



**UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO**

**FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS**

“Mat. Luis Manuel Rivera Gutiérrez”

---

**ESTUDIO EXPERIMENTAL Y NUMÉRICO DE LA DEPENDENCIA  
ANGULAR DE LAS PROPIEDADES ÓPTICAS REFLECTIVAS DE  
ESTRUCTURAS FOTÓNICAS EN 2D CON PERIODICIDAD  
HEXAGONAL, CONSTRUIDAS SOBRE UN SUSTRATO DE SILICIO**

---

**TESIS**

Para obtener el grado de

**MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA FÍSICA**

PRESENTA:

**VICTOR CASTILLO GALLARDO**

**ASESORES DE TESIS:**

Doctor en Ciencias en Óptica  
**HÉCTOR I. PÉREZ AGUILAR**

Doctor en Ciencias en Física  
**JOSÉ G. MURILLO RAMÍREZ**

Morelia, Michoacán, Agosto de 2016

## RESUMEN

En el presente trabajo mostramos un estudio experimental y numérico de la dependencia angular de las propiedades ópticas reflectivas de estructuras fotónicas bidimensionales con periodicidad hexagonal, construidas sobre un sustrato de silicio. El trabajo está motivado en gran parte por la necesidad de una nueva alternativa de desarrollo en la tecnología de telecomunicaciones que sea puramente fotónica.

En el Laboratorio de Propiedades Ópticas de Materiales del CIMAV se realizaron las mediciones de la potencia reflejada localmente de tres estructuras fotónicas. En este experimento se emplearon cuatro haces con diferente longitud de onda (632 nm, 785 nm, 852 nm y 1308 nm) para los tipos de polarización TE y TM. Los haces se hicieron incidir de forma perpendicular al plano de periodicidad logrando una dependencia angular de acuerdo a la longitud de onda empleada. Adicionalmente, se obtuvo que para haces con polarización TE, la potencia reflejada localmente aumenta al incrementar la longitud de onda de los mismos y para haces con polarización TM, se tiene un comportamiento aleatorio. Por otra parte, empleando la técnica del Haz Enfocado de Iones (FIB) se maquinaron un par de estructuras fotónicas de red hexagonal, en el Laboratorio de Nanotecnología. Una estructura tiene inclusiones circulares y la otra inclusiones cuadradas. Esta técnica de fabricación del CF2D fue sencilla de utilizar; además tiene ventajas sobre otras técnicas, ya que se puede maquinar la estructura en varias sesiones y es posible inducirle defectos estructurales a la estructura fotónica.

El análisis numérico de las propiedades ópticas reflectivas se desarrolló en las instalaciones de la Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas de la UMSNH. Para ello, se empleó la técnica conocida como el Método de la Ecuación Integral que tiene una gran ventaja en comparación de otros métodos; la cual es sólo tener en cuenta un número finito de puntos de muestreo a lo largo de los contornos de la celda unitaria y de su inclusión, permitiendo así una menor cantidad de recursos computacionales. El método integral permite estudiar sistemas tanto infinitos como finitos. En el caso de sistemas infinitos se obtiene la estructura de bandas y en el caso de sistemas finitos, la propagación de ondas electromagnéticas a través del sistema. Aplicamos este método para calcular la estructura de bandas de un CF2D infinito formado por una celda unitaria hexagonal con inclusiones circulares y cuadradas. Al realizar las simulaciones numéricas se obtuvieron bandas prohibidas al aumentar la fracción de llenado de la celda unitaria hexagonal. Esta propiedad también se presentó al modificar el tipo de geometría de la inclusión.

Finalmente, extendimos el análisis numérico para estudiar la propagación de ondas a través de las estructuras fotónicas finitas con características similares a las maquinadas en el CIMAV. Uno de los resultados obtenidos fue que al considerar las inclusiones en una placa dieléctrica, mejora la reflectancia óptica.

**Palabras clave:** Estructura fotónica hexagonal, Haz Enfocado de Iones, Método de la Ecuación Integral, estructuras de bandas fotónicas, reflectancia y transmitancia.

## ABSTRACT

In this work we present an experimental and numerical study of the angular dependence of the reflective optical properties of two-dimensional photonic structures with hexagonal periodicity, built on a silicon substrate. The work is motivated largely by the need for a new alternative development in the telecommunications technology that is purely photonic.

In the Lab Optical Properties Materials CIMAV, measurements of the reflected power locally of three photonic structures were performed. In this experiment four beams were employed with different wavelength (632 nm, 785 nm, 852 nm and 1308 nm) for the types of TE and TM polarization. Beams were impinged perpendicularly on the plane of periodicity achieving angular dependence according to the wavelength used. Additionally, it was found that for TE-polarized beams, the reflected power locally increases when increasing wavelength of the them and for TM-polarized beams, it has a random behavior. Moreover, using the technique of Focused Ion Beam (FIB) a pair of hexagonal lattice photonic structures in Nanotechnology Laboratory was made. A structure has circular inclusions and other square inclusions. This manufacturing technique of CF2D was easy to use, it also has advantages over other techniques because it can be machined the structure in several sessions and we may induce structural defects in the photonic structure.

The numerical analysis of the reflective optical properties developed in the facilities of the Faculty of Physical Sciences and Mathematics at UMSNH. For this, we use the technique known as *Integral Equation Method* that has a great advantage compared to other methods; which only take into account a finite number of sampling points along the contours of the unit cell and its inclusion, allowing fewer computational resources. The integral method allows to study both infinite and finite systems. For infinite systems the band structure is obtained and in the case of finite systems, the propagation of electromagnetic waves through the system. We are applying this method to calculate the band structure of an infinite CF2D formed by a hexagonal unit cell with circular and square inclusions. When performing the numerical simulations, prohibited bands were obtained by increasing the filling fraction of the hexagonal unit cell. This property was also presented by modifying the geometry type of the inclusion.

Finally, we extended the numerical analysis to study the wave propagation through photonic structures with similar features to those machined in the CIMAV. One of the results was that when considering inclusions in a dielectric plate, improves the optical reflectance.

**Keywords:** Hexagonal photonic structure, Focused Ion Beam, Integral Equation Method, photonic band structure, reflectance and transmittance.

Dedico este trabajo de tesis a todas aquellas personas que han intervenido de forma directa o indirecta en la elaboración de la misma.

Especialmente dedico esta tesis a mi hijo Ethan Alfonso, desde el momento que me informaron de tu existencia fuiste, eres y seguirás siendo mi mayor motivación en la vida. A mi esposa Griselda por ser fuente inagotable de apoyo, motivación y comprensión

*Sinceramente*

*Victor*

# Agradecimientos

En primer lugar deseo agradecer de forma muy especial, el apoyo prestado en todo momento por el Dr. Héctor I. Pérez Aguilar y Dr. José G. Murillo Ramírez, como directores de esta tesis, por su atenta dedicación e interés mostrado en la dirección del presente trabajo. Por el apoyo incondicional que me han brindado siempre y la confianza que han depositado en mi desde el primer día que comencé a trabajar con ellos.

Al M. C Óscar Solís Canto por compartir su conocimiento acerca del uso del Haz Enfocado de Iones (FIB).

A mis padres, a mis tíos (maternos), a mis hermanos y a mi esposa por su gran apoyo incondicional y motivarme a realizar estos estudios de posgrado.

En esta etapa de maestría también ha resultado inestimable la ayuda de los compañeros de la generación 2014-2016 de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Física, Hugo, Ricardo, Miguel, Bernardo, Eligio, David, Fernando, Cindy, y Gerardo, por su compañía en todos los momentos buenos y malos, personales y profesionales que han ocurrido a lo largo de esta tesis.

Al CONACyT por el apoyo económico otorgado mediante una beca de estudios de maestría.

*Atentamente*

*Victor*

# Contenido

	Página
<b>Resumen</b>	<b>i</b>
<b>Abstract</b>	<b>ii</b>
<b>Dedicatoria</b>	<b>iii</b>
<b>Agradecimientos</b>	<b>iv</b>
<b>Contenido</b>	<b>v</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>vii</b>
<b>I. Introducción</b>	<b>1</b>
I.1. Justificación . . . . .	6
I.2. Objetivos . . . . .	6
I.3. Hipótesis . . . . .	7
I.4. Estructura de la tesis . . . . .	7
<b>II. CRISTALES FOTÓNICOS</b>	<b>9</b>
II.1. Definición y tipos de CFs . . . . .	10
II.1.1. Cristal fotónico bidimensional . . . . .	13
II.2. Métodos de fabricación . . . . .	16
II.3. Aplicaciones de los CFs . . . . .	19
<b>III. DESARROLLO EXPERIMENTAL</b>	<b>23</b>
III.1. Actividades previas . . . . .	23
III.1.1. Adiestramiento en el uso de los equipos de laboratorio . . . . .	24
III.1.2. Caracterización de láseres . . . . .	25
III.1.3. Puesta a punto del dispositivo experimental . . . . .	27
III.1.4. Caracterización morfológica de las estructuras fotónicas . . . . .	31
III.1.5. Optimización de la metodología experimental . . . . .	32
III.2. Resultados experimentales . . . . .	36
III.3. Haz de Iones Enfocado . . . . .	41
III.3.1. ¿Qué es un FIB? . . . . .	42
III.3.2. Maquinado de estructuras fotónicas . . . . .	43
<b>IV. MÉTODO DE LA ECUACIÓN INTEGRAL</b>	<b>47</b>
IV.1. Descripción del Método de la Ecuación Integral . . . . .	47
IV.2. Ecuación integral aplicada a un CF2D infinito . . . . .	48
IV.2.1. Función de Green para la ecuación de Helmholtz . . . . .	49

## Contenido (continuación)

	Página
IV.2.2. Representación integral de la ecuación de Helmholtz . . . . .	49
IV.2.3. Discretización de la ecuación integral . . . . .	50
IV.3. Ecuación integral aplicada a un CF2D finito . . . . .	54
IV.3.1. El campo y potencia incidente . . . . .	57
IV.3.2. El campo y potencia esparcida . . . . .	59
IV.4. Verificación del método . . . . .	62
IV.5. Respuesta electromagnética de un CF2D . . . . .	65
IV.5.1. Estructura de bandas para un CF2D infinito . . . . .	65
IV.5.2. Reflectancia y transmitancia para un CF2D finito . . . . .	68
<b>V. Conclusiones</b>	<b>73</b>
<b>REFERENCIAS</b>	<b>77</b>

# Lista de Figuras

Figura		Página
1	Tipos de cristales fotónicos en a) 1D, b) 2D y c) 3D. . . . .	2
2	Aplicaciones de los cristales fotónicos: a) guías de onda y divisores de potencia óptica, b) manejo de la radiación espontánea en LEDs y c) limitadores de potencia óptica. . . . .	3
3	a) CF con periodicidad unidimensional; d) corresponde al ancho de la celda unitaria y b) celda unitaria constituida por dos materiales de constantes dieléctricas $\epsilon_1$ y $\epsilon_2$ . . . . .	4
4	Tipos de cristales fotónicos y su presencia en la naturaleza: a) 1D, b) 2D, c) 3D, d) piedra de ópalo, e) plumas del pavo real y f) caparazón de escarabajos. . . . .	11
5	a) CF2D de red triangular con columnas de aire en un sustrato dieléctrico, b) Estructura de bandas fotónicas asociadas al cristal fotónico. Las bandas azules representan los modos TM mientras que las bandas rojas representan los modos TE. . . . .	14
6	CF2D con red cuadrada de columnas dieléctricas que incluye defectos lineales (columnas rojas), defectos de superficie (columnas verdes) y defectos puntuales (columna amarilla). . . . .	15
7	Micrografía de un CF2D fabricado por a) litografía y b) reacción de iones asistido químicamente. La estructura describe una red hexagonal. . . .	17
8	Micrografía de un CF2D fabricado por grabado anódico. La estructura describe una red hexagonal. . . . .	17
9	Micrografía del CF2D mostrando un patrón periódico en el bloque de guía de ondas por el fresado FIB. La sección transversal del patrón muestra la profundidad de 600 nm y un diámetro de 200 nm. . . . .	19
10	CF con cavidad central. a) Intensidad de campo eléctrico y b) micrografía del CF con cavidad. . . . .	20
11	Aplicaciones de los CFs, a) guías de onda, b) fibra óptica microestructurada, c) y d) LED fotónico. . . . .	21
12	Instrumentos empleados en la experimentación. . . . .	25
13	Emisión de potencia óptica de los diodos. . . . .	26

## Lista de Figuras (continuación)

Figura		Página
14	Vista de la sección principal del dispositivo experimental mostrando la técnica para determinar el eje de giro. . . . .	28
15	Arreglo teórico de lentes ópticas requerido para disminuir el diámetro del haz. . . . .	29
16	Diferentes vistas del dispositivo experimental. . . . .	29
17	a) Haz incidente perpendicular al plano de periodicidad y b) espercimiento del haz incidente en una estructura fotónica con 9 microcavidades embebidas. . . . .	30
18	a) Vista real del CF, b) vista a 40x del CF, c) y d) micrografías de la superficie de la estructura de control obtenidas por SEM. . . . .	32
19	a) Vista real del CF, b) vista a 40x del CF, c) y d) micrografías de la superficie de la estructura fotónica con cavidades embebidas, obtenidas por SEM. . . . .	33
20	a) Vista real del CF, b) vista a 40x del CF, c) y d) micrografías de la superficie del CF maquinado sobre el sustrato de silicio y aluminio, obtenidas por SEM. . . . .	34
21	Alineación del detector y telescopio porta fuente. . . . .	35
22	Esquema para determinar el eje de giro del dispositivo experimental. . . . .	36
23	Intensidades reflejadas haciendo una corrida espacial en línea recta para tres longitudes de onda en un CF de red hexagonal a) sin cavidades embebidas y b) con 9 cavidades. . . . .	37
24	Intensidades reflejadas haciendo una corrida espacial en línea recta en la estructura fotónica que contiene una película de aluminio y 9 cavidades embebidas. . . . .	38
25	Potencia reflejada localmente como función del ángulo de incidencia en un CF2D sin inclusión de cavidades circulares para a) polarización TE y b) polarización TM. Las curvas sólidas representan la reflectancia angular teórica de una interfaz, para el aire-silicio (negra) y aire-ZnO (azul claro). . . . .	39

## Lista de Figuras (continuación)

Figura	Página	
26	Potencia reflejada localmente en función del ángulo de incidencia de un CF de red hexagonal con 9 microcavidades embebidas para a) polarización TE y b) polarización TM. Las curvas sólidas representan la reflectancia angular teórica de una interfaz, para el aire-silicio (negra) y aire-ZnO (azul claro). . . . .	40
27	Potencia reflejada localmente en función del ángulo de incidencia de un CF construido en un sustrato con una película de aluminio y 9 microcavidades embebidas para a) polarización TE y b) polarización TM. Las curvas sólidas representan la reflectancia angular teórica ( $R_T$ ) de una interfaz de aire-aluminio para una longitud de onda de 1308 nm (negra), 852 nm (azul claro) y de una interfaz de aire-silicio para una longitud de onda de 1308 nm (verde claro). . . . .	41
28	Equipo de haz iones enfocados. . . . .	43
29	Pantalla de la interfaz de FIB. . . . .	44
30	Patrón de maquinado de los cristales fotónicos. a) Red hexagonal con inclusiones circulares y b) red hexagonal con inclusiones cuadradas. . .	45
31	Cristal fotónico de red hexagonal e inclusiones (a) circulares y (b) cuadradas maquinado en el CIMAV mediante la técnica del FIB. . . . .	45
32	Celda unitaria de un CF2D con una red hexagonal y una inclusión circular con su vector normal $\hat{n}$ perpendicular al contorno $\Gamma_j$ . . . . .	51
33	Esquema de un CF2D finito. Los contornos de integración están indicados por las curvas punteadas. $R_1$ y $R_q$ representan las regiones donde se refleja y transmite la onda electromagnética, respectivamente. . . . .	55
34	Estructuras de bandas obtenidas mediante a) el método de ondas planas (Plihal, 1991) y b) el método de la ecuación integral. . . . .	63
35	a) Interfaz entre dos materiales con longitud de $10 \mu\text{m}$ y b) reflectancia y transmitancia para la interfaz con diferentes longitudes. Las líneas de Reflec y Trans corresponden al caso analítico y las demás al numérico. .	64
36	Reflectancia y transmitancia para una lámina de $n=3.5$ con diferentes longitudes embebida en aire, a) polarización TE y b) polarización TM. Las líneas de Reflec y Trans corresponden al caso analítico y las demás al numérico. . . . .	65

## Lista de Figuras (continuación)

Figura		Página
37	Estructuras de bandas para la polarización a) TE y b) TM de un CF2D infinito con inclusiones circulares, con una fracción de llenado $f = 0.3265$ .	66
38	Estructuras de bandas para la polarización a) TE y b) TM de un CF2D infinito con inclusiones cuadradas, con una fracción de llenado $f = 0.5132$ .	67
39	Esquema que muestra la forma de iluminar al CF2D finito para el análisis numérico. . . . .	68
40	Reflectancia y transmitancia en función del ángulo de incidencia de una placa con una inclusión circular de diferente fracción de llenado para a) polarización TE y b) polarización TM. Las líneas de Reflec y Trans corresponden al caso analítico y las demás al numérico. . . . .	69
41	Reflectancia y transmitancia en función del ángulo de incidencia de una placa con nueve inclusiones circulares de diferente fracción de llenado, para a) polarización TE y b) polarización TM. Las líneas de Reflec y Trans corresponden al caso analítico y las demás al numérico. . . . .	70
42	Reflectancia y transmitancia en función del ángulo de incidencia de una placa con 70 inclusiones circulares de diferente fracción de llenado, para a) polarización TE y b) polarización TM. Las líneas de Reflec y Trans corresponden al caso analítico y las demás al numérico. . . . .	71
43	Reflectancia y transmitancia en función del ángulo de incidencia de una placa con 70 inclusiones cuadradas de diferente fracción de llenado, para a) polarización TE y b) polarización TM. Las líneas de Reflec y Trans corresponden al caso analítico y las demás al numérico. . . . .	72

# Capítulo I

---

## INTRODUCCIÓN

---

La ciencia y la ingeniería han sido parte esencial en el desarrollo industrial y tecnológico global. Hoy en día, la tecnología basada en estado sólido está llegando al límite físico posible, en el cual, ya no permite aumentar la densidad de componentes electrónicos presentes, ni continuar aumentando la velocidad de los mismos. Actualmente, los científicos, han intentado desarrollar nuevas tecnologías basadas en otras alternativas de mayor viabilidad. Recientemente, una nueva propuesta está captando el interés de los investigadores a nivel global, en cuanto a la capacidad y la velocidad de la información que puede ser procesada en un determinado lapso de tiempo. A esta opción se le conoce como Cristales Fotónicos (CFs) (Joannopoulos *et al.*, 2008).

Los cristales fotónicos fueron propuestos de manera simultánea e independiente por Eli Yablonovitch (Yablonovitch, 1987) para controlar la emisión espontánea y Sajeev John (John, 1987) para la localización de la luz. Aunque estructuras periódicas en forma de placas apiladas habían sido estudiados antes por Lord Rayleigh (Rayleigh, 1888).

Un CF es un material que presenta una modulación periódica del índice de refracción inducido mediante la inclusión de defectos estructurales. El propósito de este tipo de

materiales es controlar la reflexión y la transmisión de la luz a través de su estructura mediante el fenómeno de difracción. Estos cristales están presentes de forma natural y son responsables del color iridiscente en la piedra de ópalo, de la coloración en las plumas del pavo real y en algunas mariposas (Vigneron y Simonis, 2012). El diseño de tales estructuras compuestas puede ser llevado a cabo en una (CF1D) (Winn *et al.*, 1998), dos (CF2D) (Lin y Arjavalinam, 1994), o tres dimensiones (CF3D) (Joannopoulos *et al.*, 2008) como se muestra en la Fig. 1.

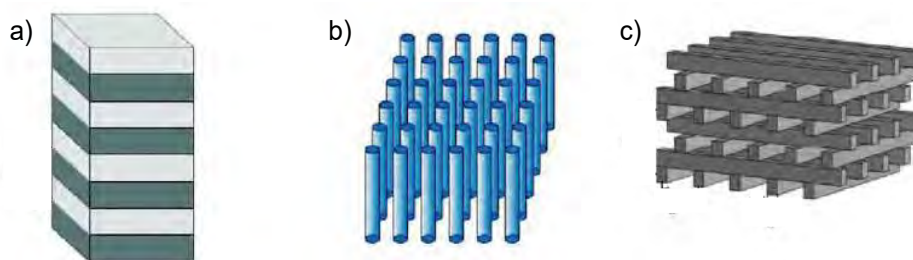


Figura 1. Tipos de cristales fotónicos en a) 1D, b) 2D y c) 3D.

Los cristales fotónicos están compuestos de nanoestructuras dieléctricas o metal-dieléctricas periódicas que afectan a la propagación de las ondas electromagnéticas (EM), del mismo modo que el potencial periódico en un semiconductor afecta el movimiento de los electrones, definiendo bandas de energía permitidas y prohibidas. Básicamente, los cristales fotónicos contienen regiones internas con constantes dieléctricas altas y bajas que se repiten de forma regular. Las ondas de luz que son permitidas para propagarse en el CF se conocen como modos y los grupos de modos forman las bandas fotónicas. Las bandas de longitudes de ondas no permitidas se llaman bandas prohibidas (bandgaps). Así, una de las propiedades ópticas de mayor interés en los CFs es el gap fotónico, debido a que las aplicaciones tecnológicas que se prevén dependen de la posición y el tamaño de dicho gap. Las aplicaciones se pueden agrupar en: el manejo de la radiación espontánea que puede ser empleada en la fabricación de láseres, y LEDs (Yablonovitch

*et al.*, 1991; Englund *et al.*, 2005), de guías de onda (Assefa *et al.*, 2006) y fibras microestructuradas (Ju *et al.*, 2008), en el manejo de la radiación espontánea para superlentes y super prismas (Bernier *et al.*, 2008), plasmones de superficie (Ebbesen *et al.*, 1998), entre otras (Fig. 2).

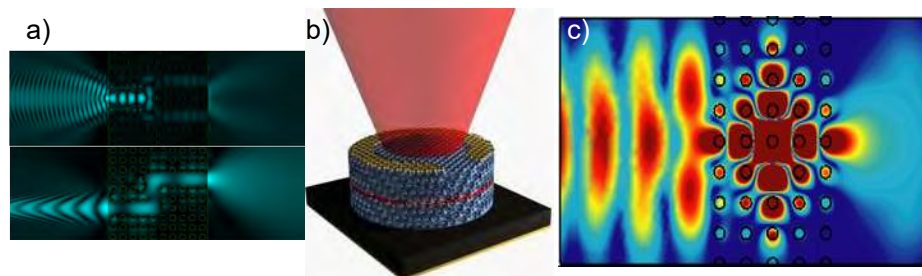


Figura 2. Aplicaciones de los cristales fotónicos: a) guías de onda y divisores de potencia óptica, b) manejo de la radiación espontánea en LEDs y c) limitadores de potencia óptica.

Al proponer un CF es necesario pronosticar la posición y el tamaño de la banda prohibida. Esto se hace mediante un cálculo de simulación numérica usando uno de los siguientes métodos:

- Método de expansión de ondas planas o aproximación escalar (Archuleta-García *et al.*, 2007).
- Método de las Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo (Yee, 1966).
- Método de la Ecuación Integral (Mendoza-Suárez *et al.*, 2006).

Básicamente estos métodos calculan las frecuencias (modos normales) de los CFs para cada valor de la dirección de propagación dada por el vector de onda.

