



# Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA  
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

## “Método del elipsoide atractivo para modelado y control de componentes eléctricos de una microrred”

### TESIS

Que para obtener el grado de:

**DOCTOR EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA**

Presenta

**M.C. David Cortés Vega**

Director de Tesis

**Dr. Fernando Ornelas Tellez**

Co-Directores de Tesis

**Dr. Juan Anzures Marín y Dr. Hussain Alazki**

Morelia, Michoacán

Octubre de 2020



*A Dios, principio y fin de todo lo que existe.*



# Agradecimientos

A mi esposa Lucero y a mi hijo Jose Guadalupe, gracias por apoyarme siempre y darme ánimos para perseverar en la conclusión de este trabajo, son lo más importante de mi vida y es por ustedes que hago mi mayor esfuerzo por ser mejor cada día.

A mis padres, por todo el apoyo que me dieron y me siguen dando, no solo en los años de este trabajo sino en cada aspecto de mi vida, sus valores y su ejemplo me han guiado siempre para seguir por el camino correcto.

A mis hermanos Daniel y Eduardo, por siempre estar conmigo y apoyarme en todo lo que emprenda, saben que yo también siempre estaré para ustedes.

A mis asesores de tesis, gracias por tener a bien transmitirme grandes conocimientos y enseñanzas, por el tiempo y la dedicación que tuvieron para que este trabajo concluyera de la mejor manera. De manera especial, agradezco al Dr. Alazki su apoyo incondicional en la realización de estancias académicas en la Universidad Autónoma del Carmen, lo cual ayudo de manera sustancial mi entendimiento sobre el método propuesto.

A todo el personal docente y administrativo del Departamento de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería Eléctrica, por todo el apoyo brindado en diferentes áreas para la conclusión de este trabajo.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por la beca otorgada para poder realizar este trabajo.



# Resumen

Este trabajo propone el desarrollo del método del elipsoide atractivo para resolver problemas de regulación y seguimiento de trayectoria para sistemas no lineales, y su aplicación en componentes que integran microrredes eléctricas, principalmente las basadas en energía solar y eólica. Entre estos componentes se encuentran generadores eléctricos y convertidores de potencia, como convertidores CD-CD, rectificadores e inversores, que son parte fundamental de estos sistemas, ya que permiten la aplicación de las estrategias de control deseadas. La mayor parte de estos sistemas son no lineales, pueden presentar incertidumbres o estar sometidos a perturbaciones externas, lo cual es considerado por los controladores basados en el método del elipsoide atractivo propuestos, mediante el uso de la condición quasi-Lipschitz, permitiendo una correcta operación y un aprovechamiento óptimo de la energía disponible en todo momento. Se desarrollaron modelos basados en la condición quasi-Lipschitz que permitan el diseño de controladores basados en el método del elipsoide atractivo tanto para sistemas basados en energía solar como eólica. Finalmente, la tesis presenta resultados a nivel simulación para un sistema fotovoltaico aislado, así como para un sistema eólico basado en PMSG interconectado a la red, y resultados experimentales para un emulador de sistema eólico alimentando una carga aislada, que validan la efectividad de los algoritmos de control propuestos basados en el método del elipsoide atractivo.

Palabras clave: control robusto, energía renovable, seguimiento de trayectoria, PMSG, método del elipsoide atractivo



# Abstract

This thesis proposes the development of the attractive ellipsoid method to solve regulation and trajectory tracking problems for nonlinear systems, and its application to electrical microgrids components, mainly those based on solar and wind energy. These components include electric generators and power converters, such as DC-DC converters, rectifiers and inverters, which are a fundamental part of these systems, since they allow the application of the desired control strategies. Most of these systems are non-linear, can present uncertainties and external disturbances, which are handled by the proposed controllers based on the attractive ellipsoid method by using the concept of quasi-Lipschitz condition, allowing their correct operation and optimal use of available energy at all times. In order to design controllers based on the attractive ellipsoid method, appropriate quasi-Lipschitz based models for both, wind and solar systems are developed. Finally, this thesis presents simulation results for an isolated photo-voltaic system and a grid connected PMSG based wind system, and experimental results for an isolated wind system emulator, that validate the effectiveness of the proposed control algorithms based on the attractive ellipsoid method.



# Contenido

|  |      |
|--|------|
| Dedicatoria . . . . .  | III  |
| Agradecimientos . . . . .  | V    |
| Resumen . . . . .  | VII  |
| Abstract . . . . .   | IX   |
| Contenido . . . . .  | XI   |
| Lista de Figuras . . . . .   | XIII |
| Acrónimos . . . . .  | XV   |
| <br>   |      |
| 1. Introducción . . . . .  | 1    |
| 1.1. Planteamiento del problema . . . . .  | 2    |
| 1.2. Estado del arte . . . . .   | 3    |
| 1.3. Hipótesis . . . . .   | 8    |
| 1.4. Objetivos de la tesis . . . . .   | 9    |
| 1.4.1. Objetivo general . . . . .  | 9    |
| 1.4.2. Objetivos particulares . . . . .  | 9    |
| 1.5. Justificación . . . . .   | 10   |
| 1.6. Aportaciones de la tesis . . . . .  | 10   |
| 1.7. Descripción de capítulos . . . . .  | 10   |
| <br>   |      |
| 2. Metodología de control basada en AEM . . . . .                                      | 12   |
| 2.1. Conceptos matemáticos . . . . .   | 13   |
| 2.2. Estabilidad . . . . .   | 17   |
| 2.2.1. LMI's y BMI's . . . . .   | 20   |
| 2.3. AEM para estabilización de sistemas no lineales . . . . .                         | 25   |
| 2.3.1. Diseño para estabilización a partir de retroalimentación del estado . . . . .   | 25   |
| 2.3.2. Diseño para estabilización a partir de retroalimentación de la salida . . . . . | 29   |
| 2.4. AEM para seguimiento de trayectorias de sistemas no lineales . . . . .            | 33   |
| 2.4.1. Diseño para seguimiento a partir de retroalimentación del estado . . . . .      | 35   |
| 2.4.2. Diseño para seguimiento a partir de retroalimentación de la salida . . . . .    | 39   |
| 2.5. Conclusiones . . . . .  | 42   |

---

|  |    |
|--|----|
| 3. Modelado de componentes eléctricos de microrredes               | 44 |
| 3.1. Modelo del sistema de conversión de energía eólica            | 44 |
| 3.1.1. Modelado del SLG  | 45 |
| 3.1.2. Modelado del SLR  | 51 |
| 3.2. Modelado de sistemas fotovoltaicos                            | 53 |
| 3.2.1. Modelo fotovoltaico de la celda                             | 53 |
| 3.2.2. Modelo del convertidor Boost                                | 55 |
| 3.3. Algoritmos MPPT   | 56 |
| 3.3.1. Control de relación de velocidad de punta                   | 56 |
| 3.3.2. Plano de regresión  | 58 |
| 3.4. Conclusiones  | 60 |
| 4. Resultados  | 61 |
| 4.1. Diseño de controladores basados en AEM para un sistema PV     | 61 |
| 4.2. Diseño de controladores basados en AEM para el sistema eólico | 64 |
| 4.2.1. Diseño de control del SLG                                   | 64 |
| 4.2.2. Diseño de control del SLR                                   | 65 |
| 4.3. Resultados de simulación                                      | 66 |
| 4.3.1. Resultados para el sistema PV                               | 67 |
| 4.3.2. Resultados para el sistema eólico interconectado a la red   | 71 |
| 4.3.3. Resultados para el SLR                                      | 81 |
| 4.4. Resultados experimentales                                     | 84 |
| 4.5. Conclusiones  | 88 |
| 5. Conclusiones  | 91 |
| 5.1. Trabajo futuro  | 92 |
| A. Publicaciones   | 93 |
| Referencias  | 95 |

# Lista de Figuras

|  |    |
|--|----|
| 1.1. Generación de energías renovables en México en la última década . . . | 3  |
| 2.1. Función quasi-Lipschitz: caso escalar . . . . .                       | 15 |
| 3.1. Sistema del lado del generador . . . . .                              | 45 |
| 3.2. Circuitos equivalentes del PMSG en el marco $dq$ . . . . .            | 49 |
| 3.3. Diagrama del sistema del lado de la red . . . . .                     | 51 |
| 3.4. Modelo del diodo de una celda fotovoltaica . . . . .                  | 53 |
| 3.5. Convertidor DC-DC boost . . . . .                                     | 55 |
| 3.6. Diagrama de bloques del algoritmo TSR . . . . .                       | 57 |
| 3.7. Plano de regresión de un sistema PV . . . . .                         | 59 |
| 4.1. Curvas características del módulo 1Soltech 1STH-235-WH . . . . .      | 69 |
| 4.2. Plano de regresión para el módulo 1Soltech 1STH-235-WH . . . . .      | 70 |
| 4.3. Condiciones ambientales . . . . .                                     | 70 |
| 4.4. Voltaje del módulo PV . . . . .                                       | 71 |
| 4.5. Error de seguimiento de voltaje . . . . .                             | 72 |
| 4.6. Potencia extraída del módulo PV . . . . .                             | 73 |
| 4.7. Velocidad rotacional del PMSG . . . . .                               | 75 |
| 4.8. Corrientes en el marco $dq0$ . . . . .                                | 76 |
| 4.9. Voltajes de control . . . . .   | 77 |
| 4.10. Par mecánico variante con el tiempo . . . . .                        | 78 |
| 4.11. Respuesta del sistema para el Caso I . . . . .                       | 79 |
| 4.12. Respuesta del sistema para el Caso II . . . . .                      | 80 |
| 4.13. Entrada y salida para problema de MPPT . . . . .                     | 81 |
| 4.14. Coeficiente de potencia y TSR obtenidos . . . . .                    | 82 |
| 4.15. Corrientes en el marco $dq0$ . . . . .                               | 83 |
| 4.16. Potencia inyectada a la red . . . . .                                | 84 |
| 4.17. Plataforma experimental . . . . .                                    | 85 |
| 4.18. Velocidad rotacional del PMSG . . . . .                              | 86 |
| 4.19. Corriente en el eje $d$ . . . . .                                    | 87 |
| 4.20. Seguimiento de velocidad de referencia del MPPT . . . . .            | 88 |

|   |    |
|---|----|
| 4.21. Coeficiente de potencia . . . . . | 89 |
| 4.22. Potencia generada . . . . .       | 90 |

# Acrónimos

|                |   |
|----------------|---|
| <i>AEM</i>     | Método del Elipsoide Atractivo, del inglés<br><i>Attractive Ellipsoid Method</i>                      |
| <i>BEM</i>     | Momento del elemento de la pala, del inglés<br><i>Blade Element Momentum</i>                          |
| <i>BMI</i>     | Desigualdad Bilineal Matricial, del inglés<br><i>Bilinear Matrix Inequality</i>                       |
| <i>CD</i>      | Corriente Directa   |
| <i>DFIG</i>    | Generador de Inducción Doblemente Alimentado, del inglés<br><i>Doubly Fed Induction Generator</i>     |
| <i>LMI</i>     | Desigualdad Lineal Matricial, del inglés<br><i>Linear Matrix Inequality</i>                           |
| <i>MPPT</i>    | Seguimiento de Máximo Punto de Potencia, del inglés<br><i>Maximum Power Point Tracking</i>            |
| <i>PID</i>     | Proporcional Integral Derivativo  |
| <i>PMSG</i>    | Generador Síncrono de Imanes Permanentes, del inglés<br><i>Permanent Magnet Synchronous Generator</i> |
| <i>P&amp;O</i> | Perturbar & Observar  |
| <i>PV</i>      | Fotovoltaico, del inglés <i>Photo Voltaic</i>   |
| <i>SLG</i>     | Sistema del Lado del Generador  |
| <i>SLR</i>     | Sistema del Lado de la Red  |
| <i>TSR</i>     | Relación de velocidad de punta, del inglés <i>Tip Speed Ratio</i>                                     |
| <i>WECS</i>    | Sistema Eólico de Conversión de Energía, del inglés<br><i>Wind Energy Conversion System</i>           |



# Capítulo 1

## Introducción

En la actualidad, la mayor parte de la generación de energía eléctrica está basada en la quema de combustibles fósiles como fuente de energía, esto ha generado un fuerte impacto ambiental debido al alto nivel de contaminación producida en el proceso de conversión de energía. A consecuencia de esto, se han buscado alternativas en fuentes renovables y limpias como son la energía solar, eólica, geotérmica, hidráulica entre otras. Entre estas fuentes, la energía solar y eólica han destacado, y su uso se ha extendido alrededor del mundo de la mano de un gran desarrollo tecnológico para mejorar la eficiencia y confiabilidad de los sistemas basados en dichas fuentes. Debido a esto, la complejidad de tales sistemas se ha visto incrementada, y con ello, la necesidad de contar con técnicas de control apropiadas, capaces de brindarles un alto nivel de confiabilidad, robustez y eficiencia, para satisfacer los estándares de desempeño deseados. Para lograr tales objetivos, se ha hecho uso de técnicas de control lineales y no lineales, dependiendo de los requerimientos de cada sistema.

La teoría de control lineal ha sido usada por décadas en una amplia variedad de aplicaciones con buenos resultados, basándose en metodologías simples y bien definidas. Sin embargo, pese a sus buenas características en sistemas lineales, éstas técnicas presentan varios problemas al operar sobre sistemas no lineales, principalmente por el hecho de que en su mayoría, estos controladores se basan en una linealización del

sistema original, lo cual limita su rango de operación a una región cercana al punto de linealización y esto conlleva a un deterioro del desempeño conforme el sistema se aleja de dicho punto. Otra desventaja del uso de técnicas de control lineales es su falta de robustez, lo que genera problemas al tratar con sistemas cuyos modelos presentan perturbaciones desconocidas o dinámicas no modeladas. Derivado de estas situaciones, la teoría de control no lineal ha sido aplicada para tratar con los sistemas no lineales directamente en su forma original, logrando con esto controladores que pueden llegar a tener un rango de operación global (o al menos más amplio que el caso lineal), y además, ser robustos ante perturbaciones desconocidas, variaciones paramétricas e incertidumbres.

Debido a esto, se propone el estudio de una técnica de control conocida como el Método del Elipsoide Atractivo (AEM, por sus siglas en inglés *Attractive Ellipsoid Method*), la cual es una técnica de control robusto para sistemas no lineales, que puede aplicarse en casos en los cuales no se tiene la información completa del sistema, y además estén presentes incertidumbres y perturbaciones externas, bajo la premisa de que el sistema cumpla con una condición de acotamiento, conocida como condición quasi-Lipschitz. Gracias a las características robustas del método del elipsoide atractivo, se plantea su uso en un área que no ha sido anteriormente utilizada, como son los componentes de microrredes en sistemas de conversión de energía basados en energías renovables. Para operar tales sistemas de forma eficiente, es necesario satisfacer tareas de seguimiento de diversas variables, por lo que se abordará el problema de seguimiento de trayectoria mediante AEM.

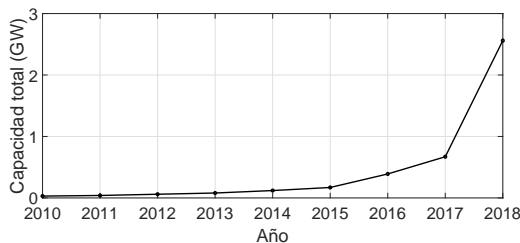
## 1.1. Planteamiento del problema

El Método del Elipsoide Atractivo es una técnica de control robusto para sistemas no lineales relativamente nueva, que ha tenido su mayor aplicación en sistemas mecánicos en tareas de estabilización. Sin embargo, el problema de seguimiento de

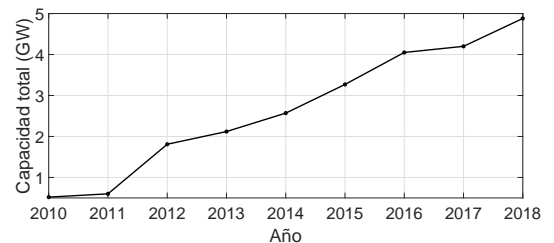
trayectorias no ha alcanzado el mismo nivel de desarrollo y sólo existen unas pocas referencias a dicho problema aplicado a sistemas en tiempo discreto, con ejemplos de aplicación en sistemas mecánicos [Alazki13, Alazki10], por lo que se requiere de la investigación y generación de métodos capaces de abordarlo. Por otro lado, se plantea la aplicación de la técnica de control a áreas en las que no ha sido previamente utilizada, como son los componentes eléctricos de microrredes. Debido a esto se plantea el estudio sobre el uso de controladores robustos basados en el Método del Elipsoide Atractivo, para cumplir con objetivos de control presentes en componentes de microrredes eléctricas que involucran regulación y seguimiento.

## 1.2. Estado del arte

Las energías solar y eólica han avanzado rápidamente alrededor del mundo debido principalmente a su disponibilidad, operación libre de poluciones y al desarrollo tecnológico que ha permitido disminuir sus costos [Dincer11]. Particularmente para el caso de México, dicho avance ha sido notable en la última década como se puede observar en la Figura 1.1, donde se aprecia que en el año 2010 se contaba con una capacidad solar total de  $0.03 \text{ GW}$  y para el año 2018 aumento a  $2.56 \text{ GW}$ , lo que representa un incremento del  $8433\%$ , mientras que la capacidad eólica paso de  $0.52 \text{ GW}$  a  $4.88 \text{ GW}$ , lo que significa un incremento del  $838.46\%$  [Ritchie17].



(a) Energía Solar



(b) Energía eólica

Figura 1.1: Generación de energías renovables en México en la última década

Los sistemas de generación basados en energías renovables son sistemas complejos, que involucran sistemas mecánicos, eléctricos, electrónicos, entre otros y que requieren de esquemas de control capaces de hacerlos operar de forma eficiente en rangos de operación dictados por las condiciones climáticas.

Actualmente, la mayor parte de los sistemas de control en funcionamiento, para este tipo de aplicación, corresponden a la familia de controladores tipo Proporcional-Integral-Derivativo (PID), particularmente en configuración tipo PI, ya que son una alternativa simple y fácil de implementar [Rajaei12, Chinchilla06]. Sin embargo, los controladores tipo PI tienen ciertas deficiencias, principalmente cuando operan en sistemas no lineales, ya que son muy sensibles a variaciones en los parámetros y a perturbaciones desconocidas. Debido a esto, para obtener una buena respuesta del controlador, se requiere que éste sea sintonizado adecuadamente para las condiciones de operación designadas. Sin embargo, esto se convierte en una tarea complicada, que se dificulta aún más para sistemas no lineales. Por esta razón, se han investigado metodologías que permitan determinar valores “óptimos” para los puntos de operación deseados. En [Kim15] se presenta un algoritmo de optimización PSO (Particle Swarm Optimization) para encontrar los valores de controladores PI en diferentes puntos de operación, en función de la velocidad de viento incidente sobre la turbina y se compara el desempeño obtenido contra un sistema sintonizado manualmente, así como un sistema sintonizado mediante un método basado en los eigenvalores, obteniendo mejores respuestas de control con menor sobreimpulso y menor tiempo de convergencia. Los algoritmos genéticos son una herramienta usada para encontrar la solución a problemas de optimización, que ha sido utilizada en diversas aplicaciones en sistemas eléctricos de potencia. En [Hasanien12] los autores proponen un esquema de diseño óptimo de parámetros (tomando como objetivos los valores de sobreimpulso máximo, error en estado estable y tiempo de asentamiento) para controladores PI en convertidores de tres niveles basado en la metodología de respuesta de superficie, en combinación con algoritmos genéticos, usando una técnica de selección uniforme,

obteniendo buenos resultados, tomando como punto de comparación un controlador sintonizado mediante el algoritmo de gradiente generalizado. Un enfoque de control adaptable basado en redes neuronales tipo *B-spline* se presenta en [Aguilar13], donde se aplica para sintonizar los controladores PI de un convertidor con topología *back-to-back*, manteniendo el voltaje del capacitor de acoplamiento aún en condiciones variantes del viento, mientras que el esquema PI con valores fijos tiene un desempeño menos eficiente en estas condiciones. En [Rosyadi12] se presenta un controlador híbrido PI-difuso para calcular el valor de la ganancia  $K_p$  con base en el error y la derivada del error, el controlador obtiene mejores resultados en la extracción de potencia, así como en el seguimiento aún bajo condiciones de falla, sin embargo, esta técnica requiere de mucha información del sistema para poder obtener un desempeño preciso y eficiente. Aunque todas las técnicas mencionadas obtienen resultados positivos en la mejora de la respuesta del sistema mediante la sintonización de los parámetros del controlador, esto conlleva un incremento en la complejidad del controlador diseñado, lo cual puede ser una limitante para su implementación.

Para aumentar la eficiencia de los sistemas de generación basados en energías renovables, también se ha hecho uso de técnicas de control modernas, capaces de operar directamente sobre los sistemas no lineales, lo cual permite obtener mayor eficiencia, robustez y confiabilidad en rangos de operación más amplios. El control con lógica difusa, es una de dichas técnicas capaces de operar con sistemas no lineales, gracias a que es una técnica no basada en el modelo, que hace uso del conocimiento heurístico sobre el comportamiento del sistema. Para sistemas eólicos de conversión de energía (WECS, por sus siglas en inglés de *Wind Energy Conversion System*) se pueden encontrar aplicaciones de controladores difusos para sistemas basados en generadores síncronos de imanes permanentes (PMSG, por sus siglas en inglés de *Permanent Magnet Synchronous Generator*), como se muestra en [Farh13], donde se hace uso de una base de reglas basada en funciones triangulares únicamente, obteniendo buenos resultados para el control de velocidad rotacional del generador, potencia activa y

reactiva. Se pueden encontrar aplicaciones de la lógica difusa a los sistemas eólicos para seguimiento de máximo punto de potencia (MPPT, por sus siglas en inglés de *Maximum Power Point Tracking*), regulación de potencia máxima mediante control del ángulo de las palas o mejora de las características de robustez del sistema ante condiciones de bajo voltaje [Yassin16, Bhattacharjee16, Eltamaly13, Tiwari18]. Para sistemas solares, ya que el principal objetivo que se persigue es la extracción de máxima potencia, la mayor parte de la investigación que se ha realizado se centra en el desarrollo de técnicas de control para cumplir con tal objetivo. Para esto, la lógica difusa se ha utilizado tanto de forma independiente [Lalouni09, Bouchafaa11], como en combinación con otras técnicas, como control adaptable [Patcharaprakiti05], algoritmos genéticos [Larbes09], redes neuronales [Subiyanto12], entre otras.

Otra de las técnicas utilizadas para controlar sistemas de generación basados en energías renovables es el control por modos deslizantes. Esta técnica ha sido ampliamente utilizada, tanto para sistemas eólicos como solares, debido a sus características de robustez ante una amplia gama de perturbaciones [Shtessel14], y a que es principalmente efectiva para sistemas de estructura variable, como lo son los convertidores de potencia [Utkin99]. El mayor problema con esta técnica es el fenómeno conocido como *chattering*, el cual consiste en una oscilación de alta frecuencia en las variables del sistema, lo cual puede deteriorar sus componentes [Shtessel14]. Para resolver este problema existen diversas técnicas que logran atenuar el *chattering*, como lo es el algoritmo Super-Twisting [Levant07], o incluso eliminarlo con técnicas como el control integral de modos deslizantes terminal (TSM) [Zheng18, Yaylaci19], sin embargo, estas técnicas pueden llegar a incrementar la complejidad del sistema enormemente y dependen de conocer casi por completo la información del sistema. Diversas aplicaciones de control basadas en modos deslizantes aplicadas a sistemas eólicos y solares pueden observarse en [Armghan20, Azar15, Mozayan16, Kchaou17, Chiu12, Kumar15].

En la literatura existente se pueden encontrar algunas otras técnicas aplicadas al control de sistemas de generación basados en energía renovable, aunque su uso en dicha

área no ha sido tan abundante como las técnicas mencionadas anteriormente. Entre éstas se puede encontrar controladores basados en la teoría de control óptimo mediante el uso de la ecuación de Riccati dependiente del estado (SDRE) [Khamis15, Naidu19], controladores basados en backstepping [Ayadi17, Errami16] y control de linealización por retroalimentación [Merzoug11, Bao12]. Aunque todas estas técnicas son capaces de operar los sistemas en forma eficiente, poseen la limitante de depender de modelos muy completos, en donde se debe conocer toda la información del sistema.

El problema de síntesis de controladores para una clase de sistemas lineales conteniendo incertidumbres acotadas y perturbaciones, se remonta a las investigaciones desarrolladas en [Bertsekas71, Kurzhanski00, Bertsekas72, Chernousko05], donde se hizo uso del método de Programación Dinámica [Bellman66] y cálculo elipsoidal [Kurzhanski97]. En [Blanchini08] se presenta el uso del concepto de elipsoide invariante, en el cual todas las trayectorias de un error de seguimiento bajo ruido determinístico acotado convergen asintóticamente. En [Polyak06], se presenta el problema de síntesis de controladores por retroalimentación de estados para sistemas lineales invariantes en el tiempo, minimizando el tamaño del elipsoide invariante mediante la optimización de una función lineal bajo un conjunto de restricciones descritas mediante LMI's. Posteriormente, se desarrolla el Método del Elipsoide Atractivo [Poznyak14], el cual alberga ciertas similitudes con los trabajos mencionados anteriormente, ya que toma como base el concepto del elipsoide invariante y el uso de LMI's para plantear problemas de optimización que permitan reducir el tamaño del elipsoide. Las aplicaciones de AEM reportadas en la literatura abarcan principalmente problemas de estabilización. En [Ordaz13] se presenta la aplicación de AEM a un sistema de péndulo invertido con 2 grados de libertad para estabilización, aun bajo perturbaciones externas e incertidumbres en el modelo, y considerando una entrada de control acotada, obteniendo buenos resultados y una operación robusta. Una aplicación de AEM a un sistema de localización y mapeo simultaneo para robots móviles, en combinación con un observador de Luenberger cuyos parámetros están asociados al tamaño mínimo del

elipsoide, se presenta en [Alazki17]. El método del elipsoide atractivo también ha encontrado aplicación en el campo de los sistemas estocásticos para diversas aplicaciones como se muestra en [Lozada-Castillo13, Alazki12b]. Como se mencionó anteriormente, no existen muchos trabajos asociados al problema de seguimiento usando AEM, sin embargo, existen algunas referencias sobre esto como en [Alazki10, Alazki13], donde se ataca el problema de seguimiento para sistemas discretos en combinación con el uso de un observador tipo Luenberger.

Por lo tanto, se propone como alternativa el diseño de controladores por retroalimentación basados en el método del elipsoide atractivo [Poznyak14] para componentes eléctricos de microrredes, el cual es una metodología de control robusto para sistemas no lineales, que no requiere conocer la información exacta de la dinámica de un sistema y de sus perturbaciones asociadas, sino cotas de tales partes. Estos controladores serán de estructura simple y fácil implementación, con la ventaja de que operarán en regiones más amplias y no sólo en determinados puntos de operación, además de presentar robustez ante perturbaciones desconocidas e incertidumbres en el modelado.

### 1.3. Hipótesis

Es posible utilizar el método del elipsoide atractivo para generar controladores robustos aplicados a sistemas eléctricos, como son los componentes de microrredes eléctricas, que permitan una operación eficiente y confiable aun cuando existan incertidumbres en los modelos matemáticos o el sistema este sometido a perturbaciones externas. Aplicando los conceptos existentes de estabilización, al problema de seguimiento en control de componentes eléctricos.

## 1.4. Objetivos de la tesis

### 1.4.1. Objetivo general

Desarrollar esquemas de control robusto basados en el método del elipsoide atractivo para seguimiento de trayectoria, que permitan cumplir con los principales objetivos de control en componentes eléctricos de microrredes, particularmente los involucrados en sistemas de generación de energía eléctrica basados en energía solar y eólica, aun en presencia de incertidumbres y perturbaciones externas.

