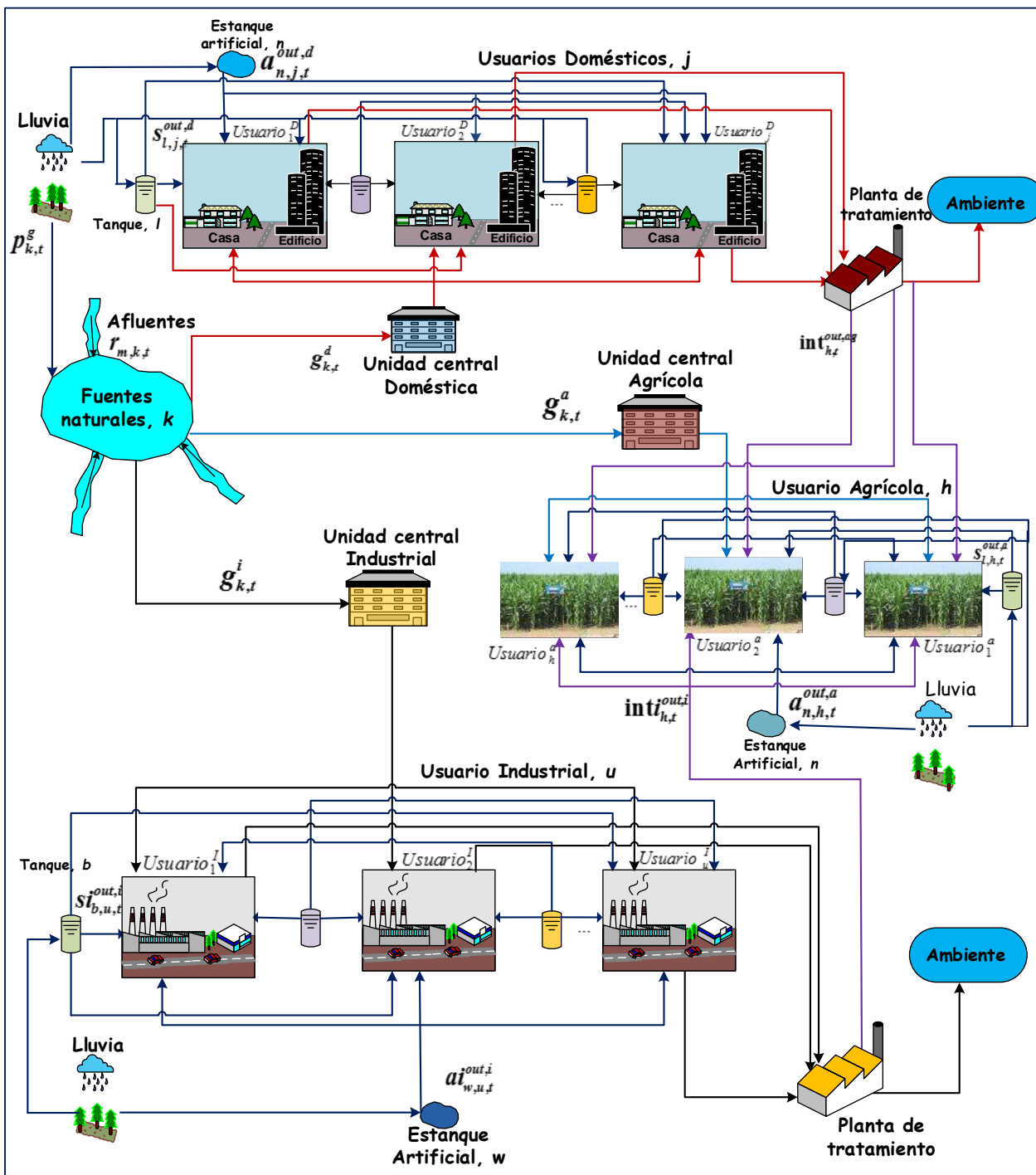


Figura 1. Superestructura para la distribución de agua a nivel macroscópico.

El agua colectada de la precipitación directa ( $DPWV_{k,t}$ ) en los cuerpos naturales es calculada como:

$$DPWV_{k,t} = P_t \cdot A_k^{DPW}, \quad \forall k \in K, \forall t \in T \quad (6)$$

Donde  $A_k^{DPW}$  es el área disponible de las fuentes naturales. Para propósitos de modelamiento se supone que los pozos no pueden ser recargados por precipitación directa, es decir que su área de colección es igual a cero. De este modo, la recarga de los cuerpos naturales es la suma del agua de escurrimiento ( $ROWV_{k,t}$ ) y la recarga directa ( $DPWV_{k,t}$ ):

$$p_{k,t}^g = ROWV_{k,t} + DPWV_{k,t}, \quad \forall k \in K, \forall t \in T \quad (7)$$

Pueden existir varias fuentes de agua tales como presas, manantiales y pozos, las cuales pueden ser enviadas a la unidad de tratamiento central para su distribución a los usuarios domésticos ( $g_{k,t}^d$ ), la unidad central de uso agrícola ( $g_{k,t}^a$ ) o la unidad central para uso industrial ( $g_{k,t}^i$ ). En la unidad de tratamiento para uso doméstico, el agua es tratada y puede ser usada como agua de grifo. El agua para uso agrícola puede requerir un tratamiento menos demandante o no ser tratada; sin embargo, tiene que ser colectada en la unidad de tratamiento central para su distribución. El agua de uso industrial también requiere cierto tratamiento dependiendo del proceso en el que sea empleada, ésta es colectada en la unidad de tratamiento para uso industrial y distribuida. El último término en la ecuación de balance toma en cuenta las pérdidas debido a los procesos naturales tales como filtración y evaporación ( $v_{k,t}^g$ ), dicho parámetro se toma como el 20% del total de agua colectada:

$$v_{k,t}^g = 0.2 \left( \sum_{m \in M} r_{m,k,t} + p_{k,t}^g \right), \quad \forall k \in K, \forall t \in T \quad (8)$$

### 3.2.2 Balance para la precipitación en dispositivos artificiales de agua

La precipitación ( $P$ ) depende de la estación y localización. En este caso, el agua colectada depende directamente del área de colección, el coeficiente de escurrimiento y la precipitación como sigue:

$$P = f(\text{Area}, Ce, \text{Precipitación}) \quad (9)$$

Los techos de las casas y edificios pueden ser usados como colectores, igualmente en el caso de la industria los techos de los edificios industriales serán usados como colectores de agua, así el costo total para los colectores de agua consiste sólo de la instalación de las canaletas de lluvia,

y los costos de tubería y bombeo para enviar el agua a los tanques de almacenamiento o estanques artificiales. En este trabajo, el coeficiente de escurrimiento de los techos usados como colectores se toma en un intervalo de 0.7 a 0.95 dependiendo del techo y material de construcción. En este caso se selecciona un valor de 0.8, ya que este es un valor común para techos en general:

$$P_{l,t}^s = P_t \cdot A_l^s \cdot Ce^s, \quad \forall l \in L, \forall t \in T \quad (10)$$

$$P_{n,t}^a = P_t \cdot A_n^a \cdot Ce^a, \quad \forall n \in N, \forall t \in T \quad (11)$$

Donde  $P_{l,t}^s$  es el agua colectada en un tanque de almacenamiento  $l$  al tiempo  $t$ .  $P_{n,t}^a$  es el agua colectada en un estanque artificial  $n$  al tiempo  $t$ .  $A_l^s$  y  $A_n^a$  son las áreas de colección disponibles para cada tipo de depósito.

El agua colectada ( $P_{b,t}^{si}$ ) en los tanques de almacenamiento industrial  $b$  al tiempo  $t$  y el agua colectada ( $P_{w,t}^{ai}$ ) en un estanque artificial  $w$  al tiempo  $t$ , se calculan como:

$$P_{b,t}^{si} = P_t \cdot A_b^{si} \cdot Ce^{si}, \quad \forall b \in B, \forall t \in T \quad (12)$$

$$P_{w,t}^{ai} = P_t \cdot A_w^{ai} \cdot Ce^{ai}, \quad \forall w \in W, \forall t \in T \quad (13)$$

Donde  $A_b^{si}$  y  $A_w^{ai}$  son las áreas de colección para cada tipo de depósito.

Una vez que se calcula el total de la precipitación disponible por cada tipo de depósito para los tiempos considerados, el balance para el agua colectada para los usuarios domésticos y agrícolas es:

$$P_{l,t}^s = s_{l,t}^{in} + v_{l,t}^s, \quad \forall l \in L, \forall t \in T \quad (14)$$

$$P_{n,t}^a = a_{n,t}^{in} + v_{n,t}^a, \quad \forall n \in N, \forall t \in T \quad (15)$$

Del mismo modo, para los usuarios industriales el balance del agua colectada es:

$$P_{b,t}^{si} = s_{b,t}^{in} + v_{b,t}^{si}, \quad \forall b \in B, \forall t \in T \quad (16)$$

$$P_{w,t}^{ai} = a_{w,t}^{in} + v_{w,t}^{ai}, \quad \forall w \in W, \forall t \in T \quad (17)$$

De acuerdo con estas ecuaciones, la precipitación total en cada periodo ( $t$ ) puede ser enviada a los tanques de almacenamiento ( $s_{l,t}^{in}$ ) o estanques artificiales ( $a_{n,t}^{in}$ ) para usuarios domésticos y agrícolas, del mismo modo también para usuarios industriales se puede enviar a los tanques artificiales ( $si_{b,t}^{in}$ ) o estanques artificiales ( $a_{w,t}^{in}$ ). Si no se tiene capacidad de almacenamiento, entonces el agua restante puede ser descargada, lo cual se representa por el último término de las ecuaciones (14)-(17).

### 3.2.3 Balance en los tanques de almacenamiento

En caso de que sea necesario se pueden instalar tanques de almacenamiento. La capacidad total de estos tanques es limitada; sin embargo, pueden ser instalados cerca del sitio de consumo, así el costo de tubería y bombeo son menores que el costo de un estanque artificial, y por lo tanto el costo total es menor. La acumulación en cualquier periodo de tiempo  $t$  ( $S_{l,t}$ ) es igual al agua almacenada en el tiempo previo ( $S_{l,t-1}$ ), más el agua de lluvia almacenada ( $s_{l,t}^{in}$ ) en el periodo de tiempo  $t$ , menos el agua enviada a los usuarios domésticos ( $s_{l,j,t}^{out,d}$ ) y agrícolas ( $s_{l,h,t}^{out,a}$ ).

$$S_{l,t} - S_{l,t-1} = s_{l,t}^{in} - \sum_{j \in J} s_{l,j,t}^{out,d} - \sum_{h \in H} s_{l,h,t}^{out,a}, \quad \forall l \in L, \forall t \in T \quad (18)$$

Para el uso industrial existen un grupo de tanques disponibles que pueden ser instalados y son diferentes a los de uso doméstico y agrícola, debido a que el costo de tubería y bombeo es elevado para llevar desde los tanques de almacenamiento que se instalarán cerca de los usuarios agrícolas y domésticos hasta los usuarios industriales, por lo que se propone que se instalen tanques de almacenamiento cerca de las diferentes industrias, es decir considerar los tanques de almacenamiento que distribuirán el agua al parque industrial.

$$SI_{b,t} - SI_{b,t-1} = si_{b,t}^{in} - \sum_{u \in U} si_{b,u,t}^{out,i}, \quad \forall b \in B, \forall t \in T \quad (19)$$

La idea es reducir los costos de tubería y bombeo, por lo que se dispondrá de reservorios especiales para propósitos industriales. En la ecuación (19),  $SI_{b,t}$  representa la acumulación en el

periodo de tiempo  $t$ ,  $SI_{b,t-1}$  es la acumulación en el tiempo previo  $t-1$ ,  $si_{b,t}^{in}$  es la precipitación almacenada en el periodo de tiempo  $t$ , y  $st_{b,u,t}^{out,i}$  es el agua enviada a los usuarios industriales.

### 3.2.4 Balance en los estanques artificiales

Para los estanques artificiales, el balance es similar al de los tanques de almacenamiento. En este caso,  $A_{n,t}$  es el agua almacena en el tiempo  $t$ ,  $A_{n,t-1}$  es el agua almacenada en el periodo de tiempo previo ( $t-1$ ),  $a_{n,t}^{in}$  es el agua de lluvia almacenada,  $a_{n,j,t}^{out,d}$  es el agua consumida por usuarios domésticos, y finalmente  $a_{n,h,t}^{out,a}$  es el agua consumida por los usuarios agrícolas. Los estanques artificiales tienen gran capacidad de almacenamiento; sin embargo, debido a las limitaciones espaciales en las ciudades, no pueden ser instalados cerca de los usuarios. Esta limitación incrementa su costo.

$$A_{n,t} - A_{n,t-1} = a_{n,t}^{in} - \sum_{j \in J} a_{n,j,t}^{out,d} - \sum_{h \in H} a_{n,h,t}^{out,a}, \quad \forall n \in N, \forall t \in T \quad (20)$$

Para los usuarios industriales se propone un balance en los estanques artificiales ya que se considera un parque industrial con sus propios sistemas de almacenamiento de agua, la cual será distribuida a los usuarios industriales:

$$AI_{w,t} - AI_{w,t-1} = ai_{w,t}^{in} - \sum_{u \in U} ai_{w,u,t}^{out,i}, \quad \forall w \in W, \forall t \in T \quad (21)$$

Donde  $AI_{w,t}$  es el agua almacenada en el tiempo  $t$ ,  $AI_{w,t-1}$  es el agua almacenada en el periodo de tiempo previo  $t-1$ ,  $ai_{w,t}^{in}$  es el agua de lluvia colectada y  $ai_{w,u,t}^{out,i}$  es el agua consumida.

### 3.2.5 Balance en la unidad central de uso doméstico

Las corrientes principales de agua (es decir agua fresca proveniente de las fuentes naturales) tienen que ser tratadas en una instalación centralizada, la cual distribuye el agua a los usuarios domésticos.

$$\sum_k g_{k,t}^d = \sum_{j \in J} f_{j,t}, \quad t \in T \quad (22)$$

En donde  $g_{k,t}^d$  es el flujo enviado desde la corriente natural  $k$  al tiempo  $t$  hacia la unidad centralizada para uso doméstico, y  $f_{j,t}$  es el flujo enviado desde la unidad centralizada de uso doméstico a los usuarios domésticos  $j$ . En condiciones normales, esta agua es suficiente para satisfacer las demandas de la ciudad, pero a medida que la demanda aumenta es necesario encontrar fuentes alternativas de agua.

### 3.2.6 Balance en la unidad central para uso agrícola

De manera similar, la unidad central para uso agrícola recibe el agua obtenida de las fuentes ( $g_{k,t}^a$ ) y es distribuida a los usuarios finales ( $r_{h,t}$ ) como sigue:

$$\sum_{k \in K} g_{k,t}^a = \sum_{h \in H} r_{h,t}, \quad t \in T \quad (23)$$

Donde  $r_{h,t}$  es el flujo enviado desde la unidad central a los usuarios agrícolas  $h$  al tiempo  $t$ .

### 3.2.7 Balance en la unidad central para uso industrial

Al igual que en el balance anterior, el agua de la unidad central de uso industrial ( $g_{k,t}^i$ ) es distribuida a las diferentes unidades industriales ( $q_{u,t}$ ), como sigue:

$$\sum_{k \in K} g_{k,t}^i = \sum_{u \in U} q_{u,t}, \quad t \in T \quad (24)$$

Donde  $q_{u,t}$  es el flujo enviado desde la corriente principal de uso industrial al usuario industrial  $u$  en el tiempo  $t$ .

### 3.2.8 Balance en los usuarios domésticos

Los usuarios domésticos pueden recibir agua desde estas fuentes: la unidad central doméstica (es decir ( $f_{j,t}$ ) agua fresca de fuentes naturales), los tanques de almacenamiento ( $S_{i,j,t}^{out,d}$ ) y los tanques artificiales ( $a_{n,j,t}^{out,d}$ ) (agua de lluvia recolectada). Toda el agua recibida en cada usuario doméstico puede satisfacer sus demandas durante el intervalo de tiempo  $t$ , ( $D_{j,t}^{ds}$ ). La demanda para cada unidad es una función de la población a la que se envía y la estación del año

(la demanda incrementa durante los meses más calurosos del año y se reduce durante los meses más fríos). El balance para cualquier usuario doméstico es:

$$D_{j,t}^{ds} \leq f_{j,t} + \sum_{l \in L} s_{l,j,t}^{out,d} + \sum_{n \in N} a_{n,j,t}^{out,d}, \quad \forall j \in j, \forall t \in T \quad (25)$$

El flujo de salida de los usuarios domésticos es dividido en dos términos; el primero ( $cw_{j,t}^d$ ) representa el consumo de agua y las pérdidas; el segundo término ( $int_{j,t}^{in}$ ) representa el agua que se genera por los usuarios domésticos como agua residual. Esta agua puede ser enviada a la planta de tratamiento, donde puede ser regenerada para su uso en la agricultura o enviada a su disposición final:

$$D_{j,t}^{ds} = cw_{j,t}^d + int_{j,t}^{in}, \quad j \in j, t \in T \quad (26)$$

El término  $cw_{j,t}^d$  por propósitos de modelamiento se considera como el 50% del agua recibida en cada unidad doméstica.

### 3.2.9 Balance en la planta de tratamiento doméstica

La planta de tratamiento recibe el agua residual de los usuarios domésticos, la cual puede ser regenerada y reusada para el uso agrícola ( $int_t^{out}$ ) o para la disposición final que es el segundo término ( $cw_t^{fp}$ ) del balance:

$$\sum_j int_{j,t}^{in} = int_t^{out} + cw_t^{fp}, \quad t \in T \quad (27)$$

El agua tratada puede ser enviada a cualquier usuario agrícola como sigue:

$$int_t^{out} = \sum_h int_{h,t}^{out,ag}, \quad t \in T \quad (28)$$

Donde  $int_{h,t}^{out,ag}$  es el flujo de agua enviado desde la unidad de tratamiento a cualquier usuario agrícola durante el periodo de tiempo  $t$ .

### 3.2.10 Balance en los usuarios agrícolas

Los usuarios agrícolas reciben agua de diferentes fuentes: la unidad centralizada de uso agrícola ( $r_{h,t}$ ) (agua fresca de fuentes naturales), también de los tanques ( $s_{l,h,t}^{out,a}$ ) y estanques artificiales ( $a_{n,h,t}^{out,a}$ ), además el agua recuperada de la planta de tratamiento ( $int_{h,t}^{out,ag}$ ) de uso doméstico y el agua de la planta de tratamiento de uso industrial ( $int_{h,t}^{out,i}$ ). Todo el flujo recibido en las unidades agrícolas es consumida en el proceso de producción y puede satisfacer las demandas ( $D_{h,t}^{as}$ ):

$$D_{h,t}^{as} \leq r_{h,t} + \sum_{l \in L} s_{l,h,t}^{out,a} + \sum_{n \in N} a_{n,h,t}^{out,a} + int_{h,t}^{out,ag} + int_{h,t}^{out,i}, \quad \forall h \in H, \forall t \in T \quad (29)$$

### 3.2.11 Balance en los usuarios industriales

Para satisfacer las demandas de los usuarios industriales ( $D_{u,t}^{di}$ ), el agua de la unidad central industrial ( $q_{u,t}$ ) (agua fresca proveniente de las fuentes naturales), el agua de los tanques de almacenamiento ( $si_{b,u,t}^{out,i}$ ) y el agua de los estanques de almacenamiento ( $ai_{w,u,t}^{out,i}$ ) es distribuida a los diferentes usuarios industriales, como sigue:

$$D_{u,t}^{di} \leq q_{u,t} + \sum_{b \in B} si_{b,u,t}^{out,i} + \sum_{w \in W} ai_{w,u,t}^{out,i}, \quad \forall u \in U, \forall t \in T \quad (31)$$

El agua a la salida de los usuarios industriales se divide en dos términos al igual que en el caso doméstico el primer término ( $cw_{u,t}^{di}$ ) es el consumo de agua y las pérdidas, el segundo término ( $int_{u,t}^{in}$ ) representa el agua que existe en los usuarios industriales como agua residual. Esta agua puede ser enviada a la unidad de tratamiento industrial, donde se regenera para usarla en la agricultura o descargarla al ambiente:

$$D_{u,t}^{di} = cw_{u,t}^{di} + int_{u,t}^{in}, \quad \forall u \in U, \forall t \in T \quad (32)$$

### 3.2.12 Balance en la planta de tratamiento industrial

La planta de tratamiento industrial recibe el agua residual de las unidades industriales, la cual puede ser regenerada y reusada ( $\text{int } i_{h,t}^{\text{out},i}$ ) por los usuarios agrícolas, o descargada al ambiente ( $cw_t^{\text{pi}}$ ) en el tiempo  $t$ :

$$\sum_{u \in U} \text{int } i_{u,t}^{\text{in}} = \sum_{h \in H} \text{int } i_{h,t}^{\text{out},i} + cw_t^{\text{pi}}, \quad \forall t \in T \quad (30)$$

Donde  $\text{int } i_{h,t}^{\text{out},i}$  es el flujo de agua enviado desde la unidad de tratamiento a cualquier usuario agrícola durante el periodo de tiempo  $t$ .

### 3.2.13 Disyunciones para la selección de la instalación de tanques de almacenamiento o estanques artificiales para los diferentes usuarios

Para seleccionar sí es necesario instalar o no un tanque de almacenamiento o un estanque artificial en una localización dada para usuarios domésticos, agrícolas e industriales, se deben definir un grupo de disyunciones. Estas disyunciones son dadas en términos de un nuevo grupo de variables, para usuarios domésticos y agrícolas ( $S_l^{\text{max}}$  y  $A_n^{\text{max}}$ ), y para usuarios industriales ( $SI_b^{\text{max}}$  y  $AI_w^{\text{max}}$ ), las cuales se definen como la máxima capacidad de tanques de almacenamiento y estanques artificiales. Para estas variables se proponen las siguientes desigualdades, para usuarios domésticos y agrícolas tenemos:

$$S_l^{\text{max}} \geq S_{l,t}, \quad \forall l \in L, \forall t \in T \quad (33)$$

$$A_n^{\text{max}} \geq A_{n,t}, \quad \forall n \in N, \forall t \in T \quad (34)$$

$$S_l^{\text{max}} \geq s_{l,t}^{\text{in}}, \quad \forall l \in L, \forall t \in T \quad (35)$$

$$A_n^{\text{max}} \geq a_{n,t}^{\text{in}}, \quad \forall n \in N, \forall t \in T \quad (36)$$

Las primeras dos ecuaciones (33) y (34), indican que el agua almacenada a cualquier periodo de tiempo debe ser menor que la capacidad máxima del dispositivo de almacenamiento. Las últimas dos ecuaciones, (35) y (36), especifican que el dispositivo de almacenamiento no puede recibir más agua que la capacidad máxima a cualquier periodo de tiempo  $t$ .

Para usuarios industriales, las desigualdades propuestas son:

$$SI_b^{\max} \geq SI_{b,t}, \quad \forall b \in B, \forall t \in T \quad (37)$$

$$AI_w^{\max} \geq A_{w,t}, \quad \forall w \in W, \forall t \in T \quad (38)$$

$$SI_b^{\max} \geq si_{b,t}^{in}, \quad \forall b \in B, \forall t \in T \quad (39)$$

$$AI_w^{\max} \geq ai_{w,t}^{in}, \quad \forall w \in W, \forall t \in T \quad (40)$$

En estas desigualdades, las dos primeras ecuaciones (37) y (38) indican que el agua almacenada a cualquier periodo de tiempo debe ser menor que la capacidad máxima de almacenamiento del dispositivo para uso industrial. Las últimas dos restricciones, (39) y (40), determinan que el dispositivo de almacenamiento no puede recibir más agua que la capacidad máxima a cualquier tiempo.

