

MODELADO ANÁLISIS Y APLICACIÓN DEL AMPLIFICADOR OPERACIONAL EN EL DOMINIO FÍSICO

TESIS

Que para obtener el grado de
MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA ELÉCTRICA

presenta

Roberto Tapia Sánchez

Director de Tesis

Dr. Gilberto González Avalos

Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

Junio 2007

Resumen

En este trabajo se propone el modelo del amplificador operacional mediante Bond Graphs considerando la mayoría de las características internas que presenta, es decir, la resistencia de entrada, la ganancia de lazo abierto, la respuesta a la frecuencia, la relación de cambio de la salida con respecto de la entrada (slew rate), la resistencia de salida y los voltajes de saturación.

Con las especificaciones de las hojas de datos para un amplificador operacional en específico, los parámetros para el modelo del amplificador operacional en Bond Graph son obtenidos.

El modelo del amplificador operacional en Bond Graph es aplicado a configuraciones tanto en lazo abierto, como en lazo cerrado.

Las configuraciones de amplificador inversor, no inversor, seguidor, integrador y diferenciador se obtienen en Bond Graph, a partir de los cuales, las realizaciones en espacio de estado de estas configuraciones se determinan considerando las características internas del amplificador operacional utilizado. Así mismo, las respuestas en el tiempo y en la frecuencia de cada configuración son obtenidas.

Una de las aplicaciones más interesantes de los amplificadores operacionales es en el diseño de filtros activos. Así, en esta tesis se proponen los filtros pasa bajas y pasa altas de primer y segundo orden, filtro pasa banda de banda amplia y banda estrecha y finalmente el filtro rechazo de banda, modelados en Bond Graph y utilizando amplificadores operacionales.

Además, se obtienen las respuestas en el tiempo y en la frecuencia de cada uno de los filtros propuestos.

La versatilidad del modelo de sistemas físicos en Bond Graph se presenta en esta tesis en el diseño de controladores P, PI y PID aplicados a un sistema electromecánico, modelando todos los elementos que lo forman en Bond Graph. Por lo tanto, se aplica la metodología de Bond Graph no sólo al modelo de un amplificador operacional y sus aplicaciones, sino al diseño de sistemas de lazo cerrado.

Abstract

A Bond Graph model of an operational amplifier is proposed in this work, the majority of internal characteristics such as input and output resistors, open loop gain, frequency response, slew rate and saturation voltages are included in the model.

With a specific operational amplifier data sheet, the parameters of the model are obtained.

The operational amplifier model in Bond Graph is used in open and closed loop.

The inverting, noninverting, follower, integrator and differentiator configurations in Bond Graph are obtained. For every one of these configurations the performance in states space, the time response and frequency response are obtained.

Active filters are one of the most interesting applications of the operational amplifiers, for this reason in this thesis the first-order low-pass and high-pass, second-order low-pass and high-pass, wide band-pass, narrow band-pass and wide band-reject filters are modeled in Bond Graph. The time and frequency responses are obtained.

In this thesis the versatility of Bond Graph is showed in systems modeling with the design of P, PI and PID controllers applied in two systems: one electromechanical and the other one hydraulic, from the point of view of a system in Bond Graph. Therefore it is not only the model of an operational amplifier and their application, in addition the extension of systems in loop-back is showed.

Contenido

Resumen	iii
Abstract	v
Contenido	x
Lista de Figuras	xv
Lista de Tablas	xvii
Acrónimos	xix
1 Introducción	1
1.1 Introducción	1
1.2 Motivación	1
1.3 Objetivo	2
1.4 Justificación	2
1.5 Publicaciones y Trabajos Relacionados	3
1.6 Dominio Físico	4
1.7 Contenido	4
2 Antecedentes del Modelado en Bond Graph	6
2.1 Introducción	6
2.2 Modelado	6
2.3 Reseña Histórica	7
2.4 Componentes de un Bond Graph	8
2.4.1 Puertos-1 Pasivos	10
2.4.2 Puertos-1 Activos o Fuentes	11
2.4.3 Puertos-2 Elementos Ideales	11
2.4.4 Puertos-2 Modulados	12
2.4.5 Puertos-3 Elementos de Unión	13
2.5 Causalidad para Multipuertos Básicos	14
2.6 Bond Activo	17
2.7 Procedimiento para el Modelado de Sistemas	17
2.7.1 Sistemas eléctricos	18
2.7.2 Sistemas Mecánicos	20
2.7.3 Sistemas Hidráulicos	21
2.8 Estructuras de Unión en Sistemas Multipuertos [27]	22

2.8.1	Vectores Clave	22
2.8.2	Relaciones de Campo y Ecuación de Estados	23
2.8.3	Obtención de las Variables de Estado de un Bond Graph	25
3	El Amplificador Operacional en Bond Graph	29
3.1	Introducción	29
3.2	Modelado de un Amplificador Operacional con Bond Graph	29
3.3	Características del Amplificador Operacional en Bond Graph	33
3.3.1	Resistencia de entrada del Modelo	33
3.3.2	Ganancia de lazo abierto del Modelo	33
3.3.3	Respuesta en Frecuencia del Modelo	34
	Efecto de la Velocidad de Cambio en el Modelo	34
3.3.4	Desacoplamiento de Etapas	35
3.3.5	Resistencia de Salida del Modelo	36
3.3.6	Voltajes de Saturación y Alimentación	37
3.4	Modelo de un Amplificador Operacional en Bond Graph	38
3.4.1	Valores para los parámetros del modelo	38
3.5	Modelo del Amplificador Operacional en Lazo Abierto	40
3.5.1	Modelo del Amplificador Diferencial o Comparador	41
3.6	Modelo del Amplificador Operacional en Lazo Cerrado	43
3.6.1	Retroalimentación Negativa del Modelo	43
	a) Modelo del Amplificador Operacional Seguidor	43
	b) Modelo del Amplificador Inversor	49
	c) Modelo del Amplificador No-Inversor	52
	<i>Resistencia Real de Entrada con retroalimentación del</i> <i>Modelo en Bond Graph</i>	<i>57</i>
	<i>Resistencia Real de Salida con retroalimentación del Mod-</i> <i>elo en Bond Graph</i>	<i>58</i>
	d) Modelo del Amplificador Integrador	60
	e) Modelo del Amplificador Diferenciador	65
3.6.2	Retroalimentación Positiva del Modelo	69
	a) Modelo del Disparador Schmitt	69
	b) Modelo del Disparador Schmitt No-inversor	71
4	Filtros Activos en Bond Graph	73
4.1	Introducción	73
4.2	Filtro Pasa Bajas de Primer Orden	73
4.3	Filtro Pasa Altas de Primer Orden	77
4.4	Filtro Pasa Bajas de Segundo Orden	84
4.5	Filtro Pasa Altas de Segundo Orden	88
4.6	Filtro Pasa Banda de Banda Amplia	91
4.7	Filtro Pasa Banda de Banda Estrecha	93

4.8	Filtro Rechazo de Banda	97
5	Aplicaciones Avanzadas del Amplificador Operacional	101
5.1	Introducción	101
5.2	Modelo del Diodo en Bond Graph	101
5.3	Rectificador de Media Onda	102
5.4	Amplificador de Instrumentación	104
5.5	Solución de Ecuaciones Diferenciales	107
5.6	Generación de una función exponencial	111
6	Modelado en Bond Graph de Controladores	115
6.1	Introducción	115
6.2	Modelo del Motor de CD en Bond Graph	115
6.3	Control Proporcional del Motor de CD en Bond Graph	117
6.4	Control Proporcional-Integral del Motor de CD	120
6.5	Controlador Proporcional-Integral-Derivativo del Motor de CD	123
6.6	Modelo de Un Sistema de Nivel de Líquido	125
6.7	Control Proporcional del Sistema de Nivel de Líquido	127
6.8	Control Proporcional-Integral del Sistema de Nivel de Líquido	128
6.9	Control Proporcional-Integral-Derivativo del Sistema de Nivel de Líquido	130
7	Conclusiones y Trabajos Futuros	133
7.1	Conclusiones	133
7.2	Trabajos Futuros	134
A	Software 20-Sim	139
A.1	Efecto de la Relación de Cambio (Slew Rate)	141
A.2	Efecto del Voltajes de Saturación	142
B	El Amplificador Operacional	145
B.1	Amplificador Operacional Ideal	145
B.2	El Amplificador Operacional en Lazo Abierto	146
B.3	El Amplificador Operacional en Lazo Cerrado	147
B.3.1	Retroalimentación Positiva	147
	Configuración con Retroalimentación Positiva	148
B.3.2	Retroalimentación Negativa	150
	a) Amplificador Inversor Ideal.	151
	b) Amplificador No Inversor Ideal.	152
	c) Amplificador Seguidor Ideal.	152
B.4	Amplificador operacional real	152
B.4.1	Ganancia Diferencial Finita	153
B.4.2	Voltajes de Saturación	153
B.4.3	Resistencia de Entrada en lazo cerrado	154

B.4.4	Resistencia de Salida en lazo cerrado	155
B.4.5	Ancho de Banda	156
B.5	Respuesta a la Frecuencia del Amplificador Operacional	157
B.5.1	Respuesta a la Frecuencia en Lazo Cerrado	158
B.5.2	Relación de Cambio (Slew rate)	158
C	Artículo Publicado	161

Índice de Figuras

1.1	Diagrama a bloques del modelo del amplificador operacional en Bond Graph.	4
2.1	Bond con sus variables de potencia.	8
2.2	Tetraedro de estado.	11
2.3	Puertos-1 activos.	11
2.4	Bond Graph de un transformador y de un girador.	12
2.5	Bond Graph de un transformador y de un girador modulados.	12
2.6	Unión-0	13
2.7	Unión-1.	14
2.8	Causalidad para un bond.	14
2.9	Elemento-C en causalidad integral.	15
2.10	Elemento-C en causalidad derivativa.	16
2.11	Bond activo.	17
2.12	Bond Graph con bond activo.	17
2.13	Ejemplo de un circuito eléctrico.	18
2.14	Procedimiento para obtener el Bond Graph de un circuito eléctrico.	19
2.15	Bond Graph del ejemplo de un sistema eléctrico.	19
2.16	Ejemplo de un sistema mecánico.	20
2.17	Procedimiento para encontrar el Bond Graph de un sistema mecánico.	20
2.18	Bond Graph de un sistema mecánico.	21
2.19	Ejemplo de un sistema hidráulico.	21
2.20	Procedimiento para encontrar el Bond Graph de un sistema hidráulico.	22
2.21	Bond Graph de un sistema hidráulico.	22
2.22	Diagrama a bloques de la estructura de unión de un Bond Graph.	22
2.23	Bond Graph de un circuito eléctrico con los bonds numerados.	26
3.1	Representación de un amplificador operacional con fuente dependiente.	30
3.2	Uniones-0 del Bond Graph del amplificador operacional.	30
3.3	Elementos del Bond Graph del amplificador operacional.	30
3.4	Bond Graph acausal no reducido aislado del amplificador operacional.	31
3.5	Bond Graph acausal no reducido del amplificador operacional agregando bond activo.	31

3.6	Bond Graph acausal no reducido del amplificador operacional, indicando la unión-0 de referencia.	32
3.7	Bond Graph acausal del amplificador operacional.	32
3.8	Bond Graph para el efecto del slew rate.	35
3.9	Bond Graph para desacoplar etapas.	36
3.10	Bond Graph para el voltaje de saturación y voltajes de alimentación.	37
3.11	Modelo del amplificador operacional en Bond Graph.	38
3.12	Respuesta a la frecuencia del $\mu A741$	39
3.13	Respuesta a la frecuencia del $OP27$	40
3.14	Respuesta a la frecuencia del $TL084$	40
3.15	Modelo del amplificador comparador.	41
3.16	Respuesta en el tiempo del amplificador operacional comparador.	41
3.17	Respuesta del ángulo de fase del $\mu A741$	42
3.18	Respuesta del comparador con $V (+) = 0.1 \sin (10\pi)$	42
3.19	Modelo en Bond Graph del amplificador operacional en su configuración como seguidor.	43
3.20	Respuesta en el tiempo para el modelo del amplificador seguidor $\mu A741$	47
3.21	Efecto de la velocidad de cambio para el amplificador seguidor $\mu A741$	47
3.22	Efecto de los voltajes de saturación para el amplificador seguidor $\mu A741$	48
3.23	Efecto de la velocidad de cambio y el voltaje de saturación para el amplificador seguidor $\mu A741$	48
3.24	Modelo del amplificador operacional en su configuración como inversor.	49
3.25	Respuesta en el tiempo para el modelo del amplificador inversor $\mu A741$	51
3.26	Velocidad de cambio para el modelo del amplificador $\mu A741$ inversor.	52
3.27	Modelo del amplificador operacional en su configuración como no-inversor.	53
3.28	Respuesta en el tiempo para el modelo del amplificador $\mu A741$ no inversor.	55
3.29	Respuesta practica del amplificador $\mu A741$ no inversor.	55
3.30	Efecto de la velocidad de cambio para el amplificador $\mu A741$ no inversor.	56
3.31	Efecto practico de la velocidad de cambio en el amplificador $\mu A741$ no inversor.	56
3.32	Efecto de la velocidad de cambio y el voltaje de saturación para el amplificador $\mu A741$ no inversor.	57
3.33	Modelo del amplificador operacional para el cálculo de la resistencia de salida real.	58
3.34	Modelo del amplificador operacional en su configuración como integrador.	61
3.35	Respuesta a la frecuencia del amplificador integrador.	63
3.36	Respuesta del amplificador integrador con $f_{in} = 100Hz$	64
3.37	Respuesta del amplificador integrador para una $f_{in} = 500Hz$	65
3.38	Modelo del amplificador operacional en su configuración como derivador.	65
3.39	Respuesta del amplificador diferenciador con $f_{in} = 100Hz$	68
3.40	Respuesta del amplificador diferenciador con $f_{in} = 500Hz$	68
3.41	Modelo del disparador Schmitt en Bond Graph.	69
3.42	Respuesta del Disparador Schmitt.	70

3.43	Lazo de hitéresis del disparador Schmitt.	70
3.44	Modelo del disparador Schmitt no-inversor.	71
3.45	Respuesta del disparador Schmitt no-inversor.	72
4.1	Modelo en Bond Graph del filtro Pasa Bajas de Primer Orden.	73
4.2	Respuesta a la frecuencia del filtro Pasa Bajas de Primer Orden.	74
4.3	Respuesta del filtro Pasa Bajas de Primer Orden para diferentes frecuencias.	75
4.4	Modelo en Bond Graph del filtro Pasa Altas de Primer Orden.	78
4.5	Respuesta a la frecuencia del filtro Pasa Altas de Primer Orden.	78
4.6	Respuesta en el tiempo del filtro Pasa Altas para $f_c = 100Hz$	81
4.7	Respuesta en el tiempo del filtro Pasa Altas para $f_c = 1KHz$	81
4.8	Respuesta en el tiempo del filtro Pasa Altas para $f_c = 10KHz$	82
4.9	Respuesta real del filtro Pasa Altas para $f = 100Hz$ en la señal de entrada.	82
4.10	Respuesta real del filtro Pasa Altas para $f = 1KHz$ en la señal de entrada.	83
4.11	Grafica de fase del filtro Pasa Altas.	83
4.12	Modelo en Bond Graph del filtro Pasa Bajas de Segundo Orden.	84
4.13	Respuesta a la frecuencia del Filtro Pasa Bajas de Segundo Orden.	88
4.14	Modelo en Bond Graph del filtro Pasa Altas de Segundo Orden.	88
4.15	Respuesta a la frecuencia del filtro Pasa Altas de Segundo Orden.	89
4.16	Modelo en Bond Graph del filtro Pasa Banda de Banda Amplia.	92
4.17	Respuesta a la frecuencia del filtro Pasa Banda de Banda Amplia.	93
4.18	Grafica de fase del filtro Pasa Banda de Banda Amplia.	93
4.19	Modelo en Bond Graph del filtro Pasa Banda de Banda Estrecha.	94
4.20	Respuesta a la frecuencia del Filtro Pasa Banda de Banda Estrecha.	95
4.21	Modelo en Bond Graph del filtro Rechaza Banda.	97
4.22	Respuesta a la frecuencia del filtro rechazo de Banda.	100
5.1	Modelo del diodo en Bond Graph.	102
5.2	Modelo en Bond Graph del Rectificador de Media Onda.	103
5.3	Reapuesta del Rectificador de Media Onda.	103
5.4	Amplificador de instrumentación.	104
5.5	Modelo en Bond Graph del amplificador de instrumentación.	105
5.6	Respuesta del amplificador de instrumentación cuando $V_{i1} = 0$	105
5.7	Respuesta del amplificador de instrumentación cuando $V_{i1} = 3V$	106
5.8	Reapuesta del amplificador de instrumentación cuando $V_{i1} = -3V$	107
5.9	Diagrama de una computadora analógica.	108
5.10	Bond Graph de una computadora analógica.	108
5.11	Solución de la ecuación diferencial por medio del Bond Graph.	109
5.12	Solución de la ecuación difrencial (5.2) utilizando Simnon.	110
5.13	Diagrama de la computadora analógica de una función exponencial.	111
5.14	Bond Graph de la computadora analógica para una función exponencial.	112
5.15	Solución de la ecuación diferencial exponencial por medio de Bond Graph.	112
5.16	Solución de la ecuación diferencial (5.5) utilizando el software Simnon.	113

6.1	Modelo del Motor de CD en Bond Graph.	116
6.2	BGD del modelo del motor de CD.	116
6.3	Diagrama de bloques de un controlador proporcional.	117
6.4	Modelo de un control proporcional para el motor de CD en Bond Graph. . .	117
6.5	Respuesta del control proporcional para el motor de CD.	119
6.6	Respuesta de la acción proporcional para diferentes valores de ganancias. . .	120
6.7	Diagrama de bloques de un controlador proporcional-integral.	120
6.8	Modelo del control proporcional-integral para el motor de CD en Bond Graph.	121
6.9	Respuesta de la acción de control proporcional-integral para el motor de CD.	121
6.10	Respuesta de la acción proporcional-integral para diferentes valores de ganancias.	122
6.11	Respuesta de la acción proporcional-integral para diferentes valores del capacitor C.	123
6.12	Diagrama de bloques de un controlador proporcional-integral-derivativo. . .	123
6.13	Modelo del control proporcional-integral-derivativo para el motor de CD en Bond Graph.	124
6.14	Respuesta de la acción de control PID para el motor de CD.	124
6.15	Respuesta de la acción PID para diferentes valores de ganancias.	125
6.16	Diagrama esquemático de un sistema de nivel de líquido.	126
6.17	Modelo en Bond Graph del sistema de nivel de líquido en causalidad integral.	126
6.18	Modelo en Bond Graph del sistema de nivel de líquido en causalidad derivativa.	127
6.19	Modelo del control proporcional para el sistema de nivel de líquido en Bond Graph.	127
6.20	Respuesta de la acción proporcional con dos valores de ganancias.	128
6.21	Modelo del control proporcional-integral para el sistema de nivel de líquido en Bond Graph.	129
6.22	Respuesta de la acción proporcional-integral para el sistema de nivel de líquido en Bond Graph.	129
6.23	Modelo del control proporcional-integral-derivativo para el sistema de nivel de líquido en Bond Graph.	130
6.24	Respuesta de la acción proporcional-integral-derivativa para el sistema de nivel de líquido en Bond Graph.	131
A.1	Ventana principal del programa 20-Sim.	140
A.2	Ventana de simulación.	140
A.3	Código para el efecto del slew rate.	141
A.4	Código para los voltajes de alimentación.	142
A.5	Gráfica de los límites del voltaje de salida del modelo en Bond Graph. . . .	143
B.1	Diagrama estandar del amplificador operacional.	145
B.2	Amplificador operacional en lazo abierto.	146
B.3	Representación a bloques de un sistema con retroalimentación positiva. . . .	147
B.4	Comparador con histéresis de umbrales simétricos.	148

B.5	Formas de onda del comparador con histéresis; (a) entrada, (b) salida y (c) niveles de umbral.	149
B.6	Bucle de histéresis para un comparador de umbrales simétricos.	150
B.7	Diagrama a bloques de un sistema con retroalimentación negativa.	150
B.8	Diagrama de un amplificador inversor con amplificador operacional.	151
B.9	Diagrama de un amplificador no inversor.	152
B.10	Diagrama de un amplificador operacional para el calculo de la resistencia de entrada.	154
B.11	Diagrama de un amplificador operacional, para el calculo de la resistencia de salida.	155
B.12	Curva de la ganacia de lazo abierto contra la frecuencia del $\mu A741$	157
B.13	Diagrama de un amplificador operacional con una sola frecuencia de corte. .	158

Lista de Tablas

2.1	Variables generalizadas de sistemas eléctricos y sistemas mecánicos traslacionales.	9
2.2	Variables generalizadas de sistemas mecánicos rotacionales y sistemas hidráulicos.	9
2.3	Elemento-R.	10
2.4	Elemento-C.	10
2.5	Elemento-L	10
2.6	Consideraciones causales para multipuertos básicos.	15
2.7	Formas causales para puertos-1.	16
3.1	Características del $\mu A741$, $TL084$ y $OP27$	39
3.2	Parametros para la respuesta a la frecuencia del $\mu A741$, $TL084$ y $OP27$	39
3.3	Valores ideales de los componentes en el modelo del amplificador operacional en Bond Graph.	46
3.4	Valor numérico de los componentes del amplificador inversor.	51
3.5	Valor numérico de los componentes del amplificador integrador.	63
3.6	Valor numérico para el modelo del disparador Schmitt.	70
4.1	Valores numéricos del Filtro Pasa Bajas de Primer Orden.	74
4.2	Valores numéricos del Filtro Pasa Bajas de Segundo Orden.	87
4.3	Valores numéricos del Filtro Pasa Banda de Banda Amplia.	92
4.4	Valores numéricos del Filtro Pasa Banda de Banda Estrecha.	94
4.5	Valores numéricos del Filtro Rechazo de Banda.	100
5.1	Valores numéricos para el modelo del amplificador de instrumentación.	106
5.2	Valores numéricos para el Bond Graph de la ecuación diferencial.	109
6.1	Valores numéricos para el control proporcional del motor de CD en Bond Graph.	119
6.2	Valores numéricos para el control proporcional del sistema de nivel de líquido en Bond Graph.	128

Acrónimos

- LTI, Linear Time Invariante, Lineal e Invariante en el Tiempo.
- MIMO, Multi-Input Multi-Output, Multi-Entrada Multi- Salida.
- P, Proporcional.
- PI, Proporcional+Integral.
- PID, Proporcional+Integral+Derivativo.
- BGI, Bond Graph Integral.
- BGD, Bond Graph Derivativo.
- CD, Corriente Directa.

Capítulo 1

Introducción

1.1 Introducción

Bond Graph es una técnica que ha venido cobrando una importancia relevante dentro del análisis de los sistemas, ha sido aplicada a sistemas que mezclan diferentes dominios, así como también a ramas de estudio específicas como es el caso de la electrónica de potencia, dentro de esta rama de estudio se encuentran algunos dispositivos electrónicos como el amplificador operacional. El amplificador operacional es uno de los dispositivos electrónicos más importantes debido a que comunmente es utilizado como controlador analógico en una amplia variedad de sistemas.

En este capítulo se presenta un panorama general del contenido de la tesis; también se menciona la justificación y motivación para realizar el presente trabajo así como el contenido que tiene cada uno de los capítulos que componen la tesis.

1.2 Motivación

El presente trabajo trata uno de los dispositivos electrónicos más importantes que han sido desarrollado dentro de la Ingeniería Electrónica con una técnica de modelado relativamente nueva por medio de la cual los sistemas físicos, ya sean mecánicos, eléctricos, hidráulicos o térmicos son modelados y analizados conjuntamente sin importar la naturaleza física del dominio al que corresponden.

El dispositivo electrónico modelado en este trabajo es el amplificador operacional, este es conocido por la mayoría de las personas involucradas en la Ingeniería Eléctrica y Electrónica debido a que es el dispositivo analógico más importante por medio del cual

se diseñan infinidad de dispositivos, entre otros, controladores para algunos sistemas.

La técnica utilizada en este trabajo para el modelado del amplificador operacional es llamada Bond Graph, esta técnica parte de representar los componentes del sistema en una gráfica basada en las relaciones de energía entre los componentes del sistema.

1.3 Objetivo

El objetivo de esta tesis es obtener un modelo de un amplificador operacional en el dominio físico tomando en cuenta algunas de sus principales características.

Así mismo, basado en el modelo del amplificador operacional se puede determinar la representación en variables de estado en lazo abierto o en lazo cerrado.

Finalmente, se proponen las principales aplicaciones del amplificador operacional en el dominio físico.

1.4 Justificación

El presente trabajo es realizado debido a la importancia que tiene y seguirá teniendo el amplificador operacional en muchas de las aplicaciones de control analógico, instrumentación industrial y aplicaciones de audio. Con la obtención del modelo en Bond Graph del amplificador operacional completo, es decir, con todas las características internas que presenta (las cuales son tomadas directamente de las hojas de datos de los fabricantes) se tiene un modelo completo que simula la respuesta de cualquier tipo de amplificador operacional con sus características reales.

La técnica de modelado en Bond Graph se ha centrado en el modelado de los sistemas o plantas (si es visto como un diagrama de control), al tener el modelo del amplificador operacional en Bond Graph se obtiene la parte del control para el sistema y éste puede ser analizado completamente en Bond Graph.

Por otro lado, el trabajo desarrollado a nivel mundial en este tema específico es relativamente escaso, existen algunos modelos (enunciados en el siguiente apartado) los cuales tienen características diferentes; al obtener el modelo del amplificador operacional en Bond Graph propuesto en este trabajo se realiza una aportación importante en este campo.

1.5 Publicaciones y Trabajos Relacionados

Las aplicaciones de la teoría de Bond Graph en el modelado de dispositivos electrónicos se reportan solamente un número reducido de artículos; en especial en el modelado de amplificadores operacionales utilizando la metodología de Bond Graph, en [1] solo es aplicado el amplificador operacional en su configuración como integrador, considerando únicamente la ganancia en lazo abierto del amplificador.

En [2] se trata el amplificador operacional en Bond Graph como una aplicación del bond activo, considerando a través de este bond la ganancia en lazo abierto.

En [3] se publicó un artículo el cual propone un elemento nuevo en la teoría de Bond Graph, dicho elemento es el amplificador operacional que toma en cuenta la ganancia en lazo abierto y la resistencia de entrada y salida, este nuevo elemento en Bond Graph es aplicado al diseño de un control analógico al final del artículo.

En [4], el modelo del amplificador operacional es tomado como un solo bloque, el cual por medio de programación en el software de simulación son dadas las características ideales que presenta el amplificador operacional.

Por otra parte, hay un antecedente del modelo del amplificador operacional en una tesis de licenciatura [5], en la que se modela al amplificador operacional con algunas de las características internas que presenta como lo son la resistencia de entrada, la resistencia de salida y la ganancia de lazo abierto; éste modelo sirvió de base para la formulación del modelo propuesto en esta tesis.

Por lo tanto, el modelo del amplificador operacional en Bond Graph que se propone en la presente tesis es un avance importante en la aplicación de la teoría de Bond Graph en el modelado de dispositivos electrónicos, con la finalidad de tener un modelo completo del amplificador operacional, debido a que son tomadas en cuenta las características reales del amplificador operacional, como lo son: la resistencia de entrada, la resistencia de salida, la ganancia de lazo abierto, los voltajes de polarización, la respuesta en frecuencia y el efecto de la velocidad de cambio; todas éstas son las características reales que presentan todos los amplificadores operacionales.

El modelo propuesto en Bond Graph del amplificador operacional tiene características que los modelos anteriores no presentaban, éstas son mostradas en el diagrama a bloques de la figura 1.1.

En la figura 1.1 se observan cada uno de los componentes que integran al modelo del amplificador operacional en Bond Graph, estos se encuentran distribuidos de la

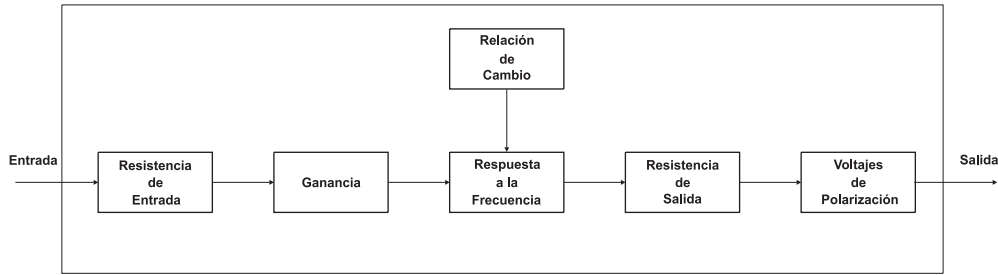


Figura 1.1 Diagrama a bloques del modelo del amplificador operacional en Bond Graph.

misma manera que en el modelo con los componentes de cada uno. Para el bloque que representa la respuesta a la frecuencia se muestra la relación que se mantiene con la relación de cambio, debido a que ambas características tienen una relación entre sí.

1.6 Dominio Físico

El dominio físico es el conjunto de elementos que pueden ser representados en la teoría de Bond Graph. Así, un sistema físico que contenga elementos eléctricos, mecánicos, hidráulicos, magnéticos y térmicos puede ser modelado como un único Bond Graph.

A partir de un modelo en Bond Graph que representa un sistema físico, se puede obtener un modelo en variables de estado que determina el dominio del tiempo o un modelo en función de transferencia que implica el dominio de la frecuencia.

1.7 Contenido

Del presente trabajo se desprende un artículo que se da en el Apéndice C el cual fue publicado en el ICBGM '07 (International Conferences on Bond Graph Modeling and Simulation), el cual es el foro más importante a nivel mundial en cuanto a Bond Graph se refiere, debido a que ha cobrado una importancia trascendental en la difusión de la técnica este evento se realiza cada dos años y cuenta con la presencia de los investigadores más reconocidos en el área.

Esta tesis está organizada de la siguiente manera:

El capítulo 2 presenta los antecedentes de la técnica de Bond Graph para el modelado y obtención de la representación en espacio de estados de los sistemas, así como cada uno de los componentes que conforman un Bond Graph.

El modelo propuesto del amplificador operacional en Bond Graph es presentado en el capítulo 3; la obtención paso a paso del modelo y las configuraciones básicas son mostradas también.

En el capítulo 4 son presentados los diferentes tipos de filtros activos que se pueden realizar con el amplificador operacional, tomando en cuenta el modelo en Bond Graph obtenido en el capítulo anterior.

Configuraciones que requieren de la conexión de dos amplificadores operacionales conectados en cascada y de una mayor cantidad de elementos u otros dispositivos que actúan conjuntamente con él, se presentan en el capítulo 5.

Una de las principales aplicaciones de los amplificadores operacionales es la del control de sistemas por lo tanto en el capítulo 6 se presentan las tres configuraciones básicas de control clásico aplicadas a un sistema.

En el capítulo 7 se enuncian las conclusiones de la presente tesis.

El Apéndice A presenta de manera general el programa de simulación **20-Sim**, por medio del cual se realizan las simulaciones del modelo del amplificador operacional en Bond Graph presentadas en la tesis.

En el Apéndice B se presenta el modelo del amplificador operacional tradicional (circuito eléctrico), como un pequeño recordatorio para los lectores que no estén muy familiarizados con el tema.

Finalmente el Apéndice C presenta el artículo publicado derivado del presente trabajo.

Capítulo 2

Antecedentes del Modelado en Bond Graph

2.1 Introducción

El presente capítulo indica los elementos que componen a un modelo en Bond Graph, así como también la causalidad que presentan estos elementos; son enunciados tres procedimientos por medio de los cuales se obtiene el Bond Graph y la representación en variables de estado de cualquier tipo de sistemas a partir de su modelo en Bond Graph.

2.2 Modelado

Para realizar el análisis de un sistema es necesario obtener un modelo que lo represente. Existen varios tipos de modelos y la forma en que se presenten dependerá de su aplicación. En estos modelos se encuentran los denominados modelos físicos, que se usan frecuentemente en la ingeniería cuando no es práctico usar sistemas reales [17].

Cuando la representación del modelo se realiza por medio de operadores y variables se dice que se tiene un modelo matemático del sistema, el cual es más abstracto que los modelos físicos. Un modelo matemático solamente representa propiedades específicas o esenciales del fenómeno de interés [18].

Como los modelos son representaciones de la realidad, éstos pueden ser demasiado complejos para poder realizar su análisis, o por el contrario se pueden tener modelos

excesivamente simplificados, los cuales no representen las características importantes que presente el fenómeno de interés.

Bond graph es una herramienta gráfica que permite representar el flujo de energía en la estructura del sistema. Esta herramienta no sólo provee información para formular las ecuaciones del sistema, sino que con el análisis de causalidad se pueden obtener las características de controlabilidad y observabilidad del sistema, entre otras.

Bond Graph es una técnica de modelado, la cual permite construir modelos de sistemas eléctricos, magnéticos, mecánicos, hidráulicos, neumáticos, térmicos y electrónicos, utilizando un pequeño conjunto de elementos ideales.

En la siguiente sección se presenta una breve reseña histórica del modelado en Bond Graph.

2.3 Reseña Histórica

La herramienta de Bond Graph definida por Paynter (1961) [19], formalizada por Karnopp (1983) [17], Rosenberg (1990) [18], Thoma (1991) [24], y Breedveld (1984) [20], puede ser conceptualmente ubicada entre el sistema físico y sus modelos matemáticos asociados.

J. Thoma, Van Dixhoorn y P. Dransfield prominentes promotores de la técnica de modelado en Bond Graph contribuyeron sustancialmente en la diseminación del modelado en Bond Graph por Europa, Australia, Japon, China y la India.

Desde la primera etapa en la que fue desarrollada la metodología de Bond Graph, ésta a sido asistida computacionalmente por el programa conocido como ENPORT desarrollado por Rosenberg, a partir de éste, un numero significativo de programas han sido desarrollados, tales como: ACSL, ESACAP y SIL. Con la evolución de las computadoras y técnicas de programación los diferentes programas de simulación han cambiando, estos cuentan ahora con interfase grafica, menus y ventanas en plataformas como windows o Linux; CAMP-G, ENPORT, SYMBOLS, 20-SIM, etc., son algunos de los programas desarrollados recientemente para el análisis, modelado y simulación de los sistemas en Bond Graph.

Las técnicas de modelado en Bond Graph se han utilizado en varios campos de la ingeniería a lo largo de este tiempo, por ejemplo en la robótica y automatización, especialmente en la industria automotriz francesa, un ejemplo es el proyecto OLMECO iniciado por PSA Peugeot Citroën y un consorcio europeo. En relación a los campos de aplicación, Bond Graph ha sido utilizado intensivamente en el modelado de sis-

temas neumáticos y electrohidráulicos; detalles como la representación de la variable de volumen en la cámara de los cilindros hidráulicos ha sido sujeto de investigación [21].

Bond Graph a ganado considerable atracción en el modelado de sistemas de electrónica de potencia y maquinas eléctricas en el concepto de elementos de conmutación y su implicación en la causalidad [22].

Algunos procesos como el complejo proceso en las columnas de destilación con reactores fluidos y químicos bifásicos se han presentado [23].

En las siguientes secciones se describen los elementos básicos utilizados para el modelado de sistemas en Bond Graph.

2.4 Componentes de un Bond Graph

Se puede definir un Bond Graph, como la representación gráfica de un sistema dinámico donde una colección de componentes interactúan unos con otros a través de puertos de energía [25].

El componente fundamental de un Bond Graph es el bond de energía, utilizado para acoplar los puertos de energía de los componentes del sistema. El bond es representado por una semiflecha indicando en la dirección de ésta cómo fluye la energía entre los puertos a los cuales está conectada, como se ilustra en la figura 2.1.

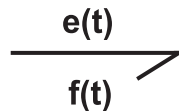


Figura 2.1 Bond con sus variables de potencia.

Cuando se tiene un bond conectado entre dos puertos, existen interacciones de potencia entre ambos puertos, por lo cual es útil clasificar las variables de potencia en un esquema generalizado. Las variables de potencia que son utilizadas en Bond Graph son: el esfuerzo $e(t)$ y el flujo $f(t)$. Estas variables son llamadas variables de bond generalizadas, debido a que pueden ser utilizadas en todos los dominios de energía. Es importante señalar que el producto de ambas variables generalizadas es la potencia, que se tiene entre ambos puertos.

Las siguientes tablas muestran las variables generalizadas en relación con los distintos tipos de sistemas físicos que se tienen, la Tabla 2.1 presenta a las variables generalizadas para sistemas eléctricos y sistemas mecánicos traslacionales y la Tabla 2.2 para sistemas mecánicos rotacionales y sistemas hidráulicos, utilizadas en Bond Graph.

Tabla 2.1 Variables generalizadas de sistemas eléctricos y sistemas mecánicos traslacionales.

Variables	General	Eléctrico	Mecánico Traslacional
Esfuerzo	$e(t)$	$v(t)$ Voltaje	$F(t)$ Fuerza
Flujo	$f(t)$	$i(t)$ Corriente	$V(t)$ Velocidad
Momento	$p(t) = \int e(t) dt$	$\lambda(t)$ Enlace de Flujo	$P_R(t)$ Momento Lineal
Desplazamiento	$q(t) = \int f(t) dt$	$q(t)$ Carga	$x(t)$ Distancia
Potencia	$P(t) = e(t) f(t)$	$v(t) i(t)$	$F(t) V(t)$
Energía	$E(p) = \int f(p) dp$ $E(q) = \int e(q) dq$	$\int i(\lambda) d\lambda$ $\int e dq$	$\int V(P_R) dP_R$ $\int F(x) dx$

Tabla 2.2 Variables generalizadas de sistemas mecánicos rotacionales y sistemas hidráulicos.

Variables	Mecánico Rotacional	Hidráulico
Esfuerzo	$\tau(t)$ Par	$P_e(t)$ Presión
Flujo	$\omega(t)$ Velocidad angular	$Q(t)$ Caudal
Momento	$H(t)$ Momento angular	$P_p(t)$ Integral de presión
Desplazamiento	$\theta(t)$ Angulo	$V(t)$ Volumen
Potencia	$\tau(t) \omega(t)$	$P_e(t) V(t)$
Energía	$\int \omega(H) dH$ $\int \tau(\theta) d\theta$	$\int Q(P_p) dP_p$ $\int P_e(V) dV$

Para los sistemas que almacenan energía es necesario definir las variables que representan el estado del sistema, las cuales son conocidas como: *variables de energía* denominadas *momento* $p(t)$ o *esfuerzo acumulado* $e_a(t)$ y *desplazamiento* $q(t)$ o *flujo*

acumulado $f_a(t)$, estas variables son presentadas en las Tablas (2.1) y (2.2), y están definidas por las expresiones (2.1) y (2.2).

$$p(t) = e_a(t) \triangleq \int^t e(\tau) d\tau \quad (2.1)$$

$$q(t) = f_a(t) \triangleq \int^t f(\tau) d\tau \quad (2.2)$$

2.4.1 Puertos-1 Pasivos

Los elementos pasivos representan la disipación de potencia y dos formas de almacenamiento de energía. Se definen a los elementos Puertos-1 pasivos, como los elementos que intercambian potencia en un puerto o elemento sencillo pasivo.

Las Tablas 2.3, 2.4 y 2.5 presentan los elementos de disipación R , los de almacenamiento de flujo C y los de almacenamiento de esfuerzo I , para los sistemas eléctricos, sistemas mecánicos y sistemas hidráulicos.

Tabla 2.3 Elemento-R.

Relación	Eléctrico	Mecánico	Hidráulico
Lineal	$v(t) = Ri(t)$	$F(t) = bV(t)$	$\Delta P_r(t) = R\Delta Q(t)$
No-Lineal	$v = \varphi(i)$	$F = \varphi(V)$	$\Delta P = \varphi(Q)$

Tabla 2.4 Elemento-C.

Relación	Eléctrico	Mecánico	Hidráulico
Lineal	$v(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt$	$F(t) = k \int V(t) dt$	$P_r(t) = C \int \Delta Q(t) dt$
No-Lineal	$v = \varphi(q)$	$F = \varphi(V)$	$P_r(t) = \varphi(V)$

Tabla 2.5 Elemento-L

Relación	Eléctrico	Mecánico	Hidráulico
Lineal	$i(t) = \frac{1}{L} \int v(t) dt$	$V(t) = \frac{1}{M} \int F(t) dt$	$Q(t) = I \int \Delta P_r(t) dt$
No-Lineal	$i = \varphi(\lambda)$	$V(t) = \varphi(P)$	$Q(t) = \varphi(P_p)$

La figura 2.2, muestra el esquema nemónico conocido como tetrahedro de estado, en el cual se observa la relación de las variables generalizadas de los elementos pasivos R , C e I .

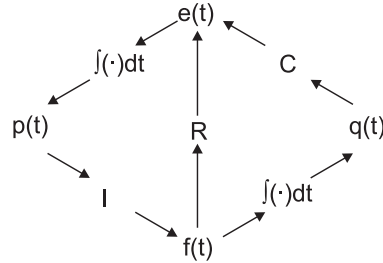


Figura 2.2 Tetrahedro de estado.

2.4.2 Puertos-1 Activos o Fuentes

Otro tipo de puertos-1 son los conocidos como puertos activos. Los elementos activos son los que introducen energía al sistema, son conocidos como fuentes. En Bond Graph existen dos tipos de estos elementos: *fuentes de esfuerzo* (voltaje, fuerza o presión) y *fuentes de flujo* (corriente, velocidad o caudal), denotadas MS_e y MS_f respectivamente. La representación de estos elementos se muestra en la figura 2.3 en donde las fuentes son elementos activos sencillos.



Figura 2.3 Puertos-1 activos.

2.4.3 Puertos-2 Elementos Ideales

Los elementos ideales puerto-2 conocidos como *transformadores* (TF) y *giradores* (GY), son sistemas lineales que cambian la relación de las variables de esfuerzo y flujo entre dos puertos.

Los bonds que representan a un transformador TF y a un girador GY se muestran en la figura 2.4, donde m y r son los módulos del transformador y del girador, respectivamente.



Figura 2.4 Bond Graph de un transformador y de un girador.

Las relaciones de las variables generalizadas para el transformador, están dadas por,

$$e_1(t) = m e_2(t) \quad (2.3)$$

$$f_1(t) = \frac{1}{m} f_2(t) \quad (2.4)$$

y para el girador se tiene:

$$e_1(t) = r f_2(t) \quad (2.5)$$

$$f_1(t) = \frac{1}{r} e_2(t) \quad (2.6)$$

2.4.4 Puertos-2 Modulados

Ocurre frecuentemente que las propiedades del material o componente son dependientes de una entrada o variable externa. Los puertos-2 modulados son los elementos utilizados para aplicar señales de entrada externas al modelo del sistema [25].

La figura 2.5 presenta al transformador y girador modulados, estos básicamente tienen la misma función que los enunciados anteriormente, con la diferencia de que los coeficientes tanto del transformador modulado y del girador modulado están en función de alguna otra variable del sistema, obteniendo la relación de transformación (m o r) en función de esta variable.

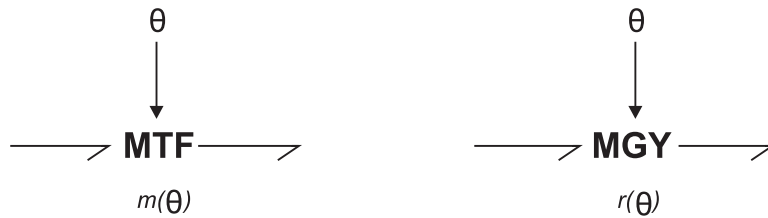


Figura 2.5 Bond Graph de un transformador y de un girador modulados.

Las ecuaciones que representan a los elementos puerto-2 son iguales a (2.3) y (2.4) para el transformador, y (2.5) y (2.6) para el girador, teniendo en cuenta que los módulos están en función de la variable externa aplicada.

Este tipo de puertos pueden ser utilizados para modelar sistemas discretos, debido a que la variable externa del transformador modulado sirve como una entrada que puede ser representada por un tren de pulsos, es decir unos y ceros para un sistema digital.

Con el principio básico descrito para los transformadores modulados, pueden ser modelados algunos dispositivos electrónicos, tal es el caso del diodo el cual se describe a detalle en el capítulo 5.

2.4.5 Puertos-3 Elementos de Unión

Los elementos de unión o puertos-3 son conocidos como uniones debido a que por medio de ellos se realizan las interconexiones de tres o más puertos de energía dentro de un subsistema. Los puertos-3 representan en forma de multipuerto los dos tipos de conexiones, en serie y paralelo. La figura 2.6 muestra la *unión-0*, *unión de flujo* o *de esfuerzo* común para la conexión en paralelo.

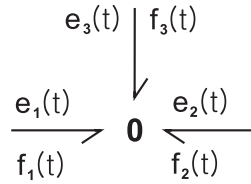


Figura 2.6 Unión-0

Las relaciones de interconexión que describen a la *unión-0* están dadas por,

$$e_1(t) = e_2(t) = e_3(t) \quad (2.7)$$

$$f_1(t) + f_2(t) + f_3(t) = 0 \quad (2.8)$$

Estas ecuaciones especifican que en la *unión-0*, el esfuerzo en todos los bonds es siempre el mismo y la suma algebraica de los flujos es cero.

Por otra parte se tiene la *unión-1*, *unión de esfuerzo* o *de flujo común* como se muestra en la figura 2.7, para la conexión en serie.

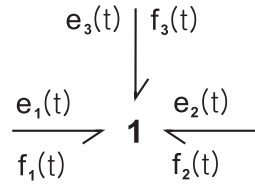


Figura 2.7 Unión-1.

Las relaciones de interconexión que describen a la *unión-1* están dadas por,

$$f_1(t) = f_2(t) = f_3(t) \quad (2.9)$$

$$e_1(t) + e_2(t) + e_3(t) = 0 \quad (2.10)$$

Se observa en las ecuaciones de la *unión-1* que el flujo en todos los bonds es siempre el mismo y la suma algebraica de los esfuerzos es cero.

2.5 Causalidad para Multipuertos Básicos

Para organizar las leyes constitutivas de los componentes en un conjunto de ecuaciones diferenciales, se necesita definir las relaciones de causa y efecto. Las relaciones de causa-efecto para el esfuerzo y el flujo, se representan en direcciones opuestas. Una marca en un bond, llamada *trazo causal*, indica la dirección del esfuerzo y del flujo simultáneamente. La figura 2.8, presenta cuatro ejemplos de causalidad.



Figura 2.8 Causalidad para un bond.

