

Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

TESIS

**ANÁLISIS DE LA RESPUESTA DE ESTADO ESTABLE DE PARQUES EÓLICOS
DE GENERACIÓN USANDO EL**

MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

PRESENTA

CHRISTIAN PÉREZ NEGRÓN PÉREZ

DIRECTOR DE TESIS

DR. NORBERTO GARCÍA BARRIGA

MAYO 2011



ANÁLISIS DE LA RESPUESTA EN ESTADO ESTABLE EN PARQUES EÓLICOS DE GENERACIÓN USANDO EL MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS

Los miembros del Jurado de Examen de Grado aprueban
la Tesis de Maestría en Ciencias en Ingeniería Eléctrica de *Christian Pérez Negrón Pérez*

Dr. Claudio R. Fuerte Esquivel
Presidente del Jurado

Dr. Norberto García Barriga
Director de Tesis

Dr. J. Aurelio Medina Rios
Vocal

Dra. Elisa Espinosa Juárez
Vocal

Dr. Cesar Ángeles Camacho
Examinador Externo
Universidad Nacional Autónoma de México

Dr. J. Aurelio Medina Rios
Jefe de la División de Estudios de Posgrado
de la Facultad de Ingeniería Eléctrica

UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLAS DE HIDALGO
Enero 2011

Agradecimientos

Primeramente quiero agradecerle a Dios por permitirme subir un escalón más en mi vida, en la cual me ha llenado de bendiciones.

Adriana, gracias por tu amor, apoyo, ánimo y paciencia en todo momento, te amo con todo mi corazón.

A mi madre y a mi padre, gracias por su apoyo incondicional y por la formación que me dieron, los amo.

A mis hermanos, gracias por formar parte de mi vida en todos los sentidos y saber que puedo contar con ustedes en todo momento, los amo.

De manera muy particular, quiero agradecerle al Dr. Norberto García Barriga por todas sus enseñanzas, consejos y amistad durante todo el tiempo que hemos trabajado juntos.

M. I. Isidro Lázaro Castillo, gracias por su amistad, confianza y apoyo.

Quiero extender mis agradecimientos al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología CONACYT por el apoyo brindado para realizar mis estudios de maestría.

Quiero agradecer a la Subgerencia de Proyectos de Energía Renovable perteneciente a la Gerencia de Proyectos Geotermoeléctricos de CFE, por toda la información y asesoría brindada para la realización de esta tesis, en particular al Ing. Roberto Cadenas Tovar, al Ing. Carlos Sánchez Cornejo y al Ing. Gaffie Saldivar Urquiza.

A mis sinodales, gracias por las observaciones y aportaciones tan valiosas para la culminación de esta tesis.

A todos los amigos que hice durante mi periodo de maestría, gracias por su amistad, asesoría y por todos los buenos momentos que compartieron conmigo.

A todo el personal de la División de Estudios de Posgrado, gracias por todas sus atenciones y ayuda.

Dedicatoria

Con todo mi amor a mi Esposa, mis Padres y mis Hermanos.

Resumen

En esta tesis se presenta el modelado en el dominio del tiempo y análisis en estado estable de parques eólicos constituidos por aerogeneradores de velocidad fija y velocidad variable. La determinación de la solución de estado estable se realiza mediante la aplicación del método de Diferencias Finitas, la Regla Trapezoidal y el método Newton-Raphson. El método de Diferencias Finitas y la Regla Trapezoidal permiten transformar el conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias en un conjunto de ecuaciones algebraicas no-lineales, las cuales se solucionan con el método iterativo Newton-Raphson. Se desarrollan los bloques de derivadas parciales asociadas al Jacobiano de cada uno de los componentes que constituyen tanto a los aerogeneradores de velocidad fija como los de velocidad variable para la formulación Newton-Raphson. La solución proporcionada por el método de Diferencias Finitas representa no solo la solución de estado estable de la variable de estado sino además los puntos a lo largo de la trayectoria de la solución. Los parques eólicos con aerogeneradores de velocidad fija utilizan bancos de capacitores fijos y STATCOMs para satisfacer la demanda de potencia reactiva, mientras que el parque eólico con aerogeneradores de velocidad variable incorpora convertidores de potencia para el control del factor de potencia y la compensación de reactivos. El sistema de control del parque eólico incorpora controladores PI para la regulación de potencia basado en el control del posicionamiento de los álabes. El control de potencia se sintonizó considerando la respuesta transitoria al escalón, la cual corresponde a una respuesta subamortiguada de un sistema de segundo orden, mientras que el controlador para la regulación de potencia reactiva se sintonizó utilizando las técnicas de Ziegler-Nichols para la respuesta del sistema a un escalón de entrada.

Se presentan estudios comparativos del cálculo de los puntos de operación de estado estable de los parques eólicos obtenidos mediante el método de Runge-Kutta de cuarto orden y el método de Diferencias Finitas. Se reporta la respuesta dinámica de los parques eólicos utilizando series de tiempo con mediciones reales de la velocidad del viento correspondientes a la zona de La Venta, Oaxaca. Además, se presenta un caso de estudio basado en el parque eólico de La Venta II, el cual está constituido por 98 aerogeneradores de velocidad variable. Para los modelos de los aerogeneradores que incorporan VSCs, el método de Diferencias Finitas utiliza la descomposición en valores singulares debido a que los Jacobianos obtenidos presentan un mal condicionamiento. Además, se incorporan técnicas de dispersidad en la solución de los parques eólicos para mejorar la eficiencia del método de Diferencias Finitas. Se demuestra que el método de Diferencias Finitas es capaz de determinar los puntos de operación de estado estable y la solución periódica de estado estable de parques eólicos de generación presentando una convergencia superlineal y un esfuerzo computacional menor que el requerido por Fuerza Bruta.

Abstract

The time domain modelling and steady-state analysis of wind parks with fixed-speed and variable-speed wind turbines are presented in this thesis. The computation of the steady-state solution is carried out with the Finite Differences method, the Trapezoidal Rule and the Newton-Raphson method. The Finite Difference method and the Trapezoidal Rule transform the set of ordinary differential equations into a set of non-linear algebraic equations, which are solved by a Newton-Raphson iterative method. The partial derivatives involved in the Newton-Raphson formulation for the fixed-speed and variable-speed wind turbines are presented. The solution provided by the Finite Differences method represents not only steady-state solution of the state variable but also the points along the trajectory of the solution. Wind park model with fixed-speed wind turbines incorporate fixed capacitors banks and STATCOMs in order to satisfy the reactive power demand, whilst wind parks with variable-speed wind turbines incorporate power converters to control the power factor of the generator and the reactive compensation. The wind park control system incorporates PI controllers for the power regulation based on the pitch control. Furthermore, the PI controller for power exchange is tuned considering the underdamped step response of a second order system, whilst the controller for the reactive power regulation is based on the Ziegler-Nichols first method.

Comparative studies for the computation of steady-state operating points of wind parks are reported in terms of convergence and computational effort. The dynamic response of wind parks using wind speed measurements corresponding to La Venta is reported. Besides, a test case based on the wind park La Venta II with 98 variable-speed wind turbines is presented. Singular value decomposition is applied for the test case with VSCs where the Jacobian matrix is ill-conditioned. Sparse techniques are incorporated to improve the efficiency of the Finite Difference method for solving realistic, large scale wind parks. The Finite Difference method provides an efficient alternative to determine steady-state operating points and periodic steady-state solutions of wind parks with superlinear convergence and high speed up factors.

Índice general

Agradecimientos	I
Dedicatoria	II
Resumen	III
Abstract	IV
Índice de Figuras	VIII
Índice de Tablas	XI
Lista de Símbolos y Acrónimos	XII
Lista de Publicaciones	XVII
1. Introducción	1
1.1. Revisión del Estado del Arte	1
1.2. Objetivos	4
1.3. Justificación	5
1.4. Metodología	6
1.5. Contenido de la Tesis	8
2. Método de Diferencias Finitas	10
2.1. Introducción	10
2.2. Formulación del Método de Diferencias Finitas	11
2.3. Método Newton-Raphson	14
2.4. Sumario	16

3. Modelado del Aerogenerador	18
3.1. Clasificación de los Aerogeneradores	18
3.2. Turbina de Viento	22
3.3. Modelo del Generador de Inducción	25
3.3.1. Modelo Reducido del Generador de Inducción	28
3.3.1.1. Modelo Reducido del Generador Jaula de Ardilla	29
3.3.1.2. Formulación del Modelo Reducido del GIJA Usando el Método de Diferencias Finitas	30
3.3.1.3. Modelo Reducido del Generador de Rotor Devanado	32
3.3.1.4. Formulación del Modelo Reducido del GIRD Usando el Método de Diferencias Finitas	34
3.3.2. Modelo de Una Masa para el Acoplamiento Mecánico Turbina-Generador . .	35
3.3.2.1. Formulación del Modelo de Una Masa del Acoplamiento Mecánico Turbina-Generador para el Método de Diferencias Finitas	38
3.3.3. Modelo de Dos Masas para el Acoplamiento Mecánico Turbina-Generador . .	39
3.3.3.1. Formulación del Modelo de Dos Masas del Acoplamiento Mecánico Turbina-Generador Usando el Método de Diferencias Finitas	42
3.4. Modelo del Aerogenerador de Velocidad Fija	45
3.4.1. Formulación del Modelo del Aerogenerador de Velocidad Fija para el Método de Diferencias Finitas	47
3.5. Modelo del Aerogenerador de Velocidad Variable	51
3.5.1. Formulación del Modelo del Aerogenerador de Velocidad Variable para el Método de Diferencias Finitas	54
3.6. Sistemas de Control de Potencia y de Factor de Potencia de los Aerogeneradores . .	59
3.6.1. Sistema de Control para el Ángulo de Posicionamiento de los Álabes β . . .	59
3.6.1.1. Sintonización de las Ganancias del Controlador PI para el Ángulo β	60
3.6.2. Sistema de Control del Factor de Potencia	62
3.6.2.1. Sintonización de las Ganancias de los Controladores PI para los Ángulos α_R y α_I	64
3.7. Curva Potencia-Velocidad del Viento	66
3.8. Sumario	68
4. Controladores de Electrónica de Potencia	70
4.1. Modelo del STATCOM en el Dominio $dq0$	70
4.2. Modelo del STATCOM en el Dominio $qd0$	73

4.2.1. Formulación del Modelo del STATCOM Usando el Método de Diferencias Finitas	77
4.3. Modelo del Convertidor de Potencia en el Dominio $qd0$	79
4.3.1. Formulación del Modelo del Convertidor de Potencia Usando el Método de Diferencias Finitas	81
4.4. Sumario	85
5. Modelado de Parques Eólicos de Generación	86
5.1. Parque Eólico La Venta II	86
5.2. Modelo del Parque Eólico con Aerogeneradores de Velocidad Fija	88
5.2.1. Formulación del Modelo del Parque Eólico con Aerogeneradores de Velocidad Fija Usando el Método de Diferencias Finitas	91
5.3. Modelo del Parque Eólico con Aerogeneradores de Velocidad Variable	95
5.3.1. Formulación del Modelo del Parque Eólico con Aerogeneradores de Velocidad Variable Usando el Método de Diferencias Finitas	98
5.4. Sumario	104
6. Casos de Estudio	106
6.1. Introducción	106
6.2. Operación de un Parque Eólico de 100MW con Bancos de Capacitores Conectado a un Bus Infinito	107
6.2.1. Análisis de la Respuesta Dinámica	107
6.2.2. Análisis de la Respuesta de Estado Estable	110
6.2.2.1. Puntos de Operación en Estado Estable con el Método de Diferencias Finitas	111
6.2.2.2. Solución Periódica en Estado Estable con el Método de Diferencias Finitas	112
6.3. Operación de un Parque Eólico de 100MW con STATCOMs Conectado a un Bus Infinito	115
6.3.1. Análisis de la Respuesta Dinámica	117
6.3.2. Análisis de la Respuesta de Estado Estable	117
6.3.3. Puntos de Operación de Estado Estable con el Método de Diferencias Finitas	121
6.3.3.1. Descomposición en Valores Singulares DVS	122
6.3.3.2. Puntos de Operación en Estado Estable con el Método de Diferencias Finitas Incorporando la DVS	123

6.4. Operación del Parque Eólico La Venta II	124
6.4.1. Análisis de la Respuesta Dinámica	125
6.4.2. Análisis de la Respuesta de Estado Estable	127
6.4.2.1. Puntos de Operación en Estado Estable con el Método de Diferen- cias Finitas	130
6.4.2.2. Puntos de Operación en Estado Estable con el Método de Diferen- cias Finitas Incorporando Técnicas de Dispersidad	131
6.5. Conclusiones	132
7. Conclusiones y Trabajos Futuros	134
7.1. Conclusiones	134
7.2. Trabajos Futuros	137
Apéndice A	138
A. Parámetros Utilizados en los Casos de Estudio	138
Apéndice B	141
B. Cálculo de los Jacobianos	142
Bibliografía	153

Índice de Figuras

2.1. Diagrama de flujo del método de Diferencias Finitas.	17
3.1. Configuraciones típicas de los aerogeneradores comerciales.	20
3.2. Aerogenerador de (a) eje horizontal y (b) eje vertical.	23
3.3. Aerogenerador de eje horizontal a (a) sotavento y (b) a barlovento.	24
3.4. Turbinas de viento (a) monopala, (b) bipala y (c) tripala.	24
3.5. (a) Máquina de inducción trifásica de dos polos y (b) circuito equivalente de la máquina de inducción conectada en estrella.	25
3.6. Acoplamiento mecánico turbina-generator para el modelo de una masa.	36
3.7. Curva característica $C_p - \lambda$ de la turbina de viento.	37
3.8. Acoplamiento mecánico turbina-generator, modelo de dos masas	39
3.9. Estructura del aerogenerador de velocidad fija conectado a un bus infinito.	45
3.10. Estructura de la matriz Jacobiana $\mathbf{J}$ para $N = 3$	51
3.11. Estructura del aerogenerador de velocidad variable conectado a un bus infinito.	52
3.12. Estructura de la matriz Jacobiana $\mathbf{J}$ para $N = 3$	58
3.13. Sistema de control para el ángulo de posicionamiento de los álabes β	60
3.14. Respuesta subamortiguada al escalón del aerogenerador.	61
3.15. Sistema de control para el ángulo α_R del rectificador	63
3.16. Sistema de control para el ángulo α_I del inversor	63
3.17. Respuesta al escalón del aerogenerador	64
3.18. Respuesta al escalón del aerogenerador	65
3.19. Curva potencia-velocidad de viento de un aerogenerador de 850 KW de la marca GAMESA	67
3.20. Sistema de control para el ángulo de posicionamiento de los álabes β incorporando la curva potencia-velocidad del viento	67
3.21. Curva potencia reactiva-velocidad del viento al 30 % de la potencia activa	68
3.22. Sistema de control de potencia reactiva incorporando la curva potencia reactiva-velocidad del viento	68

4.1. Circuito equivalente del STATCOM.	71
4.2. Puntos de operación en estado estable del STATCOM.	73
4.3. Estructura de la matriz Jacobiana $\mathbf{J}$ para $N = 3$	79
4.4. Circuito equivalente del convertidor de potencia conectado a un GIDA.	80
4.5. Estructura de la matriz Jacobiana $\mathbf{J}$ para $N = 3$	85
5.1. Arreglo de aerogeneradores los del parque eólico La Venta II.	87
5.2. Diagrama unifilar del parque eólico La Venta II.	88
5.3. Estructura del parque eólico con aerogeneradores de velocidad fija.	90
5.4. Estructura de la matriz Jacobiana $\mathbf{J}$ para $N = 3$ y $n_G = 2$	95
5.5. Estructura del parque eólico con aerogeneradores de velocidad variable.	96
5.6. Estructura de la matriz Jacobiana $\mathbf{J}$ para $N = 3$ y $n_G = 2$	105
6.1. Resultados de la simulación:(a) secuencia de mediciones de la velocidad del viento, (b) potencia de salida de un aerogenerador y (c) potencia de salida del parque eólico.	108
6.2. Resultados de la simulación incorporando el controlador PI: (a) serie de tiempo de la velocidad del viento, (b) potencia de salida de un aerogenerador, (c) potencia de salida del parque eólico, (d) potencia reactiva demandada por un aerogenerador, (e) potencia reactiva demandada por el parque eólico, (f) factor de potencia del parque, (g) variable de estado del controlador PI para el control de potencia y (h) ángulo β	109
6.3. Respuesta en el dominio del tiempo de un aerogenerador para el (a) voltaje inducido, (b) ángulo de carga del rotor, (c) velocidad del generador y (d) variable de estado del controlador PI.	110
6.4. Respuesta de estado estable del voltaje en el punto común de acoplamiento usando los métodos (a) Runge-Kutta de cuarto orden y (b) Diferencias Finitas.	114
6.5. Tiempo de cómputo para el parque eólico.	114
6.6. Estructura del parque eólico con aerogeneradores de velocidad fija con STATCOMs.	116
6.7. Solución en el tiempo para (a) secuencia de mediciones de la velocidad del viento, (b) potencia de salida de un aerogenerador, (c) potencia de salida del parque eólico, (d) potencia reactiva demandada por un aerogenerador, (e) potencia reactiva demandada por el parque eólico, (f) factor de potencia del parque, (g) variable de estado del controlador PI para el control de potencia real, (h) ángulo β , (i) voltaje en terminales del convertidor y (j) potencia reactiva inyectada por el STATCOM.	118

6.8. Respuesta en el dominio del tiempo de un aerogenerador con STATCOM, (a) voltaje inducido, (b) ángulo de carga del rotor, (c) velocidad del generador, (d) variable de estado del controlador de potencia real, (e) componente d de la corriente del VSC, (f) componente q de la corriente del VSC, (g) voltaje de CD y (h) variable de estado del controlador de potencia reactiva.	120
6.9. Resultados de la simulación: (a) secuencia de mediciones de velocidad del viento, (b) potencia de salida del parque, (c) potencia reactiva de salida del parque, (d) factor de potencia, (e) variable de estado del controlador PI para el control de potencia real, (f) ángulo β , (g) variable de estado del controlador PI para el control del voltaje del capacitor, (h) voltaje del capacitor y (i) variable de estado del controlador PI para el control de la potencia reactiva.	126
6.10. Respuesta en el dominio del tiempo de un aerogenerador, (a) componente q de los enlaces de flujo del rotor, (b) componente d de los enlaces del flujo del rotor, (c) velocidad del generador, (d) velocidad de la turbina eólica, (e) componente q de la corriente del rectificador, (f) componente d de la corriente del rectificador, (g) voltaje de CD, (h) variable de estado del controlador PI para β , (i) variable de estado del controlador PI para el rectificador y (j) variable de estado del controlador PI para el inversor.	128
6.11. Puntos de operación en estado estable del convertidor de potencia.	129
6.12. Tiempo de cómputo para el parque eólico La Venta II.	132

Índice de Tablas

3.1. CONCEPTOS DE AEROGENERADORES	21
6.1. MÁXIMOS ERRORES DURANTE LA CONVERGENCIA DEL MDF AL ESTADO ESTABLE CON N=2 Y CB=600	112
6.2. MÁXIMOS ERRORES DURANTE LA CONVERGENCIA DEL MDF A LA SOLUCIÓN PER- IÓDICA DE ESTADO ESTABLE CON CB=400	113
6.3. MÁXIMOS ERRORES DURANTE LA CONVERGENCIA DEL MDF AL ESTADO ESTABLE CON N=2 Y CB=300	121
6.4. MÁXIMOS ERRORES DURANTE LA CONVERGENCIA DEL MDF AL ESTADO ESTABLE CON N=2 Y CB=100	124
6.5. MÁXIMOS ERRORES DURANTE LA CONVERGENCIA DEL MDF AL ESTADO ESTABLE CON N=2 Y CB=700	131
6.6. MÁXIMOS ERRORES DURANTE LA CONVERGENCIA DEL MDF AL ESTADO ESTABLE CON N=2 Y CB=700	131

Lista de Símbolos y Acrónimos

Aerogenerador	AG
Ángulo de Carga del Rotor	δ
Ángulo de Control del Convertidor Fuente de Voltaje	α
Ángulo de Control del Inversor	α_I
Ángulo de Control del Rectificador	α_R
Ángulo de Posicionamiento de los Álabes	β
Ciclo Base	CB
Coefficiente de Amortiguamiento	ζ
Coefficiente de Eficiencia de Potencia	C_p
Coefficiente de Inercia del Eje de Alta Velocidad (Generador)	J_g
Coefficiente de Inercia del Eje de Baja Velocidad (Turbina)	J_{tur}
Coefficiente de Rigidez del Eje de Alta Velocidad (Generador)	K_g
Coefficiente de Rigidez del Eje de Baja Velocidad (Turbina)	K_{tur}
Comisión Federal de Electricidad	CFE
Constante de Tiempo	τ
Constante de Tiempo del Transitorio de Circuito Abierto	T_o
Constante Integral	K_i
Constante Proporcional	K_p
Corriente de Directa	I_{CD}
Corriente Alterna	CA
Corriente Directa	CD
Densidad del Aire	ρ_{aire}
Descomposición en Valores Singulares	DVS
Ecuación Diferencial Ordinaria	EDO
Eficiencia del Acoplamiento Mecánico	η_{gbx}
Enlace de Flujo	ψ

Estrategia de Control Proporcional e Integral	PI
Finite Difference Time Domain	FDTD
Frecuencia Eléctrica Base del Lado de Alta Velocidad (Generador)	$\omega_{b,hs}$
Frecuencia Eléctrica Base del Lado de Baja Velocidad (Turbina)	$\omega_{b,ls}$
Frecuencia Natural	ω_n
Función Asociada a las Variables de Estado	f
Función de Transferencia	$G(s)$
Ganancia	K
Generador de Inducción de Rotor Devanado	GIRD
Generador de Inducción Jaula de Ardilla	GIJA
Generador Síncrono de Rotor Devanado	GSRD
Horas	hr
Inercia	H
Inercia de la Turbina de Viento	H_{tur}
Inercia del Generador Eléctrico	H_g
Inercia Total del Generador y la Turbina de Viento	H_{Total}
International Energy Agency	IEA
Kilowatt	KW
Magnitud del Primer Sobreimpulso de la Respuesta de Segundo Orden	a
Magnitud del Segundo Sobreimpulso de la Respuesta de Segundo Orden	b
Matriz de Derivadas Parciales de las Ecuaciones Algebraicas	Dg
Matriz de Derivadas Parciales de las Ecuaciones Dinámicas	Df
Matriz de Transformación al Dominio $dq0$	T
Matriz de Transformación al Dominio $qd0$	K_s
Matriz Identidad	I
Matriz Triangular Inferior y Superior	LU
Metros	m
Método de Diferencias Finitas	MDF
Megawatt	MW
Número de Aerogeneradores	n_G
Número de Aplicaciones del Método Newton-Raphson	NANR
Número de Espiras en el Devanado del Estator	N_s
Número de Espiras en el Devanado del Rotor	N_r
Número de Pares de Polos	n_{pp}

Número de Variables Algebraicas	a
Número de Variables de Estado	n
Operador Diferencial	p
Par Electromagnético	T_e
Par Mecánico	T_L, T_m
Par Mecánico del Lado de Alta Velocidad	T_{hs}
Par Mecánico del Lado de Baja Velocidad	T_{ls}
Par Base	T_b
Par Mecánico de la Turbina de Viento	T_{tur}
Paso de Tiempo	h
Periodo de Tiempo	T
Posición Angular del Rotor	θ_r
Potencia Activa Generada	P_s
Potencia Activa de Referencia	P_{ref}
Potencia de la Turbina de Viento	P_{tur}
Potencia del Viento	P_{viento}
Potencia Mecánica Base	P_b
Potencia Reactiva Generada	Q_s
Potencia Reactiva de Referencia	Q_{ref}
Power System Simulator for Engineering	PSS/E
Radio de la Turbina de Viento	R_a
Reactancia de Dispersión del Estator	X_{ls}
Reactancia de Dispersión del Rotor	X'_{lr}
Reactancia de la Línea de Transmisión	X_{con}
Reactancia del Estator	X_{ss}
Reactancia del Rotor	X'_{rr}
Reactancia del Transformador	X
Reactancia Mutua	X_M
Relación de Engranaje	a_{gbx}
Resistencia de la Línea de Transmisión	R_{con}
Resistencia del Estator	r_s
Resistencia del Rotor	r'_r
Resistencia del Transformador	R
Segundos	s

Señal de Error	e
Static Compensator	STATCOM
Static Var Compensator	SVC
Subíndice para las Variables del Estator	s
Subíndice para las Variables del Rotor	r
Subíndice del Número de Muestras	i
Subíndice para las Cantidades del Rectificador	R
Subíndice para las Cantidades del Inversor	I
Subíndice para las Cantidades en la Coordenada Cero	0
Subíndice para las Cantidades en la Coordenada de Cuadratura	q
Subíndice para las Cantidades en la Coordenada de Directa	d
Superíndice del Número de Variables Algebraicas	l
Superíndice del Número de Variables de Estado	j
Superíndice para las Cantidades Referenciadas al Estator	,
Tiempo de Establecimiento	t_s
Tiempo del Primer Sobreimpulso de la Respuesta de Segundo Orden	T_a
Tiempo del Segundo Sobreimpulso de la Respuesta de Segundo Orden	T_b
Tiempo Entre los Dos Primeros Sobreimpulsos de la Respuesta de Segundo Orden	T_p
Tiempo de Retardo	L
Turbina de Viento	T_v
Variable Algebraica	g
Variable de Estado	x
Variables de Estado del Controlador PI	u, v, w
Vector de Campo Asociado al Conjunto de ODEs	f
Vector de Variables Algebraicas	g
Vector de Variables de Estado	x
Velocidad Angular Eléctrica Base	ω_b
Velocidad Angular en el Marco de Referencia Arbitrario	ω
Velocidad Angular en el Marco de Referencia Síncrono	ω_e
Velocidad del Rotor del Generador Eléctrico	ω_r, ω_g
Velocidad de la Turbina de Viento	ω_{tur}
Velocidad del Viento	V_{viento}
Velocidad Síncrona	ω_s
Voltage Source Converter	VSC

Voltaje de Corriente Directa	V_{CD}
Voltaje de Corriente Directa de Referencia	$V_{CD_{ref}}$
Voltajes en el Eje de d y q en el Bus Infinito	V_{dbus}, V_{qbus}
Voltajes en el Eje de d y q en el Punto de Acoplamiento Común	V_{dpc}, V_{qpc}
Voltajes en el Eje de d y q en Terminales del Estator	V_{ds}, V_{qs}
Voltaje Inducido en el Rotor	E

Lista de Publicaciones

Publicaciones asociadas con el presente trabajo de investigación:

- C. Pérez-Negrón y N.García, “Steady-State Solution of a Wind Park Using the Finite Differences and the Newton Methods”, IEEE PES General Meeting, págs. 1-8, Julio, Mineapolis, EUA, 2010.
- C. Pérez-Negrón y N.García, “Modelado de un Parque Eólico de 50 MW Utilizando el Método de Diferencias Finitas y un Método Newton”, 5° Congreso Estatal de Ciencia y Tecnología COECYT 2009, págs. 1-7, Noviembre, Morelia, México, 2009.
- C. Pérez-Negrón y N.García, “Determinación de la Respuesta en Estado Estable de un Parque Eólico Utilizando el Método de Diferencias Finitas y un Método Newton”, XI Reunión de Otoño de Potencia, Electrónica y Computación ROPEC 2009, págs. 1-6, Noviembre, Morelia, México, 2009.
- C. Pérez-Negrón y N.García, “Comprehensive Wind Park Model Including a Reduced Order Model for an Induction Generator and a STATCOM for Reactive Compensation”, 2009 Electronics, Robotics and Automotive Mechanics Conference CERMA 2009, págs. 411-416, Septiembre, Cuernavaca, México, 2009.

Capítulo 1

Introducción

En este capítulo se presenta una descripción general de la revisión del estado del arte relacionada con la investigación realizada en esta tesis. Se describe el objetivo, la justificación y la metodología utilizada en este trabajo. Además, se presenta la descripción por capítulos del contenido de esta tesis.

1.1. Revisión del Estado del Arte

La potencia del viento ha sido utilizada durante siglos para el desarrollo de diferentes tipos de actividades. El primer uso que se le dio a la energía del viento fue en la navegación en el río Nilo hace aproximadamente 5000 años. Durante los siglos XVII y XVIII la energía del viento fue utilizada en los países europeos para moler granos en los molinos de viento así como para el bombeo de agua [Patel 1999]. La primer turbina de viento para la generación de electricidad fue desarrollada en Estados Unidos a principios del siglo XX. Además, durante los años 70s y 90s la potencia del viento se convirtió en una de las fuentes de energía sustentables más importantes [Ackermann 2005]. En la actualidad un gran número de parques eólicos se encuentran en funcionamiento en todo el mundo y nuevos proyectos están en proceso de construcción con la finalidad de contar con una fuente de energía que contribuya al control de emisiones de CO₂ y gases de efecto invernadero [Jenkins 1993].

Debido a los buenos resultados que se han obtenido con la generación de electricidad basada en el viento, muchos países han promovido esta tecnología por medio de programas nacionales e incentivos de mercado. La Agencia Internacional de Energía (IEA por sus siglas en inglés) respalda la investigación de proyectos conjuntos e intercambio de información para el desarrollo de nuevas tecnologías para la potencia eólica. Los países que conforman la IEA son Austria, Canadá, Dinamarca, Finlandia, Alemania, Italia, Japón, Holanda, Nueva Zelanda, Noruega, España, Suecia, Reino Unido y Estados Unidos, los cuales generan la mayor cantidad de electricidad a través de la

potencia del viento [Patel 1999].

Por otro lado, en México se empezó a generar electricidad por medio de la potencia del viento a partir de 1994 en la región del Istmo de Tehuantepec-Oaxaca. Esta instalación conocida como La Venta I contaba inicialmente con una generación de 1.575KW suministrada por 7 aerogeneradores de 225KW de la marca Vestas, los cuales incorporan un generador asíncrono y con una turbina eólica de 27m de diámetro montados en una torre con altura de 30m. En 1998 se instaló un aerogenerador de 600KW en Guerrero Negro, Baja California Sur, de la marca GAMESA, el cual incorpora un generador de inducción, una turbina eólica de 44m de diámetro y una torre de 50m. A principios del 2007 se puso en marcha la primer central eólica de gran escala en el país con una generación de 83.3MW suministrada por 98 aerogeneradores G52 de 850KW de la marca GAMESA, ubicada en la región sur del Istmo de Tehuantepec-Oaxaca, conocida como la Venta II. Estos aerogeneradores incorporan un generador asíncrono, conocido como generador de inducción doblemente alimentado y una turbina eólica de 52m de diámetro montada en una torre de 44m de altura. Además, entre finales del mes de Agosto y principios del mes de Septiembre del 2011, en el municipio de Santo Domingo Ingenio, Oaxaca, entrará en operación la central eólica La Venta III, la cual contará con una generación de 103MW proporcionada por 121 aerogeneradores G52 de 850KW de la marca GAMESA. El costo total de esta central de generación será de 225 millones de dólares. Con esta planta se espera evitar la emisión de 150 mil toneladas de CO₂ anuales.

En la actualidad existen diferentes tipos de tecnologías aplicadas en los parques eólicos instalados alrededor del mundo. Estas tecnologías varían principalmente dependiendo de la característica del recurso eólico en el sitio por lo que para tomar una decisión acertada en cuanto a cual de éstas utilizar, es necesario que se realicen estudios de pre-factibilidad. En base a los resultados de los estudios se consideran las variaciones del recurso durante un determinado periodo de tiempo y con ello se realiza la selección del tipo de aerogeneradores a instalar. Un componente de suma importancia para el análisis y diseño de cualquier proyecto asociado a parques eólicos son las máquinas eléctricas, en donde por lo general en este tipo de proyectos las más utilizadas son las máquinas síncronas y las de inducción [Ackermann 2005].

El modelado de los generadores de inducción se puede representar con un modelo transitorio completo utilizando un conjunto de seis variables de estado, el cual está reportado en [Krause 1986]. No obstante ha sido demostrado en [Amhed-Zaid 1993] y [Krause 1979] que los transitorios en el estator pueden ser despreciados debido a que desaparecen más rápidamente que los transitorios en las variables del rotor. Realizando tal consideración, se puede determinar un modelo reducido del generador de inducción que es descrito por un conjunto de tres variables de estado, el cual provee buenos resultados para estudios de estabilidad comparados con el modelo completo. En [Saad-Saoud 1995] el modelo reducido del generador de inducción con configuración jaula de ardilla

y turbinas de viento de velocidad fija son utilizados en un parque eólico en donde la demanda de potencia reactiva asociada a las máquinas de inducción es proporcionada por la conexión de un banco de capacitores en terminales de las máquinas. Por otro lado, en [Ackermann 2005] se reportan tanto el modelo completo como el modelo reducido de los aerogeneradores de velocidad variable, los cuales incorporan un generador de inducción de rotor devanado, alimentado por un convertidor de potencia basado en dos convertidores fuente de voltaje (VSC).

Los controladores basados en electrónica de potencia tales como STATCOMs (*Static Compensator*) y SVCs (*Static Var Compensator*) juegan un papel importante en la operación de las instalaciones de parque eólicos modernos debido a que este tipo de dispositivos son capaces de proveer un control en el flujo de potencia y regulación del voltaje en el punto de conexión. Ambos controladores de electrónica de potencia, STATCOM y SVC, son reportados en [Xu 2009] para la compensación de reactivos en un parque eólico, en donde el sistema es analizado bajo condiciones de falla. En dicha contribución se reporta una mejor capacidad en el STATCOM para proveer compensación de potencia reactiva durante la condición de falla comparada con la respuesta proporcionada por el SVC. Por otra parte, se ha demostrado en [Fadaeinedjad 2008] que las fluctuaciones de voltaje debidas a las características aerodinámicas de los aerogeneradores tales como los cortes de viento con los álabes de la turbina, el efecto de sombra de la torre, la turbulencia y a las vibraciones mecánicas pueden ser mitigadas utilizando un STATCOM. En [Qi 2008] se utiliza un STATCOM para mejorar la estabilidad del sistema y con ello evitar el colapso de voltaje bajo diferentes tipos de disturbios tales como salida de líneas y fallas trifásicas. Además, en [Saad-Saoud 1998] se reporta la operación de un STATCOM en forma coordinada con un aerogenerador de velocidad fija con la finalidad de mejorar tanto la operación en estado estable como la respuesta dinámica de un parque eólico, en donde el STATCOM es modelado mediante tres ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs).

La revisión de la literatura realizada en la presente tesis revela que el análisis de los parques eólicos ha sido favorecido con la aplicación de diferentes métodos numéricos y la utilización de programas desarrollados para calcular la solución del estado estable y para realizar estudios de estabilidad de tales sistemas. En [Koessler 2003] se reporta la integración de parques eólicos en los sistemas eléctricos de potencia, en donde el cálculo de la solución del estado estable para este sistema se basa en los métodos numéricos de Fuerza Bruta, en donde dichos métodos numéricos se pueden utilizar para realizar estudios de calidad de la energía al conectar los parques eólicos a la red [Cidrás 2002]. En [Tabesh 2005] se utiliza el programa PSCAD/EMTDC para reportar el comportamiento transitorio de un parque eólico conectado a un sistema de potencia bajo diferentes disturbios eléctricos y mecánicos. Los resultados reportados en esta contribución muestran como los disturbios eléctricos tienen un impacto directo en la calidad del voltaje y en el momento de torsión

del eje mecánico. Además, se reporta en esta contribución que los disturbios mecánicos tienen efecto principalmente en la calidad del voltaje, lo cual se demuestra mediante estudios comparativos utilizando los modelos de una y dos masas para representar el eje mecánico. En [Sosa 2008] el programa SIMULINK es utilizado para analizar la operación transitoria y de estado estable de un parque eólico conectado a una red de media tensión. En esta contribución también se presenta la utilidad de los controladores de potencia incorporados en los parques eólicos con la finalidad de mitigar fluctuaciones de voltaje en el punto de conexión, en donde los resultados reportados para diferentes casos de estudio demuestran la operación adecuada de dichos dispositivos. Además, estudios de estabilidad basados en el programa *Power System Simulator for Engineering* (PSS/E) son reportados en [Kazachkov-1 2003] para la operación de un parque eólico bajo condiciones de falla y considerando modelos de orden reducido. Por otra parte, en [Ackermann 2005] se reporta un estudio comparativo para la validación de un modelo reducido de un aerogenerador implementado en el programa PSS/E, el cual se somete a la operación bajo la presencia de una falla trifásica. Estos resultados son comparados con los obtenidos con el modelo completo del aerogenerador del programa SIMULINK, el cual incluye el modelo del generador de inducción y de la turbina eólica. En [Yamamoto 2007] se presenta un enfoque alternativo basado en el método en el Dominio del Tiempo de Diferencia Finita (FDTD, por sus siglas en inglés), el cual es aplicado en estudios analíticos para el diseño de protecciones utilizadas en los sistemas de generación eólica operando bajo la existencia de descargas atmosféricas y sobrevoltajes. Los resultados obtenidos por FDTD son comparados con mediciones reales de voltaje, los cuales se comparan satisfactoriamente.

1.2. Objetivos

El objetivo general de esta tesis es determinar soluciones de estado estable de parque eólicos de generación usando el método de Diferencias Finitas. La determinación de los puntos de equilibrio de operación en el estado estable de los parques eólicos de generación son necesarios para la implementación de estudios de estabilidad del sistema. Por lo tanto los objetivos particulares de este trabajo son:

- Desarrollar el modelado de un parque eólico de generación conectado a un bus infinito que incorpore aerogeneradores de velocidad fija, utilizando un modelo reducido para el generador de inducción jaula de ardilla que permita realizar simulaciones eficientes.
- Incorporar un STATCOM en las terminales del estator de cada uno de los aerogeneradores de velocidad fija que conforman al parque eólico de generación para satisfacer la demanda de potencia reactiva de las máquinas de inducción.

- Desarrollar el modelo del parque eólico conectado a un bus infinito basado en aerogeneradores de velocidad variable, los cuales incorporan un generador de inducción doblemente alimentado controlado con un convertidor de potencia.
- Determinar la solución de estado estable del parque eólico de generación usando el método de Diferencias Finitas para proveer soluciones eficientes desde el punto de vista computacional.
- Incorporar el modelo de dos masas del eje mecánico para describir el acoplamiento de la turbina de viento y el generador eléctrico.
- Caracterizar y modelar el parque eólico La Venta II para realizar estudios dinámicos y de estado estable.

1.3. Justificación

Debido al gran crecimiento en la demanda de energía a nivel mundial durante las últimas décadas ha sido necesario construir un número considerable de plantas generadoras de electricidad, en donde la mayoría de éstas se basan en la quema de combustibles fósiles. Como consecuencia se han incrementado los niveles de contaminación debido a las emisiones de CO₂ y de gases de efecto invernadero, los cuales influyen de forma directa en el calentamiento global. Es por eso que es importante desarrollar nuevas tecnologías que permitan generar energía libre de contaminantes, utilizando recursos renovables para la generación de electricidad. El uso de la energía del viento, la energía solar, la energía por biomasa, la energía hidráulica, la energía geotérmica y la energía mareomotriz son ejemplos claros de fuentes renovables de energía. Se pronostica que en el futuro cercano este tipo de fuentes renovables participe de forma muy importante en conjunto con las plantas de generación tradicionales basadas en el uso de combustibles fósiles y se cuente con una gran cantidad de plantas de generación libre de contaminantes.

En la actualidad, es de gran importancia contar con herramientas que permitan estimar el impacto económico y energético que trae consigo el uso de fuentes renovables para la generación de electricidad dentro de los sistemas de potencia existentes en todo el mundo. En particular, la Subgerencia de Proyectos de Energía Renovable de la Gerencia de Proyectos Geotermoeléctricos perteneciente a la Comisión Federal de Electricidad (CFE) tiene interés de contar con un modelo matemático de la Venta II ya que el fabricante GAMESA no proporcionó un modelo de los aerogeneradores instalados en dicha central de generación. Por lo tanto, los modelos desarrollados en este trabajo de tesis para simular parques eólicos conformados por aerogeneradores de velocidad variable permitirá a la CFE realizar estudios del comportamiento dinámico y en estado estable

de los parques eólicos. Esta herramienta facilitará el análisis del parque eólico de La Venta II bajo diferentes condiciones de operación e incluso complementar los estudios de prefactibilidad que realicen con la finalidad de construir nuevos parques eólicos de gran escala.

Además, es necesario mencionar que en la revisión del estado del arte realizada para el desarrollo de esta tesis, no se encontró ningún documento publicado en el que se reporte el análisis de estado estable de parque eólicos de generación utilizando métodos de aceleración para el cálculo de la solución en estado estable. Por lo tanto, en esta tesis se propone la formulación de tres parques eólicos diferentes utilizando el método de Diferencias Finitas, el cual es un método que calcula los puntos de operación en estado estable y la solución periódica en estado estable de sistemas representados por un conjunto de ecuaciones diferencial-algebraicas.

1.4. Metodología

En el desarrollo del modelado de los parques eólicos de generación, se involucran diferentes dispositivos eléctricos, mecánicos y de electrónica de potencia, los cuales son representados por un conjunto de ecuaciones diferenciales y un conjunto de ecuaciones algebraicas. Debido a esto, es necesario que cada uno de estos elementos mencionados sean representados en un mismo marco de referencia. En esta tesis se presenta la implementación de diferentes tipos de parque eólicos de generación en el marco de referencia $qd0$, usando modelos reducidos para el generador eléctrico y modelos de una y dos masas para la representación del eje de acoplamiento mecánico. En el caso del parque eólico conformado por aerogeneradores de velocidad fija, se utiliza el modelo de una masa para representar el sistema de acoplamiento mecánico turbina-generador, se involucran bancos de capacitores, controladores de electrónica de potencia para satisfacer la demanda de potencia reactiva y un sistema de control de potencia basado en el control de posicionamiento de los álabes. Por su parte, el parque eólico constituido por los aerogeneradores de velocidad variable incorpora el modelo de dos masas para representar el eje de acoplamiento mecánico turbina-generador y un convertidor de potencia para la regulación del flujo de potencia reactiva y para satisfacer la demanda de reactivos. Además, se incluyen los controladores de potencia y del factor de potencia del generador basados en controladores PI. El controlador de potencia activa se diseña utilizando la respuesta transitoria subamortiguada de un sistema de segundo orden, mientras que el controlador de potencia reactiva se diseña utilizando las técnicas de sintonización de Ziegler-Nichols, las cuales se basan en la respuesta del sistema a una entrada escalón.

Los modelos de los generadores de inducción utilizados en los aerogeneradores de velocidad fija y de velocidad variable corresponden a modelos reducidos, los cuales se obtienen eliminando

los transitorios en el estator. El uso de modelos reducidos en los generadores eléctricos ayudan a disminuir la dimensión de los sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias que representan a los parques eólicos de gran escala, lo cual permite reducir el esfuerzo computacional de las simulaciones. Por otro lado, con estos modelos se pueden incorporar un gran número de aerogeneradores en la simulación, lo cual es complicado realizar con programas como SIMULINK o PSCAD/EMTDC considerando que estos programas operan en un ambiente gráfico. Los programas desarrollados en esta tesis fueron implementados en la herramienta de programación genérica de MATLAB. Los programas realizados permiten incorporar parques eólicos de gran escala, conformados por un n número de aerogeneradores, los cuales son conectados a un sistema eléctrico de potencia representado por un bus infinito.

Cabe mencionar que a pesar de que se incorporan modelos reducidos de los aerogeneradores, la solución de los parques eólicos de generación es lenta al utilizar un método de integración convencional. En esta tesis se propone utilizar un método de aproximación al estado estable en el dominio del tiempo conocido como el método de Diferencias Finitas [Parker 1989]. El método de Diferencias Finitas permite calcular la solución en estado estable de los parques eólicos de una forma rápida y eficiente, comparado con los métodos de integración convencional. Se presenta el desarrollo de los modelos de los parques eólicos usando un conjunto de ecuaciones diferencial-algebraicas y se muestra su implementación en el método de Diferencias Finitas. De acuerdo con el método de Diferencias Finitas, dicho conjunto de ecuaciones es discretizado por medio del algoritmo de la Regla Trapezoidal resultando un sistema de ecuaciones algebraicas. El sistema de ecuaciones algebraicas es solucionado por un proceso iterativo basado en el método Newton-Raphson, la descomposición LU y la descomposición en valores singulares (DVS). En esta tesis la descomposición en valores singulares se realiza utilizando la función *svd*, la cual está incorporada en las librerías de la plataforma de programación de MATLAB. La técnica de descomposición LU es utilizada para los modelos de los parques eólicos con aerogeneradores de velocidad fija con bancos de capacitores, mientras que el sistema de ecuaciones correspondiente a los parques eólicos con aerogeneradores de velocidad fija con STATCOMs y con aerogeneradores de velocidad variable utilizan la descomposición en valores singulares.

Los programas desarrollados para la determinación de los puntos de equilibrio y la solución periódica de estado estable de parques eólicos de generación por medio del método de Diferencias Finitas, incorporan técnicas de dispersidad utilizando la función *sparse*, la cual está incorporada en las librerías de la plataforma de programación de MATLAB.

1.5. Contenido de la Tesis

En el capítulo uno se presenta la revisión del estado del arte realizada en esta tesis referente al análisis y modelado de parques eólicos. Se plantea el objetivo de la tesis en donde se destaca la implementación de los modelos matemáticos que representan a los parques eólicos de generación y el método matemático empleado en el análisis. Se menciona la justificación de dicha tesis y la metodología utilizada para el desarrollo de la misma. Por último, se describe el contenido de cada uno de los capítulos.

En el capítulo dos se describe el método de Diferencias Finitas utilizado en esta tesis para el cálculo de la solución de estado estable de parques eólicos de generación. La implementación del método de Diferencias Finitas basada en la Regla Trapezoidal y el método de Newton-Raphson se describe mediante un diagrama de flujo.

El modelado matemático de cada uno de los elementos que componen a los aerogeneradores de velocidad fija y velocidad variable se presenta en el capítulo tres, en donde se detalla la manera en que se acoplan los elementos tales como turbina de viento, generador de inducción, bancos de capacitores, caja de engranes y los dispositivos de electrónica de potencia. Los modelos que representan los elementos mencionados son reportados mediante un conjunto de ecuaciones diferencial-algebraicas en el marco de referencia síncrono. Por otro lado, se presenta el desarrollo del Jacobiano requerido por el método Newton-Raphson para la solución mediante el método de Diferencias Finitas.

Los modelos de los dispositivos de electrónica de potencia utilizados en esta tesis tales como el STATCOM y el convertidor de potencia son detallados en el capítulo cuatro, en donde se presentan los Jacobianos requeridos para la solución con el método de Diferencias Finitas.

En el capítulo cinco se presenta el modelado matemático de parques eólicos de generación, los cuales son conectados al sistema eléctrico a través de transformadores y líneas de transmisión. Los modelos que representan los elementos mencionados son reportados mediante un conjunto de ecuaciones diferencial-algebraicas en el marco de referencia síncrono. Por otro lado, se presenta el desarrollo de el Jacobiano requerido por el método Newton-Raphson para la solución mediante el método de Diferencias Finitas.

En el capítulo seis se presentan diferentes casos de estudio en donde intervienen tanto los parque eólicos de generación con aerogeneradores de velocidad fija como los de velocidad variable. En ambos casos se operan los parques eólicos bajo condiciones reales de viento medido en la Venta II. Se realizan diversas comparaciones de los resultados obtenidos tanto con el método de Diferencias Finitas como con un método de integración convencional. Se reportan los valores de las variables de estado en estado estable, convergencia al estado estable y el esfuerzo computacional

requerido.

Por último, en el capítulo siete se presentan las conclusiones referentes a los resultados obtenidos en esta tesis y se proponen los trabajos futuros.

Capítulo 2

Método de Diferencias Finitas

En éste capítulo, se presenta la descripción del método de Diferencias Finitas (MDF) utilizado en esta tesis para determinar el estado estable. Además, se describe la implementación del método Newton-Raphson para resolver el sistema de ecuaciones algebraicas resultante de la aplicación del método de Diferencias Finitas.

2.1. Introducción

El análisis de la respuesta en estado estable de sistemas dinámicos representados por un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias ha sido fundamental en diversos estudios de ingeniería. Por ello, se han desarrollado métodos que permiten acelerar la convergencia al estado estable de los sistemas dinámicos, debido a que los métodos de integración convencional presentan una convergencia muy lenta cuando los sistemas presentan un bajo amortiguamiento [Parker 1989].

Los métodos de disparo (autónomo y no-autónomo) [Aprille-1 1972] y el método del Mapa de Poincaré [Parker 1989] son algoritmos utilizados para la aceleración de la convergencia de la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias en el dominio del tiempo. Ambos algoritmos se basan en el método Newton-Raphson y garantizan convergencia cuando el valor inicial está cercano a la solución exacta. La diferencia entre ambos métodos radica en que en el método de disparo la sección transversal de la solución va cambiando de posición y orientación en cada iteración, mientras que el método del Mapa de Poincaré la sección transversal de la solución siempre es fija desde un inicio hasta que intercepta la sección transversal de un hiperplano conocido como plano de Poincaré [Parker 1989]. En la literatura se encuentran reportados diferentes métodos para el cálculo rápido en el dominio del tiempo de la solución periódica de estado estable de redes no-lineales. En [Nakhla 1976] se presenta un método de integración de ecuaciones diferenciales ordinarias, el cual

se basa esencialmente en la técnica de balance armónico en donde una parte considerable de la red es usualmente lineal, lo cual permite reducir el número de variables optimizadas. Por otro lado, los métodos de disparo [Aprille-2 1972], los métodos de extrapolación [Skelboe 1980] y los métodos Newton basados en el Mapa de Poincaré [Semlyen 1995] son otros ejemplos para la aceleración de las soluciones periódicas de estado estable de redes no-lineales.

Por otra parte, se han desarrollado una variedad de métodos para determinar la respuesta transitoria y de estado estable de sistemas no-lineales por medio de la aproximación de los operadores integrales y derivativos. El fundamento de estos métodos se basa en la transformación de un conjunto de ecuaciones diferenciales a un conjunto de ecuaciones algebraicas. En [Dommel 1972] se reporta una solución rápida para estudios de estabilidad transitoria, la cual utiliza el algoritmo de la Regla Trapezoidal para realizar la discretización del conjunto de variables de estado que representan a una red de nueve nodos, en donde sistema de ecuaciones resultante se soluciona con el método iterativo Newton-Raphson. En esta contribución se muestra que esta técnica para la solución de sistemas de ecuaciones diferenciales es muy rápida y numéricamente estable. En [Rico 2001] se utilizan las matrices operacionales para estudiar el transitorio de las corrientes inrush en redes eléctricas. En [Dalmau 2000] se presenta un método en tiempo discreto, el cual se basa en un método Gear y un procedimiento de ajuste polinomial para calcular el estado estable de sistemas autónomos no-lineales. Una extensión de estos métodos se propone en [López 2001] para determinar la respuesta de estado estable de circuitos de conmutación no-lineales. Además, en [Campos 2001] se reporta una representación en tiempo discreto de los términos derivativos para localizar los ciclos límite de sistemas no-autónomos, la cual consiste básicamente en la sustitución de los términos derivativos presentes en las ecuaciones diferenciales por matrices finitas dimensionales. En [García 2009] se reportan estudios comparativos de la aplicación del método de Solución en Tiempo Discreto y el método de Diferencias Finitas a problemas del área de sistemas eléctricos de potencia en donde los resultados presentan una convergencia cuadrática y un esfuerzo computacional moderado. Además, se presenta el funcionamiento de ambos métodos utilizando técnicas de dispersidad, las cuales dan como resultado menor uso de memoria para el almacenamiento y una reducción en los tiempos de cómputo requeridos para determinar la solución periódica en estado estable.

2.2. Formulación del Método de Diferencias Finitas

El método de Diferencias Finitas proporciona una aproximación en el dominio del tiempo de la solución de estado estable de sistemas dinámicos representados con un conjunto de Ecuaciones

Diferenciales Ordinarias de orden n . La solución obtenida mediante el método de Diferencias Finitas representa la trayectoria de la solución de estado estable del sistema en instantes de tiempo discretos.

El método de Diferencias Finitas se fundamenta en la discretización del sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) del sistema. El sistema de ecuaciones diferenciales es transformado en un sistema de ecuaciones algebraicas por medio de un método de integración convencional. En diversos sistemas encontrados en el área de la ingeniería la dinámica del sistema se representa con un conjunto de EDOs y ecuaciones algebraicas. El modelo de los parques eólicos de generación para estudios de estabilidad se define precisamente con un conjunto de ecuaciones diferencial-algebraicas. Para estos sistemas el método de Diferencias Finitas se aplica exclusivamente al conjunto de ecuaciones diferenciales, mientras que el sistema de ecuaciones algebraicas se incorpora directamente.

Sea el sistema de dimensiones $(n + a)$ definido como,

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) \\ 0 &= \mathbf{g}(\mathbf{x}, t)\end{aligned}\tag{2.1}$$

en donde n y a corresponden al número de ecuaciones diferenciales y algebraicas, respectivamente. Los vectores columna,

$$\begin{aligned}\mathbf{x} &= [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \\ \mathbf{f} &= [f_1, f_2, \dots, f_n]^T \\ \mathbf{g} &= [g_1, g_2, \dots, g_a]^T\end{aligned}\tag{2.2}$$

contienen las variables de estado del sistema, el vector de campo asociado al conjunto de ODEs y las ecuaciones algebraicas, respectivamente.

Considerando un número entero $N > 0$, un paso de tiempo $h = T/N$ y un periodo T , entonces cada una de las variables de estado y las variables algebraicas pueden ser evaluadas en instantes de tiempo discretos $\mathbf{t}_i = ih$, en donde $i = 1, \dots, N$ y N representa el número de muestras equidistantes que describen la trayectoria de las variables de estado y de las variables algebraicas [Parker 1989]. Por ejemplo, el vector

$$\mathbf{x}_i^j \quad \forall \quad j = 1, \dots, n \quad e \quad i = 1, \dots, N\tag{2.3}$$

representa la secuencia de puntos a lo largo de la trayectoria de las variables de estado x . De la misma manera, el vector

$$\mathbf{g}_i^l \quad \forall \quad l = 1, \dots, a \quad e \quad i = 1, \dots, N\tag{2.4}$$

representa la secuencia de puntos a lo largo de la trayectoria de las variables algebraicas g .