En el método de ondas planas se realiza una expansión en series de Fourier de la función dieléctrica y del campo electromagnético que son periódicos para tener un sistema de valores propios para la relación de dispersión. Con la relación de dispersión es posible obtener la estructura de bandas del sistema. A continuación se muestran las

ecuaciones representativas de este método aplicado a un sistema unidimensional en la dirección  $z$ , donde la longitud de la celda unitaria es  $d = a + b$ , siendo  $a$  la longitud del medio de bajo índice de refracción y  $b$ , la del medio de contraste como se muestra en la Fig. 3. La función dieléctrica está definida en el intervalo  $-d/2 \leq z \leq d/2$  (para más detalle ver la Ref. (Archuleta-García *et al.*, 2007)).

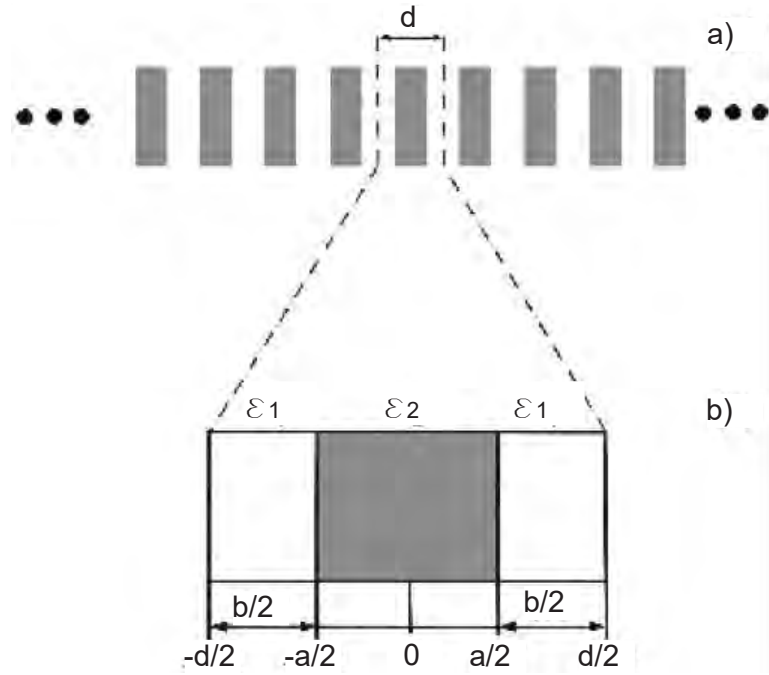


Figura 3. a) CF con periodicidad unidimensional;  $d$  corresponde al ancho de la celda unitaria y b) celda unitaria constituida por dos materiales de constantes dieléctricas  $\epsilon_1$  y  $\epsilon_2$ .

La función dieléctrica para un sistema 1D es

$$\epsilon(z) = \epsilon_1 + (\epsilon_2 - \epsilon_1) \Theta\left(\frac{a}{2} - |z|\right), \quad (1)$$

donde  $\Theta(z)$  es la función de Heaviside y vale 1 si  $z \geq 0$  y 0 si  $z < 0$ .

Después de expandir la Ec. (1) se obtiene

$$\epsilon(0) = \epsilon_1 + f(\epsilon_2 - \epsilon_1), \quad (2)$$

$$\epsilon(G_z) = f(\epsilon_2 - \epsilon_1) \operatorname{sinc}\left(\frac{1}{2}G_z a\right), \quad (3)$$

donde  $f$  es la fracción de llenado,  $G_z = \frac{2\pi}{d}n$  es un vector de la red recíproca y  $n$  es un número entero.

La ecuación de onda para este sistema la expresamos como

$$\frac{1}{\epsilon(z)} \frac{\partial^2}{\partial z^2} E_y(z, \omega) + \frac{\omega^2}{c^2} E_y(z, \omega) = 0, \quad (4)$$

que en términos de los coeficientes de Fourier del campo eléctrico,  $E(k_x + G')$ , es

$$\sum_{G'_z} f_{G-G'} (k_x + G')^2 E(G'_z) = \frac{\omega^2}{c^2} E(G'_z), \quad (5)$$

siendo  $G'_z = \frac{2\pi}{d}n$ . Expandiendo la sumatoria desde  $-n$  hasta  $n$  se genera un sistema matricial de la forma  $\overleftarrow{A} \overrightarrow{X} = \lambda \overrightarrow{X}$ , siendo  $\lambda = \frac{\omega^2}{c^2}$  los vectores propios y  $\overrightarrow{X} = E(N)$  las incógnitas del sistema. Si el lector está interesado en aplicar este método a sistemas 2D puede ver la Ref. (Plihal y A., 1991).

En el método de diferencias finitas en el dominio del tiempo se hace un mallado del sistema igualmente espaciado de modo que los campos puedan ser evaluados de manera discreta dentro del sistema. Los operadores diferenciales se aproximan mediante una serie de Taylor para finalmente llegar a un sistema de vectores propios. Para más detalle ver la Ref. (Yee, 1966).

El método de la ecuación integral parte del teorema de Green aplicado a la ecuación de Helmholtz, permitiendo obtener un par de ecuaciones integrales acopladas que involucran como incógnitas al campo y a su derivada normal evaluadas en los contornos que separan a las regiones del sistema. Para tener un muestreo finito de puntos, los contornos se dividen en pequeñas regiones,  $\Delta s$ , de esta forma las ecuaciones acopladas se aproximan mediante sumatorias que resultan en un sistema matricial homogéneo (análisis infinito) o en un sistema matricial inhomogéneo (análisis finito) cuya solución determina las funciones fuente, con las que se puede obtener la estructura de bandas o respuesta óptica del sistema, respectivamente. Este método se desarrollará en el

capítulo III.

Los CFs también pueden ser fabricados por el hombre, mediante técnicas modernas que permiten micro-maquinar la materia en el régimen sub-micrométrico y nanométrico. Gran parte de estas técnicas son herencia de la industria de los semiconductores, como es la litografía por haz de electrones (Charlton *et al.*, 1997), la reacción de iones asistido químicamente (Krauss *et al.*, 1996), la electroquímica (Rowson *et al.*, 1998), la oxidación vertical selectiva (Dallesasse *et al.*, 1990) y el haz de iones enfocados (Cabrini *et al.*, 2005), para CF2D. Los CF3D se pueden maquinar a través de litografía holográfica (Linn *et al.*, 2009), polimerización multifotón (Krauss y De La Rue, 1999), autoensamble (Yablonovitch *et al.*, 1991), escritura directa (Piqué y Chrisey, 2002), etc.

## I.1. Justificación

El estudio de las propiedades ópticas de los cristales fotónicos es un tema de investigación en crecimiento que puede generar grandes avances tecnológicos en aplicaciones comerciales, que incluyen el procesamiento de señales ópticas en guías de onda, que tienen integrados dispositivos tales como láseres y sensores, en la construcción de fibras microestructuradas, etc. Aunque también pueden ser empleados en el desarrollo de materiales inteligentes utilizados en el control de transmisión y reflexión de irradiación solar, entre otras muchas aplicaciones tecnológicas.

## I.2. Objetivos

- Determinar experimentalmente la dependencia angular de las propiedades ópticas reflectivas de estructuras fotónicas bidimensionales con periodicidad hexagonal, construidas mediante la técnica de FIB de remoción de material sobre sustratos

de silicio.

- Analizar la reflectancia óptica en un CF híbrido.
- Fabricar estructuras fotónicas bidimensionales simples a través de la técnica del FIB.
- Calcular las estructuras de bandas del CF2D con periodicidad hexagonal, utilizando el método integral.
- Determinar numéricamente la dependencia angular de las propiedades ópticas reflectivas de las estructuras fotónicas maquinadas en el CIMAV en 2D con el método integral descrito.

### **I.3. Hipótesis**

Existe una dependencia angular de las propiedades ópticas reflectivas de las estructuras fotónicas bidimensionales con periodicidad hexagonal.

### **I.4. Estructura de la tesis**

Este trabajo de tesis está desarrollado de la siguiente manera.

En el capítulo II se presenta una breve revisión de los fundamentos teóricos de los CF2Ds como son: sus características principales (estructura de bandas), algunas técnicas de su fabricación y sus posibles aplicaciones tecnológicas.

En el capítulo III se presenta un breve desarrollo de las actividades realizadas en el Centro de Investigación en Materiales Avanzados, S. C. (CIMAV Chihuahua) encaminadas a la medición de las propiedades ópticas reflectivas de tres estructuras fotónicas

de red hexagonal, una sin microcavidades y otra con 9 microcavidades embebidas construidas sobre un sustrato de silicio cubierto con una película de óxido de zinc. Una más de 9 microcavidades construida sobre un sustrato de silicio en el que previamente se le depositó una película delgada de aluminio. Dichas actividades fueron: caracterización de la potencia óptica emitida por los láseres que fueron empleadas en las mediciones, puesta a punto del dispositivo experimental, caracterización morfológica de las estructuras fotónicas bajo estudio y optimización de la metodología experimental. Posteriormente, se muestran los resultados obtenidos de la caracterización de las propiedades ópticas reflectivas para cada estructura. Finalmente, se describe, de manera general, el proceso de maquinado de estructuras cristalinas mediante la técnica del FIB y se presentan dos estructuras maquinadas en el Laboratorio de Nanotecnología del CIMAV.

En el capítulo IV se describe una técnica rigurosa para modelar la interacción de la luz con un cristal fotónico bidimensional (CF2D). La técnica se conoce como el método de la ecuación integral. El método se aplica, en particular, para estudiar la propagación de luz a través de un CF2D. Se presenta un planteamiento teórico que permite calcular la estructura de bandas, los coeficientes de reflexión y transmisión de estructuras cristalinas bidimensionales de red hexagonal (aunque puede aplicarse a otros tipos de red) con inclusiones de geometrías arbitrarias. En particular, se aplicará a inclusiones circulares y cuadradas. Posteriormente, se verifica el método integral comparando los resultados obtenidos con los resultados existentes en la literatura. Finalmente, se aplica el método integral a las estructuras fotónicas maquinadas en el Laboratorio de Nanotecnología del CIMAV, presentando su estructura de bandas y su reflectancia en función del ángulo de incidencia.

En el capítulo V se dan las conclusiones principales de esta tesis.

## Capítulo II

---

# CRISTALES FOTÓNICOS

---

La ciencia e ingeniería han sido parte esencial en el desarrollo industrial y tecnológico de nuestro planeta, gran parte de este desarrollo se ha originado a partir de la comprensión de las propiedades de los materiales. En el siglo pasado, el deseo por controlar los materiales aumentó hasta incluir sus propiedades eléctricas. Los avances en el estudio de semiconductores han permitido manipular las propiedades de conductividad de ciertos materiales; iniciando de este modo la revolución que trajo consigo el transistor en el campo de la electrónica.

En las últimas décadas un nuevo campo de estudio ha surgido denominado Fotónica. El objetivo de este campo es llegar a controlar las propiedades ópticas de los materiales. Una extensa cantidad de desarrollos tecnológicos pueden llegar a ser posibles si se pudiera diseñar materiales que respondan al campo electromagnético en un rango de frecuencias deseado reflejándose perfectamente, o permitiendo que se propaguen sólo en ciertas direcciones, o confinándolas en un volumen específico. Por ejemplo, la fibra óptica ha revolucionado la industria de las telecomunicaciones.

Por otra parte, la tendencia de los avances tecnológicos basados en estado sólido ha sido la miniaturización de los dispositivos electrónicos. Un efecto de esta tendencia

es que se está llegando al límite físico posible, en el cual, ya no permite incrementar la densidad de componentes electrónicos presentes, ni aumentar la velocidad de los mismos. Por estas razones, los científicos, han desarrollado nuevas tecnologías basadas en otras alternativas de mayor viabilidad. Los CFs, debido a sus propiedades, prometen ser una opción viable en cuanto a la capacidad y a la velocidad de la información que puede ser procesada en un determinado tiempo.

## II.1. Definición y tipos de CFs

En el capítulo anterior se menciona que un CF es un material que presenta una modulación periódica del índice de refracción y el propósito de este tipo de materiales es controlar el flujo de la luz a través de su estructura mediante el fenómeno de difracción. Las alas de la mariposa, el caparazón de los escarabajos, las plumas de los pavos reales y los opalos contienen una microestructura periódica natural responsable del color iridiscente. Estas estructuras representan un cristal fotónico natural. El interés de los científicos en este tipo de microestructuras periódicas los ha llevado a obtenerlas artificialmente, mediante técnicas modernas que permiten micro-maquinar la materia en el régimen sub-micrométrico y nanométrico.

Los parámetros que definen un CF, y que determinarán sus propiedades, son: la geometría o estructura cristalina, la topología, el contraste de índices de refracción y la fracción de llenado.

- *Estructura cristalina.* Se refiere a la forma que se modula el índice de refracción. La modulación puede ser en una (1D), dos (2D), o tres dimensiones (3D), como se muestra en la Fig. 4, según los requerimientos prácticos de interés. Los CFs unidimensionales (CF1D) presentan solamente periodicidad de la función dieléct-

trica  $\epsilon$  en una dirección. En el caso de los CF1D, en 1887 Lord Rayleigh empezó a estudiar sistemas formados a base de apilar periódicamente múltiples láminas de dieléctricos, mostrando que dichos sistemas poseen una banda fotónica prohibida o un rango espectral de gran reflexión en una dimensión (Rayleigh, 1888). Hoy en día esas estructuras son usadas en una gran variedad de aplicaciones, desde recubrimientos reflectantes para mejorar la efectividad de LEDs hasta espejos de gran reflexión en algunas cavidades láser. El objetivo general de esta tesis es estudiar los CF2D por lo que, a partir de aquí, sólo abordaremos temas relacionados a este tipo de sistemas

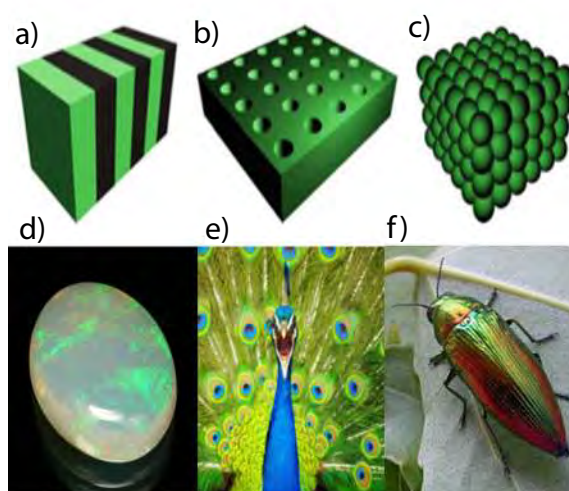


Figura 4. Tipos de cristales fotónicos y su presencia en la naturaleza: a) 1D, b) 2D, c) 3D, d) piedra de ópalo, e) plumas del pavo real y f) caparazón de escarabajos.

- *La topología* indica como se colocarán los centros dispersores (zonas de alto índice de refracción). Por ejemplo en un CF2D, se pueden tener cilindros de algún tipo de material sumergidos en aire o viceversa, una placa con cilindros llenos de aire.
- *El contraste de los índices de refracción*. Entre más grande sea el contraste de los índices, las propiedades fotónicas serán más notorias.

- *El factor de llenado* se define como el cociente entre el volumen o área de los centros dispersores y el volumen o área total del sistema. Las propiedades fotónicas variarán con el factor de llenado para la misma estructura y la misma topología.

Un CF puede estar formado por diferentes tipos de materiales como dieléctricos y/o metales donde su índice de refracción es positivo, o bien, metamateriales con índices de refracción negativo. Nuestro caso de interés son los dieléctricos, ya que las estructuras fotónicas bajo estudio se construyeron en un sustrato de silicio. Bajo esta consideración, los CFs tienen regiones con constantes dieléctricas altas y bajas que se repiten de forma regular, las cuales afectan al campo electromagnético de la misma forma que un potencial periódico en un semiconductor afecta el movimiento de los electrones, definiendo bandas de energía permitidas y prohibidas. Si bien existen ciertas similitudes entre los CFs y los semiconductores (Física del estado sólido), también tienen grandes diferencias que sitúan a los CFs en un nuevo campo de estudio. Entre las diferencias más relevantes (para un análisis más detallado ver la Ref. (Joannopoulos *et al.*, 2008)) se puede mencionar que en un sólido cristalino:

- Los electrones obedecen la distribución de fermiones, dada por

$$n_i(E_i) = \left( e^{\frac{E_i - \mu}{kT}} + 1 \right)^{-1}. \quad (6)$$

- La ecuación de onda de Schrödinger determina los modos normales del sistema,

$$\left( \frac{p^2}{2m} + V(\mathbf{r}) \right) \Psi_E(\mathbf{r}) = E \Psi_E(\mathbf{r}), \quad (7)$$

donde  $\Psi_E(\mathbf{r})$  contiene toda la información del sistema.

- En el potencial se manifiesta la periodicidad.
- La función de onda se concentra en regiones de bajo potencial.

- Las funciones  $E_n(k)$  muestran las energías de los autoestados permitidos.

En cambio en un CF

- Los fotones obedecen la distribución de bosones,

$$n_i(E_i) = \left( e^{\frac{E_i - \mu}{kT}} - 1 \right)^{-1}. \quad (8)$$

- La ecuación de Maxwell determina todos los modos normales del sistema,

$$\nabla \times \frac{1}{\epsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \Psi_\omega(\mathbf{r}) = k^2 \Psi_\omega(\mathbf{r}), \quad (9)$$

donde  $\Psi_\omega(\mathbf{r})$ , representa al campo electromagnético y  $k = \frac{\omega}{c}$  es la magnitud del vector de onda.

- En la función dieléctrica se presenta la periodicidad.
- Los campos concentran su energía en las regiones de alta función dieléctrica.
- Las funciones  $\omega_n(k)$  muestran las frecuencias de los modos armónicos permitidos.

### II.1.1. Cristal fotónico bidimensional

La estructura de los CF2D tiene asociada una función dieléctrica periódica en dos direcciones  $(x, y)$ , mientras que en la otra  $(z)$  permanece constante. Estos cristales pueden tener un gap fotónico en el plano de propagación  $x - y$ , donde no existen modos permitidos (frecuencias del espectro electromagnético). Así, si un haz de luz cumple con el rango de frecuencias del gap e intenta propagarse dentro del plano, éste será reflejado.

La polarización de la luz tiene una contribución importante en la presencia del gap fotónico en estos cristales. Al considerar un haz de luz que se propaga en un

medio que es periódico en dos dimensiones, éste “observará” contrastes en el índice de refracción de acuerdo a la polarización con la que se propague dentro del medio. Debido a este fenómeno, es conveniente separar la polarización en transversal eléctrica TE (las componentes del campo electromagnético  $E_z$ ,  $H_x$  y  $H_y$  son diferentes de cero) y transversal magnética TM (las componentes de campo  $H_z$ ,  $E_x$  y  $E_y$  son diferentes de cero) para tener un mejor entendimiento del mecanismo de funcionamiento de los CFs.

Una estructura clásica de este tipo es una red hexagonal de columnas dieléctricas. En la Fig. 5 se ilustra una red de este tipo construida en un material dieléctrico donde se perforaron orificios en forma de columnas de aire de radio  $r$  y con periodicidad  $a$ . Así mismo, se muestra que para ciertos parámetros de  $r$ ,  $a$  y  $\epsilon$  ( $\epsilon = 13$ ,  $r/a = 0.48$ ), es posible obtener una banda fotónica prohibida para ambos tipos de polarización.

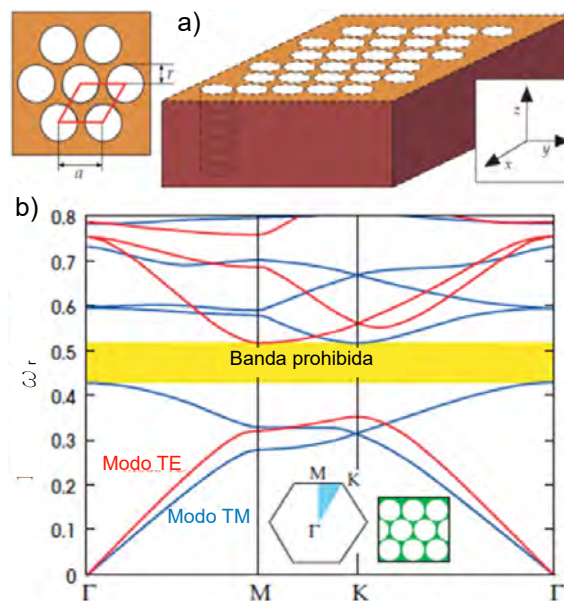


Figura 5. a) CF2D de red triangular con columnas de aire en un sustrato dieléctrico, b) Estructura de bandas fotónicas asociadas al cristal fotónico. Las bandas azules representan los modos TM mientras que las bandas rojas representan los modos TE.

La inclusión intencional de defectos en las estructuras de los CFs (cualquiera que sea su dimensión), agregará características ópticas nuevas al cristal. La Fig. 6 muestra un

esquema de un CF2D con red cuadrada de columnas dieléctricas en la que se agregaron algunos defectos estructurales.

Al perturbar el CF con defectos como los ilustrados en la Fig. 6, se pueden inducir modos de propagación dentro del gap fotónico del cristal dándole propiedades nuevas que pueden ser explotadas para la fabricación de dispositivos tecnológicos novedosos.

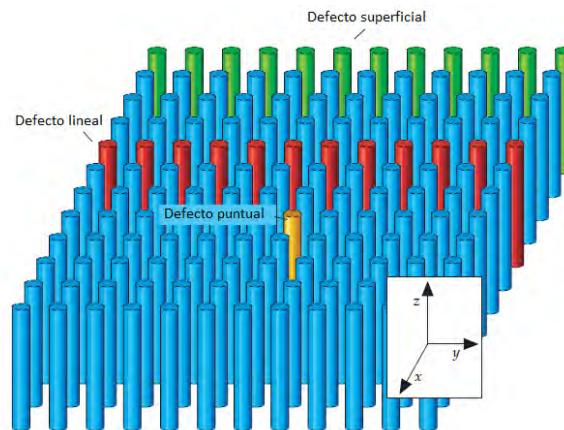


Figura 6. CF2D con red cuadrada de columnas dieléctricas que incluye defectos lineales (columnas rojas), defectos de superficie (columnas verdes) y defectos puntuales (columna amarilla).

Fue necesario que transcurriesen algunas décadas después de que los pioneros en el campo de los CFs emprendieran su estudio, antes de que se lograra la obtención de resultados tangibles que fuesen aplicables en innovaciones nano-tecnológicas recientes como: láseres de CF (Yablonovitch *et al.*, 1991; Englund *et al.*, 2005), guías de onda nano estructuradas con bandas prohibidas (Villa y Gaspar, 2009; Yurii *et al.*, 2001), fibras micro estructuradas (Foresi *et al.*, 1997; Weining *et al.*, 2005), sólo por mencionar algunos ejemplos.

## II.2. Métodos de fabricación

La investigación relacionada con la obtención y caracterización de CFs ha experimentado una rápida progresión en los últimos años, debido al gran interés despertado en diferentes ámbitos de las telecomunicaciones y en las aplicaciones de ingeniería de dispositivos fotónicos. Actualmente, existe un gran número de grupos de investigación, tanto teóricos como experimentales, que se dedican al análisis, diseño, fabricación y caracterización de CFs, convirtiéndose en estos momentos en una de las ramas más estudiadas en el campo de la óptica y nanotecnología.

