

UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS
DE HIDALGO

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

“Mat. Luis Manuel Rivera Gutiérrez”



Efectos de violación de CPT y de Lorentz sobre las
propiedades electromagnéticas del bosón Z

TESIS

Para obtener el título de:

MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA FÍSICA

PRESENTA:

L.F.M Eligio Cruz Albar

Directores de tesis: Doctor en Física J. Jesús Toscano Chávez

Doctor en Física Jorge Isidro Aranda Sánchez

Morelia Michoacán

Agosto 2016

Agradecimientos:

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por haberme otorgado una beca.

Resumen

Las propiedades electromagnéticas de partículas neutras son muy interesantes, ya que surgen como fluctuaciones cuánticas de un lazo o más altos ordenes. Dichas propiedades son aún más restrictivas para aquellas partículas neutras que coinciden con su propia anti-partícula, como es el caso del bosón Z . En este caso, el acoplamiento $ZZ\gamma$, con las tres partículas reales, es idénticamente cero por simetría de Bose e invariancia de Lorentz, y sólo puede existir si al menos una de las tres partículas es virtual. En esta tesis, se presenta un estudio del vértice $ZZ\gamma$, con los bosones Z reales y el fotón γ virtual, en el contexto de la Extensión del Modelo Estándar que incorpora violación de la simetría de Lorentz y de CPT. Se encuentra que el resultado es libre de divergencias e invariante de norma electromagnético. Se encuentra que, en contraste con lo que ocurre en el Modelo Estándar, el vértice $ZZ\gamma$ con las tres partículas reales es distinto de cero.

Palabras claves: fluctuaciones cuánticas, un lazo, invariancia, simetría de Lorentz, norma.

Abstract

The electromagnetic properties of neutral particles are very interesting as they arise as quantum fluctuations of a one-loop or higher orders. These properties are even more restrictive for those neutral particles that match its own antiparticle, such as Z boson. In this case, the coupling $ZZ\gamma$, with three real particles, is identically zero due to Bose symmetry and Lorentz invariance, and can only exist if at least one of three particles is virtual. In this thesis, a study of the vertex $ZZ\gamma$ is presented, with Z bosons real and γ photon virtual, in the context of the Standard Model Extension that incorporates violation of Lorentz symmetry and CPT. It is found that the result is divergences free and electromagnetic gauge invariant. Also it was found that, in contrast to what happens in the Standard Model, the vertex $ZZ\gamma$ with three real particles is nonzero.

Key words: quantum fluctuations, one-loop, invariance, Lorentz symmetry, gauge.

Índice general

1. Introducción	1
2. Modelo Estándar	4
2.1. Interacción electrodébil	5
2.2. El Sector de Higgs	7
2.3. El sector de Yukawa	9
2.3.1. Sector de Yukawa para quarks	10
2.3.2. Sector de Yukawa para leptones	12
2.4. El sector de corrientes	13
2.5. El sector de Yang-Mills	16
3. El acoplamiento $ZZ\gamma$ en el Modelo Estándar	17
4. El acoplamiento $ZZ\gamma^*$ en la Extensión del Modelo Estándar	20
4.1. Reglas de Feynman	22
4.2. Cálculo de la amplitud	24
4.3. Factores de forma electromagnéticos	32
5. Conclusiones y perspectivas	35
Bibliografía.	37

Capítulo 1

Introducción

El Modelo Estándar de las Interacciones Fundamentales (ME) es una teoría que ha tenido mucho éxito ya que ha sido muy precisa en las predicciones de numerosos resultados experimentales, los cuales han sido analizados y comprobados mediante los colisionadores de partículas. Sin embargo, el Modelo Estándar no ha sido suficiente para poder explicar diversas cuestiones fundamentales de la física, de ahí que surge la motivación por conocer los efectos de fenómenos que están presentes más allá del ME y uno de los caminos a seguir consiste en estudiar los modelos extendidos.

Actualmente se sabe que las propiedades electromagnéticas de las partículas elementales caracterizadas por los factores de forma juegan un papel cada vez más importante en la física de partículas, algunas de estas propiedades están ya presentes en la acción clásica de la teoría, mientras que otras surgen por primera vez como una fluctuación cuántica de un lazo o más altos órdenes. Por ejemplo, los neutrinos son partículas de espín $1/2$ (en unidades de \hbar), que aunque son eléctricamente neutras, desarrollan propiedades electromagnéticas a orden de un lazo [1]. En el contexto del Modelo Estándar, en el cual se asume que esta partícula no posee masa, el acoplamiento con el fotón surge a orden de un lazo a través del momento anapolar [2]. Hasta el día de hoy, no se sabe si los neutrinos presentes en la naturaleza son de Dirac o de Majorana. Es por esto que el estudio de sus propiedades electromagnéticas es importante, ya que pueden jugar un papel decisivo en su identificación.

En general, las propiedades electromagnéticas de partículas neutras son muy interesantes por diversas razones. En el ME, además de los neutrinos, existen dos partículas neutras de espín distinto de cero, a saber, el fotón y el bosón débil Z , cuyos acoplamientos son de amplio interés desde el punto de vista teórico y fenomenológico [3]. Los acoplamientos trilineales neutros VVV , con V un fotón γ o un bosón débil Z , están muy suprimidos ya que surgen hasta orden de un lazo en el ME y en todas sus extensiones que respetan las simetrías de Lorentz y Bose. Puesto que efectos de nueva física pueden manifestarse de manera más clara en aquellos procesos que están suprimidos o prohibidos dentro del

ME, estos acoplamientos proporcionan un buen mecanismo para estudiar señales de nueva física más allá de la escala de Fermi. Resulta que este tipo de acoplamientos están severamente restringidos por las simetrías de Bose y de Lorentz, ya que si ambas simetrías son respetadas de manera simultánea, el vértice VVV es cero cuando las tres partículas son reales, así que sólo pueden existir cuando al menos uno de los bosones es virtual [4]. Como consecuencia, el decaimiento del bosón Z a dos fotones, o a dos gluones, $Z \rightarrow \gamma\gamma$, están prohibidos. A este resultado se le conoce como el teorema de Landau-Yang [5], el cual se basa en la simetría de Bose e invariancia rotacional. Otra interesante peculiaridad de esta clase de acoplamientos es que el bosón Z no puede tener propiedades electromagnéticas estáticas (sobre capa de masa), ya que el vértice $ZZ\gamma$ es cero idénticamente. Lo anterior se debe a que la partícula Z coincide con su antipartícula, esto es, es una partícula de Majorana. Debido a esto, esta partícula sólo puede tener propiedades electromagnéticas no estáticas o fuera de capa de masa, caracterizadas por el vértice $ZZ\gamma^*$, el asterísco indica que el fotón es virtual. A este tipo de propiedad electromagnética, la cual ha sido calculada en el contexto del ME [4, 6], se le conoce con el nombre de anapolo. De hecho, el bosón Z puede tener dos tipos de dipolos, uno que conserva CP y otro que viola CP, pero sólo el primero surge en el ME a orden de un lazo [4].

Las propiedades electromagnéticas del bosón Z comentadas anteriormente surgen como consecuencia de demandar el cumplimiento simultáneo de la simetría de Bose e invariancia de Lorentz. Sin embargo, tan pronto uno o ambos de estos requerimientos son relajados, el vértice VVV con los tres bosones en capa de masa puede existir. Este tipo de predicciones es una de las características más interesantes del así llamado Extensión del Modelo Estándar (EME) [7], el cual es una teoría renormalizable que incorpora, a través de la introducción de campos vectoriales o tensoriales de fondo, la violación de la simetría de Lorentz y también la violación de las transformaciones CPT. En este contexto, basta la presencia de un campo vectorial de fondo constante, b_μ , para que se generen los decaimientos $ZZ \rightarrow \gamma\gamma$ y $Z \rightarrow gg$ [8].

En este proyecto de tesis estamos interesados en estudiar las propiedades electromagnéticas del bosón Z en el contexto de la Extensión del Modelo Estándar (EME), donde llevaremos a cabo el análisis de la función vértice $ZZ\gamma$, considerando al fotón virtual.

De esta manera, el contenido de este trabajo de tesis se resume en la forma siguiente: En el capítulo 2 se presenta una reseña del Modelo Estándar. En el capítulo 3 se discute el acoplamiento $ZZ\gamma$ que surge en el ME y se detalla el cálculo del momento anapolar en este contexto, tanto para fotones reales y virtuales. En el capítulo 4 se exponen las propiedades de la Extensión del Modelo Estándar y las implicaciones de la violación de CPT. Además, se analiza el vértice $ZZ\gamma^*$ incorporando el término que viola CPT en el propagador de los fermiones, llevándose a cabo el estudio en el contexto de la Extensión del Modelo Estándar. Posteriormente se describen los detalles del cálculo de la amplitud tensorial del vértice, para luego derivar a partir de esto los factores de forma. Finalmente

en el capítulo 5 se presentan las conclusiones de la tesis.

Capítulo 2

Modelo Estándar

En la naturaleza existen cuatro tipos de fuerzas fundamentales: gravitacional, electromagnética, fuerte y débil. La teoría que describe a tres de estas interacciones, la fuerte, débil y electromagnética, se le conoce como el Modelo Estándar (ME), la cual es una teoría cuántica-relativista que describe a las partículas elementales y cómo éstas interactúan. Se le considera partículas elementales aquellas que no poseen estructura interna, pueden ser bosones de norma o fermiones, los cuales constituyen las componentes de materia conocidos hasta el día de hoy. El ME está basado en el grupo de norma $SU_C(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$, donde el grupo $SU_C(3)$ o Cromodinámica Cuántica describe la interacción nuclear fuerte, mientras que el grupo $SU_L(2) \times U_Y(1)$ define las interacciones débil y electromagnética. Los campos de norma, responsables de la transmisión de la fuerza entre la partículas que interactúan, se dividen de la siguiente manera: 8 campos de norma asociados a $SU_C(3)$ también reciben el nombre de gluones, y luego 3 para $SU_L(2)$, y finalmente uno para $U_Y(1)$. La interacción fuerte mediada por los gluones G_μ^a , se acoplan exclusivamente a las partículas de materia conocidas como quarks. La interacción débil resulta del intercambio de los bosones de norma W_μ^i , mientras que la interacción electromagnética es mediada por B_μ el campo de norma asociado a $U_Y(1)$.

El grupo $SU_L(2) \times U_Y(1)$ con el proceso llamado mecanismo de Higgs se lleva a cabo el rompimiento espontáneo de la simetría, donde tres de los cuatro campos de norma no masivos asociados a este sector adquieren masa por el hecho de interactuar con el campo de Higgs o campo escalar. La teoría que resulta después del mecanismo de Higgs está caracterizado por el grupo del electromagnetismo $U_e(1)$ y sigue conservando las propiedades de una teoría invariante de norma. El grupo $SU_C(3)$ no se ve afectado por el mecanismo de Higgs.

2.1. Interacción electrodébil

Una de las principales características de la interacción débil es que distingue entre los estados de helicidad de los leptones y quarks, es decir, los bosones de norma W^\pm y Z se acoplan con diferentes intensidades a dichos estados y como consecuencia, las interacciones débiles violan paridad. Así, el contenido de materia fermiónica se agrupan en tres familias de quarks y tres de leptones, donde cada familia está formada por dos partículas de espín 1/2. Bajo el grupo $SU_L(2)$ los fermiones levógiros o izquierdos se transforman de forma distinta que los fermiones dextrógiros o derechos: las componentes izquierdas son dobletes y las derechas son singletes. Las tres familias se agrupan de la siguiente manera:

$$1era. Familia : \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L, e^-_R; \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, u_R, d_R. \quad (2.1)$$

$$2da. Familia : \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L, \mu^-_R; \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, c_R, s_R. \quad (2.2)$$

$$3ra. Familia : \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L, \tau^-_R; \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L, t_R, b_R. \quad (2.3)$$

Usando notación compacta, obtenemos lo siguiente:

$$L_i = \begin{pmatrix} \nu_i \\ l_i \end{pmatrix}_L, l_{Ri}; \quad Q_i = \begin{pmatrix} u_i \\ d_i \end{pmatrix}_L, u_{Ri}, d_{Ri}. \quad (2.4)$$

Cabe aclarar que los neutrinos derechos no existen en el ME. Para un fermión los estados de helicidad izquierda y derecha están definidos mediante los operadores de proyección como sigue

$$\Psi_{L,R} = \frac{1}{2}(1 \mp \gamma_5)\Psi \equiv P_{L,R}\Psi, \quad (2.5)$$

donde $P_{L,R}$ son los operadores de proyección quiral. De esta manera, un campo de Dirac, Ψ , puede ser expresado como la suma de su parte izquierda, $\Psi_L = P_L\Psi$, y su parte derecha, $\Psi_R = P_R\Psi$, es decir,

$$\Psi = \Psi_L + \Psi_R, \quad (2.6)$$

esto como consecuencia de que la interacción débil distingue los estados de helicidad.