Para discretizar las ecuaciones diferenciales $\dot{\mathbf{x}}_i$ se utiliza un algoritmo de integración convencional que genera un sistema de ecuaciones algebraicas no-lineales, el cual se soluciona mediante un algoritmo Newton-Raphson. En esta tesis se utiliza el algoritmo de la Regla Trapezoidal para discretizar al conjunto de EDOs, el cual se define como,

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + \frac{h}{2} \{ \mathbf{f}(\mathbf{x}_i, \mathbf{t}_i) + \mathbf{f}(\mathbf{x}_{i+1}, \mathbf{t}_{i+1}) \} \quad (2.5)$$

Aplicando el algoritmo de la Regla Trapezoidal a cada $\mathbf{x}_i$ resulta el siguiente sistema de ecuaciones no-lineales,

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_1 &= \mathbf{x}_N + \frac{h}{2} \{ \mathbf{f}(\mathbf{x}_N, \mathbf{t}_N) + \mathbf{f}(\mathbf{x}_1, \mathbf{t}_1) \} \\ \mathbf{x}_2 &= \mathbf{x}_1 + \frac{h}{2} \{ \mathbf{f}(\mathbf{x}_1, \mathbf{t}_1) + \mathbf{f}(\mathbf{x}_2, \mathbf{t}_2) \} \\ &\vdots \\ \mathbf{x}_i &= \mathbf{x}_{i-1} + \frac{h}{2} \{ \mathbf{f}(\mathbf{x}_{i-1}, \mathbf{t}_{i-1}) + \mathbf{f}(\mathbf{x}_i, \mathbf{t}_i) \} \\ &\vdots \\ \mathbf{x}_N &= \mathbf{x}_{N-1} + \frac{h}{2} \{ \mathbf{f}(\mathbf{x}_{N-1}, \mathbf{t}_{N-1}) + \mathbf{f}(\mathbf{x}_N, \mathbf{t}_N) \} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Por otro lado, una vez discretizado el conjunto de ecuaciones diferenciales se incorporan las ecuaciones algebraicas en el sistema de ecuaciones no-lineales definido por (2.6) resultando,

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_1 &= \mathbf{x}_N + \frac{h}{2} \{ \mathbf{f}(\mathbf{x}_N, \mathbf{t}_N) + \mathbf{f}(\mathbf{x}_1, \mathbf{t}_1) \} \\ \mathbf{g}_1 &= \mathbf{g}(\mathbf{x}_1, \mathbf{t}_1) \\ \mathbf{x}_2 &= \mathbf{x}_1 + \frac{h}{2} \{ \mathbf{f}(\mathbf{x}_1, \mathbf{t}_1) + \mathbf{f}(\mathbf{x}_2, \mathbf{t}_2) \} \\ \mathbf{g}_2 &= \mathbf{g}(\mathbf{x}_2, \mathbf{t}_2) \\ &\vdots \\ \mathbf{x}_i &= \mathbf{x}_{i-1} + \frac{h}{2} \{ \mathbf{f}(\mathbf{x}_{i-1}, \mathbf{t}_{i-1}) + \mathbf{f}(\mathbf{x}_i, \mathbf{t}_i) \} \\ \mathbf{g}_i &= \mathbf{g}(\mathbf{x}_i, \mathbf{t}_i) \\ &\vdots \\ \mathbf{x}_N &= \mathbf{x}_{N-1} + \frac{h}{2} \{ \mathbf{f}(\mathbf{x}_{N-1}, \mathbf{t}_{N-1}) + \mathbf{f}(\mathbf{x}_N, \mathbf{t}_N) \} \\ \mathbf{g}_N &= \mathbf{g}(\mathbf{x}_N, \mathbf{t}_N) \end{aligned} \quad (2.7)$$

En forma compacta la ecuaciones diferenciales y algebraicas discretizadas descritas por (2.7) se pueden describir de la siguiente manera,

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{g}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_N \\ \mathbf{g}_N \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

en donde este nuevo vector $\mathbf{y}$ contiene todas las ecuaciones discretizadas.

La secuencia de puntos definida por (2.8) requiere ser iterada hasta que ésta se aproxime a la solución en estado estable según la tolerancia establecida de $1e^{-10}$. Igualando a cero (2.7) se obtiene el vector de incrementos requerido por el método Newton-Raphson para la solución del sistema de ecuaciones no-lineal $\Delta\mathbf{y} : \mathbb{R}^{(n+a)N} \rightarrow \mathbb{R}^{(n+a)N}$, el cual se define como,

$$\Delta\mathbf{y} = \mathbf{J} \cdot \mathbf{y} \quad (2.9)$$

en donde $\mathbf{J}$ es la matriz Jacobiana y $\mathbf{y}$ es un vector que contiene los vectores correspondientes a las ecuaciones diferenciales y a las ecuaciones algebraicas, el cual tiene una dimensión de $(n+a) \cdot N$.

2.3. Método Newton-Raphson

El sistema no-lineal de dimensiones $(n+a) \cdot N$ definido en (2.7) se soluciona mediante el método Newton-Raphson para determinar el estado estable del sistema. El método Newton-Raphson se define como [Parker 1989],

$$\mathbf{y}_{i+1} = \mathbf{y}_i - \mathbf{J}^{-1} \Delta\mathbf{y} \quad (2.10)$$

en donde la matriz Jacobiana $\mathbf{J}$ se obtiene diferenciando parcialmente el conjunto de ecuaciones definido por (2.8), por lo que toma la siguiente forma,

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{N,N-1} & a_{NN} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

La estructura de la matriz Jacobiana $\mathbf{J}$ es particular del algoritmo correspondiente a la Regla Trapezoidal utilizado para la discretización del conjunto de ecuaciones diferenciales. Los subíndices de cada elemento de (2.11) resulta de derivar parcialmente el conjunto de ecuaciones representado

por (2.7). Por ejemplo, el elemento a_{21} contiene las derivadas parciales de las ecuaciones evaluadas en el punto 2 con respecto de las variables evaluadas en el punto 1.

Cada elemento del Jacobiano es una matriz de orden $(n+a) \times (n+a)$, en donde las submatrices a lo largo de la diagonal de $\mathbf{J}$ se definen como,

$$a_{i,i} = \begin{bmatrix} -\mathbf{I} + \frac{h}{2}\mathbf{Df}_x(\mathbf{y}_i)_{n \times n} & \frac{h}{2}\mathbf{Df}_g(\mathbf{y}_i)_{n \times a} \\ \mathbf{Dg}_x(\mathbf{y}_i)_{a \times n} & -\mathbf{I} + \mathbf{Dg}_g(\mathbf{y}_i)_{a \times a} \end{bmatrix}_{(n+a) \times (n+a)} \quad (2.12)$$

y las submatrices fuera de la diagonal diferentes de cero están dados por,

$$a_{i,i-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} + \frac{h}{2}\mathbf{Df}_x(\mathbf{y}_{i-1})_{n \times n} & \frac{h}{2}\mathbf{Df}_g(\mathbf{y}_{i-1})_{n \times a} \\ [0]_{a \times n} & [0]_{a \times a} \end{bmatrix}_{(n+a) \times (n+a)} \quad (2.13)$$

en donde $\mathbf{I}$ es la matriz identidad de dimensión $n \times n$. Además, $\mathbf{Df}$ y $\mathbf{Dg}$ son las matrices que contienen las diferenciales parciales correspondientes a las ecuaciones dinámicas y algebraicas, respectivamente, las cuales se definen de la siguiente manera,

$$\mathbf{Df}_x = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} [\mathbf{f}] \quad (2.14)$$

$$\mathbf{Df}_g = \frac{\partial}{\partial \mathbf{g}} [\mathbf{f}] \quad (2.15)$$

$$\mathbf{Dg}_x = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} [\mathbf{g}] \quad (2.16)$$

$$\mathbf{Dg}_g = \frac{\partial}{\partial \mathbf{g}} [\mathbf{g}] \quad (2.17)$$

En la Figura (2.1) se presenta el diagrama de flujo requerido para el cálculo de la solución de estado estable utilizando el método de Diferencias Finitas y el método Newton-Raphson. Se puede apreciar que primeramente se definen los parámetros básicos tales como el número de puntos N a lo largo de la trayectoria de la solución, el periodo T y el paso de integración $h = T/N$. Enseguida se utiliza un método de integración convencional para determinar un ciclo base. El ciclo base es el periodo de integración de donde se extraen las condiciones iniciales para el método de Diferencias Finitas, el cual se obtiene después de haber integrado las ecuaciones del sistema durante un número de ciclos iniciales. Posteriormente se calcula el vector $\Delta \mathbf{y}$ y el Jacobiano $\mathbf{J}$ requeridos por el método Newton-Raphson. Se analizan los elementos de la diagonal de $\mathbf{J}$, si estos son muy diferentes, es decir, que se presentan valores muy grandes y muy pequeños. Si se presentan estas diferencias entre

los elementos de la diagonal del Jacobiano, se realiza el cálculo de la descomposición en valores singulares para realizar el cálculo de la pseudo-inversa de $\mathbf{J}$, definida por $\mathbf{V} \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{U}^T$, y así solucionar el sistema de ecuaciones algebraicas con el método iterativo Newton-Raphson. En el caso de que los elementos de la diagonal de $\mathbf{J}$ no presenten una diferencia importante, el sistema de ecuaciones algebraicas resultante se soluciona directamente con el método iterativo Newton-Raphson, con lo cual se obtiene un nuevo conjunto de valores para la secuencia de puntos de las variables $\mathbf{y}_i$. Este procedimiento se repite hasta que se alcanza la solución de estado estable considerando una tolerancia pre-establecida.

2.4. Sumario

En el capítulo dos se presentó la descripción del método de Diferencias Finitas, el cual es utilizado en esta tesis para el cálculo del estado estable de parques eólicos de generación. Se presenta una revisión de la literatura referente a diversos métodos que han sido utilizados para el cálculo de puntos de equilibrio y la solución periódica de sistemas representados por un conjunto de ecuaciones diferenciales. Se plantea la formulación del método de Diferencias Finitas, el cual utiliza el algoritmo de la Regla Trapezoidal para la discretización del conjunto de ecuaciones diferenciales y el método Newton-Raphson para solucionar el sistema de ecuaciones algebraico resultante del proceso de discretización. Por último, se resume el procedimiento del método de Diferencias Finitas mediante un diagrama de flujo.

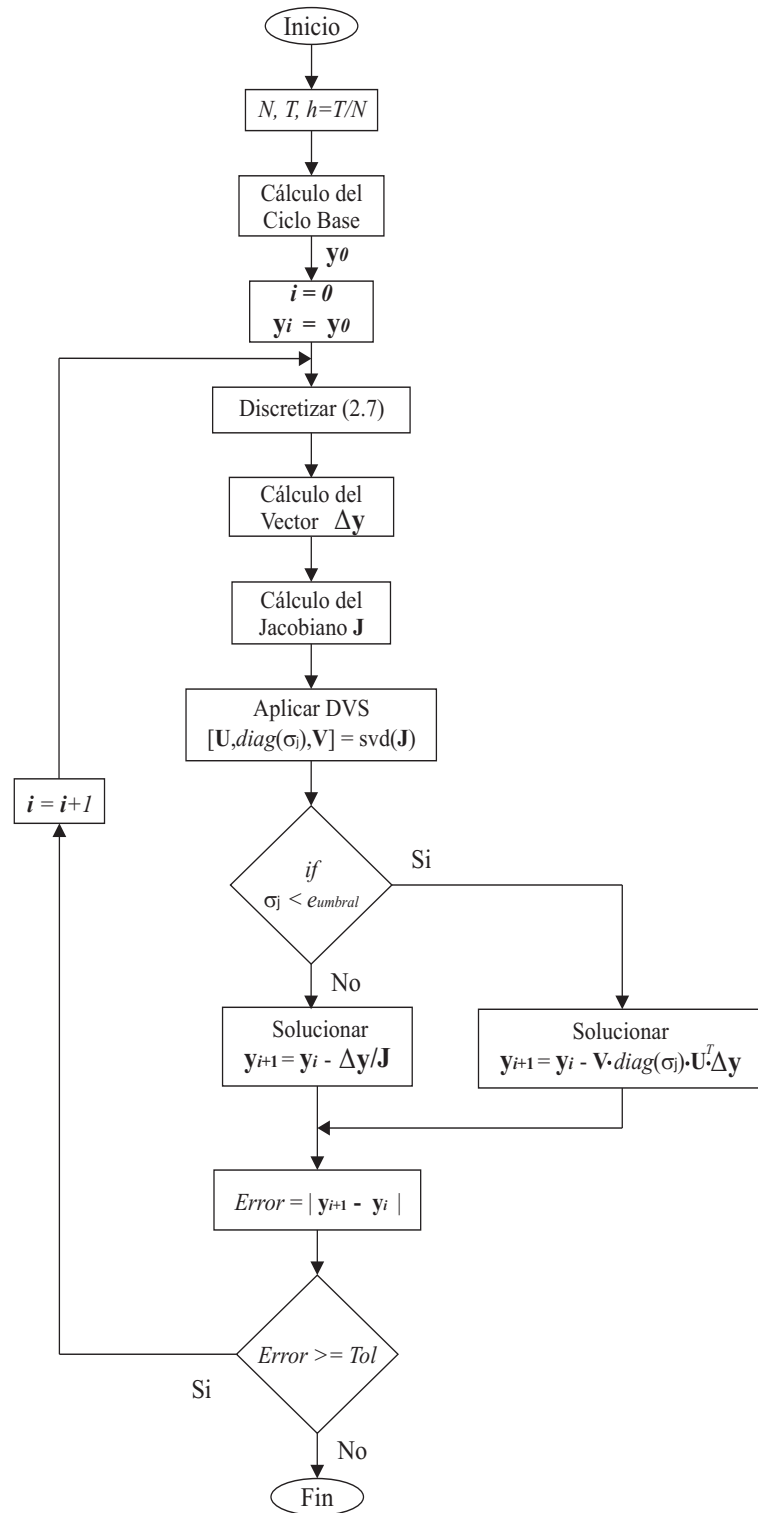


Figura 2.1: Diagrama de flujo del método de Diferencias Finitas.

Capítulo 3

Modelado del Aerogenerador

En éste capítulo se presenta la clasificación de los aerogeneradores de acuerdo a la tecnología que incorporan tanto para el control de velocidad como para el control de potencia desarrollada. Además, se reportan los modelos de los elementos que conforman aerogeneradores de velocidad fija y de velocidad variable tales como la turbina de viento, generador eléctrico, dispositivos de compensación de reactivos y los sistemas de control propios de los aerogeneradores.

3.1. Clasificación de los Aerogeneradores

En la actualidad, los aerogeneradores que se encuentran instalados en los parques eólicos se pueden clasificar en aerogeneradores de velocidad fija y aerogeneradores de velocidad variable. La diferencia primordial entre ambos tipos de aerogeneradores radica en el tipo de generador eléctrico y en la estrategia de control.

En un aerogenerador de velocidad fija, sin tener en cuenta la velocidad de viento, la velocidad del rotor del aerogenerador es fija y es determinada por la frecuencia del sistema, por la relación de engranaje en el sistema de acoplamiento mecánico y por el propio diseño del generador. Una característica de los aerogeneradores de velocidad fija es que incorporan un generador de inducción, ya sea de jaula de ardilla o rotor devanado, el cual es directamente conectado a la red a través de un arrancador basado en dispositivos de electrónica de potencia y un banco de capacitores para reducir la potencia reactiva demandada de la red. Estos aerogeneradores son diseñados para alcanzar una eficiencia máxima a una velocidad de viento particular [Ackermann 2005].

Por otro lado, un aerogenerador de velocidad variable es diseñado con la finalidad de alcanzar una máxima eficiencia de generación dentro de un amplio rango de velocidades de viento. Con

una operación de velocidad variable es posible acelerar o desacelerar continuamente la velocidad rotacional del aerogenerador para diferentes velocidades de viento. Contrario a un sistema de velocidad fija, un sistema de velocidad variable mantiene el par del generador constante y las variaciones en el viento son absorbidas por los cambios en la velocidad del generador. Un sistema de velocidad variable típicamente está equipado con un generador de inducción de rotor devanado o síncrono y es conectado a la red a través de un convertidor de potencia. En esta tesis se modelan los dos tipos de aerogeneradores mencionados, en donde para el aerogenerador de velocidad fija se modela un generador de inducción jaula de ardilla, mientras que para el aerogenerador de velocidad variable se modela un generador de inducción de rotor devanado, el cual es conectado a la red a través de un convertidor de electrónica de potencia.

La Figura 3.1 ilustra los cuatro tipos dominantes de aerogeneradores comerciales. Como se puede apreciar en la Figura 3.1, la configuración Tipo A es la correspondiente a un aerogenerador de velocidad fija, el cual está constituido por un Generador de Inducción Jaula de Ardilla (GIJA) directamente conectado a la red por medio de un transformador elevador. Debido a la demanda de potencia reactiva del GIJA, ésta configuración incorpora un banco de capacitores para satisfacer dicha demanda de reactivos. La conexión de este tipo de aerogenerador se realiza por medio de un arrancador basado en dispositivos de electrónica de potencia. El arrancador conecta el aerogenerador reduciendo el transitorio de arranque, con lo cual se evita un posible colapso de voltaje en el punto de conexión en el caso de una red débil.

La configuración Tipo B corresponde a un aerogenerador de velocidad variable limitada con una resistencia variable en el rotor del generador. Este aerogenerador incorpora un Generador de Inducción de Rotor Devanado (GIRD), el cual es directamente conectado a la red. Esta configuración incorpora un banco de capacitores para el abastecimiento de reactivos demandados por la máquina de inducción. Además, se incorpora un arrancador basado en dispositivos de electrónica de potencia para la conexión a la red [Ackermann 2005] [Blaabjerg 2004].

La configuración Tipo C es un aerogenerador de velocidad variable construido con un Generador de Inducción de Rotor Devanado (GIRD) y un convertidor de frecuencia de escala parcial conectado a las terminales del rotor. El convertidor de frecuencia de escala parcial realiza la compensación de potencia reactiva y la conexión a la red.

Por otro lado, la configuración Tipo D corresponde a un aerogenerador de velocidad variable, en donde el generador se conecta a la red por medio de un convertidor de potencia de escala completa. El generador puede ser excitado eléctricamente, si este corresponde a un Generador Síncrono de Rotor Devanado (GSRD) o a un Generador de Inducción de Rotor Devanado.

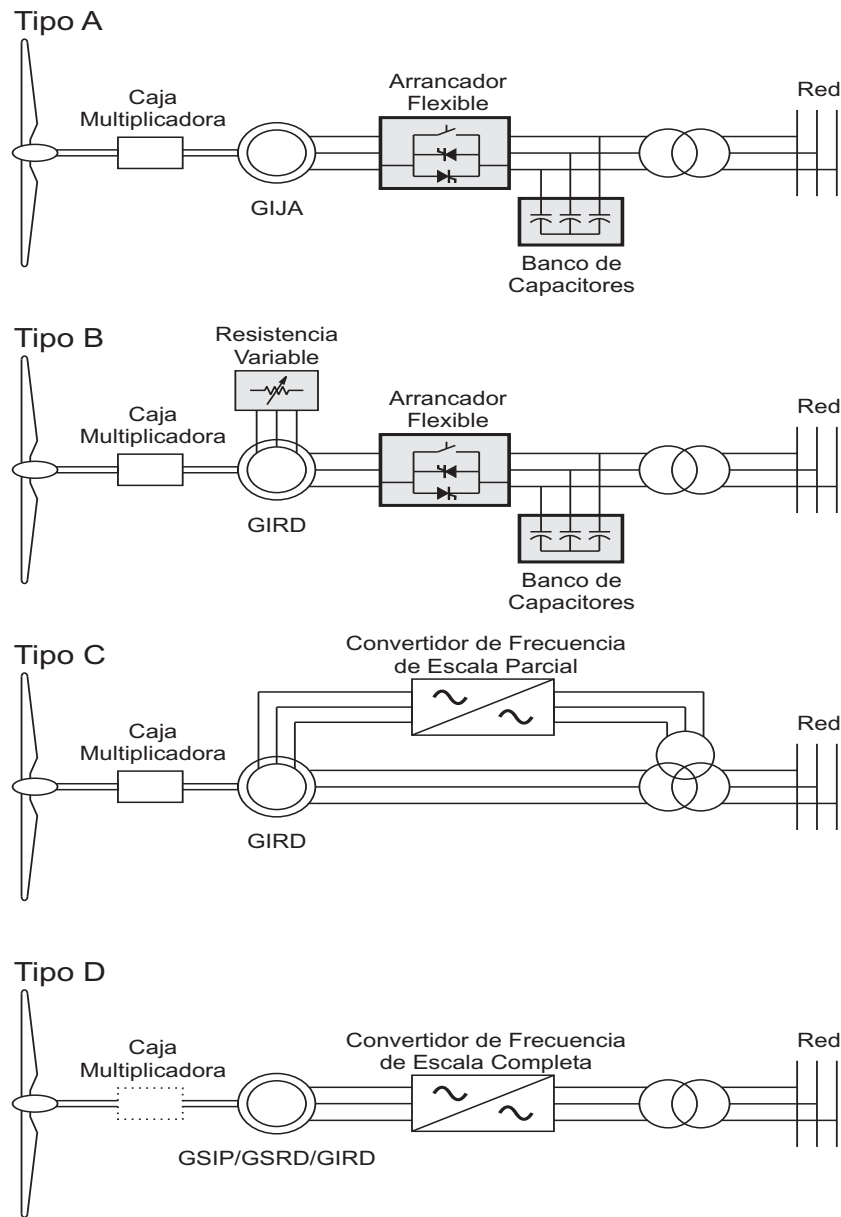


Figura 3.1: Configuraciones típicas de los aerogeneradores comerciales.

Sin embargo, el generador también puede ser excitado por medio de imanes permanentes, en el caso de que el aerogenerador incorpore un Generador Síncrono de Imanes Permanentes (GSIP). Como se puede apreciar en la Figura 3.1, las primeras tres configuraciones incorporan una caja multiplicadora en el acoplamiento mecánico entre la turbina de viento y el generador eléctrico. Sin embargo, esta caja multiplicadora puede ser eliminada en el Tipo D. En el caso de que el aerogenerador de velocidad variable no incorpore la caja multiplicadora, es necesario que el generador a utilizar sea un generador multipolos para que mediante la variación en el número de

polos del generador éste realice la variación de velocidad del mismo. Esta consideración provoca que el generador a utilizar sea de una mayor dimensión y, por lo tanto, más pesado.

En la Tabla 3.1 se resumen los diferentes conceptos de aerogeneradores en los que se ha estado trabajando en los últimos años, en donde se presentan doce combinaciones diferentes de acuerdo a las estrategias de control tanto para la velocidad como para la potencia generada. Es necesario resaltar que los tipos de aerogeneradores indicados en negritas, todavía no son utilizados dentro de la industria de generación eólica.

Como se puede apreciar en la Tabla 3.1, existen tres estrategias diferentes para el control de potencia tanto para los aerogeneradores de velocidad fija como para los de velocidad variable: control pasivo, control activo y control de entrada en pérdida activo [Ackermann 2005].

Tabla 3.1: CONCEPTOS DE AEROGENERADORES

Control de Velocidad		Control de Potencia		
		Control Pasivo	Control Activo	Control de Entrada en Pérdida Activo
Velocidad Fija	Tipo A	Tipo A0	Tipo A1	Tipo A2
Velocidad Variable	Tipo B	Tipo B0	Tipo B1	Tipo B2
	Tipo C	Tipo C0	Tipo C1	Tipo C2
	Tipo D	Tipo D0	Tipo D1	Tipo D2

El control de entrada en pérdida de potencia (*stall*) ó control pasivo, es el control más simple, más robusto y económico para el control de potencia en los aerogeneradores, en donde los álabes son atornillados al buje de la turbina de viento con un ángulo fijo. Por lo tanto, esta estrategia de control de potencia se basa principalmente en el diseño aerodinámico del rotor, el cual en presencia de velocidades de viento que exceden determinados límites, este permite que la turbina de viento entre en pérdida de potencia de manera natural, debido al corte aerodinámico de los álabes. En el control de posicionamiento de los álabes (*pitch*) ó control activo, los álabes de la turbina pueden girar en dirección a favor o en contra del viento, dependiendo si la potencia de entrada comienza a ser muy alta o muy baja, respectivamente. Generalmente, las ventajas de esta estrategia de control son el control de potencia, el arranque asistido y el paro de emergencia. Desde un punto de vista eléctrico, un control adecuado de la potencia radica en que el valor de potencia promedio generado se mantiene cerca del valor nominal del generador eléctrico. Algunas desventajas que presenta ésta topología son la complejidad de los mecanismos adicionales para el control de posicionamiento de los álabes y las grandes fluctuaciones de potencia a altas velocidades de viento. Por último, el control de entrada en pérdida de potencia activo (*active stall*), como su nombre lo indica, regula la entrada de pérdida de potencia mediante el control del posicionamiento de los álabes. A bajas

velocidades de viento, esta estrategia de control opera como el control activo (*pitch*) con la finalidad de alcanzar la máxima eficiencia en cuanto a la extracción de potencia del viento. Por otro lado, cuando el aerogenerador opera con altas velocidades de viento, los álabes se posicionan de tal forma que opere con pérdida de potencia. Este tipo de control tiene la ventaja de ser capaz de compensar las variaciones de la densidad del aire. La combinación de ambas estrategias de control (*stall* y *pitch*) permite que los arranques y paros de emergencia de los aerogeneradores se lleven a cabo con mayor facilidad [Ackermann 2005].

En esta tesis se reportan los modelos matemáticos de los aerogeneradores tipo A1 y C1. Se presentan casos de estudio en donde se puede apreciar la operación de los esquemas de control implementados para el control de velocidad y para el control de potencia, mediante las consideraciones mencionadas en esta sección.

3.2. Turbina de Viento

Los aerogeneradores se pueden clasificar en términos de la posición del eje sobre el cual giran los álabes de la turbina de viento. En dicha clasificación se encuentran los aerogeneradores de eje horizontal y los de eje vertical, los cuales se ilustran en la Figura 3.2 (a) y (b), respectivamente. Los aerogeneradores de eje horizontal son los más utilizados en los parques eólicos instalados alrededor del mundo debido a su mejor desempeño dinámico. Por otro lado, la única máquina de eje vertical que ha tenido éxito comercial es la de rotor Darrieus, llamada así en honor a su inventor, el ingeniero francés G. M. Darrieus, el cual la implementó en la década de los 1920s.

La principal ventaja de los aerogeneradores de eje vertical radica en que estas máquinas no requieren de ningún tipo de sistema de control para mantener su orientación dirigida hacia el flujo de viento. La turbina vertical tiene una estructura que permite aprovechar el viento que proviene de cualquier dirección, ver Figura 3.2 (b). Además, la maquinaria pesada de estas turbinas como el generador, la caja de engranes y otros componentes mecánicos se pueden alojar en una cámara subterránea en la cual el acceso para el mantenimiento es mucho más cómodo y accesible que en los aerogeneradores de eje horizontal, ver Figura 3.2 (a). Por otro lado, el diseño de esta turbina hace que los álabes se encuentren bajo tensión en todo momento y por lo tanto los álabes son relativamente ligeros y económicos debido a que por sus características no tienen que controlar la constante de flexión asociada con los álabes en las máquinas de eje horizontal [Masters 2004]. Sin embargo, los aerogeneradores de eje vertical presentan varias desventajas en donde la principal de ellas radica en la cercanía de los álabes al suelo, en donde las velocidades de viento son bajas.

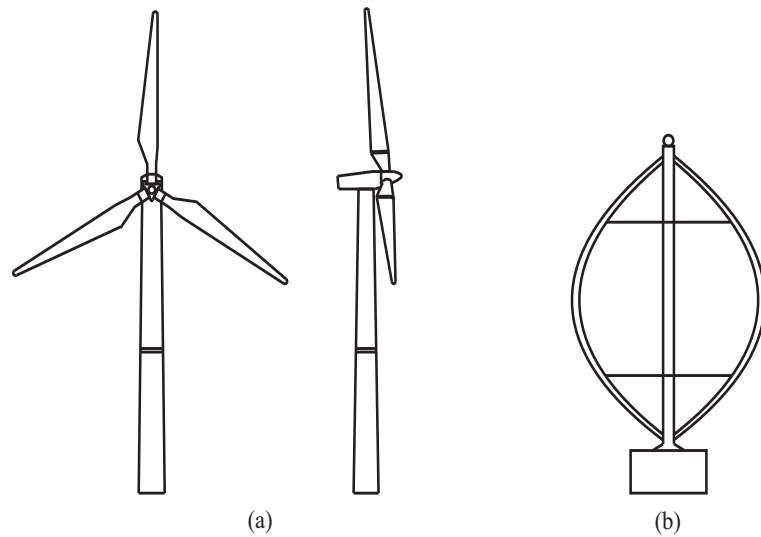


Figura 3.2: Aerogenerador de (a) eje horizontal y (b) eje vertical.

Esto trae consigo una menor generación de potencia eléctrica, debido a que la potencia del viento varía directamente con el cubo de la velocidad del viento. Velocidades del viento cercanas al suelo no solo resulta en velocidades bajas si no además mayor turbulencia, lo que incrementa el estrés de los álabes en las máquinas de eje vertical. En el caso de velocidades de viento altas en donde la potencia de salida debe de ser controlada para proteger al generador, estos rotores no pueden dejar pasar el viento y con ello reducir la potencia generada.

Por otro lado, los aerogeneradores de eje horizontal se puede clasificar dependiendo de la dirección en la cual el viento incide en la turbina. Para el caso cuando la góndola y la turbina se encuentran a favor del viento se dice que la máquina está a sotavento, ver Figura 3.3 (a). Este caso también es conocido como la posición natural de la turbina de viento. La máquina a sotavento tiene como ventaja el no requerir de sistemas de control para la orientación de la turbina con respecto a la dirección del viento ya que dicha orientación se da naturalmente por medio de una veleta la cual determina la dirección del viento. Sin embargo, esta configuración presenta un problema importante, el cual se debe a los efectos de sombra de la torre. Este efecto se presenta cada vez que un álabe de la turbina de viento pasa por detrás de la torre. Por otra parte, los aerogeneradores a barlovento operan con el viento en contra, como lo ilustra la Figura 3.3 (b). Este tipo de aerogeneradores si cuenta con un complejo sistema de control para el direccionamiento de la turbina eólica, el cual siempre está tratando de colocarla frente al flujo de viento, lo que hace que el funcionamiento de este tipo de máquinas sea mucho más suave, comparado con la máquinas a sotavento y que además se libere más potencia [Masters 2004].

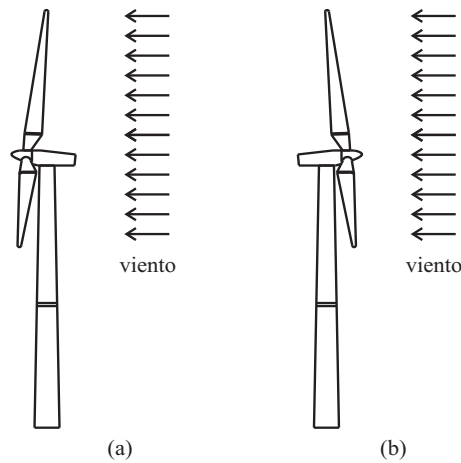


Figura 3.3: Aerogenerador de eje horizontal a (a) sotavento y (b) a barlovento.

La gran mayoría de los aerogeneradores modernos operan a barlovento debido a su buen funcionamiento, sin embargo son más costosos debido a los sistemas de control tan complejos con los que cuentan.

Una clasificación importante de los aerogeneradores está directamente relacionada en cuanto al diseño de la turbina de viento, la cual puede estar constituida por un número diferente de álabes rotatorios ya sean uno, dos o tres álabes, tal como se ilustra en la Figura 3.4. La velocidad que alcanzan los tres tipos de turbinas mencionados varía dependiendo del número de álabes, esto es, los rotores con uno o dos álabes giran a mayor velocidad que los de tres y además tienen a favor un ahorro en el costo de la turbina así como en la instalación de la misma. Sin embargo, tienen en su contra una mayor complejidad en cuanto al diseño ya que el rotor debe de ser basculante, es decir, debe de contar con un contrapeso para evitar las oscilaciones producidas por el paso de los álabes frente a la torre, ver Figura 3.4 (a). En las máquinas de media y gran potencia predominan los aerogeneradores de eje horizontal de rotor tripala a barlovento.

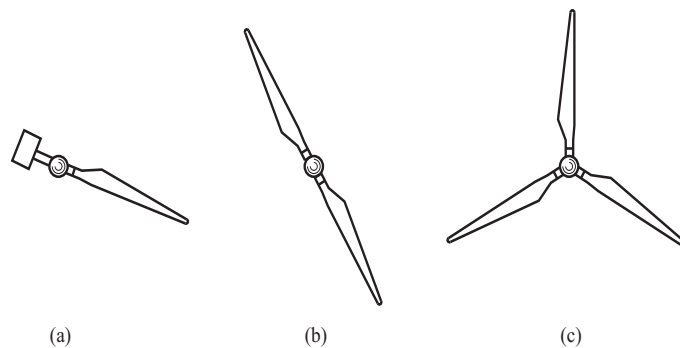


Figura 3.4: Turbinas de viento (a) monopala, (b) bipala y (c) tripala.

3.3. Modelo del Generador de Inducción

En la Figura 3.5 se presenta el modelo general de una máquina de inducción simétrica trifásica de dos polos conectada en estrella. Los devanados del estator son idénticos y están desplazados 120° entre sí con un número de espiras equivalentes N_s y un valor de resistencia r_s . Por otro lado, los devanados correspondientes al rotor son tres devanados idénticos desplazados 120° , con un número de espiras equivalente N_r y una resistencia r_r . Se considera una distribución sinusoidalmente tanto en los devanados del estator como en los devanados del rotor ya que el entrehierro es uniforme (ver Figura 3.5).

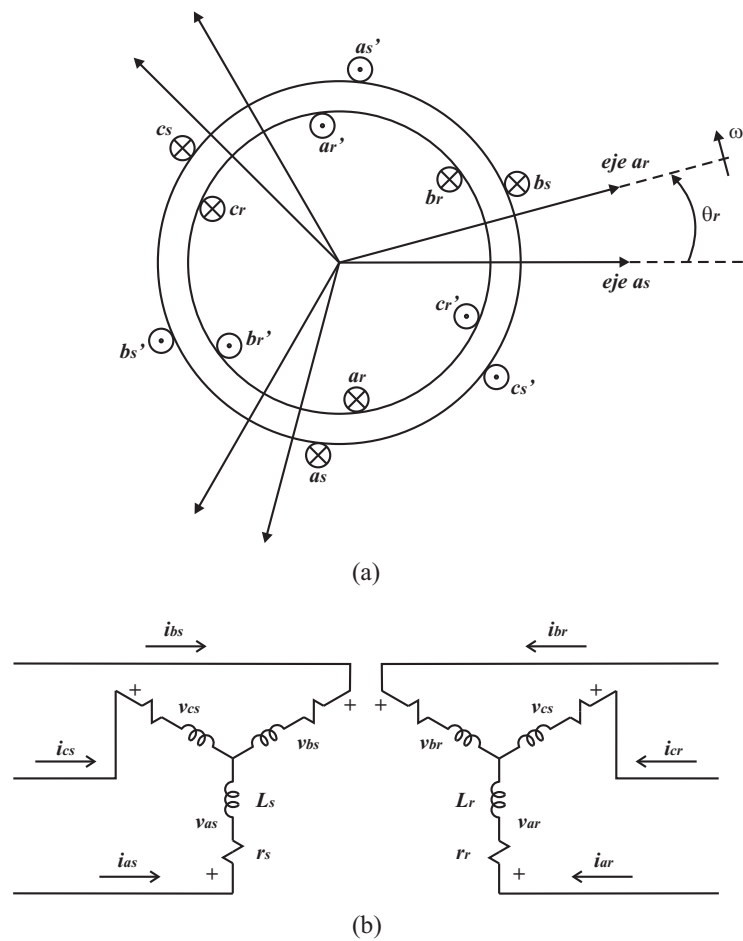


Figura 3.5: (a) Máquina de inducción trifásica de dos polos y (b) circuito equivalente de la máquina de inducción conectada en estrella.

En [Krause 1986] se presenta el modelo dinámico de la máquina de inducción, el cual es conocido como el modelo transitorio completo de sexto orden. Considerando lo anterior, las ecuaciones de voltaje en un marco de referencia arbitrario en coordenadas $qd0$ correspondientes al modelo de la

máquina de inducción son,

$$V_{qs} = r_s I_{qs} + \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{ds} + \frac{p}{\omega_b} \psi_{qs} \quad (3.1)$$

$$V_{ds} = r_s I_{ds} - \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{qs} + \frac{p}{\omega_b} \psi_{ds} \quad (3.2)$$

$$V_{0s} = r_s I_{0s} + \frac{p}{\omega_b} \psi_{0s} \quad (3.3)$$

$$V'_{qr} = r'_r I'_{qr} + \left(\frac{\omega - \omega_g}{\omega_b} \right) \psi'_{dr} + \frac{p}{\omega_b} \psi'_{qr} \quad (3.4)$$

$$V'_{dr} = r'_r I'_{dr} - \left(\frac{\omega - \omega_g}{\omega_b} \right) \psi'_{qr} + \frac{p}{\omega_b} \psi'_{dr} \quad (3.5)$$

$$V'_{0r} = r'_r I'_{0r} + \frac{p}{\omega_b} \psi'_{0r} \quad (3.6)$$

en donde ω es la velocidad angular en un marco de referencia arbitrario, ω_b es la velocidad angular eléctrica base utilizada para calcular las reactancias inductivas utilizadas en las ecuaciones (3.1)-(3.6) y p es el operador diferencial $\frac{d}{dt}$. Utilizando las reactancias inductivas para el cálculo de los enlaces de flujo en volts por segundo se tiene la siguiente expresión matricial,

$$\begin{bmatrix} \psi_{qs} \\ \psi_{ds} \\ \psi_{0s} \\ \psi'_{qr} \\ \psi'_{dr} \\ \psi'_{0r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{ss} & 0 & 0 & X_M & 0 & 0 \\ 0 & X_{ss} & 0 & 0 & X_M & 0 \\ 0 & 0 & X_{ls} & 0 & 0 & 0 \\ X_M & 0 & 0 & X'_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & X_M & 0 & 0 & X'_{rr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X'_{lr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qs} \\ I_{ds} \\ I_{0s} \\ I'_{qr} \\ I'_{dr} \\ I'_{0r} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

en donde,

$$X_{ss} = X_{ls} + X_M \quad (3.8)$$

$$X'_{rr} = X'_{lr} + X_M \quad (3.9)$$

en donde X_{ls} y X'_{lr} corresponden a las reactancias de dispersión del estator y rotor, X_M representa a la reactancia mutua y X_{ss} y X'_{rr} representan a las reactancias del estator y rotor, respectivamente.

Debido a que los enlaces de flujo son seleccionados como las variables independientes entonces (3.7) puede ser solucionada para las corrientes y escrita de la siguiente manera,

$$\begin{bmatrix} I_{qs} \\ I_{ds} \\ I_{0s} \\ I'_{qr} \\ I'_{dr} \\ I'_{0r} \end{bmatrix} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} X'_{rr} & 0 & 0 & -X_M & 0 & 0 \\ 0 & X'_{rr} & 0 & 0 & -X_M & 0 \\ 0 & 0 & \frac{D}{X_{ls}} & 0 & 0 & 0 \\ -X_M & 0 & 0 & X_{ss} & 0 & 0 \\ 0 & -X_M & 0 & 0 & X_{ss} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{D}{X'_{lr}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{qs} \\ \psi_{ds} \\ \psi_{0s} \\ \psi'_{qr} \\ \psi'_{dr} \\ \psi'_{0r} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

en donde,

$$D = X_{ss}X'_{rr} - X_M^2 \quad (3.11)$$

Sustituyendo (3.10) para las corrientes presentes en (3.1)-(3.6), entonces resultan las ecuaciones de voltaje en términos de los enlaces de flujo por segundo, las cuales están dadas por,

$$\begin{bmatrix} V_{qs} \\ V_{ds} \\ V_{0s} \\ V'_{qr} \\ V'_{dr} \\ V'_{0r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r_s X'_{rr}}{D} + \frac{p}{\omega_b} & \frac{\omega}{\omega_b} & 0 & -\frac{r_s X_M}{D} & 0 & 0 \\ -\frac{\omega}{\omega_b} & \frac{r_s X'_{rr}}{D} + \frac{p}{\omega_b} & 0 & 0 & -\frac{r_s X_M}{D} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{r_s}{X_{ls}} + \frac{p}{\omega_b} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{r'_r X_M}{D} & 0 & 0 & \frac{r'_r X_{ss}}{D} + \frac{p}{\omega_b} & \frac{\omega - \omega_g}{\omega_b} & 0 \\ 0 & -\frac{r'_r X_M}{D} & 0 & -\frac{\omega - \omega_g}{\omega_b} & \frac{r'_r X_{ss}}{D} + \frac{p}{\omega_b} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{r'_r}{X'_{lr}} + \frac{p}{\omega_b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{qs} \\ \psi_{ds} \\ \psi_{0s} \\ \psi'_{qr} \\ \psi'_{dr} \\ \psi'_{0r} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Resolviendo (3.12) para expresar el modelo de la máquina de inducción en base a las ecuaciones dinámicas correspondientes a los enlaces de flujos en el dominio $qd0$ se tiene,

$$\begin{bmatrix} \frac{d\psi_{qs}}{dt} \\ \frac{d\psi_{ds}}{dt} \\ \frac{d\psi_{0s}}{dt} \\ \frac{d\psi'_{qr}}{dt} \\ \frac{d\psi'_{dr}}{dt} \\ \frac{d\psi'_{0r}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega_b \frac{r_s X'_{rr}}{D} & -\omega & 0 & \omega_b \frac{r_s X_M}{D} & 0 & 0 \\ \omega & -\omega_b \frac{r_s X'_{rr}}{D} & 0 & 0 & \omega_b \frac{r_s X_M}{D} & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_b \frac{r_s}{X_{ls}} & 0 & 0 & 0 \\ \omega_b \frac{r'_r X_M}{D} & 0 & 0 & -\omega_b \frac{r'_r X_{ss}}{D} & -(\omega - \omega_g) & 0 \\ 0 & \omega_b \frac{r'_r X_M}{D} & 0 & (\omega - \omega_g) & -\omega_b \frac{r'_r X_{ss}}{D} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_b \frac{r'_r}{X'_{lr}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{qs} \\ \psi_{ds} \\ \psi_{0s} \\ \psi'_{qr} \\ \psi'_{dr} \\ \psi'_{0s} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_{qs} \\ V_{ds} \\ V_{0s} \\ V'_{qr} \\ V'_{dr} \\ V'_{0r} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

La ecuación de oscilación que representa la aceleración de la máquina esta dada por [Krause 1986],

$$\frac{d\omega_g}{dt} = \left(\frac{T_e - T_L}{2H} \right) \omega_b \quad (3.14)$$

La ecuación (3.14) esta en valores por unidad por lo que tanto el par electromecánico T_e como el correspondiente al par mecánico T_L también lo deben de estar. Por lo tanto, el par electromagnético en por unidad es,

$$T_e = \psi'_{qr} I'_{dr} - \psi'_{dr} I'_{qr} \quad (3.15)$$

Debido a que (3.14) representa la aceleración del rotor de la máquina de inducción, si ésta se integra se obtiene la velocidad de rotor ω_g , con la cual se puede plantear una nueva variable de estado que proporcione la posición angular del rotor, dicha variable es conocida como el ángulo del rotor de la máquina de inducción y está dado por,

$$\frac{d\theta_g}{dt} = \omega_g \quad (3.16)$$

Por lo tanto, el modelado de una máquina de inducción se puede resumir por medio del conjunto de ecuaciones diferenciales presentado en (3.13), (3.14) y (3.16). Por otro lado, se pueden eliminar los términos correspondientes a las componentes ψ_{0s} y ψ'_{0r} en (3.13) ya que son igual a cero en el caso de la operación de la máquina se considere bajo condiciones balanceadas.

3.3.1. Modelo Reducido del Generador de Inducción

En la literatura se encuentra reportada una gran cantidad de estudios basados en modelos reducidos de la máquina de inducción y de la máquina síncrona [Krause 1979] [Saad-Saoud 1995] [Nelson 1969] [Amhed-Zaid 1993] [Krause 1986] y [Kundur 1994]. El objetivo principal de utilizar un modelo reducido de la máquina de inducción es reducir el esfuerzo computacional requerido para el análisis de sistemas de gran escala en el que se involucran un número importante de estas máquinas. En la reducción del orden del modelo lo que se obtiene es una transformación de algunas ecuaciones, las cuales dejan de ser ecuaciones diferenciales y se convierten en ecuaciones algebraicas.

Dicha reducción del modelo está enfocada directamente a la eliminación de los transitorios en el estator de la máquina debido a que su comportamiento dinámico (transitorio) es muy breve y por lo tanto, alcanza su estado estable muy rápido. Con la eliminación de dichos términos, las cantidades correspondientes al estator solamente contienen componentes a la frecuencia fundamental y las ecuaciones del voltaje del estator de la máquina aparecen ahora como ecuaciones algebraicas. Esto permite la utilización de las relaciones de estado estable para la representación de los elementos de interconexión de una red de transmisión, transformadores y líneas de transmisión. Es decir, el hecho

de trabajar a la frecuencia fundamental nos permite representar a los elementos de interconexión mencionados en su forma más sencilla, con una resistencia y una reactancia inductiva en serie [Kundur 1994].

3.3.1.1. Modelo Reducido del Generador Jaula de Ardilla

El principio fundamental de operación de un generador de velocidad fija es generar energía eléctrica a una velocidad constante, la cual es determinada por la frecuencia del sistema y por el sistema de acoplamiento mecánico entre la turbina y el generador [Ackermann 2005]. En la literatura se encuentran reportados diferentes modelos matemáticos correspondientes a la máquina de inducción en la configuración jaula de ardilla. En [Saad-Saoud 1995] se presenta el modelo dinámico de un parque eólico que incorpora el modelo del generador de inducción jaula de ardilla, el cual es un modelo reducido de tercer orden. La deducción de este modelo es detallada en [Amhed-Zaid 1993] en donde el modelo reducido de la máquina de inducción jaula de ardilla se presenta en su forma polar. Las variables de estado resultantes son el voltaje inducido E , el ángulo de carga del rotor δ y la velocidad del rotor ω_g . Por otro lado, en [Ackermann 2005] se presenta el modelo del generador de inducción jaula de ardilla en donde las variables de estado son las correspondientes a los enlaces de flujo en el rotor. Sin embargo, en [Nelson 1969] también se reporta el modelo de la máquina de inducción jaula de ardilla pero en este caso las variables de estado son las correspondientes a las corrientes tanto del estator como del rotor de la máquina. Los tres modelos reducidos de la máquina de inducción reportados en ésta subsección, parten del mismo modelo transitorio completo reportado en [Krause 1986], el cual se presentó en la sección 3.3.

En esta tesis, los aerogeneradores de velocidad fija son modelados con el modelo reducido de tercer orden en su forma polar, reportado en [Saad-Saoud 1995]. Este modelo es apropiado para realizar estudios de estabilidad ya que proporciona resultados satisfactorios para la solución de estado estable con respecto a un modelo detallado de la máquina de inducción. Las variables dinámicas que representan el modelo de tercer orden están formuladas en el marco de referencia síncrono, las cuales son,

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{X_{ss}E}{X'T_o} + \frac{(X_{ss} - X')}{X'T_o} (V_{qs}\cos\delta - V_{ds}\sin\delta) \quad (3.17)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_g - \omega_s - \frac{(X_{ss} - X')}{X'T_oE} (V_{qs}\sin\delta + V_{ds}\cos\delta) \quad (3.18)$$

$$\frac{d\omega_g}{dt} = \frac{T_m\omega_s}{2H} - \frac{E\omega_s}{X'2H} (V_{ds}\cos\delta + V_{qs}\sin\delta) \quad (3.19)$$

en donde, ω_s es la velocidad síncrona y la constante de tiempo del transitorio de circuito abierto T_o y la reactancia X' están definidas como,

$$T_o = \frac{X_{rr}}{\omega_s r_r} \quad (3.20)$$

$$X' = X_{ss} - \frac{X_M^2}{X_{rr}} \quad (3.21)$$

Las reactancias X_{ss} y X_{rr} están definidas por (3.8) y (3.9), respectivamente. Por otro lado, las corrientes del estator son determinadas por los enlaces de flujo y estas se calculan a partir de las variables de estado del modelo de la máquina de inducción. Por lo tanto, las componentes de directa d y cuadratura q de las corrientes en el estator son representadas como,

$$I_{ds} = \frac{(X_{rr}V_{qs} - X_{rr}E\cos\delta)}{D} \quad (3.22)$$

$$I_{qs} = \frac{(-X_{rr}V_{ds} - X_{rr}E\sin\delta)}{D} \quad (3.23)$$

en donde

$$D = X_{ss}X_{rr} - X_M^2 \quad (3.24)$$

Como se puede apreciar, el modelo del GIJA se describe con un conjunto de tres ecuaciones diferenciales y dos algebraicas, el cual es un modelo adecuado para realizar estudios de estabilidad transitoria y la determinación del estado estable.

3.3.1.2. Formulación del Modelo Reducido del GIJA Usando el Método de Diferencias Finitas

De acuerdo con la formulación del método de Diferencias Finitas presentado en el Capítulo 2 se puede observar que para resolver el sistema de ecuaciones algebraicas no-lineales dado por (2.10) correspondiente al algoritmo del método Newton-Raphson es necesario calcular el vector $\Delta \mathbf{y}$ y el Jacobiano $\mathbf{J}$. Dicho Jacobiano se obtiene al derivar parcialmente el conjunto de EDOs y ecuaciones algebraicas que representan al sistema en estudio. En el caso del modelo reducido del GIJA, éste es representado exclusivamente por un conjunto de tres ecuaciones diferenciales dado

por las ecuaciones (3.17)-(3.19), las cuales corresponden al voltaje inducido E , el ángulo de carga del rotor δ y la velocidad del rotor ω_g . Por lo tanto, el vector $\Delta \mathbf{y}$ involucrado en la formulación del método Newton-Raphson se define como,

$$\Delta \mathbf{y} = \begin{bmatrix} E_i - E_{i+1} + \frac{h}{2} (f(E_i, t_i) + f(E_{i+1}, t_{i+1})) \\ \delta_i - \delta_{i+1} + \frac{h}{2} (f(\delta_i, t_i) + f(\delta_{i+1}, t_{i+1})) \\ \omega_{gi} - \omega_{gi+1} + \frac{h}{2} (f(\omega_{gi}, t_i) + f(\omega_{gi+1}, t_{i+1})) \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Derivando parcialmente las ecuaciones diferenciales (3.17)-(3.19) se obtiene,

$$\mathbf{Df}(\mathbf{x})_{n \times n} = \begin{bmatrix} \frac{\partial E}{\partial E} & \frac{\partial E}{\partial \delta} & \frac{\partial E}{\partial \omega_g} \\ \frac{\partial \delta}{\partial E} & \frac{\partial \delta}{\partial \delta} & \frac{\partial \delta}{\partial \omega_g} \\ \frac{\partial \omega_g}{\partial E} & \frac{\partial \omega_g}{\partial \delta} & \frac{\partial \omega_g}{\partial \omega_g} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

en donde,

$$\frac{\partial E}{\partial E} = \frac{-X_{ss}}{X'T_o} \quad (3.27)$$

$$\frac{\partial E}{\partial \delta} = \frac{X - X'}{X'T_o} (-V_{qs} \sin(\delta) - V_{ds} \cos(\delta)) \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial E}{\partial \omega_g} = 0 \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial E} = \frac{X_{ss} - X'}{X'T_o E^2} (V_{qs} \sin(\delta) + V_{ds} \cos(\delta)) \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial \delta} = \frac{-(X_{ss} - X')}{X'T_o E} (V_{qs} \cos(\delta) - V_{ds} \sin(\delta)) \quad (3.31)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial \omega_g} = 1 \quad (3.32)$$

$$\frac{\partial \omega_g}{\partial E} = \frac{-\omega_s}{2HX'} (V_{ds} \cos(\delta) + V_{qs} \sin(\delta)) \quad (3.33)$$

$$\frac{\partial \omega_g}{\partial \delta} = \frac{-\omega_s E}{2HX'} (-V_{ds} \sin(\delta) + V_{qs} \cos(\delta)) \quad (3.34)$$

$$\frac{\partial \omega_g}{\partial \omega_g} = 0 \quad (3.35)$$

Por lo tanto, (3.26) es el bloque de las derivadas parciales propias del GIJA, requerido en las ecuaciones (2.12) y (2.13) de la formulación del método Newton-Raphson utilizado en el método de Diferencias Finitas.

3.3.1.3. Modelo Reducido del Generador de Rotor Devanado

Los aerogeneradores de velocidad variable son diseñados con la finalidad de alcanzar una eficiencia aerodinámica máxima sobre un amplio rango de velocidades de viento. La operación de la turbina de viento bajo condiciones de velocidad variables de viento variable implica que el sistema de control del generador eléctrico debe de adaptar permanentemente la velocidad del generador para que este opere bajo condiciones nominales.

El principio de operación de los aerogeneradores de velocidad variable radica principalmente en el control de la velocidad del generador eléctrico. Este tipo aerogeneradores pueden incorporar diferentes tipos de generadores como Generador de Inducción de Rotor Devanado, Generador Síncrono de Rotor Devanado y Generador Síncrono de Imanes Permanentes. Este tipo de generadores se conectan al sistema eléctrico a través de convertidores de potencia basados en dispositivos de estado sólido con el cual se realiza el control de la velocidad del generador bajo diferentes condiciones de operación, buscando siempre mantenerlo en sus valores nominales de operación. En esta tesis se utiliza un Generador de Inducción de Rotor Devanado con el cual se modela un Generador de Inducción Doblemente Alimentado para simular la operación de los aerogeneradores de velocidad variable.

El modelo del Generador de Inducción de Rotor Devanado utilizado en esta tesis es el correspondiente al modelo reducido de la máquina de inducción reportado en [Krause 1986]. Las ecuaciones de los voltajes tanto de estator como de rotor son las correspondientes al conjunto presentado en (3.1)-(3.6). Sin embargo, para el modelo reducido de la máquina de inducción, se desprecian los transitorios en el estator y se considera una operación en condiciones balanceadas por lo que las ecuaciones correspondientes a los componentes 0 de ambos voltajes son iguales a cero. Por lo tanto, las ecuaciones de los componentes de cuadratura y directa de los voltajes del estator y del rotor de la máquina están dadas por,

$$V_{qs} = r_s I_{qs} + \frac{\omega_e}{\omega_b} \psi_{ds} \quad (3.36)$$

$$V_{ds} = r_s I_{ds} - \frac{\omega_e}{\omega_b} \psi_{qs} \quad (3.37)$$

$$V'_{qr} = r'_r I'_{qr} + \left(\frac{\omega_e - \omega_g}{\omega_b} \right) \psi'_{dr} + \frac{p}{\omega_b} \psi'_{qr} \quad (3.38)$$

$$V'_{dr} = r'_r I'_{dr} - \left(\frac{\omega_e - \omega_g}{\omega_b} \right) \psi'_{qr} + \frac{p}{\omega_b} \psi'_{dr} \quad (3.39)$$

en donde ω_e es la velocidad angular en el marco de referencia síncrono con $\frac{\omega_e}{\omega_b} = 1$. Solucionando (3.36) y (3.37) para los enlaces de flujo en el estator se tiene,

$$\psi_{ds} = V_{qs} - r_s I_{qs} \quad (3.40)$$

$$\psi_{qs} = r_s I_{ds} - V_{ds} \quad (3.41)$$

Las corrientes de componente cero tanto del estator como el rotor se consideran cero debido a la operación balanceada. Entonces (3.10) se puede desarrollar de la siguiente manera,

$$I_{qs} = \frac{1}{D} (X_{rr} (r_s I_{ds} - V_{ds}) - X_M \psi'_{qr}) \quad (3.42)$$

$$I_{ds} = \frac{1}{D} (X_{rr} (V_{qs} - r_s I_{qs}) - X_M \psi'_{dr}) \quad (3.43)$$

$$I'_{qr} = \frac{1}{D} (-X_M \psi_{qs} + X_{ss} \psi'_{qr}) \quad (3.44)$$

$$I'_{dr} = \frac{1}{D} (-X_M \psi_{ds} + X_{ss} \psi'_{dr}) \quad (3.45)$$

Ahora, sustituyendo los enlaces de flujo del estator (3.40) y (3.41) en (3.42)-(3.45), se obtiene la siguiente ecuación matricial que define las corrientes del estator y rotor de la máquina de inducción, las cuales están en términos de los enlaces de flujo y de los voltajes en el estator [Contreras 2009],

$$\begin{bmatrix} I_{qs} \\ I_{ds} \\ I'_{qr} \\ I'_{dr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D & -X_{rr} r_s & 0 & 0 \\ X_{rr} r_s & D & 0 & 0 \\ 0 & X_M r_s & D & 0 \\ -X_M r_s & 0 & 0 & D \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & -X_{rr} & -X_M & 0 \\ X_{rr} & 0 & 0 & -X_M \\ 0 & X_M & X_{ss} & 0 \\ -X_M & 0 & 0 & X_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{qs} \\ V_{ds} \\ \psi'_{qr} \\ \psi'_{dr} \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

Por otro lado, debido a que se desprecian los transitorios del estator, entonces las ecuaciones diferenciales para el modelo reducido de la máquina de inducción son exclusivamente las correspondientes a los enlaces de flujo del rotor. Dichas ecuaciones deben de estar en el marco de referencia síncrono como se muestra a continuación,

$$\frac{d\psi'_{qr}}{dt} = \omega_b \left(V'_{qr} - r'_r I'_{qr} - \left(\frac{\omega_e - \omega_g}{\omega_b} \right) \psi'_{dr} \right) \quad (3.47)$$

$$\frac{d\psi'_{dr}}{dt} = \omega_b \left(V'_{dr} - r'_r I'_{dr} + \left(\frac{\omega_e - \omega_g}{\omega_b} \right) \psi'_{qr} \right) \quad (3.48)$$

La ecuación de oscilación para este modelo es,

$$\frac{d\omega_g}{dt} = \frac{T_m - T_e}{2H} \quad (3.49)$$

la cual está en función del par mecánico aplicado a la flecha del rotor T_m , del par electromagnético generado T_e y del momento de inercia del generador H . El conjunto de ecuaciones algebraicas y diferenciales presentadas para este modelo reducido del Generador de Inducción de Rotor Devanado se encuentran reportadas en [Contreras 2009].