### 1.4.2. Objetivos particulares

- Diseño de esquemas de control robusto por retroalimentación de estado y retroalimentación de salida, basados en el método del elipsoide atractivo para seguimiento de trayectorias en sistemas de generación basados en energías renovables.
- Generación de modelos matemáticos y controladores basados en AEM para componentes eléctricos de microrredes basadas en energía solar y eólica, como son las celdas solares, convertidores de potencia, generadores eléctricos y filtros.
- Aplicación de algoritmos MPPT que permitan extraer la máxima potencia disponible del sistema.
- Desarrollo de una plataforma experimental que emule el comportamiento de un sistema eólico.
- Implementación en tiempo real de los controladores en componentes eléctricos de una microrred como son convertidores de potencia trifásicos y generadores eléctricos (PMSG).

## 1.5. Justificación

La necesidad de la investigación y desarrollo de técnicas de control robustas para seguimiento de trayectorias en sistemas no lineales, como lo es el método del elipsoide atractivo, capaces de operar en condiciones de incertidumbre y perturbaciones delimitadas por una condición de acotamiento en forma quasi-Lipschitz; así como estudiar la factibilidad y posibles ventajas de la aplicación de estas nuevas técnicas en sistemas como los componentes eléctricos de microrredes basadas en energía renovables.

## 1.6. Aportaciones de la tesis

Las principales aportaciones de esta tesis son:

- Investigación y desarrollo de métodos de control para seguimiento de trayectorias basado en AEM, lo cual ha sido poco investigado en la literatura.
- Modelado de componentes eléctricos de microrredes en representación quasi-Lipschitz que permita el uso de AEM.
- Aplicación de AEM para diseño de controladores robustos en sistemas en los cuales no ha sido utilizado previamente, como son los componentes eléctricos de microrredes basados en energía solar y eólica.
- Desarrollo de un prototipo experimental que emula la operación de un sistema eólico de pequeña escala basado en PMSG, para verificar la efectividad de los controladores propuestos.

## 1.7. Descripción de capítulos

Los capítulos restantes de la presente tesis están organizados de la siguiente manera:

- **Capítulo 2:** Se presentan las bases matemáticas necesarias para desarrollar el método del elipsoide atractivo. Se muestra como sintetizar controladores para estabilización y seguimiento de trayectorias asegurando la estabilidad y robustez del sistema mediante análisis tipo Lyapunov.
- **Capítulo 3:** Se desarrollan los modelos matemáticos correspondientes a un sistema de conversión de energía eólica conectado a la red eléctrica y un sistema fotovoltaico con convertidor CD-CD tipo Boost operando de forma aislada. Además, se presentan algunas de las principales técnicas de seguimiento de máximo punto de potencia.
- **Capítulo 4:** Este capítulo se enfoca en la aplicación de AEM, propuesto en el Capítulo 2, a los sistemas de conversión de energía solar y eólica, presentados en el Capítulo 3. Se analiza como representar los sistemas en la forma quasi-Lipschitz y como obtener las cotas de dichos sistemas para posteriormente resolver los problemas de optimización planteados para obtener las ganancias de los controladores. Además, para verificar la efectividad de los controladores diseñados mediante el método del elipsoide atractivo, este capítulo presenta resultados obtenidos mediante simulaciones utilizando Matlab/Simulink y la librería SimPower Systems, tanto para el sistema fotovoltaico, como para el sistema eólico. Posteriormente se muestran resultados experimentales en una plataforma que emula un sistema eólico.
- **Capítulo 5:** Este capítulo presenta las conclusiones generales obtenidas en el desarrollo de la tesis, así como posibles trabajos futuros.

## Capítulo 2

# Metodología de control basada en AEM

El método del elipsoide atractivo es una técnica de control robusto que puede operar en sistemas no lineales aun cuando no se tiene la información completa del sistema, bajo condiciones de incertidumbres internas en el modelo, así como perturbaciones externas con la consideración de que estas puedan ser acotadas [Poznyak14]. La idea básica se centra en encontrar una región formada por un elipsoide que corresponda a un conjunto positivo invariante, esto quiere decir que una vez que las trayectorias del sistema entren a este conjunto, se mantendrán ahí para todo tiempo futuro. Este elipsoide además deberá ser atractivo, esto es, las trayectorias del sistema tenderán hacia éste. Para encontrar el elipsoide es necesario plantear y resolver un problema de optimización utilizando los conceptos de desigualdades matriciales en su forma bilineal (BMI, por sus siglas en inglés de *Bilinear Matrix Inequality*) y lineal (LMI, por sus siglas en inglés de *Linear Matrix Inequality*).

El método del elipsoide atractivo para el diseño de controladores robustos es un método relativamente nuevo, desarrollado en la última década, y que ha sido aplicado principalmente a resolver problemas que involucran estabilización de sistemas. Entre las aplicaciones que ha encontrado esta técnica se encuentran desarrollos de contro-

ladores aplicados principalmente a sistemas mecánicos. Sin embargo, el problema del seguimiento de trayectorias no ha sido ampliamente abordado y sólo existen unas pocas referencias a dicho problema aplicado a sistemas en tiempo discreto, con ejemplos de aplicación en sistemas mecánicos [Alazki13, Alazki10]. Por lo tanto, se requiere ampliar la investigación sobre este problema y extender los campos de aplicación del método a áreas a las cuales no ha sido previamente aplicado, como pueden ser los componentes eléctricos de microrredes.

## 2.1. Conceptos matemáticos

Para desarrollar controladores basados en el método del elipsoide atractivo es necesaria la aplicación de algunos conceptos y herramientas matemáticas, que permitan fundamentar de forma adecuada la metodología. Considere el siguiente sistema no lineal

$$\dot{x} = g(t, x, u), \quad t \geq 0 \quad (2.1)$$

$$x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^n$$

donde  $g : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$  es un tipo de función adecuada y el parámetro  $u(t)$  es escogido de un conjunto de control  $U \subseteq \mathbb{R}^m$ .

Se define como  $\mathcal{U}_h$  a la clase de funciones de control admisibles del tipo  $u(x)$  tales que el sistema en lazo cerrado:

$$\dot{x} = g(t, x, u(x)), \quad t \geq 0 \quad (2.2)$$

$$x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^n$$

tiene una solución definida.

Como se mencionó anteriormente, el método del elipsoide atractivo es una técnica que no requiere conocer la información completa de un sistema para el diseño de controladores, sólo es necesario conocer cierta información asociada con las cotas o límites de las variables del sistema. Para esto es necesario introducir el concepto de funciones quasi-Lipschitz, las cuales representan la clase de funciones acotadas sobre las que es posible utilizar el método del elipsoide atractivo.

**Definición 2.1.1. (Función quasi-Lipschitz).** Una función vectorial  $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^k$  se dice ser de clase  $\mathcal{C}(A, \delta_1, \delta_2)$  de funciones quasi-Lipschitz, si existe una matriz  $A \in \mathbb{R}^{k \times n}$  y constantes no negativas  $\delta_1$  y  $\delta_2$ , tales que para cada  $x \in \mathbb{R}^n$ , la siguiente desigualdad se satisface:

$$\|g(x) - Ax\|^2 \leq \delta_1 + \delta_2 \|x\|^2.$$

Esto implica que el crecimiento de la función  $g(x)$  conforme  $\|x(t)\| \rightarrow \infty$  no es más rápida que una función lineal. Un ejemplo gráfico de una función escalar tipo quasi-Lipschitz se muestra en la Figura 2.1 donde  $n = k = 1$ ,  $a = 0.5$ ,  $\delta_0 = 0.1$ ,  $\delta_1 = 0.02$  y  $g(x)$  esta definida como

$$g(x) = 0.1 \sin(5x) + 0.5x + 0.1 \cos(2x) - 0.02x^2 + 0.1 \operatorname{sign}(x - 1)$$

Como se observa en la función  $g(x)$  del ejemplo, la condición quasi-Lipschitz de acotamiento abarca diversos tipos de funciones no lineales como funciones trigonométricas, cuadráticas e incluso discontinuas.

Una caracterización formal de la clase específica de funciones descritas en (2.1) está dada por:

**A1.** La función continua a tramos  $g : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$  está definida en  $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m$  y para cierto  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  y  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$  la desigualdad:

$$\|g(x, u) - Ax - Bu\|_{Q_f}^2 \leq f_0 + \|x\|_{Q_x}^2 + \|u\|_{Q_u}^2 \quad (2.3)$$

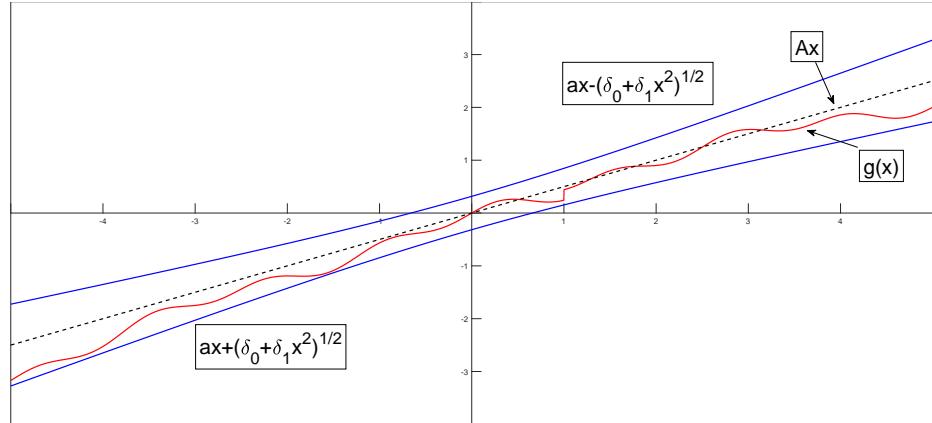


Figura 2.1: Función quasi-Lipschitz: caso escalar

se cumple en  $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m$ , donde  $f_0 \geq 0$ ,  $Q_f \in \mathbb{R}^{n \times n} : Q_f \geq 0$ ,  $Q_x \in \mathbb{R}^{n \times n} : Q_x \geq 0$ ,  $Q_u \in \mathbb{R}^{m \times m} : Q_u \geq 0$  y la notación  $\|\cdot\|_Q := x^T Q x$  representa una norma Euclídea ponderada.

**A2.** Para la clase de controladores que se van a considerar, en este caso controladores por retroalimentación, se tiene:

$$u = u(x) \quad (2.4)$$

la cual está formada por funciones continuas a tramos en  $\mathbb{R}^n$ , tal que para todo  $x \in \mathbb{R}^n$  la desigualdad:

$$\|u(x)\|_{Q_u}^2 \leq u_0 + \|x\|_{Q_x}^2 \quad (2.5)$$

se mantiene en  $\mathbb{R}^n$ , donde:

$$u_0 \in \mathbb{R}_+ \cup \{0\}, \quad Q_{xu} \geq 0. \quad (2.6)$$

Estas consideraciones se pueden extender a la clase de sistemas de control no lineales que contienen perturbaciones acotadas.

Una representación alternativa del modelo quasi-Lipschitz se presenta como:

$$\dot{x} = Ax + Bu + Df(x, u) \quad (2.7)$$

donde  $x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^m, A \in \mathbb{R}^{n \times n}, B \in \mathbb{R}^{n \times m}, D \in \mathbb{R}^{n \times n}$  y  $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$  representa una perturbación presente en el sistema, la cual es desconocida pero acotada como

$$f^T(x, u)Q_f f(x, u) \leq \delta + x^T(t)Q_x x + u^T Q_u u.$$

Este tipo de modelo quasi-Lipschitz describe una gran cantidad de sistemas de control existentes, por lo cual puede ser aplicado a un amplio rango de aplicaciones, algunos ejemplos de esto son los sistemas con parámetros variantes con el tiempo (LPV), sistemas con incertidumbres y sistemas de estructura variable o *relay*.

**Nota:** Es importante resaltar el hecho de que si el sistema puede ser representado en forma quasi-Lipschitz, no se requiere conocer la información precisa de la perturbación del sistema  $f$ , sino únicamente el valor de sus cotas. Esta característica permitirá brindar robustez a los controladores diseñados.

## 2.2. Estabilidad

El método del elipsoide atractivo está basado en algunos conceptos claves propios de teoría de conjuntos, las definiciones de tales conceptos son presentadas a continuación.

Considere la siguiente inclusión diferencial asociada la función multivaluada  $F$

$$\dot{x}(t) \in F(t, x), \quad t > t_0 \quad (2.8)$$

donde

$$F : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \rightarrow 2^{\mathbb{R}^n}, \quad x(t) \in \mathbb{R}^n$$

y  $2^{\mathbb{R}^n}$  representa un conjunto de potencia estándar el cual consiste de todos los subconjuntos de  $\mathbb{R}^n$ . La inclusión (2.8) es considerada usualmente con la condición inicial

$$x(t_0) = x_0 \quad (2.9)$$

donde  $x_0 \in \mathbb{R}^n$  es algún vector dado.

A partir del sistema (2.8)-(2.9) se pueden plantear las siguientes importantes definiciones de conjuntos.

**Definición 2.2.1. (Conjunto positivo invariante)**[Poznyak14]. El conjunto  $\Omega$  se dice ser positivo invariante para el sistema (2.8) si cada solución del problema de Cauchy (2.8)-(2.9) con  $x_0 \in \Omega$  satisface la inclusión

$$x(t) \in \Omega \quad \forall t > t_0.$$

**Definición 2.2.2. (Conjunto atractivo)**[Poznyak14]. El conjunto  $\Omega$  se dice ser asintóticamente atractivo para el sistema (2.8) si cada solución del problema de Cauchy (2.8)-(2.9) con  $x_0 \notin \Omega$  satisface

$$x(t) \rightarrow \Omega \quad \text{si} \quad t \rightarrow \infty.$$

Los conjuntos elipsoidales, o simplemente elipsoides, han tenido uso en el área de sistemas de control debido a que estos están asociados a herramientas como son las LMI's [Blanchini08]. Una de las ventajas de este tipo de conjuntos es que casi cualquier problema de optimización puede ser reducido a la optimización de una función lineal bajo restricciones en forma de LMI's. A continuación se presenta una definición de conjunto elipsoidal.

**Definición 2.2.3. (*Conjunto elipsoidal*)** [Poznyak14]. Un elipsoide  $\mathcal{E}(P, x_0) \subset \mathbb{R}^n$  con centro  $x_0$  es un conjunto con la forma

$$\mathcal{E}(P, x_0) = \{x \in \mathbb{R}^n | (x - x_0)^T P^{-1} (x - x_0) \leq 1\}$$

donde  $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $P = P^T > 0$  es una matriz conocida como matriz de forma del elipsoide. Si  $x_0 = 0$  entonces se puede escribir como

$$\mathcal{E}(P) = \{x \in \mathbb{R}^n | x^T P^{-1} x \leq 1\}$$

A partir de las definiciones anteriores se puede proponer una nueva definición que describe lo que se conoce como elipsoide atractivo para un sistema en lazo cerrado.

**Definición 2.2.4. (*Elipsoide atractivo*)** [Poznyak14]. Se dice que  $\mathcal{E}$  es un elipsoide atractivo para el sistema en lazo cerrado (2.2) si es un conjunto asintóticamente atractivo e invariante de un sistema (2.3).

La idea general en la que se basa el método del elipsoide puede ser resumida en el Teorema 2.2.1:

**Teorema 2.2.1.** [Poznyak14] Asuma que las condiciones **A1**, **A2** se cumplen, y sea  $u : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  una función continua. Si existe una función apropiada

$$V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+ \cup \{0\}$$

tal que

$$\frac{\partial V(x)}{\partial x} \left( Ax + Bu + w(x, u) \right) < 0$$

$$\forall x, w \in \mathbb{R}^n : \left\| w(x, u) \right\|_{Q_f}^2 \leq \delta + \left\| x \right\|_{Q_x}^2 + \left\| u \right\|_{Q_u}^2$$

$$V(x) > 1$$

entonces el conjunto

$$\Omega = \{x \in \mathbb{R}^n : V(x) \leq 1\}$$

es un conjunto asintóticamente atractivo e invariante para el sistema quasi-Lipschitz (2.2) con control por retroalimentación  $u = u(x)$ .

Suponiendo que se considera para un caso particular del sistema (2.2) una retroalimentación lineal

$$u := Kx$$

donde  $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$  es una matriz de ganancia apropiada, entonces el elipsoide asociado al sistema dado por (2.2) es caracterizado por el par  $\{P, K\}$ , donde la matriz  $K$  del controlador diseñado determinará el comportamiento dinámico del vector de estado  $x$ , tal que se satisfaga la siguiente desigualdad del elipsoide

$$x^T P^{-1} x \leq 1. \tag{2.10}$$

Ya que se busca la obtención de controlares lo más robustos posibles, se vuelve un punto importante el encontrar un elipsoide atractivo  $\mathcal{E}$  de tamaño mínimo mediante el uso de la traza de la matriz  $P$  como función a minimizar. Se selecciona la traza como medida del tamaño de la matriz ya que la matriz  $P$  es simétrica, por lo cual los valores de mayor importancia se encuentran en la diagonal principal de la matriz, lo cual está relacionado directamente con la minimización de los valores propios. Además,  $tr(P)$  es una función lineal de la matriz  $P$ , mientras que la norma o el determinante son no lineales, lo cual puede resultar más complicado desde el punto de vista computacional [Poznyak14]. Para esto se busca obtener una matriz  $P$  tal que el tamaño de este elipsoide sea mínimo, surgiendo con esto un problema de optimización con la forma

$$\begin{aligned} & \text{minimizar } tr\{P\} \quad \text{mediante } \{P, K\} \in \Gamma & (2.11) \\ & \text{sujeto a } P > 0, P = P^T \end{aligned}$$

donde  $\Gamma$  es un conjunto de restricciones que determinan la clase de matrices admisibles  $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$  y  $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$  tal que  $\mathcal{E}$  tiene la propiedad de ser atractiva e invariante para el sistema en lazo cerrado correspondiente. La tarea principal se centra en encontrar una solución al problema de optimización bajo el conjunto de restricciones  $\Gamma$ , para lo cual se pueden emplear técnicas de LMI o BMI para dar solución.

### 2.2.1. LMI's y BMI's

En esta sección se presentan algunos conceptos y herramientas matemáticas relacionados con el uso de LMI's (o en algunos casos BMI's), que son necesarias para el diseño de controladores basados en el método del elipsoide atractivo.

Una desigualdad lineal matricial, o LMI, es una condición bajo la siguiente forma

$$F(x) < 0$$

$$F(x) = F_0 + \sum_{i=1}^n F_i x_i$$

donde  $x \in \mathbb{R}^n$  es un vector de números reales llamados variables de decisión y  $F_i$  son matrices simétricas. Esto es lo que se conoce como LMI estricta debido al operador “menor que” ( $<$ ), si en lugar de este se utiliza el operador “menor o igual que” ( $\leq$ ) la LMI se convierte en no estricta.

Una LMI puede ser vista como un conjunto de condiciones de factibilidad o restricciones para problemas de optimización. El proceso de optimización de una función lineal mediante restricciones en forma de LMI es llamado programación semi-definida (*semi-definite programming*), lo cual se considera una extensión de la programación lineal.

**Definición 2.2.5. Sistema de LMI's** [Poznyak08]. *Un sistema de LMI's es un conjunto finito de LMIs de la siguiente forma*

$$F_1(x) < 0, \dots, F_k(x) < 0 \tag{2.12}$$

y puede expresarse como una sola LMI

$$F(x) := \text{diag}(F_1(x) < 0, \dots, F_k < 0) = \begin{pmatrix} F_1(x) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & F_2(x) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & F_k(x) \end{pmatrix} < 0$$

Ya que el conjunto de eigenvalores de  $F(x)$  es simplemente la unión de los eigenvalores de  $F_1(x) \dots, F_k$ , cualquier  $x$  que satisfaga  $F(x) < 0$  también satisface el sistema de LMI's (2.12). A razón de esto se puede concluir que múltiples LMI's pueden ser representadas siempre como un sólo sistema de LMI's.

Una amplia variedad de problemas de control no puede ser descrita en términos de LMI's, sino que requiere de una forma más general, que se conoce como desigualdad bilineal matricial (BMI). Una definición formal de este tipo de desigualdad se presenta a continuación.

**Definición 2.2.6. Desigualdad Bilineal Matricial (BMI)**[VanAntwerp00]. Una desigualdad bilineal matricial tiene la forma

$$F(x, y) = F_0 + \sum_{i=1}^m x_i F_i + \sum_{j=1}^n y_j G_j + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i y_j H_{ij} < 0$$

donde  $x, y$  son las variables de decisión,  $H_{ij}$  y  $G_j$  son matrices simétricas de la misma dimensión de  $F_i$ .

Una BMI es una LMI en  $x$  para valores fijos de  $y$  y una LMI en  $y$  para valores fijos de  $x$ , por lo que es convexa en  $x$  y en  $y$ . Por otro lado, los términos bilineales pueden hacer que el conjunto no sea conjuntamente convexo [VanAntwerp00] en  $x$  y  $y$ . Debido a que las BMI's no son necesariamente convexas pueden describir una clase más amplia de conjuntos que las LMI's, y pueden ser usadas para representar una gama más extensa de problemas de optimización y control. El principal problema que presentan las BMI's es que la complejidad para su solución es más elevada que en el caso de las LMI's.

Existen diversas librerías para solución de problemas de optimización basados en LMI's y BMI's. Particularmente, la librería YALMIP es una caja de herramientas de Matlab, inicialmente diseñada para modelar problemas SDP (*semi-definite programming*) y obtener una solución para estos mediante el uso de *solvers* externos disponibles. Esta caja de herramientas permite el desarrollo y optimización de problemas tanto generales como problemas enfocados al control en una forma rápida y sencilla. Entre los problemas que puede resolver YALMIP, se encuentran la programación lineal (LP), programación cuadrática (QP), programación cónica de segundo

orden (SOCP), programación semidefinida (SDP), maximización de determinantes, programación SDP con desigualdades bilineales matriciales, entre otros [Lofberg04]. Para resolver problemas de programación SDP con BMI's uno de los principales solucionadores que existen actualmente es PenBMI de Tomlab [Holmstrom06].

Diversos *solvers* de problemas SDP hacen uso del método del punto interior para encontrar solución a los problemas de optimización planteados. La idea básica de este método consiste en usar las restricciones consideradas para definir una función barrera la cual sea convexa dentro de la región factible e infinita fuera de ella. Dicha función barrera se incorpora en la función objetivo, permitiendo que el problema de optimización con restricciones sea sustituido por uno sin restricciones el cual puede solucionarse mediante el método de Newton. El centro analítico se define de forma que sea el punto que minimiza el problema de optimización sin restricciones. Finalmente, un valor escalar en la función objetivo del problema sin restricciones es iterado hasta que el centro analítico sea óptimo para el problema original [VanAntwerp00].

Una herramienta ampliamente utilizada para el manejo de LMI es el complemento de Schur, el cual está basado en lo que se conoce como fórmula de Schur. Las definiciones de ambos conceptos se detallan a continuación.

**Definición 2.2.7. Fórmula de Schur**[Poznyak08]. *Sea una matriz particionada con la forma*

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

donde  $A$  y  $D$  son matrices cuadradas y pueden ser de dimensiones distintas, las siguientes propiedades se cumplen

$$\det(\bar{A}) = \begin{cases} \det(A)\det(D - CA^{-1}B) & \text{si } \det(A) \neq 0 \\ \det(A - BD^{-1}C)\det(D) & \text{si } \det(D) \neq 0 \\ \det(AD - CB) & \text{si } AC = CA \\ \det(AD - BC) & \text{si } CD = DC \end{cases}$$

De la fórmula de Schur, se desprende la transformación matricial conocida como complemento de Schur que se define en el Teorema 2.2.2.

**Teorema 2.2.2. Complemento de Schur** [Poznyak08]. Sea  $F : X \rightarrow H$  una función afín que es particionada de la siguiente forma

$$F(x) = \begin{pmatrix} F_{11}(x) & F_{12}(x) \\ F_{21}(x) & F_{22}(x) \end{pmatrix}$$

donde  $F_{11}(x)$  y  $F_{22}(x)$  son matrices cuadradas. Entonces las siguientes representaciones son equivalentes

(a)

$$F(x) < 0$$

(b)

$$\begin{cases} F_{11}(x) < 0 \\ F_{22}(x) - F_{21}(x)[F_{11}(x)]^{-1}F_{12}(x) < 0 \end{cases}$$

(c)

$$\begin{cases} F_{22}(x) < 0 \\ F_{11}(x) - F_{12}(x)[F_{22}(x)]^{-1}F_{21}(x) < 0. \end{cases}$$

## 2.3. AEM para estabilización de sistemas no lineales

### 2.3.1. Diseño para estabilización a partir de retroalimentación del estado

Considere un sistema en la forma quasi-Lipschitz siguiente [Poznyak14]

$$\dot{x} = Ax + Bu + Df(x, u) \quad (2.13)$$

donde  $x \in \mathbb{R}^n$  representa el vector de estado,  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es la matriz del sistema,  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$  es la matriz de ganancias del control,  $D \in \mathbb{R}^{n \times k}$  es la matriz que mapea las incertidumbres del sistema,  $u \in \mathbb{R}^m$  es el vector de entradas de control y  $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^k$  es el vector que contiene las incertidumbres del sistema, el cual debe satisfacer la condición quasi-Lipschitz

$$\|f(x, u)\|_{Q_f}^2 \leq c_0 + \|x\|_{Q_x}^2 + \|u\|_{Q_u}^2. \quad (2.14)$$

Para el diseño de controladores estabilizantes se hará uso de una ley de control  $u$  con la forma de una retroalimentación lineal del estado, la cual se define como

$$u = Kx \quad (2.15)$$

donde  $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$  es la matriz de ganancias del controlador, la cual se diseñará para cumplir con los objetivos deseados de control en el sistema en lazo cerrado.

Por lo tanto, el problema a resolver es el diseño de un esquema de control basado en una retroalimentación lineal que pueda estabilizar el sistema. Para esto es necesario encontrar el valor de la matriz de ganancias  $K$ , que garantice la convergencia de todas las posibles trayectorias del sistema en lazo cerrado hacia el elipsoide atractivo deseado, el cual deberá ser por lo general del menor tamaño posible.

El lema siguiente sintetiza el desarrollo de controladores estabilizantes por retroalimentación del estado usando AEM.

**Lema 1.** [Poznyak14] Si existe una matriz definida positiva  $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , una ganancia  $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$  y constantes no negativas  $\alpha, \tau_1 \in \mathbb{R}$ , la siguiente desigualdad matricial se cumple

$$\begin{bmatrix} AP + BY + PA^T + PY^T + \\ \alpha P + \tau_1 DQ_f^{-1} D^T & P & Y^T \\ P & -\tau_1 Q_x^{-1} & 0 \\ Y & 0 & -\tau_1 Q_u^{-1} \end{bmatrix} \leq 0 \quad (2.16)$$

con

$$Y = KP$$

entonces la función cuadrática de almacenamiento

$$V(x) := x^T P x$$

satisface la siguiente desigualdad

$$\dot{V}(x) \leq -\alpha V(x) + \beta$$

con

$$\beta = \tau_1 c_0$$

y  $\mathcal{E}(P)$  es el elipsoide invariante para el sistema en lazo cerrado (2.13)–(2.15).

El Lema anterior y su demostración pueden consultarse en [Poznyak14], sin embargo, ya que este lema es la base para entender el desarrollo de los algoritmos de seguimiento desarrollados en secciones posteriores, se considera importante incluir su demostración formal como parte de esta sección.