Los campos bajo el grupo de norma $SU_L(2) \times U_Y(1)$ tiene las siguientes transformaciones:

$$\begin{aligned} L'_i &= \exp\left[-i\alpha^i(x)\frac{\sigma^i}{2} + i\beta(x)\frac{Y}{2}\right]L_i, \\ l'_{Ri} &= \exp\left[i\beta(x)\frac{Y}{2}\right]l_{Ri}, \end{aligned} \quad (2.7)$$

donde el índice Y se refiere a la hipercarga, $\alpha^i(x)$ y $\beta(x)$ son parámetros de los grupos $SU_L(2)$ y $U_Y(1)$, respectivamente.

Además, debido a que el grupo electrodébil es covariante bajo transformaciones de norma locales, la invarianza de la teoría electrodébil ante dichas transformaciones se logra introduciendo la siguiente derivada covariante

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_1 \frac{Y}{2} B_\mu - ig_2 \frac{\sigma^i}{2} W_\mu^i, \quad (2.8)$$

donde B_μ y $Y/2$ representan el campo de norma y el generador asociado con el grupo abeliano $U_Y(1)$. Similarmente, W_μ^i ($i = 1, 2, 3$) y $\sigma^i/2$ son los campos de norma y los generadores, en la representación de dobletes, asociados con el grupo $SU_L(2)$; g_1 y g_2 son constantes de acoplamiento. Los campos de norma ($W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3, B_\mu$) definen, mediante combinaciones lineales, a los campos de masa ($W_\mu^-, W_\mu^+, Z_\mu, A_\mu$). Sin embargo, cabe mencionar que no es posible introducir los términos de masa directamente, sino solo a través del rompimiento espontáneo de la simetría (SSB) se puede dotar de masa a las partículas o a ciertos campos de norma. Como es sabido, el rompimiento espontáneo de una simetría global conduce a la presencia de campos escalares de masa cero, conocidos con el nombre de bosones de Goldstone. El rompimiento espontáneo de una simetría de norma, es decir, cuando la teoría es invariante bajo transformaciones locales del grupo en consideración, da lugar a la absorción de los bosones de Goldstone por algunos de los bosones de norma del grupo, fenómeno conocido con el nombre de “mecanismo de Higgs”. Con este mecanismo el grupo $SU_L(2) \times U_Y(1)$ es roto espontáneamente a el grupo $U_e(1)$, cuyo generador queda expresado como una combinación lineal del generador $Y/2$ del grupo $U_Y(1)$, y del generador $T^3 = \sigma^3/2$ del grupo $SU_L(2)$, obteniéndose así la relación de Gell-Mann-Nishijima

$$Q = T^3 + \frac{Y}{2}. \quad (2.9)$$

El lagrangiano que describe la teoría electrodébil se divide en dos partes, una que contiene solamente a los campos bosónicos y otra que contiene campos fermiónicos y bosónicos. La parte bosónica se divide a su vez en los sectores de Higgs y de Yang-Mills. El sector bosónico-fermiónico se divide también en los sectores de corrientes y de Yukawa. De este modo, el lagrangiano se puede escribir como:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}^F + \mathcal{L}^B, \quad (2.10)$$

donde

$$\mathcal{L}^F = \mathcal{L}^C + \mathcal{L}^Y, \quad (2.11)$$

$$\mathcal{L}^B = \mathcal{L}^H + \mathcal{L}^{YM}, \quad (2.12)$$

con $\mathcal{L}^C, \mathcal{L}^Y, \mathcal{L}^H$ y \mathcal{L}^{YM} representando los sectores de corrientes, Yukawa, Higgs y Yang-Mills, respectivamente. A continuación se hará una breve descripción de cada uno de estos sectores.

2.2. El Sector de Higgs

La forma de dar masa a los fermiones del ME y a algunos bosones de norma sin violar la simetría de norma del grupo electrodébil, es a través del mecanismo de Higgs. En este sector se analiza los efectos del bosón de Higgs y las interacciones de esta partícula con los campos de norma del sector electrodébil. El lagrangiano de este sector está dado por:

$$\mathcal{L}^H = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - V(\Phi^\dagger, \Phi), \quad (2.13)$$

donde D_μ es la derivada covariante en la representación de dobletes, dada por la ecuación (2.8) y $V(\Phi^\dagger, \Phi)$ es el llamado potencial de Higgs, cuya estructura renormalizable tiene la forma

$$V(\Phi^\dagger, \Phi) = \mu^2 (\Phi^\dagger \Phi) + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2, \quad (2.14)$$

donde Φ es el doblete de Higgs, λ representa un número real positivo, para asegurar la estabilidad del vacío y μ es un parámetro con dimensiones de masa. Del término cinético $(D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi)$ surgen las masas de los fermiones y sus interacciones con el bosón de Higgs, por otra parte, el potencial de Higgs, $V(\Phi^\dagger, \Phi)$, genera la masa del bosón de Higgs y sus auto-interacciones.

La generación de masa procede del rompimiento espontáneo de $SU_L(2) \times U_Y(1)$. Analizando el potencial, la condición de mínima energía, se obtiene cuando:

$$\frac{\partial V}{\partial \Phi^\dagger} = 0 \implies [\mu^2 + 2\lambda(\Phi^\dagger \Phi)]\Phi = 0, \quad (2.15)$$

cuando $\mu^2 > 0$ el estado de mínima energía se da cuando $\Phi_0 = \Phi_0^\dagger = 0$, en este caso el vacío no es degenerado, es decir, la simetría no es rota espontáneamente, pero sí cuando $\mu^2 < 0$, en este caso el vacío es degenerado, caracterizado por los puntos de la superficie

$$\Phi_0^\dagger \Phi_0 = |\phi_1^0|^2 + |\phi_2^0|^2 = \frac{-\mu^2}{2\lambda} = \frac{v^2}{2}, \quad (2.16)$$

donde $\Phi_0 = \langle 0|\Phi|0\rangle$ es el valor esperado en el vacío del doblete de Higgs, el cual rompe espontáneamente la simetría electrodébil a el grupo electromagnético. Esto significa que Φ_0 debe ser invariante bajo el grupo electromagnético, es decir, si $U \in U_e(1)$, entonces $U\Phi_0 = \Phi_0$, lo que implica que el generador de este grupo dado por la ecuación (2.9) lo aniquila:

$$Q\Phi_0 = \left(\frac{\sigma^3}{2} + \frac{Y}{2} \right) \Phi_0 = 0, \quad (2.17)$$

y dado que $Y\Phi(x) = (1)\Phi(x)$. La única forma posible para Φ_0 es:

$$\Phi_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (2.18)$$

con

$$v^2 = \frac{-\mu^2}{2\lambda}. \quad (2.19)$$

El SSB (rompimiento espontáneo de la simetría) aparece como consecuencia de elegir a uno sólo de los vacíos. Como ya se menciona, cuando las simetrías involucradas son globales, el resultado es la presencia de campos escalares sin masa, conocidos con el nombre de bosones de Goldstone. Sin embargo, cuando la simetría es de norma, el resultado es la presencia de bosones de norma masivos, uno por cada generador roto de la simetría y los bosones de Goldstone son absorbidos por los campos de norma asociados con los generadores rotos.

La teoría debe ser considerada en el entorno de este estado de mínima energía. Para ello se realiza la transformación siguiente

$$\Phi \rightarrow \Phi_0 + \Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} G_W^+ \\ iG_Z/\sqrt{2} \end{pmatrix} = \Phi_H + \Phi_G, \quad (2.20)$$

donde G_W^+ y G_Z son los pseudobosones de Goldstone asociados a los bosones de norma W^\pm y Z , respectivamente, en tanto que H representa al escalar de Higgs. Por otra parte, los pseudobosones de Goldstone pueden ser removidos de la teoría mediante una transformación de norma unitaria, esta norma corresponde a una transformación donde los pseudobosones de Goldstone son cero:

$$G_W^{\pm} = 0 \text{ y } G_Z = 0, \quad (2.21)$$

en esta norma

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H \end{pmatrix}. \quad (2.22)$$

Sustituyendo la ecuación anterior en la parte cinética de la ecuación (2.13) y definiendo los siguientes campos de norma

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2), \quad (2.23)$$

se obtiene

$$\frac{1}{2}(\partial_\mu H)(\partial^\mu H) + \frac{g^2}{4}(v + H)^2 W_\mu^- W^{+\mu} + \frac{1}{8}(v + H)^2 (W_\mu^3, B_\mu) \begin{pmatrix} g^2 & gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B_\mu \end{pmatrix}, \quad (2.24)$$

donde $\frac{g^2}{4}v^2W_\mu^-W^{+\mu}$ es el término de masa para los campos de norma W^\pm , siendo

$$m_W = \frac{gv}{2}. \quad (2.25)$$

De la ecuación (2.24), los campos de norma W_μ^3 y B_μ aparecen como bosones de norma mezclados, con la matriz de masa no diagonal

$$\frac{1}{8}(v+H)^2(W_\mu^3, B_\mu) \begin{pmatrix} g^2 & gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B_\mu \end{pmatrix}, \quad (2.26)$$

la diagonalización se logra si aplicamos la siguiente rotación a los campos de norma W_μ^3 y B_μ ,

$$W_\mu^3 = c_W Z_\mu + s_W A_\mu, \quad (2.27)$$

$$B_\mu = -s_W Z_\mu + c_W A_\mu, \quad (2.28)$$

donde el campo A_μ es identificado como el fotón. En estas expresiones, $s_W = \sin \theta_W$, $c_W = \cos \theta_W$, donde θ_W es el ángulo definido por $\tan \theta_W = \frac{g'}{g}$. Sustituyendo las expresiones anteriores en la ecuación (2.26), se halla lo siguiente

$$\frac{1}{8}v^2(Z_\mu, A_\mu) \begin{pmatrix} g^2 + g'^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z^\mu \\ A^\mu \end{pmatrix} = \frac{1}{8}v^2(g^2 + g'^2)Z_\mu Z^\mu, \quad (2.29)$$

donde las masas de los bosones de norma, se encuentra que son

$$m_Z = \frac{1}{2}v\sqrt{g^2 + g'^2}, \quad (2.30)$$

$$m_A = 0. \quad (2.31)$$

2.3. El sector de Yukawa

El sector de Yukawa posee una estructura de Lorentz del tipo escalar y pseudoescalar. Este sector genera las masas de los fermiones, basándose en el rompimiento espontáneo de la simetría, ya que no es posible definir sus masas en forma invariante de norma. Además, dicho sector contiene invariantes que se construyen como productos de campos de norma que vinculan fermiones de diferente helicidad acoplados al doblete de Higgs.

El lagrangiano renormalizable más general se puede descomponer en dos partes independientes como sigue

$$\mathcal{L}^Y = \mathcal{L}_l^Y + \mathcal{L}_q^Y, \quad (2.32)$$

donde \mathcal{L}_q^Y y \mathcal{L}_l^Y son los lagrangianos de los sectores de quarks y de leptones, respectivamente.

Para el caso de los leptones y considerando que los neutrinos derechos no existen, la lagrangiana invariante bajo $SU_L(2) \times U_Y(1)$ que describe este sector está dado por

$$-Y_{ij}^l \bar{L}'_i \Phi'_{Rj} + h.c. \quad (2.33)$$

En lo que respecta a los quarks, sabemos que existen estados derechos para los dos miembros del doblete izquierdo, de esta manera, es necesario considerar otro objeto que se transforme covariantemente bajo el grupo electrodébil, definido como

$$\tilde{\Phi} = i\sigma^2 \Phi^* = \begin{pmatrix} \frac{v+H}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.34)$$

así, el lagrangiano para quarks invariante de Lorentz y bajo el grupo electrodébil, está dado por

$$-Y_{ij}^u \bar{Q}'_i \tilde{\Phi} u'_{Rj} - Y_{ij}^d \bar{Q}'_i \Phi d'_{Rj} + h.c., \quad (2.35)$$

estos invariantes son los que generan las masas de los fermiones después del rompimiento espontáneo de la simetría. Las Y_{ij}^u , Y_{ij}^d y Y_{ij}^l son llamadas las constantes de Yukawa y son matrices de 3×3 con componentes adimensionales.