3.3.1.4. Formulación del Modelo Reducido del GIRD Usando el Método de Diferencias Finitas

A continuación se presenta la formulación del modelo en Diferencias Finitas del GIRD, el cual es representado por un modelo reducido. En esta sección se desarrolla la formulación en Diferencias Finitas del GIRD utilizando dos ecuaciones diferenciales correspondientes a las componentes de cuadratura q y directa d de los enlaces de flujo en el rotor ψ'_{qr} y ψ'_{dr} .

Para desarrollar el Jacobiano $\mathbf{J}$ requerido por el método Newton-Raphson usado en el método de Diferencias Finitas es necesario desarrollar las ecuaciones correspondientes a las corrientes tanto del estator como las del rotor de GIRD dadas por (3.46), las cuales están expresadas en función de las variables de estado del sistema. Por lo tanto, desarrollando (3.46) se tiene,

$$I_{qs} = \frac{-Dv_{ds}X_{rr} + r_s X_{rr}(V_{qs}X_{rr} - X_m \psi'_{dr}) - DX_m \psi'_{qr}}{D^2 + r_s^2 X_{rr}^2} \quad (3.50)$$

$$I_{ds} = \frac{DV_{qs}X_{rr} - DX_m \psi'_{dr} + r_s X_{rr}(V_{ds}X_{rr} + X_m \psi'_{qr})}{D^2 + r_s^2 X_{rr}^2} \quad (3.51)$$

$$I'_{qr} = \frac{D^2 V_{ds} X_m + D r_s X_m (-V_{qs} X_{rr} + X_m \psi'_{dr}) + D^2 X_{ss} \psi'_{qr} + r_s^2 X_{rr} (-X_m^2 + X_{rr} X_{ss}) \psi'_{qr}}{D^3 + D r_s^2 X_{rr}^2} \quad (3.52)$$

$$I'_{dr} = \frac{-D^2 V_{qs} X_m + D^2 X_{ss} \psi'_{qr} + r_s^2 X_{rr} (-X_m^2 + X_{rr} X_{ss}) \psi'_{dr} - D r_s X_m (V_{ds} X_{rr} + X_m \psi'_{qr})}{D^3 + D r_s^2 X_{rr}^2} \quad (3.53)$$

Para definir la matriz Jacobiana $\mathbf{Df}_x(\mathbf{y})_{n \times n}$ de (2.12), se derivan parcialmente las ecuaciones diferenciales (3.47) y (3.48), en las que se sustituyen las ecuaciones (3.50)-(3.53), resultando el siguiente Jacobiano en forma matricial que es utilizado en el método Newton-Raphson,

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi'_{qr}}{\partial \psi'_{qr}} & \frac{\partial \psi'_{qr}}{\partial \psi'_{dr}} \\ \frac{\partial \psi'_{dr}}{\partial \psi'_{qr}} & \frac{\partial \psi'_{dr}}{\partial \psi'_{dr}} \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

en donde,

$$\frac{\partial \psi'_{qr}}{\partial \psi'_{qr}} = \frac{r_r (-D^2 X_{ss} + r_s^2 X_{rr} (X_m^2 - X_{rr} X_{ss})) \omega_b}{D^3 + D r_s^2 X_{rr}^2} \quad (3.55)$$

$$\frac{\partial \psi'_{qr}}{\partial \psi'_{dr}} = -\omega - \frac{r_r r_s X_m^2 \omega_b}{D^2 + r_s^2 X_{rr}^2} + \omega_b \omega_g \quad (3.56)$$

$$\frac{\partial \psi'_{dr}}{\partial \psi'_{qr}} = \omega + \frac{r_r r_s X_m^2 \omega_b}{D^2 + r_s^2 X_{rr}^2} - \omega_b \omega_g \quad (3.57)$$

$$\frac{\partial \psi'_{dr}}{\partial \psi'_{dr}} = \frac{r_r (-D^2 X_{ss} + r_s^2 X_{rr} (X_m^2 - X_{rr} X_{ss})) \omega_b}{D^3 + D r_s^2 X_{rr}^2} \quad (3.58)$$

3.3.2. Modelo de Una Masa para el Acoplamiento Mecánico Turbina-Generador

El modelo que describe al sistema de acoplamiento mecánico turbina-generator por medio de una masa, se puede definir como la masa total del acoplamiento en paralelo de la masa de la turbina eólica y de la masa del generador eléctrico (ver Figura 3.6). La inercia total del sistema de acoplamiento mecánico se determina por medio de la suma en paralelo de la inercia de la turbina H_{tur} y la inercia del generador H_g ,

$$H_{Total} = \frac{1}{\frac{1}{H_{tur}} + \frac{1}{H_g}} \quad (3.59)$$

en donde H_{Total} es la inercia total utilizada en el modelo del aerogenerador de velocidad fija para el cálculo de la velocidad del generador dada por (3.19).

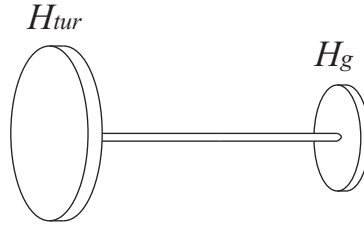


Figura 3.6: Acoplamiento mecánico turbina-generador para el modelo de una masa.

Por otro lado, las características estáticas de una turbina de viento pueden ser descritas por la relación entre el total de la potencia del viento y la potencia mecánica de la turbina de viento [Ackermann 2005]. La potencia del viento P_{viento} dentro del área de barrido del rotor de la turbina de viento es definida como,

$$P_{viento} = \frac{1}{2} \rho_{aire} \pi R_a^2 V_{viento}^3 \quad (3.60)$$

en donde ρ_{aire} es la densidad del aire, R_a es el radio de la turbina eólica y V_{viento} es la velocidad del viento. Cuando el viento pasa a través de la turbina, ésta reduce su velocidad extrayendo una fracción de la potencia del viento. Esta fracción es denominada como el coeficiente de eficiencia de la potencia C_p , el cual es conocido como una función de la velocidad específica de las aspas λ y del ángulo de posicionamiento de los álabes β .

$$C_p(\lambda, \beta) = c_1 \left(\frac{c_2}{\lambda_i} - c_3 \beta - c_4 \right) e^{\frac{-c_5}{\lambda_i}} + c_6 \lambda \quad (3.61)$$

en donde,

$$\frac{1}{\lambda_i} = \frac{1}{\lambda + 0.08\beta} - \frac{0.035}{\beta^3 + 1} \quad (3.62)$$

y

$$\lambda = \frac{\omega_{turb} R_a}{V_{viento}} \quad (3.63)$$

en donde c_1 , c_2 , c_3 , c_4 , c_5 y c_6 son valores constantes, los cuales se definen en el Apéndice

(A). Considerando diferentes valores de λ se puede obtener la curva característica de la turbina de viento para diferentes ángulos β (Figura 3.7).

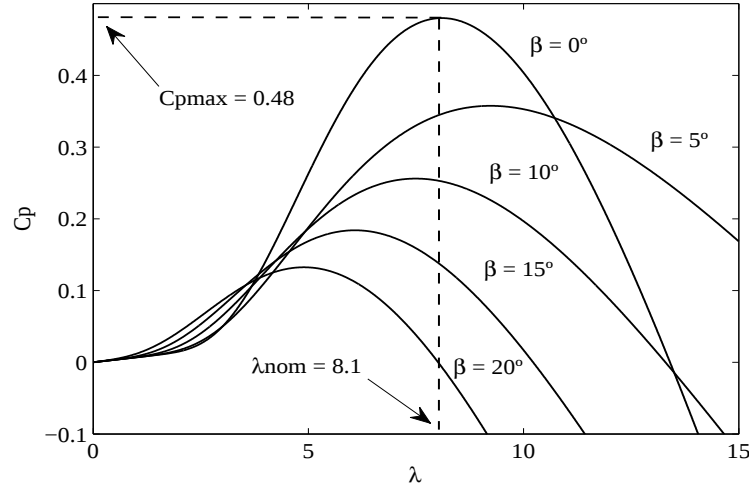


Figura 3.7: Curva característica $C_p - \lambda$ de la turbina de viento.

Esta gráfica proporciona un índice con respecto a la fracción de potencia mecánica entregada por la turbina de viento. Por ejemplo, de acuerdo con (3.61) y (3.62) se obtiene un valor máximo de C_{pmax} ($C_p = 0.48$) con $\beta = 0^\circ$ y $\lambda = 8.1$ (ver Figura 3.7), lo cual indica que con estos valores de λ y β se logra la máxima extracción de la potencia viento por la turbina eólica. Entonces, la potencia mecánica de la turbina P_{tur} de la turbina del viento se define como,

$$P_{tur} = C_p(\lambda, \beta) P_{viento} \quad (3.64)$$

ó en términos del par mecánico se tiene,

$$T_{tur} = \frac{P_{tur}}{\omega_{tur}} \quad (3.65)$$

en donde para el modelo de una masa la velocidad de la turbina de viento ω_{tur} y la velocidad del generador ω_g son iguales, debido a que se encuentran acopladas a la misma flecha (ver Figura 3.6). Sin embargo, en [Anderson 1983] se utiliza el modelo de una masa para el acoplamiento mecánico turbina-generator en el cual $\omega_{tur} \neq \omega_g$, debido a la incorporación de una caja multiplicadora con una relación de engranaje a_{gbx} . Entonces, el acoplamiento mecánico entre la turbina eólica (lado de baja velocidad) y el generador (lado de alta velocidad) puede ser descrito por medio de la eficiencia mecánica de la caja multiplicadora de la siguiente manera,

$$T_m \omega_g = \eta_{gbx} T_{tur} \omega_{tur} \quad (3.66)$$

Por lo tanto, el par mecánico del generador se define como,

$$T_m = \frac{\eta_{gbx} T_{tur}}{a_{gbx}} \quad (3.67)$$

en donde $a_{gbx} = \frac{\omega_g}{\omega_{tur}}$ y η_{gbx} es la eficiencia del acoplamiento mecánico.

3.3.2.1. Formulación del Modelo de Una Masa del Acoplamiento Mecánico Turbina-Generador para el Método de Diferencias Finitas

Para plantear la formulación del modelo de una masa del acoplamiento mecánico turbina-generador en Diferencias Finitas, se parte de la ecuación diferencial que representa a la velocidad del generador dada por (3.19), en donde se considera un par mecánico $T_m = cte$. Ahora, de acuerdo con el modelo de una masa del acoplamiento mecánico, T_m es expresado en términos de las variables de estado del GIJA como,

$$T_m = \frac{P_{tur}}{T_b \omega_g} \quad (3.68)$$

por lo que ahora, la ecuación que representa al modelo de una masa para el acoplamiento mecánico turbina-generador es la velocidad del generador,

$$\frac{d\omega_g}{dt} = \frac{P_{tur}\omega_s}{T_b\omega_g 2H} - \frac{E\omega_s}{X'2H} (V_{ds}\cos\delta + V_{qs}\sin\delta) \quad (3.69)$$

en donde T_b es el par mecánico base del sistema y $H = H_{Total}$.

El elemento $\Delta \mathbf{x}^{(x)}$ requerido en el método Newton-Raphson se define como,

$$\Delta \mathbf{x}^{(x)} = \left[\omega_{gi} - \omega_{gi+1} + \frac{h}{2} (f(\omega_{gi}, t_i) + f(\omega_{gi+1}, t_{i+1})) \right] \quad (3.70)$$

en donde los términos de $f(\omega_g, t)$ corresponden a elementos de los vectores de campos que contienen la evaluación de las funciones que definen a las ecuaciones diferenciales. Por lo tanto, derivando parcialmente (3.69) con respecto de sí misma para determinar el bloque del sistema de acoplamiento mecánico de una masa se tiene,

$$\frac{\partial \omega_g}{\partial \omega_g} = \frac{-P_{tur}\omega_s}{T_b\omega_g^2 2H} \quad (3.71)$$

3.3.3. Modelo de Dos Masas para el Acoplamiento Mecánico Turbina-Generador

El modelo que describe al sistema de acoplamiento mecánico turbina-generador por medio de dos masas se basa en la consideración de utilizar tanto la masa de la turbina eólica como la masa del generador eléctrico de manera independiente. El sistema mencionado se describe en la Figura 3.8, en donde se puede apreciar que el acoplamiento entre la masa de la turbina eólica y la masa del generador eléctrico se realiza por medio de una caja multiplicadora con una relación de engranaje a_{gbx} , la cual contiene diferentes etapas de engranajes. La incorporación de la caja multiplicadora en el modelo de dos masas proporciona dos velocidades diferentes asociadas al lado de la turbina eólica (lado de baja velocidad (ls)) y al lado del generador eléctrico (lado de alta velocidad (hs)) cuya relación está dada por el valor de la relación de engranaje a_{gbx} [Boukhezzar-1 2005] [Boukhezzar-2 2005].

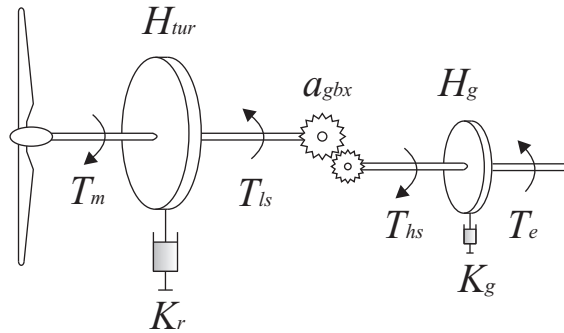


Figura 3.8: Acoplamiento mecánico turbina-generador, modelo de dos masas

En la Figura 3.8 se pueden apreciar los sentidos de torsión mecánica y electromagnética presentes en cada etapa del sistema de dos masas, los cuales son el par mecánico proporcionado por la turbina eólica T_m , el par mecánico del lado de baja velocidad T_{ls} , el par mecánico del lado de alta velocidad T_{hs} y el par electromagnético T_e . En esta tesis, todos los pares mecánicos y electromagnéticos son utilizados en el sistema en por unidad. Los términos H_{tur} y H_g representan los momentos de inercia de la turbina eólica y del generador, respectivamente. Estos parámetros son proporcionados por el fabricante y están dados en segundos s . Por otro lado, los momentos de inercia están en función de los coeficientes de inercia del eje de baja velocidad J_{tur} , del eje de alta velocidad J_g , de las frecuencias eléctricas base del lado de baja y de alta velocidad $\omega_{b,ls}$ y $\omega_{b,hs}$, respectivamente, y de la potencia base del sistema P_b . Entonces, los momentos de inercia correspondientes a los lados de baja y alta velocidad se determinan por medio de las siguientes ecuaciones [Ackermann 2005],

$$H_{tur} = \frac{J_{tur}\omega_{b,ls}^2}{2P_b} \quad (3.72)$$

$$H_g = \frac{J_g\omega_{b,hs}^2}{2P_b} \quad (3.73)$$

con

$$\omega_{b,ls} = \frac{\omega_b}{n_{pp}\eta_{gbx}} \quad (3.74)$$

$$\omega_{b,hs} = \frac{\omega_b}{n_{pp}} \quad (3.75)$$

en donde $\omega_b = 2\pi f$ es la frecuencia eléctrica base del sistema, n_{pp} es el número de pares de polos del generador y η_{gbx} es la eficiencia de la caja multiplicadora.

Las ecuaciones dinámicas que representan al modelo de dos masas para el acoplamiento mecánico turbina-generador son las correspondientes a las velocidades de la turbina ω_{tur} y del generador ω_g . Para plantear éstas ecuaciones es necesario solucionar (3.72) y (3.73) para J_{tur} y J_g , respectivamente. Entonces, al considerar los sentidos de torsión mecánicos y electromagnéticos ilustrados en la Figura 3.8 se obtiene como resultado,

$$J_{tur} \frac{d\omega_{tur}}{dt} = -T_m + T_{ls} - K_{tur}\omega_{tur} \quad (3.76)$$

$$J_g \frac{d\omega_g}{dt} = -T_{hs} - K_g\omega_g + T_e \quad (3.77)$$

en donde K_{tur} y K_g son los coeficientes de rigidez de los ejes de baja y alta velocidad, respectivamente. Considerando que la relación de engranaje a_{gbx} está dada por,

$$a_{gbx} = \frac{T_{ls}}{T_{hs}} = \frac{\omega_g}{\omega_{tur}} \quad (3.78)$$

entonces de (3.78) se plantean la siguientes relaciones,

$$\omega_g = a_{gbx}\omega_{ls} \quad (3.79)$$

$$T_{hs} = \frac{T_{ls}}{a_{gbx}} \quad (3.80)$$

Las ecuaciones (3.79) y (3.80) son utilizadas para referenciar el lado de alta velocidad al lado

de baja, es decir, se utilizan para expresar la velocidad de lado de alta velocidad en términos del lado de baja. Para lograr ésta referencia se sustituyen estas ecuaciones en (3.77) resultando,

$$a_{gbx}^2 J_g \frac{d\omega_{ls}}{dt} = -T_{ls} - a_{gbx}^2 K_g \omega_{ls} + a_{gbx} T_e \quad (3.81)$$

Considerando que el eje del lado de baja velocidad es perfectamente rígido, se puede asumir que $\omega_{tur} = \omega_{ls}$. Entonces, la ecuación (3.81) ahora es,

$$a_{gbx}^2 J_g \frac{d\omega_{tur}}{dt} = -T_{ls} - a_{gbx}^2 K_g \omega_{tur} + a_{gbx} T_e \quad (3.82)$$

Con el objeto de referenciar el lado de alta velocidad al lado de baja, se puede considerar que ahora se cuenta con un modelo de una masa, el cual se obtiene sumando (3.76) y (3.82), resultando la siguiente expresión para la ecuación dinámica de la velocidad de la turbina eólica,

$$\frac{d\omega_{tur}}{dt} = \frac{-T_m - (K_{tur} + a_{gbx}^2 K_g) \omega_{tur} + a_{gbx} T_e}{J_{tur} + a_{gbx}^2 J_g} \quad (3.83)$$

en donde considerando que no existen pérdidas mecánicas, es decir $K_{tur} = 0$ y $K_g = 0$ se tiene,

$$\frac{d\omega_{tur}}{dt} = \frac{-T_m + a_{gbx} T_e}{J_{tur} + a_{gbx}^2 J_g} \quad (3.84)$$

Entonces (3.84) es la expresión resultante para la representación de la velocidad de la turbina eólica por medio de una ecuación dinámica, la cual está en función de las masas correspondientes a la turbina y al generador.

Por otro lado, para determinar la ecuación dinámica correspondiente a la velocidad del generador, es necesario referenciar el lado de baja velocidad al lado de alta utilizando las siguientes relaciones obtenidas de (3.78),

$$\omega_{tur} = \frac{\omega_g}{a_{gbx}} \quad (3.85)$$

$$T_{ls} = a_{gbx} T_{hs} \quad (3.86)$$

Sustituyendo (3.85) y (3.86) en (3.76), se logra referenciar el lado de baja velocidad al lado de alta resultando,

$$\frac{J_{tur}}{a_{gbx}^2} \frac{d\omega_g}{dt} = \frac{-T_m}{a_{gbx}} + T_{hs} - \frac{K_{tur} \omega_g}{a_{gbx}^2} \quad (3.87)$$

Nuevamente, para referenciar el lado de baja velocidad al lado de alta se puede considerar que

ahora se cuenta con un modelo de una masa, el cual se obtiene sumando (3.77) y (3.87), resultando la siguiente expresión para la ecuación dinámica de la velocidad del generador eléctrico,

$$\frac{d\omega_g}{dt} = \frac{\frac{-T_m}{a_{gbx}} + T_e - (K_g + \frac{K_{tur}}{a_{gbx}^2})\omega_g}{J_g + \frac{J_{tur}}{a_{gbx}^2}} \quad (3.88)$$

en donde considerando que no existen pérdidas mecánicas, es decir $K_{tur} = 0$ y $K_g = 0$ se tiene,

$$\frac{d\omega_g}{dt} = \frac{\frac{-T_m}{a_{gbx}} + T_e}{J_g + \frac{J_{tur}}{a_{gbx}^2}} \quad (3.89)$$

la cual es la expresión resultante para la representación de la velocidad del generador eléctrico por medio de una ecuación dinámica, que está en función de las masas correspondientes a la turbina y al generador [Boukhezzar-1 2005] [Boukhezzar-2 2005].

Como se puede observar las ecuaciones (3.84) y (3.89) dependen del par mecánico proporcionado por la turbina eólica T_m , el cual se calcula con la siguiente expresión,

$$T_m = \frac{P_{tur}}{\omega_{tur}} \quad (3.90)$$

en donde,

$$P_{tur} = C_p(\lambda, \beta)P_{viento} \quad (3.91)$$

Además, para considerar que la turbina eólica está aplicando un par mecánico al generador, este debe de ser negativo.

3.3.3.1. Formulación del Modelo de Dos Masas del Acoplamiento Mecánico Turbina-Generador Usando el Método de Diferencias Finitas

Para plantear la formulación del modelo de dos masas para el acoplamiento mecánico turbina-generador en Diferencias Finitas se parte de las ecuaciones (3.89) y (3.84), las cuales son las ecuaciones diferenciales correspondientes a la velocidad del generador ω_g y la velocidad de la turbina eólica ω_{tur} , respectivamente. Debido a que las variables de estado que representan el modelo del generador de inducción están dadas en por unidad, es necesario que las variables de estado correspondientes al acoplamiento mecánico también sean expresadas en las mismas unidades. Para lograr este cambio de unidades es necesario expresar las ecuaciones (3.89) y (3.84) en términos de los momentos de inercia (H_g y H_{tur}) en lugar de las inercias (J_g y J_{tur}). Realizando este cambio en las ecuaciones de ω_{tur} y ω_g , entonces las ecuaciones en por unidad correspondientes son,

$$\frac{d\omega_g}{dt} = \frac{-\frac{T_m}{a_{gbx}} + T_e}{\frac{J_g\omega_{b,hs}^2}{P_b} + \frac{J_{tur}\omega_{b,ls}^2}{P_b a_{gbx}^2}} \quad (3.92)$$

$$\frac{d\omega_{tur}}{dt} = \frac{-T_m + a_{gbx}T_e}{\frac{J_{tur}\omega_{b,ls}^2}{P_b} + \frac{J_g a_{gbx}^2 \omega_{b,hs}^2}{P_b}} \quad (3.93)$$

en donde el par electromagnético T_e está dado por (3.15) y la relación de engranaje es $a_{gbx} = \frac{\omega_g}{\omega_{tur}}$. Por lo tanto, el vector $\Delta \mathbf{x}$ involucrado en la formulación tipo Newton-Raphson se define como,

$$\Delta \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \omega_{gi} - \omega_{gi+1} + \frac{h}{2} (f(\omega_{gi}, t_i) + f(\omega_{gi+1}, t_{i+1})) \\ \omega_{turi} - \omega_{turi+1} + \frac{h}{2} (f(\omega_{turi}, t_i) + f(\omega_{turi+1}, t_{i+1})) \end{bmatrix} \quad (3.94)$$

Como se puede observar el modelo de las dos masas solamente está en función de ecuaciones dinámicas, entonces para definir $\mathbf{Df}_x(\mathbf{y})_{n \times n}$ de (2.12) y (2.13), se derivan parcialmente las ecuaciones diferenciales (3.88) y (3.84) resultando el bloque de derivadas parciales correspondiente al Jacobiano del modelo de las dos masas para el acoplamiento mecánico turbina-generator requerido por el método Newton-Raphson en el método de Diferencias Finitas,

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \omega_g}{\partial \omega_g} & \frac{\partial \omega_g}{\partial \omega_{tur}} \\ \frac{\partial \omega_{tur}}{\partial \omega_g} & \frac{\partial \omega_{tur}}{\partial \omega_{tur}} \end{bmatrix} \quad (3.95)$$

en donde,

$$\frac{\partial \omega_g}{\partial \omega_g} = \tilde{A} [\tilde{B}\tilde{C}\tilde{D} + \tilde{E} (-\tilde{F} - \tilde{G} - \tilde{H}\tilde{D})] \quad (3.96)$$

$$\frac{\partial \omega_g}{\partial \omega_{tur}} = \tilde{I} [\tilde{J}\tilde{C} (\tilde{K} + \tilde{L}) - \tilde{M} (-\tilde{F} - \tilde{G} - \tilde{H}\tilde{D})] \quad (3.97)$$

$$\frac{\partial \omega_{tur}}{\partial \omega_g} = -\tilde{N} [\tilde{O} + \tilde{P} (-\tilde{Q} + \tilde{R}\tilde{D})] \quad (3.98)$$

$$\frac{\partial \omega_{tur}}{\partial \omega_{tur}} = \tilde{S} \left\{ \tilde{T} (-\tilde{Q} + \tilde{R}\tilde{D}) + \tilde{U} [\tilde{Q} - \tilde{R}\tilde{D} + \tilde{V} (\tilde{K} + \tilde{L})] \right\} \quad (3.99)$$

en donde el conjunto de constantes $\tilde{A}, \tilde{B}, \dots, \tilde{V}$, utilizadas por simplificación, son definidas como,

$$\tilde{A} = \frac{P_b}{\omega_g^3 \left(J_g \omega_{b,hs}^2 + \frac{J_{tur} \omega_{b,ls}^2 \omega_{tur}^2}{\omega_g^2} \right)^2}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{B} &= \frac{-P_{viento}\omega_g}{P_b} \\
\tilde{C} &= J_g\omega_{b,hs}^2 + \frac{J_{tur}\omega_{b,ls}^2\omega_{tur}^2}{\omega_g^2} \\
\tilde{D} &= -c_4 - c_3\beta - \frac{0.035c_2}{1+\beta^3} + \frac{2c_2V_{viento}}{0.16\beta V_{viento} + R_a\omega_b\omega_{tur}} \\
\tilde{E} &= 2J_{tur}\omega_{b,ls}^2\omega_{tur}^2 \\
\tilde{F} &= \frac{\psi'_{dr}(D^2V_{ds}X_m + Dr_sX_m(-V_{qs}X_{rr} + X_m\psi'_{dr}) + D^2X_{ss}\psi'_{qr} + r_s^2X_{rr}(-X_m^2 + X_{rr}X_{ss})\psi'_{qr})}{D^3 + Dr_s^2X_{rr}^2} \\
\tilde{G} &= \frac{\psi'_{qr}(D^2V_{qs}X_m - D^2X_{ss}\psi'_{dr} + r_s^2X_{rr}(X_m^2 - X_{rr}X_{ss})\psi'_{dr} + Dr_sX_m(V_{ds}X_{rr} + X_m\psi'_{qr}))}{D^3 + Dr_s^2X_{rr}^2} \\
\tilde{H} &= \frac{P_{viento}}{P_b\omega_g} \\
\tilde{I} &= \frac{P_b\omega_g^2}{(J_g\omega_{b,hs}^2\omega_g^2 + J_{tur}\omega_{b,ls}^2\omega_{tur}^2)^2} \\
\tilde{J} &= \frac{P_{viento}R_a\omega_b\omega_g}{2P_bV_{viento}} \\
\tilde{K} &= c_6 - \frac{4c_1c_2e\left(\frac{0.035c_5}{1+\beta^3} - \frac{2c_5V_{viento}}{0.16\beta V_{viento} + R_a\omega_b\omega_{tur}}\right)V_{viento}^2}{(0.16\beta V_{viento} + R_a\omega_b\omega_{tur})^2} \\
\tilde{L} &= \frac{c_1c_5e\left(\frac{0.035c_5}{1+\beta^3} - \frac{2c_5V_{viento}}{0.16\beta V_{viento} + R_a\omega_b\omega_{tur}}\right)\left(-c_4 - c_3\beta - \frac{0.035c_2}{1+\beta^3} + \frac{2c_2V_{viento}}{0.16\beta V_{viento} + R_a\omega_b\omega_{tur}}\right)}{\left(0.08\beta + \frac{R_a\omega_b\omega_{tur}}{2V_{viento}}\right)^2} \\
\tilde{M} &= 2J_{tur}\omega_{b,ls}^2\omega_{tur} \\
\tilde{N} &= \frac{P_b\omega_{tur}}{(J_g\omega_{b,hs}^2\omega_g^2 + J_{tur}\omega_{b,ls}^2\omega_{tur}^2)^2} \\
\tilde{O} &= \frac{X_m(DV_{qs}\psi'_{qr} + V_{ds}(D\psi'_{dr} + r_sX_{rr}\psi'_{qr}) + r_s(-V_{qs}X_{rr}\psi'_{dr} + X_m(\psi'^2_{dr} + \psi'^2_{qr})))}{D^2 + r_sX_{rr}^2} \\
\tilde{P} &= 2J_g\omega_{b,hs}^2\omega_g \\
\tilde{Q} &= \frac{X_m\omega_g(DV_{qs}\psi'_{qr} + V_{ds}(D\psi'_{dr} + r_sX_{rr}\psi'_{qr}) + r_s(-V_{qs}X_{rr}\psi'_{dr} + X_m(\psi'^2_{dr} + \psi'^2_{qr})))}{D^2 + r_sX_{rr}^2} \\
\tilde{R} &= \frac{P_{viento}}{P_b} \\
\tilde{S} &= \frac{P_b}{\omega_{tur}^4\left(J_{tur}\omega_{b,ls}^2 + \frac{J_g\omega_{b,hs}^2\omega_g^2}{\omega_{tur}^2}\right)^2} \\
\tilde{T} &= 2J_g\omega_{b,hs}^2\omega_g^2 \\
\tilde{U} &= \omega_{tur}^2\left(J_{tur}\omega_{b,ls}^2 + \frac{J_g\omega_{b,hs}^2\omega_g^2}{\omega_{tur}^2}\right) \\
\tilde{V} &= \frac{P_{viento}R_a\omega_b\omega_{rut}}{2P_bV_{viento}}
\end{aligned}$$

3.4. Modelo del Aerogenerador de Velocidad Fija

En la Figura 3.9 se ilustra el aerogenerador de velocidad fija que contiene una turbina eólica acoplada en la misma flecha con un GIJA, un banco de capacitores para la compensación de reactivos, un transformador elevador conectado en las terminales del estator de la máquina, representado por un equivalente serie $R+jX$ y una línea de transmisión representada por un equivalente serie $R_{con} + jX_{con}$ que interconecta al sistema de generación con el sistema eléctrico representado por un bus infinito.

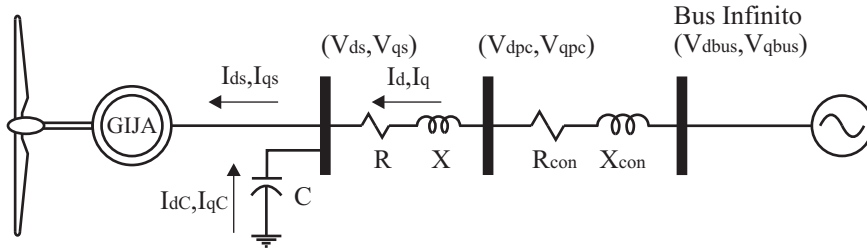


Figura 3.9: Estructura del aerogenerador de velocidad fija conectado a un bus infinito.

El modelo del GIJA es descrito con el modelo de tercer orden reportado en la sección 3.3.1.1, en donde las variables de estado son el voltaje inducido en el rotor E , el ángulo de carga del rotor δ y la velocidad del rotor del generador ω_g . Se incorpora el modelo de una masa para el acoplamiento mecánico turbina-generator presentado en la sección 3.3.2.1 en donde T_m se define en términos de la variable de estado ω_g . Por otra parte, las ecuaciones diferenciales en el marco de referencia rotatorio síncrono de un aerogenerador de velocidad fija compuesto por un GIJA y el acoplamiento mecánico de la turbina eólica con el generador eléctrico son (3.17), (3.18) y (3.69), respectivamente. Reescribiendo dichas ecuaciones se tiene,

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{X_{ss}E}{X'T_o} + \frac{(X_{ss} - X')}{X'T_o} (V_{qs}\cos\delta - V_{ds}\sin\delta) \quad (3.100)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_g - \omega_s - \frac{(X_{ss} - X')}{X'T_o E} (V_{qs}\sin\delta + V_{ds}\cos\delta) \quad (3.101)$$

$$\frac{d\omega_g}{dt} = \frac{P_{tur}\omega_s}{T_b\omega_g 2H} - \frac{E\omega_s}{X'2H} (V_{ds}\cos\delta + V_{qs}\sin\delta) \quad (3.102)$$

en donde T_o y X' están dadas por (3.20) y (3.21) mientras que P_{tur} es definida por (3.64).

Por otro lado, las ecuaciones que describen la interconexión del aerogenerador de velocidad fija con el bus infinito a través del transformador elevador y de la línea de transmisión en el

marco de referencia rotatorio síncrono se obtienen aplicando las leyes de corrientes y voltajes de Kirchhoff. Al aplicar la ley de corrientes de Kirchhoff en el punto de acoplamiento común del generador de inducción y del banco de capacitores (ver Figura 3.9) se tienen las componentes d y q de la corriente a través del transformador elevador y por ende, a través de la línea de transmisión [Saad-Saoud 1995],

$$I_d = -I_{dC} + I_{ds} \quad (3.103)$$

$$I_q = I_{qC} + I_{qs} \quad (3.104)$$

con

$$I_{dC} = C\omega_s V_{qs} \quad (3.105)$$

$$I_{qC} = C\omega_s V_{ds} \quad (3.106)$$

en donde I_{ds} e I_{qs} están dadas por (3.22) y (3.23), respectivamente.

Aplicando una ley de voltajes de Kirchhoff a lo largo de la línea de transmisión se determinan las componentes d y q del voltaje en el punto de conexión común resultando,

$$V_{dpc} = -R_{con}I_d + X_{con}I_q + V_{dbus} \quad (3.107)$$

$$V_{qpc} = -R_{con}I_q - X_{con}I_d + V_{qbus} \quad (3.108)$$

De la misma manera se determinan las componentes d y q del voltaje en terminales del estator del generador de inducción. Aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff a lo largo del transformador elevador se tiene,

$$V_{ds} = -RI_d + XI_q + V_{dpc} \quad (3.109)$$

$$V_{qs} = -XI_d - RI_q + V_{qpc} \quad (3.110)$$

Por lo tanto, como se puede observar el modelo del aerogenerador de velocidad fija conectado a un bus infinito es descrito mediante un conjunto de ecuaciones diferenciales ($n = 3$) y ecuaciones algebraicas ($n = 2$), las cuales se podrían usar para realizar estudios de estabilidad del

aerogenerador.

3.4.1. Formulación del Modelo del Aerogenerador de Velocidad Fija para el Método de Diferencias Finitas

En el Capítulo 2 se presenta el método de Diferencias Finitas utilizado para sistemas compuestos por un conjunto de ecuaciones diferenciales y ecuaciones algebraicas. Estos sistemas se discretizan por medio de un método de integración convencional como el método de la Regla Trapezoidal y el sistema de ecuaciones algebraicas resultante es solucionado con el método Newton-Raphson. De acuerdo con la Sección 3.4, el modelo del aerogenerador de velocidad fija corresponde a un sistema de ecuaciones diferencial-algebraicas, en donde las ecuaciones diferenciales corresponden a las variables de estado del GIJA dadas por (3.100)-(3.102) y las variables algebraicas son las correspondientes a la red de interconexión del aerogenerador con el sistema eléctrico dadas por (3.109) y (3.110).

Para plantear la formulación del aerogenerador de velocidad fija para el método de Diferencias Finitas, en esta tesis se propone desarrollar dicha formulación de una manera modular, es decir, se crean bloques particulares para cada uno de los elementos que constituyen a los aerogeneradores. Estos bloques corresponden a los términos diferenciales de las submatrices de los elementos $a_{i,i}$ y $a_{i,i-1}$ del Jacobiano $\mathbf{J}$, requerido en la formulación del método de Newton-Raphson. Dichos elementos son definidos por (2.12) y (2.13), los cuales contienen las derivadas parciales propias del punto actual i y las derivadas parciales del punto actual con respecto al punto anterior $i - 1$ de las variables diferencial-algebraicas del sistema en estudio, respectivamente. Por lo tanto, el vector $\Delta \mathbf{y}$ involucrado en la formulación del método Newton-Raphson se define como,

$$\Delta \mathbf{y} = \begin{bmatrix} E_i - E_{i+1} + \frac{h}{2} (f(E_i, t_i) + f(E_{i+1}, t_{i+1})) \\ \delta_i - \delta_{i+1} + \frac{h}{2} (f(\delta_i, t_i) + f(\delta_{i+1}, t_{i+1})) \\ \omega_{gi} - \omega_{gi+1} + \frac{h}{2} (f(\omega_{gi}, t_i) + f(\omega_{gi+1}, t_{i+1})) \\ V_{dsi} \\ V_{qsi} \end{bmatrix} \quad (3.111)$$

Derivando parcialmente las ecuaciones diferenciales (3.100)-(3.102) para determinar el bloque (1,1) de $a_{i,i}$ y $a_{i,i-1}$ se tiene,

$$\mathbf{Df}_x(\mathbf{y})_{n \times n} = \begin{bmatrix} \frac{\partial E}{\partial E} & \frac{\partial E}{\partial \delta} & \frac{\partial E}{\partial \omega_g} \\ \frac{\partial \delta}{\partial E} & \frac{\partial \delta}{\partial \delta} & \frac{\partial \delta}{\partial \omega_g} \\ \frac{\partial \omega_g}{\partial E} & \frac{\partial \omega_g}{\partial \delta} & \frac{\partial \omega_g}{\partial \omega_g} \end{bmatrix} \quad (3.112)$$

en donde,

$$\frac{\partial E}{\partial E} = \frac{-X_{ss}}{X'T_o} \quad (3.113)$$

$$\frac{\partial E}{\partial \delta} = \frac{X - X'}{X'T_o} (-V_{qs}\text{sen}(\delta) - V_{ds}\text{cos}(\delta)) \quad (3.114)$$

$$\frac{\partial E}{\partial \omega_g} = 0 \quad (3.115)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial E} = \frac{X_{ss} - X'}{X'T_o E^2} (V_{qs}\text{sen}(\delta) + V_{ds}\text{cos}(\delta)) \quad (3.116)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial \delta} = \frac{-(X_{ss} - X')}{X'T_o E} (V_{qs}\text{cos}(\delta) - V_{ds}\text{sen}(\delta)) \quad (3.117)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial \omega_g} = 1 \quad (3.118)$$

$$\frac{\partial \omega_g}{\partial E} = \frac{-\omega_s}{2HX'} (V_{ds}\text{cos}(\delta) + V_{qs}\text{sen}(\delta)) \quad (3.119)$$

$$\frac{\partial \omega_g}{\partial \delta} = \frac{-\omega_s E}{2HX'} (-V_{ds}\text{sen}(\delta) + V_{qs}\text{cos}(\delta)) \quad (3.120)$$

$$\frac{\partial \omega_g}{\partial \omega_g} = \frac{-P_{tur}\omega_s}{T_b\omega_g^2 2H} \quad (3.121)$$

El bloque (1,2) contiene las derivadas parciales de las variables dinámicas con respecto a las variables algebraicas, las cuales están dadas por,

$$\mathbf{Df_g}(\mathbf{y})_{n \times a} = \begin{bmatrix} \frac{\partial E}{\partial V_{ds}} & \frac{\partial E}{\partial V_{qs}} \\ \frac{\partial \delta}{\partial V_{ds}} & \frac{\partial \delta}{\partial V_{qs}} \\ \frac{\partial \omega_g}{\partial V_{ds}} & \frac{\partial \omega_g}{\partial V_{qs}} \end{bmatrix} \quad (3.122)$$

en donde,

$$\frac{\partial E}{\partial V_{ds}} = -\text{sen}(\delta) \left(\frac{X_{ss} - X'}{X'T_o} \right) \quad (3.123)$$

$$\frac{\partial E}{\partial V_{qs}} = \cos(\delta) \left(\frac{X_{ss} - X'}{X'T_o} \right) \quad (3.124)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial V_{ds}} = -\cos(\delta) \left(\frac{X_{ss} - X'}{X'T_o E} \right) \quad (3.125)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial V_{qs}} = -\sin(\delta) \left(\frac{X_{ss} - X'}{X'T_o E} \right) \quad (3.126)$$

$$\frac{\partial \omega_g}{\partial V_{ds}} = -\cos(\delta) \left(\frac{\omega_s E}{2H X'} \right) \quad (3.127)$$

$$\frac{\partial \omega_g}{\partial V_{qs}} = -\sin(\delta) \left(\frac{\omega_s E}{2H X'} \right) \quad (3.128)$$

Por otro lado, el bloque (2, 1), contiene las derivadas parciales de las variables algebraicas con respecto a las variables dinámicas, las cuales están dadas por,

$$\mathbf{Dg}_x(\mathbf{y})_{a \times n} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{ds}}{\partial E} & \frac{\partial V_{ds}}{\partial \delta} & \frac{\partial V_{ds}}{\partial \omega_g} \\ \frac{\partial V_{qs}}{\partial E} & \frac{\partial V_{qs}}{\partial \delta} & \frac{\partial V_{qs}}{\partial \omega_g} \end{bmatrix} \quad (3.129)$$

en donde,

$$\frac{\partial V_{ds}}{\partial E} = \cos(\delta) \left(\frac{RX_{rr} + R_{con}X_{rr}}{D} \right) + \sin(\delta) \left(\frac{-XX_{rr} - X_{con}X_{rr}}{D} \right) \quad (3.130)$$

$$\frac{\partial V_{ds}}{\partial \delta} = -E\sin(\delta) \left(\frac{RX_{rr} + R_{con}X_{rr}}{D} \right) + E\cos(\delta) \left(\frac{-XX_{rr} - X_{con}X_{rr}}{D} \right) \quad (3.131)$$

$$\frac{\partial V_{ds}}{\partial \omega_g} = 0 \quad (3.132)$$

$$\frac{\partial V_{qs}}{\partial E} = \cos(\delta) \left(\frac{XX_{rr} + X_{con}X_{rr}}{D} \right) + \sin(\delta) \left(\frac{RX_{rr} + R_{con}X_{rr}}{D} \right) \quad (3.133)$$

$$\frac{\partial V_{qs}}{\partial \delta} = -E\sin(\delta) \left(\frac{XX_{rr} + X_{con}X_{rr}}{D} \right) + E\cos(\delta) \left(\frac{RX_r + R_{con}X_{rr}}{D} \right) \quad (3.134)$$

$$\frac{\partial V_{qs}}{\partial \omega_g} = 0 \quad (3.135)$$

Por último, el bloque (2, 2) está constituido por las derivadas parciales propias de las variables

algebraicas dadas por,

$$\mathbf{Dg}_g(\mathbf{y})_{a \times a} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{ds}}{\partial V_{ds}} & \frac{\partial V_{ds}}{\partial V_{qs}} \\ \frac{\partial V_{qs}}{\partial V_{ds}} & \frac{\partial V_{qs}}{\partial V_{qs}} \end{bmatrix} \quad (3.136)$$

en donde,

$$\frac{\partial V_{ds}}{\partial V_{ds}} = XC\omega_s + \left(\frac{-XX_{rr} - X_{con}X_{rr}}{D} \right) + X_{con}C\omega_s \quad (3.137)$$

$$\frac{\partial V_{ds}}{\partial V_{qs}} = RC\omega_s + \left(\frac{-RX - R_{con}X_{rr}}{D} \right) + R_{con}C\omega_s \quad (3.138)$$

$$\frac{\partial V_{qs}}{\partial V_{ds}} = -RC\omega_s + \left(\frac{RX + R_{con}X_{rr}}{D} \right) - R_{con}C\omega_s \quad (3.139)$$

$$\frac{\partial V_{qs}}{\partial V_{qs}} = XC\omega_s + \left(\frac{-XX_{rr} - X_{con}X_{rr}}{D} \right) + X_{con}C\omega_s \quad (3.140)$$

Por lo tanto, sustituyendo los bloques dados por las ecuaciones (3.112), (3.122), (3.129) y (3.136) para formular los elementos $a_{i,i}$ y $a_{i,i-1}$ de $\mathbf{J}$ se tiene,

$$a_{ii} = \left[\begin{array}{ccc|cc} & \langle E \rangle & \langle \delta \rangle & \langle \omega_g \rangle & \langle V_{ds} \rangle & \langle V_{qs} \rangle \\ \langle E \rangle & -1 + \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial E_i}{\partial E_i} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial E_i}{\partial \delta_i} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial E_i}{\partial \omega_{gi}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial E_i}{\partial V_{dsi}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial E_i}{\partial V_{qsi}} \\ \langle \delta \rangle & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial \delta_i}{\partial E_i} & -1 + \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial \delta_i}{\partial \delta_i} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial \delta_i}{\partial \omega_{gi}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial \delta_i}{\partial V_{dsi}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial \delta_i}{\partial V_{qsi}} \\ \langle \omega_g \rangle & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial \omega_{gi}}{\partial E_i} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial \omega_{gi}}{\partial \delta_i} & -1 + \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial \omega_{gi}}{\partial \omega_{gi}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial \omega_{gi}}{\partial V_{dsi}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial \omega_{gi}}{\partial V_{qsi}} \\ \hline \langle V_{ds} \rangle & \frac{\partial V_{dsi}}{\partial E_i} & \frac{\partial V_{dsi}}{\partial \delta_i} & \frac{\partial V_{dsi}}{\partial \omega_{gi}} & -1 + \frac{\partial V_{dsi}}{\partial V_{dsi}} & \frac{\partial V_{dsi}}{\partial V_{qsi}} \\ \langle V_{qs} \rangle & \frac{\partial V_{qsi}}{\partial E_i} & \frac{\partial V_{qsi}}{\partial \delta_i} & \frac{\partial V_{qsi}}{\partial \omega_{gi}} & \frac{\partial V_{qsi}}{\partial V_{dsi}} & -1 + \frac{\partial V_{qsi}}{\partial V_{qsi}} \end{array} \right] \quad (3.141)$$

$$a_{i,i-1} = \left[\begin{array}{ccc|cc} & \langle E \rangle & \langle \delta \rangle & \langle \omega_g \rangle & \langle V_{ds} \rangle & \langle V_{qs} \rangle \\ \langle E \rangle & 1 + \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial E_i}{\partial E_{i-1}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial E_i}{\partial \delta_{i-1}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial E_i}{\partial \omega_{gi-1}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial E_i}{\partial V_{dsi-1}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial E_i}{\partial V_{qsi-1}} \\ \langle \delta \rangle & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial \delta_i}{\partial E_{i-1}} & 1 + \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial \delta_i}{\partial \delta_{i-1}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial \delta_i}{\partial \omega_{gi-1}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial \delta_i}{\partial V_{dsi-1}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial \delta_i}{\partial V_{qsi-1}} \\ \langle \omega_g \rangle & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial \omega_{gi}}{\partial E_{i-1}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial \omega_{gi}}{\partial \delta_{i-1}} & 1 + \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial \omega_{gi}}{\partial \omega_{gi-1}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial \omega_{gi}}{\partial V_{dsi-1}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial \omega_{gi}}{\partial V_{qsi-1}} \\ \hline \langle V_{ds} \rangle & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \langle V_{qs} \rangle & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \quad (3.142)$$

Entonces, los elementos $a_{i,i}$ y $a_{i,i-1}$ definidos por (3.141) y (3.142) se sustituyen en el Jacobiano

$\mathbf{J}$ definido por la ecuación (2.11) considerando un $N = 3$,

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \begin{array}{c|c|c} Ec. (3.141) & & Ec. (3.142) \\ \hline con i = 1 & & con i = 1 \end{array} & & \\ \begin{array}{c|c|c} Ec. (3.142) & Ec. (3.141) & \\ \hline con i = 2 & con i = 2 & \end{array} & & \\ & \begin{array}{c|c|c} & Ec. (3.142) & Ec. (3.141) \\ \hline & con i = 3 & con i = 3 \end{array} & & \end{bmatrix} \quad (3.143)$$

en donde $a_{1,N} = a_{1,0}$ [Parker 1989].

Para ilustrar la estructura que adquiere el Jacobiano $\mathbf{J}$ en la formulación del método Newton-Raphson dado por (5.5), a manera de ejemplo se considera un número de puntos $N = 3$. La Figura 3.10 muestra la matriz Jacobiana resultante con una dimensión de (15×15) .

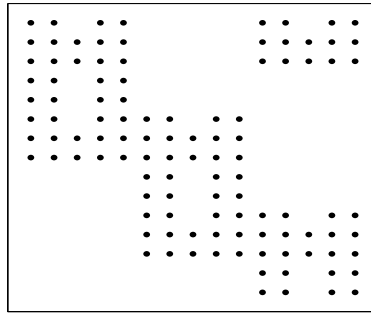


Figura 3.10: Estructura de la matriz Jacobiana $\mathbf{J}$ para $N = 3$.

Por lo tanto, la dimensión del Jacobiano $\mathbf{J}$ se incrementa de forma proporcional con N siguiendo el patrón dado por la Figura 3.10, formando una matriz de orden $(n + a) \cdot N$ altamente dispersa.

3.5. Modelo del Aerogenerador de Velocidad Variable

En la Figura 3.11 se ilustra un aerogenerador de velocidad variable del tipo $C1$, el cual se describió de forma general en la Sección 3.1. Como se puede observar en esta figura, el aerogenerador de velocidad variable incorpora una turbina eólica acoplada a un GIRD por medio de una caja multiplicadora, un convertidor de potencia para el control del factor de potencia y para el abastecimiento de reactivos del generador de inducción, el cual es conectado a un bus infinito a través de un transformador elevador en serie con una línea de transmisión. La configuración del

generador de inducción de rotor devanado combinado con un convertidor de potencia, es conocida como el Generador de Inducción Doblemente Alimentado (GIDA), la cual es una de las tecnologías más utilizada en los últimos años en la generación de energía por medio del viento.

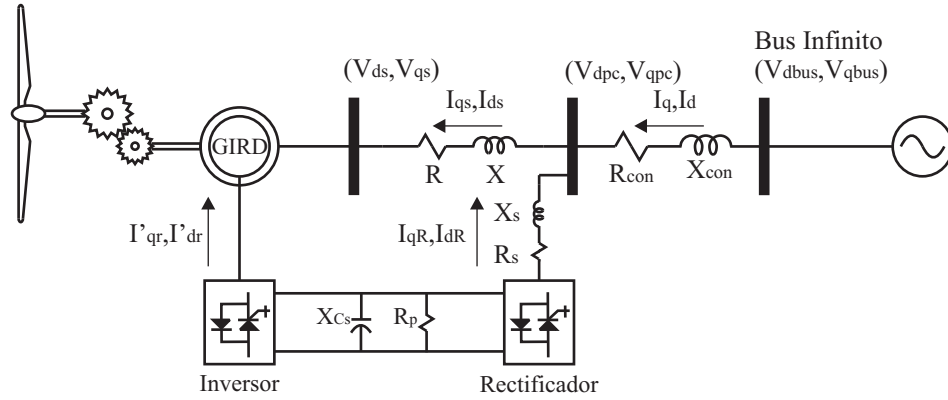


Figura 3.11: Estructura del aerogenerador de velocidad variable conectado a un bus infinito.

El modelo del GIRD corresponde al modelo reducido reportado en la Sección 3.3.1.3, en donde las variables de estado que lo describen son las correspondientes a las componentes q y d de los enlaces de flujo en el rotor ψ'_{qr} y ψ'_{dr} dadas por (3.47) y (3.48), en el marco de referencia rotatorio síncrono. El acoplamiento mecánico de la turbina-generador es el correspondiente al modelo de las dos masas, el cual proporciona las ecuaciones diferenciales de la velocidad del generador ω_g y de la velocidad de la turbina ω_{tur} dadas por (3.89) y (3.84), respectivamente. Además, el modelo correspondiente al convertidor de potencia es un modelo de tercer orden en el marco de referencia rotatorio síncrono y las ecuaciones diferenciales que lo describen son las componentes q y d de la corriente del rectificador I_{qR} e I_{dR} y el voltaje en el capacitor V_{CD} , las cuales son descritas en el Capítulo 4.

Por lo tanto, la configuración del GIDA acoplado mecánicamente a la turbina eólica por medio del modelo de las dos masas está dado por el siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales,

$$\frac{d\psi'_{qr}}{dt} = \omega_b \left(V'_{qr} - r'_r I'_{qr} - \left(\frac{\omega_e - \omega_g}{\omega_b} \right) \psi'_{dr} \right) \quad (3.144)$$

$$\frac{d\psi'_{dr}}{dt} = \omega_b \left(V'_{dr} - r'_r I'_{dr} + \left(\frac{\omega_e - \omega_g}{\omega_b} \right) \psi'_{qr} \right) \quad (3.145)$$

$$\frac{d\omega_g}{dt} = \frac{-\frac{T_m}{a_{gbx}} + T_{em}}{\frac{J_g \omega_{b,hs}^2}{P_b} + \frac{J_{tur} \omega_{b,ls}^2}{P_b a_{gbx}^2}} \quad (3.146)$$

$$\frac{d\omega_{tur}}{dt} = \frac{-T_m + a_{gbx}T_{em}}{\frac{J_{tur}\omega_{b,ls}^2}{P_b} + \frac{J_g a_{gbx}^2 \omega_{b,hs}^2}{P_b}} \quad (3.147)$$

$$\frac{dI_{qR}}{dt} = -\frac{R_s}{X_s}\omega I_{qR} - \omega I_{dR} + \frac{\omega K_R}{X_s}\cos(\alpha_R)V_{CD} - \frac{\omega}{X_s}V_{qpc} \quad (3.148)$$

$$\frac{dI_{dR}}{dt} = \omega I_{qR} - \frac{R_s}{X_s}\omega I_{dR} - \frac{\omega K_R}{X_s}\sin(\alpha_R)V_{CD} + \frac{\omega}{X_s}V_{dpc} \quad (3.149)$$

$$\frac{dV_{CD}}{dt} = -M_{KR}\cos(\alpha_R)I_{qR} + M_{KR}\sin(\alpha_R)I_{dR} - \frac{X_{Cs}\omega}{R_p}V_{CD} - M_{KI}\cos(\alpha_I)I'_{qr} + M_{KI}\sin(\alpha_I)I'_{dr} \quad (3.150)$$

Por otro lado, para plantear las ecuaciones que describen la interconexión del aerogenerador de velocidad variable con el bus infinito, a través del transformador elevador y de la línea de transmisión en el marco de referencia rotatorio síncrono, se aplican las leyes de corrientes y voltajes de Kirchhoff. Por lo tanto, aplicando la ley de corrientes de Kirchhoff en el punto de acoplamiento común de las terminales del estator del generador de inducción y del convertidor de potencia se tienen las componentes q y d de la corriente a través del transformador elevador y por ende, a través de la línea de transmisión,

$$I_q = I_{qs} - I_{qR} \quad (3.151)$$

$$I_d = I_{ds} - I_{dR} \quad (3.152)$$

en donde I_{qs} e I_{ds} están dadas por (3.50) y (3.51), respectivamente.