*Demostración.* Considere la función cuadrática tipo Lyapunov siguiente

$$V(x) = x^T P^{-1} x$$

al obtener su derivada sobre las trayectorias del sistema (2.13),(2.15), se obtiene

$$\dot{V}(x) = \begin{bmatrix} x \\ f \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P^{-1}(A + BK) + (A + BK)^T P^{-1} & P^{-1} D \\ D^T P^{-1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ f \end{bmatrix}. \quad (2.17)$$

Para incluir los términos asociados a las perturbaciones e incertidumbres presentes en el sistema, se suman y restan los términos  $\alpha V(x)$ ,  $\tau_1 \|f\|_{Q_f}^2$  a (2.17), con lo que se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) = & \begin{bmatrix} x \\ f \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P^{-1}(A + BK) + (A + BK)^T P^{-1} + \alpha P^{-1} & P^{-1}D \\ D^T P^{-1} & -Q_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ f \end{bmatrix} \\ & - \alpha V(x) + \tau_1 \|f\|_{Q_f}^2 \end{aligned}$$

Usando la desigualdad asociada a la condición quasi-Lipschitz de (2.14), se llega a

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) = & \begin{bmatrix} x \\ f \end{bmatrix}^T \overbrace{\begin{bmatrix} W_{11} + \alpha P^{-1} + \tau_1 Q_x + \tau_1 K^T Q_u K & P^{-1}D \\ D^T P^{-1} & -Q_f \end{bmatrix}}^W \begin{bmatrix} x \\ f \end{bmatrix} \\ & - \alpha V(x) + \tau_1 c_0 \leq 0 \end{aligned}$$

donde  $\alpha, \tau_1 \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha, \tau_1 \geq 0$ ,  $\alpha \geq c_0 \tau_1$ .

Esta desigualdad es bilineal respecto del parámetro escalar  $\alpha$ , la inversa de la matriz de forma del elipsoide  $P^{-1}$  y la matriz de ganancias  $K$  que se busca para estabilizar el sistema. Con el fin de simplificar esta BMI se realiza una transformación cuadrática mediante una matriz no singular  $T$  de dimensiones idénticas a  $W$ . Dicha transformación será

$$W_1 = T^T W T \leq 0$$

donde la matriz  $T$  será elegida para obtener una matriz  $W_1$  que contenga menos términos bilineales sobre las variables existentes o sobre algunas nuevas variables propuestas, relacionadas con las matrices de interés  $P$  y  $K$ . Esta matriz de transformación puede ser elegida como

$$T = \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & I_{n \times n} \end{bmatrix}$$

con lo que la transformación resulta en

$$W_1 = \begin{bmatrix} AP + BKP + PA^T + PK^T B^T & & \\ +\alpha P + \tau_1 PQ_x P + \tau_1 PK^T Q_u KP & D & \\ & D^T & -\tau_1 Q_f \end{bmatrix} \leq 0. \quad (2.18)$$

Como se observa en (2.18), para satisfacer la desigualdad planteada es estrictamente necesario que el valor de la constante  $\tau_1$  sea positivo ya que  $Q_f$  es positiva. Ya que la desigualdad sigue conteniendo términos bilineales se hace uso del complemento de Schur para obtener desigualdades equivalentes pero que dependan de términos lineales únicamente. Dichas desigualdades tienen la forma siguiente

$$AP + BKP + PA^T + PK^T B^T + \alpha P + \tau_1 PQ_x P + \tau_1 PK^T Q_u KP + \frac{1}{\tau_1} DQ_f^{-1} D^T \leq 0$$

y

$$\begin{bmatrix} AP + BKP + PA^T + PK^T B^T + & & & \\ \alpha P + \frac{1}{\tau_1} DQ_f^{-1} D^T & P & PK^T & \\ P & -\frac{1}{\tau_1} Q_x^{-1} & 0 & \\ KP & 0 & -\frac{1}{\tau_1} Q_u^{-1} & \end{bmatrix} \leq 0$$

Se definen dos nuevas variables de apoyo, que nos permitan cambiar los términos bilineales por términos lineales como

$$Y := KP \quad \tau_2 = \frac{1}{\tau_1}$$

Al introducir los cambios de variable descritos, la forma final de la matriz será

$$\begin{bmatrix} AP + BY + PA^T + Y^T B^T + & & & \\ \alpha P + \tau_2 DQ_f^{-1} D^T & P & Y^T & \\ P & -\tau_2 Q_x^{-1} & 0 & \\ Y & 0 & -\tau_2 Q_u^{-1} & \end{bmatrix} \leq 0. \quad (2.19)$$

lo que completa la demostración.

Es fácil observar en (2.19) que los términos bilineales han desaparecido con excepción del término  $\alpha P$ . Sin embargo, con esta forma es posible obtener una solución para

la desigualdad mediante un método iterativo de búsqueda que usa valores constantes de  $\alpha$  y los incrementa en cada iteración hasta encontrar la solución óptima en el rango seleccionado [Alazki12a]. Por lo tanto, ya que no se tienen términos bilineales en el problema de optimización, éste puede ser resuelto utilizando librerías para solución de problemas SDP, como Sedumi o SDPT3.

### 2.3.2. Diseño para estabilización a partir de retroalimentación de la salida

Considere el siguiente sistema de control representado en forma quasi-Lipschitz

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + D\phi(x) \\ y &= Cx + E\xi(x) \end{aligned} \quad (2.20)$$

donde  $x \in \mathbb{R}^n$  es el vector de estados,  $u \in \mathbb{R}^m$  es la entrada de control,  $y \in \mathbb{R}^k$  es la salida del sistema,  $\phi(x) \in \mathbb{R}^r$  y  $\xi(x) \in \mathbb{R}^s$  son funciones desconocidas acotadas,  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es la matriz de estados que contiene la dinámica del sistema,  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$  es la matriz de entradas,  $C \in \mathbb{R}^{k \times n}$  es la matriz de salidas,  $D \in \mathbb{R}^{n \times r}$  y  $E \in \mathbb{R}^{k \times s}$  son matrices que mapean la incidencia de perturbaciones e incertidumbres en el sistema.

Para poder diseñar controladores por retroalimentación de la salida para el sistema (2.20) se deben satisfacer las siguientes condiciones:

**C1.** Las funciones  $\phi(x)$  y  $\xi(x)$  deben pertenecer a la clase de funciones acotadas quasi-Lipschitz cumpliendo con

$$\|\phi(x)\|^2 \leq \phi_0 + Q_x \|x\|^2 \quad ; \quad \phi_0 > 0, \quad Q_x \in \mathbb{R}^{n \times n} > 0 \quad (2.21)$$

$$\|\xi(x)\|^2 \leq \xi_0 + R_x \|x\|^2 \quad ; \quad \xi_0 > 0, \quad R_x \in \mathbb{R}^{n \times n} > 0. \quad (2.22)$$

**C2.** Las matrices  $B$  y  $C$  tienen una estructura que satisface lo siguiente

$$B^T B > 0 \quad , \quad CC^T > 0. \quad (2.23)$$

**C3.** Se considera una acción de control definida como

$$u = Ky \quad (2.24)$$

donde  $K \in \mathbb{R}^{m \times k}$  es la matriz de ganancias del controlador.

Antes de comenzar con el proceso de diseño de controladores, es necesario introducir las siguientes definiciones de matrices ortogonales:

$$H_B H_B^T = I, \quad H_B B = \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{B} \end{bmatrix}, \quad \det(\hat{B}) \neq 0. \quad (2.25)$$

Estas matrices se pueden encontrar haciendo uso del concepto de espacio nulo (el cual será definido como *null*) de la forma siguiente

$$H_B = \begin{bmatrix} B^\perp \\ B' \end{bmatrix}; \quad B' = (\text{null}(B^\perp))^T, \quad B^\perp = (\text{null}(B^T))^T. \quad (2.26)$$

El lema que sintetiza el diseño de controladores por retroalimentación de la salida usando AEM se muestra a continuación.

**Teorema 2.3.1.** [Poznyak14] Si las matrices  $P_1 \in \mathbb{R}^{(n \times m) \times (n-m)}$ ,  $P_2 \in \mathbb{R}^{m \times m}$ ,  $Y \in \mathbb{R}^{m \times k}$  y las constantes  $\alpha > 0, \tau_i > 0, i = 1, 2$  satisfacen las desigualdades matriciales

$$\begin{bmatrix} \hat{W}_{11} & H_B \hat{P} D & \bar{Y} \\ D^T \hat{P} H_B^T & -\tau_2 I & 0 \\ \bar{Y}^T & 0 & -\tau_2 I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (2.27)$$

$$\begin{aligned} \hat{W}_{11} = & P \hat{A} + \hat{A}^T \hat{P} + \alpha \hat{P} + \tau_1 \hat{Q}_x + \tau_2 \hat{R}_x + \bar{Y} C H_B^T + H_B C^T \bar{Y}^T \\ & + \alpha H_B \hat{P} H_B^T + \tau_1 H_B Q_x H_B^T + \tau_2 H_B R_x H_B^T, \end{aligned}$$

$$\bar{Y} = \begin{bmatrix} 0 & Y^T \end{bmatrix}^T$$

y

$$\alpha \geq \tau_1 \phi_0 + \tau_2 \xi_0, \quad P_1 > 0, \quad P_2 > 0$$

entonces el elipsoide

$$\mathcal{E}(\hat{P}^{-1}) := \{x \in \mathbb{R}^n : x^T \hat{P}^{-1} x \leq 1\}, \quad \hat{P} := H_B^T \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix} H_B$$

es el elipsoide atractivo para el sistema (2.20)-(2.24), con una matriz de ganancias definida como

$$K := \hat{B}^{-1} P_2^{-1} Y.$$

*Demostración.* Considere una función de almacenamiento cuadrática descrita como

$$V(x) = x^T \hat{P} x, \quad \hat{P} = H_B^T \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix} H_B \quad (2.28)$$

donde

$$P_1 \in \mathbb{R}^{(n-m) \times (n-m)} > 0, \quad P_2 \in \mathbb{R}^{m \times m} > 0$$

Se calcula la derivada de (2.28) a lo largo de las trayectorias del sistema (2.20),(2.24)

$$\dot{V}(x) = x^T \left[ \hat{P}(A + BKC) + (A + BKC)^T \hat{P} \right] x + 2x^T \hat{P} BKE\xi + 2x^T \hat{P} D\phi \quad (2.29)$$

lo cual puede reescribirse en forma matricial como

$$\dot{V}(x) = \begin{bmatrix} x \\ \phi \\ \xi \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \hat{P}(A + BKC) + (A + BKC)^T \hat{P} & \hat{P}D & \hat{P}BK \\ D^T \hat{P} & 0 & 0 \\ K^T B^T \hat{P} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \phi \\ \xi \end{bmatrix}. \quad (2.30)$$

Agregando los términos correspondientes a las incertidumbres del sistema (2.21)-(2.22), se obtiene

$$\dot{V}(x) = \begin{bmatrix} x \\ \phi \\ \xi \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \hat{P}(A + BKC) + (A + BKC)^T \hat{P} + \alpha \hat{P} & \hat{P}D & \hat{P}BK \\ D^T \hat{P} & -\tau_1 I & 0 \\ K^T B^T \hat{P} & 0 & -\tau_2 I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \phi \\ \xi \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

$$- \alpha V(x) + \tau_1 \|\phi\|^2 + \tau_2 \|\xi\|^2 \quad ; \quad \alpha, \tau_1, \tau_2 > 0$$

se sustituye el valor de las cotas de las funciones quasi-Lipschitz  $(\phi, \xi)$  introducidas, resultando en

$$\dot{V}(x) \leq \begin{bmatrix} x \\ \phi \\ \xi \end{bmatrix}^T \overbrace{\begin{bmatrix} W_{11} & \hat{P}D & \hat{P}BK \\ D^T \hat{P} & -\tau_1 I & 0 \\ K^T B^T \hat{P} & 0 & -\tau_2 I \end{bmatrix}}^W \begin{bmatrix} x \\ \phi \\ \xi \end{bmatrix} - \alpha V(x) + \beta, \quad (2.32)$$

$$W_{11} = \hat{P}(A + BKC) + (A + BKC)^T \hat{P} + \alpha \hat{P} + \tau_1 Q_x + \tau_2 R_x$$

$$\beta = \tau_1 \phi_0 + \tau_2 \xi_0.$$

Posteriormente, se aplica una transformación equivalente a la matriz  $W$ , con el fin de reducir el número de términos bilineales, y se desarrollan las operaciones correspondientes

$$\hat{W} = T^T W T \leq 0, \quad T = \text{diag}(H_B^T, I, I) \quad (2.33)$$

$$\hat{W} = \begin{bmatrix} \hat{W}_{11} & H_B \hat{P}D & H_B \hat{P}BK \\ D^T \hat{P}H_B^T & -\tau_1 I & 0 \\ K^T B^T \hat{P}H_B^T & 0 & -\tau_2 I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (2.34)$$

$$\begin{aligned} \hat{W}_{11} = & H_B \hat{P}A H_B^T + H_B B K C H_B^T + H_B A^T \hat{P} H_B^T + H_B C^T K^T B^T \hat{P} H_B^T \\ & + \alpha H_B \hat{P} H_B^T + \tau_1 H_B Q_x H_B^T + \tau_2 H_B R_x H_B^T \end{aligned}$$

Recordando que  $H_B B = \begin{bmatrix} 0 & \hat{B}^T \end{bmatrix}^T$  e introduciendo un par de nuevas variables  $Y = P_2 \hat{B}K, \bar{Y} = \begin{bmatrix} 0 & Y^T \end{bmatrix}^T$ , el sistema resulta en

$$\hat{W} = \begin{bmatrix} \hat{W}_{11} & H_B \hat{P}D & \bar{Y} \\ D^T \hat{P}H_B^T & -\tau_1 I & 0 \\ \bar{Y}^T & 0 & -\tau_2 I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (2.35)$$

$$\begin{aligned} \hat{W}_{11} = & \hat{P}\hat{A} + \hat{A}^T \hat{P} + \alpha \hat{P} + \tau_1 \hat{Q}_x + \tau_2 \hat{R}_x + \bar{Y} C H_B^T + H_B C^T \bar{Y}^T \\ & + \alpha H_B \hat{P} H_B^T + \tau_1 H_B Q_x H_B^T + \tau_2 H_B R_x H_B^T. \end{aligned}$$

lo que completa la demostración.

Si  $\hat{W} \leq 0$  y  $\alpha \geq \beta$  el elipsoide  $\mathcal{E}(P)$  es el elipsoide atractivo para el sistema (2.20)-(2.22). Por lo tanto, para optimizar el tamaño del elipsoide es necesario minimizar  $tr(\hat{P}^{-1}) = tr(P_1^{-1}) + tr(P_2^{-1})$ , lo cual es un problema de optimización no lineal para el cual es más complicado obtener una solución. Este problema puede ser reescrito como

$$\min_{G_1, G_2, P_1, P_2, Y, \tau_1, \tau_2, \alpha} [tr(G_1) + tr(G_2)] \quad (2.36)$$

sujeto a  $\hat{W} < 0, \alpha \geq \beta, P_1, P_2 > 0$

$$\begin{bmatrix} G_1 & I_{n-m} \\ I_{n-m} & P_1 \end{bmatrix} \geq 0 \quad \begin{bmatrix} G_2 & I_m \\ I_m & P_2 \end{bmatrix} \geq 0$$

donde las nuevas restricciones relacionadas con  $G_1$  y  $G_2$  aparecen mediante el uso del complemento de Schur a las siguientes desigualdades

$$G_1 \geq P_1^{-1} \quad G_2 \geq P_2^{-1}.$$

## 2.4. AEM para seguimiento de trayectorias de sistemas no lineales

Para diferentes aplicaciones, incluidos los sistemas involucrados en la generación de energía mediante fuentes renovables, el seguimiento de trayectoria de variables del sistema hacia una referencia deseada o *set point* es una parte fundamental. Los problemas de seguimiento encuentran un ejemplo claro de aplicación en el uso de algoritmos de seguimiento de máximo punto de potencia en los sistemas de generación basados en energías renovables para seguir variables como voltaje, velocidad de rotación, corriente, entre otras. El método del elipsoide atractivo ha sido desarrollado ampliamente

para tratar con problemas de estabilización en diversas aplicaciones, pero el problema de seguimiento de trayectorias no ha tenido el mismo nivel de investigación, por lo que en la literatura existen pocos trabajos reportando como tratar este problema. En esta tesis se propone el desarrollo de técnicas para diseñar controladores para seguimiento de trayectorias basados en el método del elipsoide atractivo.

Para lograr un seguimiento de trayectoria es necesario comenzar definiendo el error de seguimiento, el cual tiene la forma siguiente

$$e = x_r - x \quad (2.37)$$

donde  $x_r$  es la referencia deseada para  $x$ . Para lograr un correcto seguimiento, el error debe ser lo más cercano a cero, por lo tanto, es necesario desarrollar una estrategia de control por retroalimentación capaz de cumplir con dicho objetivo. En esta sección se propone la síntesis de un controlador robusto definido como

$$u = K e \quad (2.38)$$

donde  $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$  es la matriz de ganancias del controlador, la cual debe garantizar que las trayectorias del error del sistema en lazo cerrado queden acotadas en un cierto espacio correspondiente a un conjunto elipsoidal, aun en presencia de perturbaciones e incertidumbres en el sistema siempre y cuando se cumpla la condición quasi-Lipschitz.

**Definición 2.4.1.** *El movimiento de  $e$  en (2.37), para  $t \geq 0$ , tiende asintóticamente al elipsoide atractivo*

$$\mathcal{E}(P) = \{e \in \mathbb{R}^n : e^T P e \leq 1, P = P^T > 0\}$$

con centro en 0, y la matriz simétrica correspondiente  $P$ , si se satisface la siguiente desigualdad

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} e^T P e \leq 1.$$

Si dicho elipsoide existe para un sistema dado, este puede ser visto como una generalización de la propiedad UUB (uniformly ultimately boundedness), esto debido

a que una vez que las trayectorias del sistema entran al elipsoide, éstas permanecerán dentro de éste, pero no convergen a un punto específico [Alazki17].

### 2.4.1. Diseño para seguimiento a partir de retroalimentación del estado

Considere el siguiente sistema en representacion quasi-Lipschitz

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + \Delta f(x, u) \\ u &= Ke \end{aligned} \tag{2.39}$$

donde  $x \in \mathbb{R}^n$  es el vector de estados,  $u \in \mathbb{R}^m$  es la entrada de control,  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es la matriz conteniendo la dinámica del sistema,  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$  es la matriz de entradas y  $\Delta f(x, u) \in \mathbb{R}^n$  es la función con incertidumbres desconocidas pero acotadas.

Para poder llevar a cabo el diseño de controladores basado en AEM es necesario asumir que el vector de incertidumbres del sistema  $\Delta f(x, u)$  puede ser acotado con la forma de (2.3).

El Lema siguiente establece las condiciones para determinar la matriz de ganancias del controlador robusto  $K$  que asegura la estabilidad del sistema (2.39), así como la convergencia de la señal de error a la zona mínima determinada por el elipsoide atractivo correspondiente.

**Lema 2.** *Si existe una matriz definida positiva  $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , una ganancia  $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$  y constantes no negativas  $\alpha, \tau_1 \in \mathbb{R}$ , tal que la siguiente desigualdad matricial se cumple*

$$\begin{bmatrix} \bar{W}_{11} & \bar{W}_{12} & P \\ \bar{W}_{21} & \bar{W}_{22} & -P \\ P & -P & -\tau_1 I \end{bmatrix} < 0 \tag{2.40}$$

con

$$\begin{aligned}
\bar{W}_{11} &= (A - BK)^T P + P(A - BK) + \alpha P \\
&\quad + \tau_1 Q_x - \tau_1 K^T Q_u K \\
\bar{W}_{12} &= -A^T P + K^T B^T P + PBK - \alpha P \\
\bar{W}_{21} &= -PA + PBK + K^T B^T P - \alpha P \\
\bar{W}_{22} &= -K^T B^T P - PBK + \tau_1 K^T Q_u K + \alpha P \\
\tau_1 &> 0, \alpha > 0
\end{aligned}$$

entonces la función de almacenamiento

$$V(e) := e^T(t) P e(t)$$

satisface la siguiente desigualdad

$$\dot{V}(e) \leq -\alpha V(e) + \beta$$

$$\beta = \tau_1 f_0$$

y  $\mathcal{E}(P)$  es el elipsoide invariante para el sistema en lazo cerrado (2.39).

*Demostración.* Considere una función cuadrática de almacenamiento definida como

$$V(e) = e^T(t) P e(t), \quad P = P^T > 0. \quad (2.41)$$

Obteniendo la derivada con respecto al tiempo de (2.41), resulta en

$$\begin{aligned}
\dot{V}(e) &= x^T (A^T P + PA - PBK - K^T B^T P)x + x^T (-A^T P + K^T B^T P + PBK)x_r \\
&\quad + x_r^T (-PA + K^T B^T P + PBK)x + x_r^T (-K^T B^T P - PBK)x_r - \Delta f^T P x_r \\
&\quad + \Delta f^T P x - x_r^T P \Delta f + x^T P \Delta f. \quad (2.42)
\end{aligned}$$

en donde es importante hacer notar que se hace la consideración de  $\dot{x}_r = 0$ , lo cual indica que bajo esta consideración solo se podría hacer un seguimiento de referencias

constantes, de otro modo, es necesario tomar en cuenta el caso cuando la derivada de la referencia toma valores distintos a ceros y acotar dicha derivada.

Se introduce un nuevo vector  $z := \begin{bmatrix} x \\ x_r \\ \Delta f \end{bmatrix}$ , con el cual (2.42) puede ser representado

en forma matricial como

$$\dot{V}(e) = \begin{bmatrix} x^T \\ x_r^T \\ \Delta f^T \end{bmatrix}^T \overbrace{\begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & P \\ W_{21} & W_{22} & -P \\ P & -P & 0 \end{bmatrix}}^w \begin{bmatrix} x \\ x_r \\ \Delta f \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

$$W_{11} = A^T P + PA - K^T B^T P - PBK$$

$$W_{22} = -K^T B^T P - PBK$$

$$W_{12} = -A^T P + K^T B^T P + PBK$$

$$W_{21} = -PA + K^T B^T P + PBK$$

sumando y restando los términos  $-\alpha V(e), \tau_1 \|\Delta f\|^2$  en el lado derecho de la última ecuación, resulta en

$$\dot{V}(e) = z^T \overbrace{\begin{bmatrix} W_{11} + \alpha P & W_{12} - \alpha P & P \\ W_{21} - \alpha P & W_{22} + \alpha P & -P \\ P & -P & -\tau_1 I \end{bmatrix}}^{w_1} z - \alpha V(e) + \tau_1 \|\Delta f\|^2 \quad (2.44)$$

donde

$$\begin{aligned} -\alpha V(e) &= -\alpha e^T P e \\ &= -\alpha (x_r^T P x_r - x_r^T P x - x^T P x_r + x^T P x). \end{aligned}$$

Tomando en cuenta la condición quasi-Lipschitz (2.3), relacionada con las incertidumbres y perturbaciones del sistema,  $\Delta f(x, u)$ , entonces (2.44) se convierte en

$$\dot{V}(e) \leq z^T W_1 z + \tau_1 [f_0 + Q_x \|x\|^2 + Q_u \|u\|^2] - \alpha V(e). \quad (2.45)$$

Ya que la ley de control propuesta se define como  $u = Ke$ , entonces (2.45) puede ser reescrita como

$$\dot{V}(e) \leq z^T W_1 z + \tau_1 \left[ f_0 + Q_x \|x\|^2 + Q_u \left( \|Kx_r\|^2 - \|Kx\|^2 \right) \right] - \alpha V(e). \quad (2.46)$$

Finalmente, acomodando apropiadamente los términos en (2.46), la matriz se transforma en

$$\dot{V}(e) \leq z^T \overbrace{\begin{bmatrix} \bar{W}_{11} & \bar{W}_{12} & P \\ \bar{W}_{21} & \bar{W}_{22} & -P \\ P & -P & -\tau_1 I \end{bmatrix}}^{\bar{W}} z - \alpha V(e) + \tau_1 f_0 \quad (2.47)$$

$$\bar{W}_{11} = W_{11} + \alpha P + \tau_1 Q_x - \tau_1 K^T Q_u K,$$

$$\bar{W}_{12} = W_{12} - \alpha P, \quad \bar{W}_{21} = W_{21} - \alpha P$$

$$\bar{W}_{22} = W_{22} + \alpha P + \tau_1 K^T Q_u K,$$

$$\tau_1 > 0, \alpha > 0.$$

lo cual completa la demostración.  $\square$

Si se determinan las matrices  $P$  y  $K$ , y las constantes  $\alpha$  y  $\tau_1$  tal que las desigualdades  $\bar{W} < 0$  y  $\alpha \geq \beta$  se satisface, entonces

$$\dot{V}(e) \leq -\alpha V(e) + \beta, \quad \beta = \tau_1 f_0. \quad (2.48)$$

y  $\mathcal{E}(P)$  es el elipsoide para el sistema en lazo cerrado (2.39), que garantiza la convergencia y acotamiento del error de seguimiento de trayectoria.

### 2.4.2. Diseño para seguimiento a partir de retroalimentación de la salida

Debido a que no siempre es posible o necesario tener todos los estados para ser realimentados en la ley de control, es posible hacer un diseño de control por retroalimentación de salida, en donde se considere un sistema como el siguiente

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu + Df(x, u) \\ y &= Cx\end{aligned}\tag{2.49}$$

donde  $x \in \mathbb{R}^n$  es el vector de estados,  $u \in \mathbb{R}^m$  es la entrada de control,  $y \in \mathbb{R}^k$  es la salida del sistema,  $f(x, u) \in \mathbb{R}^r$  es una función desconocida acotada,  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es la matriz conteniendo la dinámica del sistema,  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$  es la matriz de entradas,  $C \in \mathbb{R}^{k \times n}$  es la matriz de salidas y  $D \in \mathbb{R}^{n \times r}$  es una matriz que mapea la incidencia de perturbaciones e incertidumbres en el sistema.

Se considera una ley de control basada en retroalimentación de la salida definida como

$$u = Ke \quad , \quad e = y_r - y = C(x_r - x)\tag{2.50}$$

donde  $K \in \mathbb{R}^{m \times k}$  y la función  $f$  que contiene las incertidumbres del sistema esta acotada en forma quasi-Lipschitz como en (2.14). El diseño de controladores por retroalimentación de la salida, para el sistema (2.49),(2.50) se sintetiza en el Lema siguiente.

**Lema 3.** Si existen matrices  $P \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$  y  $K \in \mathbb{R}^{m \times k}$  y constantes  $\alpha > 0$ ,  $\tau_1 > 0$ ,  $\tau_2 > 0$ , tal que satisfagan la desigualdad siguiente

$$\begin{bmatrix} z \\ \delta \\ f \end{bmatrix}^T \overbrace{\begin{bmatrix} \hat{A}^T P + P \hat{A} + \alpha P + \tau_1 Q_z & P & P \hat{D} \\ P & -\tau_1 & 0 \\ \hat{D}^T P & 0 & -\tau_2 \end{bmatrix}} \leq 0$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} A & BK \\ 0 & A - CBK \end{bmatrix}, \quad \delta = \begin{bmatrix} 0 \\ \phi \end{bmatrix}, \quad \hat{D} = \begin{bmatrix} D \\ -CD \end{bmatrix}$$

y

$$\alpha \geq \beta$$

entonces la función de almacenamiento

$$V(z) := z^T P z$$

satisface la siguiente desigualdad

$$\dot{V}(z) \leq -\alpha V(z) + \beta$$

$$\beta = \tau_1 c_0$$

y  $\mathcal{E}(P)$  es el elipsoide invariante para el sistema (2.49).