En 1996 Thomas Krauss (Krauss *et al.*, 1996) desarrolló un CF en dos dimensiones en el que encontró un bandgap en la región del infrarrojo cercano. Esto abrió el camino a la fabricación de CFs aprovechando los métodos empleados en la industria de los semiconductores.

A continuación se describen los métodos más comunes empleados en la fabricación de CF2D (Krauss y De La Rue, 1999).

- I. *Litografía.* Esta técnica se ha tomado de la industria micro-electrónica; sin embargo, como en el caso de un CF las dimensiones de la red son muy pequeñas (periodicidad de 200-700 nm y con dimensiones de la inclusión que se repite periódicamente  $\sim 100$  nm) no es posible utilizar la fotolitografía estándar (Charlton *et al.*, 1997). La alternativa es utilizar la litografía por haz de electrones (**EBL**). Con éste método se fabrican los CFs, que pueden ser empleados en aplicaciones que utilizan frecuencias en el visible o en el infrarrojo cercano. En la Fig. 7 se muestra un CF2D maquinado mediante esta técnica.
- II. *Eletroquímica.* Método también conocido como “grabado anódico y crecimiento” (Rowson *et al.*, 1998). El único requerimiento para iniciar el proceso es algo de dis-

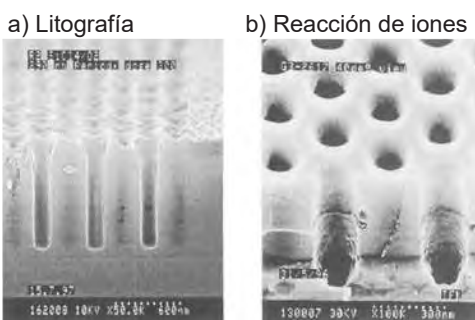


Figura 7. Micrografía de un CF2D fabricado por a) litografía y b) reacción de iones asistido químicamente. La estructura describe una red hexagonal.

continuidad en la superficie; una vez que el proceso da inicio, el tamaño del poro es determinado por la corriente electroquímica y no por el tamaño de la irregularidad en la superficie que inicia el proceso. Se han logrado relaciones de aspecto (profundidad - diámetro de la inclusión) impresionantes con esta técnica en aluminio y en silicio como lo ilustra la Fig. 8. Con este método se han obtenido relaciones de aspecto  $>50:1$  comparándose favorablemente con las relaciones  $<10:1$  que son típicos de “dry etching”. El alto grado de regularidad alcanzable con el proceso electroquímico sobrepasa las estructuras generadas por medios litográficos.

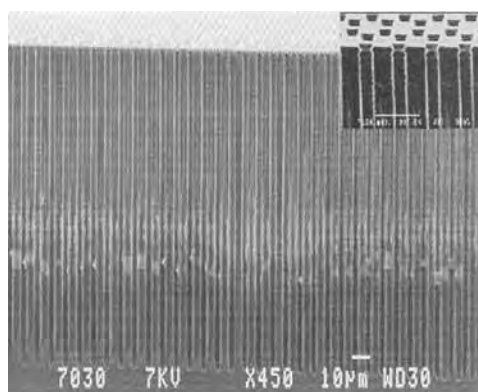


Figura 8. Micrografía de un CF2D fabricado por grabado anódico. La estructura describe una red hexagonal.

III. *Oxidación vertical selectiva.* Para fabricar un CF es necesario cambiar de forma periódica espacialmente las propiedades ópticas del material base, es por eso que se

perfora un patrón de orificios mediante diversas técnicas (Dallesasse *et al.*, 1990). De esta forma, se crea un alto contraste de índice de refracción. Sin embargo, la distribución de orificios presentes en la superficie de la muestra dificulta el depósito de espejos o contactos una vez grabada la estructura. La oxidación vertical selectiva mantiene la integridad física del material, produciendo una micro estructura completamente sólida debido a que esta produce “columnas de óxido”, que brindan un contraste de índice de refracción, evitando la necesidad de perforar el material. El problema de esta técnica es que la relación de aspecto que pueden alcanzarse es muy pequeña (1:1); además de tener muy altas probabilidades de generar micro-fracturas.

IV. *Haz enfocado de iones.* Un método muy útil para la fabricación de prototipos rápidos y modificación de CFs, es el haz enfocado de iones (FIB) (Nellen *et al.*, 2007). Este equipo permite hacer un micro-maquinado sin la necesidad de utilizar máscaras o irregularidades en el material, como lo requieren alguno de los métodos antes mencionados. Para fabricar CFs mediante FIB, sólo es necesario indicar al equipo el patrón donde debe erosionar el material y establecer los parámetros de erosión. Con este equipo es posible hacer varias iteraciones en un mismo material de forma rápida. En la Fig. 9 se muestra un patrón periódico fabricado mediante FIB y su sección transversal. El inconveniente principal en este método es la redeposición del material erosionado, que provoca que las paredes de los orificios no sean paralelas.

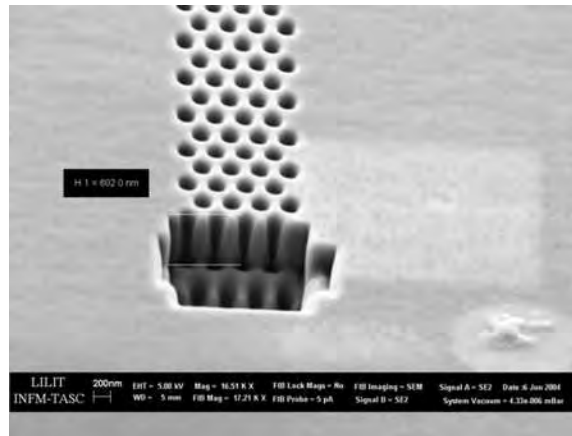


Figura 9. Micrografía del CF2D mostrando un patrón periódico en el bloque de guía de ondas por el fresado FIB. La sección transversal del patrón muestra la profundidad de 600 nm y un diámetro de 200 nm.

### II.3. Aplicaciones de los CFs

Una de las propiedades ópticas de mayor interés en los CFs es el gap fotónico, debido a que las aplicaciones tecnológicas que se prevén dependen de la posición y el tamaño de dicho gap en estas estructuras. Aunque actualmente la tecnología no está tan desarrollada para la fabricación en masa de estos materiales, existen una cantidad considerable de aplicaciones opto-electrónicas donde estas estructuras pueden ser utilizadas (Yablonovitch *et al.*, 1991; Englund *et al.*, 2005; Assefa *et al.*, 2006; Ju *et al.*, 2008; Bernier *et al.*, 2008; Ebbesen *et al.*, 1998). Algunas de las aplicaciones de estos materiales son:

- *Manejo de radiación espontánea.* Esta característica de los CFs juega un rol importante en el diseño de fuentes de luz. En estas fuentes, los CFs con defectos inducidos, forman resonadores que proveen una fuerte localización de la radiación dentro del defecto como lo ilustra la Fig. 10. Esta radiación puede ser monocromática o policromática, i.e. puede ser utilizada para manejo y mejoras de las características de láseres y de LEDs.

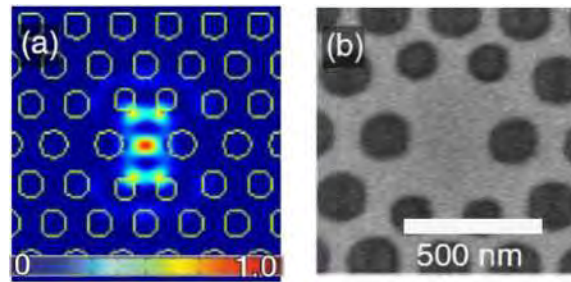


Figura 10. CF con cavidad central. a) Intensidad de campo eléctrico y b) micrografía del CF con cavidad.

- *Guías de onda fotónicas.* Se representan por defectos lineales de las estructuras periódicas en los CFs. Dichos defectos son capaces de guiar ondas dentro de un amplio rango de longitudes de onda. Una característica única de las guías de onda basadas en CFs es la capacidad de formar dobleces en la dirección de propagación de la radiación a un ángulo de  $90^\circ$  e incluso mayores, alcanzando una transmitancia mayor al 98%.
- *Manejo de dispersión.* Una propiedad de dispersión única de los CFs permite utilizarlos como super prismas, super lentes, multiplexores y demultiplexores.
- *Fibras micro-estructuradas.* Estas fibras ópticas consisten en CFs de tamaño finito con uno o muchos defectos introducidos en el centro (Fig. 11). Existen dos tipos de fibras micro-estructuradas. Las primeras funcionan bajo el principio de reflexión total interna. Estas fibras son típicamente mono modo. Mientras que, el segundo tipo, se basa en la localización de la radiación dentro del defecto debido a un bandgap fotónico que cubre un rango de frecuencias dado. Estas últimas son fibras multimodo.
- *Luz lenta.* Esta aplicación emplea la habilidad de los CFs para inducir ultra-baja velocidad a longitudes de onda específicas. Los dispositivos basados en el efecto de luz-lenta pueden ser utilizados como ruteadores fotónicos en redes ópticas

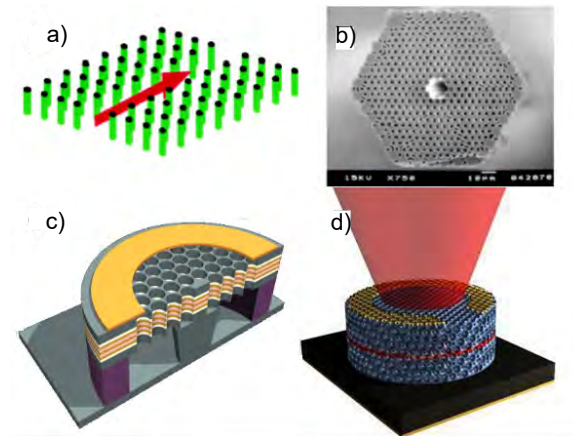


Figura 11. Aplicaciones de los CFs, a) guías de onda, b) fibra óptica microestructurada, c) y d) LED fotónico.

transparentes, micro-láseres y líneas de retraso óptico.

- *Elementos no lineales.* El uso de materiales no lineales en CFs pueden ser utilizados para almacenamiento de información. Esto debido a que el material no lineal cambia su índice de refracción bajo la presencia de radiación de alta intensidad que pasa a través de él. Este efecto tiene lugar cuando dos haces de luz que tienen suficiente potencia inciden en la estructura fotónica no lineal, de tal forma que las características del CF cambian, particularmente la reflectancia y la transmitancia. Así, mediante este principio se puede controlar el cierre o apertura de un interruptor óptico con la intensidad de radiación incidente en el material debido a la presencia de uno o dos haces de luz.
- *Plasmones de superficie.* Muchos diseñadores de dispositivos (por ejemplo en el área de láseres de semiconductores) pasan esfuerzo en evitar la interacción entre el campo óptico en sus dispositivos y películas de metal, por ejemplo, el contacto entre ellos. Esto se entiende fácilmente, ya que, a frecuencias ópticas, las pérdidas por absorción en un metal pueden ser grandes. De hecho, la realidad de que no hay reflectores metálicos perfectos para las ondas ópticas es una de las

motivaciones para la fabricación de CFs, porque en muchos casos simplemente pueden ser considerados como espejos de alta reflectividad.

Una propiedad óptica interesante que poseen los metales es que bajo ciertas condiciones la luz puede viajar por las superficies metálicas sin alejarse de ella. Esta propiedad es muy peculiar, ya que en condiciones normales la luz viaja por las tres dimensiones del espacio y no se le confina con facilidad. La luz se transporta en forma de “ondas plasmónicas”, que son excitaciones electrónicas colectivas generadas por un campo electromagnético que excita a una interfaz metal-dieléctrico. Como resultado de esta interacción entre la materia y la radiación, cuando los campos electromagnéticos están confinados a la superficie y se propagan a lo largo de la interfaz, se les llama polaritones de plasmones de superficie (SPP) (Dragoman y Dragoman, 2008).

## Capítulo III

---

# DESARROLLO EXPERIMENTAL

---

En este capítulo se presenta un breve desarrollo de las actividades realizadas en el Centro de Investigación en Materiales Avanzados, S. C. (CIMAV Chihuahua) encaminadas a la medición de las propiedades ópticas reflectivas de tres estructuras fotónicas de red hexagonal, maquinadas previamente por el grupo de investigación de Propiedades Ópticas de Materiales del CIMAV. Dos de ellas fueron construidas sobre un sustrato de silicio cubierto con una película de óxido de zinc, una sin microcavidades y otra con 9 microcavidades embebidas. La otra estructura fotónica fue construida sobre un sustrato que contiene una película delgada de aluminio con 9 cavidades embebidas. Posteriormente, se mostrarán los resultados obtenidos de la caracterización de las propiedades ópticas reflectivas para cada estructura. Finalmente, se describe, de manera general, el proceso de maquinado de estructuras cristalinas mediante la técnica del FIB y se presentan dos estructuras maquinadas en el Laboratorio de Nanotecnología del CIMAV.

### III.1. Actividades previas

Previo a la medición de las propiedades ópticas reflectivas de las estructuras fotónicas se llevaron a cabo las siguientes actividades.

### III.1.1. Adiestramiento en el uso de los equipos de laboratorio

A efecto de llevar a cabo de manera exitosa la investigación propuesta que consiste en la caracterización óptica de las propiedades reflectivas de una muestra de material fotónico bidimensional fue necesario conocer el funcionamiento y comportamiento de los instrumentos que se emplearon en el laboratorio. Esto con el objetivo de reducir los riesgos de accidentes y para optimizar su uso.

En el laboratorio de Propiedades Ópticas de Materiales el adiestramiento fue de manera continua y permanente. Aquí se aprendió a utilizar diversa instrumentación óptica (Fig. 12) como:

- Analizador de espectro óptico Advantest modelo Q8383.
- Controlador LD&TEC modelo QSDIL-300 (QPhotonics).
- Módulo de instalación QM14BTF de QPhotonics.
- Diodos láser.
- Láseres de cavidad resonante.
- Analizador de haces gaussianos (BeamMaster®).
- Software especializado para la investigación en óptica de materiales.
- Microscopio Electrónico de Barrido (SEM).
- Haz de Iones Enfocados (FIB).
- Lentes divergentes y convergentes de diferentes distancias focales.
- Monturas mecánicas de posicionamiento, bases, platinas, etc.



Figura 12. Instrumentos empleados en la experimentación.

### III.1.2. Caracterización de láseres

La primera actividad que se realizó en el Laboratorio de Propiedades Ópticas del CIMAV fue la caracterización de la emisión de potencia óptica de los láseres que serían empleados en la medición de propiedades reflectivas de las muestras de CFs bajo estudio.

Para llevar a cabo la caracterización de los láseres se empleó el siguiente equipo

- Un espectrómetro que nos permitió medir la longitud de onda y la potencia óptica emitida por cada uno de los láseres requeridos en la investigación, cuya emisión cubre de manera discreta el rango de 632 nm a 1550 nm.
- Un controlador LD&TEC capaz de variar el voltaje, la corriente y la impedancia que se suministrará al diodo. En nuestro caso sólo nos interesa controlar la corriente de operación que va desde 1 mA hasta 300 mA.
- El comportamiento típico de emisión de potencia óptica de los diodos caracterizados se muestra en la Fig. 13.

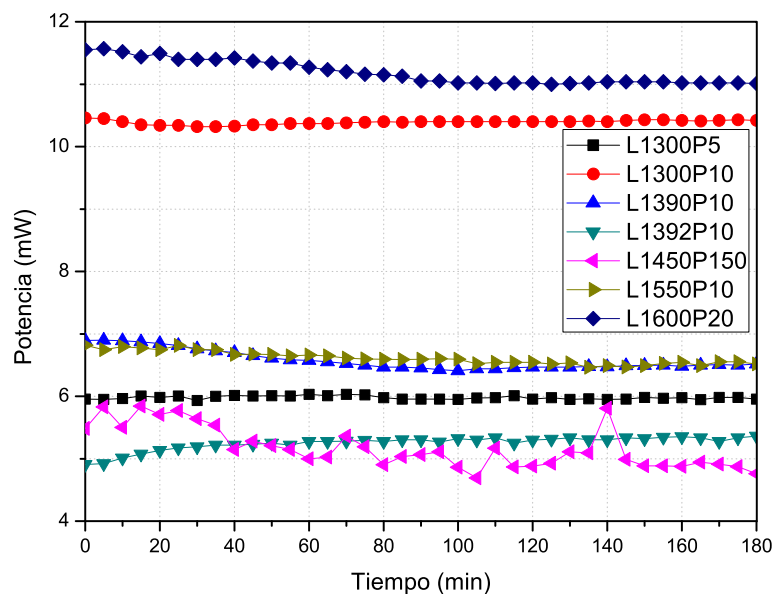


Figura 13. Emisión de potencia óptica de los diodos.

La caracterización de los láseres QDFBLD-1300-5, QDFBLD-1300-10, QDFBLD-1390-10, QDMLD-1392-10, QFBGLD-1450-150, QFBGLD-1550-10 y QDFBLD-1600-20 se realizó en intervalos de 5 minutos, en bloques de 3 horas, en dos corridas (una por la mañana y la otra por la tarde). En la Fig. 13 sólo se muestra el comportamiento de los láseres para una corrida. Se observa que la mayoría de estos láseres estabilizan su emisión de potencia óptica al transcurrir una hora de haberse activado.

La razón por la que no fueron empleados la mayoría de los diodos láser es que no se tuvo un fotodetector sensible al intervalo de la longitud de onda que emiten su potencia los diodos. Es decir, al momento de realizar las mediciones de la propiedades ópticas reflectivas de las estructuras fotónicas en el laboratorio no se contó con un fotodetector de longitud de onda de infrarrojo cercano.

### III.1.3. Puesta a punto del dispositivo experimental

El diseño del dispositivo experimental que se empleó en la medición de las propiedades ópticas reflectivas de las estructuras fotónicas llevaba un avance del 70% de su construcción justo al momento en que nos incorporamos al Laboratorio de Propiedades Ópticas de Materiales del CIMAV. Este dispositivo cuya finalidad es funcionar de forma semejante a un elipsómetro, que emplea diversos equipos de precisión como son: platinas rotatorias, platinas de traslación micrométricas de 1" y 2", una platina de traslación de dos dimensiones, elevadores de  $\frac{1}{2}$ ", monturas gimbal. Además de placas de sujeción de diferentes especificaciones, bases locas, barras de  $\frac{1}{2}$ " de diámetro de diferentes longitudes, entres otros. En la Fig. 14 se muestra una fotografía de dicho dispositivo. Aquí también se determinó el eje de giro de uno de los brazos del elipsómetro. Como se puede observar en la Fig. 14 el elipsómetro cuenta con tres platinas giratorias: en una de ellas se adapta la fuente emisora del haz, en otra se adapta el detector del haz reflejado y en la última se monta una serie de equipos de precisión con los cuales se cubre al menos 6 grados de libertad. En esta sección se coloca la muestra del CF.

El eje de giro del brazo que corresponde a la fuente emisora debe coincidir con el eje de giro del sistema montado sobre la tercera platina rotatoria. Para encontrar el eje de giro nos auxiliamos de una regla o escuadra con una mina de carbón que indica la trayectoria que sigue sobre la superficie cuando rotan ambos sistemas. Así, si la trayectoria converge a un sólo punto se habrá determinado el eje de giro del elipsómetro. No obstante, es una primera aproximación para determinar el eje de giro con error de algunas fracciones de milímetro.

Posteriormente se alinearon dos láseres de He-Ne (632 nm). Uno de los láseres se auto estabilizó, de tal forma que los haces emitidos formen un ángulo recto y el punto de convergencia coincida con el eje de giro antes determinado. Adicionalmente, en la



Figura 14. Vista de la sección principal del dispositivo experimental mostrando la técnica para determinar el eje de giro.

trayectoria del haz proveniente de la cavidad resonante no estabilizada se colocó el siguiente arreglo óptico para disminuir el diámetro de dicho haz, como se ilustra en la Fig. 15.

El diseño de los brazos del elipsómetro fueron optimizados por el grupo de Propiedades Ópticas de Materiales del CIMAV. Por último, colocamos estos brazos en el elipsómetro de tal forma que tanto el emisor como el detector estén orientados hacia el eje de giro del sistema experimental. En la Fig. 16 se muestra el diseño final del elipsómetro que se utilizará en nuestra experimentación. Como se puede observar en la Fig. 16, el brazo asignado para el haz incidente incluye un “telescopio” donde tenemos un paquete colimador, un polarizador y una lente de enfoque. Al orientarlo hacia el eje de giro de nuestro sistema concluimos con la puesta a punto del dispositivo para medir las propiedades ópticas reflectivas de los CFs a estudiar.

Una propiedad de los CFs es ser altamente dispersivos. Esta propiedad depende de

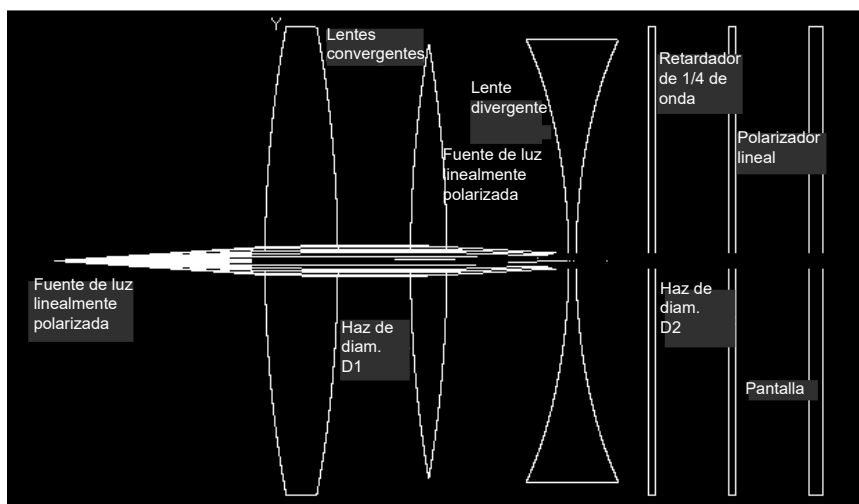


Figura 15. Arreglo teórico de lentes ópticas requerido para disminuir el diámetro del haz.



Figura 16. Diferentes vistas del dispositivo experimental.

las características del sistema fotónico (tratadas en el capítulo anterior), de la longitud de onda con la que es iluminado y la dirección de como es enviado el haz. Consideremos un CF bidimensional (CF2D), si el sistema es iluminado con un haz paralelo al plano de periodicidad, existe la posibilidad de que el haz sea reflejado, en el plano de incidencia, a diferentes ángulos con diferente intensidad. Otro caso de interés es, si iluminamos el CF2D con un haz perpendicular al plano de periodicidad (Fig. 17(a)), la probabilidad de que el haz sea reflejado, no sólo en el plano de incidencia sino en el espacio, a

diferentes ángulos con diferente intensidad aumenta (Fig. 17(b)).

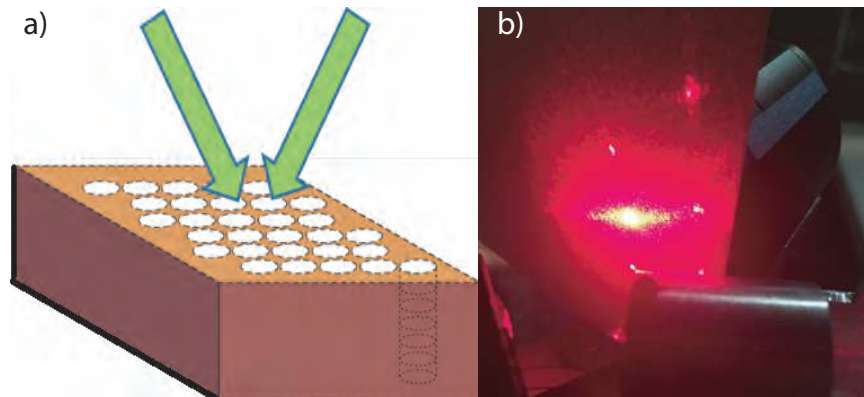


Figura 17. a) Haz incidente perpendicular al plano de periodicidad y b) espercimiento del haz incidente en una estructura fotónica con 9 microcavidades embebidas.