Entonces, aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff a lo largo de la línea de transmisión se determinan las componentes q y d del voltaje en el punto de conexión común resultando,

$$-(V_{qbus}, V_{dbus}) + (V_{qZcon}, V_{dZcon}) + (V_{qpc}, V_{dpc}) = 0 \quad (3.153)$$

desarrollando las expresiones para las componentes los eje q y d se tiene,

$$V_{dpc} + jV_{qpc} = -(I_{dcon} + jI_{qcon})(R_{con} + jX_{con}) + (V_{dbus} + jV_{qbus}) \quad (3.154)$$

resolviendo para el voltaje en el punto de conexión y separando la parte real y la parte imaginaria de (3.154) se obtiene,

$$V_{qpc} = -X_{con}I_d - R_{con}I_q + V_{qbus} \quad (3.155)$$

$$V_{dpc} = -R_{con}I_d + X_{con}I_q + V_{dbus} \quad (3.156)$$

De la misma manera se determinan las componentes q y d del voltaje en terminales del estator del generador de inducción. Aplicando una ley de voltajes de Kirchhoff a lo largo del transformador elevador se tiene,

$$V_{qs} = -XI_{ds} - RI_{qs} + V_{qpc} \quad (3.157)$$

$$V_{ds} = -RI_{ds} + XI_{qs} + V_{dpc} \quad (3.158)$$

Por su parte, las componentes q y d del voltaje en terminales del rotor están dadas por el voltaje en terminales del inversor del convertidor de potencia de la siguiente manera,

$$V'_{qr} = K_I \cos(\alpha_I) V_{CD} \quad (3.159)$$

$$V'_{dr} = -K_I \sin(\alpha_I) V_{CD} \quad (3.160)$$

Como se puede observar, el modelo del aerogenerador de velocidad variable es representado por medio de un conjunto de ecuaciones diferenciales ($n = 3$) y otro de ecuaciones algebraicas ($a = 4$), los cuales interactúan entre sí para poder simular el sistema en el dominio del tiempo.

3.5.1. Formulación del Modelo del Aerogenerador de Velocidad Variable para el Método de Diferencias Finitas

De acuerdo con la Sección 3.5, el modelo del aerogenerador de velocidad variable corresponde a un modelo de ecuaciones diferencial-algebraicas, en donde las ecuaciones diferenciales son las ecuaciones del modelo del GIRD, el modelo del sistema de acoplamiento mecánico turbina-generator y el modelo del convertidor de potencia dadas por (3.144)-(3.150). Las variables algebraicas de este modelo corresponden al voltaje del punto de conexión común del aerogenerador con el sistema eléctrico y al voltaje en terminales del rotor del generador dadas por (3.157)-(3.158) y (3.159)-(3.160), respectivamente.

La representación del Jacobiano del aerogenerador de velocidad variable para el método de

Diferencias Finitas se desarrolla por medio de bloques asociados a los elementos que integran este tipo de aerogeneradores. Estos bloques corresponden a los términos diferenciales de las submatrices de los elementos $a_{i,i}$ y $a_{i,i-1}$ del Jacobiano $\mathbf{J}$. Por lo tanto, los bloques correspondientes a las variables diferenciales del GIRD, el sistema de acoplamiento mecánico y el convertidor de potencia son definidos por (3.54), (3.95) y (4.33), respectivamente. Reescribiendo dichas ecuaciones se tiene,

$$\mathbf{J}_{generator} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi'_{qr}}{\partial \psi'_{qr}} & \frac{\partial \psi'_{qr}}{\partial \psi'_{dr}} \\ \frac{\partial \psi'_{qr}}{\partial \psi'_{dr}} & \frac{\partial \psi'_{qr}}{\partial \psi'_{dr}} \end{bmatrix} \quad (3.161)$$

$$\mathbf{J}_{gen-tur} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \omega_g}{\partial \omega_g} & \frac{\partial \omega_g}{\partial \omega_{tur}} \\ \frac{\partial \omega_{tur}}{\partial \omega_g} & \frac{\partial \omega_{tur}}{\partial \omega_{tur}} \end{bmatrix} \quad (3.162)$$

$$\mathbf{J}_{conv. de pot} = \begin{bmatrix} \frac{\partial I_{qR}}{\partial I_{qR}} & \frac{\partial I_{qR}}{\partial I_{dR}} & \frac{\partial I_{qR}}{\partial V_{CD}} \\ \frac{\partial I_{dR}}{\partial I_{qR}} & \frac{\partial I_{dR}}{\partial I_{dR}} & \frac{\partial I_{dR}}{\partial V_{CD}} \\ \frac{\partial V_{CD}}{\partial I_{qR}} & \frac{\partial V_{CD}}{\partial I_{dR}} & \frac{\partial V_{CD}}{\partial V_{CD}} \end{bmatrix} \quad (3.163)$$

en donde los elementos de las matrices Jacobinas están definidos por los conjuntos de derivadas parciales dados por (3.55)-(3.58), (3.96)-(3.99) y (4.34)-(4.42), respectivamente.

Como se puede observar en (3.161)-(3.163) se presentan los bloques independientes de cada uno de los elementos mencionados del aerogenerador. Por lo tanto, para desarrollar el bloque del aerogenerador es necesario combinar los tres bloques independientes, lo cual se realiza determinando las derivadas parciales de cada uno de los bloques con respecto a las variables de estado de los otros bloques. En el Apéndice B se presenta el desarrollo detallado para calcular las derivadas parciales involucradas en el Jacobiano.

Por lo tanto, sustituyendo los bloques de derivadas parciales presentados en el Apéndice B se tienen los elementos a_{ii} y $a_{i,i-1}$ de $\mathbf{J}$,

$$(3.164)$$

$$(3.165)$$

$$(3.166)$$

(3.167)

$$a_{i,i-1(1,1)} = \mathbf{I}_{(n \times n)} + \frac{h}{2} \cdot \left[\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c} \langle \psi'_{qr} \rangle & \langle \psi'_{dr} \rangle & \langle \omega_g \rangle & \langle \omega_{tur} \rangle & \langle I_{qR} \rangle & \langle I_{dR} \rangle & \langle V_{CD} \rangle & \\ \hline \langle \psi'_{qr} \rangle & \frac{\partial \psi'_{qri}}{\partial \psi'_{qri-1}} & \frac{\partial \psi'_{dri}}{\partial \psi'_{dri-1}} & \frac{\partial \psi'_{qri}}{\partial \omega_{gi-1}} & \frac{\partial \psi'_{qri}}{\partial \omega_{turi-1}} & \frac{\partial \psi'_{qri}}{\partial I_{qRi-1}} & \frac{\partial \psi'_{qri}}{\partial I_{dRi-1}} & \frac{\partial \psi'_{qri}}{\partial V_{CDi-1}} \\ \hline \langle \psi'_{dr} \rangle & \frac{\partial \psi'_{dri}}{\partial \psi'_{qri-1}} & \frac{\partial \psi'_{dri}}{\partial \psi'_{dri-1}} & \frac{\partial \psi'_{dri}}{\partial \omega_{gi-1}} & \frac{\partial \psi'_{dri}}{\partial \omega_{turi-1}} & \frac{\partial \psi'_{dri}}{\partial I_{qRi-1}} & \frac{\partial \psi'_{dri}}{\partial I_{dRi-1}} & \frac{\partial \psi'_{dri}}{\partial V_{CDi-1}} \\ \hline \langle \omega_g \rangle & \frac{\partial \omega_{gi}}{\partial \psi'_{qri-1}} & \frac{\partial \omega_{gi}}{\partial \psi'_{dri-1}} & \frac{\partial \omega_{gi}}{\partial \omega_{gi-1}} & \frac{\partial \omega_{gi}}{\partial \omega_{turi-1}} & \frac{\partial \omega_{gi}}{\partial I_{qRi-1}} & \frac{\partial \omega_{gi}}{\partial I_{dRi-1}} & \frac{\partial \omega_{gi}}{\partial V_{CDi-1}} \\ \hline \langle \omega_{tur} \rangle & \frac{\partial \omega_{turi}}{\partial \psi'_{qri-1}} & \frac{\partial \omega_{turi}}{\partial \psi'_{dri-1}} & \frac{\partial \omega_{turi}}{\partial \omega_{gi-1}} & \frac{\partial \omega_{turi}}{\partial \omega_{turi-1}} & \frac{\partial \omega_{turi}}{\partial I_{qRi-1}} & \frac{\partial \omega_{turi}}{\partial I_{dRi-1}} & \frac{\partial \omega_{turi}}{\partial V_{CDi-1}} \\ \hline \langle I_{qR} \rangle & \frac{\partial I_{qRi}}{\partial \psi'_{qri-1}} & \frac{\partial I_{qRi}}{\partial \psi'_{dri-1}} & \frac{\partial I_{qRi}}{\partial \omega_{gi-1}} & \frac{\partial I_{qRi}}{\partial \omega_{turi-1}} & \frac{\partial I_{qRi}}{\partial I_{qRi-1}} & \frac{\partial I_{qRi}}{\partial I_{dRi-1}} & \frac{\partial I_{qRi}}{\partial V_{CDi-1}} \\ \hline \langle I_{dR} \rangle & \frac{\partial I_{dRi}}{\partial \psi'_{qri-1}} & \frac{\partial I_{dRi}}{\partial \psi'_{dri-1}} & \frac{\partial I_{dRi}}{\partial \omega_{gi-1}} & \frac{\partial I_{dRi}}{\partial \omega_{turi-1}} & \frac{\partial I_{dRi}}{\partial I_{qRi-1}} & \frac{\partial I_{dRi}}{\partial I_{dRi-1}} & \frac{\partial I_{dRi}}{\partial V_{CDi-1}} \\ \hline \langle V_{CD} \rangle & \frac{\partial V_{CDi}}{\partial \psi'_{qri-1}} & \frac{\partial V_{CDi}}{\partial \psi'_{dri-1}} & \frac{\partial V_{CDi}}{\partial \omega_{gi-1}} & \frac{\partial V_{CDi}}{\partial \omega_{turi-1}} & \frac{\partial V_{CDi}}{\partial I_{qRi-1}} & \frac{\partial V_{CDi}}{\partial I_{dRi-1}} & \frac{\partial V_{CDi}}{\partial V_{CDi-1}} \end{array} \right] \quad (3.168)$$

$$a_{i,i-1(1,2)} = \frac{h}{2} \cdot \left[\begin{array}{c|c|c|c} \langle \psi'_{qr} \rangle & \langle V_{qs} \rangle & \langle V_{ds} \rangle & \\ \hline \langle \psi'_{qr} \rangle & \frac{\partial \psi'_{qri}}{\partial V_{qsi-1}} & \frac{\partial \psi'_{qri}}{\partial V_{dsi-1}} & \frac{\partial \psi'_{qri}}{\partial V_{qri-1}} & \frac{\partial \psi'_{qri}}{\partial V_{dri-1}} \\ \hline \langle \psi'_{dr} \rangle & \frac{\partial \psi'_{dri}}{\partial V_{qsi-1}} & \frac{\partial \psi'_{dri}}{\partial V_{dsi-1}} & \frac{\partial \psi'_{dri}}{\partial V_{qri-1}} & \frac{\partial \psi'_{dri}}{\partial V_{dri-1}} \\ \hline \langle \omega_g \rangle & \frac{\partial \omega_{gi}}{\partial V_{qsi-1}} & \frac{\partial \omega_{gi}}{\partial V_{dsi-1}} & \frac{\partial \omega_{gi}}{\partial V_{qri-1}} & \frac{\partial \omega_{gi}}{\partial V_{dri-1}} \\ \hline \langle \omega_{tur} \rangle & \frac{\partial \omega_{turi}}{\partial V_{qsi-1}} & \frac{\partial \omega_{turi}}{\partial V_{dsi-1}} & \frac{\partial \omega_{turi}}{\partial V_{qri-1}} & \frac{\partial \omega_{turi}}{\partial V_{dri-1}} \\ \hline \langle I_{qR} \rangle & \frac{\partial I_{qRi}}{\partial V_{qsi-1}} & \frac{\partial I_{qRi}}{\partial V_{dsi-1}} & \frac{\partial I_{qRi}}{\partial V_{qri-1}} & \frac{\partial I_{qRi}}{\partial V_{dri-1}} \\ \hline \langle I_{dR} \rangle & \frac{\partial I_{dRi}}{\partial V_{qsi-1}} & \frac{\partial I_{dRi}}{\partial V_{dsi-1}} & \frac{\partial I_{dRi}}{\partial V_{qri-1}} & \frac{\partial I_{dRi}}{\partial V_{dri-1}} \\ \hline \langle V_{CD} \rangle & \frac{\partial V_{CDi}}{\partial V_{qsi-1}} & \frac{\partial V_{CDi}}{\partial V_{dsi-1}} & \frac{\partial V_{CDi}}{\partial V_{qri-1}} & \frac{\partial V_{CDi}}{\partial V_{dri-1}} \end{array} \right] \quad (3.169)$$

$$a_{ii-1(2,1)} = \left[\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c} \langle \psi'_{qr} \rangle & \langle \psi'_{dr} \rangle & \langle \omega_g \rangle & \langle \omega_{tur} \rangle & \langle I_{qR} \rangle & \langle I_{dR} \rangle & \langle V_{CD} \rangle & \\ \hline \langle V_{qs} \rangle & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \langle V_{ds} \rangle & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \langle V_{qr} \rangle & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \langle V_{dr} \rangle & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \quad (3.170)$$

$$a_{ii-1(2,2)} = \left[\begin{array}{c|c|c|c} \langle V_{qs} \rangle & \langle V_{ds} \rangle & \langle V_{qr} \rangle & \langle V_{dr} \rangle \\ \hline \langle V_{qs} \rangle & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \langle V_{ds} \rangle & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \langle V_{qr} \rangle & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \langle V_{dr} \rangle & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \quad (3.171)$$

Entonces, los elementos $a_{i,i}$ y $a_{i,i-1}$ definidos por (3.164) - (3.171) se sustituyen en el Jacobiano $\mathbf{J}$ definido por la ecuación (2.11) considerando un $N = 3$,

$$\mathbf{J} = \left[\begin{array}{c|c|c} \begin{array}{c} \frac{Ec. (3.164)}{Ec. (3.166)} \mid \frac{Ec. (3.165)}{Ec. (3.167)} \\ \hline con\ i = 1 \end{array} & & \begin{array}{c} \frac{Ec. (3.168)}{Ec. (3.170)} \mid \frac{Ec. (3.169)}{Ec. (3.171)} \\ \hline con\ i = 1 \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} \frac{Ec. (3.168)}{Ec. (3.170)} \mid \frac{Ec. (3.169)}{Ec. (3.171)} \\ \hline con\ i = 2 \end{array} & \begin{array}{c} \frac{Ec. (3.164)}{Ec. (3.166)} \mid \frac{Ec. (3.165)}{Ec. (3.167)} \\ \hline con\ i = 2 \end{array} & \\ \hline & \begin{array}{c} \frac{Ec. (3.168)}{Ec. (3.170)} \mid \frac{Ec. (3.169)}{Ec. (3.171)} \\ \hline con\ i = 3 \end{array} & \begin{array}{c} \frac{Ec. (3.164)}{Ec. (3.166)} \mid \frac{Ec. (3.165)}{Ec. (3.167)} \\ \hline con\ i = 3 \end{array} \end{array} \right] \quad (3.172)$$

en donde $a_{1,N} = a_{1,0}$ [Parker 1989].

Para ilustrar la estructura que adquiere el Jacobiano $\mathbf{J}$ en la formulación del método Newton-Raphson dado por (5.5), en la Figura 3.12 se muestran los elementos diferentes de cero un número de puntos $N = 3$. La matriz Jacobiana resultante tiene una dimensión de 33×33 .

Por lo tanto, cuando se requiere utilizar un numero N mayor, el Jacobiano $\mathbf{J}$ incrementa de forma proporcional siguiendo el patrón dado por la Figura 3.12 formando una matriz de orden $(n + a) \cdot N$.

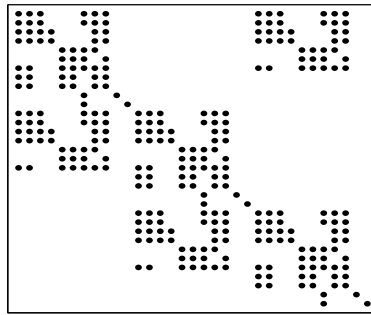


Figura 3.12: Estructura de la matriz Jacobiana $\mathbf{J}$ para $N = 3$.

3.6. Sistemas de Control de Potencia y de Factor de Potencia de los Aerogeneradores

En esta Sección se presentan los modelos de los sistemas de control para la regulación de la potencia activa generada y del factor de potencia del generador eléctrico para los aerogeneradores de velocidad fija y variable desarrollados en esta tesis. Cada uno de estos controladores se basan en una estrategia Proporcional e Integral (PI), en donde los valores de referencia de potencia activa y de potencia reactiva son comparados con los valores obtenidos en cada instante de tiempo. Además, se presentan las técnicas de sintonización utilizadas para calcular las constantes K_p y K_i correspondientes de cada controlador PI.

3.6.1. Sistema de Control para el Ángulo de Posicionamiento de los Álabes β

En los aerogeneradores modernos, la incorporación del sistema de control para el posicionamiento de los álabes de la turbina eólica ha sido de gran importancia para la regulación de la potencia generada por estos dispositivos. Esto es debido a que el diseño de este controlador es desarrollado para que los aerogeneradores puedan operar a velocidades de viento altas. Como consecuencia de esto, la inclinación del ángulo β varía con la finalidad de limitar la eficiencia aerodinámica de la turbina eólica y permitir que ésta opere bajo diferentes velocidades de viento, sin que el generador exceda sus límites de velocidad.

Los modelos de los aerogeneradores de velocidad fija y variable implementados en la presente tesis, incorporan un sistema de control del ángulo β para la regulación de la potencia generada, tal como los tipos de aerogeneradores *A1* y *C1* reportados en la Sección 3.1. Dicho sistema de control se ilustra en la Figura 3.13, el cual corresponde a una estrategia de control PI. Como se puede observar en esta figura, el controlador requiere de una potencia de referencia P_{ref} , la cual es el valor de la potencia nominal del aerogenerador para el caso del aerogenerador de velocidad fija. Para determinar el valor de P_{ref} para el caso del aerogenerador de velocidad variable se utiliza la curva garantizada de velocidad de viento-potencia proporcionada por el fabricante. Esta curva se presenta en la Sección 3.7, la cual se utiliza como base para determinar P_{ref} de acuerdo con una velocidad de viento entrante a la turbina eólica por medio de una interpolación lineal. Por lo tanto, de acuerdo con la Figura 3.13 se calcula una señal de error e entre P_{ref} y la potencia generada P_s que permite el ajuste de la variable controlada β en cada instante de tiempo, haciendo que ésta se encuentre dentro de los límites β_{max} y β_{min} indicados por el fabricante.

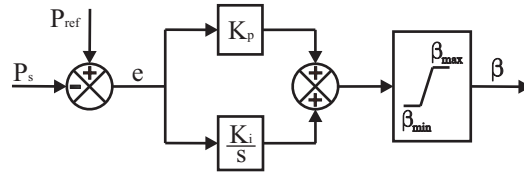


Figura 3.13: Sistema de control para el ángulo de posicionamiento de los álabes β .

De acuerdo con la Figura 3.13, la representación del controlador PI para el ángulo β en variables de estado se describe por medio de las siguientes ecuaciones,

$$\frac{du}{dt} = P_{ref} - P_s \quad (3.173)$$

y

$$\beta = K_p (P_{ref} - P_s) + K_i u \quad (3.174)$$

en donde u es la variable de estado del controlador PI, K_p y K_i son las ganancias proporcional e integral para este controlador PI, respectivamente.

3.6.1.1. Sintonización de las Ganancias del Controlador PI para el Ángulo β

El controlador PI implementado en esta tesis para la regulación de potencia de los aerogeneradores de velocidad fija y de velocidad variable es diseñado utilizando el comportamiento transitorio de los aerogeneradores, haciendo uso del modelo del aerogenerador de velocidad fija reportado en la Sección 3.4, el cual incorpora el modelo de una masa para el acoplamiento mecánico turbina-generador. Es necesario mencionar, que este modelo permite realizar el diseño del controlador PI para el ángulo β , utilizado tanto en el modelo del aerogenerador de velocidad fija como en el modelo del aerogenerador de velocidad variable, ya que β tiene efecto en las variables mecánicas correspondientes a los pares y velocidades del generador y de la turbina eólica.

Para realizar el diseño de un controlador PI se pueden utilizar las técnicas de sintonización de Ziegler-Nichols [Ogata 1998], las cuales se basan en el análisis de la respuesta del sistema a una entrada escalón en la variable a controlar y en el análisis de oscilaciones sostenidas en lazo cerrado. Sin embargo, para el caso del controlador PI, para el ángulo β , el aerogenerador no presenta una respuesta al escalón de un sistema de primer orden y tampoco oscilaciones sostenidas en lazo cerrado, por lo que la técnicas de sintonización de Ziegler-Nichols no pueden ser utilizadas. El aerogenerador presenta una respuesta al escalón de segundo orden subamortiguada, tal como se ilustra en Figura 3.14.

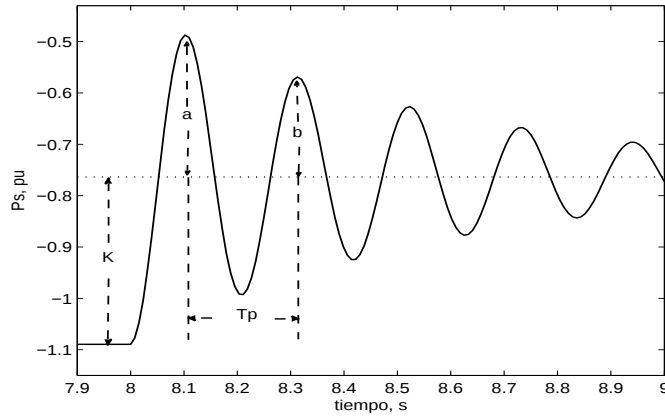


Figura 3.14: Respuesta subamortiguada al escalón del aerogenerador.

Por lo tanto, el aerogenerador puede ser considerado como un sistema con respuesta subamortiguada al escalón y puede ser aproximado por medio de un sistema de segundo orden con la siguiente función de transferencia [Basilio 2002],

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (3.175)$$

Las ganancias proporcional e integral del controlador PI se calculan de la siguiente manera,

$$T_i = \frac{2\zeta}{\omega_n} \quad (3.176)$$

$$K_p = \frac{4T_i}{Kt_s} \quad (3.177)$$

$$K_i = \frac{K_p}{T_i} \quad (3.178)$$

en donde K es la ganancia obtenida en la respuesta al escalón (ver la Figura 3.14) y t_s es el tiempo de establecimiento. Mientras que el coeficiente de amortiguamiento ζ y la frecuencia natural ω_n se definen de la siguiente manera,

$$\zeta = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\pi}{\ln(\frac{b}{a})}\right)^2}} \quad (3.179)$$

$$\omega_n = \frac{2\pi}{T_p \sqrt{1 - \zeta^2}} \quad (3.180)$$

Los valores a y b son las magnitudes de los primeros dos sobreimpulsos de la respuesta transitoria al aplicar la entrada escalón, los cuales son medidos a partir del nuevo valor de estado estable $P_s(\infty)$ (el cual se indica por la línea punteada en la Figura 3.14). Además, el valor T_p corresponde al intervalo de tiempo presente entre los dos primeros sobreimpulsos, el cual se calcula por medio de la siguiente diferencia,

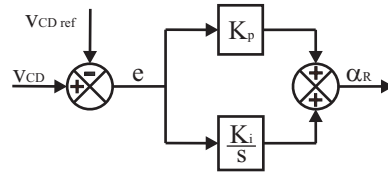
$$T_p = T_b - T_a \quad (3.181)$$

en donde T_b y T_a son los tiempos correspondientes en los que se presentan el segundo y el primer sobreimpulso, respectivamente.

3.6.2. Sistema de Control del Factor de Potencia

El factor de potencia del generador de inducción doblemente alimentado, incorporado en los aerogeneradores de velocidad variable, es regulado por medio del convertidor de potencia. Este convertidor está conformado por dos convertidores de fuente de voltaje interconectados en paralelo por un capacitor, tal como se describe en la Sección 4.3. Para regular el factor de potencia del generador de inducción por medio del convertidor de potencia, se requiere de un sistema de control constituido por dos controladores PI. Cada uno de estos controladores tienen la función de controlar el ángulo de disparo de los dispositivos de conmutación de los convertidores de voltaje, por lo que un controlador ajusta el ángulo de disparo del convertidor que opera como rectificador α_R , mientras que otro controlador regula el ángulo de disparo del convertidor que opera como inversor α_I . Por lo tanto, el controlador PI del rectificador tiene la finalidad de cargar y de mantener el voltaje del capacitor bajo cualquier condición de operación del aerogenerador. Por otro lado, el controlador PI del inversor tiene la finalidad de proporcionar un voltaje en terminales del rotor del GIRD, tal que permita que el generador inyecte una potencia reactiva constante al sistema. Por lo tanto, controlando la potencia activa y reactiva en el GIRD se puede controlar la condición de operación del generador a un factor de potencia deseado bajo cualquier condición de la velocidad del viento.

La estructura del controlador PI del convertidor que opera como rectificador se ilustra en la Figura 3.15, en donde se puede observar el cálculo de una señal de error por medio de una diferencia entre el voltaje del capacitor V_{CD} y un voltaje de referencia V_{CDref} , el cual ajusta el valor de la variable a controlar α_R en cada instante de tiempo hasta que llega a un valor constante cuando el error es igual a cero.

Figura 3.15: Sistema de control para el ángulo α_R del rectificador

De acuerdo con la Figura 3.15, la representación del controlador PI para el control del ángulo α_R en variables de estado se describe por medio de las siguientes ecuaciones,

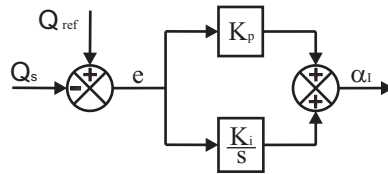
$$\frac{dv}{dt} = V_{CD} - V_{CDref} \quad (3.182)$$

y

$$\alpha_R = K_p (v_{CD} - v_{CDref}) + K_i v \quad (3.183)$$

en donde v es la variable de estado del controlador PI, K_p y K_i son las ganancias proporcional e integral para este controlador PI, respectivamente.

Por otra parte, la estructura del controlador PI del convertidor que opera como inversor se ilustra en la Figura 3.16, en donde se puede observar el cálculo de una señal de error por medio de una diferencia entre la potencia reactiva del generador Q_s y una potencia reactiva de referencia Q_{ref} , el cual ajusta el valor de la variable a controlar α_I en cada instante de tiempo hasta llegar a un valor constante, el cual se mantiene durante una condición de operación del aerogenerador.

Figura 3.16: Sistema de control para el ángulo α_I del inversor

Considerando la Figura 3.16, la representación del controlador PI para el control del ángulo α_I en variables de estado se describe por medio de las siguientes ecuaciones,

$$\frac{dw}{dt} = Q_{ref} - Q_s \quad (3.184)$$

$$\alpha_I = K_p (Q_{ref} - Q_s) + K_i w \quad (3.185)$$

en donde w es la variable de estado del controlador PI, K_p y K_i son las ganancias proporcional e integral del controlador.

3.6.2.1. Sintonización de las Ganancias de los Controladores PI para los Ángulos α_R y α_I

En el diseño de los controladores para la regulación del factor de potencia del generador doblemente alimentado, la técnica para la sintonización de las ganancias de los controles PI utilizada es la correspondiente a la primera regla de Ziegler-Nichols [Ogata 1998], la cual se basa en el análisis de la respuesta del sistema a una entrada escalón.

Para sintonizar las ganancias del controlador PI del convertidor que opera como rectificador, se obtiene la respuesta al escalón del aerogenerador aplicando un escalón al valor de α_R en un instante de tiempo determinado cuando el sistema ha alcanzado el estado estable con un valor inicial de α_R . El sistema utilizado para la sintonización del rectificador se forma conectando un VSC en las terminales del estator del GIRD y conectando una fuente de voltaje constante en terminales del rotor. Esto representa un VSC que mantiene un voltaje constante en las terminales del rotor. Por lo tanto, al aplicar el escalón en α_R en un instante de tiempo determinado se obtiene la respuesta ilustrada en la Figura 3.17, en donde se observa el comportamiento de la variable a controlar V_{CD} .

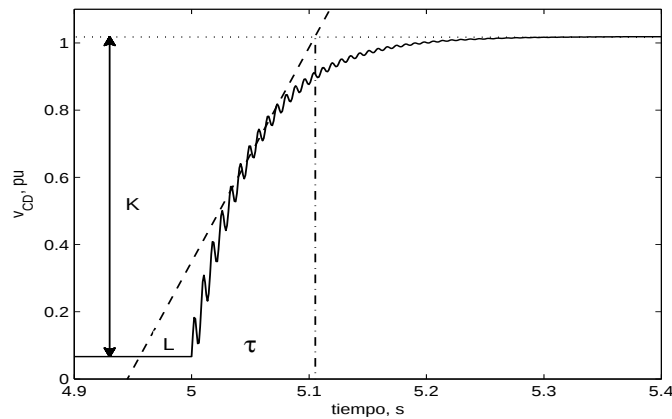


Figura 3.17: Respuesta al escalón del aerogenerador

Por otra parte, para sintonizar las ganancias del controlador PI del convertidor que opera como inversor se obtiene la respuesta al escalón del aerogenerador aplicando un escalón al valor de α_I en un instante de tiempo determinado cuando el sistema ha alcanzado un estado estable. Entonces, el sistema utilizado para la sintonización del inversor se forma conectando un VSC en las terminales del rotor del GIRD y manteniendo el voltaje del capacitor constante. Esto representa un VSC que

mantiene un voltaje del capacitor constante. Por lo tanto, al aplicar el escalón en α_I en un instante de tiempo determinado se obtiene la respuesta ilustrada en la Figura 3.18, en donde se gráfica el comportamiento de la variable a controlar Q_s .

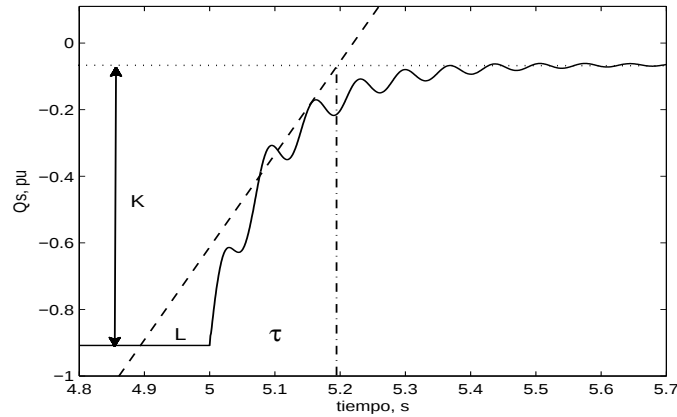


Figura 3.18: Respuesta al escalón del aerogenerador

Como se puede observar en las Figuras 3.17 y 3.18 las respuestas al escalón obtenidas para cada uno de los controladores diseñados para el control del factor de potencia del GIDA, presentan un comportamiento aproximado al de un sistema de primer orden, por lo que la técnica de Ziegler-Nichols puede ser utilizada para la sintonización de las ganancias. Entonces, para realizar dicha sintonización es necesario calcular los valores de las constantes K , L y τ , los cuales corresponden a la ganancia del valor en estado estable de la variable a controlar, al tiempo de retardo y a la constante de tiempo, respectivamente [Ogata 1998].

Estos valores se determinan gráficamente trazando una línea horizontal en donde se indique el nuevo valor de estado estable (línea punteada), trazando una línea tangente en la inflexión de la curva (línea segmentada) y una línea vertical en el punto de intersección de las dos anteriores (línea punto-segmento). La combinación de estas tres líneas aproxima la respuesta al escalón obtenida a un comportamiento ideal de un sistema de primer orden. Entonces los valores de K , L y τ se obtienen midiendo manualmente sus magnitudes.

Por lo tanto, las ganancias de los controladores PI, K_p y K_i se calculan utilizando las ecuaciones bien establecidas para esta técnica de sintonización, las cuales están definidas por,

$$K_p = \frac{0.9}{R_{pi}L} \quad (3.186)$$

$$K_i = \frac{K_p}{T_i} \quad (3.187)$$

en donde,

$$R_{pi} = \frac{K}{\tau} \quad (3.188)$$

$$T_i = \frac{L}{0.3} \quad (3.189)$$

3.7. Curva Potencia-Velocidad del Viento

La curva potencia-velocidad de viento describe la operación característica de los aerogeneradores dentro de diferentes condiciones de viento. Esta curva también es conocida como la curva de operación de los aerogeneradores garantizada por el fabricante. En la Figura 3.19 se ilustra la curva garantizada de un aerogenerador de 850KW de la marca GAMESA. Esta curva se puede explicar definiendo cuatro regiones de operación de los aerogeneradores de la siguiente manera,

- Región 1.- Esta región se ubica dentro del rango de velocidades de viento de $0 - 4m/s$, las cuales son muy bajas y no se puede generar energía eléctrica.
- Región 2.- El rango de velocidades correspondiente a esta región es de $4 - 15m/s$, en donde se presenta una generación de energía eléctrica creciente conforme al aumento de la velocidad de viento.
- Región 3.- En esta región se mantiene una generación de energía eléctrica constante al valor nominal del aerogenerador y su rango de velocidades de viento es de $15 - 25m/s$.
- Región 4.- En esta región las velocidades de viento son mayores a los $25m/s$, las cuales son muy altas y pueden dañar al aerogenerador. Por lo tanto, para proteger la turbina eólica frente a estas velocidades de viento los álabes de ésta se colocan en posición de bandera deteniendo totalmente la generación de energía eléctrica.

Por otro lado, en la presente tesis la curva potencia-velocidad de viento es una herramienta muy útil para el diseño del controlador de potencia de los aerogeneradores, debido a que en base a la velocidad de viento incidente en la turbina eólica, se puede determinar la potencia de referencia P_{ref} requerida por el controlador PI, calculandola por medio de una interpolación lineal con los valores de la potencia y de la velocidad de viento proporcionados por el fabricante en la curva garantizada tal como lo ilustra la Figura 3.20.

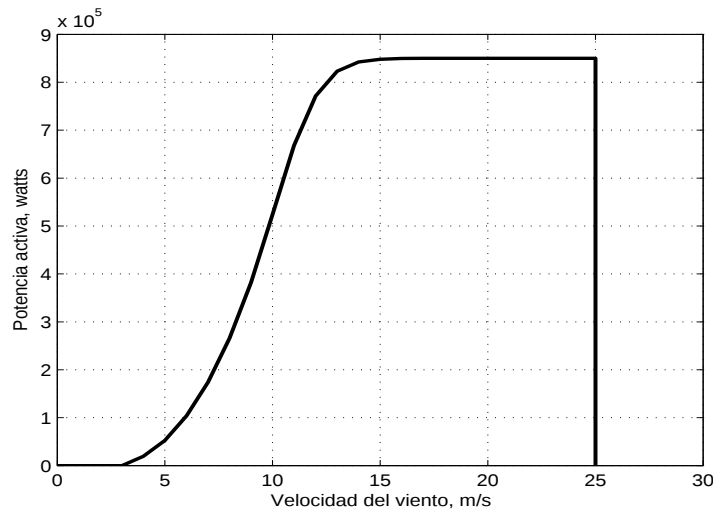


Figura 3.19: Curva potencia-velocidad de viento de un aerogenerador de 850 KW de la marca GAMESA

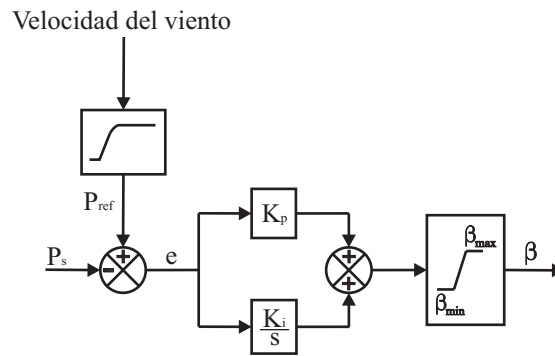


Figura 3.20: Sistema de control para el ángulo de posicionamiento de los álabes β incorporando la curva potencia-velocidad del viento

Por otra parte, la curva de potencia-velocidad del viento se utiliza para determinar diferentes curvas de potencia reactiva en función de la velocidad del viento. Estas curvas se obtienen considerando una relación entre las potencias activas y reactivas generadas por los aerogeneradores. En la Figura 3.21 se presenta una curva de potencia reactiva-velocidad del viento, en donde las magnitudes de las potencias reactivas corresponden a un 30 % de las magnitudes de las potencias activas de la Figura 3.19, las cuales dan como resultado un factor de potencia controlado a un valor de 0.9578. Por lo tanto, variando la relación entre las potencias activa y reactiva generadas se pueden obtener diferentes curvas de potencia reactiva-velocidad del viento, con las cuales se puede regular el factor de potencia en un rango de 0 a 1.

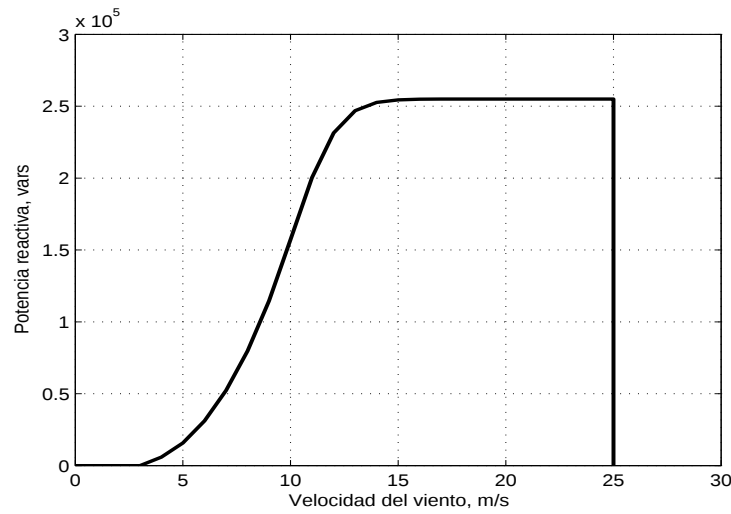


Figura 3.21: Curva potencia reactiva-velocidad del viento al 30 % de la potencia activa

En la Figura 3.22 se presenta el controlador PI para la regulación de potencia reactiva generada, en donde el valor Q_{ref} se obtiene de la curva potencia reactiva-velocidad del viento con la cual el aerogenerador opera a un factor de potencia determinado bajo cualquier condición en la velocidad del viento.

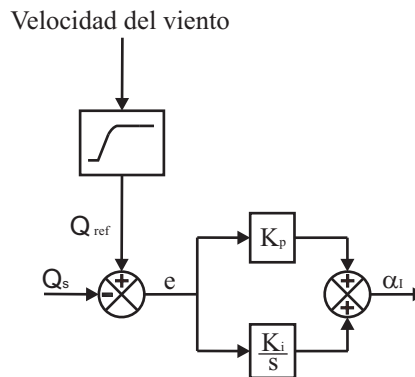


Figura 3.22: Sistema de control de potencia reactiva incorporando la curva potencia reactiva-velocidad del viento

3.8. Sumario

En este capítulo se presentó la clasificación general de los aerogeneradores en base a la tecnología utilizada para el control de los mismos y al tipo de turbina eólica que incorporan. Se reportaron los modelos matemáticos que representan a cada uno de los componentes que consti-

tuyen a los aerogeneradores de velocidad fija y de velocidad variable, tales como, la turbina eólica, el generador de inducción (jaula de ardilla y rotor devanado en sus versiones reducidas), el sistema de acoplamiento mecánico turbina-generator (modelos de una y dos masas) y los sistemas de control de potencia activa y de factor de potencia. Se presentó el modelo de los dos tipos de aerogeneradores conectados a un sistema eléctrico, el cual es representado mediante un conjunto de ecuaciones diferencial-algebraico, en donde se incorporaron todos los componentes que los constituyen. Así mismo, se presentó la formulación de cada uno de los modelos de los elementos para el método de Diferencias Finitas, por medio del cálculo de las submatrices que conforman al Jacobiano utilizado en el método Newton-Rapshon. Por último se presentaron la técnicas de sintonización utilizadas para el diseño de los esquemas de control de los aerogeneradores, los cuales están basados en estrategias PI.

Capítulo 4

Controladores de Electrónica de Potencia

En el presente capítulo se describen los modelos matemáticos que representan a los controladores de electrónica de potencia utilizados en el desarrollo de esta tesis, los cuales están basados en un convertidor fuente de voltaje (VSC). El modelo de un compensador estático síncrono (STATCOM) basado en el VSC se presenta en el marco de referencia síncrono $qd0$, el cual se toma como base para la formulación del modelo de un convertidor de potencia. Además, se presenta la versión discreta de los modelos del STATCOM y del convertidor de potencia usando el método de Diferencias Finitas.

4.1. Modelo del STATCOM en el Dominio $dq0$

El STATCOM es un equipo basado en dispositivos de electrónica de potencia utilizado para la compensación de reactivos, el cual es conectado en paralelo a un punto específico del sistema eléctrico de potencia. El STATCOM es un dispositivo capaz de generar y absorber tanto potencia activa como reactiva mediante el control de los voltajes generados en terminales del STATCOM. El STATCOM provee características de operación similares a un compensador síncrono giratorio pero sin la inercia mecánica, las cuales consisten en la absorción o inyección de potencia reactiva en el punto de conexión. Además, el STATCOM cuenta con dispositivos de conmutación de estado sólido, los cuales proporcionan un control rápido en la magnitud y ángulo de fase de los voltajes en las fases a , b y c .

La Figura 4.1 ilustra el circuito equivalente del STATCOM. Como se puede apreciar en esta figura, los elementos principales que constituyen al STATCOM son la resistencia del transformador R_s y la reactancia de dispersión del transformador X_s . Además, X_{C_s} representa la reactancia capacitiva y la resistencia en paralelo R_p representa las pérdidas en el capacitor.

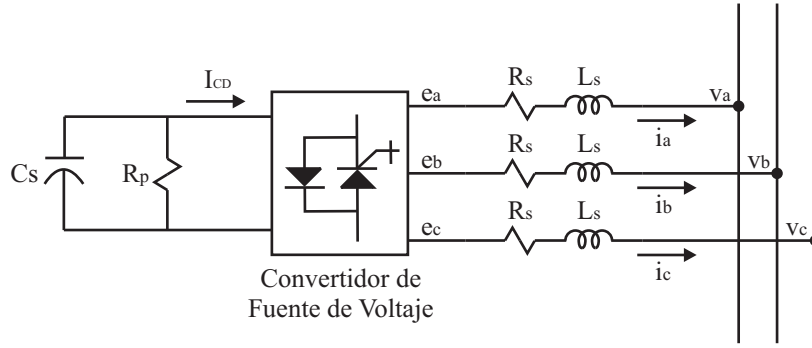


Figura 4.1: Circuito equivalente del STATCOM.

Los voltajes e_a , e_b y e_c representan los voltajes de fase del lado de CA del inversor, mientras que los voltajes v_a , v_b y v_c corresponden a los voltajes de fase en el bus de conexión del STATCOM. Las corrientes de fase para el circuito de la Figura 4.1 se definen en por unidad de la siguiente manera [Rao 2000],

$$\frac{d\mathbf{i}_{abc}}{dt} = \omega \left(-\frac{R_s}{X_s} \mathbf{i}_{abc} + \frac{\mathbf{e}_{abc}}{X_s} - \frac{\mathbf{v}_{abc}}{X_s} \right) \quad (4.1)$$

en donde el voltaje de la fase a se define como,

$$v_a = \sqrt{2}V_s \cos(\omega t + \theta_s) \quad (4.2)$$

en donde V_s es el valor rms del voltaje de fase en el bus, ω es la frecuencia del sistema y θ_s es el ángulo de fase de referencia. La ecuación diferencial del voltaje en el capacitor se define por la sumatoria de corrientes en su punto de conexión multiplicada por la reactancia capacitiva,

$$\frac{dV_{CD}}{dt} = -\omega X_{C_s} \left(\frac{V_{CD}}{R_p} + I_{CD} \right) \quad (4.3)$$

en donde la corriente de CD es el producto de las funciones de conmutación del convertidor por las corrientes de fase $I_{CD} = \mathbf{s}_{abc} \mathbf{i}_{abc}^T$ en donde,

$$\mathbf{s}_{abc} = \begin{bmatrix} k \sin(\omega t + \alpha) \\ k \sin(\omega t + \alpha - \frac{2\pi}{3}) \\ k \sin(\omega t + \alpha + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}^T \quad (4.4)$$

Por otra parte, la componente fundamental del voltaje de salida del STATCOM de la fase a se define como [Rao 2000],

$$e_a = kV_{CD}\cos(\omega t + \alpha) \quad (4.5)$$

en donde V_{CD} es el voltaje en el capacitor, α es el ángulo de control del convertidor de fuente de voltaje y k es el factor que relaciona el voltaje de CD con el voltaje pico en terminales del VSC. Los voltajes v y e para las fases b y c se definen de la misma manera que (4.2) y (4.5) con un ángulo de desplazamiento de 120° y 240° , respectivamente.

El sistema de ecuaciones dado por (4.1) se transforma al marco de referencia síncrono utilizando la siguiente relación de transformación,

$$\mathbf{f}_{dq0} = \mathbf{T}\mathbf{f}_{abc} \quad (4.6)$$

en donde $\mathbf{T}$ es la matriz de transformación de Park definida como [Chen 1996],

$$\mathbf{T} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\omega t) & -\sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Aplicando (4.6) a (4.1) y (4.3) se define un nuevo conjunto de ecuaciones en el marco de referencia síncrono dado por,

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \\ V_{CD} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s\omega}{X_s} & \omega & \frac{\omega k}{X_s}\cos(\alpha) \\ -\omega & -\frac{R_s\omega}{X_s} & \frac{\omega k}{X_s}\sin(\alpha) \\ M_k\cos(\alpha) & M_k\sin(\alpha) & -\frac{X_{Cs}}{R_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \\ V_{CD} \end{bmatrix} - \frac{\omega}{X_s} \begin{bmatrix} V_s\cos(\theta_s) \\ V_s\sin(\theta_s) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

con

$$M_k = -\frac{3}{2}k\omega X_{Cs} \quad (4.9)$$

en donde $k = 2/\pi$ define a un convertidor de fuente de voltaje de seis pulsos. La derivación de estas ecuaciones y el cálculo de los parámetros del STATCOM son detallados en [Schauder 2003]. Resolviendo el modelo del STATCOM dado por (4.8), se obtiene una gráfica de los puntos de operación en estado estable del STATCOM en función del ángulo de control α , (ver Figura 4.2).

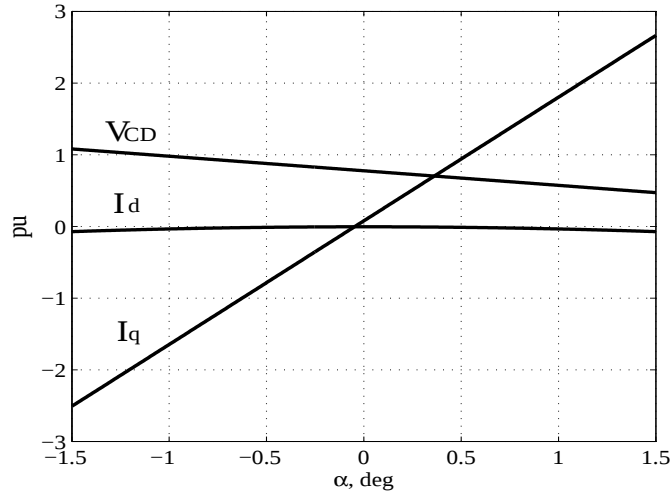


Figura 4.2: Puntos de operación en estado estable del STATCOM.

4.2. Modelo del STATCOM en el Dominio $qd0$

A continuación se presenta el modelo del STATCOM en el dominio $qd0$, el cual se utiliza posteriormente en el modelo del generador de inducción de los aerogeneradores de velocidad fija y velocidad variable. El modelo del generador de inducción jaula de ardilla y doblemente alimentado se define por un conjunto de ecuaciones diferenciales en el marco de referencia síncrono $qd0$, por lo que el STATCOM debe modelarse dentro del mismo dominio para poder ser incorporado en el modelo completo del generador.

Para desarrollar el modelo del STATCOM en el dominio $qd0$ se plantean las ecuaciones de las corrientes de fase correspondientes al circuito ilustrado en la Figura 4.1, las cuales son representadas en forma matricial y en por unidad de la siguiente manera,

$$\frac{d\mathbf{i}_{abc}}{dt} = -\mathbf{A}_{abc}\mathbf{i}_{abc} + \frac{\omega}{X_s}\mathbf{e}_{abc} - \frac{\omega}{X_s}\mathbf{v}_{abc} \quad (4.10)$$

en donde $\mathbf{A}_{abc}$ está definida como,

$$\mathbf{A}_{abc} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s\omega}{X_s} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R_s\omega}{X_s} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R_s\omega}{X_s} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

El vector de voltaje $\mathbf{e}_{abc}$ contiene los voltajes de fase del lado de CA del inversor y el vector de voltajes $\mathbf{v}_{abc}$ incluye los voltajes de fase en el bus de conexión del STATCOM, los cuales se definen

de la siguiente manera,

$$\mathbf{e}_{abc} = \begin{bmatrix} kV_{CD}\cos(\omega t + \alpha) \\ kV_{CD}\cos(\omega t + \alpha - \frac{2\pi}{3}) \\ kV_{CD}\cos(\omega t + \alpha + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

y

$$\mathbf{v}_{abc} = \begin{bmatrix} V_s\cos(\omega t + \theta_s) \\ V_s\cos(\omega t + \theta_s - \frac{2\pi}{3}) \\ V_s\cos(\omega t + \theta_s + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Por lo tanto, el sistema dado por (4.10) es expresado en el marco de referencia $qd0$ utilizando la siguiente relación de transformación,

$$\mathbf{f}_{qd0} = \mathbf{K}_s \mathbf{f}_{abc} \quad (4.14)$$

en donde $\mathbf{K}_s$ es la matriz de transformación al dominio $qd0$ definida como [Krause 1986],

$$\mathbf{K}_s = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\omega t) & \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Aplicando (4.15) a (4.10) se tiene,

$$\frac{d\mathbf{i}_{qd0}}{dt} = -\mathbf{A}_{qd0}\mathbf{i}_{qd0} + \frac{\omega}{X_s}\mathbf{e}_{qd0} - \frac{\omega}{X_s}\mathbf{v}_{qd0} \quad (4.16)$$

Transformando (4.11), (4.12) y (4.13) al dominio $qd0$ utilizando (4.15) se tiene,

$$\mathbf{A}_{qd0} = \mathbf{K}_s \mathbf{A}_{abc} \mathbf{K}_s^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s\omega}{X_s} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R_s\omega}{X_s} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R_s\omega}{X_s} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

$$\mathbf{e}_{qd0} = \mathbf{K}_s \mathbf{e}_{abc} = \begin{bmatrix} kV_{CD}\cos(\alpha) \\ -kV_{CD}\sin(\alpha) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

$$\mathbf{v}_{qd0} = \mathbf{K}_s \mathbf{v}_{abc} = \begin{bmatrix} V_s\cos(\theta_s) \\ -V_s\sin(\theta_s) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Por otro lado, la transformación al dominio $qd0$ del vector de las ecuaciones diferenciales correspondientes a las corrientes de fase $\frac{d\mathbf{i}_{abc}}{dt}$ de (4.10) da como resultado,

$$\frac{d\mathbf{i}_{qd0}}{dt} = \begin{bmatrix} I_d\omega \\ -I_q\omega \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{dI_q}{dt} \\ \frac{dI_d}{dt} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Sustituyendo (4.17)-(4.20) en (4.16) se obtiene,

$$\begin{bmatrix} \frac{dI_q}{dt} \\ \frac{dI_d}{dt} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s\omega}{X_s} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R_s\omega}{X_s} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R_s\omega}{X_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_q \\ I_d \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{\omega}{X_s} \begin{bmatrix} kV_{CD}\cos(\alpha) \\ -kV_{CD}\sin(\alpha) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

$$- \frac{\omega}{X_s} \begin{bmatrix} V_s\cos(\theta_s) \\ -V_s\sin(\theta_s) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -I_d\omega \\ I_q\omega \\ 0 \end{bmatrix}$$

La ecuación del voltaje del capacitor se obtiene usando la ley de corrientes de Kirchhoff en el punto de conexión del capacitor X_{C_s} ,

$$I_{C_s} - I_{R_p} - I_{CD} = 0 \quad (4.22)$$

La ecuación diferencial en términos del voltaje del capacitor se define como,

$$\frac{dV_{CD}}{dt} = -\omega X_{C_s} \left(\frac{V_{CD}}{R_p} + I_{CD} \right) \quad (4.23)$$

La corriente I_{CD} está en función de las componentes fundamentales de las corrientes de fase y las funciones de conmutación s asociadas al VSC,

$$I_{CD} = \begin{bmatrix} s_{a1} & s_{b1} & s_{c1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{a1} \\ i_{b1} \\ i_{c1} \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

en donde,

$$\mathbf{s}_{abc,1} = \begin{bmatrix} k\cos(\omega t + \alpha) \\ k\cos(\omega t + \alpha - \frac{2\pi}{3}) \\ k\cos(\omega t + \alpha + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}^T \quad (4.25)$$

en donde,

$$\mathbf{s}_{abc,1} = \begin{bmatrix} s_{a1} \\ s_{b1} \\ s_{c1} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} k \cos(\omega t + \alpha) \\ k \cos(\omega t + \alpha - \frac{2\pi}{3}) \\ k \cos(\omega t + \alpha + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}^T \quad (4.26)$$

Transformando las funciones de conmutación (4.25) y las corrientes de fase al dominio $qd0$ utilizando la matriz de transformación $\mathbf{K}_p$ se tiene,

$$\mathbf{s}_{qd0} = \mathbf{s}_{abc} \mathbf{K}_p^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} k \cos(\alpha) \\ -\frac{3}{2} k \sin(\alpha) \\ 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.27)$$

$$\mathbf{i}_{qd0} = \mathbf{K}_p \mathbf{i}_{abc} = \begin{bmatrix} I_q \\ I_d \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

entonces multiplicando (4.27) y (4.28) se obtiene la corriente de CD en el dominio $qd0$,

$$I_{CD_{qd0}} = \frac{3}{2} k \cos(\alpha) I_q - \frac{3}{2} k \sin(\alpha) I_d \quad (4.29)$$

Por lo tanto, transformando (4.23) al dominio $qd0$ incorporando (4.29), la expresión del voltaje del capacitor se define como,

$$\frac{dV_{CD_{qd0}}}{dt} = -M_k \cos(\alpha) I_q + M_k \sin(\alpha) I_d - \frac{X_{C_s} \omega V_{CD}}{R_p} \quad (4.30)$$

en donde,

$$M_k = \frac{3}{2} k \omega X_{C_s} \quad (4.31)$$

Conjuntando (4.21) y (4.30) en forma matricial se tiene,

$$\begin{bmatrix} \frac{dI_q}{dt} \\ \frac{dI_d}{dt} \\ \frac{dV_{CD}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s \omega}{X_s} & -\omega & \frac{\omega k}{X_s} \cos(\alpha) \\ \omega & -\frac{R_s \omega}{X_s} & -\frac{\omega k}{X_s} \sin(\alpha) \\ -M_k \cos(\alpha) & M_k \sin(\alpha) & -\frac{X_{C_s} \omega}{R_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_q \\ I_d \\ V_{CD} \end{bmatrix} - \frac{\omega}{X_s} \begin{bmatrix} V_s \cos(\theta_s) \\ -V_s \sin(\theta_s) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

en donde la componente cero se ha eliminado de la transformación.