*Demostración.* Se define la dinámica del error, la cual está dada por

$$\dot{e} = (A - CBK)e + \phi - CDf(x, u) \quad ; \quad \phi = \dot{y}_r - CAx_r. \quad (2.51)$$

Se propone la construcción de un sistema extendido  $z = [x^T, e^T]^T$ , haciendo uso de (2.49) y (2.51), cuya dinámica tomará la siguiente forma

$$\dot{z} = \hat{A}z + \hat{D}f + \delta \quad (2.52)$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} A & BK \\ 0 & A - CBK \end{bmatrix}, \quad \delta = \begin{bmatrix} 0 \\ \phi \end{bmatrix}, \quad \hat{D} = \begin{bmatrix} D \\ -CD \end{bmatrix}.$$

Se asume que las incertidumbres presentes en el sistema (2.52), pueden ser acotadas de la siguiente forma

$$\|f\|^2 \leq c_0 + \|z\|_{Q_z}^2 \quad , \quad \|\delta\|^2 \leq c_2. \quad (2.53)$$

donde

$$Q_z = \begin{bmatrix} Q_x & Q_x \\ Q_x & Q_x \end{bmatrix}, \quad x^T Q_x x = z^T Q_z z.$$

Como se observa en 2.53, se considera que la derivada de la referencia esta acotada, esta consideración debe realizarse basándose en la información que se tiene sobre el comportamiento del sistema y el tipo de referencias que se utilizaran para controlarlo. Una vez que el sistema se ha representado en forma extendida mediante el vector  $z$ , se propone el uso de la siguiente función cuadrática de almacenamiento

$$V = z^T P z \quad (2.54)$$

y se obtiene su derivada a lo largo de las trayectorias de (2.52), lo que resulta en

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{z}^T P z + z^T P \dot{z} \\ \dot{V} &= z^T \hat{A}^T P z + \delta^T P z + f^T \hat{D}^T P z + z^T P \hat{A} z + z^T P \delta + z^T P \hat{D} f. \end{aligned} \quad (2.55)$$

Realizando un reacomodo de los términos del sistema (2.55), éste se puede reescribir en forma matricial como

$$\dot{V} = \begin{bmatrix} z \\ \delta \\ f \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \hat{A}^T P + P \hat{A} & P & P \hat{D} \\ P & 0 & 0 \\ \hat{D}^T P & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z^T \\ \delta^T \\ f^T \end{bmatrix}.$$

Se agregan los términos correspondientes a las incertidumbres del sistema, como se describe en (2.53), obteniendo lo siguiente

$$\dot{V} = \begin{bmatrix} z \\ \delta \\ f \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \hat{A}^T P + P \hat{A} + \alpha P & P & P \hat{D} \\ P & -\tau_1 & 0 \\ \hat{D}^T P & 0 & -\tau_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z^T \\ \delta^T \\ f^T \end{bmatrix} - \alpha V(z) + \tau_1 \|f\|^2 + \tau_2 \|\delta\|^2$$

y se sustituyen los valores de las cotas de éstas incertidumbres, lo que resulta en la forma siguiente

$$\dot{V} \leq \begin{bmatrix} z \\ \delta \\ f \end{bmatrix}^T \overbrace{\begin{bmatrix} \hat{A}^T P + P \hat{A} + \alpha P + \tau_1 Q_z & P & P \hat{D} \\ P & -\tau_1 & 0 \\ \hat{D}^T P & 0 & -\tau_2 \end{bmatrix}}^{\bar{W}} \begin{bmatrix} z^T \\ \delta^T \\ f^T \end{bmatrix} - \alpha V(z) + \beta$$

donde  $\beta = \tau_1 c_0 + \tau_2 c_2$ .

Al determinar las matrices  $P$  y  $K$  que cumplan la desigualdad  $\bar{W} < 0$ , entonces

$$\dot{V}(z) \leq -\alpha V(z) + \beta, \quad \beta = \tau_1 c_0 + \tau_2 c_2 \quad (2.56)$$

y  $\mathcal{E}(P)$  es el elipsoide para el sistema en lazo cerrado (2.49), el cual garantiza la convergencia y acotamiento del error de seguimiento de trayectoria mediante retroalimentación de la salida únicamente, con esto se completa la demostración.  $\square$

Por último, ya que se busca optimizar el tamaño del elipsoide haciéndolo del menor tamaño posible, se puede plantear el siguiente problema de optimización

$$\begin{aligned} & \text{minimizar } \text{tr}\{P^{-1}\} \\ & \text{sujeto a } P > 0, P = P^T, \bar{W} < 0, \alpha, \tau_1, \tau_2 > 0 \end{aligned} \quad (2.57)$$

Por lo tanto, la tarea principal se vuelve encontrar una solución al problema de optimización bajo el conjunto de restricciones propuestas, pudiéndose emplear técnicas para solución de BMI's.

## 2.5. Conclusiones

En este capítulo, se presentaron los principales conceptos matemáticos relacionados con la definición del elipsoide atractivo, sobre el cual se basa el método de diseño de controladores AEM. Se analizan los métodos ya establecidos para estabilización de

sistemas, basados en retroalimentación del estado y de la salida. Posteriormente, se proponen métodos de diseño de controladores para seguimiento de trayectoria, tanto para el caso de retroalimentación del estado, como de retroalimentación de salida y se plantean los problemas de optimización correspondientes para minimizar el tamaño del elipsoide asociado.

## Capítulo 3

# Modelado de componentes eléctricos de microrredes

En este capítulo se aborda el modelado matemático de los diversos componentes eléctricos que conforman los sistemas de generación considerados; los cuales son, un sistema de conversión de energía eólica interconectado a la red eléctrica, y un sistema fotovoltaico basado en un convertidor CD-CD tipo Boost operando de forma aislada. También se presentan algunos métodos de seguimiento de máximo punto de potencia, tanto para sistemas eólicos como solares, ya que son esenciales para un funcionamiento eficiente de los sistemas presentados.

### 3.1. Modelo del sistema de conversión de energía eólica

En esta sección se presentan los conceptos principales asociados al modelado de sistemas eólicos de conversión de energía. De forma general, estos sistemas se componen de dos partes, el modelo del sistema del lado del generador (SLG) y el modelo del sistema del lado de la red (SLR).

### 3.1.1. Modelado del SLG

El sistema del lado del generador (SLG) es el nombre que se dará al subsistema compuesto por la turbina de viento, el generador eléctrico y el rectificador trifásico, ya que estas son las partes involucradas en el control, como se muestra en la Figura 3.1. Una de las principales tareas de este subsistema es la máxima extracción de potencia, por lo que requiere de controladores de seguimiento de trayectoria para llevarla a cabo. Comúnmente en los últimos años el generador de inducción doblemente alimentado (DFIG, por sus siglas en inglés de *Doubly Fed Induction Generator*) ha sido el generador eléctrico más usado en turbinas de viento, sin embargo, la tendencia ha comenzado a cambiar hacia el uso del PMSG, debido a sus características tales como: menor costo de mantenimiento debido a que puede no requerir de una caja de engranes, alta confiabilidad y eliminación del sistema de excitación de CD, ya que el campo es provisto por los imanes permanentes. Debido a esto se propone un sistema basado en PMSG.

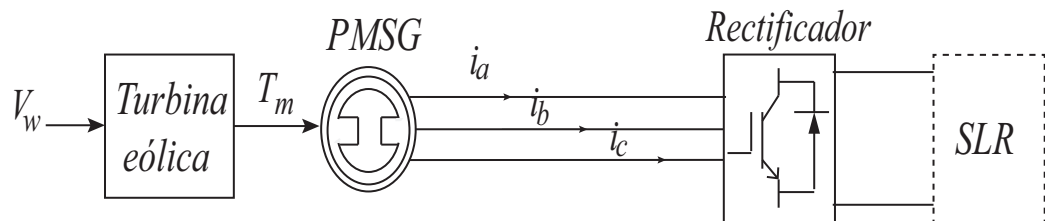


Figura 3.1: Sistema del lado del generador

### Modelado de la turbina eólica

La aerodinámica de una turbina de eólica describe las fuerzas desarrolladas por una corriente de aire que fluye a través de ella. Existen dos enfoques principales para obtener modelos aerodinámicos para las turbinas de viento: la teoría del disco actualizador y la teoría BEM (por sus siglas en inglés, *Blade Element Momentum*) [Burton11],

[Freris90]. La teoría del disco actuador se enfoca en el proceso de extracción de energía y provee la cota superior que define la eficiencia máxima alcanzable en un proceso de conversión de energía eólica. La teoría BEM estudia las fuerzas producidas sobre elementos o secciones de cada pala con una longitud infinitesimal por un flujo de aire, donde cada elemento puede ser tratado de forma independiente. Esta teoría es más adecuada para estudiar fenómenos aerodinámicos como el *stall* (efecto aerodinámico que modifica las fuerzas de arrastre y levantamiento produciendo una reducción en la velocidad de la turbina), así como para el análisis de cargas aerodinámicas.

De acuerdo a la teoría del disco actuador, la potencia disponible en una masa de viento que fluye a través de una turbina está dada por:

$$P_w = \frac{1}{2} \rho A V_w^3 \quad (3.1)$$

donde  $P_w$  es la potencia contenida en el viento,  $\rho$  es la densidad del aire,  $A$  es el área cubierta por las palas, y  $V_w$  es la velocidad del viento. La densidad del aire afecta a la potencia disponible en el viento, ya que si el flujo de aire es más denso contiene más masa y por ende mayor energía. La densidad  $\rho$  es función de la presión del aire y la temperatura como se muestra en (3.2),

$$O = \rho r T \quad (3.2)$$

donde  $r$  es la constante del gas,  $T$  la temperatura y  $O$  la presión del aire. Debido a que la temperatura y la presión varían con la altitud, esto debe ser considerado en la densidad del aire para obtener un modelo más preciso por lo que se propone el uso de la siguiente ecuación [Patel05]:

$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{0.297}{3048} H_m} \quad (3.3)$$

donde  $H_m$  es la altitud y  $\rho_0$  es la densidad de referencia del aire a presión de 1 atmósfera y cero grados centígrados.

Sin embargo, no es posible extraer la totalidad de esta energía, sino que está limitada por el coeficiente de potencia del rotor ( $C_p$ ), el cual es la razón entre la potencia extraída y la potencia disponible.

Así, la potencia disponible para ser extraída de una corriente de aire está dada por

$$P_m = \frac{1}{2} C_p \rho A V_w^3. \quad (3.4)$$

El cálculo del coeficiente de potencia se basa en los parámetros aerodinámicos de cada turbina. Existen diferentes formas de obtenerlo, aunque la mayoría se basa en las curvas de desempeño  $C_p - \lambda$ , donde  $\lambda$  es conocida como razón de velocidad punta. Este coeficiente para el caso de una turbina de eje vertical queda definido por la siguiente ecuación

$$C_p = \sum_{i=0}^5 c_i \lambda^i. \quad (3.5)$$

La razón de velocidad punta o *Tip Speed Ratio* (TSR por sus siglas en inglés), es la proporción entre la velocidad lineal de la pala y la velocidad del viento incidente sobre la turbina. La TSR determina la fracción de energía disponible extraída del viento por el rotor de la turbina y se puede calcular mediante la siguiente ecuación:

$$\lambda = \frac{\omega_m R}{V_w} \quad (3.6)$$

donde  $\omega_m$  es la velocidad angular del rotor,  $R$  es el radio del rotor y  $V_w$  es la velocidad del viento. El par aerodinámico ( $T_m$ ) generado por la turbina es la razón entre la potencia extraída y la velocidad del rotor de la turbina, esto se puede representar como:

$$T_m = \frac{P_m}{\omega_m} = \frac{\rho C_p A V_w^3}{2\omega_m}. \quad (3.7)$$

### Modelado del PMSG

Para el modelado del generador se propone utilizar un modelo en el marco de referencia síncrono (también conocido como  $dq0$ ), ya que esto simplifica el análisis y

control del sistema al utilizar valores constantes en lugar de valores variantes en el tiempo.

Las ecuaciones que representan los voltajes de estator del PMSG en el marco de referencia síncrono, se presentan de la siguiente forma [Yaramasu16]:

$$\begin{bmatrix} V_{ds} \\ V_{qs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \lambda_{ds} \\ \lambda_{qs} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_r \\ \omega_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{ds} \\ \lambda_{qs} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

donde  $V_{ds}, V_{qs}$  son los voltajes del estator,  $i_{ds}, i_{qs}$  representan corrientes de estator,  $\lambda_{ds}, \lambda_{qs}$  son los flujos magnéticos de estator, todos referidos al marco de referencia  $dq0$ ,  $\omega_r$  es la velocidad eléctrica (síncrona) del generador y  $R_s$  es la resistencia del estator.

El valor del flujo magnético  $\lambda_{dqs}$  tiene la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \lambda_{ds} \\ \lambda_{qs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ds} & 0 \\ 0 & L_{qs} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_r \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

donde  $L_{ds}$  y  $L_{qs}$  son las inductancias del estator en el marco  $dq0$ , y  $\lambda_r$  representa los encadenamientos de flujo producidos por los imanes permanentes del PMSG.

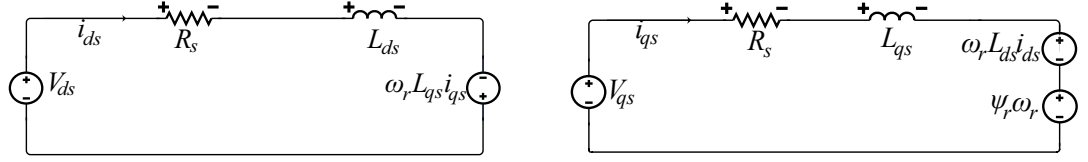
Sustituyendo (3.9) en (3.8), se obtiene

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ds} & 0 \\ 0 & L_{qs} \end{bmatrix}^{-1} \left[ \begin{bmatrix} V_{ds} \\ V_{qs} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_s & -\omega_r L_{qs} \\ \omega_r L_{ds} & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_r \lambda_r \end{bmatrix} \right]. \quad (3.10)$$

Realizando las operaciones correspondientes en (3.10) se obtiene la dinámica de las corrientes de estator de la máquina síncrona de imanes permanentes:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_{ds}} & \frac{\omega_r L_{qs}}{L_{ds}} \\ -\frac{\omega_r L_{ds}}{L_{qs}} & -\frac{R_s}{L_{qs}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_{ds}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_{qs}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ds} \\ V_{qs} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\omega_r \lambda_r}{L_{qs}} \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

El sistema (3.11) en el marco  $dq0$ , se puede representar mediante circuitos equivalentes a cada eje, como se muestra en la Figura 3.2.

(a) Eje  $d$ (b) Eje  $q$ Figura 3.2: Circuitos equivalentes del PMSG en el marco  $dq$ 

Para obtener el par electromagnético de la máquina se comienza definiendo el concepto de potencia aparente ( $S$ ) en el marco  $dq0$ :

$$S = P_a + jQ = \frac{3}{2} (V_{ds} + jV_{qs}) (i_{ds} - ji_{qs}) \quad (3.12)$$

$$S = \frac{3}{2} V_{ds} i_{ds} - \frac{3}{2} j V_{ds} i_{qs} + \frac{3}{2} j V_{qs} i_{ds} + \frac{3}{2} V_{qs} i_{qs}$$

se factoriza la potencia activa ( $P_a$ ) y reactiva ( $Q$ ) de la siguiente forma:

$$P_a = \text{Re}(S) = \frac{3}{2} (V_{ds} i_{ds} + V_{qs} i_{qs}) \quad (3.13)$$

$$Q = \text{Im}(S) = \frac{3}{2} (V_{qs} i_{ds} - V_{ds} i_{qs}) \quad (3.14)$$

Sustituyendo  $V_{ds}$  y  $V_{qs}$  de (3.8) en la ecuación correspondiente a la potencia activa:

$$P_a = \frac{3}{2} \left( R_s i_{ds} + \frac{d}{dt} \lambda_{ds} - \omega_r \lambda_{qs} \right) i_{ds} + \frac{3}{2} \left( R_s i_{qs} + \frac{d}{dt} \lambda_{qs} + \omega_r \lambda_{ds} \right) i_{qs}. \quad (3.15)$$

Agrupando términos se llega a la ecuación (3.16), donde el primer término corresponde a las pérdidas ohmicas por efecto Joule debido a la resistencia del devanado, el segundo representa la potencia almacenada en el campo magnético y el último término representa la potencia del entrehierro (*air gap*), el cual está relacionado a la producción del par electromagnético.

$$P_a = \frac{3}{2} (i_{ds}^2 + i_{qs}^2) + \frac{3}{2} \left( i_{ds} \frac{d}{dt} \lambda_{ds} + i_{qs} \frac{d}{dt} \lambda_{qs} \right) + \frac{3}{2} \omega_r (\lambda_{ds} i_{qs} - \lambda_{qs} i_{ds}). \quad (3.16)$$

Tomando en cuenta la relación existente entre potencia mecánica y potencia eléctrica:

$$P_m = T_m \omega_m = \frac{T_e \omega_r}{p} \quad (3.17)$$

donde  $T_e$  es el par electromagnético generado y  $p$  es el número de pares de polos del PMSG. Para obtener el valor del par electromagnético se puede despejar  $T_e$  de la ecuación anterior

$$T_e = \frac{P_m p}{\omega_r} \quad (3.18)$$

Al sustituir el tercer término de (3.16), el cual es la parte de  $P_m$  responsable de la producción de  $T_e$ , en (3.18) se obtiene

$$T_e = \frac{3p}{2} [\lambda_{ds} i_{qs} - \lambda_{qs} i_{ds}]$$

y sustituyendo los valores de  $\lambda_{ds}$  y  $\lambda_{qs}$  de (3.9), se obtiene

$$T_e = \frac{3}{2} p [(L_{ds} i_{ds} + \lambda_r) i_{qs} - (L_{qs} i_{qs}) i_{ds}]$$

$$T_e = \frac{3}{2} p [\lambda_r i_{qs} + (L_{ds} - L_{qs}) i_{ds} i_{qs}]. \quad (3.19)$$

La parte mecánica del sistema que describe la dinámica de la velocidad de rotación del generador está definida como

$$\frac{d}{dt} \omega_r = \frac{1}{J} (T_e - T_f - F \omega_r - T_m) \quad (3.20)$$

$$\frac{d}{dt} \theta_m = \omega_m, \quad \frac{d}{dt} \theta_r = \omega_r, \quad \theta_m = \frac{1}{p} \theta_r$$

donde  $T_f$  es el par generado por fricción estática,  $F$  es la fricción viscosa del rotor,  $T_m$  es el par mecánico,  $\omega_r$  es la velocidad del rotor,  $J$  es el momento de inercia del rotor y  $\theta_m, \theta_r$  son la posición angular mecánica y eléctrica del rotor.

El sistema presentado en (3.11) coincide con los mostrados en [Li12], [Kim12], [Zhuo16].

### 3.1.2. Modelado del SLR

El sistema del lado de la red es responsable de la transferencia de la energía generada de la turbina eólica hacia la red eléctrica. El SLR está formado básicamente por el capacitor de acoplamiento ( $C$ ), el inversor trifásico, un filtro ( $L_{abc}, R_{abc}$ ) y la red eléctrica para el caso de que el sistema no sea aislado como se muestra en la Figura 3.3. Los principales objetivos que se busca satisfacer en esta parte del sistema son: la regulación de potencia reactiva y del voltaje del capacitor de acoplamiento.

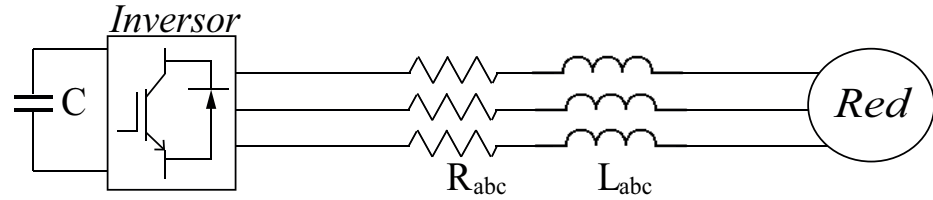


Figura 3.3: Diagrama del sistema del lado de la red

Para controlar el convertidor del lado de la red, considere el siguiente modelo que toma en cuenta un filtro inductivo

$$L_g \frac{di_{gd}}{dt} = V_d - R_g i_{gd} + \omega_e L_g i_{gq} - V_{gd} \quad (3.21)$$

$$L_g \frac{di_{gq}}{dt} = V_q - R_g i_{gq} + \omega_e L_g i_{gd} - V_{gq} \quad (3.22)$$

lo cual puede reescribirse en forma matricial como

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{gd} \\ i_{gq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_g}{L_g} & \omega_e \\ -\omega_e & -\frac{R_g}{L_g} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{gd} \\ i_{gq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_g} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_g} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{gd} \\ V_{gq} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

donde  $i_{gd}, i_{gq}$  son las corrientes en los ejes  $d$  y  $q$  fluyendo hacia la red,  $V_{gd}, V_{gq}$  son los voltajes de la red en el marco  $dq0$ ,  $R_g$  y  $L_g$  representan la resistencia e inductancia del filtro,  $\omega_e$  es la velocidad síncrona de la red y  $V_d, V_q$  son los voltajes en los ejes  $dq$  a la salida del inversor.

Para modelar la dinámica del acoplamiento de CD es necesario partir de la ecuación que describe la relación de potencias existente

$$P_{dc} = V_{dc}C \frac{dV_{dc}}{dt} = P_i - P_g = P_i - \frac{3}{2}(V_{gd}i_{gd} + V_{gq}i_{gq}) \quad (3.24)$$

donde  $P_i$  es la potencia del inversor,  $P_g$  es la potencia activa de la red,  $V_{dc}$  es el voltaje del capacitor de acoplamiento y  $C$  es el valor de capacitancia.

Bajo la consideración de que el sistema se encuentra balanceado, se puede asumir que  $V_{gq} = 0$ , entonces

$$\frac{dV_{dc}}{dt} = \frac{P_i}{V_{dc}C} - \frac{3V_{gd}i_{gd}}{2V_{dc}C} \quad (3.25)$$

y ya que  $P_i = i_0V_{dc}$ , donde  $i_0$  es la corriente de entrada al inversor, entonces

$$\frac{dV_{dc}}{dt} = \frac{i_0}{C} - \frac{3V_{gd}i_{gd}}{2V_{dc}C}. \quad (3.26)$$

El sistema completo queda formado de la siguiente forma considerando el vector de estados  $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T = [i_{gd} \ i_{gq} \ V_{dc}]^T$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_g}{L_g} & \omega_e & 0 \\ -\omega_e & -\frac{R_g}{L_g} & 0 \\ -\frac{3V_{gd}}{2Cx_3} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_g} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_g} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{V_{gd}}{L_g} \\ -\frac{V_{gq}}{L_g} \\ \frac{i_0}{C} \end{bmatrix}. \quad (3.27)$$

## 3.2. Modelado de sistemas fotovoltaicos

### 3.2.1. Modelo fotovoltaico de la celda

El circuito equivalente de una de las configuraciones de celda fotovoltaica más utilizadas se muestra en la Figura 3.4. Esta configuración se compone de una fuente de corriente que modela la corriente fotoeléctrica  $I_{ph}$ , un diodo con corriente de saturación  $I_d$ , el voltaje de salida  $V_{pv}$  que representa el voltaje de la celda y un arreglo serie paralelo de resistencias  $R_{sh}$  y  $R_s$  que describen la corriente de fuga y una resistencia interna al flujo de corriente respectivamente [Kchaou17].

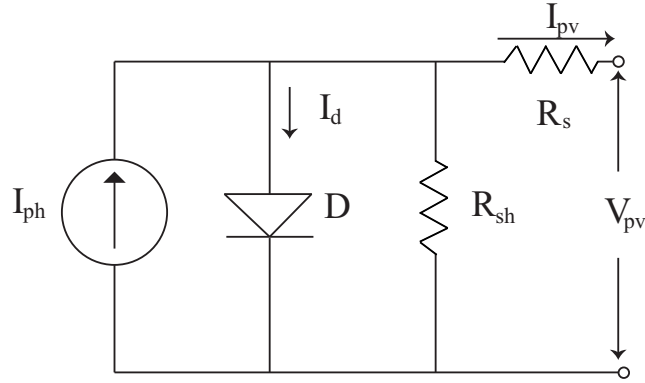


Figura 3.4: Modelo del diodo de una celda fotovoltaica

La corriente de salida generada por la celda fotovoltaica está dada por la siguiente ecuación [Zhao15]

$$I_{pv} = I_{ph} - I_d \left[ \exp \left( A(V_{pv} + R_s I_{pv}) \right) - 1 \right] - \frac{V_{pv} + R_s I_{pv}}{R_{sh}}, \quad (3.28)$$

con

$$A = \frac{q}{\gamma N_s k_b T}$$

donde  $q$  es la carga del electrón,  $\gamma$  es el factor de idealidad del diodo,  $N_s$  es el número de celdas conectadas en serie,  $k_b$  es la constante de Boltzmann y  $T$  es la temperatura de la celda.

El término  $R_s$  es una resistencia en serie, considerada para modelar las pérdidas por efecto Joule principalmente debido al uso de materiales semiconductores, bus de colección y sus conexiones. Por otro lado,  $R_{sh}$  es una resistencia paralela asociada con efectos de superficie [Kumar18]. El efecto de  $R_s$  es considerable en comparación con  $R_{sh}$  debido a la multiplicación de resistencia de las celdas en un módulo fotovoltaico (PV, por sus siglas en inglés Photo-Voltaic). Los efectos de  $R_{sh}$  en el sistema son de importancia cuando se tienen arreglos con un gran número de módulos PV conectados [Lyden12, Sera07]. Debido a esto, una práctica común es considerar el valor de  $R_{sh}$  como infinito mientras que  $R_s$  es tomada en cuenta sin modificación, lo que transforma la ecuación de corriente de la celda (3.28) en

$$I_{pv} = I_{ph} - I_d \left[ \exp \left( A(V_{pv} + R_s I_{pv}) \right) - 1 \right] . \quad (3.29)$$

La corriente fotoeléctrica es directamente proporcional a la radiación solar y es afectada por la temperatura de la celda. Esta corriente es representada por

$$I_{ph} = [I_{sc} + k_i(T - T_r)] \frac{G}{G_n} . \quad (3.30)$$

donde  $I_{sc}$  es la corriente de corto circuito de la celda,  $k_i$  representa el coeficiente de temperatura de la corriente de corto circuito,  $T_r$  es la temperatura de referencia (usualmente 25°C),  $G$  y  $G_n$  son la irradiación solar real y de referencia bajo condiciones estándar.

La corriente de saturación está dada por

$$I_d = I_{rs} \left[ \frac{T}{T_r} \right]^3 \left[ \exp \left( \frac{qE_{GO}}{\gamma k_b} \left( \frac{1}{T_r} - \frac{1}{T} \right) \right) \right] \quad (3.31)$$

con

$$I_{rs} = \frac{I_{sc}}{\exp(AV_{oc}) - 1} \quad (3.32)$$

donde  $E_{GO}$  es la brecha de banda de energía en electronvolts (eV) y  $V_{oc}$  es el voltaje de circuito abierto de la celda.

Un arreglo PV está compuesto de celdas conectadas en serie y paralelo para satisfacer la demanda energética que una sola celda no es capaz de cubrir. Por lo tanto, el modelo matemático de un arreglo PV puede ser descrito como

$$I_{pv} = I_{ph}N_p - I_dN_p \left[ \exp \left( A(V_{pv} + R_s I_p) \right) - 1 \right] \quad (3.33)$$

donde  $N_p$  es el número de celdas conectadas en paralelo.