De la figura 2.8 se observa que el esfuerzo siempre entra en un bond en el mismo sentido del trazo causal.

Las reglas causales presentadas en la Tabla 2.6 se deben de cumplir en la formulación causal del Bond Graph.

Tabla 2.6 Consideraciones causales para multipuertos básicos.

Causalidad Necesaria	MSe $\rightarrow$		MSf $\leftarrow$	
	$\rightarrow$ TF $\rightarrow$		$\leftarrow$ TF $\leftarrow$	
	$\rightarrow$ GY $\leftarrow$		$\leftarrow$ GY $\rightarrow$	
Causalidad Restrictiva	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$
	$\rightarrow$ 0 $\rightarrow$	$\leftarrow$ 0 $\leftarrow$	$\rightarrow$ 0 $\rightarrow$	$\leftarrow$ 0 $\leftarrow$
	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$
	$\leftarrow$ 1 $\leftarrow$	$\rightarrow$ 1 $\rightarrow$	$\leftarrow$ 1 $\leftarrow$	$\rightarrow$ 1 $\rightarrow$
Causalidad Integral	$\rightarrow$ I		$\leftarrow$ C	
Causalidad Derivativa	$\leftarrow$ I		$\rightarrow$ C	
Causalidad Arbitraria	$\rightarrow$ R		$\leftarrow$ R	

Considerando como ejemplo al *elemento-C*, la relación constitutiva es de $f(t)$ a $e(t)$ y almacena flujo, relacionando $e(t)$ a una variable de flujo acumulada $q(t) = \int f(t) dt$, es decir, si $f(t)$ es la entrada a un elemento-C como se muestra en la figura 2.9, se integra primero para encontrar $q(t)$ y entonces $e(t)$ es una salida relacionada a $q(t)$, a este tipo de causalidad en un elemento de almacenamiento se le llama *causalidad integral*, debido a que la integral de la entrada se relaciona con la salida $e(t)$, de la siguiente manera,

$$e(t) = \frac{1}{C} \int f(t) dt \quad (2.11)$$

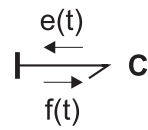


Figura 2.9 Elemento-C en causalidad integral.

Invirtiendo la causalidad, mostrada en la figura 2.9, se obtiene la misma relación de (2.11) pero escrita con derivadas.

$$f(t) = C \frac{df(t)}{dt} \quad (2.12)$$

A esta causalidad se le conoce como causalidad derivativa de un elemento de almacenamiento.

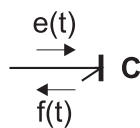


Figura 2.10 Elemento-C en causalidad derivativa.

En la Tabla 2.7 se muestran los Puertos-1 con la causalidad correspondiente a cada uno de ellos, tanto la integral, como la derivativa.

Tabla 2.7 Formas causales para puertos-1.

Elemento	Forma Causal	Relación Causal
Fuente de Esfuerzo	$\mathbf{MSe} \longrightarrow \nearrow$	$e(t)=E(t)$
Fuente de Flujo	$\mathbf{MSf} \longleftarrow \nearrow$	$f(t)=E(t)$
Resistencia	$\longleftarrow \nearrow \mathbf{R}$	$e(t)=\Phi_R^{-1}(f(t))$
	$\longrightarrow \nearrow \mathbf{R}$	$f(t)=\Phi_R^{-1}(e(t))$
Capacitancia	$\longleftarrow \nearrow \mathbf{C}$	$e(t)=\Phi_C^{-1}(\int f(t)dt)$
	$\longrightarrow \nearrow \mathbf{C}$	$e(t)=\frac{d}{dt}(\Phi_C^{-1}(e(t)))$
Inductancia	$\longrightarrow \nearrow \mathbf{I}$	$f(t)=\Phi_I^{-1}(\int e(\tau)d\tau)$
	$\longleftarrow \nearrow \mathbf{I}$	$e(t)=\frac{d}{dt}(\Phi_I^{-1}(f(t)))$

Para aplicar las reglas de causalidad en un Bond Graph, es necesario cumplir las reglas de causalidad de la Tabla (2.6), y seguir los siguientes pasos:

Procedimiento 2.1 Asignación de causalidad integral en un multipuerto

1. Considerar cualquier fuente MS_e o MS_f y asignar la causalidad requerida e inmediatamente extender las implicaciones causales, usando las restricciones de las uniones 0, 1, TF , y GY .
2. Asignar causalidad integral a los elementos C e I respetando las restricciones de la Tabla 2.6.
3. Escoger cualquier elemento-R que no esté asignado y dar una causalidad arbitraria a dicho elemento. Extender las implicaciones usando 0, 1, TF , y GY .

2.6 Bond Activo

Un bond normal tiene dos señales, esfuerzo y flujo. A diferencia de un bond normal, un bond activo comunica una de las dos señales posibles en una sola dirección. Un bond activo se representa por una flecha completa, como se muestra en la figura 2.11, indicando un flujo de señal de potencia cero.



Figura 2.11 Bond activo.

Un bond activo se utiliza como una señal en un diagrama a bloques, la cual conecta un bloque con otro sin consumir energía como se ilustra en la figura 2.12.



Figura 2.12 Bond Graph con bond activo.

El bond activo que entra a MS_e indica que $E(t)$ es modulada por $e_o(t)$, así, $E(t) = me_o(t)$, donde m es la ganancia del esfuerzo ó voltaje.

En la figura 2.12 el bond activo viene de una unión-0, el esfuerzo $e_o(t)$ es el mismo que e_1 y e_2 . Además, el bond activo tiene potencia cero debido a que se considera que la corriente correspondiente a $e_o(t)$ es despreciable. La suma de las corrientes en la unión-0 se debe únicamente a i_1 e i_2 .

2.7 Procedimiento para el Modelado de Sistemas

En esta sección, se explica como representar los sistemas eléctricos, mecánicos e hidráulicos en Bond Graph utilizando un procedimiento de modelado simple y directo [26].

Procedimiento 2.2 Obtención del Bond Graph

1.- Para cada punto en el esquema donde las trayectorias paralelas coincidan, dibujar una unión-0 o unión-1, según corresponda.

2.- Dibujar una unión-1 o unión-0 por cada componente en una trayectoria serie (entre cada una de las uniones del paso 1) y conectar el componente apropiado de Bond Graph por un bond a esa unión. La dirección de la semiflecha en cada bond indica la dirección asumida del flujo de potencia, es decir, a partir de fuentes y hacia elementos disipadores y almacenadores.

3.- Dibujar bonds entre uniones adyacentes, indicando la dirección de flujo de potencia.

4.- Remover la unión-0 o unión-1 y los bonds conectados a dicha unión, que representa el punto de referencia.

5.- Simplificar el Bond Graph resultante de acuerdo a:

$$\longrightarrow 0 \longrightarrow = \longrightarrow \qquad \longrightarrow 1 \longrightarrow = \longrightarrow$$

2.7.1 Sistemas eléctricos

El *procedimiento 2.2*, es un procedimiento general para obtener el Bond Graph de un sistema. Para el caso de los sistemas eléctricos, se tiene que tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- Para el paso 1, el tipo de uniones que le corresponden, son las uniones-0, las cuales son asignadas a cada voltaje distinto en el circuito.
- Para el paso 2, se deben de insertar uniones-1 por cada elemento puerto-1 del sistema, entre sus correspondientes uniones-0, asignadas en el paso anterior.
- Para el paso 4, la unión que le corresponde es una unión-0, la cual representa el nodo de tierra, el cual tiene un voltaje de cero.

A continuación, se ilustra el procedimiento anterior con un ejemplo de un circuito eléctrico, mostrado en la figura 2.13.

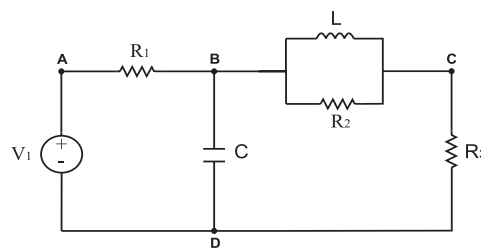


Figura 2.13 Ejemplo de un circuito eléctrico.

Los pasos 1, 2, 3 y 4 del *procedimiento 2.2* se ilustran en la figura 2.14.

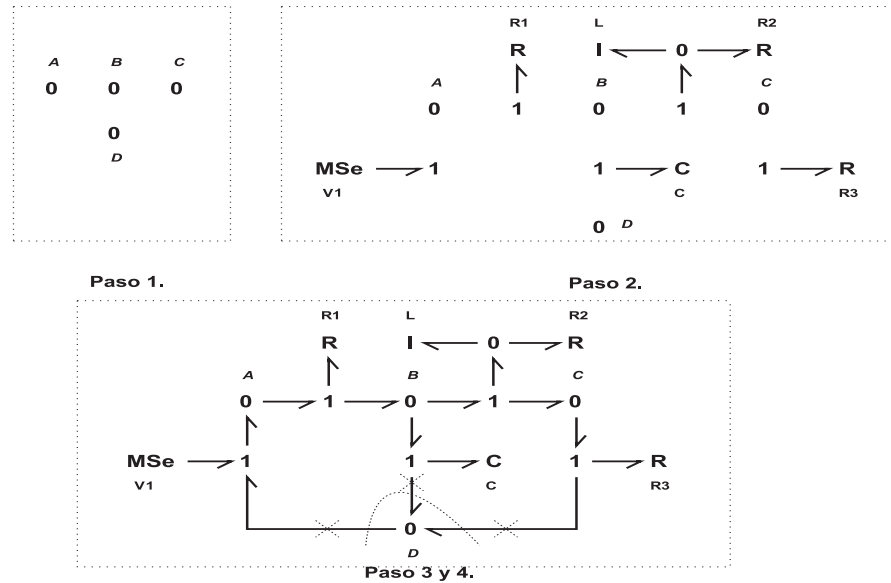


Figura 2.14 Procedimiento para obtener el Bond Graph de un circuito eléctrico.

Por último, simplificando el Bond Graph resultante (paso 5), y aplicando la asignación de la causalidad del *procedimiento 2.1* se obtiene el Bond Graph mostrado en la figura 2.15.

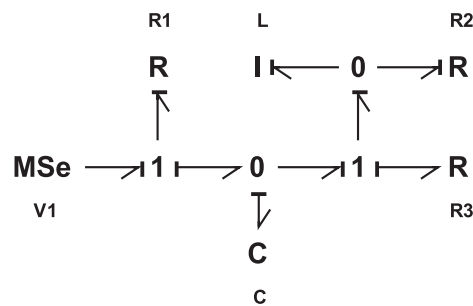


Figura 2.15 Bond Graph del ejemplo de un sistema eléctrico.

2.7.2 Sistemas Mecánicos

Para el caso de los sistemas mecánicos, se realizan los siguientes cambios a los pasos del *procedimiento 2.2*:

- Para el paso 1, el tipo de uniones que le corresponden, son las uniones-1, las cuales son asignadas para cada velocidad distinta.
- Para el paso 2, se deben de insertar uniones-0 por cada elemento puerto-1 del sistema, entre sus correspondientes uniones-1. Añadir inercias a sus respectivas uniones-1.
- Para el paso 4, el nodo particular de tierra es cualquier velocidad cero.

A continuación se aplica el *procedimiento 2.2* con los cambios descritos anteriormente para el sistema mecánico de la figura 2.16.

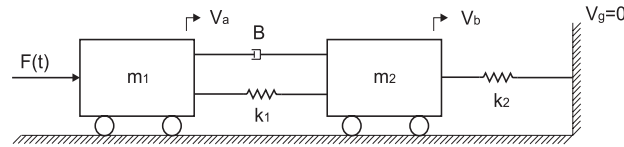


Figura 2.16 Ejemplo de un sistema mecánico.

Aplicando los pasos 1, 2,3 y 4, se obtiene la figura 2.17.

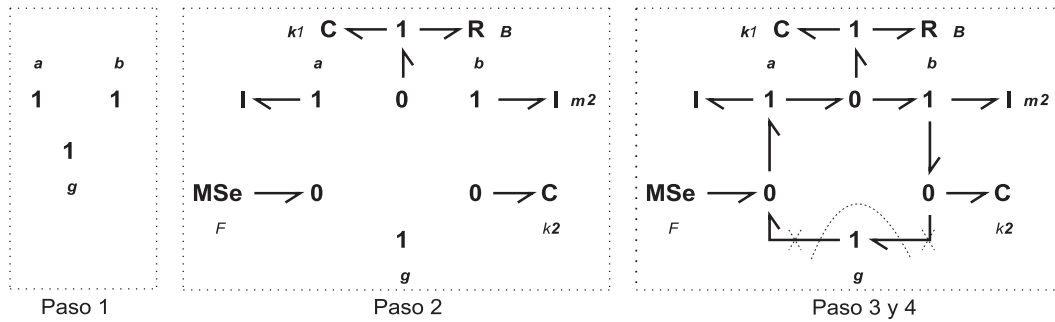


Figura 2.17 Procedimiento para encontrar el Bond Graph de un sistema mecánico.

Reduciendo la gráfica de la figura 2.17, se obtiene el Bond Graph mostrado en la figura 2.18, con la causalidad aplicada.

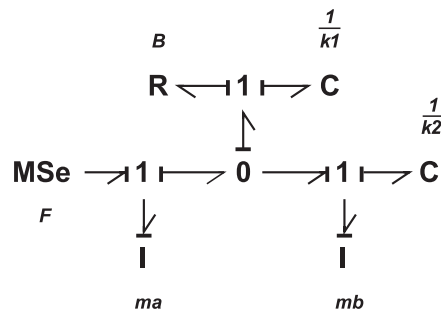


Figura 2.18 Bond Graph de un sistema mecánico.

2.7.3 Sistemas Hidráulicos

En el caso de los sistemas hidráulicos, el método de construcción está basado por el *procedimiento 2.2* realizándose los siguientes cambios:

- Para el paso 1, las uniones-1, son las que le corresponden a este tipo de sistemas, las cuales son asignadas para cada presión distinta.
- Para el paso 2, cada elemento puerto-1 del sistema, se inserta a través de una unión-0 entre sus correspondientes uniones-1. En este paso es necesario añadir fuentes de presión y flujo.
- Para el paso 4, eliminar la unión-0 de referencia (usualmente corresponde a la presión atmosférica) y sus bonds correspondientes.

A continuación se presenta un ejemplo de un sistema hidráulico, que se muestra en la figura 2.19 al cual se le aplica el *procedimiento 2.2*.

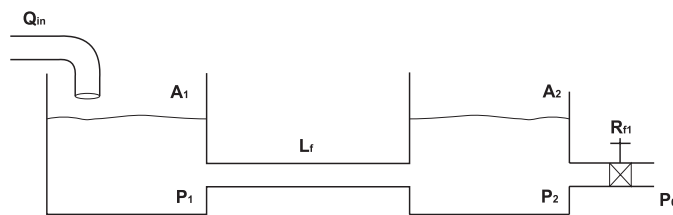


Figura 2.19 Ejemplo de un sistema hidráulico.

Aplicando los pasos 1, 2, 3 y 4, se obtiene la figura 2.20.

Reduciendo la gráfica de la figura 2.20, se obtiene el Bond Graph mostrado en la figura 2.21 con la causalidad integral.

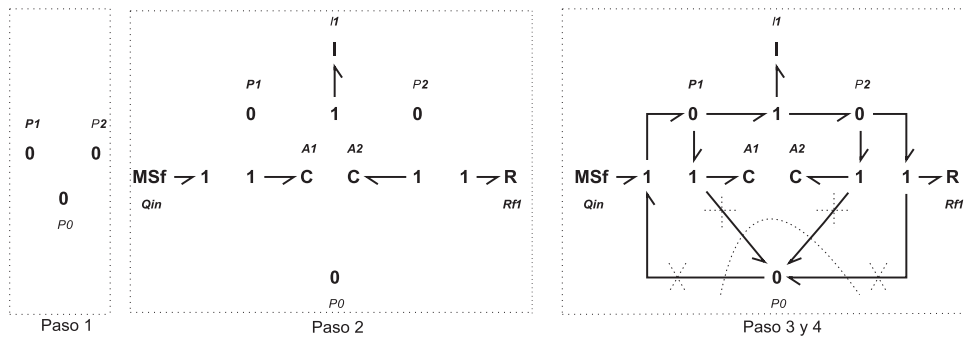


Figura 2.20 Procedimiento para encontrar el Bond Graph de un sistema hidráulico.

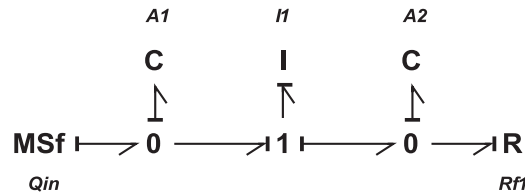


Figura 2.21 Bond Graph de un sistema hidráulico.

2.8 Estructuras de Unión en Sistemas Multipuertos [27]

2.8.1 Vectores Clave

En un Bond Graph existen los *bonds externos* y los *bonds internos*, a los primeros le corresponden los elementos o puertos R , C , I , MS_e y MS_f , y los segundos son los que conectan a los elementos 0 , 1 , TF y GY . De manera similar, los bonds externos pueden ser clasificados de acuerdo a su manifestación de energía, la figura 2.22, muestra el diagrama a bloques de la estructura de unión de un Bond Graph.

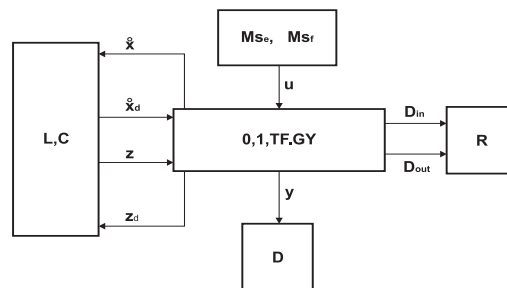


Figura 2.22 Diagrama a bloques de la estructura de unión de un Bond Graph.

Las variables (MS_e, MS_f) , (L, C) y (R) , denotan los campos de fuente, de almacenamiento y de disipación respectivamente, (D) el detector y $(0, 1, TF, GY)$ la estructura de unión con transformadores TF , giradores GY , uniones-0 y uniones-1.

Los vectores clave están representados en la figura 2.22, donde $u(t) \in \mathbb{R}^p$ contiene las variables de potencia o los esfuerzos y flujos impuestos por los elementos de las fuentes en la estructura de unión; los estados $x(t) \in \mathbb{R}^n$ y $x_d(t) \in \mathbb{R}^m$ están compuestos de variables de energía, momento generalizado $p(t)$ en elementos I y desplazamiento generalizado $q(t)$ en elementos C en causalidad integral y derivativa respectivamente; $z(t) \in \mathbb{R}^n$ y $z_d(t) \in \mathbb{R}^m$ son variables de co-energía en causalidad integral y derivativa, respectivamente y $D_{in}(t) \in \mathbb{R}^r$ y $D_{out}(t) \in \mathbb{R}^r$ son una mezcla de esfuerzos y flujos que muestran los intercambios de energía entre el campo de disipación y la estructura de unión.

2.8.2 Relaciones de Campo y Ecuación de Estados

Las relaciones de campo no lineales (figura 2.22) de almacenamiento y disipación son:

$$z(t) = \Phi_F(x) \quad (2.13)$$

$$z_d(t) = \Phi_{Fd}(x_d) \quad (2.14)$$

$$D_{out}(t) = \Phi_L(D_{in}) \quad (2.15)$$

donde:

Φ_F denota una función que relaciona cada z_i con x_i para $i = 1, \dots, n$.

Φ_{Fd} denota una función que relaciona cada z_{di} con x_{di} para $i = 1, \dots, m$.

Φ_L denota una función que relaciona cada D_{out_i} con D_{in_i} para $i = 1, \dots, r$.

El comportamiento de un elemento está descrito por una ley física la cual es llamada *relación constitutiva*. Si las relaciones constitutivas son lineales, (2.13), (2.14) y (2.15) se convierten en,

$$z(t) = Fx(t) \quad (2.16)$$

$$z_d(t) = F_d x_d(t) \quad (2.17)$$

$$D_{out}(t) = L D_{in}(t) \quad (2.18)$$

donde L , F y F_d son matrices reales de dimensión $r \times r$, $n \times n$ y $m \times m$, respectivamente.

Las relaciones de la estructura de unión están dadas por

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ D_{in}(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} z(t) \\ D_{out}(t) \\ u(t) \\ \dot{x}_d(t) \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

$$z_d(t) = -S_{14}^T z(t) \quad (2.20)$$

donde la estructura de unión está formada por

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Los elementos de la matriz particionada S solamente pueden tomar valores, dentro del conjunto $\{0, \pm 1, \pm m, \pm r\}$, donde m y r son los módulos del transformador y girador, respectivamente. Las submatrices S_{ij} tienen las siguientes propiedades:

- S_{11} y S_{22} son matrices cuadradas antisimétricas.
- S_{12} es la matriz transpuesta negativa de S_{21} y viceversa.

Dichas propiedades, están basadas en el principio de conservación de energía.

Los sistemas LTI MIMO están representados en variables de estado por

$$\dot{x}(t) = A_p x(t) + B_p u(t) \quad (2.22)$$

$$y(t) = C_p x(t) + D_p u(t) \quad (2.23)$$

Relacionando (2.19) y (2.20) con (2.22) y (2.23) se obtiene:

$$A_p = E^{-1} (S_{11} + S_{12} M S_{21}) F \quad (2.24)$$

$$B_p = E^{-1} (S_{13} + S_{12} M S_{23}) \quad (2.25)$$

$$C_p = (S_{31} + S_{32} M S_{21}) F \quad (2.26)$$

$$D_p = S_{33} + S_{32} M S_{23} \quad (2.27)$$

donde:

$$E = I + S_{14} F_d^{-1} S_{14}^T F \quad (2.28)$$

$$M = (I - L S_{22})^{-1} L \quad (2.29)$$

De las dos últimas expresiones se derivan propiedades interesantes del modelado en Bond Graph, por ejemplo de (2.28) la submatriz S_{14} no es cero y por lo tanto

la matriz E no es la identidad, indica que en el Bond Graph se tienen elementos de almacenamiento de energía puerto-1 dependientes, lo anteriormente mencionado permite identificar cuando se tienen o presentan elementos dependientes dentro del sistema modelado.

De la expresión para la matriz M (2.29), se observa claramente que si en el sistema modelado la submatriz S_{22} es igual a cero, la matriz M será igual a la identidad, cuando sucede esto no se tiene que realizar la inversión del resultado de las matrices $(I - LS_{22})$, lo cual simplifica la obtención de las ecuaciones de estado (2.22), (2.23) del sistema modelado.

2.8.3 Obtención de las Variables de Estado de un Bond Graph

La obtención de un modelo representado en variables de estado a partir del Bond Graph del sistema se realiza por medio de las ecuaciones (2.22) a (2.29). Las matrices A_p , B_p , C_p , y D_p , del sistema se obtienen por medio del siguiente procedimiento.

Procedimiento 2.3 Obtención de las variables de estado

1. Enumerar cada uno de los bonds correspondientes del Bond Graph.
2. Formar los *vectores clave*, tomando en consideración las variables generalizadas de esfuerzo y flujo, así como las relaciones para los *bonds externos*.
3. Encontrar las relaciones de interconexión para los puertos de esfuerzo y flujo que contenga el Bond Graph (*bonds internos*).
4. De acuerdo a la relación de estructura de unión, ecuación (2.19), formar la matriz particionada con los datos obtenidos en los dos pasos anteriores.
5. Aplicar las ecuaciones (2.24), (2.25), (2.26), (2.27), (2.28), y (2.29), para obtener la representación en variables de estado del sistema.

Para ejemplificar la obtención de esta representación, a continuación se obtienen las ecuaciones de estado para el Bond Graph de la figura 2.15, utilizando el *procedimiento 2.3*.

Aplicando el primer paso se obtiene la figura 2.23, la cual muestra la numeración de los bonds para el Bond Graph propuesto.

En el segundo paso los vectores clave del Bond Graph de la figura 2.23 son,

$$x = \begin{bmatrix} q_4 \\ p_9 \end{bmatrix}; \dot{x} = \begin{bmatrix} f_4 \\ e_9 \end{bmatrix}; z = \begin{bmatrix} e_4 \\ f_9 \end{bmatrix}; D_{in} = \begin{bmatrix} e_2 \\ f_7 \\ e_8 \end{bmatrix}; D_{out} = \begin{bmatrix} f_2 \\ e_7 \\ f_8 \end{bmatrix}; \begin{matrix} u = e_1 \\ y = e_7 \end{matrix}$$

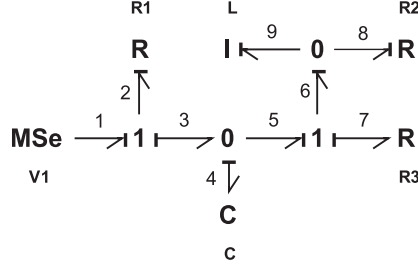


Figura 2.23 Bond Graph de un circuito eléctrico con los bonds numerados.

$$L = \text{diag} \left\{ \frac{1}{R_1}; \frac{1}{R_3}; R_2 \right\}; F = \text{diag} \left\{ \frac{1}{C}; \frac{1}{L} \right\}$$

donde, el vector x se obtiene de acuerdo a las Tablas 2.4 y 2.1. El vector $\dot{x}$ tiene las variables para los elementos que almacenan energía, es decir, el esfuerzo y/o flujo acumulado. El vector z son las variables de co-energía del Bond Graph. Los vectores D_{in} y D_{out} se obtienen de acuerdo a las formas causales para los puertos-1 (Tabla 2.7).

En el tercer paso las relaciones de interconexión son obtenidas aplicando la sección 3.3.4. Algunas de las relaciones para este Bond Graph son:

$$f_4 = f_3 - f_5 = f_2 - f_7; e_2 = e_1 - e_3 = e_1 - e_4$$

En el cuarto paso se obtiene la matriz de estructura de unión del Bond Graph, se realiza acomodando los vectores claves de acuerdo a la forma (2.19).

$$\begin{bmatrix} f_4 \\ e_9 \\ e_2 \\ f_7 \\ e_8 \\ e_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_4 \\ f_9 \\ f_2 \\ f_7 \\ e_8 \\ e_1 \end{bmatrix}$$

Finalmente, en el quinto paso se obtiene la realización del sistema en espacio de

estado,

$$\begin{aligned} A_p &= \begin{bmatrix} \frac{1}{C} \left(-\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2 + R_3} \right) & -\frac{1}{L} \frac{R_2}{R_2 + R_3} \\ \frac{1}{C} \frac{R_2}{R_2 + R_3} & -\frac{1}{L} R_2 \frac{R_3}{R_2 + R_3} \end{bmatrix}; B_p = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} \\ 0 \end{bmatrix} \\ C_p &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{C} \frac{R_2}{R_2 + R_3} & \frac{1}{L} R_2 \frac{R_3}{R_2 + R_3} \end{bmatrix}; D_p = [0] \end{aligned}$$

En el siguiente capítulo se propone un modelo del amplificador operacional en Bond Graph utilizando los procedimientos dados en este capítulo.

Capítulo 3

El Amplificador Operacional en Bond Graph

3.1 Introducción

El modelo del amplificador operacional en Bond Graph se propone en este capítulo.

Las características tomadas en cuenta para el modelo del amplificador operacional son enunciadas en el Apéndice B, estas son tomadas en cuenta en la técnica de modelado en Bond Graph descrita en el capítulo anterior.

Primeramente, se propone el modelo del amplificador y posteriormente se presentan las configuraciones básicas que presenta el amplificador en lazo abierto y en lazo cerrado con el modelo en Bond Graph propuesto.

3.2 Modelado de un Amplificador Operacional con Bond Graph

El modelo del amplificador operacional en Bond Graph que se propone está basado en la representación como fuente dependiente de voltaje de la figura 3.1.

El circuito equivalente de la figura 3.1 ha sido tomado de [12] y los componentes que lo conforman serán descritos con mayor detalle en la sección 4.3.

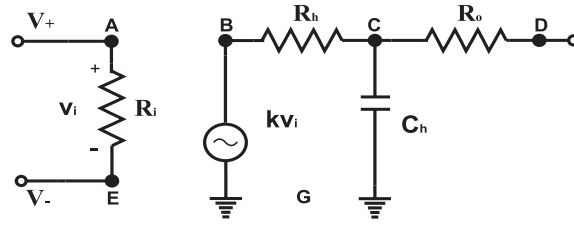


Figura 3.1 Representación de un amplificador operacional con fuente dependiente.

Para la obtención del modelo en Bond Graph, se aplica el *procedimiento 2.2* para sistemas eléctricos al circuito de la figura 3.1. En el primer paso, se asignan las uniones-0 que corresponden a los diferentes nodos mostrados en la figura 3.1.



Figura 3.2 Uniones-0 del Bond Graph del amplificador operacional.

En el segundo paso se colocan por medio de uniones-1 los elementos puerto-1, correspondientes a cada uno de los elementos que conforman al sistema: R_i , V_+ , V_- , kV_i , R_h , C_h y R_o . En la figura 3.3 se ilustra el segundo paso del procedimiento.

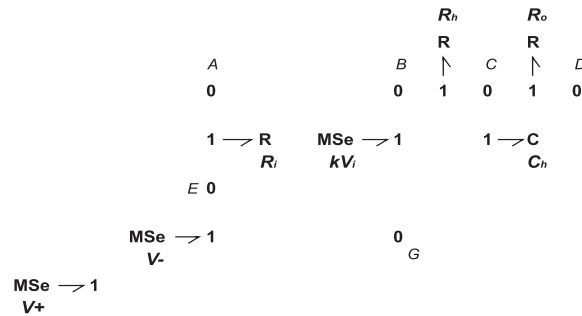


Figura 3.3 Elementos del Bond Graph del amplificador operacional.

El tercer paso se muestra en la figura 3.4, en el cual han sido agregados los bonds entre cada una de las uniones-0, además se observa que un elemento puerto-1 activo tiene dependencia con el voltaje o esfuerzo que presenta la resistencia de entrada R_i .

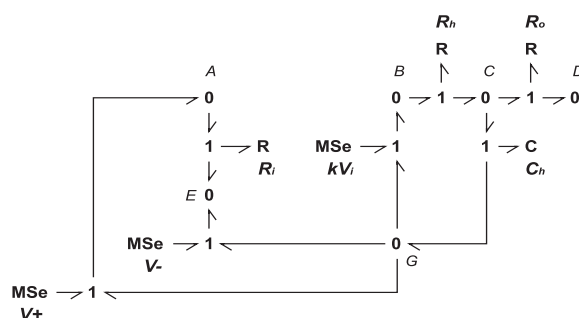


Figura 3.4 Bond Graph acausal no reducido aislado del amplificador operacional.

La dependencia que tiene el elemento puerto-1 activo del esfuerzo que se presenta en la resistencia de entrada, tiene que ser indicada en el Bond Graph, así, es necesario hacer la adición de una unión-0, en el elemento puerto-1 correspondiente a R_i .

La adición de la unión-0 no altera al Bond Graph, debido a que se siguen manteniendo las mismas características del sistema, considerando las características de los elementos puerto-3 mencionadas en la sección **2.4.5**.

Cuando ha sido agregada la unión-0 en el elemento puerto-1 que corresponde a la resistencia de entrada R_i , el siguiente paso consiste en colocar un *bond activo* entre la unión-0 agregada y el puerto activo correspondiente para relacionar el esfuerzo en R_i con MS_e a través del bond activo, el cual se muestra en la figura 3.5.

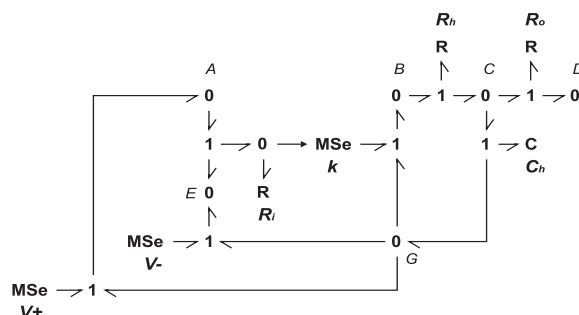


Figura 3.5 Bond Graph acausal no reducido del amplificador operacional agregando bond activo.

La figura 3.6 muestra el Bond Graph correspondiente al amplificador operacional, aplicando el paso 3 y 4 del *procedimiento 2.2*, y agregando la consideración mencionada anteriormente.

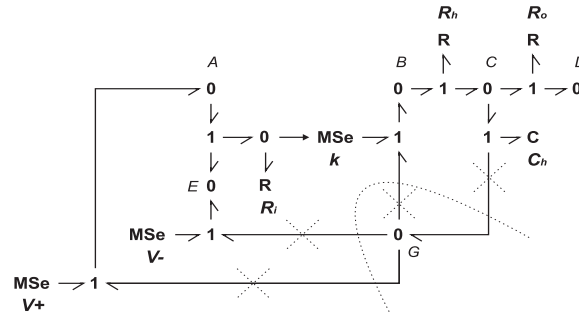


Figura 3.6 Bond Graph acausal no reducido del amplificador operacional, indicando la unión-0 de referencia.

Por último, aplicando el quinto paso, se obtiene el Bond Graph del amplificador operacional acausal que se muestra en la figura 3.7.

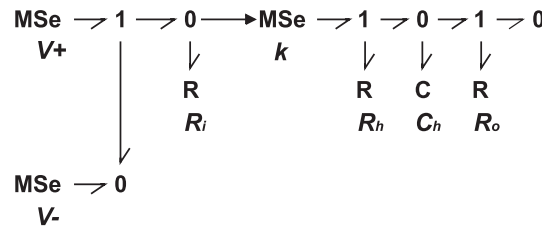


Figura 3.7 Bond Graph acausal del amplificador operacional.

A partir del modelo de la figura 3.7 se formuló una primera versión del modelo en Bond Graph del amplificador operacional mostrado en el Apéndice C, el cual presenta a diferencia del modelo de la figura 3.7 dos frecuencias de corte para la obtención de la respuesta a la frecuencia, una para colocar la frecuencia de corte baja, que corresponde a la red $R_h C_h$ y la otra para la frecuencia de corte alta, en la cual se agregó otra red RC entre R_o y C_h .

En las siguientes secciones se detallan cada uno de los elementos que conforman al Bond Graph de la figura 3.7, así como los elementos que son adicionados al modelo para modelar algunas de las características específicas que presenta un amplificador operacional real.

3.3 Características del Amplificador Operacional en Bond Graph

El modelo del amplificador operacional en Bond Graph mostrado en la figura 3.7, presenta los elementos que corresponden a la resistencia de entrada R_i , resistencia de salida R_o , respuesta a la frecuencia (red $R_h C_h$) y la ganancia de lazo abierto k . Estos elementos son descritos a continuación.

3.3.1 Resistencia de entrada del Modelo

La resistencia de entrada R_i del modelo, es la resistencia que presenta el amplificador operacional entre las terminales de entrada, entrada inversora V_- y entrada no inversora V_+ .

En el modelo de la figura 3.7 se observa claramente que la resistencia R_i se encuentra colocada en serie con los dos puertos-1 activos o fuentes de entrada; la resistencia de entrada es un elemento importante dentro del modelo, debido a que el valor del esfuerzo que se presente en ésta, se manifiesta en el elemento activo de la siguiente etapa del amplificador.

Una característica importante que presenta el modelo referente a la resistencia de entrada es que el valor de la resistencia es tomado directamente de las hojas de datos del amplificador operacional que se desee analizar o modelar, debido a que es un dato que presenta el fabricante del dispositivo.

Por otra parte, el valor de la resistencia de entrada varía en las aplicaciones en las que existe retroalimentación de la salida, lo cual se demuestra en una sección más adelante.

3.3.2 Ganancia de lazo abierto del Modelo

La ganancia de lazo abierto del modelo es representada por medio del puerto-1 activo que se encuentra relacionado con el esfuerzo presente en la resistencia de entrada. La fuente modulada es multiplicada por un valor constante K , este valor es el que presenta el amplificador operacional como ganancia de lazo abierto.

Debido a la flexibilidad que presentan las fuentes moduladas en Bond Graph, para el caso de la fuente de voltaje dependiente en Bond Graph, su relación es directa con su correspondiente valor del cual depende. Para el caso del modelo la relación de la

fuentes moduladas es con el esfuerzo que presenta R_i .

El valor de la ganancia de lazo abierto de un amplificador operacional real es típicamente muy grande, este valor se obtiene al igual que el de la resistencia de entrada, directamente de las especificaciones u hojas de datos del amplificador que se esté utilizando.

3.3.3 Respuesta en Frecuencia del Modelo

La respuesta a la frecuencia del modelo es obtenida considerando una red RC , la cual fija la frecuencia de corte que presenta el amplificador operacional en lazo abierto. La configuración de la red RC actúa como un filtro pasa bajas pasivo de primer orden, por medio del cual se obtiene la respuesta característica que tiene el amplificador operacional en lazo abierto.

Para obtener los valores numéricos de los componentes de la red RC , es necesario observar las hojas de datos del amplificador operacional e identificar la gráfica de respuesta a la frecuencia de lazo abierto que se presenta ahí, y de la gráfica obtener el valor de la frecuencia de corte. A partir del valor de la frecuencia de corte se calculan los valores de la red RC utilizando,

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_h C_h} \quad (3.1)$$

La aplicación de la ecuación (3.1), requiere proponer un valor arbitrario, ya sea del capacitor o de la resistencia, y así obtener la respuesta a la frecuencia deseada. Se tiene que tener en cuenta que para cada amplificador operacional distinto, se presenta una frecuencia de corte diferente, por lo tanto, este modelo tiene la flexibilidad de poder cambiar la respuesta a la frecuencia para distintos amplificadores operacionales.

Efecto de la Velocidad de Cambio en el Modelo

Una de las características más importantes que se encuentra relacionada con la respuesta en el tiempo del amplificador operacional es la velocidad de cambio. Esta característica es introducida agregando un elemento puerto-2, el cual es colocado en el trayecto directo de los elementos que están relacionados con la respuesta a la frecuencia, entre la resistencia R_h y el capacitor C_h , como se muestra en la figura 3.8.

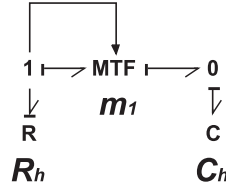


Figura 3.8 Bond Graph para el efecto del slew rate.

El elemento puerto-2 que se agrega al bond Graph, es un transformador modulado generalizado MTF , debido a las características que presenta (sección 2.4.3), se tiene un elemento por medio del cual se realiza la saturación de la corriente, ya que el efecto de la velocidad de cambio indica, que es necesario tener una corriente máxima $I_{\max}$ que circula por el amplificador operacional, de acuerdo a lo mencionado en la parte final del Apéndice B.

Para la implementación de la velocidad de cambio en el modelo es necesario agregar una pequeña porción de código de programación en el transformador; por medio de la programación del transformador se le indica a éste, cuando el flujo es mayor al flujo de saturación, y en tal caso el flujo de salida se mantiene en el valor del flujo de saturación es decir, que de acuerdo a la relación de la velocidad de cambio $SR = \frac{I_{\max}}{C}$, de esta es despejada la corriente máxima $I_{\max}$ debido a que el valor del factor SR (slew rate) y el capacitor C son conocidos. La señal de la entrada modulada del transformador esta censando en todo momento el valor de la corriente que se tiene presente en el amplificador operacional y es comparada con la relación $(SR)(C)$, cuando $I_{\max}$ es mayor se fuerza a que la corriente en esta parte del amplificador operacional sea siempre la $I_{\max}$, presentando de esta manera el efecto de la relación de cambio.

La utilización del software **20-Sim** para simular el modelo del amplificador en Bond Graph, permite que la implementación se realice de una manera satisfactoria.

En el Apéndice A, se da el código de programación en el software **20-Sim** para considerar la velocidad de cambio del amplificador operacional.

3.3.4 Desacoplamiento de Etapas

Al modelo del amplificador operacional en Bond Graph de la figura 3.7, se le adiciona otra etapa, la cual desacopla la etapa de salida y la etapa intermedia del modelo, esto se realiza por medio de un bond activo junto con un puerto-1 activo de la misma forma como se realiza con la etapa de ganancia de lazo abierto, lo que equivaldría

en un circuito eléctrico a tener otra fuente de voltaje dependiente de voltaje. La adición de esta fuente de voltaje dependiente es debido a que la corriente que se tiene presente en la salida del amplificador cuando es conectada una carga, puede llegar a afectar la corriente que presenta el operacional, afectando la respuesta de la velocidad de cambio así, se aíslan ambas etapas. Para el caso del modelo, el puerto-1 activo es dependiente del esfuerzo presente en el capacitor C_h de la red que se encarga de originar la respuesta a la frecuencia del modelo.

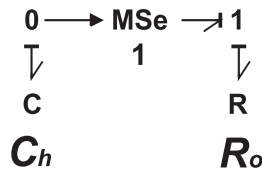


Figura 3.9 Bond Graph para desacoplar etapas.

La figura 3.9 muestra la adición de la etapa de desacoplamiento del modelo. Como se mencionó anteriormente, el desacoplamiento de etapas se realiza para evitar que el flujo que se tiene en la salida del modelo afecte a la etapa previa a ésta, debido a que al agregar el bond activo en la unión 0 correspondiente a C_h se asegura que solamente se tiene la variable de esfuerzo en la dirección de la flecha, y no hay circulación de flujo hacia el capacitor.

Para esta parte de modelo, la ganancia de la fuente modulada es unitaria, debido a que no es necesario amplificar la señal ya que esta ha sido amplificada en una etapa anterior y la finalidad es solamente el aislar la variable de flujo del modelo en general.

3.3.5 Resistencia de Salida del Modelo

La resistencia de salida de la figura 3.7 está representada por R_o , esta resistencia como se explicó en la sección 2.4, presenta un valor muy pequeño.

El efecto del cambio del valor de la resistencia de salida con retroalimentación en el modelo en Bond Graph se presenta en una sección posterior.

De manera similar y como sucede con los demás parámetros, el valor de la resistencia de salida es tomado de las hojas de características del amplificador operacional utilizado lo que hace que el modelo sea flexible al permitir modelar diferentes amplificadores operacionales.

3.3.6 Voltajes de Saturación y Alimentación

Otra de las características importantes que es adicionada al modelo, son los voltajes de alimentación, los cuales están estrechamente ligados con los voltajes de saturación que se presentan en los amplificadores operacionales.

La figura 3.10 muestra la etapa adicionada al modelo para modelar la saturación del voltaje de salida.

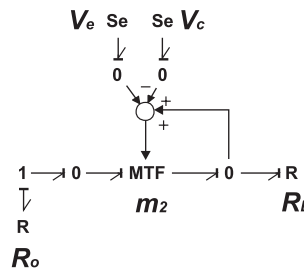


Figura 3.10 Bond Graph para el voltaje de saturación y voltajes de alimentación.

La representación de los voltajes de alimentación del modelo del amplificador se realizan de acuerdo a la figura 3.10 con dos fuentes de esfuerzo, una para indicar el voltaje de alimentación positivo y la otra para el negativo. Ambos puertos-1 activos son llevados a un punto de suma, en el cual también es colocado un bond proveniente de la salida del modelo, el cual toma la variable de esfuerzo; al final se tiene la suma de los dos puertos-1 activos y de la salida del modelo.

Para obtener la saturación del voltaje a la salida se realiza el mismo procedimiento que en la velocidad de cambio, es decir, es agregado un puerto-2 correspondiente a un transformador modulado MTF , en el cual se toma el esfuerzo que presenta el transformador en su terminal de entrada y se compara con la relación que mantienen las dos fuentes de esfuerzo y el esfuerzo en la salida del amplificador, cuando dicha relación sobrepase el valor de las fuentes el transformador modulado mantiene en su salida el valor de la fuente correspondiente.

Al igual y como se realizó con la velocidad de cambio en esta etapa es necesario insertar unas cuantas líneas de código en el transformador para poder realizar la simulación.

En el Apéndice A, se da el código de programación en el **20-Sim**.

3.4 Modelo de un Amplificador Operacional en Bond Graph

El modelo completo del amplificador operacional se obtiene considerando las características mencionadas en las secciones anteriores, el cual se muestra en la figura 3.11.

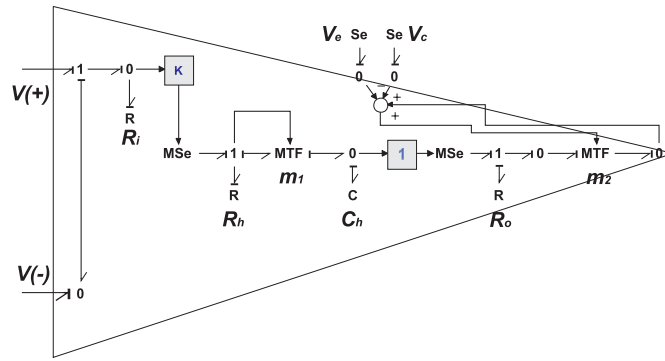


Figura 3.11 Modelo del amplificador operacional en Bond Graph.

La figura 3.11 muestra el modelo del amplificador operacional en Bond Graph con todas las etapas conjuntadas, en el modelo es aplicada la asignación de causalidad del *procedimiento 2.1*; esta asignación de causalidad sirve para comprobar que el bond graph es causalmente correcto, además en el modelo se observa claramente que el Bond Graph tiene un sólo elemento que almacena energía, el cual se encuentra en causalidad integral, con lo que se tiene una sola ecuación de estado presente en el modelo.

Por medio de la causalidad del Bond Graph se observa si las ecuaciones de estado que presenta el sistema son linealmente independientes o dependientes, también para la asignación del esfuerzo y flujo de salida o de entrada para los elementos restantes.

3.4.1 Valores para los parámetros del modelo

Una de las características importantes que presenta el modelo consiste en que todos los valores numéricos de los elementos del modelo, pueden ser tomados de las hojas de datos del amplificador operacional que se requiera.

La Tabla 3.1, presenta los valores obtenidos de las hojas de datos para los amplificadores $\mu A741$, $TL084$ y $OP27$ [15][16].

Tabla 3.1 Características del $\mu A741$, $TL084$ y $OP27$.