La existencia o no existencia de tanques de almacenamiento es modelado con las siguientes ecuaciones: sí el tanque es requerido en cualquier periodo de tiempo, entonces la variable binaria  $z_{l,t}^s$  es igual a uno y el tanque de almacenamiento se instala en la localización  $l$ , para el almacenamiento doméstico y agrícola, en caso contrario la variable binaria es cero y no se instalaría ningún tanque y por lo tanto el costo asociado a la instalación de dicho tanque también sería cero. Siguiendo el mismo razonamiento, para los tanques de almacenamiento industrial la variable binaria sería  $z_{b,t}^{si}$  y para los estanques artificiales industriales la variable binaria es  $z_{w,t}^{ai}$ . La capacidad de los tanques y estanques artificiales de almacenamiento de los usuarios domésticos, agrícolas e industriales debe estar dentro de los límites máximos ( $\delta_l^{s,\max}$ ) y mínimos ( $\delta_l^{s,\min}$ ) para los tanques de uso agrícola y doméstico, los límites de los estanque artificiales para estos usuarios serían ( $\delta_n^{a,\max}$ ) y ( $\delta_n^{a,\min}$ ). Los tanques de almacenamiento industriales también debe estar entre los límites máximos ( $\delta_b^{si,\max}$ ) y mínimos ( $\delta_b^{si,\min}$ ), y finalmente para los estanques artificiales de este usuario los límites son  $\delta_w^{ai,\max}$  y  $\delta_w^{ai,\min}$ . La capacidad mínima de almacenamiento para todos los almacenamientos es 0.

En este trabajo de investigación se proponen funciones de costo relacionadas a la localización de los tanques de almacenamiento y estanques artificiales de los diferentes usuarios,

donde  $A$  y  $B$  son constantes utilizadas para determinar los costos fijos y variables del tanque de almacenamiento, el costo correspondiente de los tanques domésticos y agrícolas es  $Cost_{l,t}^s$ , en el caso industrial el costo es  $Cost_{b,t}^{si}$ . Además,  $C$  y  $D$  son las constantes asociadas al costo fijo y costo variable de los estanques artificiales, el costo de los estanques artificiales de los usuarios domésticos es  $Cost_{n,t}^a$  y de los usuarios industriales es  $Cost_{w,t}^{ai}$ . De este modo, se tiene un costo asociado a la instalación de tanques de almacenamiento y estanques artificiales de los usuarios considerados, también se evalúa  $K_F$ , que es el índice que anualiza la inversión y considera el efecto de la inflación en los costos de inversión del proceso, en el tiempo que se requiera la instalación de los diferentes almacenamientos, puesto que la instalación se llevara a cabo en diferentes años según se requiera, se considera el factor  $VP$  que es el valor presente de la inversión el cual evalúa el valor del dinero en el tiempo de la instalación de cada almacenamiento.

Las disyunciones propuestas (en términos de las funciones de costo) son formuladas usando la reformulación Big-M. Para usuarios domésticos y agrícolas sería:

$$\sum_t z_{l,t}^s \leq 1, \quad \forall l \in L \quad (41)$$

$$S_{l,t'} \leq \delta_l^{s,\max} \sum_{t=1}^{t=t'} z_{l,t}^s, \quad \forall l \in L, \forall t \in T, \forall t' \in T', \forall t' \leq t \quad (42)$$

$$s_{l,t'}^{in} \leq \delta_l^{s,\max} \sum_{t=1}^{t=t'} z_{l,t}^s, \quad \forall l \in L, \forall t \in T, \forall t' \in T', \forall t' \leq t \quad (43)$$

$$K_{F_l} = \sum_t K_{F_{l,t}} \cdot \sum_t VP_{l,t} \cdot z_{l,t}^s, \quad \forall l \in L \quad (44)$$

$$Cost_{l,t}^s = K_{F_l} \left[ A + B \left( S_l^{\max} \right)^\alpha \right], \quad \forall l \in L \quad (45)$$

$$\sum_t z_{n,t}^a \leq 1, \quad \forall n \sum_t z_{n,t}^a \leq 1, \quad \forall n \in N \quad (46)$$

$$A_{n,t'} \leq \delta_n^{a,\max} \sum_{t=1}^{t=t'} z_{n,t}^a, \quad \forall n \in N, \forall t \in T, \forall t' \in T', \forall t' \leq t \quad (47)$$

$$a_{n,t}^{in} \leq \delta_n^{a,\max} \sum_{t=1}^{t'} z_{n,t}^a, \quad \forall n \in N, \forall t \in T, \forall t' \in T', \forall t' \leq t \quad (48)$$

$$K_{F_n} = \sum_t K_{F_{n,t}} \cdot \sum_t VP_{n,t} \cdot z_{n,t}^a, \quad \forall n \in N \quad (49)$$

$$Cost_{n,t}^a = K_{F_n} \left[ C + D \left( A_n^{\max} \right)^\alpha \right], \quad \forall n \in N \quad (50)$$

Para los usuarios industriales la reformulación es la siguiente:

$$\sum_t z_{b,t}^{si} \leq 1, \quad \forall b \in B \quad (51)$$

$$SI_{b,t'} \leq \delta_b^{si,\max} \sum_{t=1}^{t'} z_{b,t}^{si}, \quad \forall b \in B, \forall t \in T, \forall t' \in T', \forall t' \leq t \quad (52)$$

$$si_{b,t'}^{in} \leq \delta_b^{si,\max} \sum_{t=1}^{t'} z_{b,t}^{si}, \quad \forall b \in B, \forall t \in T, \forall t' \in T', \forall t' \leq t \quad (53)$$

$$K_{F_b} = \sum_t K_{F_{b,t}} \cdot \sum_t VP_{b,t} \cdot z_{b,t}^{si}, \quad \forall b \in B \quad (54)$$

$$Cost_b^{si} = K_{F_b} \left[ A + B \left( SI_b^{\max} \right)^\alpha \right], \quad \forall b \in B \quad (55)$$

$$\sum_t z_{w,t}^{ai} \leq 1, \quad \forall w \in W \quad (56)$$

$$AI_{w,t'} \leq \delta_w^{ai,\max} \sum_{t=1}^{t'} z_{w,t}^{ai}, \quad \forall w \in W, \forall t \in T, \forall t' \in T', \forall t' \leq t \quad (57)$$

$$ai_{w,t'}^{in} \leq \delta_w^{ai,\max} \sum_{t=1}^{t'} z_{w,t}^{ai}, \quad \forall w \in W, \forall t \in T, \forall t' \in T', \forall t' \leq t \quad (58)$$

$$K_{F_w} = \sum_t K_{F_{w,t}} \cdot \sum_t VP_{w,t} \cdot z_{w,t}^{ai}, \quad \forall w \in W \quad (59)$$

$$Cost_w^{ai} = K_{F_w} \left[ C + D \left( A_w^{\max} \right)^\alpha \right], \quad \forall w \in W \quad (60)$$

### 3.3 Función Objetivo

La función objetivo consiste en maximizar la ganancia neta por las ventas del agua usada en la ciudad. El agua es administrada y distribuida por el gobierno local, los ingresos se utilizan como parte del presupuesto para el desarrollo y mantenimiento de la infraestructura. La función objetivo propuesta considera las ventas de agua (contribuciones) para usos domésticos, agrícolas e industriales, el costo asociado al tratamiento y distribución de agua ( $pp\text{cost}$ ) tanto como el costo asociado a la instalación y operación de los tanques artificiales (costo de almacenamiento).

$$TAR = \text{contribución} - \text{costo de tratamiento} - pp\text{costo} - \text{costo de almacenamiento} \quad (61)$$

El precio del agua es independiente de la corriente; sin embargo, el costo de tratamiento depende de la corriente y el reúso. Las contribuciones pueden ser obtenidas como:

$$\begin{aligned} \text{Contribución}_t = & \left( \sum_k \sum_t g_{k,t}^d + \sum_l \sum_j \sum_t S_{l,j,t}^{out,d} + \sum_n \sum_j \sum_t a_{n,j,t}^{out,d} \right) DSC \\ & + \left( \sum_k \sum_t g_{k,t}^a + \sum_l \sum_h \sum_t S_{l,h,t}^{out,a} + \sum_t \text{int}_t^{out} \right) ASC \\ & + \left( \sum_k \sum_t g_{k,t}^i + \sum_b \sum_u \sum_t S_{b,u,t}^{out,i} + \sum_w \sum_u \sum_t a_{w,u,t}^{out,i} + \sum_h \sum_t \text{int}_h^{out,i} \right) ISC \end{aligned} \quad (62)$$

Donde  $DSC$  es el precio del agua vendida para uso doméstico,  $ASC$  es el precio del agua vendida para propósitos agrícolas y  $ISC$  es el precio del agua vendida para usuarios industriales, en todos los casos el precio se considera para el periodo de tiempo  $t$ .

Las diferentes corrientes tienen calidades diferentes y cada usuario requiere diferentes tratamientos. Así dependiendo de la corriente y el uso, el agua tiene diferente costo total de tratamiento, el costo de tratamiento para usos domésticos, agrícolas e industriales es:

$$\begin{aligned}
 \text{Costo de tratamiento} = & \left( \sum_k \sum_t g_{k,t}^d CTND + \sum_k \sum_t g_{k,t}^a CTNA + \sum_k \sum_t g_{k,t}^i CTNI \right) \\
 & + \left( \sum_l \sum_j \sum_t s_{l,j,t}^{out,d} + \sum_n \sum_j \sum_t a_{n,j,t}^{out,d} \right) CTAD + \left( \sum_l \sum_h \sum_t s_{l,h,t}^{out,a} + \sum_n \sum_j \sum_t a_{n,j,t}^{out,a} \right) CTA A \\
 & + \left( \sum_b \sum_u \sum_t s_{b,u,t}^{out,i} + \sum_w \sum_u \sum_t a_{w,u,t}^{out,i} \right) CTAI + \left( \sum_b \sum_u \sum_t s_{b,u,t}^{out,i} + \sum_w \sum_u \sum_t a_{w,u,t}^{out,i} \right) ISC \\
 & + \left( \sum_t \text{int}_t^{out} + \sum_h \sum_t \text{int}_{h,t}^{out,i} \right) CTPA + \left( \sum_t Cw_t^{tp} + \sum_t Cw_t^{tpi} \right) CTPE
 \end{aligned} \tag{63}$$

Donde  $CTND$  es el costo de las corrientes naturales para uso doméstico,  $CTNA$  es el costo de corrientes naturales para uso agrícola,  $CTNI$  es el costo de las corrientes naturales para uso industrial,  $CTAD$  y  $CTAA$  son los costos de tratamiento de agua de lluvia para usos domésticos y agrícolas respectivamente, además  $CTAI$  es el costo de tratamiento del agua de lluvia para uso industrial,  $CTP$  es el costo de tratamiento por la regeneración de agua residual para uso agrícola y  $CTPE$  es el costo de tratamiento de agua residual para la disposición final en el ambiente.

El costo de almacenamiento es obtenido de la suma de los costos anualizados de depósitos artificiales, para uso doméstico y agrícola ( $Cost_{l,t}^s$  y  $Cost_{n,t}^a$  para tanques y estanques respectivamente):

$$\text{Costo de almacenamiento} = \left( \sum_l \sum_t Cost_{l,t}^s + \sum_n \sum_t Cost_{n,t}^a \right) \tag{64}$$

Así también para uso industrial ( $Cost_{b,t}^{si}$  y  $Cost_{w,t}^{ai}$  para tanques y estanques respectivamente):

$$\text{Costo de almacenamiento industrial} = \left( \sum_b \sum_t Cost_{b,t}^{si} + \sum_w \sum_t Cost_{w,t}^{ai} \right) \tag{65}$$

El costo de tubería y bombeo ( $pp\ cost$ ) asociado al transporte de agua desde una localización a otra es dado en términos de los siguientes parámetros:  $PCSTD$  es el costo unitario de tubería y bombeo del tanque de almacenamiento  $l$  a la unidad doméstica  $j$ ,  $PCASD$  es el costo unitario de bombeo del estanque artificial  $n$  a la unidad doméstica  $j$ ,  $PCSTA$  es el costo unitario de tubería y bombeo del tanque de almacenamiento  $l$  a la unidad agrícola  $h$ ,  $PCASA$  es el costo unitario de tubería y bombeo desde un estanque artificial  $n$  a una unidad agrícola  $h$ ,  $PCSTI$  es el costo unitario

de tubería y bombeo desde un tanque de almacenamiento industrial  $b$  a la unidad industrial  $u$ ,  $PCASI$  es el costo unitario de tubería y bombeo desde el estanque artificial industrial  $w$  a la unidad industrial  $u$ ,  $PCND$ ,  $PCNA$  y  $PCNI$  son los costos unitarios de tuberías y bombeo desde las corrientes naturales  $k$  a las corrientes principales domésticas, agrícolas e industriales, respectivamente, y finalmente  $PCTW$  (doméstico y agrícola) y  $PCTI$  (industrial) son los costos unitarios de tubería y bombeo desde las plantas de tratamiento a las unidades agrícolas  $h$ . De este modo, el costo total de tubería y bombeo es determinado como sigue:

$$\begin{aligned}
 pp\ Costo = & \sum_l \sum_j \sum_t s_{l,j,t}^{out,d} PCSTD + \sum_n \sum_j \sum_t a_{n,j,t}^{out,d} PCASD \\
 & + \sum_l \sum_h \sum_t s_{l,h,t}^{out,a} PCSTA + \sum_n \sum_h \sum_t a_{n,h,t}^{out,a} PCASA + \sum_b \sum_u \sum_t s_{b,u,t}^{out,i} PCSTI + \sum_w \sum_u \sum_t a_{w,u,t}^{out,i} PCASI \\
 & + \sum_k \sum_t g_{k,t}^d PCND + \sum_k \sum_t g_{k,t}^a PCNA + \sum_k \sum_t g_{k,t}^i PCNI + \sum_h \sum_t int_{h,t}^{out,ag} PCTW \\
 & + \sum_h \sum_t int_{h,t}^{out,i} PCTI
 \end{aligned} \tag{66}$$

### 3.4 Caso de estudio

Esta sección presenta un caso de estudio para mostrar la aplicabilidad del modelo propuesto. La ciudad de Morelia, Michoacán, México fue seleccionada como un caso de estudio para el almacenamiento y distribución de agua. Morelia es la capital del estado de Michoacán; ésta es la ciudad con los más altos costos de agua en México (hasta \$19.00 pesos por metro cúbico en algunas zonas de la ciudad en el año 2012), también tiene un problema grave de sobreexplotación de los recursos naturales que ha dado lugar a un déficit anual de 2.46 m del acuífero de la ciudad de acuerdo a Avila-Oliveira y Garduño-Monroy (2007). La ciudad tiene una población de 729,279 habitantes (INEGI, 2010), y de acuerdo a datos de CONAGUA (Consejo Nacional de Agua), el consumo total de agua en la ciudad de Morelia fue de 137,521,771 m<sup>3</sup>/año en el año 2009 de los cuales 90,168,374.77 m<sup>3</sup>/año fueron usados en servicios públicos (principalmente doméstico) (CONAGUA, 2011), lo cual representa un consumo promedio de 338.75 litros per cápita por día. Durante el mismo año, la actividad agrícola en Morelia requirió 21,348,208.28 m<sup>3</sup>/año. Mientras que las actividades industriales consumieron 26,005,188.32 m<sup>3</sup>/año. Las demandas de la ciudad mencionadas son tradicionalmente satisfechas con la extracción de agua de los pozos profundos (43.93%), manantiales (33.41%) y la presa Cointzio (22.66%) (Avila-Oliveira y Garduño-Monroy, 2007).

Por otro lado, de acuerdo a CONAPO (Consejo Nacional de Población), la tasa de crecimiento de la población urbana para los años 2010-2025 sería 0.27% por año, y junto con el crecimiento de la población también se incrementará la demanda. Por otro lado, de acuerdo a los datos del Servicio Meteorológico Nacional la precipitación anual ha disminuido en los últimos años y se espera que esta tendencia se mantenga (CONAGUA-SMN, 2011). Esta información fue tomada como base para hacer la proyección de la demanda de agua y disponibilidad de precipitación durante el período 2013-2023.

El problema consiste en encontrar la distribución óptima de agua que satisfaga las demandas domésticas, agrícolas e industriales en el periodo 2013 a 2023 de Morelia, manteniendo un nivel sostenible de las fuentes naturales de agua. Por cuestiones de modelado, la ciudad es dividida en cinco áreas: Centro (CE), Nor-Este (NE), Nor-Oeste (NW), Sur-Este (SE) y Sur-Oeste (SW), ver la **Figura 2** (tomada y adaptada de (INEGI, 2012)). Cada sección contiene un número dado de AGEB (Áreas Geo-Estadísticas Básicas) definido como un grupo de 293 bloques. La información de AGEB fue tomada de INEGI (2012) para calcular la población en cada sección de la ciudad. También fue definida la localización de los principales usuarios industriales y agrícolas. Se considera que hay 20 tanques disponibles para la instalación en la ciudad para servicios de las actividades domésticas y agrícola, similarmente también se pueden instalar 20 tanques para servicio industrial. Del mismo modo, 6 estanques artificiales pueden ser instalados para usuarios domésticos y agrícolas, y finalmente 6 estanques artificiales para usuarios industriales.

La precipitación mensual en Morelia en el periodo de 1951-2010, de acuerdo al Sistema Meteorológico Nacional (SMN, 2010), fue tomado como referencia para el tiempo del proyecto, considerando que la precipitación se espera disminuirá un 6% para el año 2030. Los datos de precipitación del periodo analizado (2013-2023) pueden verse en la **Tabla 1**.

El cálculo del coeficiente de escurrimiento en Morelia,  $K$ , es tomado como 0.263, el cual corresponde al tipo de suelo y distribución en la ciudad (CONAGUA, 2009). Para el primer año, este coeficiente de escurrimiento es calculado como:

$$C_e = \frac{0.263(768.9 - 250)}{2000} + \frac{0.263 - 0.15}{1.5} = 0.1435$$

Para los años restantes, el procedimiento es el mismo y sólo cambia la precipitación anual.

La capacidad máxima para los tanques de almacenamiento es 50,000 m<sup>3</sup> y para los estanques artificiales es 600,000 m<sup>3</sup>, independientemente del tipo de usuario. Las funciones de costo de los tanques y estanques artificiales para usuarios domésticos y agrícolas son los siguientes:

$$Cost_l^s = 13080 + 1.8135(S_l^{\max}), \quad \forall l \in L$$

$$Cost_n^a = 111968 + 0.8895(A_n^{\max}), \quad \forall n \in N$$

Las funciones de costo de los tanques y estanques artificiales para usuarios industriales son los siguientes:

$$Cost_b^{si} = 13080 + 1.8135(SI_b^{\max}), \quad \forall b \in B$$

$$Cost_w^{ai} = 111968 + 0.8895(AI_w^{\max}), \quad \forall w \in W$$

Los costos de tubería y bombeo para el agua enviada desde los tanques de almacenamiento a cualquier sector o desde cualquier estanque artificial a cualquier usuario se muestran en las **Tablas 2, 3, 4 y 5**, los costos de tubería y bombeo para los usuarios industriales y domésticos son considerados igual, sólo para usuarios agrícolas son diferentes.

**Tabla 1.** Precipitación esperada por mes en Morelia, México (mmH<sub>2</sub>O).

	2013*	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
<b>Ene</b>	15.60	15.51	15.41	15.32	15.23	15.14	15.05	14.96	14.87	14.78	14.69
<b>Feb</b>	7.70	7.65	7.61	7.56	7.52	7.47	7.43	7.38	7.34	7.29	7.25
<b>Mar</b>	8.60	8.55	8.50	8.45	8.40	8.35	8.30	8.25	8.20	8.145	8.10
<b>Abr</b>	10.10	10.04	9.98	9.919	9.86	9.80	9.74	9.68	9.63	9.57	9.51
<b>May</b>	41.70	41.45	41.20	40.95	40.71	40.46	40.22	39.98	39.74	39.50	39.26
<b>Jun</b>	150.70	149.80	148.90	148.00	147.12	146.23	145.36	144.48	143.62	142.76	141.90
<b>Jul</b>	167.50	166.50	165.50	164.50	163.52	162.54	161.56	160.59	159.63	158.67	157.72
<b>Ago</b>	170.40	169.38	168.36	167.35	166.35	165.35	164.36	163.37	162.39	161.42	160.45
<b>Sep</b>	129.90	129.12	128.35	127.58	126.81	126.05	125.29	124.54	123.79	123.05	122.31
<b>Oct</b>	52.80	52.48	52.17	51.86	51.54	51.24	50.93	50.62	50.32	50.02	49.72
<b>Nov</b>	10.00	9.94	9.88	9.821	9.76	9.70	9.65	9.59	9.53	9.47	9.42
<b>Dic</b>	3.90	3.88	3.85	3.83	3.81	3.78	3.76	3.74	3.72	3.69	3.67
<b>Total</b>	769	764	760	755	751	746	742	737	733	728	724

\*Promedio de precipitación base tomado de 1951-2010 (SMN, 2010)

**Tabla 2.** Datos de costo de tubería y bombeo de los tanques desde los tanques de almacenamiento a los usuarios domésticos y agrícolas ( $\$ \times 10^2 / \text{m}^3$ ).

<b>Dispositivos</b>	<b>NW</b>	<b>NE</b>	<b>SW</b>	<b>SE</b>
<b>1</b>	2.5	2.5	2.5	2.5
<b>2</b>	2.5	2.5	2.5	2.5
<b>3</b>	2.5	2.5	2.5	2.5
<b>4</b>	2.5	2.5	2.5	2.5
<b>5</b>	2.5	2.5	2.5	2.5
<b>6</b>	2.5	2.5	2.5	2.5
<b>7</b>	1	2.5	2.5	5
<b>8</b>	1	2.5	2.5	5
<b>9</b>	1	2.5	2.5	5
<b>10</b>	1	2.5	2.5	5
<b>11</b>	2.5	1	5	2.5
<b>12</b>	2.5	1	5	2.5
<b>13</b>	2.5	1	5	2.5
<b>14</b>	2.5	1	5	2.5
<b>15</b>	2.5	5	1	2.5
<b>16</b>	2.5	5	1	2.5
<b>17</b>	2.5	5	1	2.5
<b>18</b>	5	2.5	2.5	1
<b>19</b>	5	2.5	2.5	1
<b>20</b>	5	2.5	2.5	1

**Tabla 3.** Datos de costo de tubería y bombeo desde los tanques almacenamiento a los usuarios agrícolas (\$x10<sup>2</sup>/m<sup>3</sup>).