4.2.1. Formulación del Modelo del STATCOM Usando el Método de Diferencias Finitas

La formulación del modelo del STATCOM usando el método de Diferencias Finitas involucra la definición de una submatriz que contiene los términos de las derivadas parciales correspondientes a los elementos $a_{i,i}$ y $a_{i,i-1}$ del Jacobiano $\mathbf{J}$, es decir, se establece un módulo que define al STATCOM usando el método de Diferencias Finitas. Dichos elementos son definidos por (2.12) y (2.13), los cuales contienen las derivadas parciales propias del punto actual i y las derivadas parciales del punto actual con respecto al punto anterior $i - 1$ de las variables diferenciales, respectivamente.

Debido a que el modelo del STATCOM se define únicamente por un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias y no contiene ecuaciones algebraicas, es decir, $n = 3$ y $a = 0$, por lo tanto, el número total de ecuaciones es de 3. Entonces los elementos $a_{i,i}$ y $a_{i,i-1}$ del Jacobiano $\mathbf{J}$, son expresados únicamente con los elementos $(1, 1)$ de las matrices (2.12) y (2.13), los cuales contienen las derivadas parciales propias de las variables dinámicas del STATCOM.

Derivando parcialmente el conjunto de ecuaciones (4.32) se obtiene la siguiente submatriz con el conjunto de ecuaciones diferenciales parciales representado en forma matricial,

$$\mathbf{Df}_x(\mathbf{y})_{n \times n} = \begin{bmatrix} \frac{\partial I_q}{\partial I_q} & \frac{\partial I_q}{\partial I_d} & \frac{\partial I_q}{\partial V_{CD}} \\ \frac{\partial I_d}{\partial I_q} & \frac{\partial I_d}{\partial I_d} & \frac{\partial I_d}{\partial V_{CD}} \\ \frac{\partial V_{CD}}{\partial I_q} & \frac{\partial V_{CD}}{\partial I_d} & \frac{\partial V_{CD}}{\partial V_{CD}} \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

en donde,

$$\frac{\partial I_q}{\partial I_q} = -\frac{R_s \omega}{X_s} \quad (4.34)$$

$$\frac{\partial I_q}{\partial I_d} = -\omega \quad (4.35)$$

$$\frac{\partial I_q}{\partial V_{CD}} = \frac{\omega k}{X_s} \cos(\alpha) \quad (4.36)$$

$$\frac{\partial I_d}{\partial I_q} = \omega \quad (4.37)$$

$$\frac{\partial I_d}{\partial I_d} = -\frac{R_s \omega}{X_s} \quad (4.38)$$

$$\frac{\partial I_d}{\partial V_{CD}} = -\frac{\omega k}{X_s} \text{sen}(\alpha) \quad (4.39)$$

$$\frac{\partial V_{CD}}{\partial I_q} = -M_k \cos(\alpha) \quad (4.40)$$

$$\frac{\partial V_{CD}}{\partial I_d} = M_k \text{sen}(\alpha) \quad (4.41)$$

$$\frac{\partial V_{CD}}{\partial V_{CD}} = -\frac{X_{Cs}\omega}{R_p} \quad (4.42)$$

Por lo tanto, sustituyendo en (2.12) y (2.13) el bloque dado por (4.33) para formular los elementos $a_{i,i}$ y $a_{i,i-1}$ del Jacobiano $\mathbf{J}$ se tiene,

$$a_{i,i} = \begin{bmatrix} \langle I_q \rangle & \langle I_d \rangle & \langle V_{CD} \rangle \\ \langle I_q \rangle & -1 + \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial I_{qi}}{\partial I_{qi}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial I_{qi}}{\partial I_{di}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial I_{qi}}{\partial V_{CDi}} \\ \langle I_d \rangle & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial I_{di}}{\partial I_{qi}} & -1 + \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial I_{di}}{\partial I_{di}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial I_{di}}{\partial V_{CDi}} \\ \langle V_{CD} \rangle & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial V_{CDi}}{\partial I_{qi}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial V_{CDi}}{\partial I_{di}} & -1 + \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial V_{CDi}}{\partial V_{CDi}} \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

$$a_{i,i-1} = \begin{bmatrix} \langle I_q \rangle & \langle I_d \rangle & \langle V_{CD} \rangle \\ \langle I_q \rangle & 1 + \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial I_{qi}}{\partial I_{qi-1}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial I_{qi}}{\partial I_{di-1}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial I_{qi}}{\partial V_{CDi-1}} \\ \langle I_d \rangle & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial I_{di}}{\partial I_{qi-1}} & 1 + \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial I_{di}}{\partial I_{di-1}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial I_{di}}{\partial V_{CDi-1}} \\ \langle V_{CD} \rangle & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial V_{CDi}}{\partial I_{qi-1}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial V_{CDi}}{\partial I_{di-1}} & 1 + \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial V_{CDi}}{\partial V_{CDi-1}} \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

Mientras que las submatrices a lo largo de la diagonal se definen con (4.43) los elementos fuera de la diagonal se definen con (4.44). Entonces, los elementos $a_{i,i}$ y $a_{i,i-1}$ definidos por (4.43) y (4.44) se sustituyen en el Jacobiano $\mathbf{J}$ definido por la ecuación (2.11) considerando un $N = 3$,

$$\mathbf{J} = \left[\begin{array}{c|c|c} \text{Ec. (4.43)} & & \text{Ec. (4.44)} \\ \text{con } i = 1 & & \text{con } i = 1 \\ \hline \text{Ec. (4.44)} & \text{Ec. (4.43)} & \\ \text{con } i = 2 & \text{con } i = 2 & \\ \hline & \text{Ec. (4.44)} & \text{Ec. (4.43)} \\ & \text{con } i = 3 & \text{con } i = 3 \end{array} \right] \quad (4.45)$$

en donde $a_{1,N} = a_{1,0}$ [Parker 1989].

La estructura que adquiere el Jacobiano $\mathbf{J}$ en la formulación del método Newton-Raphson se

muestra a continuación para un número de puntos a lo largo de la trayectoria de la solución $N = 3$, en donde los puntos corresponden a los elementos diferentes de cero. Para $N > 3$ el Jacobiano $\mathbf{J}$ se incrementa de forma proporcional siguiendo el patrón dado por la Figura 4.3 formando una matriz de orden $(n + a) \cdot N \times (n + a) \cdot N$. Las submatrices del Jacobiano tienen una dimensión de (3×3) .

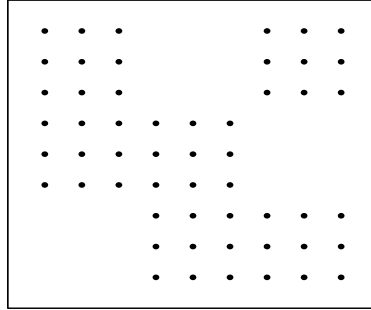


Figura 4.3: Estructura de la matriz Jacobiana $\mathbf{J}$ para $N = 3$.

4.3. Modelo del Convertidor de Potencia en el Dominio $qd0$

En ésta tesis, el convertidor de potencia es utilizado para energizar al generador de inducción doblemente alimentado (GIDA), el cual es incorporado en los aerogeneradores de velocidad variable. Se considera que el flujo de potencia fluye del sistema trifásico al rotor del generador (ver Figura 4.4). El convertidor de potencia está constituido por dos VSCs y un capacitor de enlace, tal como se ilustra en la Figura 4.4. Mientras uno de los VSCs opera en el modo rectificador el segundo VSC trabaja en el modo inversor dependiendo del sentido del flujo de potencia que se requiera a través del convertidor de potencia.

El VSC operando como rectificador se conecta al sistema trifásico y se encarga de mantener constante el voltaje en el capacitor del enlace de CD. Por lo tanto, el capacitor se comporta como un fuente de corriente directa, la cual alimenta al VSC inversor que proporciona un voltaje de corriente alterna controlado en sus terminales. El modelo del convertidor de potencia en el dominio $qd0$ mostrado en la Figura 4.4 se basa en el modelo del STATCOM presentado en la Sección 4.2.

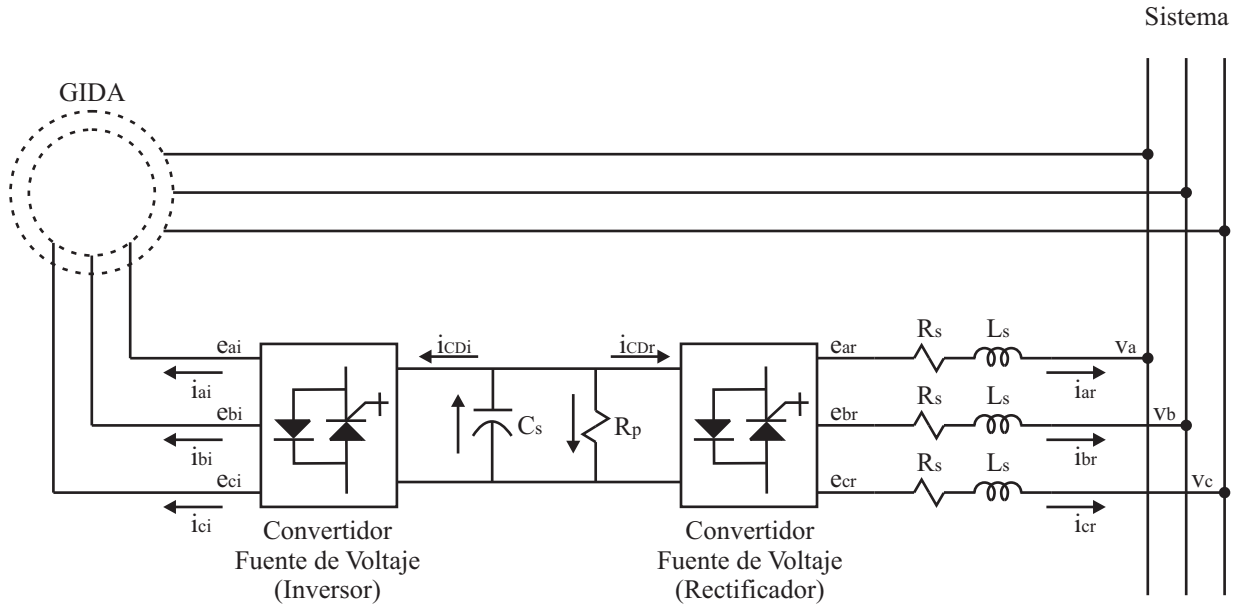


Figura 4.4: Circuito equivalente del convertidor de potencia conectado a un GIDA.

La ecuación del voltaje en el capacitor se obtiene aplicando la ley de corrientes de Kirchhoff en el punto de conexión del capacitor de la siguiente manera,

$$I_{X_{Cs}} - I_{R_p} - I_{CD_r} - I_{CD_i} = 0 \quad (4.46)$$

Por lo tanto, el modelo del convertidor de potencia en el dominio $qd0$ está dado por,

$$\begin{bmatrix} \frac{dI_q}{dt} \\ \frac{dI_d}{dt} \\ \frac{dV_{CD}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s \omega}{X_s} & -\omega & \frac{\omega k_R}{X_s} \cos(\alpha_R) & 0 & 0 \\ \omega & -\frac{R_s \omega}{X_s} & -\frac{\omega k_R}{X_s} \sin(\alpha_R) & 0 & 0 \\ -M_{k_R} \cos(\alpha_R) & M_{k_R} \sin(\alpha_R) & -\frac{X_{Cs} \omega_s}{R_p} & -M_{k_I} \cos(\alpha_I) & M_{k_I} \sin(\alpha_I) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qR} \\ I_{dR} \\ V_{CD} \\ I'_{qr} \\ I'_{dr} \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

$$-\frac{\omega}{X_s} \begin{bmatrix} V_{qs} \\ -V_{ds} \\ 0 \end{bmatrix}$$

en donde I_{dR} e I_{qR} representan las corrientes de eje directo y cuadratura de la corriente del rectificador, I'_{dr} e I'_{qr} representan las componentes de eje directo y cuadratura de la corriente en el rotor de la máquina definidas por (3.52) y (3.53), respectivamente, mientras que V_{ds} y V_{qs} representan las componentes de eje directo y cuadratura del voltaje en terminales del estator de la máquina.

Por otro lado, el voltaje en terminales del convertidor inversor se obtiene de forma similar que (4.18) para el caso del STATCOM,

$$\mathbf{e}_{qd_I} = \begin{bmatrix} k_I \cos(\alpha_I) V_{CD} \\ -k_I \sin(\alpha_I) V_{CD} \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

con,

$$M_{k_R} = \frac{3}{2} k_R \omega X_{C_s} \quad (4.49)$$

y

$$M_{k_I} = \frac{3}{2} k_I \omega X_{C_s} \quad (4.50)$$

en donde $k_R = 2/\pi$ y $k_I = 2/\pi$, los cuales definen a los convertidores rectificador y del inversor de seis pulsos, α_R y α_I son los ángulos de control del rectificador y del inversor.

4.3.1. Formulación del Modelo del Convertidor de Potencia Usando el Método de Diferencias Finitas

Para formular el modelo del convertidor de potencia usando el método de Diferencias Finitas se considera el conjunto de ecuaciones diferencial-algebraico dado por (4.47) y (4.48). Estas ecuaciones en su forma extendida tienen la forma,

$$\frac{dI_{qR}}{dt} = -\frac{R_s \omega}{X_s} I_{qR} - \omega I_{dR} + \frac{\omega k_R}{X_s} \cos(\alpha_R) V_{CD} - \frac{\omega}{X_s} V_{qs} \quad (4.51)$$

$$\frac{dI_{dR}}{dt} = \omega I_{qR} - \frac{R_s \omega}{X_s} I_{dR} - \frac{\omega k_R}{X_s} \sin(\alpha_R) V_{CD} + \frac{\omega}{X_s} V_{ds} \quad (4.52)$$

$$\frac{dV_{CD}}{dt} = -M_{k_R} \cos(\alpha_R) I_{qR} + M_{k_R} \sin(\alpha_R) I_{dR} - \frac{X_{C_s} \omega}{R_p} V_{CD} - M_{k_I} \cos(\alpha_I) I'_{qr} + M_{k_I} \sin(\alpha_I) I'_{dr} \quad (4.53)$$

$$E_q = k_I \cos(\alpha_I) V_{CD} \quad (4.54)$$

$$E_d = -k_I \sin(\alpha_I) V_{CD} \quad (4.55)$$

Para determinar las submatrices de los elementos $a_{i,i}$ y $a_{i,i-1}$ del Jacobiano $\mathbf{J}$ definidos por (2.12) y (2.13) se deriva parcialmente el conjunto dado por (4.51)-(4.55). Considerando que el elemento (1,1) de los elementos diferentes de cero de $\mathbf{J}$ es el bloque correspondiente a las derivadas parciales de la variables dinámicas con respecto de sí mismas, entonces la submatriz que se busca tiene la forma definida previamente (4.33).

Para obtener el bloque correspondiente al conjunto de derivadas parciales de las variables dinámicas con respecto a las variables algebraicas (elemento (1,2) de (2.12) y (2.13)), se deriva parcialmente (4.51)-(4.53) con respecto a E_q y E_d . Por lo tanto, se obtiene la siguiente submatriz Jacobiana,

$$\mathbf{Df}_g(\mathbf{y})_{n \times a} = \begin{bmatrix} \frac{\partial I_{qR}}{\partial E_q} & \frac{\partial I_{qR}}{\partial E_d} \\ \frac{\partial I_{dR}}{\partial E_q} & \frac{\partial I_{dR}}{\partial E_d} \\ \frac{\partial V_{CD}}{\partial E_q} & \frac{\partial V_{CD}}{\partial E_d} \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

en donde,

$$\frac{\partial I_{qR}}{\partial E_q} = 0 \quad (4.57)$$

$$\frac{\partial I_{qR}}{\partial E_d} = 0 \quad (4.58)$$

$$\frac{\partial I_{dR}}{\partial E_q} = 0 \quad (4.59)$$

$$\frac{\partial I_{dR}}{\partial E_d} = 0 \quad (4.60)$$

$$\frac{\partial V_{CD}}{\partial E_q} = 0 \quad (4.61)$$

$$\frac{\partial V_{CD}}{\partial E_d} = 0 \quad (4.62)$$

El bloque de ecuaciones diferenciales del elemento (2,1) de (2.12) y (2.13) se obtiene derivando parcialmente las variables algebraicas del convertidor de potencia, (4.54) y (4.55) con respecto de las variables dinámicas del mismo I_{qR} , I_{dR} y V_{CD} . La submatriz Jacobiana tiene la siguiente estructura,

$$\mathbf{Dg}_x(\mathbf{y})_{a \times n} = \begin{bmatrix} \frac{\partial E_q}{\partial I_{qR}} & \frac{\partial E_q}{\partial I_{dR}} & \frac{\partial E_q}{\partial V_{CD}} \\ \frac{\partial E_d}{\partial I_{qR}} & \frac{\partial E_d}{\partial I_{dR}} & \frac{\partial E_d}{\partial V_{CD}} \end{bmatrix} \quad (4.63)$$

en donde,

$$\frac{\partial E_q}{\partial I_{qR}} = 0 \quad (4.64)$$

$$\frac{\partial E_q}{\partial I_{dR}} = 0 \quad (4.65)$$

$$\frac{\partial E_q}{\partial V_{CD}} = k_I \cos(\alpha_I) \quad (4.66)$$

$$\frac{\partial E_d}{\partial I_{qR}} = 0 \quad (4.67)$$

$$\frac{\partial E_d}{\partial I_{dR}} = 0 \quad (4.68)$$

$$\frac{\partial E_d}{\partial V_{CD}} = -k_I \sin(\alpha_I) \quad (4.69)$$

El módulo de ecuaciones diferenciales del elemento (2, 2) de (2.12), se obtiene derivando parcialmente las variables algebraicas del convertidor de potencia E_q y E_d con respecto de sí mismas dando como resultado el siguiente bloque de derivadas parciales,

$$\mathbf{Dg}_g(\mathbf{y})_{a \times a} = \begin{bmatrix} \frac{\partial E_q}{\partial E_q} & \frac{\partial E_q}{\partial E_d} \\ \frac{\partial E_d}{\partial E_q} & \frac{\partial E_d}{\partial E_d} \end{bmatrix} \quad (4.70)$$

en donde,

$$\frac{\partial E_q}{\partial E_q} = 0 \quad (4.71)$$

$$\frac{\partial E_q}{\partial E_d} = 0 \quad (4.72)$$

$$\frac{\partial E_d}{\partial E_q} = 0 \quad (4.73)$$

$$\frac{\partial E_d}{\partial E_d} = 0 \quad (4.74)$$

Por lo tanto, sustituyendo los bloques dados por las ecuaciones (4.33), (4.56), (4.63) y (4.70) para formular los elementos $a_{i,i}$ y $a_{i,i-1}$ de $\mathbf{J}$ se tiene,

$$a_{i,i} = \left[\begin{array}{ccc|cc} & \langle I_{qR} \rangle & \langle I_{dR} \rangle & \langle V_{CD} \rangle & \langle E_q \rangle & \langle E_d \rangle \\ \langle I_{qR} \rangle & -1 + \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial I_{qRi}}{\partial I_{qRi}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial I_{qRi}}{\partial I_{dRi}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial I_{qRi}}{\partial V_{CDi}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial I_{qRi}}{\partial E_{qi}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial I_{qRi}}{\partial E_{di}} \\ \langle I_{dR} \rangle & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial I_{dRi}}{\partial I_{qRi}} & -1 + \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial I_{dRi}}{\partial I_{dRi}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial I_{dRi}}{\partial V_{CDi}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial I_{dRi}}{\partial E_{qi}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial I_{dRi}}{\partial E_{di}} \\ \langle V_{CD} \rangle & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial V_{CDi}}{\partial I_{qRi}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial V_{CDi}}{\partial I_{dRi}} & -1 + \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial V_{CDi}}{\partial V_{CDi}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial V_{CDi}}{\partial E_{qi}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial V_{CDi}}{\partial E_{di}} \\ \hline \langle E_q \rangle & \frac{\partial E_{qi}}{\partial I_{qRi}} & \frac{\partial E_{qi}}{\partial I_{dRi}} & \frac{\partial E_{qi}}{\partial V_{CDi}} & -1 + \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial E_{qi}}{\partial E_{qi}} & \frac{\partial E_{qi}}{\partial E_{di}} \\ \langle E_d \rangle & \frac{\partial E_{di}}{\partial I_{qRi}} & \frac{\partial E_{di}}{\partial I_{dRi}} & \frac{\partial E_{di}}{\partial V_{CDi}} & \frac{\partial E_{di}}{\partial E_{qi}} & -1 + \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial E_{di}}{\partial E_{di}} \end{array} \right] \quad (4.75)$$

$$a_{i,i-1} = \left[\begin{array}{ccc|cc} & \langle I_{qR} \rangle & \langle I_{dR} \rangle & \langle V_{CD} \rangle & \langle E_q \rangle & \langle E_d \rangle \\ \langle I_{qR} \rangle & 1 + \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial I_{qRi}}{\partial I_{qRi-1}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial I_{qRi}}{\partial I_{dRi-1}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial I_{qRi}}{\partial V_{CDi-1}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial I_{qRi}}{\partial E_{qi-1}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial I_{qRi}}{\partial E_{di-1}} \\ \langle I_{dR} \rangle & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial I_{dRi}}{\partial I_{qRi-1}} & 1 + \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial I_{dRi}}{\partial I_{dRi-1}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial I_{dRi}}{\partial V_{CDi-1}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial I_{dRi}}{\partial E_{qi-1}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial I_{dRi}}{\partial E_{di-1}} \\ \langle V_{CD} \rangle & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial V_{CDi}}{\partial I_{qRi-1}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial V_{CDi}}{\partial I_{dRi-1}} & 1 + \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial V_{CDi}}{\partial V_{CDi-1}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial V_{CDi}}{\partial E_{qi-1}} & \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial V_{CDi}}{\partial E_{di-1}} \\ \hline \langle E_q \rangle & \frac{\partial E_{qi}}{\partial I_{qRi-1}} & \frac{\partial E_{qi}}{\partial I_{dRi-1}} & \frac{\partial E_{qi}}{\partial V_{CDi-1}} & 1 + \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial E_{qi}}{\partial E_{qi-1}} & \frac{\partial E_{qi}}{\partial E_{di-1}} \\ \langle E_d \rangle & \frac{\partial E_{di}}{\partial I_{qRi-1}} & \frac{\partial E_{di}}{\partial I_{dRi-1}} & \frac{\partial E_{di}}{\partial V_{CDi-1}} & \frac{\partial E_{di}}{\partial E_{qi-1}} & 1 + \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial E_{di}}{\partial E_{di-1}} \end{array} \right] \quad (4.76)$$

Entonces, los elementos $a_{i,i}$ y $a_{i,i-1}$ definidos por (4.75) y (4.76) se sustituyen en el Jacobiano $\mathbf{J}$ definido por la ecuación (2.11) considerando un $N = 3$,

$$\mathbf{J} = \left[\begin{array}{c|c|c} Ec. (4.75) & & Ec. (4.76) \\ con i = 1 & & con i = 1 \\ \hline Ec. (4.76) & Ec. (4.75) & \\ con i = 2 & con i = 2 & \\ \hline & Ec. (4.76) & Ec. (4.75) \\ & con i = 3 & con i = 3 \end{array} \right] \quad (4.77)$$

en donde $a_{1,N} = a_{1,0}$ [Parker 1989].

Para ilustrar la estructura que adquiere el Jacobiano $\mathbf{J}$ en la formulación del método Newton-Raphson dado por (2.11) se considera un número de puntos $N = 3$, resultando la siguiente matriz

Jacobiana con una dimensión de (15×15) . Se puede apreciar que esta matriz Jacobiana es altamente dispersa.

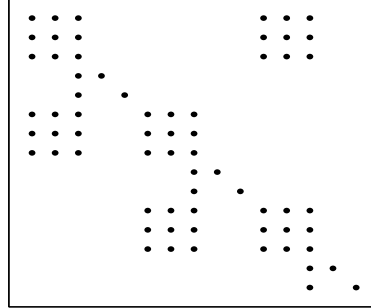


Figura 4.5: Estructura de la matriz Jacobiana $\mathbf{J}$ para $N = 3$.

4.4. Sumario

En éste capítulo se presentó el modelado de los dispositivos de electrónica de potencia utilizados en los aerogeneradores, los cuales son el STATCOM y el convertidor de potencia. Se reportó el modelo del STATCOM en el dominio $dq0$, el cual sirvió como base para el desarrollo del modelo del STATCOM en el dominio $qd0$. Se desarrolló el modelado del convertidor de potencia (en el dominio $qd0$) utilizado en los aerogeneradores de velocidad variable, los cuales incorporan un generador de inducción doblemente alimentado a través de éste dispositivo. Se realizó la formulación de los modelos de los dispositivos de electrónica de potencia para el método de Diferencias Finitas, desarrollando las submatrices de derivadas parciales que constituyen al Jacobiano requerido por el método Newton-Raphson.

Capítulo 5

Modelado de Parques Eólicos de Generación

En éste capítulo se describe de forma general la estructura del parque eólico la Venta II. Además, se presenta el modelado de parques eólicos de generación conectados a un sistema eléctrico por medio de un conjunto de EDOs y ecuaciones algebraicas. Se incorporan los componentes principales de cualquier parque eólico, los cuales son los generadores eléctricos (síncronos o de inducción), las turbinas de viento, los dispositivos para la compensación de reactivos, los sistemas de control propios del aerogenerador, los transformadores elevadores y las líneas de transmisión.

5.1. Parque Eólico La Venta II

El parque eólico de generación La Venta II fue el primer parque de gran escala del país con una generación anual promedio de 307.7GWhr, localizado en la región sur del Istmo de Tehuantepec, Oaxaca, México. La construcción de este parque eólico se llevó acabo en el periodo de Septiembre 2005 - Enero 2007, requiriendo una inversión de 111.5 Millones de Dólares. Cuenta con una generación instalada de 83.3MW proporcionada por 98 aerogeneradores de la marca GAMESA de 850KW, los cuales incorporan una turbina eólica de 52m de diámetro montada en una torre de 44m de altura. Este tipo de aerogeneradores cuentan con un generador asíncrono con un voltaje de generación de 690V y una velocidad nominal de rotación de 1944rpm.

En la Figura 5.1 se presenta el arreglo de los aerogeneradores, en donde se puede apreciar la extensión territorial que ocupa el parque eólico La Venta II. La distribución de los aerogeneradores se realiza en cuatro filas, las cuales tienen una separación entre ellas de 600m y en cada una se

encuentran 23, 23, 27 y 25 aerogeneradores. Además, los aerogeneradores tienen como mínimo una separación de 130m entre ellos. Por otra parte, cada uno de estos aerogeneradores cuentan con un transformador seco encapsulado con un relación de 690V a 34.5KV y una potencia nominal de 1MVA. Los cinco circuitos derivados se conectan por medio de un sistema de transmisión subterráneo a una subestación elevadora de 34.5KV a 230KV, la cual esta compuesta por un arreglo trifásico de tres transformadores monofásicos. La subestación se conecta a una línea de transmisión de 19km de longitud por medio de la cual el parque eólico de generación se conecta al sistema eléctrico nacional.



Figura 5.1: Arreglo de aerogeneradores los del parque eólico La Venta II.

En la Figura 5.2 se presenta el diagrama unifilar del parque eólico La Venta II, en donde se muestran los cinco circuitos derivados, el punto de conexión a la subestación elevadora y la conexión

al sistema eléctrico.

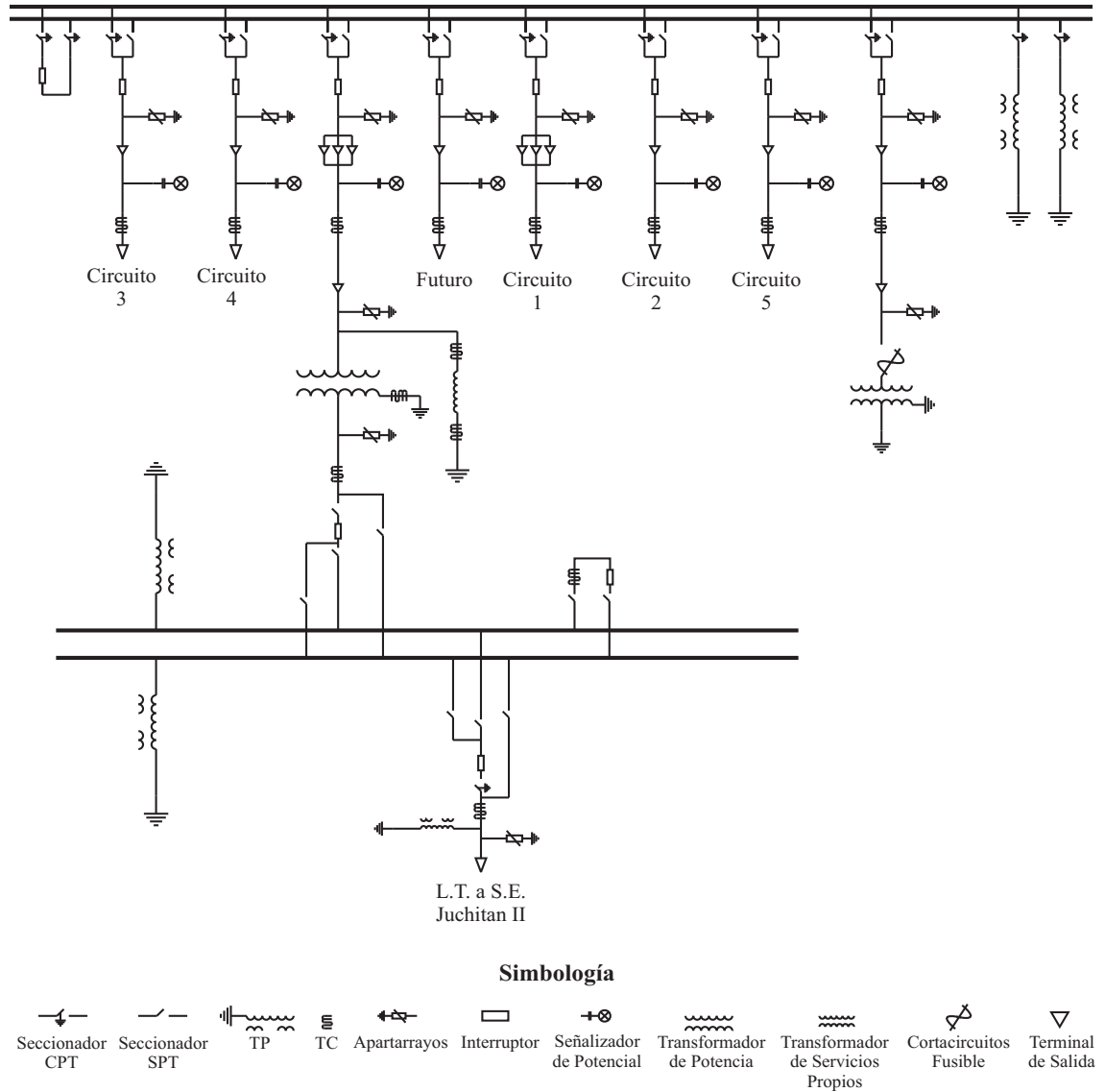


Figura 5.2: Diagrama unifilar del parque eólico La Venta II.

5.2. Modelo del Parque Eólico con Aerogeneradores de Velocidad Fija

La estructura general del parque eólico conformado por aerogeneradores de velocidad fija se ilustra en la Figura 5.3, el cual puede incorporar un número n_G de aerogeneradores, tal que la línea de transmisión permita el flujo de potencia total generada por el parque eólico. Como se

puede observar, este parque de generación está constituido por aerogeneradores de velocidad fija, descritos en la Sección 3.4, los cuales se conectan a través de su propio transformador elevador a un punto de conexión común. La potencia generada por el parque de generación es transmitida a través de una línea de transmisión a un sistema eléctrico de potencia representado por un bus infinito.

El modelo de los n_G aerogeneradores de velocidad fija corresponde al reportado en la Sección 3.4 para un aerogenerador. Por lo tanto, considerando dicho modelo descrito por el conjunto de ecuaciones diferenciales dado por (3.100)-(3.102), se plantea el modelo para los n_G aerogeneradores, el cual es,

$$\frac{dE_j}{dt} = -\frac{X_{ssj}E_j}{X_j'T_{oj}} + \frac{(X_{ssj} - X_j')}{X_j'T_{oj}} (V_{qsj}\cos\delta_j - V_{dsj}\sin\delta_j) \quad (5.1)$$

$$\frac{d\delta_j}{dt} = \omega_{gj} - \omega_s - \frac{(X_{ssj} - X_j')}{X_j'T_{oj}E_j} (V_{qsj}\sin\delta_j + V_{dsj}\cos\delta_j) \quad (5.2)$$

$$\frac{d\omega_{gj}}{dt} = \frac{P_{turj}\omega_s}{T_{bj}\omega_{gj}2H_j} - \frac{E_j\omega_s}{X_j'2H_j} (V_{dsj}\cos\delta_j + V_{qsj}\sin\delta_j) \quad (5.3)$$

en donde el subíndice j indica el número de aerogenerador. Además, la constante de tiempo del transitorio en circuito abierto T_o y la reactancia X' para cada aerogenerador, están representados por (3.20) y (3.21), respectivamente.

Las corrientes del estator del GIJA son determinadas a partir de los enlaces de flujo, los cuales son calculados directamente del modelo del generador de inducción, por lo que dichas corrientes para cada aerogenerador se plantean de la siguiente manera,

$$I_{dsj} = \frac{(X_{rrj}V_{qsj} - X_{rrj}E_j\cos\delta_j)}{D_j} \quad (5.4)$$

$$I_{qsj} = \frac{(-X_{rrj}V_{dsj} - X_{rrj}E_j\sin\delta_j)}{D_j} \quad (5.5)$$

en donde

$$D_j = X_{ssj}X_{rrj} - X_{Mj}^2 \quad (5.6)$$

Por otro lado, para plantear las ecuaciones que describen la interconexión de los aerogeneradores de velocidad fija con el bus infinito, a través de sus transformadores elevadores y de la línea de transmisión en el marco de referencia rotatorio síncrono, se aplican las leyes de corrientes y voltajes

de Kirchhoff.

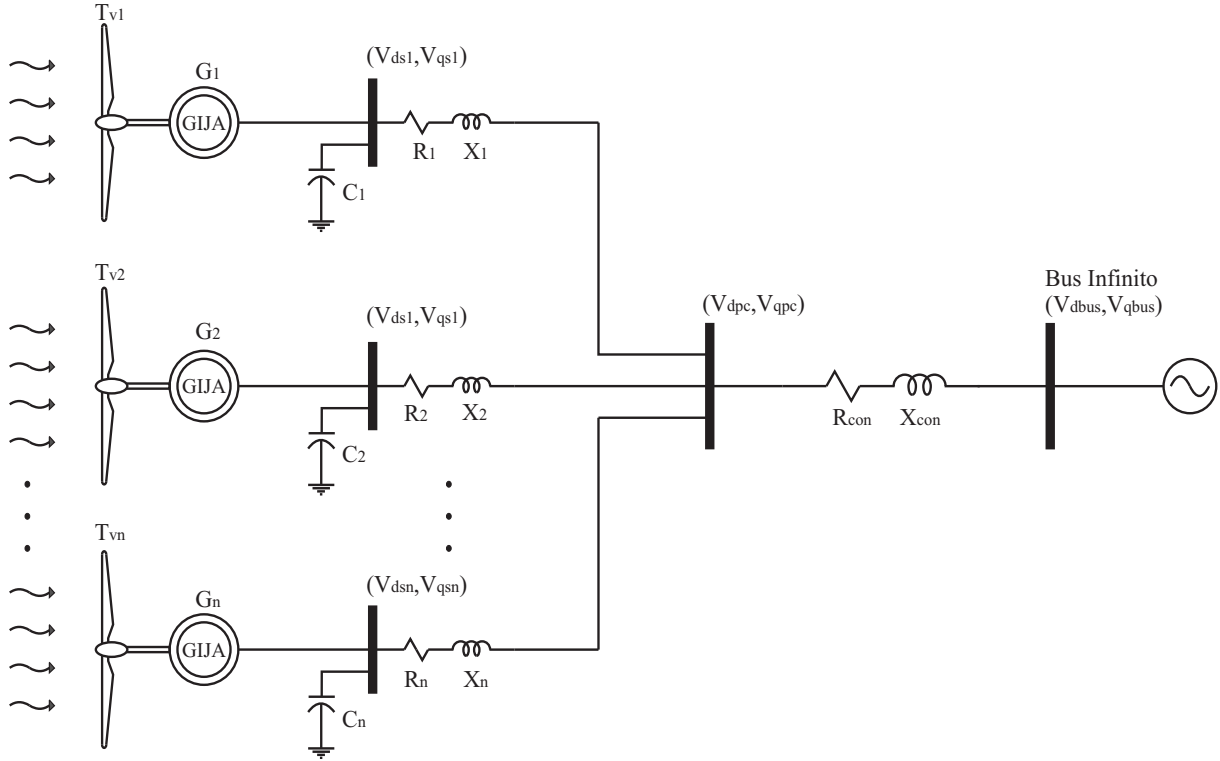


Figura 5.3: Estructura del parque eólico con aerogeneradores de velocidad fija.

Por lo tanto, aplicando la ley de corrientes de Kirchhoff en el punto de acoplamiento común de cada generador de inducción y de su propio banco de capacitores se tienen las componentes d y q de la corriente a través de cada transformador elevador y por ende, a través de la línea de transmisión,

$$I_{dj} = -C_j \omega_s V_{qsj} + I_{dsj} \quad (5.7)$$

$$I_{qj} = C_j \omega_s v_{dsj} + I_{qsj} \quad (5.8)$$

Por otro lado, aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff a lo largo de la línea de transmisión se determinan las componentes d y q del voltaje en el punto de conexión común resultando [Saad-Saoud 1995],

$$V_{dpc} = -R_{con} \sum_{j=1}^{n_G} I_{dj} + X_{con} \sum_{j=1}^{n_G} I_{qj} + V_{dbus} \quad (5.9)$$

$$V_{qpc} = -R_{con} \sum_{j=1}^{n_G} I_{qj} - X_{con} \sum_{j=1}^{n_G} I_{dj} + V_{qbus} \quad (5.10)$$

en donde, se puede apreciar la contribución de cada uno de los aerogeneradores en el punto de conexión común, por medio de la suma las corrientes de todos estos. De la misma manera se determinan las componentes d y q del voltaje en terminales del estator de cada generador de inducción. Aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff para de cada transformador elevador se tiene,

$$V_{dsj} = -R_j I_{dj} + X_j I_{qj} + V_{dpc} \quad (5.11)$$

$$V_{qsj} = -X_j I_{dj} - R_j I_{qj} + V_{qpc} \quad (5.12)$$

5.2.1. Formulación del Modelo del Parque Eólico con Aerogeneradores de Velocidad Fija Usando el Método de Diferencias Finitas

Para la formulación del modelo de un parque eólico con el método de Diferencias Finitas se considera un número n_G de aerogeneradores, por lo que cada uno de estos es representado por un conjunto de ecuaciones diferencial-algebraicas dado por (5.1)-(5.3) y (5.11)-(5.12). Por lo tanto, el vector $\Delta \mathbf{y}$ involucrado en la formulación del método Newton-Raphson se define como,

$$\Delta \mathbf{y} = \begin{bmatrix} E_{1,i} - E_{1,i+1} + \frac{h}{2} (f(E_{1,i}, t_i) + f(E_{1,i+1}, t_{i+1})) \\ \delta_{1,i} - \delta_{1,i+1} + \frac{h}{2} (f(\delta_{1,i}, t_i) + f(\delta_{1,i+1}, t_{i+1})) \\ \omega_{g1,i} - \omega_{g1,i+1} + \frac{h}{2} (f(\omega_{g1,i}, t_i) + f(\omega_{g1,i+1}, t_{i+1})) \\ V_{ds1,i} \\ V_{qs1,i} \\ \vdots \\ E_{n_G,i} - E_{n_G,i+1} + \frac{h}{2} (f(E_{n_G,i}, t_i) + f(E_{n_G,i+1}, t_{n_G,i+1})) \\ \delta_{n_G,i} - \delta_{n_G,i+1} + \frac{h}{2} (f(\delta_{n_G,i}, t_i) + f(\delta_{n_G,i+1}, t_{n_G,i+1})) \\ \omega_{gn_G,i} - \omega_{gn_G,i+1} + \frac{h}{2} (f(\omega_{gn_G,i}, t_i) + f(\omega_{gn_G,i+1}, t_{i+1})) \\ V_{dsn_G,i} \\ V_{qsn_G,i} \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

Dichas ecuaciones presentan un patrón repetitivo en cuanto al ordenamiento de las ecuaciones diferenciales y algebraicas. Los elementos a_{ii} y $a_{i,i-1}$ de la matriz Jacobiana $\mathbf{J}$ involucrada en el método Newton-Raphson tiene la siguiente estructura para el parque eólico con aerogeneradores

de velocidad fija,

$$a_{ii} = \begin{bmatrix} -\mathbf{I} + \frac{h}{2}\mathbf{Df}_{\mathbf{x}_{1,1}}(\mathbf{y}_i)_{n \times n} & \frac{h}{2}\mathbf{Df}_{\mathbf{g}_{1,1}}(\mathbf{y}_i)_{n \times a} & \cdots & [0]_{n \times n} & [0]_{n \times a} \\ \mathbf{Dg}_{\mathbf{x}_{1,1}}(\mathbf{y}_i)_{a \times n} & -\mathbf{I} + \mathbf{Dg}_{\mathbf{g}_{1,1}}(\mathbf{y}_i)_{a \times a} & \cdots & \mathbf{Dg}_{\mathbf{x}_{1,n_G}}(\mathbf{y}_i)_{a \times n} & \mathbf{Dg}_{\mathbf{g}_{1,n_G}}(\mathbf{y}_i)_{a \times a} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ [0]_{n \times n} & [0]_{n \times a} & \cdots & -\mathbf{I} + \frac{h}{2}\mathbf{Df}_{\mathbf{x}_{n_G,n_G}}(\mathbf{y}_i)_{n \times n} & \frac{h}{2}\mathbf{Df}_{\mathbf{g}_{n_G,n_G}}(\mathbf{y}_i)_{n \times a} \\ \mathbf{Dg}_{\mathbf{x}_{n_G,1}}(\mathbf{y}_i)_{a \times n} & \mathbf{Dg}_{\mathbf{g}_{n_G,1}}(\mathbf{y}_i)_{a \times a} & \cdots & \mathbf{Dg}_{\mathbf{x}_{n_G,n_G}}(\mathbf{y}_i)_{a \times n} & \mathbf{Dg}_{\mathbf{g}_{n_G,n_G}}(\mathbf{y}_i)_{a \times a} \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

$$a_{i,i-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} + \frac{h}{2}\mathbf{Df}_{\mathbf{x}_{1,1}}(\mathbf{y}_{i-1})_{n \times n} & \frac{h}{2}\mathbf{Df}_{\mathbf{g}_{1,1}}(\mathbf{y}_{i-1})_{n \times a} & \cdots & [0]_{n \times n} & [0]_{n \times a} \\ [0]_{a \times n} & [0]_{a \times a} & \cdots & [0]_{a \times n} & [0]_{a \times a} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ [0]_{n \times n} & [0]_{n \times a} & \cdots & \mathbf{I} + \frac{h}{2}\mathbf{Df}_{\mathbf{x}_{n_G,n_G}}(\mathbf{y}_{i-1})_{n \times n} & \frac{h}{2}\mathbf{Df}_{\mathbf{g}_{n_G,n_G}}(\mathbf{y}_{i-1})_{n \times a} \\ [0]_{a \times n} & [0]_{a \times a} & \cdots & [0]_{a \times n} & [0]_{a \times a} \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

en donde, los subíndices de las matrices Jacobianas indican las derivadas parciales de un aerogenerador con respecto a otro, por ejemplo, el subíndice 1, n_g indica las derivadas parciales de las variables del aerogenerador 1 con respecto a las variables del aerogenerador n_g .

Se puede observar de (5.14) que los cuatro bloques superiores izquierdos y los cuatro bloques inferiores derechos corresponden al bloque de un aerogenerador de velocidad fija, el cual está definido por (3.141). Por otro lado, se puede observar que las variables dinámicas de un aerogenerador no dependen de ninguna variable (dinámica o algebraica) de otro aerogenerador, por lo que los bloques asociados a las derivadas parciales de las variables dinámicas entre aerogeneradores son igual a cero. Caso contrario ocurre con las derivadas parciales de las variables algebraicas entre aerogeneradores, en donde las derivadas parciales son diferentes de cero. Esto es debido a la suma de corrientes en el punto de conexión común, lo cual hace que exista una dependencia entre las variables algebraicas de los aerogeneradores. Por lo tanto, la matriz Jacobiana con las derivadas parciales de las variables algebraicas del aerogenerador 1 con respecto a las variables dinámicas del aerogenerador n_G del elemento a_{ii} , tiene la siguiente estructura,

$$\mathbf{Dg}_{\mathbf{x}_{1,n_G}}(\mathbf{y}_i)_{a \times n} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{ds1}}{\partial E_{n_G}} & \frac{\partial V_{ds1}}{\partial \delta_{n_G}} & \frac{\partial V_{ds1}}{\partial \omega_{gn_G}} \\ \frac{\partial V_{qs1}}{\partial E_{n_G}} & \frac{\partial V_{qs1}}{\partial \delta_{n_G}} & \frac{\partial V_{qs1}}{\partial \omega_{gn_G}} \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

en donde,

$$\frac{\partial V_{ds1}}{\partial E_{n_G}} = \cos(\delta_{n_G}) \frac{R_{con} X_{rrn_G}}{D_{n_G}} - \sin(\delta_{n_G}) \frac{X_{con} X_{rrn_G}}{D_{n_G}} \quad (5.17)$$

$$\frac{\partial V_{ds1}}{\partial \delta_{n_G}} = -E_{n_G} \sin(\delta_{n_G}) \frac{R_{con} X_{rrn_G}}{D_{n_G}} - E_{n_G} \cos(\delta_{n_G}) \frac{X_{con} X_{rrn_G}}{D_{n_G}} \quad (5.18)$$

$$\frac{\partial V_{ds1}}{\partial \omega_{gn_G}} = 0 \quad (5.19)$$

$$\frac{\partial V_{qs1}}{\partial E_{n_G}} = \sin(\delta_{n_G}) \frac{R_{con} X_{rrn_G}}{D_{n_G}} + \cos(\delta_{n_G}) \frac{X_{con} X_{rrn_G}}{D_{n_G}} \quad (5.20)$$

$$\frac{\partial V_{qs1}}{\partial \delta_{n_G}} = E_{n_G} \cos(\delta_{n_G}) \frac{R_{con} X_{rrn_G}}{D_{n_G}} - E_{n_G} \sin(\delta_{n_G}) \frac{X_{con} X_{rrn_G}}{D_{n_G}} \quad (5.21)$$

$$\frac{\partial V_{qs1}}{\partial \omega_{gn_G}} = 0 \quad (5.22)$$

Por otro lado, las derivadas parciales de las variables algebraicas de aerogenerador n_G con respecto a las variables dinámicas del aerogenerador 1, tienen la misma estructura que (5.16), en donde para éste bloque sus derivadas parciales son las mismas que las definidas por (5.17)-(5.22). Entonces, dicho bloque es presentado en forma matricial de la siguiente manera,

$$\mathbf{Dg}_{\mathbf{x}_{n_G,1}}(\mathbf{y}_i)_{a \times n} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{dsn_G}}{\partial E_1} & \frac{\partial V_{dsn_G}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial V_{dsn_G}}{\partial \omega_{g1}} \\ \frac{\partial V_{qsn_G}}{\partial E_1} & \frac{\partial V_{qsn_G}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial V_{qsn_G}}{\partial \omega_{g1}} \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

Ahora, el bloque correspondiente a las derivadas parciales de las variables algebraicas del aerogenerador 1 con respecto a las variables algebraicas del aerogenerador n_G del elemento a_{ii} se define como,

$$\mathbf{Dg}_{\mathbf{g}_{1,n_G}}(\mathbf{y}_i)_{a \times a} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{ds1}}{\partial V_{dsn_G}} & \frac{\partial V_{ds1}}{\partial V_{qsn_G}} \\ \frac{\partial V_{qs1}}{\partial V_{dsn_G}} & \frac{\partial V_{qs1}}{\partial V_{qsn_G}} \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

en donde,

$$\frac{\partial V_{ds1}}{\partial V_{dsn_G}} = X_{con} C_{n_G} \omega_s - \frac{X_{con} X_{rrn_G}}{D_{n_G}} \quad (5.25)$$

$$\frac{\partial V_{ds1}}{\partial V_{qsn_G}} = R_{con} C_{n_G} \omega_s - \frac{R_{con} X_{rrn_G}}{D_{n_G}} \quad (5.26)$$

$$\frac{\partial V_{qs1}}{\partial V_{dsn_G}} = -R_{con}C_{n_G}\omega_s + \frac{R_{con}X_{rrn_G}}{D_{n_G}} \quad (5.27)$$

$$\frac{\partial V_{qs1}}{\partial V_{qsn_G}} = X_{con}C_{n_G}\omega_s - \frac{X_{con}X_{rrn_G}}{D_{n_G}} \quad (5.28)$$

Por otro lado, las derivadas parciales de las variables algebraicas de aerogenerador n_G con respecto a las variables algebraicas del aerogenerador 1, tiene la misma estructura que (5.24), en donde para éste bloque sus derivadas parciales son las mismas que las definidas por (5.25)-(5.28). Entonces, dicho bloque es presentado en forma matricial de la siguiente manera,

$$\mathbf{Dg}_{n_G,1}(\mathbf{y}_i)_{a \times a} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{dsn_G}}{\partial V_{ds1}} & \frac{\partial V_{dsn_G}}{\partial V_{qs1}} \\ \frac{\partial V_{qsn_G}}{\partial V_{ds1}} & \frac{\partial V_{qsn_G}}{\partial V_{qs1}} \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

Para el elemento $a_{i,i-1}$ de $\mathbf{J}$, definido por (5.15), los bloques correspondientes a las derivadas parciales de las variables dinámicas con respecto a las variables algebraicas de cada aerogenerador, son los mismos que los de (3.142). Entonces, los elementos $a_{i,i}$ y $a_{i,i-1}$ definidos por (5.14) y (5.15) se forman de la siguiente manera considerando un número de puntos $N = 3$ y un número de aerogeneradores $n_G = 2$,

$$a_{i,i} = \left[\begin{array}{c|c} \begin{array}{c} \langle AG 1 \rangle \\ Ec. (3.141) \\ con j = 1 \end{array} & \begin{array}{c|c} \langle AG 2 \rangle \\ \hline \begin{array}{c} [0]_{n \times n} \quad [0]_{n \times a} \\ Ec. (5.16) \quad Ec. (5.24) \end{array} \\ con j = 2 \end{array} \\ \hline \begin{array}{c|c} \langle AG 2 \rangle & \begin{array}{c|c} [0]_{n \times n} & [0]_{n \times a} \\ Ec. (5.23) & Ec. (5.29) \end{array} \\ con j = 1 \end{array} & \begin{array}{c} Ec. (3.141) \\ con j = 2 \end{array} \end{array} \right] \quad (5.30)$$

$$a_{i,i-1} = \left[\begin{array}{c|c} \begin{array}{c} \langle AG 1 \rangle \\ Ec. (3.142) \\ con j = 1 \end{array} & \begin{array}{c|c} \langle AG 2 \rangle \\ \hline \begin{array}{c} [0]_{n \times n} \quad [0]_{n \times a} \\ [0]_{a \times n} \quad [0]_{a \times a} \end{array} \\ con j = 2 \end{array} \\ \hline \begin{array}{c|c} \langle AG 2 \rangle & \begin{array}{c|c} [0]_{n \times n} & [0]_{n \times a} \\ [0]_{a \times n} & [0]_{a \times a} \end{array} \\ con j = 1 \end{array} & \begin{array}{c} Ec. (3.142) \\ con j = 2 \end{array} \end{array} \right] \quad (5.31)$$

en donde j indica el número de aerogenerador. Entonces, los elementos $a_{i,i}$ y $a_{i,i-1}$ definidos por (5.97) y (5.98) se sustituyen en el Jacobiano $\mathbf{J}$ definido por la ecuación (2.11) considerando un

$N = 3$,

$$\mathbf{J} = \left[\begin{array}{c|c|c} \begin{array}{c} Ec. (5.30) \\ con i = 1 \end{array} & & \begin{array}{c} Ec. (5.31) \\ con i = 1 \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} Ec. (5.31) \\ con i = 2 \end{array} & \begin{array}{c} Ec. (5.30) \\ con i = 2 \end{array} & \\ \hline & \begin{array}{c} Ec. (5.31) \\ con i = 3 \end{array} & \begin{array}{c} Ec. (5.30) \\ con i = 3 \end{array} \end{array} \right] \quad (5.32)$$

en donde $a_{1,N} = a_{1,0}$ [Parker 1989].

La Figura 5.4 muestra los elementos diferentes de cero en el Jacobiano $\mathbf{J}$ del parque eólico con aerogeneradores de velocidad fija con un número de puntos $N = 3$ y un número de aerogeneradores $n_G = 2$. Esta matriz tiene una dimensión de 30×30 y un nivel de dispersión de 0.2933.

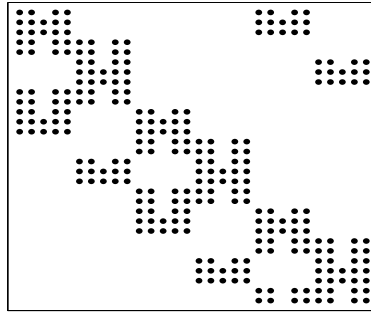


Figura 5.4: Estructura de la matriz Jacobiana $\mathbf{J}$ para $N = 3$ y $n_G = 2$.

5.3. Modelo del Parque Eólico con Aerogeneradores de Velocidad Variable

En la Figura 5.5 se presenta la estructura general del parque eólico conformado por n_G aerogeneradores de velocidad variable. Todos los aerogeneradores están interconectados en un punto común a través de sus propios transformadores elevadores y la potencia generada por el parque eólico es transmitida a un sistema eléctrico de potencia, representado por un bus infinito, a través de una línea de transmisión.