Amplificador Operacional	$\mu A741$	$TL084$	$OP27$
$R_i (\Omega)$	2×10^6	10^{12}	6×10^6
$R_o (\Omega)$	75	75	70
K	200,000	200,000	$1,800 \times 10^3$
slew rate $\left(\frac{v}{\mu s}\right)$	0.5	13	2.8
$V_e, V_c (volts)$	± 15	± 18	± 22

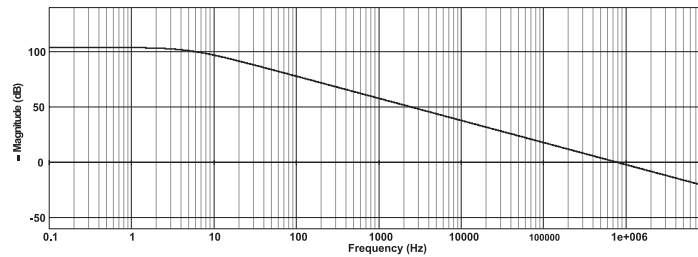
Para encontrar el valor de R_h y C_h , es necesario identificar la frecuencia de corte que presenta el amplificador operacional en lazo abierto. Por ejemplo para el $\mu A741$, de sus hojas de datos, se observa que la frecuencia de corte es de $f_c \simeq 5Hz$, y para aplicar la ecuación (3.1), es necesario proponer el valor ya sea de la resistencia o del capacitor, para este caso y para el resto de los amplificadores se propone un valor en la resistencia de: $R_h = 1K\Omega$, por lo tanto el capacitor es: $C_h = 3.06652 \times 10^{-5} faradios$.

La Tabla 3.2, muestra los valores de la red $R_h C_h$, para los diferentes amplificadores operacionales mencionados en la tabla anterior.

Tabla 3.2 Parametros para la respuesta a la frecuencia del $\mu A741$, $TL084$ y $OP27$.

Amplificador Operacional	$\mu A741$	$TL084$	$OP27$
$R_h (\Omega)$	1×10^3	1×10^3	1×10^3
$C_h (faradios)$	3.06652×10^{-5}	5.3051×10^{-6}	1.9894×10^{-5}

Al sustituir los valores de las Tablas 3.1 y 3.2, al modelo del amplificador operacional de la figura 3.11, la respuesta en frecuencia para el $\mu A741$, $TL084$ y $OP27$ son obtenidas.

Figura 3.12 Respuesta a la frecuencia del $\mu A741$.

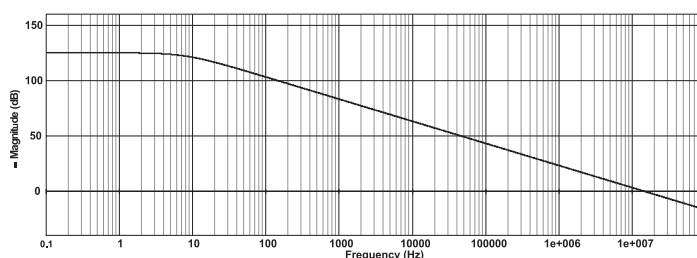


Figura 3.13 Respuesta a la frecuencia del *OP27*.

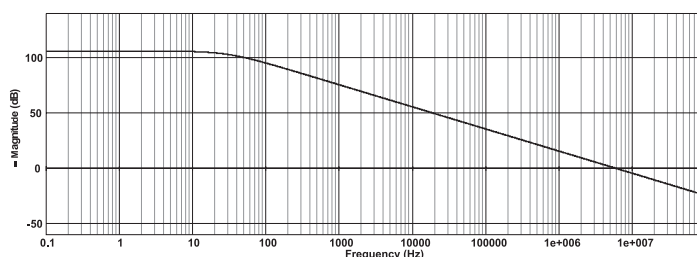


Figura 3.14 Respuesta a la frecuencia del *TL084*.

Las figuras 3.12, 3.13 y 3.14 muestran la respuesta en frecuencia para el $\mu A741$, *OP27* y *TL084*, respectivamente utilizando el modelo de la figura 3.11.

Las figuras mostradas anteriormente, si son comparadas con las gráficas de la respuesta en lazo abierto del amplificador presentadas en las hojas de datos de estos, se observa que son prácticamente las mismas [15][16].

En las figuras 3.12, 3.13 y 3.14 se observa, que la ganancia que presenta el modelo es mostrada en decibeles, debido, a que los amplificadores operacionales presentan una ganancia de lazo abierto muy grande. Siendo $1dB = 1.122volts$.

En la siguiente sección son presentadas las diferentes configuraciones del modelo del amplificador operacional en Bond Graph.

3.5 Modelo del Amplificador Operacional en Lazo Abierto

En esta sección, se presentan algunas configuraciones en lazo abierto del amplificador operacional basado en el modelo en Bond Graph propuesto.

3.5.1 Modelo del Amplificador Diferencial o Comparador

En el modelo del amplificador diferencial se tiene prácticamente la misma configuración que se presenta en la figura 3.11, con la diferencia que las entradas inversora y no inversora del modelo (uniones 0 y 1, respectivamente) son conectadas a través de bonds los puertos-1 activos que se deseen.

La figura 3.15 muestra el modelo del amplificador diferencial para el circuito $\mu A741$ los valores de los elementos son tomados de las Tablas 3.1 y 3.2.

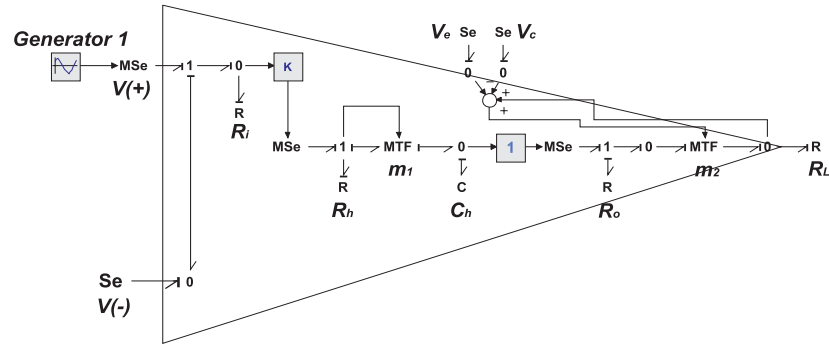


Figura 3.15 Modelo del amplificador comparador.

La respuesta en el tiempo del comparador se obtiene aplicando un voltaje senoidal en la entrada no inversora $V(+) = 3 \sin(2\pi ft)$, donde $f = 0.1 \text{ Hz}$, y para la entrada inversora se aplica un voltaje de corriente directa $V(-) = 1 \text{ V}$.

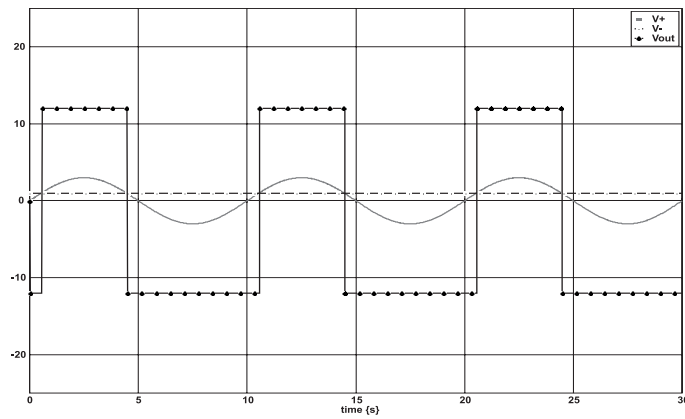


Figura 3.16 Respuesta en el tiempo del amplificador operacional comparador.

La respuesta en el tiempo del comparador se muestra en la figura 3.16, se observa que el modelo del comparador funciona de manera correcta, debido a que cuando el voltaje de la entrada inversora es menor al voltaje de la no-inversora, la salida del comparador se mantiene en el voltaje de saturación negativo y cuando sucede lo contrario el voltaje de salida se mantiene en el voltaje de saturación positivo.

La respuesta de fase del comparador es otra de las características que se obtiene del modelo que se muestra en la figura 3.17 indicando el ángulo de fase que presenta el comparador.

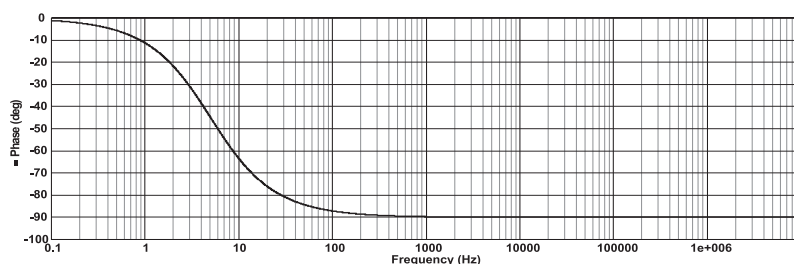


Figura 3.17 Respuesta del ángulo de fase del $\mu A741$.

De la gráfica de fase del comparador se obtiene el ángulo de defasamiento que presenta la salida el amplificador. Para observar de forma más clara el efecto del defasamiento se presenta la respuesta en el tiempo del comparador de la figura 3.15, en la cual se tiene un voltaje en la entrada no-inversora de $V(+)=0.1 \sin(2\pi ft)$ y en la entrada inversora de $V(-)=0V$, por lo tanto la respuesta en el tiempo es,

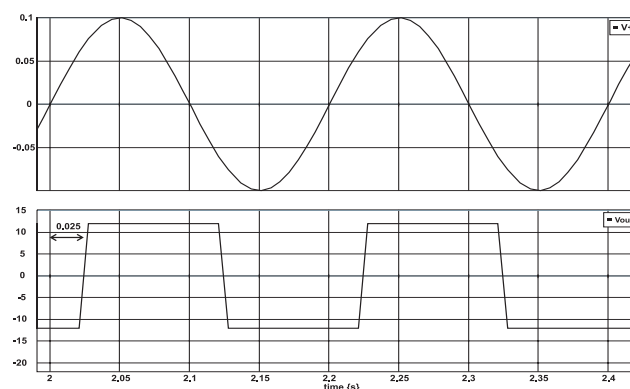


Figura 3.18 Respuesta del comparador con $V(+)=0.1 \sin(10\pi)$.

En la figura 3.18 se muestra el defasamiento que presenta el comparador, la frecuencia de la entrada no-inversora es de $5Hz$. El ángulo de fase se obtiene directamente de la gráfica y utilizando $t = \theta / (360f)$, se calcula el tiempo que se retrasa la señal de salida.

Si es tomado el valor del ángulo de fase, en la frecuencia de corte de la gráfica $f_c = 5Hz$ se tiene que $t = 45 / (360(5))$, por lo tanto, el tiempo que se retrasa la salida es $t = 0.025s$. Lo anterior se comprueba de la gráfica 3.18 en la cual se mide el tiempo de retardo que presenta la señal de salida $t \simeq 0.025s$, que es el mismo valor obtenido anteriormente.

3.6 Modelo del Amplificador Operacional en Lazo Cerrado

El amplificador operacional presenta una amplia gama de aplicaciones cuando es utilizado en configuraciones de lazo cerrado que se analizan en esta sección.

3.6.1 Retroalimentación Negativa del Modelo

a) Modelo del Amplificador Operacional Seguidor

El modelo más sencillo y básico dentro de las diferentes configuraciones que se realizan con el amplificador operacional es el que se denomina seguidor. La figura 3.19 muestra el modelo del amplificador operacional en el dominio físico en su configuración como seguidor.

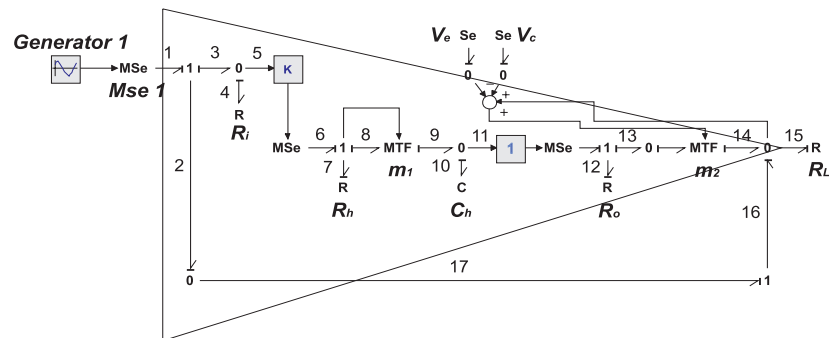


Figura 3.19 Modelo en Bond Graph del amplificador operacional en su configuración como seguidor.

Aplicando el *procedimiento 2.3* para el Bond Graph de la figura 3.19, se obtiene la representación en variables de estado del modelo.

En la figura 3.19, se muestra el primer paso del procedimiento debido a que en el Bond Graph se muestran enumerados los diferentes bonds que lo componen. En la parte del modelo que corresponde a los bonds encargados de desacoplar la etapa de salida del amplificador, solamente se enumera el bond activo que se encuentra en la unión-0, debido a que la fuente modulada es de esfuerzo y esta variable es la que se hace presente en la siguiente unión.

Para el segundo paso los vectores clave son encontrados considerando la salida del modelo como el esfuerzo en la resistencia de salida R_L . Por lo tanto, los vectores clave para el Bond Graph de la figura 3.19 son,

$$\begin{aligned} x(t) &= q_{10}(t); \dot{x}(t) = f_{10}(t); z(t) = e_{10}(t) \\ u(t) &= e_1(t); y(t) = e_{15}(t) \\ D_{in} &= \begin{bmatrix} f_4(t) \\ e_7(t) \\ e_{12}(t) \\ e_{15}(t) \end{bmatrix}; D_{out} = \begin{bmatrix} e_4(t) \\ f_7(t) \\ f_{12}(t) \\ f_{15}(t) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Las relaciones constitutivas de los elementos que almacenan y disipan energía son,

$$L = \text{diag} \left\{ R_i, \frac{1}{R_h}, \frac{1}{R_o}, \frac{1}{R_L} \right\} \quad (3.2)$$

$$F = \frac{1}{C_h} \quad (3.3)$$

En el tercer paso es necesario considerar las relaciones para los elementos puerto-2, que para el Bond Graph de la figura 3.19 son las relaciones (2.3) y (2.4), que corresponden al transformador generalizado MTF .

En el cuarto paso del *procedimiento 2.3*, se obtiene la estructura de unión del Bond Graph de acuerdo a la forma (2.19) con lo cual se tiene la matriz de estructura de

unión presentada en la expresión (3.4).

$$\begin{bmatrix} f_{10} \\ f_4 \\ e_7 \\ e_{12} \\ e_{15} \\ e_{15} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -m_2 & 1 & 0 \\ -m_1 & K & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & m_2 & 0 & 0 & 0 & -m_2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{10} \\ e_4 \\ f_7 \\ f_{12} \\ f_{15} \\ e_1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Finalmente al aplicar el quinto paso, se obtiene la representación en variables de estado del Bond Graph. De (2.24), (2.28), (2.29), (3.2), (3.3) y (3.4), se obtiene la matriz A_p ,

$$A_p = -\frac{(m_1 R_L R_o + m_1 R_i R_o + K m_2 R_L R_i + m_1 m_2^2 R_L R_i) m_1}{(R_L R_o + R_i R_o + m_2^2 R_L R_i) R_h C_h} \quad (3.5)$$

De (2.25), (2.28), (2.29), (3.2), (3.3) y (3.4), la matriz B_p está dada por,

$$B_p = \frac{(R_o + m_2^2 R_L) K m_1 R_i}{(R_L R_o + R_i R_o + m_2^2 R_L R_i) R_h} \quad (3.6)$$

La matriz C_p se obtiene por medio de (2.26), (2.28), (2.29), (3.2), (3.3) y (3.4),

$$C_p = \frac{R_i R_L m_2}{C_h (R_L R_o + R_i R_o + m_2^2 R_L R_i)} \quad (3.7)$$

Finalmente la matriz D_p es obtenida de (2.27), (2.28), (2.29), (3.2), (3.3) y (3.4),

$$D_p = \frac{R_o R_L}{(R_L R_o + R_i R_o + m_2^2 R_L R_i)} \quad (3.8)$$

El valor de estado estable de la salida es calculado, dado $\dot{x}(t) = 0$, por lo tanto de la ecuación (2.22), se tiene,

$$x_{ss} = -A_p^{-1} B_p u_{ss} \quad (3.9)$$

Sustituyendo (3.9) en (2.23), se tiene que el valor de la salida en estado estable es,

$$y_{ss} = (D_p - C_p A_p^{-1} B_p) u_{ss} \quad (3.10)$$

Si la ganancia de lazo cerrado se denota por $A_{CL} = y_{ss}/u_{ss}$, entonces de (3.10), el valor de la ganancia en lazo cerrado está dada por,

$$A_{CL} = D_p - C_p A_p^{-1} B_p \quad (3.11)$$

Finalmente, para comprobar la respuesta matemática que presenta el modelo es necesario sustituir (3.5), (3.6), (3.7) y (3.8), en (3.11) así, se obtiene la ganancia en lazo cerrado del seguidor,

$$A_{CL} = \frac{(m_1 R_o + K m_2 R_i) R_L}{(m_1 R_L R_o + m_1 R_i R_o + K m_2 R_L R_i + m_1 m_2^2 R_L R_i)} \quad (3.12)$$

En la expresión (3.12), se observa claramente como todo los elementos que conforman el modelo están involucrados en la respuesta final del modelo.

La expresión del seguidor en su forma ideal es obtenida de (3.12), haciendo que los términos de m_1 y m_2 tengan un valor unitario, debido a que éstos son los módulos de los transformadores, los cuales realizan las funciones de la saturación de la corriente y del voltaje, respectivamente; además si $R_o = 0$, la expresión (3.12) queda representada de la siguiente manera,

$$A_{CL_1} = \frac{K R_i R_L}{K R_L R_i + R_L R_i} \quad (3.13)$$

Otra de las características ideales del amplificador es $R_i = \infty$, y además si se considera que la resistencia de salida no se encuentra conectada al modelo, es decir, $R_L \rightarrow \infty$, entonces es necesario tomar el límite cuando $R_i \rightarrow \infty$ y $R_L \rightarrow \infty$ de la expresión (3.13).

$$A_{CL_2} = \frac{1}{1 + \frac{1}{K}} \quad (3.14)$$

La expresión (3.14) se encuentra únicamente en función de la ganancia de lazo abierto que presenta el modelo, si ésta presenta un valor muy grande, haciendo $K = \infty$, se obtiene la expresión ideal del amplificador en su configuración de seguidor,

$$A_{CL_i} = 1 \quad (3.15)$$

Las características ideales del modelo del amplificado operacional en Bond Graph tomadas en cuenta anteriormente son resumidas en la Tabla 3.3.

Tabla 3.3 Valores ideales de los componentes en el modelo del amplificador operacional en Bond Graph.

R_i	R_o	K	m_1	m_2	R_L
$\lim_{R_i \rightarrow \infty}$	0	∞	1	1	$\lim_{R_L \rightarrow \infty}$

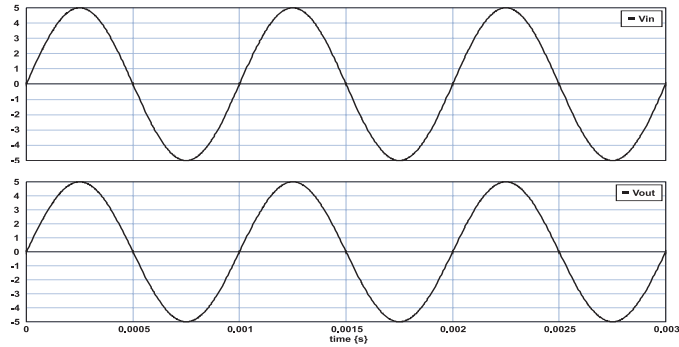


Figura 3.20 Respuesta en el tiempo para el modelo del amplificador seguidor $\mu A741$.

La respuesta en el tiempo del seguidor, para el amplificador operacional $\mu A741$, se muestra en la figura 3.20, en el cual la señal de entrada es $V_{in} = 5 \sin(2\pi ft)$, con $f = 1KHz$.

En la figura 3.20 los trazos de la señal de entrada y salida son iguales, por lo tanto se concluye que el modelo del amplificador seguidor está realizando su función correctamente. Para observar el efecto que presenta la velocidad de cambio en la respuesta del amplificador seguidor, en la figura 3.21 se tiene una señal de entrada $V_{in} = 10 \sin(2\pi ft)$ al amplificador operacional, con $f = 30KHz$, cuya respuesta en la salida del seguidor cambia su forma de onda debido al efecto de la velocidad de cambio del amplificador operacional.

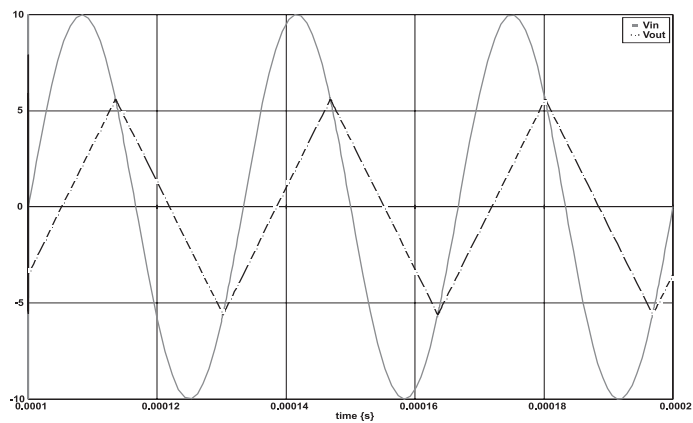


Figura 3.21 Efecto de la velocidad de cambio para el amplificador seguidor $\mu A741$.

Otra de las características que presenta el modelo del amplificador es el efecto que causa el voltaje de saturación. Para mostrar este efecto se presenta la figura 3.22, en la cual se aprecia claramente como el voltaje de salida del amplificador seguidor, se mantiene en el valor del voltaje de alimentación que para este caso se tienen los voltajes de $V_c = 12V$ y $V_e = -12V$, para el amplificador operacional $\mu A741$, siendo el voltaje de entrada $V_{in} = 14 \sin(2\pi ft)$.

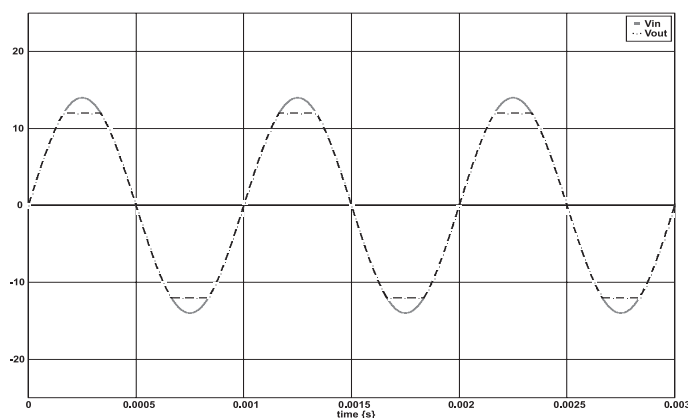


Figura 3.22 Efecto de los voltajes de saturación para el amplificador seguidor $\mu A741$.

El efecto de los voltajes de saturación y de la velocidad de cambio se pueden presentar de manera simultánea. La figura 3.23 muestra ambos efectos.

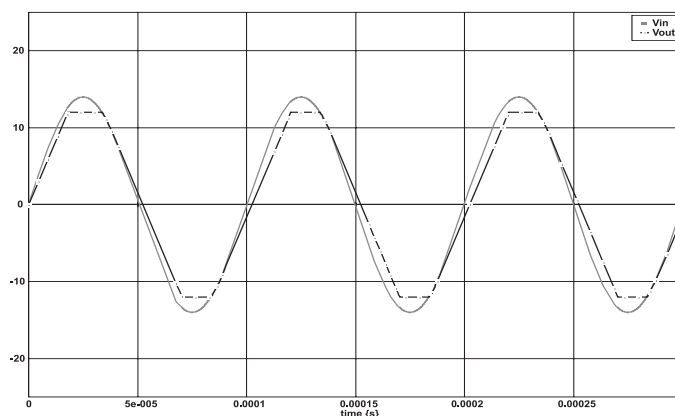


Figura 3.23 Efecto de la velocidad de cambio y el voltaje de saturación para el amplificador seguidor $\mu A741$.

En la figura 3.23 se tiene una frecuencia de $f = 10KHz$ en la señal de entrada.

b) Modelo del Amplificador Inversor

Una de las configuraciones más usadas en los amplificadores operacionales es la del amplificador inversor. La figura 3.24 muestra el amplificador inversor en la cual se aprecia claramente como se encuentra realizada la retroalimentación de la salida que llega a la entrada inversora en esta retroalimentación se tiene la resistencia R_f que se encuentra colocada en serie, entre la salida y la entrada inversora del modelo.

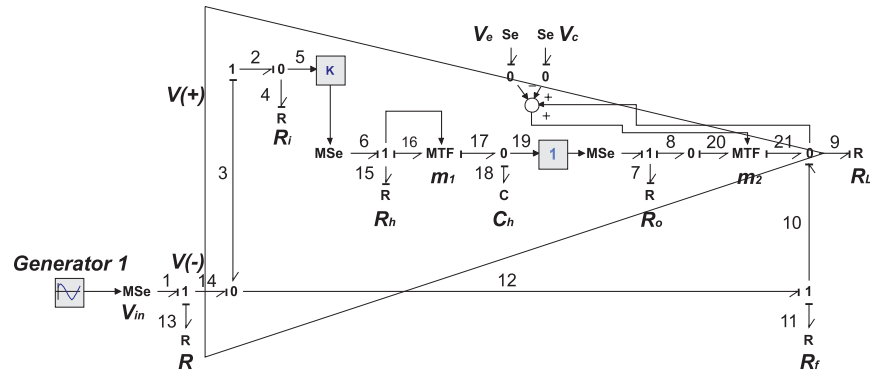


Figura 3.24 Modelo del amplificador operacional en su configuración como inversor.

Además, la resistencia R se encuentra colocada en serie entre la fuente de entrada y la entrada inversora, ambas resistencias R y R_f , son las encargadas de proporcionar el valor de la ganancia del amplificador.

Los vectores clave para el Bond Graph de la figura 3.24 son,

$$\begin{aligned}
 x(t) &= q_{18}(t); \dot{x}(t) = f_{18}(t); z(t) = e_{18}(t) \\
 u(t) &= e_1(t); y(t) = e_9(t) \\
 D_{in} &= \begin{bmatrix} e_4(t) \\ e_7(t) \\ e_9(t) \\ f_{11}(t) \\ f_{13}(t) \\ e_{15}(t) \end{bmatrix}; D_{out} = \begin{bmatrix} f_4(t) \\ f_7(t) \\ f_9(t) \\ e_{11}(t) \\ e_{13}(t) \\ f_{15}(t) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Las relaciones constitutivas de los elementos que almacenan y disipan energía, están dadas por las expresiones (3.16) y (3.17).

$$L = \text{diag} \left\{ \frac{1}{R_i}, \frac{1}{R_o}, \frac{1}{R_L}, R_f, R, \frac{1}{R_h} \right\} \quad (3.16)$$

$$F = \frac{1}{C_h} \quad (3.17)$$

La expresión (3.18) muestra la estructura de unión para el amplificador inversor.

$$\begin{bmatrix} f_{18} \\ e_4 \\ e_7 \\ e_9 \\ f_{11} \\ f_{13} \\ e_{15} \\ e_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & m_2 & m_2 & 0 & -m_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -m_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -m_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & K & 0 & -K \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{18} \\ f_4 \\ f_7 \\ f_9 \\ e_{11} \\ e_{13} \\ f_{15} \\ e_1 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

En la estructura de unión del Bond Graph se puede observar claramente cual es la relación que mantienen cada uno de los elementos del sistema con los demás, es decir, como es que interactúan entre sí.

La realización del sistema A_p , B_p , C_p y D_p , se determina a continuación. De (2.24), (2.28), (2.29), (3.16), (3.17) y (3.18), se obtiene A_p ,

$$A_p = -\frac{\{R_o m_1 \Delta + R K m_2 R_L R_i + R_L m_2^2 m_1 [R_f (R + R_i) + R R_i]\} m_1}{\{R_o \Delta + R_L m_2^2 [R_f (R + R_i) + R R_i]\} R_h C_h} \quad (3.19)$$

donde $\Delta = [(R + R_i) (R_L + R_f) + R R_i]$.

El término B_p se obtiene a partir de (2.25), (2.28), (2.29), (3.16), (3.17) y (3.18).

$$B_p = -\frac{(2R + R_i) (R_L R_o + R_f R_o + m_2^2 R_L R_f) K m_1}{\{R_o \Delta + R_L m_2^2 [R_f (R + R_i) + R R_i]\} R_h} \quad (3.20)$$

De (2.26), (2.28), (2.29), (3.16), (3.17) y (3.18), C_p es,

$$C_p = \frac{(R R_f + R R_i + R_f R_i) m_2 R_L}{\{R_o \Delta + R_L m_2^2 [R_f (R + R_i) + R R_i]\} C_h} \quad (3.21)$$

Por ultimo D_p es obtenida de (2.27), (2.28), (2.29), (3.16), (3.17) y (3.18).

$$D_p = \frac{(2R + R_i) R_L R_o}{R_o \Delta + R_L m_2^2 [R_f (R + R_i) + R R_i]} \quad (3.22)$$

A partir de la expresión (3.11) y sustituyendo (3.19), (2.20), (3.21) y (3.22) el estado estable del modelo del amplificador inversor está dado por,

$$A_{CL} = \frac{(-2R - R_i) (K m_2 R_f - m_1 R_o) R_L}{R_o m_1 \Delta + K R m_2 R_L R_i + R_L m_2^2 m_1 [R_f (R + R_i) + R R_i]} \quad (3.23)$$

donde $\Delta = [(R + R_i)(R_L + R_f) + RR_i]$.

De la expresión (3.23) y tomando en cuenta las consideraciones ideales de la Tabla 3.3 se tiene que la ganancia ideal en lazo cerrado es,

$$A_{CLi} = -\frac{R_f}{R} \quad (3.24)$$

La expresión (3.24) comprueba que el modelo del amplificador operacional en Bond Graph en configuración de inversor es correcto.

Es importante mencionar que en la expresión (3.23) se tienen presentes todos los elementos que están involucrados en el modelo, por lo tanto, si se requiere saber el comportamiento de alguno de los elementos con respecto de la salida únicamente se tiene que despejar el valor de dicha expresión.

Los valores de los elementos para el modelo de la figura 3.24, se muestran en la Tabla 3.4.

Tabla 3.4 Valor numérico de los componentes del amplificador inversor.

R_i	R_o	K	R_h	C_h	SR	R	R_f	R_L
$2M\Omega$	75Ω	2×10^5	$1K\Omega$	$3.066562 \times 10^{-5}f$	0.7	200Ω	$1K\Omega$	$1K\Omega$

La respuesta en el tiempo del amplificador $\mu A741$ en configuración de inversor, considerando los valores de la Tabla 3.4, con una señal de entrada $V_{in} = \sin(2\pi ft)$, y $f = 1KHz$, se muestra en la figura 3.25.

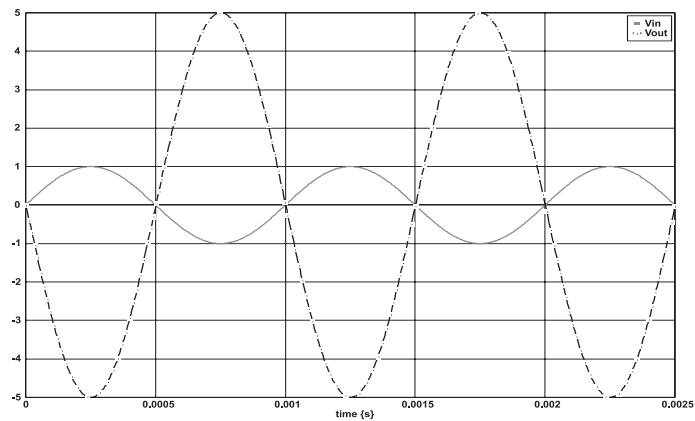


Figura 3.25 Respuesta en el tiempo para el modelo del amplificador inversor $\mu A741$.

En la figura 3.25, se observa que para valores positivos de la señal de entrada, se tiene a la salida un valor negativo, el cual presenta una ganancia aproximada $A_{CL} \simeq -5$.

El efecto de la velocidad de cambio también se hace presente en el modelo, si la señal de entrada es $V_{in} = \sin(2\pi ft)$, y $f = 30KHz$.

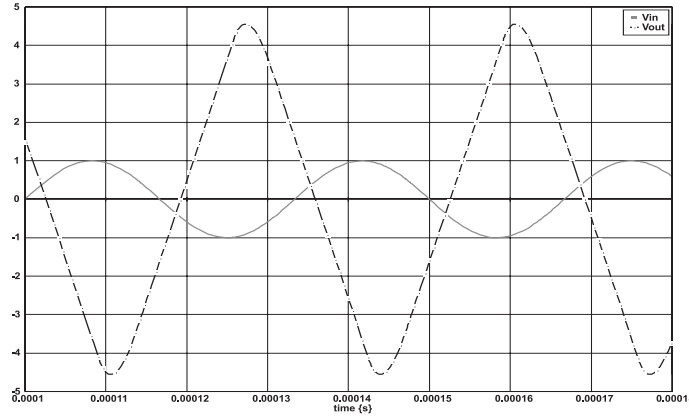


Figura 3.26 Velocidad de cambio para el modelo del amplificador $\mu A741$ inversor.

La figura 3.26 muestra el efecto de la velocidad de cambio en la respuesta de salida del amplificador $\mu A741$ inversor, es decir que la señal de salida se encuentra defasada con respecto a la entrada, además de que la forma de onda cambia debido a tal efecto, se empieza a parecer a una señal triangular, en lugar de a una señal senoidal.

c) Modelo del Amplificador No-Inversor

Otra de las configuraciones usadas con los amplificadores operacionales, es la del amplificador no-inversor. El amplificador no-inversor se muestra en la figura 3.27, donde la señal de entrada se encuentra aplicada en la terminal no inversora del modelo.

En el modelo del amplificador no-inversor, los elementos R y R_f , son los encargados de dar el valor de la ganancia en lazo cerrado que presente el amplificador. A continuación se realiza el análisis para obtener la ganancia del amplificador operacional en configuración no inversor.

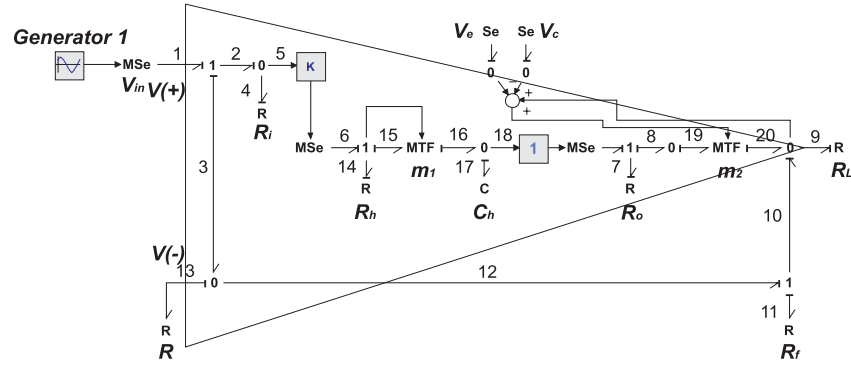


Figura 3.27 Modelo del amplificador operacional en su configuración como no-inversor.

Los vectores clave para el Bond Graph de la figura 3.27, son,

$$\begin{aligned}
 x(t) &= q_{17}(t); \dot{x}(t) = f_{17}(t); z(t) = e_{17}(t) \\
 u(t) &= e_1(t); y(t) = e_9(t)
 \end{aligned}$$

$$D_{in} = \begin{bmatrix} e_4(t) \\ e_7(t) \\ e_9(t) \\ f_{11}(t) \\ f_{13}(t) \\ e_{14}(t) \end{bmatrix}; D_{out} = \begin{bmatrix} f_4(t) \\ f_7(t) \\ f_9(t) \\ e_{11}(t) \\ e_{13}(t) \\ f_{14}(t) \end{bmatrix}$$

Las relaciones constitutivas de los elementos que almacenan y disipan energía, están dadas por las expresiones (3.16) y (3.17).

La matriz de estructura de unión del Bond Graph está expresada por (3.25).

$$\begin{bmatrix} f_{17} \\ e_4 \\ e_7 \\ e_9 \\ f_{11} \\ f_{13} \\ e_{14} \\ e_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & m_2 & -m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -m_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & m_2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K & 0 & K \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{17} \\ f_4 \\ f_7 \\ f_9 \\ e_{11} \\ e_{13} \\ f_{14} \\ e_1 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

En la estructura de unión del Bond Graph, se observar que es muy similar a la mostrada para el amplificador inversor (3.18). Las diferencias entre estas estructuras, radican en algunos cambios de signos en los elementos de la submatriz S_{22} y los valores que presenta la submatriz S_{23} .

La representación en espacio de estados se obtiene de (2.24), (2.28), (2.29), (3.16), (3.17) y (3.25), A_p , es,

$$A_p = -\frac{\{R_o m_1 \Delta + R K m_2 R_L R_i + R_L m_2^2 m_1 [R_f (R + R_i) + R R_i]\} m_1}{\{R_o \Delta + R_L m_2^2 [R_f (R + R_i) + R R_i]\} R_h C_h} \quad (3.26)$$

donde $\Delta = [(R + R_i)(R_L + R_f) + R R_i]$.

De (2.25), (2.28), (2.29), (3.16), (3.17) y (3.25), se obtiene B_p ,

$$B_p = \frac{[R_o (R + R_L + R_f) + R_L m_2^2 (R + R_f)] K m_1 R_i}{\{R_o \Delta + R_L m_2^2 [R_f (R + R_i) + R R_i]\} R_h} \quad (3.27)$$

El término C_p , se obtiene a partir de (2.26), (2.28), (2.29), (3.16), (3.17) y (3.25).

$$C_p = \frac{(R R_f + R R_i + R_f R_i) m_2 R_L}{\{R_o \Delta + R_L m_2^2 [R_f (R + R_i) + R R_i]\} C_h} \quad (3.28)$$

Finalmente D_p es obtenida de (2.27), (2.28), (2.29), (3.16), (3.17) y (3.25).

$$D_p = \frac{R_L R_o R}{R_o \Delta + R_L m_2^2 [R_f (R + R_i) + R R_i]} \quad (3.29)$$

A partir de la expresión (3.11) y sustituyendo (3.26), (3.27), (3.28) y (3.29), la respuesta en estado estable del amplificador no-inversor es encontrada,

$$A_{CL} = \frac{(R m_1 R_o + R K m_2 R_i + K m_2 R_f R_i) R_L}{R_o m_1 \Delta + K R m_2 R_L R_i + R_L m_2^2 m_1 [R_f (R + R_i) + R R_i]} \quad (3.30)$$

donde $\Delta = [(R + R_i)(R_L + R_f) + R R_i]$.

De la expresión (3.30) y de las consideraciones de la Tabla 3.3, la ganancia ideal de lazo cerrado del amplificador no-inversor es,

$$A_{CL_i} = 1 + \frac{R_f}{R} \quad (3.31)$$

La respuesta en el tiempo del amplificador $\mu A741$ no-inversor con los valores de la Tabla 3.4, se muestra en la figura 3.28, donde la señal de entrada es $V_{in} = \sin(2\pi f t)$, con $f = 1 \text{ KHz}$, y una ganancia $A_{CL} = 6$, que está dada de acuerdo a los valores de la Tabla 3.4 y a la expresión (3.31).

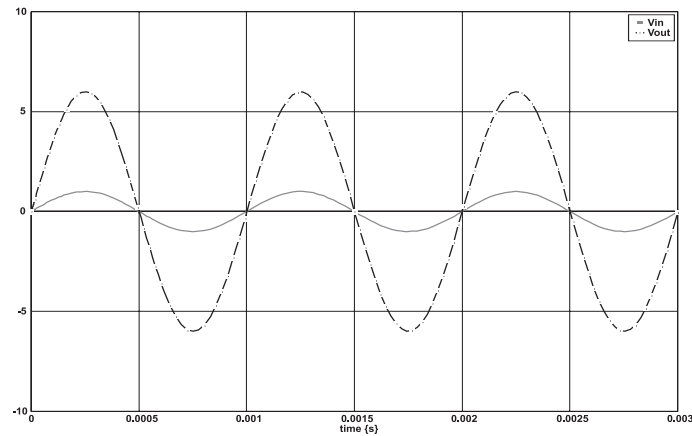


Figura 3.28 Respuesta en el tiempo para el modelo del amplificador $\mu A741$ no inversor.

En la figura 3.28 los trazos de la señal de entrada y salida son iguales, excepto en la magnitud debido a que se tiene una ganancia aproximada de $A_{CL} \simeq 6$.

La figura 3.29 muestra la respuesta del amplificador inversor practica, tomando en cuenta la misma ganancia y señal de entrada.

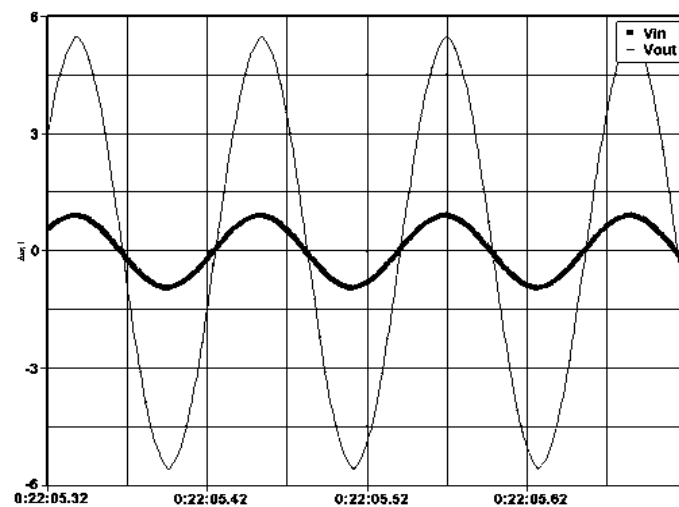


Figura 3.29 Respuesta practica del amplificador $\mu A741$ no inversor.

De las figuras 3.28 y 3.29 se observa (en ambas) que la ganancia presente tiene un valor aproximado de 6.

El efecto de la velocidad de cambio en la respuesta del amplificador no-inversor se muestra en la figura 3.30, donde la señal de entrada es $V_{in} = \sin(2\pi ft)$, y $f = 30KHz$,

por lo tanto, la respuesta en la salida del amplificador no-inversor cambia su forma de onda debido al efecto de la velocidad de cambio.

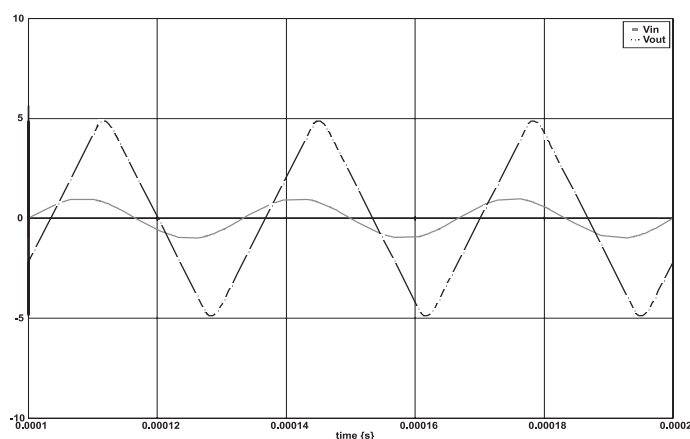


Figura 3.30 Efecto de la velocidad de cambio para el amplificador $\mu A741$ no inversor.

La figura 3.29 presenta la respuesta de la implementación física del $\mu A741$ en su configuración de no inversor mostrando el efecto de la relación de cambio, para una entrada $V_{in} = \sin(2\pi ft)$, y $f = 30KHz$.

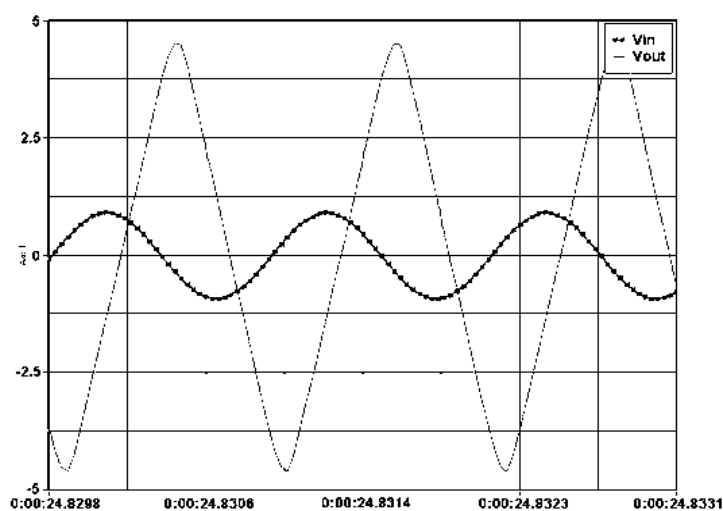


Figura 3.31 Efecto practico de la velocidad de cambio en el amplificador $\mu A741$ no inversor.

Notar que el efecto de la velocidad de cambio del amplificador operacional en Bond Graph es muy similar al efecto que se presenta en el amplificador implementado físicamente.

El efecto de los voltajes de saturación y la velocidad de cambio, son presentados en la figura 3.32.

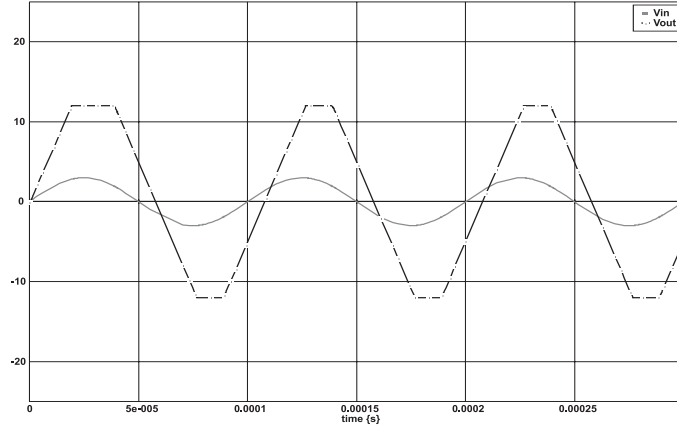


Figura 3.32 Efecto de la velocidad de cambio y el voltaje de saturación para el amplificador $\mu A741$ no inversor.

En la figura 3.32 se tiene una señal de entrada $V_{in} = 3 \sin(2\pi ft)$, $f = 30KHz$, y los voltajes de alimentación del amplificador operacional son de $\pm 12V$.

Resistencia Real de Entrada con retroalimentación del Modelo en Bond Graph La resistencia de entrada real del amplificador operacional se obtiene a partir de esta configuración y para esto es necesario únicamente cambiar la variable de salida en la estructura de unión (3.25) del modelo en Bond Graph.