Al realizar mediciones de la potencia reflejada de un CF2D a un sólo ángulo reflejado,  $\theta_{ref}$ , no se puede hablar de reflectancia del sistema. En este caso diremos que se ha obtenido la potencia reflejada localmente para el ángulo en cuestión.

El dispositivo experimental fue diseñado de tal forma que opera bajo la perspectiva de la ley de reflexión; es decir, dentro del plano de incidencia se mide la potencia del haz reflejado. Siendo más específicos, si se envía un haz luminoso que incide con un ángulo  $\theta_{inc}$  sobre la estructura fotónica se esperaría que éste sea reflejado a un ángulo idéntico al de incidencia. Adicionalmente, el CF2D es iluminado con un haz perpendicular al plano de periodicidad. Bajo estas consideraciones se efectuaron las mediciones de potencia óptica reflejada localmente. Para tratar la reflectancia del sistema se debe emplear una esfera integradora que no se disponía en el laboratorio y por eso se usó un fotodetector.

### III.1.4. Caracterización morfológica de las estructuras fotónicas

La caracterización morfológica de las estructuras fotónicas se realizó con el apoyo de los técnicos académicos del CIMAV utilizando Microscopia Electrónica de Barrido o SEM (Scanning Electron Microscopy) de alta resolución. El Microscopio Electrónico de Barrido utiliza un haz de electrones para formar una imagen ampliada de la superficie de un objeto. Es un instrumento que permite la observación y caracterización superficial de sólidos inorgánicos y orgánicos. Tiene una gran profundidad de campo, la cual permite que se enfoque a la vez una gran parte de la muestra. Las principales utilidades del SEM son la alta resolución ( $\sim 1$  nm), la gran profundidad de campo que le da apariencia tridimensional a las imágenes y la sencilla preparación de las muestras. La preparación de las muestras es relativamente sencilla con las principales características que son: muestra sólida y conductora. Las aplicaciones del equipo son muy variadas, y van desde la industria petroquímica o la metalurgia hasta la medicina forense.

En la Fig. 18 se muestra una de las micrografías obtenidas, mediante la técnica de electrones secundarios en el SEM, del CF sin cavidades embebidas (actúa como muestra de control), en la cual se muestran diferentes vistas del mismo cristal con distinto aumento.

Las características de este CF de control son: tiene un área de  $35 \times 40 \mu\text{m}^2$ , parámetro de red de  $1.5 \mu\text{m}$ , diámetro de la inclusión de  $0.6 \mu\text{m}$  y una fracción de llenado del 4.83%.

Otra estructura fotónica caracterizada fue un CF de red hexagonal que contiene 9 microcavidades embebidas formando una red rectangular (Fig. 19). Las características del cristal son semejantes al anterior, salvo que abarca una área de  $80 \times 105 \mu\text{m}^2$ . Para las microcavidades embebidas, los parámetros de red son  $a = 26.6 \mu\text{m}$  y  $b = 35 \mu\text{m}$ , el diámetro de la inclusión fue de  $12 \mu\text{m}$  y la fracción de llenado del 12.14%.

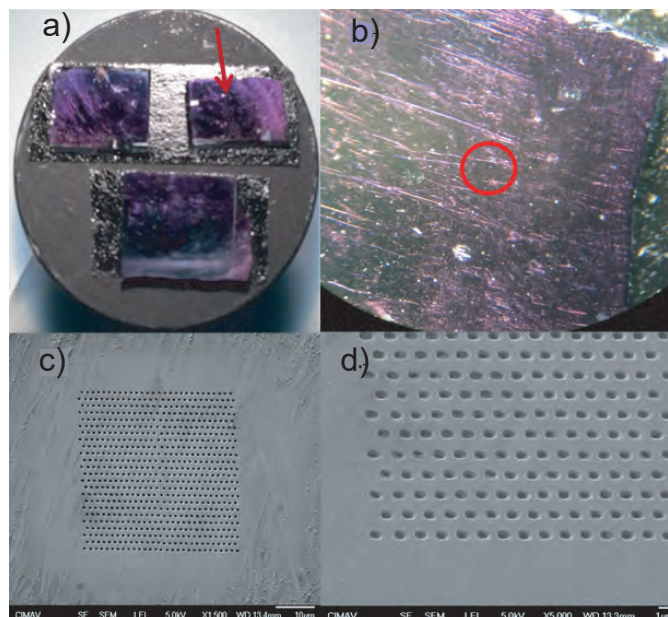


Figura 18. a) Vista real del CF, b) vista a  $40x$  del CF, c) y d) micrografías de la superficie de la estructura de control obtenidas por SEM.

La última estructura caracterizada fue de características similares a la anterior, salvo la diferencia que antes de ser maquinada se le depositó una película delgada de aluminio al sustrato de silicio. Esta estructura se muestra en la Fig. 20.

### III.1.5. Optimización de la metodología experimental

El contar con una técnica precisa para obtener las propiedades ópticas reflectivas de los CFs optimiza el tiempo invertido en dicho proceso.

Auxiliados con los láseres de He-Ne se alinearon ambos brazos del elipsómetro de tal forma que apunten, aproximadamente, hacia el eje de giro del sistema. Aquí se utilizó un par de centradores colocados en el telescopio y un señalador en el detector. En la Fig. 21 se observan dichos elementos con los cuales se alinearon los brazos del elipsómetro.

Una vez que se tiene la certeza de que el dispositivo experimental está alineado, se colocó uno de los CFs y se iniciaron las primeras mediciones.

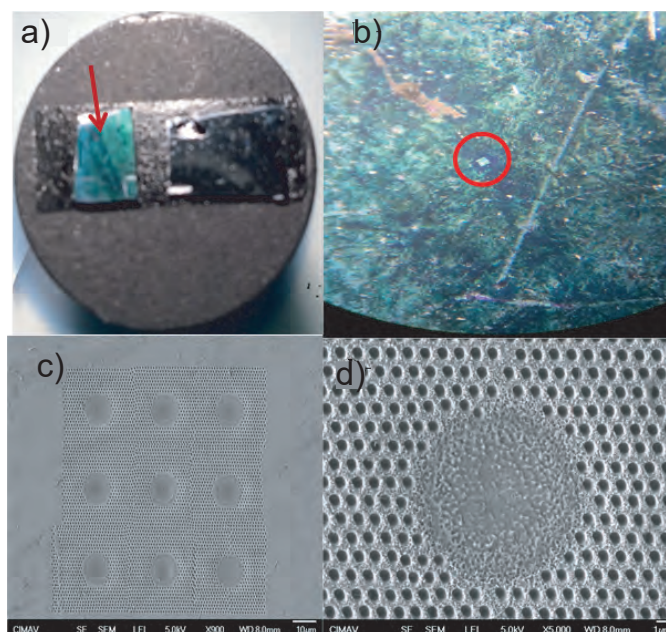


Figura 19. a) Vista real del CF, b) vista a  $40x$  del CF, c) y d) micrografías de la superficie de la estructura fotónica con cavidades embebidas, obtenidas por SEM.

Durante las mediciones nos percatamos que es necesario fijar el brazo del elipsómetro que tiene la fuente emisora de luz, ya que este sistema incluye una fibra de vidrio que es sensible al movimiento, lo cual perturba las mediciones. Adicionalmente fue necesario optimizar el eje de giro a unas cuantas micras de error debido a que nuestros cristales son de  $80 \mu\text{m} \times 105 \mu\text{m}$  y uno más de  $35 \mu\text{m} \times 40 \mu\text{m}$ .

Para optimizar el eje de giro se procedió de la siguiente manera:

- Se confinó un área cercana al CF con una cinta que contrasta con la reflectancia del sustrato.
- Se determinó la posición del área confinada (largo y ancho que abarca la zona delimitada por la cinta) a diferentes ángulos; para ser exactos a  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$ , auxiliados con las platinas de traslación, rotación y elevador. Además se observó que en la zona que corresponde a la elevación (ancho de la zona confinada) no cambia la posición al tener una variación angular.

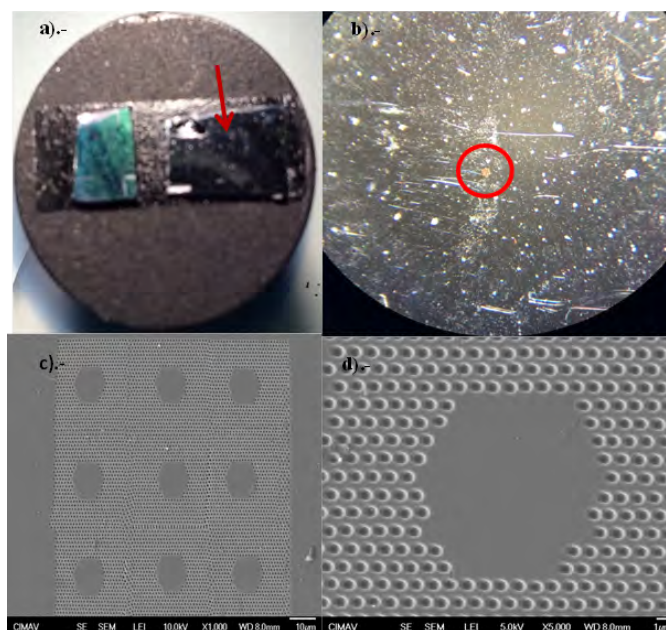


Figura 20. a) Vista real del CF, b) vista a  $40x$  del CF, c) y d) micrografías de la superficie del CF maquinado sobre el sustrato de silicio y aluminio, obtenidas por SEM.

- Se aplicó un procedimiento trigonométrico (seno y coseno de un ángulo recto, ley de senos) para aproximar el eje de giro. En la Fig. 22 se muestra un esquema de las posibles posiciones del CF (o de la cinta delimitadora) al efectuar un desplazamiento angular. Aquí  $A$  representa la distancia que se desplazó la cinta de  $30^\circ$  a  $45^\circ$  y  $B$  de  $45^\circ$  a  $60^\circ$ ;  $E$  y  $F$  las hipotenusas de los respectivos triángulos que se forman en el esquema.  $C$  y  $D$  son las cantidades a determinar mediante trigonometría y representan las distancias a ajustar en las platinas para posicionarse en el eje de giro. Así obtenemos,

$$F = \frac{A \sin 45^\circ}{\sin 15^\circ},$$

$$C = F \sin 30^\circ$$

y

$$D = F \cos 30^\circ.$$

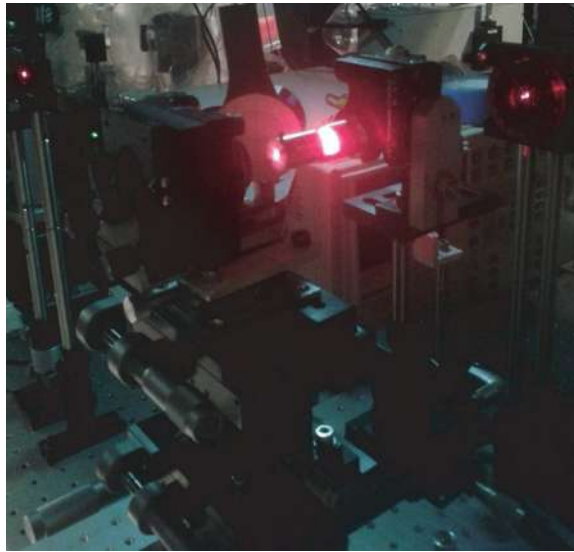


Figura 21. Alineación del detector y telescopio porta fuente.

La posición de la cinta delimitadora depende de las mediciones obtenidas; es decir, está en la posición 1 o en la posición 2.

- Para determinar la posición del CF dentro de la zona confinada se realizó una corrida espacial en línea recta a lo largo de dicha zona, incrementando de  $10 \mu\text{m}$  en  $10 \mu\text{m}$ , en la cual se midió la intensidad reflejada, de forma que la zona que mostró más variación determina la localización del CF.
- Se ajustó la posición al eje de giro y se procedió a realizar las mediciones de las propiedades ópticas reflectivas con dos corridas angulares, una con un incremento de  $2^\circ$  y la otra de  $4^\circ$ , para confirmar la reproducibilidad del experimento.
- Esto se realizó para el modo transversal eléctrico (modo TE) y para el modo transversal magnético (modo TM), con cada láser empleado y para cada uno de los CFs caracterizados. Los láseres empleados en la experimentación, de acuerdo con la hoja técnica del fabricante, emiten su potencia óptica polarizada linealmente. Para conocer el tipo de polarización del haz con longitud de onda de  $632 \text{ nm}$  que

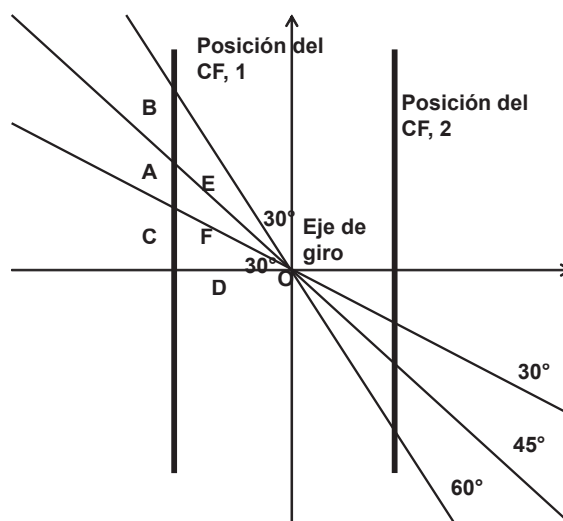


Figura 22. Esquema para determinar el eje de giro del dispositivo experimental.

incidió sobre las estructuras fotónicas se utilizó un retardador de  $1/4$  de onda cuya función es transformar la polarización de lineal a circular y un polarizador lineal variable, como se muestra en la Fig. 15. Los otros láseres fueron adaptados al “telescopio” del elipsómetro mediante un paquete colimador, posteriormente se colocó un polarizador lineal variable. En la parte final del “telescopio” se utilizó una lente de enfoque para disminuir el diámetro del haz a unas cuantas micras. El polarizador lineal se posicionó de tal manera que el eje de transmisión coincidió con en tornillo opresor, que también fungió como instrumento de control de la polarización.

## III.2. Resultados experimentales

En esta sección presentamos los resultados obtenidos durante la caracterización de las propiedades ópticas reflectivas de las estructuras fotónicas bajo estudio.

En la Fig. 23 se muestran los resultados obtenidos durante las corridas espaciales

para las estructuras fotónicas que fueron construidas sobre el sustrato de silicio que les fue depositada una capa de oxido de zinc.

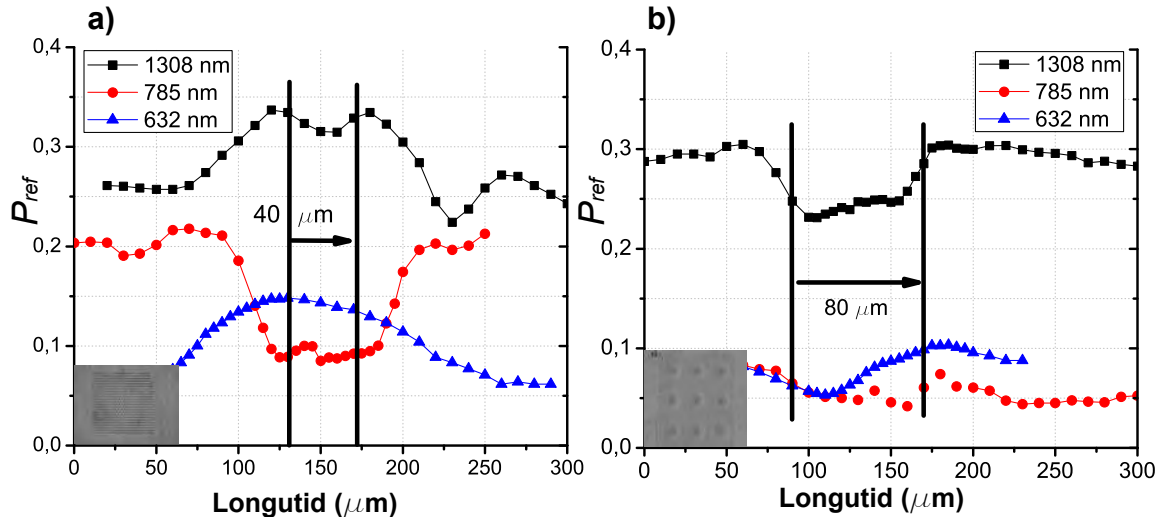


Figura 23. Intensidades reflejadas haciendo una corrida espacial en línea recta para tres longitudes de onda en un CF de red hexagonal a) sin cavidades embebidas y b) con 9 cavidades.

En la Fig. 23(a) se presenta la corrida espacial realizada en un CF de red hexagonal sin inclusiones embebidas para tres haces con longitud de onda de 632 nm, 785 nm y 1308 nm, cada uno. En la región que se presenta mayor variación, se intuye que ahí se encuentra el CF. En la Fig. 23(b) se tiene algo similar para el CF2D con cavidades embebidas. Para la estructura que fue maquinada sobre el sustrato que incluye una película de aluminio, se muestra en la Fig. 24 los resultados obtenidos durante el desplazamiento longitudinal para localizar a la estructura fotónica.

Debido a que las mediciones de las propiedades ópticas reflectivas de los CF2D se realizaron iluminando la estructura fotónica con haces perpendiculares al plano de periodicidad y se midió la intensidad reflejada por el sistema a un ángulo reflejado,  $\theta_{ref}$ , igual al ángulo de incidencia,  $\theta_{inc}$ . En nuestros resultados hablaremos de intensidad o potencia reflejada localmente detectada por el fotodetector. Como trabajo a futuro se propone sustituir el fotodetector por una esfera integradora como instrumento de

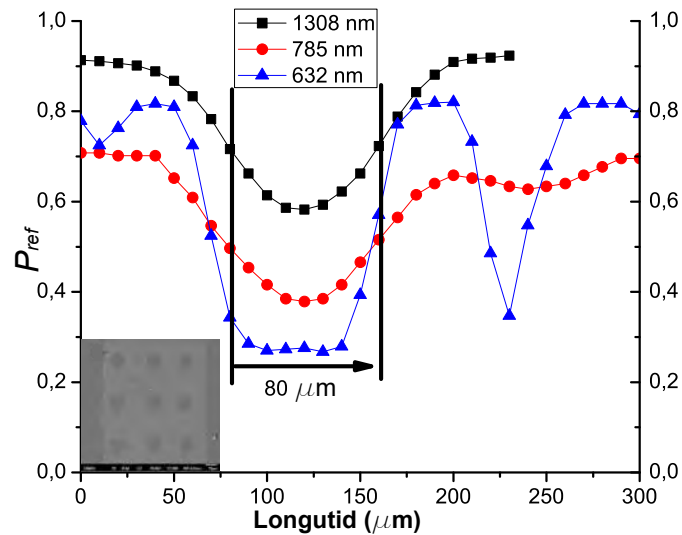


Figura 24. Intensidades reflejadas haciendo una corrida espacial en línea recta en la estructura fotónica que contiene una película de aluminio y 9 cavidades embebidas.

medición de la reflectancia.

En la Fig. 25(a) se muestra la potencia reflejada localmente como función de la incidencia angular para 4 haces de diferente longitud de onda (1308 nm, 852 nm, 785 nm y 632nm) con el tipo de polarización TE. En la Fig. 25(b) se hace lo propio para la polarización TM y se observa que el ángulo de Brewster ya no se presenta para esta estructura. Aquí, las curvas sólidas representan la reflectancia angular teórica ( $R_T$ ) de una interfaz, para el aire-silicio (negra) y aire-ZnO (azul claro).

En la Fig. 26(a) se observa que la inclusión de cavidades favorece la reflexión de la potencia incidente sólo en un intervalo de la incidencia angular ( $25^\circ$ - $50^\circ$ ) para un haz con longitud de onda de 1308 nm. Para las demás longitudes de onda, la intensidad reflejada se mantiene o disminuye ya que solamente se pudo medir localmente, a diferencia del caso analítico.

En la Fig. 26(b) se observa que la potencia reflejada localmente mejora sólo en pequeños intervalos de la incidencia angular siendo el más notable el que va de  $64^\circ$ - $70^\circ$  para los haces con longitud de onda de 785 nm y 852 nm. Para las demás longitudes

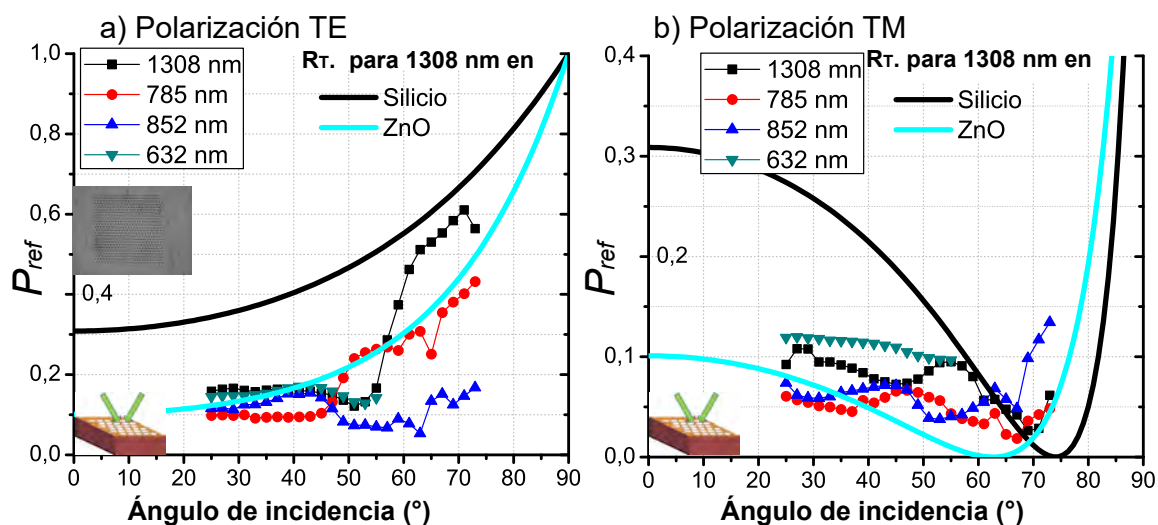


Figura 25. Potencia reflejada localmente como función del ángulo de incidencia en un CF2D sin inclusión de cavidades circulares para a) polarización TE y b) polarización TM. Las curvas sólidas representan la reflectancia angular teórica de una interfaz, para el aire-silicio (negra) y aire-ZnO (azul claro).

de onda, la intensidad reflejada localmente se mantiene o disminuye.

En la Fig. 27(a) se observa que la inclusión de cavidades y el cambio del tipo de material de la película delgada favorecen la potencia reflejada localmente en un par de intervalos de la incidencia angular ( $25^{\circ}$ - $31^{\circ}$ ) y ( $57^{\circ}$ - $73^{\circ}$ ) para un haz con longitud de onda de 1308 nm. Es interesante observar que al iluminar la estructura fotónica con el haz de 632 nm, la presencia del aluminio no modifica las propiedades ópticas reflectivas del sustrato por sí sólo.