### 3.2.2. Modelo del convertidor Boost

Una de las topologías más utilizadas en los sistemas PV es la topología Boost. Este tipo de convertidor se muestra en la Figura 3.5, donde  $V_{pv}$  es el voltaje del módulo PV,  $V_o$  es el voltaje de salida del convertidor e  $I_L$  es la corriente del inductor.

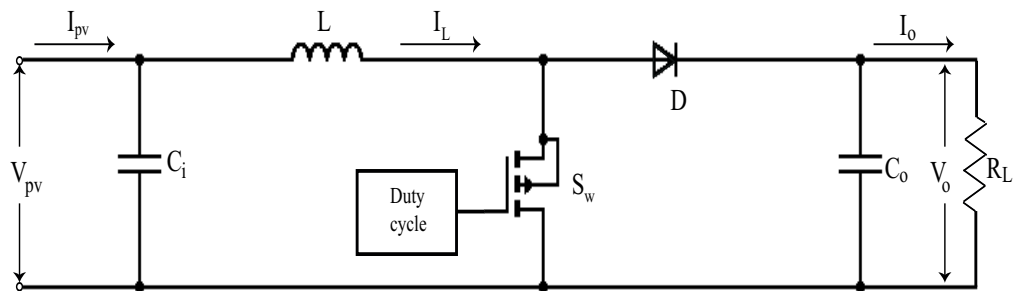


Figura 3.5: Convertidor DC-DC boost

Dependiendo del estado del interruptor ( $S_w$ ), el convertidor Boost puede ser representado mediante dos modos de funcionamiento, tomando en cuenta sólo la conducción continua.

**Caso 1:** El interruptor está en estado ENCENDIDO, el inductor está siendo cargado por el módulo PV y la carga esta desconectada del inductor, aplicando leyes

de Kirchhoff, la dinámica del voltaje  $V_o$  y la corriente del inductor  $I_L$  están dadas por

$$\begin{aligned}\frac{dI_L}{dt} &= \frac{V_{pv}}{L} \\ \frac{dV_o}{dt} &= -\frac{V_o}{R_L C_o}.\end{aligned}\quad (3.34)$$

**Caso 2:** El interruptor está en estado APAGADO, la carga es alimentada por el inductor, aplicando leyes de Kirchhoff, la dinámica de voltaje y corriente es descrita por

$$\begin{aligned}\frac{dI_L}{dt} &= \frac{V_{pv} - V_o}{L} \\ \frac{dV_o}{dt} &= \frac{I_L}{C_o} - \frac{V_o}{R_L C_o}.\end{aligned}\quad (3.35)$$

El modelo promediado del convertidor boost en conducción continua puede describirse como

$$\begin{aligned}\frac{dI_L}{dt} &= \frac{V_{pv}}{L} - \frac{V_o(1-u)}{L} \\ \frac{dV_o}{dt} &= \frac{I_L(1-u)}{C_o} - \frac{V_o}{R_L C_o}.\end{aligned}\quad (3.36)$$

Agregando la ecuación que describe la dinámica del voltaje del módulo PV, el sistema PV es descrito de la siguiente forma

$$\frac{dV_{pv}}{dt} = \frac{I_{pv} - I_L}{C_i} \quad (3.37)$$

$$\begin{aligned}\frac{dI_L}{dt} &= \frac{V_{pv}}{L} - \frac{V_o(1-u)}{L} \\ \frac{dV_o}{dt} &= \frac{I_L(1-u)}{C_o} - \frac{V_o}{R_L C_o}\end{aligned}\quad (3.38)$$

donde  $u$  es el ciclo de servicio del convertidor.

### 3.3. Algoritmos MPPT

#### 3.3.1. Control de relación de velocidad de punta

El método de MPPT basado en TSR consiste en el control de la velocidad rotacional del generador para mantener el valor de la razón de velocidad de punta ( $\lambda$ ) en

su valor óptimo, en el cual la potencia extraída es máxima [Nasiri14],[Ganjefar14]. La Figura 3.6 muestra un diagrama de bloques de un WECS con control TSR.

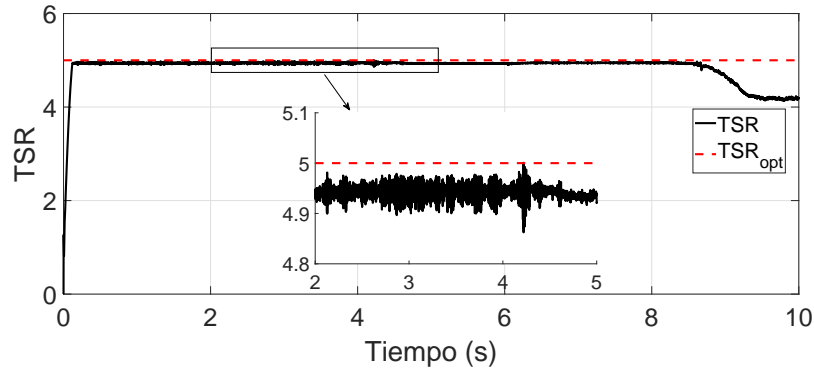


Figura 3.6: Diagrama de bloques del algoritmo TSR

Este método requiere de la medición tanto de la velocidad del viento como de la velocidad de la turbina. Además, se debe tener la información respecto del valor óptimo  $\lambda_{opt}$  y la curva del coeficiente de potencia ( $C_p$ ) de la turbina. Para tener un buen resultado con este método, se requiere agregar un sensor preciso al sistema para medir la velocidad del viento, el cual incrementa el costo general del WECS, particularmente en las turbinas de pequeña escala.

Con el fin de reducir el número de sensores requeridos para el MPPT, en este trabajo se propone la implementación de un estimador de velocidad de viento que elimina la necesidad de un anemómetro. El estimador de viento usado en este trabajo se basa en el concepto de Inmersión e Invarianza (I&I) como lo proponen Ortega et. al en [Ortega13].

El estimador I&I desarrollado por Ortega et. al propone la generación de una estimación en línea de la velocidad de viento  $\hat{v}_w$  la cual es asintóticamente consistente, esto es

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{v}_w(t) = v_w \quad (3.39)$$

Este estimador requiere el conocimiento de los parámetros de la turbina, para

desarrollar la función clave para el proceso de estimación, el cual tiene la siguiente forma

$$\frac{1}{J}T_m = \frac{\rho A v_w^3}{2J \omega_m} C_p \left( \frac{R\omega_m}{v_w} \right) := \Phi(\omega_m, v_w) \quad (3.40)$$

Considerando la función (3.40), el estimador tiene la forma siguiente

$$\begin{aligned} \hat{v}_w^I &= \gamma \left[ \frac{1}{J}T_e - \Phi(\omega_m, \hat{v}_w^I + \gamma\omega_m) \right] \\ \hat{v}_w &= \hat{v}_w^I + \gamma\omega_m \end{aligned} \quad (3.41)$$

donde  $\gamma > 0$  es una ganancia de adaptación que asegura la convergencia asintótica al valor real de velocidad de viento.

### 3.3.2. Plano de regresión

En el caso de los sistemas PV, los algoritmos MPPT usados con mayor frecuencia son los algoritmos Perturbar & Observar (P&O) y el algoritmo de conductancia incremental. El algoritmo P&O consiste en perturbar una variable del sistema en cualquier dirección y la posterior observación de sus efectos sobre una segunda variable que comúnmente es seleccionada como la potencia generada. El método de conductancia incremental se basa en determinar el punto de operación del sistema PV ajustando el voltaje o la corriente en tal forma que la relación voltaje-corriente sea igual a la conductancia aumentada del sistema ya que en este punto se obtiene la máxima potencia [Loukriz16]. Sin embargo, ambas técnicas presentan un comportamiento oscilatorio una vez que alcanzan el punto de máxima potencia, lo que se traduce en pérdidas de potencia, aunado a esto, ambas técnicas son susceptibles a divergir cuando se presentan cambios climáticos rápidos. Para combatir estas deficiencias se han propuesto gran cantidad de técnicas MPPT, sin embargo, muchas de ellas son complejas y requieren de gran capacidad computacional como son las técnicas basadas en algoritmos genéticos [Ranjhitha16], optimización de enjambre de

partículas [Koad16] o lógica difusa [El Khateb14]. Debido a esto, se propone un enfoque basado en un plano de regresión como el mostrado en la Figura 3.7, el cual se ha generado a partir de datos de las curvas P-V para encontrar una ecuación que genere el voltaje de referencia necesario para obtener la potencia máxima para amplios rangos de irradiación solar y temperatura.

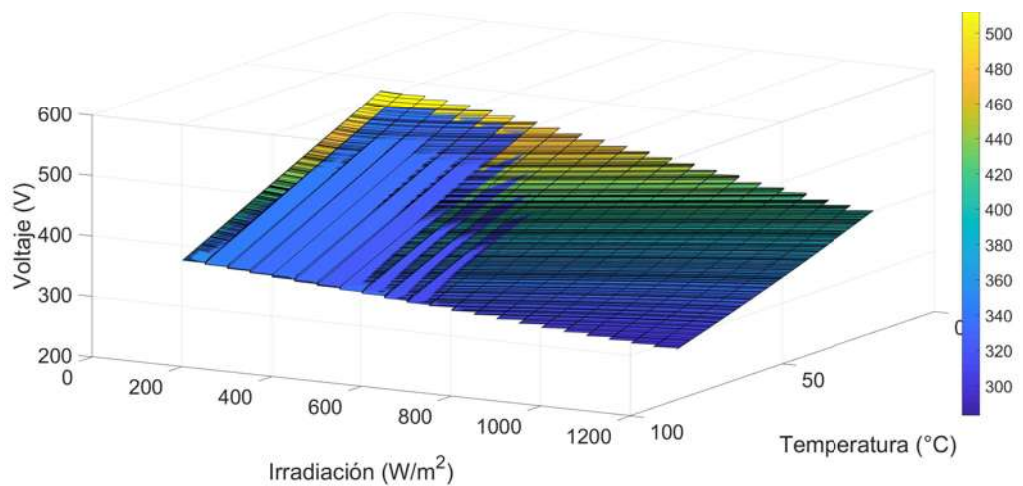


Figura 3.7: Plano de regresión de un sistema PV

Para dicha técnica será necesario simular el sistema PV bajo distintas condiciones ambientales (irradiación y temperatura) y tomar los valores de voltaje en el punto de máxima potencia, irradiación y temperatura. Posteriormente, se realiza una regresión lineal que permite obtener una ecuación que describe el comportamiento que debe tener el voltaje del sistema PV, para extraer la potencia máxima en diferentes situaciones climáticas. De esta forma, se obtiene una forma simple de seguir el punto de máxima potencia, eliminando el problema de oscilaciones y divergencia de los algoritmos P&O y conductancia incremental.

### 3.4. Conclusiones

En este capítulo, se presentaron los principales conceptos asociados al modelado de componentes eléctricos propios de microrredes eléctricas, basadas en energía solar y eólica. Se desarrollan modelos para un sistema fotovoltaico aislado y un sistema eólico interconectado a la red mediante un filtro RL usando un convertidor en topología *back-to-back*. Para el sistema fotovoltaico, se utiliza un modelado basado en el modelo de un diodo y un convertidor CD-CD en topología Boost. Por otro lado, para el sistema eólico se desarrollan modelos de la turbina de viento, PMSG, filtro RL y convertidores, usando el marco de referencia  $dq0$  debido a que simplifica el análisis del sistema. Se muestran los principales algoritmos MPPT para sistemas eólicos, y se describe el uso de un estimador de velocidad de viento. Adicionalmente, se hace una propuesta de MPPT para el sistema fotovoltaico basado en un plano de regresión.

## Capítulo 4

# Resultados

En este capítulo se presenta la aplicación de los métodos de control robusto basados en AEM propuestos. Se desarrollan los modelos en la forma requerida para el uso de AEM, y se generan los controladores para cada sistema propuesto. Posteriormente, se presentan los resultados obtenidos tanto a nivel simulación, como a nivel experimental en un prototipo que emula la operación de un sistema eólico de pequeña escala basado en PMSG.

### 4.1. Diseño de controladores basados en AEM para un sistema PV

Considere el siguiente sistema que representa el modelo de un convertidor Boost con incertidumbres en los parámetros correspondientes a la inductancia, capacitancia y la resistencia

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \frac{I_{pv} - x_2}{C_i + \Delta C_i} \\ \frac{x_1 - (1-u)x_3}{L + \Delta L} \\ \frac{(1-u)x_2}{C_o + \Delta C_o} - \frac{x_3}{(R + \Delta R)(C_o + \Delta C_o)} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

donde  $x = [V_{pv}, I_L, V_o]^T$  representa el voltaje del arreglo PV, corriente del inductor, y voltaje de salida del convertidor mientras que  $C_i, C_o, L$  son el capacitor de entrada, el capacitor de salida y el inductor del convertidor respectivamente y  $\Delta(*)$  son incertidumbres paramétricas.

Seleccionando el voltaje del módulo PV como salida, el sistema (4.1) se puede reescribir como

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + \phi \\ y &= Cx\end{aligned}\tag{4.2}$$

con

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{C_i} & 0 \\ \frac{1}{L} & 0 & -\frac{1}{L} \\ 0 & \frac{1}{C_o} & -\frac{1}{RC_o} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{b_1}{L} \\ -\frac{b_2}{C_o} \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0 \quad 0]$$

$$\phi = \begin{bmatrix} \frac{I_{pv}}{C_i} - \frac{(I_{pv}-x_2)\Delta C_i}{C_i(C_i+\Delta C_i)} \\ \frac{ux_3-b_1}{L} - \frac{\Delta L(x_1-x_3+ux_3)}{L(L+\Delta L)} \\ -\frac{ux_2+b_2}{C_o} - \frac{(x_2-ux_2)\Delta C_o}{C_o(C_o+\Delta C_o)} + \frac{x_3(R\Delta C_o+C_o\Delta R+\Delta C_o\Delta R)}{RC_o(RC_o+R\Delta C_o+C_o\Delta R+\Delta R\Delta C_o)} \end{bmatrix}.$$

donde  $b_1, b_2$  corresponden con los valores máximos para la corriente del inductor y el voltaje de salida del convertidor, respectivamente.

Introduciendo los cambios de variable siguientes para simplificar el análisis del sistema

$$\gamma_1 = \frac{\Delta C_i}{C_i(C_i + \Delta C_i)}, \quad \gamma_2 = \frac{\Delta L}{L(L + \Delta L)}$$

$$\gamma_3 = \frac{\Delta C_o}{C_o(C_o + \Delta C_o)}, \quad \gamma_4 = \frac{R\Delta C_o + C_o\Delta R + \Delta C_o\Delta R}{RC_o(RC_o + R\Delta C_o + \Delta C_oR + \Delta R\Delta C_o)}$$

la matriz  $\phi$  que contiene las incertidumbres del sistema se puede reescribir como

$$\phi = \begin{bmatrix} \frac{I_{pv}}{C_i} - (I_{pv} - x_2)\gamma_1 \\ \frac{ux_3-b_1}{L} - (x_1 - x_3 + ux_3)\gamma_2 \\ -\frac{ux_2-b_2}{C_o} - (x_2 - ux_2)\gamma_3 + x_3\gamma_4 \end{bmatrix}.\tag{4.3}$$

**Nota:** Es importante observar, que las incertidumbres contenidas en  $\phi$ , las cuales para este caso son mayormente variaciones paramétricas, no requieren conocerse de forma exacta para el diseño de controladores robustos basados en AEM, sino únicamente deben ser acotadas mediante la condición quasi-Lipschitz.

Para aplicar el método del elipsoide en la generación de controladores robustos se debe de cumplir con la condición de que la parte incierta del sistema (4.2), sea quasi-Lipschitz, por lo tanto, se debe verificar que la matriz  $\phi$  cumpla con dicha condición.

$$\|\phi\|^2 \leq c_0 + Q_x \|x\|^2 \quad (4.4)$$

Para esto, es necesario obtener el valor de la norma de  $\phi$ , el cual tiene la siguiente forma

$$\begin{aligned} \|\phi\|^2 = & \left( \frac{I_{pv}}{C_i} - (I_{pv} - x_2)\gamma_1 \right)^2 + \left( \frac{ux_3 - b_1}{L} - (x_1 - x_3 + ux_3)\gamma_2 \right)^2 \\ & + \left( -\frac{ux_2 - b_2}{C_o} - (x_2 - ux_2)\gamma_3 + x_3\gamma_4 \right)^2. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Desarrollando las operaciones correspondientes en (4.5), y tomando en cuenta que para este sistema en particular  $u \in [0, 1]$  y ya que buscamos obtener una cota para la función, podemos tomar el valor superior, esto es  $u = 1$ , y ya  $x_1, x_2, x_3$  serán siempre valores positivos es posible reducir términos cruzados en el sistema, entonces las incertidumbres del sistema se pueden acotar como

$$\|\phi\|^2 \leq \underbrace{\frac{2I^2\gamma_1}{C_i} + I^2\gamma_1^2 + \frac{b_1^2}{L^2} + \frac{b_2^2}{C_o^2}}_{c_0} + \underbrace{x_1^2\gamma_2^2 + x_2^2 \left( \gamma_1^2 + \frac{1}{C_o^2} \right) + x_3^2 \left( \gamma_4 + \frac{1}{L^2} \right)}_{Q_x \|x\|^2}.$$

Una vez que el sistema se encuentra representado en forma quasi-Lipschitz, es posible aplicar el método del elipsoide atractivo para el diseño de un controlador robusto.

## 4.2. Diseño de controladores basados en AEM para el sistema eólico

### 4.2.1. Diseño de control del SLG

El modelo matemático del SLG propuesto tiene la forma siguiente

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \omega_r \\ i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{F\omega_r}{J} & 0 & \frac{3\lambda_r p i_{qs}}{2J} \\ 0 & -\frac{R_s i_{ds}}{L_{ds}} & \frac{\omega_r i_{qs} L_{qs}}{L_{ds}} \\ -\frac{\omega_r \lambda_r}{L_{qs}} & -\frac{\omega_r L_{ds} i_{ds}}{L_{qs}} & -\frac{R_s i_{qs}}{L_{qs}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{L_{ds}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_{qs}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ds} \\ V_{qs} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{pT_m}{J} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

donde  $V_{ds}, V_{qs}$  son los voltajes del estator,  $i_{ds}, i_{qs}$  representan corrientes de estator,  $L_{ds}, L_{qs}$  son las inductancias del generador, todos referidos al marco de referencia  $dq0$ ,  $\lambda_r$  es el flujo magnético de los imanes permanentes,  $\omega_r$  es la velocidad eléctrica o síncrona del generador,  $R_s$  es la resistencia del estator,  $p$  es el número de pares de polos del generador,  $J$  representa la inercia y  $T_m$  es el par mecánico generado por la turbina eólica.

Para diseñar controladores para el SLG se debe obtener un sistema en la representación quasi-Lipschitz como

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + \xi(t, x) \quad (4.7)$$

Para esto es necesario proponer una matriz lineal  $A$  de tal forma que sea posible conjuntar los términos no lineales del modelo en la función  $\xi$ , tal sistema tomará la forma siguiente

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{F}{J} & 0 & \frac{3\lambda_r p}{2J} \\ \frac{x_3^{max} L_{qs}}{L_{ds}} & -\frac{R_s}{L_{ds}} & \frac{x_1^{max} L_{qs}}{L_{ds}} \\ \frac{-\lambda_r - x_2^{max} L_{ds}}{L_{qs}} & -\frac{x_1^{max} L_{ds}}{L_{qs}} & -\frac{R_s}{L_{qs}} \end{bmatrix}, \quad \xi = \begin{bmatrix} \frac{pT_m}{J} \\ -\frac{x_3^{max} x_q L_{qs}}{L_{ds}} - \frac{x_1^{max} x_3 L_{qs}}{L_{ds}} + \frac{x_1 x_3 L_{qs}}{L_{ds}} \\ \frac{x_2^{max} x_1 L_{ds}}{L_{qs}} + \frac{x_1^{max} x_2 L_{ds}}{L_{qs}} - \frac{x_1 x_2 L_{ds}}{L_{qs}} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

y se debe cumplir que la función no lineal  $\xi$  sea acotada como

$$\|\xi\|^2 \leq c_0 + Q_x \|x\|^2$$

entonces

$$\begin{aligned} \|\xi\|^2 = & \left( \frac{pT_m}{J} \right)^2 + \left( -\frac{x_3^{max} x_q L_{qs}}{L_{ds}} - \frac{x_1^{max} x_3 L_{qs}}{L_{ds}} + \frac{x_1 x_3 L_{qs}}{L_{ds}} \right)^2 \\ & + \left( \frac{x_2^{max} x_1 L_{ds}}{L_{qs}} + \frac{x_1^{max} x_2 L_{ds}}{L_{qs}} - \frac{x_1 x_2 L_{ds}}{L_{qs}} \right)^2 \end{aligned} \quad (4.9)$$

Al desarrollar las operaciones en (4.9) se puede establecer lo siguiente

$$\|\xi\|^2 \leq \underbrace{\frac{p^2 T_m^2}{J^2}}_{c_0} + \underbrace{x_1^2 (x_{2_{max}}^2 + x_{3_{max}}^2) + x_2^2 x_{1_{max}}^2 + x_3^2 x_{1_{max}}^2}_{Q_x \|x\|^2}. \quad (4.10)$$

Una vez que se ha verificado que las no linealidades del sistema pueden ser acotadas en forma quasi-Lipschitz es posible proceder con el uso de las técnicas de síntesis de controladores robustos por AEM para obtener el controlador del SLG.

#### 4.2.2. Diseño de control del SLR

Para el caso del SLR se propone el diseño de un sistema de control que realice un control de las corrientes en el marco  $dq0$ . Por lo tanto, se utiliza el siguiente modelo para el SLR

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{gd} \\ i_{gq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_g}{L_g} & \omega_e + \Delta\omega_e \\ -\omega_e - \Delta\omega_e & -\frac{R_g}{L_g} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{gd} \\ i_{gq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_g} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_g} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{gd} \\ V_{gq} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

donde  $i_{gd}, i_{gq}$  son las corrientes en los ejes  $d$  y  $q$  fluyendo hacia la red,  $V_{gd}, V_{gq}$  son los voltajes de la red en el marco  $dq0$ ,  $R_g$  y  $L_g$  representan la resistencia e inductancia del filtro,  $\omega_e, \Delta\omega_e$  son la velocidad síncrona y una posible variación de esta y  $V_d, V_q$  son los voltajes en los ejes  $dq$  a la salida del inversor.

Para aplicar el método del elipsoide atractivo es necesario representar el sistema en la forma quasi-Lipschitz siguiente

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + \xi(t, x) \quad (4.12)$$

donde  $x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} i_{gd} & i_{gq} \end{bmatrix}^T$  y

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R_g}{L_g} & \omega_e \\ -\omega_e & -\frac{R_g}{L_g} \end{bmatrix}, \quad \xi = \begin{bmatrix} \Delta\omega_e x_2 - V_{gd} \\ -\Delta\omega_e x_1 - V_{gq} \end{bmatrix}. \quad (4.13)$$

La parte conteniendo las incertidumbres del sistema se puede acotar como

$$\|\xi\|^2 = (\Delta\omega_e x_2 - V_{gd})^2 + (-\Delta\omega_e x_1 - V_{gq})^2 \quad (4.14)$$

$$\|\xi\|^2 = \Delta\omega_e^2 x_2^2 - 2\Delta\omega_e x_2 V_{gd} - V_{gd}^2 + \Delta\omega_e^2 x_1^2 + 2\Delta\omega_e x_1 V_{gq} + V_{gq}^2. \quad (4.15)$$

Bajo la consideración de que se operará sobre un sistema balanceado entonces  $V_{gq} = 0$ , por lo que (4.15) se transforma en

$$\|\xi\|^2 \leq V_{gd}^2 + \Delta\omega_e^2 x_2^2 + \Delta\omega_e^2 x_1^2 \quad (4.16)$$

lo cual cumple con la condición quasi-Lipschitz

$$\|\xi\|^2 \leq c_0 + Q_x \|x\|^2 \quad ; \quad c_0 = V_{gd}^2, \quad Q_x = \begin{bmatrix} \Delta\omega_e^2 & 0 \\ 0 & \Delta\omega_e^2 \end{bmatrix}.$$

Una vez acotada la parte que contiene las incertidumbres del sistema es posible aplicar los métodos desarrollados previamente para la síntesis de un controlador robusto basado en AEM.

### 4.3. Resultados de simulación

Para verificar el desempeño de los controladores robustos diseñados, varias pruebas de simulación fueron desarrolladas en el entorno de MATLAB/Simulink haciendo uso de la librería SimPower Systems. Se presentan los resultados para un sistema PV aislado con convertidor Boost y un sistema eólico interconectado a la red. El desempeño de los controladores es comparado con técnicas de control clásico, como son los controladores PID y controladores óptimos no lineales.

### 4.3.1. Resultados para el sistema PV

Para verificar el adecuado funcionamiento de los algoritmos de control y los modelos propuestos del sistema PV, se llevan a cabo simulaciones para un sistema con incertidumbres, como el mostrado en la Sección 4.1 el cual está formado por un módulo solar y un convertidor CD-CD en topología Boost alimentando una carga resistiva. Se aplica el algoritmo MPPT propuesto, basado en la creación de un plano de regresión para generar los voltajes de referencia a seguir y se diseña un controlador robusto basado en AEM para seguir dichas referencias. Las pruebas desarrolladas abarcan cambios de irradiación y temperatura en el sistema, así como una comparación del funcionamiento del sistema en presencia de las incertidumbres contra el sistema en condiciones ideales. Para mostrar el eficiente desempeño del controlador propuesto, se realiza una comparación con un controlador tipo PI con los siguientes parámetros  $K_p = 0.3$  y  $K_i = 3$ .

El módulo solar seleccionado es el 1Soltech 1STH-235-WH cuyos parámetros se muestran en la Tabla 4.1, y los parámetros del convertidor Boost así como las variaciones paramétricas consideradas en el modelo, se muestran en la Tabla 4.2.

Tabla 4.1: Parámetros del módulo PV

| Parámetro   | Valor     |
|---|-----------|
| Potencia máxima                                       | 234.986 W |
| Voltaje de circuito abierto ( $V_{oc}$ )              | 37 V      |
| Número de celdas por módulo                           | 60        |
| Corriente de corto circuito ( $I_{sc}$ )              | 8.54 A    |
| Voltaje en el punto de máxima potencia ( $V_{mp}$ )   | 1.854 V   |
| Corriente en el punto de máxima potencia ( $I_{mp}$ ) | 8.02 A    |

Las curvas P-V e I-V características del módulo seleccionado se muestran en la Figura 4.1, donde se aprecia el punto de máxima potencia, el cual servirá como punto de referencia para evaluar el desempeño del MPPT.