El último vector fila de la estructura de unión (3.25) es remplazado por,

$$f_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} e_1 \quad (3.32)$$

Sustituyendo (3.32) en la estructura de unión (3.25) y aplicando el *procedimiento 2.3* se obtiene la representación en variables de estado, además si se obtiene el valor en estado estable de las variables de estado a partir de (3.11) la corriente de entrada es,

$$f_1 = \frac{R_o [R + R_L + R_f] + R_L [R + R_f]}{R_o [(R + R_i)(R_L + R_f) + RR_i] + RK R_L R_i + R_L [R_f (R + R_i) + RR_i]} e_1 \quad (3.33)$$

Considerando que la resistencia real del amplificador operacional con retroalimentación negativa está dada por $R_{iF} = \frac{V_{in}}{i_{in}}$ entonces la resistencia real del modelo en Bond Graph del amplificador operacional es,

$$R_{iF} = \frac{e_1}{f_1} = \frac{R_o [(R + R_i) (R_L + R_f) + RR_i] + RK R_L R_i + R_L [R_f (R + R_i) + RR_i]}{R_o [R + R_L + R_f] + R_L [R + R_f]} \quad (3.34)$$

La expresión (3.34) indica el valor real que presenta la resistencia de entrada R_{iF} cuando se tiene retroalimentación negativa en la configuración de amplificador no inversor. Con la expresión (B.23) se obtiene también el valor de la resistencia real, pero al utilizar ésta expresión se tienen que realizar más calculos debido a que se requiere obtener el valor de la ganancia de lazo β , la cual depende de otros valores presentes en el amplificador operacional por otra parte, con la expresión (3.34) se obtiene el valor únicamente sustituyendo los valores de los elementos sin necesidad de realizar más calculos.

Resistencia Real de Salida con retroalimentación del Modelo en Bond Graph

El valor de la resistencia de salida disminuye cuando el amplificador operacional tiene retroalimentación negativa para obtener el valor real de la resistencia de salida es necesario aplicar una fuente de entrada en la salida del amplificador operacional como se menciona en la sección B.5.4.

A partir de la figura B.11 se forma el modelo en Bond Graph el cual se presenta en la figura 3.33.

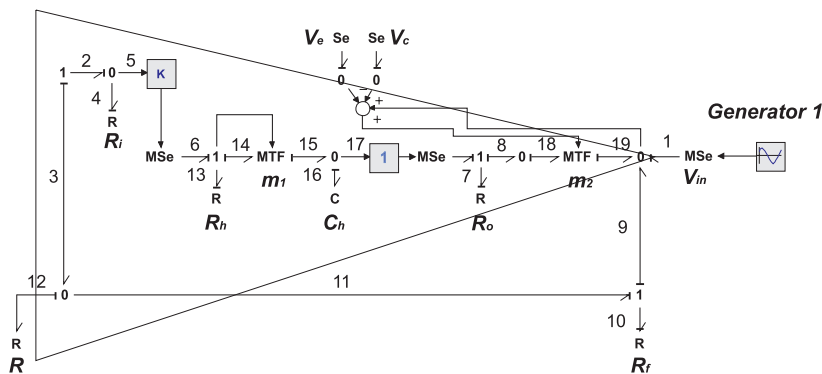


Figura 3.33 Modelo del amplificador operacional para el cálculo de la resistencia de salida real.

Los vectores claves para el Bond Graph de la figura 3.33 son,

$$\begin{aligned} x(t) &= q_{16}(t); \dot{x}(t) = f_{16}(t); z(t) = e_{16}(t) \\ u(t) &= e_1(t); y(t) = f_1(t) \\ D_{in} &= \begin{bmatrix} e_4(t) \\ e_7(t) \\ e_{10}(t) \\ f_{12}(t) \\ e_{13}(t) \end{bmatrix}; D_{out} = \begin{bmatrix} f_4(t) \\ f_7(t) \\ f_{10}(t) \\ e_{12}(t) \\ f_{13}(t) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Las relaciones constitutivas de los elementos que almacenan y disipan energía, están dadas por las expresiones (3.35) y (3.36).

$$F = \frac{1}{C_h} \quad (3.35)$$

$$L = \text{diag} \left\{ \frac{1}{R_i}, \frac{1}{R_o}, \frac{1}{R_L}, R, \frac{1}{R_h} \right\} \quad (3.36)$$

La matriz de estructura de unión para el Bond Graph de la figura 3.33 es,

$$\begin{bmatrix} f_{16} \\ e_4 \\ e_7 \\ e_{10} \\ f_{12} \\ e_{13} \\ f_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -m_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -m_1 & 0 & 0 & -K & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -m_2 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{16} \\ f_4 \\ f_7 \\ f_{10} \\ e_{12} \\ f_{13} \\ e_1 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Las matrices de la representación en espacio de estados son obtenidas, así, la matriz A_p se determina a partir de (2.24), (2.28), (2.29), (3.35), (3.36) y (3.37),

$$A_p = -\frac{m_1^2}{R_h} \left(\frac{1}{C_h} \right) \quad (3.38)$$

De (2.25), (2.28), (2.29), (3.35), (3.36) y (3.37), B_p que está dada por,

$$B_p = \frac{m_1(KR + KR_i)}{RR_fR_h + RR_hR_i + R_fR_hR_i} \quad (3.39)$$

La matriz C_p es obtenida a partir de (2.26), (2.28), (2.29), (3.35), (3.36) y (3.37),

$$C_p = -\frac{m_2}{R_o} \left(\frac{1}{C_h} \right) \quad (3.40)$$

Finalmente, la matriz D_p se obtiene de (2.27), (2.28), (2.29), (3.35), (3.36) y (3.37),

$$D_p = \frac{m_2^2}{R_o} + \frac{R + R_i}{RR_f + RR_i + R_f R_i} \quad (3.41)$$

Con las matrices A_p, B_p, C_p y D_p , la respuesta en estado estable se determina sustituyendo (3.38), (3.39), (3.40) y (3.41) en (3.51). Por lo tanto, la función de transferencia es,

$$f_1(t) = \frac{R_i [KR + m_1 m_2 (R + R_f)] + RR_f m_1 m_2 + R_o m_1 (R + R_i)}{R_o [R_i (R + R_f) + RR_f]} e_1 \quad (3.42)$$

Considerando que la resistencia de salida real R_{oF} del amplificador operacional con retroalimentación negativa está dada por (B.24) entonces la resistencia es,

$$R_{oF} = \frac{e_1}{f_1} = \frac{R_o [R_i (R + R_f) + RR_f]}{R_i [KR + m_1 m_2 (R + R_f)] + RR_f m_1 m_2 + R_o m_1 (R + R_i)} \quad (3.43)$$

La expresión (3.43) presenta un signo negativo, esto no significa que se tenga una resistencia negativa, sino que se tiene la circulación de la corriente en sentido contrario debido, a que el bond número 1 de la figura 3.33 presenta la causalidad del flujo de la fuente hacia ésta.

De la misma manera que se presentó para la resistencia de entrada real, la resistencia real de salida de la expresión (B.25) requiere un mayor número de cálculos para encontrar el valor de la resistencia, en cambio solamente se tienen que sustituir valores en la expresión (3.43) para encontrar el valor real.

Sustituyendo los valores de la Tabla 3.4 en (3.43) se obtiene una resistencia $R_{oF} = 0.4528\Omega$ lo que indica que la resistencia de salida real disminuye su valor.

d) Modelo del Amplificador Integrador

El amplificador integrador básico es un circuito que proporciona en su salida la integral en el tiempo de la señal de entrada, que es también función del tiempo.

La figura 3.34 muestra el modelo del amplificador integrador en Bond Graph.

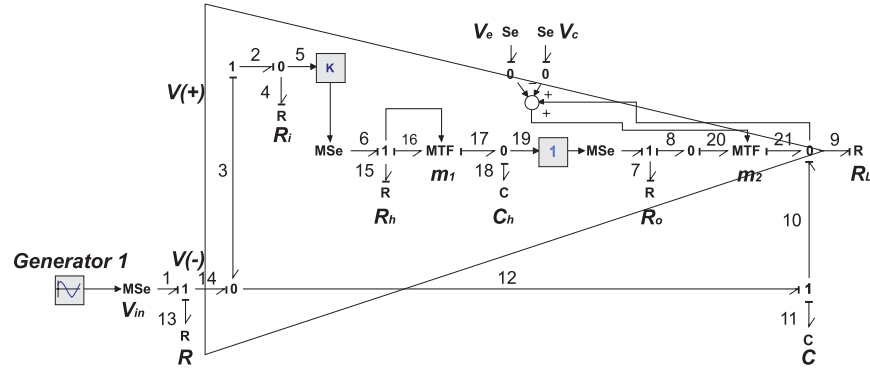


Figura 3.34 Modelo del amplificador operacional en su configuración como integrador.

En la figura 3.34, se aprecia que la retroalimentación es realizada por medio del capacitor C , que se encuentra colocado en serie entre la salida y la terminal inversora del amplificador, además de tener una resistencia R en serie con la fuente de entrada MS_e .

Los vectores clave para el amplificador integrador son,

$$x(t) = \begin{bmatrix} q_{11}(t) \\ q_{18}(t) \end{bmatrix}; \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} f_{11}(t) \\ f_{18}(t) \end{bmatrix}; z(t) = \begin{bmatrix} e_{11}(t) \\ e_{18}(t) \end{bmatrix}; \begin{matrix} u(t) = e_1(t) \\ y(t) = e_9(t) \end{matrix}$$

$$D_{in} = \begin{bmatrix} e_4(t) \\ e_7(t) \\ e_9(t) \\ f_{13}(t) \\ e_{15}(t) \end{bmatrix}; D_{out} = \begin{bmatrix} f_4(t) \\ f_7(t) \\ f_9(t) \\ e_{13}(t) \\ f_{15}(t) \end{bmatrix}$$

Las relaciones constitutivas de los elementos que almacenan y disipan energía, están dadas por las expresiones (3.44) y (3.45), respectivamente,

$$F = \text{diag} \left\{ \frac{1}{C}, \frac{1}{C_h} \right\} \quad (3.44)$$

$$L = \text{diag} \left\{ \frac{1}{R_i}, \frac{1}{R_o}, \frac{1}{R_L}, R, \frac{1}{R_h} \right\} \quad (3.45)$$

La matriz de estructura de unión para el amplificador integrador es,

$$\begin{bmatrix} f_{11} \\ f_{18} \\ e_4 \\ e_7 \\ e_9 \\ f_{13} \\ e_{15} \\ e_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -m_2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ m_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & m_2 & 0 & -m_2 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -m_2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -m_1 & 0 & 0 & 0 & K & 0 & -K \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{11} \\ e_{18} \\ f_4 \\ f_7 \\ f_9 \\ e_{13} \\ f_{15} \\ e_1 \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

La relación que presenta el esfuerzo de salida es muy similar a la que tiene el amplificador inversor, debido a que básicamente es la misma configuración, con la diferencia de que para el amplificador integrador se tiene un elemento que almacena energía en la retroalimentación.

La matriz de la representación en espacio de estado A_p , se calcula de (2.24), (2.28), (2.29), (3.44), (3.45) y (3.46),

$$A_p = \begin{bmatrix} -\frac{(R_o+m_2^2 R_L)(R+R_i)}{C\Delta} & -\frac{(R+R_i)m_2 R_L}{C_h \Delta} \\ -\frac{(R_o+m_2^2 R_L)RKm_1 R_i}{C R_h \Delta} & -\frac{[R_o(R_L(R+R_i)+RR_i)+RKm_2 R_L R_i+Rm_2^2 R_L R_i]m_1}{C_h R_h \Delta} \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

donde $\Delta = [R_o(R_L(R+R_i)+RR_i)+Rm_2^2 R_L R_i]$.

De (2.25), (2.28), (2.29), (3.44), (3.45) y (3.46), la matriz B_p está dada por,

$$B_p = \begin{bmatrix} \frac{(R_o+m_2^2 R_L)R_i}{[R_o(R_L(R+R_i)+RR_i)+Rm_2^2 R_L R_i]} \\ -\frac{R_o R_i R_L m_1 K}{R_h [R_o(R_L(R+R_i)+RR_i)+Rm_2^2 R_L R_i]} \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

La matriz C_p se obtiene por medio de (2.26), (2.28), (2.29), (3.44), (3.45) y (3.46),

$$C_p = \begin{bmatrix} -\frac{(R+R_i)R_L R_o}{C[R_o(R_L(R+R_i)+RR_i)+Rm_2^2 R_L R_i]} & \frac{R_i R_L m_2 R}{C_h [R_o(R_L(R+R_i)+RR_i)+Rm_2^2 R_L R_i]} \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

Finalmente, D_p se obtiene a partir de (2.27), (2.28), (2.29), (3.44), (3.45) y (3.46),

$$D_p = \left[\frac{R_o R_i R_L}{[R_o(R_L(R+R_i)+RR_i)+Rm_2^2 R_L R_i]} \right] \quad (3.50)$$

Con las matrices A_p , B_p , C_p y D_p , la función de transferencia del amplificador integrador se obtiene, utilizando,

$$G(s) = C(sI - A)^{-1} B + D \quad (3.51)$$

Sustituyendo (3.47), (3.48), (3.49) y (3.50) en (3.51) se encuentra la función de transferencia en el dominio de s ,

$$G(s) = \frac{(s^2 C C_h R_h R_o + s C m_1^2 R_o - K m_1 m_2) R_L R_i}{s^2 (C C_h R_h \Delta) + s (C_h R_h \Lambda + C R K m_1 m_2 R_L R_i + C m_1^2 \Delta) + m_1^2 \Lambda} \quad (3.52)$$

donde $\Delta = R_o (R_L (R + R_i) + R R_i) + R m_2^2 R_L R_i$
 $\Lambda = (R_o + R_L m_2^2) (R + R_i)$.

Considerando la Tabla 3.3 y la expresión (3.52) se obtiene la respuesta ideal que presenta el amplificador integrador,

$$G_i(s) = \frac{-1}{s (C R)} \quad (3.53)$$

En la función de transferencia del amplificador integrador (3.53) se observa que existe una red RC , es decir, que se tiene una frecuencia de corte dada por los valores de la resistencia y del capacitor, además de que la magnitud de salida se ve afectada dependiendo del valor de la frecuencia que se tenga en la señal de entrada.

La Tabla 3.5 muestra los valores de los elementos para el Bond Graph del amplificador integrador.

Tabla 3.5 Valor numérico de los componentes del amplificador integrador.

R_i	R_o	K	R_h	C_h	SR	R	C	R_L
$2M\Omega$	75Ω	2×10^5	$1K\Omega$	$3.066562 \times 10^{-5} f$	0.7	10Ω	$1 \times 10^{-4} f$	$1K\Omega$

Considerando los valores de la Tabla 3.5, la respuesta en frecuencia del integrador se muestra en la figura 3.35.

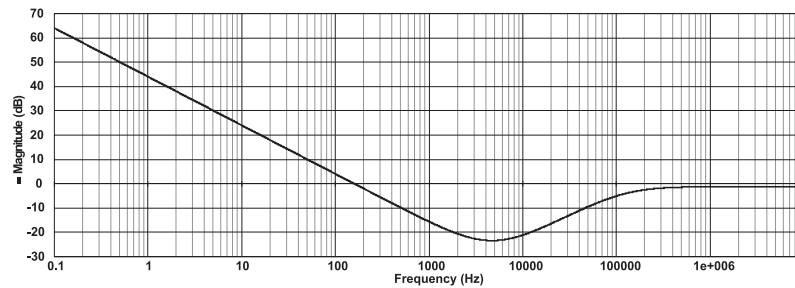


Figura 3.35 Respuesta a la frecuencia del amplificador integrador.

Notar que la respuesta a la frecuencia del amplificador $\mu A741$ en su configuración de integrador de la figura 3.35, se tiene la frecuencia de cruce por cero decibels en $159KHz$, esta frecuencia es la misma que se obtiene al aplicar la ecuación (3.1), con los valores de los elementos de la retroalimentación (RC).

Al observar la respuesta en frecuencia del integrador, se tiene que el valor de la magnitud de salida dependerá de la frecuencia que se tenga como señal de entrada, es decir, que conforme se varía la frecuencia de la señal de entrada, en esa misma proporción varía la señal a la salida.

A continuación se presentan dos gráficas, para ilustrar el efecto que presenta la señal de salida cuando se tiene una señal de entrada con diferente valor de frecuencia.

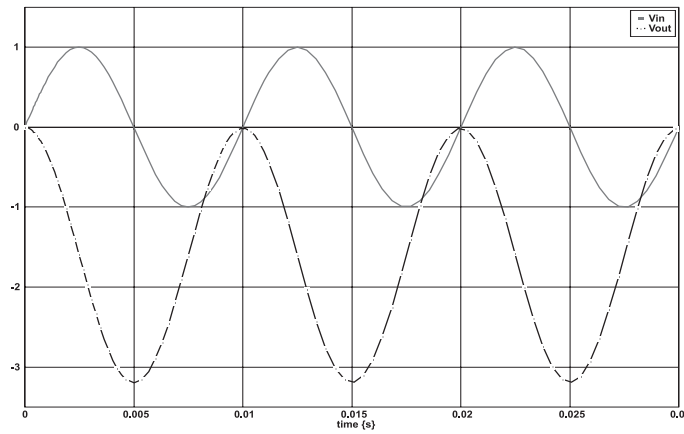


Figura 3.36 Respuesta del amplificador integrador con $f_{in} = 100Hz$.

Para la gráfica de la figura 3.36 se tiene en la entrada del amplificador integrador una señal senoidal $V_{in} = \sin(2\pi ft)$, con $f = 100Hz$, para esta frecuencia el amplificador presenta una ganancia $A_{CL} = -1.5915$, esta ganancia es obtenida de la expresión (3.53), sustituyendo la variable s por su correspondiente valor en el tiempo $j\omega$, donde $\omega = 2\pi f$.

En la figura 3.36 se observa claramente que la señal de salida es una señal cosenoidal, debido a que la integral de una señal seno, es una función coseno negativa, por lo tanto el amplificador integrador está realizando su función correctamente.

Para observar la respuesta que presenta el amplificador para una frecuencia mayor a la que se tiene en el cruce por cero decibels, se aplica en la entrada del amplificador operacional una señal $V_{in} = \sin(2\pi ft)$, con $f = 500Hz$, la figura 3.53 ilustra la

respuesta del integrador para esta entrada, cuando es aplicada ésta señal la ganancia del integrador es $A_{CL} = -0.3183$, esto debido a la atenuación de la magnitud de acuerdo a la figura 3.35.

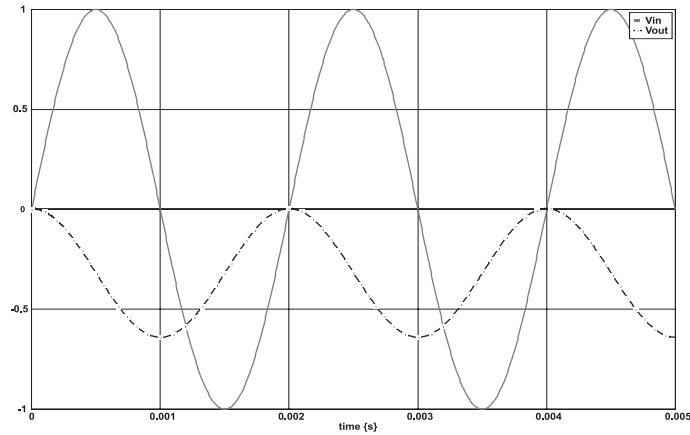


Figura 3.37 Respuesta del amplificador integrador para una $f_{in} = 500Hz$.

e) Modelo del Amplificador Diferenciador

El amplificador diferenciador es un circuito que proporciona a su salida la derivada en el tiempo de la señal de entrada.

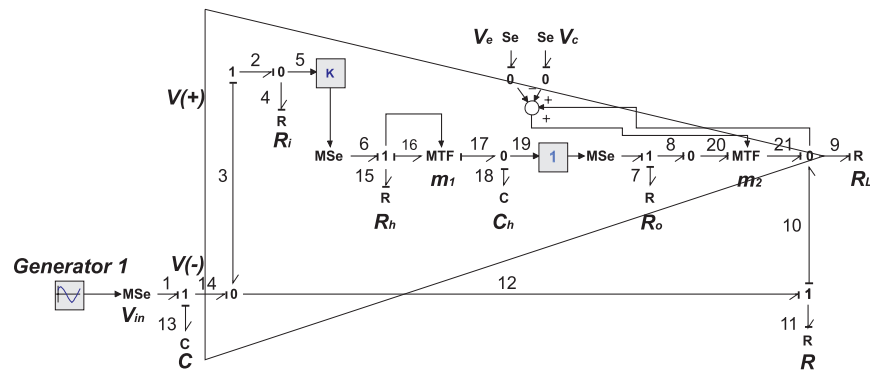


Figura 3.38 Modelo del amplificador operacional en su configuración como derivador.

El modelo del amplificador diferenciador se muestra en la figura 3.38, donde la retroalimentación se realiza por medio de la resistencia R , que se encuentra colocada

en serie entre la salida y la terminal inversora del amplificador, y el capacitor C , que se encuentra colocado en serie con la fuente de entrada MS_e .

Básicamente es el mismo Bond Graph que en el caso del amplificador integrador, con la diferencia de que los elementos externos al amplificador operacional son intercambiados para obtener en esta ocasión la derivada en la salida del operacional.

Los vectores claves para el Bond Graph del amplificador derivador son,

$$x(t) = \begin{bmatrix} q_{13}(t) \\ q_{18}(t) \end{bmatrix}; \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} f_{13}(t) \\ f_{18}(t) \end{bmatrix}; z(t) = \begin{bmatrix} e_{13}(t) \\ e_{18}(t) \end{bmatrix}; \begin{matrix} u(t) = e_1(t) \\ y(t) = e_9(t) \end{matrix}$$

$$D_{in} = \begin{bmatrix} e_4(t) \\ f_7(t) \\ e_9(t) \\ e_{11}(t) \\ e_{15}(t) \end{bmatrix}; D_{out} = \begin{bmatrix} f_4(t) \\ e_7(t) \\ f_9(t) \\ f_{11}(t) \\ f_{15}(t) \end{bmatrix}$$

Las relaciones constitutivas de los elementos que almacenan y disipan energía, están dadas por las expresiones (3.54) y (3.55).

$$F = \text{diag} \left\{ \frac{1}{C}, \frac{1}{C_h} \right\} \quad (3.54)$$

$$L = \text{diag} \left\{ \frac{1}{R_i}, R_o, \frac{1}{R_L}, \frac{1}{R}, \frac{1}{R_h} \right\} \quad (3.55)$$

La matriz de estructura de unión para el Bond Graph de la figura 3.38 es,

$$\begin{bmatrix} f_{13} \\ f_{18} \\ e_4 \\ f_7 \\ e_9 \\ e_{11} \\ e_{15} \\ e_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{m_2} & -\frac{1}{m_2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_2} & 0 & -\frac{1}{m_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -\frac{1}{m_2} & 0 & \frac{1}{m_2} & 0 & 0 & 0 & 1 \\ K & -m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K \\ 0 & \frac{1}{m_2} & 0 & -\frac{1}{m_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{13} \\ e_{18} \\ f_4 \\ e_7 \\ f_9 \\ f_{11} \\ f_{15} \\ e_1 \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

Las matrices de la representación en espacio de estados, son obtenidas, así, la matriz A_p se determina a partir de (2.24), (2.28), (2.29), (3.54), (3.55) y (3.56),

$$A_p = \begin{bmatrix} \frac{1}{C} \left(-\frac{1}{R_i} - \frac{R_o + m_2^2 R_L}{R_o(R+R_L) + Rm_2^2 R_L} \right) & \frac{1}{C_h} \left(-\frac{m_2 R_L}{R_o(R+R_L) + Rm_2^2 R_L} \right) \\ \frac{Km_1}{CR_h} & -\frac{m_1^2}{C_h R_h} \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

De (2.25), (2.28), (2.29), (3.54), (3.55) y (3.56), B_p que está dada por,

$$B_p = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_i} + \frac{R_o + m_2^2 R_L}{R_o(R+R_L) + Rm_2^2 R_L} \\ -K \frac{m_1}{R_h} \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

La matriz C_p es obtenida a partir de (2.26), (2.28), (2.29), (3.54), (3.55) y (3.56),

$$C_p = \begin{bmatrix} -\frac{R_L R_o}{C[R_o(R+R_L) + Rm_2^2 R_L]} & \frac{1}{C_h} \left(\frac{1}{m_2} - \frac{1}{m_2} \frac{R_o(R+R_L)}{R_o(R+R_L) + Rm_2^2 R_L} \right) \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

Finalmente, la matriz D_p se obtiene de (2.27), (2.28), (2.29), (3.54), (3.55) y (3.56),

$$D_p = \begin{bmatrix} \frac{R_L R_o}{R_o(R+R_L) + Rm_2^2 R_L} \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

Con las matrices A_p , B_p , C_p y D_p , la función de transferencia del amplificador diferenciador se obtiene sustituyendo (3.57), (3.58), (3.59) y (3.60) en (3.51). Por lo tanto, la función de transferencia es,

$$G(s) = \frac{(sC_h R_h R_o - K R m_1 m_2 + m_1^2 R_o) C s R_L R_i}{s^2 (C C_h R_h \Delta) + s (C_h R_h \Lambda + C m_1^2 R_o R_i (R + R_L) + C R m_1^2 m_2^2 R_L R_i) + \Phi} \quad (3.61)$$

donde $\Delta = R_o R_i (R + R_L) + R m_2^2 R_L R_i$

$$\Lambda = R_o (R + R_L) + R_i R_o + R_L m_2^2 (R + R_i)$$

$$\Phi = K m_1 m_2 R_L R_i + m_1^2 R_o (R + R_L + R_i) + m_1^2 m_2^2 R_L (R + R_i).$$

De manera similar, como se realizó con las demás configuraciones, de la expresión (3.61) y las consideraciones de la Tabla 3.3, la función de transferencia ideal del amplificador diferenciador ideal es,

$$G_i(s) = -sRC \quad (3.62)$$

En la función de transferencia del amplificador diferencial (3.62) se tiene una red RC , al igual y como se presenta con el amplificador integrador, esta red indica la frecuencia del cruce por cero decibeles.

Considerando los valores de la Tabla 3.5 en el modelo en Bond Graph del amplificador diferenciador y aplicando una entrada $V_{in} = \sin(2\pi ft)$, con $f = 100Hz$, la respuesta en el tiempo es,

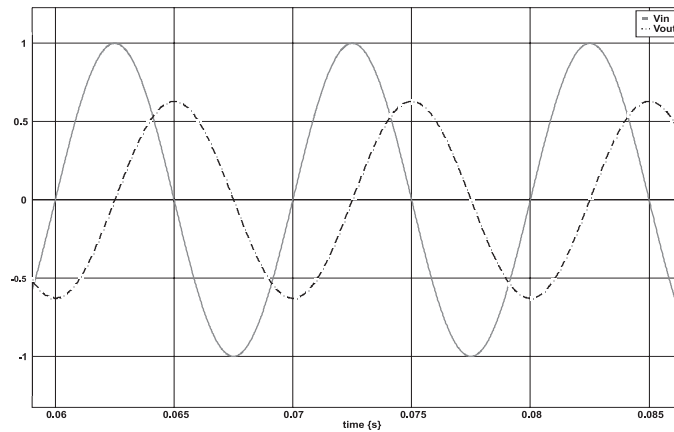


Figura 3.39 Respuesta del amplificador diferenciador con $f_{in} = 100Hz$.

Notar que la figura 3.39 tiene una señal de salida que es una señal cosenoidal tal y como se esperaba; además, para una frecuencia de $100Hz$ el amplificador operacional presenta una ganancia $A_{CL} = -0.6283$, esta ganancia es obtenida de la expresión (3.62), sustituyendo la variables s por su correspondiente valor en el tiempo $j\omega$, donde $\omega = 2\pi f$.

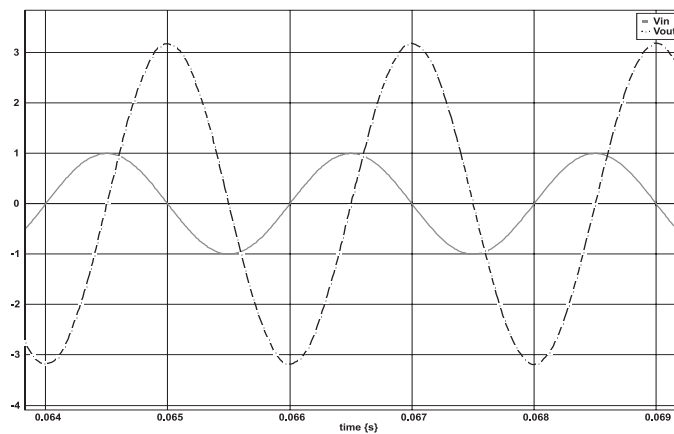


Figura 3.40 Respuesta del amplificador diferenciador con $f_{in} = 500Hz$.

Para la figura 3.40 se tiene una señal de entrada $V_{in} = \sin(2\pi ft)$, con $f = 500Hz$, y la amplitud de la señal de salida cambia, debido a que se tiene una ganancia de lazo cerrado $A_{CL} = -3.1416$ para esta frecuencia.

3.6.2 Retroalimentación Positiva del Modelo

El amplificador operacional puede ser retroalimentado desde la salida hacia la entrada no-inversora, teniendo de esta manera una retroalimentación positiva.

En el modelo en Bond Graph de un amplificador operacional, la retroalimentación positiva se realiza colocando un elemento puerto-1 entre la salida y la unión 1 correspondiente a la entrada no-inversora. Lo anteriormente mencionado, se ilustra con dos configuraciones con retroalimentación positiva, las cuales son mencionadas en las siguientes dos secciones.

a) Modelo del Disparador Schmitt

El modelo del amplificador operacional en su configuración conocida como disparador Schmitt se muestra en la figura 3.41.

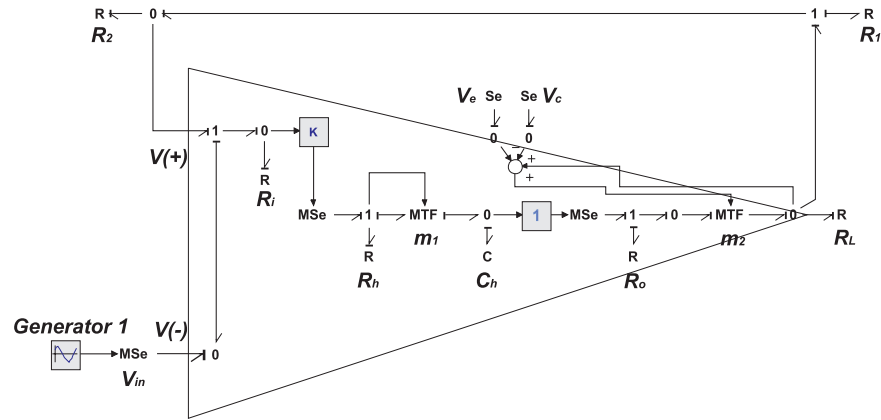


Figura 3.41 Modelo del disparador Schmitt en Bond Graph.

Se observa de la figura 3.41 que la retroalimentación es realizada entre las uniones de la entrada no-inversora y de la salida, además de que la señal de entrada es aplicada en la unión 0, correspondiente a la entrada inversora del amplificador.

Los elementos puerto-1 correspondientes a las resistencias R_1 y R_2 , son los encargados de fijar los valores de umbral a los cuales se presenta el cambio del voltaje de la salida, de acuerdo a lo mencionado en la sección **B4** del Apéndice B.

La figura 3.42 muestra la respuesta del amplificador operacional $\mu A741$ en esta configuración, para una señal de entrada de $V_{in} = 5 \sin(2\pi ft)$, donde $f = 0.1Hz$, considerando los valores numéricos de los parámetros del amplificador operacional $\mu A741$ que se dan en la tabla 3.6.

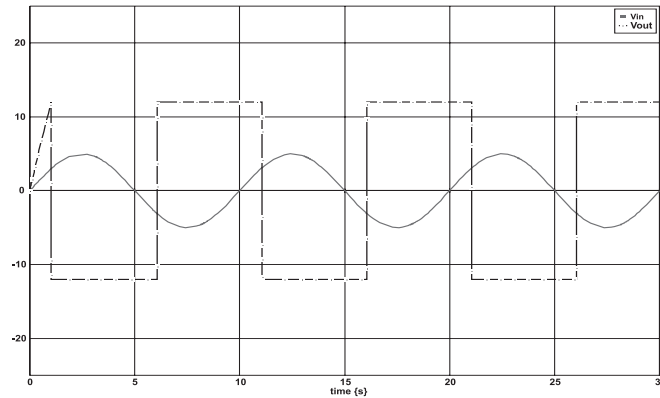


Figura 3.42 Respuesta del Disparador Schmitt.

Tabla 3.6 Valor numérico para el modelo del disparador Schmitt.

R_i	R_o	K	R_h	C_h	SR	R_1	R_2	R_L
$2M\Omega$	75Ω	2×10^5	$1K\Omega$	$3.066562 \times 10^{-5}f$	0.7	300Ω	100Ω	$1K\Omega$

Considerando las expresiones (B.9), (B.10), la Tabla 3.6 y la alimentación del amplificador ($\pm 12V$), el valor de los umbrales es: $V_{UT} = 3V$ y $V_{LT} = -3V$. En la figura 3.42 se aprecia, que el cambio del voltaje de salida se presenta cuando la señal de entrada sobrepasa los $3Volts$.

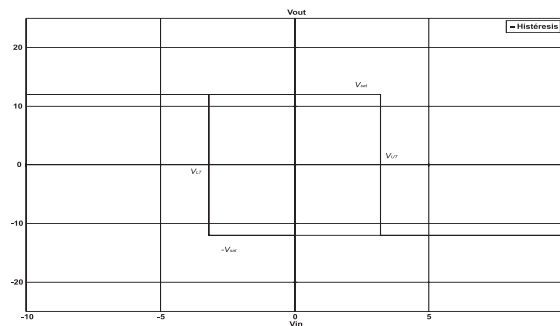


Figura 3.43 Lazo de hitéresis del disparador Schmitt.

Graficando el voltaje de salida en relación con el de la entrada se obtiene el lazo de histéresis, la figura 3.43 muestra el lazo de histéresis del modelo en Bond Graph.

b) Modelo del Disparador Schmitt No-inversor

En el modelo del disparador schmitt se observó que la respuesta que entrega en la salida es contraria a la forma de la señal de entrada, es decir que invierte la salida. En forma similar se tiene un circuito no-inversor, es decir, que la señal de salida no es invertida.

La figura 3.44 muestra el modelo del disparador schmitt no-inversor en Bond Graph, la diferencia que tiene ésta configuración es que la señal de entrada es aplicada en la terminal no-inversora.

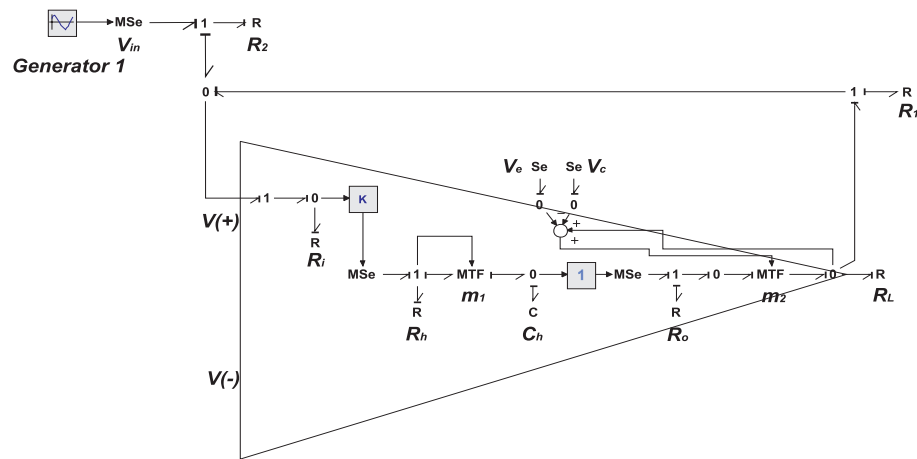


Figura 3.44 Modelo del disparador Schmitt no-inversor.

Los valores de los elementos que componen al Bond Graph de la figura 3.44, son los mismos que para el disparador schmitt inversor con lo cual se obtiene la respuesta de la figura 3.45.

La gráfica de la figura 3.45 muestra la señal de entrada y salida del disparador schmitt no-inversor, donde la señal de entrada es $V_{in} = 5 \sin(2\pi ft)$, con $f = 0.1Hz$. Se observa que la señal de salida tiene el mismo sentido que la de la entrada, es decir, que cuando se presenta el semiciclo positivo, la señal de salida tiene un voltaje positivo y para el semiciclo negativo un voltaje negativo en la salida, por lo tanto, la señal de salida no se encuentra invertida. Los valores de los umbrales son los mismos que presenta el disparador inversor.

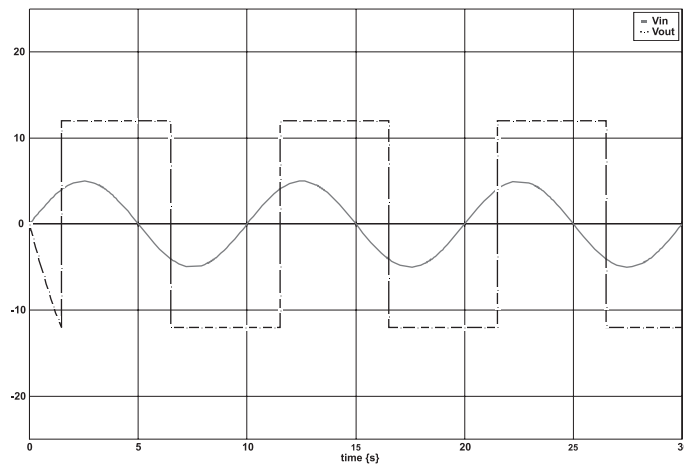


Figura 3.45 Respuesta del disparador Schmitt no-inversor.

En el siguiente capítulo, se presentan algunas configuraciones de filtros activos, utilizando el modelo del amplificador operacional en Bond Graph, debido a que es una de las más importantes aplicaciones que presentan los amplificadores operacionales.

Capítulo 4

Filtros Activos en Bond Graph

4.1 Introducción

En el presente capítulo se estudian algunas de las configuraciones más relevantes del modelo en Bond Graph del amplificador operacional como filtros de frecuencias, este tipo de filtros son conocidos como filtros activos debido a que es utilizado un amplificador operacional para el diseño de los mismos.

4.2 Filtro Pasa Bajas de Primer Orden

El filtro pasa bajas de primer orden como su nombre lo indica solamente deja pasar las frecuencias bajas debido a que se tiene una red RC la cual realiza esta función. La figura 4.1 muestra el esquema de conexión del filtro usando el modelo en Bond Graph del amplificador operacional.

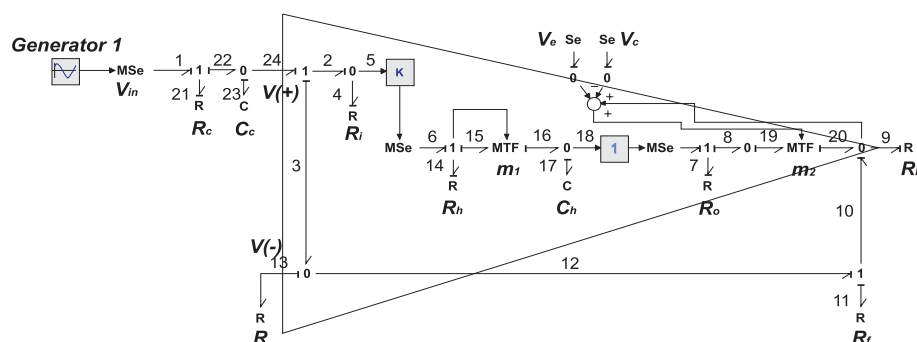


Figura 4.1 Modelo en Bond Graph del filtro Pasa Bajas de Primer Orden.

En la figura 4.1 se observa prácticamente la configuración de un amplificador no-inversor que constituye el filtro, con la diferencia de que en la entrada después del elemento puerto-1 activo y antes de la entrada no inversora del modelo, se encuentran colocados dos elementos puerto-1, correspondientes a un elemento que almacena energía C_c y uno que la disipa R_c . Estos elementos forman una red $R_c C_c$, la cual establece la frecuencia de corte del filtro de acuerdo a la expresión (3.1).

La respuesta a la frecuencia obtenida mediante la simulación en el programa **20-Sim** del modelo del filtro pasa bajas se muestra en la figura 4.2 considerando los valores de la Tabla 4.1 utilizados en el modelo en Bond Graph.

Tabla 4.1 Valores numéricos del Filtro Pasa Bajas de Primer Orden.

R_i	R_o	K	R_h	C_h	SR
$2M\Omega$	75Ω	2×10^5	$1K\Omega$	$3.066562 \times 10^{-5} f$	0.7
R	R_f	R_L	R_C	C_C	
$10K\Omega$	$10K\Omega$	$1K\Omega$	$15.9K\Omega$	$1 \times 10^{-8} f$	

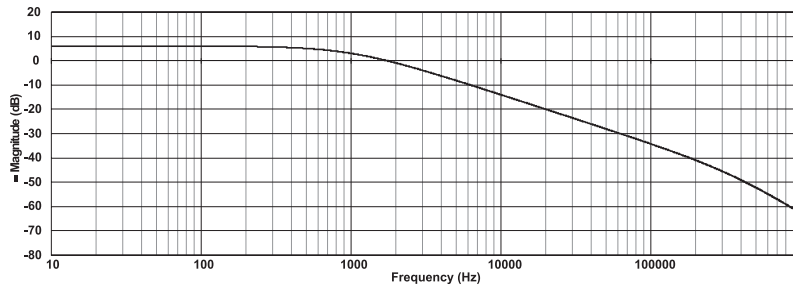


Figura 4.2 Respuesta a la frecuencia del filtro Pasa Bajas de Primer Orden.

Nótese en la gráfica de la figura 4.2 que el filtro solamente deja pasar componentes de frecuencias menores a la frecuencia de corte de $1KHz$; el valor de la frecuencia de corte es el mismo que se obtiene a partir de los valores de la Tabla 4.1 y la expresión (3.1), aplicada a los términos R_c y C_c .

El valor de la magnitud de la señal de salida a la frecuencia de corte es 0.707 del valor de la señal de entrada, multiplicada por la ganancia del amplificador operacional.

El modelo del filtro pasa bajas tiene un amplificador no-inversor con una ganancia de lazo cerrado $A_{CL} = 2$, esto de acuerdo a los valores de la Tabla 4.1 y de la ecuación (3.31) correspondiente a este tipo de configuración.

Como se tiene una ganancia $A_{CL} = 2$, en la figura 4.2 se observa que el valor de la magnitud para las frecuencias menores a la de corte es de $6dB$. El efecto del filtro se aprecia de una manera más clara en la figura 4.3, en la cual se muestra la respuesta de salida del filtro para diferentes valores de frecuencia.

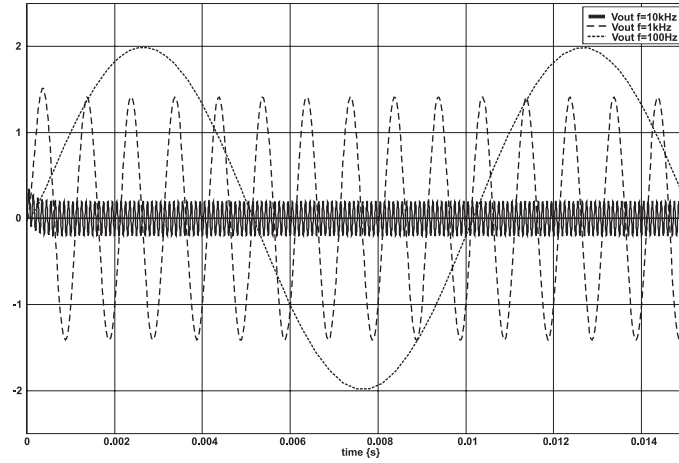


Figura 4.3 Respuesta del filtro Pasa Bajas de Primer Orden para diferentes frecuencias.

La figura 4.3 indica que cuando se tiene una frecuencia $f = 100Hz$ en la fuente de entrada siendo menor a la frecuencia de $1KHz$, la respuesta en la salida del amplificador tiene un valor en amplitud de 2, que corresponde a la ganancia del amplificador no-inversor, esto debido a que la señal de entrada tiene una amplitud unitaria.

En la frecuencia de corte $f_c = 1KHz$, la respuesta en la salida es 0.707 veces la ganancia que presenta el amplificador operacional.

Finalmente, a una frecuencia en la señal de entrada de $10KHz$, la magnitud de la señal de salida es muy pequeña, debido a que la frecuencia de corte ha sido pasada y el filtro ya se encuentra rechazando el valor de dicha frecuencia, es decir, ya no permite que se manifieste con amplitud significativa la salida del amplificador. La gráfica de la figura 4.3 puede ser verificada con la gráfica de la figura 4.2.

La función de transferencia del filtro pasa bajas se obtiene a partir de la representación en variables de estado del sistema y posteriormente se determina la respuesta en el dominio de la frecuencia.