2.3.1. Sector de Yukawa para quarks

El sector de Yukawa para quarks en la norma unitaria puede reescribirse de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_q^Y &= -Y_{ij}^u (\bar{u}'_{Li}, \bar{d}'_{Li}) \begin{pmatrix} \frac{v+H}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix} u'_{Rj} - Y_{ij}^d (\bar{u}'_{Li}, \bar{d}'_{Li}) \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} d'_{Rj} + h.c. \\ &= -\frac{v+H}{\sqrt{2}} (Y_{ij}^u \bar{u}'_{Li} u'_{Rj} + Y_{ij}^d \bar{d}'_{Li} d'_{Rj}) + h.c. \\ &= -\frac{v+H}{\sqrt{2}} (\bar{U}'_L Y^u U'_R + \bar{D}'_L Y^d D'_R) + h.c., \end{aligned} \quad (2.36)$$

escrito en términos de los vectores en el espacio de sabor definidos por

$$U' = \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}, \quad D' = \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}. \quad (2.37)$$

La ecuación (2.36) se puede escribir también como

$$\mathcal{L}_q^Y = - \left(1 + \frac{H}{v} \right) (\bar{U}'_L M^u U'_R + \bar{D}'_L M^d D'_R) + h.c., \quad (2.38)$$

donde M^u y M^d son matrices de 3×3 , no diagonales, cuyos elementos son de la forma $M^u_{ij} = \frac{v}{\sqrt{2}} Y^u_{ij}$ y $M^d_{ij} = \frac{v}{\sqrt{2}} Y^d_{ij}$. Para determinar las masas de los quarks se necesita diagonalizar la parte cuadrática del lagrangiano y para ello se definen las siguientes transformaciones unitarias

$$U'_{L,R} = V_{L,R}^u U_{L,R}, \quad D'_{L,R} = V_{L,R}^d D_{L,R}, \quad (2.39)$$

donde $V_{L,R}^{u,d}$ son unitarias. Entonces en términos de los nuevos campos, el lagrangiano del sector de Yukawa para los quarks se escribe como

$$\mathcal{L}_q^Y = - \left(1 + \frac{H}{v} \right) (\bar{U}_L V_L^{u\dagger} M^u V_R^u U_R + \bar{D}_L V_L^{d\dagger} M^d V_R^d D_R) + h.c. \quad (2.40)$$

Ahora, haciendo uso de uno de los teoremas del álgebra lineal que dice:

Teorema: Para cualquier matriz D , $n \times n$, siempre es posible hallar dos matrices unitarias A y B , tal que ADB es diagonal y real.

Dado que las matrices $V_{L,R}$ son unitarias, entonces el teorema anterior garantiza que $V_L^\dagger M V_R$ son reales y diagonales. Entonces

$$\mathcal{L}_q^Y = - \left(1 + \frac{H}{v} \right) (\bar{U}_L \bar{M}^u U_R + \bar{D}_L \bar{M}^d D_R) + h.c., \quad (2.41)$$

donde $\bar{M}^{u,d} = V_L^{u,d\dagger} M^{u,d} V_R^{u,d}$ y están dadas por

$$\bar{M}^u = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix}, \quad (2.42)$$

$$\bar{M}^d = \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix}. \quad (2.43)$$

De la ecuación (2.41) obtenemos las masas de los quarks y las interacciones de los quarks con el bosón de Higgs, también se observa que el sector de Yukawa de quarks conserva el sabor, ya que el bosón se acopla a pares del mismo tipo de quarks.

2.3.2. Sector de Yukawa para leptones

El lagrangiano de este sector está dado por

$$\mathcal{L}_l^Y = -Y_{ij}^l \bar{L}_i' \Phi l_{Rj}' + h.c., \quad (2.44)$$

que en la norma unitaria se tiene

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_l^Y &= -Y_{ij}^l (\bar{\nu}_{Li}', \bar{l}_{Li}') \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} l_{Rj}' + h.c. \\ &= -\frac{v+H}{\sqrt{2}} Y_{ij}^l \bar{l}_{Li}' l_{Rj}' + h.c. \\ &= -\frac{v+H}{\sqrt{2}} \bar{E}_L' Y^l E_R' + h.c., \end{aligned} \quad (2.45)$$

donde

$$E' = \begin{pmatrix} e' \\ \mu' \\ \tau' \end{pmatrix}, \quad (2.46)$$

es un vector en el espacio de sabor. Definiendo la matriz M^l como

$$M_{ij}^l = \frac{v}{\sqrt{2}} Y_{ij}^l, \quad (2.47)$$

se tiene

$$\mathcal{L}_l^Y = -\left(1 + \frac{H}{v}\right) \bar{E}_L' M^l E_R' + h.c., \quad (2.48)$$

en analogía con el caso de los quarks, las masas de los leptones se definen diagonalizando la parte cuadrática del lagrangiano. Como antes, se definen los campos de masa mediante la siguiente transformación unitaria

$$E'_{L,R} = V_{L,R}^l E_{L,R}, \quad (2.49)$$

donde $V_{L,R}^l$ son matrices de rotación unitarias. Así, en términos de los campos de masa, el lagrangiano de Yukawa para los leptones se escribe como

$$\mathcal{L}_l^Y = -\left(1 + \frac{H}{v}\right) \bar{E}_L V_L^{l\dagger} M^l V_R^l E_R + h.c.. \quad (2.50)$$

Definamos $\bar{M}^l = V_L^{l\dagger} M^l V_R^l$, y por el teorema mencionado anteriormente, \bar{M}^l es una matriz diagonal y real. Finalmente, tenemos

$$\mathcal{L}_i^Y = - \left(1 + \frac{H}{v} \right) \bar{E} \bar{M}^l E + h.c., \quad (2.51)$$

donde

$$\bar{M}^l = \begin{pmatrix} m_e & 0 & 0 \\ 0 & m_\mu & 0 \\ 0 & 0 & m_\tau \end{pmatrix}, \quad (2.52)$$

los elementos de la diagonal son las masas de los respectivos leptones cargados. Al igual que el caso anterior, este sector conserva el sabor cuando la lagrangiana está en terminos de los eigenestados de masa.

2.4. El sector de corrientes

El sector de corrientes contiene las interacciones de los campos de norma del grupo electrodébil con los fermiones, dando lugar a lo que se conoce como corrientes cargadas y neutras. El lagrangiano asociado se descompone en dos partes, una que tiene que ver con los quarks solamente, y la otra con los leptones, así el Lagrangiano invariante de norma resulta ser

$$\mathcal{L}^C = \mathcal{L}_q^C + \mathcal{L}_l^C, \quad (2.53)$$

donde \mathcal{L}_q^C y \mathcal{L}_l^C representan los sectores de corrientes de quarks y leptones, respectivamente.

Sector de corrientes para leptones

Debido a la ausencia de neutrinos derechos, el lagrangiano de corrientes correspondiente a los leptones es más sencillo y está dado por

$$\mathcal{L}_l^C = i \bar{L}'_i \gamma^\mu D_\mu L'_i + i \bar{l}'_{Ri} \gamma^\mu \bar{D}_\mu l'_{Ri}, \quad (2.54)$$

donde las derivadas covariantes están definidas de la siguiente manera

$$D_\mu = \partial_\mu - ig \frac{\sigma^i}{2} W_\mu^i - ig' \frac{Y_{lL}}{2} B_\mu, \quad (2.55)$$

y

$$\bar{D}_\mu = \partial_\mu - ig' \frac{Y_{lR}}{2} B_\mu. \quad (2.56)$$

Después del rompimiento espontáneo de la simetría, el generador del grupo es $Q = T^3 + \frac{Y}{2}$, pero para el leptón cargado izquierdo y derecho, el valor de la hipercarga débil es distinta en cada una,

$$Q = \frac{\sigma^3}{2} + \frac{Y_{LL}}{2}, \quad y \quad Q = \frac{Y_{LR}}{2} \quad (2.57)$$

por otra parte, expresando la ecuación (2.55) en términos de los campos eigenestados de masa,

$$D_\mu = \partial_\mu - \frac{ig}{\sqrt{2}}(W_\mu^+ \sigma^+ + W_\mu^- \sigma^-) - \frac{ig}{2} \sigma^3 (c_w Z_\mu + s_w A_\mu) - ig' (Q - \frac{\sigma^3}{2})(c_w A_\mu - s_w Z_\mu), \quad (2.58)$$

donde σ^+ y σ^- son los operadores de subida y bajada. Tomando en cuenta que $e = g s_w$ y $g' = g \tan \theta_w$, la derivada anterior también se puede escribir como

$$D_\mu = \partial_\mu - \frac{ig}{\sqrt{2}}(W_\mu^+ \sigma^+ + W_\mu^- \sigma^-) - \frac{ig}{2c_w} Z_\mu (\sigma^3 - 2s_w^2 Q) - ieQA_\mu, \quad (2.59)$$

y para el singlete se tiene

$$\bar{D}_\mu = \partial_\mu - ieQA_\mu + \frac{ig}{c_w} Q s_w^2 Z_\mu. \quad (2.60)$$

Usando las ecuaciones (2.59) y (2.60), se obtiene que la lagrangiana del sector de corrientes leptónico es

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_l^C = & i\bar{\nu}'_{Li} \not{\partial} \nu'_{Li} + i\bar{l}'_{Li} \not{\partial} l'_{Li} + \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{\nu}'_{Li} \gamma^\mu l'_{Li} W_\mu^+ + \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{l}'_{Li} \gamma^\mu \nu'_{Li} W_\mu^- + eQA_\mu \bar{l}'_{Li} \gamma^\mu l'_{Li} \\ & + \frac{g}{2c_w} Z_\mu [\bar{\nu}'_{Li} \gamma^\mu \nu'_{Li} - (1 + 2s_w^2 Q) \bar{l}'_{Li} \gamma^\mu l'_{Li}] + i\bar{l}'_{Ri} \not{\partial} l'_{Ri} + eQA_\mu \bar{l}'_{Ri} \gamma^\mu l'_{Ri} - \frac{s_w^2}{c_w} gQZ_\mu \bar{l}'_{Ri} \gamma^\mu l'_{Ri}, \end{aligned} \quad (2.61)$$

y en el espacio de sabor,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_l^C = & i\bar{\nu}'_L \not{\partial} \nu'_L + i\bar{E}'_L \not{\partial} E'_L + \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{\nu}'_L \gamma^\mu E'_L W_\mu^+ + \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{E}'_L \gamma^\mu \nu'_L W_\mu^- + eQA_\mu (\bar{E}'_L \gamma^\mu E'_L + \bar{E}'_R \gamma^\mu E'_R) \\ & + \frac{g}{2c_w} Z_\mu [\bar{\nu}'_L \gamma^\mu \nu'_L - (1 + 2s_w^2 Q) \bar{E}'_L \gamma^\mu E'_L] + i\bar{E}'_R \not{\partial} E'_R - \frac{s_w^2}{c_w} gQZ_\mu \bar{E}'_R \gamma^\mu E'_R, \end{aligned} \quad (2.62)$$

donde E' y ν' son los vectores de sabor definidos anteriormente. Ahora, con las transformaciones siguientes

$$E'_{L,R} = V_{L,R}^l E_{L,R}, \quad \nu'_L = V_L^l \nu_L \quad (2.63)$$

el lagrangiano de corrientes para los leptones toma la forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_l^C = & i\bar{\nu}_L \not{\partial} \nu_L + i\bar{E} \not{\partial} E + \frac{g}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ \bar{\nu}_L \gamma^\mu E_L + W_\mu^- \bar{E}_L \gamma^\mu \nu_L) + eQ A_\mu \bar{E} \gamma^\mu E \\ & + \frac{g}{2c_w} Z_\mu [\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L - (1 + 2s_w^2 Q) \bar{E}_L \gamma^\mu E_L] - \frac{s_w^2}{c_w} g Q Z_\mu \bar{E}_R \gamma^\mu E_R. \end{aligned} \quad (2.64)$$

En este caso, debido a la ausencia de neutrinos derechos, las corrientes cargadas y neutras conservan el sabor. Además, no existen interacciones entre leptones de diferentes familias mediadas por el bosón débil cargado, en contraste con lo que ocurre con los quarks, no sólo se debe a la inexistencia de neutrinos derechos, sino también a que el sector de corrientes es originalmente invariante de sabor.

Sector de corrientes para quarks

En términos de los campos de norma, el lagrangiano del sector de corrientes para los quarks conserva el sabor y está dado por

$$\mathcal{L}_q^C = i\bar{Q}'_i \gamma^\mu D_\mu Q'_i + i\bar{u}'_{iR} \gamma^\mu D_\mu u'_{iR} + i\bar{d}'_{iR} \gamma^\mu D_\mu d'_{iR}. \quad (2.65)$$

Expresado en términos de los campos de masa e introduciendo las siguientes transformaciones unitarias,

$$U'_{L,R} = V_{L,R}^u U_{L,R}, \quad D'_{L,R} = V_{L,R}^d D_{L,R}, \quad (2.66)$$

la lagrangiana toma la forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_q^C = & i\bar{U} \not{\partial} U + i\bar{D} \not{\partial} D + \frac{g_2}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ \bar{U}_L V_L^{u\dagger} V_L^d \gamma^\mu D_L + W_\mu^- \bar{D}_L V_L^{d\dagger} V_L^u \gamma^\mu U_L) \\ & + eA_\mu (Q \bar{D} \gamma^\mu D + Q \bar{U}_R \gamma^\mu U_R) + \frac{g}{2c_W} Z_\mu (\bar{U}_L \gamma^\mu U_L - (1 + 2s_w^2 Q) (\bar{D}_L \gamma^\mu D_L)) \\ & - \frac{s_w^2}{c_w} g Q Z_\mu \bar{U}_R \gamma^\mu U_R - \frac{s_w^2}{c_w} g Q Z_\mu \bar{D}_R \gamma^\mu D_R, \end{aligned} \quad (2.67)$$

donde $V_L^{u\dagger} V_L^d$ viene siendo la matriz de Kobayashi-Maskawa. Debido a la unitariedad de las matrices de rotación $V_{L,R}^{u,d}$, las corrientes neutras conservan el sabor, sin embargo en las corrientes cargadas se dan transiciones entre diferentes familias a través de la matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM).