El modelo de los n_G aerogeneradores de velocidad variable corresponde al reportado en la Sección 3.5 para un aerogenerador. Por lo tanto, considerando dicho modelo descrito por el conjunto de ecuaciones diferenciales dado por (3.144)-(3.150), el modelo para los n_G aerogeneradores es,

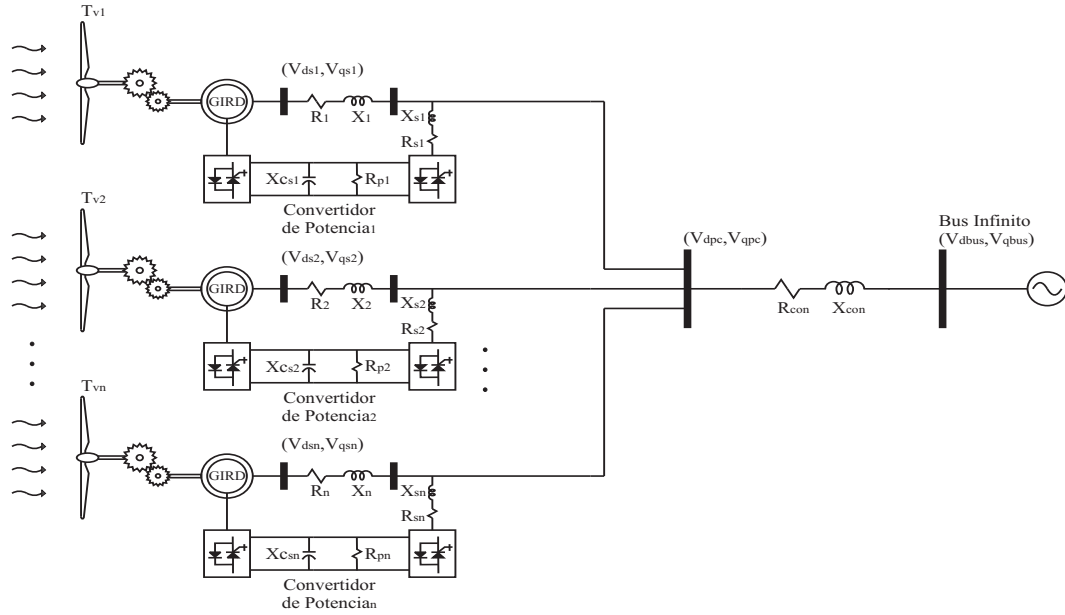


Figura 5.5: Estructura del parque eólico con aerogeneradores de velocidad variable.

$$\frac{d\psi'_{qrj}}{dt} = \omega_b \left(V'_{qrj} - r'_{rj} I'_{qrj} - \left(\frac{\omega_e - \omega_{gj}}{\omega_b} \right) \psi'_{drj} \right) \quad (5.33)$$

$$\frac{d\psi'_{drj}}{dt} = \omega_b \left(V'_{drj} - r'_{rj} I'_{drj} + \left(\frac{\omega_e - \omega_{gj}}{\omega_b} \right) \psi'_{qrj} \right) \quad (5.34)$$

$$\frac{d\omega_{gj}}{dt} = \frac{-\frac{T_{mj}}{a_{gbxj}} + T_{emj}}{\frac{J_{gj}\omega_{b,hs}^2}{P_b} + \frac{J_{turj}\omega_{b,ls}^2}{P_b a_{gbx}^2}} \quad (5.35)$$

$$\frac{d\omega_{turj}}{dt} = \frac{-T_{mj} + a_{gbxj} T_{emj}}{\frac{J_{turj}\omega_{b,ls}^2}{P_b} + \frac{J_{gj}a_{gbx}^2\omega_{b,hs}^2}{P_b}} \quad (5.36)$$

$$\frac{dI_{qRj}}{dt} = -\frac{R_{sj}}{X_{sj}} \omega I_{qRj} - \omega I_{dRj} + \frac{\omega K_{Rj}}{X_{sj}} \cos(\alpha_{Rj}) V_{CDj} - \frac{\omega}{X_{sj}} V_{qpc} \quad (5.37)$$

$$\frac{dI_{dRj}}{dt} = \omega I_{qRj} - \frac{R_{sj}}{X_{sj}} \omega I_{dRj} - \frac{\omega K_{Rj}}{X_{sj}} \sin(\alpha_{Rj}) V_{CDj} + \frac{\omega}{X_{sj}} V_{dpc} \quad (5.38)$$

$$\frac{dV_{CDj}}{dt} = -M_{KRj} \cos(\alpha_{Rj}) I_{qRj} + M_{KRj} \sin(\alpha_{Rj}) I_{dRj} - \frac{X_{Csj}\omega}{R_{pj}} V_{CDj} - M_{KI} \cos(\alpha_{Ij}) I'_{qrj} + M_{KI} \sin(\alpha_{Ij}) I'_{drj} \quad (5.39)$$

en donde j indica el número de aerogenerador. Por otro lado, para plantear las ecuaciones que describen la interconexión de los aerogeneradores de velocidad variable con el bus infinito, a través de los transformadores elevadores y de la línea de transmisión se aplica la ley de corrientes de Kirchhoff en el punto de acoplamiento común. La corriente a través de cada transformador elevador y, por ende, a través de la línea de transmisión es,

$$I_{qj} = I_{qsj} - I_{qRj} \quad (5.40)$$

$$I_{dj} = I_{dsj} - I_{dRj} \quad (5.41)$$

en donde las corrientes I_{qsj} e I_{dsj} para cada aerogenerador están dadas por (3.50) y (3.51), respectivamente.

Aplicando una ley de voltajes de Kirchhoff a lo largo de la línea de transmisión se determinan las componentes q y d del voltaje en el punto de conexión común. Considerando la contribución de los n_G aerogeneradores resulta,

$$V_{qpc} = -X_{con} \sum_{j=1}^{n_G} I_d - R_{con} \sum_{j=1}^{n_G} I_q + V_{qbus} \quad (5.42)$$

$$V_{dpc} = -R_{con} \sum_{j=1}^{n_G} I_d + X_{con} \sum_{j=1}^{n_G} I_q + V_{dbus} \quad (5.43)$$

De la misma manera se determinan las componentes q y d del voltaje en terminales del estator de cada generador de inducción. Aplicando una ley de voltajes de Kirchhoff a lo largo de los transformadores elevadores se tiene,

$$V_{qsj} = -X I_{dsj} - R I_{qsj} + V_{qpc} \quad (5.44)$$

$$V_{dsj} = -R I_{dsj} + X I_{qsj} + V_{dpc} \quad (5.45)$$

Las componentes q y d del voltaje en terminales del rotor están dadas por el voltaje en terminales del inversor del convertidor de potencia de la siguiente manera,

$$V'_{qrj} = K_{Ij} \cos(\alpha_{Ij}) V_{CDj} \quad (5.46)$$

$$V'_{drj} = -K_{Ij} \sin(\alpha_{Ij}) V_{CDj} \quad (5.47)$$

5.3.1. Formulación del Modelo del Parque Eólico con Aerogeneradores de Velocidad Variable Usando el Método de Diferencias Finitas

Considerando un número n_G de aerogeneradores para la formulación del parque eólico en Diferencias Finitas, el conjunto de ecuaciones diferencial-algebraico está dado por (5.33)-(5.39) y (5.44)-(5.47). Por lo tanto, el vector $\Delta \mathbf{y}$ utilizado en la formulación del método Newton-Raphson tiene la forma,

$$\Delta \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \psi'_{qr1,i} - \psi'_{qr1,i+1} + \frac{h}{2} (f(\psi'_{qr1,i}, t_i) + f(\psi'_{qr1,i+1}, t_{i+1})) \\ \psi'_{dr1,i} - \psi'_{dr1,i+1} + \frac{h}{2} (f(\psi'_{dr1,i}, t_i) + f(\psi'_{dr1,i+1}, t_{i+1})) \\ \omega_{g1,i} - \omega_{g1,i+1} + \frac{h}{2} (f(\omega_{g1,i}, t_i) + f(\omega_{g1,i+1}, t_{i+1})) \\ \omega_{tur1,i} - \omega_{tur1,i+1} + \frac{h}{2} (f(\omega_{tur1,i}, t_i) + f(\omega_{tur1,i+1}, t_{i+1})) \\ I_{qR1,i} - I_{qR1,i+1} + \frac{h}{2} (f(I_{qR1,i}, t_i) + f(I_{qR1,i+1}, t_{i+1})) \\ I_{dR1,i} - I_{dR1,i+1} + \frac{h}{2} (f(I_{dR1,i}, t_i) + f(I_{dR1,i+1}, t_{i+1})) \\ V_{CD1,i} - V_{CD1,i+1} + \frac{h}{2} (f(V_{CD1,i}, t_i) + f(V_{CD1,i+1}, t_{i+1})) \\ V_{qs1,i} \\ V_{ds1,i} \\ V'_{qr1,i} \\ V'_{dr1,i} \\ \vdots \\ \psi'_{qrnG,i} - \psi'_{qrnG,i+1} + \frac{h}{2} (f(\psi'_{qrnG,i}, t_i) + f(\psi'_{qrnG,i+1}, t_{i+1})) \\ \psi'_{drnG,i} - \psi'_{drnG,i+1} + \frac{h}{2} (f(\psi'_{drnG,i}, t_i) + f(\psi'_{drnG,i+1}, t_{i+1})) \\ \omega_{gnG,i} - \omega_{gnG,i+1} + \frac{h}{2} (f(\omega_{gnG,i}, t_i) + f(\omega_{gnG,i+1}, t_{i+1})) \\ \omega_{turnG,i} - \omega_{turnG,i+1} + \frac{h}{2} (f(\omega_{turnG,i}, t_i) + f(\omega_{turnG,i+1}, t_{i+1})) \\ I_{qRnG,i} - I_{qRnG,i+1} + \frac{h}{2} (f(I_{qRnG,i}, t_i) + f(I_{qRnG,i+1}, t_{i+1})) \\ I_{dRnG,i} - I_{dRnG,i+1} + \frac{h}{2} (f(I_{dRnG,i}, t_i) + f(I_{dRnG,i+1}, t_{i+1})) \\ V_{CDnG,i} - V_{CDnG,i+1} + \frac{h}{2} (f(V_{CDnG,i}, t_i) + f(V_{CDnG,i+1}, t_{i+1})) \\ V_{qsnG,i} \\ V_{dsnG,i} \\ V'_{qrnG,i} \\ V'_{drnG,i} \end{bmatrix} \quad (5.48)$$

Considerando la estructura del sistema diferencial-algebraico dado por (5.48) se plantean los elementos del Jacobiano $\mathbf{J}$ dados por (5.14) y (5.15). En donde, los cuatro bloques superiores izquierdos y los cuatro bloques inferiores derechos de (5.14), están definidos por el conjunto de ecuaciones (3.164)-(3.167) que corresponde al bloque de un aerogenerador de velocidad variable

reportado en la Sección 3.5.1. Como se puede observar las variables dinámicas de un aerogenerador no dependen de ninguna variable (dinámica o algebraica) de otro aerogenerador, por lo que los bloques correspondientes a las derivadas parciales de las variables dinámicas entre aerogeneradores son igual a cero. Sin embargo, las derivadas parciales de las variables algebraicas entre aerogeneradores son diferentes de cero debido a la suma de corrientes en el punto de conexión común, lo cual hace que exista una dependencia entre las variables algebraicas de los aerogeneradores. Por lo tanto, definiendo dichos bloques se tiene,

$$\frac{\partial V_{qs1}}{\partial \psi'_{qrn_G}} = \frac{X_{mn_G} (D_{n_G} R_{con} - r_{sn_G} X_{con} X_{rrn_G})}{D_{n_G}^2 + r_{sn_G}^2 X_{rrn_G}^2} \quad (5.49)$$

$$\frac{\partial V_{qs1}}{\partial \psi'_{drn_G}} = \frac{X_{mn_G} (D_{n_G} X_{con} + r_{sn_G} R_{con} X_{rrn_G})}{D_{n_G}^2 + r_{sn_G}^2 X_{rrn_G}^2} \quad (5.50)$$

$$\frac{\partial V_{qs1}}{\partial \omega_{gn_G}} = 0 \quad (5.51)$$

$$\frac{\partial V_{qs1}}{\partial \omega_{turn_G}} = 0 \quad (5.52)$$

$$\frac{\partial V_{qs1}}{\partial I_{qRn_G}} = R_{con} \quad (5.53)$$

$$\frac{\partial V_{qs1}}{\partial I_{dRn_G}} = X_{con} \quad (5.54)$$

$$\frac{\partial V_{qs1}}{\partial V_{CDn_G}} = 0 \quad (5.55)$$

$$\frac{\partial V_{ds1}}{\partial \psi'_{qrn_G}} = -\frac{X_{mn_G} (D_{n_G} X_{con} + r_{sn_G} R_{con} X_{rrn_G})}{D_{n_G}^2 + r_{sn_G}^2 X_{rrn_G}^2} \quad (5.56)$$

$$\frac{\partial V_{ds1}}{\partial \psi'_{drn_G}} = \frac{X_{mn_G} (D_{n_G} R_{con} - r_{sn_G} X_{con} X_{rrn_G})}{D_{n_G}^2 + r_{sn_G}^2 X_{rrn_G}^2} \quad (5.57)$$

$$\frac{\partial V_{ds1}}{\partial \omega_{gn_G}} = 0 \quad (5.58)$$

$$\frac{\partial V_{ds1}}{\partial \omega_{turn_G}} = 0 \quad (5.59)$$

$$\frac{\partial V_{ds1}}{\partial I_{qRn_G}} = -X_{con} \quad (5.60)$$

$$\frac{\partial V_{ds1}}{\partial I_{dRn_G}} = R_{con} \quad (5.61)$$

$$\frac{\partial V_{ds1}}{\partial V_{CDn_G}} = 0 \quad (5.62)$$

$$\frac{\partial V'_{qr1}}{\partial \psi'_{qrn_G}} = 0 \quad (5.63)$$

$$\frac{\partial V'_{qr1}}{\partial \psi'_{drn_G}} = 0 \quad (5.64)$$

$$\frac{\partial V'_{qr1}}{\partial \omega_{gn_G}} = 0 \quad (5.65)$$

$$\frac{\partial V'_{qr1}}{\partial \omega_{turn_G}} = 0 \quad (5.66)$$

$$\frac{\partial V'_{qr1}}{\partial I_{qRn_G}} = 0 \quad (5.67)$$

$$\frac{\partial V'_{qr1}}{\partial I_{dRn_G}} = 0 \quad (5.68)$$

$$\frac{\partial V'_{qr1}}{\partial V_{CDn_G}} = 0 \quad (5.69)$$

$$\frac{\partial V'_{dr1}}{\partial \psi'_{qrn_G}} = 0 \quad (5.70)$$

$$\frac{\partial V'_{dr1}}{\partial \psi'_{drn_G}} = 0 \quad (5.71)$$

$$\frac{\partial V'_{dr1}}{\partial \omega_{gn_G}} = 0 \quad (5.72)$$

$$\frac{\partial V'_{dr1}}{\partial \omega_{turn_G}} = 0 \quad (5.73)$$

$$\frac{\partial V'_{dr1}}{\partial I_{qRn_G}} = 0 \quad (5.74)$$

$$\frac{\partial V'_{dr1}}{\partial I_{dRn_G}} = 0 \quad (5.75)$$

$$\frac{\partial V'_{dr1}}{\partial V_{CDn_G}} = 0 \quad (5.76)$$

Por lo tanto, la matriz Jacobiana con las derivadas parciales de las variables algebraicas del aerogenerador 1 con respecto a las variables dinámicas del aerogenerador n_G del elemento a_{ii} tiene la siguiente estructura considerando los parámetros del aerogenerador n_G ,

$$\mathbf{Dg}_{\mathbf{x}_{1,n_G}}(\mathbf{y}_i)_{a \times n} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{qs1}}{\partial \psi'_{qrn_G}} & \frac{\partial V_{qs1}}{\partial \psi'_{drn_G}} & \frac{\partial V_{qs1}}{\partial \omega_{gn_G}} & \frac{\partial V_{qs1}}{\partial \omega_{turn_G}} & \frac{\partial V_{qs1}}{\partial I_{qRn_G}} & \frac{\partial V_{qs1}}{\partial I_{dRn_G}} & \frac{\partial V_{qs1}}{\partial V_{CDn_G}} \\ \frac{\partial V_{ds1}}{\partial \psi'_{qrn_G}} & \frac{\partial V_{ds1}}{\partial \psi'_{drn_G}} & \frac{\partial V_{ds1}}{\partial \omega_{gn_G}} & \frac{\partial V_{ds1}}{\partial \omega_{turn_G}} & \frac{\partial V_{ds1}}{\partial I_{qRn_G}} & \frac{\partial V_{ds1}}{\partial I_{dRn_G}} & \frac{\partial V_{ds1}}{\partial V_{CDn_G}} \\ \frac{\partial V'_{qr1}}{\partial \psi'_{qrn_G}} & \frac{\partial V'_{qr1}}{\partial \psi'_{drn_G}} & \frac{\partial V'_{qr1}}{\partial \omega_{gn_G}} & \frac{\partial V'_{qr1}}{\partial \omega_{turn_G}} & \frac{\partial V'_{qr1}}{\partial I_{qRn_G}} & \frac{\partial V'_{qr1}}{\partial I_{dRn_G}} & \frac{\partial V'_{qr1}}{\partial V_{CDn_G}} \\ \frac{\partial V'_{dr1}}{\partial \psi'_{qrn_G}} & \frac{\partial V'_{dr1}}{\partial \psi'_{drn_G}} & \frac{\partial V'_{dr1}}{\partial \omega_{gn_G}} & \frac{\partial V'_{dr1}}{\partial \omega_{turn_G}} & \frac{\partial V'_{dr1}}{\partial I_{qRn_G}} & \frac{\partial V'_{dr1}}{\partial I_{dRn_G}} & \frac{\partial V'_{dr1}}{\partial V_{CDn_G}} \end{bmatrix} \quad (5.77)$$

Por otro lado, las derivadas parciales de las variables algebraicas de aerogenerador n_G con respecto a las variables algebraicas del aerogenerador 1 tiene la misma estructura de (5.77), en donde para éste bloque sus derivadas parciales son las mismas que las definidas por (5.49)-(5.76). Entonces, dicho bloque es presentado en forma matricial de la siguiente manera,

$$\mathbf{Dg}_{\mathbf{x}_{n_G,1}}(\mathbf{y}_i)_{a \times n} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{qsn_G}}{\partial \psi'_{qr1}} & \frac{\partial V_{qsn_G}}{\partial \psi'_{dr1}} & \frac{\partial V_{qsn_G}}{\partial \omega_{g1}} & \frac{\partial V_{qsn_G}}{\partial \omega_{tur1}} & \frac{\partial V_{qsn_G}}{\partial I_{qR1}} & \frac{\partial V_{qsn_G}}{\partial I_{dR1}} & \frac{\partial V_{qsn_G}}{\partial V_{CD1}} \\ \frac{\partial V_{dsn_G}}{\partial \psi'_{qr1}} & \frac{\partial V_{dsn_G}}{\partial \psi'_{dr1}} & \frac{\partial V_{dsn_G}}{\partial \omega_{g1}} & \frac{\partial V_{dsn_G}}{\partial \omega_{tur1}} & \frac{\partial V_{dsn_G}}{\partial I_{qR1}} & \frac{\partial V_{dsn_G}}{\partial I_{dR1}} & \frac{\partial V_{dsn_G}}{\partial V_{CD1}} \\ \frac{\partial V'_{qrn_G}}{\partial \psi'_{qr1}} & \frac{\partial V'_{qrn_G}}{\partial \psi'_{dr1}} & \frac{\partial V'_{qrn_G}}{\partial \omega_{g1}} & \frac{\partial V'_{qrn_G}}{\partial \omega_{tur1}} & \frac{\partial V'_{qrn_G}}{\partial I_{qR1}} & \frac{\partial V'_{qrn_G}}{\partial I_{dR1}} & \frac{\partial V'_{qrn_G}}{\partial V_{CD1}} \\ \frac{\partial V'_{drn_G}}{\partial \psi'_{qr1}} & \frac{\partial V'_{drn_G}}{\partial \psi'_{dr1}} & \frac{\partial V'_{drn_G}}{\partial \omega_{g1}} & \frac{\partial V'_{drn_G}}{\partial \omega_{tur1}} & \frac{\partial V'_{drn_G}}{\partial I_{qR1}} & \frac{\partial V'_{drn_G}}{\partial I_{dR1}} & \frac{\partial V'_{drn_G}}{\partial V_{CD1}} \end{bmatrix} \quad (5.78)$$

Ahora, definiendo el bloque correspondiente a las derivadas parciales de las variables algebraicas del aerogenerador 1 con respecto a las variables algebraicas del aerogenerador n_G del elemento a_{ii} , por medio del siguiente conjunto de ecuaciones,

$$\frac{\partial V_{qs1}}{\partial V_{qsn_G}} = -\frac{X_{rrn_G} (D_{n_G} X_{con} + r_{sn_G} R_{con} X_{rrn_G})}{D_{n_G}^2 + r_{sn_G}^2 X_{rrn_G}^2} \quad (5.79)$$

$$\frac{\partial V_{qs1}}{\partial V_{dsn_G}} = \frac{X_{rrn_G} (D_{n_G} R_{con} - r_{sn_G} X_{con} X_{rrn_G})}{D_{n_G}^2 + r_{sn_G}^2 X_{rrn_G}^2} \quad (5.80)$$

$$\frac{\partial V_{qs1}}{\partial V'_{qrn_G}} = 0 \quad (5.81)$$

$$\frac{\partial V_{qs1}}{\partial V'_{drn_G}} = 0 \quad (5.82)$$

$$\frac{\partial V_{ds1}}{\partial V_{qsn_G}} = \frac{X_{rrn_G} (-D_{n_G} R_{con} + r_{sn_G} X_{con} X_{rrn_G})}{D_{n_G}^2 + r_{sn_G}^2 X_{rrn_G}^2} \quad (5.83)$$

$$\frac{\partial V_{ds1}}{\partial V_{dsn_G}} = -\frac{X_{rrn_G} (D_{n_G} X_{con} + r_{sn_G} R_{con} X_{rrn_G})}{D_{n_G}^2 + r_{sn_G}^2 X_{rrn_G}^2} \quad (5.84)$$

$$\frac{\partial V_{ds1}}{\partial V'_{qrn_G}} = 0 \quad (5.85)$$

$$\frac{\partial V_{ds1}}{\partial V'_{drn_G}} = 0 \quad (5.86)$$

$$\frac{\partial V'_{qr1}}{\partial V_{qsn_G}} = 0 \quad (5.87)$$

$$\frac{\partial V'_{qr1}}{\partial V_{dsn_G}} = 0 \quad (5.88)$$

$$\frac{\partial V'_{qr1}}{\partial V'_{qrn_G}} = 0 \quad (5.89)$$

$$\frac{\partial V'_{qr1}}{\partial V'_{drn_G}} = 0 \quad (5.90)$$

$$\frac{\partial V'_{dr1}}{\partial V_{qsn_G}} = 0 \quad (5.91)$$

$$\frac{\partial V'_{dr1}}{\partial V_{dsn_G}} = 0 \quad (5.92)$$

$$\frac{\partial V'_{dr1}}{\partial V'_{qrn_G}} = 0 \quad (5.93)$$

$$\frac{\partial V'_{dr1}}{\partial V'_{drnG}} = 0 \quad (5.94)$$

entonces el bloque correspondiente a las derivadas parciales de las variables algebraicas del aerogenerador 1 con respecto a las variables algebraicas del aerogenerador n_G , matricialmente adquiere la siguiente estructura considerando los parámetros del aerogenerador n_G ,

$$\mathbf{Dg}_{1,n_G}(\mathbf{y}_i)_{a \times a} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{qs1}}{\partial V_{qsnG}} & \frac{\partial V_{qs1}}{\partial V_{dsnG}} & \frac{\partial V_{qs1}}{\partial V'_{qrnG}} & \frac{\partial V_{qs1}}{\partial V'_{drnG}} \\ \frac{\partial V_{ds1}}{\partial V_{qsnG}} & \frac{\partial V_{ds1}}{\partial V_{dsnG}} & \frac{\partial V_{ds1}}{\partial V'_{qrnG}} & \frac{\partial V_{ds1}}{\partial V'_{drnG}} \\ \frac{\partial V'_{qr1}}{\partial V_{qsnG}} & \frac{\partial V'_{qr1}}{\partial V_{dsnG}} & \frac{\partial V'_{qr1}}{\partial V'_{qrnG}} & \frac{\partial V'_{qr1}}{\partial V'_{drnG}} \\ \frac{\partial V'_{dr1}}{\partial V_{qsnG}} & \frac{\partial V'_{dr1}}{\partial V_{dsnG}} & \frac{\partial V'_{dr1}}{\partial V'_{qrnG}} & \frac{\partial V'_{dr1}}{\partial V'_{drnG}} \end{bmatrix} \quad (5.95)$$

Por otro lado, las derivadas parciales de las variables algebraicas de aerogenerador n_G con respecto a las variables algebraicas del aerogenerador 1, tiene la misma estructura que (5.95), en donde para éste bloque sus derivadas parciales son las mismas que las definidas por (5.79)-(5.94). Entonces, dicho bloque es presentado en forma matricial de la siguiente manera,

$$\mathbf{Dg}_{n_G,1}(\mathbf{y}_i)_{a \times a} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{qsnG}}{\partial V_{qs1}} & \frac{\partial V_{qsnG}}{\partial V_{ds1}} & \frac{\partial V_{qsnG}}{\partial V'_{qr1}} & \frac{\partial V_{qsnG}}{\partial V'_{dr1}} \\ \frac{\partial V_{dsnG}}{\partial V_{qs1}} & \frac{\partial V_{dsnG}}{\partial V_{ds1}} & \frac{\partial V_{dsnG}}{\partial V'_{qr1}} & \frac{\partial V_{dsnG}}{\partial V'_{dr1}} \\ \frac{\partial V'_{qrnG}}{\partial V_{qs1}} & \frac{\partial V'_{qrnG}}{\partial V_{ds1}} & \frac{\partial V'_{qrnG}}{\partial V'_{qr1}} & \frac{\partial V'_{qrnG}}{\partial V'_{dr1}} \\ \frac{\partial V'_{drnG}}{\partial V_{qs1}} & \frac{\partial V'_{drnG}}{\partial V_{ds1}} & \frac{\partial V'_{drnG}}{\partial V'_{qr1}} & \frac{\partial V'_{drnG}}{\partial V'_{dr1}} \end{bmatrix} \quad (5.96)$$

Para el elemento $a_{i,i-1}$ de $\mathbf{J}$ definido por (5.15), los bloques correspondientes a las derivadas parciales de las variables dinámicas con respecto a las variables algebraicas de cada aerogenerador son los mismos que del conjunto de ecuaciones definido por (3.168)-(3.171). Entonces, los elementos $a_{i,i}$ y $a_{i,i-1}$ definidos por (5.14) y (5.15) se forman de la siguiente manera considerando un número de puntos $N = 3$ y un número de aerogeneradores $n_G = 2$,

$$a_{i,i} = \left[\begin{array}{c|c} \textcolor{blue}{\langle AG 1 \rangle} & \textcolor{blue}{\langle AG 2 \rangle} \\ \hline \textcolor{blue}{\langle AG 1 \rangle} & \begin{array}{c|c} \frac{Ec. (3.164)}{Ec. (3.166)} & \frac{Ec. (3.165)}{Ec. (3.167)} \\ \hline [0]_{n \times n} & [0]_{n \times a} \end{array} \\ \text{con } j = 1 & \text{con } j = 2 \\ \hline \textcolor{blue}{\langle AG 2 \rangle} & \begin{array}{c|c} \frac{[0]_{n \times n}}{Ec. (5.78)} & \frac{[0]_{n \times a}}{Ec. (5.96)} \\ \hline Ec. (3.164) & Ec. (3.165) \\ Ec. (3.166) & Ec. (3.167) \end{array} \\ \text{con } j = 1 & \text{con } j = 2 \end{array} \right] \quad (5.97)$$

$$a_{i,i-1} = \left[\begin{array}{c|c} \begin{array}{c} \langle AG 1 \rangle \\ \hline \begin{array}{c|c} Ec. (3.168) & Ec. (3.169) \\ \hline Ec. (3.170) & Ec. (3.171) \end{array} \\ \hline con j = 1 \end{array} & \begin{array}{c} \langle AG 2 \rangle \\ \hline \begin{array}{c|c} [0]_{n \times n} & [0]_{n \times a} \\ \hline [0]_{a \times n} & [0]_{a \times a} \end{array} \\ \hline con j = 2 \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} \langle AG 2 \rangle \\ \hline \begin{array}{c|c} [0]_{n \times n} & [0]_{n \times a} \\ \hline [0]_{a \times n} & [0]_{a \times a} \end{array} \\ \hline con j = 1 \end{array} & \begin{array}{c} \hline \begin{array}{c|c} Ec. (3.168) & Ec. (3.169) \\ \hline Ec. (3.170) & Ec. (3.171) \end{array} \\ \hline con j = 2 \end{array} \end{array} \right] \quad (5.98)$$

en donde j indica el número de aerogenerador. Entonces, los elementos $a_{i,i}$ y $a_{i,i-1}$ definidos por (5.97) y (5.98) se sustituyen en el Jacobiano $\mathbf{J}$ definido por la ecuación (2.11) considerando un $N = 3$,

$$\mathbf{J} = \left[\begin{array}{c|c|c} \begin{array}{c} Ec. (5.97) \\ con i = 1 \end{array} & & \begin{array}{c} Ec. (5.98) \\ con i = 1 \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} Ec. (5.98) \\ con i = 2 \end{array} & \begin{array}{c} Ec. (5.97) \\ con i = 2 \end{array} & \\ \hline & \begin{array}{c} Ec. (5.98) \\ con i = 3 \end{array} & \begin{array}{c} Ec. (5.97) \\ con i = 3 \end{array} \end{array} \right] \quad (5.99)$$

en donde $a_{1,N} = a_{1,0}$ [Parker 1989].

Para ilustrar la estructura que adquiere el Jacobiano $\mathbf{J}$ en la formulación del método Newton-Raphson dado por (2.11), considerese un número de puntos $N = 3$ y un número de aerogeneradores $n_G = 2$. La Figura 5.6 muestra la estructura resultante del Jacobiano con una dimensión de (66×66) , en las que se sustituyen los valores de las derivadas parciales con respecto a los índices de los elementos a_{ii} y $a_{i,i-1}$, en donde los puntos indican los elementos diferentes de cero. Esta Figura muestra el patrón que sigue el Jacobiano frente a diferentes número de puntos y diferente número de aerogeneradores para el análisis de parques eólicos con el método de Diferencias Finitas. Esta matriz tiene un grado de dispersidad de 0.1460.

5.4. Sumario

En éste capítulo se presentó una descripción general del parque eólico La Venta II. Se reportaron los modelos matemáticos desarrollados para parques eólicos que pueden incorporar un número de n aerogeneradores de velocidad fija o de velocidad variable, los cuales son conectados a un sistema

eléctrico. Dichos modelos fueron desarrollados utilizando un conjunto de ecuaciones diferencial-algebraico que describen a todos los elementos que constituyen a los parque eólicos de generación. Se desarrolló la formulación de los modelos de los parques eólicos para el método de Diferencias Finitas, desarrollando las submatrices de derivadas parciales que conforman al Jacobiano utilizado en el método Newton-Raphson.

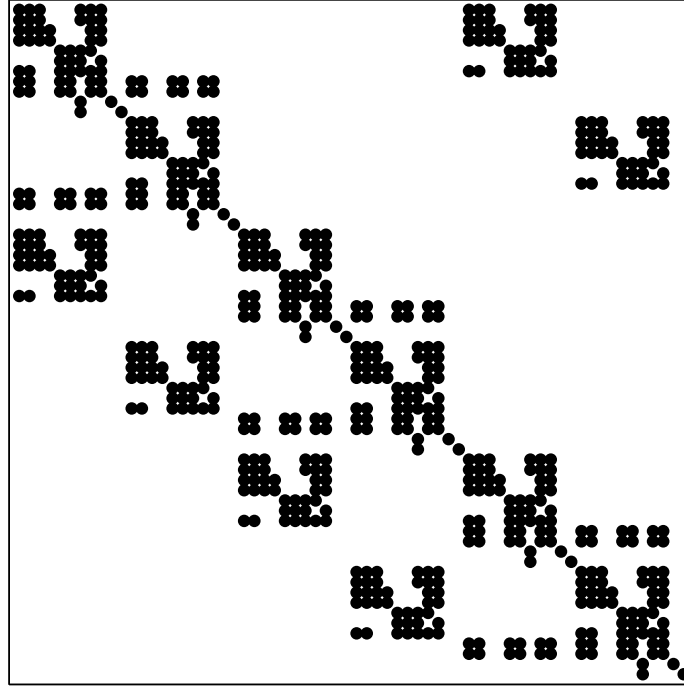


Figura 5.6: Estructura de la matriz Jacobiana $\mathbf{J}$ para $N = 3$ y $n_G = 2$.

Capítulo 6

Casos de Estudio

6.1. Introducción

En éste capítulo se presentan los diferentes casos de estudio realizados con los modelos de los aerogeneradores de velocidad fija y de velocidad variable. Así mismo, en los casos de estudio se utilizan parques eólicos de diferentes capacidades de generación, los cuales incorporan los dos tipos de aerogeneradores mencionados. Los casos de estudio son desarrollados bajo diferentes escenarios de entrada de viento en las turbinas eólicas de los aerogeneradores, con la finalidad de obtener el comportamiento dinámico y los puntos de operación en estado estable de estas plantas generadoras. El comportamiento dinámico se obtiene utilizando un método de integración explícito Runge-Kutta de cuarto orden. Los puntos de operación de estado estable se calculan con el método de Fuerza Bruta mencionado y con el método de Diferencias Finitas, con el propósito de realizar una comparación en términos de la convergencia al error y del tiempo de cómputo requerido para determinar dichos puntos de operación en estado estable. Las series de tiempo de la velocidad del viento en este trabajo representan datos de mediciones en La Venta, Oaxaca, con un periodo de muestreo de diez minutos. Los parámetros de la turbinas eólicas, los generadores de inducción, el acoplamiento mecánico, los controladores y los circuitos de acoplamiento de los parque eólicos simulados, se reportan en el Apéndice A. Por otro lado, el esfuerzo computacional reportado en los casos de estudio fueron medidos con una PC de $2.10GHz$ y $3GB$ de RAM.

6.2. Operación de un Parque Eólico de 100MW con Bancos de Capacitores Conectado a un Bus Infinito

A continuación, se presenta la operación dinámica y de estado estable de un parque eólico de 100MW conectado a un bus infinito, en donde su estructura se ilustra en la Figura 5.3. Los 100 aerogeneradores de 1MW que conforman al parque eólico corresponden a aerogeneradores de velocidad fija Tipo A1, los cuales incorporan un sistema de control para la potencia, basado en el control del posicionamiento de los álabes y, además, cada aerogenerador incorpora un banco de capacitores para satisfacer la demanda de potencia reactiva de las máquinas de inducción. Se utiliza una secuencia de mediciones de la velocidad del viento, la cual es la misma para todos los aerogeneradores. Sin embargo, el programa desarrollado para la simulación del parque eólico está listo para considerar una secuencia de la velocidad del viento diferente para cada aerogenerador que conforma el parque eólico en dado caso que el tipo de estudio así lo amerite.

Los parámetros de los elementos que conforman al parque eólico como la turbina de viento, el generador de inducción jaula de ardilla, el banco de capacitores, los sistemas de control, los transformadores y la línea de transmisión son reportados en el Apéndice A.

6.2.1. Análisis de la Respuesta Dinámica

En esta sección, se presenta la respuesta dinámica de un parque eólico de 100MW. Se utiliza una secuencia de mediciones de la velocidad del viento como entrada a cada aerogenerador de 1MW. Dichas mediciones de la velocidad del viento, corresponden a una zona localizada en la La Venta, Oaxaca México. Estos datos fueron proporcionados por la Subgerencia de Proyectos de Energía Renovable de la Gerencia de Proyectos Geotermoelectrónicos perteneciente a la comisión Federal de Electricidad. Este caso de estudio consiste en presentar la solución en el dominio del tiempo del modelo del parque eólico reportado en la Sección 5.2 utilizando como entrada una serie de tiempo de mediciones de viento. El modelo del parque eólico está constituido por 400 ecuaciones diferenciales y 200 ecuaciones algebraicas. Los resultados de la simulación se muestran en la Figura 6.1 y Figura 6.2.

En la Figura 6.1 (a) se muestra la secuencia de mediciones de la velocidad del viento en un periodo de 24 horas utilizada en la simulación. La potencia de salida de un aerogenerador y del parque se presenta en las Figuras 6.1 (b) y (c), respectivamente. Este parque eólico no incorpora el sistema de control para el posicionamiento de los álabes y, por lo tanto, el ángulo de los álabes $\beta = 0^\circ$ es constante. Por su parte, la Figura 6.2 muestra las formas de onda en el tiempo cuando se incorpora el control PI para los álabes.

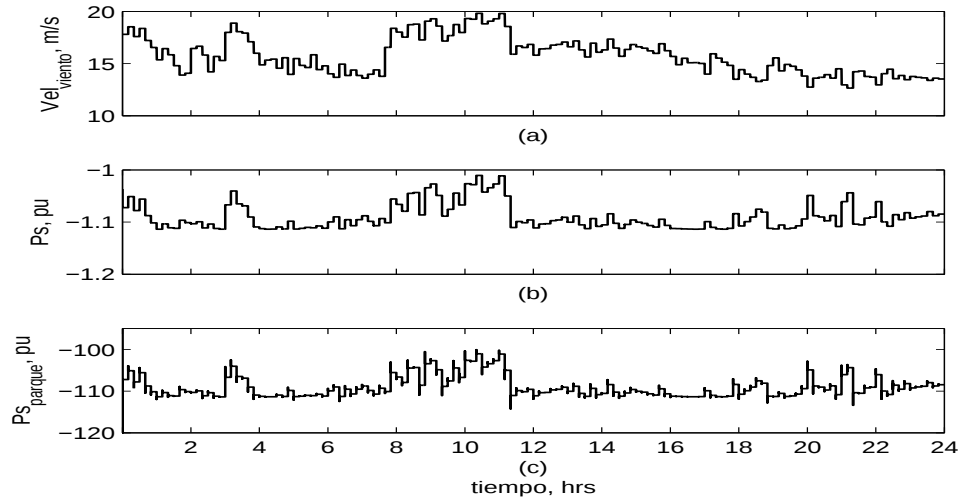


Figura 6.1: Resultados de la simulación: (a) secuencia de mediciones de la velocidad del viento, (b) potencia de salida de un aerogenerador y (c) potencia de salida del parque eólico.

Como se puede observar en la Figura 6.1 (a), la velocidad del viento presenta variaciones a lo largo del día entre 12 y 20 m/s , lo cual se ve reflejado en fluctuaciones de la potencia generada dentro de un rango de $-1.01pu$ a $-1.114pu$, en donde el signo negativo indica la convención utilizada y, por lo tanto, significa que la potencia es inyectada al sistema. Por otra parte, en la Figura 6.2 se presentan los resultados obtenidos de la simulación cuando los aerogeneradores del parque eólico incorporan el sistema de control de potencia basado en un controlador PI. En la Figura 6.2 (a) se presenta la serie de tiempo de la velocidad del viento utilizada. Como se puede apreciar, el sistema de control implementado es capaz de mantener constante la potencia de salida, Figura 6.2 (b) y (c), de tal forma que las fluctuaciones de la potencia generada por aerogenerador son solamente del $\pm 2.5\%$.

Por otro lado, también se puede observar la demanda de potencia reactiva a lo largo del día tanto de un aerogenerador (ver Figura 6.2 (d)) como la del parque eólico con los 100 aerogeneradores (ver Figura 6.2 (e)). Como se puede observar, a pesar de la incorporación de los bancos de capacitores para abastecer de la demanda de potencia reactiva, cada aerogenerador absorbe aproximadamente $Q_s = 0.92pu$ con un factor de potencia $FP = 0.7381$ a lo largo del día ilustrado en la Figura 6.2 (f). Además, en la Figura 6.2 (g) se muestra la respuesta dinámica de la variable de estado asociado al controlador integral para la regulación de la potencia de salida. Como resultado de la acción de control el ángulo β se ajusta permanentemente para mantener constante la potencia generada (ver Figura 6.2 (h)).

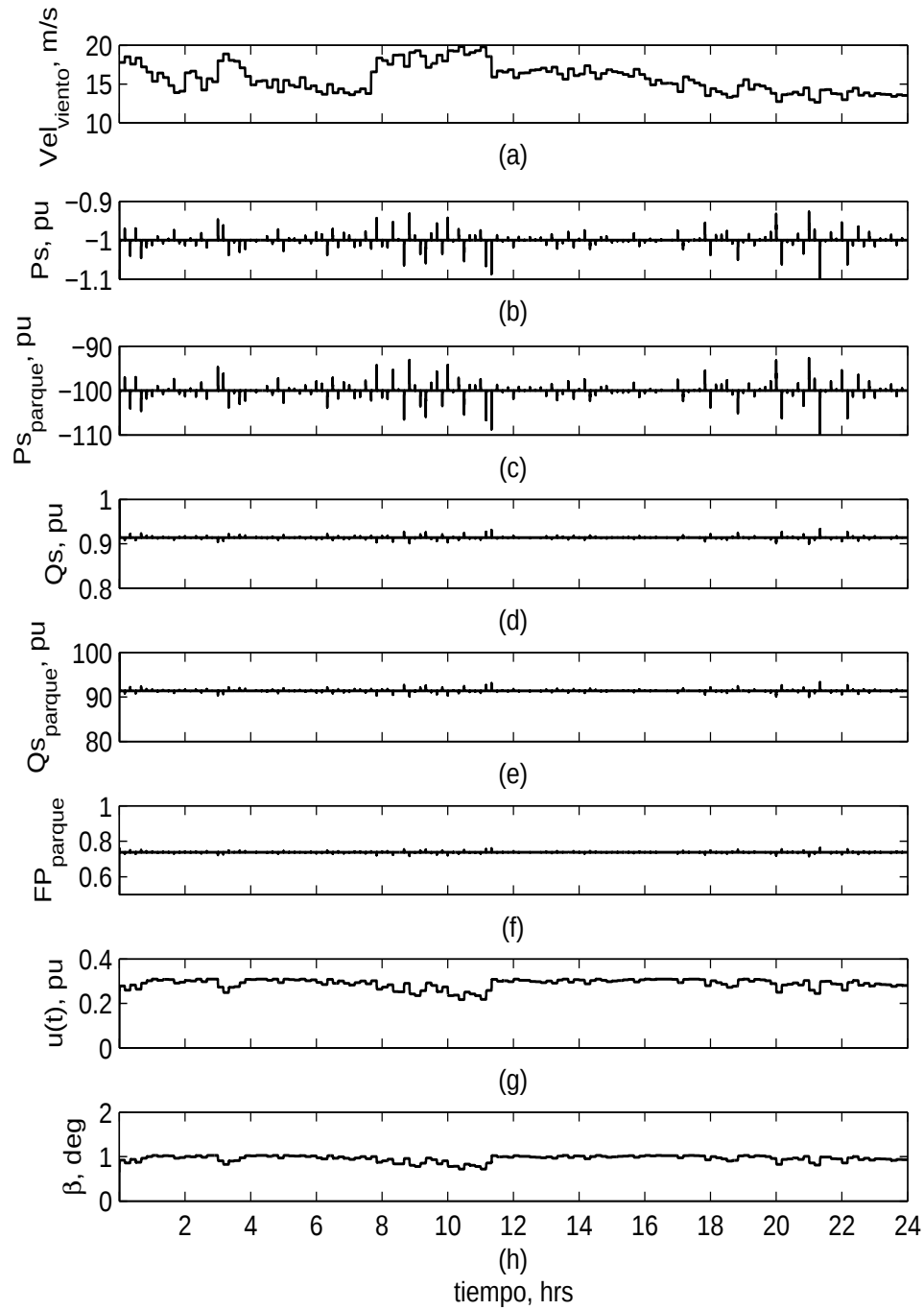


Figura 6.2: Resultados de la simulación incorporando el controlador PI: (a) serie de tiempo de la velocidad del viento, (b) potencia de salida de un aerogenerador, (c) potencia de salida del parque eólico, (d) potencia reactiva demandada por un aerogenerador, (e) potencia reactiva demandada por el parque eólico, (f) factor de potencia del parque, (g) variable de estado del controlador PI para el control de potencia y (h) ángulo β .

6.2.2. Análisis de la Respuesta de Estado Estable

En la Figura 6.3 se presenta la solución en el tiempo de las variables de estado de uno de los aerogeneradores del parque eólico, considerando una velocidad del viento constante de $12m/s$ para todos los aerogeneradores y aplicando un método de Fuerza Bruta. De acuerdo con la Figura 6.3 (c), la máquina de inducción se encuentra operando como generador, debido a que $\omega_g > \omega_s$ ($\omega_g = 126.4053rad/s$ y $\omega_s = 125.6637rad/s$). Las condiciones iniciales utilizadas son $E(0) = 0.1pu$, $\delta(0) = -1.2832rad$, $\omega_g(0) = 125.6637rad/s$ y $u(0) = 0pu$. Las formas de onda de la variables de estado para el resto de los aerogeneradores son las mismas ya que los aerogeneradores son iguales y, por lo tanto, son simulados con los mismos parámetros. Los puntos de operación en estado estable calculados para las cuatro variables de estado del aerogenerador de velocidad fija son,

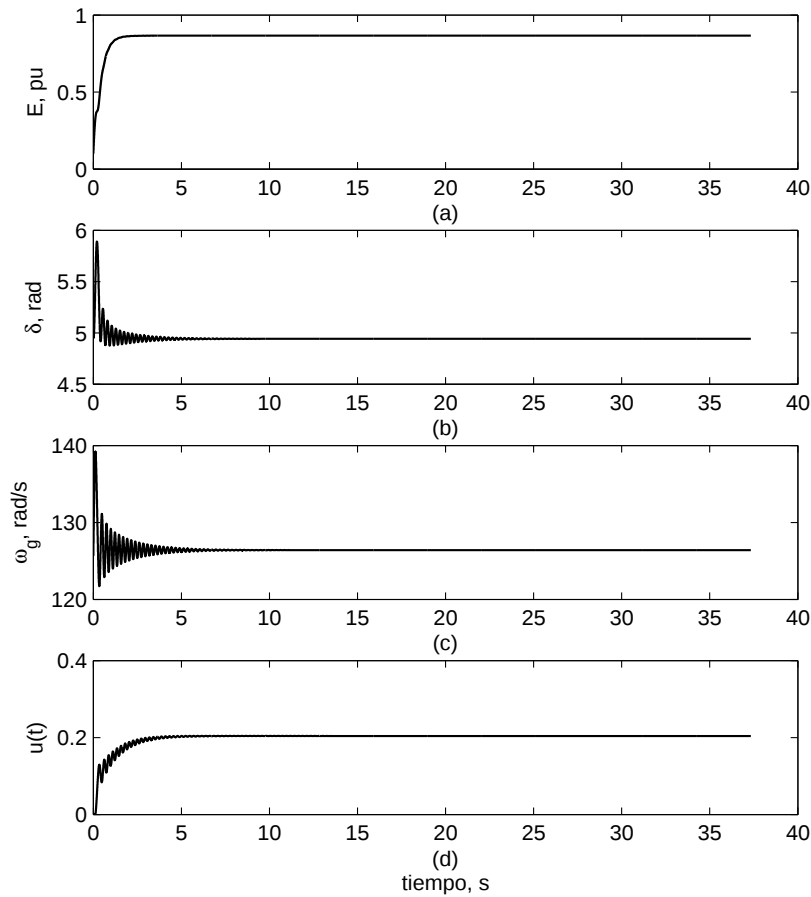


Figura 6.3: Respuesta en el dominio del tiempo de un aerogenerador para el (a) voltaje inducido, (b) ángulo de carga del rotor, (c) velocidad del generador y (d) variable de estado del controlador PI.

$$E = 0.8664pu, \quad \delta = -1.3411rad, \quad \omega_g = 126.4053rad/s, \quad u(t) = 0.2041pu$$

en donde la variable de estado correspondiente al controlador integral determina un ángulo $\beta = 0.6757^\circ$.

La solución en estado estable del parque eólico se calcula después de 2240 aplicaciones del método de Runge-Kutta de cuarto orden, con un paso de integración $h = 0.001s$ y un tiempo de cómputo de 431.8s. Adicionalmente, se realizaron experimentos para resolver el sistema de ecuaciones utilizando un método de Fuerza Bruta y un paso de integración mayor que $h = 0.001$. Se observó que el paso de integración máximo que requería este caso de estudio es $h = 0.01s$. Por otra parte, considerando un paso de integración de $h = 0.01s$, se calcula una solución de estado estable del parque eólico similar al primer experimento. Los resultados se obtienen después de 33 ciclos de integración con el método de Fuerza Bruta, por lo que el tiempo de cómputo se reduce a 30.38s.

6.2.2.1. Puntos de Operación en Estado Estable con el Método de Diferencias Finitas

En esta parte se utiliza el método de Diferencias Finitas para el cálculo de la solución en estado estable del parque eólico de 100MW. Para llevar a cabo esta simulación con el método de Diferencias Finitas, se utiliza un número de puntos a lo largo de la trayectoria $N = 2$ y las condiciones iniciales son proporcionadas por el método de Runge-Kutta de cuarto orden, con el cual se calcula el ciclo base (CB) requerido por el método de Diferencias Finitas. Además, en esta etapa la variable correspondiente al controlador integral $u(t)$ para el control de potencia se ajusta a un valor determinado, el cual se mantiene constante durante la aplicación del método de Diferencias Finitas.

En la Tabla 6.1 se resume el número de aplicaciones (NA) del método Newton-Raphson requerido por el método de Diferencias Finitas para determinar a la solución de estado estable. Por lo tanto, el método de Diferencias Finitas requiere 5 aplicaciones del método Newton-Raphson, el cual presenta una convergencia superlineal al estado estable.

Los puntos de operación en estado estable obtenidos con el método de Diferencias Finitas son,

$$E = 0.8664pu \quad \delta = -1.3411rad \quad \omega_g = 126.4053rad/s$$

los cuales se comparan adecuadamente con los obtenidos por el método de Fuerza Bruta.

Tabla 6.1: MÁXIMOS ERRORES DURANTE LA CONVERGENCIA DEL MDF AL ESTADO ESTABLE CON $N=2$ Y $CB=600$

NA	ERROR
CB	7.0381e-3
1	4.6535e-3
2	3.6541e-5
3	4.7302e-7
4	6.1257e-9
5	7.9325e-11

Realizando una comparación con respecto al esfuerzo computacional requerido para la simulación del parque eólico de 100MW, el método de Diferencias Finitas es 127.72 veces más rápido que el método de Fuerza Bruta (Runge-Kutta de cuarto orden con $h = 0.001s$), ya que solo requiere de 3.38s para determinar el estado estable. Por otro lado, comparando el esfuerzo computacional del método de Diferencias Finitas con el del método de Runge-Kutta de cuarto orden utilizando un $h = 0.01s$, el método de Diferencias Finitas es 8.9 veces más rápido que el método de Fuerza Bruta. El método de Diferencias Finitas proporciona aproximaciones al estado estable similares para $N \geq 2$. Sin embargo, el esfuerzo computacional se incrementa para $N > 2$ debido a que la dimensión del conjunto de ecuaciones algebraicas no-lineales se incrementa proporcionalmente con N . Por lo tanto, $N = 2$ representa una buena elección para el cálculo de los puntos de operación en estado estable de parque eólicos.

6.2.2.2. Solución Periódica en Estado Estable con el Método de Diferencias Finitas

En esta sección, se reportan las soluciones periódicas de estado estable para el parque eólico de 100MW, en donde la característica de periodicidad incorporada en este estudio está asociada a la frecuencia a la cual pasan los álabes de la turbina eólica frente a la torre que la sostiene. Esta componente periódica puede ser observada en el par mecánico de la turbina eólica. Para los aerogeneradores de velocidad fija, la variación del par mecánico se puede apreciar en la potencia de salida y en el voltaje en el punto común de acoplamiento del parque eólico. Para una turbina eólica grande la frecuencia del paso de los álabes se encuentra dentro de un rango de 1 a $2Hz$ [Jenkins 2000]. Por lo tanto, en este caso de estudio el par mecánico en cada uno de los aerogeneradores que conforman el parque eólico incorpora una componente oscilatoria adicional definida como $0.1sen(\omega t)$, en donde $\omega = 2\pi f$ y $f = 2Hz$. Por otra parte, las simulaciones fueron desarrolladas con un paso de integración de $h = 0.0078s$, una tolerancia de $Tol = 1e - 10$ y un número de puntos a lo largo de la trayectoria $N = 2, 4, 8, 16$. La Tabla 6.2 resume los errores máximos durante

la convergencia del método de Diferencias Finitas. Se puede observar que el método de Diferencias Finitas solamente requiere de 6 aplicaciones del método Newton-Raphson para determinar la solución periódica de estado estable del sistema para cualquier valor de N (ver Tabla 6.2). Por otra parte, se puede apreciar que para todos los casos se obtuvo una convergencia superlineal.

Tabla 6.2: MÁXIMOS ERRORES DURANTE LA CONVERGENCIA DEL MDF A LA SOLUCIÓN PERIÓDICA DE ESTADO ESTABLE CON CB=400

NA	N = 2	N = 4	N = 8	N = 16
CB	1.5327e-1	1.5327e-1	1.5327e-1	1.5327e-1
1	1.7942e-1	1.7969e-1	1.7948e-1	1.7929e-1
2	1.7710e-3	1.7594e-3	1.8049e-3	1.8392e-3
3	2.4255e-5	2.2195e-5	2.1637e-5	2.0961e-5
4	3.2047e-7	2.8342e-7	2.6917e-7	2.6036e-7
5	4.2329e-9	3.6877e-9	3.4615e-9	3.3399e-9
6	5.5906e-11	4.8402e-11	4.5077e-11	4.3357e-11

En la Figura 6.4 se ilustra la solución de estado estable periódica del voltaje en el punto de acoplamiento común utilizando ambos métodos, el Runge-Kutta de cuarto orden y de Diferencias Finitas utilizando un número de puntos $N = 16$. Un detalle de gran importancia que se debe de resaltar, es que el método de Diferencias Finitas no solo es capaz de determinar los puntos de operación de estado estable, además permite determinar soluciones periódicas de estado estable. Esta característica del método de Diferencias Finitas representa un ventaja con respecto a un programa convencional de flujos de potencia, el cual proporciona únicamente la solución de sistemas de potencia a la frecuencia fundamental.

Por otra parte, en la Figura 6.5 se resumen los tiempos de cómputo requeridos para calcular la solución de estado estable periódica utilizando la aproximación por Fuerza Bruta y el método de Diferencias Finitas con y sin técnicas de dispersidad. En esta tesis, se utilizó la rutina de técnicas de dispersidad incorporada en la plataforma de programación de MATLAB. Dicha rutina se encuentra dentro del función *sparse*, la cual utiliza dos tipos de factorizaciones LU o Cholesky para la solución de sistemas de ecuaciones [MathWorks 2011]. Por otro lado, en muchas ocasiones las matrices que representan al sistema de ecuaciones a resolver son altamente dispersas, por lo que es necesario que antes de realizar el procedimiento de factorización de las matrices dispersas éstas matrices sean sometidas a un proceso de reordenamiento. Reordenando los renglones y columnas de una matriz dispersa se puede minimizar el número de elementos que se hacen distintos de cero al factorizar. Este proceso de reordenamiento permite reducir los tiempos de cómputo y así mismo reducir los errores de cálculo en la solución del sistema de ecuaciones. La función *sparse* de MATLAB dispone de dos formas principales de reordenación: los métodos del mínimo grado

(*minimum degree*) y de Cuthill-McKee inverso (*reversed Cuthill-McKee*). El método del mínimo grado es un método heurístico, el cual es una técnica poderosa basada en la teoría de grafos y tiene la finalidad de construir grandes bloques de ceros dentro de la matriz permitiendo agrupar a los elementos diferentes de cero. Por otro lado, el método de Cuthill-McKee inverso obtiene matrices con los elementos agrupados alrededor de la diagonal principal (mínima anchura de banda). Ambos métodos se aplican a matrices simétricas y asimétricas [George 1981] [Gilbert 1992].