Los vectores clave del Bond Graph de la figura 4.1 son,

$$x(t) = \begin{bmatrix} q_{17}(t) \\ q_{23}(t) \end{bmatrix}; \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} f_{17}(t) \\ f_{23}(t) \end{bmatrix}; z(t) = \begin{bmatrix} e_{17}(t) \\ e_{23}(t) \end{bmatrix}; \begin{matrix} u(t) = e_1(t) \\ y(t) = e_9(t) \end{matrix}$$

$$D_{in} = \begin{bmatrix} e_4(t) \\ e_7(t) \\ e_9(t) \\ f_{11}(t) \\ f_{13}(t) \\ e_{14}(t) \\ e_{21}(t) \end{bmatrix}; D_{out} = \begin{bmatrix} f_4(t) \\ f_7(t) \\ f_9(t) \\ e_{11}(t) \\ e_{13}(t) \\ f_{14}(t) \\ f_{21}(t) \end{bmatrix}$$

Las relaciones constitutivas de los elementos que almacenan y disipan energía son,

$$F = \text{diag} \left\{ \frac{1}{C_h}, \frac{1}{C_c} \right\} \quad (4.1)$$

$$L = \text{diag} \left\{ \frac{1}{R_i}, \frac{1}{R_o}, \frac{1}{R_L}, R_f, R, \frac{1}{R_h}, \frac{1}{R_c} \right\} \quad (4.2)$$

La estructura de unión es,

$$\begin{bmatrix} f_{17} \\ f_{23} \\ e_4 \\ e_7 \\ e_9 \\ f_{11} \\ f_{13} \\ e_{14} \\ e_{21} \\ e_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_2 & -m_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -m_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & m_2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -m_1 & K & 0 & 0 & 0 & 0 & -K & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{17} \\ e_{23} \\ f_4 \\ f_7 \\ f_9 \\ e_{11} \\ e_{13} \\ f_{14} \\ f_{21} \\ e_1 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

A partir de la estructura de unión (4.3), los vectores claves (4.1), (4.2) y aplicando las ecuaciones (2.24), (2.25), (2.26), (2.27), (2.28), (2.29), las matrices A_p , B_p , C_p y D_p , son obtenidas,

$$A_p = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_h} \left(\frac{-R - R_f - RK}{RR_h + R_f R_h} \right) & \frac{1}{C_c} \left(\frac{K(R + R_f)}{RR_h + R_f R_h} \right) \\ 0 & \frac{1}{C_c} \left(\frac{-R - R_f}{RR_c + R_f R_c} \right) \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{R_c} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$C_p = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_h} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$D_p = 0 \quad (4.7)$$

En las matrices (4.4), (4.5) y (4.6), se aprecia que el valor de la resistencia R_o , R_i y R_L no aparece en ninguna de las matrices, esto se debe a la simplificación del análisis considerando características ideales del amplificador operacional sobre estas resistencias, es decir, $R_o = 0$, $R_i = R_L \rightarrow \infty$.

Una vez que se tienen las matrices A_p , B_p , C_p y D_p y aplicando la ecuación (3.51), la función de transferencia del filtro pasa bajas es,

$$G(s) = \frac{e_9(s)}{e_1(s)} = \frac{(R + R_f) K}{R + R_f + RK + s[(C_c R_c + C_h R_h)(R + R_f) + RK C_c R_c] + s^2 C_c C_h R_c R_h (R + R_f)} \quad (4.8)$$

Aplicando el $\lim_{K \rightarrow \infty} G(s)$ la función de transferencia del filtro pasa bajas queda expresada por (4.9).

$$G_i(s) = \frac{A_{CL} \left(\frac{1}{C_c R_c} \right)}{\frac{1}{C_c R_c} + s} \quad (4.9)$$

donde $A_{CL} = 1 + \frac{R_f}{R}$.

La función de transferencia del filtro pasa bajas indica que la ganancia del amplificador no inversor esta presente (A_{CL}), además de que se tiene un sólo polo en la función de transferencia. La ubicación de este polo indica la frecuencia de corte del filtro.

Utilizando los valores de la Tabla 4.1, el polo del filtro está ubicado en $\frac{1}{R_c C_c} = 6289.3 \text{ rad}$, lo que equivale a 1 KHz la cual es la frecuencia de corte del filtro.

4.3 Filtro Pasa Altas de Primer Orden

La implementación de este tipo de filtro es muy similar a la que se presentó en la sección anterior para el filtro pasa bajas, debido a que solamente se intercambian de posición los elementos que se encuentran en la entrada del amplificador no inversor, es decir, los elementos puerto-1 correspondientes a la resistencia R_c y al capacitor C_c , así, el Bond Graph del filtro pasa altas se muestra en la figura 4.4.

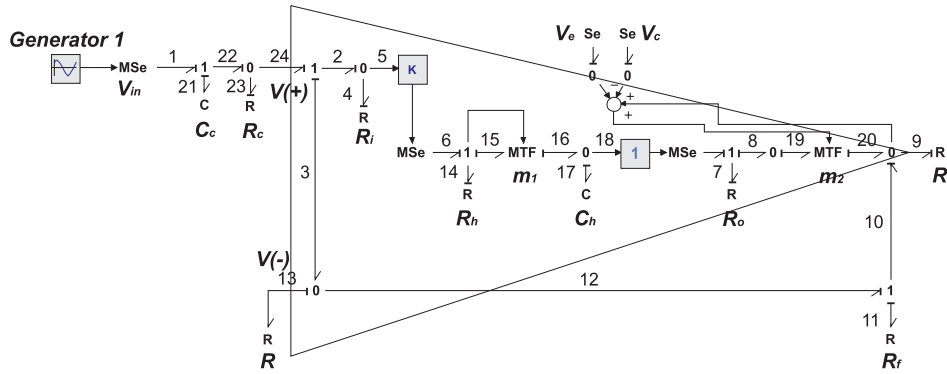


Figura 4.4 Modelo en Bond Graph del filtro Pasa Altas de Primer Orden.

Considerando los valores de la Tabla 4.1 para el modelo en Bond Graph de la figura 4.4, la respuesta a la frecuencia del filtro se muestra en la figura 4.5.

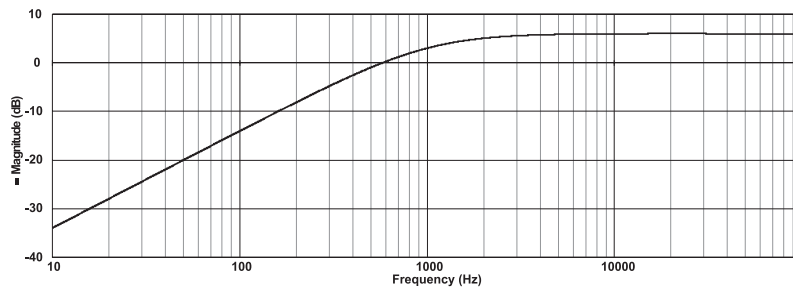


Figura 4.5 Respuesta a la frecuencia del filtro Pasa Altas de Primer Orden.

Nótese en la gráfica de la figura 4.5 que el filtro rechaza las frecuencias bajas respecto a la frecuencia de corte $f_c = 1KHz$ y por el contrario, las frecuencias altas o arriba de la frecuencia de corte presentan la ganancia de lazo cerrado del amplificador no inversor.

La frecuencia de corte del filtro está colocada en $f_c = 1KHz$, debido a la expresión (3.1) y los valores de la Tabla 4.1.

Aunque el modelo del filtro pasa altas sea muy similar al del filtro pasa bajas, la respuesta en función de transferencia de ambos cambia, debido a que el filtro pasa bajas no contiene ningún cero, es decir, que en la respuesta del filtro pasa bajas (4.9), solamente se encuentra colocado un término de s en el denominador (polo) y no se encuentra ninguno en el numerador (cero).

Por el contrario, en el filtro pasa altas se encuentra colocado un cero, en la función de transferencia, la cual se determina a continuación.

Los vectores clave para el Bond Graph de la figura 4.4 son,

$$x(t) = \begin{bmatrix} q_{17}(t) \\ q_{21}(t) \end{bmatrix}; \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} f_{17}(t) \\ f_{21}(t) \end{bmatrix}; z(t) = \begin{bmatrix} e_{17}(t) \\ e_{21}(t) \end{bmatrix}; \begin{matrix} u(t) = e_1(t) \\ y(t) = e_9(t) \end{matrix}$$

$$D_{in} = \begin{bmatrix} e_4(t) \\ e_7(t) \\ e_9(t) \\ f_{11}(t) \\ f_{13}(t) \\ e_{14}(t) \\ e_{23}(t) \end{bmatrix}; D_{out} = \begin{bmatrix} f_4(t) \\ f_7(t) \\ f_9(t) \\ e_{11}(t) \\ e_{13}(t) \\ f_{14}(t) \\ f_{23}(t) \end{bmatrix}$$

Las relaciones constitutivas de los elementos que disipan y almacenan energía están dadas por las siguientes expresiones (4.1) y (4.2).

La matriz de estructura de unión del filtro pasa altas es,

$$\begin{bmatrix} f_{17} \\ f_{21} \\ e_4 \\ e_7 \\ e_9 \\ f_{11} \\ f_{13} \\ e_{14} \\ e_{23} \\ e_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_2 & -m_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -m_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & m_2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -m_1 & -K & 0 & 0 & 0 & 0 & -K & 0 & 0 & K \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{17} \\ e_{21} \\ f_4 \\ f_7 \\ f_9 \\ e_{11} \\ e_{13} \\ f_{14} \\ f_{23} \\ e_1 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

La matriz de estructura de unión es muy similar a la del filtro pasa bajas, con la diferencia de la submatriz S_{23} , debido a la relación que presenta la entrada con respecto a los elementos que disipan energía.

Utilizando las expresiones (2.24), (2.25), (2.26), (2.27) y (2.28), las relaciones constitutivas de los elementos que disipan y almacenan energía y la estructura de unión

(4.10), se obtienen las matrices A_p, B_p, C_p y D_p .

$$A_p = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_h} \left(-\frac{1}{R_h} - \frac{K R R_L R_i}{R_h \Delta} \right) & \frac{1}{C_1} \left(-\frac{K}{R_h} + \frac{K R R_L R_f}{R_h \Delta} \right) \\ -\frac{R R_L}{C_h \Delta} & \frac{1}{C_1} \left(-\frac{1}{R_1} - \frac{R R_L + R_L R}{\Delta} \right) \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

donde $\Delta = R R_L R_f + R R_L R_i + R_L R_f R_i$

$$B_p = \begin{bmatrix} \frac{K}{R_h} - \frac{K R R_L R_f}{R_h \Delta} \\ \frac{1}{R_1} + \frac{R R_L + R_L R_f}{\Delta} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$$C_p = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_h} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

$$D_p = 0 \quad (4.14)$$

Aplicando la expresión (3.51) a las matrices obtenidas, se encuentra la función de transferencia del filtro pasa altas.

$$G(s) = \frac{(R s C_c + s C_c R_f)(R + R_f) R_c}{R R_f + R s C_c R_c R_f + R^2 + R^2 s C_c R_c} \quad (4.15)$$

En la expresión (4.15) no aparece el término de la resistencia de salida del amplificador operacional, debido a que fué despreciada (al igual y como se realizó en el filtro pasa bajas) desde las matrices A_p, B_p, C_p y D_p , para simplificar los cálculos; también se factorizó el término de la ganancia de lazo abierto K , tanto en el numerador como en el denominador y se aplicó el límite cuando $K \rightarrow \infty$, obteniéndose la expresión (4.15).

Al factorizar términos semejantes en el numerador y denominador de (4.15), se obtiene la función de transferencia del filtro pasa altas de acuerdo a [14], dada por la expresión (4.16).

$$G_i(s) = \frac{s \left(1 + \frac{R_f}{R} \right)}{s + \frac{1}{C_1 R_1}} \quad (4.16)$$

El zero en la función de transferencia indica que la respuesta a la frecuencia del sistema aumenta $20dB$ por década hasta la frecuencia de corte, donde el cero es cancelado con el polo y la respuesta se mantiene en una línea constante, debido a que se están cancelando $20dB$ del zero, con $-20dB$ que presenta el polo por década.

Para observar la respuesta en el tiempo que presenta el filtro pasa altas, se muestran las figuras 4.6 a 4.8, la magnitud de las señales senoidales es de $1V$ con diferentes frecuencias en la señal de entrada, para observar el efecto que presenta el filtro considerando los valores de la tabla 4.1 y un amplificador operacional $\mu A741$.

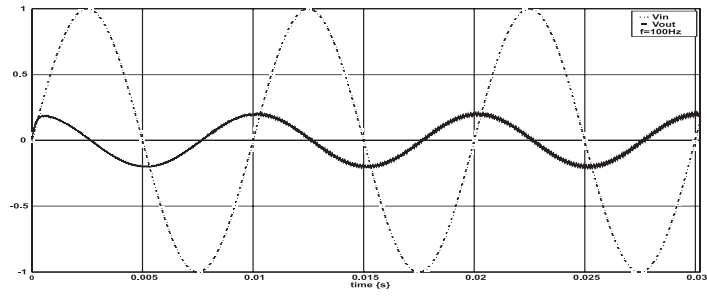


Figura 4.6 Respuesta en el tiempo del filtro Pasa Altas para $f_c = 100Hz$.

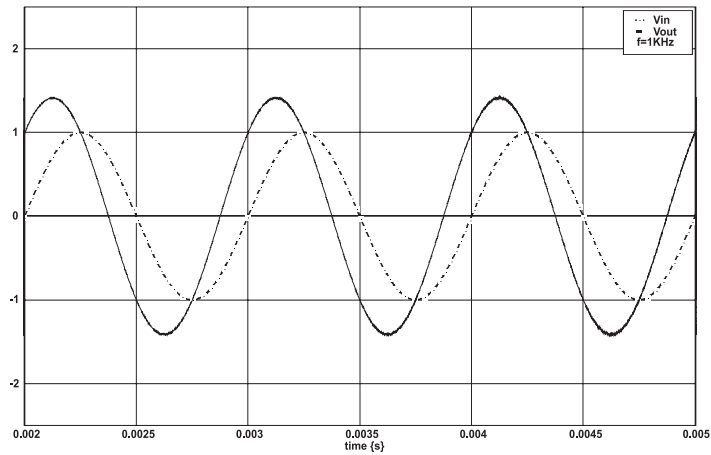


Figura 4.7 Respuesta en el tiempo del filtro Pasa Altas para $f_c = 1KHz$.

Cuando se tiene una frecuencia $f = 100Hz$ en la fuente de entrada siendo menor a la frecuencia de corte, la respuesta del filtro se encuentra atenuada, debido a que el filtro

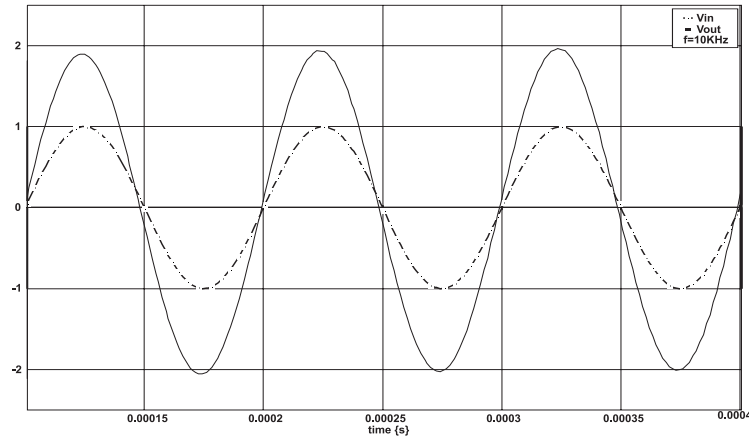


Figura 4.8 Respuesta en el tiempo del filtro Pasa Altas para $f_c = 10KHz$.

rechaza las bajas frecuencias (figura 4.6); para una frecuencia igual a la frecuencia de corte $f = 1KHz$, la salida se encuentra atenuada por un factor 0.707 veces la ganancia del amplificador, que corresponden a $-3dB$ que se tienen presente en la frecuencia de corte (figura 4.7); por último a una frecuencia mayor $f = 10KHz$, la respuesta en la salida del filtro, es la señal de entrada multiplicada por la ganancia que presenta el amplificador que para este caso es $A_{CL} = 2$ (figura 4.8).

Las respuestas del filtro pasa altas en Bond Graph pueden ser comprobadas mediante la implementación física del amplificador $\mu A741$, así la figura 4.9 muestra la respuesta real del filtro a una entrada senoidal aproximada de $1V$ con $f = 100Hz$.

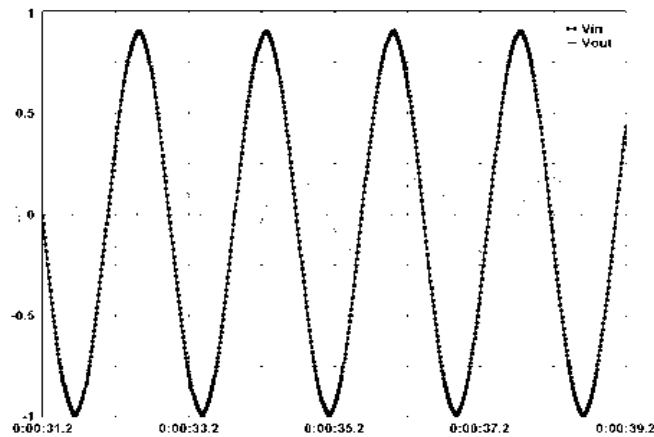


Figura 4.9 Respuesta real del filtro Pasa Altas para $f = 100Hz$ en la señal de entrada.

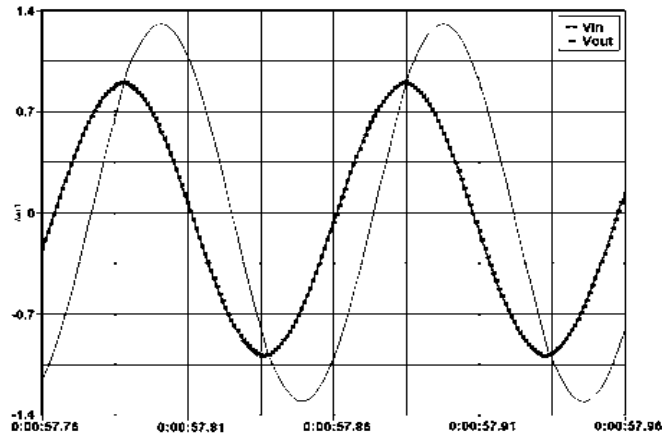


Figura 4.10 Respuesta real del filtro Pasa Altas para $f = 1KHz$ en la señal de entrada.

Al aplicar una entrada de la misma magnitud con una frecuencia mayor ($f = 1KHz$) al filtro implementado físicamente, se obtiene la respuesta mostrada en la figura 4.10.

De las figuras 4.9 y 4.9, así como también 4.9 y 4.9 se observa la similitud que estas tienen, por lo tanto las respuestas del filtro pasa altas en Bond Graph son comprobadas.

En las figuras 4.6 a 4.8, se observa claramente para las tres frecuencias, que la señal de salida no se encuentra en fase con la señal de entrada, esto se debe a la ubicación del polo que ocasiona una disminución en la fase, es decir, 90° que se tienen por la ubicación del zero en el origen, el polo hace que disminuya hasta 0° teniendo en la frecuencia de corte un valor de 45° .

La gráfica de fase del filtro pasa altas en Bond Graph se muestra en la figura 4.11.

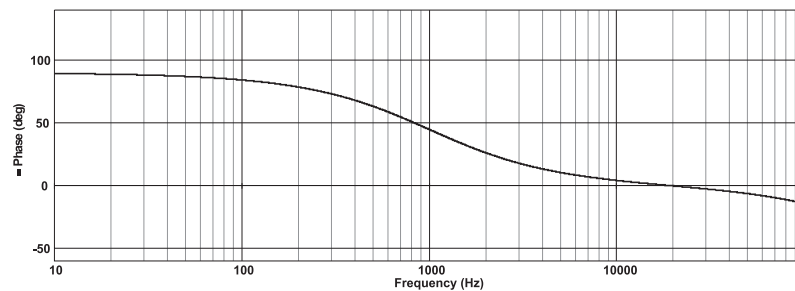


Figura 4.11 Grafica de fase del filtro Pasa Altas.

En la gráfica de fase del filtro de la figura 4.11 para una frecuencia mayor a $20KHz$ la fase empieza a decaer más abajo de 0° , esto se debe al efecto que empieza a ocasionar

la frecuencia de corte natural del amplificador operacional, por lo tanto, cuando se utiliza este tipo de filtros en la práctica es importante tener en cuenta la frecuencia de corte del amplificador operacional, ya que dependiendo del amplificador operacional que sea utilizado y la aplicación que se requiera esta frecuencia puede afectar en el diseño del filtro.

4.4 Filtro Pasa Bajas de Segundo Orden

El filtro pasa bajas de segundo orden realiza la misma función que el filtro pasa bajas de primer orden con la diferencia de que la atenuación por década que presenta en la respuesta a la frecuencia es el doble, es decir, que tiene una caída de $-40dB$ por década a partir de la frecuencia de corte.

La figura 4.12 muestra el diagrama en Bond Graph del filtro pasa bajas de segundo orden.

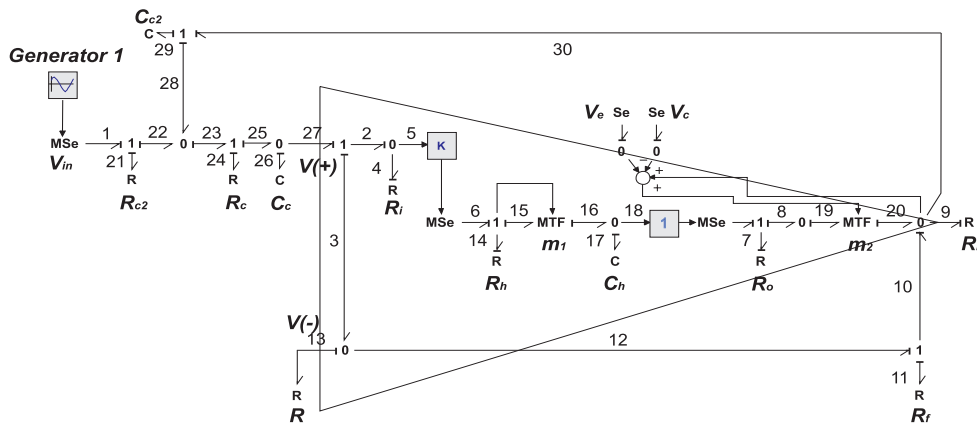


Figura 4.12 Modelo en Bond Graph del filtro Pasa Bajas de Segundo Orden.

El orden del filtro está dado por la cantidad de elementos que almacenan energía conectados al amplificador operacional, así, en este filtro se tienen dos elementos puerto-1 de almacenamiento en la parte externa del amplificador, uno de ellos está colocado en serie entre la salida y la entrada, y el otro en paralelo con la entrada no-inversora del amplificador.

En forma similar, la respuesta en función de transferencia del filtro pasa altas de segundo orden en Bond Graph se obtiene a continuación.

Los vectores clave son,

$$\begin{aligned}
 x(t) &= \begin{bmatrix} q_{17}(t) \\ q_{26}(t) \\ q_{29}(t) \end{bmatrix}; \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} f_{17}(t) \\ f_{26}(t) \\ f_{29}(t) \end{bmatrix}; z(t) = \begin{bmatrix} e_{17}(t) \\ e_{26}(t) \\ e_{29}(t) \end{bmatrix} \\
 D_{in} &= \begin{bmatrix} e_4(t) & e_7(t) & e_9(t) & e_{11}(t) & f_{13}(t) & e_{14}(t) & e_{21}(t) & f_{24}(t) \end{bmatrix}^T \\
 D_{out} &= \begin{bmatrix} f_4(t) & f_7(t) & f_9(t) & f_{11}(t) & e_{13}(t) & f_{14}(t) & f_{21}(t) & e_{24}(t) \end{bmatrix}^T \\
 u(t) &= e_1(t); y(t) = e_9(t)
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

De acuerdo a la causalidad que presentan los elementos que disipan y almacenan energía, se tienen las relaciones constitutivas dadas por las expresiones (4.18) y (4.19), respectivamente.

$$L = \text{diag} \left\{ \frac{1}{R_i}, \frac{1}{R_o}, \frac{1}{R_L}, R_f, R, \frac{1}{R_h}, \frac{1}{R_{c2}}, R_c \right\} \tag{4.18}$$

$$F = \text{diag} \left\{ \frac{1}{C_h}, \frac{1}{C_c}, \frac{1}{C_{c2}} \right\} \tag{4.19}$$

Las submatrices de la estructura de unión son,

$$\begin{aligned}
 S_{11} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; S_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_1 & 0 & 0 \\ -1 & m_2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & m_2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; S_{13} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 S_{21} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -m_2 & -m_2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -m_1 & K & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; S_{23} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; S_{32} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T; S_{31} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

$$S_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -m_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -K & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & m_2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; S_{33} = 0$$

A partir de las submatrices de la estructura de unión y las relaciones constitutivas, las matrices A_p , B_p , C_p y D_p , son calculadas de acuerdo a (2.24), (2.25), (2.26), (2.27) y (2.28).

$$A_p = \begin{bmatrix} \frac{-1}{C_h} \left(\frac{1}{R_h} + \frac{K R R_{c2} R_c R_L R_i}{R_h \Delta} \right) & \frac{1}{C_1} \left(\frac{K}{R_h} - \frac{K R R_{c2} R_c R_L R_f}{R_h \Delta} \right) & 0 \\ \frac{1}{C_h} \left(\frac{R R_{c2} R_c R_L}{\Delta} + \frac{1}{R_c} \right) & \frac{-1}{C_1} \left(\frac{R_{c2} R_c R_L R_f + R R_{c2} R_c R_L}{\Delta} + \frac{1}{R_c} \right) & \frac{-1}{C_2 R_c} \\ \frac{R_{c2} + R_c}{C_h R_{c2} R_c} & \frac{1}{C_1} \left(\frac{1}{R_{c2}} - \frac{R_{c2} + R_c}{R_{c2} R_c} \right) & -\frac{R_{c2} + R_c}{C_2 R_{c2} R_c} \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

donde $\Delta = (R R_L R_f + R R_L R_i + R_L R_f R_i) R_{c2} R_c$.

$$B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -\frac{1}{R_{c2}} \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

$$C_p = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_h} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

$$D_p = 0 \quad (4.24)$$

Para reducir el número de elementos que aparecen en las matrices A_p , B_p , C_p y D_p se hace $R_o = 0$, en cada una de ellas.

De la expresión (3.51) y las matrices (4.21), (4.22), (4.23) y (4.24), la función de transferencia es,

$$G(s) = \frac{R R_i + R_f R_i}{R R_i + R s C_{c2} R_{c2} R_i + R s C_{c2} R_c R_i - s C_c R_{c2} R_f R_i + R s^2 C_{c2} C_c R_{c2} R_c R_i} \quad (4.25)$$

La función de transferencia dada en la expresión (4.25), se obtuvo aplicando las consideraciones de la Tabla 3.3, para los elementos que aparecen en la expresión (4.25).

Factorizando y simplificando términos en el numerador y denominador se obtiene la función de transferencia ideal del filtro, de acuerdo a [14].

$$G_i(s) = \frac{1 + \frac{R_f}{R}}{\frac{C_{c2}C_cR_{c2}R_c}{s^2 + s \left(\frac{1}{C_cR_c} + \frac{1}{C_cR_{c2}} - \frac{\frac{R_f}{R}}{C_{c2}R_c} \right) + \frac{1}{C_{c2}C_cR_{c2}R_c}}} \quad (4.26)$$

La forma estándar de un filtro pasa bajas de segundo orden está dada por,

$$T_{LP}(S) = \frac{T_{LP}(j0) \omega_o^2}{S^2 + \left(\frac{\omega_o}{Q} \right) S + \omega_o^2} \quad (4.27)$$

donde $T_{LP}(j0)$ es el valor de $T_{LP}(s)$ en corriente directa.

ω_o es la frecuencia natural.

Q es el factor de calidad del polo y está relacionado con el factor de amortiguamiento, de acuerdo a $\zeta = 1/2Q$.

Comparando la función de transferencia del filtro (4.26), con la forma estándar (4.27) se obtiene la frecuencia del polo dada por,

$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{C_{c2}C_cR_{c2}R_c}} \quad (4.28)$$

El término $\frac{\omega_o}{Q}$ de la expresión (4.27), indican si el sistema presenta un sobre impulso o no en la frecuencia de corte.

La respuesta a la frecuencia del filtro se muestra en la figura 4.13 y se obtiene considerando los valores numéricos de la tabla (4.2).

Tabla 4.2 Valores numéricos del Filtro Pasa Bajas de Segundo Orden.

R_i	R_o	K	R_h	C_h	SR	
$2M\Omega$	75Ω	2×10^5	$1K\Omega$	$3.066562 \times 10^{-5}f$	0.7	
R	R_f	R_L	R_c	C_c	R_{c2}	C_{c2}
$27K\Omega$	$15.8K\Omega$	$1K\Omega$	$33.86K\Omega$	$4.7 \times 10^{-9}f$	$33.86K\Omega$	$4.7 \times 10^{-9}f$

Notar que la gráfica de la figura 4.13 la respuesta es muy similar a la del filtro pasa bajas de primer orden, con la diferencia de la atenuación. Por lo tanto, el modelo del filtro pasa bajas de segundo orden, realiza su función correctamente.

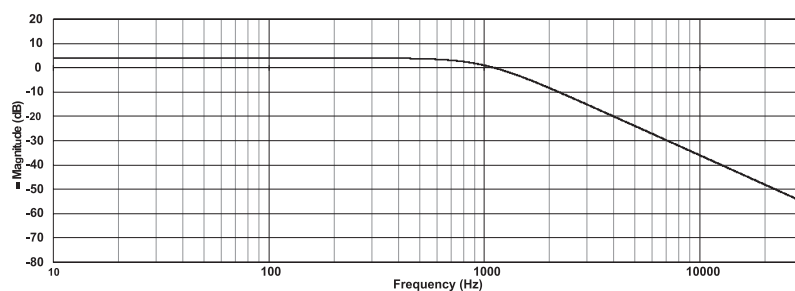


Figura 4.13 Respuesta a la frecuencia del Filtro Pasa Bajas de Segundo Orden.

4.5 Filtro Pasa Altas de Segundo Orden

El Bond Graph del filtro se presenta en la figura 4.14.

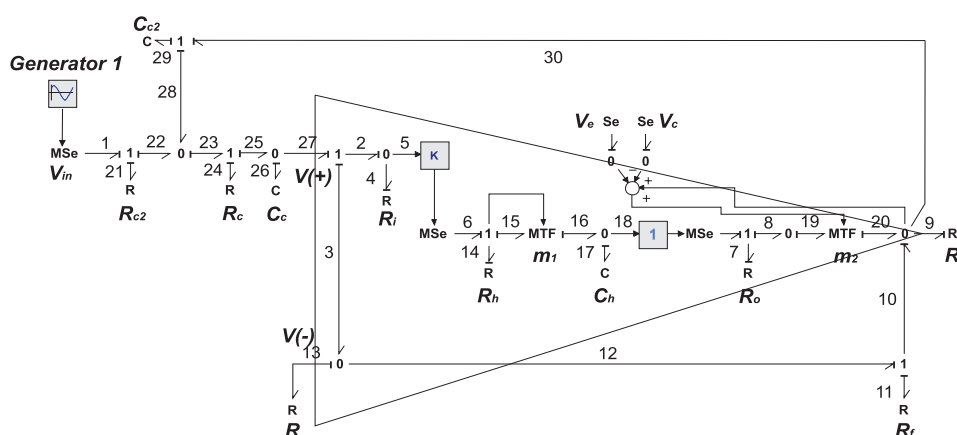


Figura 4.14 Modelo en Bond Graph del filtro Pasa Altas de Segundo Orden.

De la figura 4.14 se observa que el filtro es prácticamente el mismo que el de la figura 4.12, con la diferencia de que los elementos conectados en la entrada del amplificador se encuentran intercambiados de posición.

Aplicando los valores de la Tabla 4.2 al Bond Graph del filtro pasa altas de segundo orden, la respuesta a la frecuencia es obtenida en la figura 4.15.

La gráfica de la figura 4.15 indica que la elevación que presenta la curva para frecuencias bajas a partir de la frecuencia de corte es de $40dB$ por década, hasta llegar al valor de la frecuencia de corte.

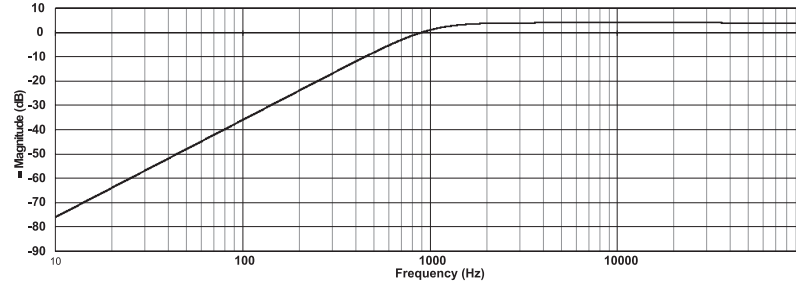


Figura 4.15 Respuesta a la frecuencia del filtro Pasa Altas de Segundo Orden.

La frecuencia de corte del filtro pasa altas de segundo orden se puede obtener a partir de la realización en espacio de estado que se obtiene a continuación.

Los vectores clave del Bond Graph son,

$$\begin{aligned}
 x(t) &= \begin{bmatrix} q_{17}(t) \\ q_{21}(t) \\ q_{24}(t) \end{bmatrix}; \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} f_{17}(t) \\ f_{21}(t) \\ f_{24}(t) \end{bmatrix}; z(t) = \begin{bmatrix} e_{17}(t) \\ e_{21}(t) \\ e_{24}(t) \end{bmatrix} \\
 D_{in} &= \begin{bmatrix} e_4(t) & e_7(t) & e_9(t) & f_{11}(t) & f_{13}(t) & e_{14}(t) & e_{26}(t) & e_{29}(t) \end{bmatrix}^T \\
 D_{out} &= \begin{bmatrix} f_4(t) & f_7(t) & f_9(t) & e_{11}(t) & e_{13}(t) & f_{14}(t) & f_{26}(t) & f_{29}(t) \end{bmatrix}^T \\
 u(t) &= e_1(t); y(t) = e_9(t)
 \end{aligned} \tag{4.29}$$

Las relaciones constitutivas del modelo son,

$$F = \text{diag} \left\{ \frac{1}{C_h}, \frac{1}{C_{c2}}, \frac{1}{C_c} \right\} \tag{4.30}$$

$$L = \text{diag} \left\{ \frac{1}{R_i}, \frac{1}{R_o}, \frac{1}{R_L}, R_f, R, \frac{1}{R_h}, \frac{1}{R_c}, \frac{1}{R_{c2}} \right\} \tag{4.31}$$

Las submatrices de la estructura de unión están dadas en la expresión (4.32).

$$\begin{aligned}
 S_{11} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; S_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; S_{13} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 S_{21} &= \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -m_1 & -K & -K \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; S_{23} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ K \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}; S_{32} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T; S_{31} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 S_{22} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 & -m_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -m_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & m_2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -K & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; S_{33} = 0
 \end{aligned} \tag{4.32}$$

A partir de las relaciones constitutivas (4.30), (4.31) y las submatrices de la estructura de unión (4.32), se aplican las expresiones (2.24), (2.25), (2.26), (2.27) y (2.28) para obtener las matrices A_p , B_p , C_p y D_p del sistema.

$$A_p = \begin{bmatrix} \frac{-1}{C_h} \left(\frac{\Delta + KRR_{c2}R_L R_i}{R_h \Delta} \right) & \frac{KRR_{c2}R_L R_f - K\Delta}{C_{c2}R_h \Delta} & \frac{1}{C_c} \left(\frac{KRR_{c2}R_L R_f - K\Delta}{R_h \Delta} \right) \\ \frac{-1}{C_h} \left(\frac{RR_{c2}R_L + RR_L R_f + RR_L R_i + R_L R_f R_i}{\Delta} \right) & \frac{-1}{C_{c2}} \left(\frac{R_c \Delta + \Lambda + R_{c2} \Delta}{\Delta} \right) & \frac{-1}{C_c} \left(\frac{R_c \Delta + \Lambda}{\Delta} \right) \\ -\frac{RR_{c2}R_L}{C_h \Delta} & \frac{-1}{C_{c2}} \left(\frac{R_c \Delta + \Lambda}{\Delta} \right) & \frac{-1}{C_c} \left(\frac{R_c \Delta + \Lambda}{\Delta} \right) \end{bmatrix} \tag{4.33}$$

donde $\Delta = R_{c2}R_L (RR_f + R_i (R + R_f))$.

$\Lambda = R_{c2}R_L (R + R_f)$.

$$B_p = \begin{bmatrix} \frac{K\Delta - KRR_{c2}R_L R_f}{R_c \Delta + \frac{R_h \Delta}{\Lambda} + R_{c2} \Delta} \\ \frac{R_c \Delta + \Lambda}{\Delta} \end{bmatrix} \tag{4.34}$$

$$C_p = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_h} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

$$D_p = 0 \quad (4.36)$$

Para reducir el número de elementos que aparecen en las matrices A_p , B_p , C_p y D_p se hace $R_o = 0$, en cada una de ellas.

Sustituyendo (4.33), (4.34), (4.35) y (4.36) en la expresión (3.51), se obtiene la función de transferencia del filtro pasa altas de segundo orden.

$$G(s) = \frac{(R + R_f) s^2 C_{c2} C_c R_{c2} R_c R_i}{R R_i + s (R C_{c2} R_{c2} R_i + R C_c R_{c2} R_i - C_c R_c R_f R_i) + R s^2 C_{c2} C_c R_{c2} R_c R_i} \quad (4.37)$$

En la expresión (4.37) se aplicaron las consideraciones de la Tabla 3.3, por lo tanto, simplificando esta expresión se obtiene la función de transferencia de acuerdo a [14], para el filtro ideal.

$$G_i(s) = \frac{\left(1 + \frac{R_f}{R}\right) s^2}{\frac{1}{C_{c2} C_c R_{c2} R_c} + s \left(\frac{1}{C_c R_c} + \frac{1}{C_{c2} R_c} - \frac{\frac{R_f}{R}}{C_{c2} R_{c2}} \right) + s^2} \quad (4.38)$$

A partir de 4.38, la frecuencia de corte del filtro está dada por el término: $1/\sqrt{C_{c2} C_c R_{c2} R_c}$, si se sustituyen los valores numéricos de cada uno de los elementos se tiene que la frecuencia de corte es de $1KHz$, verificando la gráfica de la figura 4.15.

Al igual que con el filtro pasa bajas de segundo orden, para el filtro pasa altas se presenta el término que está relacionado con el factor de amortiguamiento de la respuesta; ambas respuestas son muy similares, la diferencia radica en el numerador, debido a que para el filtro pasas altas, se encuentran dos zeros en el origen, lo que ocasiona que la gráfica comience en la parte negativa de la magnitud y aumente paulatinamente conforme se acerca al polo para ser cancelado en la frecuencia de corte.

4.6 Filtro Pasa Banda de Banda Amplia

El filtro pasa banda de banda amplia solamente permite pasar las frecuencias en un cierto rango de valores debido a que tiene dos frecuencias de corte.

A este tipo de filtro se le llama de banda amplia, debido a que el rango de frecuencias que deja pasar es mayor, en comparación con otras configuraciones, que se mencionan en las siguientes secciones.

El filtro está compuesto por dos filtros conectados en cascada, es decir, la salida de uno es la entrada del otro. Para este caso el filtro está compuesto por un filtro pasa altas y un filtro pasa bajas, ambos de primer orden conectados en cascada, como se ilustra en la figura 4.16.

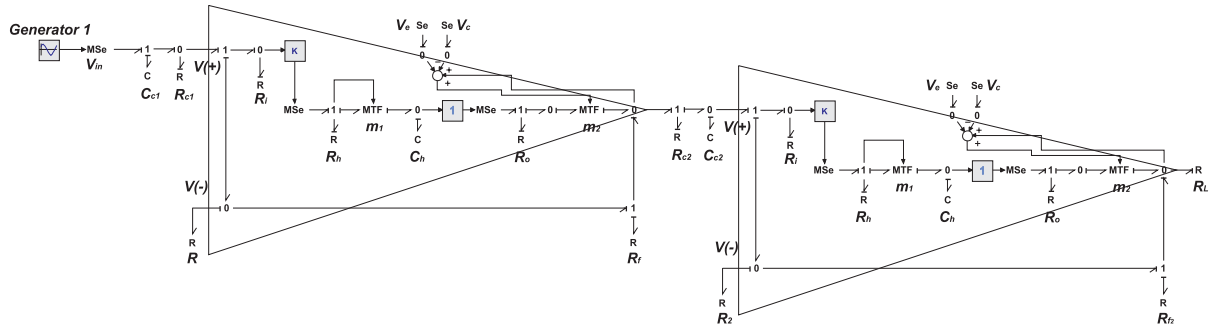


Figura 4.16 Modelo en Bond Graph del filtro Pasa Banda de Banda Amplia.

En la figura 4.16, la entrada de la fuente senoidal está colocada en el filtro pasa altas y la salida de este es la entrada al filtro pasa bajas. El efecto que ocasiona al conectar ambos filtros es que el primer filtro permite pasar las frecuencias a partir de la relación de $R_{c1}C_{c1}$ y el segundo filtro las atenúa, a partir de su relación $R_{c2}C_{c2}$.

Utilizando los valores de la Tabla 4.3 en el Bond Graph de la figura 4.16, la magnitud de la respuesta a la frecuencia se obtiene en la figura 4.17.

Tabla 4.3 Valores numéricos del Filtro Pasa Banda de Banda Amplia.

R_i	R_o	K	R_h	C_h	SR
$2M\Omega$	75Ω	2×10^5	$1K\Omega$	$3.066562 \times 10^{-5}f$	0.7
R, R_2	R_f, R_{f2}	R_L	R_{c1}, R_{c2}	C_{c1}	C_{c2}
$10K\Omega$	$10K\Omega$	$1K\Omega$	$15.9K\Omega$	$0.05\mu f$	$0.01\mu f$

En la respuesta a la frecuencia del filtro se aprecian las dos frecuencias de corte que presenta el filtro, la primera de ellas corresponde al filtro pasa altas, la frecuencia de corte de esta parte del filtro se encuentra en $200Hz$, este valor se comprueba con la expresión (3.1) y los valores de R_{c1} y C_{c1} de la Tabla 4.3. De igual manera, sustituyendo los valores de R_{c2} y C_{c2} que corresponden a la parte del filtro pasa bajas, se obtiene una frecuencia de corte de $1KHz$, la cual se comprueba al observar en la respuesta a

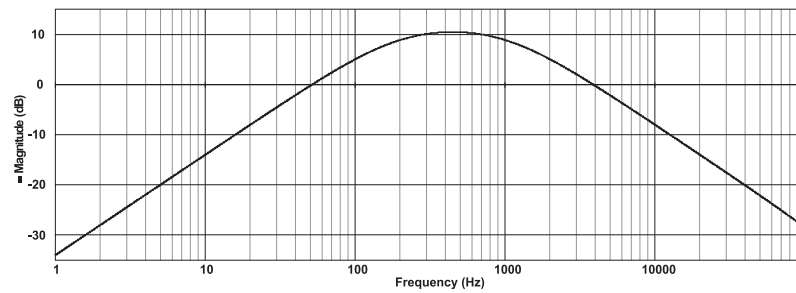


Figura 4.17 Respuesta a la frecuencia del filtro Pasa Banda de Banda Amplia.

la frecuencia los $-3dB$ que presenta la forma de onda, están ubicados en la frecuencia de $1KHz$.

Por otra parte, las frecuencias de corte del filtro pueden ser observadas también, en la gráfica de fase del filtro. La figura 4.18 muestra la gráfica de fase del filtro pasa banda de banda amplia.

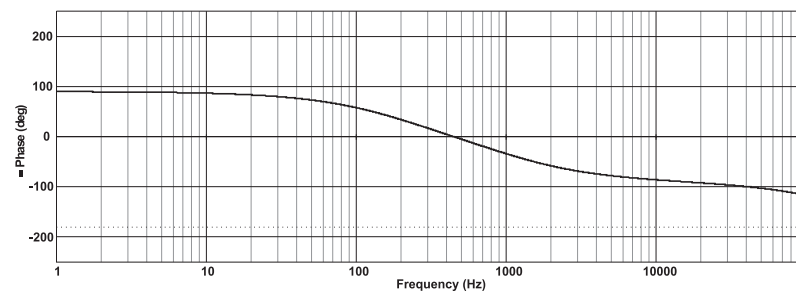


Figura 4.18 Grafica de fase del filtro Pasa Banda de Banda Amplia.

Observando la fase del filtro, se tiene que las frecuencias de corte se encuentran ubicadas en $\pm 45^\circ$. La fase comienza en 90° por el efecto del filtro pasa altas por tener un zero en el origen; la respuesta pasa por 0° en el punto máximo de la magnitud y después decae nuevamente esto por el efecto que provoca el filtro pasa bajas.

4.7 Filtro Pasa Banda de Banda Estrecha

La respuesta de este tipo de filtro es muy similar a la que se presenta en la sección anterior, con la diferencia de que el ancho de banda del filtro se reduce significativamente y no se requieren colocar dos filtros en cascada para obtener la respuesta, para la implementación de este filtro sólo es necesario un amplificador operacional.

La figura 4.19 muestra el Bond Graph del filtro pasa banda de banda estrecha. La conexión del filtro es muy similar a la que se presentó para el filtro pasa bajas de segundo orden pero existen algunas diferencias, la más notoria es que en este filtro la retroalimentación y la entrada de la señal senoidal se tienen en la entrada no inversora del amplificador operacional.

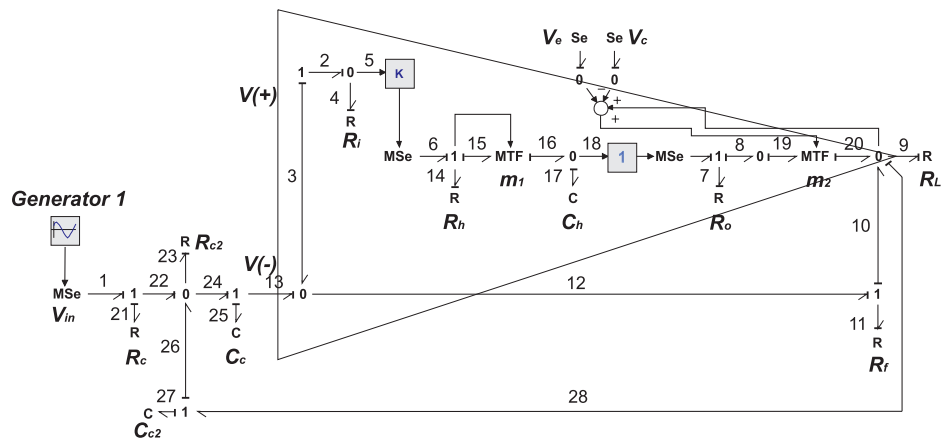


Figura 4.19 Modelo en Bond Graph del filtro Pasa Banda de Banda Estrecha.

La respuesta en frecuencia del filtro que se muestra en la figura 4.20 se obtiene considerando los valores de la Tabla 4.4.

Tabla 4.4 Valores numéricos del Filtro Pasa Banda de Banda Estrecha.

R_i	R_o	K	R_h	C_h	SR
$2M\Omega$	75Ω	2×10^5	$1K\Omega$	$3.066562 \times 10^{-5}f$	0.7
R_c	R_f	R_L	R_{c2}	C_c	C_{c2}
$4.77K\Omega$	$100K\Omega$	$10K\Omega$	$0.2K\Omega$	$0.01\mu f$	$0.01\mu f$

Notar que la gráfica de la figura 4.20 la respuesta del filtro tiene un ancho de banda muy pequeño.