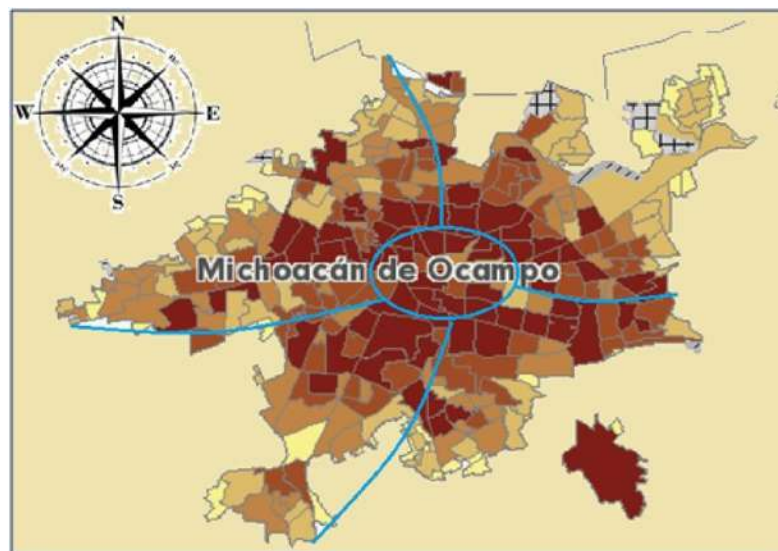
<b>Dispositivos</b>	<b>NW</b>	<b>NE</b>	<b>SW</b>	<b>SE</b>
<b>1</b>	2.5	2.5	2.5	2.5
<b>2</b>	2.5	2.5	2.5	2.5
<b>3</b>	2.5	2.5	2.5	2.5
<b>4</b>	2.5	2.5	2.5	2.5
<b>5</b>	2.5	2.5	2.5	2.5
<b>6</b>	2.5	2.5	2.5	2.5
<b>7</b>	1	2.5	2.5	5
<b>8</b>	1	2.5	2.5	5
<b>9</b>	1	2.5	2.5	5
<b>10</b>	1	2.5	2.5	5
<b>11</b>	2.5	1	5	2.5
<b>12</b>	2.5	1	5	2.5
<b>13</b>	2.5	1	5	2.5
<b>14</b>	2.5	1	5	2.5
<b>15</b>	2.5	5	1	2.5
<b>16</b>	2.5	5	1	2.5
<b>17</b>	2.5	5	1	2.5
<b>18</b>	5	2.5	2.5	1
<b>19</b>	5	2.5	2.5	1
<b>20</b>	5	2.5	2.5	1

**Tabla 4.** Datos de costo de tubería y bombeo desde los estanques artificiales a los usuarios domésticos e industriales ( $\$x10^2/m^3$ ).

Dispositivos	CE	NW	NE	SW	SE
1	2.3	2.3	1	4.6	2.3
2	2.3	2.3	1	4.6	2.3
3	2.3	1	2.3	2.3	4.6
4	2.3	1	2.3	2.3	4.6
5	2.3	4.6	2.3	2.3	1
6	2.3	2.3	4.6	1	2.3

**Tabla 5.** Datos de costo de tubería y bombeo desde los estanques artificiales a los usuarios agrícolas ( $\$x10^2/m^3$ ).

Dispositivos	NW	NE	SW	SE
1	2.5	1	5	2.5
2	2.5	1	5	2.5
3	1	2.5	2.5	5
4	1	2.5	2.5	5
5	5	2.5	2.5	1
6	2.5	5	1	2.5



**Figura 2.** Ciudad de Morelia, división geográfica propuesta.

### 3.5 Resultados

El modelo propuesto fue programado en el software GAMS (Brooke et al., 2013). El problema consiste de 53,473 restricciones, 6,864 variables discretas y 89,257 variables continuas. El modelo es un problema de Programación Mixta Entera No Lineal (MINLP, por sus siglas en inglés *Mixed Integer Nonlinear Problem*) y fue resuelto con DICOPT, el cual es un solucionador del paquete de GAMS, en una computadora con un procesador Intel Core i7 2.20 GHz con 8 GB de RAM, donde la solución de cada escenario fue obtenida en un promedio de 216,000 s. Se presentan tres escenarios para encontrar la distribución óptima de agua en la ciudad para el tiempo del proyecto considerado.

#### 3.5.1 Escenario 1

En este escenario no se instala ningún almacenamiento ni tampoco se reutiliza el agua regenerada, ésta es la forma de distribución actual en la ciudad, excepto por el hecho de que la planificación y la administración se lleva a cabo de forma sistemática, para satisfacer las demandas y al mismo tiempo mantener los niveles sostenibles en las fuentes naturales de agua. La configuración óptima para el escenario 1 es presentada en la **Figura 3**, la cual muestra el agua total retirada de cada una de las fuentes para satisfacer las demandas de todos los usuarios durante el último año del tiempo del proyecto. En el último año, la demanda total de los usuarios domésticos, industriales y agrícolas ( $211,130,387 \text{ m}^3$ ) es satisfecha principalmente con el agua tomada de la presa Cointzio y los manantiales (fuentes M1 y M2), las cuales contribuyen con 62.4% de las demandas. Debe notarse que para el año 2023 la demanda se incrementará un 53% respecto a la demanda base (desde el año 2009). La distribución propuesta permite satisfacer estas demandas a través de recarga de fuentes naturales, y de esta forma, reducir su sobreexplotación. A pesar de ello, aun es necesario encontrar alternativas para reducir el impacto en las reservas naturales de agua de la ciudad.

Por otro lado, el total de agua residual generada por usuarios domésticos durante el último año se espera sea de  $74.11 \times 10^6 \text{ m}^3$  y por usuarios industriales de  $20.77 \times 10^6 \text{ m}^3$ , sumando un total de  $94.4 \times 10^6 \text{ m}^3$ , lo cual es un incentivo para buscar alternativas en cuanto al uso de las aguas residuales y de esta manera reducir el consumo de agua dulce y al mismo tiempo reducir la contaminación de los cuerpos de agua a través de las descargas directas. La ganancia total es de  $\$1.1411 \times 10^9$  al final del proyecto, es importante mencionar que el gobierno local se encarga de la

administración del agua, y las ganancias generadas son usadas para dar mantenimiento y mejorar la infraestructura disponible.



### 3.5.2 Escenario 2

En este escenario, sólo se considera el almacenamiento de agua de lluvia, no se permite reutilizar agua regenerada, el agua residual es descargada directamente al ambiente después del tratamiento adecuado. Para este escenario, 9 estanques artificiales fueron instalados en el primer año, uno en el tercer año y dos en el quinto año. De los 12 estanques artificiales, 6 son usados para propósitos agrícolas y domésticos y el resto son usados para servicio industrial. Del mismo modo, 9 tanques fueron instalados en el primer año, 1 tanque en el segundo año, y 1 tanque en el sexto año, en este caso 9 tanques de almacenamiento son usados para servicio industrial y el resto para las actividades agrícolas y domésticas. La ganancia es de  $\$1.3723 \times 10^9$  al final del proyecto, la cual representa un incremento del 20.26% en la ganancia (respecto del escenario 1). Como se ha visto, para el sexto año toda la infraestructura requerida ha sido instalada y el agua total recolectada de la precipitación de lluvia es  $49.8 \times 10^6 \text{ m}^3$  (es decir 28.1% de la demanda global en el año). Mientras tanto, durante el séptimo año el agua recolectada es  $48.1 \times 10^6 \text{ m}^3$ . Esta tendencia (reducción en el agua colectada) se mantiene por el resto de los años, debido a una reducción en la disponibilidad del agua de lluvia, con el fin de compensar el efecto del cambio en los patrones de precipitación y de aprovechar al máximo la infraestructura instalada, sería requerida un área de colección adicional.

Otro aspecto importante es el hecho de que en el último año no se extrae agua de las fuentes naturales P8, P9 y P10, y las demandas agrícolas son satisfechas exclusivamente con agua de lluvia recolectada (ver **Figura 4**); de este modo, estos grupos de pozos profundos pueden ser recargados naturalmente. También, vale la pena mencionar que el agua de lluvia recolectada proporciona hasta un 14.6% de la demanda en la ciudad durante la temporada de lluvia (Junio-Septiembre), sin embargo el agua almacenada es también usada durante los periodos de sequía, de modo que durante los meses de Enero-Mayo y Octubre-Diciembre, el porcentaje de contribución de agua de lluvia recolectada puede alcanzar hasta el 16.7% (una vez que se hayan instalado todos los dispositivos de almacenamiento). Para este caso, el total de agua de lluvia recolectada es 22.7%.



### 3.5.3 Escenario 3

Este escenario considera simultáneamente captación de agua de lluvia y reutilización de agua regenerada. La **Figura 5** muestra los resultados de este escenario; al igual que en el escenario 2, los dispositivos de almacenamiento fueron instalados en diferentes años, sin embargo, en este caso fueron requeridos pocos dispositivos de almacenamiento. En el primer año fueron instalados para usuarios domésticos y agrícolas: 3 estanques artificiales y 1 tanque de almacenamiento; además, para los usuarios industriales es necesario instalar: 6 estanques artificiales (5 instalados en el sexto año y 1 en el séptimo año); también, se instalan para este usuario: 5 tanques de almacenamiento (4 instalados en el primer año y 1 en el sexto año). El hecho de que se requieran pocos tanques de almacenamiento es una consecuencia de la disponibilidad de agua de regenerada.

En este caso, el agua regenerada provee todos los requerimientos de agua para propósitos agrícolas en el último año. En este escenario, el agua total obtenida de las fuentes alternativas es  $3.88 \times 10^6 \text{ m}^3$ , la cual representa el 18.4% de la demanda total del último año, 8% más comparada con el escenario 2. El agua regenerada contribuye con el 12.5% de la demanda total durante el tiempo del proyecto, y del mismo modo el agua de lluvia captada provee el 12.7% de la demanda total. Esto quiere decir que las fuentes alternativas tienen el potencial para satisfacer más del 25.2% de las demandas de la ciudad. Esto ayuda a reducir la presión sobre los cuerpos de agua naturales y al mismo tiempo incrementa la ganancia por encima del  $\$1.403 \times 10^9$  al final de proyecto (es decir el 22.9% más que el escenario 1).

Cabe señalar que para este escenario la proporción de la contribución del agua de lluvia se reduce desde 22.7% a sólo 12.7%, sin embargo, no hay ningún efecto apreciable en la capacidad de recolección con respecto a la disminución en la precipitación (como en el escenario 2), esto es debido al hecho de que el área disponible para la colección y la capacidad de almacenamiento instalada son menores que el agua de lluvia disponible en cualquier período de tiempo. Una ventaja adicional de esta opción es la reducción del agua residual generada; en el caso base (escenario 1), el agua residual total (doméstica e industrial) fue  $94.891 \times 10^6 \text{ m}^3$ , y en este caso es  $73.821 \times 10^6 \text{ m}^3$ . Esta es una reducción de  $21.07 \times 10^6 \text{ m}^3$ , lo que ayuda a reducir el impacto general en las cuencas de los alrededores por la descarga directa de aguas residuales industriales y domésticas. Por otra parte, la aplicación de la recuperación del agua puede complementar eficazmente el uso de agua de

lluvia recolectada y proporcionar suficiente agua para las actividades agrícolas en la ciudad, incluso en épocas de sequía.

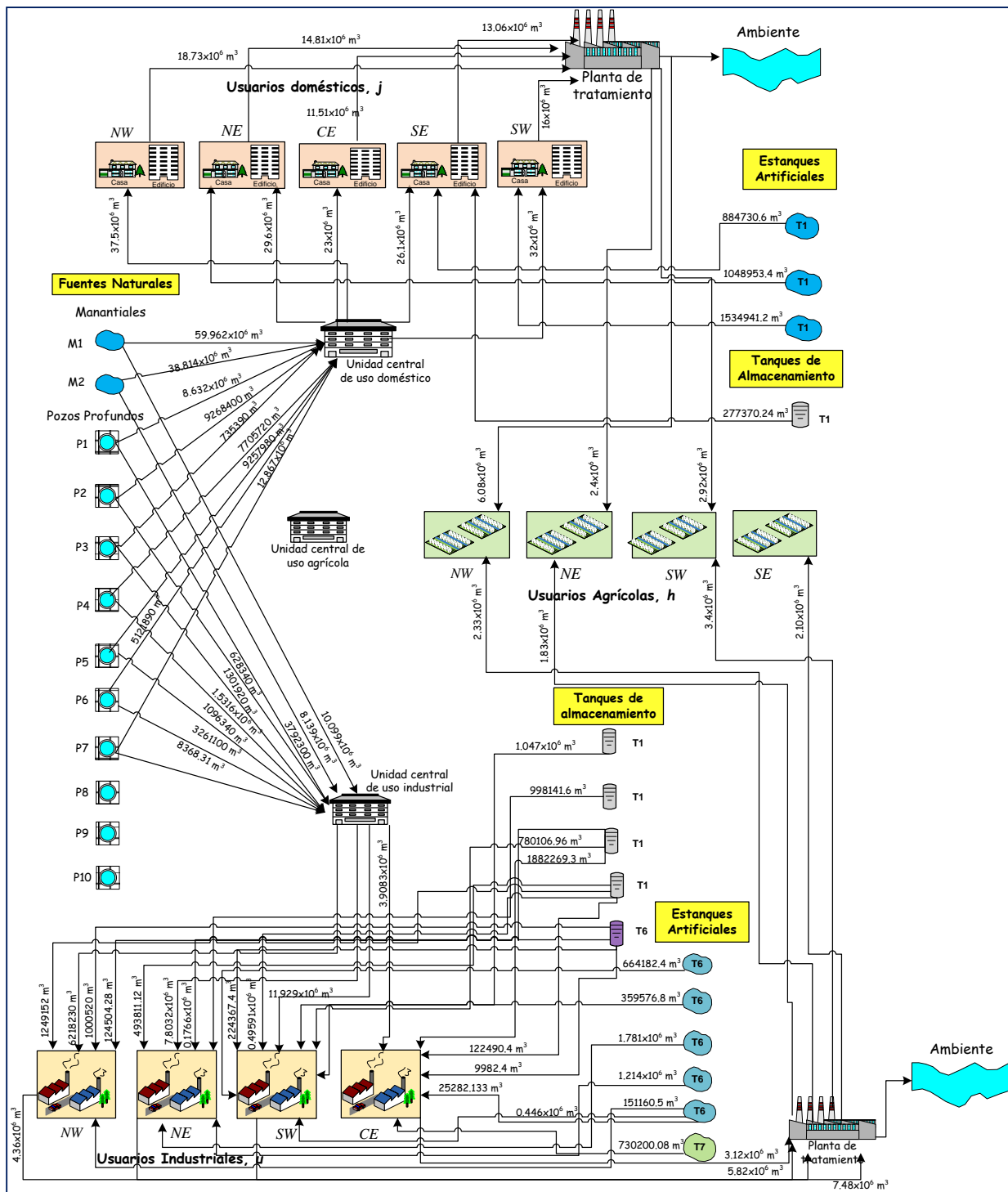


Figura 5. Resultados de la distribución de agua en la ciudad de Morelia, Escenario 3.

# CAPÍTULO IV. DISEÑO ÓPTIMO DE REDES DE AGUA A NIVEL MACROSCÓPICO BAJO INCERTIDUMBRE PARAMÉTRICA

## 4.1 Descripción del Capítulo

Similarmente al modelo de programación matemática propuesto en el Capítulo III, en esta sección se presenta un modelo que considera de igual manera la interacción entre todos los usuarios presentes en el sistema macroscópico; sin embargo, dado que la precipitación es un parámetro incierto, en el presente capítulo se analiza la incertidumbre en la precipitación, adicionalmente a los aspectos evaluados hasta ahora del sistema macroscópico de distribución de agua. Por lo que en este capítulo se propone el diseño óptimo de redes de agua a nivel macroscópico considerando la incertidumbre en la precipitación.

Al igual que en el Capítulo III, el modelo se basa en la superestructura presentada en la **Figura 1**. Del mismo modo se consideran tres tipos de usuarios (doméstico, agrícola e industrial), cada usuario tiene diferentes demandas de agua, las cuales tienen variación en cada estación del año, y normalmente son satisfechas usando fuentes naturales de agua (agua superficial y subterránea), esta agua es tratada previamente en unidades centralizadas (cada usuario cuenta con una unidad independiente). Con el objetivo de disminuir el agotamiento de las fuentes naturales, igualmente se considera la instalación de diferentes tipos de almacenamiento para la captación de agua de lluvia, los cuales pueden ser construidos en diferentes lugares de la ciudad según sea requerido. Sin embargo, debido al cambio climático se han modificado los patrones de precipitación por lo que no se pueden predecir con exactitud; por lo tanto, es importante tener en cuenta la incertidumbre en la precipitación para evaluar el efecto de este factor en el diseño de redes de agua, especialmente cuando se utiliza el agua de lluvia recolectada como fuente alternativa de agua.

En el presente capítulo se considera el almacenamiento óptimo de agua y su distribución en un sistema macroscópico, tomando en cuenta la variación estacional de las demandas, el crecimiento poblacional, el valor del dinero en el tiempo y la incertidumbre en los patrones de precipitación. Con el objetivo de determinar el efecto de la incertidumbre de la precipitación en el

almacenamiento y distribución de agua, el resto de los parámetros del modelo son considerados como determinísticos y obtenidos con una proyección basada en los valores presentes.

## 4.2 Modelo Matemático

Se proponen balances de masa en las fuentes naturales, así como en los diferentes sectores de distribución de agua del sistema (unidades centrales de los usuarios domésticos, agrícolas e industriales); también se considera la precipitación y los balances de masa en los sistemas de captación de agua de lluvia en caso de que sea necesaria su instalación. Finalmente, se considera el reúso de agua residual tratada para satisfacer las demandas agrícolas, y se proponen balances en las plantas de tratamiento de agua doméstica e industrial; así como también, se plantean balances para su distribución a los usuarios agrícolas. Igualmente para la selección de la instalación de los dispositivos de almacenamiento de agua de lluvia (tanques y estanques de almacenamiento), se consideran ecuaciones disyuntivas relacionadas a las funciones de costo de los almacenamientos. Dichos balances son representados por las ecuaciones (1) a la (2) propuestas en el capítulo III. La diferencia radica en la predicción de la precipitación, por lo que la ecuación (3) del modelo propuesto es modificada como se indica a continuación:

Dado que la recarga de los cuerpos naturales de agua es la suma del escurrimiento ( $ROWV_{k,t}$ ) más la precipitación directa ( $DPWV_{k,t}$ ) (ver ecuación 7 en el capítulo III). Además, el escurrimiento es una función del coeficiente de escurrimiento, la precipitación total anual y el área de colección, la ecuación (3) del capítulo III se transforma en:

$$ROWV_{k,t} = P_t \cdot A_k^{ROW} \cdot Ce_{y(t)}, \quad \forall k \in K, \forall t \in T \quad (67)$$

Donde  $Ce_{y(t)}$  se calcula con métodos indirectos como función de la precipitación anual y el parámetro K (de acuerdo con la norma Mexicana: NOM-001-CNA-2000); este parámetro es una función uso y del tipo de suelo (como ya se indicó en el capítulo III). Por lo que, de igual manera, las ecuaciones (4) y (5) del modelo se transforman en:

$$Ce_y = \frac{K(P_y^{Total} - 250)}{2000} \quad K \leq 0.15, \quad \forall y \in Y \quad (68)$$

$$C_{e_y} = \frac{K(P_y^{Total} - 250)}{2000} + \frac{K - 0.15}{1.5} \quad K \geq 0.15, \quad \forall y \in Y \quad (69)$$

Como se puede ver, el coeficiente de escurrimiento depende de la precipitación total durante un año, mientras que la precipitación directa ( $DPWV_{k,t}$ ) depende de la precipitación mensual y el área de colección de las fuentes naturales (la precipitación directa sólo es aplicada a fuentes de agua superficiales), por lo que este término se calcula tal como lo indica la ecuación (6) del modelo planteado en el capítulo III, al igual que el resto de los balances y ecuaciones presentadas en dicho capítulo (ecuaciones de la (6) a la (66)) son evaluadas del mismo modo en el presente capítulo, por lo tanto no es necesario escribirlas nuevamente (ver capítulo III, en subtema: 3.2 Modelo matemático).

### 4.3 Función Objetivo

Del mismo modo al modelo del capítulo III, la función objetivo consiste en maximizar las ganancias de la red de agua macroscópica, la cual consiste en la diferencia de las ventas de agua menos los costos de tratamiento, almacenamiento y distribución. Como se indica en la ecuación (61) del capítulo III, la cual se presenta a continuación:

$$TAR = \text{contribución} - \text{costo de tratamiento} - \text{pp costo} - \text{costo de almacenamiento} \quad (61)$$

Cada término de la función objetivo se evalúa de la misma manera que el capítulo III, considerando las ecuaciones de la (62) a la (66).

En este capítulo, así como en el anterior, el precio del agua no depende de la fuente si no del usuario final. Cada usuario requiere una calidad de agua diferente, así que el costo de tratamiento será diferente dependiendo del usuario final y la fuente de agua.

Por otro lado, para evitar complicaciones numéricas durante la solución del modelo propuesto, no se consideraron balances por componentes para los contaminantes presentes. Se hace una simplificación, la cual especifica que el agua que se envía a cada usuario satisface sus restricciones de calidad en base a las unidades de tratamiento. También, se considera que el agua a la entrada de las unidades de tratamiento tiene una composición bastante regular, y que para esta composición característica el equipo disponible tiene una eficiencia que permite satisfacer las

restricciones de uso mencionadas. Ésta es una suposición ligera debido al hecho de que la calidad del agua extraída y colectada no cambia drásticamente con el tiempo.

Finalmente, para evaluar el costo de tubería y bombeo, en este trabajo de tesis se utiliza como base sólo el flujo por una distancia dada. Si son fijados el diámetro de las tuberías, la distancia desde los sitios de almacenamiento a los usuarios finales y la altura, entonces sólo el flujo determina el tamaño de las bombas y la energía requerida. Sin embargo, después de esta etapa, se debe considerar el diseño detallado en la red de tubería para determinar el costo exacto.

#### 4.4 Caso de estudio

En este capítulo se selecciona el caso de estudio de la ciudad de Morelia de igual manera que en capítulo III, del mismo modo se considera el consumo de agua para servicios públicos, agrícolas e industriales tomados de CONAGUA (2011) que se reportan en el capítulo anterior. También se considera la división de la ciudad propuesta en el capítulo III, como se muestra en la **Figura 2**, considerando la población en las cinco secciones, la cual se calcula con la información del número de AGBs (Áreas Geo-Estadísticas Básicas) en cada sección (INEGI, 2012). De igual manera, en este caso el consumo de agua fue correlacionado usando el promedio per cápita en la ciudad. Se supone que independientemente del estatus socioeconómico en cada zona, el consumo promedio es 338 l por persona por día. El consumo promedio es usado debido a que no hay una distribución uniforme de las zonas socioeconómicas de la ciudad (están mezcladas). Además, se considera que este promedio tiene una variación estacional, disminuyendo hasta un 10% durante los meses fríos e incrementando 10% durante los meses calurosos. Dicha información es considerada para hacer una proyección de las demandas para los años del 2014 al 2018 que es el tiempo de duración del proyecto propuesto. Se toma una precipitación promedio (**Tabla 6**) a partir del año 1951 hasta el año 2010 (SMN, 2010) considerando una desviación estándar del 20% cada mes. El costo de agua fresca para usuarios domésticos es \$1 USD/m<sup>3</sup>, \$0.3 USD/m<sup>3</sup> para usuarios agrícolas y \$0.2 USD/m<sup>3</sup> para usuarios industriales. Estos datos fueron tomados como base para hacer la proyección de los costos considerando un incremento anual del 7% (basados en datos históricos del precio de venta de agua en la ciudad). Las funciones de costo de los almacenamientos, independiente del su usuario final, se muestran en la **Tabla 7**.