2.5. El sector de Yang-Mills

En el sector de Yang-Mills se generan las propagaciones libres e interacciones entre los bosones de norma. Este sector posee una estructura de simetría no abeliana, cuya lagrangiana asociada tiene la siguiente forma

$$\mathcal{L}^{YM} = -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}^i W^{i\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}, \quad (2.68)$$

donde los tensores de campo están dados por

$$W_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i + g\epsilon^{ijk}W_\mu^j W_\nu^k, \quad (2.69)$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu. \quad (2.70)$$

Si se introduce en la ecuación (2.68) la siguiente definición

$$\hat{W}_{\mu\nu}^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_{\mu\nu}^1 \mp iW_{\mu\nu}^2), \quad (2.71)$$

obtenemos lo siguiente

$$\mathcal{L}^{YM} = -\frac{1}{2}\hat{W}_{\mu\nu}^+ \hat{W}^{-\mu\nu} - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^3 W^{3\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}. \quad (2.72)$$

Usando las ecuaciones (2.27), (2.28), (2.69), (2.70) y (2.71), hallamos las definiciones para $W_{\mu\nu}^3$, $B_{\mu\nu}$ y $\hat{W}_{\mu\nu}^\pm$ en términos de los eigenestados de masa

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu}^3 &= s_w F_{\mu\nu} + c_w Z_{\mu\nu} + ig(W_\mu^- W_\nu^+ - W_\mu^+ W_\nu^-), \\ B_{\mu\nu} &= c_w F_{\mu\nu} - s_w Z_{\mu\nu}, \\ \hat{W}_{\mu\nu}^+ &= W_{\mu\nu}^+ + ig(W_\mu^+ W_\nu^3 - W_\mu^3 W_\nu^+) \end{aligned} \quad (2.73)$$

con

$$W_{\mu\nu}^+ = \partial_\mu W_\nu^+ - \partial_\nu W_\mu^+. \quad (2.74)$$

Así el lagrangiano de Yang-Mills en términos de los eigenestados de masa toma la forma final

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{YM} &= -\frac{1}{2}\hat{W}_{\mu\nu}^+ \hat{W}^{-\mu\nu} - \frac{1}{4}Z_{\mu\nu}Z^{\mu\nu} - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + ig(s_w F_{\mu\nu} + c_w Z_{\mu\nu})W^{-\mu}W^{+\nu} \\ &\quad + \frac{g^2}{4}(W_\mu^- W_\nu^+ - W_\mu^+ W_\nu^-)(W^{-\mu}W^{+\nu} - W^{+\mu}W^{-\nu}). \end{aligned} \quad (2.75)$$

Este lagrangiano contiene las partes cinéticas de los bosones de norma electrodébiles junto con sus respectivas autointeracciones.

Capítulo 3

El acoplamiento $ZZ\gamma$ en el Modelo Estándar

En la teoría cuántica de campos, las propiedades electromagnéticas de una partícula neutra surgen, como una fluctuación cuántica de uno o varios lazos. Tal es el caso del bosón de norma neutro, la partícula Z , mediadora de la interacción débil y el cual posee la propiedad de coincidir con su propia antipartícula, donde desarrolla sus propiedades electromagnéticas como resultado de acoplarse con fotones virtuales a orden de un lazo a través del momento electromagnético conocido con el nombre de anapolo. De manera interesante, resulta que la existencia del espín es suficiente para que la partícula posea propiedades electromagnéticas, es decir, que sea capaz de interactuar con el fotón, aun cuando dicha partícula sea eléctricamente neutra y necesariamente surge a nivel de un lazo en el contexto de teorías renormalizables [9].

Así, el acoplamiento $ZZ\gamma$ cuya lagrangiana está dada por la ecuación (4.2) que por estar en el contexto del Modelo Estándar no se incluye el término $\bar{f}\gamma^\mu b_\mu \gamma_5 f$, término responsable de la violación de CPT como se verá más adelante. De esta manera el acoplamiento $ZZ\gamma$ ocurre a través de dos diagramas de triangulo, con Z 's reales y fotones virtuales y cuyas diagramas están dadas de la siguiente manera

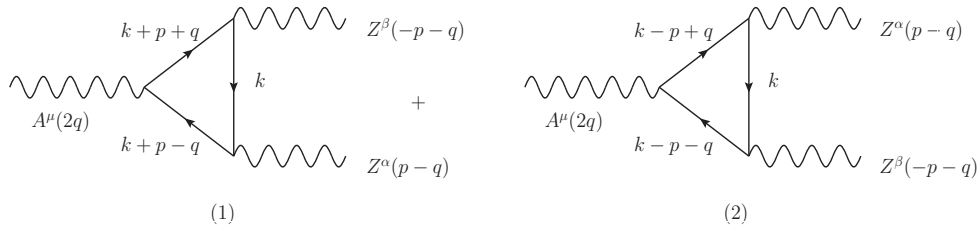


Figura 3.1: Diagramas de Feynman para el acoplamiento $ZZ\gamma$ en el Modelo Estándar.

A continuación, para calcular la amplitud tensorial que caracteriza el vértice $ZZ\gamma$, se hace uso de los vértices que surgen del Modelo Estándar (Figura 3.2).

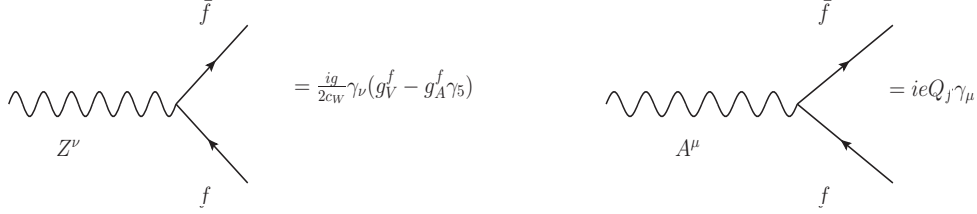


Figura 3.2: Vértices del acoplamiento en el Modelo Estándar.

De esta manera, obtenemos la amplitud tensorial $\mathcal{M}_{\alpha\beta\mu}$ como resultado de evaluar los dos diagramas de la Figura 3.1,

$$\mathcal{M}_{\alpha\beta\mu} = \frac{eg^2}{4c_W^2} \Sigma_f N_f Q_f \Gamma_{\alpha\beta\mu}, \quad (3.1)$$

con

$$\Gamma_{\alpha\beta\mu} = \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \left(\frac{T_{\alpha\beta\mu}^{(1)}}{\Delta \Delta_1 \Delta_2} + \frac{T_{\alpha\beta\mu}^{(2)}}{\Delta \widehat{\Delta}_1 \widehat{\Delta}_2} \right), \quad (3.2)$$

donde los superíndices (1) y (2) representan las contribuciones de los diagramas (1) y (2), respectivamente. Las contribuciones $T_{\alpha\beta\mu}^{(1)}$ y $T_{\alpha\beta\mu}^{(2)}$ están dadas de manera explícita como sigue

$$\begin{aligned} T_{\alpha\beta\mu}^{(1)} &= Tr\{\gamma_\alpha(g_V^f - g_A^f \gamma_5)(\not{k} + m_f)\gamma_\beta(g_V^f - g_A^f \gamma_5)(\not{k} + \not{p} + \not{q} + m_f)\gamma_\mu(\not{k} + \not{p} - \not{q} + m_f)\}, \\ T_{\alpha\beta\mu}^{(2)} &= Tr\{\gamma_\beta(g_V^f - g_A^f \gamma_5)(\not{k} + m_f)\gamma_\alpha(g_V^f - g_A^f \gamma_5)(\not{k} - \not{p} + \not{q} + m_f)\gamma_\mu(\not{k} - \not{p} - \not{q} + m_f)\}, \\ \Delta &= k^2 - m_f^2, \\ \Delta_1 &= (k + p - q)^2 - m_f^2, \\ \Delta_2 &= (k + p + q)^2 - m_f^2, \\ \widehat{\Delta}_1 &= (k - p + q)^2 - m_f^2, \\ \widehat{\Delta}_2 &= (k - p - q)^2 - m_f^2. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Ahora, haciendo el cambio de variable $k \rightarrow -k$ para la contribución (2), vemos que

$$\widehat{\Delta}_1 \rightarrow \Delta_1, \quad \widehat{\Delta}_2 \rightarrow \Delta_2, \quad \Delta \rightarrow \Delta, \quad (3.4)$$

de manera que la amplitud tensorial toma la forma

$$\Gamma_{\alpha\beta\mu} = \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{T_{\alpha\beta\mu}^{(1)} + T_{\alpha\beta\mu}^{(2)}(k \rightarrow -k)}{\Delta\Delta_1\Delta_2}. \quad (3.5)$$

Con la ayuda del programa FeynCalc, se calculan las trazas y se aplican las siguientes condiciones cinemáticas

$$\begin{aligned} (p - q)^2 &= (p + q)^2 = m_Z^2, \\ (p - q)_\alpha &= (p + q)_\beta = 0. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Luego se resuelven las integrales con el método de parametrización de Feynman y hallamos que la única contribución de $\Gamma_{\alpha\beta\mu}$ es proporcional a $g_V^f g_A^f$. Además, aparecen términos anómalos, independientes de la masa del fermión circulando en el loop, pero desaparece con la siguiente identidad [10]

$$\Sigma_f Q_f g_V^f g_A^f = 0, \quad (3.7)$$

ésta relación es muy importante en el contexto del Modelo Estándar, pues cancelan divergencias y términos independientes de las masas de los fermiones, los cuales son ambiguos. Finalmente para los términos restantes, aquellas funciones que sí dependen de las masas fermiónicas, al aplicarle la identidad de Schouten, ecuación (4.70), esto con el objetivo de eliminar términos no independientes, obtenemos

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\alpha\beta\mu} &= \frac{ie\alpha}{4\pi s_{2W}^2} \Sigma_f N_f Q_f g_V^f g_A^f \\ &\int_0^1 \int_0^{1-x} \frac{1}{\Delta} \cdot \left(-32i(q^2 \epsilon^{\alpha\beta\mu\rho}(x+y)^2 - (x^2 - y^2)q^2 \epsilon^{\alpha\beta\mu\rho} + 4xyq^\mu \epsilon^{\alpha\beta\rho q}) \right) dy dx \neq 0, \end{aligned} \quad (3.8)$$

donde

$$\begin{aligned} \Delta &= m_f^2 + m_Z^2(x+y)(x+y-1) - 4xyq^2, \\ s_{2W} &= 2\text{sen } \theta_W \text{cos } \theta_W, \\ \alpha &= \frac{e^2}{4\pi}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Con esto mostramos que realmente el acoplamiento $ZZ\gamma$ conduce a la aparición del momento anapolar, propiedad electromagnética que sólo surge a nivel de un lazo o más altos ordenes. Y como un caso particular, la contribución $\mathcal{M}_{\alpha\beta\mu} = 0$ cuando el fotón es real, en concordancia con el Teorema de Landau-Yang que menciona que un acoplamiento trilineal de bosones neutros, con las tres partículas reales debe ser cero.

Capítulo 4

El acoplamiento $ZZ\gamma^*$ en la Extensión del Modelo Estándar

Desde que Kostelecky y Samuel [11] descubrieron que en teoría de cuerdas existen ciertos mecanismos que rompen la simetría de Lorentz, los estudios sobre violaciones en las simetrías fundamentales de la física se han intensificado cada vez más en los últimos años, debido a la necesidad de tener una teoría solida y consistente que describa estas violaciones, además de buscarse una vía para la detección de efectos de nueva física. Es así que se propone la Extensión del Modelo Estándar (EME) como una herramienta para estudiar las violaciones de Lorentz con total independencia del modelo, siendo esta una teoría de campos efectiva y una extensión renormalizable del Modelo Estándar que incorpora efectos de violación de CPT y de Lorentz, es decir, la EME incluye operadores que violan la simetría CPT así como también operadores que la preservan. En esta teoría efectiva se introducen invariantes de norma, contraídos en algunos de sus índices de Lorentz con objetos tensoriales constantes que introducen direcciones preferenciales en el espacio, siendo este objeto la fuente de la ruptura de la simetría. Cualquier violación de la simetría CPT implica el rompimiento de la simetría de Lorentz como se verá mas adelante.