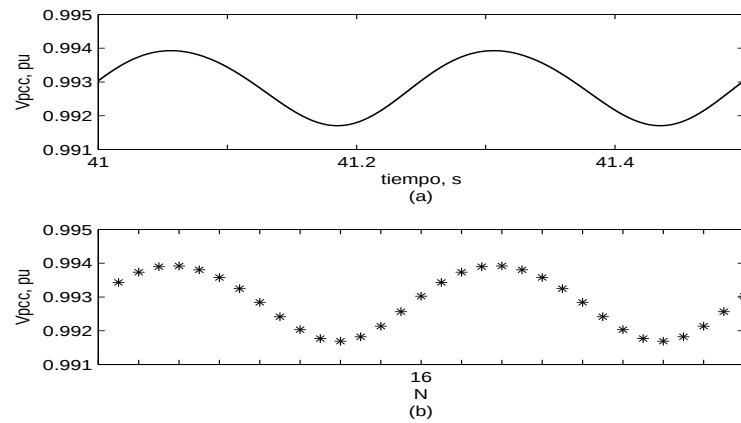


Figura 6.4: Respuesta de estado estable del voltaje en el punto común de acoplamiento usando los métodos (a) Runge-Kutta de cuarto orden y (b) Diferencias Finitas.

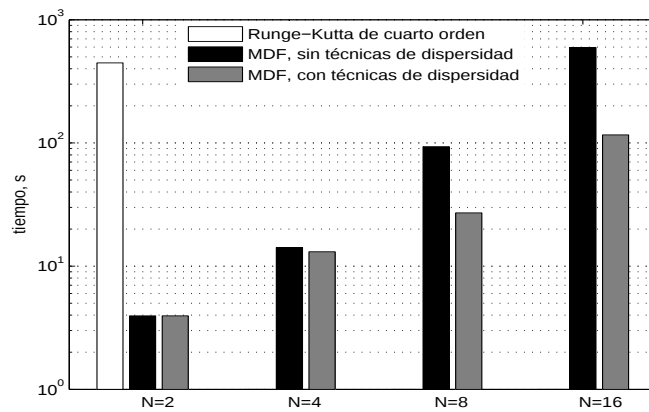


Figura 6.5: Tiempo de cómputo para el parque eólico.

Los resultados muestran que el método de Diferencias Finitas con técnicas de dispersidad y $N = 2, 4, 8, 16$ es 113.15, 34.10, 16.50 y 3.83 veces más rápido que la solución por Fuerza Bruta, respectivamente. Cuando el método de Diferencias Finitas no incorpora las técnicas de dispersidad

se obtienen factores de aceleración de 113.10, 31.46, 4.79 y 0.75 para $N = 2, 4, 8, 16$, respectivamente. Por lo tanto, la incorporación de técnicas de dispersidad en el método de Diferencias Finitas es crucial para la eficiencia de este método en términos de esfuerzo computacional y de almacenamiento, debido a que las densidades de la matriz Jacobiana dispersa son 0.1656, 0.0828, 0.0414 y 0.0207 para $N = 2, 4, 8, 16$, respectivamente. La densidad de una matriz se define como el número de elementos diferentes de cero, en donde una densidad de 1 significa matriz llena y una densidad de 0 significa matriz de ceros.

Por otra parte, de acuerdo con el teorema de muestreo [Proakis 1996] el número mínimo para reproducir formas de onda periódicas está definido por $N = 2f_{max}$, en donde el f_{max} es la frecuencia máxima contenida en la forma de onda a analizar. Considerando que en este caso la única frecuencia que existe es de $2Hz$, entonces el número mínimo de puntos requerido en este caso de estudio particular es $N = 4$ por periodo de tiempo. Por lo tanto, la solución de este caso de estudio con $N = 2$ arroja resultados erróneos de las muestras a lo largo de la trayectoria de las variables de estado.

6.3. Operación de un Parque Eólico de 100MW con STATCOMs Conectado a un Bus Infinito

En esta sección, se presentan las simulaciones de un parque eólico con 100 aerogeneradores de velocidad fija de 1MW de capacidad de generación, en donde cada uno de estos incorpora un STATCOM en terminales del generador para satisfacer la demanda de potencia reactiva de la máquina de inducción. Además, los aerogeneradores incorporan dos sistemas de control basados en estrategias PI con el objetivo de regular tanto la potencia real al valor nominal $P_s = -1pu$ mediante el control del ángulo de posicionamiento de los álabes, como la potencia reactiva controlando el voltaje en terminales del convertidor de potencia. Se utiliza una secuencia de mediciones de la velocidad del viento como entrada a cada aerogenerador, la cual es la misma para todos los aerogeneradores. Sin embargo, el programa desarrollado para la simulación del parque eólico está listo para considerar una secuencia de la velocidad del viento diferente para cada aerogenerador que conforma el parque eólico en dado caso que el tipo de estudio así lo amerite. Los parámetros de los elementos que conforman al parque eólico como la turbina de viento, el generador de inducción jaula de ardilla, el STATCOM, los sistemas de control, los transformadores y la línea de transmisión son reportados en el Apéndice A.

La estructura del parque eólico de generación es similar a la ilustrada en la Figura 5.3, con la diferencia de que en lugar de contar con bancos de capacitores para abastecer de reactivos al

generador de inducción se incorporan STATCOMs (ver Figura 6.6). La conexión de los STATCOMs en las terminales de los generadores se realiza de la siguiente manera por medio de una ley de corrientes de Kirchhoff en el punto de conexión,

$$I_{dj} = I_{d,STATCOMj} + I_{dsj} \quad (6.1)$$

$$I_{qj} = i_{q,STATCOMj} + I_{qsj} \quad (6.2)$$

en donde I_{dj} e I_{qj} son las componentes de directa y cuadratura de la corriente a través de los transformadores de cada aerogenerador, $I_{d,STATCOMj}$ e $I_{q,STATCOMj}$ son las componentes de la corriente inyectada por el STATCOM, mientras que I_{dsj} e I_{qsj} son las componentes de las corrientes del generador. Por lo tanto, las simulaciones que a continuación se reportan tienen la finalidad de presentar la operación dinámica y el cálculo de los puntos de operación en estado estable de este parque eólico bajo diferentes escenarios de viento.

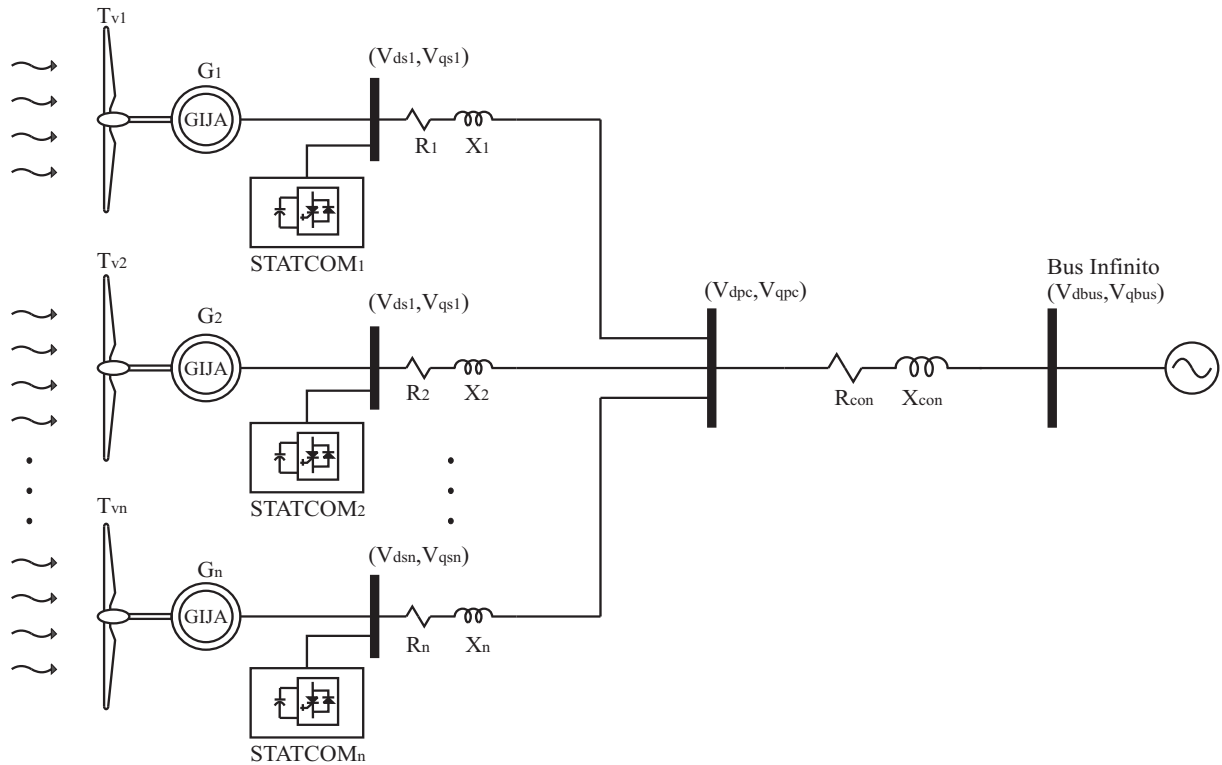


Figura 6.6: Estructura del parque eólico con aerogeneradores de velocidad fija con STATCOMs.

6.3.1. Análisis de la Respuesta Dinámica

Para obtener la respuesta dinámica del parque eólico de 100MW simulado en esta sección, se utiliza una serie de tiempo de la velocidad del viento como entrada a la turbina eólica de cada aerogenerador (ver Figura 6.7). Dicha secuencia de mediciones de viento corresponde a la utilizada en la Sección 6.2.1, en donde el parque eólico incorpora bancos de capacitores. De esta manera es posible comparar la respuesta dinámica de ambos parques eólicos, la demanda de potencia reactiva y el factor de potencia del sistema bajo las mismas condiciones de velocidad del viento. El modelo del parque eólico está constituido por 800 ecuaciones diferenciales y 200 ecuaciones algebraicas.

En la Figura 6.7 se reportan los resultados obtenidos en la simulación del parque eólico bajo la condición de velocidad del viento establecida por la Figura 6.7 (a). El sistema de control permite controlar las potencias real y reactiva de cada uno de los aerogeneradores a sus valores establecidos, tal como se puede apreciar en las Figuras 6.7 (b) y (d), respectivamente. Dicho control se ve reflejado en la potencia total generada por el parque eólico (Figura 6.7 (c)) y en el total de potencia reactiva absorbida por el mismo (Figura 6.7 (e)). Como se puede observar en la Figura 6.7 (g), el controlador PI ajusta la variable de control para regular la potencia real. La Figura 6.7 (i) presenta el voltaje en terminales del convertidor VSC que permite regular la potencia reactiva del sistema.

Haciendo una comparación en cuanto a la demanda de potencia reactiva por uno de los aerogeneradores con banco de capacitores (Figura 6.2 (d)) y uno de los aerogeneradores con STATCOM (Figura 6.7 (d)) se puede observar que la demanda de potencia reactiva es aproximadamente un 20% menor cuando se incorpora un STATCOM, con respecto al caso de incorporar bancos de capacitores en terminales del generador de inducción. Esto se debe a la aportación de potencia reactiva del STATCOM, la cual se ilustra en la Figura 6.7 (j). Además, el incremento del factor de potencia a un valor de $FP = 0.8034$ en comparación con el factor de potencia del parque eólico con bancos de capacitores, el cual corresponde a $FP = 0.7381$.

6.3.2. Análisis de la Respuesta de Estado Estable

En esta sección se presenta la determinación de los puntos de operación de estado estable del parque eólico de 100MW, el cual incorpora STATCOMs en las terminales de los generadores de inducción. Esta simulación se lleva a cabo utilizando el método de Runge-Kutta de cuarto orden considerando un paso de integración $h = 0.001s$ y una tolerancia establecida de $Tol = 1e - 10$ para determinar el punto de equilibrio de estado estable. Las condiciones iniciales utilizadas son $E(0) = 0.5pu$, $\delta(0) = 5rad$, $\omega_g(0) = 125.6637rad/s$, $I_d(0) = 0.1pu$, $I_q(0) = -5pu$, $V_{CD}(0) = 2pu$, $u(0) = -0.1pu$ y $v(0) = 0.1pu$.

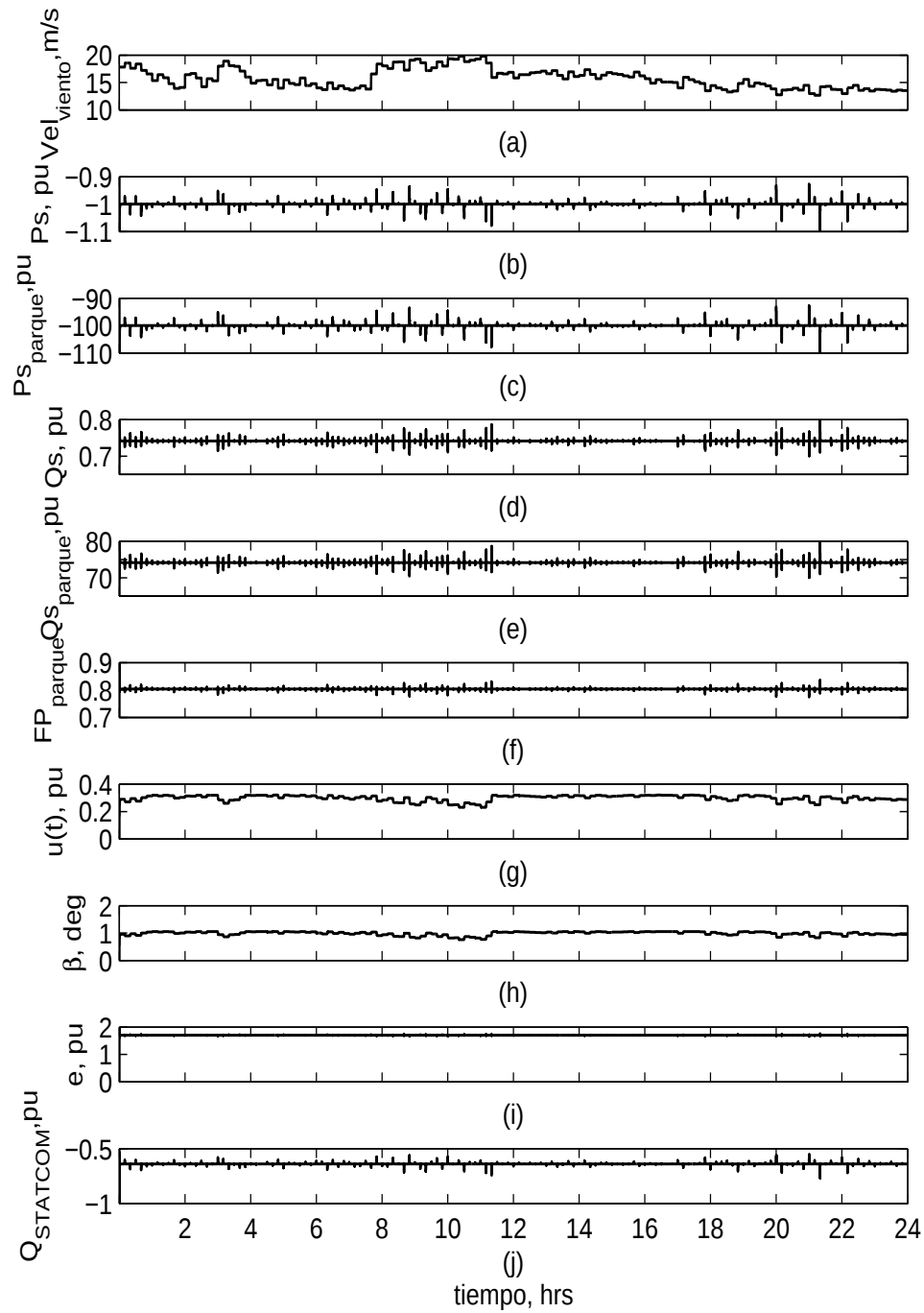


Figura 6.7: Solución en el tiempo para (a) secuencia de mediciones de la velocidad del viento, (b) potencia de salida de un aerogenerador, (c) potencia de salida del parque eólico, (d) potencia reactiva demandada por un aerogenerador, (e) potencia reactiva demandada por el parque eólico, (f) factor de potencia del parque, (g) variable de estado del controlador PI para el control de potencia real, (h) ángulo β , (i) voltaje en terminales del convertidor y (j) potencia reactiva inyectada por el STATCOM.

En la Figura 6.8 se presentan las formas de onda en el dominio del tiempo de las variables de estado correspondientes a uno de los aerogeneradores de velocidad fija que conforman al parque eólico. En la Figura 6.8 (a)-(d) se ilustran las variables de estado correspondientes al generador de inducción y al controlador integral de potencia real. De acuerdo con los resultados se puede observar que la máquina de inducción se encuentra operando como generador debido a que $\omega_g > \omega_s$. Por otro lado, en la Figura 6.8 (e)-(h) se presentan las formas de onda de las variables de estado correspondientes al STATCOM y al controlador del mismo. Se puede apreciar que el comportamiento de este controlador basado en electrónica de potencia tiene las mismas características en estado estable que se reportaron en la Sección 4.1.

Los puntos de operación en estado estable calculados por la rutina de Fuerza Bruta para las ocho variables de estado que describen al aerogenerador de velocidad fija con STATCOM son,

$$E = 0.6537pu \quad \delta = -1.1704rad \quad \omega_g = 126.9662rad/s \quad u(t) = 0.2090$$

$$I_d = 0.1763pu \quad I_q = -6.2693pu \quad V_{CD} = 2.6704pu \quad v(t) = 0.1756$$

en donde la variable de estado correspondiente al controlador integral de potencia $u(t)$ determina un ángulo de posición de los álabes $\beta = 0.6919^\circ$. La variable de estado del controlador del STATCOM proporciona un ángulo de control del convertidor de potencia $\alpha = 0.0310rad$, con los cuales se controlan tanto la potencia real como el voltaje en terminales del convertidor a los valores establecidos.

El método de Runge-Kutta de cuarto orden requiere 1172 ciclos de integración para determinar la solución de estado estable. Esta alternativa demanda un esfuerzo de cómputo total de 365.47s. Adicionalmente, se realizaron experimentos para resolver el sistema de ecuaciones utilizando un método de Fuerza Bruta y un paso de integración mayor que $h = 0.001$. Se observó que el paso de integración máximo que requería este caso de estudio es $h = 0.003s$.

La solución de estado estable obtenida es la misma que en el primer experimento, sin embargo, ésta solución se calcula después de 25 ciclos de integración requiriendo un esfuerzo computacional de 140.5s.

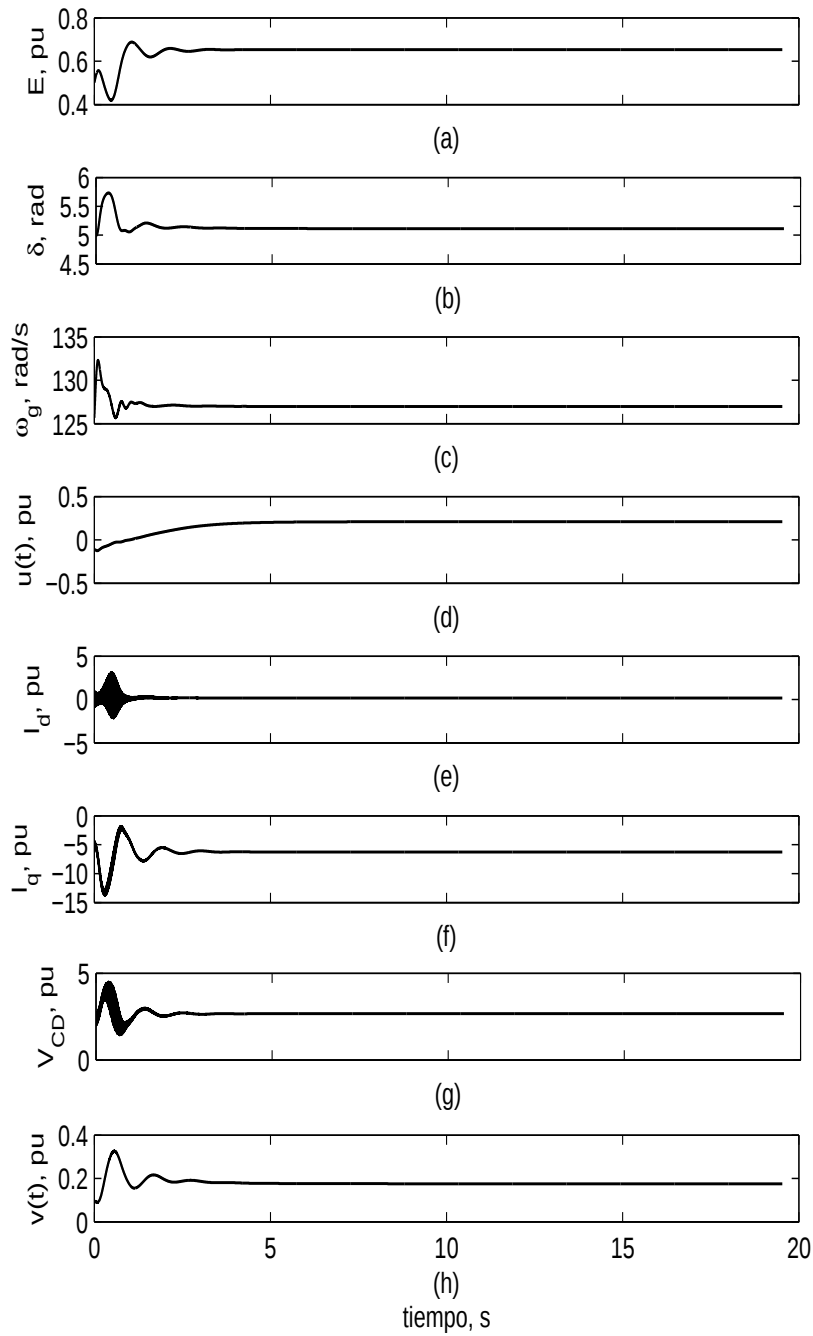


Figura 6.8: Respuesta en el dominio del tiempo de un aerogenerador con STATCOM, (a) voltaje inducido, (b) ángulo de carga del rotor, (c) velocidad del generador, (d) variable de estado del controlador de potencia real, (e) componente d de la corriente del VSC, (f) componente q de la corriente del VSC, (g) voltaje de CD y (h) variable de estado del controlador de potencia reactiva.

6.3.3. Puntos de Operación de Estado Estable con el Método de Diferencias Finitas

En esta sección se calculan los puntos de operación de estado estable del parque eólico de 100MW utilizando el método de Diferencias Finitas y el método Newton-Raphson. Se usa un número de puntos a lo largo de la trayectoria $N = 2$ y el cálculo del ciclo base se realiza por medio del método de Runge-Kutta de cuarto orden. Durante el cálculo del ciclo base los controladores determinan un valor aproximado de las variables de control, las cuales durante la ejecución del método de Diferencias Finitas se mantienen constantes.

En la Tabla 6.3 se resume la convergencia del método de Diferencias Finitas al determinar los puntos de operación de estado estable del parque eólico de 100MW con STATCOMs. Como se puede observar este método requiere de diez aplicaciones del método Newton-Raphson para determinar el estado estable del sistema presentando una convergencia lineal. Las variables de estado en el punto de operación en estado estable son,

$$E = 0.6526pu \quad \delta = -1.1670rad \quad \omega_g = 126.9800rad/s$$

$$I_d = 0.1785pu \quad I_q = -6.2858pu \quad V_{CD} = 2.6731pu$$

Tabla 6.3: MÁXIMOS ERRORES DURANTE LA CONVERGENCIA DEL MDF AL ESTADO ESTABLE CON N=2 Y CB=300

NA	ERROR
CB	5.2123e-4
1	3.4456e-2
2	6.3380e-3
3	5.8709e-4
4	5.5322e-5
5	5.1843e-6
6	4.8608e-7
7	4.5573e-8
8	4.2728e-9
9	4.0066e-10
10	3.7613e-11

Como se puede observar, las solución obtenida en esta simulación proporciona resultados muy cercanos a los obtenidos por el método de Runge-Kutta de cuarto orden. El método de Diferencias

Finitas requiere un tiempo de cómputo total de 12.64s. Por lo tanto, el método de Diferencias Finitas es 28.9 veces más rápido que la solución determinada por el método de Fuerza Bruta.

Los puntos de operación en estado estable resultantes de la simulación son adecuados pero el método de Diferencias Finitas presenta una convergencia lineal y por lo tanto un número mayor de aplicaciones del método Newton-Raphson. Esto se debe a que el Jacobiano $\mathbf{J}$ presenta problemas de condicionamiento. La matriz $\mathbf{J}$ es singular si su número de condición tiene un valor infinito y mal condicionada si su número de condición es muy grande. El mal condicionamiento se puede resolver aplicando descomposición en valores singulares.

6.3.3.1. Descomposición en Valores Singulares DVS

Sea el sistema de ecuaciones algebraicas no-lineales definido como,

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (6.3)$$

en donde $\mathbf{A}$ es una matriz cuadrada y singular. Entonces, para encontrar el vector $\mathbf{x}$ de (6.3) se aplica la descomposición en valores singulares de $\mathbf{A}$ y se calcula la pseudo-inversa. Esto se obtiene con la siguiente expresión,

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{U}^T \cdot \mathbf{b} \quad (6.4)$$

en donde $\mathbf{V} \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{U}^T$ representa el cálculo de la pseudo-inversa de $\mathbf{A}$ por medio de la descomposición en valores singulares [Press 2007].

Las matrices $\mathbf{V}$ y $\mathbf{U}$ son ortogonales, $\mathbf{S}$ es una matriz diagonal, las cuales son de la misma dimensión que $\mathbf{A}$. Las columnas de $\mathbf{V}$ corresponden a los vectores característicos de $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^T$ y la columnas de $\mathbf{U}$ son los vectores característicos de $\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A}$. Por otra parte, la matriz $\mathbf{S}$ contiene los valores singulares, los cuales se obtienen al aplicar la raíz cuadrada a los valores singulares diferentes de cero tanto de $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^T$ como de $\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A}$. Considerando lo anterior, entonces la matriz $\mathbf{S}$ se define como,

$$\mathbf{S} = [\text{diag} (1/\sigma_j)] \quad (6.5)$$

en donde si σ_j es menor que un valor de umbral v , el cual se establece en base al número más pequeño que se encuentra a lo largo de la diagonal de la matriz, entonces el elemento $1/\sigma_j$ de (6.5) se reemplaza por un cero, con la finalidad de asegurar que no existan valores singulares en $\mathbf{S}$ muy pequeños que provoquen errores por redondeo en la solución del sistema de ecuaciones. En los casos de matrices mal condicionadas, σ_j es muy pequeño pero no cero, entonces un proceso efectivo es

requerido para determinar aquellos valores pequeños de la diagonal que necesitan ser cancelados.

Sean σ_{max} y σ_{min} los valores máximos y mínimos encontrados a lo largo de la matriz diagonal, respectivamente, el valor del umbral se define de la siguiente manera,

$$v = \sigma_{max} \times 1e^{-z} \quad (6.6)$$

en donde, z es un entero que se debe de elegir para cada tipo de problema.

Los programas desarrollados incorporan la descomposiciones en valores singulares utilizando la función *svd*, la cual está disponible en las librerías de la plataforma de programación de MATLAB. Además, para los casos en que se incorporan arreglos dispersos, la descomposición en valores singulares se realiza por medio de la función *svds*, la cual incorpora técnicas de dispersidad dando como resultado una mejor eficiencia para el caso de arreglos altamente dispersos.

6.3.3.2. Puntos de Operación en Estado Estable con el Método de Diferencias Finitas Incorporando la DVS

En esta sección se presenta la simulación del parque eólico con STATCOMs utilizando el método de Diferencias Finitas, el método Newton-Raphson y la descomposición en valores singulares de **J**. Aplicando la DVS a **J** se calcula la pseudo-inversa y se soluciona el sistema de ecuaciones tal como se describe en (6.4). Por lo tanto, de acuerdo con (2.10) el nuevo vector de valores calculado por el método Newton-Raphson se define como,

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i - \mathbf{V} \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{U}^T \cdot \Delta \mathbf{x} \quad (6.7)$$

en donde,

$$\mathbf{V} \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{U}^T = \mathbf{J}^{-1} \quad (6.8)$$

En la Tabla 6.4 se resume la convergencia del método de Diferencias Finitas incorporando la descomposición en valores singulares, en donde se puede observar que la convergencia al estado estable es superlineal.

Los valores de los puntos de equilibrio en estado estable calculados son,

$$E = 0.6535pu \quad \delta = -1.1666rad \quad \omega_g = 126.9830rad/s$$

$$I_d = 0.1780pu \quad I_q = -6.2167pu \quad V_{CD} = 2.6604pu$$

Tabla 6.4: MÁXIMOS ERRORES DURANTE LA CONVERGENCIA DEL MDF AL ESTADO ESTABLE CON $N=2$ Y $CB=100$

NA	ERROR
CB	1.1602e-1
1	2.7783e-005
2	1.3675e-011

los cuales se comparan adecuadamente con los valores obtenidos por Fuerza Bruta utilizando un paso de integración de $h = 0.001s$. El esfuerzo computacional requerido es de $4.45s$, lo cual indica que el método de Diferencias Finitas incorporando DVS es 82.12 veces más rápido que el método de Fuerza Bruta. Adicionalmente, se realizaron experimentos para resolver el sistema de ecuaciones utilizando un método de Fuerza Bruta y un paso de integración mayor que $h = 0.001s$. Se observó que el paso de integración máximo que requería este caso de estudio es $h = 0.003s$. Por otra parte, realizando una comparación con respecto al esfuerzo computacional, método de Diferencias Finitas incorporando DVS es 31.57 veces más rápido que el método de Runge-Kutta de cuarto orden con un paso de integración de $h = 0.003s$.

6.4. Operación del Parque Eólico La Venta II

En esta sección se presenta la operación dinámica y de estado estable del parque eólico de generación de 83.3MW La Venta II de CFE, el cual se encuentra instalado en el Istmo de Tehuantepec, Oaxaca, México. Dicho parque eólico está conformado por 98 aerogeneradores de 850KW de capacidad de la marca GAMESA. Estos aerogeneradores son de velocidad variable por lo que se clasifican como Tipo C1, los cuales incorporan un generador de inducción doblemente alimentado y un convertidor de potencia. Además, estos aerogeneradores incorporan los sistemas de control para la regulación de potencia generada y la regulación de velocidad de generador, los cuales se basan en el control del posicionamiento de los álabes y en el control del voltaje aplicado en terminales del rotor, respectivamente.

Por otra parte, estos aerogeneradores cuentan con una caja multiplicadora de cuatro relaciones de engranaje. La caja multiplicadora se ajusta a una relación de engranaje determinada dependiendo de la velocidad del viento medida por un anemómetro que incorpora el aerogenerador. Por lo tanto, dependiendo de la velocidad del viento medida, el controlador de potencia determina la potencia P_{ref} de acuerdo con la curva potencia-velocidad del viento (Figura 3.19). La estructura del parque eólico simulado en esta sección es la correspondiente a la ilustrada en la Figura 5.5, en la cual se pueden apreciar los dispositivos mencionados con anterioridad. Los parámetros de los

elementos que conforman al parque eólico como la turbina de viento, el generador de inducción de rotor devanado, el convertidor de potencia, los sistemas de control, los transformadores y la línea de transmisión son reportados en el Apéndice A.

6.4.1. Análisis de la Respuesta Dinámica

A continuación se presenta los resultados de simulación de la operación dinámica del parque eólico La Venta II durante un día, en donde el modelo que representa dicho parque eólico está conformado por 980 ecuaciones diferenciales y 392 ecuaciones algebraicas. Para llevar a cabo ésta simulación se utiliza una secuencia de mediciones de la velocidad del viento, las cuales fueron registradas en la zona de La Venta, Oaxaca, por CFE. Dicha secuencia de mediciones de velocidad se utiliza como entrada en todos los aerogeneradores. Sin embargo, el programa desarrollado está listo para utilizar diferentes secuencias de viento para cada aerogenerador. En la Figura 6.9, se ilustra la secuencia de mediciones de viento utilizada en la simulación y los resultados obtenidos. Se reporta la solución en el tiempo de la potencia de salida total del parque eólico, la potencia reactiva proporcionada por el parque, el factor de potencia, la variable de estado del controlador PI para el control de potencia real, el ángulo β , la variable de estado el controlador PI para la potencia reactiva, la potencia reactiva, la variable de estado del controlador del voltaje del capacitor y al voltaje del capacitor. Como se puede observar en la Figura 6.9 (a), la velocidad del viento presenta variaciones a lo largo del día entre 3 y 23 m/s , por lo que el sistema de control de potencia determina diferentes valores de P_{ref} de acuerdo con la curva potencia-velocidad del viento garantizada por el fabricante. De las 0hrs hasta aproximadamente las 20hrs se tienen velocidades de viento menores a los 18 m/s , por lo cual el sistema de control determina valores correspondientes a P_{ref} menores a la potencia nominal. Sin embargo, después de las 20hrs se presentan velocidades de viento mayores a los 18 m/s , con lo cual de acuerdo con la Figura 3.19, el sistema de control de potencia mantiene constante la potencia generada a su valor nominal, tal como se ilustra en la Figura 6.9 (b). En la Figura 6.9 (c) se ilustra la potencia reactiva proporcionada por el parque eólico con la cual se logra mantener constante el factor de potencia a un valor de 0.9578 (ver 6.9 (d)). Por otro lado, en la Figura 6.9 (e) se muestra la respuesta en el tiempo de la variable de control para la regulación del ángulo de posicionamiento de los álabes, la cual proporciona el control de flujo de potencia activa a los valores establecidos por la curva potencia-velocidad del viento. La Figura 6.9 (f) ilustra la variación en el ángulo de posicionamiento de los álabes y como se puede apreciar el ángulo β incrementa su valor conforme incrementa la velocidad del viento con la finalidad de operar en pérdida de potencia.

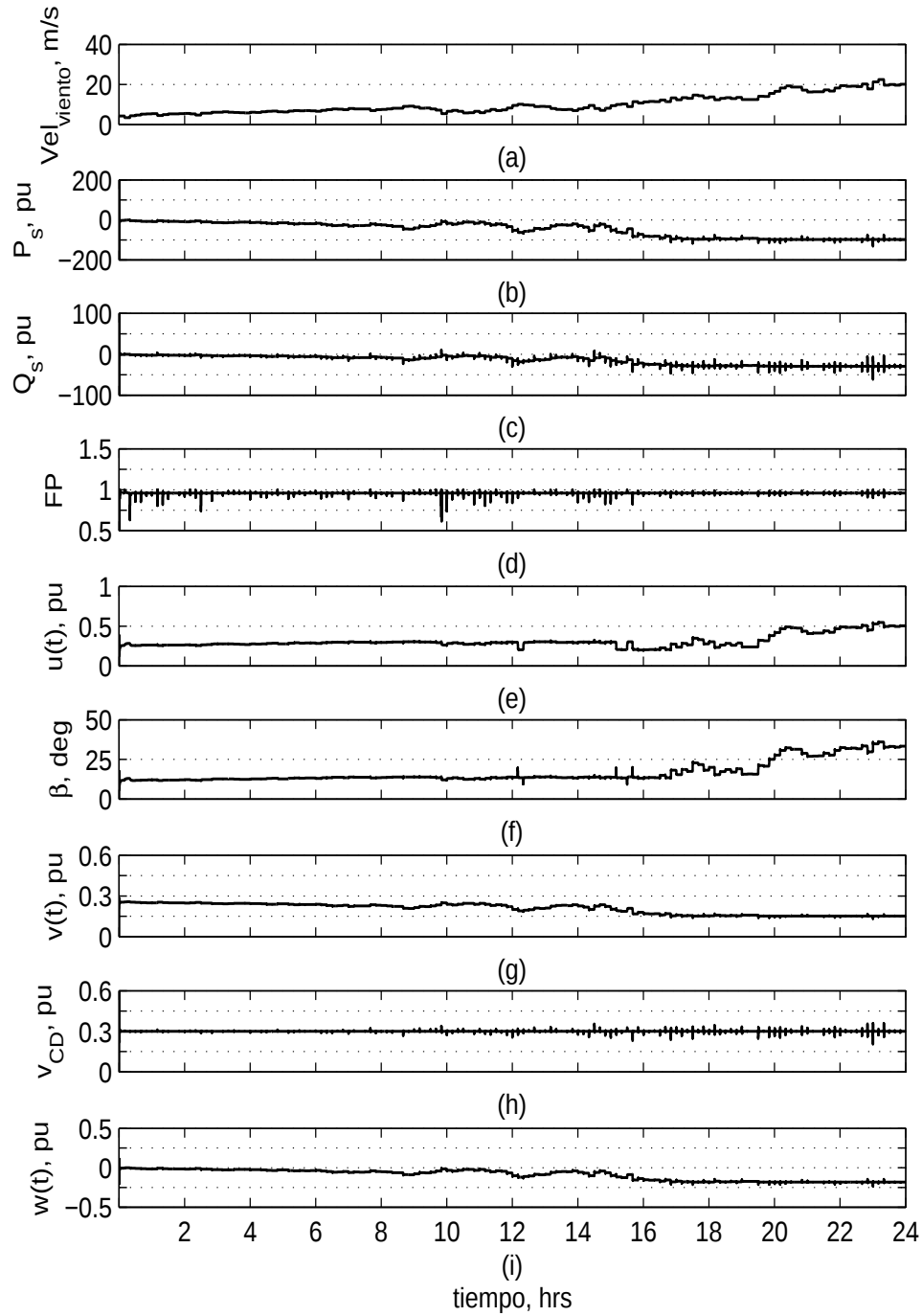


Figura 6.9: Resultados de la simulación: (a) secuencia de mediciones de velocidad del viento, (b) potencia de salida del parque, (c) potencia reactiva de salida del parque, (d) factor de potencia, (e) variable de estado del controlador PI para el control de potencia real, (f) ángulo β , (g) variable de estado del controlador PI para el control del voltaje del capacitor, (h) voltaje del capacitor y (i) variable de estado del controlador PI para el control de la potencia reactiva.

En la Figura 6.9 (g) se ilustra la variable de control para la regulación del voltaje de CD, la cual mantiene constante el voltaje en el capacitor a $V_{CD} = 0.3pu$ (ver Figura 6.9 (h)).

Por otra parte, en la Figura 6.9 (i), se puede apreciar la variable de control del controlador de la potencia reactiva del generador, en donde en cada instante de tiempo se ajusta para controlar el flujo de potencia reactiva de acuerdo con la curva de potencia reactiva-velocidad del viento bajo las diferentes variaciones de la velocidad del viento a lo largo del día.

6.4.2. Análisis de la Respuesta de Estado Estable

En las Figura 6.10 se presentan las formas de onda, en el dominio del tiempo, de las variables de estado de uno de los aerogeneradores de 850KW del parque eólico La Venta II. En las gráficas de la Figura 6.10 se pueden apreciar tres transitorios, los cuales son debidos a la puesta en operación de los aerogeneradores. El primer transitorio se presenta en $t = 0s$, en este instante los generadores de inducción arrancan en vacío, es decir, con un $Tm = 0pu$ y un voltaje en terminales del rotor $v_{qr} = 0pu$ y $v_{dr} = 0pu$, por lo cual el convertidor de potencia se encuentra desconectado. Los generadores operan bajo esta condición durante 8 segundos. En $t = 8s$ se aplica un par mecánico equivalente al 10% del par nominal y se conectan los convertidores de potencia en las terminales del rotor de los generadores operando de esta manera durante 7 segundos. En este intervalo de tiempo, los controladores de los convertidores de potencia se van ajustando permitiendo que el capacitor se cargue y se cuente con un voltaje controlado en las terminales del rotor. A partir de $t = 15s$ la turbina eólica se acopla con el generador de inducción proporcionando el par mecánico extraído del viento. En las Figuras 6.10 (a) y (b) se presenta la respuesta en el tiempo de las componentes de cuadratura y de directa de los enlaces de flujo en el rotor del generador. Además, en las Figuras 6.10 (c) y (d) se muestra la velocidad del generador ω_g y la velocidad de la turbina eólica ω_{turb} , las cuales mantienen una relación debida a la relación de engranaje establecida entre las rpm nominales del generador (1944 rpm) y de la turbina (31 rpm) de $a_{gbx} = 62.7$. Como se puede apreciar la velocidad del generador alcanza un valor de $\omega_g = 1.16pu$ en donde este valor se encuentra dentro del rango de velocidades de operación de los GIDA, el cual es de $0.7pu$ a $1.2pu$ [Anaya 2009]. En las Figuras 6.10 (e), (f) y (g) se ilustra el comportamiento de las variables de estado del convertidor de potencia, las cuales corresponden a las componentes de cuadratura y de directa de la corriente del rectificador y al voltaje en el capacitor. De acuerdo con las Figuras 6.10 (h) y (j), las cuales corresponden a la respuesta de los controladores de potencia activa y reactiva, se puede observar que estas se ajustan para que las variables a controlar tengan los valores establecidos $P_{ref} = -0.6165pu$ y $Q_{ref} = -0.1850pu$, en donde ambas son proporcionadas por las curvas reportadas en la Sección 3.7 para una velocidad del viento de $10m/s$.

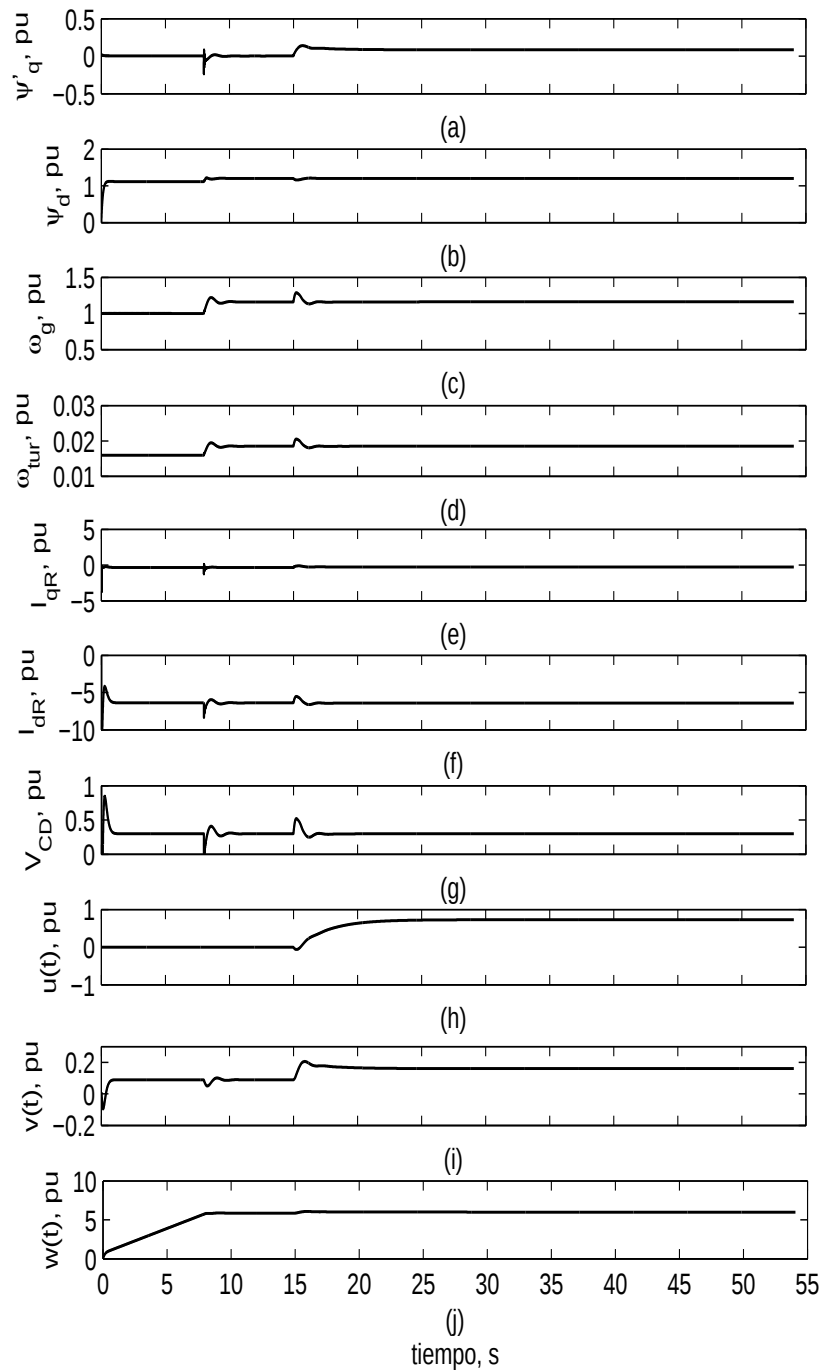


Figura 6.10: Respuesta en el dominio del tiempo de un aerogenerador, (a) componente q de los enlaces de flujo del rotor, (b) componente d de los enlaces del flujo del rotor, (c) velocidad del generador, (d) velocidad de la turbina eólica, (e) componente q de la corriente del rectificador, (f) componente d de la corriente del rectificador, (g) voltaje de CD, (h) variable de estado del controlador PI para β , (i) variable de estado del controlador PI para el rectificador y (j) variable de estado del controlador PI para el inversor.

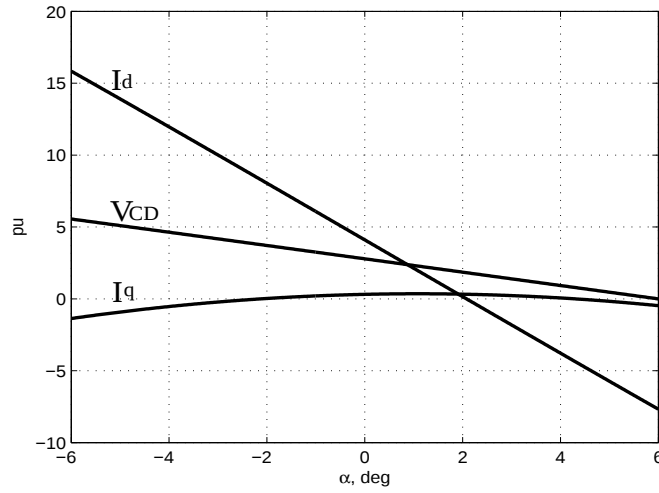


Figura 6.11: Puntos de operación en estado estable del convertidor de potencia.

Por otra parte, la variable de estado correspondiente al controlador del voltaje en el capacitor del convertidor, Figura 6.10 (i), también se ajusta en valor para que la variable a controlar alcance su valor definido $V_{CDref} = 0.3pu$.

Las formas de onda reportadas son las mismas para los 98 aerogeneradores de 850KW que conforman a La Venta II debido a que son simulados con los mismos parámetros. Por lo tanto, los puntos de operación en estado estable calculados para la diez variables de estado que representan a un aerogenerador de velocidad variable son,

$$\begin{aligned} \psi'_{qr} &= 0.0846pu & \psi'_{dr} &= 1.2024pu & \omega_g &= 1.16pu & \omega_{turb} &= 0.0185pu & I_{qR} &= -0.2689pu \\ I_{dR} &= -6.4091pu & V_{CD} &= 0.3000pu & u(t) &= 0.7281pu & v(t) &= 0.1601pu & w(t) &= 5.9935pu \end{aligned}$$

Las variables de estado correspondientes a los controladores integrales de la potencia activa y reactiva del generador determinan los siguientes valores de ángulos $\beta = 6.9031^\circ$, $\alpha_R = 0.0942rad$ y $\alpha_I = 3.2234rad$ para el posicionamiento de los álabes, para el rectificador e inversor del convertidor de potencia, respectivamente. Los resultados de estado estable correspondientes a las variables de estado del convertidor de potencia I_{qR} , I_{dR} y V_{CD} , son validados con la Figura 6.11, la cual ilustra los puntos de operación en estado estable del convertidor de potencia dentro de un rango determinado del ángulo de control α_R .

La solución en estado estable del parque eólico de La Venta II se obtiene después de 3244 aplicaciones del método de Runge-Kutta de cuarto orden, con un paso de integración de $h = 0.001s$ y un tiempo de cómputo total de 1074.94s, a partir del acoplamiento de la turbina eólica con el

generador. Por otro lado, se realizaron varios experimentos utilizando pasos de integración mayores, sin embargo el método de Fuerza Bruta no converge debido a la incorporación de dispositivos de electrónica de potencia, los cuales para ser simulados requieren un paso de integración pequeño.

6.4.2.1. Puntos de Operación en Estado Estable con el Método de Diferencias Finitas

En esta sección, se reportan los resultados obtenidos para el cálculo de los puntos de operación en estado estable del parque eólico de 83.3MW La Venta II, utilizando el método de Diferencias Finitas. Para llevar a cabo esta simulación, se utiliza un número de puntos a lo largo de la trayectoria $N = 2$ y las condiciones iniciales se calculan con el método de Runge-Kutta de cuarto orden. Por otra parte, en el cálculo de ciclo base los controladores de las potencias activa y reactiva se ajustan para determinar el valor de las variables de control β , α_R y α_I , los cuales se utilizan en la aplicación del método de Diferencias Finitas.

En la Tabla 6.5 se resumen las aplicaciones del método Newton-Raphson para este caso de estudio en el que se utiliza la descomposición en valores singulares para la solución del sistema de ecuaciones. Como se puede apreciar el método de Diferencias Finitas requiere de tres aplicaciones del método Newton-Raphson para alcanzar los puntos de operación de estado estable presentando una convergencia superlineal, con un tiempo de cómputo de 583.37s y un factor de aceleración de 1.84 respecto a la solución por Fuerza Bruta. Se puede apreciar que el factor de aceleración reportado es muy pobre. Los valores de los puntos de operación en estado estable obtenidos son,

$$\psi'_{qr} = 0.0847pu \quad \psi'_{dr} = 1.2024pu \quad \omega_g = 1.16pu \quad \omega_{turb} = 0.0185pu$$

$$i_{qR} = -0.2688pu \quad i_{dR} = -6.4093pu \quad v_{CD} = 0.3000pu$$

los cuales son similares a los obtenidos con la solución por Fuerza Bruta. Además, los valores de las variables de control obtenidos durante el cálculo del ciclo base son,

$$\beta = 6.8841^\circ \quad \alpha_R = 0.0942rad \quad \alpha_I = 3.2235rad$$

Tabla 6.5: MÁXIMOS ERRORES DURANTE LA CONVERGENCIA DEL MDF AL ESTADO ESTABLE CON N=2 Y CB=700

NA	ERROR
CB	3.0516e-5
1	1.1534e-4
2	9.7199e-9
3	3.7194e-11

6.4.2.2. Puntos de Operación en Estado Estable con el Método de Diferencias Finitas Incorporando Técnicas de Dispersidad

Con la finalidad de mejorar la eficiencia del método de Diferencias Finitas para el cálculo de los puntos de operación de estado estable del parque eólico La Venta II, se incorporan técnicas de dispersidad. En la Tabla 6.6 se resumen las aplicaciones del método Newton-Raphson requeridas para determinar los puntos de operación en estado estable del parque eólico La Venta II. Como se puede observar, se requieren únicamente dos aplicaciones del método Newton-Raphson presentando una convergencia superlineal con un tiempo de cómputo de 4.07s y un factor de aceleración de 264.11 respecto a la solución por Fuerza Bruta. En este caso de estudio se puede observar que la incorporación de las técnicas de dispersidad es crucial para el cálculo eficiente de los puntos de operación en estado estable del parque eólico La Venta II.

Tabla 6.6: MÁXIMOS ERRORES DURANTE LA CONVERGENCIA DEL MDF AL ESTADO ESTABLE CON N=2 Y CB=700

NA	ERROR
CB	3.0516e-5
1	1.2403e-7
2	1.7764e-15

Los valores de los puntos de operación en estado estable obtenidos son,

$$\psi'_{qr} = 0.0847pu \quad \psi'_{dr} = 1.2024pu \quad \omega_g = 1.16pu \quad \omega_{turb} = 0.0185pu$$

$$i_{qR} = -0.2688pu \quad i_{dR} = -6.4093pu \quad v_{CD} = 0.3000pu$$

los cuales son similares a los obtenidos con las solución por Fuerza Bruta y los valores de las variables de control obtenidos durante el cálculo del ciclo base son,

$$\beta = 6.8841^\circ \quad \alpha_R = 0.0942rad \quad \alpha_I = 3.2235rad$$

En la Figura 6.12 se presenta una comparación entre los tiempos de computo requeridos por Fuerza Bruta y por el método de Diferencias Finitas sin y con la incorporación de técnicas de dispersidad para la determinación de los puntos de operación de estado estable del parque eólico La Venta II. Se puede corroborar de esta figura que la combinación del método de Diferencias Finitas y Técnicas de Dispersidad representan la solución más eficiente para determinar la solución de estado estable.

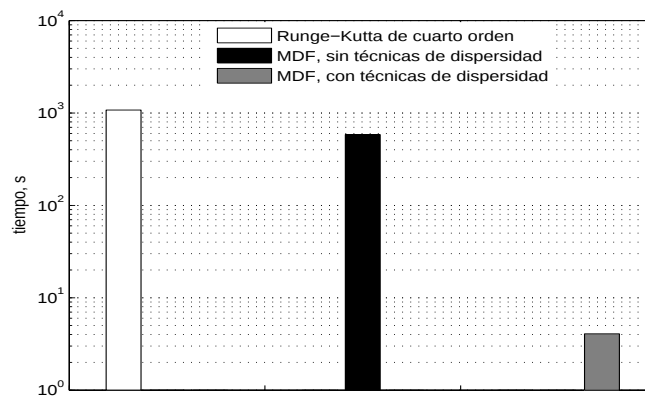


Figura 6.12: Tiempo de cómputo para el parque eólico La Venta II.

6.5. Conclusiones

En el presente capítulo se presentó la respuesta dinámica y el cálculo de los puntos de operación de estado estable de parques eólicos de generación. Se analizaron parques eólicos con aerogeneradores de velocidad fija, los cuales incorporan bancos de capacitores y STATCOMs para satisfacer la demanda de potencia reactiva. Además, se modelaron parques eólicos que incorporan generadores de inducción doblemente alimentados y convertidores de potencia, los cuales permiten regular tanto la potencia activa como el factor de potencia del generador. Además, los tres modelos de los parques eólicos incorporan el sistema de regulación de potencia basado en el control del ángulo de posicionamiento de los álabes de la turbina eólica. Las simulaciones desarrolladas en éste capítulo se realizaron con dos métodos numéricos, el método de Runge-Kutta de cuarto orden y el método de Diferencias Finitas, siendo éste último el que en todos los casos de estudio reporta una mejor convergencia al estado estable y un menor tiempo de cómputo, con factores de aceleración de has-

ta 264.11. Este factor de aceleración corresponde al modelo del parque eólico con aerogeneradores de velocidad variable, el cual está conformado por 980 ecuaciones diferenciales y 392 ecuaciones algebraicas. Por lo tanto, el Jacobiano utilizado por el método Newton-Raphson para el cálculo del estado estable por el método de Diferencias Finitas con $N = 2$ tiene un orden de 2156×2156 , el cual no incorpora las variables de estado correspondiente a los controladores PI para la regulación de la potencia activa y el factor de potencia. El método de Fuerza Bruta se utilizó para representar la operación dinámica de los tres parques eólicos a lo largo de un día con mediciones reales de la velocidad del viento, correspondiente a una zona de La Venta, Oaxaca, México. En estos casos de estudio se pudo observar la operación de los esquemas de control desarrollados para la regulación de las potencias real y reactiva así como para la regulación del factor de potencia de los generadores.

Se utilizó la descomposición en valores singulares debido a que el Jacobiano presentó problemas de mal condicionamiento para la operación del parque eólico con aerogeneradores de velocidad fija con STATCOMs y para el parque con aerogeneradores de velocidad variable. Además, se incorporaron técnicas de dispersidad para el cálculo de los puntos de equilibrio de estado estable. De esta manera, para el caso del parque eólico La Venta II se mejoran los factores de aceleración siendo 143.33 veces más rápido incorporando las técnicas de dispersidad que al no ser incorporadas. Además, se realizaron diferentes experimentos para el cálculo de la solución en estado estable por medio del método de Runge-Kutta de cuarto orden, los cuales consistieron en incrementar el paso de integración para reducir los tiempo de cómputo. Sin embargo, el método de Diferencias Finitas fue más eficiente en todos los casos.