**Tabla 6.** Precipitación promedio 1951-2010 (SMN, 2010)

Mes	Precipitación (mm H <sub>2</sub> O/E)
Ene	18
Feb	6.9
Mar	10
Abr	14.4
May	46.5
Jun	141.9
Jul	181.1
Ago	165.1
Sep	141.4
Oct	56.4
Nov	12.3
Dic	5.7
<b>Total</b>	<b>799.7</b>

**Tabla 7.** Funciones de costo de los dispositivos de almacenamiento

Concepto	Costo Fijo (\$)	Costo Variable (\$/m <sup>3</sup> )
Tanques de almacenamiento	28,080	4.91
Estanques artificiales	151,968	4.98

El costo de tubería y bombeo varía de  $\$1 \times 10^{-3}/\text{m}^3$  para zonas cercanas (de 1 hasta 3 km) y hasta  $\$8 \times 10^{-3}/\text{m}^3$  para más de 10 km. Se considera que se pueden instalar 40 tanques de almacenamiento artificiales en diferentes puntos de la ciudad, de los cuales 20 tanques son para servicio general y 20 tanques para uso industrial. Del mismo modo, 6 estanques artificiales se pueden instalar para usuarios domésticos y agrícolas, y 6 estanques artificiales para usuarios industriales. La capacidad de los dispositivos de almacenamiento artificiales es la misma que en el capítulo III ( $50,000 \text{ m}^3$  para tanques de almacenamiento y  $600,000 \text{ m}^3$  para estanques artificiales). Se considera que en un sólo año máximo se pueden instalar 10 tanques de almacenamiento y 4 estanques artificiales. Para determinar el coeficiente de escurrimiento para la constante  $K$  se toma el valor de 0.263, el cual corresponde al tipo de suelo y la distribución en la ciudad (CONAGUA, 2009).

## 4.5 Resultados

El problema es resuelto como un problema pseudo-determinístico debido al hecho de que la incertidumbre en la precipitación no está correlacionada; esto significa que el valor de la precipitación en un mes dado no es una función de la precipitación en el periodo de tiempo previo. Por lo tanto, se genera un conjunto de estados aleatorios para la precipitación y el problema se resuelve para estos escenarios. Entonces, el problema es resuelto nuevamente fijando las variables de diseño (tiempo, localización y tipo de dispositivos de almacenamiento), permitiendo un escenario diferente para la precipitación con el fin de determinar si la solución es aún factible y el efecto en la función objetivo. Con el fin de asegurar la sustentabilidad, se imponen un conjunto de restricciones para el mínimo de nivel de agua permitido en las fuentes naturales durante el tiempo del proyecto. El modelo fue programado en GAMS (Brooke et al., 2013), el cual es un problema MINLP (Mixto Entero No Lineal) y consiste de 24,997 ecuaciones, 40,657 variables continuas y 3120 variables binarias. El modelo fue resuelto con el resolvidor DICOPT en un tiempo promedio de cómputo de 238 s.

Se presentan varios escenarios con diferentes restricciones. El primer escenario no permite captación de agua de lluvia, en el segundo se considera esta opción. Cada escenario es discutido con diferentes condiciones como se presenta a continuación.

### 4.5.1 Escenario 1

- a) En este escenario no se permite la captación de agua de lluvia, primeramente se impone la restricción de un nivel mínimo en la capacidad de las fuentes naturales de agua del 35% durante el tiempo del proyecto. Bajo estas condiciones, la ganancia total es \$ 240x10<sup>6</sup> USD. Para este escenario, todas las demandas son completamente satisfechas, sin embargo el nivel de la mayoría de las fuentes naturales alcanza el mínimo o es cercano al valor mínimo permitido. Esto se debe principalmente al incremento en las demandas junto con la disminución en la precipitación en cada año, la cual fue: 807.9, 752.5, 789.9, 757.5 y 709.5 mm H<sub>2</sub>O/año, en los años del 2014-2018, respectivamente. Cuando comparamos estos valores con el valor promedio de los años 1951-2010, el cual fue 799.7 mm H<sub>2</sub>O/año, se puede notar que para cuatro años es inferior al valor nominal, lo cual causa un incremento en la presión en los cuerpos naturales de agua.

- b) En este caso la precipitación se fija (igual que en el escenario 1a) y se impone una restricción adicional que asegura que el nivel de las fuentes naturales al final del año es al menos el 80% de su inventario inicial y se debe satisfacer al menos el 90% de las demandas de todos los usuarios, entonces la ganancia es  $\$220 \times 10^6$  USD, esto representa pérdidas en la ganancia de 8.3%, además se presentan cortes en el suministro de agua para todos los usuarios. Siendo los usuarios domésticos el grupo más vulnerable, esto es consistente con el funcionamiento actual de la distribución del agua en la ciudad, en el cual varios sectores de la ciudad reciben un suministro intermitente, especialmente durante las épocas de sequía. Además, al tratar de satisfacer completamente las demandas durante el tiempo del proyecto mientras se satisfacen las restricciones del nivel de los cuerpos naturales de agua el problema se vuelve infactible, lo que indica que es imposible satisfacer por completo las demandas sin comprometer la sustentabilidad del recurso.
- c) Después, el proceso es repetido con diferentes estados de precipitación, en este caso la precipitación predicha es 818.9, 775.2, 768.3, 829.4 y 859.8 mm H<sub>2</sub>O/año para los años 1, 2, 3, 4 y 5, respectivamente; es decir una precipitación más alta que el valor nominal para los años 1, 3 y 5. En este escenario, la ganancia es la misma que en el escenario 1a ( $\$240 \times 10^6$  USD), pero el nivel de todas las fuentes naturales está por encima del nivel obtenido en el primer caso.
- d) Después se fijan las condiciones del escenario 1c y son impuestas las restricciones sobre el nivel en el último mes del año junto con la restricción en la demanda, en este escenario se obtuvo una ganancia de  $\$228 \times 10^6$  USD, lo cual representa una disminución del 5% en la ganancia. Sin embargo, cuando se compara nuevamente el caso con la baja precipitación (Escenario 1b), la pérdida en la demanda es menor y la demanda insatisfecha es también menor (20.3%). Esto quiere decir que la precipitación juega un papel vital en la administración del agua en la ciudad.

Finalmente, se muestra en la **Figura 6** un ejemplo para el esquema de distribución del último año en el caso de baja precipitación (Escenario 1) y tratando de cumplir completamente la demanda, en la **Figura 6** se presenta el volumen total enviado a cada usuario durante el año. Se puede identificar que durante el último año, la demanda total de la ciudad es satisfecha usando 26.2% de agua extraída de manantiales, 29.6% de la presa Cointzio y 44.2% de los pozos profundos, lo cual es similar al funcionamiento actual (pozos profundos 43.93%, manantiales

33.41% y la presa Cointzio 22.6% (Avila-Olivera y Garduño-Monroy, 2007)). Además, esta configuración satisface completamente las demandas y la restricción del mínimo nivel; sin embargo, es importante destacar que esta no es una operación sustentable, y en un tiempo prolongado las condiciones de estrés hídrico pueden hacer imposible satisfacer las crecientes demandas.

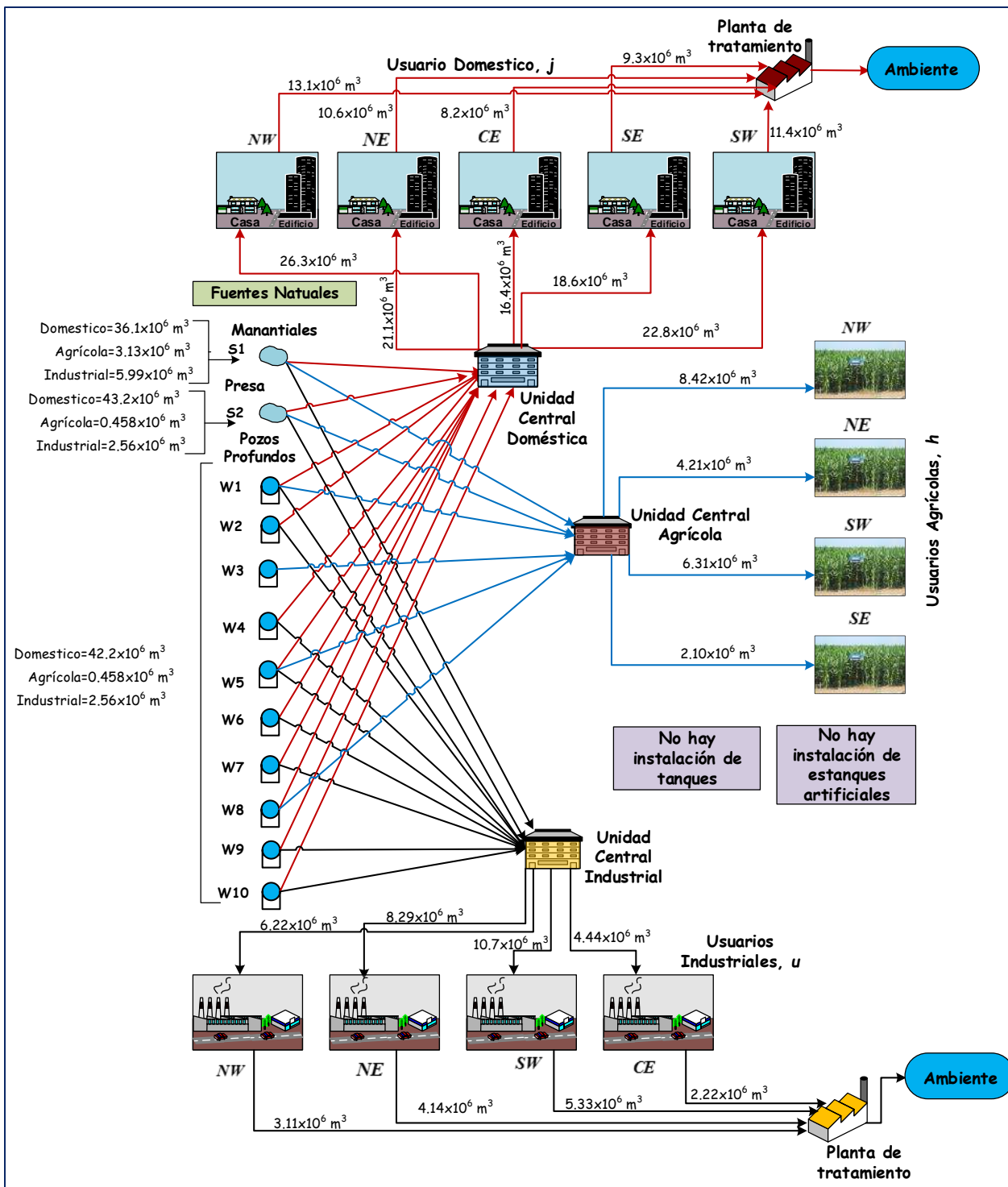


Figura 6. Ejemplo del Escenario 1a de distribución de agua en el último año en la ciudad.

#### 4.5.2 Escenario 2

- a) En este escenario se permite la captación de agua de lluvia. Para efectos de comparación se resuelve bajo las condiciones del escenario 1a (baja precipitación y forzando a satisfacer

las demandas). La ganancia total es \$  $263 \times 10^6$  USD (9.5% más alta que en el caso base). Sin embargo, en este caso sólo dos de las fuentes naturales llegan a su límite inferior. En la **Figura 7** se presenta un ejemplo de la distribución para el último año, esta figura muestra también el volumen total distribuido en todos los usuarios durante el año, igualmente la **Tabla 8** especifican las condiciones bajo las cuales se lleva a cabo la distribución. Para el último año, la demanda doméstica incrementa hasta  $105,174,429 \text{ m}^3$ . Dichas demandas son satisfechas con las fuentes naturales de la ciudad, el 50.6% es tomado de los manantiales, 10.5% de la presa Cointzio y 38.9% se toma de los pozos profundos. En el caso de las demandas agrícolas que ascienden a  $21,046,695 \text{ m}^3$ , son satisfechas con una distribución de 22.32%, 35.37% y 42.29%, proveniente de manantiales, presa y pozos profundos respectivamente. Finalmente, para usuarios industriales la demanda es el último año es  $29,599,991 \text{ m}^3$ , de los cuales  $9,281,214 \text{ m}^3$  pueden ser obtenidos de los tanques de almacenamiento,  $11,713,420 \text{ m}^3$  de los estanques artificiales,  $2,302,660 \text{ m}^3$  de manantiales y  $6,302,800 \text{ m}^3$  de pozos profundos. Los dispositivos de almacenamiento son instalados en el primer mes de los años 1 al 3 en el caso de estanques artificiales (dos cada año) y para tanques del 1 al 4 año (5 tanques cada año). La demanda total en el último año es  $155,821,116 \text{ m}^3$ , y para satisfacer esta demanda la distribución es: de manantiales se extrae el 38.7%, el 11.9% de la presa Cointzio, 36% de pozos profundos y 13.4% de agua de lluvia colectada. En el tiempo del proyecto, el agua de lluvia captada tiene el potencial de proveer hasta el 11.3% del total de demandas de agua en la ciudad. Se debe notar que esta opción incrementa la ganancia y también permite la recarga de las fuentes naturales a través de los años.

- b) Con la finalidad de determinar si la solución es robusta bajo condiciones de incertidumbre, se fija la configuración determinada en el escenario previo; es decir que la localización, tiempo de instalación y el tipo de dispositivo de almacenamiento es fijado. Así, el almacenamiento y el esquema de distribución se calcula bajo incertidumbre en la precipitación. La ganancia obtenida es \$  $263 \times 10^6$ , aunque la ganancia es la misma, la planificación del almacenamiento y distribución es diferente, esto significa que el esquema de planeación puede adaptarse a las condiciones de precipitación, sin perder las ventajas del proceso diseñado. En este escenario, la precipitación es 812.7, 840.6, 755.9, 719.5, 770.8 mm  $\text{H}_2\text{O}/\text{año}$  para los años de 2014 al 2018, respectivamente. El modelo fue resuelto

con varios escenarios de precipitación encontrado que para los casos en que la precipitación es considerablemente más baja que la obtenida en el caso base, la ganancia puede caer hasta un 4%, sin embargo todas las demandas y restricciones de sustentabilidad se satisfacen siempre.

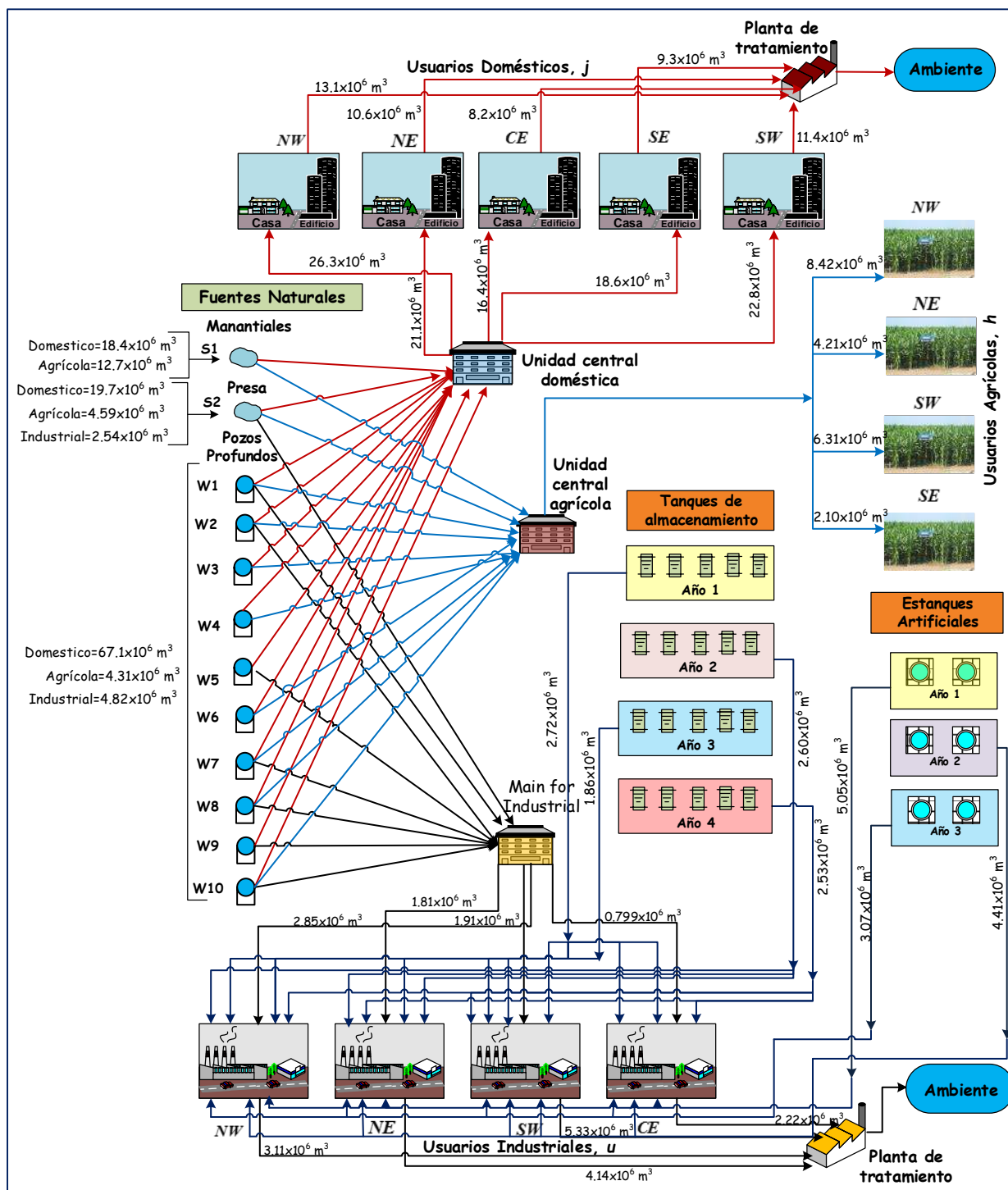


Figura 7. Ejemplo del Escenario 2a de distribución de agua en el último año en la ciudad.

- c) Finalmente en este caso la precipitación se fija como en el escenario 1a y con las restricciones del escenario 1b, esto significa que el nivel de las fuentes naturales al final del último año es 80% de su inventario inicial y requiere satisfacer la final 90% de las demandas de todos los usuarios. Teniendo en cuenta este problema, el ingreso total es \$ 263x10<sup>6</sup> USD, el cual es el mismo que en el escenario 2<sup>a</sup>. En contraste con el caso donde no se considera agua de lluvia como fuente alternativa, aquí no hay pérdidas de ingresos por la imposición de restricciones más rigurosas en el consumo de agua, además, todas las demandas son satisfechas. Esto implica que usando fuentes alternativas se permite más flexibilidad en la operación de la red de agua, permitiendo además la recarga de las fuentes naturales sin recortes en el suministro de agua.

Finalmente, la **Tabla 9** muestra una comparación entre los escenarios considerados.

**Tabla 8.** Agua enviada desde los dispositivos de almacenamiento a los usuarios industriales.

<b>Agua enviada de los tanques de almacenamiento a usuarios industriales</b>				
<b>Usuarios</b>	Tanques instalados en el año 1	Tanques instalados en el año 2	Tanques instalados en el año 3	Tanques instalados en el año 4
	Flujo (m <sup>3</sup> /año)	Flujo (m <sup>3</sup> /año)	Flujo (m <sup>3</sup> /año)	Flujo (m <sup>3</sup> /año)
<b>NW</b>	7.9x10 <sup>5</sup>	3.02 x10 <sup>5</sup>	4.78 x10 <sup>5</sup>	7.98 x10 <sup>5</sup>
<b>NE</b>	3.22 x10 <sup>5</sup>	1.23 x10 <sup>6</sup>	4.92 x10 <sup>4</sup>	2.88 x10 <sup>5</sup>
<b>SW</b>	7.98 x10 <sup>5</sup>	9.21 x10 <sup>5</sup>	1.33 x10 <sup>6</sup>	1.26 x10 <sup>6</sup>
<b>CE</b>	8.08 x10 <sup>5</sup>	1.5 x10 <sup>5</sup>	0	1.89 x10 <sup>5</sup>
<b>Total</b>	2.72 x10 <sup>6</sup>	2.6 x10 <sup>6</sup>	1.86 x10 <sup>6</sup>	2.53 x10 <sup>6</sup>
<b>Agua enviada de los estanques artificiales a usuarios industriales</b>				
<b>Usuarios</b>	Estanques instalados en el año 1	Estanques instalados en el año 1	Estanques instalados en el año 1	Estanques instalados en el año 1
	Flujo (m <sup>3</sup> /año)	Flujo (m <sup>3</sup> /año)	Flujo (m <sup>3</sup> /año)	Flujo (m <sup>3</sup> /año)
<b>NW</b>	2.4 x10 <sup>5</sup>	0	7.63 x10 <sup>5</sup>	7.63 x10 <sup>5</sup>
<b>NE</b>	2.43 x10 <sup>6</sup>	2.16 x10 <sup>6</sup>	0	0
<b>SW</b>	0	2.2 x10 <sup>6</sup>	2.19 x10 <sup>6</sup>	2.19 x10 <sup>6</sup>
<b>CE</b>	2.38 x10 <sup>6</sup>	0	1.18 x10 <sup>5</sup>	1.18 x10 <sup>5</sup>
<b>Total</b>	5.05 x10 <sup>6</sup>	4.41 x10 <sup>6</sup>	3.07 x10 <sup>6</sup>	3.07 x10 <sup>6</sup>

**Tabla 9.** Comparación entre los escenarios.

Caso	Restricciones		Resultados	
	Mínimo porcentaje de demandas satisfechas	Máximo porcentaje en el nivel de los cuerpos naturales	Promedio de precipitación durante el tiempo del proyecto (mm H <sub>2</sub> O/año)	Ganancia (\$USD)
<b>Escenario 1</b>				
A	100	35	763.4	240 x10 <sup>6</sup>
B	90	80	763.4	220 x10 <sup>6</sup>
C	100	35	810.32	240 x10 <sup>6</sup>
D	90	80	810.32	228 x10 <sup>6</sup>
<b>Escenario 2</b>				
A	100	35	763.4	263 x10 <sup>6</sup>
BY	100	35	779.9	263 x10 <sup>6</sup>
C	90	80	763.4	263 x10 <sup>6</sup>

# CAPÍTULO V. OPTIMIZACIÓN MULTI-OBJETIVO PARA EL DISEÑO Y OPERACIÓN DE SISTEMAS DE ADMINISTRACIÓN MÁS SUSTENTABLES DE AGUA A NIVEL MACROSCÓPICO

El modelo propuesto en el presente capítulo presenta la planeación y programación del almacenamiento y distribución del agua en ciudades, considerando fuentes naturales de agua y fuentes alternativas (captación de agua de lluvia, regeneración y agua comprada), de manera similar a los enfoques propuestos en los dos capítulos anteriores. Sin embargo, dado que en los últimos dos capítulos la distribución de agua en la ciudad se ha centrado en un sólo objetivo (económico), en el presente modelo se toma en cuenta simultáneamente el aspecto económico (por medio de la maximización de la ganancia total de las ventas de agua) y el aspecto ambiental (por medio de la minimización del consumo de agua fresca y la minimización del uso de suelo). A continuación se presenta de manera detallada la metodología propuesta en este capítulo.

## 5.1 Metodología

El modelo propuesto se basa en la superestructura mostrada en la **Figura 8**. El problema de igual manera que en la metodología del capítulo III, considera un sistema macroscópico con los siguientes elementos:

- Fuentes naturales de agua, tales como: presas, manantiales y pozos profundos
- Usuarios domésticos, agrícolas e industriales
- Fuentes alternativas de agua, tales como: agua de lluvia recolectada, agua residual regenerada y agua comprada de otros lugares como una opción en caso de escases del recurso.