Las curvas obtenidas, experimentalmente, causa curiosidad ver que la capa de aluminio favorece considerablemente la intensidad reflejada localmente del sistema para ángulos de incidencia superiores a  $50^{\circ}$ , esto para haces con longitudes de onda de 785 y 852 nm. En las curvas de la Fig. 27(b) se muestra esto. Aquí, las curvas sólidas representan la reflectancia angular teórica ( $R_T$ ) de una interfaz de aire-aluminio para una longitud de onda de 1308 nm (negra), 852 nm (azul claro) y de una interfaz de aire-silicio para una longitud de onda de 1308 nm (verde claro).

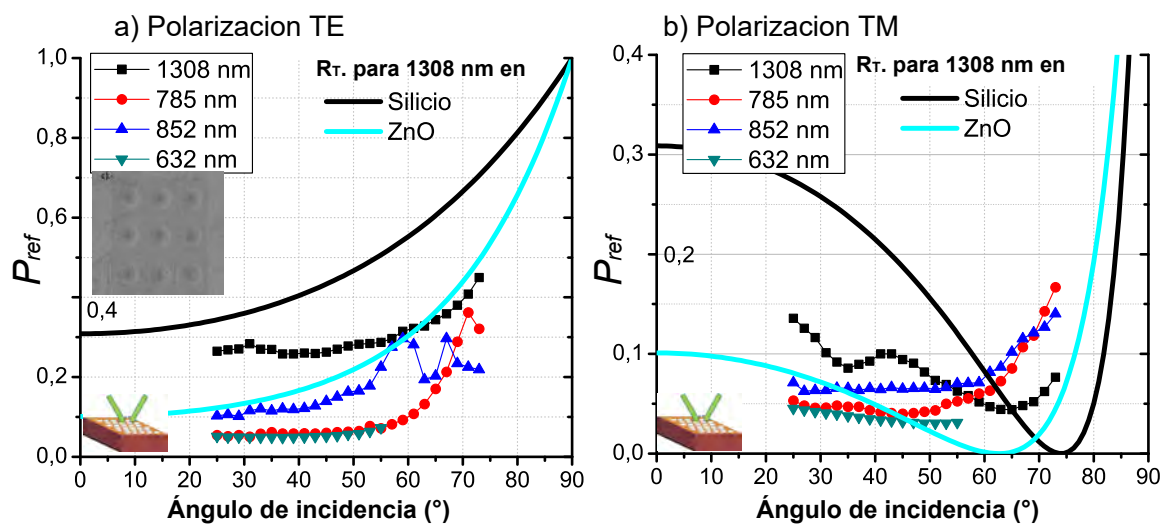


Figura 26. Potencia reflejada localmente en función del ángulo de incidencia de un CF de red hexagonal con 9 microcavidades embebidas para a) polarización TE y b) polarización TM. Las curvas sólidas representan la reflectancia angular teórica de una interfaz, para el aire-silicio (negra) y aire-ZnO (azul claro).

De manera general se observa que si las estructuras son iluminadas con haces polarizados (polarización TE) la potencia reflejada localmente aumenta al incrementar la longitud de onda de los mismos, esto al variar la incidencia angular. Cuando se trata de polarización TM, se tiene un comportamiento aleatorio para algunos intervalos de la incidencia angular.

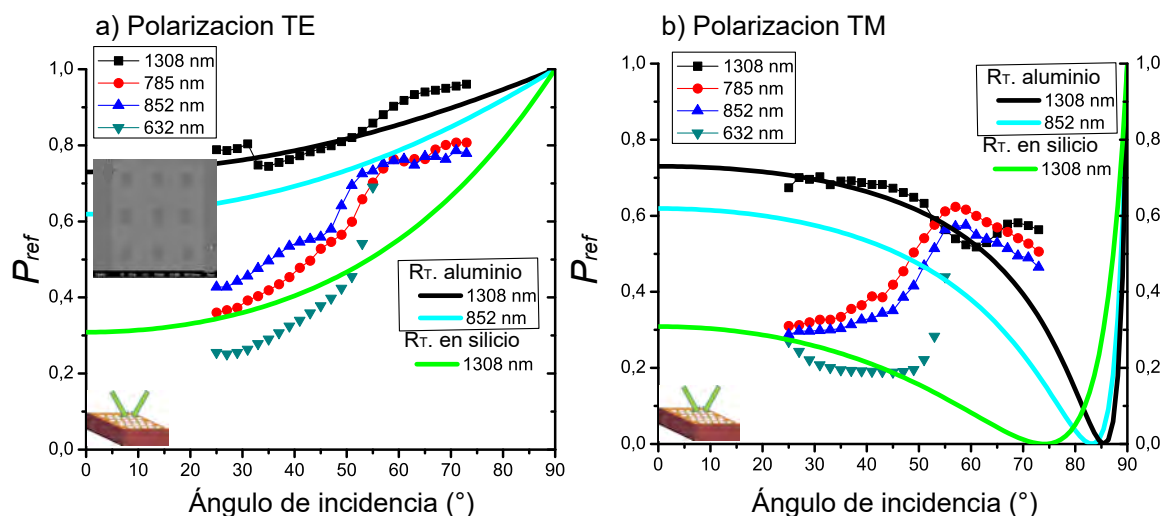


Figura 27. Potencia reflejada localmente en función del ángulo de incidencia de un CF construido en un sustrato con una película de aluminio y 9 microcavidades embebidas para a) polarización TE y b) polarización TM. Las curvas sólidas representan la reflectancia angular teórica ( $R_T$ ) de una interfaz de aire-aluminio para una longitud de onda de 1308 nm (negra), 852 nm (azul claro) y de una interfaz de aire-silicio para una longitud de onda de 1308 nm (verde claro).

### III.3. Haz de Iones Enfocado

Adicionalmente, en el Laboratorio de Nanotecnología del CIMAV, fueron construidas dos estructuras fotónicas de red hexagonal: una de ellas con inclusiones circulares que tienen un parámetro de red de  $1 \mu\text{m}$ , una fracción de llenado del 32.65% y dimensiones de  $12 \mu\text{m}$  de largo por  $7 \mu\text{m}$  de ancho. La otra estructura fotónica maquinada, con la técnica del FIB, fue con inclusiones cuadradas que tienen un parámetro de red de  $1.5 \mu\text{m}$ , una fracción de llenado del 51.32% y dimensiones de  $18 \times 10 \mu\text{m}^2$ .

A continuación se aborda, de manera general y breve, la definición del FIB y la técnica de micromaquinado.

### III.3.1. ¿Qué es un FIB?

El haz de iones enfocado (Focussed Ion Beam, FIB), es un equipo con cierta similitud a un SEM. Sin embargo, mientras que el SEM utiliza haces de electrones focalizados para obtener una imagen de la muestra, el sistema FIB usa un haz de iones de Galio focalizado en el caso del equipo JEOL JEM9320-FIB del CIMAV. El FIB también puede ser combinado con un SEM permitiendo investigar las mismas características del material a estudiar pero con distintos tipos de haces. En este equipo se generan electrones secundarios debido a la interacción del haz de iones con la superficie del material obteniendo imágenes de alta resolución espacial.

La técnica FIB se emplea particularmente en la industria de semiconductores, ciencia de materiales, biología, deposición y ablación de materiales para:

- Modificación y reparación de dispositivos.
- Obtención de imágenes.
  - Contraste por orientación cristalina o fase (channeling) usando electrones o iones.
  - Análisis de tamaño de grano.
    - Reconstrucción 3D / tomografía de granos / características.
- Micro y nano maquinado.
- Micro y nano deposición.

En la Fig. 28 se muestra el aspecto físico de un equipo FIB.



Figura 28. Equipo de haz iones enfocados.

### III.3.2. Maquinado de estructuras fotónicas

En esta tesis sólo se reporta el maquinado de dos estructuras fotónicas bidimensionales, ambas con red hexagonal, una con inclusiones cuadradas y la otra con circulares. Para un análisis más detallado del maquinado de estructuras fotónicas ver la Ref. (Carrillo-Vázquez, 2014).

Una oblea de silicio monocristalino de aproximadamente  $1 \text{ cm}^2$  que contiene un recubrimiento de óxido de zinc (ZnO) de 300 nm, es empleada para maquinar los CFs.

La metodología del maquinado de las estructuras fotónicas se resume en los siguientes pasos:

- La oblea de silicio se debe adherir a un cilindro portamuestras prediseñado del FIB mediante una pintura conductora. En nuestro caso se utiliza un polímero a base de plata.
- El cilindro portamuestras se introduce en la cámara de alto vacío del FIB. Se cierra dicha cámara y automáticamente el sistema de FIB crea el vacío necesario

de operación. En aproximadamente 5 minutos se lleva a cabo este proceso.

Los siguientes pasos se realizan en el software de interfaz.

- Se ajusta la distancia absoluta de trabajo ( $-0.5$  mm).
- Se ajusta la distancia eucéntrica de trabajo.
- Se activa el crossover del sistema.
- Se posiciona en el área de maquinado y
- Se proporcionan las características del tipo de fresado.

En la Fig. 29 se muestra una imagen de la interfaz del FIB, en la cual se trabaja para controlar el proceso de maquinado. En el área de trabajo de la interfaz del FIB se

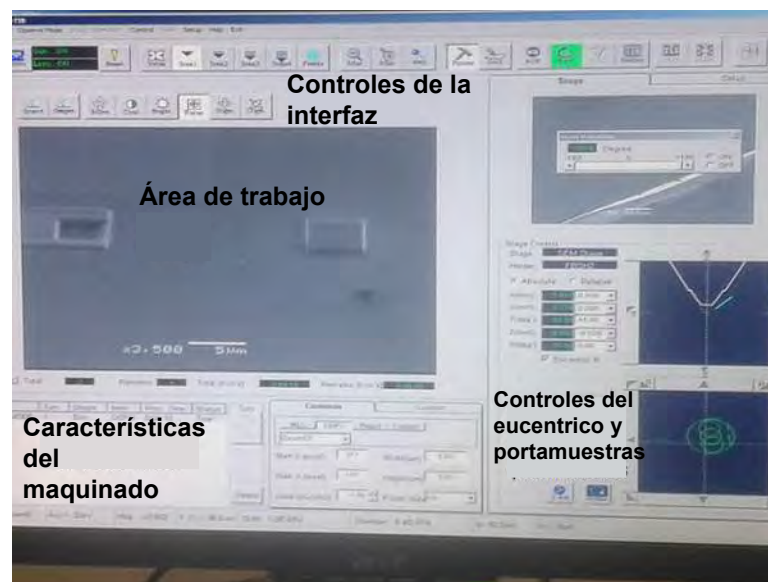


Figura 29. Pantalla de la interfaz de FIB.

introdujo los patrones de maquinado de la Fig. 30. Patrón de maquinado de los CFs para una red hexagonal con inclusiones circulares (Fig. 30(a)) y una red hexagonal con

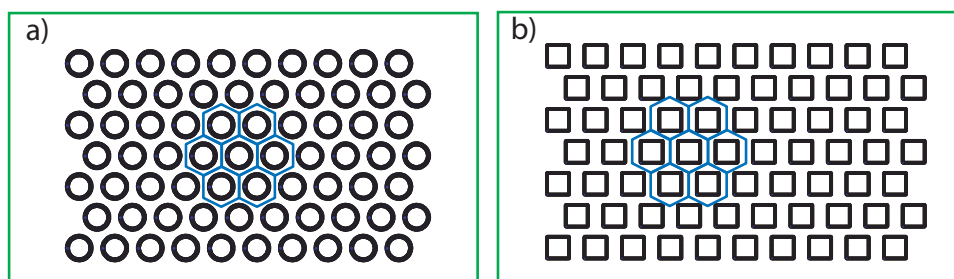


Figura 30. Patrón de maquinado de los cristales fotónicos. a) Red hexagonal con inclusiones circulares y b) red hexagonal con inclusiones cuadradas.

inclusiones cuadradas (Fig. 30(b)). Para el caso de orificios circulares el parámetro de red,  $a$ , es de  $1 \mu\text{m}$ , mientras que para los orificios cuadrados es de  $1.5 \mu\text{m}$ . El área propuesta de maquinado de cada cuadrado fue de  $1 \mu\text{m}^2$ .

Para lograr la estructura de la Fig. 31(a) fue necesario emplear una corriente de iones de  $1000 \text{ pA}$ , una dosis de  $200 \mu\text{C}/\mu\text{m}^2$  a  $30 \text{ kV}$  en la columna de iones y un tiempo de exposición del haz de  $15$  segundos por orificio. Para maquina la estructura de la Fig. 31(b) fue necesario emplear una corriente de iones de  $50 \text{ pA}$ , una dosis de  $2.5 \mu\text{C}/\mu\text{m}^2$  a  $30 \text{ kV}$  en la columna de iones y un tiempo de exposición del haz de  $50$  segundos por caja. Los resultados obtenidos se ilustran en la Fig. 31.

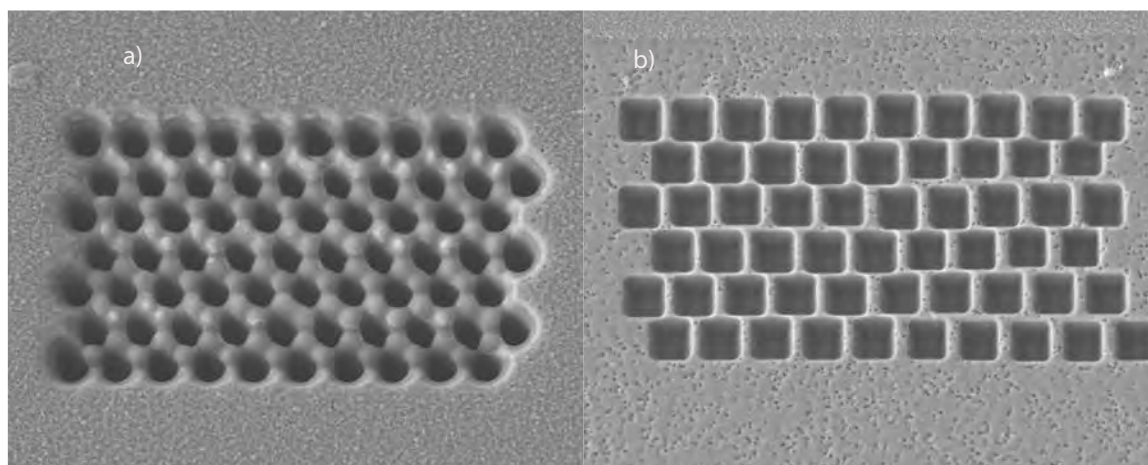


Figura 31. Cristal fotónico de red hexagonal e inclusiones (a) circulares y (b) cuadradas maquinado en el CIMAV mediante la técnica del FIB.

La Fig. 31(a) muestra la morfología superficial de un CF con red hexagonal con inclusión circular. Como se puede observar el parámetro de red es de aproximadamente  $1 \mu\text{m}$  y el diámetro del orificio maquinado es de  $\sim 600 \text{ nm}$ . Esta información permite obtener la fracción de llenado de la celda unitaria.

De igual forma, la Fig. 31(b) muestra la morfología superficial de un CF con red hexagonal con inclusión cuadrada. En este caso el parámetro de red es de aproximadamente  $1.4 \mu\text{m}$  y la longitud de la caja maquinada es de  $\sim 1 \mu\text{m}$ .

Las estructuras cristalinas que fueron construidas experimentalmente serán modeladas por un método numérico que se presentará en el siguiente capítulo.

## Capítulo IV

---

# MÉTODO DE LA ECUACIÓN INTEGRAL

---

En este capítulo se describe una técnica rigurosa para modelar la interacción de la luz con un cristal fotónico bidimensional (CF2D). La técnica se conoce como el Método de la Ecuación Integral. El método se aplica, en particular, para estudiar la propagación de luz a través de un CF2D. Se presenta un planteamiento teórico que permite calcular la estructura de bandas para un CF2D de longitud infinita. Así mismo se considera el caso finito evaluando los coeficientes de reflexión y transmisión de estructuras cristalinas bidimensionales de red hexagonal (aunque puede aplicarse a otros tipos de red) con inclusiones que tienen geometrías arbitrarias. Para ser más específicos, se aplicará a inclusiones circulares y cuadradas.

### IV.1. Descripción del Método de la Ecuación Integral

El método numérico para calcular la estructura de bandas de un CF2D con periodicidad hexagonal y su respuesta óptica está basado en la solución numérica de la ecuación de

Helmholtz usando ecuaciones integrales (Mendoza-Suárez *et al.*, 2006). Este método parte del segundo teorema integral de Green obteniendo ecuaciones integrales acopladas que involucran, como incógnitas el modo del campo y su derivada normal evaluados en las fronteras o contornos involucrados. La discretización del sistema resulta en una ecuación matricial homogénea cuya solución determina las funciones fuente, con las que se puede calcular la estructura de bandas.

Este método implica ecuaciones independientes del tiempo, por lo que la evolución en el tiempo de los sistemas no es una preocupación, y funciona a lo largo de los contornos de las fronteras involucradas en la geometría que se manejan. Esto presenta algunas ventajas en comparación con otros métodos, ya que sólo toma en cuenta un número finito de puntos de muestreo a lo largo de los contornos de la celda unitaria para cuando el sistema es de longitud infinita, permitiendo una menor cantidad de recursos computacionales.

Adicionalmente, calculadas las funciones fuente nos permite modelar la propagación de ondas electromagnéticas a través de sistemas periódicos finitos, calculando la reflectancia o transmitancia del CF2D. Siendo esto, uno de los objetivos de este trabajo de investigación.

## **IV.2. Ecuación integral aplicada a un CF2D infinito**

Parte de los objetivos de esta tesis es estudiar numéricamente la reflectancia en función del ángulo de incidencia sobre un CF2D con periodicidad hexagonal construido sobre un sustrato. Bajo esta consideración se describe el método integral en dos partes. Primero se analiza el caso infinito y posteriormente el caso finito. Un análisis detallado del método integral aplicado a sistemas infinitos se encuentra en la Ref. (Centeno, 2014).

Los CF2D con periodicidad cuadrada han sido analizados ampliamente en la Ref. (Mendoza-Suárez *et al.*, 2006). En este trabajo de investigación se extiende el análisis a CF2D con periodicidad hexagonal. En concreto, sólo se mencionan las ecuaciones más relevantes.

### IV.2.1. Función de Green para la ecuación de Helmholtz

De la ecuación general de onda que involucra campos armónicos en el tiempo, se obtiene la ecuación de Helmholtz

$$\nabla^2 \Psi(\mathbf{r}) + k^2 \Psi(\mathbf{r}) = 0, \quad (10)$$

donde  $\Psi(\mathbf{r})$  representa el campo electromagnético y  $k = \omega/c$  es la magnitud del vector de onda. Podemos asociar una función de Green para el  $j$ -ésimo medio del sistema propuesto (Fig. 32),

$$\nabla^2 G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + k_j^2 G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = 4\pi \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (11)$$

donde  $G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  representa el propagador del campo debido a una fuente de luz puntual que emite a la frecuencia  $\omega$  en la posición  $\mathbf{r}'$  correspondiente a cada medio. La  $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$  es la delta de Dirac. Una solución a la Ec. (11) está dada por

$$G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = i\pi H_0^{(1)}(k_j |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|), \quad (12)$$

siendo  $H_0^{(1)}(x)$  la función de Hankel de primera especie y orden cero.

### IV.2.2. Representación integral de la ecuación de Helmholtz

Empleando el segundo teorema integral de Green (Jackson, 1999) aplicado a las funciones  $\Psi_j(\mathbf{r})$  y  $G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  en cada región correspondiente al  $j$ -ésimo medio, obtenemos

$$\frac{1}{4\pi} \oint_{\Gamma_j} \left[ G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \Psi_j(\mathbf{r})}{\partial n'} - \Psi_j(\mathbf{r}) \frac{\partial G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n'} \right] ds' = \Psi_j(\mathbf{r}) \Theta(\mathbf{r}), \quad (13)$$

donde  $\Theta(\mathbf{r})$  es la función de Heaveside:

$$\Theta(\mathbf{r}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \mathbf{r} \in S \\ 0 & \text{si } \mathbf{r} \notin S, \end{cases} \quad (14)$$

siendo  $S$  una superficie cerrada. Los vectores  $\mathbf{r}$  representa el punto de observación (donde se mide el campo E o M) y  $\mathbf{r}'$  es la variable de integración o la posición de las fuentes. En la Ec. 13 la superficie  $S_j$  está limitada por el contorno cerrado  $\Gamma_j$  correspondiente y la derivada normal  $\partial/\partial n' = \hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla$  va hacia afuera del contorno  $\Gamma_j$ . Esto se esquematiza en la Fig. 32.

### IV.2.3. Discretización de la ecuación integral

Consideremos una celda unitaria hexagonal compuesta por dos materiales con diferentes permitividades eléctricas,  $\epsilon_1$  y  $\epsilon_2$ , como se muestra en la Fig. 32. El tipo de inclusión puede ser de geometría arbitraria. En nuestro caso se utiliza la inclusión circular como ejemplo ilustrativo.

La región 1 está delimitada por los contornos  $s_1 = \Gamma_a + \Gamma_b + \Gamma_c + \Gamma_d + \Gamma_e + \Gamma_f$  y  $s_2 = \Gamma_e$  que también funge como límite de la región 2. Los vectores normales  $\hat{\mathbf{n}}_j$  están directamente asociados a los contornos  $\Gamma_j$  y van hacia afuera de cada región.