Se dice que un sistema tiene una simetría determinada, cuando al someterse a una transformación sus propiedades permanecen inalteradas. La simetría nos sugiere que algo se conserva o algo se mantiene constante, así la simetría de un sistema lleva asociada una ley de conservación. En física existen dos tipos de simetrías: las simetrías continuas que son descritas por transformaciones continuas y las simetrías discretas asociadas a transformaciones discretas, entre las cuales están: la reversión de los ejes espaciales o paridad (P), la conjugación de la carga (C) y la reversión temporal (T).

Las simetrías discretas mencionadas anteriormente no siempre se cumplen, existen varios casos en la naturaleza donde se lleva a cabo la violación de cada una de estas simetrías individualmente. Aunque por un tiempo se pensó que la transformación de paridad más

conjugación de carga CP, dejaba un sistema invariante, no tardaron en darse cuenta que esto no era cierto, pues violaciones de CP aparecen en las desintegraciones del Kaon neutro, por mencionar un ejemplo. Nos queda la combinación de las tres simetrías, CPT, hasta ahora es consistente con las observaciones experimentales conocidas y existe un fuerte soporte teórico sobre el carácter fundamental de la simetría conjunta CPT. Esta simetría, conocida como el teorema CPT [12, 13], es un principio fundamental de las teorías de campo (teorías gobernadas por el grupo de Poincaré), que son la base de teorías existosas como el ME. El teorema CPT afirma que una teoría cuántica de campos definida por una densidad lagrangiana \mathcal{L} tal que

1. es local, hermítica y covariante bajo transformaciones de Lorentz propias;
2. y además la teoría está cuantizada,

entonces dicha teoría es dejada invariante por la transformación CPT:

$$PCT\mathcal{L}(x)T^{-1}C^{-1}P^{-1} = \mathcal{L}(x'). \quad (4.1)$$

Una de las consecuencias del teorema es que la validez o invalidez de una de las invariancias C, P o T es equivalente a la validez o invalidez del producto de los otros dos. Otra de las consecuencias de la simetría CPT es la igualdad entre la masa de la partícula y la de su antipartícula. Para partículas, inestables, esta simetría implica que los tiempos de vida de la partícula y su antipartícula coinciden exactamente. También implica que la carga eléctrica que posee la antipartícula difiere de la que porta la partícula sólo en un signo, lo cual restringe fuertemente el resto de propiedades electromagnéticas de las partículas, como dipolos y multipolos de más altos órdenes. Se ha probado recientemente [14] que la violación de la simetría CPT implica la violación de la simetría de Lorentz, lo cual le confiere al teorema CPT un carácter fundamental, que, sin embargo, no tiene porque mantener su vigencia a escalas de distancias tan pequeñas como la escala de Planck $\sim M_{Pl}^{-1}$, pues existen bases fundadas de que a esta escala tanto gravedad cuántica [15] como teoría de cuerdas [16] pueden violar esta simetría, implicando que la conservación exacta que se observa a las escalas de energía actuales sea sólo producto del hecho de que el efecto es tan pequeño que pasa desapercibido por los detectores.

La EME describe la violación de CPT y de Lorentz como se ha dicho, y uno de los efectos de esta violación es que da origen a nuevos vértices, y no sólo eso, sino que también modifica los propagadores fermiónicos y las estructuras de las ecuaciones de movimiento. Otra consecuencia se ve reflejado en que las transformaciones del observador y las transformaciones de la partícula, no existe más relación entre ellas, es decir, la equivalencia deja de ser válida en teorías que violan Lorentz. Aunque la EME tenga términos que violan CPT y Lorentz, sigue conservando ciertas propiedades propias de una teoría cuántica de

campos estándar, tales como la invariancia de norma, conservación de energía-momento, hermiticidad y la de ser una teoría renormalizable.

Para el acoplamiento trilineal de bosones neutros donde al menos una partícula está en off-shell, necesariamente surge a nivel de un loop vía diagramas de triángulo en la Extensión del Modelo Estándar o cualquier teoría renormalizable, pues por el teorema de Landau-Yang se prohíbe acoplamientos cuando los tres bosones están en on-shell, aunque pueden surgir si no se cumple simultáneamente la simetría de Bose e invariancia de Lorentz [17]. En el contexto de la EME la nueva física es introducido con la presencia de un 4-vector constante, b_μ , responsable de la violación de CPT. De esta manera la lagrangiana con el término bilineal anómalo que produce un efecto de violación, esta dada por lo siguiente [18]

$$\mathcal{L} = \bar{f} (i\gamma^\mu D_\mu + \gamma^\mu b_\mu \gamma_5 - m_f) f, \quad (4.2)$$

donde

$$D_\mu = \partial_\mu - ieQ_f A_\mu - \frac{ig}{2c_W} Z_\mu (g_V^f - g_A^f \gamma_5). \quad (4.3)$$

En esta expresión, A_μ y Z_μ representan el campo electromagnético y el bosón de norma Z , respectivamente. Además, Q_f es la carga eléctrica del fermión f en unidades de e y

$$g_V^f = T_3^f - 2Q_f s_W^2, \quad (4.4)$$

$$g_A^f = T_3^f, \quad (4.5)$$

donde $T_3^f = -\frac{1}{2}$ para leptones cargados y quarks de tipo down, en tanto que $T_3^f = \frac{1}{2}$ para quarks de tipo up. Usando las ecuaciones (4.1) y (4.2), el término $\bar{f}\gamma^\mu b_\mu \gamma_5 f$ satisface la ecuación $PCT[\bar{f}\gamma^\mu b_\mu \gamma_5 f] = -\bar{f}\gamma^\mu b_\mu \gamma_5 f$ con lo cual se puede decir que viola la simetría CPT [19] y, como consecuencia, también viola la simetría de Lorentz.

4.1. Reglas de Feynman

El término que incorpora el efecto de nueva física y viola CPT, viene siendo el término $\bar{f}\gamma^\mu b_\mu \gamma_5 f$, cuyo efecto se ve reflejado con la modificación del propagador del fermión f . De esta manera, la reglas de Feynman que se usarán para llevar a cabo los cálculos son las siguientes:

1. El propagador fermiónico usual en el Modelo Estándar, representado en la figura 4.1 es:

$$\frac{i(\not{k} + m_f)}{k^2 - m_f^2}$$

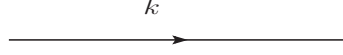


Figura 4.1: Propagador fermiónico.



Figura 4.2: Vértice asociado al término que viola CPT.

2. El vértice que incorpora la violación de CPT, representado en la figura 4.2 es:

$$i\lambda\not{k}\gamma_5$$

donde λ es un parámetro de control que mide el orden del efecto en potencias del 4-vector constante, siendo además un número pequeño, real y positivo. Además del vértice que incorpora la violación de CPT, el acoplamiento $ZZ\gamma$ induce también los vértices que están dadas por la figura 3.2.

El propagador fermiónico se verá modificado con la inserción del vértice que viola CPT en cada línea fermiónica, así las partículas circulando por el bucle estarán descritas por el propagador usual más un término anómalo representando el vértice que viola CPT, obteniendo así:

$$\frac{(\not{k} + m_f)}{k^2 - m_f^2} + \frac{(\not{k} + m_f)}{k^2 - m_f^2} (i\lambda\not{k}\gamma_5) \frac{(\not{k} + m_f)}{k^2 - m_f^2}, \quad (4.6)$$

lo cual, haciendo algunas manipulaciones algebraicas obtenemos el siguiente propagador efectivo

$$\frac{i\Lambda(k)}{\Delta^2(k)}, \quad (4.7)$$

con k el momento circulando por el bucle y

$$\begin{aligned} \Lambda(k) &= (\not{k} + m_f)(\not{k} - m_f - \lambda\not{k}\gamma_5)(\not{k} + m_f) \\ &= (\Delta(k) - \lambda(\not{k} + m_f)\not{k}\gamma_5)(\not{k} + m_f), \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\Delta(k) = k^2 - m_f^2. \quad (4.9)$$

Así, el vértice $ZZ\gamma$ siendo γ un fotón virtual en el contexto de la Extensión del Modelo Estándar, ocurre a través de dos diagramas de triángulo como se muestra en la figura 4.3.

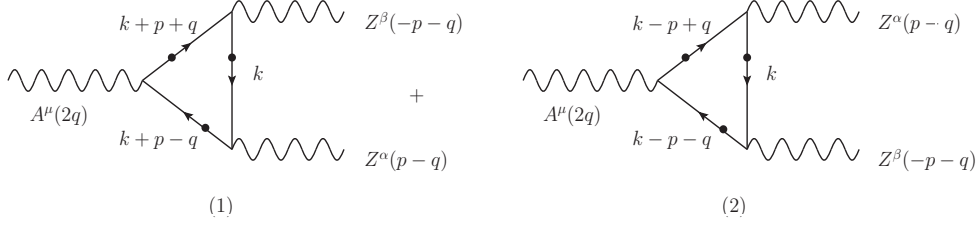


Figura 4.3: Diagramas de Feynman para el vértice $ZZ\gamma$ con la inserción de los puntos en cada línea fermiónica representando el vértice que viola CPT.

4.2. Cálculo de la amplitud

La amplitud invariante está dada por

$$\mathcal{M} = \frac{eg^2}{4c_W^2} \sum_{f=q,l} N_f Q_f \Gamma_{\alpha\beta\mu}, \quad (4.10)$$

N_f es el índice de color de los fermiones y $\Gamma_{\alpha\beta\mu}$ la amplitud tensorial de los diagramas (1) y (2), expresada como:

$$\Gamma_{\alpha\beta\mu} = \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \left(\frac{T_{\alpha\beta\mu}^{(1)}}{\Delta^2 \Delta_1^2 \Delta_2^2} + \frac{T_{\alpha\beta\mu}^{(2)}}{\Delta^2 \widehat{\Delta}_1^2 \widehat{\Delta}_2^2} \right), \quad (4.11)$$

con

$$T_{\alpha\beta\mu}^{(1)} = \text{Tr}\{\gamma_\alpha (g_V^f - g_A^f \gamma_5) \Lambda \gamma_\beta (g_V^f - g_A^f \gamma_5) \Lambda_2 \gamma_\mu \Lambda_1\}, \quad (4.12)$$

$$T_{\alpha\beta\mu}^{(2)} = \text{Tr}\{\gamma_\beta (g_V^f - g_A^f \gamma_5) \Lambda \gamma_\alpha (g_V^f - g_A^f \gamma_5) \widehat{\Lambda}_1 \gamma_\mu \widehat{\Lambda}_2\}. \quad (4.13)$$

Además en estas expresiones, tenemos que

$$\begin{aligned} \Lambda &= [\Delta - \lambda(\not{k} + m_f) \not{\gamma}_5](\not{k} + m_f), \\ \Lambda_1 &= [\Delta_1 - \lambda(\not{k} + \not{p} - \not{q} + m_f) \not{\gamma}_5](\not{k} + \not{p} - \not{q} + m_f), \\ \Lambda_2 &= [\Delta_2 - \lambda(\not{k} + \not{p} + \not{q} + m_f) \not{\gamma}_5](\not{k} + \not{p} + \not{q} + m_f), \\ \widehat{\Lambda}_1 &= [\widehat{\Delta}_1 - \lambda(\not{k} - \not{p} + \not{q} + m_f) \not{\gamma}_5](\not{k} - \not{p} + \not{q} + m_f), \\ \widehat{\Lambda}_2 &= [\widehat{\Delta}_2 - \lambda(\not{k} - \not{p} - \not{q} + m_f) \not{\gamma}_5](\not{k} - \not{p} - \not{q} + m_f), \\ \Delta &= k^2 - m_f^2, \\ \Delta_1 &= (k + p - q)^2 - m_f^2, \\ \Delta_2 &= (k + p + q)^2 - m_f^2, \\ \widehat{\Delta}_1 &= (k - p + q)^2 - m_f^2, \\ \widehat{\Delta}_2 &= (k - p - q)^2 - m_f^2. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Ahora, para simplificar los cálculos y hacer que el denominador de ambos integrales sea común se hace la siguiente transformación $k \rightarrow -k$ para el diagrama (2) en la ecuación (4.11). Lo que implica que

$$\widehat{\Delta}_1 \rightarrow \Delta_1, \quad \widehat{\Delta}_2 \rightarrow \Delta_2, \quad \Delta \rightarrow \Delta, \quad (4.15)$$

por otra parte, en el diagrama (2),

$$\Lambda \longrightarrow -\Omega = -[\Delta + \lambda(\not{k} - m_f)\not{\psi}\gamma_5](\not{k} - m_f), \quad (4.16)$$

$$\widehat{\Lambda}_1 \longrightarrow -\Omega_1 = -[\Delta_1 + \lambda(\not{k} + \not{p} - \not{q} - m_f)\not{\psi}\gamma_5](\not{k} + \not{p} - \not{q} - m_f),$$

$$\widehat{\Lambda}_2 \longrightarrow -\Omega_2 = -[\Delta_2 + \lambda(\not{k} + \not{p} + \not{q} - m_f)\not{\psi}\gamma_5](\not{k} + \not{p} + \not{q} - m_f),$$

de esta manera, la amplitud tensorial toma la siguiente forma

$$\Gamma_{\alpha\beta\mu} = \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{T_{\alpha\beta\mu}^{(1)} - \widehat{T}_{\alpha\beta\mu}^{(2)}}{\Delta^2 \Delta_1^2 \Delta_2^2}, \quad (4.17)$$

donde

$$\widehat{T}_{\alpha\beta\mu}^{(2)} = +Tr\{\gamma_\beta(g_V^f - g_A^f \gamma_5)\Omega\gamma_\alpha(g_V^f - g_A^f \gamma_5)\Omega_1\gamma_\mu\Omega_2\}. \quad (4.18)$$