Los parámetros obtenidos para la matriz de ganancias  $K$  y la matriz del elipsoide

Tabla 4.2: Parámetros del convertidor Boost

| Parámetro  | Valor                 |
|--|-----------------------|
| Inductor ( $L$ )   | $15 \times 10^{-3} H$ |
| Capacitor de entrada ( $C_i$ )                                 | $1 \times 10^{-6} F$  |
| Capacitor de salida ( $C_o$ )                                  | $8 \times 10^{-6} F$  |
| Variación paramétrica del capacitor de entrada ( $\Delta L$ )  | 20 % $C_i$            |
| Variación paramétrica del capacitor de salida ( $\Delta C_i$ ) | 20 % $C_o$            |
| Variación paramétrica del inductor ( $\Delta C_o$ )            | 20 % $L$              |

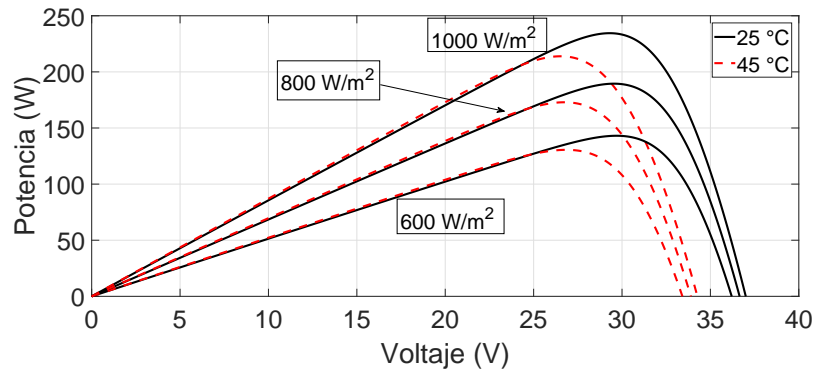
$P$  del controlador por retroalimentación de salida basado en AEM se muestran a continuación:

$$K = 10.2271 \quad , \quad P = \begin{bmatrix} 0.9989 & 0.0002 & -0.0009 \\ 0.0002 & 0.9841 & 0.0053 \\ -0.0009 & 0.0053 & 0.9914 \end{bmatrix} \times 10^{-5}.$$

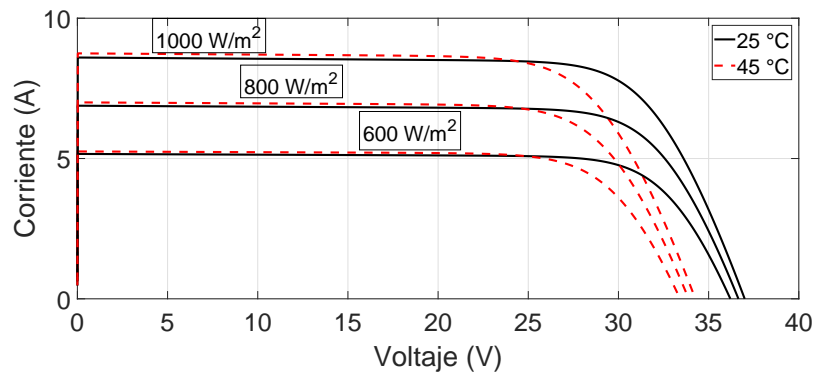
estos parámetros fueron obtenidos mediante el uso del *solver* comercial Penbmi, el cual es capaz de resolver problemas de optimización basados en LMI's o BMI's, sin embargo, ya que no es el objetivo que se persigue en esta tesis, no se realizó ningún análisis referente a cómo opera dicha herramienta y los valores obtenidos se toman tal como son generados por el *solver*, sin un análisis posterior. El plano de regresión generado para el módulo seleccionado se muestra en la Figura 4.2, este se obtuvo para rangos de irradiación solar ( $G$ ) de 100-1200  $W/m^2$  y de temperatura ( $T$ ) del módulo de 0-85  $^{\circ}C$  lo cual abarca un amplio rango de operación bajo distintas condiciones climáticas. La ecuación de regresión para obtener el voltaje de referencia para cada condición de irradiación ( $G$ ) y temperatura ( $T$ ) está dada por:

$$V_{ref} = 32.831546 + 0.00017687G - 0.14146653T. \quad (4.17)$$

La Figura 4.3 muestra los cambios de irradiación solar y temperatura de la superficie del módulo PV.



(a) Curva P-V



(b) Curva I-V

Figura 4.1: Curvas características del módulo 1Soltech 1STH-235-WH

El seguimiento del voltaje de referencia generado por el plano de regresión se presenta en la Figura 4.4. Se puede observar que se obtiene un seguimiento preciso y rápido con ambos controladores, tanto en condiciones ideales, como en condiciones de incertidumbre; sin embargo, el controlador basado en AEM converge más rápidamente y tiene un comportamiento con menos oscilaciones. Se observa que el controlador basado en AEM es robusto ante las incertidumbres consideradas (del 20% del valor nominal de los componentes) ya que su respuesta no se ve demasiado afectada, mientras que es fácil observar que el controlador PI tiene un deterioro mayor en su desempeño.

La Figura 4.5 ilustra las señales de error generadas en el proceso de seguimiento del

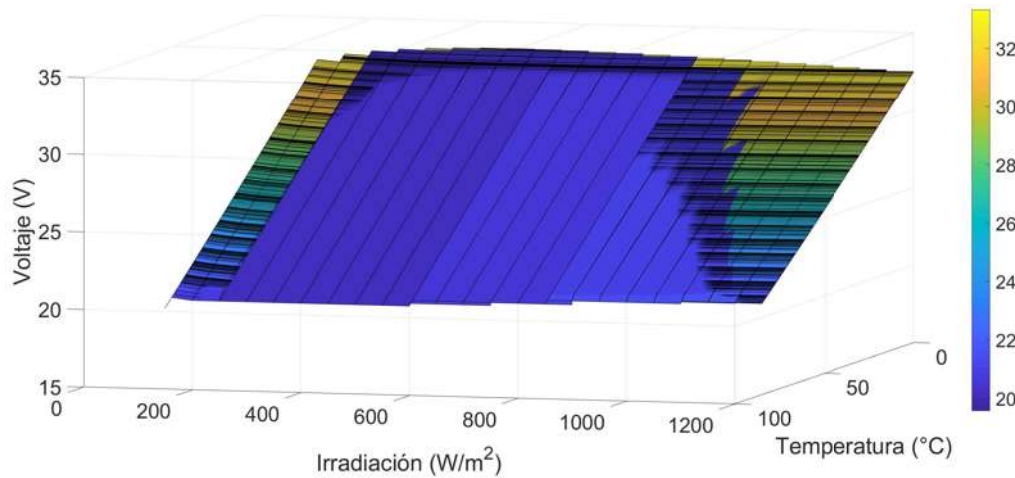


Figura 4.2: Plano de regresión para el módulo 1Soltech 1STH-235-WH

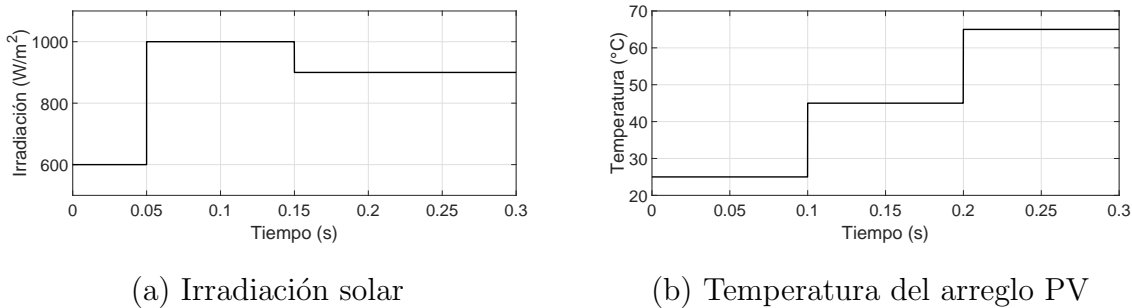
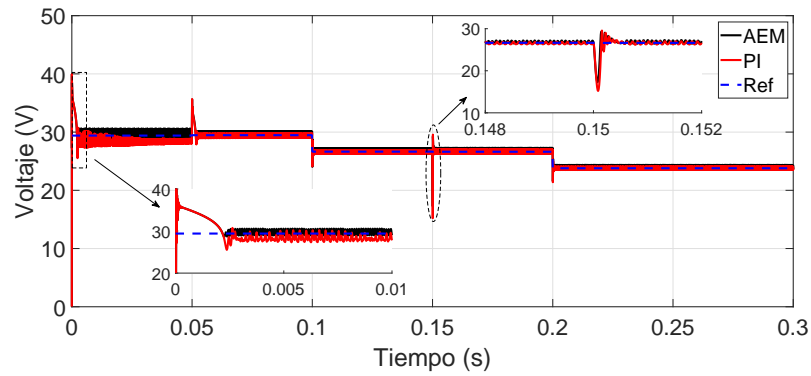


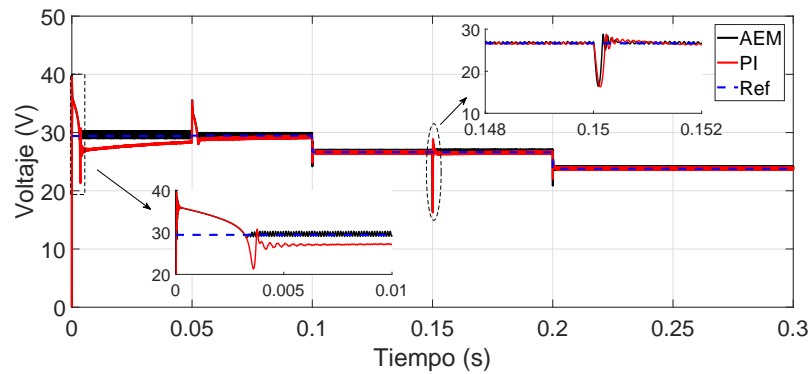
Figura 4.3: Condiciones ambientales

voltaje de referencia con ambos controladores. Aquí se aprecia de forma más obvia la mayor eficiencia y robustez del controlador basado en AEM el cual es capaz de seguir las referencias de voltaje deseadas, sin un gran deterioro en su desempeño cuando se opera con el modelo con incertidumbres.

Uno de los objetivos que se buscan en un sistema PV es la máxima extracción de potencia en todo momento bajo condiciones climáticas variantes, principalmente irradiación solar y temperatura. La Figura 4.6 muestra la potencia extraída del sistema con el MPPT basado en un plano de regresión propuesto. Se observa que los valores de potencia extraído bajo cada condición de potencia se aproximan de forma muy cercana a los puntos máximos observados en la Figura 4.1, alcanzando una eficiencia



(a) Condiciones ideales



(b) Condiciones con incertidumbre

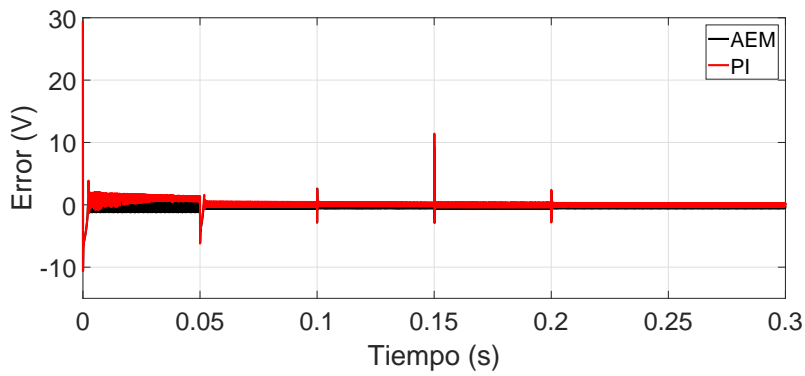
Figura 4.4: Voltaje del módulo PV

de aproximadamente 99.5 % lo cual confirma la eficiencia de la estrategia propuesta.

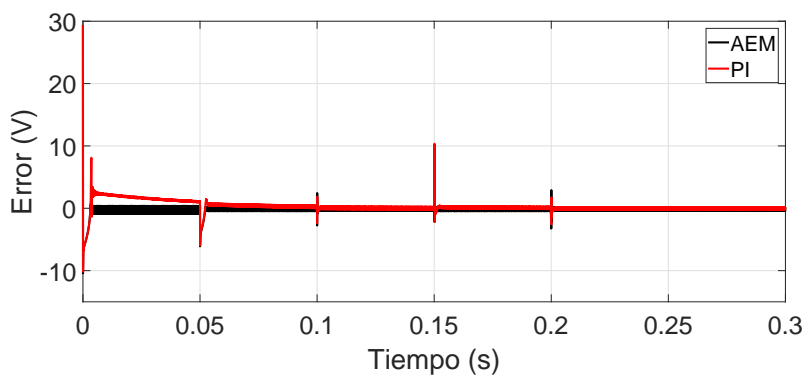
### 4.3.2. Resultados para el sistema eólico interconectado a la red

#### Resultados para el SLG

La simulación desarrollada para el SLG hace uso de una turbina de eje vertical ya que se utilizan datos de un generador de baja potencia. El esquema de simulación incluye la aplicación del algoritmo TSR para extraer la potencia máxima, y el sistema de control se encarga de seguir las referencias de velocidad del generador  $\omega_{ref}$  y



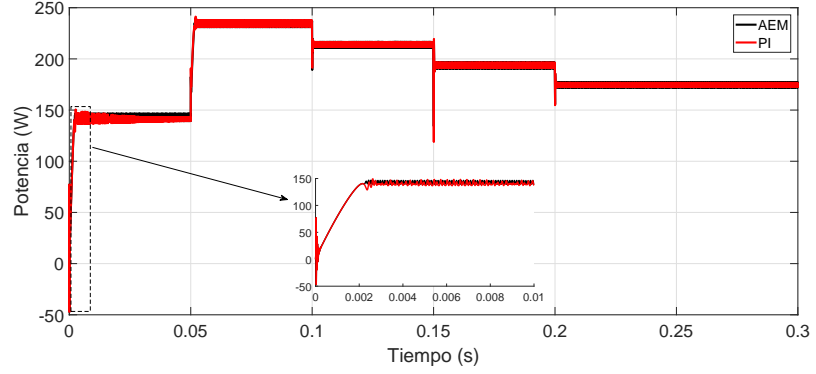
(a) Condiciones ideales



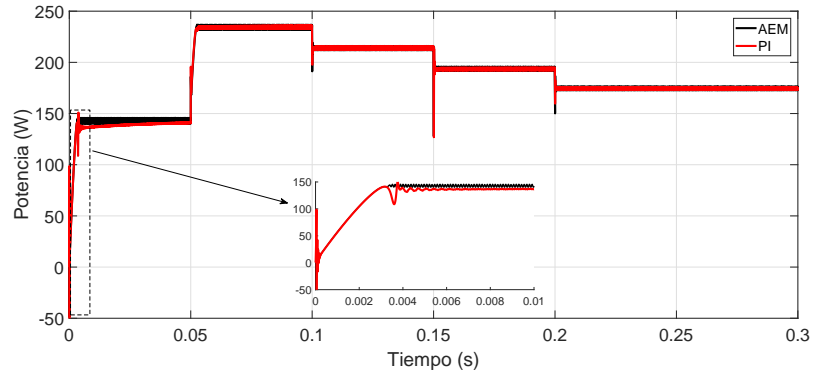
(b) Condiciones con incertidumbre

Figura 4.5: Error de seguimiento de voltaje

corriente en el eje  $d$   $i_{d_{ref}}$ . Para mostrar la eficiencia del controlador basado en AEM propuesto, se realiza una comparación con un esquema de control vectorial basado en 3 controladores PI y un esquema de control óptimo no lineal. Las ganancias de los controladores PI usados en el control vectorial son  $Kp_{id} = 5$ ,  $Ki_{id} = 10$ ,  $Kp_{\omega} = 3$ ,  $Ki_{\omega} = 6$ ,  $Kp_{iq} = 6.2$ ,  $Ki_{iq} = 8.5$ . El controlador óptimo no lineal utilizado tiene la siguiente forma [Cortes-Vega19]



(a) Condiciones ideales



(b) Condiciones con incertidumbre

Figura 4.6: Potencia extraída del módulo PV

$$\begin{aligned}
 \dot{P}_o &= C^T Q_o C - (P_o B R^{-1} B^T P_o + P_o A + A^T P_o) \\
 \dot{z}_o &= (A - B R^{-1} B^T P_o)^T z_o + (C^T Q_o r) - P_o D \\
 u &= -R^{-1} B^T (P_o x - z_o)
 \end{aligned} \tag{4.18}$$

con

$$Q_o = \begin{bmatrix} 5000 & 0 & 0 \\ 0 & 2000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad r = \begin{bmatrix} \omega_{ref} \\ i_{dref} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Los parámetros del sistema se muestran en la Tabla 4.3 los cuales corresponden al sistema experimental desarrollado, mientras que para la turbina eólica fueron tomados

de [Aubree16] y se presentan en la Tabla 4.4.

Tabla 4.3: Parámetros del sistema

| Parámetro                           | Valor                                 |
|-------------------------------------|---------------------------------------|
| Potencia nominal ( $P_{nom}$ )      | 0.75 <i>K.W</i>                       |
| Fricción viscosa ( $F$ )            | 0.001147 N.m.s                        |
| Pares de polos ( $p$ )              | 2                                     |
| Flujo magnético ( $\lambda_r$ )     | 0.238236 <i>Wb</i>                    |
| Inercia ( $J$ )                     | $1.854 \times 10^{-4} \frac{kg}{m^2}$ |
| Resistencia de estator ( $R_s$ )    | 10.5 $\Omega$                         |
| Inductancia en el eje $d$ ( $L_d$ ) | 0.0038 <i>H</i>                       |
| Inductancia en el eje $q$ ( $L_q$ ) | 0.0038 <i>H</i>                       |
| Capacitancia ( $C$ )                | $1.1 \times 10^{-3} F$                |

Tabla 4.4: Parámetros de la turbina eólica

| Parámetro   | Valor      |
|-------------|------------|
| Radio       | 1 <i>m</i> |
| Altura      | 2 <i>m</i> |
| Constante 0 | 0.110898   |
| Constante 1 | -0.02493   |
| Constante 2 | 0.057456   |
| Constante 3 | -0.01098   |
| Constante 4 | 0.00054    |

Se diseña un controlador basado en AEM considerando valores máximos para los estados definidos como  $x_{1_{max}} = 200rad/s$ ,  $x_{2_{max}} = 5A$ ,  $x_{3_{max}} = 5A$ . La matriz de ganancias y matriz del elipsoide obtenidos se muestran en (4.19).

$$K = \begin{bmatrix} 0.549 & -0.587 & -0.043 \\ 15.6512 & 5.7102 & -0.118 \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} 0.4310 & 0.0027 & 0.2405 \\ 0.0027 & 0.0220 & 0.0034 \\ 0.2405 & 0.0034 & 0.1540 \end{bmatrix} \times 10^{-15} \quad (4.19)$$

El primer escenario de simulación considerado es para un sistema sometido a una velocidad de viento constante que genera un par mecánico de entrada de  $2.04 \text{ N.m}$ . Los valores iniciales son asignados como  $x_0 = 0$ , mientras que las referencias seleccionadas para las variables a controlar (velocidad y corriente en el eje  $d$ ) son  $i_{d_{ref}} = 0 \text{ A}$  y  $\omega_{ref} = 140 \text{ rad/s}$ .

El seguimiento de trayectoria del estado  $x_1$ , el cual corresponde a la velocidad rotacional del PMSG, mediante la estrategia de control por retroalimentación de estados propuesta y mediante los esquemas de control vectorial basado en PI's y control óptimo no lineal se presenta en la Figura 4.7. Debido al hecho de que el método del elipsoide sólo garantiza estabilidad práctica y no la convergencia a un punto específico del sistema (esto significa que sólo garantiza el confinamiento de las trayectorias a una región definida por el elipsoide), y a que el controlador propuesto es diseñado como una retroalimentación de estados, la respuesta obtenida presenta error en estado estable. Sin embargo, dicho error es de un valor menor al 2% lo cual es considerado aceptable. A pesar de la presencia de error en estado estable, el controlador propuesto muestra mejores características de respuesta que el control vectorial, como menor tiempo de establecimiento y ausencia de sobreimpulso. En el caso del controlador óptimo no lineal la velocidad de convergencia es de valor similar al controlador basado en AEM, sin embargo presenta un error mayor.

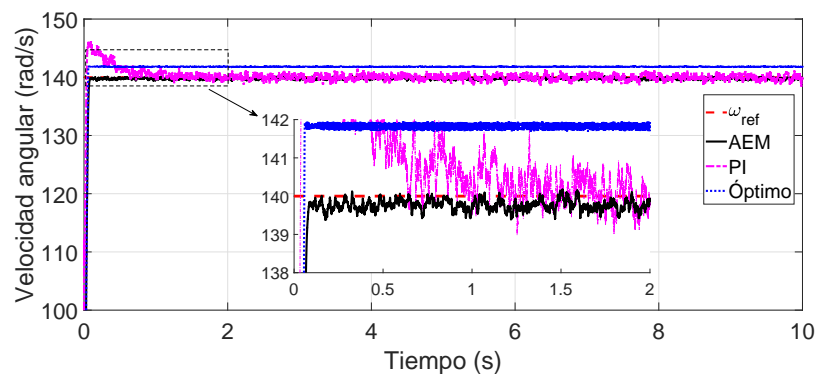
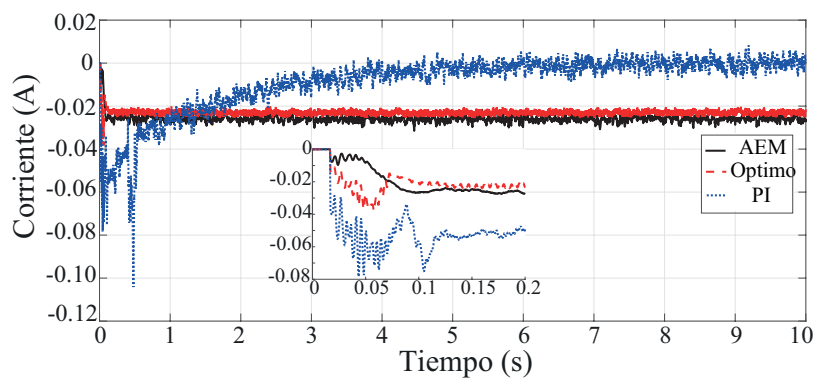
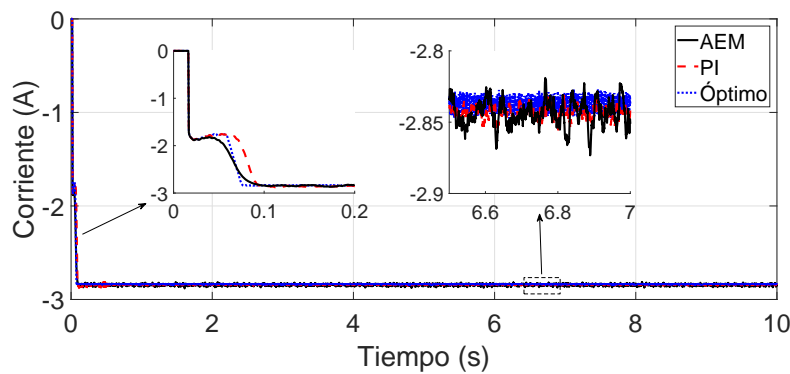


Figura 4.7: Velocidad rotacional del PMSG

Las trayectorias de los estados  $x_2(t)$  y  $x_3(t)$ , correspondientes a las corrientes en los ejes  $dq$  se ilustran en la Figura 4.8. Se observa que, gracias a la acción integral presente en el control vectorial basado en PI, este esquema presenta un error en estado estable menor, sin embargo, tiene un tiempo de convergencia mayor. Por otro lado, el control óptimo no lineal y el controlador basado en AEM convergen con la misma velocidad, con el primero siendo ligeramente más eficiente en la regulación de la corriente.

(a) Corriente en el eje  $d$ (b) Corriente en el eje  $q$ Figura 4.8: Corrientes en el marco  $dq0$ 

Los voltajes del PMSG resultantes para los esquemas de control presentados se muestran en la Figura 4.9. Se puede observar que los voltajes convergen a valores similares con diferencias mínimas que explican las ligeras desviaciones de cada con-

trolador en el seguimiento de las referencias. En el caso del control vectorial basado en PI's, el voltaje en el eje  $d$  toma un valor un poco mayor, lo cual concuerda con el mejor seguimiento de la corriente  $i_d$  de referencia. Por otro lado, el voltaje  $V_q$  del controlador óptimo es un poco mayor (aproximadamente 2V) que los otros esquemas de control y esto se traduce en una velocidad un poco superior, como se vio anteriormente.

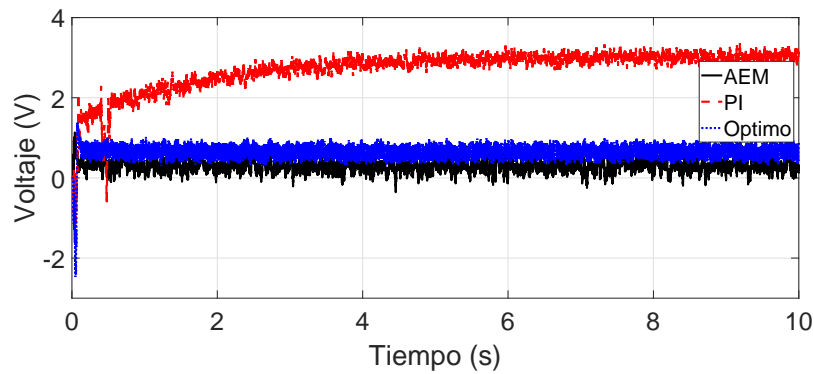
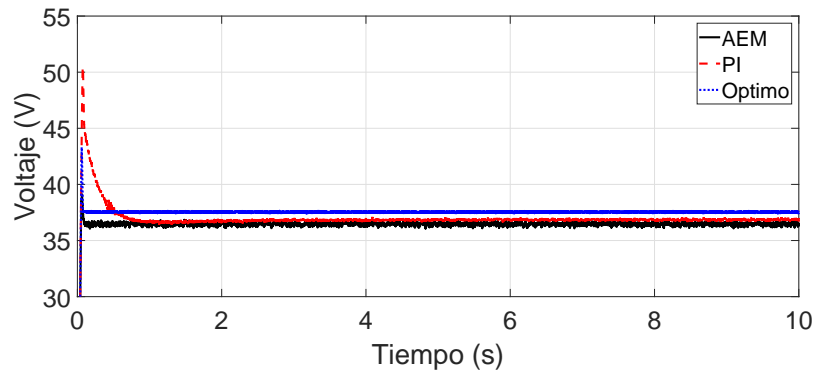
(a) Voltaje en el eje  $d$ (b) Voltaje en el eje  $q$ 

Figura 4.9: Voltajes de control

Para resaltar las características de robustez propias del controlador basado en AEM, se realizan pruebas modificando el valor de par mecánico constante utilizado en la prueba anterior por uno variante en un rango de  $(-2.3, -1.1)$ , este par se puede apreciar en la Figura 4.10a. La variación del par mecánico corresponde a las variaciones naturales que se producirían en una turbina de viento cuando la velocidad

del viento incidente sobre ésta cambie.