Cabe destacar que en las metodologías anteriores no se tomaba en cuenta la posibilidad de comprar agua, sin embargo es importante señalar que ésta es una práctica común en algunas ciudades con problemas de escasez de agua, por lo que se incluye esta nueva fuente alternativa de agua. El modelo es una formulación de optimización multi-objetivo y multi-periodo, la cual consiste en encontrar la programación óptima para la distribución de los recursos para satisfacer

las demandas en un sistema macroscópico, mientras se maximiza la ganancia económica y minimiza el impacto ambiental. El objetivo ambiental implica mantener el consumo mínimo de fuentes naturales de agua, mientras se minimiza el impacto causado al ambiente debido al uso de tierra (por los dispositivos de almacenamiento de agua). El objetivo económico, por otro lado, es la maximización de los ingresos procedentes de las ventas de agua menos los costos de capital y operación de la distribución y almacenamiento de agua.

## 5.2 Modelo Matemático

El modelo considera, al igual que en la metodología propuesta en el Capítulo III, la tasa de crecimiento poblacional y el consiguiente aumento de la demanda de agua, el valor del dinero en el tiempo, y el cambio en la precipitación (tomado de manera determinista en este caso) debido al cambio climático, haciendo la proyección en base a datos históricos. El modelo determina además la localización óptima y la instalación de tanques y estanques de almacenamiento.

De igual manera que en el Capítulo III, el modelo es definido por un conjunto de balances de masa en los puntos de mezclado de la red; es decir, se proponen balances de masa en las fuentes naturales, así como en los diferentes sectores de distribución de agua del sistema (unidades centrales de los usuarios domésticos, agrícolas e industriales).

Finalmente, también se considera el reúso de agua residual tratada para satisfacer las demandas agrícolas, y se proponen balances en las plantas de tratamiento doméstica e industrial; así como también, se plantean balances para su distribución a los usuarios agrícolas. Además, incluye un conjunto de ecuaciones para seleccionar la localización y el tiempo de instalación de los dispositivos de almacenamiento (tanques y estanques de almacenamiento), en caso de que sean instalados se activan las funciones de costo relacionadas a estos almacenamientos. Dichos balances son representados por las ecuaciones (1) a la (24) propuestas en el Capítulo III.

Algunos balances son modificados, ya que la superestructura propuesta en el presente capítulo incluye una nueva fuente alternativa de agua (agua comprada de otro lugar), dichos balances son descritos a continuación.

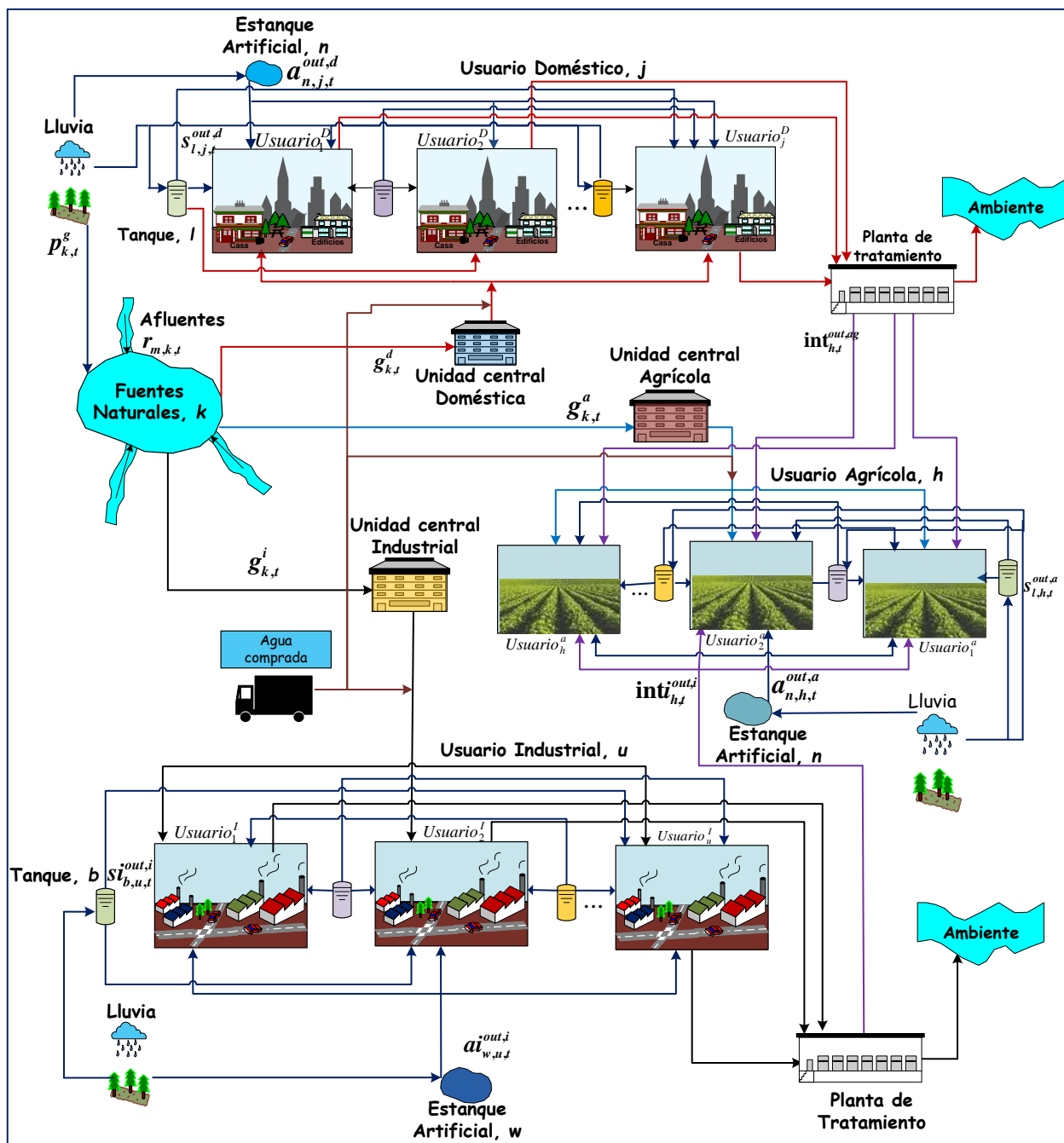


Figura 8. Superestructura para la distribución de agua a nivel macroscópico, modelo multi-objetivo.

### 5.2.1 Balance en usuarios domésticos

En el presente modelo se considera una nueva fuente alternativa de agua, por lo que el balance para satisfacer la demanda ( $D_{j,t}^{ds}$ ) en los usuarios domésticos, representado por la ecuación (25) en el capítulo III, en este capítulo se modifica de la siguiente manera:

$$D_{j,t}^{ds} = f_{j,t} + \sum_{l \in L} s_{l,j,t}^{out,d} + \sum_{n \in N} a_{n,j,t}^{out,d} + fpch_{j,t}, \quad \forall j \in J, \forall t \in T \quad (70)$$

Donde  $fpch_{j,t}$  representa el agua comprada de otro lugar para satisfacer la demanda doméstica, el resto de los términos de la ecuación son considerados tal como se propuso en el capítulo III.

### 5.2.2 Balance en los usuarios agrícolas

Del mismo modo, para satisfacer la demanda de los usuarios agrícolas ( $D_{h,t}^{as}$ ), el balance representado por la ecuación (29) en el capítulo III, se modifica de la siguiente manera:

$$D_{h,t}^{as} = r_{h,t} + \sum_{l \in L} s_{l,h,t}^{out,a} + \sum_{n \in N} a_{n,h,t}^{out,a} + rpch_{h,t} + int_{h,t}^{out,ag} + int_{h,t}^{out,i}, \quad \forall h \in H, \forall t \in T \quad (71)$$

En este caso, el término  $rpch_{h,t}$  representa el agua que puede ser comprada de un lugar externo a la ciudad, el resto de los términos son considerados como en el capítulo III.

### 5.2.3 Balance en los usuarios industriales

La demanda de los usuarios industriales, es satisfecha del mismo modo que los otros usuarios utilizando como fuente alternativa agua comprada (en caso de que sea necesario). En este caso, la ecuación (31) del modelo propuesto en el capítulo III quedaría como sigue:

$$D_{u,t}^{di} = q_{u,t} + \sum_{b \in B} si_{b,u,t}^{out,i} + \sum_{w \in W} ai_{w,u,t}^{out,i} + qpch_{u,t}, \quad \forall u \in U, \forall t \in T \quad (72)$$

El término  $qpch_{u,t}$  es el agua comprada de una fuente externa, el resto de los términos se consideran como fueron propuestos en modelo del capítulo III.

De esta forma, el enfoque presentado en este capítulo integra los balances modificados presentados anteriormente, y también se implementan las ecuaciones correspondientes a los balances en las plantas de tratamiento y con respecto a la capacidad de los dispositivos de almacenamiento que corresponden a las ecuaciones (31) a la (40), las cuales se pueden identificar en el capítulo III.

Por otro lado, puesto que el modelo propuesto en el capítulo III es no lineal debido a las funciones de costo propuestas para la instalación de los dispositivos, lo cual hace que el problema sea altamente complejo, en el presente trabajo de investigación se propone la linealización de las funciones de costo para superar esta complejidad, dichas funciones se presentan a continuación.

#### 5.2.4 Linealización de las funciones de costo

Primeramente, del modelo propuesto en el capítulo III se eliminan las ecuaciones (44), (49), (54) y (59), ya que en la reformulación propuesta ahora no son necesarias, puesto que el parámetro  $K_F$  (anualización de la inversión) y el valor presente  $VP$  de la inversión, se consideran directamente en las funciones de costo por lo que estas ecuaciones ya no son requeridas para calcular estos parámetros. Además, se conservan las ecuaciones que contienen la variables binarias para la selección de la instalación de los diferentes dispositivos de almacenamiento para los usuarios, es decir las ecuaciones (41)-(43), (46)-(48), (51)-(53) y (56)-(58).

De este modo, el costo asociado a la instalación de los tanques de almacenamiento para usuarios domésticos y agrícolas se calcula con la ecuación (73), a diferencia de la empleada en el capítulo III (ecuación (45)).

$$Cost_l^s = \left( \sum_t K_{F_{l,t}} \cdot \sum_t VP_{l,t} \cdot z_{l,t}^s \right) \cdot A + \left( \sum_t K_{F_{l,t}} \cdot \sum_t VP_{l,t} \cdot Zag_{l,t}^s \right)^\alpha \cdot B, \quad \forall l \in L \quad (73)$$

Donde  $Zag_{l,t}^s$  es una variable adicional usada para linealizar las funciones de costo con la siguiente reformulación:

$$Zag_{l,t}^s \leq S_l^{\max} + ML_{l,t} \cdot (1 - z_{l,t}^s), \quad \forall l \in L, \forall t \in T \quad (74)$$

$$Zag_{l,t}^s \geq S_l^{\max} - ML_{l,t} \cdot (1 - z_{l,t}^s), \quad \forall l \in L, \forall t \in T \quad (75)$$

$$Zag_{l,t}^s = ML_{l,t} \cdot (z_{l,t}^s), \quad \forall l \in L, \forall t \in T \quad (76)$$

El término  $ML_{l,t}$  es un valor muy grande que funciona como un límite superior del volumen de los tanques instalados. La reformulación utilizada es una reformulación *Big-M* (Gran M). Por lo tanto, cuando la variable  $z_{l,t}^s$  toma el valor de 1 (se requiere la instalación del tanque), la variable

$Zag_{i,t}^s$  toma el valor del máximo volumen de almacenamiento  $S_i^{\max}$  y se calcula el costo de instalación del tanque.

De igual manera, para estanques artificiales domésticos y agrícolas la función de costo es:

$$Cost_n^a = \left( \sum_t K_{F_{n,t}} \cdot \sum_t VP_{n,t} \cdot z_{n,t}^a \right) \cdot C + \left( \sum_t K_{F_{n,t}} \cdot \sum_t VP_{n,t} \cdot Zag_{n,t}^a \right)^\alpha \cdot D, \quad \forall n \in N \quad (77)$$

Similarmente,  $Zag_{n,t}^a$  es una variable adicional que permite el uso de funciones de costo lineales por medio de la siguiente reformulación:

$$Zag_{n,t}^a \leq A_n^{\max} + MN_{n,t} \cdot (1 - z_{n,t}^a), \quad \forall n \in N, \forall t \in T \quad (78)$$

$$Zag_{n,t}^a \geq A_n^{\max} - MN_{n,t} \cdot (1 - z_{n,t}^a), \quad \forall n \in N, \forall t \in T \quad (79)$$

$$Zag_{n,t}^a = MN_{n,t} \cdot (z_{n,t}^a), \quad \forall n \in N, \forall t \in T \quad (80)$$

Donde  $MN_{n,t}$  es un valor muy grande relacionado al volumen de los estanques artificiales.

Así mismo, para los tanques de uso industrial la función de costo es la siguiente:

$$Cost_b^{si} = \left( \sum_t K_{F_{b,t}} \cdot \sum_t VP_{b,t} \cdot z_{b,t}^{si} \right) \cdot A + \left( \sum_t K_{F_{b,t}} \cdot \sum_t VP_{b,t} \cdot Zag_{b,t}^{si} \right)^\alpha \cdot B, \quad \forall b \in B \quad (81)$$

De igual forma,  $Zag_{b,t}^{si}$  es una variable adicional usada para linealizar la función de costo de los tanques de almacenamiento industriales en base a la siguiente reformulación:

$$Zag_{b,t}^{si} \leq SI_b^{\max} + MB_{b,t} \cdot (1 - z_{b,t}^{si}), \quad \forall b \in B, \forall t \in T \quad (82)$$

$$Zag_{b,t}^{si} \geq SI_b^{\max} - MB_{b,t} \cdot (1 - z_{b,t}^{si}), \quad \forall b \in B, \forall t \in T \quad (83)$$

$$Zag_{b,t}^{si} = MB_{b,t} \cdot (z_{b,t}^{si}), \quad \forall b \in B, \forall t \in T \quad (84)$$

Donde  $MB_{b,t}$  también es un valor muy grande relacionado al volumen de instalación de los tanques.

Finalmente, para los estanques artificiales de uso industrial, la función de costo es:

$$Cost_w^{ai} = \left( \sum_t K_{F,w,t} \cdot \sum_t VP_{w,t} \cdot z_{w,t}^{ai} \right) \cdot C + \left( \sum_t K_{F,w,t} \cdot \sum_t VP_{w,t} \cdot Zag_{w,t}^{ai} \right)^\alpha \cdot D, \quad \forall w \in W \quad (85)$$

De igual manera  $Zag_{w,t}^{ai}$  es una variable adicional usada para linealizar las funciones de costo basada en la siguiente reformulación:

$$Zag_{w,t}^{wi} \leq AI_w^{\max} + MW_{w,t} \cdot (1 - z_{w,t}^{ai}), \quad \forall w \in W, \forall t \in T \quad (86)$$

$$Zag_{w,t}^{ai} \geq AI_w^{\max} - MW_{w,t} \cdot (1 - z_{w,t}^{ai}), \quad \forall w \in W, \forall t \in T \quad (87)$$

$$Zag_{w,t}^{ai} = MW_{w,t} \cdot (z_{w,t}^{ai}), \quad \forall w \in W, \forall t \in T \quad (88)$$

Donde  $MW_{w,t}$  es un valor muy grande relacionado al volumen los estanques artificiales para uso industrial.

Por otro lado, la instalación de dispositivos de almacenamiento tiene un impacto ambiental debido al uso de suelo, por lo que en la presente metodología se proponen nuevas ecuaciones para la evaluación de este impacto, las cuales se presentan a continuación.

### 5.2.5 Cálculo de uso de suelo

Para la evaluación del área utilizada por los dispositivos de almacenamiento y su impacto en el ambiente, se proponen algunas variables adicionales. La variable  $ARS_l$  denota el área ocupada por los tanques de almacenamiento de uso doméstico y agrícola. Similarmente, para los tanques de uso industrial el suelo ocupado es evaluado con la variable  $ARSI_b$ , mientras que para estanques artificiales es  $ARL_n$  (usuarios domésticos y agrícolas) y  $ARI_w$  para estanques industriales. El área ocupada para los dispositivos de almacenamiento se determina como sigue.

El área ocupada por tanques de uso doméstico y agrícola es:

$$S_l^{\max} = ARS_l \cdot ATS_l, \quad \forall l \in L \quad (89)$$

En el caso de tanques industriales el área ocupada es:

$$SI_b^{\max} = ARSI_b \cdot ATSI_b, \quad \forall b \in B \quad (90)$$

Donde los parámetros  $ATS_l$  (usuarios domésticos y agrícolas) y  $ATSI_b$  (industriales) denotan la altura o profundidad del dispositivo de almacenamiento.

En el caso de estanques artificiales, también se considera el área de la captación de agua de lluvia, debido a que esta impacta significativamente al ambiente. El área total de colección usada por los estanques artificiales de uso doméstico y agrícola es determinada por  $APA_n$  y para estanques de uso industrial es  $API_w$ . Los parámetros  $ATN_n$  (usuarios domésticos y agrícolas) y  $ATNI_w$  (usuario industrial) describen la altura o profundidad de los estanques artificiales.

El suelo usado por los estanques artificiales domésticos y agrícolas es determinado como sigue:

$$A_n^{\max} = ARL_n \cdot ATN_n, \quad \forall n \in N \quad (91)$$

$$APA_n = \sum_t z_{n,t}^a \cdot A_n^a, \quad \forall n \in N \quad (92)$$

Del mismo modo, para estanques artificiales industriales se aplica la siguiente ecuación:

$$AI_w^{\max} = ARI_w \cdot ATNI_w, \quad \forall w \in W \quad (93)$$

$$API_w = \sum_t z_{w,t}^{ai} \cdot A_w^{ai}, \quad \forall w \in W \quad (94)$$

### 5.3 Definición de las funciones objetivo

La función objetivo del modelo incluye tres criterios. El primero es maximizar la ganancia neta de las ventas de agua usada en la ciudad. El segundo consiste en minimizar el consumo de agua de las fuentes naturales. El tercero es minimizar el uso de suelo (asociado a los dispositivos de almacenamiento). El cálculo de cada objetivo es descrito a detalle a continuación.

#### 5.3.1 Objetivo económico

La función objetivo económica propuesta es similar a la planteada en el capítulo III, considera las ventas de agua para propósitos domésticos, agrícolas e industriales (contribuciones), menos el costo asociado al tratamiento (costo de tratamiento) y distribución de agua (pp costo), así como el costo asociado a la instalación y operación de los dispositivos de almacenamiento.

Para este capítulo esta función objetivo se modifica para incluir también el agua comprada, ya que es agua fresca tomada de otro lugar se incluye su costo de tratamiento y distribución dentro de la función objetivo. Como se indica en la ecuación (61) del capítulo III, la cual se presenta a continuación:

$$TAR = \text{contribución} - \text{costo de tratamiento} - pp \text{ costo} - \text{costo de almacenamiento} \quad (61)$$

Cada término de la función objetivo se evalúa de la misma manera que el capítulo III, considerando las ecuaciones (62) a la (66).

### 5.3.2 Objetivo para el consumo de agua

Una de las funciones objetivo de este estudio, como ya se mencionó, es la minimización del consumo de agua de las fuentes naturales, la cual es descrita por la siguiente ecuación:

$$\text{Consumo de agua} = \sum_k \sum_t g_{k,t}^d + \sum_k \sum_t g_{k,t}^a + \sum_k \sum_t g_{k,t}^i + \sum_j \sum_t fpch_{j,t} + \sum_h \sum_t rpch_{h,t} + \sum_u \sum_t qpch_{u,t} \quad (95)$$

### 5.3.3 Objetivo para el uso de suelo

Este objetivo considera la minimización del uso de suelo y se determina con la siguiente ecuación:

$$\text{Uso de suelo} = \sum_l ARS_l + \sum_b ARSI_b + \sum_n ARL_n + \sum_w ARI_w + \sum_n APA_n + \sum_w API_w \quad (96)$$

Se aplica el método de restricción de epsilon (en inglés *epsilon constraint*, Ehrgott, 2005) para obtener soluciones Pareto de los tres objetivos propuestos.

## 5.4 Caso de estudio

En este capítulo se selecciona el caso de estudio de la ciudad de Morelia, al igual que en el capítulo III y en el capítulo IV. Del mismo modo, se considera el consumo de agua para servicios públicos, agrícolas e industriales tomados de CONAGUA (2011) que se reportan en el capítulo III (90,168,374.77 m<sup>3</sup>/año, 21,348,208.28 m<sup>3</sup>/año y 26,005,188.32 m<sup>3</sup>/año, doméstico, agrícola e industrial respectivamente).

También se considera la división de la ciudad propuesta en el capítulo III, como se muestra en la **Figura 2**, considerando la población en las cinco secciones, la cual se calcula con la

información del número de AGBs (Áreas Geo--Estadísticas Básicas) en cada sección (INEGI, 2012). En este caso, el consumo de agua fue correlacionado usando el promedio per cápita en la ciudad. Se supone que independientemente del estatus socioeconómico en cada zona, el consumo promedio es 338 l por persona por día. El consumo promedio es usado debido a que no hay una distribución uniforme de las zonas socioeconómicas de la ciudad (están mezcladas). Se toma una precipitación promedio a partir del año 1951 hasta el año 2010 (SMN, 2010), es decir, se consideran los datos de precipitación presentados en la **Tabla 1** (para los años 2015-2020). La tarifa del agua en la ciudad de Morelia, es en promedio de \$1.4/m<sup>3</sup> de acuerdo la publicación del diario oficial del estado de Michoacán de Ocampo y varía según el usuario, de modo que ese valor es el precio tomado como referencia en este caso de estudio, considerando un incremento anual del 7% (basados en datos históricos del precio de venta de agua en la ciudad), igual que en el capítulo IV.

Del mismo modo que en los capítulos anteriores, se considera que se pueden instalar 40 tanques de almacenamiento artificiales en diferentes puntos de la ciudad, de los cuales 20 tanques son para servicio general y 20 tanques para uso industrial. Del mismo modo, 6 estanques artificiales se pueden instalar para usuarios domésticos y agrícolas, y 6 estanques artificiales para usuarios industriales. La capacidad de los dispositivos de almacenamiento artificiales es la misma que en el capítulo III (50,000 m<sup>3</sup> para tanques de almacenamiento y 600,000 m<sup>3</sup> para estanques artificiales). Se considera que en un sólo año máximo se pueden instalar 10 tanques de almacenamiento y 4 estanques artificiales. Para determinar el coeficiente de escurrimiento para la constante  $K$  se toma el valor de 0.263 igual que en el capítulo III, el cual corresponde al tipo de suelo y la distribución en la ciudad (CONAGUA, 2009), por lo que el coeficiente de escurrimiento se calcula de la misma manera que en el capítulo III.

Los parámetros constantes usados en las funciones de costo de los almacenamientos A, B, C y D (ecuaciones 73, 77, 81 y 85) toman los valores de A=28080 (\$), B=4.9134 (\$), C=151968 (\$/m<sup>3</sup>) y D=4.9895 (\$/m<sup>3</sup>). Además, los costos de tubería y bombeo de los tanques de almacenamiento a cualquier sector o de los estanques de almacenamiento a cualquier usuario se muestran en las **Tablas 2-5**, presentadas en el capítulo III.

El problema consiste en encontrar la distribución de agua que satisfaga las demandas domésticas, agrícolas e industriales en el periodo de 2015-2020 para la ciudad de Morelia en

términos de tres objetivos: maximización de la ganancia, minimización del consumo de agua, y minimización del uso de suelo.