Los contornos  $\Gamma_j$  se pueden dividir en  $n$  puntos separados por una distancia  $\Delta s$ . Esto permite tener un muestreo finito de puntos. Con esta aproximación, los términos de la Ec. (13), para cada una de las regiones de la celda unitaria, los etiquetamos como

$$\frac{1}{4\pi} \oint_{\Gamma_j} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \Psi(\mathbf{r}')}{\partial n'} ds' \cong \sum_{n=1}^{N_q} L_{mn(q)}^{(j)} \Phi_{n(q)}^{(j)}, \quad (15)$$

$$\frac{1}{4\pi} \oint_{\Gamma_j} \Psi(\mathbf{r}') \frac{\partial G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n'} ds' \cong \sum_{n=1}^{N_q} N_{mn(q)}^{(j)} \Psi_{n(q)}^{(j)}, \quad (16)$$

donde  $\Psi_{n(q)}^{(j)} = \psi_j(\mathbf{r}')|_{\mathbf{r}'=\mathbf{R}_{n(q)}}$  es el campo y  $\Phi_{n(q)}^{(j)} = \left. \frac{\partial \psi_j(\mathbf{r}')}{\partial n'_j} \right|_{\mathbf{r}'=\mathbf{R}_{n(q)}}$  su derivada normal,  $m$  representa al  $m$ -ésimo punto [coordenadas del observador  $\mathbf{r} = (x_m, y_m)$ ] a lo largo del

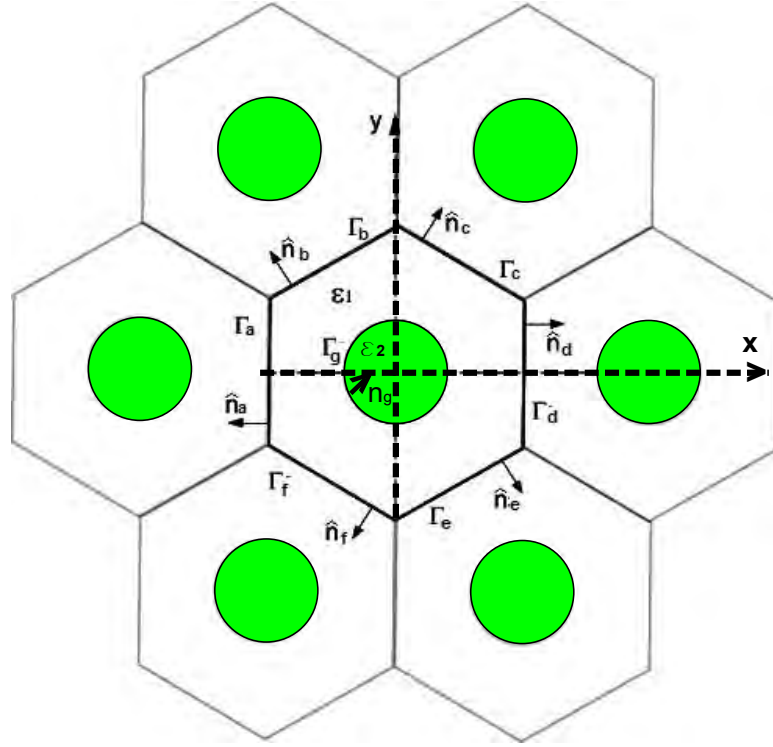


Figura 32. Celda unitaria de un CF2D con una red hexagonal y una inclusión circular con su vector normal  $\hat{\mathbf{n}}$  perpendicular al contorno  $\Gamma_j$ .

contorno  $\Gamma_p$  con  $p = a, b, \dots, g$ . Los elementos de matriz están dados por

$$L_{mn}^{(j)} = [1 - \delta_{mn}] \frac{i\Delta s}{4} H_0^{(1)}(k_j R_{mn}) + \left[ \frac{i\Delta s}{4} H_0^{(1)}\left(k \frac{\Delta s}{2e}\right) \right] \delta_{mn}, \quad (17)$$

$$N_{mn}^{(j)} = [1 - \delta_{mn}] \frac{i\Delta s}{4} k_j \hat{\mathbf{n}}_n \cdot \frac{\mathbf{R}_{mn}}{R_{mn}} H_1^{(1)}(k_j R_{mn}) + \left[ \frac{1}{2} + \frac{\Delta s}{4\pi} \hat{\mathbf{n}}_n \cdot \hat{\mathbf{t}}'_n \right] \delta_{mn}, \quad (18)$$

siendo

$$\hat{\mathbf{n}}_n \cdot \mathbf{R}_{mn} = -y'(s)(x_m - x_n) + x'(s)(y_m - y_n), \quad (19)$$

$$\hat{\mathbf{n}}_n \cdot \hat{\mathbf{t}}'_n = x'(s)y''(s) - y'(s)x''(s), \quad (20)$$

$$R_{mn} = \sqrt{(x_m - x_n)^2 + (y_m - y_n)^2}, \quad (21)$$

y  $H_1^{(1)}(x)$  es la función de Hankel de primera especie y primer orden.

A partir de estos resultados, se aplican a la celda unitaria hexagonal, obteniéndose un conjunto de  $N_{abcdef} + 2N_g$  ecuaciones algebraicas homogéneas, donde cada contorno

es muestreado en un número finito de puntos igualmente espaciados  $N_a$  para  $\Gamma_a$  y así sucesivamente. Dichas ecuaciones discretizadas son

$$\begin{aligned}
& \sum_{n=1}^{N_a} N_{mn}^{(1)} \Psi_a^n - \sum_{n=1}^{N_a} L_{mn}^{(1)} \Phi_a^n + \sum_{n=1+N_a}^{N_{ab}} N_{mn}^{(1)} \Psi_b^n - \sum_{n=1+N_a}^{N_{ab}} L_{mn}^{(1)} \Phi_b^n \\
& + \sum_{n=1+N_{ab}}^{N_{abc}} N_{mn}^{(1)} \Psi_c^n - \sum_{n=1+N_{ab}}^{N_{abc}} L_{mn}^{(1)} \Phi_c^n + \sum_{n=1+N_{abc}}^{N_{abcd}} N_{mn}^{(1)} \Psi_d^n - \sum_{n=1+N_{abc}}^{N_{abcd}} L_{mn}^{(1)} \Phi_d^n \\
& + \sum_{n=1+N_{abcd}}^{N_{abcde}} N_{mn}^{(1)} \Psi_e^n - \sum_{n=1+N_{abcd}}^{N_{abcde}} L_{mn}^{(1)} \Phi_e^n + \sum_{n=1+N_{abcde}}^{N_{abcdef}} N_{mn}^{(1)} \Psi_f^n \\
& - \sum_{n=1+N_{abcde}}^{N_{abcdef}} L_{mn}^{(1)} \Phi_f^n + \sum_{n=1+N_{abcdef}}^{N_{abcdef}+N_g} N_{mn}^{(1)} \Psi_g^n - \sum_{n=1+N_{abcdef}}^{N_{abcdef}+N_g} L_{mn}^{(1)} \Phi_g^n \\
& = 0
\end{aligned} \tag{22}$$

y

$$\sum_{n=1+N_{abcdef}+N_g}^{N_{abcdef}+2N_g} N_{mn}^{(2)} \tilde{\Psi}_g^n - \sum_{n=1+N_{abcdef}+N_g}^{N_{abcdef}+2N_g} L_{mn}^{(2)} \tilde{\Phi}_g^n = \tilde{\Psi}_g^n. \tag{23}$$

Las condiciones de continuidad para el contorno  $\Gamma_g$  son

$$\tilde{\Psi}_g^n = \Psi_g^n \tag{24}$$

y

$$\tilde{\Phi}_g^n = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \Phi_g^n. \tag{25}$$

Como el sistema es periódico e infinito podemos aplicar el teorema de Bloch,

$$\Psi(\mathbf{r} + \mathbf{R}) = \Psi(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{K} \cdot \mathbf{R}}, \tag{26}$$

donde  $\mathbf{K}$  es el vector de Bloch bidimensional y  $\mathbf{R} = D_x \hat{i} + D_y \hat{j}$  con  $D_x$  y  $D_y$  representan las dimensiones de la celda unitaria. Las condiciones de periodicidad para un CF2D de

red hexagonal son

$$\Psi_d^n = e^{ik_x D} \Psi_a^n, \quad (27)$$

$$\Psi_e^n = e^{-iD\frac{1}{2}(k_x - \sqrt{3}k_y)} \Psi_b^n, \quad (28)$$

$$\Psi_f^n = e^{iD\frac{1}{2}(k_x + \sqrt{3}k_y)} \Psi_c^n, \quad (29)$$

$$\Phi_d^n = -e^{ik_x D} \Phi_a^n, \quad (30)$$

$$\Phi_e^n = -e^{-iD\frac{1}{2}(k_x - \sqrt{3}k_y)} \Phi_b^n, \quad (31)$$

y

$$\Phi_f^n = -e^{iD\frac{1}{2}(k_x + \sqrt{3}k_y)} \Phi_c^n \quad (32)$$

Ahora aplicando las condiciones de continuidad y de periodicidad (Ecs. (24)-(32)), a las Ecs. (22) y (23), tenemos

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{N_a} N_{mn}^{(1)} \Psi_a^n - \sum_{n=1}^{N_a} L_{mn}^{(1)} \Phi_a^n + \sum_{n=1+N_a}^{N_{ab}} N_{mn}^{(1)} \Psi_b^n - \sum_{n=1+N_a}^{N_{ab}} L_{mn}^{(1)} \Phi_b^n \\ & + \sum_{n=1+N_{ab}}^{N_{abc}} N_{mn}^{(1)} \Psi_c^n - \sum_{n=1+N_{ab}}^{N_{abc}} L_{mn}^{(1)} \Phi_c^n + e^{ik_x D} \sum_{n=1+N_{abc}}^{N_{abcd}} N_{mn}^{(1)} \Psi_a^n \\ & + e^{ik_x D} \sum_{n=1+N_{abc}}^{N_{abcd}} L_{mn}^{(1)} \Phi_a^n + e^{-iD\frac{1}{2}(k_x - \sqrt{3}k_y)} \sum_{n=1+N_{abcd}}^{N_{abcde}} N_{mn}^{(1)} \Psi_b^n \\ & + e^{-iD\frac{1}{2}(k_x - \sqrt{3}k_y)} \sum_{n=1+N_{abcd}}^{N_{abcde}} L_{mn}^{(1)} \Phi_b^n + e^{iD\frac{1}{2}(k_x + \sqrt{3}k_y)} \sum_{n=1+N_{abcde}}^{N_{abcdef}} N_{mn}^{(1)} \Psi_c^n \\ & + e^{iD\frac{1}{2}(k_x + \sqrt{3}k_y)} \sum_{n=1+N_{abcde}}^{N_{abcdef}} L_{mn}^{(1)} \Phi_c^n + \sum_{n=1+N_{abcdef}}^{N_{abcdef}+N_g} N_{mn}^{(1)} \Psi_g^n - \sum_{n=1+N_{abcdef}}^{N_{abcdef}+N_g} L_{mn}^{(1)} \Phi_g^n \\ & = 0 \end{aligned} \quad (33)$$

y

$$\sum_{n=1+N_{abcdef}}^{N_{abcdef}+2N_g} (N_{mn}^{(2)} - \delta_{mn}) \Psi_e^n - \frac{f_2}{f_1} \sum_{n=1+N_{abcdef}}^{N_{abcdef}+2N_e} L_{mn}^{(2)} \Phi_e^n = 0. \quad (34)$$

Estas ecuaciones constituyen un sistema lineal  $M(\omega)F(\omega) = 0$  que tiene una matriz cuadrada  $M$  de dimensión  $N_{abcdef} + 2N_e$ , que depende de la frecuencia  $\omega$  y el vector de

Bloch **K**. Dado que el sistema es homogéneo, una solución no trivial puede obtenerse si el determinante de tal matriz es cero. Para determinar la frecuencia  $\omega$ , definimos la función

$$D(k, \omega) = \ln |\det(M)|, \quad (35)$$

que numéricamente presenta puntos mínimos locales que nos darán la relación de dispersión numérica  $\omega = \omega(k)$  que determina la estructura de bandas.

### IV.3. Ecuación integral aplicada a un CF2D finito

El método integral también es adecuado para calcular la distribución del campo electromagnético en la región cercana y lejana para un cristal fotónico de dimensiones finitas.

Consideremos un sistema como el mostrado en la Fig. 33 y aplicando el teorema de Green a la región  $R_1$  en la cual hay una onda incidente, obtenemos el campo total

$$\Psi_{inc}(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi} \int_{\Gamma_1} \left[ G_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \Psi_1(\mathbf{r})}{\partial n'_j} - \Psi_1(\mathbf{r}) \frac{\partial G_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n'_j} ds' \right] = \Psi(\mathbf{r}) \quad (36)$$

donde  $\Psi_{inc}(\mathbf{r})$  representa el campo incidente y  $G_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  es la función de Green en la región  $R_1$ .

Para la región  $R_2$ , el campo total está determinado por

$$\frac{1}{4\pi} \int_{s_2} \left[ G_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \Psi_2(\mathbf{r})}{\partial n'_j} - \Psi_2(\mathbf{r}) \frac{\partial G_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n'_j} \right] ds' = 0, \quad (37)$$

donde  $s_2$  representa la suma de los contornos que delimitan a la región  $R_2$ .

Para las regiones  $j$ -ésimas restantes, el campo total está dado por

$$\frac{1}{4\pi} \int_{\Gamma_j} \left[ G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \Psi_j(\mathbf{r})}{\partial n'_j} - \Psi_j(\mathbf{r}) \frac{\partial G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n'_j} ds' \right] = \Psi_j(\mathbf{r}), \quad (38)$$

siendo  $G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  la función de Green en la  $j$ -ésima región.

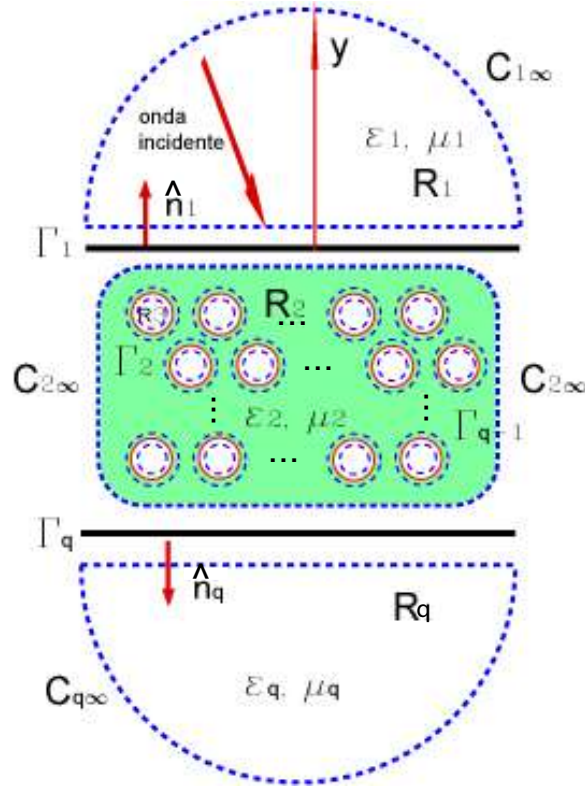


Figura 33. Esquema de un CF2D finito. Los contornos de integración están indicados por las curvas punteadas.  $R_1$  y  $R_q$  representan las regiones donde se refleja y transmite la onda electromagnética, respectivamente.

Considerando las condiciones de continuidad del campo y su derivada normal a lo largo de los diferentes contornos  $\Gamma_q$ , el sistema de ecuaciones para un CD2D finito se pueden expresar como

$$\sum_{n=1}^{N_a} \left( \delta_{mn(1)} - N_{mn(1)}^{(1)} \right) \Psi_{n(1)} + \frac{f_1}{f_2} \sum_{n=1}^{N_a} L_{mn(1)}^{(1)} \Phi_{n(1)} = \Psi_m^{inc}, \quad (39)$$

$$\begin{aligned} & - \sum_{n=1}^{N_a} N_{mn(1)}^{(2)} \Psi_{n(1)} + \sum_{n=1}^{N_a} L_{mn(1)}^{(2)} \Phi_{n(1)} - \sum_{n=1}^{N_b} N_{mn(2)}^{(2)} \Psi_{n(2)} + \\ & \sum_{n=1}^{N_b} L_{mn(2)}^{(2)} \Phi_{n(2)} + \dots - \sum_{n=1}^{N_q} N_{mn(q)}^{(2)} \Psi_{n(q)} + \sum_{n=1}^{N_q} L_{mn(q)}^{(2)} \Phi_{n(q)} \\ & = 0, \end{aligned} \quad (40)$$

$$\sum_{n=1}^{N_b} \left( \delta_{mn(2)} - N_{mn(2)}^{(3)} \right) \Psi_{n(2)} + \frac{f_3}{f_2} \sum_{n=1}^{N_b} L_{mn(2)}^{(3)} \Phi_{n(2)} = 0, \quad (41)$$

$$\sum_{n=1}^{N_c} \left( \delta_{mn(3)} - N_{mn(3)}^{(3)} \right) \Psi_{n(3)} + \frac{f_3}{f_2} \sum_{n=1}^{N_b} L_{mn(3)}^{(3)} \Phi_{n(3)} = 0, \quad (42)$$

...

$$\sum_{n=1}^{N_{q-1}} \left( \delta_{mn(q-1)} - N_{mn(q-1)}^{(3)} \right) \Psi_{n(q-1)} + \frac{f_3}{f_2} \sum_{n=1}^{N_{q-1}} L_{mn(q-1)}^{(3)} \Phi_{n(q-1)} = 0 \quad (43)$$

y

$$\sum_{n=1}^{N_q} \left( \delta_{mn(q)} - N_{mn(q)}^{(4)} \right) \Psi_{n(q)} + \frac{f_4}{f_2} \sum_{n=1}^{N_q} L_{mn(q)}^{(4)} \Phi_{n(q)} = 0. \quad (44)$$

Aquí se han tomado las siguientes consideraciones:

- Los contornos  $C_{1\infty}$ ,  $C_{2\infty}$  y  $C_{q\infty}$  están lo suficientemente alejados cuya perturbación de los campos es nula.
- El medio de incidencia (región  $R_1$ ) tiene propiedades ópticas dadas por la permitividad eléctrica  $\epsilon_1$  y permeabilidad magnética  $\mu_1$ .
- El medio que contiene las inclusiones tiene propiedades  $\epsilon_2$  y  $\mu_2$ .
- Las inclusiones tienen las propiedades  $\epsilon_3$  y  $\mu_3$  si cada una de ellas son del mismo material y  $\epsilon_3, \mu_3, \dots, \epsilon_{q-1}, \mu_{q-1}$  si son de diferente material.
- Las propiedades del medio de transmisión están dadas por  $\epsilon_q$  y  $\mu_q$ , que para nuestro caso corresponden a  $\epsilon_1$  y  $\mu_1$ .

Las Ecs. (39)-(44) constituyen un sistema no homogéneo de  $2 \sum_{p=1}^q N_p$  ecuaciones lineales, el cual se puede resolver de manera numérica para determinar las funciones fuente (el campo y su derivada normal) a lo largo de los contornos  $\Gamma_j$ . Con estas funciones es posible obtener el campo esparcido.

### IV.3.1. El campo y potencia incidente

Para tratar el problema de propagación de la luz a través de un CF2D finito con el método previamente descrito se debe iluminar con algún tipo de onda electromagnética. Por simplicidad, se emplea una onda plana. Se requiere entonces una expresión matemática para describir un haz de este tipo que sea solución de las ecuaciones de Maxwell, la cual esta dada por

$$\Psi^{inc}(\mathbf{r}) = \psi_0 e^{i \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \quad (45)$$

donde  $\psi_0$  es una constante con unidades adecuadas,  $\mathbf{k}$  es el vector de onda y  $\mathbf{r}$  la posición de cada punto sobre el cual la onda incide.

La onda incidente que se propaga depende la orientación del campo electromagnético. Para la polarización TE, asumiremos que el campo electromagnético está dado por

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{k}} E_z(x, y) \quad (46)$$

y

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \hat{i} H_x(x, y) + \hat{j} H_y(x, y). \quad (47)$$

En el caso de la polarización TM, emplearemos

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{k}} H_z(x, y) \quad (48)$$

y

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \hat{i} E_x(x, y) + \hat{j} E_y(x, y). \quad (49)$$

Para calcular el coeficiente de reflexión diferencial, el cual representa la fracción de energía incidente sobre una superficie que es esparcida por unidad de ángulo, se necesita calcular el flujo incidente total y el flujo esparcido total. Para esto, se emplea el vector

de Poynting,  $\mathbf{S}$ , que proporciona la dirección y magnitud del flujo de energía por unidad de tiempo. Empleando la notación compleja se tiene que

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}^*. \quad (50)$$

La parte real de esta expresión proporciona una medida de la irradiancia, o flujo de energía promedio por unidad de tiempo. Para el caso de la polarización TE, de la Ec. (50) se tiene que la componente a lo largo del eje  $y$  está dada por

$$S_y = \text{Re}(E_z H_x^*), \quad (51)$$

o bien, en términos del campo el eléctrico,

$$\begin{aligned} S_y &= \text{Re} \left[ E_z \left( \frac{1}{i\omega\mu} \right) \frac{\partial E_z^*}{\partial x} \right] \\ &= \frac{k_1 \cos \theta_i}{\omega\mu}, \end{aligned} \quad (52)$$

que representa la irradiancia incidente.

Para obtener la potencia incidente es necesario integrar sobre un área. El haz está confinado a lo largo de  $x$  y, con límites de integración desde  $-L/2$  hasta  $L/2$ , se cubre el total de la región iluminada. En la dirección  $z$ , en la cual el CF2D es invariante, se integra sobre una longitud  $L_z$ . Entonces, se puede escribir la potencia incidente de la siguiente manera

$$P_{inc} = \frac{1}{2} \frac{\cos \theta_i}{c \mu} L_x L_z. \quad (53)$$

Para el caso de la polarización TM, la potencia total incidente esta dada por la siguiente expresión

$$P_{inc} = \frac{1}{2} \frac{\cos \theta_i}{c \epsilon} L_x L_z. \quad (54)$$

### IV.3.2. El campo y potencia esparcida

Ahora vamos a calcular el campo lejano y tomando en cuenta que los elementos de matriz  $L_{mn}^{(j)}$  y  $N_{mn}^{(j)}$ , Ecs.(17) y (18), dependen de las funciones de Hankel de primera especie, de orden cero y uno respectivamente, se hará una aproximación asintótica. Así las funciones de Hankel en el límite asintótico, se escriben como

$$H_0^{(1)}(z) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{e^{iz}}{\sqrt{z}} \quad (55)$$

y

$$H_1^{(1)}(z) \approx -i\sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{e^{iz}}{\sqrt{z}}. \quad (56)$$

Si el campo esparcido tiene la forma

$$\Psi_j(\mathbf{r}) = \int_{\Gamma_j} [L_{mn}^{(j)} \Phi_n^{(j)} - N_{mn}^{(j)} \Psi_n^{(j)}(\mathbf{r})] ds' \quad (57)$$

y empleando las funciones de Hankel en el límite asintótico bajo la suposición de que  $|\mathbf{r}| \gg |\mathbf{R}|_{\max}$ ,

$$|\mathbf{r} - \mathbf{R}| \approx r - \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{R}}{r}, \quad (58)$$

el campo esparcido será

$$\Psi_j(\mathbf{r}) = i\sqrt{\frac{1}{8k\pi}} e^{-i\frac{\pi}{4}} \int_{\Gamma_j} \frac{e^{ikr}}{\sqrt{r}} \left[ \Phi_{\Gamma}^{(j)} - ik \hat{\mathbf{n}}_{\Gamma} \cdot \hat{\mathbf{R}} \Psi_{\Gamma}^{(j)} \right] e^{-ik\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{R}|}{r}} ds'.$$

Recordemos que las interfaces están discretizadas en  $n$  intervalos con una separación  $\Delta s$ , entonces la ecuación del campo esparcido es

$$\Psi_j(\mathbf{r}) = i\sqrt{\frac{1}{8k\pi}} e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{e^{ikr}}{\sqrt{r}} \times \sum_n \Delta s \left[ \Phi_{n(q)}^{(j)} - ik \hat{\mathbf{n}}_{n(q)} \cdot \hat{\mathbf{R}} \Psi_{n(q)}^{(j)} \right] e^{-ik\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{R}|}{r}}. \quad (59)$$

donde  $\mathbf{r} = r \sin \theta_s \hat{\mathbf{i}} + r \cos \theta_s \hat{\mathbf{j}}$  es el punto de observación,  $\hat{\mathbf{n}}_n \cdot \hat{\mathbf{R}} = (y'_n \sin \theta_s - x'_n \cos \theta_s)$  y  $\frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{R}}{r} = x_n \sin \theta_s + y_n \cos \theta_s$  es la relación entre el punto de observación y de integración.

Es fácil ver que la Ec. (59) es función de dos variables independientes,  $\mathbf{r}$  y  $\theta_s$ , por lo que podemos escribir al campo en términos de su producto. Consideremos el campo eléctrico (Ec. (59)) dado por

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}, \theta_s) = I_s(\mathbf{r}) \sigma_s(\theta_s), \quad (60)$$

donde

$$\sigma_s(\theta_s) = \sum_n \Delta s \left[ \Phi_{n(q)}^{(j)} - ik \hat{\mathbf{n}}_{n(q)} \cdot \hat{\mathbf{R}} \Psi_{n(q)}^{(j)} \right] e^{-ik \frac{|\mathbf{r}-\mathbf{R}|}{r}} \quad (61)$$

es la amplitud de esparcimiento e  $I_s(\mathbf{r}) = i \sqrt{\frac{1}{8\pi k}} e^{-\frac{i\pi}{4}} \frac{e^{ikr}}{\sqrt{r}}$ .