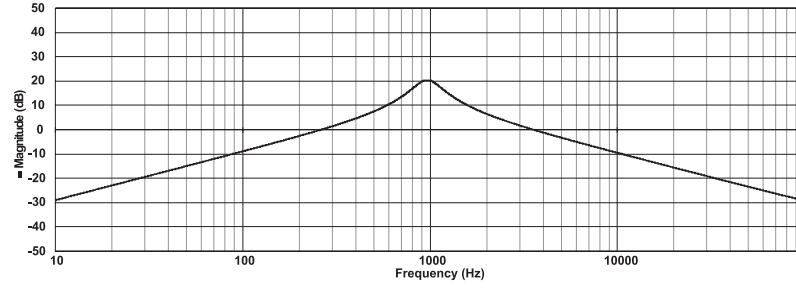


Figura 4.20 Respuesta a la frecuencia del Filtro Pasa Banda de Banda Estrecha.

Los vectores claves para el Bond Graph de la figura 4.19 son los siguientes,

$$\begin{aligned}
 x(t) &= \begin{bmatrix} q_{17}(t) \\ q_{25}(t) \\ q_{27}(t) \end{bmatrix}; \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} f_{17}(t) \\ f_{25}(t) \\ f_{27}(t) \end{bmatrix}; z(t) = \begin{bmatrix} e_{17}(t) \\ e_{25}(t) \\ e_{27}(t) \end{bmatrix} \\
 D_{in} &= \begin{bmatrix} e_4(t) & e_7(t) & e_9(t) & e_{11}(t) & e_{14}(t) & f_{21}(t) & e_{23}(t) \end{bmatrix}^T \\
 D_{out} &= \begin{bmatrix} f_4(t) & f_7(t) & f_9(t) & f_{11}(t) & f_{14}(t) & e_{21}(t) & f_{23}(t) \end{bmatrix}^T \\
 u(t) &= e_1(t); y(t) = e_9(t)
 \end{aligned} \tag{4.39}$$

De acuerdo a la causalidad que presentan los elementos que disipan y almacenan energía las relaciones constitutivas son,

$$L = \text{diag} \left\{ \frac{1}{R_i}, \frac{1}{R_o}, \frac{1}{R_L}, \frac{1}{R_f}, \frac{1}{R_h}, R_c, \frac{1}{R_{c2}} \right\} \tag{4.40}$$

$$F = \text{diag} \left\{ \frac{1}{C_h}, \frac{1}{C_c}, \frac{1}{C_{c2}} \right\} \tag{4.41}$$

Las submatrices de la estructura de unión del Bond Graph están dadas en la expresión (4.42),

$$S_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; S_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & m_1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; S_{13} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
S_{21} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -m_2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ -m_1 & K & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; S_{23} = \begin{bmatrix} -1 \\ -m_2 \\ 1 \\ 0 \\ -K \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; S_{32} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}^T; S_{31} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
S_{22} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K & 0 \\ -1 & -m_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}; S_{33} = 1
\end{aligned} \tag{4.42}$$

Con las submatrices de la estructura de unión (4.42) y las relaciones constitutivas (4.40) y (4.41), las matrices A_p , B_p , C_p y D_p , son calculadas de acuerdo a (2.24), (2.25), (2.26), (2.27) y (2.28).

$$A_p = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_h} \left(-\frac{1}{R_h} - \frac{K}{R_h} \right) & \frac{K}{C_c R_h} & \frac{K}{C_{c2} R_h} \\ \frac{1}{C_h R_i} & \frac{1}{C_c} \left(-\frac{1}{R_f} - \frac{1}{R_i} \right) & \frac{1}{C_{c2}} \left(-\frac{1}{R_f} - \frac{1}{R_i} \right) \\ \frac{1}{C_h} \left(\frac{\Delta}{R_c R_{c2} R_L R_i} \right) & \frac{1}{C_c} \left(-\frac{1}{R_f} - \frac{1}{R_i} \right) & \frac{1}{C_{c2}} \left(-\frac{1}{R_f} - \left(\frac{\Delta}{R_c R_{c2} R_L R_i} \right) \right) \end{bmatrix} \tag{4.43}$$

donde $\Delta = R_c R_{c2} R_L + R_c R_L R_i + R_{c2} R_L R_i$.

$$B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{R_L} - \left(\frac{1}{R_{c2}} + \frac{1}{R_c} \right) \end{bmatrix} \tag{4.44}$$

$$C_p = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_h} & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.45}$$

$$D_p = 0 \tag{4.46}$$

Para reducir el número de elementos que aparecen en las matrices A_p , B_p , C_p y D_p se hace $R_o = 0$, en cada una de ellas.

Sustituyendo (4.43), (4.44), (4.45) y (4.46) en (3.51), se obtiene la función de transferencia,

$$G(s) = -\frac{(R_c R_{c2} + R_c R_L + R_{c2} R_L) R_i R_f C_c s}{(R_c R_i + R_{c2} R_i + s C_c R_c R_{c2} R_i + s C_{c2} R_c R_{c2} R_i + s^2 C_c C_{c2} R_c R_{c2} R_f R_i) R_L} \quad (4.47)$$

Simplificando y aplicando las consideraciones de la Tabla 3.3 que se aplicaron en los demás filtros, se obtiene la función de transferencia ideal,

$$G_i(s) = \frac{\left(\frac{1}{C_{c2} R_{c2}} + \frac{1}{C_{c2} R_c}\right) s}{\frac{1}{C_c C_{c2} R_{c2} R_f} + \frac{1}{C_c C_{c2} R_c R_f} + s \left(\frac{1}{C_{c2} R_f} + \frac{1}{C_c R_f}\right) + s^2} \quad (4.48)$$

La expresión (4.48) es la función de transferencia ideal del filtro pasa banda de banda estrecha (de acuerdo a [14]) de esta se obtiene la ubicación de los polos y del cero del filtro.

4.8 Filtro Rechazo de Banda

En este tipo de filtro la característica que lo distingue es que rechaza componentes de frecuencias; estas frecuencias pueden ser frecuencias no deseadas en el sistema. El Bond Graph de este filtro se presenta en la figura 4.21.

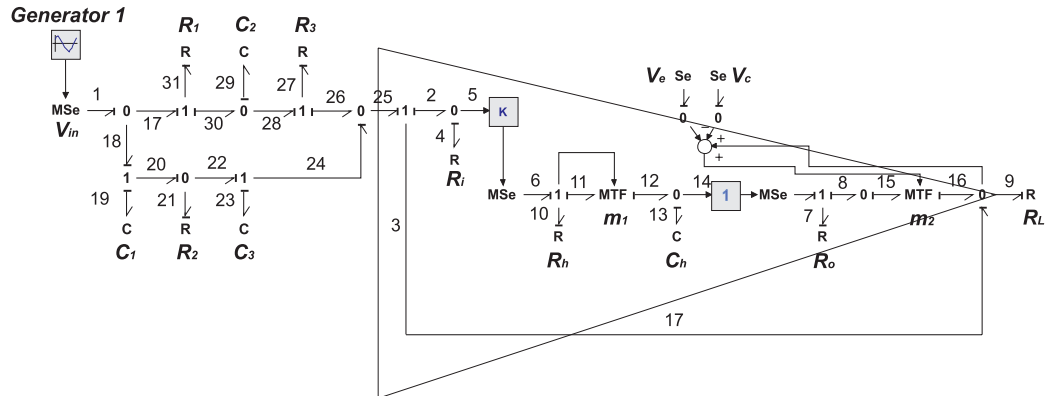


Figura 4.21 Modelo en Bond Graph del filtro Rechaza Banda.

En el Bond Graph de la figura 4.21 el amplificador operacional tiene una configuración de seguidor esto debido a que el arreglo de RC 's, que se encarga de rechazar la frecuencia se encuentra colocado en la entrada del amplificador operacional.

En este tipo de filtro se tiene un número mayor de componentes que almacenan energía- (capacitores) y junto con los elementos disipativos ubican el valor de la frecuencia a rechazar.

La obtención de la función de transferencia se presentan a continuación, donde los vectores claves del Bond Graph del filtro son,

$$\begin{aligned}
 x(t) &= \begin{bmatrix} q_{13}(t) \\ q_{19}(t) \\ q_{23}(t) \\ q_{24}(t) \end{bmatrix}; \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} f_{13}(t) \\ f_{19}(t) \\ f_{23}(t) \\ f_{24}(t) \end{bmatrix}; z(t) = \begin{bmatrix} e_{13}(t) \\ e_{19}(t) \\ e_{23}(t) \\ e_{24}(t) \end{bmatrix} \\
 D_{in} &= \begin{bmatrix} f_4(t) & e_7(t) & e_9(t) & e_{10}(t) & e_{21}(t) & e_{27}(t) & e_{23}(t) \end{bmatrix}^T \\
 D_{out} &= \begin{bmatrix} e_4(t) & f_7(t) & f_9(t) & f_{10}(t) & f_{21}(t) & f_{27}(t) & f_{23}(t) \end{bmatrix}^T \\
 u(t) &= e_1(t); y(t) = e_9(t)
 \end{aligned} \tag{4.49}$$

Siendo las relaciones constitutivas las expresiones (4.50) y (4.51).

$$F = \text{diag} \left\{ \frac{1}{C_h}, \frac{1}{C_1}, \frac{1}{C_3}, \frac{1}{C_2} \right\} \tag{4.50}$$

$$L = \text{diag} \left\{ R_i, \frac{1}{R_o}, \frac{1}{R_L}, \frac{1}{R_h}, \frac{1}{R_2}, \frac{1}{R_3}, \frac{1}{R_1} \right\} \tag{4.51}$$

Las submatrices de la estructura de unión son,

$$\begin{aligned}
 S_{11} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; S_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -m_2 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -m_2 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}; S_{13} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 S_{21} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & m_2 & m_2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ -m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}; S_{23} = \begin{bmatrix} 0 \\ -m_2 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}; S_{32} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T; S_{31} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}^T
 \end{aligned} \tag{4.52}$$

$$S_{22} = \begin{bmatrix} 0 & -m_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; S_{33} = 1$$

Utilizando las expresiones (2.24), (2.25), (2.26), (2.27), (2.28), las relaciones constitutivas de los elementos que disipan y almacenan energía y la estructura de unión (4.52), se obtienen las matrices A_p , B_p , C_p y D_p .

$$A_p = \begin{bmatrix} \frac{-1}{C_h} \left(\frac{1}{R_h} + \frac{K}{R_h} \right) & -\frac{K}{C_1 R_h} & -\frac{K}{C_3 R_h} & 0 \\ -\frac{1}{C_h R_i} & \frac{-1}{C_1} \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_i} \right) & \frac{-1}{C_3} \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_i} \right) & -\frac{1}{C_2 R_3} \\ -\frac{1}{C_h R_i} & \frac{1}{C_1} \left(-\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_i} \right) & \frac{-1}{C_3} \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_i} \right) & -\frac{1}{C_2 R_3} \\ 0 & -\frac{1}{C_1 R_3} & -\frac{1}{C_3 R_3} & \frac{-1}{C_2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} \right) \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

$$B_p = \begin{bmatrix} \frac{K}{R_h} \\ \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_L} \\ \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_i} \\ \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

$$C_p = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_h} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.55)$$

$$D_p = 0 \quad (4.56)$$

En las matrices A_p , B_p , C_p y D_p se hace $R_o = 0$, para reducir el número de elementos que presentan.

Una vez obtenidas las matrices A_p , B_p , C_p y D_p , y aplicando la ecuación (3.51), la función de transferencia ideal del filtro rechazo de banda es,

$$G(s) = \frac{s^3 + s^2 \left(\frac{1}{C_3 R_7} + \frac{1}{C_3 R_6} \right) + s\Delta + \frac{1}{C_3 C_4 C_5 R_6 R_7 R_8}}{s^3 + s^2 \Lambda + s \left(\frac{1}{C_4 C_5 R_7 R_8} + \frac{1}{C_3 C_4 R_7 R_8} + \frac{1}{C_3 C_4 R_6 R_8} + \Delta \right) + \frac{1}{C_3 C_4 C_5 R_6 R_7 R_8}} \quad (4.57)$$

$$\text{donde } \Lambda = \frac{1}{C_5 R_7} + \frac{1}{C_4 R_8} + \frac{1}{C_4 R_7} + \frac{1}{C_3 R_7} + \frac{1}{C_3 R_6}$$

$$\Delta = \frac{1}{C_3 C_5 R_6 R_7} + \frac{1}{C_3 C_4 R_6 R_7}$$

La expresión (4.57) se encuentra reducida y factorizada con las mismas condiciones que se han aplicado en todos los filtros.

La gráfica de la respuesta a la frecuencia del filtro rechazo de banda se muestra en la figura 4.22 considerando los valores de la Tabla 4.5.

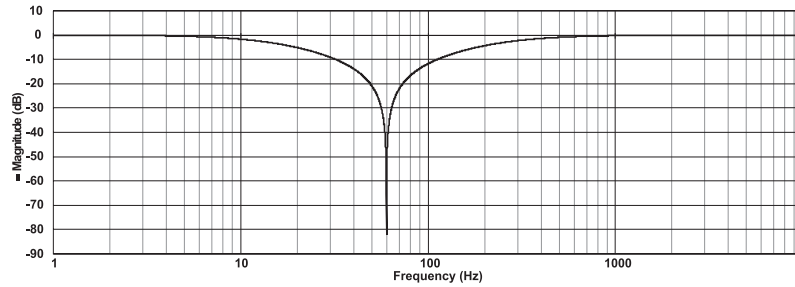


Figura 4.22 Respuesta a la frecuencia del filtro rechazo de Banda.

Tabla 4.5 Valores numéricos del Filtro Rechazo de Banda.

R_i	R_o	K	R_h	C_h	SR	
$2M\Omega$	75Ω	2×10^5	$1K\Omega$	$3.066562 \times 10^{-5}f$	0.7	
R_1	R_2	R_3	R_L	C_1	C_2	C_3
$39K\Omega$	$19.5K\Omega$	$39K\Omega$	$1K\Omega$	$0.068\mu f$	$0.136\mu f$	$0.068\mu f$

En la gráfica 4.22 se observa como el filtro se encuentra rechazando la componente de frecuencia de $60Hz$, debido a que el filtro está diseñado para rechazar ese valor de frecuencia. Por otra parte, como se tiene una configuración de seguidor en el amplificador operacional, la ganancia que presenta se encuentra ubicada en los $0dB$, es decir, tiene una ganancia unitaria.

El valor obtenido de la frecuencia que rechaza el filtro también puede ser comprobado con la expresión (4.57) .

En el siguiente capítulo se presentan algunas otras configuraciones relevantes utilizando amplificadores operacionales.

Capítulo 5

Aplicaciones Avanzadas del Amplificador Operacional

5.1 Introducción

En este capítulo se presentan tres configuraciones del amplificador operacional en Bond Graph, una de ellas requiere del modelado del diodo en Bond Graph debido a que el amplificador operacional es utilizado en configuración de rectificador; la segunda configuración es el amplificador de instrumentación, el cual es ampliamente utilizado. Por último, se presenta un ejemplo de la solución de ecuaciones diferenciales lineales con amplificadores operacionales modelados en Bond Graph.

5.2 Modelo del Diodo en Bond Graph

La representación del diodo rectificador en Bond Graph se realiza mediante un elemento puerto-2 generalizado, esto se debe a las características propias que presenta este dispositivo. El elemento puerto-2 utilizado es un transformador modulado que tiene una relación de transformación que regula el flujo y esfuerzo que este presente en la entrada y los modifica dependiendo de la relación de transformación (sección 2.4.4).

La figura 5.1 muestra el modelo en Bond Graph del diodo rectificador.

En el modelo del diodo rectificador se tiene una resistencia colocada en la salida del transformador modulado, esta es la resistencia interna que presenta el diodo.

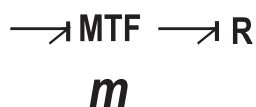


Figura 5.1 Modelo del diodo en Bond Graph.

Como el transformador tiene una relación de transformación m , el esfuerzo y flujo que presente en la salida son afectados por esta relación.

El funcionamiento del diodo es fácil de comprender desde el punto de vista de esfuerzos y flujos en la unión que se tiene a la entrada del diodo, es decir, con la relación de transformación m se indica cuando está conduciendo el diodo y cuando no, debido a que si la relación de transformación es 0, el flujo es cero y por lo tanto, los siguientes bonds colocados después del diodo se ven afectados con la misma condición dada, se dice que con esta condición el diodo se encuentra abierto es decir no deja pasar el flujo.

En el caso contrario, cuando la relación de transformación tiene un valor diferente de cero, el flujo que tiene el transformador en la entrada se ve reflejado en la salida, en la cual se encuentra colocada la resistencia interna del diodo, así, los siguientes bonds continúan realizando su función, entonces se dice que el diodo está conduciendo.

Para realizar la acción del diodo a través del transformador modulado, es necesario tener una lógica interna en el transformador, para indicarle cuando está en estado de conducción y cuando no. La señal de salida del amplificador operacional es tomada en la entrada modulada del transformador m , la cual está siendo censada en todo instante, cuando la señal modulada es mayor a cero (ciclo positivo de la señal senoidal) el diodo se encuentra conduciendo y cuando esta es menor de cero (ciclo negativo de la señal senoidal) el diodo se encuentra en estado de bloqueo.

La conmutación del diodo de un estado de conducción a uno de no conducción, es realizada en el programa 20-Sim, adicionándole unas líneas de código, tomando en cuenta lo mencionado anteriormente.

En la siguiente sección se presenta el rectificador de media onda en Bond Graph.

5.3 Rectificador de Media Onda

El circuito de la figura 5.2 representa un rectificador con diodos ideales no inversor de media onda en Bond Graph. Notar que la retroalimentación se realiza directamente de la salida, por lo que cuando hay retroalimentación negativa (diodo conduciendo),

el esfuerzo de salida es igual al esfuerzo de entrada.

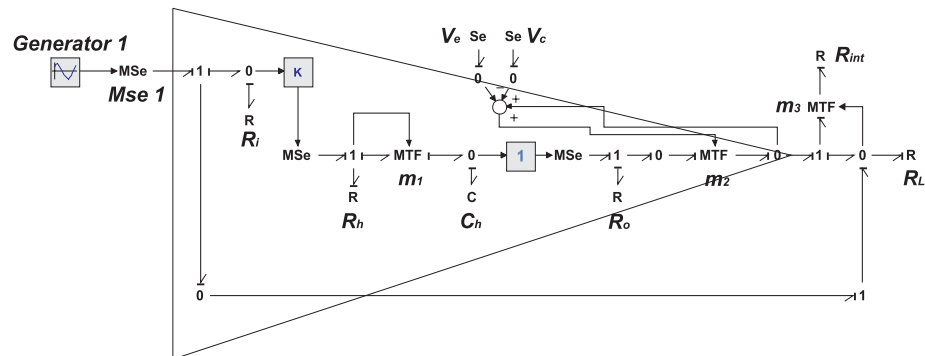


Figura 5.2 Modelo en Bond Graph del Rectificador de Media Onda.

El diodo conduce únicamente cuando el esfuerzo de entrada es mayor a cero, mientras que cuando es negativo el diodo queda en polarización inversa, abriendo el circuito de retroalimentación y provocando que el esfuerzo de salida sea cero.

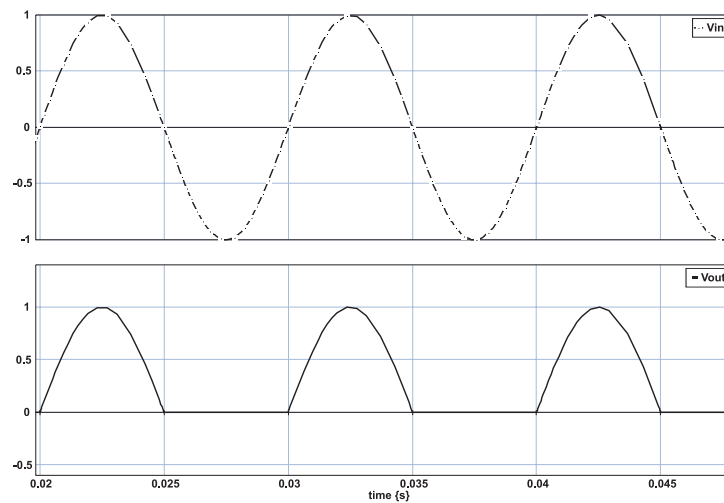


Figura 5.3 Respuesta del Rectificador de Media Onda.

En la figura 5.3 el esfuerzo de entrada es una función senoidal con una amplitud de 1 y una frecuencia de 100Hz , la respuesta del rectificador es la mitad de la señal de entrada, es decir, únicamente se presentan los semiciclos positivos de esta señal, manteniendo la misma amplitud y frecuencia.

Por lo tanto, la implementación del circuito rectificador de media onda en Bond Graph se realiza satisfactoriamente.

5.4 Amplificador de Instrumentación

El amplificador de instrumentación es un amplificador que permite modificar la ganancia con una sola resistencia, teniendo una excelente alta resistencia de entrada debido a su configuración.

El diagrama tradicional del amplificador de instrumentación se muestra en la figura 5.4.

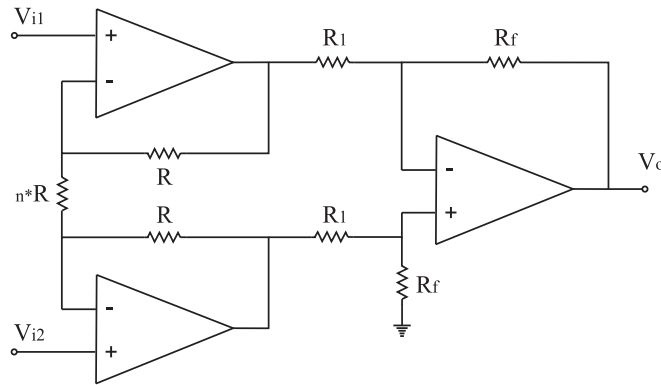


Figura 5.4 Amplificador de instrumentación.

La respuesta del voltaje de salida del amplificador de la figura 5.4 está dada por,

$$V_o = (V_{i2} - V_{i1}) \left(1 + \frac{2}{n}\right) \left(\frac{R_f}{R_1}\right) \quad (5.1)$$

En la expresión (5.1) el voltaje de salida depende de la diferencia de voltaje en las entradas del amplificador de instrumentación y la ganancia del amplificador que está dada por el cociente de las resistencias que presenta el amplificador diferencial y el factor: $\left(1 + \frac{2}{n}\right)$, donde n es el término que varía el valor de la resistencia.

Teniendo como referencia la figura 5.1, el Bond Graph del amplificador de instrumentación se realiza de acuerdo al *procedimiento 2.2*.

En la figura 5.5 se ilustra el modelo en Bond Graph de un amplificador de instrumentación. En la figura 5.5 se observa como se encuentran colocados dos amplificadores no inversores en la entrada, ambos amplificadores están unidos a través de un elemento puerto-1 disipativo, modificando este elemento se puede afectar la ganancia del amplificador de instrumentación.

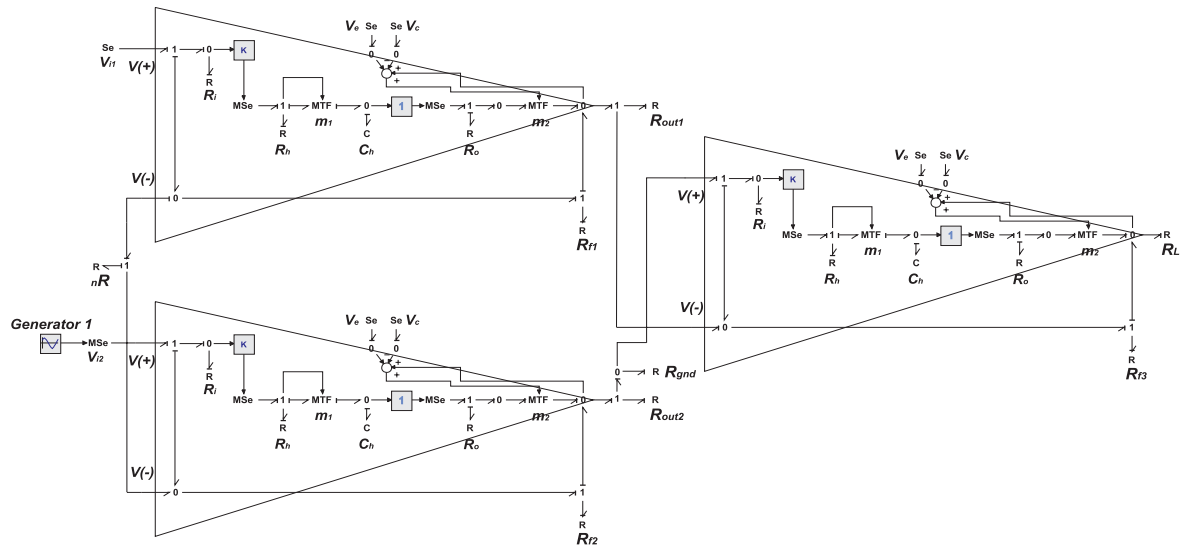


Figura 5.5 Modelo en Bond Graph del amplificador de instrumentación.

La salida de los dos amplificadores no inversores llegan a las entradas del otro amplificador en configuración diferencial debido a que la respuesta en la salida del amplificador de instrumentación es la diferencia de las señales de entrada amplificadas.

La figura 5.6 muestra la respuesta que presenta el amplificador de instrumentación cuando es aplicada una señal $V_{i2} = 3 \sin(2\pi ft)$, donde $f = 100\text{Hz}$, y $V_{i1} = 0$

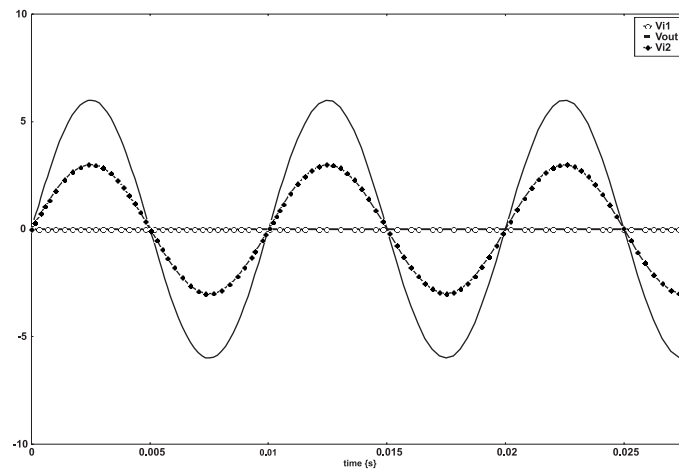


Figura 5.6 Respuesta del amplificador de instrumentación cuando $V_{i1} = 0$.

Los valores utilizados para la obtención de la respuesta de la figura 5.6, se indican en la Tabla 5.1.

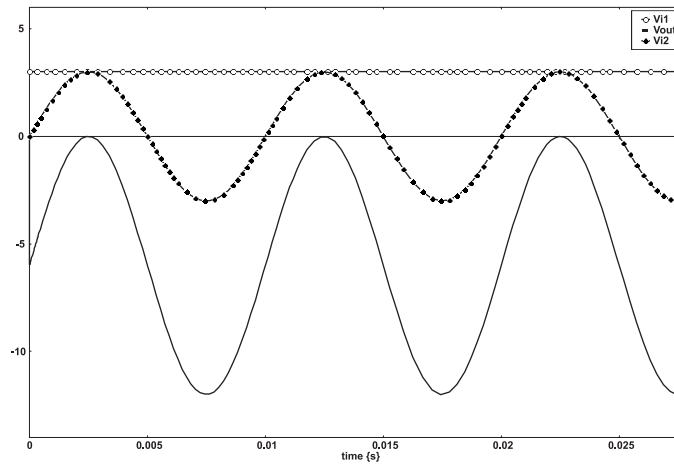
Tabla 5.1 Valores numéricos para el modelo del amplificador de instrumentación.

R_i	R_o	K	R_h	C_h	SR
$2M\Omega$	75Ω	2×10^5	$1K\Omega$	$3.066562 \times 10^{-5} f$	0.7
R_{f1}, R_{f2}	R_{out1}	R_{out2}	R_{f3}	R_{gnd}	nR
$1K\Omega$	$1K\Omega$	$1K\Omega$	$1K\Omega$	$1K\Omega$	$2K\Omega$

A partir de los valores de la Tabla 5.1 se tiene una ganancia del amplificador de instrumentación de 2, debido a que la relación de $\frac{R_f}{R_{out}}$ es unitaria, así, la ganancia está dada únicamente por la relación de $1 + \frac{2}{n}$ de la expresión (5.1), con $n = 2$.

Como la señal de entrada V_{i1} es cero, la salida es la misma señal que la entrada solamente se encuentra multiplicada por el valor de la ganancia que presenta el amplificador.

Cuando el valor de la señal V_{i1} aumenta, la señal de la salida se desplaza hacia abajo, es decir que la señal de salida se monta en un nivel de corriente directa. La figura 5.7 muestra el efecto que provoca una señal $V_{i1} = 3volts$ y $V_{i2} = 3 \sin(2\pi ft)$, donde $f = 100Hz$, en el amplificador de instrumentación

Figura 5.7 Respuesta del amplificador de instrumentación cuando $V_{i1} = 3V$.

Si se aplica una señal de entrada $V_{i1} = -3V$ al amplificador de instrumentación la respuesta de salida presentará un desplazamiento hacia arriba.

La figura 5.8 muestra la respuesta del Bond Graph del amplificador de instrumentación, cuando es aplicada una señal $V_{i1} = -3V$ y $V_{i2} = 3 \sin(2\pi ft)$.

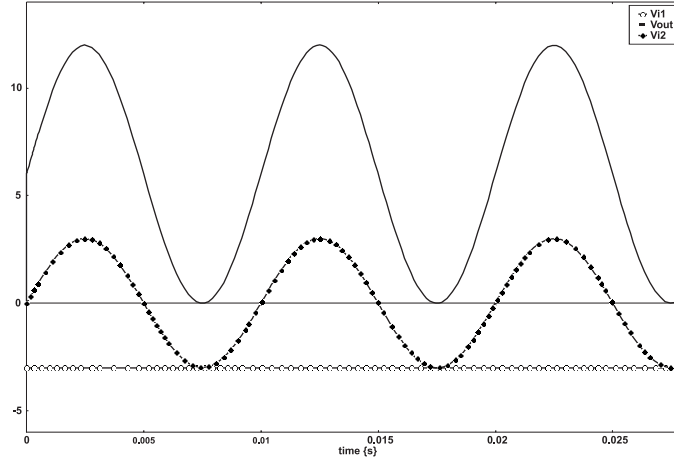


Figura 5.8 Reapuesta del amplificador de instrumentación cuando $V_{i1} = -3V$.

5.5 Solución de Ecuaciones Diferenciales

Los amplificadores operacionales pueden realizar operaciones matemáticas de manera práctica, tal es el caso del integrador y diferenciador, los cuales realizan las operaciones de la integral y de la derivada de una función, así mismo sumas y restas pueden ser implementadas con los amplificadores operacionales.

A la técnica que utiliza los amplificadores operacionales para la solución de ecuaciones diferenciales, se le conoce como computación analógica.

Por ejemplo, la ecuación diferencial dada en la expresión (5.2), puede ser resuelta por medio de la computación analógica [28].

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \frac{dx(t)}{dt} + x(t) = u \quad (5.2)$$

La representación en variables de estado de la expresión (5.2) permite identificar los dos estados que tiene la ecuación diferencial, esta se muestra en la expresión (5.3).

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad (5.3)$$

La solución de la ecuación diferencial se muestra en el diagrama de la figura 5.9, en donde se ilustran los amplificadores operacionales necesarios para la implementación de la solución de la ecuación diferencial.

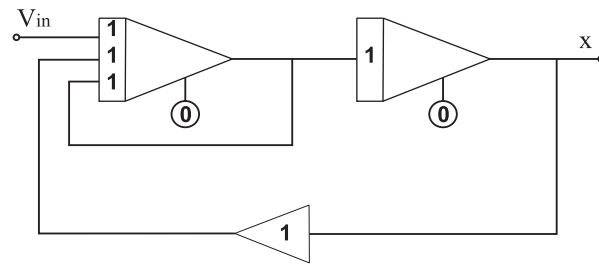


Figura 5.9 Diagrama de una computadora analógica.

Los amplificadores operacionales tienen en la entrada un número que indica cuál es la ganancia que presenta para esa entrada el dispositivo, de manera similar, cuando se tiene un círculo en el amplificador, significa que se trata de un amplificador integrador (que representa las variables de estado que contiene la ecuación) y el número colocado dentro del círculo, es el valor inicial del capacitor.

La figura 5.9 tiene dos amplificadores integradores, para cada uno de los dos estados de la ecuación diferencial (5.2). Además, se tiene un inversor colocado en la retroalimentación del diagrama. La figura 5.10 muestra el modelo en Bond Graph para la solución de la ecuación diferencial (5.2), el cual se obtiene a partir de la figura 5.9.

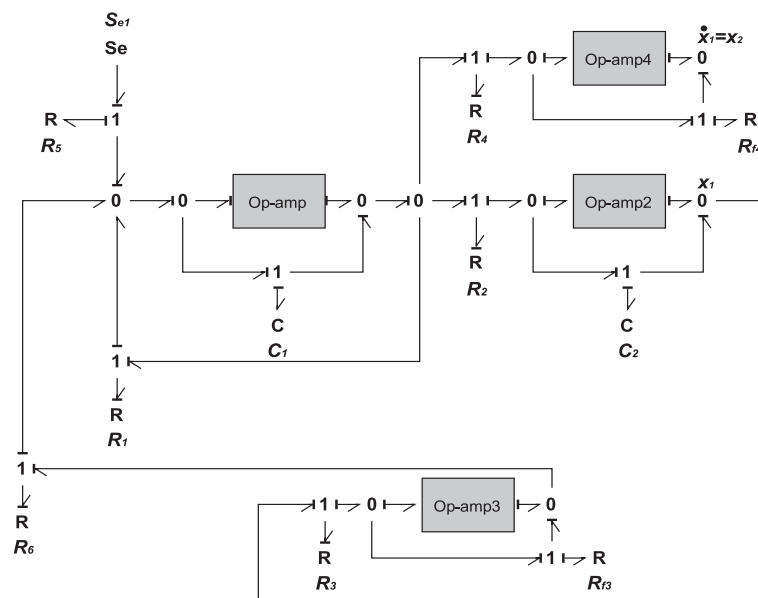


Figura 5.10 Bond Graph de una computadora analógica.

En la figura 5.10 se añade el amplificador operacional número 4, para obtener la segunda variable de estado $x_2 = \dot{x}_1$, debido a que la salida del segundo amplificador integrador solamente tiene presente la primera variable de estado x_1 .

Cada uno de los bloques presentados en la figura 5.10 representan a un amplificador operacional en Bond Graph.

Los valores numéricos de los elementos que componen al amplificador operacional, son los mismos que han sido utilizados a lo largo del presente trabajo y el valor de los elementos restantes del Bond Graph, se muestran en la Tabla 5.2.

Tabla 5.2 Valores numéricos para el Bond Graph de la ecuación diferencial.

R_1	R_2	R_3	R_4	C_1
$5K\Omega$	200Ω	100Ω	100Ω	$200\mu F$
R_5	R_6	R_{f3}	R_{f4}	C_2
$5K\Omega$	$5K\Omega$	100Ω	100Ω	$5mF$

Considerando en los estados una condición inicial de cero y además una ganancia unitaria, la resistencia es propuesta y el valor del capacitor se calcula de acuerdo a la relación $1/RC$, es decir, si R_2 se propone de 200Ω , el valor del capacitor será de $5mf$, para mantener la relación unitaria de la ganancia, esta operación se realiza para ambos amplificadores.

Si la fuente de entrada del sistema es $MS_{e1} = 2.4V$, la respuesta que se obtiene se muestra en la figura 5.11.

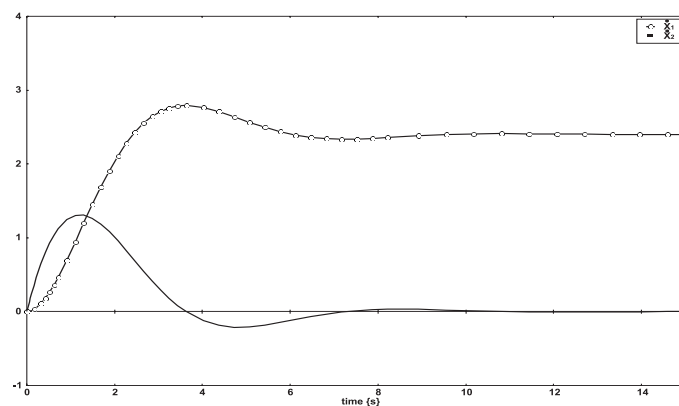


Figura 5.11 Solución de la ecuación diferencial por medio del Bond Graph.

Ambos estados son identificados en la gráfica; el estado $x_2 = \dot{x}_1$ presenta un sobre impulso, el cual llega a establecerse cerca de los 14 segundos, tiempo en el cual se mantiene en cero el valor de este estado. Para el estado x_1 la respuesta de salida presenta su etapa transitoria, la cual termina al mismo tiempo que la de la otra variable, pero el valor del estado se mantiene en $2.4V$.

La respuesta que presenta el sistema con los amplificadores operacionales puede ser verificada resolviendo la ecuación diferencial en forma numérica por medio del paquete computacional matemático Simnon. La figura 5.12 muestra la solución para las variables de estado de la ecuación (5.2) utilizando Simnon.

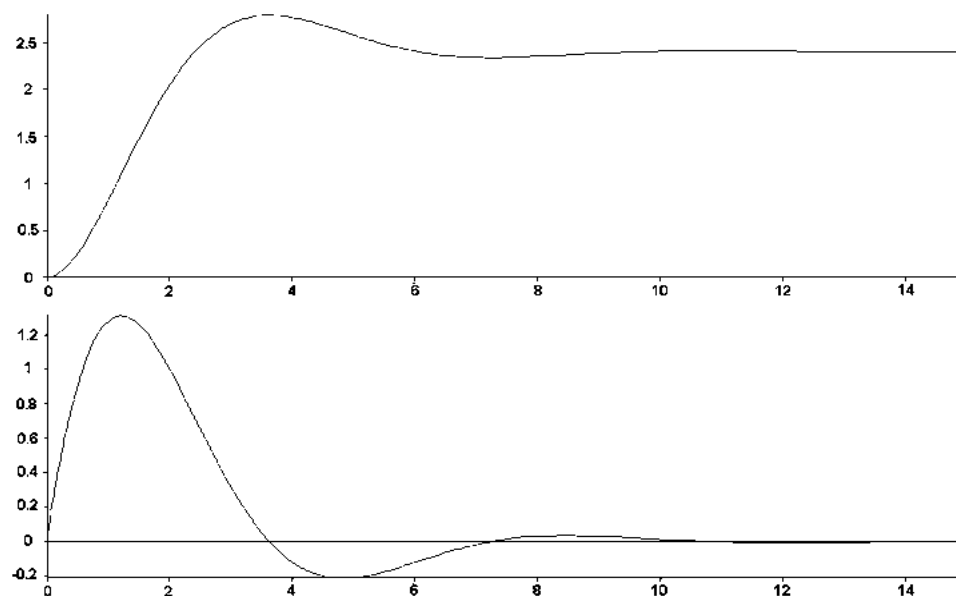


Figura 5.12 Solución de la ecuación diferencial (5.2) utilizando Simnon.

Al observar la gráfica de la figura 5.12 y la que fue obtenida por medio de Bond Graph figura 5.11, se aprecia que son prácticamente idénticas, por lo tanto, el diagrama de la computadora analógica para la resolución de ecuaciones diferenciales en Bond Graph funciona correctamente.

5.6 Generación de una función exponencial

Los amplificadores operacionales pueden ser utilizados para generar funciones matemáticas, tal es el caso de la función exponencial,

$$x(t) = 20e^{-0.5t} \quad (5.4)$$

Al diferenciar $x(t)$ de (5.4) con respecto de t , la ecuación diferencial es,

$$\frac{dx}{dt} + 0.5x = 0, \text{ con } x(0) = 20 \quad (5.5)$$

La solución a la ecuación diferencial se muestra en el diagrama de la figura 5.13, en donde se ilustra el amplificador operacional necesario para la implementación de la solución de la ecuación (5.5).

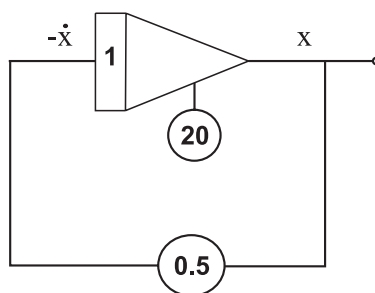


Figura 5.13 Diagrama de la computadora analógica de una función exponencial.

En la figura 5.13 se tiene un sólo amplificador operacional, a causa de que la ecuación diferencial presenta una sola variable de estado en la retroalimentación se observa el simbolo correspondiente a la multiplicación por una fracción, que representa a un divisor de voltaje y es implementado físicamente como tal. Notar que el amplificador operacional requiere de un valor de condición inicial.

La figura 5.14 muestra el modelo en Bond Graph para la solución de la ecuación diferencial (5.5), que se obtiene de la figura 5.13. En la figura 5.14 se observa como el multiplicador por una fracción es implementado por medio de un divisor de voltaje.

El valor de los elementos del amplificador integrador son calculados para tener una ganancia unitaria, por lo tanto, el valor del capacitor propuesto es $C_x = 200\mu F$ y la

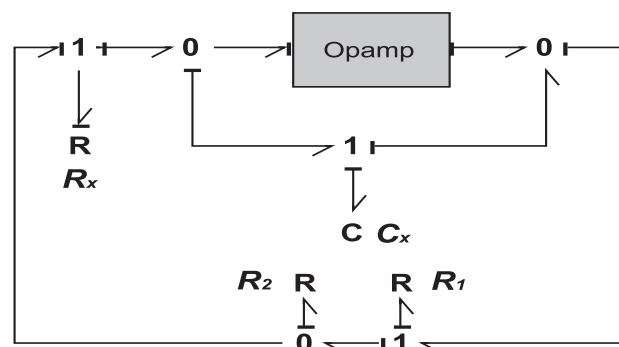


Figura 5.14 Bond Graph de la computadora analógica para una función exponencial.

resistencia $R_x = 500\Omega$. Para el divisor de voltaje se necesita un valor de 0.5 el cual se obtiene con los valores de resistencias de $R_1 = 100\Omega$ y $R_2 = 200\Omega$.

Teniendo en cuenta los valores de los elementos externos conectados al modelo de la figura 5.14 y los valores de las Tablas 3.1 y 3.2 correspondientes a los valores internos del amplificador operacional $\mu A741$, se obtiene la respuesta del Bond Graph que se muestra en la figura 5.14.

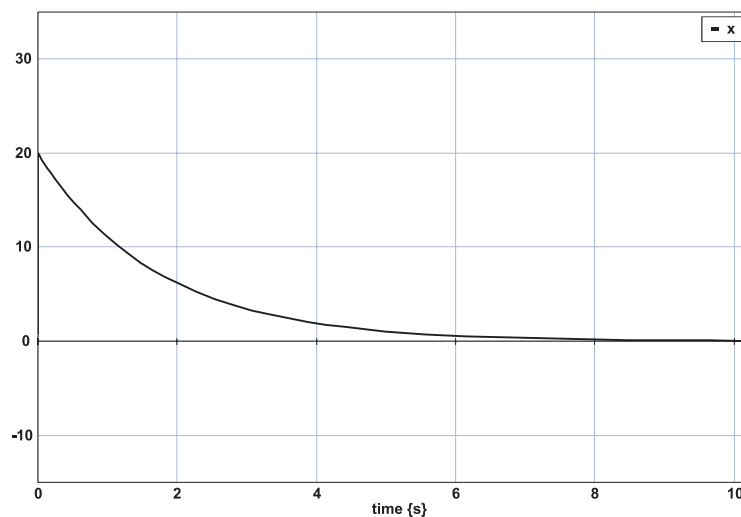


Figura 5.15 Solución de la ecuación diferencial exponencial por medio de Bond Graph.

La figura 5.15 presenta la gráfica de la función exponencial (5.4), notar que la

gráfica comienza en un valor de 20, este es el valor de la condición inicial que debe presentar el capacitor C_x (la cual se estableció en el programa **20-Sim** como una condición inicial del elemento capacitivo), ya que el diagrama de la computadora analógica (figura 5.13) no presenta una fuente de entrada por medio de la cual sea excitado el sistema.

Para obtener la respuesta de la figura 5.15 es necesario variar uno de los parámetros que presenta el modelo del amplificador operacional.

Los voltajes de polarización del modelo son los que se cambian, es decir, para el amplificador $\mu A741$ se tienen voltajes de polarización de ± 15 volts, pero para el caso de la implementación de la función exponencial es necesario colocar los voltajes de alimentación en un valor mayor, en la práctica esto no se podría realizar ya que para la implementación sería necesario cambiar el amplificador operacional por un *OP27* que presenta voltajes de alimentación de hasta ± 22 volts. Se modifican los voltajes de alimentación del amplificador $\mu A741$ para comprobar que la etapa de los voltajes de polarización funcionan correctamente.

El ajustar los voltajes de alimentación en un valor mayor al que comúnmente han sido colocados permite implementar exitosamente la función exponencial (5.4), y demuestra que esta etapa del modelo funciona correctamente.

La respuesta del Bond Graph de la figura 5.14 es verificada resolviendo la ecuación diferencial por medio del Simnon. La figura 5.16 muestra la solución de la ecuación diferencial (5.5) utilizando el software Simnon.

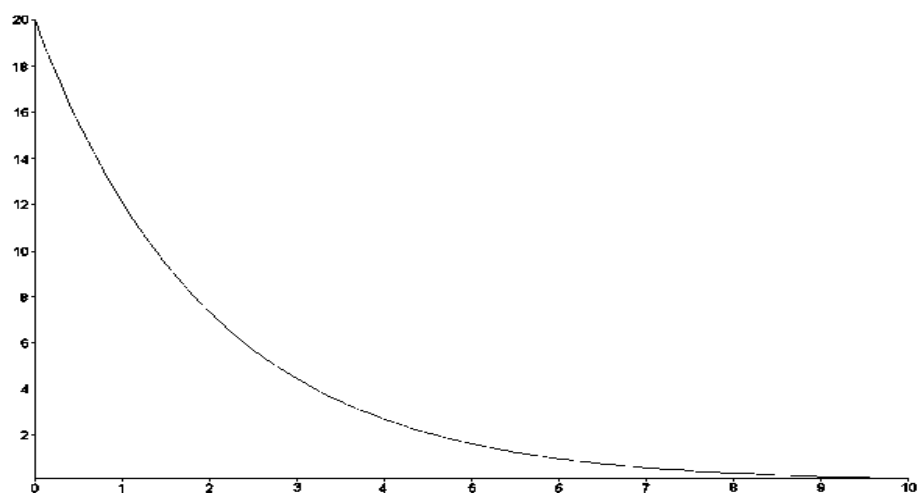


Figura 5.16 Solución de la ecuación diferencial (5.5) utilizando el software Simnon.