## 5.5 Resultados

El modelo propuesto fue programado en el software GAMS (Brooke et al., 2013). El problema consiste de 34,371 restricciones, 3,120 variables discretas y 44,571 variables continuas. El modelo es un problema de Programación Mixta Entera Lineal (MILP, por sus siglas en inglés *Mixed Integer Linear Problem*), cabe señalar que las funciones de costo para la instalación de los dispositivos de almacenamiento son linealizadas y el factor exponencial se supone igual a 1. El problema fue resuelto con CPLEX, un solucionador del paquete de GAMS en una computadora con un procesador Intel Core i5 Procesados de 2.40 GHz con 4 GB de RAM, donde la solución de cada escenario fue obtenida en un promedio de 120 s.

Primeramente, el modelo es optimizado de acuerdo a cada uno de los tres objetivos (económico, agua fresca consumida y uso de suelo) de manera independiente. Las **Tablas 10 y 11** presentan un resumen de los resultados obtenidos en cada caso.

Posteriormente, el modelo fue optimizado para cada par de objetivos. Por lo tanto, en lugar de resolver el modelo original en el espacio de los tres objetivos, se reportan las soluciones obtenidas mediante la optimización de cada par de indicadores individuales. Esta es una aproximación hecha por simplicidad, ya que las compensaciones entre los objetivos pueden ser estudiadas con el análisis del bi-criterio de los frentes Pareto.

**Tabla 10.** Ganancia, Consumo de agua y Uso de suelo en las soluciones: A, B y C.

Objetivo	Solución A: Maximizando la ganancia	Solución B: Minimizando consumo de agua	Solución C: Minimizando uso de suelo
Ganancia(\$)	$2.60 \times 10^8$	$-4.74 \times 10^9$	$-5.32 \times 10^9$
Consumo de agua (m <sup>3</sup> )	$6.21 \times 10^8$	$5.07 \times 10^8$	$7.20 \times 10^8$
Uso de suelo (m <sup>2</sup> )	$5.87 \times 10^6$	$5.89 \times 10^6$	0

**Tabla 11.** Resultados obtenidos de Ganancia, Consumo de agua y uso de suelo en las soluciones: D, E, F y G en el tiempo del proyecto.

Objetivo	Solución D:		Solución E:		Solución F:		Solución G:
	Minimizando el uso de suelo con límite en el consumo de agua		Maximizando la ganancia con límite en el uso de suelo		Maximizando la ganancia con límite en el consumo de agua		Método GOAL
	Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo	
<b>Ganancia (\$)</b>	-3.42 x10 <sup>9</sup>	-2.21 x10 <sup>9</sup>	2.40 x10 <sup>8</sup>	2.60 x10 <sup>8</sup>	2.60 x10 <sup>8</sup>	2.27 x10 <sup>8</sup>	2.27 x10 <sup>8</sup>
<b>Consumo de agua (m<sup>3</sup>)</b>	6.17 x10 <sup>8</sup>	5.08 x10 <sup>8</sup>	7.20x10 <sup>8</sup>	6.16 x10 <sup>8</sup>	6.60 x10 <sup>8</sup>	5.08 x10 <sup>8</sup>	5.07 x10 <sup>8</sup>
<b>Uso de suelo (m<sup>2</sup>)</b>	0	5.89x10 <sup>6</sup>	0	5.89 x10 <sup>6</sup>	5.89 x10 <sup>6</sup>	5.89 x10 <sup>6</sup>	5.89 x10 <sup>6</sup>

### 5.5.1 Solución A: maximizando la ganancia

La solución A corresponde a la maximización de la ganancia. La solución de máxima ganancia obtenida es de \$259,860,000 USD, el agua fresca consumida es 621,270,000 m<sup>3</sup> y el uso de suelo es 5,874,700 m<sup>2</sup>. Como se puede identificar en la **Tabla 10**, el consumo de agua fresca es 18% más que el mínimo requerido. Mientras que el área usada es el 99% con respecto al mínimo obtenido.

La solución de máxima ganancia se representa esquemáticamente en la **Figura 9**, la cual muestra la configuración al final del tiempo del proyecto (cuando se ha hecho toda inversión). Se debe notar que se instalan 15 tanques de almacenamiento para uso doméstico, cinco de los cuales son instalados en el primer año, cinco en el segundo año, tres en el tercer año, y dos en el cuarto año. El agua contenida en los tanques de almacenamiento para uso doméstico es 7.7x10<sup>6</sup> m<sup>3</sup>. Además, se instalan seis estanques artificiales para usuarios domésticos y se hace en diferentes años: dos en el primer año, dos en el segundo año y dos en el tercer año. Los cuales proveen un total de 5.99x10<sup>6</sup> m<sup>3</sup> de agua, que es enviada de los estanques a los usuarios domésticos. Similarmente, se instalan 20 tanques de almacenamiento para uso industrial, de los cuales seis se instalan en el primer año, cinco en el segundo año, cuatro en el tercer año, y cinco en el cuarto año. El agua enviada de los tanques de almacenamiento a los usuarios industriales es 9.17x10<sup>6</sup> m<sup>3</sup>. Además, dos estanques artificiales son instalados en el primer año, dos en el segundo año, y dos en el tercer año, de los cuales se obtiene un total de 4.76x10<sup>6</sup> m<sup>3</sup> de agua, la cual se envía a los usuarios

industriales. Es importante señalar que esta configuración no hace uso de agua tratada ni agua comprada, lo cual es importante ya que al no comprar agua no se impacta la ganancia y por otro lado no reusar agua tratada implica el uso de mayor cantidad de agua fresca.

### 5.5.2 Solución B: mínimo consumo de agua fresca

La solución B corresponde a la minimización del agua fresca consumida. El modelo identifica una solución con un total de consumo de agua fresca de 507,180,000 m<sup>3</sup>, una ganancia de -\$4,735,000,000 USD, y un uso de suelo de 5,892,700 m<sup>2</sup>. En el **Tabla 10** se puede identificar que la ganancia de la solución B es 12% mayor con respecto a la solución C, aunque la solución C presenta el máximo valor de uso de suelo. Además, como se muestra en la **Figura 10**, el modelo decide instalar 20 tanques de almacenamiento para uso doméstico, cinco de los cuales son instalados en el primer año, cinco en el segundo año, cinco en el tercer año y cinco en el cuarto año. El agua colectada en los tanques y enviada al usuario doméstico es 9.59x10<sup>6</sup> m<sup>3</sup>. También, es requerido instalar seis estanques artificiales; dos en el primer año, dos en el segundo año y otros dos en el tercer año. El total de agua enviada de los estanques artificiales a los usuarios domésticos es 5.62x10<sup>6</sup> m<sup>3</sup>. Del mismo modo, son instalados 20 tanques de almacenamiento para uso industrial, seis en el primer año, cinco en el segundo año, cuatro en el tercer año, y cinco en el cuarto año. El agua enviada de los estanques de almacenamiento a los usuarios industriales es 9.3x10<sup>6</sup> m<sup>3</sup>. Además, se instalan dos estanques artificiales en el primer año, dos en el segundo año y dos en el tercer año, los cuales proveen una cantidad total de 5.01x10<sup>6</sup> m<sup>3</sup> de agua, que es consumida por los usuarios industriales. Esta solución indica la compra de agua, para usuarios domésticos se requiere una cantidad de 89.5x10<sup>6</sup> m<sup>3</sup> y para usuarios industriales es de 9.66x10<sup>6</sup> m<sup>3</sup>. Finalmente, cabe señalar que en esta solución se reutiliza el agua tratada para satisfacer la demanda agrícola, lo cual implica importantes ahorros de agua fresca de las fuentes naturales.

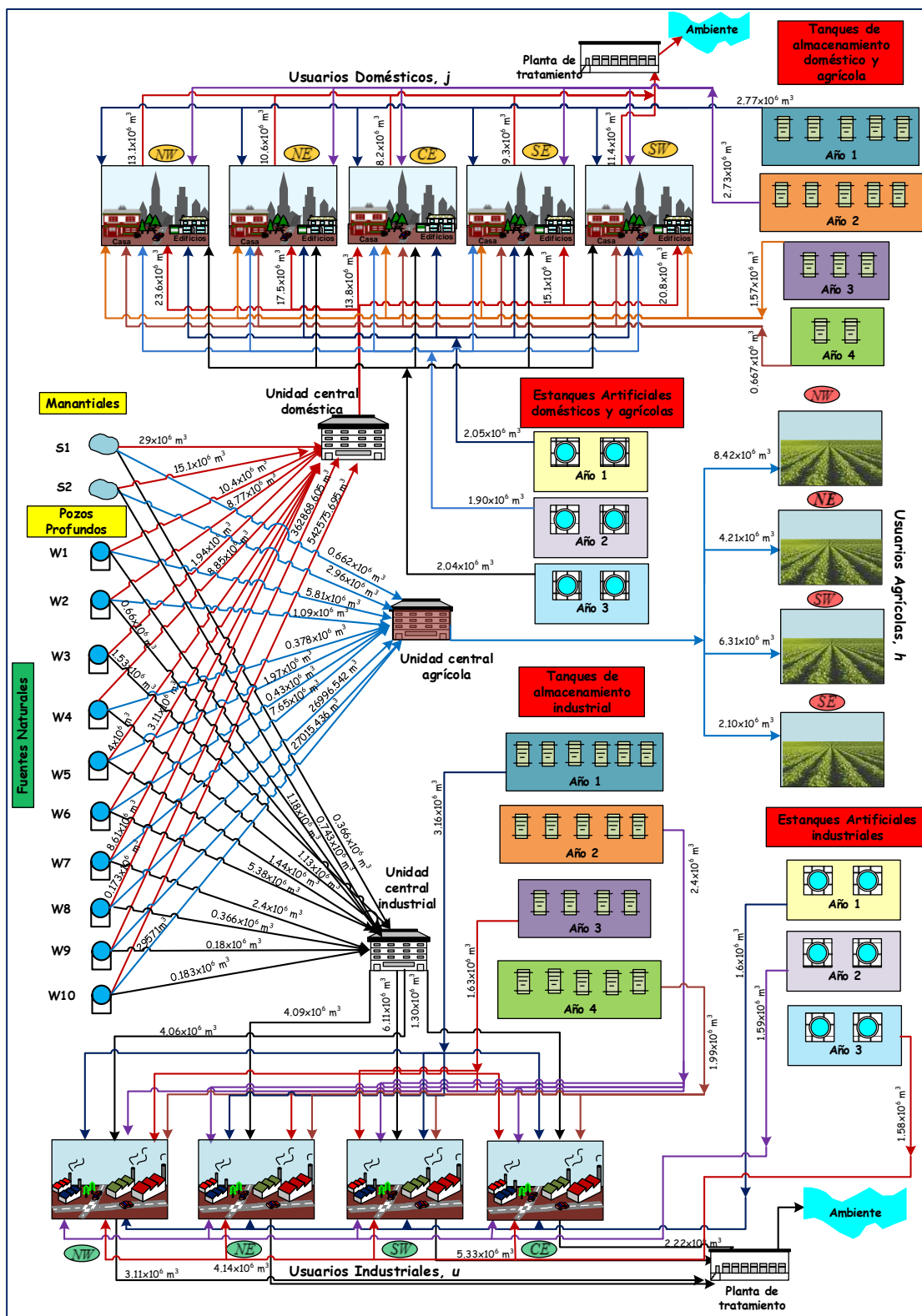


Figura 9. Configuración para la máxima ganancia-Solución A.

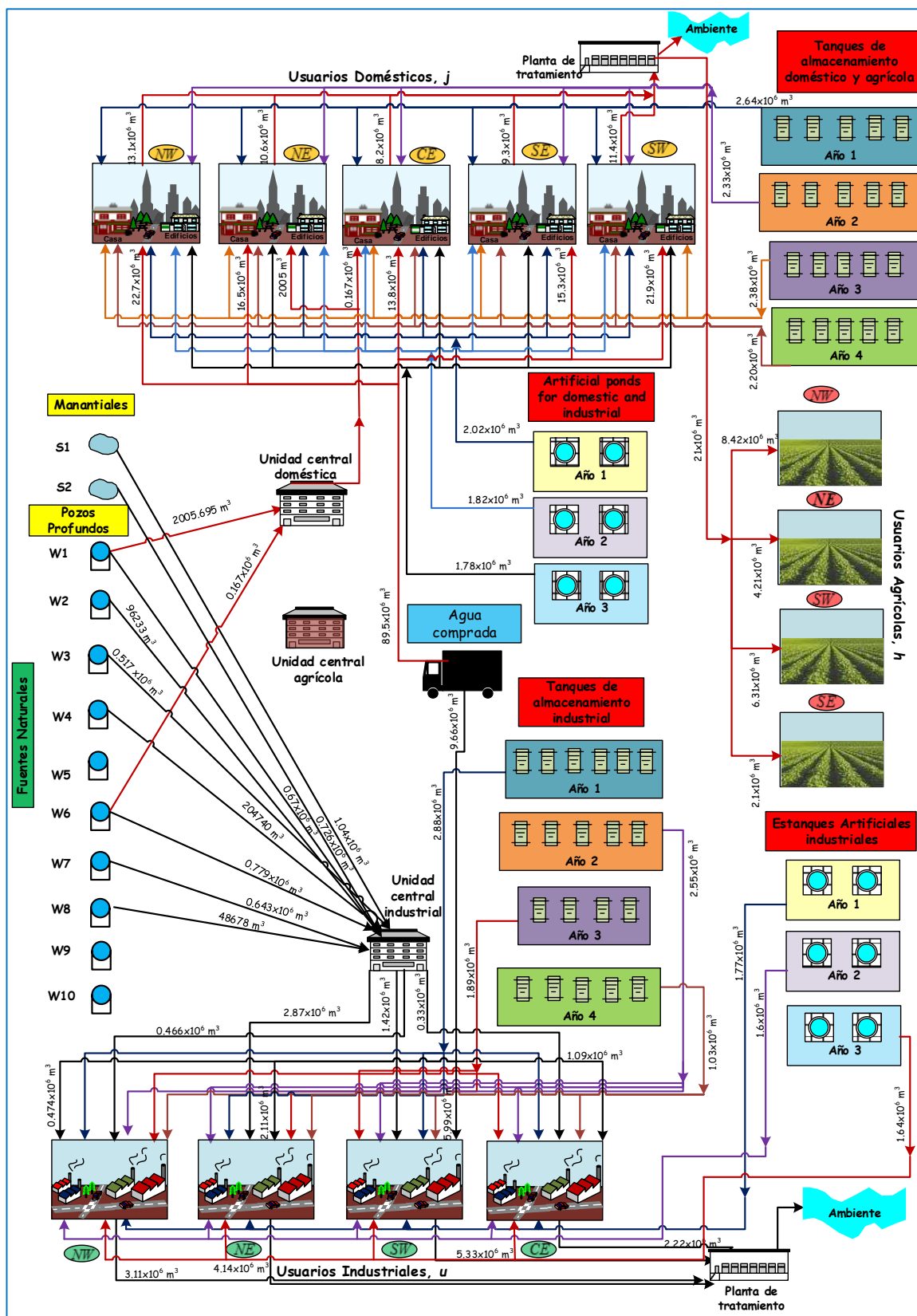


Figura 10. Configuración para el mínimo consumo de agua fresca- Solución B.

### 5.5.3 Solución C: minimizando el uso de suelo

Esta solución corresponde a la minimización del uso de suelo. El mínimo de área usada es  $0 \text{ m}^2$  como es de esperarse, sin embargo, la ganancia neta es  $-\$5,317,000,000$  (que representa pérdidas), y el consumo de agua fresca es  $719,690,000 \text{ m}^3$ . Como se muestra en la **Figura 11**, la solución obtenida no requiere la instalación de ningún tipo de dispositivo de almacenamiento. Además, esta solución no hace uso de agua tratada, por lo que se requiere comprar agua fresca para satisfacer las necesidades de los usuarios. Para usuarios domésticos, la cantidad de agua comprada es  $76.7 \times 10^6 \text{ m}^3$ , para usuarios agrícolas es  $18.9 \times 10^6 \text{ m}^3$ , y para usuarios industriales es  $26.3 \times 10^6 \text{ m}^3$ . Esta configuración tiene un efecto negativo en la ganancia, con una disminución hasta el valor mínimo al compararla con otras soluciones. Además, esta solución genera el máximo consumo de agua fresca. Después de analizar los extremos de las soluciones de forma separada, se propone evaluar las curvas Pareto comparando dos objetivos a la vez. Estos proporcionan información sobre las ventajas y desventajas óptimas entre los objetivos considerados en el análisis.

### 5.5.4 Curva Pareto agua fresca versus uso de suelo

En la **Figura 12** se muestra la curva Pareto para la minimización simultánea del consumo de agua fresca y el uso de tierra. Debe notarse que cuando el uso de suelo disminuye, el consumo de agua fresca incrementa, lo cual indica que estos objetivos compiten entre sí. La solución D en la curva Pareto representa una alternativa atractiva con un adecuado equilibrio entre los tres objetivos. Por otro lado, la **Figura 13** presenta una gráfica en tercera dimensión (3-D) que indica la relación entre los tres objetivos cuando el consumo de agua fresca y el uso de suelo son minimizados simultáneamente. La **Tabla 11** muestra los valores máximos y mínimos alcanzados por cada solución en cada objetivo (ganancia, agua fresca consumida y uso de suelo).

El consumo de agua en la solución D es  $5.6 \times 10^8 \text{ m}^3$  y el uso de suelo es  $1 \times 10^5 \text{ m}^2$ . Esta solución presenta un buen equilibrio entre el consumo de agua fresca y el uso de suelo. Sin embargo, su ganancia es negativa ( $-\$3.8 \times 10^9$ ), lo cual constituye una de sus mayores deficiencias.

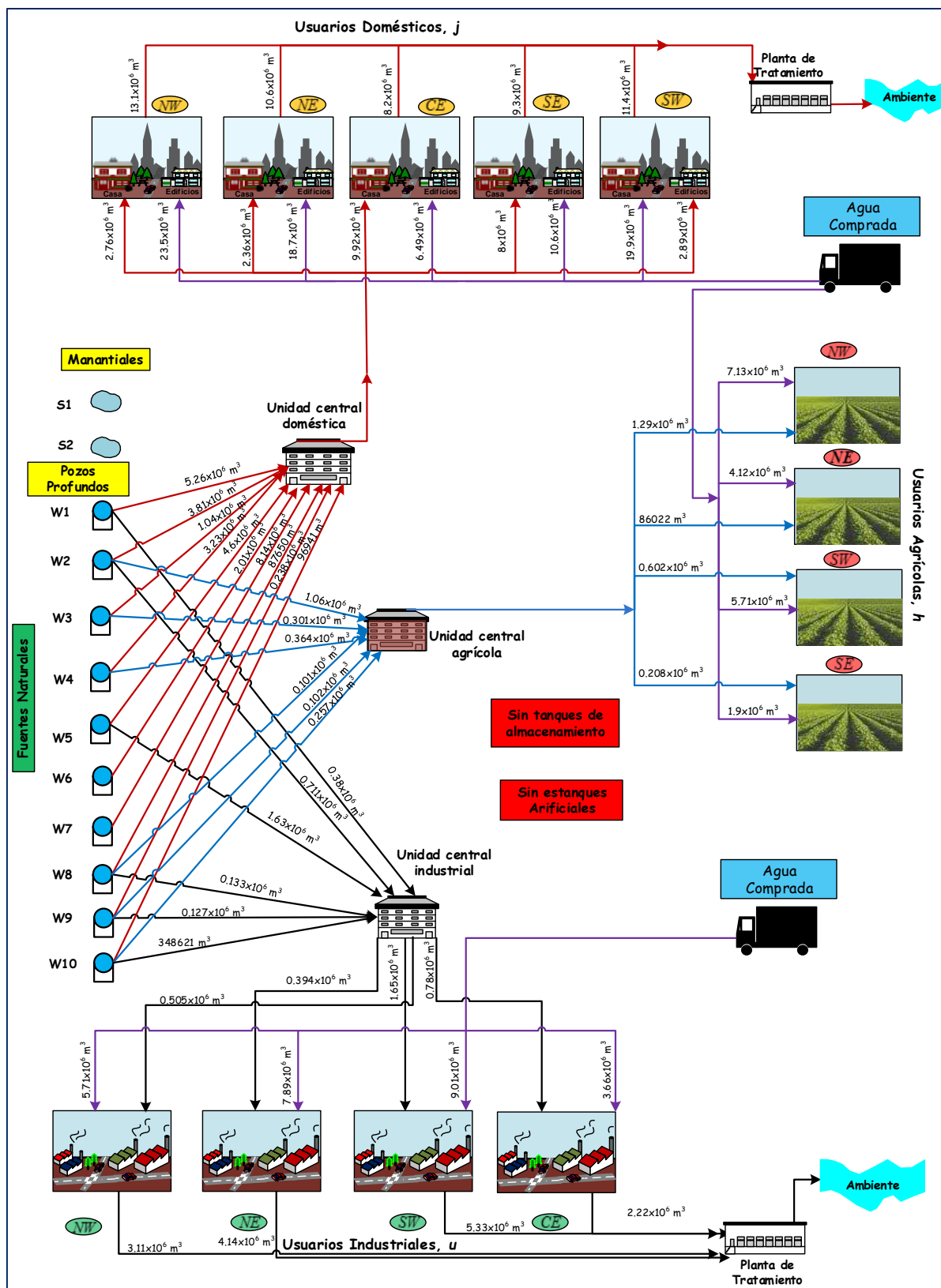


Figura 11. Configuración para el mínimo uso de suelo-Solución C.

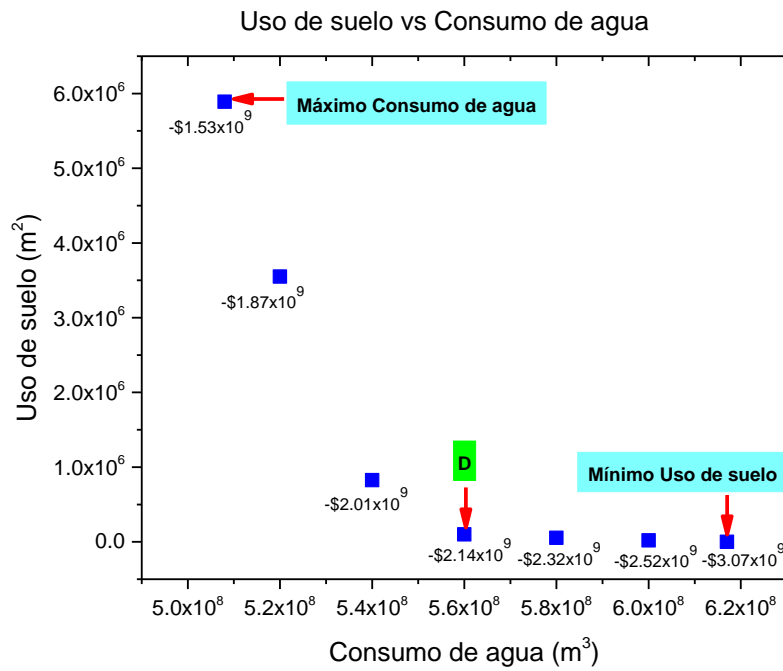


Figura 12. Curva Pareto de Uso de suelo vs. Consumo de agua fresca.