Utilizando un procedimiento similar al caso de la potencia incidente, tenemos que la potencia esparcida está dada por

$$P_s = \int (\mathbf{E}_s \times \mathbf{H}_s) \cdot \hat{\mathbf{n}}_2 da, \quad (62)$$

donde, a partir de las ecuaciones de Maxwell, es posible escribir

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_s \times \mathbf{H}_s &= \frac{1}{\mu_0 c} |\mathbf{E}_s|^2 \\ &= \frac{1}{\mu_0 c} |I_s|^2 |\sigma_s|^2. \end{aligned} \quad (63)$$

Considerando el sistema con simetría cilíndrica y sustituyendo las Ecs. (60) y (63) en la Ec. (62), obtenemos

$$P_s = \frac{1}{8\pi k} \frac{L_z}{\mu_0 c} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} |\sigma_s(\theta_s)|^2 d\theta_s, \quad (64)$$

donde  $\sigma(\theta_s)$  también representa la sección eficaz de un material. Para un material real es

$$\begin{aligned} \sigma(\theta_s) &= \sum_n \Delta s \Phi_n e^{-ik(\sin \theta_s x_n + \cos \theta_s y_n)} \\ &\quad - \sum_n ik \Delta s \Psi_n (\sin \theta_s y'_n - \cos \theta_s x'_n) e^{-ik(\sin \theta_s x_n + \cos \theta_s y_n)}. \end{aligned} \quad (65)$$

De acuerdo a la Fig. 33, el sistema reflejará los haces en la región  $R_1$  con potencia

$$P_{ref} = \frac{1}{8\pi k_1} \frac{L_z}{\mu_0 c} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} |\sigma_{ref}(\theta_s)|^2 d\theta_s, \quad (66)$$

donde

$$\begin{aligned} \sigma_{ref}(\theta_s) = & \sum_{\Gamma_1} \Delta s \Phi_n e^{-ik_1(\sin\theta_s x_n + \cos\theta_s y_n)} \\ & - \sum_{\Gamma_1} ik_1 \Delta s \Psi_n (\sin\theta_s y'_n - \cos\theta_s x'_n) e^{-ik_1(\sin\theta_s x_n + \cos\theta_s y_n)}. \end{aligned} \quad (67)$$

En la región  $R_q$ .se transmitirán los haces con potencia

$$P_{trans} = \frac{1}{8\pi k_q} \frac{L_z}{\mu_0 c} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} |\sigma_{trans}(\theta_s)|^2 d\theta_s, \quad (68)$$

donde

$$\begin{aligned} \sigma_{trans}(\theta_s) = & \sum_{\Gamma_q} \Delta s \Phi_n e^{-ik_q(\sin\theta_s x_n + \cos\theta_s y_n)} \\ & - \sum_{\Gamma_q} ik_q \Delta s \Psi_n (\sin\theta_s y'_n - \cos\theta_s x'_n) e^{-ik_q(\sin\theta_s x_n + \cos\theta_s y_n)}. \end{aligned} \quad (69)$$

Para calcular la reflectancia,  $R(\theta_s)$ , del sistema bajo estudio se dividen las Ecs. (66)

y (53), obteniendo

$$R(\theta_s) = \frac{P_{ref}}{P_{inc}} = \frac{1}{8\pi k_1 L_x \cos\theta_s} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} |\sigma_{ref}(\theta_s)|^2 d\theta_s. \quad (70)$$

Y para la transmitancia,  $T(\theta_s)$ , se dividen las Ecs. (68) y (53), obteniendo

$$T(\theta_s) = \frac{P_{trans}}{P_{inc}} = \frac{1}{8\pi k_q L_x \cos\theta_s} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} |\sigma_{trans}(\theta_s)|^2 d\theta_s. \quad (71)$$

En el balance de energía se debe tener que  $R(k) + T(k) \leq 1$ .

Para el caso de la polarización TM, las Ecs. (70) y (71) se conservan.

## IV.4. Verificación del método

En la Ref. (Mendoza-Suárez *et al.*, 2006) se hizo un amplio estudio de la estructura de bandas para un CF2D infinito de periodicidad cuadrada con diferentes inclusiones utilizando el método de la ecuación integral. Por otra parte, Plihal (Plihal y A., 1991) hizo lo propio para un CF2D infinito de periodicidad hexagonal con una inclusión circular utilizando el método de ondas planas. Esto nos permitió verificar el método hasta cierto grado, siendo conscientes que el método falla para ciertos parámetros del sistema infinito.

En la Fig. 34(a) se muestra la estructura de bandas para una estructura fotónica bidimensional publicada por Plihal en 1991, utilizando el método de ondas planas. En la Fig. 34(b) se muestra la estructura de bandas (utilizando el método de la ecuación integral) de un CF2D infinito que está formado por cilindros de un material dieléctrico con  $\epsilon = 14$ , embebidos en aire y un factor de llenado de 0.431. En esta simulación se consideró la polarización TM. El cálculo de la estructura de bandas está en términos de la frecuencia reducida  $\omega_r = \omega D/2\pi c$  y la magnitud del vector de onda reducido  $k_r = kD/2\pi$  en la primera zona de Brillouin en el espacio  $k$  para los diferentes valores de la fracción de llenado  $f$ , que está relacionada con el radio de la inclusión cilíndrica como  $R = \left(\sqrt{\frac{f}{\pi}}\right) D$ . El parámetro de red fue tomado como  $D = 1$  unidad arbitraria (u.a.).

Al comparar las Figs. 34(a) y 34(b) se observa que el método de la ecuación integral es una herramienta numérica confiable para obtener la estructura de bandas para CF2D de longitud infinita.

En el laboratorio siempre se trabaja con sistemas reales y en el caso de los cristales fotónicos no es la excepción. En ese sentido, el análisis de estructura de bandas aunque nos proporciona una idea general de las propiedades ópticas reflectivas vamos hacer el

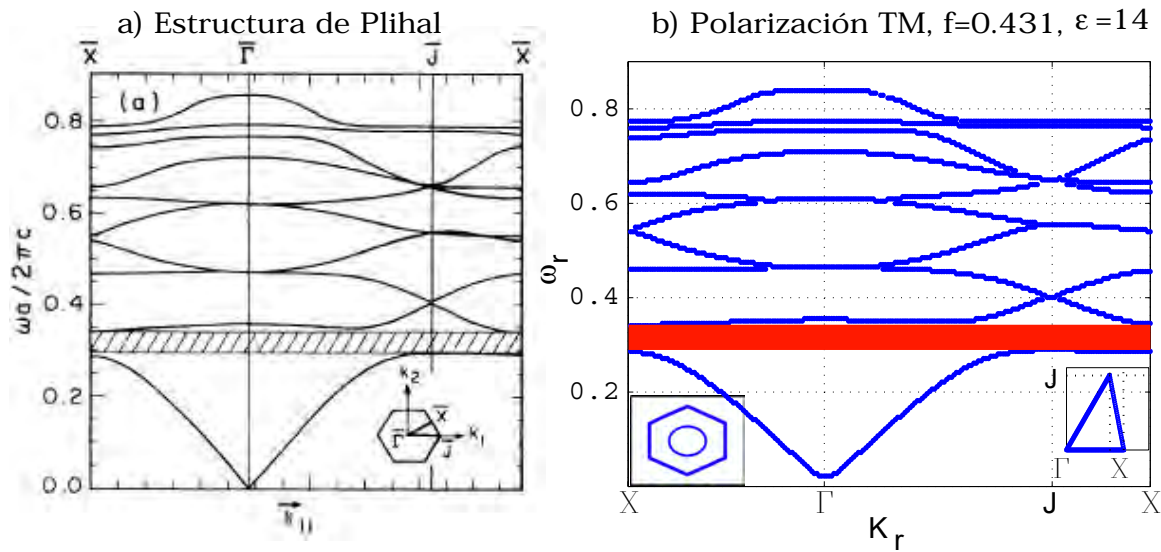


Figura 34. Estructuras de bandas obtenidas mediante a) el método de ondas planas (Plihal, 1991) y b) el método de la ecuación integral.

análisis para el mismo sistema de longitud finita para calcular la reflectancia.

Una de las pruebas para verificar el método de la ecuación integral para sistemas finitos consistió en analizar la interfaz entre dos materiales con un contraste de índices de refracción de  $n = 3.5$  para diferentes longitudes, que es iluminada con una onda plana de longitud de onda ( $\lambda$ ) de 632 nm. En la Fig. 35(a) se ilustra la interfaz de 10  $\mu\text{m}$  de longitud que separa dos medios con diferente índice de refracción. En la Fig. 35(b) se muestra la reflectancia (R) y la transmitancia (T) calculadas numéricamente como función del ángulo de incidencia para una interfaz de diferentes longitudes (8  $\mu\text{m}$ , 10  $\mu\text{m}$ , 14  $\mu\text{m}$  y 20  $\mu\text{m}$ ) y como curvas de control se graficaron la reflectancia y transmitancia que se obtienen a través de las ecuaciones de Fresnell (Jackson, 1999). Se puede observar en la Fig. 35(b) que las curvas numéricas, prácticamente, se sobrepone a las curvas teóricas.

Otra prueba consistió en analizar una placa o lámina de espesor y longitud finita con un índice de refracción alto sumergida en aire; es decir, una doble interfaz de diferentes longitudes. Aquí se utilizaron las curvas teóricas obtenidas de la interferencia

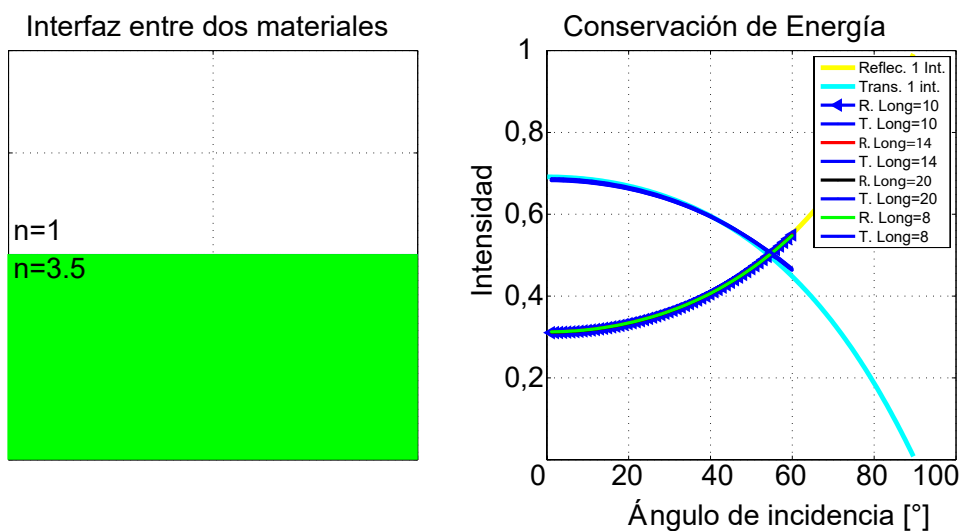


Figura 35. a) Interfaz entre dos materiales con longitud de  $10 \mu\text{m}$  y b) reflectancia y transmitancia para la interfaz con diferentes longitudes. Las líneas de Reflec y Trans corresponden al caso analítico y las demás al numérico.

de múltiples haces (Hecth y Zajac, 2002). En la Fig. 36 se muestran las curvas de reflectancia y transmitancia, en función del ángulo de incidencia, de una lámina de índice de refracción  $n = 3.5$  de diferentes longitudes ( $10 \mu\text{m}$ ,  $14 \mu\text{m}$ ,  $20 \mu\text{m}$  y  $30 \mu\text{m}$ ) sumergida en aire para los dos modos de propagación de la onda electromagnética (TE y TM). De las gráficas se puede apreciar que la longitud de la lámina juega un papel importante para reducir el error numérico y se observa que a mayor longitud el error disminuye.

Debido a que en el CIMAV se maquinó una estructura fotónica con inclusiones circulares de  $12 \mu\text{m}$  de largo por  $7 \mu\text{m}$  de ancho y otra con inclusiones cuadradas de  $18 \times 10 \mu\text{m}^2$ , para las simulaciones se utilizaron placas con longitudes de  $14 \mu\text{m}$  y  $20 \mu\text{m}$ , respectivamente. En la Fig. 36, se observa que las curvas numéricas no se sobrepone completamente a las teóricas que consideran una longitud infinita de la interfaz, lo cual implica un error numérico. Al calcularlo, mediante la técnica de mínimos cuadrados, se tiene que para la longitud de  $14 \mu\text{m}$  fue de  $2.8\%$  para la reflectancia y de  $6.8\%$  para

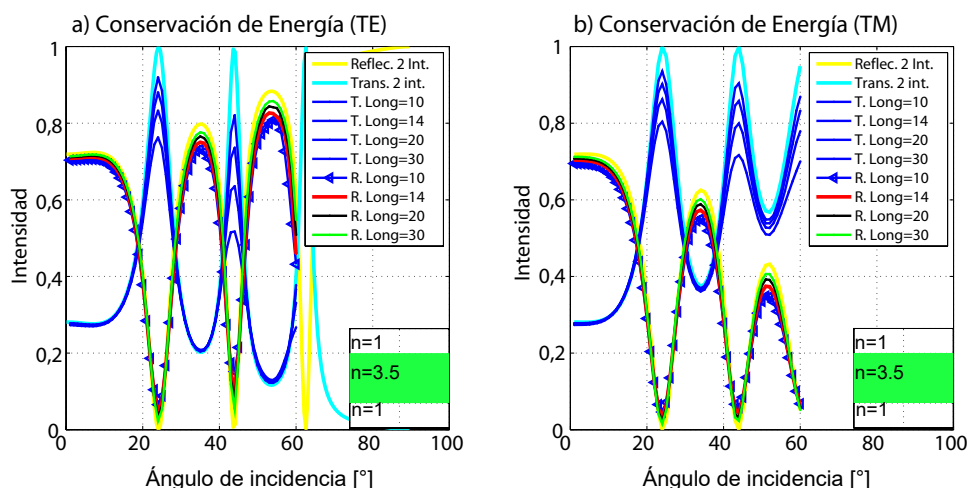


Figura 36. Reflectancia y transmitancia para una lámina de  $n=3.5$  con diferentes longitudes embebida en aire, a) polarización TE y b) polarización TM. Las líneas de Reflec y Trans corresponden al caso analítico y las demás al numérico.

la transmitancia. En la lámina de  $20 \mu\text{m}$  de longitud se obtuvo un error numérico de 1.3% para la reflectancia y de 3.4% para la transmitancia. Estos errores se mantienen en ambas polarizaciones.

## IV.5. Respuesta electromagnética de un CF2D

En esta sección se presenta el análisis numérico de la respuesta óptica de un CF2D, de tamaño infinito o finito, que está compuesto por una placa con índice de refracción de  $n = 3.5$  y un arreglo de inclusiones con geometrías circulares y cuadradas de aire ( $n = 1$ ); mediante el cálculo de la estructura de bandas para el caso de un CF2D infinito, y para el caso de un CF2D finito, con el cálculo de la reflectancia de tal sistema.

### IV.5.1. Estructura de bandas para un CF2D infinito

En el estudio numérico se consideraron varios casos con diferentes valores de la fracción de llenado. Sin embargo, en esta tesis únicamente se presentan los resultados para

el caso de la fracción de llenado  $f = 0.3265$  que corresponde al valor con que fueron contruidos experimentalmente las estructuras fotónicas.

En la Fig. 37(a) se presenta la estructura de bandas del CF obtenida para el modo de propagación TE y se observa que, al menos para el intervalo graficado de la frecuencia reducida ( $\omega_r$ ), todos los modos de vibración de una onda electromagnética se propaga a través de la estructura fotónica. En la Fig. 37(b) se muestra que existe una brecha de banda fotónica prohibida para la polarización TM, situada en el intervalo de 0.21 a 0.27 de la frecuencia reducida ( $\lambda \in [3.7 - 4.76] \mu\text{m}$ ).

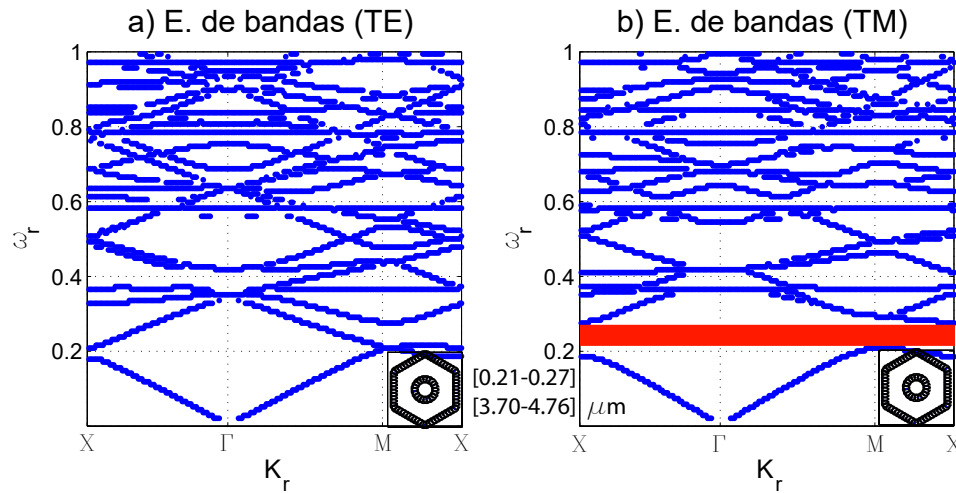


Figura 37. Estructuras de bandas para la polarización a) TE y b) TM de un CF2D infinito con inclusiones circulares, con una fracción de llenado  $f = 0.3265$ .

Otro tipo de inclusión en un CF2D infinito de red hexagonal que se consideró fueron las barras cuadradas llenas de aire. Este CF fue maquinado con un parámetro de red de  $1.5 \mu\text{m}$  y una fracción de llenado del 51%. En la Fig. 38 se muestran las estructuras de bandas obtenidas para las polarizaciones TE y TM. Se observa que en ambas gráficas se presentan modos discretos (líneas horizontales que se mantienen constantes para una frecuencia reducida,  $\omega_r$ , específica) que posiblemente no sean propios del sistema bajo estudio. Este tipo de modos discretos se consideran espurios y surgen dependiendo de la forma de la celda unitaria utilizada para considerar las condiciones de periodicidad.

En nuestro caso, la celda unitaria se consideró de acuerdo a la Fig. 32 y los modos espurios más notables se ubican en 0.3, 0.48, 0.67 y 0.78 de la frecuencia reducida. Entre mayor sea la fracción de llenado de la celda unitaria, la aparición de modos espurios se incrementa. Una propuesta para mitigar el surgimiento de este tipo de modos es cambiar la topología de la celda unitaria hexagonal tomando la periodicidad en las inclusiones y no en las paredes de la celda que contiene en la parte central la inclusión.

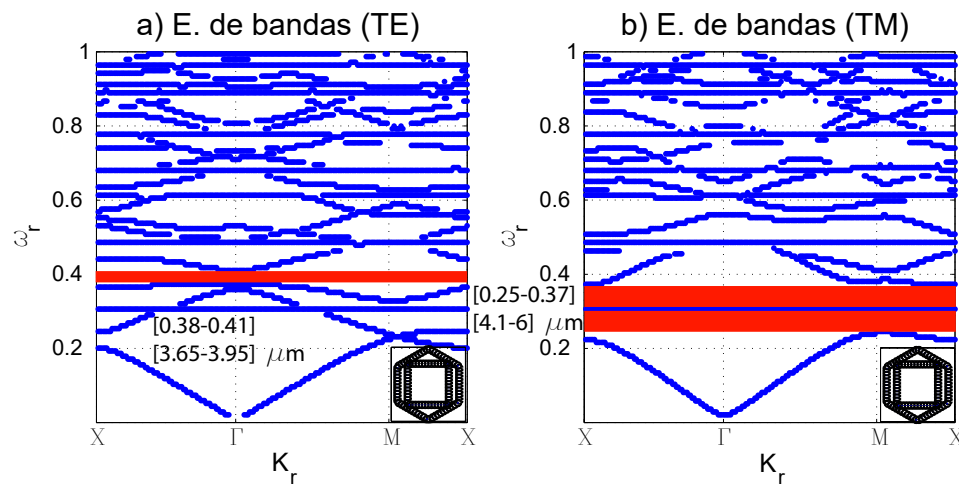


Figura 38. Estructuras de bandas para la polarización a) TE y b) TM de un CF2D infinito con inclusiones cuadradas, con una fracción de llenado  $f = 0.5132$ .

En la estructura de bandas de la Fig. 38(a) aparece una brecha de banda de propagación prohibida para la polarización TE y se localiza en el intervalo de 0.38 a 0.41 de la frecuencia reducida (correspondiente al intervalo de  $2.43$   $\mu\text{m}$  a  $2.63$   $\mu\text{m}$  de longitud de onda). Una banda prohibida más grande surge en el CF2D para el modo TM, Fig. 38(b). Ésta se observa en la región comprendida de 0.25 a 0.37 de  $\omega_r$  ( $\lambda \in [2.7 - 4]$   $\mu\text{m}$ ).

### IV.5.2. Reflectancia y transmitancia para un CF2D finito

Como ya se ha mencionado, en el transcurso de la estancia en el CIMAV se maquinaron un par de estructuras fotónicas de red hexagonal sobre una lámina de silicio. Una con cilindros llenos de aire y parámetro de red de  $1 \mu\text{m}$ , con dimensiones de  $12 \mu\text{m}$  de largo por  $7 \mu\text{m}$  de ancho y la otra con barras cuadradas llenas de aire con el parámetro de red de  $1.5 \mu\text{m}$ , con dimensiones de  $18 \times 10 \mu\text{m}^2$ .

Ahora, utilizando el método integral descrito vamos a obtener la reflectancia y transmitancia como función del ángulo de incidencia de los CF2D, iluminados con una onda plana ( $632 \text{ nm}$  de longitud de onda) para ambos tipos de polarización sobre el plano  $x - y$  (Fig. 39). Antes de mostrar estos resultados, se muestran los efectos que tienen 1 y 9 inclusiones circulares, variando su fracción de llenado, en una lámina que tiene un índice de refracción de 3.5 y una superficie de  $14 \times 7 \mu\text{m}^2$  para los modos TE y TM.

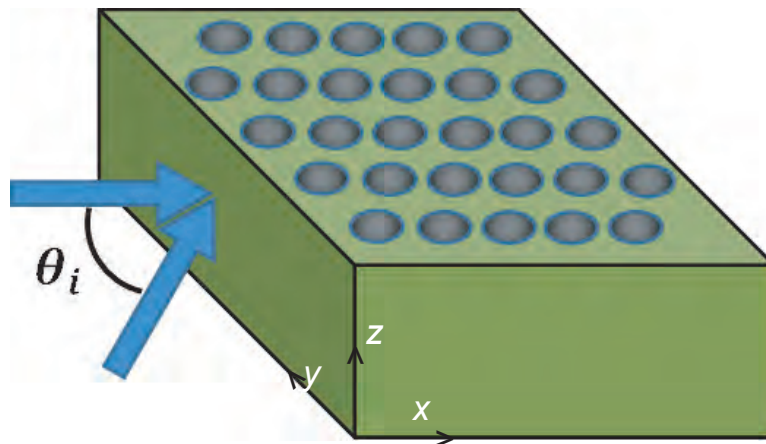


Figura 39. Esquema que muestra la forma de iluminar al CF2D finito para el análisis numérico.