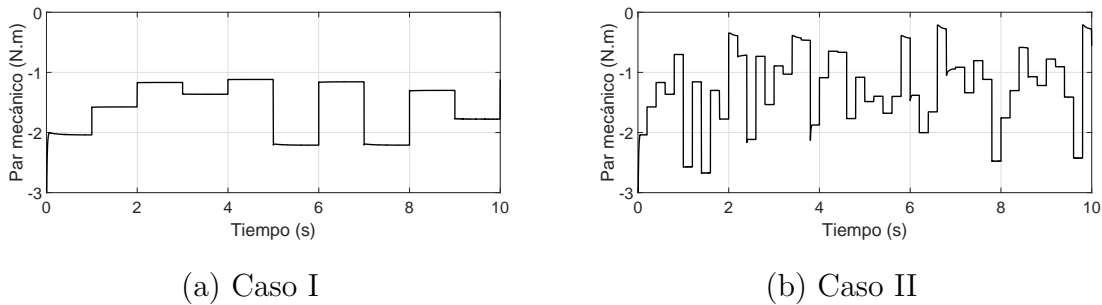
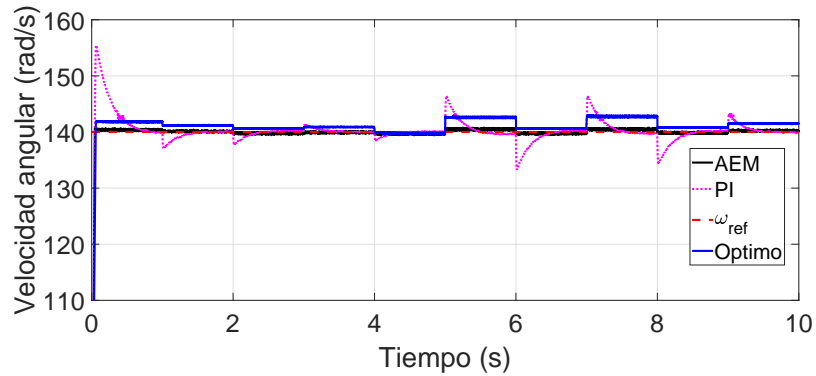


Figura 4.10: Par mecánico variante con el tiempo

La respuesta de la velocidad rotacional del PMSG y de la corriente en el eje  $d$  se presentan en la Figura 4.11a y Figura 4.11b, respectivamente. Ambas figuras muestran la comparación entre el esquema AEM, el control vectorial basado en PI y el control óptimo bajo el par mecánico de entrada presentado en la Figura 4.10a. El desempeño del control vectorial basado en PI se deteriora observando variaciones que oscilan entre  $\pm 5 \text{ rad/s}$  para el caso de la velocidad y algunos picos de hasta  $-0.15 \text{ A}$  para la corriente, mientras que el controlador robusto basado en AEM mantiene un desempeño mucho más eficiente con menos variaciones lo que demuestra su robustez ante estas condiciones. En el caso del control óptimo presenta variaciones menores, sin embargo, no es capaz de reaccionar de forma adecuada a los cambios ya que en ningún momento alcanza el valor de referencia.

Para mostrar más claramente la robustez del controlador propuesto se desarrolló una prueba para el perfil de par mecánico de entrada mostrado en la Figura 4.10b, el cual tiene variaciones mucho más rápidas de mayor magnitud que el caso anterior en el rango de  $(-2.7, -0.3)$ . La Figura 4.12a presenta la respuesta de la velocidad rotacional del PMSG bajo el nuevo perfil de entrada. Se puede observar que el control vectorial basado en PI no es capaz de mantener un seguimiento preciso de la referencia deseada presentando variaciones que llegan hasta los  $200 \text{ rad/s}$ , mientras que el controlador basado en AEM y el control óptimo mantienen un seguimiento preciso



(a) Velocidad rotacional del PMSG

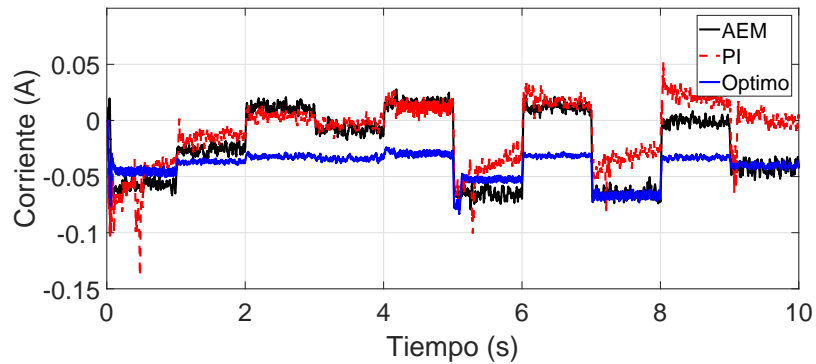
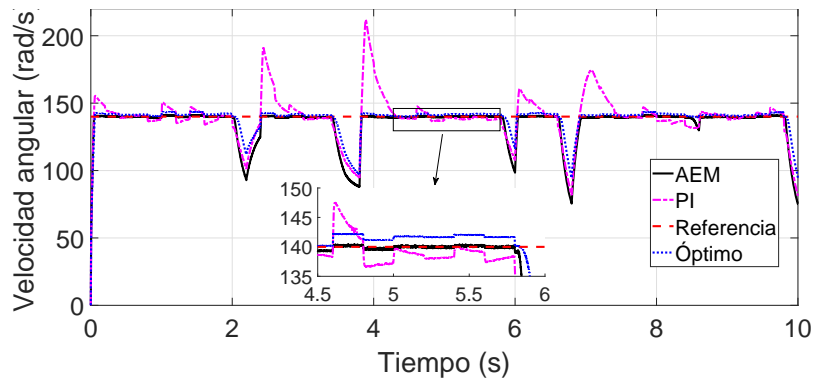
(b) Corriente en el eje  $d$ 

Figura 4.11: Respuesta del sistema para el Caso I

aún bajo los rápidos cambios de la entrada. Un comportamiento similar se observa en la Figura 4.12b para la corriente en el eje  $d$  donde se observa que el desempeño del control vectorial está sumamente deteriorado, mientras el control basado en AEM presenta variaciones menores y el control óptimo vuelve a quedarse un poco por debajo de la referencia. El deterioro en el desempeño del control basado en PI se debe principalmente a su incapacidad para operar en presencia de perturbaciones variantes con el tiempo en conjunto con la dificultad para sintonizar sus ganancias bajo tales condiciones variantes.

Por último, ya que las pruebas anteriores han operado para seguir una referencia fija únicamente se realiza una prueba introduciendo el algoritmo MPPT TSR para



(a) Velocidad rotacional del PMSG

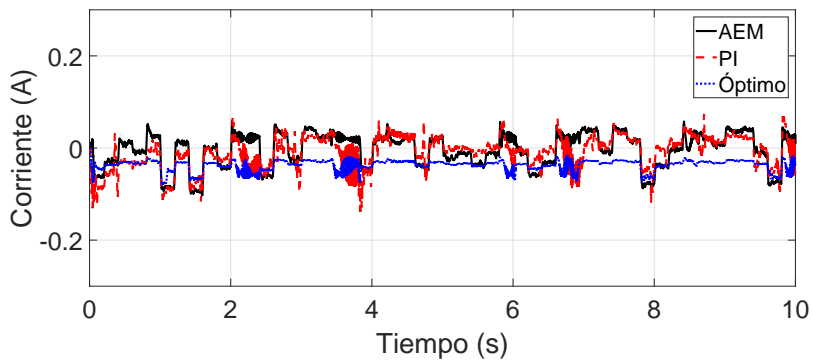
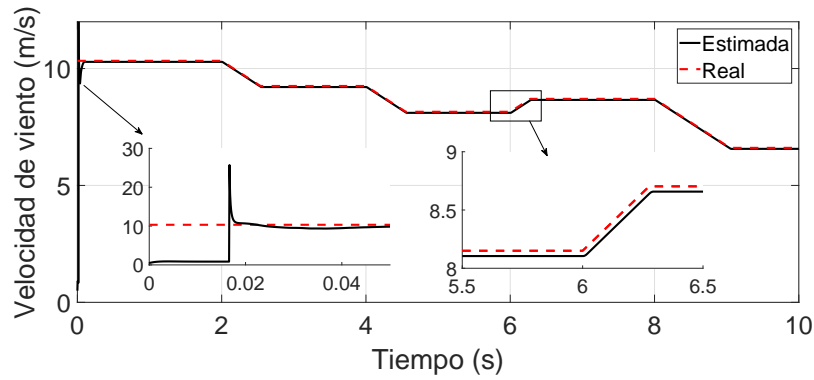
(b) Corriente en el eje  $d$ 

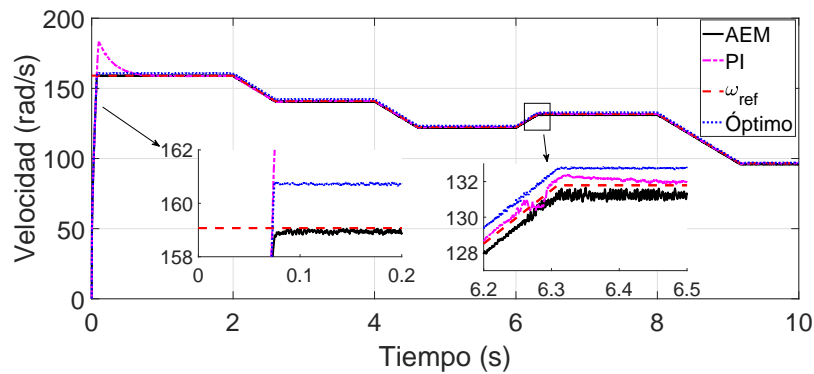
Figura 4.12: Respuesta del sistema para el Caso II

generar referencias de velocidad rotacional del PMSG que garanticen una máxima extracción de potencia ante un perfil de viento variante. Además, se hace uso del estimador de viento descrito en el Capítulo 3, con un valor  $\gamma = 0.5$ . El resultado de esta estimación es mostrado en la Figura 4.13a, donde se observa una estimación precisa y rápida. La respuesta de la velocidad rotacional del PMSG se ilustra en la Figura 4.13b. Se observa que se obtiene un seguimiento preciso y rápido de las referencias generadas por el algoritmo MPPT para cada velocidad de viento incidente sobre la turbina con un error máximo de aproximadamente  $1.5 \text{ rad/s}$ .

En la Figura 4.14 se muestran los valores claves para evaluar el desempeño del control MPPT realizado. Se puede apreciar que el coeficiente de potencia se encuentra



(a) Velocidad del viento



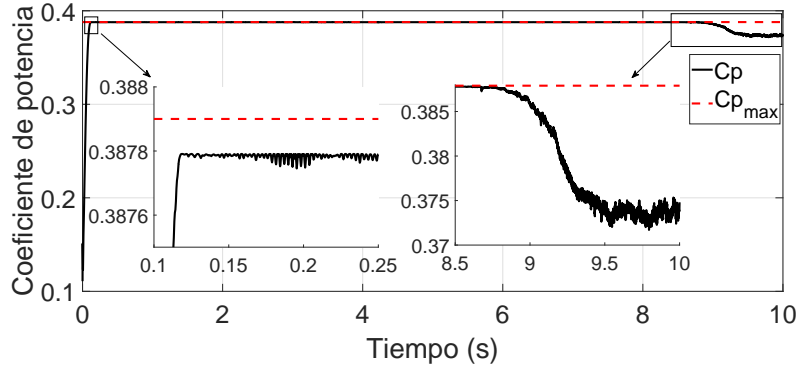
(b) Velocidad rotacional del PMSG

Figura 4.13: Entrada y salida para problema de MPPT

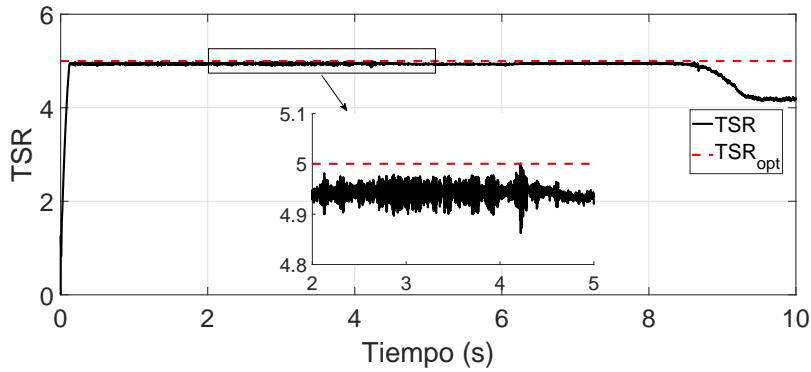
en un valor muy cercano al valor óptimo  $C_{p_{max}} = 0.3879$  y sólo baja cuando es imposible para el sistema mantener el TSR en su valor óptimo  $\lambda = 5$  debido a que el viento incidente toma un valor de velocidad muy bajo. Al mantener el valor de  $C_p$  cercano a su valor máximo se asegura que la potencia extraída es máxima, esto se consigue gracias a un eficiente y preciso seguimiento de las trayectorias generadas por el algoritmo MPPT TSR, mediante el controlador robusto basado en AEM.

### 4.3.3. Resultados para el SLR

Debido a que el control del SLR se realiza haciendo un control directo sobre las corrientes, se propone el uso de un controlador adicional para generar las referencias



(a) Coeficiente de potencia



(b) TSR

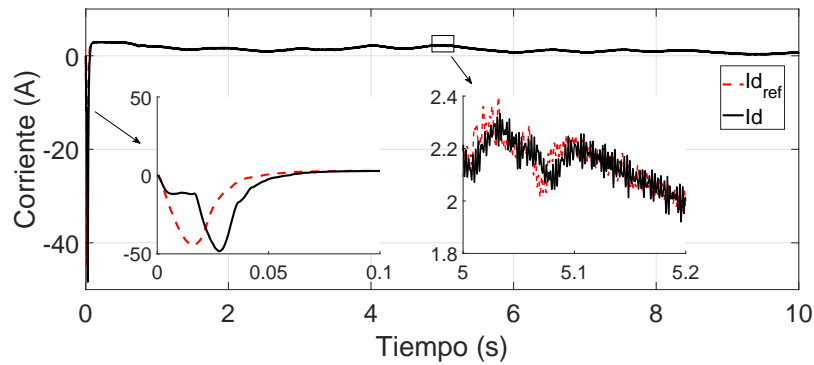
Figura 4.14: Coeficiente de potencia y TSR obtenidos

adecuadas para las corrientes  $i_{dg}, i_{qg}$  que permitan transmitir la potencia generada por el SLG hacia la red con un factor de potencia cercano a 1, para lo que se requiere una referencia de potencia reactiva  $Q_r = 0$ . Los parámetros del filtro utilizado para acoplar el inversor con la red eléctrica son  $R_g = 2\Omega$  y  $L_g = 5mH$ . El controlador basado en AEM diseñado tiene las siguientes matrices de ganancia y del elipsoide

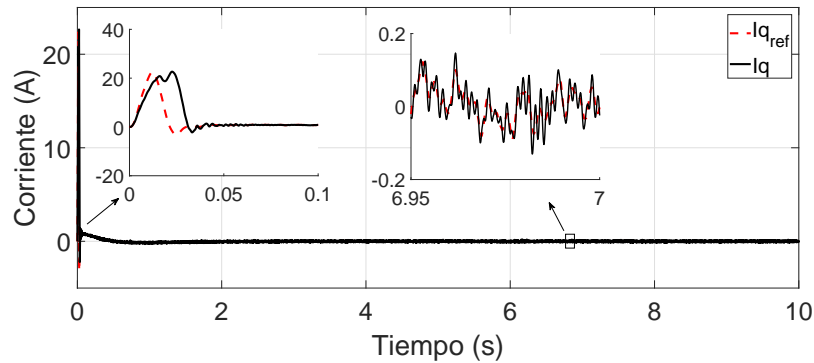
$$P = \begin{bmatrix} 0.4360 & 0 \\ 0 & 0.4360 \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} 1912 & 0 \\ 0 & 1912 \end{bmatrix}. \quad (4.20)$$

El seguimiento de las referencias deseadas para las corrientes en el marco  $dq0$  se presenta en la Figura 4.15. Se aprecia que el controlador basado en AEM obtiene un seguimiento rápido y preciso para ambas corrientes a pesar de que se tienen referencias

que varían rápidamente. La corriente  $i_d$  varía con los cambios en la potencia generada por el SLG, debido a que se busca enviar toda esta potencia hacia la red, es necesario que la corriente en el eje  $d$  varíe con respecto a dicha potencia, lo que explica la necesidad de un controlador para seguimiento. Por otro lado, la corriente en el eje  $d$  tiende a cero ya que este valor producirá una potencia reactiva  $Q_g$  igual a cero. El pico negativo que se observa en las corrientes corresponde al arranque del sistema en el cual se envía energía de la red al SLR para cargar el capacitor y posteriormente transferir la energía generada.



(a) Corriente en el eje d

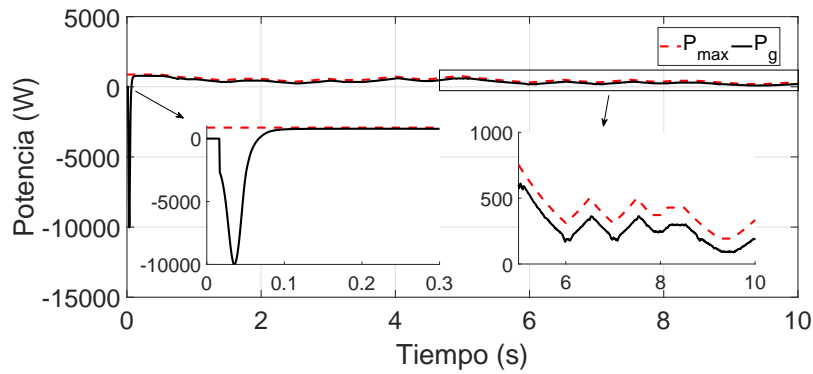


(b) Corriente en el eje q

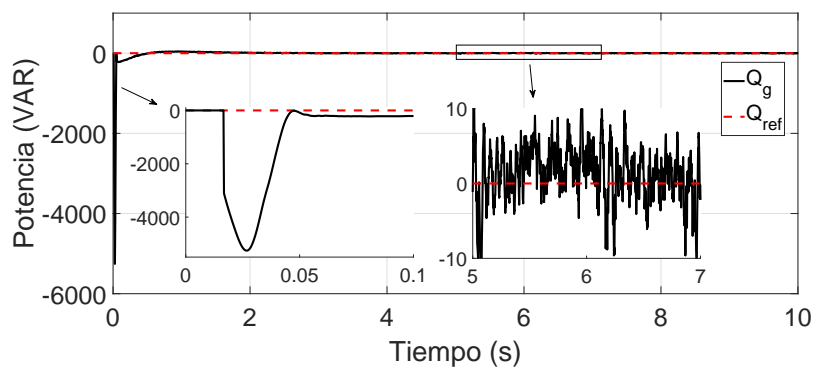
Figura 4.15: Corrientes en el marco  $dq0$ 

La Figura 4.16 muestra el comportamiento de la potencia transferida a la red. La potencia activa transferida corresponde con la potencia máxima generada por la

turbina, sin embargo, se puede observar que tiene pérdidas debido a la conmutación de los convertidores, pérdidas en el PMSG y el filtro principalmente. En el caso de la potencia reactiva se regula adecuadamente a su valor deseado de cero.



(a) Potencia activa



(b) Potencia reactiva

Figura 4.16: Potencia inyectada a la red

## 4.4. Resultados experimentales

Para mostrar la validez de la técnica de control propuesta para sistemas eólicos, se llevaron a cabo pruebas experimentales para un sistema de pequeña escala como el ilustrado en la Figura 4.17. Dicho prototipo está conformado por un motor de inducción tipo jaula de ardilla, emulando a la turbina de viento, el cual está acoplado

al PMSG, un módulo convertidor de potencia Semikron<sup>®</sup> es conectado al generador para funcionar como rectificador trifásico y un módulo resistivo es utilizado como carga. El esquema de control es implementado haciendo uso de una tarjeta de control dSpace<sup>®</sup> 1103. Esta tarjeta permite la implementación de controladores programados directamente en el entorno de Simulink<sup>®</sup> lo cual facilita trasladar los esquemas de simulación a las pruebas experimentales. Los parámetros del sistema desarrollado se muestran en la Tabla 4.3. La corriente de referencia en el eje  $d$  es seleccionada como  $i_{d_{ref}} = 0$ , mientras que la velocidad sigue referencias constantes a tramos. Se comparan los resultados del controlador basado en AEM contra un controlador tipo PI y un esquema de control óptimo.

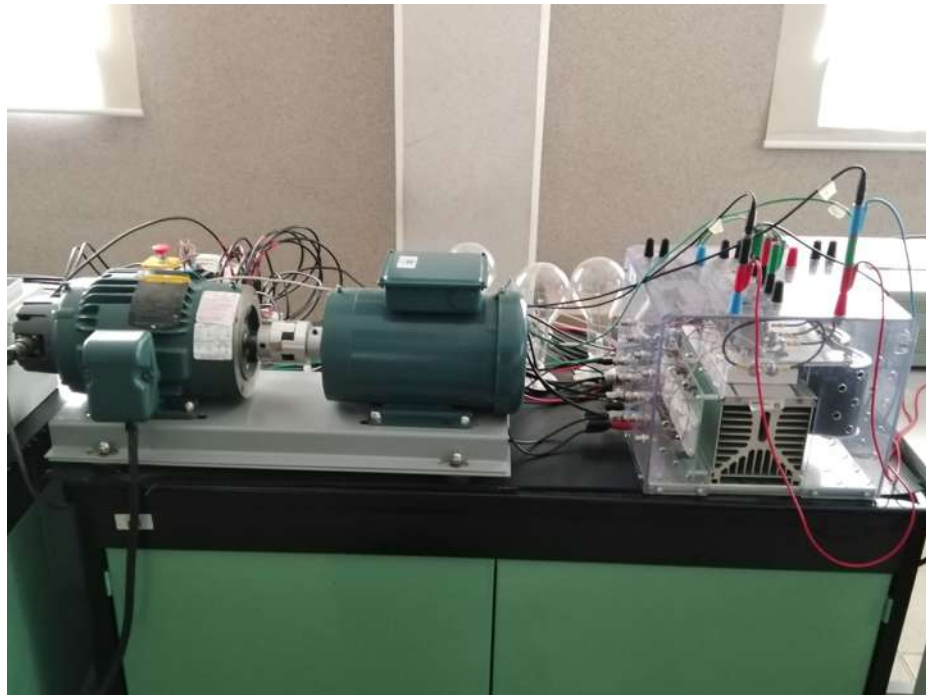


Figura 4.17: Plataforma experimental

La Figura 4.18 presenta los resultados obtenidos en el proceso de seguimiento de la velocidad rotacional del PMSG. Se observa que el controlador basado en AEM converge mucho más rápido que el controlador basado en PI's, no presenta sobreimpulso

y es mucho más robusto, ya que el controlador basado en PI's comienza a oscilar al presentarse cambios bruscos en la referencia a seguir. Como se mencionó con anterioridad el controlador basado en AEM presenta error en estado estable, pero es de un valor despreciable, en este caso aproximadamente  $1\text{-}2\text{ rad/s}$  lo cual representa un error cercano a  $1\%$ .

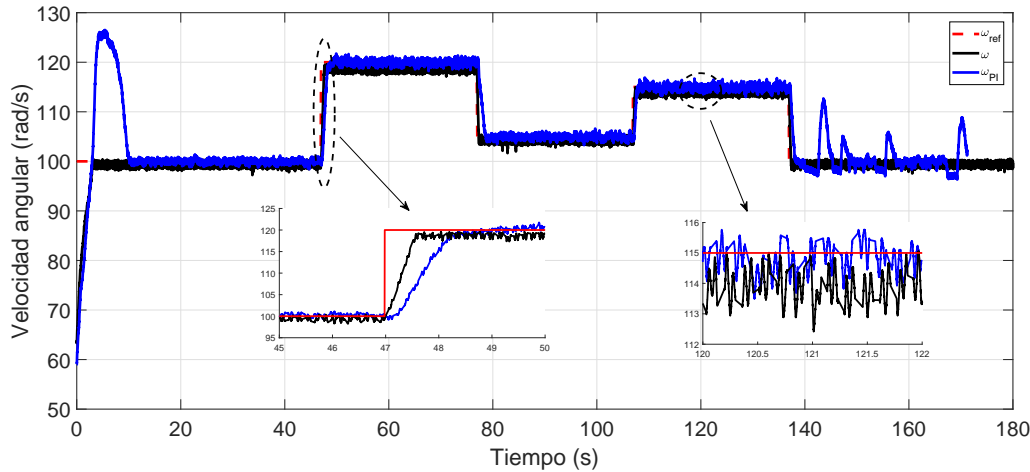
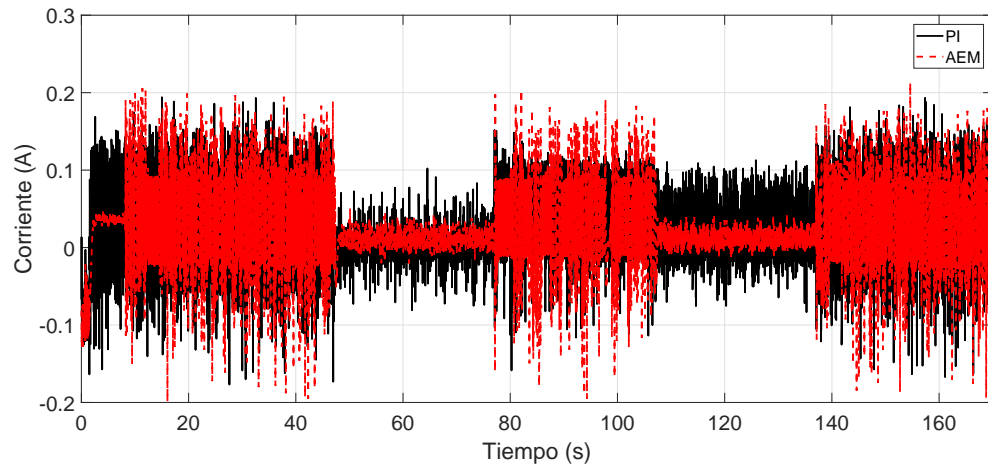


Figura 4.18: Velocidad rotacional del PMSG

La regulación de la corriente en el eje  $d$  a su valor de referencia  $i_{d_{ref}} = 0$ , es llevada a cabo de forma satisfactoria, con algunas oscilaciones presentes en ambos controladores siendo ligeramente menores para el controlador basado en AEM como se muestra en la Figura 4.19.

Se realiza una segunda prueba en el sistema, en la cual se implementa el algoritmo TSR para asegurar la máxima extracción de potencia. Debido a que no se cuenta con una carga resistiva capaz de disipar la potencia nominal del generador, la prueba se realiza emulando un sistema de menor potencia. Sin embargo, se evalúa el correcto funcionamiento del esquema MPPT, así como de los controladores para seguimiento utilizados. El seguimiento de la velocidad de referencia generada por el algoritmo TSR para el esquema de control robusto basado en AEM y para un controlador óptimo no lineal, se muestra en la Figura 4.20. Se aprecia que ambos esquemas siguen de forma

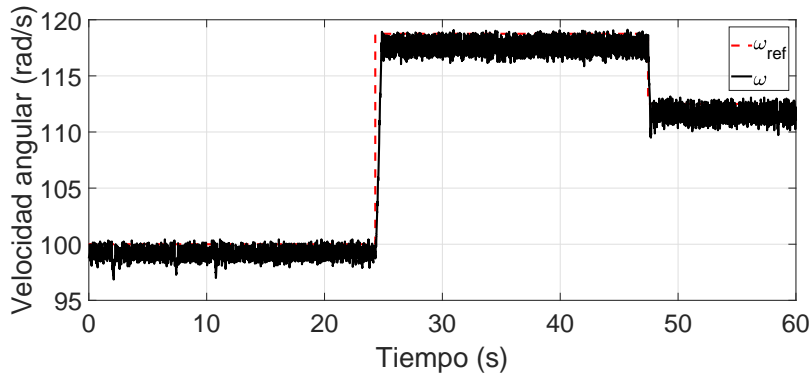
Figura 4.19: Corriente en el eje  $d$ 

adecuada la velocidad de referencia, sin embargo, el esquema basado en AEM es un poco más rápido que el controlador óptimo.