Finalmente al observar las figuras 5.15 y 5.16 se aprecia que son prácticamente idénticas, por lo tanto, la función exponencial implementada con el modelo del amplificador operacional es correcta.

En el siguiente capítulo se presenta una de las aplicaciones más relevantes que tienen los amplificadores operacionales, la cual es en el control de sistemas.

Capítulo 6

Modelado en Bond Graph de Controladores

6.1 Introducción

En este capítulo se presenta otra aplicación del modelo del amplificador operacional en Bond Graph, el cual puede ser utilizado como controlador analógico [29] en sistemas continuos, de esta manera se proponen en Bond Graph tres tipos de control clásicos, el proporcional, proporcional-integral y el proporcional-integral-derivativo, aplicados al control de un motor de CD y de un sistema de nivel de líquido, ambos sistemas en Bond Graph.

6.2 Modelo del Motor de CD en Bond Graph

El modelo del motor de CD en Bond Graph es uno de los ejemplos comunes, utilizados en la literatura, para explicar el funcionamiento de los elementos puerto-2, y en específico de los giradores GY , los cuales ya han sido explicados en el capítulo 3.

La figura 6.1 muestra un modelo del motor de CD, conectado en excitación independiente, por lo que sólo se estudia el circuito del devanado de armadura formado por la resistencia e inductancia de armadura R_a y L_a , respectivamente (las cuales se encuentran en serie), y por otra parte, el sistema mecánico correspondiente a la resistencia torsional b y a la inercia J ; ambos sistemas se encuentran conectados a un girador GY , el cual se encarga de la transformación de energía eléctrica a mecánica.

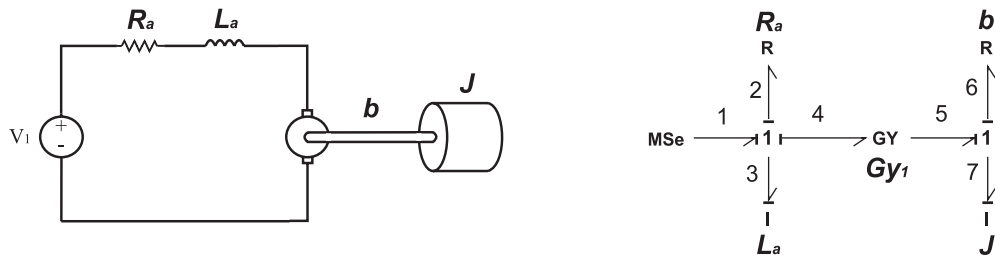


Figura 6.1 Modelo del Motor de CD en Bond Graph.

En el modelo del motor de CD la fuente constante de esfuerzo es la entrada y la salida del sistema es la velocidad que presente el sistema mecánico.

Antes de aplicar los diferentes tipos de controles al modelo es necesario identificar si los estados del sistema pueden ser controlados o no.

En el Bond Graph del motor de CD de la figura 6.1 se observa que los dos elementos que almacenan energía tienen una causalidad integral, por lo tanto, el Bond Graph del modelo es un Bond Graph con causalidad integral (BGI), la primera parte para identificar si el sistema es controlable parte del BGI, el cual tiene que presentar una trayectoria directa de la entrada con ambos estados. La trayectoria directa que presenta el modelo del motor de CD es 1-3-3-4-5-7, es decir, que el esfuerzo 1 sigue su trayectoria hacia el esfuerzo 3, aquí el esfuerzo 3 pasa a ser flujo 3, debido al elemento inductivo, después el flujo 3 sigue la trayectoria del flujo 4 y éste a su vez pasa a través del girador, por lo que ahora sigue al esfuerzo en 5, este pasa al esfuerzo 7.

Al identificar que en el BGI tienen relación los estados del sistema con la entrada, se procede a formular el Bond Graph con causalidad derivativa (BGD), lo cual se realiza a partir del BGI únicamente es intercambiada la causalidad de los elementos que almacenan energía y se coloca la causalidad correcta en los bond restantes. La figura 6.2 presenta el BGD del motor de CD.

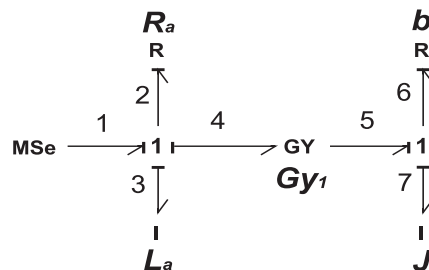


Figura 6.2 BGD del modelo del motor de CD.

Si además de la condición anterior el Bond Graph en causalidad derivativa es causalmente correcto, como lo es en este caso, entonces se dice que el Bond Graph del sistema es controlable [26].

6.3 Control Proporcional del Motor de CD en Bond Graph

La primera acción de control y la más básica de todas es la acción proporcional, la cual relaciona la señal de salida del controlador $u(t)$ y la señal de error $e(t)$, por medio de una ganancia proporcional K_p . El controlador proporcional es, en esencia, un amplificador con una ganancia ajustable. En la figura 6.3 se muestra un diagrama a bloques de este controlador.

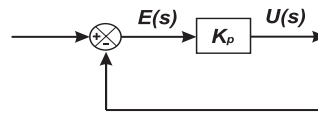


Figura 6.3 Diagrama de bloques de un controlador proporcional.

Considerando el diagrama a bloques del controlador y teniendo en cuenta que el amplificador varía su ganancia sólo con cambiar los valores de las resistencias (externas colocadas en él), se implementa el control proporcional en Bond Graph de acuerdo a la figura 6.4.

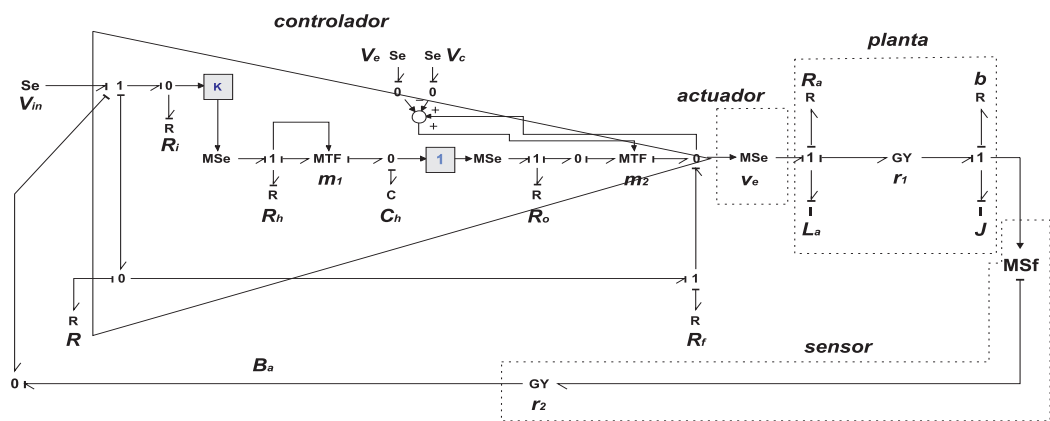


Figura 6.4 Modelo de un control proporcional para el motor de CD en Bond Graph.

En el sistema de control de lazo cerrado mostrado en la figura 6.3 se puede identificar que:

- La entrada de referencia es una señal de voltaje, $MSe(V_{in})$.
- A causa del tipo de señal de referencia el sensor utilizado es de velocidad que proporciona como salida una señal de voltaje en el bond B_a .
- El actuador está representado por una fuente de esfuerzo modulada $MSe(V_e)$, debido a que la señal de control es de esfuerzo de entrada en la planta.

La configuración utilizada para el control proporcional es un amplificador no inversor; el modelo del motor es conectado a través del actuador colocado en la salida del amplificador y la salida del motor genera la señal de error que es retroalimentada de acuerdo a la figura 6.3.

Un aspecto importante en la retroalimentación de la señal de error es, que ésta se realiza colocando un girador en dicha retroalimentación, debido a que en la salida del motor se tiene la variable de flujo ó velocidad angular del motor, pero la variable que se utiliza para realizar la diferencia del error es el esfuerzo por lo tanto, es necesario colocar el girador para intercambiar las variables y poder realizar la retroalimentación.

En la retroalimentación para asegurar que se tiene presente únicamente la variable de flujo se coloca un bond activo, el cual es implementado através de una fuente modulada de flujo; este es un aspecto importante que tiene que ser tomado en cuenta, debido a que si no se tuviera presente el bond activo podría presentarse un posible efecto de carga.

Se utiliza un amplificador en configuración no inversor para evitar colocar otro amplificador en configuración inversor en la retroalimentación, ya que la señal que se tiene en la retroalimentación debe de ser restada con la señal de entrada, para generar el error; al utilizar esta configuración la resta se realiza directamente, debido a que en la unión 1, que se encuentra en seguida de la señal de control Se en la entrada no inversora del amplificador operacional realiza la resta del esfuerzo de entrada y la salida de acuerdo a la relación 2.10, teniendo en consideración la dirección de la semiflecha.

La respuesta del sistema completo del Bond Graph de la figura 6.4, considerando los valores de la Tabla 6.1 se muestran en la figura 6.5.

En la figura 6.5 se presentan las gráficas de la señal de entrada y la velocidad de salida del motor. La ganancia que presenta el amplificador para la gráfica es de

Tabla 6.1 Valores numéricos para el control proporcional del motor de CD en Bond Graph.

R_i	R_o	K	R_h	C_h	SR
$2M\Omega$	75Ω	2×10^5	$1K\Omega$	$3.066562 \times 10^{-5}f$	0.7
R	R_f	R_a	L_a	J	b
100Ω	900Ω	2Ω	$1 \times 10^{-5}H$	0.001	1

$A_{CL} = 10$, esto de acuerdo a los valores de la Tabla 6.1 y de la relación del amplificador no inversor, expresión (3.31).

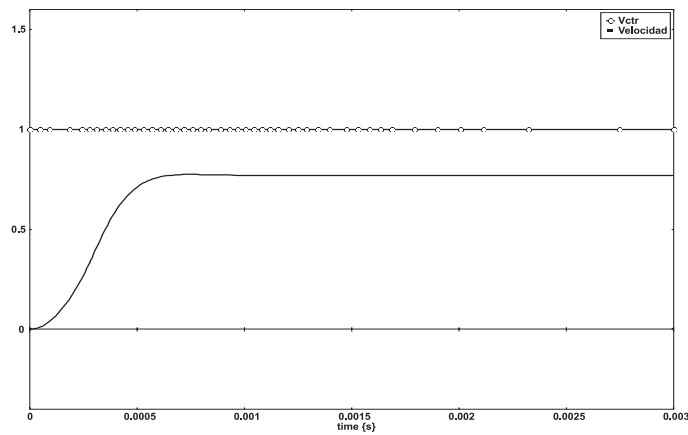


Figura 6.5 Respuesta del control proporcional para el motor de CD.

La respuesta del control proporcional presenta un error considerable con respecto a la señal de control, esto se debe a las características propias de esta acción de control.

En la figura 6.6 se presenta la respuesta del sistema para diferentes valores de ganancias del control proporcional.

Como se puede apreciar en la figura 6.6, conforme se aumenta el valor de la ganancia del control el error disminuye, pero en la etapa transitoria presenta oscilaciones más considerables, y conforme se disminuye la ganancia, las oscilaciones tienden a atenuarse. Las oscilaciones son una consecuencia de la acción de control, debido a que cuando se tienen ganancias muy altas en una acción de control proporcional, el sistema intenta seguir la señal de control lo más rápidamente posible, y dicho aspecto es lo que ocasiona que se presenten las oscilaciones.

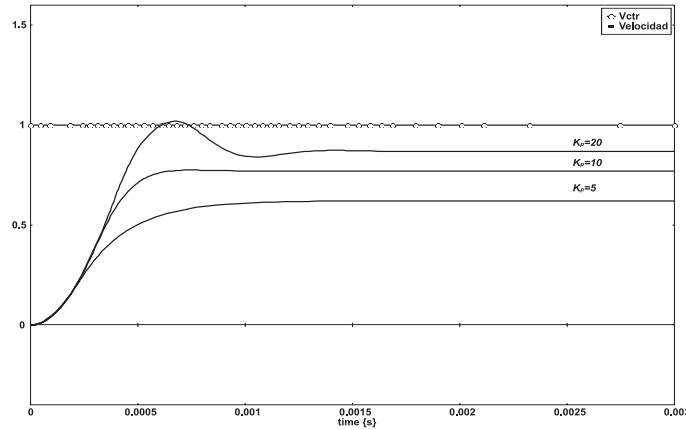


Figura 6.6 Respuesta de la acción proporcional para diferentes valores de ganancias.

6.4 Control Proporcional-Integral del Motor de CD

La acción de control de un controlador proporcional-integral (PI) se define mediante la siguiente función de transferencia,

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) \quad (6.1)$$

En la ecuación (6.1), K_p es la ganancia proporcional y T_i se denomina tiempo de integración. Tanto K_p como T_i son ajustables. El tiempo integral ajusta la acción de control integral, mientras que un cambio en el valor de K_p afecta a las partes integral y proporcional de la acción de control.

La figura 6.7 muestra el diagrama de bloques de un controlador PI.

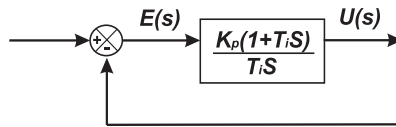


Figura 6.7 Diagrama de bloques de un controlador proporcional-integral.

La implementación del control proporcional-integral, se realiza con las configuraciones básicas de los amplificadores y el diagrama a bloques de la figura 6.7, es decir, en el capítulo 2 se presentó la configuración del integrador y del no inversor, conjuntando ambas configuraciones se obtiene la acción de control PI. La figura 6.8 presenta el modelo en Bond Graph del controlador PI aplicado al sistema del motor de CD.

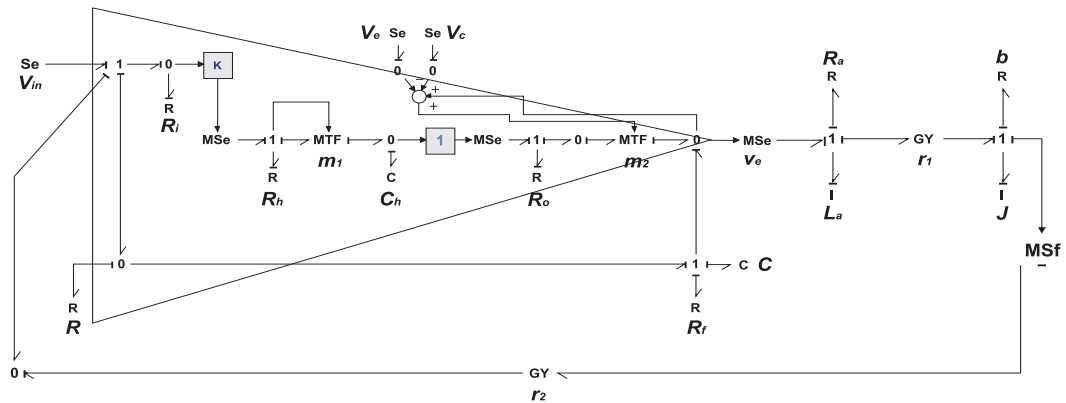


Figura 6.8 Modelo del control proporcional-integral para el motor de CD en Bond Graph.

Observando el Bond Graph y comparándolo con el mostrado en la sección anterior, se puede apreciar que son muy similares, con la diferencia de que éste tiene un elemento de almacenamiento de energía colocado en la retroalimentación del amplificador (en serie con la resistencia de retroalimentación), lo que contribuye con la acción integral que se está añadiendo.

Los valores para la simulación del Bond Graph del sistema con el control PI, son los mismos que se presentaron para el controlador proporcional Tabla 6.1, únicamente se agrega el valor del capacitor $C = 1\mu F$.

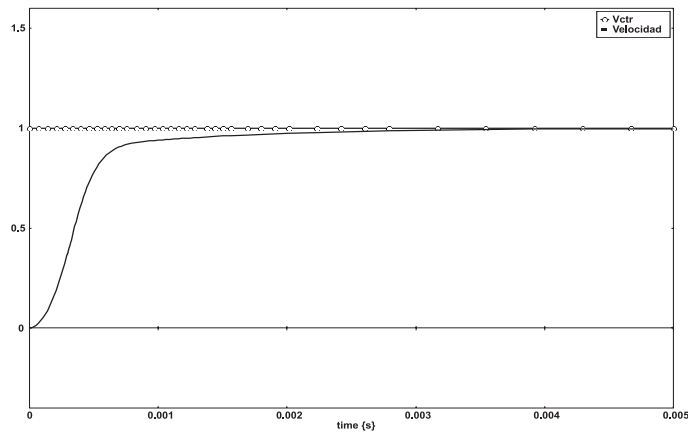


Figura 6.9 Respuesta de la acción de control proporcional-integral para el motor de CD.

La figura 6.9 muestra la señal de entrada de referencia y la salida del sistema. En la velocidad de salida se aprecia que la señal alcanza a la señal de referencia después

de que pasa cierto tiempo; como la ganancia que se tiene en el controlador PI es la misma que la del control proporcional $A_{CL} = 10$ (mencionado en la sección anterior) si se compara la gráfica 6.9 con la 6.5, se aprecia claramente el efecto que tiene la parte integral en la respuesta.

De igual manera, el cambio del valor de la parte proporcional afecta a la parte proporcional e integral, este efecto se ilustra en la figura 6.10.

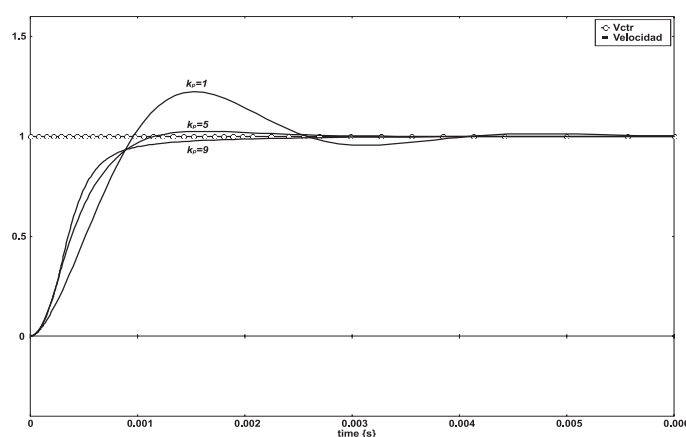


Figura 6.10 Respuesta de la acción proporcional-integral para diferentes valores de ganancias.

La figura 6.10 indica tres ganancias distintas de la respuesta del controlador, para una ganancia unitaria la respuesta que presenta el sistema es una respuesta subamortiguada, es decir, que la velocidad del motor reacciona muy rápidamente a la acción de control, debido a que trata de alcanzar a la referencia lo más rápido posible, provocando que sobrepase la señal y tenga que volver a corregir hasta encontrar el valor de la referencia. A un valor de ganancia mayor a la unitaria la respuesta presenta un sobre impulso menor, esto, debido a que la acción proporcional afecta también a la acción integral.

Por último, para un valor muy grande respecto al unitario en la ganancia del amplificador operacional, la respuesta deja de presentar el sobre impulso.

Por otra parte, si solamente se varía la parte integral y la ganancia se deja fija en un valor dado, la respuesta del sistema cambia, esto debido a que el tiempo integral también está cambiando. En la figura 6.11 se muestra la respuesta que tiene el sistema cuando se varía el valor del capacitor C y la ganancia proporcional es unitaria.

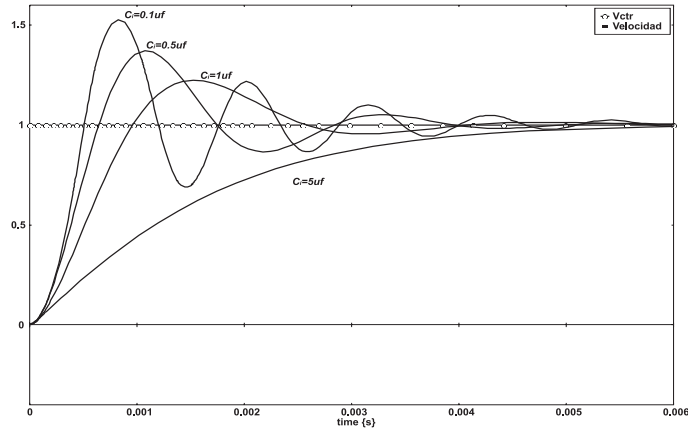


Figura 6.11 Respuesta de la acción proporcional-integral para diferentes valores del capacitor C.

6.5 Controlador Proporcional-Integral-Derivativo del Motor de CD

La combinación de una acción de control proporcional, una acción de control integral y una acción de control derivativa se denomina acción de control proporcional-integral-derivativa (PID). La función de transferencia de un controlador con esta acción combinada está dada por medio de la expresión,

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (6.2)$$

donde la K_p es la ganancia de la acción proporcional, T_i es el tiempo integral y T_d es el tiempo derivativo. El diagrama de bloques de un controlador PID se muestra en la figura 6.12.

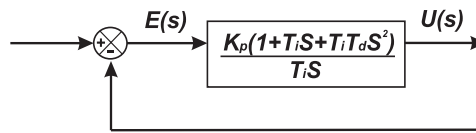


Figura 6.12 Diagrama de bloques de un controlador proporcional-integral-derivativo.

La figura 6.13 presenta el controlador PID para el control del motor de CD en Bond Graph.

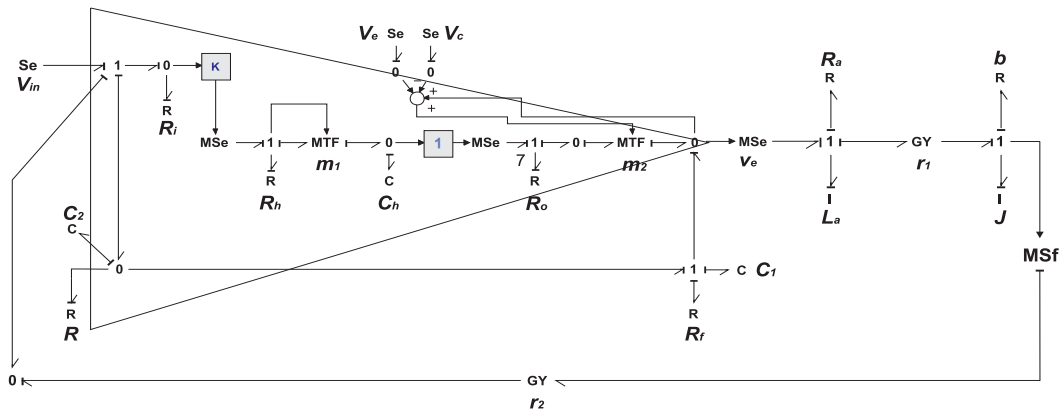


Figura 6.13 Modelo del control proporcional-integral-derivativo para el motor de CD en Bond Graph.

El Bond Graph de la figura 6.13 es muy similar al del controlador PI, solamente que se agrega otro capacitor, el cual se encarga de presentar la acción derivativa al sistema.

La acción de control derivativa en el sistema presenta su efecto en la etapa transitoria de la respuesta debido a que esta acción de control actúa cuando se presentan cambios de la señal de referencia o de control, es decir la acción derivativa hace reaccionar al sistema inmediatamente a las variaciones de la señal de entrada.

La figura 6.14 muestra la respuesta que presenta la velocidad del motor cuando es aplicado un controlador PID.

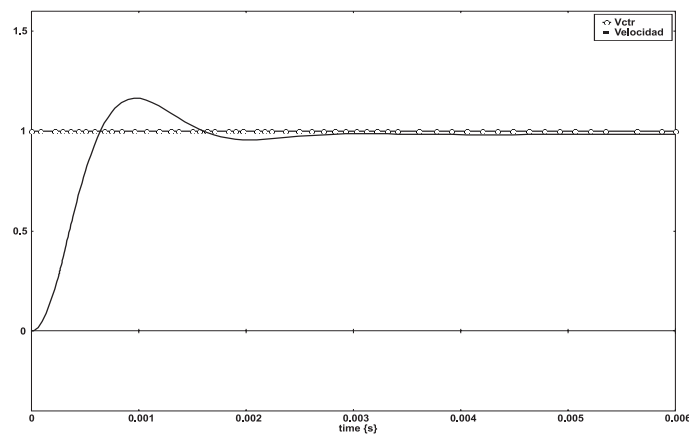


Figura 6.14 Respuesta de la acción de control PID para el motor de CD.

Los valores numéricos de los elementos para la respuesta en el sistema se tienen en la Tabla 6.1, la respuesta del controlador PID tiene una ganancia $K_p = 10$, y el valor del capacitor de la parte derivativa es $C_2 = 2\mu F$.

En las figuras 6.4, 6.9 y 6.14 que corresponden a las acciones de control proporcional, PI y PID, respectivamente, se observa cual es el efecto que presenta cada una de las acciones de control.

Al igual y como lo presentó el controlador PI, cuando el valor de la ganancia proporcional se varía, el efecto se hace presente en los otros dos parámetros (T_i y T_d), lo cual se aprecia en la expresión (6.2). La figura 6.15 muestra el efecto que ocasiona el cambiar la ganancia del controlador en el sistema.

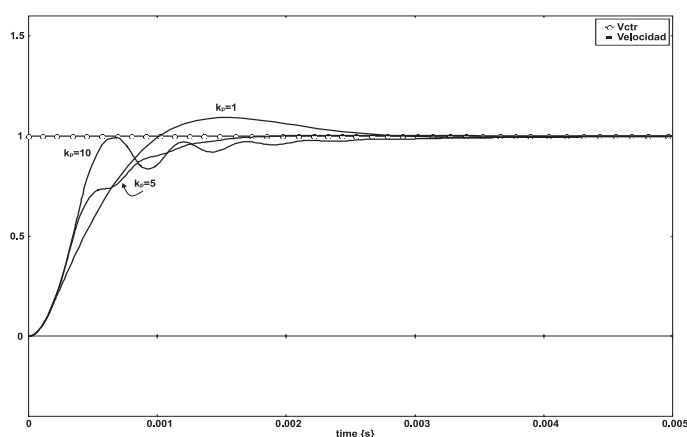


Figura 6.15 Respuesta de la acción PID para diferentes valores de ganancias.

Los tres tipos de control aplicados al modelo en Bond Graph del motor de CD funcionan de manera correcta, además de que las características principales de cada una de las acciones de control se hacen presentes en las simulaciones del sistema.

6.6 Modelo de Un Sistema de Nivel de Líquido

El diagrama esquemático del sistema de nivel de líquido propuesto como segundo ejemplo se muestra en la figura 6.16, este esquema es formulado para mostrar un sistema hidráulico el cual contiene un transformador que cambia la relación del flujo que se tiene en cada extremo de él.

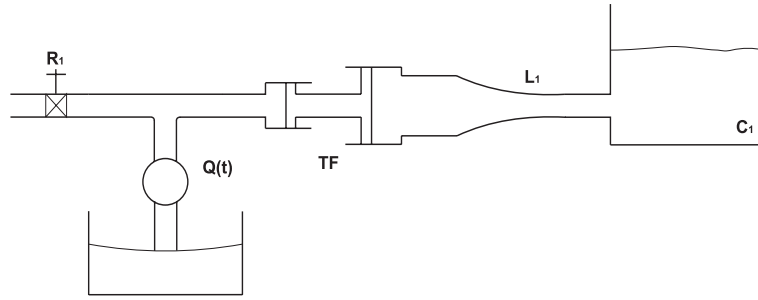


Figura 6.16 Diagrama esquemático de un sistema de nivel de líquido.

A la figura 6.16 se aplica el *procedimiento 2.2* para obtener el modelo en Bond Graph del sistema, así, la figura 6.17 presenta el Bond Graph Integral (BGI) del sistema de nivel de líquido.

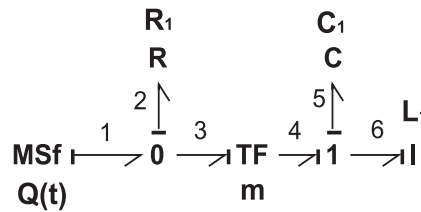


Figura 6.17 Modelo en Bond Graph del sistema de nivel de líquido en causalidad integral.

En el Bond Graph de la figura 6.16 se observa que los elementos que almacenan energía presentan una causalidad integral, por lo tanto, se le denomina BGI; en el BGI la trayectoria de las variables de energía por medio de los bonds 1-2-2-3-4-6-6-5 indica que la fuente de entrada puede llegar a los dos estados, es decir, se tiene en el bond 1 la variable de flujo que llega al bond 2 en donde se transforma en variable de esfuerzo por el elemento R_1 , después el esfuerzo en el bond 2 es igual al del bond 3 que pasa a través del transformador TF , por lo tanto, el esfuerzo continúa la misma trayectoria en el bond 4 y de ahí continúa hacia el elemento L_1 en donde se transforma en flujo, este flujo llega al elemento C_1 , así, se dice que los dos elementos pueden ser alcanzados por la fuente de entrada.

La figura 6.17 muestra el Bond Graph en causalidad derivativa (BGD), del cual se observa que es causalmente correcto por lo tanto, las dos variables de estado son controlables [26].

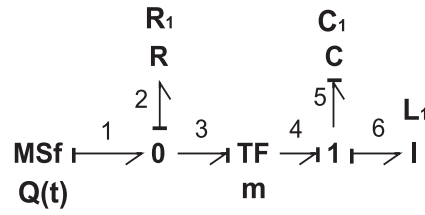


Figura 6.18 Modelo en Bond Graph del sistema de nivel de líquido en causalidad derivativa.

6.7 Control Proporcional del Sistema de Nivel de Líquido

Considerando el diagrama a bloques de la figura 6.3 y el Bond Graph del sistema de nivel de líquido se implementa el controlador proporcional mostrado en la figura 6.19.

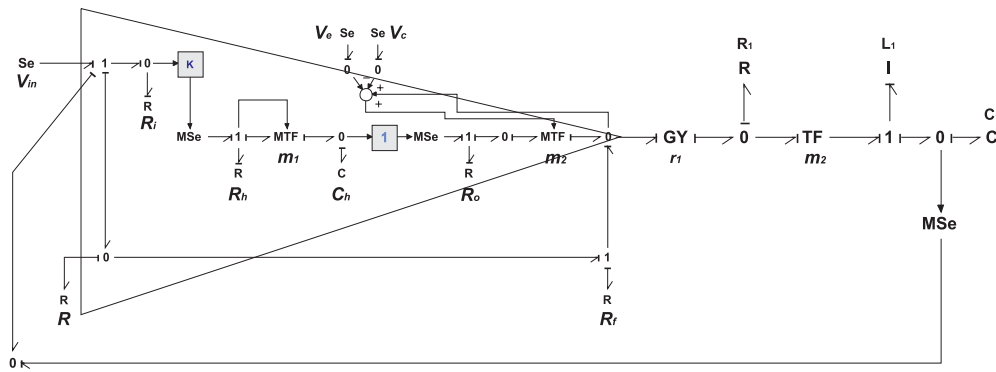


Figura 6.19 Modelo del control proporcional para el sistema de nivel de líquido en Bond Graph.

En el modelo del controlador proporcional de la figura 6.19 se observa que entre la salida del controlador y la entrada del sistema se encuentra un girador GY el cual se encarga de cambiar la variable de salida de esfuerzo a flujo, debido a que se esta controlando la fuente de esfuerzo del sistema; la variable que se controla es la presión que tiene el tanque C_1 , con lo que indirectamente se tiene un control sobre el nivel de liquido que tiene presente el tanque debido a que la capacitancia para el sistema del tanque está definida como [30],

$$C = \frac{\text{cambio de la cantidad de líquido}}{\text{cambio en la altura}}$$

Para la retroalimentación se tiene presente el bond activo para tomar únicamente la variable de esfuerzo, esta es comparada con el esfuerzo de entrada para tener la señal de error por medio de la cual se realiza la acción de control.

La respuesta del sistema del Bond Graph de la figura 6.19 considerando los valores de la Tabla 6.2 se muestran en la figura 6.20.

Tabla 6.2 Valores numéricos para el control proporcional del sistema de nivel de líquido en Bond Graph.

R_i	R_o	K	R_h	C_h	SR
$2M\Omega$	75Ω	2×10^5	$1K\Omega$	$3.066562 \times 10^{-5}f$	0.7
R	R_f	R_1	L_1	C_1	
200Ω	$1K\Omega$	1Ω	$1 \times 10^{-3}H$	0.05	

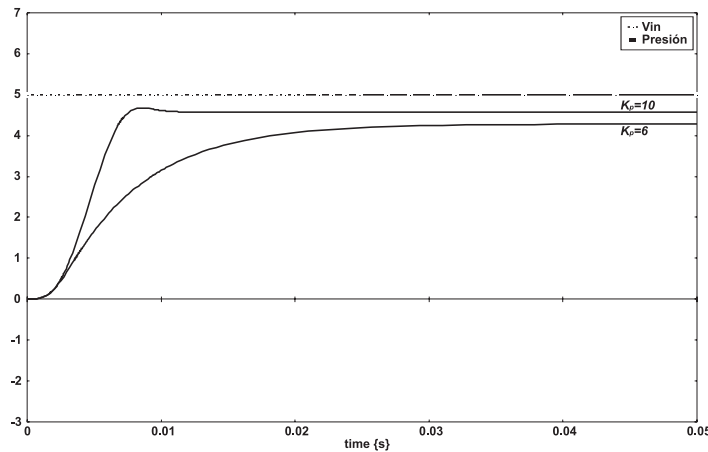


Figura 6.20 Respuesta de la acción proporcional con dos valores de ganancias.

En la figura 6.20 se observa como con la ganancia proporcional únicamente, el valor de la presión en el tanque presenta una diferencia con respecto a la señal de referencia.

6.8 Control Proporcional-Integral del Sistema de Nivel de Líquido

La diferencia que presenta la acción de control proporcional es corregida agregando la acción integral en el controlador, la figura 6.21 muestra el modelo en Bond Graph

del control proporcional-integral para el sistema de nivel de líquido.

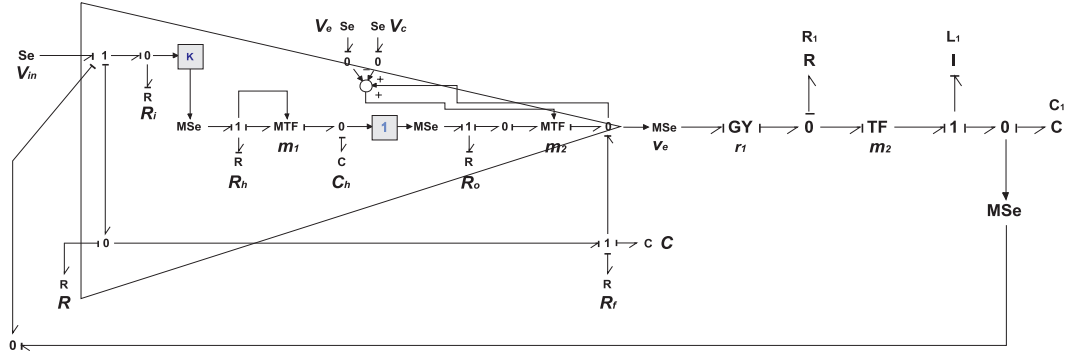


Figura 6.21 Modelo del control proporcional-integral para el sistema de nivel de líquido en Bond Graph.

Los valores numéricos de los elementos que componen al modelo de control de la figura 6.21 son los mismos que se presentan en la Tabla 6.2 únicamente es agregado el valor del capacitor C que está colocado en serie con la resistencia presente en la retroalimentación del amplificador operacional para adicionar la acción integral en el control, el valor del capacitor es $C = 10\mu F$.

La respuesta del controlador PI es mostrada en la figura 6.22.

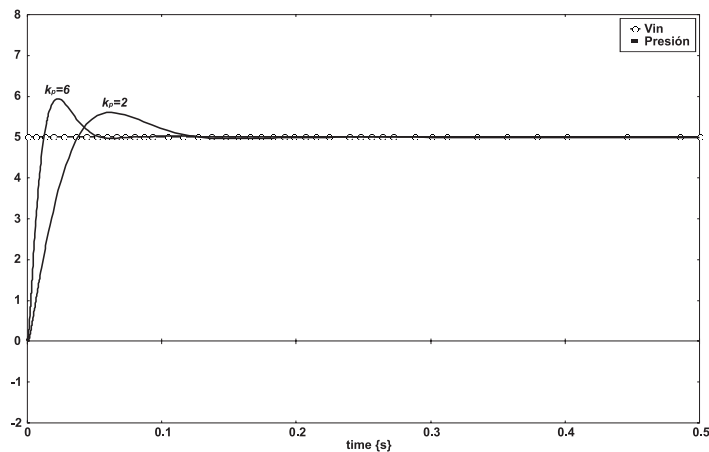


Figura 6.22 Respuesta de la acción proporcional-integral para el sistema de nivel de líquido en Bond Graph.

En la figura 6.22 se observa como la señal de salida del sistema de nivel de liquido sigue a la señal de referencia, esto se debe a que se agregó la acción integral al controlador. Para una ganancia proporcional mayor el sistema presenta una respuesta más rápida y disminuye la velocidad de reacción cuando disminuye ésta.

6.9 Control Proporcional-Integral-Derivativo del Sistema de Nivel de Líquido

De manera similar como se implementó en el modelo del motor de CD el controlador PID es aplicado al sistema de nivel de líquido. La figura 6.23 muestra la acción del control PID aplicado al sistema.

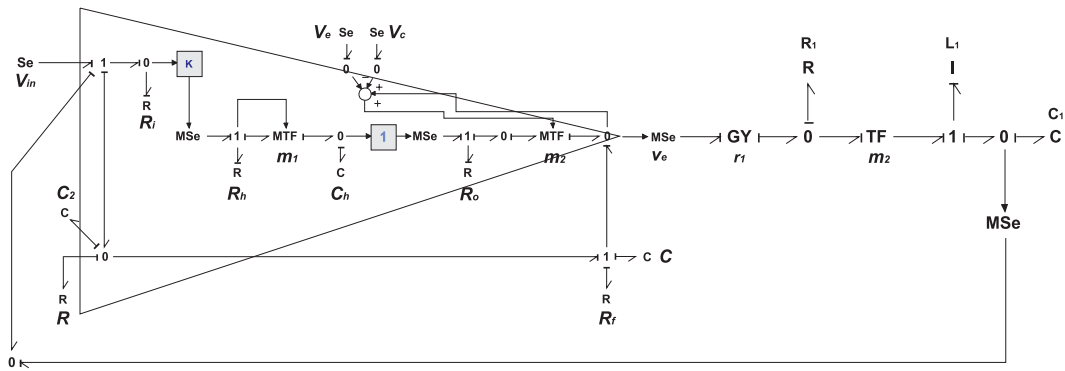


Figura 6.23 Modelo del control proporcional-integral-derivativo para el sistema de nivel de líquido en Bond Graph.

En la figura 6.23 los capacitores C y C_2 son los estados del amplificador operacional que realizan las acciones de control integral y derivativa, respectivamente. Los valores numéricos de los elementos que componen al Bond Graph de la figura 6.23 son los de la Tabla 6.2, así, la respuesta del sistema completo para dos valores diferentes en la ganancia proporcional se presenta en la figura 6.24.

En la respuesta mostrada en la figura 6.24 se observan las dos gráficas que presentan un valor diferente en la ganancia proporcional K_p , la acción derivativa del control se presenta en la parte transitoria de la respuesta y los valores de los capacitores para las acciones integral y derivativa son: $C = 2\mu f$ y $C_2 = 1\mu f$. La gráfica que presenta una respuesta más rápida es la que tiene un valor mayor en la ganancia proporcional.

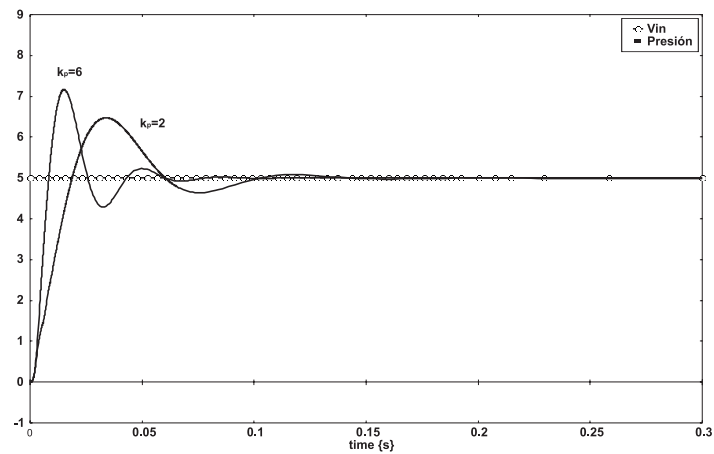


Figura 6.24 Respuesta de la acción proporcional-integral-derivativa para el sistema de nivel de líquido en Bond Graph.

En el siguiente capítulo se enuncian las conclusiones y trabajos futuros del presente trabajo.

Capítulo 7

Conclusiones y Trabajos Futuros

7.1 Conclusiones

En el desarrollo de este trabajo se obtuvo un modelo del amplificador operacional en Bond Graph el cual presenta la mayoría de las características reales que tiene el dispositivo físico, así, se tiene un modelo completo que considera la resistencia de entrada, la ganancia de lazo abierto, la respuesta a la frecuencia, el efecto de la relación de cambio, la resistencia de salida y los voltajes de polarización.

El valor numérico que presenta cada uno de los elementos que componen al modelo del amplificador operacional en Bond Graph pueden ser tomados directamente de las hojas de datos del amplificador operacional que se requiera modelar, lo que hace que cualquier tipo de amplificador operacional pueda ser modelado.

El modelo del amplificador operacional propuesto presenta ventajas que el modelo tradicional de la figura 3.1 no presenta, como lo es: el efecto de la velocidad de cambio, la cual se implementó exitosamente gracias al transformador modulado y sus propiedades, otra de las características es que el efecto de los voltajes de polarización no lo incluye el modelo de la figura 3.1, así el modelo propuesto en el presente trabajo agrega este efecto, el cual funciona correctamente.

Al obtener la realización en espacio de estados de cada una de las configuraciones que presenta el amplificador operacional con todos los elementos que integran al dispositivo se puede conocer la relación que existe entre los elementos del mismo.

Se tiene un modelo que presenta las características reales que tiene el amplificador operacional, estas características se obtienen de una manera sencilla, tal es el caso de las resistencias reales de entrada y salida que tiene el amplificador operacional cuando

presenta una retroalimentación negativa, donde únicamente se sustituyen los valores de los elementos que representan a la resistencia.

Las diferentes configuraciones de filtros activos, así como su respuesta a la frecuencia de estos son presentados en el trabajo, por ejemplo, para los filtros de segundo orden pasa altas y pasa bajas se presentan dos amplificadores operacionales en Bond Graph en cascada con lo que se tiene un modelo por medio del cual se pueden implementar configuraciones que requieren de más amplificador operacional, como el caso del amplificador de instrumentación y de las solución de ecuaciones diferenciales con el modelo del amplificador operacional en Bond Graph.

Con el modelo del amplificador operacional en Bond Graph los controladores son aplicados de una manera sencilla a cualquier tipo de sistema ya sea mecánico, hidráulico o eléctrico debido, a que el sistema es modelado en Bond Graph también y no es necesario realizar ninguna conversión para poder unir los sistemas que presenten diferentes dominios, lo anteriormente mencionado se debe a la aplicación de la técnica de Bond Graph.

Por lo tanto, se diseña el controlador, actuador, planta y retroalimentación en el dominio de Bond Graph.

7.2 Trabajos Futuros

Los trabajos futuros que pueden ser realizados con el modelo son los siguientes:

Al modelo del amplificador operacional en Bond Graph se le pueden ir añadiendo elementos para observar su comportamiento, esto puede servir de ayuda a los fabricantes de los dispositivos para obtener amplificadores operacionales con diferentes características, con esto no se quiere decir que se vaya a modificar la estructura del amplificador, sino que solamente se podrían diseñar dispositivos con algunas características especiales que sean requeridas en alguna aplicación.

Con el modelo del amplificador operacional pueden ser implementados diferentes tipos de actuadores, por ejemplo en los convertidores de potencia en donde la parte que corresponde al control tiene una importancia relevante en el funcionamiento de éstos.

Bibliografía

- [1] Peter Gawthrop and Lorcan Smiyh, *Metamodelling: for Bond Graph and Dynamic Systems*, Prentice Hall, 1995.
- [2] Forbes T. Brow, *Engineering System Dynamics*, Marcel Dekker Inc. New York, 2001.
- [3] P J Gawthrop and D Palmer, *A Bicausal Bond Graph Representation of Operational Amplifiers*, Centre for Systems and Control and Department of Mechanical Engineering, University of Glasgow, Scotland, UK., IMechE 2003
- [4] José J. Granda, *S-Domain Bond Graph Models Computer Generate Transfer Functions for Electrical Circuits and Operational Amplifiers*, California state university, Sacramento., ICBGM '07.
- [5] Juárez G. Eduardo, *Modelado del Amplificador Operacional y su Aplicación a Circuitos Electrónicos Basados en el Dominio Físico*, Universidad Michoacana de San Nicolas de Hidalgo, Junio 2005.
- [6] Walter. G. Jung, *IC Op-Amp Cookbook*, Howard W. Sams & CO., SAMS, 1974.
- [7] H.M Berlin, *Design of OP-AMP Circuits With Experiments*, Howard W. Sams & Co., SAMS, 1987.
- [8] William D. Stanley, *Operational Amplifiers With Linear Integrated Circuits*, Macmillan College Publishing Company, New York, 1994.
- [9] Notas de Amplificadores Operacionales del curso de Electrónica III, Instituto Tecnológico de Morelia, 1999.
- [10] L. M: Faulkenberry, *Introducción a los Amplificadores Operacionales con Aplicaciones a CI Lineales*, LIMUSA, 1994.