Pero también, la amplitud tensorial se puede descomponer como la suma de tres partes independientes,

$$\Gamma_{\alpha\beta\mu} = \Gamma_{\alpha\beta\mu}^{V^2} + \Gamma_{\alpha\beta\mu}^{A^2} + \Gamma_{\alpha\beta\mu}^{AV}, \quad (4.19)$$

donde dichas amplitudes están dadas por

$$\Gamma_{\alpha\beta\mu}^{V^2} = (g_V^f)^2 \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{N_{\alpha\beta\mu}^{V^2}}{\Delta^2 \Delta_1^2 \Delta_2^2}, \quad (4.20)$$

$$\Gamma_{\alpha\beta\mu}^{A^2} = (g_A^f)^2 \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{N_{\alpha\beta\mu}^{A^2}}{\Delta^2 \Delta_1^2 \Delta_2^2}, \quad (4.21)$$

$$\Gamma_{\alpha\beta\mu}^{AV} = g_V^f g_A^f \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{N_{\alpha\beta\mu}^{AV}}{\Delta^2 \Delta_1^2 \Delta_2^2}. \quad (4.22)$$

A la amplitud tensorial $\Gamma_{\alpha\beta\mu}$ también se le aplica las siguientes condiciones cinemáticas del proceso:

$$\begin{aligned} (p - q)^2 &= m_Z^2, & (p + q)^2 &= m_Z^2, \\ (p - q)_\alpha &= 0, & (p + q)_\beta &= 0. \end{aligned} \quad (4.23)$$

Una vez incorporadas las condiciones cinemáticas en el numerador, es conveniente llevar a cabo las sustituciones siguientes, ya que el numerador se simplifica debido a ciertas cancelaciones que ocurren con el denominador,

$$k^2 \rightarrow \Delta + m_f^2, \quad p.k \rightarrow \frac{\Delta_1 + \Delta_2 - 2\Delta - 2m_Z^2}{4}, \quad q.k \rightarrow \frac{\Delta_2 - \Delta_1}{4}. \quad (4.24)$$

Después de llevar a cabo las sustituciones, se extrae el coeficiente de λ en $\Gamma_{\alpha\beta\mu}$, ya que el cálculo será realizado a primer orden en b . Además, notese que para $\lambda = 0$, recuperamos el caso del Modelo Estándar. Ahora, como resultado de llevar a cabo las sustituciones anteriores, obtenemos un total de 13 clases de denominadores, que se agrupan de la siguiente manera:

$$\frac{1}{\Delta\Delta_1}, \quad \frac{1}{\Delta^2\Delta_1}, \quad \frac{1}{\Delta\Delta_1^2}, \quad (4.25)$$

$$\frac{1}{\Delta\Delta_2}, \quad \frac{1}{\Delta^2\Delta_2}, \quad \frac{1}{\Delta\Delta_2^2}, \quad (4.26)$$

$$\frac{1}{\Delta_1\Delta_2}, \quad \frac{1}{\Delta_1^2\Delta_2}, \quad \frac{1}{\Delta_1\Delta_2^2}, \quad (4.27)$$

$$\frac{1}{\Delta\Delta_1\Delta_2}, \quad \frac{1}{\Delta^2\Delta_1\Delta_2}, \quad \frac{1}{\Delta\Delta_1^2\Delta_2}, \quad \frac{1}{\Delta\Delta_1\Delta_2^2}. \quad (4.28)$$

De manera que las amplitudes a calcular, dadas por las ecuaciones (4.20), (4.21) y (4.22), deber ser libres de divergencias, por ser la EME una teoría renormalizable. Estas amplitudes tienen estructuras de norma dictadas por la invariancia de norma electromagnética y la estadística de Bose, además deben corresponder a las transformadas de Fourier de la lagrangiana que describe el acoplamiento $ZZ\gamma$. Para el acoplamiento que nos interesa, sus estructuras de norma están determinados por el producto de objetos covariantes de la siguiente manera:

$$\mathcal{O}_Q = \frac{1}{m_Z^2} b^\lambda Z_\lambda Z_{\rho\eta} F^{\rho\eta}, \quad (4.29)$$

$$\mathcal{O}_P = \frac{1}{m_Z^2} b^\lambda F_{\lambda\rho} Z^{\rho\eta} Z_\eta, \quad (4.30)$$

$$\mathcal{O}_S = \frac{1}{m_Z^2} b^\lambda Z_{\lambda\rho} F^{\rho\eta} Z_\eta. \quad (4.31)$$

De las interacciones también se derivan las siguientes estructuras de norma en el espacio de momentos:

$$Q'_{\alpha\beta\mu} = \frac{4}{m_Z^2} \left[p_\mu (b_\alpha q_\beta - b_\beta q_\alpha) + b_\alpha (q_\mu q_\beta - q^2 g_{\beta\mu}) + b_\beta (q_\mu q_\alpha - q^2 g_{\alpha\mu}) \right], \quad (4.32)$$

$$P'_{\alpha\beta\mu} = \frac{4}{m_Z^2} \left[q_\alpha (b_\mu q_\beta - b_\beta q_\mu) + q_\beta (b_\mu q_\alpha - b_\alpha q_\mu) + (b_\mu q^2 - b_\mu q_\mu) g_{\alpha\beta} \right], \quad (4.33)$$

$$S'_{\alpha\beta\mu} = \frac{4}{m_Z^2} \left[b_\mu (q_\alpha g_{\beta\mu} - q_\beta g_{\alpha\mu}) + \frac{1}{2} p_\mu (b_\alpha q_\beta - b_\beta q_\alpha) - \frac{1}{2} b_\alpha (q_\mu q_\beta - q^2 g_{\beta\mu}) - \frac{1}{2} b_\beta (q_\mu q_\alpha - q^2 g_{\alpha\mu}) \right], \quad (4.34)$$

las cuales están normalizadas con la escala del proceso m_Z para que sean adimensionales. Ahora, las integrales a resolver se agrupan en cuatro grupos. Los grupos a considerar son:

Grupo I.

Este grupo de integrales está caracterizado por los siguientes denominadores:

$$\frac{1}{\Delta\Delta_1}, \quad \frac{1}{\Delta^2\Delta_1}, \quad \frac{1}{\Delta\Delta_1^2}. \quad (4.35)$$

Usando la técnica de parametrización de Feynman, podemos escribir

$$\begin{aligned} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{O^1_{\alpha\beta\mu}}{\Delta\Delta_1} &= \Gamma(2) \int_0^1 dx \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{O^1_{\alpha\beta\mu}}{[x\Delta_1 + (1-x)\Delta]^2} \\ &= \Gamma(2) \int_0^1 dx \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{O^1_{\alpha\beta\mu}}{[(k-l_1)^2 - R_1]^2}, \end{aligned} \quad (4.36)$$

siendo

$$l_1 = -(p-q)x, \quad (4.37)$$

$$R_1 = m_f^2 - x(1-x)m_Z^2, \quad (4.38)$$

donde $O^1_{\alpha\beta\mu}$ es el coeficiente de $\frac{1}{\Delta\Delta_1}$ para la amplitud $\Gamma_{\alpha\beta\mu}^{V^2}$ o $\Gamma_{\alpha\beta\mu}^{A^2}$ o $\Gamma_{\alpha\beta\mu}^{AV}$. Las expresiones para los términos $\frac{1}{\Delta^2\Delta_1}$ y $\frac{1}{\Delta\Delta_1^2}$ se obtienen derivando la expresión anterior con respecto a Δ y Δ_1 . Entonces podemos reunir este grupo de integrales en la siguiente expresión,

$$\begin{aligned}
I_{\alpha\beta\mu}^I &= \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \left(\frac{O_{\alpha\beta\mu}^1}{\Delta\Delta_1} + \frac{O_{\alpha\beta\mu}^2}{\Delta^2\Delta_1} + \frac{O_{\alpha\beta\mu}^3}{\Delta\Delta_1^2} \right) \\
&= \Gamma(3) \int_0^1 dx \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{N_{\alpha\beta\mu}^I(k)}{[(k-l_1)^2 - R_1]^3},
\end{aligned} \tag{4.39}$$

con

$$N_{\alpha\beta\mu}^I = \frac{\Gamma(2)}{\Gamma(3)} [(k-l_1)^2 - R_1] O_{\alpha\beta\mu}^1 + (1-x) O_{\alpha\beta\mu}^2 + x O_{\alpha\beta\mu}^3. \tag{4.40}$$

Ahora, haciendo la traslación $k \rightarrow k + l_1$, se obtiene

$$I_{\alpha\beta\mu}^I = \Gamma(3) \int_0^1 dx \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{N_{\alpha\beta\mu}^I(k \rightarrow k + l_1)}{[k^2 - R_1]^3}, \tag{4.41}$$

como estas integrales, deben ser por simetría, proporcionales al tensor métrico o productos de éste. Las integrales de rango impar son cero y sólo contribuyen las integrales de rango par, para ello simplificamos usando las identidades siguientes

$$\begin{aligned}
k^\mu k^\nu &\rightarrow \frac{k^2}{D} g^{\mu\nu}, \\
k^\mu k^\nu k^\alpha k^\beta &\rightarrow \frac{k^4}{D(D+2)} (g^{\mu\nu} g^{\alpha\beta} + g^{\mu\alpha} g^{\nu\beta} + g^{\mu\beta} g^{\nu\alpha}).
\end{aligned} \tag{4.42}$$

Luego, las integrales a resolver son de la forma

$$(4\pi\mu^2)^{\frac{4-D}{2}} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{1}{(k^2 - R)^N} = \frac{i(-1)^N}{(4\pi)^2} (4\pi\mu^2)^{\frac{4-D}{2}} \frac{\Gamma(N - \frac{D}{2})}{\Gamma(N)} \left(\frac{1}{R}\right)^{N - \frac{D}{2}}, \tag{4.43}$$

$$(4\pi\mu^2)^{\frac{4-D}{2}} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{k^2}{(k^2 - R)^N} = \frac{i(-1)^{N-1}}{(4\pi)^2} (4\pi\mu^2)^{\frac{4-D}{2}} \frac{D}{2} \frac{\Gamma(N - \frac{D}{2} - 1)}{\Gamma(N)} \left(\frac{1}{R}\right)^{N - \frac{D}{2} - 1}, \tag{4.44}$$

$$(4\pi\mu^2)^{\frac{4-D}{2}} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{k^4}{(k^2 - R)^N} = \frac{i(-1)^N}{(4\pi)^2} (4\pi\mu^2)^{\frac{4-D}{2}} \frac{D(D+2)}{4} \frac{\Gamma(N - \frac{D}{2} - 2)}{\Gamma(N)} \left(\frac{1}{R}\right)^{N - \frac{D}{2} - 2}, \tag{4.45}$$

donde μ es una escala con unidades de masa introducida para corregir unidades cuando $D \neq 4$. Pero surge un detalle, resulta que las divergencias se manifiestan en los polos

de la función gamma, en particular para $\Gamma(0)$. Para el tratamiento de estas divergencias, introducimos el parámetro $\epsilon = 4 - D$, donde $\epsilon \rightarrow 0$ cuando $D \rightarrow 4$. Como ejemplo, tomemos la primera integral que diverge para $N = 2$, en este caso tenemos

$$(\mu^2)^{\frac{4-D}{2}} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{1}{(k^2 - R)^2} = \frac{i}{(4\pi)^2} \Gamma\left(\frac{\epsilon}{2}\right) \left(\frac{R}{4\pi\mu^2}\right)^{-\frac{\epsilon}{2}}, \quad (4.46)$$

donde no se consideró el factor $\frac{1}{\Gamma(2)}$, ya que se cancela con el factor $\Gamma(2)$ que resulta de la parametrización de Feynman. Cuando $\epsilon \rightarrow 0$,

$$\Gamma\left(\frac{\epsilon}{2}\right) = \frac{2}{\epsilon} - \gamma_E + \mathcal{O}\left(\frac{\epsilon}{2}\right), \quad (4.47)$$

$$\left(\frac{R}{4\pi\mu^2}\right)^{-\frac{\epsilon}{2}} = 1 - \frac{\epsilon}{2} \log\left(\frac{R}{4\pi\mu^2}\right) + \dots, \quad (4.48)$$

siendo γ_E la constante de Euler-Mascheroni. Así que

$$\Gamma\left(\frac{\epsilon}{2}\right) \left(\frac{R}{4\pi\mu^2}\right)^{-\frac{\epsilon}{2}} = \Delta_\epsilon - \log\left(\frac{R}{m^2}\right), \quad (4.49)$$

donde

$$\Delta_\epsilon = \frac{2}{\epsilon} - \gamma_E + \log\left(\frac{4\pi\mu^2}{m^2}\right), \quad (4.50)$$

siendo m la masa de la partícula circulando en el lazo, que en nuestro caso $m = m_f$. De esta manera, tenemos que la solución de integrales divergentes tendrán la solución general

$$\Gamma(2) \int_0^1 dx. (\mu^2)^{\frac{4-D}{2}} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{1}{(k^2 - R_i)^2} = \Delta_\epsilon - I_i, \quad (4.51)$$

donde

$$I_i = \int_0^1 dx \log\left(\frac{R_i}{m_f^2}\right). \quad (4.52)$$

Grupo II.