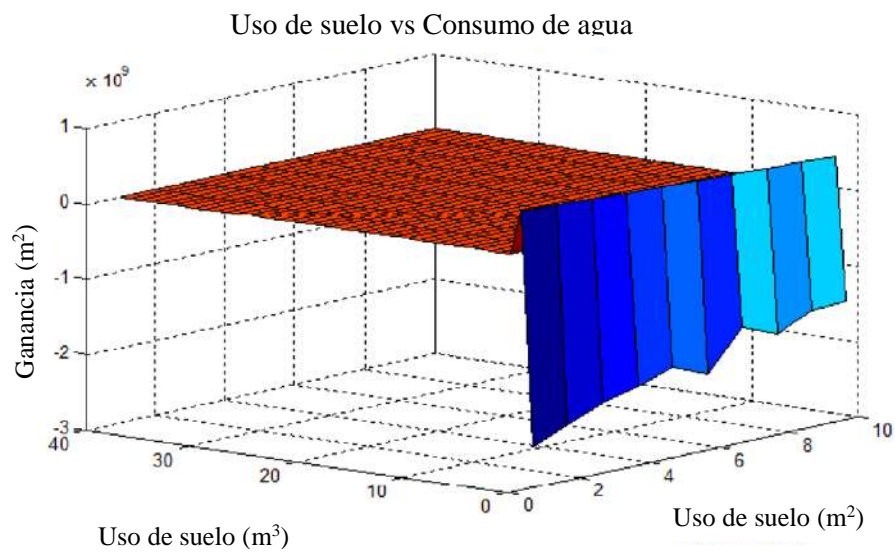


Figura 13. Relación entre los tres objetivos minimizando el consumo de agua fresca y el uso de suelo.

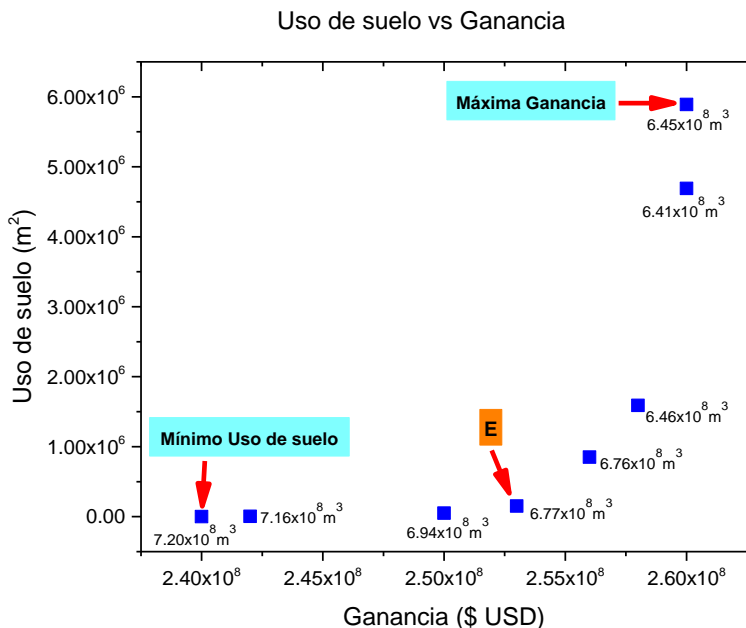


Figura 14. Curva Pareto Uso de suelo vs. Ganancia.

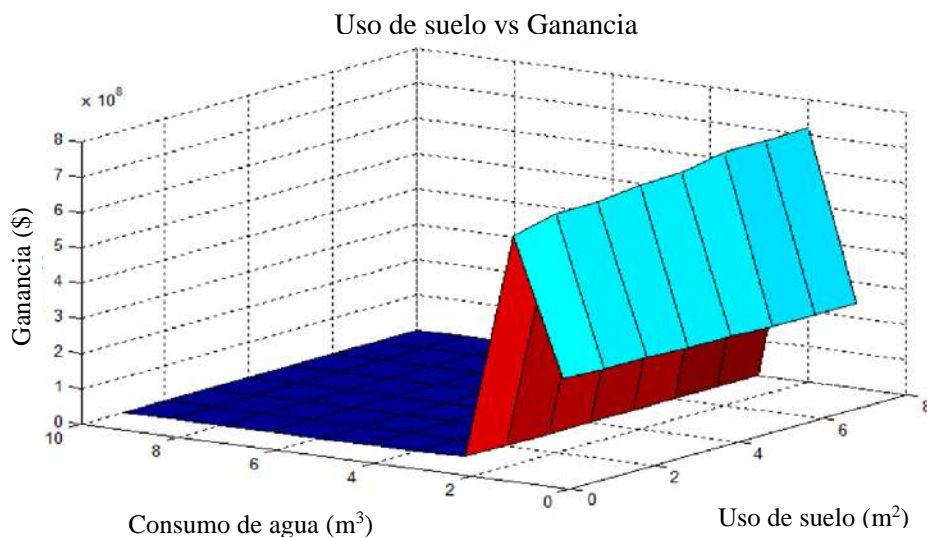


Figura 15. Relación entre los tres objetivos minimizando el consumo de agua fresca y el uso de tierra.

### 5.5.5 Curva Pareto uso de suelo versus ganancia

La Figura 14 muestra la curva Pareto de uso de suelo contra ganancia. Se puede identificar que cuando la ganancia incrementa, el uso de suelo incrementa también. Particularmente, la ganancia es incrementada por la instalación de dispositivos de almacenamiento ya que permiten disminuir los costos de tratamiento de agua fresca. La solución E presenta un buen equilibrio entre

los dos objetivos. La ganancia en dicha solución es  $\$2.53 \times 10^8$  USD y el uso de suelo es  $1.51 \times 10^5$  m<sup>2</sup>. Nótese que la ganancia en la Solución E es cercana a la ganancia máxima que se puede obtener (es decir  $\$2.6 \times 10^8$ ). Adicionalmente, el consumo de agua es  $6.55 \times 10^8$  m<sup>3</sup>, lo cual representa 9% menos que el máximo consumo de agua. La **Figura 15** presenta una gráfica en 3-D que muestra la relación entre los tres objetivos cuando el uso de suelo y la ganancia son optimizados simultáneamente.

### 5.5.6 Curva Pareto ganancia versus consumo de agua fresca

En este caso la **Figura 16** presenta la curva Pareto contra consumo de agua fresca. En esta figura se puede observar que la ganancia incrementa con el consumo de agua fresca, principalmente por que no se requiere la instalación de dispositivos de almacenamiento. La solución F es un punto intermedio con una ganancia de  $\$2.44 \times 10^8$  USD y el consumo de agua fresca es de  $5.6 \times 10^8$  m<sup>3</sup>. Esta solución, sin embargo, presenta un uso de suelo alto (es decir  $5.89 \times 10^6$  m<sup>2</sup>). Adicionalmente, la **Figura 17** muestra la relación entre los tres objetivos cuando el consumo de agua y la ganancia son optimizados.

### 5.5.7 Solución GOAL

Finalmente, usando la información obtenida en soluciones previas, el modelo fue transformado en un sólo enfoque de optimización. La única función objetivo busca minimizar la distancia con respecto al punto que represente la mejor solución que cumpla con todos los objetivos simultáneamente, como se expresa a continuación:

$$\begin{aligned}
 GOAL = & (\max \text{imumvalue of Profit} - \text{Profit}) \\
 & + (\text{water consumption} - \min \text{imum value of water consumption}) \\
 & + (\text{Landuse} - \min \text{imumvalue of Landuse})
 \end{aligned} \tag{97}$$

Esta solución es referida como solución GOAL, y corresponde a la solución G. Debido a la diferencia en la escala de los objetivos, la solución GOAL puede preferir el objetivo con mayor escala. Para eludir esta limitación, se propone una normalización del objetivo GOAL como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned}
 GOAL = & \frac{(\max \text{ inumvalue of Profit} - \text{Profit})}{\max \text{ inumvalue of Profit}} \\
 & + \frac{(\text{water consumption} - \min \text{ inum value of water consumption})}{\min \text{ inum value of water consumption}} \\
 & + \frac{(\text{Landuse} - \min \text{ inumvalue of Landuse})}{\min \text{ inumvalue of Landuse}}
 \end{aligned} \tag{98}$$

La **Figura 18** muestra la configuración resultante asociada a la solución G. La ganancia resultante es \$2.27x10<sup>8</sup> USD, el agua fresca consumida es 5.07x10<sup>8</sup> m<sup>3</sup>, y el uso de suelo es 5.89x10<sup>6</sup> m<sup>2</sup>. Como se puede ver, hay un considerable ahorro de agua fresca debido a que la demanda agrícola es completamente satisfecha con el agua recuperada de las plantas de tratamiento (reutilizando un total de agua recuperada de 21.9x10<sup>6</sup> m<sup>3</sup>). Por otra parte, fueron instalados 20 tanques para uso doméstico, en los cuales se captó un total de 10.5x10<sup>6</sup> m<sup>3</sup> de agua de lluvia utilizada por los usuarios domésticos. Además, se instalaron 6 estanques artificiales que proveen 5.79x10<sup>6</sup> m<sup>3</sup> de agua que son utilizados por usuarios domésticos. Esto permite significativos ahorros en el consumo de agua fresca, lo cual implica un menor impacto en el ambiente. Similarmente, se instalan 20 tanques de almacenamiento para uso industrial, con un total de agua captada de 9.18x10<sup>6</sup> m<sup>3</sup>. También se instalan 6 estanques artificiales que proveen 4.76x10<sup>6</sup> m<sup>3</sup> a los usuarios industriales. Con esta configuración se tienen ahorros significativos de agua, lo cual disminuye el impacto al ambiente. Aunque, el impacto debido a la instalación de los reservorios de agua artificiales se compensa debido al ahorro de agua frescas de las fuentes naturales.

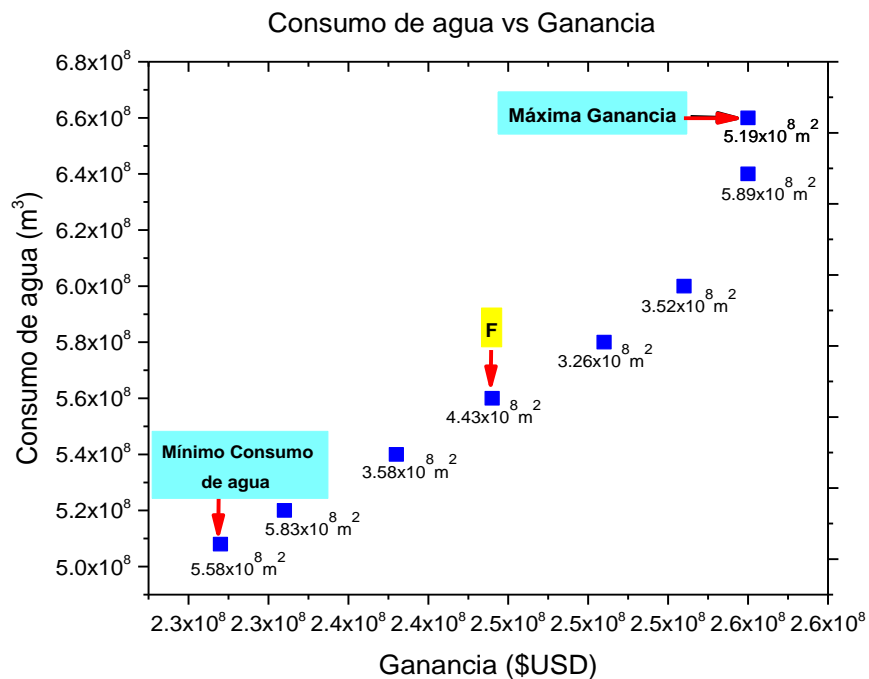


Figura 16. Curva Pareto para Ganancia vs. Consumo de agua.

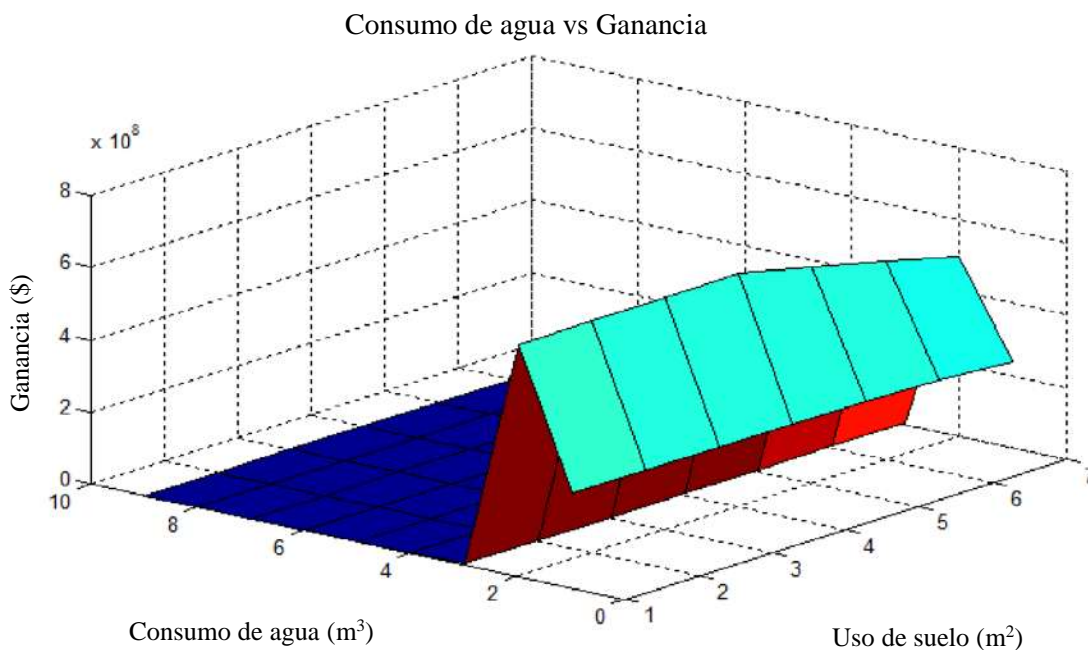


Figura 17. Relación entre los tres objetivos minimizando el consumo de agua fresca y maximizando la ganancia.

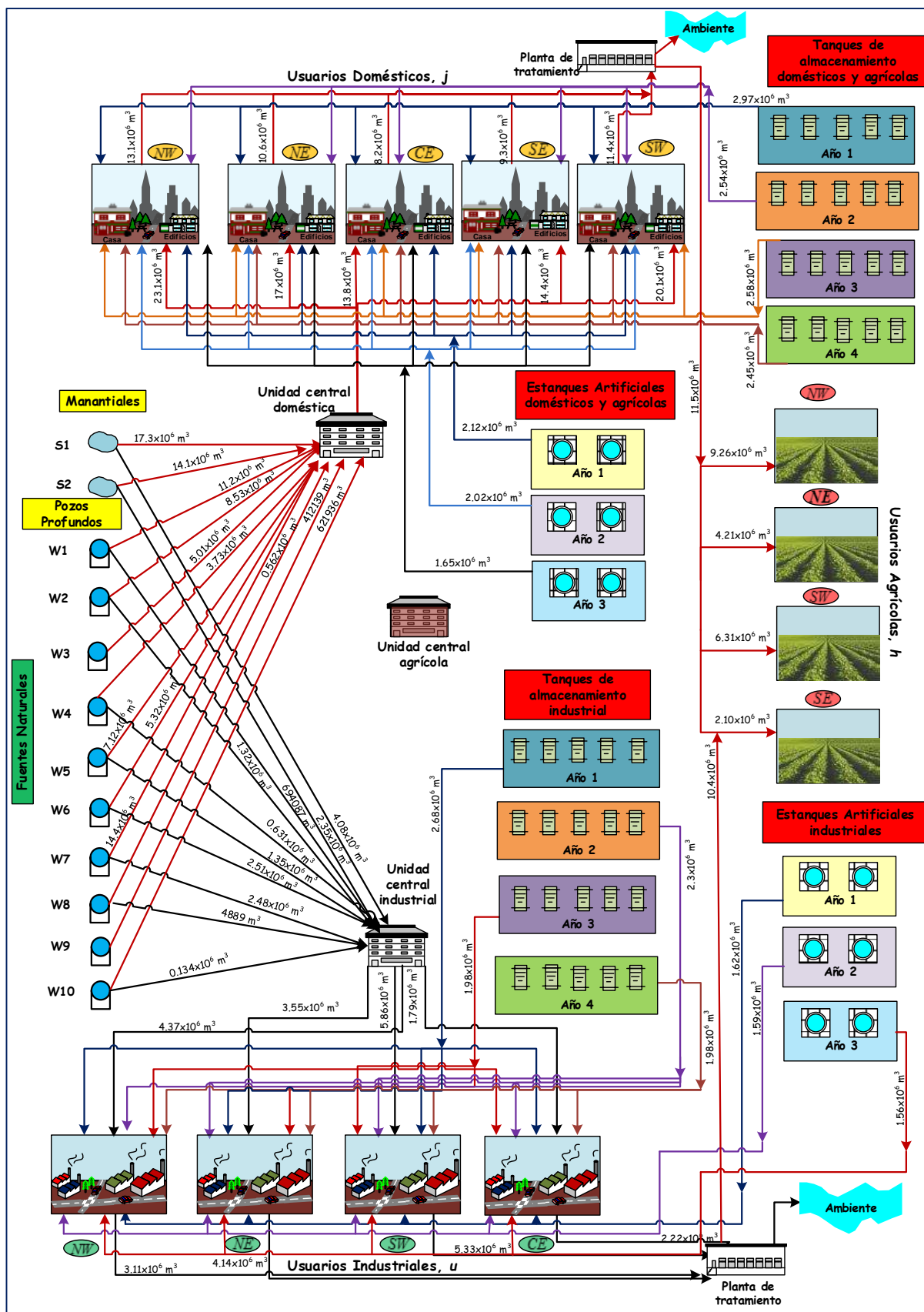


Figura 18. Configuración para la Solución G

## CAPÍTULO VI. CONCLUSIONES

### 6.1 Conclusiones generales

En el presente trabajo de Tesis se planteó una metodología general para la planeación óptima de almacenamiento y distribución en un sistema macroscópico, la cual se fue desarrollando con diferentes enfoques en los capítulos presentados en el presente trabajo de investigación.

En el Capítulo III se presentó un enfoque que supera las limitaciones de metodologías reportadas previamente sobre la implementación de fuentes alternativas de agua (captación de agua de lluvia, regeneración y reúso de agua tratada) para satisfacer las necesidades de una ciudad, ya que en el modelo desarrollado considera aspectos importantes tales como crecimiento poblacional, valor del dinero en el tiempo y cambio en los patrones de precipitación (por efectos del cambio climático). Los resultados mostraron la importancia de implementar políticas de gestión sustentable de agua, las cuales pueden ayudar a reducir la presión en los cuerpos naturales. Se puede notar que al contrario de proyectos a corto plazo, los cuales pueden no ser económicamente atractivos debido a los altos costos de implementación, en proyectos de mediano y largo plazo esta tendencia podría revertirse, lo que resulta en soluciones económicamente atractivas. Se presentó un ejemplo para la ciudad de Morelia, analizando tres casos de estudio considerando diferentes políticas. Se puede identificar que en el caso en que no se emplean fuentes alternativas de agua, un procedimiento para la administración del agua puede ayudar a mantener los niveles sustentables de las fuentes naturales de la ciudad. En los casos en que se utilizan fuentes alternativas de agua, la mayoría de los dispositivos de almacenamiento fueron instalados durante el primer año del proyecto, lo cual representa una fuerte inversión inicial, aunque almacenamientos adicionales fueron requeridos para satisfacer las demandas crecientes.

Además, se pudo demostrar que el agua de lluvia por si sola tiene el potencial de proveer más del 20% de las demandas de agua, sin embargo, el cambio en los patrones de precipitación no se puede predecir con exactitud y largos períodos de sequía podrían convertirla en una fuente poco fiable. Para este capítulo fue tomada una predicción determinista con respecto a los patrones de precipitación, en este escenario, el cambio en el patrón de precipitación afecta directamente a la

cantidad de agua captada, esto significa que durante los últimos años del proyecto, se requiere un espacio de captación adicional para utilizar completamente la capacidad de almacenamiento.

Por otro lado, cuando ambas fuentes de agua (captación de agua de lluvia y reúso de agua tratada) son usados simultáneamente, ambos tienen el potencial de reducir el consumo de agua de las fuentes naturales hasta un 25.2%. Este hecho junto con el incremento en la ganancia, son incentivos para promover políticas destinadas a la implementación de fuentes alternativas. Para el caso de la ciudad de Morelia, uno de los principales problemas consiste en el uso excesivo de agua por persona por día. Por lo que, el gobierno local debería promover el uso de fuentes alternativas de agua por medio de subsidios gubernamentales, iniciar programas sociales con el objetivo de reducir las malas prácticas en los hogares que conducen al mal uso del agua y finalmente invertir en nuevas infraestructuras en la recolección, el tratamiento, el almacenamiento y la línea de distribución de fuentes alternativas de agua.

Por otro lado, en el Capítulo IV se presentó una metodología para el estudio de la precipitación bajo incertidumbre paramétrica en el modelo matemático para el diseño óptimo de un sistema macroscópico de redes de agua. Se continuó con la metodología propuesta en el capítulo III dándole un enfoque de incertidumbre al modelo, las ventajas de la metodología sobre las metodologías previas es que considera además del crecimiento poblacional, la disponibilidad de las fuentes naturales y el valor del dinero en el tiempo, la evaluación del cambio en los patrones de precipitación bajo un esquema de incertidumbre, lo cual amplía la visión sobre una distribución sustentable del recurso. Se resolvió un caso de estudio para la ciudad de Morelia, y los resultados mostraron que las redes diseñadas generan soluciones atractivas desde el punto de vista económico y de sostenibilidad. También se demostró que las soluciones son lo suficientemente robustas como para adaptarse a escenarios de precipitaciones inciertas, con mínima pérdida de ingresos para los casos en que la precipitación media es considerablemente más baja que en el escenario base.

Finalmente, en el Capítulo V se presenta un enfoque de optimización multi-objetivo en el modelo de redes de agua a nivel macroscópico. Este enfoque consideró el almacenamiento óptimo y distribución de los sitios de colección de agua mediante la maximización de la ganancia, la minimización del consumo de agua fresca y el uso de suelo simultáneamente. En este caso el modelo es un problema de programación lineal multi-objetivo que fue resuelto optimizando pares de objetivos separadamente. Igualmente se aplicó esta metodología a la ciudad de Morelia, los

resultados indican que la instalación de dispositivos de almacenamiento reduce el consumo de agua fresca de las fuentes naturales. Esto se logra utilizando tanques de almacenamiento, los cuales suministran hasta un 18% de la demanda de agua de la ciudad. Además, el agua residual regenerada puede complementar efectivamente el uso de agua de lluvia recolectada, proporcionando suficiente agua para las actividades agrícolas en la ciudad durante los periodos de sequía. El agua tratada es reusada en la agricultura puede satisfacer completamente su demanda, la cual representa el 13% de la demanda total de la ciudad. Aunque la compra de agua ha sido una opción en este capítulo, es probable que en el futuro esta opción rara vez pueda estar disponible debido a los altos precios externos y la disponibilidad de recursos.

El objetivo final de las metodologías propuestas en este trabajo de Tesis, es promover la implementación de alternativas más sostenibles para la gestión del agua en las ciudades, ya que se ha demostrado son opciones altamente efectivas para la preservación de la fuentes naturales de agua.

## **6.2 Recomendaciones para trabajo futuro**

Como ya se ha demostrado en este trabajo de Tesis, el modelo de programación matemática propuesto es una opción viable para el ahorro y conservación del agua. Sin embargo, aún hay mucho por hacer en el ámbito de distribución sustentable de agua a nivel macroscópico, en este sentido se pueden plantear modelos más rigurosos para la evaluación del impacto ambiental debido al consumo de agua de las fuentes naturales y el impacto debido a la captación de agua de lluvia cómo impacta en los acuíferos naturales. También se pueden plantear metodologías para evaluar el estrés hídrico debido al consumo de diferentes fuentes de agua y su impacto global en el ambiente.