- [11] Arpad Barna and Dan I. Porat, *Operational Amplifiers*, Wiley, 1989.
- [12] Ramakant A. Gayakwad, *Op-Amp and Linear Integrated Circuits*, Prentice Hall fourth edition, 2000.
- [13] Constaín A. Alfredo, *Amplificadores Retroalimentados (Diseño Lineal Avanzado)*, Addison-Wesley Iberoamericana, 1993.
- [14] Wai-Kai Chen, *The circuits and filters Handbook*, CRS Press, 1995.
- [15] William D. Stanley, *Operational Amplifiers with Linear Integrated Circuits*, Maxwell Macmillan International, 1994.
- [16] Thomas L. Floyd and David Buchla, *Basic Operational Amplifiers and Linear Integrated Circuits*, Prentice Hall, 1999.
- [17] Dean C. Karnopp, Ronald C. Rosenberg, *System Dynamics: A Unified Approach*, Wiley John and Sons. 1975.
- [18] Dean C. Karnopp, Ronald C. Rosenberg, *Introduction to Physical Systems Dynamics*, Mc. Graw Hill, 1983.
- [19] Paynter H. M., *Analysis and Design of Engineering Systems*, MIT Press, 1961.
- [20] Peter C. Breedveld, *Physical Systems Theory in Terms of Bond Graph*, Ph. D. Dissertation, Twente University, Enshede, Holand.
- [21] Proc. of the 1993 European Simulation Multiconference, Lyon, June 1993.
- [22] Proc. IEEE/SMC'93, Le Touquet, France, 1993.
- [23] J. J. Granda and F. Cellier, ICBGM'93, Proc. of the 1993 Western Simulation Multiconferebce, La Jolla, CA, SCS, Simulation Series, Vol. 25 (1993).
- [24] Peter J. Gawthrop, Lorcan Smith, *Metamodelling*, Prentice Hall, 1996.
- [25] P. E. Wellstead, *Physical System Modelling*, Academic Press, London, 1986.
- [26] Notas del modelado en Bond Graph del curso de Modelado de Sistemas Físicos, Universidad Michoacana de San Nicolas de Hidalgo, 2006.

-
- [27] C Sueur y G. Dauphin-Tanguy, *Bond-Graph Approach for Structural Analysis or MIMO Linear Systems*, Journal of the Franklin Institute, Vol. 328, No. 1, 1991.
 - [28] Katsuhiko Ogata, *Dinamica de Sistemas*, Prentice Hall, 1987.
 - [29] Norman S. Nise, *Control Systems Engineering*, John Wiley & Sons, 2000.
 - [30] Katsuhiko Ogata, *Ingeniería de Control Moderna*, Prentice Hall., 1998.

Apéndice A

Software 20-Sim

El programa utilizado para la simulación de los modelos presentados en este trabajo es conocido comercialmente con el nombre de **20-Sim**, este software fue desarrollado en Holanda por la compañía Controllab Products B. V. Con este programa se pueden modelar sistemas de diferentes tipos de dominios como son: los sistemas eléctricos, sistemas mecánicos, sistemas térmicos y sistemas hidráulicos.

Para el modelado de los sistemas el programa cuenta con diferentes herramientas como la representación en diagrama a bloques del modelo (pueden ser sistemas continuos o discretos), representación en función de transferencia, sistemas lógicos, sistemas de control (redes neuronales, control de sistemas lineales y controles PID), filtros (representados por medio de bloques) y cuenta con una librería dedicada a los sistemas no-lineales; la librería más importante y por la cual se elige el programa **20-Sim** es la referente al modelado en Bond Graph.

La librería de Bond Graph permite modelar fácilmente los sistemas a causa de que el programa tiene una interfase gráfica por medio de la cual se van colocando los diferentes elementos que se requieren para el modelo.

Por otra parte, el programa cuenta con cajas de herramientas que permiten la simulación y obtención de diferentes tipos de respuestas en los sistemas modelados; las cajas de herramientas son: 3D, animación, control, dominio de la frecuencia, mecatrónica, análisis en tiempo real y dominio del tiempo.

El programa **20-Sim** tiene dos ventanas de trabajo principales una de ellas es la ventana de trabajo principal o de edición donde son creados los modelos de los sistemas, y la otra es la ventana de simulación donde las respuestas de los modelos son obtenidas. La figura A.1 muestra la ventana de trabajo principal del **20-Sim**.

En la ventana principal se muestran cuatro sub-ventanas, las cuales corresponden a:

- Implementación.- Donde se realizan los modelos de los sistemas gráficamente o en forma de ecuaciones.
- Tipo.- Los puertos y parámetros del modelo son definidos en esta ventana.

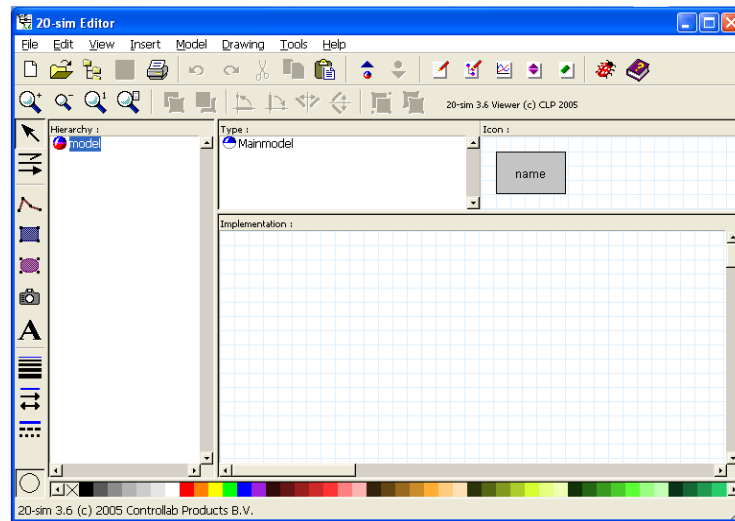


Figura A.1 Ventana principal del programa 20-Sim.

- Icono.- Cada modelo cuenta con un icono o dibujo que lo representa.
- Jerarquía.- Contiene todos los elementos que componen al modelo, sistemas y subsistemas dentro de éste.

La segunda ventana de trabajo principal correspondiente a la de simulación la cual es mostrada en la figura A.2.

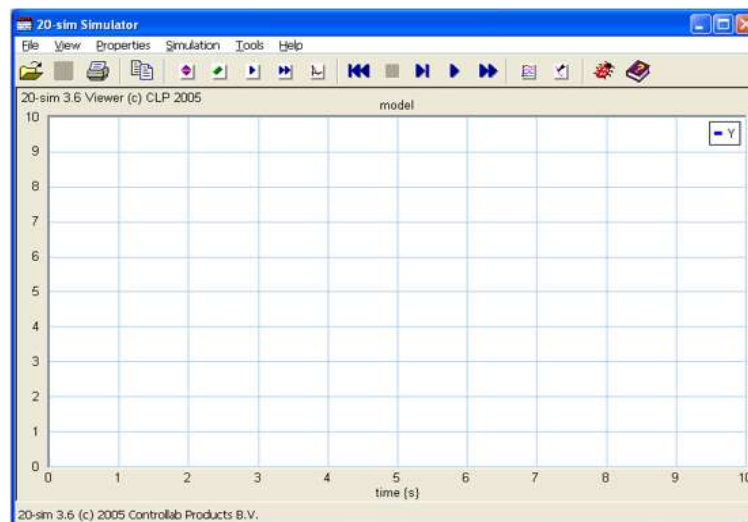


Figura A.2 Ventana de simulación.

En la ventana de la figura A.2 se obtienen las respuestas de la simulación de los sistemas donde se presentan de manera gráfica. En la ventana de simulación es donde

se encuentran las diferentes herramientas para la simulación del sistema, así como también, los valores de los parámetros y los valores de la simulación.

La creación de un modelo se realiza en la ventana principal donde se agregan los elementos que son requeridos. Cuando se tiene el modelo del sistema completamente armado es necesario comprobar que el sistema este bien, posteriormente se procede a realizar la simulación del modelo.

La adición de líneas de código para realizar tareas específicas en cada uno de los elementos es una característica importante que presenta el software; de lo anteriormente mencionado se derivan las respuestas de la velocidad de cambio y los voltajes de saturación que presenta el modelo del amplificador operacional.

A.1 Efecto de la Relación de Cambio (Slew Rate)

La figura A.3 muestra el código que se agrega al elemento puerto-2 que corresponde al transformador colocado en medio de la red $R_h C_h$, el cual realiza el efecto de la velocidad de cambio en el modelo del amplificador operacional.

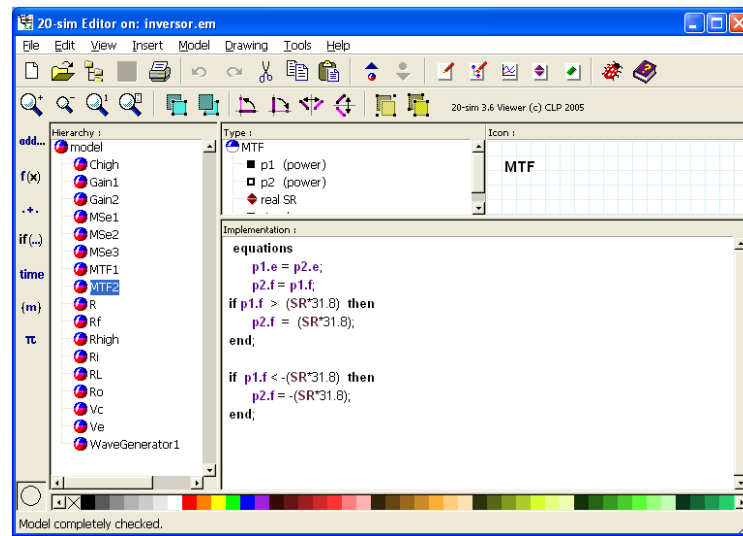


Figura A.3 Código para el efecto del slew rate.

Para realizar la saturación de la corriente en el amplificador operacional es necesario agregar el parámetro correspondiente a la velocidad de cambio, el cual es tomado directamente de las hojas de datos del amplificador operacional que se esté utilizando, la velocidad de cambio se indica en el código con la variable SR . La variable se encuentra multiplicada por un factor de 31.8 el cual se obtiene a partir de la expresión (B.28) de donde se despeja el valor de la corriente de saturación y son substituidos los

valores de la resistencia y del capacitor que han sido tomados de la Tabla 3.2, estos valores corresponden al amplificador operacional $\mu A741$.

El código es fácil de interpretar solamente es considerando el flujo que se encuentra en la entrada del transformador y se compara con el flujo o corriente de saturación que se desea, como la señal de entrada comúnmente es una señal senoidal son consideradas en cuanto la parte positiva y negativa de la señal, por lo tanto, cuando la corriente de entrada al transformador supera el valor de la corriente de saturación, la corriente en la entrada toma el valor de la corriente de saturación.

Es importante notar que cuando se tiene un modelo del amplificador operacional diferente al que se propone en este trabajo, el factor que multiplica a la velocidad de cambio cambia de acuerdo a los nuevos valores que presente la red $R_h C_h$ y a la velocidad de cambio propio de ese amplificador operacional.

A.2 Efecto del Voltajes de Saturación

Para el caso de los voltajes de polarización del amplificador operacional se agregan las líneas de código mostradas en la figura A.4.

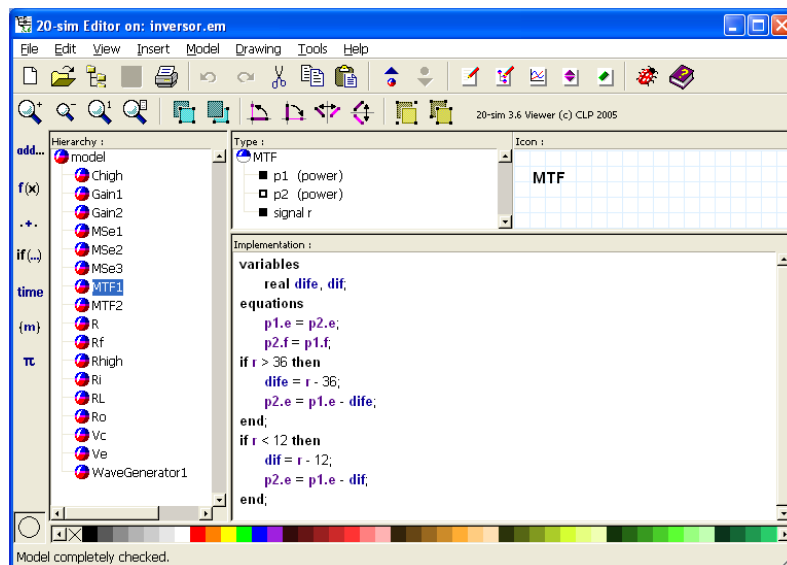


Figura A.4 Código para los voltajes de alimentación.

En el código presentado en la figura A.4 se tienen presentes dos ciclos condicionales los cuales son utilizados para implementar la saturación del voltaje de salida; la figura A.5 muestra los límites en los cuales se presenta cada ciclo.

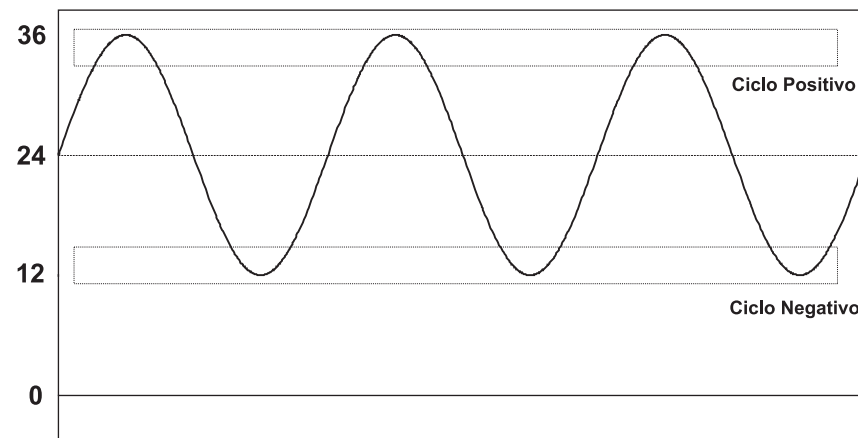


Figura A.5 Gráfica de los límites del voltaje de salida del modelo en Bond Graph.

De la gráfica de la figura A.5 y del código presentado en la figura A.4 se observa que por medio del primer ciclo se satura la parte positiva de la señal de salida, en esta parte del código se tiene presente la suma de las dos fuentes de esfuerzo V_c y V_e de la figura 3.10 las cuales representan a los voltajes de alimentación positivo y negativo respectivamente; al resultado de la suma de las dos fuentes de esfuerzo se le suma un tercer valor que corresponde al valor del voltaje de saturación, para el caso del ejemplo se tiene un voltaje de alimentación de $\pm 12V$ por lo tanto, la suma de las fuentes y del voltaje de saturación es de 36 como se ilustra en la figura A.5.

Para el segundo ciclo que corresponde a la saturación de la parte negativa se tiene como límite el valor de 12, debido a que la forma de onda de salida se encuentra montada en una especie de voltaje de CD es decir, que tiene un voltaje de offset el cual es requerido para evitar realizar la condición del segundo ciclo con valores negativos.

Apéndice B

El Amplificador Operacional

En el presente Apéndice se mencionan las características ideales y reales que presenta el amplificador operacional, así como las expresiones matemáticas que presentan las diferentes configuraciones que presenta el amplificador operacional, todo esto visto desde un punto de vista de análisis clásico del amplificador operacional como un circuito electrónico. El objetivo del Apéndice es mostrar una revisión rápida y general de los amplificadores operacionales.

B.1 Amplificador Operacional Ideal

Las características ideales del amplificador operacional son,

- Ganancia de lazo abierto, A_{OL} , infinita.
- Resistencia de entrada, R_i , infinita.
- Resistencia de salida, R_o , cero.
- Ancho de banda, BW , infinito.
- Rechazo en modo común, $CMRR$, infinito.
- Relación de cambio o slew rate, SR , infinito.

La figura B.1 muestra el símbolo estándar del amplificador operacional, el cual presenta dos terminales de entrada: la entrada inversora ($-$) y la entrada no inversora ($+$), una terminal de salida, así como también, los voltajes de alimentación.

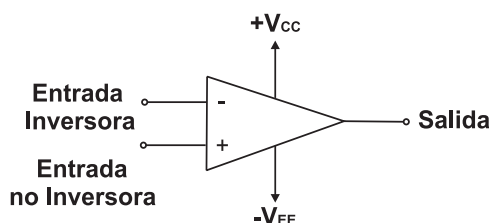


Figura B.1 Diagrama estandar del amplificador operacional.

B.2 El Amplificador Operacional en Lazo Abierto

Las características ideales del amplificador operacional indican la forma básica de conexión de este dispositivo. Cuando el amplificador operacional es conectado en lazo abierto, funciona como un amplificador de alta ganancia. Se tienen tres posibles configuraciones para el amplificador operacional [9], las cuales son:

- Amplificador Diferencial.
- Amplificador Inversor.
- Amplificador No inversor.

La figura B.2 muestra al amplificador diferencial.

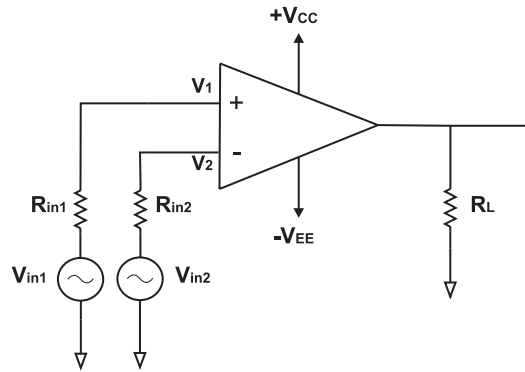


Figura B.2 Amplificador operacional en lazo abierto.

Las resistencias de las fuentes R_{in1} y R_{in2} son despreciadas, debido a que comparadas con la resistencia de entrada del amplificador operacional son muy pequeñas, con lo cual se tiene que $v_1 = v_{in1}$ y $v_2 = v_{in2}$, así, el voltaje de salida del amplificador operacional está dado por [11],

$$v_o = A_{OL}(v_{in1} - v_{in2}) \quad (B.1)$$

En la configuración del amplificador inversor, cuando la entrada no inversora es referenciada a tierra se tiene que $v_1 = 0$ volts y $v_2 = v_{in}$, por lo tanto, la salida del amplificador operacional de acuerdo a la ecuación (B.1) es,

$$v_o = -A_{OL}v_{in} \quad (B.2)$$

La ecuación (B.2) indica que el amplificador está en su configuración de amplificador inversor. Considerando que la entrada inversora es referenciada a tierra se tiene la configuración del amplificador no inversor teniendo $v_1 = v_{in}$ y $v_2 = 0$ volts, y la ecuación (B.1) toma la forma,

$$v_o = A_{OL}v_{in} \quad (B.3)$$

Cuando se opera el amplificador operacional en lazo abierto la salida de éste siempre es positiva o negativa dependiendo de la diferencia que esté presente a la entrada, y el valor del voltaje de salida depende de los voltajes de alimentación, debido a que el amplificador operacional entrega a la salida el valor del voltaje de saturación de éste [13].

B.3 El Amplificador Operacional en Lazo Cerrado

B.3.1 Retroalimentación Positiva

La retroalimentación positiva consiste en tomar una porción del voltaje de salida del amplificador operacional y enviarla a la entrada no inversora [9], donde su efecto se suma al del voltaje de entrada, por lo cual el voltaje de salida se mantiene en uno de los dos extremos (voltaje de saturación), de acuerdo al modelo de control representado por el diagrama de bloques de la figura B.3, donde se observa como al realizar la retroalimentación positiva, el voltaje de salida se va hacia un extremo.

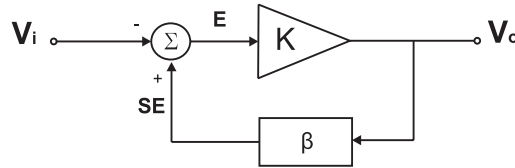


Figura B.3 Representación a bloques de un sistema con retroalimentación positiva.

Analizando el diagrama a bloques de la figura B.3, se tiene que la señal de error E está dada por,

$$E = SE - V_i \quad (B.4)$$

Sin embargo,

$$SE = \beta V_o \quad (B.5)$$

así,

$$E = \beta V_o - V_i \quad (B.6)$$

Si el trayecto directo de la entrada a la salida está dado por,

$$V_o = K E \quad (B.7)$$

Sustituyendo (B.6) en (B.7) y factorizando términos, la función de transferencia de la salida V_o con respecto de la entrada V_i es,

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{K}{1 - K\beta} \quad (B.8)$$

donde: K es la ganancia de lazo abierto del amplificador operacional y β es la ganancia de retroalimentación.

La relación $\frac{V_o}{V_i}$ de la expresión (B.8), es la ganancia en lazo cerrado del amplificador operacional A_{CL} , y el factor $K\beta$ es la ganancia de lazo del amplificador operacional la cual contiene el producto de todas las ganancias alrededor del lazo [12].

De la figura B.3 se tiene que cuando el voltaje de entrada es cambiado de signo después del punto de suma el amplificador operacional amplifica esta señal la cual es retroalimentada a través de la ganancia de lazo β ; en el punto de suma la ganancia de lazo es sumada a la de la entrada haciendo que el valor de la señal que entra al amplificador operacional aumente debido a que presenta el mismo signo, ocasionando así que se presente la saturación del amplificador operacional.

La principal aplicación de la retroalimentación positiva es para evitar el efecto de ruido en la salida de un comparador, aprovechando el principio conocido como histéresis, que consiste en cambiar el flanco de subida y bajada de una señal (tal como sucede en los materiales ferromagnéticos), para hacer que los niveles de referencia cambien una vez que se realiza la primera transición, con el objeto de alcanzar otro nivel diferente para realizar la siguiente transición.

Configuración con Retroalimentación Positiva

Dentro de las configuraciones de retroalimentación positiva que se realizan con los amplificadores operacionales se presenta en esta sección una de ellas: el comparador con histéresis de umbrales simétricos, o también conocido como disparador Schmitt [13].

El comparador con histéresis de umbrales simétricos se ilustra en la figura B.4.

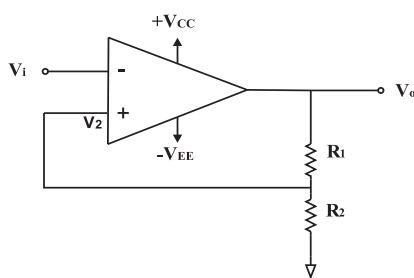


Figura B.4 Comparador con histéresis de umbrales simétricos.

La figura B.5 muestra una señal de entrada triangular aplicada al comparador con histéresis, así como la señal de salida y los niveles de umbral.

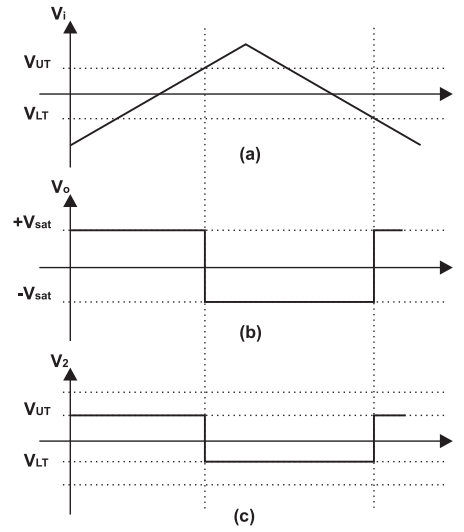


Figura B.5 Formas de onda del comparador con histéresis; (a) entrada, (b) salida y (c) niveles de umbral.

El diagrama de la figura B.4, muestra como se realiza un divisor de tensión o voltaje de la salida hacia la entrada no inversora V_2 , lográndose la retroalimentación positiva. El voltaje de salida puede tomar solamente valores de $+V_{sat}$ y $-V_{sat}$, por lo que V_2 sólo podrá tomar dos valores de voltaje:

$$V_2 = V_{UT} = \frac{+V_{sat}R_2}{R_1 + R_2}; \text{ si } V_o \text{ es } +V_{sat} \quad (\text{B.9})$$

$$V_2 = V_{LT} = \frac{-V_{sat}R_2}{R_1 + R_2}; \text{ si } V_o \text{ es } -V_{sat} \quad (\text{B.10})$$

Por simplicidad, se supone que $R_1 = R_2$ y además que el voltaje de salida inicial es $+V_{sat}$, tal como se muestra en la figura B.5b, por lo tanto, $V_2 = V_{UT} = \frac{+V_{sat}}{2}$, como se ilustra en la figura B.5c. Supóngase también que V_i es el mostrado en la figura B.5a. conforme V_i aumenta cruza el nivel que correspondería a V_{LT} , que está inactivo de acuerdo con la figura B.5c, por lo cual no se tiene transición. V_i sigue aumentando hasta cruzar el umbral de V_{UT} que si se encuentra activo, en ese momento la salida se va hacia $-V_{sat}$, con lo que V_2 cambia a V_{LT} , por lo tanto, aunque V_i volviera a cruzar este último nivel, no provocaría transición [9].

La siguiente transición se lleva a cabo hasta que V_i cruza el nivel de V_{LT} por primera vez, lo que ocasiona que V_2 pase otra vez al nivel de V_{UT} , por lo que la próxima transición se dará hasta que V_i cruce este nivel hacia arriba.

De esta manera el comparador es muy tolerante al ruido, ya que el umbral cambia desde la primera vez que se cruza el umbral activo, dando un rango de variación que se puede ajustar por medio de los valores de R_1 y R_2 . El comportamiento de este tipo de comparadores puede representarse por medio de su lazo de histéresis, que se muestra en la figura B.6.

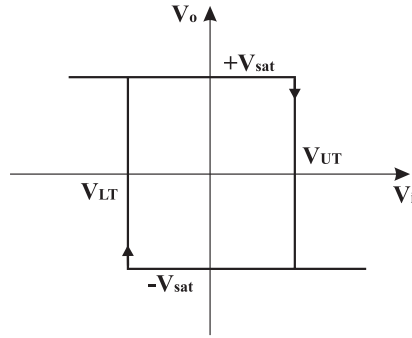


Figura B.6 Bucle de histéresis para un comparador de umbrales simétricos.

B.3.2 Retroalimentación Negativa

La retroalimentación negativa consiste en tomar una porción del voltaje de salida y enviarla a la entrada inversora [9]. Por el contrario de la retroalimentación positiva, la retroalimentación negativa le da al amplificador operacional una gran estabilidad. Lo anterior se explica en base al diagrama a bloques de la figura B.7, donde se observa que el voltaje de entrada llega a la entrada no inversora y se multiplica por K después de pasar por el punto de suma.

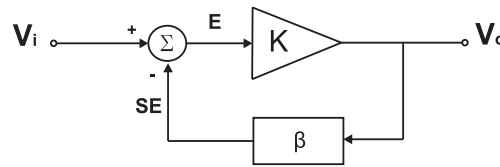


Figura B.7 Diagrama a bloques de un sistema con retroalimentación negativa.

En el diagrama de la figura B.7 la señal de error E es:

$$E = V_i - SE \quad (B.11)$$

donde: $SE = \beta V_o$ por lo tanto,

$$E = V_i - \beta V_o \quad (B.12)$$

Si la trayectoria directa del diagrama a bloques de la figura es:

$$V_o = KE \quad (B.13)$$

Sustituyendo (B.12) en (B.13) se obtiene la función de transferencia de la salida con respecto de la entrada,

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{K}{1 + K\beta} \quad (B.14)$$

A la expresión (B.14) se le conoce como la ganancia de lazo cerrado del amplificador operacional A_{CL} . El factor $K\beta$ es la ganancia de lazo este parámetro es un factor muy importante en la retroalimentación debido a que contiene el producto de todas las ganancias alrededor del lazo [12].

La ganancia de retroalimentación β del amplificador operacional está compuesta por una red de resistencias, el valor de ésta depende de la configuración que se tiene presente en el amplificador operacional, por ejemplo, si se tiene una configuración como seguidor, el término de la ganancia será unitario, por lo tanto sustituyendo este valor en (B.14) y tomando el límite cuando K tiende a ∞ , se obtiene que la ganancia del amplificador operacional en lazo cerrado es 1.

Como ejemplo de la retroalimentación negativa, se ilustran a continuación algunas de las configuraciones básicas que se realizan con el amplificador operacional.

a) Amplificador Inversor Ideal. El diagrama esquemático del amplificador operacional en su configuración como inversor se muestra en la figura B.8.

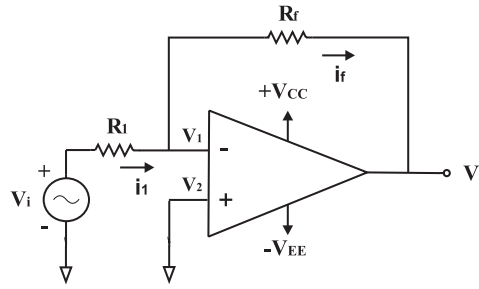


Figura B.8 Diagrama de un amplificador inversor con amplificador operacional.

Analizando el diagrama esquemático de acuerdo a las características ideales del amplificador operacional mencionadas en la sección 2.4, se tiene que la ganancia de voltaje en lazo cerrado es,

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_f}{R_1} \quad (\text{B.15})$$

La ecuación (B.15) indica que si en el diagrama esquemático se tiene, por ejemplo, $R_f = 10k\Omega$ y $R_1 = 1k\Omega$, entonces la ganancia del amplificador operacional es de -10 , donde el signo $(-)$ significa que la fase de salida será contraria a la de la entrada. Por otro lado, la resistencia de salida ideal es cero y la resistencia de entrada ideal sería $R_1 + R_f$, pero como V_1 es una tierra virtual, entonces la resistencia de entrada se convierte simplemente en [12],

$$r_{in} = R_1 \quad (\text{B.16})$$

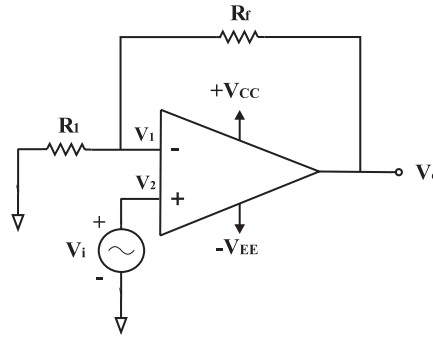


Figura B.9 Diagrama de un amplificador no inversor.

b) Amplificador No Inversor Ideal. La figura B.9 muestra el diagrama esquemático de la configuración del amplificador operacional no inversor.

De acuerdo a la figura B.9, como se tiene la retroalimentación negativa, $V_1 = V_2$, por lo cual $V_1 = V_i$, por lo tanto la ganancia en lazo cerrado es,

$$A_v = \frac{V_o}{V_1} = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) \quad (B.17)$$

La resistencia de entrada está dada por,

$$r_{in} = R_i (1 + \beta A_{OL}) \quad (B.18)$$

Para la ecuación (B.18), R_i es la resistencia del amplificador operacional en lazo abierto y β es el inverso de la ganancia del circuito. Además de (B.17) se deduce que la menor ganancia que se puede tener en un amplificador no inversor es 1, cuando $R_f \rightarrow 0$ o $R_1 \rightarrow \infty$. De este último razonamiento, se obtiene la configuración que se menciona en la siguiente sección.

c) Amplificador Seguidor Ideal. La expresión del amplificador seguidor se obtiene a partir de (B.17) y considerando que $R_f \rightarrow 0$ ó $R_1 \rightarrow \infty$, con cualquiera de las dos condiciones se obtiene la ganancia de voltaje en lazo cerrado del seguidor, dada por,

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = 1 \quad (B.19)$$

B.4 Amplificador operacional real

Las características del amplificador operacional mostradas en la sección 2.4, corresponden a las que se presentan idealmente, sin embargo, los dispositivos electrónicos que existen en la realidad presentan características que difieren un poco o mucho de las ideales; así, es importante mencionar las características reales que tiene el amplificador operacional, las cuales se estudian en esta sección.

B.4.1 Ganancia Diferencial Finita

La característica no ideal más notoria del amplificador operacional es la ganancia finita que el operacional presenta [14], en comparación con la ganancia infinita que se tiene como característica ideal, la ganancia práctica en un operacional disminuye conforme aumenta la frecuencia. Muchos de los amplificadores operacionales son compensados internamente para dicho efecto. La ecuación (B.20), presenta la ganancia finita que presenta el amplificador.

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{A_{OL}}{1 + j\omega \left(\frac{A_o}{\omega_t} \right)} \quad (B.20)$$

En (B.20), A_{OL} es la ganancia diferencial en lazo abierto del operacional, ω es la frecuencia de ganancia unitaria del amplificador operacional, la cual está dada en (MHz) típicamente. Para bajas frecuencias la ganancia del amplificador está dada por A_o , y para altas frecuencias la ganancia puede ser aproximada a,

$$\frac{V_o}{V_i} \simeq \frac{\omega_t}{j\omega} \quad (B.21)$$

Los detalles del amplificador operacional para altas frecuencias es discutido en la sección 2.7.5. La ganancia del amplificador A_o es típicamente grande, por lo qué, ésta se expresa en decibeles (dB), los rangos pueden ser de 40dB para amplificadores operacionales de alta velocidad, hasta los 120dB para amplificadores de precisión [15].

B.4.2 Voltajes de Saturación

El voltaje de saturación (V_{sat}), es otra de las características no ideales que presenta el amplificador operacional, se define como el voltaje máximo positivo o negativo que puede alcanzar la salida y es dependiente del voltaje de alimentación [9]. Muchos de los amplificadores operacionales requieren fuentes de alimentación positiva (V_{CC}) y negativa ($-V_{EE}$), las cuales son típicamente de la misma magnitud, pero con polaridades opuestas, los rangos típicos de estas fuentes son: de ± 12 a ± 15 , con ± 12 como valor más común.

La salida del amplificador operacional no puede presentar un valor mayor al de las fuentes de alimentación, es decir, que debido a esta limitante de la salida del amplificador operacional, la entrada debe de mantenerse lo suficientemente pequeña para evitar la saturación del dispositivo. La magnitud de la señal de entrada depende de la ganancia que tenga el amplificador operacional [15].

Para fines de diseño puede suponerse,

$$+V_{sat} = V_{CC} - k$$

$$-V_{sat} = -V_{EE} + k$$

Donde k es la caída interna de polarización y se puede aproximar a: $k \approx 1.5V$. El $+V_{sat}$ se obtiene cuando $A_v (V_2 - V_1)$ tiende a $+V_{CC}$, y el $-V_{sat}$ se obtiene cuando $A_v (V_2 - V_1)$ tiende a $-V_{EE}$, haciendo referencia a la figura B.1, donde V_2 es el voltaje de la entrada no inversora y V_1 es el voltaje de la entrada inversora.

B.4.3 Resistencia de Entrada en lazo cerrado

La resistencia que presenta el amplificador a la entrada es otro de los parámetros que varían, es decir, que no son ideales lo anterior se ilustra en el circuito del amplificador no inversor que se muestra en la figura B.10. En este circuito R_i es la resistencia de entrada de lazo abierto del amplificador operacional, y R_{iF} es la resistencia de entrada del amplificador con la retroalimentación negativa.

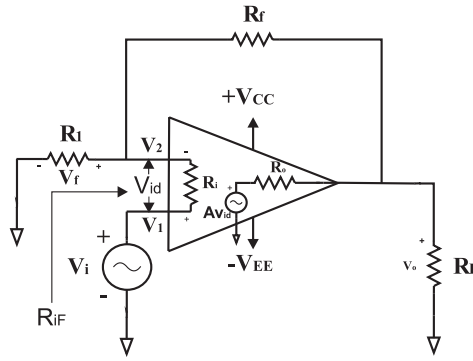


Figura B.10 Diagrama de un amplificador operacional para el calculo de la resistencia de entrada.

La resistencia real del amplificador operacional con la retroalimentación negativa, está dada por,

$$R_{iF} = \frac{v_{in}}{i_{in}} = \frac{v_{in}}{\frac{v_{id}}{R_i}} \quad (B.22)$$

Además,

$$v_{id} = \frac{v_o}{A_{OL}} \text{ y } v_o = \frac{A_{OL}}{1 + A_{OL}B} v_{in}$$

donde: B es la ganancia de la retroalimentación del circuito. Por lo tanto:

$$R_{iF} = R_i \frac{v_{in}}{\frac{v_o}{A_{OL}}} = AR_i \frac{v_{in}}{\frac{A_{OL}v_{in}}{(1 + AB)}}$$

$$R_{iF} = R_i (1 + A_{OL}B) \quad (B.23)$$

donde $\beta = \frac{v_f}{v_o}$

La ecuación (B.23) indica que la resistencia de entrada real del amplificador operacional con retroalimentación negativa es un factor $(1 + A_{OL}B)$ mayor que la resistencia de entrada R_i del amplificador operacional [12].

B.4.4 Resistencia de Salida en lazo cerrado

La resistencia de salida es un parámetro cuyo valor depende de la configuración del amplificador operacional que se esté utilizando. Así, la figura B.11 muestra la misma configuración del amplificador que se usó en la sección anterior, pero en esta ocasión se coloca la señal de entrada en la salida del amplificador operacional y la fuente en la entrada es cortocircuitada.

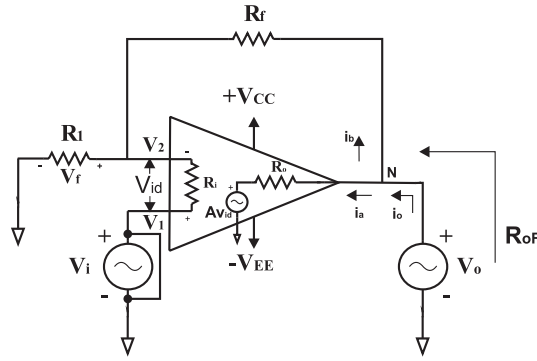


Figura B.11 Diagrama de un amplificador operacional, para el cálculo de la resistencia de salida.

La resistencia de salida es obtenida usando el Teorema de Thevenin, por medio del cual se encuentra la resistencia de salida R_{oF} , reduciendo o cortocircuitando la fuente independiente a la entrada y aplicando un voltaje externo V_o , para poder calcular la corriente de cortocircuito i_o . La resistencia de salida está dada por,

$$R_{oF} = \frac{v_o}{i_o} \quad (B.24)$$

Aplicando la ley de corriente de Kirchhoff en el nodo N se tiene,

$$i_o = i_a + i_b$$

Si $[(R_f + R_i) \parallel R_i] \gg R_o$ (donde $\parallel$ significa que están en paralelo) y $i_a \gg i_b$, entonces: $i_o \cong i_a$. La corriente i_o se encuentra a partir de las ecuaciones de voltajes para el lazo de salida,

$$v_o - R_o i_o - A v_{id} = 0$$

$$i_o = \frac{v_o - Av_{id}}{R_o}$$

Sin embargo,

$$v_{id} = v_1 - v_2$$

$$v_{id} = 0 - v_f$$

$$v_{id} = -\frac{R_1 v_o}{R_1 + R_f} = -Bv_o$$

así,

$$i_o = \frac{v_o + ABv_o}{R_o}$$

Sustituyendo el valor de i_o en la ecuación (B.24) se obtiene,

$$R_{oF} = \frac{v_o}{\frac{(v_o + ABv_o)}{R_o}}$$

$$R_{oF} = \frac{R_o}{1 + AB} \quad (B.25)$$

La ecuación (B.25) indica que la resistencia de salida real del amplificador operacional en lazo cerrado es la resistencia de salida R_o multiplicada por un factor $1/(1 + AB)$, lo que indica que la resistencia real de salida es mucho más pequeña [12].

B.4.5 Ancho de Banda

El ancho de banda del amplificador operacional idealmente es infinito [14], pero en la práctica esto no es así, debido a que el amplificador operacional presenta una curva característica en relación a la variación de la frecuencia y el voltaje de lazo abierto, estos parámetros son especificados por el fabricante, por ejemplo, se tiene el amplificador operacional $\mu A741$ cuya respuesta a la frecuencia se muestra en la figura B.12 [16].

La curva de la figura B.12 indica que para una ganancia de 200000, el ancho de banda es aproximadamente de $5Hz$, y el producto del ancho de banda por la ganancia es $(200000 \times 5Hz) = 1MHz$. En el otro extremo de la gráfica, cuando el ancho de banda es aproximadamente $1MHz$, la ganancia es de 1. Por lo tanto, el producto del ancho de banda es constante, lo cual indica que este amplificador operacional, tiene un ancho de banda de $1MHz$ [12].

Así, se concluye que el ancho de banda del amplificador operacional no es infinito, sino que tiene un valor específico, el cual es dependiente de las características de fabricación para cada uno de los diferentes modelos de los amplificadores operacionales.

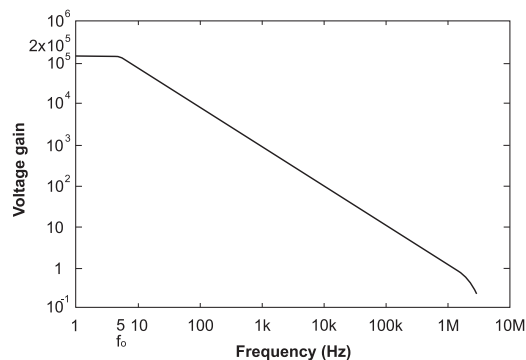


Figura B.12 Curva de la ganancia de lazo abierto contra la frecuencia del $\mu A741$.

B.5 Respuesta a la Frecuencia del Amplificador Operacional

La ganancia del amplificador operacional está dada por un número complejo [14], que es función de la frecuencia, por lo tanto, para cierta frecuencia dada se tiene una magnitud específica y un ángulo de fase también, es decir, cuando se presenten variaciones en la frecuencia, también se presentarán en la magnitud y fase. La manera en como el amplificador responde a ciertas frecuencias, es conocido como: respuesta a la frecuencia.

Generalmente cuando se presenta un incremento en la frecuencia de operación, dos efectos se hacen evidentes: 1) la ganancia o magnitud del amplificador disminuye, y 2) el cambio de fase entre las señales de entrada y salida se incrementa. El efecto de que la magnitud y fase cambien conforme aumenta la frecuencia, se atribuye al capacitor o capacitores integrados internamente en el amplificador, así como también a las capacitancias de pérdidas, estas capacitancias son debidas a las características físicas de los semiconductores (BJT's y FET's) y a la construcción interna del amplificador operacional [12].

Las características físicas de los dispositivos semiconductores dependen del tipo de transistores utilizados, BJT's y FET's, los cuales componen al amplificador operacional, estos dispositivos contienen capacitancias en sus uniones las cuales son muy pequeñas (del orden de los picofaradios) y actúan o se comportan como circuitos abiertos para frecuencias bajas, pero toman valores finitos para frecuencias mayores. En realidad conforme la frecuencia se incrementa, la reactancia de estos capacitores disminuye.

Para un amplificador operacional con sólo una frecuencia de corte, se representa el efecto de la capacitancia con un simple capacitor como se muestra en la figura B.13. La figura B.13 representa al modelo del amplificador operacional en su respuesta a la frecuencia con una sola frecuencia de corte.

Se hace notar que el diagrama del amplificador operacional con una sola frecuencia

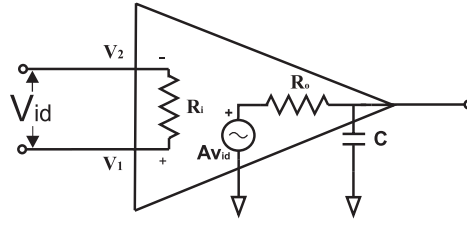


Figura B.13 Diagrama de un amplificador operacional con una sola frecuencia de corte.

de corte, es una versión modificada o equivalente del circuito mostrado en la figura B.10 al cual se le agregó un capacitor C a la salida.

B.5.1 Respuesta a la Frecuencia en Lazo Cerrado

La respuesta a la frecuencia en lazo cerrado es muy similar a la que presenta el amplificador operacional en lazo abierto figura B.12, con la diferencia de que para el lazo cerrado en el amplificador operacional, la ganancia de éste disminuye de acuerdo a la relación de las resistencias externas colocadas a él, y a la configuración que presente; como consecuencia de la variación de la ganancia del amplificador operacional, la frecuencia de corte aumenta haciendo que el ancho de banda aumente también.

B.5.2 Relación de Cambio (Slew rate)

Un importante parámetro relacionado con la respuesta a la frecuencia es la relación de cambio o slew rate (SR). La relación de cambio se define como el máximo cambio del voltaje de salida con respecto del tiempo, usualmente se especifica en $V/\mu s$ [9]. Este fenómeno se produce por que la velocidad con que se cargan los capacitores de compensación y las capacitancias intrínsecas del amplificador operacional está limitada por la magnitud de la corriente disponible para cargar a éstos; esta magnitud está limitada por la corriente de saturación de salida y el límite de corriente en etapas internas del amplificador operacional [12]. La corriente de carga de un capacitor está dada por,

$$I = C \frac{dV}{dt} \quad (B.26)$$

donde I es la corriente del capacitor, C es la capacitancia y dV/dt es la rapidez de respuesta.

Reordenando la ecuación (B.26) se obtiene,

$$\frac{dV}{dt} = \frac{I}{C} \quad (B.27)$$

La ecuación (B.27) indica que la rapidez de cambio del voltaje es proporcional a la corriente de carga e inversamente proporcional a la capacitancia. Cuanto mayor

sea la velocidad de cambio de la corriente más rápido se carga el capacitor. Si por alguna razón la corriente de carga se limita a un valor, la rapidéz de cambio del voltaje también se limita a ese valor.

Si la magnitud de la corriente se limita a una $I_{\max}$, de (B.26) se obtiene,

$$\frac{dV_o}{dt} = \frac{I_{\max}}{C}$$

Además, si la relación de cambio (SR) es la relación del voltaje de salida (V_o) del amplificador operacional, con respecto del tiempo (t) entonces,

$$SR = \frac{I_{\max}}{C} \quad (B.28)$$

La relación de cambio al igual y como lo es la resistencia de entrada, la resistencia de salida y la ganacia de lazo abierto del amplificador operacional es un parámetro que se obtiene directamente de las hojas de datos del amplificador operacional este valor cambia para cada uno de los diferentes amplificadores operacionales, por ejemplo para el amplificador operacional $\mu A741$ se tiene una relación de cambio de $0.5 \frac{V}{\mu s}$ [15].

En el siguiente capítulo se presentan los antecedentes del modelado en Bond Graph, para combinar la técnica de Bond Graph con las configuraciones presentadas en este capítulo, así, se obtiene el modelo del amplificador operacional propuesto en el presente trabajo.

Apéndice C

Artículo Publicado

En este apéndice se presenta el artículo derivado del presente trabajo.