La aplicación del método de Diferencias Finitas al cálculo de soluciones periódicas de estado estable arrojó buenos resultados, en donde el modelo del parque eólico con bancos de capacitores está conformado por 400 ecuaciones diferenciales y 200 ecuaciones algebraicas. Se utilizaron diferentes números de puntos a lo largo de la trayectoria de la solución $N = 2, 4, 8, 16$, por lo que el orden mayor del Jacobiano utilizado es de 8000×8000 con $N = 16$, en donde no se considera la variable de estado correspondiente al controlador PI para la regulación de potencia activa. Se reportaron tiempos de cómputo menores a la simulación por Fuerza Bruta y la convergencia del método Newton-Raphson fue superlineal. Sin embargo, se observó que el número de puntos mínimo a lo largo de la trayectoria de la solución N debe cumplir con el teorema de muestreo, el cual se define por la máxima frecuencia presente en el sistema analizado ($N = 2f_{max}$). En este sentido, es necesario realizar más investigación para determinar la eficiencia del método de Diferencias Finitas al solucionar sistemas con componentes armónicas de alta frecuencia que requiera un número N mayor y que como consecuencia generarán arreglos matriciales más grandes.

Capítulo 7

Conclusiones y Trabajos Futuros

7.1. Conclusiones

En esta tesis se reporta el modelado en el dominio del tiempo de parques eólicos de generación y el cálculo de la solución de estado estable utilizando el método de Diferencias Finitas. El método de Diferencias Finitas proporciona una aproximación en el dominio del tiempo de la solución de estado estable de sistemas dinámicos representados por un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias. Este método se basa en la discretización del sistema de ecuaciones diferenciales utilizando un método de integración convencional. En particular, en esta tesis se utilizó la Regla Trapezoidal ya que es un método de integración estable y preciso. Además, los modelos de los parques eólicos desarrollados en este trabajo contienen ecuaciones algebraicas, por lo cual se incorporaron también al sistema de ecuaciones algebraicas obtenido en el proceso de discretización. El conjunto total de ecuaciones algebraicas se soluciona utilizando el método de Newton-Raphson para determinar los puntos de operación de estado estable de los parques eólicos.

Se implementaron los modelos de controladores de electrónica de potencia tales como el STATCOM y el convertidor de potencia en un arreglo *back-to-back*. Estos controladores se modelaron en el marco de referencia $qd0$ y se aplicaron a los parques eólicos con aerogeneradores de velocidad fija y variable. Además, se presenta la implementación para el método de Diferencias Finitas de los dos modelos de los controladores de electrónica de potencia.

Los aerogeneradores de velocidad fija y de velocidad variable incorporan un generador de inducción, una caja multiplicadora, regulación de potencia por el control de inclinación de los álabes, compensación de reactivos con bancos de capacitores, STATCOMs (aerogenerador Tipo A1) y un convertidor de potencia para el control del factor de potencia (aerogenerador Tipo C1). El acoplamiento mecánico turbina-generador se describe utilizando el modelo de una y dos masas. El

sistema de control de la potencia se diseñó considerando la respuesta transitoria subamortiguada de un sistema de segundo orden, mientras que el controlador de potencia reactiva se sintonizó utilizando las técnicas de Ziegler-Nichols para la respuesta del sistema a un escalón de entrada. Los parques eólicos modelados en el presente trabajo de investigación están constituidos por un numero de n aerogeneradores, los cuales cuentan con un transformador elevador en terminales siendo este el medio de conexión de todos los aerogeneradores a un punto en común. Además, se incorpora el equivalente de una linea de transmisión para interconectar la planta generadora con el sistema eléctrico representado por un bus infinito.

Se realizaron diferentes casos de estudio con la finalidad de representar el comportamiento dinámico y calcular la solución de estado estable de los tres parques eólicos desarrollados en esta tesis. El comportamiento dinámico de los parques eólicos se obtuvo por medio del método de integración de Runge-Kutta de cuarto orden. Se utilizaron series de tiempo de la velocidad del viento, las cuales contienen datos reales de las velocidades del viento en La Venta, Oaxaca. Dichas series de tiempo fueron utilizadas como entrada para cada uno de los aerogeneradores que conforman los parques eólicos. En estos casos de estudio se reportan los perfiles de potencia activa y reactiva de los parques eólicos a lo largo de un día de operación. Se realizó una comparación entre los parques eólicos que incorporan aerogeneradores de velocidad fija con bancos de capacitores y con STATCOMs para la compensación de potencia reactiva, en donde se pudo observar una mejora al incorporar STATCOMs ya que la demanda de potencia reactiva disminuyó en un 20 % y, por lo tanto, el factor de potencia se mejoró. Por otra parte, en el caso de estudio correspondiente a la operación del parque eólico La Venta II, se demostró que los aerogeneradores de velocidad variable pueden operar a un factor de potencia deseado controlando el flujo de potencia reactiva por medio del convertidor de potencia.

Por otro lado, el cálculo de los puntos de operación de estado estable se realizó utilizando el método de Runge-Kutta de cuarto orden y el método de Diferencias Finitas. La determinación de la solución en estado estable se reporta en términos del número de aplicaciones del método Newton-Raphson y el esfuerzo de cómputo. Se reportan factores de aceleración de casi 270 utilizando el método de Diferencias Finitas y técnicas de dispersidad. Se realizaron diferentes experimentos con la finalidad de reducir los tiempos de cómputo requeridos por el método de Fuerza Bruta, los cuales consistieron en incrementar el paso de integración. Para el caso del parque eólico con aerogeneradores de velocidad fija, el cual está conformado por 400 ecuaciones diferenciales y 200 ecuaciones algebraicas, el paso de integración se incrementó en 10 veces, obteniendo buenos resultados requiriendo un menor número de ciclos de integración y, por lo tanto, un menor esfuerzo computacional. En el caso del parque eólico con aerogeneradores de velocidad fija y STATCOMs, el cual está conformado por 800 ecuaciones diferenciales y 200 ecuaciones algebraicas, el paso de integración se incrementó

únicamente en 3 veces, debido a que el modelo no converge con un paso de integración mayor. Sin embargo, tanto el número de ciclos de integración como el esfuerzo computacional se redujeron de forma considerable. Por otra parte, para el caso del parque eólico con aerogeneradores de velocidad variable, el cual está conformado por 980 ecuaciones diferenciales y 392 ecuaciones algebraicas, fue imposible incrementar el paso de integración, debido a que el modelo no converge. Sin embargo, a pesar de los resultados obtenidos en estos experimentos, el método de Diferencias Finitas en todos los casos presentó un menor esfuerzo computacional para el cálculo del estado estable.

Además, con los resultados obtenidos en esta tesis se pudo verificar que para obtener los puntos de operación de estado estable de sistemas en donde la solución obtenida no tiene periodo, un número de puntos a lo largo de la trayectoria de la solución $N = 2$ es suficiente para que el método de Diferencias Finitas calcule una solución en estado estable adecuada. La aplicación del método de Diferencias Finitas al cálculo de soluciones periódicas de estado estable arrojó buenos resultados, en donde el modelo del parque eólico con bancos de capacitores está conformado por 400 ecuaciones diferenciales y 200 ecuaciones algebraicas. Se utilizaron diferentes números de puntos a lo largo de la trayectoria de la solución $N = 2, 4, 8, 16$, por lo que el orden mayor del Jacobiano utilizado es de 8000×8000 con $N = 16$, en donde no se considera la variable de estado correspondiente al controlador PI para la regulación de potencia activa. Se reportaron tiempos de cómputo menores a la simulación por Fuerza Bruta y la convergencia del método Newton-Raphson fue superlineal. Sin embargo, se observó que el número de puntos mínimo a lo largo de la trayectoria de la solución N debe cumplir con el teorema de muestreo, el cual se define por la máxima frecuencia presente en el sistema analizado ($N = 2f_{max}$). En este sentido, es necesario realizar más investigación para determinar la eficiencia del método de Diferencias Finitas al solucionar sistemas con componentes armónicas de alta frecuencia que requiera un número N mayor y que como consecuencia generarán arreglos matriciales más grandes.

Por otra parte, en los casos de estudio en donde los aerogeneradores incorporan dispositivos de electrónica de potencia para la regulación de potencia reactiva y para el control del factor de potencia del generador, el Jacobiano $\mathbf{J}$ se somete a la descomposición en valores singulares debido a que presenta problemas de mal condicionamiento. La incorporación de la descomposición en valores singulares corrige la pobre convergencia observada cuando el Jacobiano se encuentra mal condicionado. Además, debe mencionarse que el problema de mal condicionamiento del Jacobiano, para el uso particular que se utilizó en esta tesis, está asociado a los parámetros utilizados para simular el STATCOM y el convertidor de potencia. Por otro lado, se demostró que la incorporación de técnicas de dispersidad es crucial para mejorar la eficiencia, en términos de esfuerzo computacional y almacenamiento, del método de Diferencias Finitas cuando se calcula la solución de estado estable de sistemas de gran escala.

7.2. Trabajos Futuros

A continuación se presentan los trabajos futuros ha desarrollar con los modelos de los parques eólicos desarrollados en esta tesis,

- Realizar el cálculo de los puntos de operación en estado estable de parque eólicos de generación con aerogeneradores de diferentes capacidades de generación y bajo diferentes entradas de viento de acuerdo a la distribución de los aerogeneradores.
- Utilizar el método de Diferencias Finitas para estudiar la estabilidad de puntos de equilibrio y soluciones periódicas, utilizando la información que proporciona el Jacobiano.
- Incorporar celdas de combustible de hidrógeno en conjunto con los parques eólicos para formar parques de generación híbridos.
- Incorporar una rutina para el cálculo numérico del Jacobiano involucrado en el método de Diferencias Finitas, utilizando un algoritmo de Diferenciación Numérica.

Apéndice A

Parámetros Utilizados en los Casos de Estudio

PARÁMETROS DEL PARQUE EÓLICO CON BANCOS DE CAPACITORES

Generador de Inducción Jaula de Ardilla

$$f = 60$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$C = 0.0014pu$$

$$n_{pp} = 3$$

$$Xls = 0.1248pu$$

$$Xlr = 0.0884pu$$

$$Xm = 1.8365$$

$$r_r = 0.0073pu$$

$$r_s = 0.0076pu$$

$$H = 0.250pu$$

Línea de Transmisión

$$Rcon = 0.00025pu$$

$$Xcon = 0.0005pu$$

Transformador

$$R = 0.0083pu$$

$$X = 0.033pu$$

Turbina Eólica

$$R_a = 27m$$

$$\rho = 1.225Kg/m^3$$

$$c1 = 0.5176$$

$$c2 = 116$$

$$c3 = 0.4$$

$$c4 = 5$$

$$c5 = 21$$

$$c6 = 0.0068$$

Controlador PI para el $P_s(\beta)$

$$K_p = 0.011599$$

$$K_i = 3.3102$$

PARÁMETROS DEL PARQUE EÓLICO CON STATCOMs

Generador de Inducción Jaula de Ardilla

$$f = 60$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$n_{pp} = 3$$

$$Xls = 0.1248pu$$

$$Xlr = 0.0884pu$$

$$Xm = 1.8365$$

$$r_r = 0.0073pu$$

$$r_s = 0.0076pu$$

$$H = 0.250s$$

Línea de Transmisión

$$Rcon = 0.00025pu$$

$$Xcon = 0.0005pu$$

Transformador

$$R = 0.0083pu$$

$$X = 0.033pu$$

STATCOM

$$R_s = 0.01pu$$

$$X_s = 0.15pu$$

$$X_{Cs} = 0.88pu$$

$$R_p = 100/KR$$

Turbina Eólica

$$R_a = 27m$$

$$\rho = 1.225Kg/m^3$$

$$c1 = 0.5176$$

$$c2 = 116$$

$$c3 = 0.4$$

$$c4 = 5$$

$$c5 = 21$$

$$c6 = 0.0068$$

Controlador PI para el $P_s(\beta)$

$$K_p = 0.011599$$

$$K_i = 3.3102$$

Controlador PI para el $e(\alpha_R)$

$$K_p = 0.7139$$

$$K_i = 10.1025$$

PARÁMETROS DEL PARQUE EÓLICO CON CONVERTIDORES DE POTENCIA

Generador de Inducción de Rotor Devanado

$$f = 60$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$n_{pp} = 2$$

$$r_s = 0.006322pu$$

$$r_r = 0.005545pu$$

$$Xls = 0.057749pu$$

$$Xlr = 0.087915pu$$

$$Xm = 4.19617pu$$

$$Hg = 0.241s$$

Línea de Transmisión

$$Rcon = 0.0000167pu$$

$$Xcon = 0.0001483pu$$

Transformador

$$R = 0.00077929pu$$

$$X = 0.0742pu$$

Convertidor de Potencia

$$R_s = 0.01pu$$

$$X_s = 0.15pu$$

$$X_{Cs} = 0.88pu$$

$$R_p = 100/KR$$

Turbina Eólica

$$Hwt = 2.41s$$

$$R_a = 26m$$

$$\rho = 1.225Kg/m^3$$

$$c1 = 0.5176$$

$$c2 = 116$$

$$c3 = 0.4$$

$$c4 = 5$$

$$c5 = 21$$

$$c6 = 0.0068$$

Controlador PI para el $P_s(\beta)$

$$K_p = 3.2586$$

$$K_i = 33.7092$$

Controlador PI para el $V_{CD}(\alpha_R)$

$$K_p = 3.2586$$

$$K_i = 33.7092$$

Controlador PI para $Q_s(\alpha_I)$

$$K_p = 4.6017$$

$$K_i = 30.8150$$

Apéndice B

Cálculo de los Jacobianos

Por lo tanto, las derivadas parciales de los enlaces de flujo ψ'_{qr} con respecto a las demás son,

$$\frac{\partial \psi'_{qr}}{\partial \omega_g} = \psi'_{dr} \omega_b \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{\partial \psi'_{qr}}{\partial \omega_{tur}} = 0 \quad (\text{B.2})$$

$$\frac{\partial \psi'_{qr}}{\partial I_{qR}} = 0 \quad (\text{B.3})$$

$$\frac{\partial \psi'_{qr}}{\partial I_{dR}} = 0 \quad (\text{B.4})$$

$$\frac{\partial \psi'_{qr}}{\partial V_{CD}} = \cos(\alpha_I) K_I \omega_b \quad (\text{B.5})$$

Las derivadas parciales de los enlaces de flujo ψ'_{dr} con respecto a las demás son,

$$\frac{\partial \psi'_{dr}}{\partial \omega_g} = -\psi'_{qr} \omega_b \quad (\text{B.6})$$

$$\frac{\partial \psi'_{dr}}{\partial \omega_{tur}} = 0 \quad (\text{B.7})$$

$$\frac{\partial \psi'_{dr}}{\partial I_{qR}} = 0 \quad (\text{B.8})$$

$$\frac{\partial \psi'_{dr}}{\partial I_{dR}} = 0 \quad (\text{B.9})$$

$$\frac{\partial \psi'_{dr}}{\partial V_{CD}} = \text{sen}(\alpha_I) K_I \omega_b \quad (\text{B.10})$$

Las derivadas parciales de la velocidad del generador ω_g con respecto a las demás son,

$$\frac{\partial \omega_g}{\partial \psi'_{qr}} = -\frac{P_b X_m \omega_g^2 (DV_{qs} + r_s (V_{ds} X_{rr} + 2X_m \psi'_{qr}))}{(D^2 + r_s^2 X_{rr}^2) (J_g \omega_{b,hs}^2 \omega_g^2 + J_{tur} \omega_{b,ls}^2 \omega_{tur}^2)} \quad (\text{B.11})$$

$$\frac{\partial \omega_g}{\partial \psi'_{dr}} = -\frac{P_b X_m \omega_g^2 (DV_{ds} + r_s (-V_{qs} X_{rr} + 2X_m \psi'_{dr}))}{(D^2 + r_s^2 X_{rr}^2) (J_g \omega_{b,hs}^2 \omega_g^2 + J_{tur} \omega_{b,ls}^2 \omega_{tur}^2)} \quad (\text{B.12})$$

$$\frac{\partial \omega_g}{\partial I_{qr}} = 0 \quad (\text{B.13})$$

$$\frac{\partial \omega_g}{\partial I_{dr}} = 0 \quad (\text{B.14})$$

$$\frac{\partial \omega_g}{\partial V_{CD}} = 0 \quad (\text{B.15})$$

Las derivadas parciales de la velocidad de la turbina eólica ω_{tur} con respecto a las demás son,

$$\frac{\partial \omega_{tur}}{\partial \psi'_{qr}} = -\frac{P_b X_m \omega_g \omega_{tur} (DV_{qs} + r_s (V_{ds} X_{rr} + 2X_m \psi'_{qr}))}{(D^2 + r_s^2 X_{rr}^2) (J_g \omega_{b,hs}^2 \omega_g^2 + J_{tur} \omega_{b,ls}^2 \omega_{tur}^2)} \quad (\text{B.16})$$

$$\frac{\partial \omega_{tur}}{\partial \psi'_{dr}} = -\frac{P_b X_m \omega_g \omega_{tur} (DV_{ds} + r_s (-V_{qs} X_{rr} + 2X_m \psi'_{dr}))}{(D^2 + r_s^2 X_{rr}^2) (J_g \omega_{b,hs}^2 \omega_g^2 + J_{tur} \omega_{b,ls}^2 \omega_{tur}^2)} \quad (\text{B.17})$$

$$\frac{\partial \omega_{tur}}{\partial I_{qr}} = 0 \quad (\text{B.18})$$

$$\frac{\partial \omega_{tur}}{\partial I_{dr}} = 0 \quad (\text{B.19})$$

$$\frac{\partial \omega_{tur}}{\partial V_{CD}} = 0 \quad (\text{B.20})$$

Las derivadas parciales de la componente q de la corriente del rectificador I_{qR} con respecto a las demás son,

$$\frac{\partial I_{qR}}{\partial \psi'_{qr}} = 0 \quad (\text{B.21})$$

$$\frac{\partial I_{qR}}{\partial \psi'_{dr}} = 0 \quad (\text{B.22})$$

$$\frac{\partial I_{qR}}{\partial \omega_g} = 0 \quad (\text{B.23})$$

$$\frac{\partial I_{qR}}{\partial \omega_{tur}} = 0 \quad (\text{B.24})$$

Las derivadas parciales de la componente d de la corriente del rectificador I_{dR} con respecto a las demás son,

$$\frac{\partial I_{dR}}{\partial \psi'_{qr}} = 0 \quad (\text{B.25})$$

$$\frac{\partial I_{dR}}{\partial \psi'_{dr}} = 0 \quad (\text{B.26})$$

$$\frac{\partial I_{dR}}{\partial \omega_g} = 0 \quad (\text{B.27})$$

$$\frac{\partial I_{dR}}{\partial \omega_{tur}} = 0 \quad (\text{B.28})$$

Sin embargo, considerando que el convertidor de potencia es conectado en el punto de conexión V_{qdpC} , entonces (B.29), (B.30), (B.31) y (B.32) son sustituidas por,

$$\frac{\partial I_{qR}}{\partial \psi'_{qr}} = \frac{\omega X_m (-DR_{con} + r_s X_{rr} X_{con})}{(D^2 + r_s^2 X_{rr}^2) X_s} \quad (\text{B.29})$$

$$\frac{\partial I_{qR}}{\partial \psi'_{dr}} = -\frac{\omega X_m (DX_{con} + r_s X_{rr} R_{con})}{(D^2 + r_s^2 X_{rr}^2) X_s} \quad (\text{B.30})$$

$$\frac{\partial I_{dR}}{\partial \psi'_{qr}} = -\frac{\omega X_m (DX_{con} + r_s X_{rr} R_{con})}{(D^2 + r_s^2 X_{rr}^2) X_s} \quad (\text{B.31})$$

$$\frac{\partial I_{dR}}{\partial \psi'_{dr}} = \frac{\omega X_m (DR_{con} - r_s X_{rr} X_{con})}{(D^2 + r_s^2 X_{rr}^2) X_s} \quad (\text{B.32})$$

Finalmente, las derivadas parciales del voltaje de corriente directa V_{CD} del capacitor con re-

specto a las demás son,

$$\frac{\partial V_{CD}}{\partial \psi'_{qr}} = \frac{Dr_s X_m^2 - D^2 X_{ss} + r_s^2 X_{rr} (X_m^2 - X_{rr} X_{ss})}{D^3 + Dr_s^2 X_{rr}^2} \quad (\text{B.33})$$

$$\frac{\partial V_{CD}}{\partial \psi'_{dr}} = \frac{-Dr_s X_m^2 - D^2 X_{ss} + r_s^2 X_{rr} (X_m^2 - X_{rr} X_{ss})}{D^3 + Dr_s^2 X_{rr}^2} \quad (\text{B.34})$$

$$\frac{\partial V_{CD}}{\partial \omega_g} = 0 \quad (\text{B.35})$$

$$\frac{\partial V_{CD}}{\partial \omega_{tur}} = 0 \quad (\text{B.36})$$

Por lo tanto, el bloque correspondiente a las derivadas parciales propias de las ecuaciones diferenciales del modelo del aerogenerador de velocidad variable es representado de forma matricial por,

$$\mathbf{Df}_x(\mathbf{y})_{n \times n} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi'_{qr}}{\partial \psi'_{qr}} & \frac{\partial \psi'_{qr}}{\partial \psi'_{dr}} & \frac{\partial \psi'_{qr}}{\partial \omega_g} & \frac{\partial \psi'_{qr}}{\partial \omega_{tur}} & \frac{\partial \psi'_{qr}}{\partial I_{qR}} & \frac{\partial \psi'_{qr}}{\partial I_{dR}} & \frac{\partial \psi'_{qr}}{\partial V_{CD}} \\ \frac{\partial \psi'_{dr}}{\partial \psi'_{qr}} & \frac{\partial \psi'_{dr}}{\partial \psi'_{dr}} & \frac{\partial \psi'_{dr}}{\partial \omega_g} & \frac{\partial \psi'_{dr}}{\partial \omega_{tur}} & \frac{\partial \psi'_{dr}}{\partial I_{qR}} & \frac{\partial \psi'_{dr}}{\partial I_{dR}} & \frac{\partial \psi'_{dr}}{\partial V_{CD}} \\ \frac{\partial \omega_g}{\partial \psi'_{qr}} & \frac{\partial \omega_g}{\partial \psi'_{dr}} & \frac{\partial \omega_g}{\partial \omega_g} & \frac{\partial \omega_g}{\partial \omega_{tur}} & \frac{\partial \omega_g}{\partial I_{qR}} & \frac{\partial \omega_g}{\partial I_{dR}} & \frac{\partial \omega_g}{\partial V_{CD}} \\ \frac{\partial \omega_{tur}}{\partial \psi'_{qr}} & \frac{\partial \omega_{tur}}{\partial \psi'_{dr}} & \frac{\partial \omega_{tur}}{\partial \omega_g} & \frac{\partial \omega_{tur}}{\partial \omega_{tur}} & \frac{\partial \omega_{tur}}{\partial I_{qR}} & \frac{\partial \omega_{tur}}{\partial I_{dR}} & \frac{\partial \omega_{tur}}{\partial V_{CD}} \\ \frac{\partial I_{qR}}{\partial \psi'_{qr}} & \frac{\partial I_{qR}}{\partial \psi'_{dr}} & \frac{\partial I_{qR}}{\partial \omega_g} & \frac{\partial I_{qR}}{\partial \omega_{tur}} & \frac{\partial I_{qR}}{\partial I_{qR}} & \frac{\partial I_{qR}}{\partial I_{dR}} & \frac{\partial I_{qR}}{\partial V_{CD}} \\ \frac{\partial I_{dR}}{\partial \psi'_{qr}} & \frac{\partial I_{dR}}{\partial \psi'_{dr}} & \frac{\partial I_{dR}}{\partial \omega_g} & \frac{\partial I_{dR}}{\partial \omega_{tur}} & \frac{\partial I_{dR}}{\partial I_{qR}} & \frac{\partial I_{dR}}{\partial I_{dR}} & \frac{\partial I_{dR}}{\partial V_{CD}} \\ \frac{\partial V_{CD}}{\partial \psi'_{qr}} & \frac{\partial V_{CD}}{\partial \psi'_{dr}} & \frac{\partial V_{CD}}{\partial \omega_g} & \frac{\partial V_{CD}}{\partial \omega_{tur}} & \frac{\partial V_{CD}}{\partial I_{qR}} & \frac{\partial V_{CD}}{\partial I_{dR}} & \frac{\partial V_{CD}}{\partial V_{CD}} \end{bmatrix} \quad (\text{B.37})$$

el cual es utilizado en la formulación del método Newton-Raphson para los elementos a_{ii} y $a_{i,i-1}$ definidos por (2.12) y (2.13), respectivamente.

Para obtener el bloque de ecuaciones diferenciales del elemento (1,2) de (2.12) y (2.13), se derivan parcialmente las variables dinámicas del aerogenerador de velocidad variable ((3.144)-(3.150)) con respecto de las variables algebraicas ((3.157)-(3.160)) del mismo, resultando el siguiente conjunto de derivadas parciales,

$$\frac{\partial \psi'_{qr}}{\partial V_{qs}} = \frac{r_r r_s X_m X_{rr} \omega_b}{D^2 + r_s^2 X_{rr}^2} \quad (\text{B.38})$$

$$\frac{\partial \psi'_{qr}}{\partial V_{ds}} = -\frac{Dr_r X_m \omega_b}{D^2 + r_s^2 X_{rr}^2} \quad (\text{B.39})$$

$$\frac{\partial \psi'_{qr}}{\partial V_{qr}} = 0 \quad (\text{B.40})$$

$$\frac{\partial \psi'_{qr}}{\partial V_{ds}} = 0 \quad (\text{B.41})$$

$$\frac{\partial \psi'_{dr}}{\partial V_{qs}} = \frac{Dr_r X_m \omega_b}{D^2 + r_s^s X_{rr}^2} \quad (\text{B.42})$$

$$\frac{\partial \psi'_{dr}}{\partial V_{ds}} = \frac{r_r r_s X_m X_{rr} \omega_b}{D^2 + r_s^s X_{rr}^2} \quad (\text{B.43})$$

$$\frac{\partial \psi'_{dr}}{\partial V_{qr}} = 0 \quad (\text{B.44})$$

$$\frac{\partial \psi'_{dr}}{\partial V_{ds}} = 0 \quad (\text{B.45})$$

$$\frac{\partial \omega_g}{\partial V_{qs}} = \frac{P_b X_m \omega_g^2 (r_s X_{rr} \psi_{dr} - D \psi_{qr})}{(D^2 + r_s^2 X_{rr}^2) (J_g \omega_{b,hs}^2 \omega_g^2 + J_{tur} \omega_{b,ls}^2 \omega_{tur}^2)} \quad (\text{B.46})$$

$$\frac{\partial \omega_g}{\partial V_{ds}} = -\frac{P_b X_m \omega_g^2 (D \psi_{dr} + r_s X_{rr} \psi_{qr})}{(D^2 + r_s^2 X_{rr}^2) (J_g \omega_{b,hs}^2 \omega_g^2 + J_{tur} \omega_{b,ls}^2 \omega_{tur}^2)} \quad (\text{B.47})$$

$$\frac{\partial \omega_g}{\partial V_{qr}} = 0 \quad (\text{B.48})$$

$$\frac{\partial \omega_g}{\partial V_{ds}} = 0 \quad (\text{B.49})$$

$$\frac{\partial \omega_{tur}}{\partial V_{qs}} = \frac{P_b X_m \omega_g \omega_{tur} (r_s X_{rr} \psi_{dr} - D \psi_{qr})}{(D^2 + r_s^2 X_{rr}^2) (J_g \omega_{b,hs}^2 \omega_g^2 + J_{tur} \omega_{b,ls}^2 \omega_{tur}^2)} \quad (\text{B.50})$$

$$\frac{\partial \omega_{tur}}{\partial V_{ds}} = -\frac{P_b X_m \omega_g \omega_{tur} (D \psi_{dr} + r_s X_{rr} \psi_{qr})}{(D^2 + r_s^2 X_{rr}^2) (J_g \omega_{b,hs}^2 \omega_g^2 + J_{tur} \omega_{b,ls}^2 \omega_{tur}^2)} \quad (\text{B.51})$$

$$\frac{\partial \omega_{tur}}{\partial V_{qr}} = 0 \quad (\text{B.52})$$

$$\frac{\partial \omega_{tur}}{\partial V_{ds}} = 0 \quad (\text{B.53})$$

$$\frac{\partial I_{qR}}{\partial V_{qs}} = -\frac{\omega}{X_s} \quad (\text{B.54})$$

$$\frac{\partial I_{qR}}{\partial V_{ds}} = 0 \quad (\text{B.55})$$

$$\frac{\partial I_{qR}}{\partial V_{qr}} = 0 \quad (\text{B.56})$$

$$\frac{\partial I_{qR}}{\partial V_{ds}} = 0 \quad (\text{B.57})$$

$$\frac{\partial I_{dR}}{\partial V_{qs}} = 0 \quad (\text{B.58})$$

$$\frac{\partial I_{dR}}{\partial V_{ds}} = \frac{\omega}{X_s} \quad (\text{B.59})$$

$$\frac{\partial I_{dR}}{\partial V_{qr}} = 0 \quad (\text{B.60})$$

$$\frac{\partial I_{dR}}{\partial V_{ds}} = 0 \quad (\text{B.61})$$

$$\frac{\partial V_{CD}}{\partial V_{qs}} = \frac{X_m (D + r_s X_{rr})}{D^2 + r_s^2 X_{rr}^2} \quad (\text{B.62})$$

$$\frac{\partial V_{CD}}{\partial V_{ds}} = \frac{X_m (-D + r_s X_{rr})}{D^2 + r_s^2 X_{rr}^2} \quad (\text{B.63})$$

$$\frac{\partial V_{CD}}{\partial V_{qr}} = 0 \quad (\text{B.64})$$

$$\frac{\partial V_{CD}}{\partial V_{ds}} = 0 \quad (\text{B.65})$$

Sin embargo, considerando que el convertidor de potencia es conectado en el punto de conexión V_{qdp} , entonces, (B.66), (B.67), (B.68) y (B.69) son sustituidas por,

$$\frac{\partial I_{qR}}{\partial V_{ds}} = \frac{\omega X_{rr} (D X_{con} + r_s X_{rr} R_{con})}{(D^2 + r_s^2 X_{rr}^2) X_s} \quad (\text{B.66})$$

$$\frac{\partial I_{qR}}{\partial V_{qr}} = \frac{\omega X_{rr} (-DR_{con} + r_s X_{rr} X_{con})}{(D^2 + r_s^2 X_{rr}^2) X_s} \quad (B.67)$$

$$\frac{\partial I_{dR}}{\partial V_{qs}} = \frac{\omega X_{rr} (-DR_{con} + r_s X_{rr} X_{con})}{(D^2 + r_s^2 X_{rr}^2) X_s} \quad (B.68)$$

$$\frac{\partial I_{dR}}{\partial V_{ds}} = -\frac{\omega X_{rr} (DX_{con} + r_s X_{rr} R_{con})}{(D^2 + r_s^2 X_{rr}^2) X_s} \quad (B.69)$$

Por lo tanto, la matriz Jacobiana de las derivadas parciales de las ecuaciones dinámicas con respecto a las algebraicas, tiene la siguiente estructura,

$$\mathbf{Df}_g(\mathbf{y})_{n \times a} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi'_{qr}}{\partial V_{qs}} & \frac{\partial \psi'_{qr}}{\partial V_{ds}} & \frac{\partial \psi'_{qr}}{\partial V_{qr}} & \frac{\partial \psi'_{qr}}{\partial V_{dr}} \\ \frac{\partial \psi'_{dr}}{\partial V_{qs}} & \frac{\partial \psi'_{dr}}{\partial V_{ds}} & \frac{\partial \psi'_{dr}}{\partial V_{qr}} & \frac{\partial \psi'_{dr}}{\partial V_{dr}} \\ \frac{\partial \omega_g}{\partial V_{qs}} & \frac{\partial \omega_g}{\partial V_{ds}} & \frac{\partial \omega_g}{\partial V_{qr}} & \frac{\partial \omega_g}{\partial V_{dr}} \\ \frac{\partial \omega_{tur}}{\partial V_{qs}} & \frac{\partial \omega_{tur}}{\partial V_{ds}} & \frac{\partial \omega_{tur}}{\partial V_{qr}} & \frac{\partial \omega_{tur}}{\partial V_{dr}} \\ \frac{\partial I_{qR}}{\partial V_{qs}} & \frac{\partial I_{qR}}{\partial V_{ds}} & \frac{\partial I_{qR}}{\partial V_{qr}} & \frac{\partial I_{qR}}{\partial V_{dr}} \\ \frac{\partial I_{dR}}{\partial V_{qs}} & \frac{\partial I_{dR}}{\partial V_{ds}} & \frac{\partial I_{dR}}{\partial V_{qr}} & \frac{\partial I_{dR}}{\partial V_{dr}} \\ \frac{\partial V_{CD}}{\partial V_{qs}} & \frac{\partial V_{CD}}{\partial V_{ds}} & \frac{\partial V_{CD}}{\partial V_{qr}} & \frac{\partial V_{CD}}{\partial V_{dr}} \end{bmatrix} \quad (B.70)$$

Para obtener el bloque de ecuaciones diferenciales del elemento (2,1) de (2.12), se derivan parcialmente las variables algebraicas del aerogenerador de velocidad variable ((3.157)-(3.160)) con respecto de las variables dinámicas ((3.144)-(3.150)) del mismo, resultando el siguiente conjunto de derivadas parciales,

$$\frac{\partial V_{qs}}{\partial \psi'_{qr}} = \frac{X_m (DR + DR_{con} - r_s X_{rr} (X + X_{con}))}{D^2 + r_s^2 X_{rr}^2} \quad (B.71)$$

$$\frac{\partial V_{qs}}{\partial \psi'_{dr}} = \frac{X_m (DX + DX_{con} + r_s X_{rr} (R + R_{con}))}{D^2 + r_s^2 X_{rr}^2} \quad (B.72)$$

$$\frac{\partial V_{qs}}{\partial \omega_g} = 0 \quad (B.73)$$

$$\frac{\partial V_{qs}}{\partial \omega_{tur}} = 0 \quad (B.74)$$

$$\frac{\partial V_{qs}}{\partial I_{qR}} = -R - R_{con} \quad (B.75)$$

$$\frac{\partial V_{qs}}{\partial I_{dR}} = -X - X_{con} \quad (\text{B.76})$$

$$\frac{\partial V_{qs}}{\partial V_{CD}} = 0 \quad (\text{B.77})$$

$$\frac{\partial V_{ds}}{\partial \psi'_{qr}} = -\frac{X_m (DX + DX_{con} + r_s X_{rr} (R + R_{con}))}{D^2 + r_s^2 X_{rr}^2} \quad (\text{B.78})$$

$$\frac{\partial V_{ds}}{\partial \psi'_{dr}} = \frac{X_m (DR + DR_{con} - r_s X_{rr} (X + X_{con}))}{D^2 + r_s^2 X_{rr}^2} \quad (\text{B.79})$$

$$\frac{\partial V_{ds}}{\partial \omega_g} = 0 \quad (\text{B.80})$$

$$\frac{\partial V_{ds}}{\partial \omega_{tur}} = 0 \quad (\text{B.81})$$

$$\frac{\partial V_{ds}}{\partial I_{qR}} = X + X_{con} \quad (\text{B.82})$$

$$\frac{\partial V_{ds}}{\partial I_{dR}} = -R - R_{con} \quad (\text{B.83})$$

$$\frac{\partial V_{ds}}{\partial V_{CD}} = 0 \quad (\text{B.84})$$

$$\frac{\partial V_{qr}}{\partial \psi'_{qr}} = 0 \quad (\text{B.85})$$

$$\frac{\partial V_{qr}}{\partial \psi'_{dr}} = 0 \quad (\text{B.86})$$

$$\frac{\partial V_{qr}}{\partial \omega_g} = 0 \quad (\text{B.87})$$

$$\frac{\partial V_{qr}}{\partial \omega_{tur}} = 0 \quad (\text{B.88})$$

$$\frac{\partial V_{qr}}{\partial I_{qR}} = 0 \quad (\text{B.89})$$

$$\frac{\partial V_{qr}}{\partial I_{dR}} = 0 \quad (\text{B.90})$$

$$\frac{\partial V_{qr}}{\partial V_{CD}} = K_I \cos(\alpha_I) \quad (\text{B.91})$$

$$\frac{\partial V_{dr}}{\partial \psi'_{qr}} = 0 \quad (\text{B.92})$$

$$\frac{\partial V_{dr}}{\partial \psi'_{dr}} = 0 \quad (\text{B.93})$$

$$\frac{\partial V_{dr}}{\partial \omega_g} = 0 \quad (\text{B.94})$$

$$\frac{\partial V_{dr}}{\partial \omega_{tur}} = 0 \quad (\text{B.95})$$

$$\frac{\partial V_{dr}}{\partial I_{qR}} = 0 \quad (\text{B.96})$$

$$\frac{\partial V_{dr}}{\partial I_{dR}} = 0 \quad (\text{B.97})$$

$$\frac{\partial V_{dr}}{\partial V_{CD}} = K_I \sin(\alpha_I) \quad (\text{B.98})$$

Sin embargo, considerando que el convertidor de potencia es conectado en el punto de conexión V_{qpc} , entonces (B.68) y (B.69) son sustituidas por,

Por lo tanto, la matriz Jacobiana del bloque de las derivadas parciales de las ecuaciones algebraicas con respecto a las dinámicas tiene la siguiente estructura,

$$\mathbf{Dg}_x(\mathbf{y})_{a \times n} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{qs}}{\partial \psi'_{qr}} & \frac{\partial V_{qs}}{\partial \psi'_{dr}} & \frac{\partial V_{qs}}{\partial \omega_g} & \frac{\partial V_{qs}}{\partial \omega_{tur}} & \frac{\partial V_{qs}}{\partial I_{qR}} & \frac{\partial V_{qs}}{\partial I_{dR}} & \frac{\partial V_{qs}}{\partial V_{CD}} \\ \frac{\partial V_{ds}}{\partial \psi'_{qr}} & \frac{\partial V_{ds}}{\partial \psi'_{dr}} & \frac{\partial V_{ds}}{\partial \omega_g} & \frac{\partial V_{ds}}{\partial \omega_{tur}} & \frac{\partial V_{ds}}{\partial I_{qR}} & \frac{\partial V_{ds}}{\partial I_{dR}} & \frac{\partial V_{ds}}{\partial V_{CD}} \\ \frac{\partial V_{qr}}{\partial \psi'_{qr}} & \frac{\partial V_{qr}}{\partial \psi'_{dr}} & \frac{\partial V_{qr}}{\partial \omega_g} & \frac{\partial V_{qr}}{\partial \omega_{tur}} & \frac{\partial V_{qr}}{\partial I_{qR}} & \frac{\partial V_{qr}}{\partial I_{dR}} & \frac{\partial V_{qr}}{\partial V_{CD}} \\ \frac{\partial V_{dr}}{\partial \psi'_{qr}} & \frac{\partial V_{dr}}{\partial \psi'_{dr}} & \frac{\partial V_{dr}}{\partial \omega_g} & \frac{\partial V_{dr}}{\partial \omega_{tur}} & \frac{\partial V_{dr}}{\partial I_{qR}} & \frac{\partial V_{dr}}{\partial I_{dR}} & \frac{\partial V_{dr}}{\partial V_{CD}} \end{bmatrix} \quad (\text{B.99})$$

La submatriz de $\mathbf{J}$ ubicada en el elemento (2,1) de los elementos fuera de la diagonal definido por (2.13) es una matriz de ceros de orden $[0]_{a \times n}$.

El bloque de ecuaciones diferenciales del elemento (2,2) de (2.12), se obtiene derivando parcialmente las variables algebraicas del aerogenerador de velocidad variable ((3.157)-(3.160)) con respecto de sí mismas dando como resultado el siguiente conjunto de derivadas parciales,

$$\frac{\partial V_{qs}}{\partial V_{qs}} = - \frac{X_{rr} (DX + DX_{con} + r_s X_{rr} (R + R_{con}))}{D^2 + r_s^2 X_{rr}^2} \quad (\text{B.100})$$

$$\frac{\partial V_{qs}}{\partial V_{ds}} = \frac{X_{rr} (DR + DR_{con} - r_s X_{rr} (X + X_{con}))}{D^2 + r_s^2 X_{rr}^2} \quad (\text{B.101})$$

$$\frac{\partial V_{qs}}{\partial V_{qr}} = 0 \quad (\text{B.102})$$

$$\frac{\partial V_{qs}}{\partial V_{dr}} = 0 \quad (\text{B.103})$$

$$\frac{\partial V_{ds}}{\partial V_{qs}} = \frac{X_{rr} (-DR - DR_{con} + r_s X_{rr} (X + X_{con}))}{D^2 + r_s^2 X_{rr}^2} \quad (\text{B.104})$$

$$\frac{\partial V_{ds}}{\partial V_{ds}} = -\frac{X_{rr} (DX + DX_{con} + r_s X_{rr} (R + R_{con}))}{D^2 + r_s^2 X_{rr}^2} \quad (\text{B.105})$$

$$\frac{\partial V_{ds}}{\partial V_{qr}} = 0 \quad (\text{B.106})$$

$$\frac{\partial V_{ds}}{\partial V_{dr}} = 0 \quad (\text{B.107})$$

$$\frac{\partial V_{qr}}{\partial V_{qs}} = 0 \quad (\text{B.108})$$

$$\frac{\partial V_{qr}}{\partial V_{ds}} = 0 \quad (\text{B.109})$$

$$\frac{\partial V_{qr}}{\partial V_{qr}} = 0 \quad (\text{B.110})$$

$$\frac{\partial V_{qr}}{\partial V_{dr}} = 0 \quad (\text{B.111})$$

$$\frac{\partial V_{dr}}{\partial V_{qs}} = 0 \quad (\text{B.112})$$

$$\frac{\partial V_{dr}}{\partial V_{ds}} = 0 \quad (\text{B.113})$$

$$\frac{\partial V_{dr}}{\partial V_{qr}} = 0 \quad (\text{B.114})$$

$$\frac{\partial V_{dr}}{\partial V_{dr}} = 0 \quad (\text{B.115})$$

Por lo tanto, la matriz Jacobiana del bloque de las derivadas parciales de las ecuaciones algebraicas con respecto de sí mismas, tiene la siguiente estructura,

$$\mathbf{Dg}_g(\mathbf{y})_{a \times a} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{qs}}{\partial V_{qs}} & \frac{\partial V_{qs}}{\partial V_{ds}} & \frac{\partial V_{qs}}{\partial V_{qr}} & \frac{\partial V_{qs}}{\partial V_{dr}} \\ \frac{\partial V_{ds}}{\partial V_{qs}} & \frac{\partial V_{ds}}{\partial V_{ds}} & \frac{\partial V_{ds}}{\partial V_{qr}} & \frac{\partial V_{ds}}{\partial V_{dr}} \\ \frac{\partial V_{qr}}{\partial V_{qs}} & \frac{\partial V_{qr}}{\partial V_{ds}} & \frac{\partial V_{qr}}{\partial V_{qr}} & \frac{\partial V_{qr}}{\partial V_{dr}} \\ \frac{\partial V_{dr}}{\partial V_{qs}} & \frac{\partial V_{dr}}{\partial V_{ds}} & \frac{\partial V_{dr}}{\partial V_{qr}} & \frac{\partial V_{dr}}{\partial V_{dr}} \end{bmatrix} \quad (\text{B.116})$$

El bloque del elemento $(2, 1)$ de (2.13), correspondiente a las derivadas parciales de las variables algebraicas con respecto de sí mismas, es una matriz de ceros de orden $[0]_{a \times n}$.

Bibliografía

- [Ackermann 2005] T. Ackermann, Wind Power in Power Systems, Wiley, Inglaterra, 2005.
- [Amhed-Zaid 1993] S. Amhed-Zaid y M. Taleb, “Structural Modeling of Small and Large Induction Machines Using Integral Manifolds”, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 6, No. 3, págs. 529-535, Septiembre 1993.
- [Anaya 2009] O. Anaya, N. Jenkins, J. Ekanayake, P. Cartwright y M. Hughes, Wind Energy Generation Modelling and Control, Wiley, Reino Unido, 2009.
- [Anderson 1983] P. M. Anderson y A. Bose, “Stability Simulation of Wind Turbine Systems”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 102, No. 12, págs. 3791-3795, Diciembre 1983.
- [Aprille-1 1972] T.J. Aprille y T.N. Trick, “ A Computer Algorithm to Determinate the Steady-State Response of Nonlinear Oscillators”, *IEEE Transactions on Circuit Theory*, Vol. CT-19, No. 4, Julio 1972, págs 354-360.
- [Aprille-2 1972] T.J. Aprille y T.N. Trick, “Steady-State Analysis of Nonlinear Circuits with Periodic Inputs”, *Proceedings of the IEEE*, Vol. 60, No. 1, págs. 108- 114, Enero 1972.
- [Basilio 2002] J. C. Basilio y S. R. Matos, “Design of PI and PID Controller with Transient Performance Specification”, *IEEE Transactions on Education*, Vol. 45, No. 4, pág. 364-370, Noviembre 2002.
- [Blaabjerg 2004] F. Blaabjerg, Z. Chen y S. B. Kjaer,” Power Electronics as Efficient Interface in Dispersed Power Generation Systems”, *IEEE Transaction on Power Electronics*, Vol. 19, No. 5, págs. 1184-1194, Septiembre 2004.
- [Boukhezzer-1 2005] B. Boukhezzer y H. Siguerdidjane, ”Nonlinear Control of Variable Speed Wind Turbines without Wind Speed Measurement”, *Proceedings of the 44th*

- IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference 2005, págs. 3456-3461, Diciembre, Sevilla, España, 2005.
- [Boukhezzar-2 2005] B. Boukhezzar y H. Siguerdidjane, "Nonlinear Control of Variable Speed Wind Turbines for Power Regulation", Proceedings of the 2005 IEEE Conference on Control Applications, págs- 114-119, Agosto, Toronto, Canadá, 2005.
- [Campos 2001] R.G. Campos y L.O. Pimentel, "A Finite-Dimensional Representation of the Quantum Angular Momentum Operator", *Nuovo Cimento B*, Vol. 116, no. 1, págs. 31-45, Enero 2001.
- [Carrillo 2001] Camilo José Carrillo González, Análisis y Simulación de Sistemas Eólicos Aislados, Tesis, Universidad de Vigo, España, Julio 2001.
- [Chen 1996] M. S. Chen, Modeling and Analysis of Modern Power Systems: The Fundamentals of GenCo TransCo DistCo & PoolCo, Notas, 1996.
- [Cidrás 2002] J. Cidrás, A. E. Feijóo y C.C. Gonzáles, "Synchronization of Asynchronous Wind Turbines", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 17, No. 4, págs. 1162-1169, Noviembre 2002.
- [Contreras 2009] L. Contreras-Aguilar y N. García, "Steady-State Solution of a VFT Park Using the Limit Cycle Method and a Reduced Order Model", 2009 IEEE Bucharest Power Tech Conference, págs. 1-7, Junio/Julio, Bucharest, Romania, 2009.
- [Dalmau 2000] J. B. Dalmau y P. P. Schönwälder "A Discrete-Time Approach to the Steady-State and Stability Analysis of Distributed Nonlinear Autonomous Circuits", *IEEE Trans. on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, Vol. 47, No. 2, págs. 231-236, Febrero 2000.
- [Dommel 1972] H. W. Dommel y N. Sato, "Fast Transient Stability Solutions", *IEEE Trans. on PAS*, Vol. PAS-91, págs. 1643- 1650, Julio-Agosto 1972.
- [Fadaeinedjad 2008] R. Fadaeinedjad, G. Moschopoulos y M. Moallem, "Using STATCOM to Mitigate Voltage Fluctuations Due to Aerodynamic Aspects of Wind Turbines", School of Engineering Science, Simon Fraser University, Surrey, Canadá, 2008.
- [García 1999] N. García, "Métodos Newton de Aceleración de la Convergencia en el Dominio del Tiempo Aplicados a la Determinación de la Solución Periódica en Estado

- Estacionario de Redes Eléctricas con Componentes No-Lineales y Variantes en el Tiempo”, Tesis de Maestría, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, México, 1999.
- [García 2009] N. García, “Discrete Solutions of Electric Power Systems Based on a Differentiation Matrix and a Newton Method”, 2009 IEEE Bucharest Power Tech Conference, págs. 1-5, Junio/Julio, Bucharest, Romania, 2009.
- [George 1981] A. George y J. W. Liu, Computer Solution of Large Sparse Positive Definite Systems, Prentice-Hall, Estados Unidos, 1981.
- [Gilbert 1992] J. R. Gilbert, C. Moler, y R. Schreiber, Sparse Matrices in MATLAB: Design and Implementation, *SIAM Journal on Matrix Analysis*, 1992.
- [Jenkins 1993] N. Jenkins, “Engineering Wind Farm”, IEE POWER ENGINEERING JOURNAL, Vol. 7, págs. 53-60, Inglaterra, Abril 1993.
- [Jenkins 2000] N. Jenkins, R. Allan, P. Crossley, D. Kirschen y G. Strbac, Embedded Generation, IEE Power and Energy Series 31, 2000.
- [Proakis 1996] J. G. Proakis y D. G. Manolakis, Digital Signal Processing, Principles, Algorithms and Applications, Prentice Hall, Reino Unido, 1996.
- [Kazachkov-1 2003] Y. Kazachkov y R. Voelzke, “Modeling Wind Farms for Power System Load Flow and Stability Studies”, en Proc. 2003 Power Tech IEEE, págs. 1-8.
- [Kazachkov-2 2003] Y. A. Kazachkov, J. W. Feltes y R. Zavadil, “Modeling Wind Farms for Power System Stability Studies”, en Proc. 2003 IEEE Power Engineering Society General Meeting, Vol. 3, págs. 1526-1533.
- [Koessler 2003] R.J. Koessler, S. Pillutla, L. H. Trinh y Dickmader, “Integration of Large Wind Farms into Utility Grids (Part. 1 - Modeling of DFIG)”, en Proc. 2003 IEEE Power Engineering Society General Meeting, págs. 1512-1519.
- [Krause 1979] P.C. Krause, F. Nozari, T.L. Skvarenina y D.W. Olive, “The Theory of Neglecting Stator Transients”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 98, No. 1, págs. 141-148, Enero/Febrero 1979.
- [Krause 1986] P.C. Krause, O. Wasynczuk y S.D. Sudhoff, Analysis of electric machinery, McGraw-Hill, EUA, 1986.

- [Kundur 1994] P. Kundur, Power System Stability and Control, McGraw-Hill, EUA, 1994.
- [López 2001] F.A. López et al., “A Discrete-Time Technique for the Steady State Analysis of Nonlinear Switched Circuits with Inconsistent Initial Conditions”, *IEEE Symposium on Circuits and Systems*, Vol. 3, págs. 6-9, Mayo 2001.
- [Masters 2004] Gilbert M. Masters, Renewable and Efficient Electric Power Systems, Wiley-Interscience, EUA, 2004.
- [MathWorks 2011] <http://www.mathworks.com>
- [Nakhla 1976] M.S. Nakhla y J. Vlach, “A Piecewise Harmonic Balance Technique for Determination of Periodic Response of Nonlinear Systems”, *IEEE Trans. Circuits and Systems*, Vol. 23, No.2, págs. 85-91, Febrero 1976.
- [Nayfeh 2004] A. H. Nayfeh y B. Balachandran, Applied Nonlinear Dynamics, Weinheim: John Wiley & Sons, 2004.
- [Nelson 1969] R. H. Nelson, T. A. Lipo y P. C. Krause, “Stability Analysis of a Symmetrical Induction Machine”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. pas-88, No. 11, págs. 1710-1717, Noviembre 1969.
- [Ogata 1998] K. Ogata, Ingeniería de Control Moderna, Pearson Educación Prentice Hall, 1998.
- [Parker 1989] T. S. Parker y L.O. Chua, Practical Numerical Algorithms for Chaotic Systems, Springer-Verlag, 1989.
- [Patel 1999] Mukund R. Patel, Wind and Solar Power Systems, CRC Press LLC, EUA, 1999.
- [Press 2007] W. H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling y B.P. Flannery, Numerical Recipes, The Art of Scientific Computing, Cambridge University Press, EUA, 2007.
- [Qi 2008] L. Qi, J. Langston y M. Steurer, “Applying a STATCOM for Stability Improvement to an Existing Wind Farm with Fixed-Speed Induction Generators”, U.S. Department of Energy, EUA, 2008, págs. 1-6.
- [Rao 2000] P. Rao, M.L. Crow y Z. Yang, “STATCOM Control for Power System Voltage Control Applications”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 15, No. 4, págs. 1311-1317, EUA, Octubre 2000.

- [Rico 2001] J.J. Rico, E. Acha y M. Madrigal, “The Study of Inrush Current Phenomenon Using Operational Matrices”, *IEEE Trans. Power Delivery*, Vol. 16, No. 2, págs. 321-237, Abril 2001.
- [Saad-Saoud 1995] Z. Saad-Saoud y N. Jenkins, “Simple Wind Farm Dynamic Model”, *IEE Proc. –Gener. Trans. Distrib.*, Vol. 142, No. 5, págs. 545-548, Mayo 1995.
- [Saad-Saoud 1998] Z.Saad-Saoud, M.L. Lisboa, J.B. Ekanayake, N. Jenkis y G. Strbac, “Application of a STATCOMs to Winds Farms”, *IEE, Proc. –Gener. Trans. Distrib* , England, Septiembre 1998, Vol. 145, No. 5, págs. 511-516.
- [Schauder 2003] C. Schauder y H. Mehta, “Vector Analysis and Control of advanced Static VAR Compensator”, *IEE PROCEEDINGS-C*, Vol. 140, No. 4, págs. 299-306, EUA, Julio 2003.
- [Semlyen 1995] A. Semlyen y A. Medina, “Computation of the Periodic Steady State in Systems with Nonlinear Components Using a Hybrid Time and Frequency Domain Methodology”, *IEEE Trans. Power Systems*, Vol. 10, No. 3, págs. 1498-1504, Agosto 1995.
- [Skelboe 1980] S. Skelboe, “Computation of the Periodic Steady-State Response of Nonlinear Networks by Extrapolation Methods”, *IEEE Trans. Circuits and Systems*, Vol. 27, No. 3, págs. 161-175, Marzo 1980.
- [Sosa 2008] J. Sosa, E. Moreno y O. Anaya, “Analysis of Wind Farm and Multilevel Converter Interactions in Medium Voltage Networks Under Steady-State and Transient Conditions”, in *Proc. 2008 13th International Power Electronics and Motion Control Conference (EPE-PEMC 2008)* , págs. 1941 – 1946.
- [Tabesh 2005] A. Tabesh y R. Iravani, “Transients Behavior of a Fixed-Speed Grid-Connected Wind Farm”, en *Proc. 2005 International Conference on Power Systems Transients (IPST’05)*, págs. 1-5.
- [Voraphonpiput 2005] N. VoraPhonpiput y S. Chatratana, “STATCOM Analysis and Controller Desing for Power System Voltage Regulation”, *IEEE/PES, Transmission and Distribution Conference & Exhibition: Asia and Pacific Dalian, China*, págs. 1-6, Tailandia, 2005.

- [Xu 2009] L. Xu, L. Yao y C. Sasse, “Comparison of Using SVC and STATCOM for Wind Farm Integration”, International Conference on Power System Technology, Reino Unido, 2006, págs.1-7.
- [Yamamoto 2007] K. Yamamoto, T. Noda, S. Yokoyama y A. Ametani, “Experimental and Analytical Studies of Lightning Overvoltages in Wind Turbine 8 Generation Systems”, en Proc. 2007 International Conference on Power Systems Transients (IPST’07), págs. 1-6.