## CAPÍTULO VII. REFERENCIAS

Agrafioti E, Diamadopoulos E. A strategic plan for reuse of treated municipal wastewater for crop irrigation on the Island of Crete. *Agricultural Water Management*, 2012; 105: 57–64.

Alnouri S Y, Linke P, El-Halwagi M M. Optimal interplant water networks for industrial zones: Addressing interconnectivity options through pipeline merging. *AIChE Journal*, 2014; 60: 2053-2874.

Atilhan S, Mahfouz A, Batchelor B, Linke P, Abdel-Wahab A, Nápoles-Rivera F, Jiménez-Gutiérrez A, El-Halwagi M. A systems-integration approach to the optimization of macroscopic water desalination and distribution networks: a general framework applied to Qatar's water resources. *Clean Technologies and Environmental Policy*, 2012; 14: 161-171.

Avila-Olivera JA, Garduño-Monroy VH. Analysis for the decrement of the available water in the aquifers of Morelia. *Ciencia Nicolaita*, 2007; 46:105-122.

Barrington DJ, Prior A, Ho G. The role of water auditing in achieving water conservation in the process industry. *Journal of Cleaner Production*, 2013; 52: 356–61.

Booker J F, Howitt R E, Michelsen A M, Young R A. Economics and the modeling of water resources and policies. *Natural Resource Modeling*, 2012; 25:168-218.

Boix M, Montastruc L, Pibouleau L, Azzaro-Pantel C, Domenech S. Industrial water management by multiobjective optimization: from individual to collective solution through eco-industrial parks. *Journal of Cleaner Production*, 2012; 22: 85-97.

Brooke A, Kendrick D, Meeraus A, Raman R. GAMS. A user's guide. Washington, D.C. USA. 2013.

Burgara-Montero O, Ponce-Ortega JM, Serna-González M, El-Halwagi MM. Optimal design of distributed treatment systems for the effluents discharged to the rivers. *Clean Technologies Environmental Policy*, 2012; 14: 925-942.

Burgara-Montero O, Ponce-Ortega JM, Serna-González M, El-Halwagi MM. Incorporation of the Seasonal Variations in the Optimal Treatment of Industrial Effluents Discharged to Watersheds. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 2013; 52: 5145-5160.

Castro PM, Teles JP. Comparison of global optimization algorithms for the design of water-using networks. *Computer & Chemical Engineering*, 2013; 52: 249–61.

Chang, R. (2002). *Química General*. McGraw-Hill, 18.

Chen CL, Hung SW, Lee JY. Design of inter-plant water network with central and decentralized water mains. *Computer and Chemical Engineering*, 2010; 34: 1522–31.

CNA, *Estadística del agua en México*. (2005). Disponible en [http://www.conagua.gob.mx/CONAGUA07/Publicaciones/Publicaciones/EAM\\_JUNIO2005.pdf](http://www.conagua.gob.mx/CONAGUA07/Publicaciones/Publicaciones/EAM_JUNIO2005.pdf), Consultado en Junio 2013.

Compain P. Solarenergy for waterdesalination. *Procedia Eng*, 2012; 46: 220–7.

CONAGUA, (2009). Comisión Nacional del Agua, Determinación de la disponibilidad de agua en el Acuífero Morelia-Querendaro (1602), Comisión Nacional del Agua, Estado de Michoacán.

CONAGUA, (2011). Comisión Nacional del Agua, Estadísticas del agua en México, Disponible en <http://www.conagua.gob.mx/CONAGUA07/Publicaciones/Publicaciones/SGP-1-11-EAM2011.PDF>. Consultado en Junio 2013.

CONAGUA-SMN, (2011). Comisión Nacional del Agua – Sistema Meteorológico Nacional, Reporte del clima en México, <http://smn.cna.gob.mx/climatologia/analisis/reporte/Anual2011.pdf>. Consultado en Junio 2013.

CONAPO, (2008). Comisión Nacional de Población, Proyecciones de la población económicamente activa en México y los estados, 2005-2050, <http://www.portal.conapo.gob.mx/00cifras/PEA/pea.pdf>. Consultado en Junio 2013.

Domènech L, Saurí D, A. comparative appraisal of the use of rainwater harvesting in single and multi-family buildings of the Metropolitan Area of Barcelona (Spain): social experience, drinking water savings and economic costs. *Journal of Cleaner Production*. 2011; 19: 598-608.

Domènech L, Heijnen H, Saurí D. Rainwater harvesting for human consumption and livelihood improvement in rural Nepal: benefits and risks. *Water and Environment Journal*, 2012; 26: 465-472.

Eroksuz E, Rahman A. Rainwater tanks in multi-unit buildings: a case study for three Australian cities. *Resources Conservation and Recycling*, 2010; 54: 1449–52.

Foo DCY. State-of-the-art review of pinch analysis techniques for water network synthesis. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 2009; 48: 5125–59.

Gouws JF, Majosi T, Foo DCY, Chen C-L, Lee J-Y. Water minimization techniques for batch processes. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 2010; 49: 8877-8893.

Howari FM, Ghrefat HA. (2011). Jordan: Environmental Status of Water, Soil and Air. In O. N. Editor-in-Chief: Jerome (Ed.), *Encyclopedia of Environmental Health*. Ann Arbor, Michigan, USA. Burlington: Elsevier, (pp. 323-334).

Ibrić N, Ahmetović E, Kravanja Z. Synthesis of Water, Wastewater Treatment, and Heat-Exchanger Networks. *Computer Aided Process Engineering*, 2014; 33: 1843–1848.

INEGI, Instituto Nacional de Estadística y Geografía. Censo Nacional de Población y Vivienda, Disponible en <http://www.inegi.org.mx/sistemas/mexicocifras/default.aspx?e=16>. Consultado en Julio 2013.

INEGI, Instituto Nacional de Estadística y Geografía, Disponible en <http://gaia.inegi.org.mx/scince2/viewer.html> Consultado en Julio 2013.

Jeżowski J. Review of water network design methods with literature annotations. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2010; 49: 4475-4516.

Jhorar RK, Smit AAMFR, Roest CWJ. Assessment of alternative water management options for irrigated agriculture. *Agricultural Water Management*, 2009; 96: 975–81.

Kiely, G., (1999). *Ingeniería ambiental: Fundamentos, entornos, tecnologías y sistemas de gestión*. McGraw-Hill, 38-45.

Khor CS, Chachuat B, Shah N. A superstructure optimization approach for water network synthesis with membrane separation-based regenerators. *Computer & Chemical Engineering*, 2012; 42: 48–63.

Li YP, Huang GH, Nie SL, Chen X. A robust modeling approach for regional water management under multiple uncertainties. *Agricultural Water Management*. 2011; 98: 1577-1588.

Lira-Barragán LF, Ponce-Ortega JM, Nápoles-Rivera F, Serna-González M, El-Halwagi MM. Incorporating property-based water networks and surrounding watersheds in site selection of industrial facilities. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 2012; 52: 91-107.

Liu S, Konstantopoulou F, Gikas P, Papageorgiou LG. A mixed integer optimisation approach for integrated water resources management. *Computers and Chemical Engineering* 2011; 35: 858-875.

Martinez-Gomez J, Burgara-Montero O, Ponce-Ortega JM, Nápoles-Rivera F, Serna-González M, El-Halwagi MM. On the environmental, economic and safety optimization of distributed treatment systems for industrial effluents discharged to watersheds. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, 2013; 26: 908-923.

Nápoles-Rivera F, Ponce-Ortega JM, El-Halwagi MM, Jiménez-Gutiérrez A. Global optimization of mass and property integration networks with in-plant property interceptors. *Chemical Engineering Science*, 2010; 65:4363–77.

Nápoles-Rivera F, Bin Mahfouz A, Jiménez-Gutiérrez A, El-Halwagi MM, Ponce-Ortega JM. MINLP model for optimal biocide dosing and maintenance scheduling of seawater cooled plants. In: Ian David Lockhart B, Michael F, editors. *Computer aided chemical engineering*, 2012; 30: 872–6.

Nápoles-Rivera F, Serna-González M, Bin-Mahfouz A, Jiménez-Gutiérrez A, El-Halwagi MM, Ponce-Ortega JM. Simultaneous optimization of energy management, biocide dosing and maintenance scheduling of thermally integrated facilities. *Energy Conversion and Management*, 2013; 68: 177-192.

Nápoles-Rivera F, Serna-González M, El-Halwagi MM, Ponce-Ortega JM. Sustainable water management for macroscopic systems. *Journal of Cleaner Production*, 2013; 47: 102-117.

Newman J P, Dandy G C, Maier H R. Multiobjective optimization of cluster-scale urban water systems investigating alternative water sources and level of decentralization. *Water Resources Research*, 2014; 50:7915-7938.

Pereira LS, Oweis T, Zairi A. Irrigation management under water scarcity. *Agricultural Water Management*, 2002; 57: 175–206.

Rahman A, Keane J, Imteaz MA. Rainwater harvesting in Greater Sydney: water savings, reliability and economic benefits. *Resources Conservation Recycling*, 2012; 61: 16–21.

Raul S K, Panda S N, Holländer H, Billib M. Integrated water resource management in a major canal command in eastern India. *Hidrological Process*, 2011; 25: 2551-2562.

Rubio-Castro E, Ponce-Ortega JM, Serna-González M, Jiménez-Gutiérrez A, El-Halwagi MM. A global optimal formulation for the water integration in eco-industrial parks considering multiple pollutants. *Computer and Chemical Engineeing*, 2011; 35: 1558–74.

Rubio-Castro E, Ponce-Ortega JM, Serna-González M, El-Halwagi MM. Optimal reconfiguration of multi-plant water networks into an eco-industrial park. *Computer & Chemical Engineering*, 2012; 44: 58–83.

Shatat M, Worall M, Riffat S. Opportunities for solar water desalination worldwide: review. *Sustainable Cities and Society*, 2013; 9: 67–80.

SMN, Sistema Meteorológico Nacional, Promedios Climatológicos 1951-2010. Disponible en <http://www.cm.colpos.mx/meteoro/progde/norm/n5110/>. Consultado en Julio 2013.

Sotelo-Pichardo C, Ponce-Ortega JM, El-Halwagi MM, Frausto-Hernández S. Optimal retrofit of water conservation networks. *Journal of Cleaner Production*, 2011; 19: 1560–81.

Teijon, J. M., *Fundamentos de bioquímica Estructural*. Tébar 2006, 15-20.

Teles JP, Castro PM, Matos HA. Global optimization of water networks design using multiparametric disaggregation. *Computer & Chemical Engineering*, 2012; 40:132–47.

Tudor R, Lavric V. Dual-objective optimization of integrated water/wastewater networks. *Computer & Chemical Engineering*, 2011; 35: 2853–66.

Verdaguer M, Clara N, Poch M. A colony optimization-based method for managing industrial influents in wastewater systems. *AIChE Journal*, 2012; 58: 3070-3079.

Wang Y, Wu P, Zhao X and Jin J. Water-saving crop planning using multiple objective chaos particle swarm optimization for sustainable agricultural and soil resources development. *Clean-Soil, Air, Water*, 2012; 40:1376-1384.

Zhang W, Wang C, Li Y, Wang P, Wang Q and Wang D. Seeking sustainability: multiobjective evolutionary optimization for urban wastewater reuse in China. *Environmental Science and Technology*, 2014; 48: 1094-1102.

## APÉNDICE A. PUBLICACIONES

Computers and Chemical Engineering 69 (2014) 1–15



Contents lists available at ScienceDirect

## Computers and Chemical Engineering

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/compchemeng](http://www.elsevier.com/locate/compchemeng)

## Optimal design of sustainable water systems for cities involving future projections

Ma. Guadalupe Rojas-Torres<sup>a</sup>, Fabricio Nápoles-Rivera<sup>a,\*</sup>, José María Ponce-Ortega<sup>a</sup>, Medardo Serna-González<sup>a</sup>, Mahmoud M. El-Halwagi<sup>b,c</sup><sup>a</sup> Chemical Engineering Department, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia Michoacán 58060, Mexico<sup>b</sup> Chemical Engineering Department, Texas A&M University, College Station, TX 77843, USA<sup>c</sup> Adjunct Faculty at the Chemical and Materials Engineering Department, Faculty of Engineering, King Abdulaziz University, Jeddah 21589, P.O. Box 80204, Saudi Arabia

## ARTICLE INFO

## Article history:

Received 3 August 2013

Received in revised form 1 May 2014

Accepted 29 May 2014

Available online 6 June 2014

## Keywords:

Water management

Water harvesting and reclamation

Optimal water use

Sustainable water use

Optimal water storage and distribution in cities

## ABSTRACT

Water scarcity is one of the main concerns of several countries around the world. In this context, several approaches have been proposed for resource conservation and available water augmentation through specific actions such as process intensification and the use, reclamation, reuse, and recycle of alternative water sources. Nonetheless, there are no reported methodologies optimizing the multiannual planning of water usage, discharge, reclamation, storage and distribution in a macroscopic system considering natural and alternative water sources. In this paper, a multi-period mathematical programming model for the optimal planning of water storage and distribution in a macroscopic system is presented. The model addresses important factors such as population growth, change in the time value of money and change in the precipitation patterns. The proposed model is applied to the case of a Mexican city. The results show important advantages from the economic and sustainability points of view.

© 2014 Elsevier Ltd. All rights reserved.

## 1. Introduction

In the recent years the concern for the overexploitation of water bodies has stimulated research in the field of water conservation and resource augmentation. This phenomenon has been driven by human factors such as population growth, industrial development, life standard enhancement, irrational use of the resources and climate change. But also due to natural causes like uneven distribution of the water in the world and geographical limitations (for example in the case of islands and arid regions). The main focus of recent research efforts is the resource conservation and water augmentation through specific actions such as regeneration, reuse and recycle of water. These strategies have been successfully implemented in the industrial context by several authors. In this context, Foo (2009) presented an extensive review of pinch-based techniques for water network synthesis in continuous processes. Although pinch-based techniques have shown being useful, they have at least one of the following limitations: they are suited only for small or medium size problems, they are generally limited to the single contaminant

case, they do not consider stream regeneration and/or cannot include multiple fresh utilities; thus several authors have proposed mathematical programming approaches to overcome these limitations. This way, Gouws et al. (2010) presented a review for water minimization techniques involving batch processes. Furthermore, Jezowski (2010) presented another review rewarding water networks using graphical and mathematical programming techniques. More recently, the synthesis of water networks has been extended for the case of industrial complexes (i.e. eco-industrial parks). This way, Chen et al. (2010) considered the problem of interplant water optimization with central and decentralized water mains; they considered two separate objective functions: reducing the water consumption and reducing the total annual cost of the network. Then, Rubio-Castro et al. (2011) also considered the synthesis of multi contaminant water networks in an eco-industrial park. Tudor and Lavric (2011) proposed an approach to minimize simultaneously the water consumption and the operating cost. These works have been successfully extended by several authors (see for example Burgara-Montero et al., 2013; Lira-Barragán et al., 2010, 2011, 2012; Martinez-Gomez et al., 2013) through mathematical programming approaches to consider the problem of water networks and its impact in the surrounding watersheds; these models are also multi-objective optimization problems and have taken into account different optimization criteria such as economic,

\* Corresponding author. Tel.: +52 443 3273584; fax: +52 443 3273584.  
E-mail addresses: [fnapoles@umich.mx](mailto:fnapoles@umich.mx), [fabricio.napoles@yahoo.com.mx](mailto:fabricio.napoles@yahoo.com.mx) (F. Nápoles-Rivera).

<http://dx.doi.org/10.1016/j.compchemeng.2014.05.026>  
0098-1354/© 2014 Elsevier Ltd. All rights reserved.



Contents lists available at ScienceDirect

Journal of Cleaner Production

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/jclepro](http://www.elsevier.com/locate/jclepro)

## Optimal design of macroscopic water networks under parametric uncertainty



Fabricio Nápoles-Rivera<sup>a,\*</sup>, Ma. Guadalupe Rojas-Torres<sup>a</sup>, José María Ponce-Ortega<sup>a</sup>, Medardo Serna-González<sup>a</sup>, Mahmoud M. El-Halwagi<sup>b,c</sup>

<sup>a</sup> Chemical Engineering Department, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, Michoacan 58060, Mexico

<sup>b</sup> Chemical Engineering Department, Texas A&M University, College Station, TX 77843, USA

<sup>c</sup> Adjunct Faculty at the Chemical and Materials Engineering Department, Faculty of Engineering, King Abdulaziz University, P. O. Box 80204, Jeddah 21589, Saudi Arabia

### ARTICLE INFO

#### Article history:

Received 24 November 2013  
Received in revised form  
1 May 2014  
Accepted 2 May 2014  
Available online 10 May 2014

#### Keywords:

Sustainable water use  
Water scarcity  
Climatic change  
Water storage  
Water distribution  
Scheduling optimization

### ABSTRACT

The efficient use of water worldwide is of overriding importance due to its vital role in life. Recently, several countries have suffered water scarcity mainly due to population increase and problems associated to climate change such as the change in the precipitation patterns in the world. In this project, a mathematical programming model for the efficient and sustainable use of water under **parametric uncertainty** is proposed. The model considers rainwater harvesting (which includes catchment, storage and distribution) as alternative water source; it also considers sustainability aspects from the economic and environmental points of view, maximizing the revenue from the sales of water minus the cost of production and treatment, while maintaining desirable levels of water in the natural reservoirs. The uncertainty is a result of the change in the precipitation patterns. The proposed model is applied to a case study for the city of Morelia, Michoacán in Mexico, considering a time horizon of 5 years. Results show the optimal schedule for water storage and distribution to different sectors of the society (public, agricultural and industrial users). It was found that the use of alternative water sources such as harvested rainwater, along with an appropriate planning schedule of storage and distribution might help reduce the pressure over natural reservoirs even under conditions of uncertainty in the precipitation, while satisfying the water demands in a city.

© 2014 Elsevier Ltd. All rights reserved.

### 1. Introduction

Water is essential for the development of all living creatures on earth. The average per capita consumption in the United States is 340 lpcd (EPA, 2009). In Mexico, the average consumption is 264 lpcd, and in some regions it reaches up to 350 lpcd (CONAGUA, 2010), which is of great concern because the population growth and climate change reduce water availability every year. Furthermore, the available water usually contains pollutants of anthropogenic origin, which make necessary to implement treatment technologies in order to use it for human consumption. However, even with the implementation of appropriate treatments, both surface and ground water are insufficient to satisfy all the demands in some regions of the world, especially those geographically

limited (such as islands), overpopulated and/or prone to long drought periods. In recent years, several strategies have been proposed to assure the water supply. In this sense, Santos-Pereira et al. (2002) discussed some of the issues related to crop irrigation management focusing on management policies under water scarcity situations, with special attention to the case when low quality water is used (reclaimed water and water with high salinity content), taking into account the impact on health and the environment. Additionally, Jhorar et al. (2009) showed a water distribution model for irrigation under low precipitation conditions and examined different scenarios for alternative management policies, showing that management policies might affect the soil salinity and groundwater availability. Agrafioti and Diamadopoulos (2012) demonstrated that adapting the existing wastewater plants to include tertiary treatment might help to satisfy up to 4.3% of the irrigation requirements in the Greek island of Crete. Due to the severe droughts in recent years, Sheng (2005) took the concept of Aquifer Storage and Recovery (ASR) and extended this concept to an integrated level in which either treated or untreated surface

\* Corresponding author. Tel.: +52 443 3223500x1277; fax: +52 443 3273584.  
E-mail addresses: [fnapoles@umich.mx](mailto:fnapoles@umich.mx), [fabricio\\_napoles@yahoo.com.mx](mailto:fabricio_napoles@yahoo.com.mx) (F. Nápoles-Rivera).

<http://dx.doi.org/10.1016/j.jclepro.2014.05.002>  
0959-6526/© 2014 Elsevier Ltd. All rights reserved.

# Multiobjective Optimization for Designing and Operating More Sustainable Water Management Systems for a City in Mexico

Ma. Guadalupe Rojas-Torres, Fabricio Nápoles-Rivera, José María Ponce-Ortega, and Medardo Serna-González

Chemical Engineering Dept., Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia Michoacán, 58060, México

Gonzalo Guillén-Gosálbez

Chemical Engineering Dept., Universitat RoviraiVirgili, Av.Paisos Catalans, 26,43007 Tarragona, Spain  
Centre for Process Integration, School of Chemical Engineering and Analytical Science, The University of Manchester, Manchester M13 9PL, U.K.

Laureano Jiménez-Esteller

Chemical Engineering Dept., Universitat RoviraiVirgili, Av.Paisos Catalans, 26,43007 Tarragona, Spain

DOI 10.1002/aic.14814

Published online in Wiley Online Library (wileyonlinelibrary.com)

*This article proposes a multiobjective optimization model for the design of a macroscopic water system of a Mexican city that solves simultaneously the planning and scheduling of water storage and distribution tasks. The model, which considers rainwater harvesting and reclaimed water reusing as alternative water sources, maximizes the revenues from water sales and minimizes simultaneously the water consumption and land use. A case study based on the city of Morelia in Mexico was solved. It was found that the use of alternative water sources (such as harvested rainwater) along with an appropriate planning and scheduling of storage and distribution tasks have the potential to reduce the pressure over natural reservoirs significantly. Our approach considers simultaneously economic and environmental concerns, thereby contributing to the implementation of more sustainable alternatives in urban water distribution. © 2015 American Institute of Chemical Engineers AICHE J, 00: 000–000, 2015*

*Keywords: sustainable water use, land use, water consumption, water storage and distribution, scheduling, optimization*

## Introduction

Recently, research on how to improve water management worldwide has significantly increased due to water scarcity problems arising in several regions of the world. As a result, several approaches for water saving and conservation through water recycling, reusing and regeneration have been reported. An important case is the industrial sector, where several sources of water can be recycled to reduce fresh water consumption (thereby reducing as well the amount of wastewater discharged into the environment). In this context, Gouws et al.<sup>1</sup> presented a review for industrial water minimization involving batch processes. Jeżowski<sup>2</sup> presented another review regarding industrial water networks using graphical and mathematical programming techniques. Besides Verdager et al.<sup>3</sup> presented a combinatorial optimization procedure with multiple constraints to treat industrial effluents. More recently, Ibrić et al.<sup>4</sup> implemented a study for industrial water networks for different complexities, rang-

ing from simple water networks up to combined water, wastewater treatment and heat exchanger networks.

Other studies have focused on developing methodologies for the optimal use of water considering the effect of the wastewater discharged from the industries. In this context, Boix et al.<sup>5</sup> proposed a multiobjective optimization strategy formulated as a mixed-integer linear programming (MILP) problem for designing an industrial water network that minimizes the amount of fresh water, regenerated water, and number of network connections in ecoindustrial parks. Alnouri et al.<sup>6</sup> presented an optimization approach for designing interplant water networks involving pipeline design. Furthermore, Burgara-Montero et al.<sup>7</sup> proposed a mathematical programming approach to take into account the effect of the industrial wastewater discharges over the surrounding environment during the synthesis of industrial water networks, and then Burgara-Montero et al.<sup>8</sup> incorporated seasonal variations in this model. Furthermore, Lira-Barragán et al.<sup>9</sup> reported an approach to determine the environmental impact for the industrial wastewater discharges, while Lira-Barragán et al.<sup>10,11</sup> incorporated constraints based on properties and included different options for wastewater treatment. In addition, Martínez-Gomez et al.<sup>12</sup> incorporated safety issues to the industrial wastewater discharges during the synthesis of industrial water networks. Furthermore,

Additional Supporting Information may be found in the online version of this article.

Correspondence concerning this article should be addressed to J. M. Ponce-Ortega at E-mail: jmponce@umich.mx.

© 2015 American Institute of Chemical Engineers