Se caracteriza por los siguientes denominadores

$$\frac{1}{\Delta\Delta_2}, \quad \frac{1}{\Delta^2\Delta_2}, \quad \frac{1}{\Delta\Delta_2^2}. \quad (4.53)$$

Para este caso tenemos

$$I_{\alpha\beta\mu}^{II} = \Gamma(3) \int_0^1 dx \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{N_{\alpha\beta\mu}^{II}(k \rightarrow k + l_2)}{[k^2 - R_2]^3}, \quad (4.54)$$

y donde

$$N_{\alpha\beta\mu}^{II} = \frac{\Gamma(2)}{\Gamma(3)} [(k - l_2)^2 - R_2] O_{\alpha\beta\mu}^4 + (1 - x) O_{\alpha\beta\mu}^5 + x O_{\alpha\beta\mu}^6, \quad (4.55)$$

siendo $O_{\alpha\beta\mu}^4$, $O_{\alpha\beta\mu}^5$ y $O_{\alpha\beta\mu}^6$ los coeficientes de $\frac{1}{\Delta\Delta_2}$, $\frac{1}{\Delta^2\Delta_2}$ y $\frac{1}{\Delta\Delta_2^2}$, respectivamente. En este caso, la parametrización agrupada en la forma $\Delta_2 x + \Delta(1 - x)$, conduce a

$$l_2 = -(p + q)x, \quad (4.56)$$

$$R_2 = R_1. \quad (4.57)$$

Grupo III.

En este grupo se tienen integrales con los siguientes denominadores

$$\frac{1}{\Delta_1\Delta_2}, \quad \frac{1}{\Delta_1^2\Delta_2}, \quad \frac{1}{\Delta_1\Delta_2^2}. \quad (4.58)$$

Las integrales pueden ser escritas como

$$I_{\alpha\beta\mu}^{III} = \Gamma(3) \int_0^1 dx \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{N_{\alpha\beta\mu}^{III}(k \rightarrow k + l_3)}{[k^2 - R_3]^3}, \quad (4.59)$$

siendo

$$N_{\alpha\beta\mu}^{III} = \frac{\Gamma(2)}{\Gamma(3)} [(k - l_3)^2 - R_3] O_{\alpha\beta\mu}^7 + x O_{\alpha\beta\mu}^8 + y O_{\alpha\beta\mu}^9, \quad (4.60)$$

con $O_{\alpha\beta\mu}^7$, $O_{\alpha\beta\mu}^8$ y $O_{\alpha\beta\mu}^9$ los coeficientes de $\frac{1}{\Delta_1\Delta_2}$, $\frac{1}{\Delta_1^2\Delta_2}$, $\frac{1}{\Delta_1\Delta_2^2}$, respectivamente. En este caso

$$l_3 = -(p - q)x - (p + q)y, \quad (4.61)$$

$$R_3 = m_f^2 - 4xyq^2. \quad (4.62)$$

Grupo IV.

Este grupo de integrales tiene los siguientes denominadores

$$\frac{1}{\Delta\Delta_1\Delta_2}, \frac{1}{\Delta^2\Delta_1\Delta_2}, \frac{1}{\Delta\Delta_1^2\Delta_2}, \frac{1}{\Delta\Delta_1\Delta_2^2}. \quad (4.63)$$

Las integrales pueden ser escritas como

$$I_{\alpha\beta\mu}^{IV} = \Gamma(4) \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{N_{\alpha\beta\mu}^{IV}(k \rightarrow k + l_4)}{[k^2 - R_4]^4}, \quad (4.64)$$

siendo

$$N_{\alpha\beta\mu}^{IV} = \frac{\Gamma(3)}{\Gamma(4)} [(k - l_4)^2 - R_4] O_{\alpha\beta\mu}^{10} + (1 - x - y) O_{\alpha\beta\mu}^{11} + x O_{\alpha\beta\mu}^{12} + y O_{\alpha\beta\mu}^{13}, \quad (4.65)$$

con $O_{\alpha\beta\mu}^{10}$, $O_{\alpha\beta\mu}^{11}$, $O_{\alpha\beta\mu}^{12}$ y $O_{\alpha\beta\mu}^{13}$ los coeficientes de $\frac{1}{\Delta\Delta_1\Delta_2}$, $\frac{1}{\Delta^2\Delta_1\Delta_2}$, $\frac{1}{\Delta\Delta_1^2\Delta_2}$, $\frac{1}{\Delta\Delta_1\Delta_2^2}$, respectivamente. Se usó la parametrización siguiente

$$\frac{1}{\Delta\Delta_1\Delta_2} = \Gamma(3) \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{1}{[x\Delta_1 + y\Delta_2 + (1-x-y)\Delta]^3}, \quad (4.66)$$

de donde resulta

$$l_4 = -(p - q)x - (p + q)y, \quad (4.67)$$

$$R_4 = m_f^2 - (x + y)(1 - x - y)m_Z^2 - 4xyq^2. \quad (4.68)$$

Entonces, la amplitud tensorial $\Gamma_{\alpha\beta\mu}^{AV}$ queda escrita como

$$\begin{aligned} \Gamma_{\alpha\beta\mu}^{AV} = & g_V^f g_A^f \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \left[\Gamma(3) \int_0^1 dx \left(\frac{\frac{1}{2}[(k - l_1)^2 - R_1] O_{\alpha\beta\mu}^1 + (1 - x) O_{\alpha\beta\mu}^2 + x O_{\alpha\beta\mu}^3}{[(k - l_1)^2 - R_1]^3} \right. \right. \\ & + \frac{\frac{1}{2}[(k - l_2)^2 - R_2] O_{\alpha\beta\mu}^4 + (1 - x) O_{\alpha\beta\mu}^5 + x O_{\alpha\beta\mu}^6}{[(k - l_2)^2 - R_1]^3} \\ & + \left. \frac{\frac{1}{2}[(k - l_3)^2 - R_3] O_{\alpha\beta\mu}^7 + x O_{\alpha\beta\mu}^8 + (1 - x) O_{\alpha\beta\mu}^9}{[(k - l_3)^2 - R_3]^3} \right) \\ & \left. + \Gamma(4) \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{\frac{1}{3}[(k - l_4)^2 - R_4] O_{\alpha\beta\mu}^{10} + (1 - x - y) O_{\alpha\beta\mu}^{11} + x O_{\alpha\beta\mu}^{12} + y O_{\alpha\beta\mu}^{13}}{[(k - l_4)^2 - R_4]^4} \right], \end{aligned} \quad (4.69)$$

semejante estructura tendrían las amplitudes $\Gamma_{\alpha\beta\mu}^{V^2}$ y $\Gamma_{\alpha\beta\mu}^{A^2}$. Para estas dos amplitudes, después de eliminar términos que no son independientes y hacer uso reiterado de la identidad de Schouten, la cual establece que

$$g_{\alpha\beta}\epsilon_{\mu\nu\lambda\rho} + g_{\alpha\lambda}\epsilon_{\rho\beta\mu\nu} + g_{\alpha\mu}\epsilon_{\nu\lambda\rho\beta} + g_{\alpha\nu}\epsilon_{\lambda\rho\beta\mu} + g_{\alpha\rho}\epsilon_{\beta\mu\nu\lambda} = 0, \quad (4.70)$$

se demuestra que $\Gamma_{\alpha\beta\mu}^{V^2} = \Gamma_{\alpha\beta\mu}^{A^2} = 0$, con lo cual no contribuyen en el acoplamiento $ZZ\gamma$.

4.3. Factores de forma electromagnéticos

Como se ha comentado, los factores de forma juegan un papel muy importante en la física de partículas, pues cuantifican propiedades electromagnéticas de la partícula y son totalmente independientes del modelo. En esta sección se procede a calcular los factores de forma y hallar las estructuras tensoriales de norma correspondientes, dictadas por las ecuaciones (4.32), (4.33) y (4.34).

Al evaluar la amplitud tensorial $\Gamma_{\alpha\beta\mu}^{AV}$ usando el programa FeynCalc, obtenemos que la contribución proporcional a $g_V^f g_A^f$ se puede escribir de la siguiente manera:

$$\Gamma_{\alpha\beta\mu}^{AV} = \frac{ie\alpha}{4\pi s_{2W}^2} \Sigma_f N_f Q_f g_V^f g_A^f (A^I P_{\alpha\beta\mu}^I + A^{II} P_{\alpha\beta\mu}^{II} + A^{III} P_{\alpha\beta\mu}^{III} + A^{IV} P_{\alpha\beta\mu}^{IV}), \quad (4.71)$$

donde cada término $A^i P_{\alpha\beta\mu}^i$ está en correspondencia con los grupos de integrales ya señalados en la ecuación (4.69). A continuación, se presentarán los resultados que corresponden al caso de un fotón real, luego se hará para un fotón virtual. Entonces, si el fotón es real implica $q^2 = 0$, y se sustituirá este valor en todas las expresiones donde aparezca. Así, como resultado de sumar los grupos I y II se tiene lo siguiente

$$A^I P_{\alpha\beta\mu}^I + A^{II} P_{\alpha\beta\mu}^{II} = (-16 \frac{\tau}{\sqrt{\tau-1}} f(\tau)) (b_\alpha g_{\beta\mu} + b_\beta g_{\alpha\mu}), \quad (4.72)$$

siendo

$$\tau = \frac{4m_f^2}{m_Z^2}, \quad (4.73)$$

y

$$f(\tau) = \text{Arc Tan} \left(\frac{1}{\sqrt{\tau-1}} \right). \quad (4.74)$$

Para el grupo III

$$A^{III} P_{\alpha\beta\mu}^{III} = 0, \quad (4.75)$$

y para el grupo IV tenemos que

$$A^{IV} P_{\alpha\beta\mu}^{IV} \neq 0, \quad (4.76)$$

que por cuestiones de espacio, no se presenta el resultado aquí, además de poseer una expresión muy complicada. Las ecuaciones (4.72) y (4.76) no cumplen invariancia de norma electromagnética, sin embargo, son finitas y no presentan divergencias. Ahora, al sumar las ecuaciones (4.72), (4.75) y (4.76), obtenemos

$$\Gamma_{\alpha\beta\mu}^{AV} = \frac{ie\alpha}{4\pi s_{2W}^2} \Sigma_f N_f Q_f g_V^f g_A^f (\widehat{f}_Q Q_{\alpha\beta\mu} + \widehat{f}_P P_{\alpha\beta\mu} + \widehat{f}_S S_{\alpha\beta\mu}), \quad (4.77)$$

donde $Q_{\alpha\beta\mu}$, $P_{\alpha\beta\mu}$ y $S_{\alpha\beta\mu}$ son las estructuras de norma, que se derivan de las ecuaciones (4.32), (4.33) y (4.34) para el caso de un fotón real, y están dadas de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} Q_{\alpha\beta\mu} &= \frac{4}{m_Z^2} \left[p_\mu (b_\alpha q_\beta - b_\beta q_\alpha) \right], \\ P_{\alpha\beta\mu} &= \frac{4}{m_Z^2} \left[q_\alpha (b_\mu q_\beta - b_\beta q_\mu) + q_\beta (b_\mu q_\alpha - b_\alpha q_\mu) \right], \\ S_{\alpha\beta\mu} &= \frac{4}{m_Z^2} \left[b_\mu (q_\alpha q_\beta - q_\beta q_\alpha) + \frac{1}{2} p_\mu (b_\alpha q_\beta - b_\beta q_\alpha) \right], \end{aligned} \quad (4.78)$$

con sus correspondientes factores de forma:

$$\begin{aligned} \hat{f}_Q &= -\frac{4}{(1-\tau)^{3/2}} [\tau F(\tau)(5\tau-6) + \sqrt{1-\tau}(5\tau-4)], \\ \hat{f}_P &= -\frac{16}{3(1-\tau)^{3/2}} [1 - \tau F(\tau)], \\ \hat{f}_S &= -16 - \frac{16\tau F(\tau)}{\sqrt{1-\tau}}, \end{aligned} \quad (4.79)$$

donde

$$F(\tau) = \text{Arc Tanh} \left(\frac{1}{\sqrt{1-\tau}} \right). \quad (4.80)$$