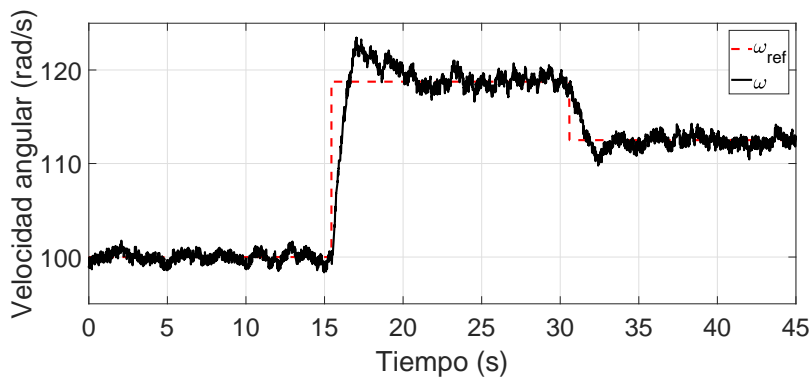
El coeficiente de potencia obtenido con cada esquema de control se ilustra en la Figura 4.21. Se puede observar que ambos esquemas se acercan al valor máximo del coeficiente de potencia. Sin embargo, el controlador basado en AEM presenta menos oscilaciones, y debido a su mayor velocidad de convergencia, recupera el valor máximo más rápidamente que el controlador óptimo, después de un cambio de referencia de velocidad.

Finalmente, la Figura 4.22 presenta la potencia suministrada a la carga por el sistema de generación. Se observa que se extraen valores cercanos a la potencia máxima, lo que verifica el correcto funcionamiento del algoritmo TSR. El controlador basado en AEM muestra picos mucho más elevados que el controlador óptimo, aunque el valor promedio de la potencia es similar en ambos casos.

Por último, cabe mencionar que, aunque en este trabajo no se implementaron pruebas experimentales para el sistema interconectado a la red eléctrica debido a que se requería de un mayor número de sensores y tarjetas de adquisición de datos, algunas pruebas relacionadas han sido llevadas a cabo con buenos resultados como se



(a) AEM



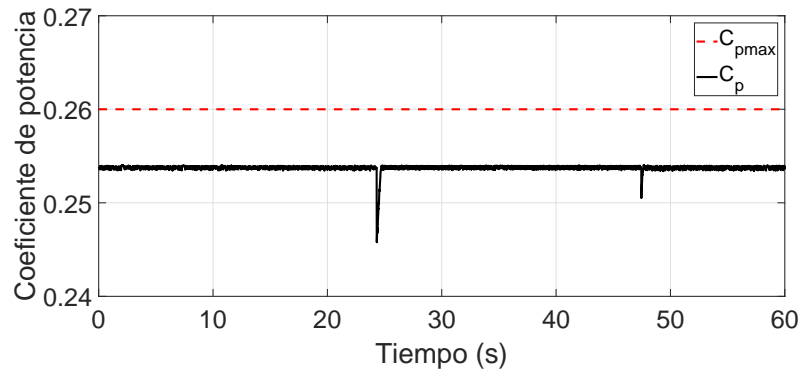
(b) Control óptimo

Figura 4.20: Seguimiento de velocidad de referencia del MPPT

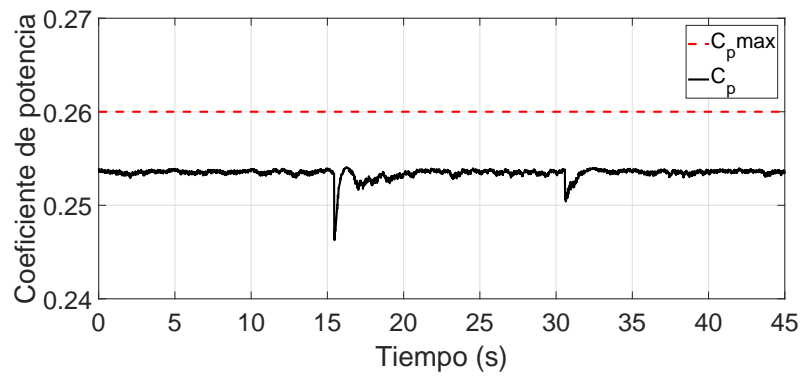
muestra en [Zavala-Tinajero17] y [López19].

## 4.5. Conclusiones

Este capítulo presentó el desarrollo de modelos adecuados para la aplicación de los métodos basados en AEM propuestos, así como la generación de los controladores robustos para cada uno de los sistemas de generación basados en energía renovable seleccionados. Se mostraron resultados a nivel simulación, desarrollados en el entorno Simulink de Matlab usando la librería SimPower Systems, y resultados experimentales en un prototipo que emula un sistema eólico de pequeña escala. Los resultados



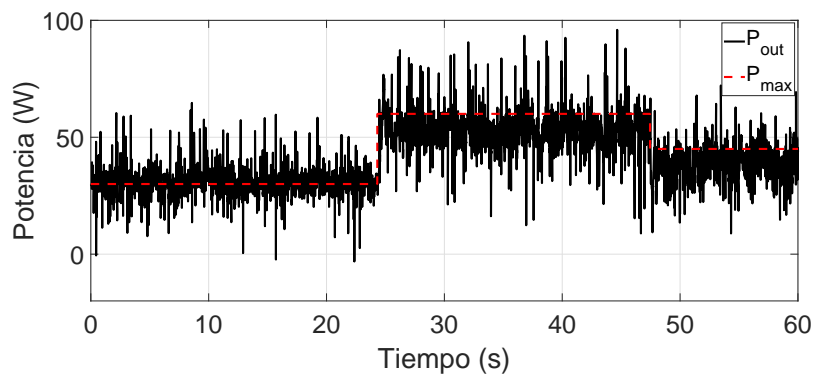
(a) AEM



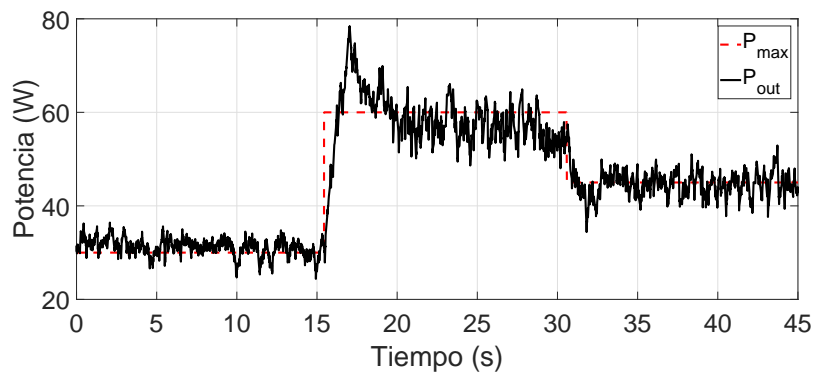
(b) Control óptimo

Figura 4.21: Coeficiente de potencia

obtenidos comprueban la efectividad de los controladores basados en AEM diseñados, así como su robustez ante incertidumbres y perturbaciones. El desempeño de los controladores basados en AEM es comparado con técnicas clásicas como los controladores tipo PI y técnicas de control no lineal como el control óptimo, mostrándose que el AEM tiene ventajas sobre los otros en términos de robustez, precisión y velocidad de respuesta.



(a) AEM



(b) Control óptimo

Figura 4.22: Potencia generada

## Capítulo 5

# Conclusiones

En la presente tesis se desarrollaron controladores basados en el método del elipsoide atractivo, aplicados a componentes eléctricos de microrredes, particularmente a los sistemas de generación basados en energía eólica y solar. Se presentó el desarrollo de modelos matemáticos acotados bajo la condición quasi-Lipschitz necesarios para el desarrollo de los controladores basados en AEM, así como de esquemas de simulación, tanto para un sistema eólico interconectado a la red, como para un sistema fotovoltaico aislado. Se planteó un método para la generación de controladores basados en AEM para seguimiento de trayectoria, lo cual era un tema poco desarrollado anteriormente y se verificó el correcto funcionamiento de dichos controladores aplicados a sistemas eólicos y solares, validando su aplicabilidad en esta área. Los controladores desarrollados tienen características robustas ante incertidumbres y no linealidades en el modelo, lo cual permite obtener un mayor rango de operación y eficiencia que técnicas lineales como controladores PI, aun cuando no se tiene la información completa del sistema. El desempeño de los controladores robustos basados en AEM diseñados fue evaluado mediante simulaciones para un sistema eólico interconectado a la red y un sistema solar aislado, y pruebas experimentales en una plataforma que emula un sistema de generación eólico de pequeña escala basado en PMSG. Los resultados observados muestran las características de robustez del sistema en comparación con

técnicas lineales como los controladores tipo PI y técnicas de control óptimo no lineal, además se observa un seguimiento más rápido y preciso de las variables de interés. Por último, es importante resaltar que los controladores diseñados son de fácil implementación, ya que se reduce a una retroalimentación lineal, mientras que todos los cálculos para resolver el problema de optimización son realizados fuera de línea previamente.

## 5.1. Trabajo futuro

A continuación, se enlistan los posibles trabajos futuros derivados de esta tesis:

- Diseño de observadores basados en AEM aplicados a componentes eléctricos de microrredes, que permitan prescindir de mediciones de diversas variables del sistema, lo cual reducirá el número de sensores necesarios, y por tanto, el costo general del sistema.
- Investigación sobre el diseño de controladores adaptables basados en AEM, que brinden mayor robustez a los controladores diseñados.
- Estudio comparativo de AEM con otras técnicas robustas, aplicadas a sistemas de generación basadas en energías renovables, que permita analizar más profundamente las posibles ventajas de AEM.
- Generación de modelos adecuados para usar AEM, de sistemas de almacenamiento de energía para microrredes, como pueden ser volantes de inercia, baterías y supercapacitores.
- Desarrollo de esquemas de detección de fallas para sistemas eólicos y solares.

# Apéndice A

## Publicaciones

A continuación, se presenta un listado de las publicaciones derivadas de la presente tesis.

### Publicaciones en revistas arbitradas

- Cortes-Vega D., Ornelas-Tellez F. y Anzures-Marin J. Nonlinear Optimal Control for PMSG-based Wind Energy Conversion Systems. Aceptado en *IEEE Latin America Transactions*, 2020.

### Publicaciones en conferencias internacionales

- Cortes-Vega D., Ramos-Paz S., Ornelas-Tellez F., Rico-Melgoza J. System Parameters Identification and Optimal Tracking Control for Nonlinear Systems. En *2nd IFAC Conference on Modelling, Identification and Control of Nonlinear Systems (MICNON)*, Guadalajara, México, junio 2018.
- Cortes-Vega D., Ornelas-Tellez F., Anzures-Marin J, Cordova-Aguilar C. Optimal tracking control for a Permanent Magnet Synchronous Generator. En *2019 6th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT)*, Paris, Francia, abril 2019.

- Cortes-Vega D., Ornelas-Tellez F., Anzures-Marin J. Comparative analysis of MPPT techniques and Optimal Control for a PMSG-based WECS. En *2019 IEEE 4th Colombian Conference on Automatic Control (CCAC)*, Medellin, Colombia, octubre 2019.

# Referencias

- [Aguilar13] Aguilar, O., Tapia, R., Ramirez, J. M., y Valderrabano, A. Adaptive controller for pmsg wind turbine systems with back-to-back pwm converters. *En International Joint Conference on Neural Networks*. IEEE, Dallas, EUA, ago. 2013.
- [Alazki10] Alazki, H. y Poznyak, A. Constraint robust stochastic discrete-time tracking: Attractive ellipsoids technique. *En Proceedings of the International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control*. Tuxtla Gutierrez, Mexico, September 2010.
- [Alazki12a] Alazki, H. y Poznyak, A. Robust stochastic tracking for discrete-time models: designing of ellipsoid where random trajectories converge with probability one. *International Journal of Systems Science*, 43(8):1519–1533, 2012.
- [Alazki12b] Alazki, H. S. y Gorbach, A. P. Inventory constraint control with uncertain stochastic demands: attractive ellipsoid technique application. *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, 29(3):399–425, 2012.
- [Alazki13] Alazki, H. y Poznyak, A. S. A class of robust bounded controllers tracking a nonlinear discrete-time stochastic system: Attractive

- ellipsoid technique application. *Journal of the Franklin Institute*, 350(5):1008–1029, 2013.
- [Alazki17] Alazki, H., Hernández, E., Ibarra, J. M., y Poznyak, A. Attractive ellipsoid method controller under noised measurements for slam. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 15(6):2764–2775, 2017.
- [Armghan20] Armghan, H., Yang, M., Armghan, A., Ali, N., Wang, M., y Ahmad, I. Design of integral terminal sliding mode controller for the hybrid ac/dc microgrids involving renewables and energy storage systems. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 119:105857, 2020.
- [Aubree16] Aubree, R., Auger, F., Mace, M., y Loron, L. Design of an efficient small wind-energy conversion system with an adaptive sensorless mppt strategy. *Renewable Energy*, 86:280–291, feb. 2016.
- [Ayadi17] Ayadi, M. y Derbel, N. Nonlinear adaptive backstepping control for variable-speed wind energy conversion system-based permanent magnet synchronous generator. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 92(1-4):39–46, 2017.
- [Azar15] Azar, A. T. y Zhu, Q., eds. *Advances and applications in sliding mode control systems*. Springer, Suiza, 2015.
- [Bao12] Bao, X., Zhuo, F., Tian, Y., y Tan, P. Simplified feedback linearization control of three-phase photovoltaic inverter with an lcl filter. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 28(6):2739–2752, 2012.

- [Bellman66] Bellman, R. Dynamic programming. *Science*, 153(3731):34–37, 1966.
- [Bertsekas71] Bertsekas, D. y Rhodes, I. On the minimax reachability of target sets and target tubes. *Automatica*, 7(2):233 – 247, 1971. ISSN 0005-1098. doi:[https://doi.org/10.1016/0005-1098\(71\)90066-5](https://doi.org/10.1016/0005-1098(71)90066-5). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0005109871900665>
- [Bertsekas72] Bertsekas, D. Infinite time reachability of state-space regions by using feedback control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 17(5):604–613, 1972.
- [Bhattacharjee16] Bhattacharjee, C. y Roy, B. K. Advanced fuzzy power extraction control of wind energy conversion system for power quality improvement in a grid tied hybrid generation system. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 10(5):1179–1189, 2016.
- [Blanchini08] Blanchini, F. y Miani, S. *Set-theoretic methods in control*. Birkhäuser, 2ª ed<sup>ón</sup>., 2008.
- [Bouchafaa11] Bouchafaa, F., Hamzaoui, I., y Hadjammar, A. Fuzzy logic control for the tracking of maximum power point of a pv system. *Energy Procedia*, 6:633–642, 2011.
- [Burton11] Burton, T., Jenkins, N., Sharpe, D., y Bossanyi, E. *Wind energy handbook*. John Wiley & Sons, West Sussex, UK, 2ª ed<sup>ón</sup>., 2011.
- [Chernousko05] Chernousko, F. Ellipsoidal state estimation for dynamical systems. *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications*, 63(5-7):872–879, 2005.

- [Chinchilla06] Chinchilla, M., Arnaltes, S., y Burgos, J. C. Control of permanent-magnet generatos applied to variable-speed wind energy systems connected to the grid. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 21(1):130 – 135, March 2006.
- [Chiu12] Chiu, C.-S., Ouyang, Y.-L., y Ku, C.-Y. Terminal sliding mode control for maximum power point tracking of photovoltaic power generation systems. *Solar Energy*, 86(10):2986–2995, 2012.
- [Cortes-Vega19] Cortes-Vega, D., Ornelas-Tellez, F., Anzures-Marin, J., y Cordova-Aguilar, C. Optimal tracking control for a permanent magnet synchronous generator. *En 6th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT)*. 2019.
- [Dincer11] Dincer, F. The analysis on photovoltaic electricity generation status, potential and policies of the leading countries in solar energy. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 15(1):713–720, 2011.
- [El Khateb14] El Khateb, A., Rahim, N. A., Selvaraj, J., y Uddin, M. N. Fuzzy-logic-controller-based sepic converter for maximum power point tracking. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 50(4):2349–2358, 2014.
- [Eltamaly13] Eltamaly, A. M. y Farh, H. M. Maximum power extraction from wind energy system based on fuzzy logic control. *Electric Power Systems Research*, 97:144–150, 2013.
- [Errami16] Errami, Y., Obbadi, A., Sahnoun, S., Benhmida, M., Ouassaid, M., y Maaroufi, M. Design of a nonlinear backstepping control

- strategy of grid interconnected wind power system based pmsg. *En AIP Conference Proceedings*, tomo 1758, pág. 030053. AIP Publishing LLC, Beirut, Lebanon, 2016.
- [Farh13] Farh, H. M. y Eltamaly, A. M. Fuzzy logic control of wind energy conversion system. *Journal of Renewable and Sustainable Energy*, 5(2):023125, 2013.
- [Freris90] Freris, L. L. y Freris, L. *Wind energy conversion systems*, tomo 31. Prentice Hall New York, 1990.
- [Ganjefar14] Ganjefar, S., Ghassemi, A., y Ahmadi, M. Improving efficiency of two type maximum power point tracking methods of tip speed ratio and optimum torque in wind turbine system using quantum neural network. *Energy*, 67:444–453, abr. 2014.
- [Hasanien12] Hasanien, H. M. y Muyeen, S. M. Design optimization of controller parameters used in variable wind energy conversion system by genetic algorithms. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 3(2):200 – 208, Abril 2012. doi:<https://doi.org/10.1109/TSTE.2012.2182784>.
- [Holmstrom06] Holmstrom, K., Goran, A. O., y Edvall, M. M. User guide for tomlab/penopt. *Tomlab Optimization Inc*, 2006.
- [Kchaou17] Kchaou, A., Naamane, A., Koubaa, Y., y M'sirdi, N. Second order sliding mode-based mppt control for photovoltaic applications. *Solar Energy*, 155:758–769, 2017.
- [Khamis15] Khamis, A., Nguyen, H. M., y Naidu, D. S. Nonlinear, optimal control of wind energy conversion systems using differential sdre.

- En 2015 Resilience Week (RWS)*, págs. 1–6. IEEE, Philadelphia, USA, 2015.
- [Kim12] Kim, K.-H., Jeung, Y.-C., Lee, D.-C., y Kim, H.-G. LVRT scheme of pmsg wind power systems based on feedback linearization. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 27(5):2376–2384, Mayo 2012.
- [Kim15] Kim, Y.-S., Chung, I.-Y., y Moon, S.-I. Tuning of the pi controller parameters of a pmsg wind turbine to improve control performance under various wind speeds. *Energies*, (8):1046–1425, 2015. doi:doi:10.3390/en8021406.
- [Koad16] Koad, R. B., Zobaa, A. F., y El-Shahat, A. A novel mppt algorithm based on particle swarm optimization for photovoltaic systems. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 8(2):468–476, 2016.
- [Kumar15] Kumar, N., Saha, T. K., y Dey, J. Sliding-mode control of pwm dual inverter-based grid-connected pv system: Modeling and performance analysis. *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, 4(2):435–444, 2015.
- [Kumar18] Kumar, R., Singh, S., et al. Solar photovoltaic modeling and simulation: As a renewable energy solution. *Energy Reports*, 4:701–712, 2018.
- [Kurzanski97] Kurzanski, A. y Valyi, I. *Ellipsoidal calculus for estimation and control*. Nelson Thornes, 1997.
- [Kurzanski00] Kurzanski, A. B. y Varaiya, P. Ellipsoidal techniques for reacha-

- bility analysis. *En International Workshop on Hybrid Systems: Computation and Control*, págs. 202–214. Springer, 2000.
- [Lalouni09] Lalouni, S., Rekioua, D., Rekioua, T., y Matagne, E. Fuzzy logic control of stand-alone photovoltaic system with battery storage. *Journal of power Sources*, 193(2):899–907, 2009.
- [Larbes09] Larbes, C., Cheikh, S. A., Obeidi, T., y Zerguerras, A. Genetic algorithms optimized fuzzy logic control for the maximum power point tracking in photovoltaic system. *Renewable energy*, 34(10):2093–2100, 2009.
- [Levant07] Levant, A. Principles of 2-sliding mode design. *automatica*, 43(4):576–586, 2007.
- [Li12] Li, S., Haskew, T. A., Swatloski, R. P., y Gathings, W. Optimal and direct-current vector control of direct-driven pmsg wind turbines. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 27(5):2325 – 2337, Mayo 2012.
- [Lofberg04] Lofberg, J. Yalmip : A toolbox for modeling and optimization in matlab. *En International Symposium on Computer Aided Control Systems Design*. Nueva Orleans, USA, Septiembre 2004. doi: <https://doi.org/10.1109/CACSD.2004.1393890>.
- [Loukriz16] Loukriz, A., Haddadi, M., y Messalti, S. Simulation and experimental design of a new advanced variable step size incremental conductance mppt algorithm for pv systems. *ISA transactions*, 62:30–38, 2016.
- [Lozada-Castillo13] Lozada-Castillo, N. B., Alazki, H., y Poznyak, A. S. Robust control design through the attractive ellipsoid technique for a

- class of linear stochastic models with multiplicative and additive noises. *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, 30(1):1–19, 2013.
- [López19] López, D. G. *Control óptimo robusto para un sistema de generación fotovoltaico*. Proyecto Fin de Carrera, División de Posgrado de la Facultad de Ingeniería Eléctrica, UMSNH, 2019.
- [Lyden12] Lyden, S., Haque, M. E., Gargoom, A., Negnevitsky, M., y Muoka, P. Modelling and parameter estimation of photovoltaic cell. *En 22nd Australasian Universities Power Engineering Conference (AUPEC)*, págs. 1–6. IEEE, Bali, Indonesia, 2012.
- [Merzoug11] Merzoug, M., Benalla, H., y Louze, L. Nonlinear control of permanent magnet synchronous generators (pmsg) using feedback linearization. *Revue des énergies renouvelables*, 14(2):357–367, 2011.
- [Mozayan16] Mozayan, S. M., Saad, M., Vahedi, H., Fortin-Blanchette, H., y Soltani, M. Sliding mode control of pmsg wind turbine based on enhanced exponential reaching law. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 63(10):6148–6159, 2016.
- [Naidu19] Naidu, D. S., Paul, S., y Rieger, C. R. A simplified sdre technique for regulation in optimal control systems. *En 2019 IEEE International Conference on Electro Information Technology (EIT)*, págs. 327–332. IEEE, Brookings, EUA, 2019.
- [Nasiri14] Nasiri, M., Milimonfared, J., y Fathi, S. H. Modeling, analysis and comparison of tsr and otc methods for mppt and power smoothing in permanent magnet synchronous generator based

- wind turbines. *Energy Conversion and Management*, 86:892–900, oct. 2014.
- [Ordaz13] Ordaz, P., Alazki, H., y Poznyak, A. A sample-time adjusted feedback for robust bounded output stabilization. *Kybernetika*, 49(6):911–934, 2013.
- [Ortega13] Ortega, R., Mancilla-David, F., y Jaramillo, F. A globally convergent wind speed estimator for wind turbine systems. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 27:413–425, jun. 2013.
- [Patcharaprakiti05] Patcharaprakiti, N., Premrudeepreechacharn, S., y Sriuthaisiriwong, Y. Maximum power point tracking using adaptive fuzzy logic control for grid-connected photovoltaic system. *Renewable energy*, 30(11):1771–1788, 2005.
- [Patel05] Patel, M. R. *Wind and solar power systems: design, analysis, and operation*. CRC press, Boca Raton, Florida, 2<sup>a</sup> ed<sup>ón</sup>., 2005.
- [Polyak06] Polyak, B. T., Nazin, A. V., Topunov, M. V., y Nazin, S. A. Rejection of bounded disturbances via invariant ellipsoids technique. *En Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*, págs. 1429–1434. IEEE, San Diego, EUA, 2006.
- [Poznyak08] Poznyak, A. *Advanced Mathematical Tools for Automatic Control Engineers*. Elsevier, Linacre House, Jordan Hill, Oxford OX2 8DP, UK, first edition ed<sup>ón</sup>., 2008.
- [Poznyak14] Poznyak, A., Polyakov, A., y Azhmyakov, V. *Attractive Ellipsoids Robust Control*. Birkhäuser, Suiza, 1<sup>a</sup> ed<sup>ón</sup>., 2014. doi: 10.1007/978-3-319-09210-2.

- [Rajaei12] Rajaei, A., Mohamadian, M., y Varjani, A. Y. Vienna rectifier-based direct torque control of pmsg for wind energy application. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 60(7):2919–2929, July 2012.
- [Ranjhitha16] Ranjhitha, G. y Rajkumar, M. V. Implementation of genetic algorithm based maximum power point tracking for photovoltaic system. *International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology (IJIRSET)*, 5(11):18860–18868, 2016.
- [Ritchie17] Ritchie, H. y Roser, M. Renewable energy. *Our World in Data*, 2017. <https://ourworldindata.org/renewable-energy>.
- [Rosyadi12] Rosyadi, M., Takahashi, R., Tamura, J., y Muyeen, S. Fuzzy-pi controller design for pm wind generator to improve fault ride through of wind farm. *En International Conference on Renewable Energy Research and Applications (ICRERA)*, págs. 1–6. IEEE, Nagasaki, Japon, 2012.
- [Sera07] Sera, D., Teodorescu, R., y Rodriguez, P. Pv panel model based on datasheet values. *En 2007 IEEE international symposium on industrial electronics*, págs. 2392–2396. IEEE, Vigo, España, 2007.
- [Shtessel14] Shtessel, Y., Edwards, C., Fridman, L., y Levant, A. *Sliding mode control and observation*. Springer, New York, 2014.
- [Subiyanto12] Subiyanto, S., Mohamed, A., y Hannan, M. Intelligent maximum power point tracking for pv system using hopfield neural network optimized fuzzy logic controller. *Energy and Buildings*, 51:29–38, 2012.

- [Tiwari18] Tiwari, R., Babu, N. R., y Sanjeevikumar, P. Fuzzy logic-based pitch angle controller for pmsg-based wind energy conversion system. *En Advances in Smart Grid and Renewable Energy*, págs. 277–286. Springer, 2018.
- [Utkin99] Utkin, V., Guldner, J., y Shijun, M. *Sliding mode control in electro-mechanical systems*, tomo 34. CRC press, Philadelphia, EUA, 1999.
- [VanAntwerp00] VanAntwerp, J. G. y Braatz, R. D. A tutorial on linear and bilinear matrix inequalities. *Journal of process control*, 10(4):363–385, 2000.
- [Yaramasu16] Yaramasu, V. y Wu, B. *Model Predictive Control of Wind Energy Conversion Systems*. John Wiley and Sons, 2016.
- [Yassin16] Yassin, H. M., Hanafy, H. H., y Hallouda, M. M. Enhancement low-voltage ride through capability of permanent magnet synchronous generator-based wind turbines using interval type-2 fuzzy control. *IET Renewable Power Generation*, 10(3):339–348, 2016.
- [Yaylaci19] Yaylaci, E. K. et al. Discrete-time integral terminal sliding mode based maximum power point controller for the pmsg-based wind energy system. *IET Power Electronics*, 12(14):3688–3696, 2019.
- [Zavala-Tinajero17] Zavala-Tinajero, M. y Ornelas-Tellez, F. Implementation of a robust optimal tracking control for a grid-connected three-phase inverter. *En 2017 14th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE)*, págs. 1–4. IEEE, 2017.

- [Zhao15] Zhao, J., Zhou, X., Ma, Y., y Liu, W. A novel maximum power point tracking strategy based on optimal voltage control for photovoltaic systems under variable environmental conditions. *Solar Energy*, 122:640–649, dic. 2015.
- [Zheng18] Zheng, X., Feng, Y., Han, F., y Yu, X. Integral-type terminal sliding-mode control for grid-side converter in wind energy conversion systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 66(5):3702–3711, 2018.
- [Zhuo16] Zhuo, G., Hostettler, J. D., Gu, P., y Wang, X. Robust sliding mode control of permanent magnet synchronous generator-based wind energy conversion systems. *Sustainability*, 12, dic. 2016. doi:doi:10.3390/su8121265.