En las gráficas de la Fig. 40 se observa que la inclusión en la lámina modifica las propiedades ópticas (reflexión y transmisión) del sistema sin inclusiones. La reflectancia aumenta ligeramente para algunos intervalos de los ángulos, mientras que para otros disminuye un poco y para otros se mantiene sin cambio alguno. Las líneas de color

rojo representan al sistema con propiedades semejantes al fabricado en el CIMAV. Las curvas de control aquí empleadas se graficaron a partir de las ecuaciones obtenidas de la interferencia de múltiples haces de una placa de espesor finito (sin inclusiones) (Hecht y Zajac, 2002). Estas curvas fueron utilizadas en todas las gráficas que se muestran a continuación.

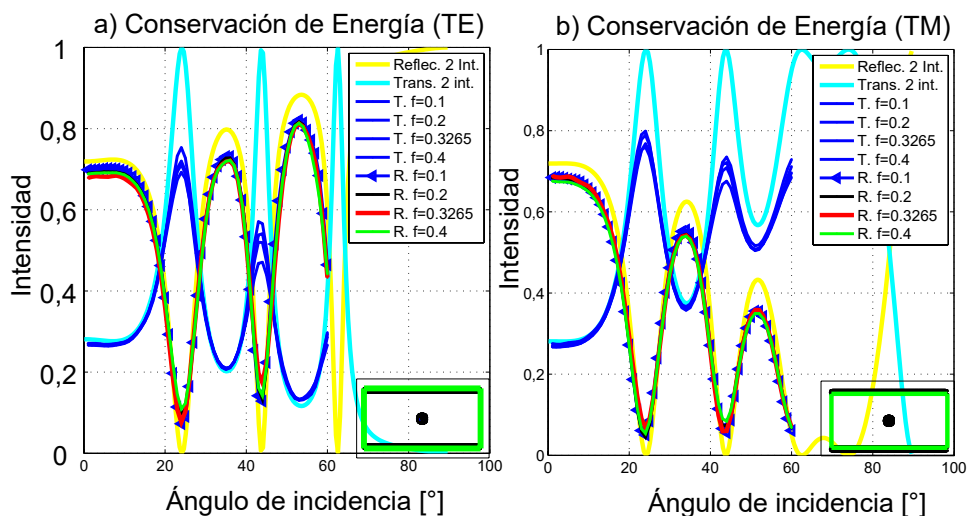


Figura 40. Reflectancia y transmitancia en función del ángulo de incidencia de una placa con una inclusión circular de diferente fracción de llenado para a) polarización TE y b) polarización TM. Las líneas de Reflec y Trans corresponden al caso analítico y las demás al numérico.

En la Fig. 41 se observa que las 9 inclusiones en la placa modifica las propiedades ópticas (reflexión y transmisión) del sistema con una inclusión (Fig. 40). La reflectancia mejora para algunos intervalos de ángulos, mientras que para otros disminuye un poco y para otros se mantiene sin cambio alguno. Por otra parte, la transmitancia disminuye para todos los ángulos considerados ( $0^{\circ}$ - $60^{\circ}$ ). Las líneas de color rojo representan al sistema con propiedades semejantes al fabricado en el CIMAV.

El modelado del CF2D maquinado en el Laboratorio de Nanotecnología del CIMAV, así como la reflectancia y transmitancia para las polarizaciones TE y TM se presentan en la Fig. 42. En el caso de la polarización TE se tiene que para el CF2D con una fracción

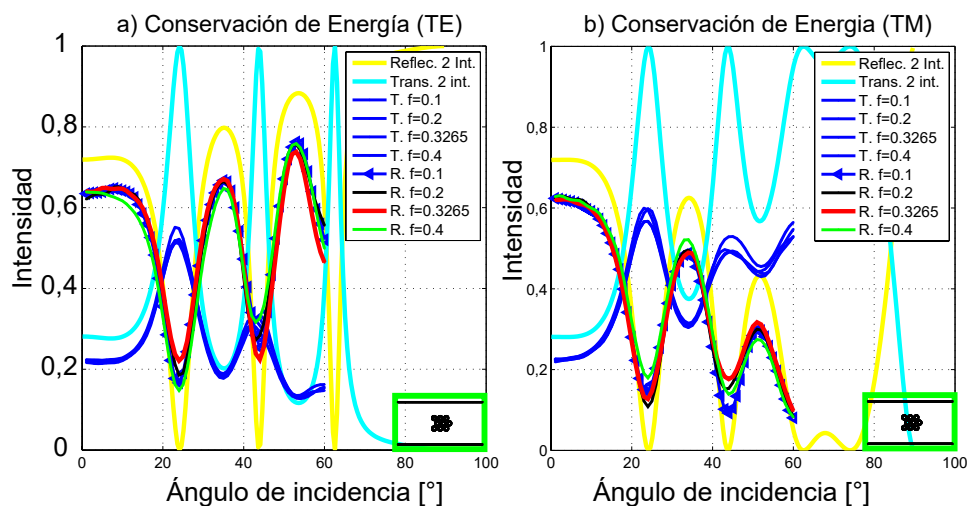


Figura 41. Reflectancia y transmitancia en función del ángulo de incidencia de una placa con nueve inclusiones circulares de diferente fracción de llenado, para a) polarización TE y b) polarización TM. Las líneas de Reflec y Trans corresponden al caso analítico y las demás al numérico.

de llenado del 32.65%, la reflectancia aumenta considerablemente en las regiones de incidencia angular donde hay mínimos de reflectancia para las curvas de control (placa sin inclusiones), no obstante en algunas regiones disminuye la reflectancia. Por otro lado, la transmitancia disminuye drásticamente en todo el intervalo analizado.

Cuando se trabaja con la polarización TM se encontró que hay una fracción de llenado, en específico 40%, que en la mayoría de los ángulos de incidencia la reflectancia mejora. En lo que se refiere a la transmitancia, ésta disminuye para todas las fracciones de llenado analizadas. Se puede decir que un CF2D de 70 cilindros de aire con un fracción de llenado del 40% es un buen sistema reflector para una onda plana de  $\lambda = 632$  nm con polarización TM.

El otro tipo de inclusiones para un CF2D de red hexagonal son las barras cuadradas de algún material, en este caso aire. En las instalaciones del CIMAV se maquinó un CF2D con parámetro de red de  $1.5 \mu\text{m}$  y fracción de llenado del 51.32%. En la Fig. 43 se muestran la reflectancia y transmitancia para distintas fracciones de llenado para

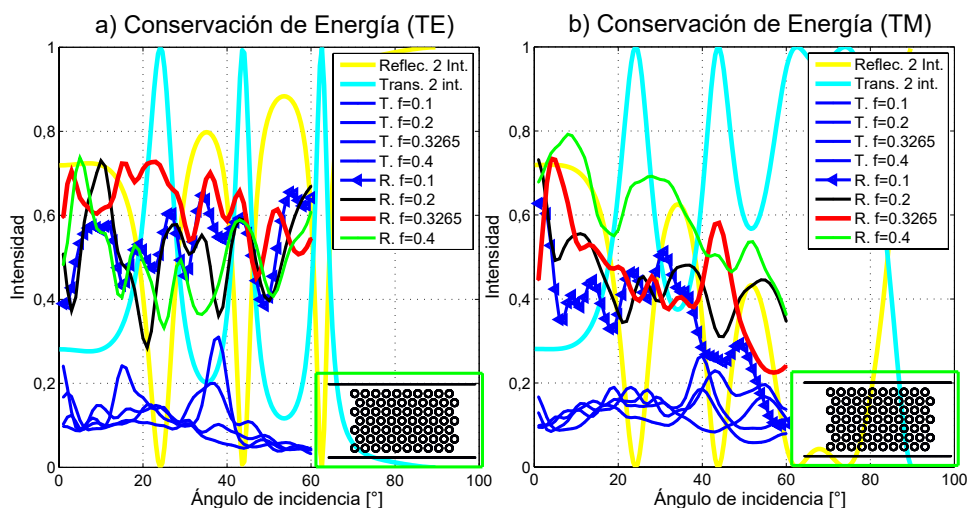


Figura 42. Reflectancia y transmitancia en función del ángulo de incidencia de una placa con 70 inclusiones circulares de diferente fracción de llenado, para a) polarización TE y b) polarización TM. Las líneas de Reflec y Trans corresponden al caso analítico y las demás al numérico.

las polarizaciones TE y TM, empleando el método de la ecuación integral. Cuando se trabaja con ángulos menores a  $30^\circ$  se tiene que el CF es altamente reflejante para sus distintas fracciones de llenado. Se encontró una fracción de llenado (40%) que mejora las propiedades ópticas reflectivas en la mayor parte de los ángulos de incidencia. En el caso de la transmitancia, disminuye para todas las fracciones de llenado sin importar el ángulo de incidencia.

Existen dos fracciones de llenado ( $f = 40\%$  y  $f = 51\%$ ) para las cuales el CF2D adquiere la propiedad de ser altamente reflejante sin importar el ángulo de incidencia cuando es iluminado con luz roja (632 nm) y polarización TM. La fracción de llenado del 51% fue utilizada para construir el CF2D. De acuerdo con las curvas mostradas en la Fig 43 se puede decir que a mayor fracción de llenado, el sistema aumenta sus propiedades ópticas reflectivas cuando es iluminado con luz roja y polarización TM.

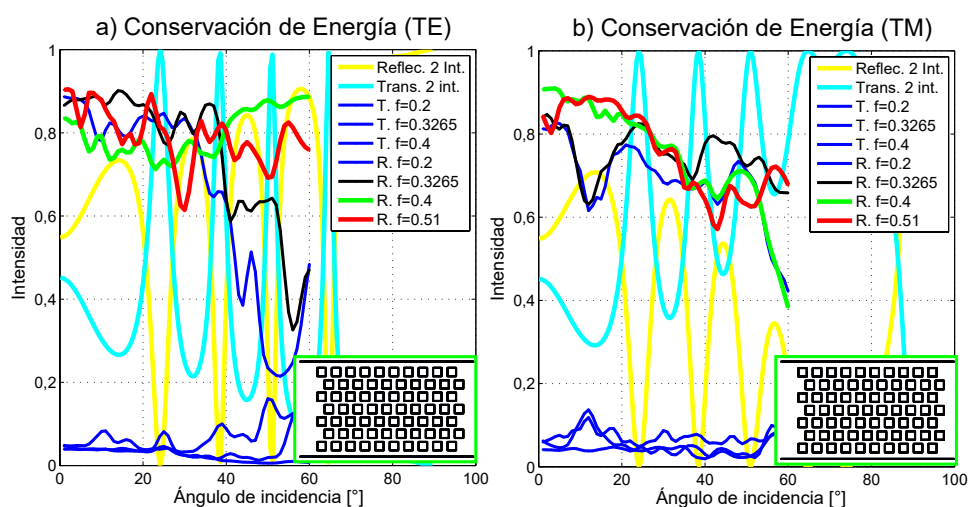


Figura 43. Reflectancia y transmitancia en función del ángulo de incidencia de una placa con 70 inclusiones cuadradas de diferente fracción de llenado, para a) polarización TE y b) polarización TM. Las líneas de Reflec y Trans corresponden al caso analítico y las demás al numérico.

## Capítulo V

---

# CONCLUSIONES

---

En esta tesis se abordaron tres bloques dentro del análisis de las estructuras fotónicas bidimensionales: un estudio experimental de las propiedades ópticas reflectivas, el maquinado de las estructuras fotónicas bidimensionales mediante FIB y un análisis numérico de la estructura de bandas y de la reflectancia de un CF2D infinito y finito, respectivamente, empleando el método de la ecuación integral. Con base a los resultados obtenidos, se enuncian las conclusiones más importantes del trabajo.

El estudio experimental de las propiedades ópticas reflectivas se llevó a cabo en las instalaciones del Laboratorio de Propiedades Ópticas de Materiales del CIMAV (Chihuahua), donde se tuvo la capacitación en el uso de los equipos de laboratorio y se llevaron a cabo las actividades necesarias para obtener los resultados requeridos. De acuerdo a la experimentación propuesta se obtuvieron los resultados mencionados en el capítulo III, donde se concluye que:

- Al obtener la ubicación de las estructuras fotónicas muestra una variación de intensidad reflejada. Ésta puede ser mayor o menor según la estructura analizada y la longitud de onda del haz empleado.
- Para las estructuras con microcavidades y haces con polarización TE, la potencia

reflejada localmente crece al aumentar la longitud de onda de los haces con que se ilumina el sistema.

- Si el sistema se ilumina con haces polarizados (TM) ya no aparece el ángulo de Brewster y para algunas longitudes de onda surgen modulaciones de la potencia reflejada localmente.

Estas propiedades pueden ser utilizadas en las aplicaciones que la industria así lo requiera.

Las técnicas de fabricación de los CF2D son muy variadas. En esta tesis se describieron brevemente algunas de ellas y utilizamos la técnica del Haz Enfocado de Iones (FIB) para maquinar un par de estructuras fotónicas de red hexagonal en el Laboratorio de Nanotecnología del CIMAV. Esta técnica tiene grandes ventajas respecto a las técnicas mencionadas en el capítulo II, las cuales son:

- El proceso de maquinado es muy sencillo, basta con indicarle al equipo el patrón y las características de erosión.
- Se puede fabricar en múltiples sesiones.
- Incluso después de la fabricación del CF2D se le pueden inducir defectos estructurales.

Las estructuras fotónicas que pueden obtenerse con la metodología de fabricación del FIB es competitiva con los cristales fotónicos reportados en la literatura reciente.

Finalmente, se ha aplicado un método numérico para calcular la estructura de bandas de un CF2D de red hexagonal e inclusiones con geometrías cilíndricas y cuadradas. Este método se puede aplicar a cualquier tipo de periodicidad e inclusiones con geometrías arbitrarias.

La técnica numérica que se utilizó en este trabajo se le conoce como el método de la ecuación integral. Este método parte del segundo teorema integral de Green permitiendo obtener un par de ecuaciones integrales acopladas que involucran, como incógnitas el modo del campo y su derivada normal evaluados en las fronteras involucradas. La discretización del sistema resulta en una ecuación matricial homogénea cuya solución determina las funciones fuente, con las que se puede obtener las estructuras de bandas. Con este método calculamos la estructura de bandas de un CF2D formado por una celda unitaria hexagonal con una inclusión cilíndrica y cuadrada.

El método integral tiene una gran ventaja en comparación de otros métodos; la cual es sólo tener en cuenta un número finito de puntos de muestreo a lo largo de los contornos de la celda unitaria y de su inclusión, en lugar de toda la superficie, permitiendo así una menor cantidad de recursos computacionales.

Al efectuar las simulaciones numéricas de reflectancia para un CF2D de longitud infinita con inclusiones circulares se obtuvo que al incrementar la fracción de llenado de la celda unitaria hexagonal surgen bandas de propagación prohibidas. Esta propiedad también se presentó al considerar la inclusión cuadrada.

Con el método integral también es posible estudiar la propagación de ondas electromagnéticas a través de sistemas periódicos truncados. Esto permitió analizar la reflectancia y transmitancia óptica de dos sistemas periódicos de red hexagonal, uno con 70 inclusiones circulares y otro con 70 inclusiones cuadradas.

Con los resultados obtenidos numéricamente, fue posible hacer una comparación con el sistema de una placa sin inclusiones y las conclusiones obtenidas son:

- Al considerar el sistema de una placa con inclusiones, las propiedades ópticas reflectivas cambian considerablemente ya que los mínimos de reflectancia que son propios de la placa sin inclusiones ya no aparecen.

- Existe una fracción de llenado de la celda unitaria mínima donde el sistema se puede considerar altamente reflejante. Para el caso de inclusiones cuadradas no importa la polarización del haz con que se ilumine el sistema.

Adicionalmente, debido al elevado tiempo de cómputo requerido para obtener la reflectancia y transmitancia de las estructuras fotónicas con 70 inclusiones se tuvo la necesidad de utilizar la computación en paralelo, de lo cual podemos concluir que para el caso secuencial el tiempo de cómputo requerido para obtener la reflectancia y transmitancia de nuestro sistema propuesto con un sólo procesador fue de 14.6 horas; mientras que empleando la programación en paralelo, implícita en la tarjeta gráfica, fue de 5 minutos. Esto nos indica que fue posible realizar el cálculo casi 175 veces más rápido haciendo uso de la paralelización en la tarjeta gráfica.

## Referencias

- Archuleta-García, R., Manzanares-Martínez, M. B., y Manzanares-Martínez, J. (2007). Una descripción del método de ondas planas para el cálculo de bandas fotónicas. *Revista Boliviana de Física*, **13**: 79–85.
- Assefa, S., McNab, S. J., y Vlasov, Y. A. (2006). Transmission of slow light through photonic crystal waveguide bends. *Opt. Lett.*, **6**(31): 745–747.
- Bernier, D., Le Roux, X., y Lupu, A. (2008). Compact, low cross-talk CWDM demultiplexer using photonic crystal superprism. *Opt. Express*, **22**(16): 17209–17214.
- Cabrini, S., Carpentiero, A., Kumar, R., Businaro, L., Candeloro, P., Prasciolu, M., Gosparini, A., Andreani, C., De Vittorio, M., Stomeo, T., y Di Fabrizio, A. (2005). Focused ion beam lithography for two dimensional array structures for photonic applications. *Microelectron Eng.*, **78**: 11–15.
- Carrillo-Vázquez, V. M. (2014). *Diseño y caracterización óptica de un material fotónico fabricado mediante haz enfocado de iones..* Tesis de Doctorado, Centro de Investigación en Materiales Avanzados.
- Centeno, T. P. (2014). *Estructuras de bandas de cristales fotónicos en 2D con superficies rugosas usando un método integral..* Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la UMSNH.
- Charlton, M. D. B., Robert, S. W., y Parker, G. J. (1997). Guided mode analysis, and fabrication of a 2-dimensional visible photonic band-structure confined within a planar semiconductor wave-guide. *Materials science and engineering*, **49**(2): 155–165.
- Dallesasse, J. M., Holonyak, N., Sugg, A. R., Richard, T. A., y Elzein, N. (1990). Hydrolyzation oxidation of Al-x-Ga(1-x)As-AlAs-GaAs quantum well heterostructures and superlattices. *Applied Physics Letters*, **57**(26): 2844–2846.
- Dragoman, M. y Dragoman, D. (2008). Plasmonics: Applications to nanoscale terahertz and optical devices. *Elsevier*, **32**(1): 1–41.
- Ebbesen, T. W., Lezec, H. J., Ghaemi, H. F., Thio, T., y Wolff, P. A. (1998). Extraordinary optical transmission through sub-wavelength hole arrays. *Nature*, **391**: 667–669.
- Englund, D., Fattal, D., Waks, E., y Solomon, G. (2005). Controlling the spontaneous emission rate of single quantum dots in a two-dimensional photonic crystal. *Phys. Rev. Lett.*, **95**: 013904.

- Foresi, J. S., Villeneuve, P. R., Ferrera, J., Thoen, E. R., Steinmeyer, G., Fan, S., Joannopoulos, J. D., Kimerling, L. C., Smith, H. I., y Ippen, E. P. (1997). Photonic bandgap microcavities in optical waveguides. *Nature*, **390**: 143–145.
- Hecth, E. y Zajac, A. (2002). *Optics*. Addison-Wesley, Michigan, tercera edición.
- Jackson, J. D. (1999). *Classical Electrodynamics*. John Wiley and Sons, New York, tercera edición.
- Joannopoulos, J. D., Johnson, S. G., Winn, J. N., y Meade, R. D. (2008). *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light*. Princeton University Press, New York, primera edición. 283 p.
- John, S. (1987). Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices. *Phys. Rev. Lett.*, **58**: 2486–2489.
- Ju, J., Jin, W., y Ho, H. L. (2008). Compact in-fiber interferometer formed by long-period gratings in photonic crystal fiber. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, **23**(20): 1899–1901.
- Krauss, T. F. y De La Rue, R. M. (1999). Photonic crystals in the optical regime: past, present and future. *Prog. Quant. Electron.*, **23**: 51–96.
- Krauss, T. F., De La Rue, R. M., y Brand, S. (1996). Two-dimensional photonic-bandgap structures operating at near-infrared wavelengths. *Nature*, **6602**(383): 699–702.
- Lin, S. Y. y Arjavalingam, G. (1994). Photonic bound states in two-dimensional photonic crystals probed by coherent-microwave transient spectroscopy. *J. Opt. Soc. Am. B*, **11**(10): 2124–2127.
- Linn, S. Y., Harb, A., Lozano, K., Xu, D., y Chen, K. P. (2009). Five beam holographic lithography for simultaneous fabrication of three dimensional photonic crystal templates and line defects using phase tunable diffractive optical element. *OSA*, **17**(19).
- Mendoza-Suárez, A., Villa-Villa, F., y Gaspar-Armenta, J. A. (2006). Numerical method based on the solution of integral equations for the calculation of the band structure and reflectance of one-and two-dimensional photonic crystals. *JOSA B*, **23**(10): 2249–2256.
- Nellen, P. M., Strasser, P., Callegari, V., Wuest, R., Erni, D., y Robin, F. (2007). Focused ion beam modifications of indium phosphide photonic crystals. *Microelectron Eng.*, **84**: 1244–1247.
- Piqué, A. y Chrisey, D. B. (2002). *Direct-write technologies for rapid prototyping applications: sensors, electronics and integrated power sources*. Academic Press, New York, USA.

- Plihal, M. y A., M. A. (1991). Photonic band structure of two-dimensional systems: The triangular lattice. *Physical Review*, **44**(16): 8565–8572.
- Rayleigh, J. W. S. (1888). On the remarkable phenomenon of cristaline reflexion described by Prof. Stokes. *Phil. Magazine*, **26**: 256–265.
- Rowson, S., Chelnokov, A., Cuisin, C., y Lourtioz, J. M. (1998). Three-dimensional characterisation of a two-dimensional photonic bandgap reflector at midinfrared wavelengths. *Optoelectronics*, **145**: 403–408.
- Vignerón, J. P. y Simonis, P. (2012). Natural Photonic Crystal . *Physica B*, **407**(20): 4032–4036.
- Villa, F. y Gaspar, J. A. (2009). *Circuitos fotónicos: el potencial de una nueva tecnología*. <http://ciencias.jornada.com.mx/investigacion/ciencias-fisico-matematicas/investigacion/circuitos-fotonicos-el-potencial-de-una-nueva-tecnologia>, CIO, México.
- Weining, M., Megens, M., Steinhardt, P. J., y Chaikin, P. M. (2005). Experimental measurement of the photonic properties of icosahedral quasicrystals. *Journal of Electromagnetic Analysis and Applications*, **436**: 993–996.
- Winn, J., Fink, Y., Fan, S., y Joannopoulos, J. (1998). Omnidirectional reflection from a one-dimensional photonic crystals. *Optics Lett.*, **23**(20): 1573–1575.
- Yablonovitch, E. (1987). Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics. *Phys. Rev. Lett.*, **58**: 2059–2062.
- Yablonovitch, E., Gmitter, T. J., y Leung, K. M. (1991). Photonic band structure: The face-centered-cubic case employing nonspherical atoms. *Phys. Rev. Lett.*, **67**: 2295.
- Yee, K. S. (1966). Numerical Solution of initial Boundary Value Problem Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media. *IEEE Trans. on Antennas and propagation*, **14**: 302–307.
- Yurii, A. V., Bo, X.-Z., Sturm, J. S., y Norris, D. J. (2001). On-chip natural assembly of silicon photonic bandgap crystals. *Nature*, páginas 289–293.