Observe la identidad

$$\Sigma_f Q_f g_V^f g_A^f = 0, \quad (4.81)$$

la cual es necesaria para cancelar anomalías, tales como las divergencias y términos independientes de las masas de los fermiones que circulan en los lazos, los cuales no contribuyen. De manera que tomando en cuenta esta identidad, la ecuación (4.77), se ve modificada ligeramente, en la función \hat{f}_S eliminando el término que no depende de la masa del fermión, y llegamos a lo siguiente

$$\Gamma_{\alpha\beta\mu}^{AV} = \frac{ie\alpha}{4\pi s_{2W}^2} \Sigma_f N_f Q_f g_V^f g_A^f (f_Q Q_{\alpha\beta\mu} + f_P P_{\alpha\beta\mu} + f_S S_{\alpha\beta\mu}), \quad (4.82)$$

donde

$$\begin{aligned} f_Q &= \hat{f}_Q, \\ f_P &= \hat{f}_P, \\ f_S &= -\frac{16\tau F(\tau)}{\sqrt{1-\tau}}, \quad f_S \neq \hat{f}_S. \end{aligned} \quad (4.83)$$

Ahora, para el caso de un fotón virtual, la amplitud tensorial toma la siguiente forma

$$\Gamma'_{\alpha\beta\mu AV} = \frac{ie\alpha}{4\pi s_{2W}^2} \Sigma_f N_f Q_f g_V^f g_A^f (f_{Q'} Q'_{\alpha\beta\mu} + f_{P'} P'_{\alpha\beta\mu} + f_{S'} S'_{\alpha\beta\mu}), \quad (4.84)$$

con

$$f_{Q'} = \int_0^1 \int_0^{1-x} \frac{32m_Z^4(8x^2 + 2(6y - 5)x + 4y^2 - 6y + 3)\tau}{(m_Z^2(4x^2 + (8y - 4)x + 4y^2 - 4y + \tau) - 16xyq^2)^2} dy dx, \quad (4.85)$$

$$f_{P'} = - \int_0^1 \int_0^{1-x} \frac{32m_Z^4(-4y^2 + 2y + 2x - 1)\tau}{(m_Z^2(4x^2 + (8y - 4)x + 4y^2 - 4y + \tau) - 16xyq^2)^2} dy dx, \quad (4.86)$$

$$f_{S'} = \int_0^1 \int_0^{1-x} \frac{64m_Z^4(2x + 2y - 1)\tau}{(m_Z^2(4x^2 + (8y - 4)x + 4y^2 - 4y + \tau) - 16xyq^2)^2} dy dx, \quad (4.87)$$

donde las integrales no se pueden resolver analíticamente. Notese que la ecuación (4.81) no se aplica para este caso, ya que la ecuación (4.84) no tiene términos independientes de las masas de los fermiones.

Capítulo 5

Conclusiones y perspectivas

El acoplamiento $ZZ\gamma$, el cual define las propiedades electromagnéticas del bosón Z , está estrictamente prohibido en teorías de campo convencionales por el Teorema de Landau-Yang, si las tres partículas están sobre la capa de masa, aunque puede existir si al menos una de ellas es virtual. Sin embargo, este acoplamiento puede ser generado en teorías en las que la simetría de Lorentz no es exactamente conservada, ya que entonces el Teorema de Landau-Yang no es aplicable. Una formulación no convencional de este tipo es la conocida Extensión del Modelo Estándar, la cual es una teoría renormalizable que se caracteriza por acoplar invariantes que respetan las simetrías del Modelo Estándar con tensores de Lorentz constantes, que pueden ser interpretados como el remanente de un rompimiento espontáneo de la simetría de Lorentz.

En esta tesis se ha demostrado que una interacción de la forma $\bar{f}\gamma^\mu b_\mu \gamma_5 f$, con f un leptón cargado o quark y b_μ un 4-vector constante, induce el vértice $ZZ\gamma$ con las tres partículas reales a orden de un lazo y a primer orden en este 4-vector. Los resultados más relevantes de este trabajo se pueden dividir en teóricos y fenomenológicos.

Aspectos Teóricos

- A primer orden en el campo de fondo b_μ , sólo existe contribución proporcional a $g_V^f g_A^f$, donde g_V^f y g_A^f son los acoplamientos vectorial y axial del bosón Z a fermiones en el Modelo Estándar. Las contribuciones proporcionales a $(g_V^f)^2$ y $(g_A^f)^2$ son exactamente cero a este orden en b_μ . Como consecuencia, el acoplamiento $ZZ\gamma$ tiene una estructura de Lorentz diferente a la que presente el acoplamiento fuera de capa de masa $ZZ\gamma^*$ en el Modelo Estándar.
- Los resultados son libre de divergencias ultravioletas, lo cual es consistente con el hecho de que la Extensión del Modelo Estándar es renormalizable.

- Los factores de forma son invariantes de norma electromagnética. El acoplamiento $ZZ\gamma$ está caracterizada por los siguientes invariantes:

$$\mathcal{O}_Q = \frac{1}{m_Z^2} b^\lambda Z_\lambda Z_{\rho\eta} F^{\rho\eta}, \quad (5.1)$$

$$\mathcal{O}_P = \frac{1}{m_Z^2} b^\lambda F_{\lambda\rho} Z^{\rho\eta} Z_\eta, \quad (5.2)$$

$$\mathcal{O}_S = \frac{1}{m_Z^2} b^\lambda Z_{\lambda\rho} F^{\rho\eta} Z_\eta, \quad (5.3)$$

Aspectos Fenomenológicos

- Como se desprende del primer punto de los aspectos teóricos, la Extensión del Modelo Estándar predice un vértice $ZZ\gamma$, que además de existir en capa de masa, viola CP. Este resultado es interesante dado el interés que existe en la literatura por los acoplamientos entre bosones neutros que violen CP.
- Un análisis cuidadoso de los factores de forma \widehat{f}_Q , \widehat{f}_P y \widehat{f}_S muestran los siguientes detalles interesantes:
 1. Existe desacoplo, es decir, los factores de forma tienden a cero cuando la masa del fermión que circula en el lazo es muy grande comparada con la masa del bosón Z .
 2. Los factores de forma tienden a ser más importantes para fermiones livianos, ya que cuando $m_f \rightarrow 0$, $\widehat{f}_Q \rightarrow 16$, $\widehat{f}_P \rightarrow -16/3$ y $\widehat{f}_S \rightarrow -16$.

En conclusión, se ha demostrado que la presencia de un campo de fondo constante b_μ , el cual puede ser atribuido a un remanente del rompimiento espontáneo de la simetría de Lorentz, es suficiente para generar el vértice $ZZ\gamma$ como fluctuación cuántica de un lazo con las tres partículas reales, lo cual está prohibido en el Modelo Estándar.

Como perspectivas del trabajo, podemos mencionar lo siguiente. Lo realizado en esta tesis es un primer paso para un estudio más amplio de carácter fenomenológico en el que sería de interés estudiar violación de CP a través de este vértice en el contexto del colisionador ILC (International Linear Collider), el cual se tiene contemplado se construya en un futuro cercano. Este estudio se realizaría a través de las reacciones $e^-e^+ \rightarrow (\gamma^*, Z^*) \rightarrow VV$, con $V = \gamma, Z$. Para ello sería necesario calcular, además del acoplamiento $ZZ\gamma^*$ dado en esta tesis, los vértices fuera de capa de masa $ZZ^*\gamma$ y ZZZ^* .

Bibliografía

- [1] Carlo Giunti and Alexander Studenikin, *NEUTRINO ELECTROMAGNETIC PROPERTIES*, arXiv: 0812.3646v3 [hep-ph] (2009).
- [2] Ver por ejemplo, H. Novales-Sanchez, A. Rosado, V. Santiago-Olan, and J.J. Toscano, *Effects of physics beyond the standard model on the neutrino charge radius: an effective Lagrangian approach*, Phys. Rev. D **78**, 073014 (2008), arXiv:0805.4177 [hep-ph], y referencias dadas allí.
- [3] F. Boudjema and C. Hamzaoui, Phys. Rev. **D43**, 3748 (1991); F. Larios, M. A. Pérez, G. Tavares-Velasco, and J. J. Toscano, Phys. Rev. **D63**, 113014 (2001); M. A. Pérez, G. Tavares-Velasco, and J. J. Toscano, Phys. Rev. **D67**, 017702 (2003).
- [4] F. M. Renard, Nucl. Phys. **B196**, 93 (1982); A. Barroso, F. Boudjema, J. Cole, and N. Dombey, Z. Phys. **C28**, 149 (1985); A. Barroso, P. Nogueira, and J. C. Romao, Z. Phys. **C33**, 243 (1986).
- [5] L.D. Landau and Dokl Akad, Nauk SSSR **60**, 242 (1948); C. N. Yang, Phys. Rev. **77**, 242 (1950).
- [6] K. J. F. Gaemers and G. J. Gounaris, Z. Phys. **C1**, 259 (1979); K. Hagiwara, R. D. Peccei, D. Zeppenfeld, and K. Hikasa, Nucl. Phys. **B282**, 253 (1987); F. Boudjema and C. Hamzaoui, Phys. Rev. **D43**, 3748 (1991); J. M. Hernández, M. A. Pérez, G. Tavares-Velasco, and J. J. Toscano, Phys. Rev. **D60**, 01304 (1999).
- [7] D. Colladay and V. A. Kostelecky, *Lorentz-violating extension of the standard model*, Phys. Rev. D **58**, 116002 (1998).
- [8] J. Castro-Medina, H. Novales-Sánchez, J. J. Toscano, and E. S. Tututi, *Decays $Z \rightarrow \gamma\gamma$ and $Z \rightarrow gg$ in the Standard Model Extension*, Int. J. Mod. Phys. A **3**, 1550216 (2015).

- [9] A. Bashir, Y. Concha-Sanchez, M. E. Tejeda-Yeomans, and J. J. Toscano, *The anapole moment in scalar quantum electrodynamics*, Mod. Phys. Lett. A **25**, 3145 (2010), arXiv:1002.3184 [hep-ph].
- [10] A. Barroso, F. Boudjema, J. Cole, and N. Dombey, *Electromagnetic properties of the Z boson 1*, Z. Phys. C **28**, 149 (1985). Ver también: J. M. Hernández, M. A. Pérez, G. Tavares-Velasco, and J.J. Toscano, *Decay $Z \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$ in the standard model*, Phys. Rev. D **60**, 013004 (1999); F. Larios, M.A. Pérez, G. Tavares-Velasco, and J.J. Toscano, *Trilinear neutral gauge boson couplings in effective theories*, Phys. Rev.D **63**, 113014 (2001).
- [11] V.A. Kostelecky and Samuel, Phys. Rev. D **39**.
- [12] W. Pauli, in *Niels Bohr and the Development of Physics*, (McGraw-Hill, New York, 1955), pp 30-51.
- [13] J.D.Bjorken-S.D. Drell, *Relativistic Quantum Fields*, (McGraw-Hill, New York, 1964), pp 123-127.
- [14] O. W. Greenberg, *CPT Violation Implies Violation of Lorentz Invariance*, Phys. Rev. Lett. **89**, 231602 (2002).
- [15] Ver, por ejemplo, D. Hooper, D. Morgan, and E. Winstanley, Phys. Rev. D **72**, 065009 (2005).
- [16] V. A. Kostelecky and S. Samuel, Phys. Rev. D **39**, 683 (1989); **40**, 1886 (1989).
- [17] A. Moyotl, G. Tavares-Velasco, and J. J. Toscano, Phys. Rev. D **91**, 093005 (2015).
- [18] M. Pérez-Victoria, Phys. Rev. Lett. **83**, 2518 (1999); R. Jackiw and V. A. Kostelecky, Phys. Rev. Lett. **82**, 3572 (1999).
- [19] Ejemplos de cálculos a orden de un lazo en el contexto del SME son dados en: A. Moyotl, H. Novales-Sánchez, J. J. Toscano, E. S. Tututi, *One-loop nonbirefringent effects on the electromagnetic vertex in the Standard Model Extension*, Int. J. of Mod. Phys. **29**, 1450107, (2014); *idem. Gauge invariant electromagnetic properties of fermions induced by CPT-violation in the Standard Model Extension*, **29**, 1450039 (2014); J. Castro-Medina, H. Novales-Sánchez, J. J. Toscano, E. S. Tututi, *Decays $Z \rightarrow \gamma\gamma$ and $Z \rightarrow gg$ in the Standard Model Extension*, arXiv:1508.04167 [hep-ph].